

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL**

**Luana Francine de Lima**

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE  
*ARAUCARIA ANGUSTIFOLIA* (BERT.) O. KTZE**

Frederico Westphalen, RS  
2021

Luana Francine de Lima

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE  
*ARAUCARIA ANGUSTIFOLIA* (BERT.) O. KTZE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Florestal, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheira Florestal**.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Magda Lea Bolzan Zanon

Frederico Westphalen, RS  
2021

**Luana Francine de Lima**

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE  
ARAUCARIA ANGUSTIFOLIA (BERT.) O. KTZE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Graduação em  
Engenharia Florestal, da Universidade  
Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como  
requisito parcial para obtenção do grau de  
**Engenheira Florestal.**

**Aprovado em 25 de janeiro de 2021:**

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Magda Lea Bolzan Zanon (UFSM)**  
(Orientador)

---

**Prof.Dr. Edison Rogério Perrando (UFSM)**

---

**Eng. Florestal Msc. Luis Paulo Baldissera Schorr**

Frederico Westphalen, RS  
2021

## RESUMO

O objetivo do presente estudo foi testar Funções de Densidade Probabilística no ajuste da distribuição diamétrica em povoamentos de *Araucaria angustifolia* com 40 anos de idade. Foram amostrados 336 indivíduos em uma área de 8,8 ha localizados na Floresta Nacional de São Francisco de Paula (FLONA), RS. Para avaliar a distribuição diamétrica da araucária foram ajustadas as seguintes funções de densidade probabilística: Beta, Gamma, Weibull 2P, Weibull 3P e Normal. Foram definidas 8 classes diamétricas com intervalos de classe regulares de 6 cm. Com a utilização do teste de Kolmogorov-Smirnov foi verificada a aderência aos dados obtida para cada uma das funções testadas. Os resultados do teste KS mostram que todas as funções testadas aderiram aos dados observados. As distribuições Weibull 2p, 3p foram as que apresentaram maior eficiência na estimativa das frequências, sendo as distribuições Beta, Gamma e Normal as que apresentaram os piores resultados.

**Palavras-chave:** Funções de densidade; araucária; povoamento.

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Distribuição de frequência dos dados observados .....	22
Tabela 2 - Parâmetros das funções utilizando o suplemento Solver do Excel .....	23
Tabela 3 – Valores de frequência observada e frequências estimadas pelas funções, para cada centro de classe, com seu respectivo somatório .....	28
Tabela 4 - Valores utilizados para teste de aderência, tabelados a 5% e valores calculados para cada função.....	30

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comportamento de curvas de distribuição Gamma para os diferentes parâmetros de forma e escala.....	12
Figura 2 - Curvas da distribuição Beta em função dos parâmetros forma .....	14
Figura 3 - Comportamento de curvas de distribuição Weibull para os diferentes parâmetros de locação, forma e escala.....	16
Figura 4 - Comportamento das curvas da distribuição Normal .....	17
Figura 5 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Gamma .....	24
Figura 6 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Beta. .	25
Figura 7 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Weibull 2p.....	26
Figura 8 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Weibull 3p.....	26
Figura 9 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Normal .....	27
Figura 10 - Frequência observada e linhas de tendências estimadas pelas funções avaliadas.....	29

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	8
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	10
2.1	Araucaria angustifolia .....	10
2.2	MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA .....	10
<b>2.2.1</b>	<b>Distribuição Gamma .....</b>	<b>12</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Distribuição Beta.....</b>	<b>13</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Distribuição Weibull 2p e 3p.....</b>	<b>15</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Distribuição Normal .....</b>	<b>17</b>
2.3	AVALIAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES ESTIMADAS.....	18
<b>2.3.1</b>	<b>Teste de Kolmogorov – Smirnov.....</b>	<b>18</b>
3	MATERIAL E MÉTODOS .....	20
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	20
3.2	FONTE DE DADOS, NÚMERO E AMPLITUDE DE CLASSES DIAMÉTRICA	20
3.3	FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS TESTADAS .....	21
3.4	PROCESSAMENTO DE DADOS.....	21
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	22
4.1	ESTATÍSTICA DESCRITIVA E PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO .....	22
5.	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>31</b>
6.	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>32</b>

## 1. INTRODUÇÃO

De acordo com Scolforo (1997) o termo Manejo Florestal pode ser abordado segundo dois enfoques. Manejo Florestal é visto como uma prática em que se objetiva aumentar a qualidade, a dimensão e a sua quantidade de produto final, visando a parte socioeconômica e ambiental do processo produtivo. Um segundo enfoque considera Manejo Florestal como um processo de tomada de decisão. Neste contexto, o profissional florestal precisa fazer uso das tecnologias disponíveis, uso de modelos matemáticos que possibilitem a previsão da produção, bem com gerenciar os planos de manejo, otimizando o processo.

O uso da estatística vem contribuindo para os avanços na Ciência Florestal, visto que os conceitos, testes, modelos e funções são essenciais para o diagnóstico, previsão e planejamento das atividades, pois diversos fatores devem ser considerados e muitas variáveis precisam ser estimadas (ABREU, 2018).

Segundo Schmidt (2017), o planejamento do uso dos recursos florestais, durante todo o processo, é imprescindível para suprir as demandas do mercado. Dentro deste contexto, encaixa-se o conceito de estrutura diamétrica, que pode ser definida como a caracterização do número de árvores por unidade de área e por intervalo de classe diamétrica, permitindo a aferição do conhecimento da dinâmica e estrutura populacional que compõem a comunidade vegetal a ser observada (ALVES JÚNIOR et al., 2009).

A caracterização da estrutura diamétrica tem função de avaliar o crescimento e a produção, bem como para conhecer a dinâmica e o potencial de uso de povoamentos florestais. Possuindo essas informações, a planejamento se torna algo viável, tendo assim, o controle das atividades. (SCHMIDT, 2017). A mensuração do diâmetro possibilita o conhecimento da distribuição diamétrica da floresta, a definição do grau de ocupação de uma área, bem como modelar e prognosticar o crescimento e produção da floresta ao longo do tempo (ABREU, 2018).

Segundo Abreu (2018), a modelagem do crescimento por classe diamétrica se baseia no uso de funções de distribuição probabilísticas. Então, a descrição da estrutura diamétrica dos povoamentos para essas situações é feita pela aplicação de funções de densidade de probabilidade (fdp). Há várias funções de densidade de probabilidade testadas para o meio florestal, como é o caso da Weibull, Normal, Log-

normal, Exponencial, Beta, Gamma, SB Johnson, SB bivariada e Hiperbólica, consideradas eficientes para descrever a estrutura diamétrica de diversas espécies.

Com base no exposto, o objetivo deste trabalho foi determinar as funções de densidade de probabilidade (fdp), que melhor caracterizam a distribuição diamétrica de povoamentos de *Araucaria angustifolia* na Floresta Nacional de São Francisco de Paula, RS.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Araucaria angustifolia

*Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze, conhecida popularmente como araucária, pinheiro brasileiro ou pinheiro do Paraná, é uma das espécies nativas mais consideráveis da Região Sul do país. Originalmente era encontrada em povoados isolados nos estados de São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro e Espírito Santo (ZANETTE et al, 2017).

Ainda, segundo Zanette et al (2017), na Região Sul, um terço do território estava coberto por araucárias. A exploração da araucária para uso da madeira teve seu auge na década de 1970 e a falta de plantios encerrou este importante ciclo econômico da região Sul do Brasil. Da área original de floresta de araucária, restaram apenas 2%, tornando-se o ecossistema mais devastado do país.

De acordo com Soares e Mota (2004), pode-se descrever a araucária como uma árvore de rara beleza, sendo de fácil reconhecimento por sua forma característica. É uma árvore perenifólia, pode atingir 35 m de altura e diâmetro entre 50 a 120 cm. Às vezes, encontra-se plantas gigantescas, com diâmetro superior a 2 m, atingindo excepcionalmente 50 m de altura. A espécie possui copa alta, estratificada e múltipla, caliciforme ou em forma de taças nas árvores mais velhas e cônica nas mais jovens. A casca da araucária atinge até 18 cm de espessura.

### 2.2 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

A distribuição diamétrica pode ser definida como a caracterização do número de árvores por unidade de área e por intervalo de classe diamétrica tornando-se uma eficaz ferramenta para a elaboração de projetos silvicultural e manejo florestal, permitindo inferências comportamentais no crescimento do maciço florestal (IMANA-ENCINAS et al, 2013).

A distribuição diamétrica é o método mais simples para caracterização da estrutura de uma floresta. Geralmente, o diâmetro possui boa relação com outras

variáveis, sendo estes dados utilizados para diversos fins, com objetivos econômicos e biológicos, podendo ser utilizada como indicador da estrutura do estoque de crescimento e ainda, elaboração de conclusões sobre a estrutura da floresta (MACHADO et al., 2010).

Com a utilização do diâmetro é possível identificar a distribuição diamétrica da floresta, modelar e estabelecer prognósticos do crescimento e sua produção da floresta. A partir disto, é possível diagnosticar a ocorrência de quais classes possuem maior concentração de árvores, identificando, assim, os diferentes tipos de floresta e com base nisso elaboração de tabelas de produção. (SCOLFORO 2006).

Conforme Machado et al. (2009), descrever por meio das funções de densidade probabilística (fdp's) a estrutura diamétrica de uma espécie ou de uma floresta é a melhor forma, conhecendo a possibilidade de ocorrência das árvores dentro de intervalos ou classes de diâmetro, havendo um limite inferior e um superior.

De acordo com Machado et al. (2010), uma série de distribuições como a SB, Weibull, Beta, Gamma, Log-normal, Normal e a SB bivariada podem ser testadas. Podendo estas ser consideradas como o método da máxima verossimilhança, o método dos momentos e o método dos percentis, dentre outros.

As distribuições Beta, Gamma e Weibull possuem boa flexibilidade, podendo ser aplicadas em florestas nativas e plantadas, ajustando-se a diferentes tipos de curvas, passando por diversos graus de assimetria (DALLA LANA, 2013).

A pesquisa de Machado et al. (2010) contraria as observações feitas por Schaaf et al. (2006) no que se refere ao tipo de distribuição diamétrica de *Araucaria angustifolia*, descrevendo-a como sendo decrescente em um fragmento florestal em São João do Triunfo, Sul do Paraná. Entretanto, observações feitas por Machado et al. (1998), utilizando dados de um grande número de parcelas medidas nos Estados do Paraná e Santa Catarina, adotando classes de diâmetro de 5 cm, encontraram distribuições unimodais para *Araucaria angustifolia*.

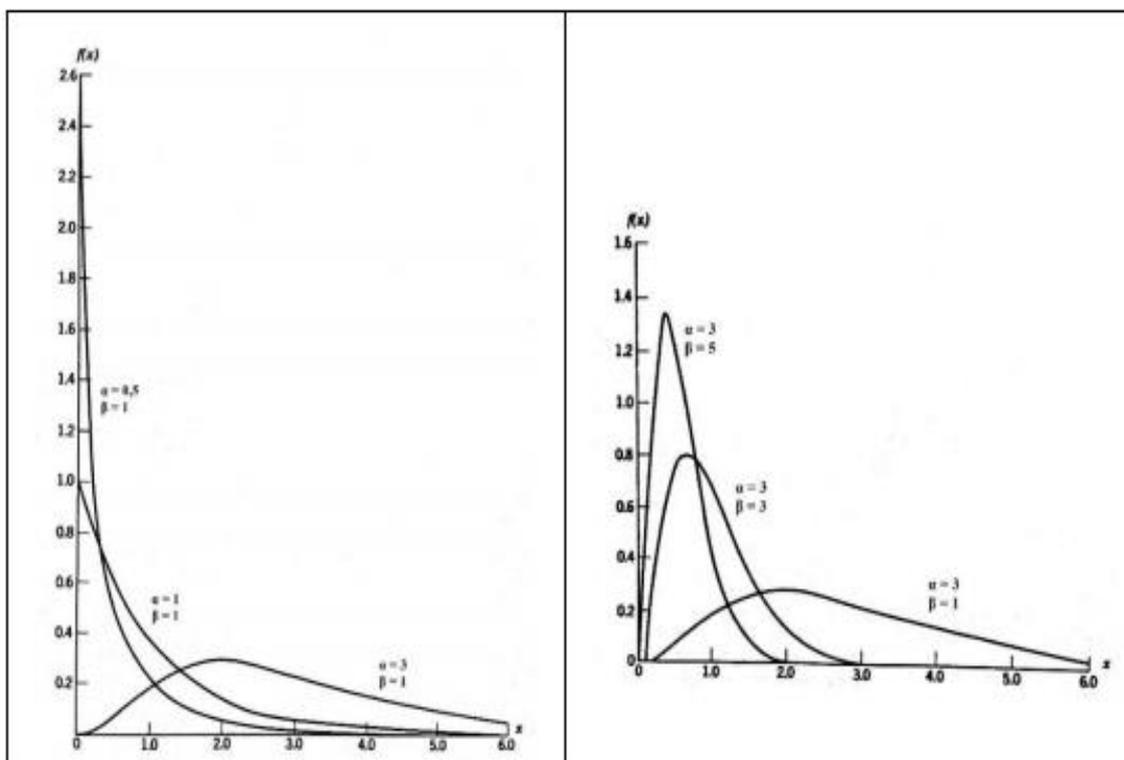
### 2.2.1 Distribuição Gamma

A função Gamma refere-se a uma generalização da função fatorial e foi introduzida em 1729 pelo matemático Leonard Euler em estudos de distribuição diamétrica de povoamentos florestais, e vem sendo empregada desde a década de 1960 (GUIMARÃES, 2002).

Os parâmetros associados à função Gamma são  $\alpha$  e  $\beta$ , e ambos positivos. O parâmetro  $\alpha$  determina as diferentes formas da distribuição e  $\beta$  define as dimensões da curva de distribuição (HAHN; SHAPIRO, 1967).

Variando-se os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  pode-se obter diferentes formas de função de densidade Gamma conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Comportamento de curvas de distribuição Gamma para os diferentes parâmetros de forma e escala.



FONTE: Hahn e Shapiro (1967)

Assumindo que o valor de "x" é maior ou igual ao diâmetro mínimo, a função de densidade de probabilidade Gamma é:

$$f(x) = \frac{(d - d_{min})e^{-\frac{1}{\beta}(d-d_{min})}}{\gamma(\alpha)\beta^\alpha}$$

$d \geq d_{min}$ ;  $\alpha, \beta > 0$ ;  $-\infty < d_{min}$ ;  $< +\infty$

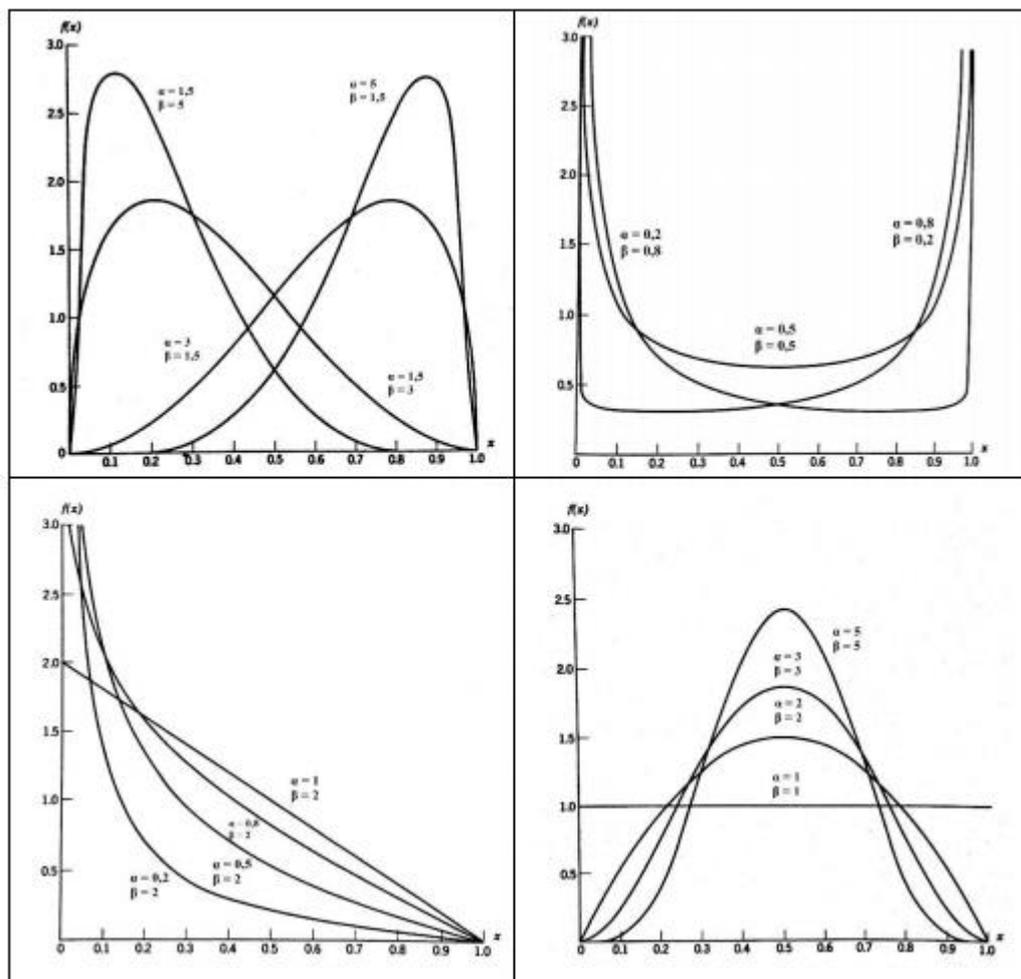
Onde:  $d$  = diâmetro;  $d_{min}$  = diâmetro mínimo;  $\alpha$  e  $\beta$  = parâmetros da distribuição, sendo:  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$ ;  $\gamma$  = função Gamma.

### 2.2.2 Distribuição Beta

A distribuição Beta foi desenvolvida por Pearson em 1894 e introduzida na área florestal por Zöhrer (ORELLANA, 2017). A função Beta pode ser ajustada através do método dos momentos, da máxima verossimilhança, da regressão, dentre outros (SCOLFORO, 1998).

Os parâmetros relacionados a função Beta são  $\alpha$  e  $\beta$ , os quais definem a forma da distribuição e assumindo valores positivos sempre. Para  $\alpha$  e  $\beta > 1$ , a distribuição é unimodal com pico em  $x = (\alpha - 1)/(\alpha + \beta - 2)$ . Admite forma de U quando  $\alpha, \beta < 1$ , e forma de J quando  $\alpha \geq 1$  e  $\beta < 1$ . A forma de J invertido se manifestará quando  $\alpha < 1$  e  $\beta \geq 1$ , e, como caso especial, resulta em distribuição uniforme sobre o intervalo (0,1) para  $\alpha = \beta = 1$ . A distribuição é simétrica quando o valor de  $\alpha = \beta$  (HAHN; SHAPIRO, 1967; SOONG, 1986). Na Figura 2 estão apresentadas as diferentes formas da distribuição em função dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

Figura 2 - Curvas da distribuição Beta em função dos parâmetros forma



FONTE: Hahn e Shapiro (1967)

A função Beta é dada pela equação:

$$f(x) = \frac{\gamma(\alpha + \beta)}{\gamma(\alpha)\gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

Onde:

$\alpha$  e  $\beta$  = parâmetros da distribuição, sendo:  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$ ;  $\gamma$ = função Gamma.

### 2.2.3 Distribuição Weibull 2p e 3p

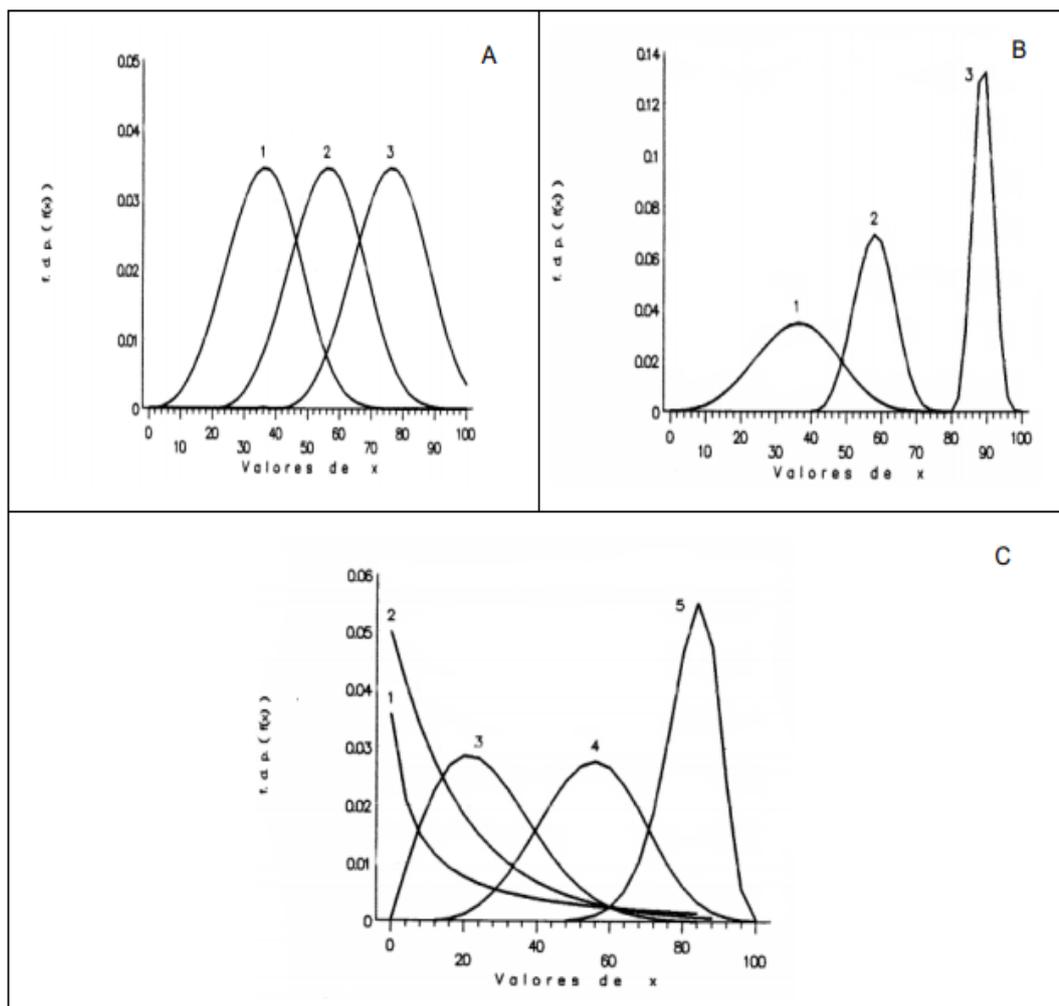
Segundo Bailey; Dell (1973 apud Schmidt, 2017) a função Weibull foi proposta inicialmente em 1928 por Fisher e Tippett em estudo de valores extremos. Posteriormente, em 1939, Waloddi Weibull desenvolveu a função de modo independente em seus trabalhos sobre a resistência dos materiais. A função Weibull é considerada matematicamente mais simples e flexível, e quando comparada à distribuição Beta, mais fácil de ser aplicada pelo fato de não exigir integração numérica no cálculo do número de indivíduos nas classes.

De acordo com os coeficientes, a função Weibull pode apresentar formas distintas, ajustando-se bem à dados de florestas heterogêneas, que possuem distribuição decrescente, e para florestas homogêneas, em que a distribuição é unimodal com diferentes graus de assimetria (SCHMIDT, 2017).

O parâmetro de locação é simbolizado por  $a$  e controla a posição da curva sobre o eixo das abcissas. Quando  $a = 0$  a distribuição se inicia na origem, sendo então chamada de Weibull de dois parâmetros. A função Weibull de três parâmetros se faz presente quando  $a > 0$ . O parâmetro de escala ( $b$ ) controla as dimensões que a curva assume, se tornando essa cada vez mais dispersa a medida que o valor de  $b$  aumenta. Isso pode ser observado quando a função obtém forma de sino (BATISTA, 1989).

Representado por  $c$ , o parâmetro de forma controla as diversas formas que a distribuição pode assumir (BAILEY; DELL, 1973; MERGANIC; STERBA, 2006) A distribuição de Weibull pode assumir formatos diferentes, desde que este formato de adequa aos dados experimentais. Na Figura 3 estão apresentadas as diferentes formas da distribuição em função dos parâmetros, onde A: influência do valor do parâmetro de locação sobre a distribuição Weibull; B: influência do valor do parâmetro de escala; C: influência do valor do parâmetro de forma (SCHMIDT, 2017).

Figura 3 - Comportamento de curvas de distribuição Weibull para os diferentes parâmetros de locação, forma e escala



FONTE: Batista (1989).

Esta função densidade de probabilidade pode ser apresentada com 2 ou 3 parâmetros e é representada pela equação:

$$f(x) = \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{d-a}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{d-a}{b}\right)^c}$$

Onde:

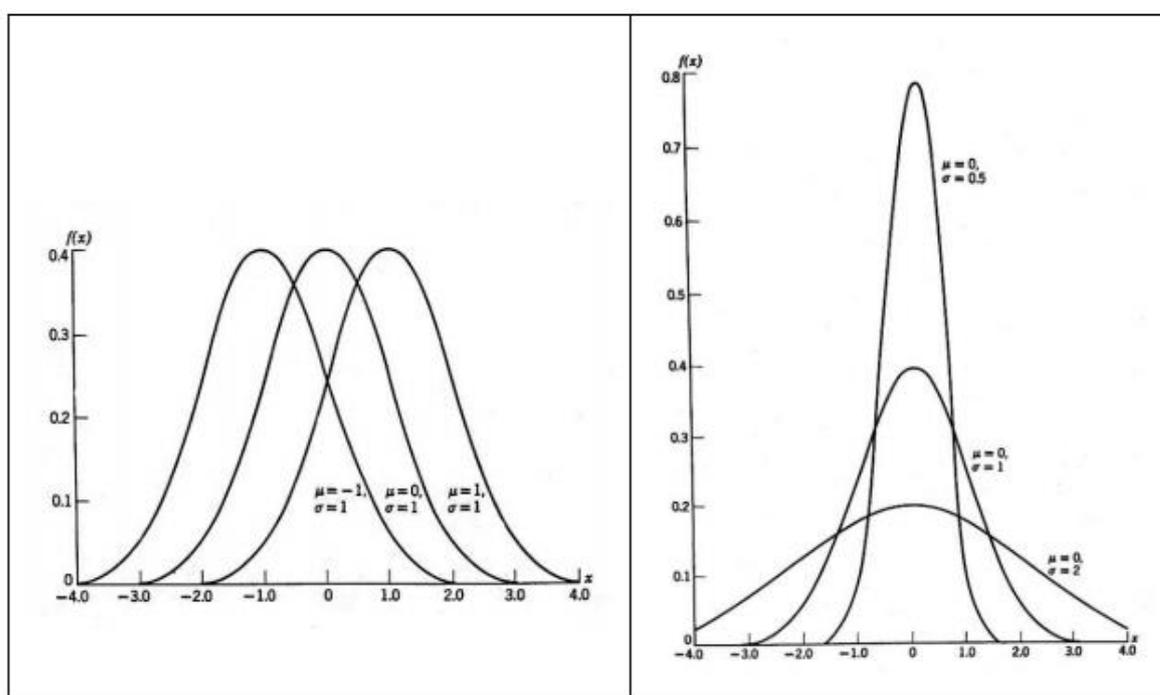
a = parâmetro de locação; b = parâmetro de escala e; c = parâmetro de forma.

Para utilizar esta função com 2 parâmetros, adota-se "0" para o valor do parâmetro de locação (a), mantendo a fórmula inalterada.

## 2.2.4 Distribuição Normal

Os dois parâmetros da distribuição Normal são  $\mu$  e  $\sigma$ , que representam a média e o desvio padrão, respectivamente. Essa distribuição possuirá simetria e mesma forma, não apresentando parâmetro de forma. Com diferentes valores de média para um mesmo valor de desvio padrão e diferentes valores de desvio padrão para um mesmo valor de média. Os comportamentos das curvas podem ser observados na Figura 4.

Figura 4 - Comportamento das curvas da distribuição Normal



FONTE: Hahn e Shapiro (1967)

A função Normal é dada pela equação:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left( \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \right)$$

Onde:  $\mu$  = média aritmética da variável aleatória  $x$ ;  $\sigma$  = desvio padrão da variável aleatória  $x$ ;  $\sigma^2$  = variância da variável aleatória  $x$ ; e  $\pi$  = constante pi.

Deve satisfazer a seguinte condição:  $-\infty < x < +\infty$ .

## 2.3 AVALIAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES ESTIMADAS

Quando se deseja efetuar teste entre frequência observada e a estimada por uma distribuição qualquer, vários testes podem ser utilizados. No entanto, dentre os testes de aderência mais difundidos na pesquisa florestal destacam-se o Qui-quadrado e o teste de Kolmogorov-Smirnov (LIMA, 2014). Além destes, são utilizados os testes de aderência de Anderson-Darling, Cramér-von Mises e Shapiro-Wilk.

O Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) é um teste estatístico não paramétrico, sendo um dos mais utilizados e bastante aplicado em diferentes planos experimentais. É muito usado mesmo ao nível da estatística multivariada (no sentido de obter o grau de aderência entre o modelo obtido e o teórico). O Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) de aderência consiste em comparar os dados obtidos experimentalmente com os dados esperados de acordo com a lei (POCINHO, 2010). O teste de Kolmogorov-Smirnov deve ser preferível aos testes de qui-quadrado e a outros testes, já que estes podem apresentar valores tendenciosos quando o número de observações por classe diamétrica for inferior a cinco (SCOLFORO, 2006).

### 2.3.1 Teste de Kolmogorov – Smirnov

Proposto em 1933, este, avalia a concordância entre a distribuição observada da amostra e uma determinada distribuição teórica. Avalia se os dados amostrais se aproximam razoavelmente de uma determinada distribuição. Utilizando a função distribuição acumulada observada, comparada com a teórica, determina-se o ponto em que estas distribuições mais divergem, podendo ser significativa ou não (GUIMARÃES, 2014). O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor D de Kolmogorov-Smirnov (LIMA, 2014).

O valor de D é obtido pela fórmula:

$$D = \frac{d \text{ máx}}{N} \quad \text{ou} \quad D = \text{SUP}[F(x) - S(x)]$$

Onde:

$D_{\max}$  – máxima diferença absoluta entre as frequências observadas e esperadas;

$N$  – número de observação;

$F(x)$  – valor da função de distribuição de frequência acumulativa teórica;

$S(x)$  – valor da função de distribuição de frequência acumulativa observada

Quanto as hipóteses testadas, a de nulidade é rejeitada quando o valor de  $K$  é maior que o valor crítico tabelado, o qual se baseia no tamanho da amostra e no nível de significância desejado (SCHMIDT, 2017).

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

O estudo foi realizado em uma área de 8,8 ha com plantios de *Araucaria angustifolia* na Floresta Nacional de São Francisco de Paula (FLONA), com espaçamento inicial de 2,0 x 1,5 m, e no momento dos levantamentos já havia sido realizado 2 desbastes na área. A Flona está localizada no nordeste do Estado do Rio Grande do Sul, região dos Campos de Cima da Serra, Serra Gaúcha. É considerada uma das regiões mais úmidas do Estado, apresentando pluviosidade superior a 2.000mm e temperatura média anual de aproximadamente 14,5° C. De acordo com a classificação de Köppen, o clima é do tipo “Cfb”, mesotérmico médio (LONGHI et al, 2008).

Na FLONA, segundo o Sistema Brasileiro de Classificação de Solos – SBCS, são encontrados os solos Cambissolo Húmico Alumínico, Chernossolo Argilúvico Férrico e Neossolo Litólico Eutrófico sendo a Floresta Ombrófila Mista a tipologia vegetal dominante (WATZLAWICK et al, 2013).

#### 3.2 FONTE DE DADOS, NÚMERO E AMPLITUDE DE CLASSES DIAMÉTRICA

Os dados utilizados para este estudo são provenientes de um plantio de araucária com 40 anos de idade, onde amostrou-se um total de 336 indivíduos. Para cada um dos indivíduos foi medida a circunferência à altura do peito (CAP) em centímetros e a altura total das árvores (h) em metros. A circunferência a altura do peito foi transformada em diâmetro a altura do peito para ser utilizado nas distribuições.

A análise da estrutura diamétrica foi realizada a partir de histograma de frequência, com intervalos de classes determinados a partir da fórmula de Spiegel (FELFILI e REZENDE, 2003). Deste modo os intervalos de classe são calculados por:

$$IC = \frac{A}{nc}$$

em que: A = amplitude dos dados observados;

nc = o número de classes;

O número de classes é calculado por:

$$nc = 1 + 3,3 \log (n).$$

sendo n = número de indivíduos.

Para esse estudo, adotou-se intervalos de classes regulares de 6 cm, sendo utilizadas 8 classes diamétricas.

### 3.3 FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS TESTADAS

As frequências de indivíduos foram estimadas em cada classe de diâmetro a partir das funções de densidade de probabilidade Gamma, Beta, Weibull de 2 e 3 parâmetros e Normal.

### 3.4 PROCESSAMENTO DE DADOS

Para análise das distribuições de densidade de probabilidade foi utilizado o Microsoft Excel2010®, , enquanto que para os cálculos dos parâmetros das funções foi utilizado o suplemento SOLVER.

A razão (D), ponto de maior divergência entre as distribuições, foi obtido através da aplicação da equação correspondente e, este então, comparado com o valor da tabela de Kolmogorov-Smirnov. Este teste foi utilizado para testar aderência das funções aos dados para o nível de 5% de significância.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA E PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO

A partir da análise dos indivíduos amostrados, foram obtidas as estatísticas descritivas dos dados. Foi constatado que os dados de diâmetros mensurados, variaram entre 14,3 cm e 61,7 cm, com  $S^2 = 61,8$  cm,  $S = 7,86$  cm e  $CV\% = 25,3$ . Para as distribuições os diâmetros foram agrupados em 8 classes, com 6 cm de amplitude entre as classes. Na Tabela 1 estão apresentadas as frequências observadas e relativas em cada classe diamétrica.

Tabela 1 - Distribuição de frequência dos dados observados

<b>Limite Inferior da classe</b>	<b>Limite Superior da classe</b>	<b>Centro de classe</b>	<b>Frequência Observada</b>	<b>Frequência relativa (%)</b>
14,3	20,3	17,3	30	8,9
20,3	26,3	23,3	65	19,4
26,3	32,3	29,3	94	28,0
32,3	38,3	35,3	92	27,3
38,3	44,3	41,3	41	12,2
43,3	50,3	46,3	8	2,4
49,3	56,3	52,3	5	1,5
56,3	62,3	58,3	1	0,3
		<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>336</b>	<b>100</b>

Na Tabela 2 estão apresentados os parâmetros das funções de distribuição utilizados para a resolução das suas respectivas funções.

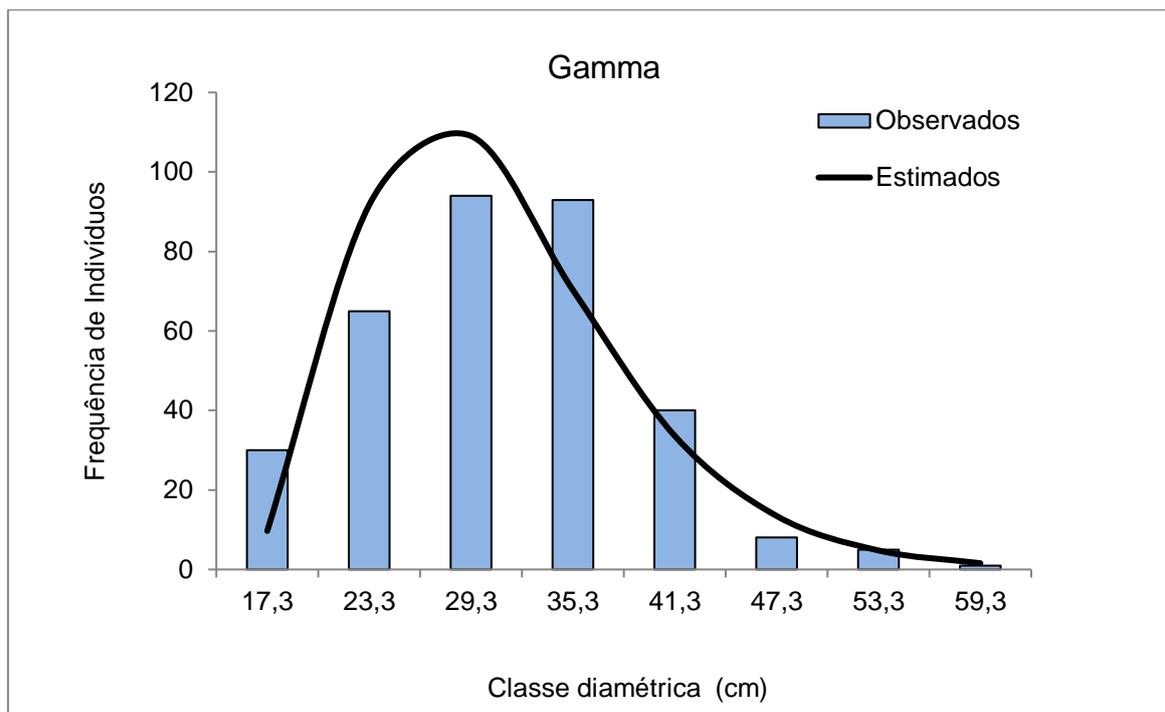
Tabela 2 - Parâmetros das funções utilizando o suplemento Solver do Excel

<b>Função de Distribuição</b>	<b>Parâmetros</b>	<b>Valor estimado</b>
<b>Gamma</b>	$\alpha$	4,50126
	$\beta$	3,70689
<b>Beta</b>	$\alpha$	2,57495
	$\beta$	4,74421
<b>Weibull 2p</b>	b	33,32655
	c	4,353366
<b>Weibull 3p</b>	a	-8,18998
	b	41,37582
	c	5,447267
<b>Normal</b>	$\mu$	31,0096
	$\sigma$	7,86461
	$\sigma^2$	61,85209

#### 4.2 FREQUÊNCIAS ESTIMADAS ATRAVÉS DAS FUNÇÕES DE DENSIDADE

As representações gráficas apresentadas nas Figuras 5 a 10 mostram, de acordo com o centro de classe diamétrica, a relação entre frequência observada e estimada pelas funções de distribuição. As colunas apresentadas no gráfico expressam as frequências observadas, e as linhas de tendências representam as frequências estimadas pelas funções de densidades de probabilidades analisadas.

Figura 5 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Gamma

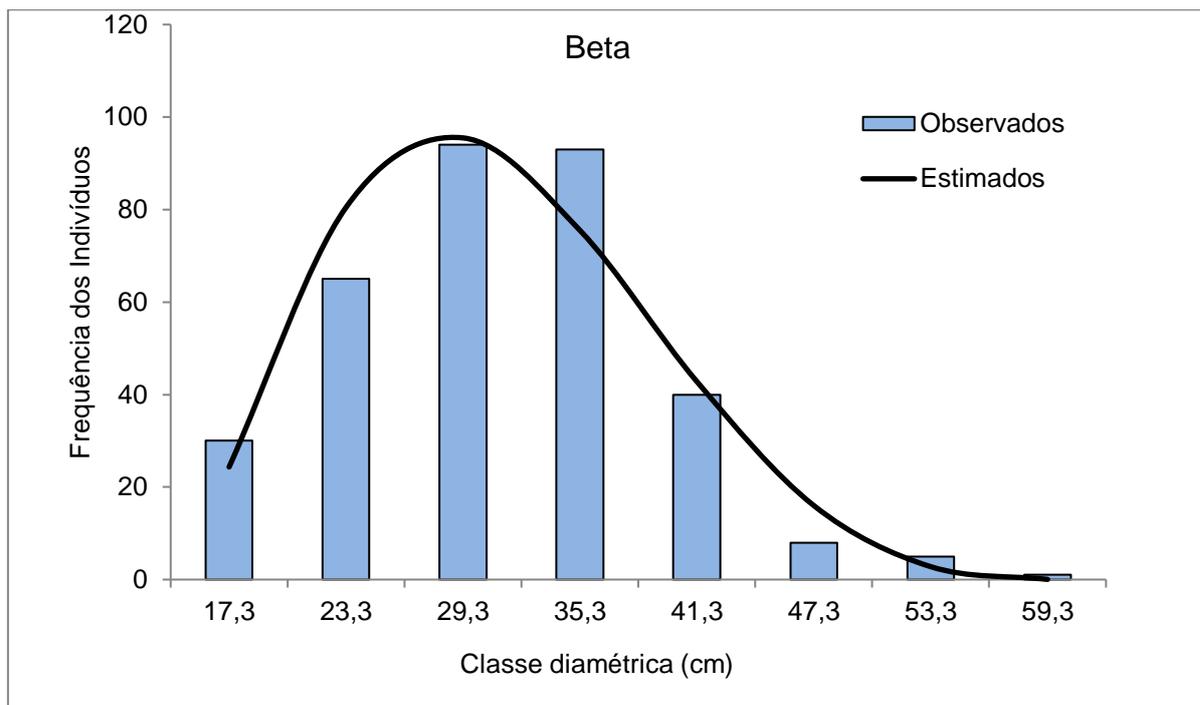


Com relação à Função Gamma, pode-se observar diferença entre as frequências observadas e as frequências estimadas, principalmente nas classes diamétricas de 23,3 cm, 29,3 cm e 47,3 cm em que a função superestimou os valores das frequências, sendo que nas classes diamétricas 17,3 cm, 35,3 cm e 41,3 cm, onde contatou-se que as frequências foram subestimadas.

Segundo Lima (2014), a baixa aderência pode estar relacionada ao método de estimativa dos parâmetros utilizados, na qual levam em consideração os diâmetros mínimos e máximos e suas respectivas variâncias e, desta forma, apresentando, curvas com pontos iniciais com diferentes tendências.

Segundo Abreu (2018), ao empregar funções de densidade de probabilidade na modelagem da distribuição diamétrica de clones de *Eucalyptus* spp, de diferentes idades, a função Gamma apresentou os piores resultados, pois não foi capaz de se ajustar adequadamente ao conjunto de dados, ficando com a última posição no ranking.

Figura 6 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Beta.

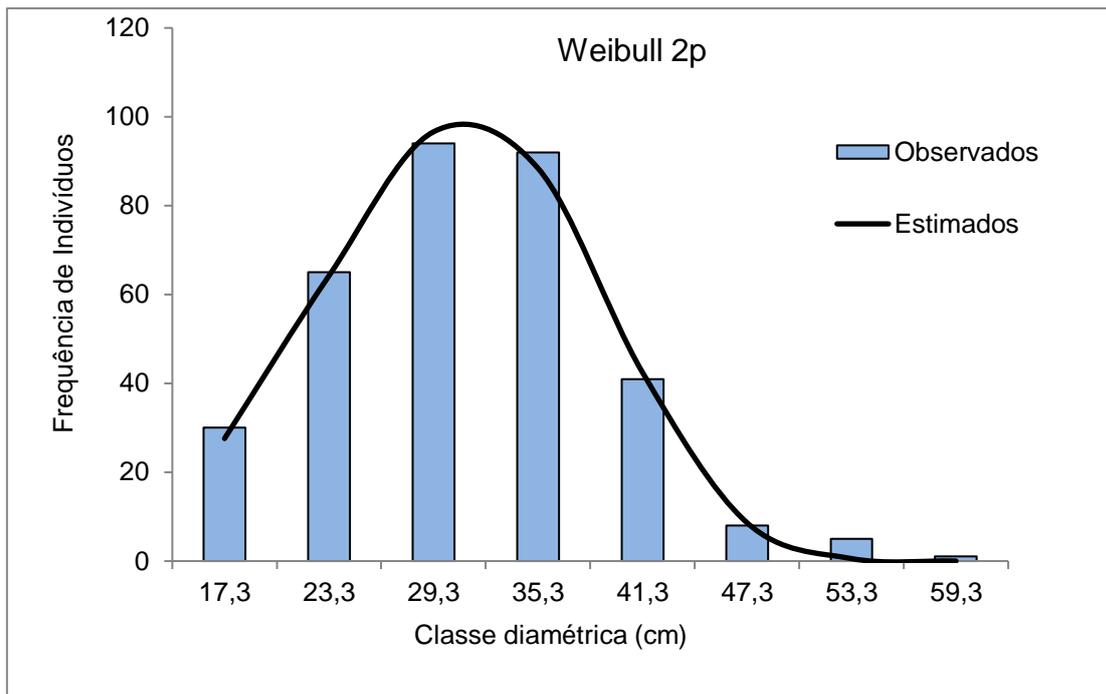


Na Função Beta observa-se uma superestimativa das frequências nas classes de 23,3 cm e 47,3 cm e uma subestimativa na classe 35,3 cm, porém nas demais classes foi observado um ajuste adequado.

Orellana et al. (2014), ao avaliarem a estrutura diamétrica da *Araucaria angustifolia* na Floresta Nacional de Irati, PR, obtiveram o melhor ajuste para a distribuição Beta. Em contrapartida, Machado et al. (2009) testaram as funções probabilísticas Normal, Log-normal, Gamma, Beta e Weibull para estudar o comportamento da distribuição diamétrica para florestas naturais de *Araucaria angustifolia* no Sul do Brasil, e concluíram que os melhores resultados foram obtidos com a adoção das funções Beta e Weibull.

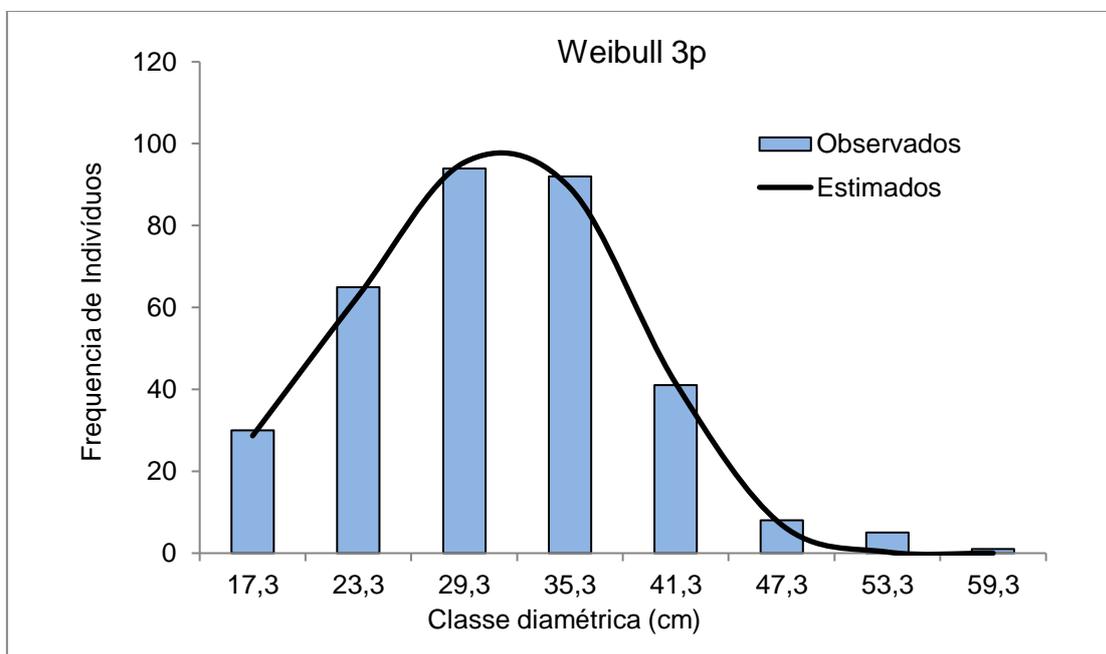
Campos e Turnbull (1981) afirmaram que a função Beta, embora tenha proporcionado ótimo ajuste em seus estudos de prognose da produção florestal na Floresta Nacional (FLONA) de Irati, no Paraná, utilizando 25 parcelas permanentes com área de 1 ha (100 m x 100 m) cada uma, apresenta desvantagem quando comparada com a função Weibull devido ao fato de a primeira não ser facilmente relacionada a certos atributos do povoamento.

Figura 7 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Weibull 2p



A Função Weibull 2p apresentou boa estimativa das frequências, não tendo diferença entre os indivíduos observados e estimados na maioria das classes, ocorrendo uma subestimação nas duas últimas classes.

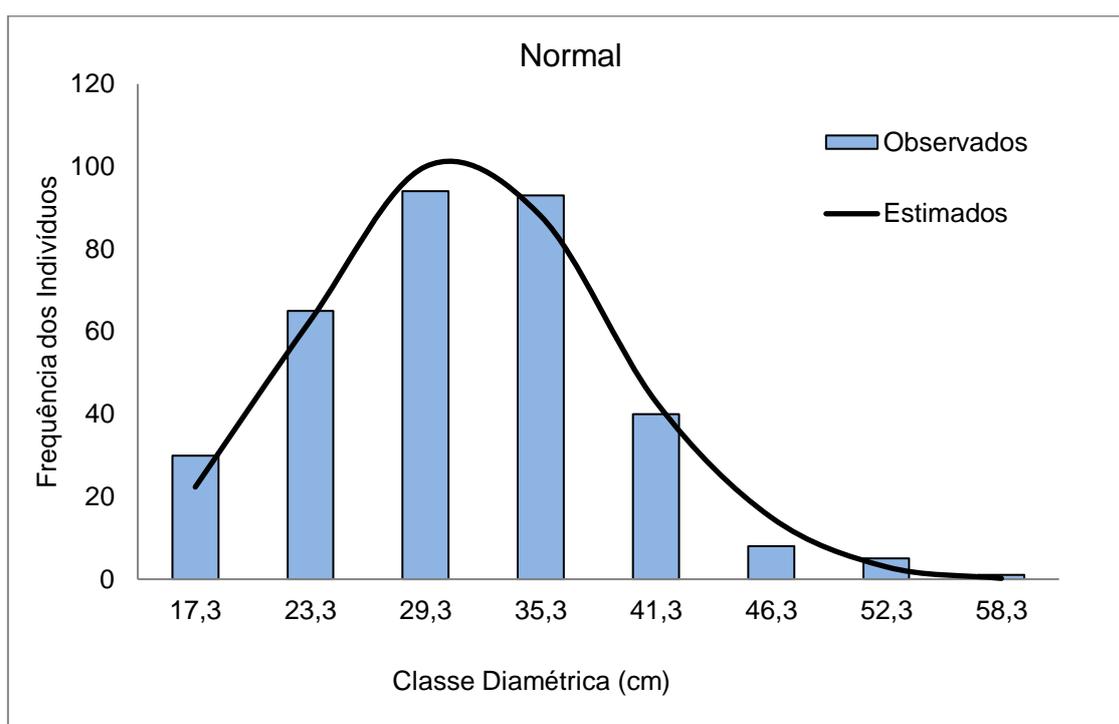
Figura 8 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Weibull 3p.



Da mesma forma que a função Weibull 2p, a função Weibull 3p apresentou boa estimativa dos dados, ficando estes bem próximos dos valores observados, exceto para as maiores classes onde ocorreu uma subestimativa.

Em estudo realizado em Moçambique, em três ecossistemas (Miombo, Mopane e Mercrusse), Bila et al. (2018) constataram que a função Weibull 3p foi aderente para os três ecossistemas avaliados, sendo os valores estimados mais próximos dos valores observados.

Figura 9 - Frequência observada e linha de tendência estimada pela função Normal



A Função Normal também apresentou boa estimativa das frequências comparadas com as observadas, apresentando pequenas superestimativas e subestimativas dos valores.

Em estudo realizado por Machado et al. (2009), em um fragmento de araucária localizado no campus da UFPR, concluíram que a distribuição Normal obteve um dos melhores resultados para estimar a frequência por classe de diâmetro nos diferentes intervalos de classe adotados. Já as distribuições Gamma e Weibull 2p demonstraram os piores resultados dentre as funções testadas para a estimativa da frequência por classe diamétrica.

#### 4.3 COMPARAÇÃO DE FREQUÊNCIAS ESTIMADAS

Na Tabela 3 estão apresentadas as frequências observadas e estimadas para cada centro de classe. As frequências estimadas pelas funções Gamma, Beta, Weibull 2p, Weibull 3p e Normal, respectivamente, apresentam seus somatórios ao final de cada coluna correspondente na tabela para serem comparados com o somatório das frequências observadas.

Tabela 3 – Valores de frequência observada e frequências estimadas pelas funções, para cada centro de classe, com seu respectivo somatório

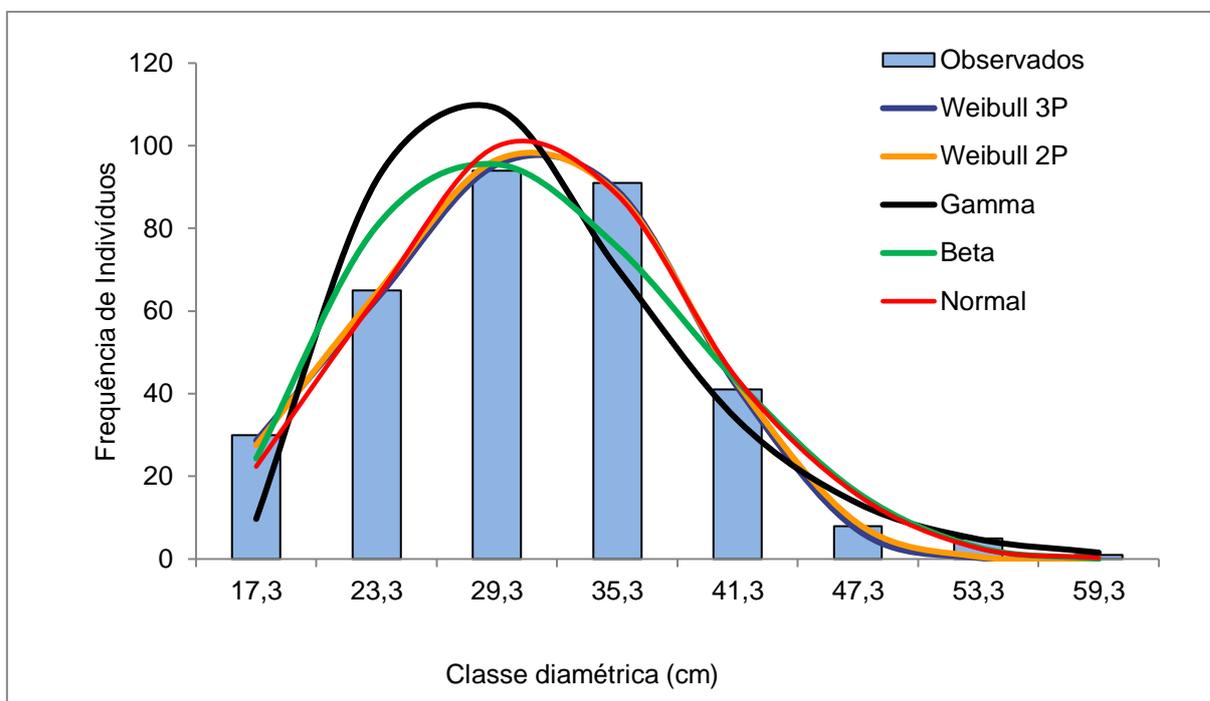
Centro de Classe	Frequência Observada	Frequências estimadas pelas funções				
		Gamma	Beta	Weibull 2p	Weibull 3p	Normal
17,3	30	10	24	27	29	22
23,3	65	92	80	65	63	63
29,3	94	109	95	98	95	100
35,3	93	70	76	89	89	88
41,3	40	34	43	42	41	43
47,3	8	13	16	11	7	15
53,3	5	5	3	1	0	3
59,9	1	2	0	0	0	0
<b>Σ</b>	<b>336</b>	<b>334</b>	<b>338</b>	<b>329</b>	<b>325</b>	<b>335</b>

Pode-se observar que as funções Gamma e Normal são as que mais se aproximam do somatório real das frequências observadas. Contudo, essas funções não apresentaram as frequências de forma correta nas classes diamétricas.

As funções Weibull 2p e 3p apresentaram resultados satisfatórios, com exceção para as duas últimas classes diamétricas. A função Beta foi a que mais superestimou a frequência acumulada com 338 indivíduos, apenas estimando bem na classe de 29,3 cm e 41,3 cm resultando, juntamente com a função Gamma e Normal nos piores resultados.

Na Figura 10 pode-se observar graficamente as frequências observadas representadas pelas colunas e as frequências estimadas representadas pelas linhas de tendência, facilitando a compreensão dos resultados.

Figura 10 - Frequência observada e linhas de tendências estimadas pelas funções avaliadas



#### 4.4 TESTE DE KOLOGOROV / SMIRNOV

Utilizando o teste de Kolmogorov-Smirnov foi verificada a aderência aos dados obtida por cada função, cujos resultados são apresentados na Tabela 4.

Na Tabela 4 é possível observar, que os valores de  $D_{cal}$  foram menores que os valores tabelados (5%), o que indica a aceitação da hipótese de que as frequências estimadas e observadas são similares estatisticamente.

Tabela 4 - Valores utilizados para teste de aderência, tabelados a 5% e valores calculados para cada função

<b>Função</b>	<b>Smirnov Tabelado 5%</b>	<b>Maior / Menor</b>	<b>Smirnov Calculado</b>	<b>Aderência à fórmula</b>
<b>Gamma</b>	0,074304738	>	0,063712811	Sim
<b>Beta</b>	0,074304738	>	0,033717281	Sim
<b>Weibull 2p</b>	0,074304738	>	0,022302801	Sim
<b>Weilbull 3p</b>	0,074304738	>	0,033105825	Sim
<b>Normal</b>	0,074304738	>	0,027891047	Sim

Porém pode-se observar que os valores de Dcal para a função Gamma apresentou valores próximos ao tabelado, o que é um indicativo da pior função. Já a função Weibull 2p apresentou o menor valor de D cal, indicando ser uma das melhores funções, seguida da Normal e da Weibull 3p, no entanto conforme cidade anteriormente não estima bem em algumas classes diamétricas.

## 5. CONCLUSÃO

Após as análises realizadas no presente trabalho concluiu-se:

Todas as funções testadas aderiram aos dados observados de acordo com o teste de aderência adotado.

As distribuições Weibull 2p, 3p foram as mais eficientes para estimar a frequência por classe de diâmetro no intervalo de classe de 6,0 cm, porém à medida que se aumenta as classes diamétricas ambas as funções subestimam as frequências.

As distribuições Gamma, Beta e Normal foram as que apresentaram os piores resultados.

## 6. REFERÊNCIAS

- ABREU, Y.K.L. **Emprego de funções de densidade de probabilidade na modelagem da distribuição diamétrica de clones de *Eucalyptus* spp. no polo gesseiro do Araripe**. Dissertação de pós graduação. Recife – Pernambuco. Janeiro de 2018. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/7241>
- ALVES JÚNIOR, F. T.; FERREIRA, R. L. C.; SILVA, J. A. A. da; MARANGON, L. C.; COSTA JÚNIOR, R. F. **Estrutura diamétrica de um fragmento de Floresta Atlântica em matriz de cana-de-açúcar, Catende, Pernambuco**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 13, n. 3, p. 328 - 333, 2009.
- BAILEY, R.; DELL, T. **Quantifying diameter distributions with the Weibull function**. Forest Science, v. 19, n. 2, p. 97-104, 1973.
- BATISTA, J. L. F. **A função Weibull como modelo para a distribuição de diâmetros de espécies arbóreas tropicais**. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, da Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1989.
- BILA, J. M. et al. **Distribuição diamétrica e principais espécies arbóreas presentes nos ecossistemas de Miombo, Mopane e Mecrusse em Moçambique**. Pesquisa Florestal Brasileira, esq. flor. bras., Colombo, v. 38, e201701523, p. 1-7, 2018
- CAMPOS, J. C. C.; TURNBULL, K. J. **Um sistema para estimar produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação de efeitos de desbaste**. Revista Árvore, v.5, n.1, p.1-16, 1981.
- DALLA LANA, M. et al. **Distribuição diamétrica de *Eschweilera ovata* em um fragmento de floresta ombrófila densa - IGARASSU, PE**. FLORESTA, Curitiba, PR, v. 43, n. 1, p. 59 - 68, jan./mar. 2013.
- FELFILI, J. M.; REZENDE, R. P. **Conceitos e métodos em fitossociologia**. Brasília: Departamento de Engenharia Florestal, Universidade de Brasília, 2003. 64p.
- GUIMARÃES, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: Embrapa Cerrados, 2002. 39 p.
- GUIMARÃES, P.R.B. **Estatística não paramétrica**. Universidade Federal do Paraná. 2014. Disponível em <[https://docs.ufpr.br/~prbg/public\\_html/ce050/aluno%202014%20np.pdf](https://docs.ufpr.br/~prbg/public_html/ce050/aluno%202014%20np.pdf)>
- HAHN, G. J.; SHAPIRO, S. S. **Statistical models in engineering**. New York: John Wiley & Sons, 1967. 355 p.
- IMANA-ENCINAS, J. et al. **Distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Atlântica no município de Santa Maria de Jetibá, ES**. Floresta, Curitiba, v. 43, n.

3, p. 385-394, jul./set. 2013. Disponível em:  
<https://revistas.ufpr.br/floresta/article/view/24894/21083>

LIMA, R.B. **Distribuição diamétrica e volumetria em vegetação de caatinga arbustiva-arbórea, floresta-pe**. Dissertação de mestrado. Pernambuco, 2014. Disponível em: <  
[http://www.ppgcf.ufrpe.br/sites/www.ppgcf.ufrpe.br/files/documentos/robson\\_borges\\_de\\_lima.pdf](http://www.ppgcf.ufrpe.br/sites/www.ppgcf.ufrpe.br/files/documentos/robson_borges_de_lima.pdf)>

LONGHI S.J. et al. **Fatores ecológicos determinantes na ocorrência de *Araucaria angustifolia* e *Podocarpus lambertii*, na Floresta Ombrófila Mista da FLONA de São Francisco de Paula, RS, Brasil**. Ciência Rural, Santa Maria, 2008.

MACHADO, M. et al. **Modelos de distribuição diamétrica para *Eucalyptus sp.* Na região Centro Sul do Paraná**. Anais do XIX EAIC – UNICENTRO, Guarapuava – PR, outubro de 2010.

MACHADO, S. A. et al. **Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR**. Pesquisa Florestal Brasileira, Colombo, n.56, p.5-16, jan./jun. 2008. Disponível em: <  
<https://pfb.cnpf.embrapa.br/pfb/index.php/pfb/article/view/58>>

MACHADO, S. A.; BARTOSZEK, A. C. P. S.; OLIVEIRA, E. B. **Estudo da estrutura diamétrica para a *Araucaria angustifolia* em florestas naturais na região sul do Brasil**. Revista Floresta, v. 26, n. 1-2, p. 59-70, 1998.

MACHADO, S. A. **DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. EM UM FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA**. Scientia Agraria, [S.I.], p. 103-110, mar. 2009. ISSN 1983-2443.

MERGANIC, J.; STERBA, H. **Characterisation of diameter distribution using the Weibull function: method of moments**. European Journal Forest Research, v. 125, p. 427–439, 2006

ORELLANA, E. et al. **Métodos de Ajuste e Procedimentos de Seleção de Funções Probabilísticas para Modelar a Distribuição Diamétrica em Floresta Nativa e Araucária**. Ciência Florestal, v. 27, n. 3, 2017.

ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PÉLLICO NETTO, S.; DIAS, A. N. **Modelagem da distribuição diamétrica de espécies florestais em um fragmento de Floresta Ombrófila Mista**. Árvore, Viçosa, v. 38, n. 2, p. 297-308, 2014.

POCINHO, M. T. S. **Estatística II: teoria e exercícios passo a passo**. 70p. 2010.

SCHAAF, L. B. et al. **Alteração na estrutura diamétrica de uma floresta ombrófila mista no período entre 1979 e 2000**. Revista Árvore, v. 30, n. 2, p. 283-295, 2006.

SCHMIDT, L. N. **Dinâmica da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto na região central de Minas Gerais**. Dissertação de mestrado. Curitiba, 2017. Disponível em: <

<https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/47859/R%20-%20D%20-%20LUCIANE%20NAIMEKE%20SCHMIDT.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: Modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 441p.

SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, A. **Estimativas e testes da distribuição de frequência diâométrica para *Eucalyptus camaldulensis*, através da distribuição Sb, por diferentes métodos de ajuste**. Scientia Forestalis, n. 54, p. 93-106, 1998.

SCOLFORO, J.R.S. **Manejo Florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997.

SOARES T.S.; MOTA J.H. **Araucária – O pinheiro brasileiro**. Revista Eletrônica de Engenharia Florestal, ISSN 1678-3867 – Ano II – Número 3 – Fevereiro de 2004.

SOONG, T. T. **Modelos probabilísticos em engenharia e ciências**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1986. 238p.

WATZLAWICK L.F. et al. **Florística, estrutura e distribuição espacial em fragmento de Floresta Ombrófila Mista em São Francisco de Paula (RS)**. *Ambiência - Revista do Setor de Ciências Agrárias e Ambientais* V. 9 N. 1 Jan./Abr Guarapuava (PR), 2013.

ZANETTE, F. et al. **Particularidades e biologia reprodutiva de *Araucaria angustifolia***. Embrapa Florestas - Capítulo em livro científico (ALICE), 2017. Disponível em: < <http://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/handle/doc/1071142>>