# MODELAGEM POR ESPAÇO DE ESTADOS DO CONVERSOR *BOOST* IDEAL OPERANDO EM *DCM*: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA

G. R. Hubner <sup>1</sup>, D. Franchi <sup>1</sup>, C. Rech <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Maria e-mail: guihubner95@gmail.com, diogofranchi@gmail.com, rech.cassiano@gmail.com

Resumo – Na modelagem de conversores de corrente contínua para corrente contínua – CC-CC, uma das técnicas amplamente difundidas é o modelo médio por espaço de estados – SS. Para os projetos destes conversores operando em modo de condução descontínua – DCM, o uso da técnica SS não é habitual devido ao maior nível de dificuldade atrelada ao seu desenvolvimento. Neste artigo, propõe-se uma abordagem com viés didático para a auxiliar na compreensão e no desenvolvimento do projeto desta técnica em conversores operando em DCM. Utiliza-se um conversor boost ideal operando em DCM para exemplificar a metodologia. Apresenta-se, ainda, o equacionamento detalhado para a obtenção deste modelo para pequenas perturbações na razão cíclica da chave e na fonte de tensão de entrada do conversor. Por fim, são discutidos os resultados de análise numérica.

Palavras-chaves: conversor boost, DCM, didática, espaço de estados, modelagem.

#### I. INTRODUÇÃO

Tratando-se de conversores de potência, há diversos modos de operação que podem ser implementados: modo de condução contínua — *CCM*, de fronteira, mista, *DCM* e outros. Os mais comuns na área acadêmica são os *CCM* e *DCM*. Em geral, para aplicações de baixa/média potência utiliza-se o *DCM* e para média/alta potência, o *CCM* [1]. Entretanto, há outras implicações, como o tamanho do indutor, o fator de potência, o projeto do controlador, entre outros.

A modelagem de um conversor de potência pode ser realizada por diferentes técnicas, sendo as mais usuais: o modelo médio por espaço de estado e o modelo médio da chave [2]. Em específico, considera-se o SS mais trabalhoso em relação à segunda técnica para os conversores operando em DCM.

Neste artigo, propõe-se uma abordagem detalhada e de viés didático com o intuito de contribuir no processo de ensino para a modelagem por SS de conversores CC-CC operando em DCM. Para isso, elaborou-se ilustrações e um passo-a-passo visando o aprendizado. Optou-se pelo conversor boost ideal como exemplificação, entretanto esta técnica não se limita somente a este conversor CC-CC.

#### II. CONVERSOR BOOST OPERANDO EM DCM

A metodologia para a modelagem dos conversores operando em *DCM* por espaço de estados requisita o cumprimento de dois passos principais. O primeiro passo consiste em obter o modelo médio por *SS* do conversor e o segundo na análise da corrente no indutor [3]. Além destes, um terceiro passo é o confronto entre o modelo e o circuito do conversor.

## A. Etapas de operação do conversor boost ideal em DCM

O conversor *boost* ideal, ilustrado na Fig. 1, em modo de condução descontínua apresenta três etapas de operação através da comutação da chave 'S' entre ligada e desligada. Utilizando  $I_L$  (corrente do indutor L) e  $V_C$  (tensão no capacitor C), onde  $V_C$  possui valor igual a  $V_O$  (tensão de saída), como variáveis de estado ( $x = [I_L \ V_C]^T$ ) e aplicando as leis de *Kirchhoff* das tensões e das correntes nas malhas do circuito obtêm-se as equações de espaço de estado para todas as etapas de operação.

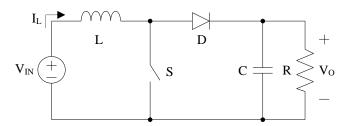


Fig. 1. Conversor boost ideal com carga resistiva

A primeira etapa de operação está ilustrada na Fig. 2, onde assume-se que a chave 'S' está conduzindo e, por consequência, o diodo 'D' está reversamente polarizado. O tempo de condução da chave é de  $d_1T_S$ , onde  $d_1$  é a razão cíclica e  $T_S$  o período de um ciclo completo. O comportamento do conversor na primeira etapa é descrito em espaço de estados por (1) e (2).

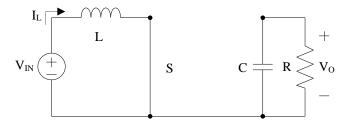


Fig. 2. Primeira etapa de operação do conversor boost

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \tag{1}$$

$$v_O = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} \tag{2}$$

Na segunda etapa, Fig. 3, assume-se que a chave 'S' está bloqueada e, por consequência, o diodo 'D' está diretamente polarizado. Portanto, o tempo de condução do diodo é  $d_2T_S$ . As Equações (2) e (3) descrevem esta etapa de operação.

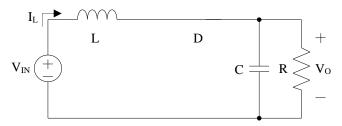


Fig. 3. Segunda etapa de operação do conversor boost

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{in}$$
 (3)

As etapas descritas até o momento também são válidas para o conversor *boost* operando em modo de condução contínua, onde a corrente do indutor não atinge zero em nenhum instante  $(i_L(t) > 0)$ . Na terceira etapa, Fig. 4, tem-se que a chave 'S' está bloqueada e que a corrente do indutor possui valor nulo  $(i_L(t) = 0)$ , caracterizando a operação descontínua. O tempo desta etapa é definido por  $d_3T_S$ , sendo  $d_3$  o complementar das demais razões cíclicas  $(d_3 = 1 - d_1 - d_2)$ . O comportamento desta última etapa é descrito por (2) e (4).



Fig. 4. Terceira etapa de operação do conversor boost

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \tag{4}$$

A Equação 5 representa a operação do sistema em um período de chaveamento, T<sub>S</sub>. Expandido (5) com os respectivos valores de cada componente, de (6) a (9), obtém-se o modelo médio em espaço de estados do conversor *boost* em (10).

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{5}$$

sendo:

$$x = \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$u = [v_{in}] \tag{7}$$

$$A = A_1 d_1 + A_2 d_2 + A_3 d_3 (8)$$

$$B = B_1 d_1 + B_2 d_2 + B_3 d_3 (9)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2}{L} \\ \frac{d_2}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1 + d_2}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}]$$
 (10)

### B. Análise da corrente no indutor

A partir da Fig. 5, que ilustra o comportamento característico da corrente do indutor do conversor *boost* operando em *DCM*, deduzem-se (11) e (12). A corrente média do indutor em um período, dada por (12), está representada na Fig. 6. A corrente média total do indutor também pode ser escrita pela soma das correntes médias proporcionais de cada etapa, conforme (13).

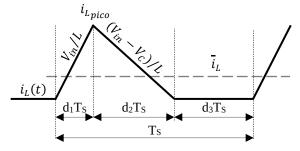


Fig. 5. Corrente no indutor do conversor boost em DCM

$$i_{L_{pico}} = \frac{v_{in}}{L} d_1 T_S \tag{11}$$

$$\overline{i}_L = \frac{i_{Lpico}}{2} (d_1 + d_2) \tag{12}$$

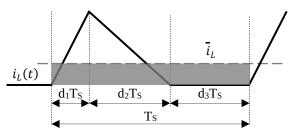


Fig. 6. Corrente média do indutor

$$\overline{i}_L = \overline{i}_L d_1 + \overline{i}_L d_2 + \overline{i}_L d_3 \tag{13}$$

Ao analisar a Fig. 6 nota-se que, corretamente, há uma parcela igual em amplitude da corrente média em todo o período  $T_S$ . Entretanto, verificou-se anteriormente que, na etapa  $d_3T_S$  o valor da corrente no indutor é completamente nulo e, portanto, esta parcela de período na Fig. 6 não é contemplada pelo modelo médio em espaço de estados. Segundo [3], este fato decorrente em conversores DCMs infringe a lei de conservação de energia.

Diante deste empasse é necessário adequar a equação de espaço de estados para que o valor da corrente média convirja ao valor real. Os autores [3,4] apresentam essa correção de um modo técnico, mas pouco didático. Na Fig. 7 ilustra-se o mesmo

esboço da Fig. 6 diferindo na corrente média, que anteriormente estava distribuída igualmente em todo o período  $T_S$  e agora passa a se concentrar nos instantes  $d_1T_S$  e  $d_2T_S$ . Ou seja, o valor  $d_3T_S$  é redistribuído, proporcionalmente, nos demais instantes.

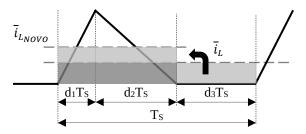


Figura 7 - Corrente média do indutor redistribuída

O novo valor da corrente média no intervalo  $d_1T_S$ , em (14), possui além do valor de  $d_1T_S$  de (13) o valor parcial de  $d_3T_S$ . Simplificando (14) obtém-se (15). De forma análoga, para o intervalo  $d_2T_S$ , em (16). Assim, (13) pode ser reescrito por (17), que ao ser expandida resulta em (18).

$$\overline{i}_L d_{1_{NOVO}} = \overline{i}_L d_1 + \overline{i}_L d_3 \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \tag{14}$$

$$\overline{i}_L d_{1_{NOVO}} = \overline{i}_L d_1 \left( \frac{1}{d_1 + d_2} \right) \tag{15}$$

$$\overline{i}_L d_{2_{NOVO}} = \overline{i}_L d_2 \left( \frac{1}{d_1 + d_2} \right) \tag{16}$$

$$\overline{i}_L = \left(\overline{i}_L d_{1NOVO} + \overline{i}_L d_{2NOVO} + 0 d_3\right) \tag{17}$$

$$\bar{i}_L = (\bar{i}_L d_1 + \bar{i}_L d_2 + 0 d_3) \left(\frac{1}{d_1 + d_2}\right)$$
 (18)

Com esta metodologia, a parcela de corrente média no tempo  $d_3T_S$  de (18) é a mesma de (10), ou seja, possui valor nulo. Além disso, a diferença entre (18) e (13) é o termo  $\frac{1}{d_1+d_2}$ . Portanto, para igualar o cálculo da corrente média de (13) com a média de espaço de estados, (10), multiplica-se (19) pela variável de estado do indutor (corrente), em (10), resultando em (20). A Equação (21) é a simplificação de (20).

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1 + d_2} & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2}{L} \\ \frac{d_2}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} [K] \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1 + d_2}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}]$$
 (20)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2}{L} \\ \frac{d_2}{C(d_1 + d_2)} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_L \\ \overline{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_1 + d_2}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in} \end{bmatrix}$$
(21)

Caso o conversor operando em DCM possua mais de um elemento indutor, a matriz de adequação da média de espaço de estados deve ter o termo  $\frac{1}{d_1+d_2}$  replicado na diagonal principal da matriz K segundo o número de indutores. Na diagonal ainda deverá haver o valor unitário para a quantidade de capacitores do conversor. Os demais termos da matriz possuem valor nulo. A Equação (22) ilustra o uso da matriz K para 'n' elementos indutores, seguidos por 'n' elementos capacitores.

$$K = diagonal \left[ \frac{1}{d_1 + d_2} \quad \dots \quad \frac{1}{d_1 + d_2} \quad 1 \quad \dots \quad 1 \right]$$
 (22)

Na Equação 21 há o termo  $d_2$ , que é definido com a substituição de (11) em (12) e, isolando o termo de interesse, obtém-se (23). O termo  $d_2$  normalmente é obtido pelo balanço de volts-segundo no indutor, entretanto, quando o conversor boost opera em DCM a dinâmica da corrente no indutor desaparece do modelo com o uso desta técnica. Isto significa que o modelo não representa corretamente a operação do conversor em toda a faixa de frequência [3]. Com a Equação (23), o correto carregamento médio do capacitor é obtido.

$$d_2 = \frac{2Li_L}{d_1 T_S v_{in}} - d_1 \tag{23}$$

Substituindo (23) em (21) e separando em duas equações distintas em função das derivadas de cada variável de estado obtém-se (24) e (25).

$$\frac{d\overline{i}_L}{dt} = \frac{2\overline{i}_L}{d_1 T_S} \left( 1 - \frac{\overline{v}_C}{v_{in}} \right) + \frac{d_1 \overline{v}_C}{L} \tag{24}$$

$$\frac{d\overline{v}_C}{dt} = \frac{\overline{i}_L}{C} - \frac{d_1^2 T_S v_{in}}{2LC} - \frac{\overline{v}_C}{RC}$$
 (25)

## C. Análise em corrente contínua

Os valores contínuos de tensão no capacitor e corrente no indutor podem ser obtidos igualando as variações em (24) e (25) a zero, ou seja, as derivadas das variáveis de estado. Como resultado, obtêm-se (26) e (27). O ganho em regime permanente está representado em (28), cujo pode ser obtido através de (27).

$$\bar{I}_{L} = \frac{d_{1}^{2} T_{S} \frac{\overline{V}_{C}}{\overline{V}_{in}}}{2L \left(\frac{\overline{V}_{C}}{\overline{V}_{in}} - 1\right)} = \frac{d_{1}^{2} T_{S} M}{2L(M - 1)}$$
(26)

$$\overline{V}_{C} = \frac{LV_{in} + V_{in}\sqrt[2]{L(2RT_{S}d_{1}^{2} + L)}}{2L}$$
 (27)

$$M = \frac{\overline{V}_C}{V_{in}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2RT_S d_1^2}{L} + 1}$$
 (28)

A matriz de espaço de estados em regime permanente está expressa em (29). A matriz de saída está representada em (30).

$$X = \left[\frac{\overline{I}_L}{\overline{V}_C}\right]; \ ou \ X = -A^{-1}BU \tag{29}$$

$$Y = CX + EU$$
; ou  $Y = (-CA^{-1}B + E)U$  (30)

### D. Modelo linear de pequenos sinais

O modelo obtido é válido para grandes sinais, mas não é linear. Como as técnicas clássicas de controle são validas somente para as plantas de primeira ordem (linear), aplica-se a técnica de perturbação e linearização para aproximar a planta de segunda ordem à uma de primeira. Com isso, o modelo será válido apenas para pequenos sinais/perturbações. Desta forma, as perturbações de pequenos sinais devem ocorrer próximas a um ponto de operação, conforme (31) a (34).

$$d_1(t) = D_1 + \hat{d}_1(t) \tag{31}$$

$$\langle v_{in}(t)\rangle_{T_S} = V_{in} + \hat{v}_{in}(t) \tag{32}$$

$$\langle v_C(t) \rangle_{T_S} = V_C + \hat{v}_C(t) \tag{33}$$

$$\langle i_L(t) \rangle_{T_S} = I_L + \hat{\iota}_L(t) \tag{34}$$

Neste trabalho, utiliza-se a técnica de linearização pela Série de Taylor em (24) e (25), após aplicar as perturbações, para expandir as equações em torno do ponto de operação. As subseções a seguir, '1' e '2', apresentam estes procedimentos para o modelo de pequenos sinais em espaço de estados de (35), representada na subseção '3'.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\imath}_L \\ \hat{\nu}_C \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \hat{\imath}_L \\ \hat{\nu}_C \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \hat{\nu}_{in} \\ \hat{d}_1 \end{bmatrix}$$
 (35)

#### Linearização da corrente no indutor

O processo de linearização da corrente do indutor, em (36), usando a Série de Taylor em torno de um ponto de operação  $(I_L, V_C, V_{in}, D_1)$  pode ser expandida para (37), onde foram desconsiderados os termos em corrente contínua e alternada acima da primeira ordem.

$$\langle i_L(t) \rangle_{T_S} = \frac{2\langle i_L(t) \rangle_{T_S}}{d_1(t) T_S} \left( 1 - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_S}}{\langle v_{in}(t) \rangle_{T_S}} \right) + \frac{d_1(t) \langle v_C(t) \rangle_{T_S}}{L}$$
$$= f_1 \left( \langle i_L(t) \rangle_{T_S}, \langle v_C(t) \rangle_{T_S}, \langle v_{in}(t) \rangle_{T_S}, d_1(t) \right) \quad (36)$$

$$\langle i_{L}(t) \rangle_{T_{S}} = \hat{\imath}_{L}(t) \frac{\partial f_{1}}{\partial i_{L}} \Big|_{i_{L}=I_{L}} + \hat{v}_{C}(t) \frac{\partial f_{1}}{\partial v_{C}} \Big|_{v_{C}=V_{C}}$$

$$+ \hat{v}_{in}(t) \frac{\partial f_{1}}{\partial v_{in}} \Big|_{v_{in}=V_{in}} + \hat{d}_{1}(t) \frac{\partial f_{1}}{\partial d_{1}} \Big|_{d_{1}=D_{1}}$$
(37)

sendo:

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_L} = \frac{2f_S}{D_1} (1 - M) \; ; \; \frac{\partial f_1}{\partial v_C} = \frac{-D_1}{L} \left( \frac{1}{M - 1} \right) \; ;$$
$$\frac{\partial f_1}{\partial v_C} = \frac{M^2}{L} D_1 \left( \frac{1}{M - 1} \right) \; ; \; \frac{\partial f_1}{\partial d_2} = \frac{2V_{in}M}{L}$$

## 2) Linearização da tensão no capacitor

A linearização da tensão do capacitor, (38) e (39), ocorre pelo mesmo processo da linearização da corrente do indutor.

$$\begin{split} \langle v_C(t) \rangle_{T_S} &= \frac{\langle i_L(t) \rangle_{T_S}}{C} - \frac{d_1(t)^2 T_S \langle v_{in}(t) \rangle_{T_S}}{2LC} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_S}}{RC} \\ &= f_2 \left( \langle i_L(t) \rangle_{T_S}, \langle v_C(t) \rangle_{T_S}, \langle v_{in}(t) \rangle_{T_S}, d_1(t) \right) \end{split} \tag{38}$$

$$\langle v_C(t) \rangle_{T_S} = \hat{\imath}_L(t) \frac{\partial f_2}{\partial i_L} \Big|_{i_L = I_L} + \hat{v}_C(t) \frac{\partial f_2}{\partial v_C} \Big|_{v_C = V_C} + \hat{v}_{in}(t) \frac{\partial f_2}{\partial v_{in}} \Big|_{v_{in} = V_{in}} + \hat{d}_1(t) \frac{\partial f_2}{\partial d_1} \Big|_{d_1 = D_1}$$
(39)

sendo:

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_L} = \frac{1}{C} \; ; \; \frac{\partial f_2}{\partial v_C} = \frac{-1}{RC} \; ; \; \frac{\partial f_2}{\partial v_{in}} = \frac{-{D_1}^2 T_S}{2LC} \; ; \; \frac{\partial f_2}{\partial d_1} = \frac{D_1 T_S V_{in}}{LC}$$

### 3) Modelo linear do conversor boost em DCM

Agrupando e reorganizando as equações obtidas na linearização da corrente do indutor e tensão do capacitor em uma única equação de espaço de estados, conforme (35), obtém-se (40). Esta equação, portanto, define o modelo linear do conversor *boost* operando em *DCM*.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{L} \\ \hat{v}_{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2(1-M)}{D_{1}T_{S}} & \frac{-D_{1}}{L(M-1)} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{L} \\ \hat{v}_{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_{1}M^{2}}{L(M-1)} & \frac{2MV_{in}}{L} \\ \frac{-D_{1}^{2}T_{S}}{2LC} & \frac{-D_{1}T_{S}V_{in}}{LC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{in} \\ \hat{d}_{1} \end{bmatrix}$$
(40)

# III. ANÁLISE NUMÉRICA

Os valores dos componentes do conversor para a sua simulação estão elencados na Tabela 1. A Equação (41) apresenta a função de transferência da corrente no indutor pela tensão de entrada e, em (42), a corrente no indutor pela razão cíclica da chave. Já em (43) apresenta-se a função de transferência da tensão no capacitor pela tensão de entrada e, em (44), a tensão no capacitor pela razão cíclica da chave.

TABELA 1 – PARÂMETROS DOS COMPONENTES DO CONVERSOR

Descrição	Simbologia	Especificação
Frequência de comutação	$(f_S)$	20 kHz
Tensão de entrada	$(V_{in})$	30 V
Capacitor	(C)	50 μF
Indutor	(L)	10 μΗ
Carga	(R)	10 Ω
Razão cíclica	(D <sub>1</sub> )	0,4

$$\frac{\hat{\iota}_L}{\hat{v}_{in}} = \frac{168100 (s + 3218,9)}{s^2 + 158200 s + 824600000}$$
(41)

$$\frac{\hat{t}_L}{\hat{d}_1} = \frac{15370000 (s + 4000)}{s^2 + 158200 s + 824600000} \tag{42}$$

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{v}_{in}} = \frac{-8000 (s + 264000)}{s^2 + 158200 s + 824600000}$$
(43)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{d}_1} = \frac{-1200000 (s + 100000)}{s^2 + 158200 s + 824600000} \tag{44}$$

Aplicou-se uma perturbação de 50% em relação ao valor inicial em todas as funções de transferência e verificou-se que o modelo e a planta convergem tanto em dinâmica, quanto em nível médio em regime permanente. A Fig. 8 ilustra a resposta da tensão no capacitor submetida à um degrau de 50% em  $V_{in}$ .

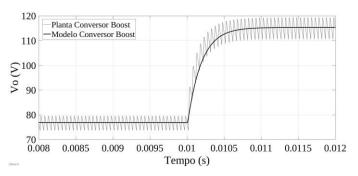


Fig. 8. Resposta da tensão de saída a um degrau de 50% na tensão de entrada

# A. Perturbação concomitante em V<sub>in</sub> e D<sub>1</sub>

A Fig. 9 ilustrada a resposta da tensão no capacitor para perturbações de 25% em  $V_{in}$  e  $D_1$  no mesmo instante. Observase que há um erro associado devido as simplificações realizadas na linearização, onde eliminou-se os termos de segunda ordem ou superiores. A representatividade do modelo é de, aproximadamente, 97% para a tensão no capacitor e de 92,4% para a corrente no indutor. Para perturbações concomitantes de 50%, a representatividade da resposta da tensão do capacitor decresce para, aproximadamente, 91% e 79% para a corrente no indutor. Com perturbações de apenas 10%, obteve-se, aproximadamente, 99% e 98%, respectivamente parar a tensão do capacitor e corrente no indutor.

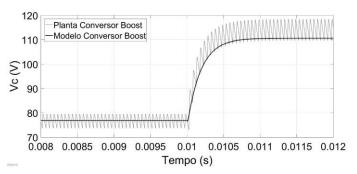


Fig. 9. Resposta da tensão no capacitor a um degrau de 25% na tensão de entrada e na razão cíclica

# B. Representação do modelo nos modos de operação

Verificou-se uma resposta adequada do conversor modelado em *DCM* ao operar em modo *DCM*. A fim de analisar o comportamento do modelo nas proximidades da região crítica (entre *DCM* e *CCM*) e em *CCM*, modificou-se os valores de indutância para 36,77 μH e 57 μH, respectivamente. A Fig. 10 ilustra o modelo na região crítica de operação e a validação do modelo nesta região através da resposta da tensão de saída.

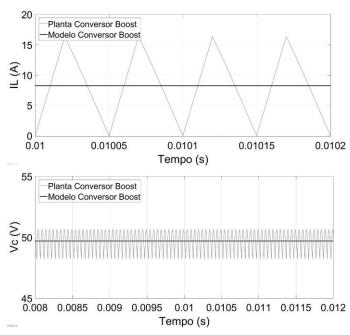


Fig. 10. Operação na região crítica (36,77 μH)

O modelo projetado para operar em *DCM* operando no modo de condução contínua está representado na Fig. 11, bem como a resposta de tensão de saída. Verifica-se uma enorme discrepância entre os valores do modelo e da planta. Esta diferença deve-se, principalmente, a mudanças de ganho estático ao passar de *DCM* para *CCM*. Além disso, ao incrementar o valor da indutância aumenta-se essa divergência.

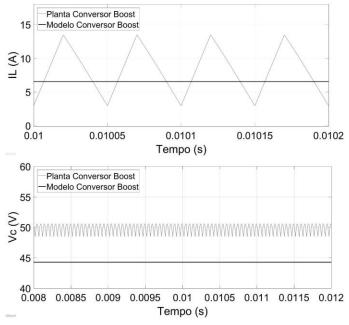


Fig. 11. Operação em CCM (57 µH)

### C. Ondulação na tensão de saída

A ondulação na tensão de saída do conversor depende essencialmente da dinâmica do capacitor. Assim, quanto maior a capacitância, menor é a oscilação e, vice-versa. O comportamento ondulatório da tensão de saída para 5  $\mu F, 50~\mu F$  e 500  $\mu F$  está representado na Fig. 12. Observa-se que, mesmo com elevadas ondulações ainda há convergência do modelo com a planta.

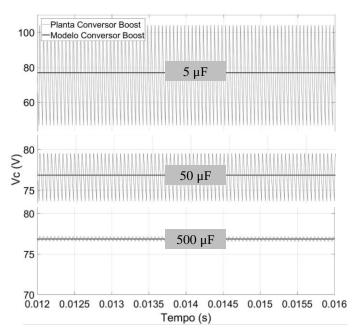


Figura 12 – Ondulações na tensão de saída para capacitâncias de 5  $\mu F$ , 50  $\mu F$  e 500  $\mu F$ 

#### CONCLUSÃO

Os modos de operação contínuo e descontínuo de conversores CC-CC são comumente modelados por duas ferramentas bastante difundidas: espaço de estados ou modelo médio da chave. Para conversores operando em DCM, a segunda técnica possui maior usabilidade em relação à primeira, pois considera-se complexa a modelagem por espaço de estados de conversores operando em DCM.

Neste artigo, desenvolveu-se os procedimentos para a modelagem de conversores *CC-CC* em *DCM* por espaço de estados com uma abordagem mais didática e detalhada, visando auxiliar na compreensão do tema e na elaboração de projetos com esta metodologia. Este trabalho destaca-se em relação a literatura pela abordagem desenvolvida, tanto em função da explanação sobre o uso da matriz de correção, K, quanto da linearização através da Série de Taylor.

Os resultados obtidos por análise numérica mostraram-se satisfatórios mesmo para grandes valores de perturbações intercaladas. Para as perturbações concomitantes na tensão de entrada e na razão cíclica da chave constataram-se que os erros estão associados ao aumento das amplitudes das perturbações. Os resultados de operação do conversor *boost* ideal, projetado em *DCM*, próximo à região crítica também se mostraram satisfatórios, entretanto para a operação em *CCM* não se obteve o mesmo resultado devido à mudança de ganho estático.

Os testes em que foram atribuídas capacitâncias maiores e menores ao caso base mostraram-se satisfatórios, de acordo com a aplicação. Constatou-se uma diminuição significativa na ondulação do sinal de saída com o aumento plausível da capacitância. Entretanto, nas três capacitâncias simuladas houve convergência aos valores médios.

#### **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem o apoio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e a Universidade Federal de Santa Maria. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001.

# REFERÊNCIAS

- [1] L. Wang, et al., "CCM-DCM average current control for both continuous and discontinuous conduction modes boost PFC converters". IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC), pp. 1-6, 2017.
- [2] J. Channegowda, et al., "Comparative evaluation of switching and average models of a DC-DC boost converter for real-time simulation". *IEEE CONECCT*, pp. 1-6, 2014.
- [3] J. Sun, et al., "Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode". *IEEE Transactions on Power Electronics*. Vol. 16, No. 4, pp. 482-492, 2001.
- [4] H. Abdelgawad e V. Sood, "Average model of boost converter, including parasitics, operating in discontinuous conduction mode (DCM)". *International Journal on Power Engineering and Energy (IJPEE)*. Vol. 7, No. 2, pp. 636-646, 2016.