

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Rodrigo Paz França**

**ANÁLISE DA ESTABILIDADE E CONTROLE DE  
CONVERSORES CC-CC CONECTADOS EM CASCATA**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2020**



Rodrigo Paz França

**ANÁLISE DA ESTABILIDADE E CONTROLE DE CONVERSORES  
CC-CC CONECTADOS EM CASCATA**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM-RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**.

**Orientador: Prof. Dr. José Renes Pinheiro**  
**Coorientador: Prof. Dr. Fabricio Hoff Dupont**

Santa Maria, RS, Brasil  
2020

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001

França, Rodrigo  
Análise da Estabilidade e Controle de Conversores CC  
CC Conectados em Cascata / Rodrigo França.- 2020.  
184 p.; 30 cm

Orientador: José Renes Pinheiro  
Coorientador: Fabricio Hoff Dupont  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa  
Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica, RS, 2020

1. Engenharia Elétrica I. Pinheiro, José Renes II.  
Hoff Dupont, Fabricio III. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

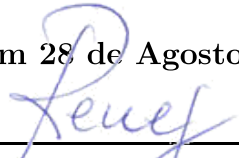
Declaro, RODRIGO FRANÇA, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Tese) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

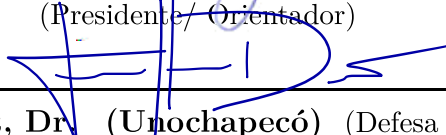
Rodrigo Paz França

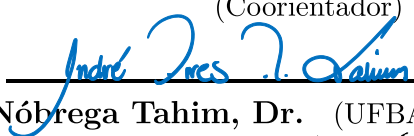
**ANÁLISE DA ESTABILIDADE E CONTROLE DE CONVERSORES  
CC-CC CONECTADOS EM CASCATA**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM-RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica.**

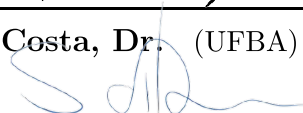
Aprovado em 28 de Agosto de 2020:

  
\_\_\_\_\_  
José Renes Pinheiro, Prof. Dr. (UFSM) (Defesa por Videoconferência)  
(Presidente/Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Fabricio Hoff Dupont, Dr. (Unochapecó) (Defesa por Videoconferência)  
(Coorientador)

  
\_\_\_\_\_  
André Pires Nóbrega Tahim, Dr. (UFBA) (Defesa por Videoconferência)

  
\_\_\_\_\_  
Fabiano Fragoso Costa, Dr. (UFBA) (Defesa por Videoconferência)

  
\_\_\_\_\_  
Aurélio Tergolina Salton, Dr. (PUCRS) (Defesa por Videoconferência)

  
\_\_\_\_\_  
Humberto Pinheiro, Ph.D. (UFSM) (Defesa por Videoconferência)

Santa Maria, RS, Brasil

2020



## AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Santa Maria e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica por me proporcionar um ensino de qualidade. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ pelo suporte financeiro durante o período de doutoramento. Ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC pela estrutura e recursos cedidos para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço imensamente ao professor José Renes Pinheiro pela ótima orientação durante o desenvolvimento deste trabalho, por sua amizade, confiança, dedicação e ensinamentos. Por ser exigente no desenvolvimento dos trabalhos, ajudando a aprimorar e desenvolver minhas habilidades acadêmicas. Por sempre estar disponível para conversarmos, pelas reuniões nos finais de semanas, pelos vinhos e pizzas.

Muito obrigado ao professor Fabricio Hoff Dupont que apesar de distante fisicamente sempre esteve presente, por sua amizade, pelos fins de semana no laboratório me ajudando com o experimental. Pela disponibilidade e paciência em sanar minhas dúvidas e passar seus ensinamentos. Por sua dedicação nas revisões dos trabalhos muitas vezes indicando pontos que me passaram despercebidos. Pelas boas conversas durante as pausas para o café.

Agradeço ao professor Rodrigo Varela Tambara pela amizade e ajuda no desenvolvimento deste trabalho. Por sua paciência e dedicação em me passar os seus conhecimentos e ótimas contribuições. Pelas aulas excelentes e didáticas ministradas na disciplina de controle adaptativo.

Aos meus pais Edgardo Jesus França Romitti e Miriam Raquel Paz França pelo eterno amor e dedicação, por sempre acreditar e me apoiar nas minhas escolhas. Ao meu irmão Maurício Paz França pela união, carinho, por sempre me auxiliar e ajudar no que precisei.

O mais especial dos obrigados à minha esposa Iana Lamadrid Aurélio pela amizade, confiança, por servir como base nos momentos mais difíceis, por me apoiar, dedicar o seu amor e tempo durante todos esses anos, por sempre acreditar em mim até quando eu mesmo não acreditava. Por ser minha companheira nas madrugadas e finais de semana necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao companheirismo em especial da Haru por sempre estar comigo no escritório de casa durante os dias e noites dedicados neste trabalho.

Obrigado aos meus sogros João Luiz Fernandes Aurélio e Helenara Lamadrid Aurélio pela amizade, conselhos e carinho durante todos esses anos.

À todos os amigos e colegas do GEPOC, principalmente, Ademir Toebe, Alexandre Trevisan, André Nicolini, André Pacheco, Bernardo Andres, Caio Osório, Carlos Antônio de Souza, Dimas Schuetz, Douglas Pedroso, Filipe Scalcon, Gleisson Balen, Henrique Figueira, Henrique Jank, Henrique Magnago, Jean de Paris, João Manoel Lenz, Junior Romani, Leandro Tomé Martins, Lucas Cielo, Mateus Tiburski, Pablo Costa, Rafael Scapini, Thiago Lazzari e Willian Venturini pela convivência, companheirismo, risadas, churrascos, chimarrão e ensinamentos que foram fundamentais durante os anos do doutorado.

Por fim, minha gratidão aos demais amigos e familiares que não foram individualmente citados, mas que igualmente colaboraram para o desenvolvimento deste trabalho e ao longo desta etapa da minha formação. Creio piamente não ser possível alcançar os nossos objetivos e ambições sozinho, sendo todos os supracitados ativamente responsáveis a sua maneira para que eu chegasse até aqui.



“A simplicidade é o último grau  
da sofisticação  
**Leonardo da Vinci**”



## RESUMO

# ANÁLISE DA ESTABILIDADE E CONTROLE DE CONVERSORES CC-CC CONECTADOS EM CASCATA

AUTOR: RODRIGO PAZ FRANÇA  
ORIENTADOR: JOSÉ RENES PINHEIRO  
COORIENTADOR: FABRICIO HOFF DUPONT

A necessidade de utilizar fontes de energia renováveis tem impulsionado o uso de sistemas de Geração Distribuída de energia. Esse tipo de sistema é formado por diversos estágios interconectados que podem ser constituídos por filtros, conversores, inversores, entre outros. Esses elementos são tipicamente projetados individualmente para garantir estabilidade e desempenho. Mas, as interações entre os estágios conectados podem levar o sistema como um todo a instabilidade, que é caracterizada fisicamente por oscilações que surgem nos barramentos de entrada e saída. Na literatura, a maioria dos trabalhos relacionam esse problema ao comportamento de Carga de Potência Constante de conversores operando em malha fechada. Além disso, até o presente momento é escasso o número de trabalhos que explicam detalhadamente a origem dessas oscilações. Desse modo, esta Tese apresenta uma metodologia para analisar a estabilidade de um sistema formado por conversores CC-CC conectados em cascata e identificar a origem das possíveis oscilações. Com a metodologia proposta descobriu-se que o problema de estabilidade está relacionado com incertezas presentes no modelo nominal que representa a planta. Então, apresenta-se uma maneira de identificar as incertezas através do Teorema do Elemento Extra e também por meio de uma análise de variações paramétricas. Uma vez que o problema de estabilidade está relacionado com a presença de incertezas no sistema, optou-se pela técnica de controle adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) como solução para tal adversidade. Mostrou-se que o controlador MRAC foi capaz de garantir a estabilidade do sistema e ainda fornecer um desempenho aceitável. Entretanto, com o objetivo de aprimorar a resposta dinâmica da planta foi proposto um controlador híbrido composto pela combinação das técnicas PID e MRAC, com o qual foi possível garantir a estabilidade, como também melhorar o desempenho transitório. Toda a teoria apresentada é validada com resultados de simulação e práticos perante a aplicação em um sistema constituído de um filtro de entrada LC conectado em cascata com um conversor Buck em malha fechada.

**Palavras-chave:** Sistemas de Geração Distribuída, estabilidade, controle adaptativo, controle híbrido, MRAC, incertezas.



**ABSTRACT**

**STABILITY ANALYSIS AND CONTROL OF  
DC-DC CONVERTERS CASCADED  
CONNECTED**

AUTHOR: RODRIGO PAZ FRANÇA  
ADVISOR: JOSÉ RENES PINHEIRO  
COADVISOR: FABRICIO HOFF DUPONT

The need to use renewable energy sources has driven the use of distributed energy generation systems. This type of system is formed by several interconnected stages that can consist of filters, converters, inverters, among others. These elements are typically individually designed to ensure stability and performance. However, the interactions between the connected stages can lead the whole system to instability, which is physically characterized by oscillations that arise in the input and output buses. In the literature, most studies relate this problem to the Constant Power Load behavior of converters operating in closed loop. In addition, the number of studies that explain in detail the origin of these oscillations is scarce. Thus, this Thesis presents a methodology to analyze the stability of a system formed by cascaded DC-DC converters and to identify the source of possible oscillations. With the proposed methodology it was discovered that the stability problem is related to uncertainties present in the nominal model that represents the plant. Then, a maner is presented to identify the uncertainties through the Extra Element Theorem (TEE) and also through an analysis of parametric variations. From the analyzes carried out, the Model Reference Adaptive Control (MRAC) was chosen to solve the stability problem, since such an approach has the capacity to deal with uncertainties. It was shown that the MRAC controller was able to guarantee system stability with acceptable performance. However, in order to improve the plant's response, a Hybrid controller was proposed, composed of the combination of PID and MRAC techniques, with which it was possible to guarantee stability as well as improve performance. The whole theory presented is validated with simulation and practical results when applied in a system consisting of an LC input filter connected in cascade with a closed loop Buck converter.

**Keywords:** Distributed generation systems, stability, adaptative control, hybrid control, MRAC, uncertainties



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplo de instabilidades em sistemas formados por vários módulos conectados em cascata. ....	28
Figura 1.2 – Diagrama de um sistema de Geração Distribuída. ....	32
Figura 1.3 – Característica V-I dos diferentes tipos de carga: (a)CPL; (b) CIL; (c) CCL.....	33
Figura 1.4 – Modelos de um CPL: (a) Modelo de grandes sinais; (b) Modelo de pequenos sinais. ....	34
Figura 1.5 – Circuito equivalente do filtro $LC$ em cascata com a CPL. ....	35
Figura 1.6 – Exemplo de um sistema utilizado para conectar fontes renováveis a rede elétrica. ....	37
Figura 1.7 – Combinação entre um filtro $LC$ e um conversor Buck. ....	38
Figura 1.8 – Circuitos equivalentes do modelo de pequenos sinais: (a) Conversor Buck; (b) Conversor Buck conectado ao filtro $LC$ . ....	39
Figura 1.9 – conexão em cascata de dois sistemas estáveis. ....	41
Figura 1.10 – Conexão de um filtro de entrada em um conversor operando em malha fechada. ....	41
Figura 1.11 – Restrição da estabilidade definida por Middlebrook. ....	43
Figura 1.12 – Determinação da $G_{vd}(s)$ por meio do EET. ....	43
Figura 1.13 – Região proibida do GMPM para garantir a estabilidade. ....	46
Figura 1.14 – Sistema fonte alimentando $n$ cargas. ....	47
Figura 1.15 – Diagrama de Nyquist representando a região proibida do TOAC. ...	48
Figura 1.16 – Diferentes agrupamentos considerados para análise da estabilidade: (a) Grupo 1; (b) Grupo 2. ....	49
Figura 1.17 – Critério ESAC: (a) Construção da restrição para admitância; (b) Restrição para admitância da carga para uma frequência $f_a$ . ....	50
Figura 1.18 – Características da impedâncias ....	52
Figura 1.19 – Explicação do PBSC: (a) Uma típica GD CC com $n + m$ conversores; (b) Sistema equivalente com o subsistema carga e subsistema fonte interagindo; (c) Sistema de uma entrada equivalente. ....	53
Figura 1.20 – Métodos de estabilização passiva para o: (a) sistema em cascata; (b) circuito de amortecimento $RC$ paralelo; (c) circuito de amortecimento $RL$ paralelo; (d) circuito de amortecimento $RL$ serie. ....	57
Figura 1.21 – Estabilização do sistema por meio da adição de um capacitor no barramento. ....	58
Figura 1.22 – Estabilização do sistema por meio do método AACC.....	58
Figura 1.23 – Métodos de estabilização ativa aplicado no Estágio Fonte: (a) na corrente $i_L$ ; (b) na corrente de saída; (c) na tensão de saída. ....	60
Figura 1.24 – Método de estabilização VRLC: (a)Estrutura; (b) diagrama de blocos. ....	61
Figura 1.25 – Diagrama de blocos da estratégia de estabilização NIRC.....	62
Figura 1.26 – Diagrama de blocos da estratégia de estabilização DI. ....	62
Figura 1.27 – Métodos de estabilização ativa: (a) PVI; (b) SVI. ....	63
Figura 1.28 – Estratégia de controle SSVI. ....	64
Figura 1.29 – Diagrama de blocos da implementação do PFFC.....	64
Figura 1.30 – Estratégia de estabilização de reprojeto. ....	65
Figura 2.1 – Sistema de conversores em cascata estudado. ....	67
Figura 2.2 – Circuitos utilizados para determinar a $Z_{o,F}(s)$ : (a) circuito equivalente de Thevenin; (b) circuito para determinar a $Z_{eq}$ . ....	69

Figura 2.3 – Etapas de Funcionamento do Conversor Buck: (a) Primeira etapa; (b) Segunda etapa. ....	70
Figura 2.4 – Modelo do EC baseado em suas funções de transferência. ....	75
Figura 2.5 – Simulação utilizada para validar o modelo do Estágio Carga (conversor Buck). ....	76
Figura 2.6 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbio na tensão de entrada $v_{bus}(t)$ : (a) $v_o(t)$ ; (b) $i_{bus}(t)$ e (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	77
Figura 2.7 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbios na razão cíclica $d$ : (a) $v_o(t)$ , (b) $i_{bus}(t)$ e (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	78
Figura 2.8 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbio em $i_{Load}(t)$ : (a) $v_o(t)$ ; (b) $i_{bus}(t)$ e (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	79
Figura 2.9 – Diagrama de Bode da FT $G_{vd,B}(s)$ para variações paramétricas: (a) variações em $R_L$ ; (b) variações em $V_{bus}$ . ....	80
Figura 2.10 – Modelo do conversor carga baseado em suas funções de transferência, com compensador na tensão de saída $v_o(t)$ . ....	81
Figura 2.11 – Diagrama de blocos resultante da aplicação da definição de $Z_{o,C,CL}(s)$ na Figura 2.10. ....	82
Figura 2.12 – Diagrama de blocos resultante da aplicação da definição de $Z_{in,C,MF}(s)$ na Figura 2.10. ....	83
Figura 2.13 – Etapas de Funcionamento do sistema completo: (a) primeira etapa; (b) segunda etapa. ....	84
Figura 2.14 – Simulação utilizada para validar o modelo do sistema acoplado (filtro $LC$ em série com o conversor Buck). ....	91
Figura 2.15 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na razão cíclica $d(t)$ : (a) $v_o(t)$ ; (b) $i_{in}(t)$ ; (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	92
Figura 2.16 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na tensão de entrada $v_{in}(t)$ : (a) $v_o(t)$ ; (b) $i_{in}(t)$ ; (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	93
Figura 2.17 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na corrente da carga $i_{Load}(t)$ : (a) $v_o(t)$ ; (b) $i_{in}(t)$ ; (c) $i_{Lb}(t)$ . ....	94
Figura 2.18 – Análise da estabilidade: (a) diagrama de Bode de $Z_{o,F}(s)$ e $Z_{in,C,MF}(s)$ ; (b) Diagrama de Nyquist do ganho do laço menor $T_{MLG}(s)$ . ....	95
Figura 2.19 – Diagrama de Nyquist do ganho do laço menor ( $T_{MLG}(s)$ ). ....	96
Figura 2.20 – Comparação entre os diagramas de Bode de: (a) $G_{vd,FB,MF}$ e $G_{vd,C,MF}$ ; (b) $G_{vg,FB,MF}$ e $G_{vg,C,MF}$ ; (c) $Z_{o,FB,MF}$ e $Z_{o,C,MF}$ . ....	97
Figura 2.21 – Diagrama de polos e zeros de: (a) $G_{vd,FB,MF}$ e $G_{vd,C,MF}$ ; (b) zoom. ....	98
Figura 2.22 – Diagrama de polos e zeros de: (a) $G_{vg,FB,MF}$ e $G_{vg,C,MF}$ ; (b) zoom. ....	98
Figura 2.23 – Diagrama de polos e zeros de: (a) $Z_{o,FB,MF}$ e $Z_{o,C,MF}$ ; (b) zoom. ..	99
Figura 2.24 – Análise gráfica de como a variação dos parâmetros $C_F$ , $L_F$ , $r_{CF}$ e $r_{LF}$ afetam: (a) $Q_F$ ; (b) $\zeta_F$ ; (c) $w_{0,F}$ . ....	102
Figura 2.25 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de: (a) $C_F$ ; (b) $L_F$ . ....	103
Figura 2.26 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de: (a) $r_{CF}$ ; (b) $r_{LF}$ . ....	103
Figura 2.27 – Análise gráfica de como a variação dos parâmetros $R_L$ , $C_B$ , $L_B$ afetam: (a) $Q_L$ ; (b) $\zeta_L$ ; (c) $w_{0,L}$ . ....	104
Figura 2.28 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de $R_L$ : (a) $Z_{in,C}(s)$ ; (b) $Z_{in,C,MF}(s)$ . ....	105
Figura 2.29 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de $C_B$ : (a) $Z_{in,C}(s)$ ; (b) $Z_{in,C,MF}(s)$ ; ....	106
Figura 2.30 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de $L_B$ : (a) $Z_{in,C}(s)$ ; (b) $Z_{in,C,MF}(s)$ em malha fechada. ...	107



Figura 2.31 – Análise das dinâmicas oriundas do acoplamento: (a) mapa de polos e zeros de $G_{vd,C}(s)$ (preto), $G_{vd,\Delta}(s)$ (vermelho) e $\Delta_{vd}(s)$ (azul); (b) Diagrama de Bode de $G_{vd,C}(s)$ , $G_{vd,\Delta}(s)$ e $\Delta_{vd}(s)$ . . . . .	109
Figura 2.32 – Mapa de polos e zeros da: (a) $G_{vd,\Delta,MF}(s)$ (preto), $G_{vd,\Delta,MF,50\%}(s)$ (azul) e $G_{vd,\Delta,MF,150\%}(s)$ (vermelho); (b) zoom. . . . .	110
Figura 2.33 – Diagrama utilizado para simular o EC em malha fechada e obter os resultados apresentados. . . . .	111
Figura 2.34 – Diagrama utilizado para simular o sistema acoplado com o EC em malha fechada e obter os resultados apresentados. . . . .	111
Figura 2.35 – Protótipo desenvolvido. . . . .	112
Figura 2.36 – Resultados obtidos para o EC operando em malha fechada com $G_C$ , frente a variações na carga $R_L$ . . . . .	112
Figura 2.37 – Resultados obtidos para o EC operando em malha fechada com $G_C$ , frente a distúrbios na tensão de entrada de $\pm 10\%$ . . . . .	112
Figura 2.38 – Resultados obtidos de $v_o(t)$ para o sistema em cascata com o EC operando em malha fechada, frente a distúrbios de carga. . . . .	113
Figura 2.39 – Resultados obtidos de $v_{bus}(t)$ para o sistema em cascata com o EC operando em malha fechada, frente a distúrbios de carga. . . . .	113
Figura 2.40 – Comparação da tensão de saída e da ação de controle: (a) $v_o(t)$ ; (b) $u(t)$ . . . . .	114
Figura 2.41 – Resultados obtidos para o conversor Buck em malha fechada frente a variações do tipo degrau na carga de $\pm 50\%$ . . . . .	115
Figura 2.42 – Resultados obtidos para $v_o(t)$ e $v_{bus}(t)$ do sistema acoplado: (a) sistema operando com a carga nominal; (b) frente a uma variação na carga $-50\%$ . . . . .	116
Figura 2.43 – Transformada rápida de Fourier dos resultados obtidos na Figura 2.43(a): (a) $v_{bus}(t)$ ; (b) $v_o(t)$ . . . . .	116
Figura 3.1 – Diagrama de blocos de um problema de controle robusto. . . . .	120
Figura 3.2 – Estrutura do controlador MRAC utilizado. . . . .	121
Figura 3.3 – Diagrama de blocos do modelo com incertezas não estruturadas. . . . .	126
Figura 3.4 – Diagrama de Bode de $G_p(s)$ e $(1 + \mu\Delta_m(s))$ . . . . .	127
Figura 3.5 – Diagrama de Bode de $G_{vd,B}(s)$ , $G(s)$ e $G_{vd,\Delta}(s)$ . . . . .	129
Figura 3.6 – Diagrama de Bode de $G_{vd,B}(s)$ , $G(s)$ e $G_{vd,\Delta}(s)$ , para $r_{Lf} = 0$ e $r_{Cf} = 0$ . . . . .	130
Figura 3.7 – Diagrama de Bode de $G_{vd,B}(s)$ , $G(s)$ e $G_{vd,\Delta}(s)$ , para $L_f = 0$ . . . . .	131
Figura 3.8 – Diagrama do controlador híbrido MRAC+PID. . . . .	132
Figura 3.9 – Diagrama de blocos da implementação do controle MRAC no <i>software</i> MATLAB/SIMULINK. . . . .	142
Figura 3.10 – Diagrama de blocos da implementação do controle híbrido no <i>software</i> MATLAB/SIMULINK. . . . .	143
Figura 3.11 – Resultados obtidos para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC, frente a distúrbios na carga. . . . .	144
Figura 3.12 – Erro aumentado $e_1$ para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC. . . . .	144
Figura 3.13 – Ganhos $\theta$ para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC. . . . .	144
Figura 3.14 – Resultados obtidos para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC, frente a distúrbios na tensão de entrada de $10\%$ . . . . .	145
Figura 3.15 – Resultados obtidos para $v_o(t)$ do sistema acoplado com o controlador MRAC, frente a uma variação na carga de $50\%$ e $150\%$ . . . . .	145

Figura 3.16 – Resultados obtidos para $v_{bus}(t)$ do sistema acoplado com o controlador MRAC, frente a uma variação na carga de 50% e 150%. . . . .	145
Figura 3.17 – Erro aumentado $e_1$ do sistema acoplado com o controlador MRAC..	146
Figura 3.18 – Ganhos $\theta$ do sistema acoplado com o controlador MRAC. . . . .	146
Figura 3.19 – Resultados obtidos para $v_o(t)$ do conversor Buck com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga de 50% e 150%, com $\delta_M = 0,8$ e $\delta_P = 0,2$ . . . . .	146
Figura 3.20 – Erro aumentado $e_1$ do conversor Buck com o controlador híbrido. . .	147
Figura 3.21 – Ganhos $\theta$ do conversor Buck com o controlador híbrido. . . . .	147
Figura 3.22 – Resultados obtidos para $v_o(t)$ do conversor Buck com o controlador híbrido, frente a uma variação na tensão de entrada de 50%, com $\delta_M = 0,8$ e $\delta_P = 0,2$ . . . . .	147
Figura 3.23 – Resultados obtidos para $v_o(t)$ do sistema acoplado com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga, com $\delta_M = 0.8$ e $\delta_P = 0.2$ . . .	148
Figura 3.24 – Resultados obtidos para $v_{bus}(t)$ do sistema acoplado com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga, com $\delta_M = 0.8$ e $\delta_P = 0.2$ . . .	148
Figura 3.25 – Erro aumentado $e_1$ do sistema acoplado com o controlador híbrido. . .	148
Figura 3.26 – Ganhos $\theta$ do sistema acoplado com o controlador híbrido. . . . .	149
Figura 3.27 – Resultados experimentais obtidos para o conversor Buck operando com o controlador MRAC, o sinal roxo representa $v_o(t)$ e o sinal azul a entrada do distúrbio. . . . .	150
Figura 3.28 – Resultados experimentais obtidos para o conversor Buck operando com o controlador híbrido, o sinal roxo representa $v_o(t)$ e o sinal azul a entrada do distúrbio. . . . .	150
Figura 3.29 – Resultados experimentais obtidos para o sistema em cascata com o controlador MRAC, o sinal roxo representa $v_o(t)$ e o sinal azul $v_{bus}(t)$ . . .	151
Figura 3.30 – Resultados experimentais obtidos para o sistema em cascata com o controlador híbrido, o sinal roxo representa $v_o(t)$ e o sinal azul $v_{bus}(t)$ . . .	152
Figura 3.31 – Erro quadrático da tensão de saída do conversor Buck operando individualmente com os controladores, PID, MRAC e híbrido. . . . .	153
Figura 3.32 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido. . . . .	153
Figura 3.33 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido para um degrau na carga de 50%. . . . .	155
Figura 3.34 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido para um degrau na carga de 50%. . . . .	155
Figura A.1 – Representação do modelo com incerteza não estruturada. . . . .	171
Figura A.2 – Diagrama de Bode da incerteza $\tilde{W}_2(s)$ e o limite superior $W_2(s)$ perante a variações nos parâmetros do sistema; (a) $R_L$ ; (b) $C_F$ ; (c) $L_F$ . . . . .	173
Figura A.3 – Diagrama de Bode do limite superior $W_2(s)$ e da função de ponderação $\mathcal{T}^{-1}(s)$ . . . . .	175
Figura B.1 – Modelo do conversor carga baseado em FTs, com compensador na tensão de saída $v_o(t)$ e com a técnica de estabilização $G_{PVI}(s)$ . . . . .	178
Figura B.2 – Modelo do sistema acoplado em malha fechada e com o método de estabilização <i>feedforward</i> . . . . .	179
Figura B.3 – Comparação entre o diagrama de Bode do sistema acoplado em malha fechada com o método <i>feedforward</i> $G_{vd,\Delta,FF}(s)$ e sem $G_{vd,C,MF}(s)$ . . .	180
Figura B.4 – Resultados obtidos para o sistema acoplado, quando o EC utiliza a técnica de impedância virtual $G_{PVI}(s)$ . . . . .	181

Figura B.5	– Resultados obtidos para o sistema acoplando frente a variações na carga, quando o EC utiliza a técnica de impedância virtual $G_{PVI}(s)$ .	181
Figura B.6	– Resultado obtido para o sistema acoplado em malha fechada com o método de estabilização; (a) $v_o(t)$ ; (b) $v_{bus}(t)$ ; (c) FFT de $v_o(t)$ . ....	182
Figura B.7	– Resultado obtido para o sistema acoplado em malha fechada com o método de estabilização; (a) $v_o(t)$ ; (b) $v_{bus}(t)$ ; (c) FFT de $v_o(t)$ . ....	183



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	–	Parâmetros utilizados no sistema em cascata. ....	68
Tabela 2.2	–	Valores utilizados no estudo de variação paramétrica. ....	101
Tabela 3.1	–	Erro médio quadrático da tensão de saída $v_o(t)$ . ....	154
Tabela 3.2	–	Erro médio quadrático da tensão de saída $v_o(t)$ dos dados experimentais. ....	155



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IEA	<i>International Energy Agency</i>
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
GD	Geração Distribuída
GC	Geração Central
CPL	<i>Constant Power Loads</i>
CC	Corrente Contínua
EF	Estágio Fonte
EC	Estágio Carga
SPE	Semiplano Esquerdo
PBSC	<i>Passivity-Based Stability Criterion</i>
CIL	<i>Constant Impedance Load</i>
CCL	<i>Constant Current Load</i>
FT	Função de Transferência
SPD	Semiplano Direito
TEE	Teorema do Elemento Extra
GMPM	<i>Gain Margin and Phase Margin Criterion</i>
TOAC	<i>The Opposing Argument Criterion</i>
ESAC	<i>Energy Source Analysis Consortium</i>
RESC	<i>Root Exponential Stability Criterion</i>
T-SIC	<i>Three-Step Impedance Criterion</i>
LIT	Linear Invariante no Tempo
ROA	<i>Region of Attraction</i>
VRLC	<i>Virtual RLC</i>
NIRC	<i>Negative Input-resistance compensator</i>
PVI	<i>parallel virtual impedance</i>
SVI	<i>series virtual impedance</i>
SSVI	<i>source side virtual impedance</i>
PFFC	<i>Positive Feedforward Control</i>





## LISTA DE APÊNDICES

Apêndice A – Análise da Estabilidade Robusta .....	171
Apêndice B – Técnicas de Estabilização .....	177



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	27
1.1 REVISÃO DA LITERATURA .....	32
<b>1.1.1 Definição do Problema de Estabilidade em Sistemas de Conversores Interconectados</b> .....	32
1.1.1.1 <i>Comportamento das Cargas</i> .....	33
1.1.1.2 <i>Incertezas Estruturadas e Não Estruturadas</i> .....	36
<b>1.1.2 Análise da Estabilidade de Sistemas Interconectados</b> .....	40
1.1.2.1 <i>Critério de Middlebrook</i> .....	40
1.1.2.2 <i>Critérios de Análise Derivados de Middlebrook</i> .....	44
1.1.2.3 <i>Resumo da Análise da Estabilidade Baseada nas Impedâncias</i> .....	51
1.1.2.4 <i>Teoria da Passividade Aplicada na Análise da Estabilidade</i> .....	52
1.1.2.5 <i>Outros Métodos de Análise da Estabilidade</i> .....	54
<b>1.1.3 Métodos de Estabilização</b> .....	56
1.1.3.1 <i>Métodos Passivos</i> .....	56
1.1.3.2 <i>Métodos Ativos</i> .....	59
1.2 CONTRIBUIÇÕES .....	65
<b>2 Origem do Problema de Estabilidade em Conversores CC-CC Conectados em Cascata</b> .....	67
2.1 MODELAGEM E CONTROLE .....	68
2.1.1 Modelagem do Estágio Fonte .....	68
2.1.2 Modelagem e Controle do Estágio Carga .....	69
2.1.3 Modelagem do Sistema Acoplado .....	83
2.2 ANÁLISE DA ESTABILIDADE .....	94
2.3 ANÁLISE DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS .....	99
2.4 DETERMINAÇÃO DA ORIGEM FÍSICA DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE ....	107
2.5 RESULTADOS .....	110
2.6 CONSIDERAÇÕES .....	117
<b>3 Controle de Conversores CC-CC Conectados em Cascata</b> ..	119
3.1 CONTROLADOR MRAC .....	121
3.1.1 Definição do erro Aumentado para o Controlador MRAC sem Considerar as Incertezas Não estruturadas .....	122
3.1.2 Análise da Estabilidade do Controlador MRAC em Tempo Contínuo .....	125
3.1.3 Análise da Estabilidade em Tempo Contínuo Considerando Incertezas Não estruturadas .....	126
3.1.4 Determinando $\mu$ .....	128
3.2 CONTROLADOR HÍBRIDO MRAC+PID .....	131

<b>3.2.1 Definição do Erro Aumentado Para o Controlador Híbrido MRAC+PID Sem Incertezas Não estruturadas</b> .....	132
<b>3.2.2 Análise da Estabilidade para o Controlador Híbrido MRAC+PID em Tempo Discreto</b> .....	137
<b>3.2.3 Análise da Estabilidade para o Controlador Híbrido MRAC+PID em Tempo Discreto Considerando Incertezas Não-Estruturadas</b> ....	139
<b>3.2.4 Restrições de Projeto em Tempo Discreto</b> .....	141
<b>3.3 RESULTADOS</b> .....	141
<b>3.3.1 Resultados de Simulação</b> .....	143
<b>3.3.2 Resultados Experimentais</b> .....	149
<b>3.3.3 Análise Quantitativa</b> .....	152
<b>3.4 CONSIDERAÇÕES</b> .....	156
<b>4 Conclusões e Perspectivas</b> .....	157
<b>4.1 PUBLICAÇÕES</b> .....	159
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	161
<b>APÊNDICES</b> .....	169

# 1 INTRODUÇÃO

O modelo atual de infraestrutura e distribuição energética tem se tornado obsoleto frente ao aumento no consumo de energia oriundo do crescimento populacional e da melhora da qualidade de vida. A agência internacional de energia (IEA - *International Energy Agency*) estima um aumento de 1,5% ao ano na demanda energética global, entre 2010 e 2030; o que por sua vez, elevaria o consumo de combustíveis fósseis, tais como o óleo, o gás natural e o carvão, respectivamente, em 22%, 42% e 53% (IEA, 2010). O uso a longo prazo destes combustíveis poderia contribuir para mudanças climáticas imprevisíveis (MITSCHER; RÜTHER, 2012). Diante deste cenário, surge a necessidade de se incorporar fontes renováveis na geração de energia que substituam a utilização de combustíveis fósseis.

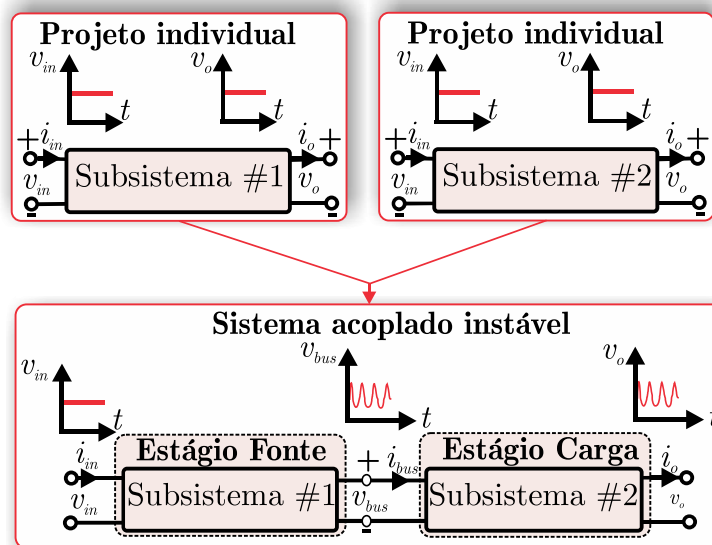
O Brasil possui grande potencial para produzir energia limpa a partir de regiões onde a utilização de recursos solar, eólico e marítimo são viáveis. No entanto, a implementação, mesmo que gradual, destas fontes de energia parece ainda distante (JONG; KIPERSTOK; TORRES, 2015). Com o objetivo de aumentar a penetração de energias renováveis na matriz energética brasileira, no ano de 2012 a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) aprovou a resolução 482 (ANEEL, 2011a,b). A partir dela, tornou-se possível que os consumidores gerassem sua própria energia elétrica advinda de fontes renováveis, e também fornecessem o excedente para a rede de distribuição local. Com isso, o uso do modelo de geração e distribuição de energia elétrica chamado Geração Distribuída (GD) foi impulsionado no Brasil, surgindo como alternativa ao modelo Geração Central (GC), utilizado até o momento.

A GD tem demonstrado vantagens sobre o GC, tais como economia financeira, consciência socioambiental e autossustentabilidade. Com a intenção de aproximar o processamento de energia ao consumidor, o sistema de GD utiliza várias unidades de processamento menores, distribuídas por todo o sistema em diferentes arquiteturas (MAMMANO, 1993). Já, no sistema GC todo o processamento de energia é realizado em grandes centrais que fornece a(s) tensão(s) requerida(s) pela(s) carga(s) (TABISZ; JOVANOVIC; LEE, 1992). Em termos técnicos, a instauração em larga escala da GD pode permitir o uso de uma abordagem modular e padronizada, possibilitando melhorias significativas no desempenho e na confiabilidade do sistema (LEE et al., 2001).

Em função da complexidade e do tamanho de um sistema de GD completo, são delineados vários subsistemas menores, onde cada um é projetado individualmente, e posteriormente integrados para formar o sistema completo. Então, um sistema de GD é formado pela interconexão de diversos elementos, como por exemplo conversores de energia, filtros, inversores, painéis solares, turbinas eólicas e entre outros. A interconexão entre os diferentes elementos pode ser feita através da conexão em série (cascata), paralelo, configurações híbridas e etc (LUO, 2005). Os elementos do sistema de GD são usualmente

projetados individualmente para garantir a estabilidade e desempenho. Mas, a conexão entre os diferentes subsistemas pode tornar o sistema acoplado instável (WILDRICK et al., 1995). O problema de estabilidade desse tipo de sistema é caracterizada por oscilações que surgem na tensão dos barramentos de entrada e saída como é apresentado na Figura 1.1. Frente a esta problemática, torna-se imprescindível analisar primeiramente a estabilidade do sistema interconectado, e não somente dos subsistemas de maneira isolada (CHO; SANTI, 2008), além de detectar qual é a origem do problema de estabilidade.

Figura 1.1 – Exemplo de instabilidades em sistemas formados por vários módulos conectados em cascata.



Fonte: Autor

Na grande maioria dos trabalhos da literatura (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017; FENG; LIU; LEE, 2002; KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011), o problema de estabilidade em sistemas interligados é associado a efeitos produzidos por elementos que se comportam como cargas de potência constante (CPL, do inglês *Constant Power Loads*) (IEEE, 1990) e que são alimentados por uma fonte de tensão não ideal, onde a impedância de saída do estágio fonte é maior que  $-R$  em magnitude (FENG; LIU; LEE, 2002). O comportamento de CPL é típico de conversores controlados do tipo fonte de tensão (com saída regulada em tensão), que proporciona uma relação não linear entre corrente e tensão. Já que a corrente drenada aumenta/diminui em função da diminuição/aumento da tensão de entrada. Isto garante que a potência entregue permaneça constante, induzindo um aspecto de impedância negativa  $-R$  ( $\Delta v/\Delta i < 0$ ), que tende a diminuir o amortecimento do sistema. Logo, entende-se que a estabilidade do sistema somente será garantida enquanto a carga resistiva negativa for alimentada por uma fonte de tensão ideal, com baixa impedância de saída. Contudo, o sistema como um todo pode se tornar instável

caso a CPL passe a ser alimentada por uma fonte de tensão não ideal, com impedância de saída maior que  $-R$  em magnitude (FENG; LIU; LEE, 2002), o que geralmente acontece na maioria dos casos.

Alguns poucos trabalhos associam o problema de estabilidade de sistemas interconectados à presença de incertezas, uma vez que o controle, anteriormente projetado sobre um modelo nominal que representa a planta, passa a ser executado em um sistema parcialmente desconhecido. O termo incerteza se refere a diferenças ou erros entre o modelo e a realidade, e qualquer mecanismo utilizado para representar esses erros é chamado de representação da incerteza (ZHOU; DOYLE, 1998). As incertezas podem ser classificadas como estruturadas e não estruturadas. Incerteza estruturada é definida como o não conhecimento exato da localização dos polos e zeros da planta, como por exemplo variação nos parâmetros. Incerteza não estruturada é definida como o não conhecimento do comportamento da fase e do ganho da planta em frequências de determinada faixa de operação, que por sua vez é causada por polos e zeros não modelados, ou seja, dinâmicas não modeladas.

Um exemplo da relação do problema de estabilidade a incertezas estruturadas, é quando conecta-se um conversor a rede de energia, a indutância e a resistência no ponto de conexão entre o conversor associado a um filtro  $LCL$  e a rede (considerados como uma parte do filtro  $LCL$ ) deixam os parâmetros do filtro, que eram conhecidos anteriormente à conexão, incertos (MASSING et al., 2012). Já, Middlebrook (1976) mostrou como as dinâmicas de um Conversor Buck CC/CC (Corrente Contínua) são afetadas pela conexão de um filtro de entrada  $LC$ , que é um exemplo de sistemas interconectados muito utilizado. Tal acoplamento pode gerar dinâmicas que não são modeladas inicialmente, e podem provocar o surgimento de zeros de fase não mínima e problemas de estabilidade (FRANCA; PINHEIRO; DUPONT, 2017; FRANCA; DUPONT; PINHEIRO, 2018), caso existam deficiências no projeto dos parâmetros do filtro  $LC$  (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007). Assim, relaciona-se o problema de estabilidade a incertezas não estruturadas.

No que tange a análise da estabilidade de um sistema interconectado a primeira técnica que surgiu foi o critério de Middlebrook (MIDDLEBROOK, 1976). Middlebrook desenvolveu um método para analisar a estabilidade de um sistema em cascata (MIDDLEBROOK, 1976), o qual divide o sistema em Estágio Fonte (EF) e Estágio Carga (EC). Segundo o autor, se ambos os sistemas são estáveis individualmente, a estabilidade do sistema em cascata pode ser averiguada por meio do diagrama de Nyquist da relação entre as impedâncias de saída do EF  $Z_{o,F}(s)$  e entrada do EC  $Z_{in,C}(s)$ , denominado como ganho do laço menor (do inglês - *Minor Loop Gain*)  $T_{GLM}(s) = Z_{o,F}(s)/Z_{in,C}(s)$ . Assim, o sistema será estável se o diagrama de Nyquist do ganho do laço menor, não englobar o ponto  $-1$ , ou seja se,  $Z_{o,F}(s)/Z_{in,C}(s) \ll 1$ . Middlebrook também constatou que o sistema em cascata será estável se  $\|Z_{o,F}\| \ll \|Z_{in,C}\|$  em toda a faixa de frequências. Tal critério é de fácil aplicação, já que são necessárias apenas as funções de transferências

$Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C}(s)$  do sistema para realizar a análise. Contudo este método é muito conservador e pode não mostrar alguns fenômenos físicos que podem ser importantes para o projeto do controlador. Como por exemplo, quando deseja-se projetar um controlador para o estágio carga que garanta a estabilidade e desempenho do sistema interconectado. O método de Middlebrook não fornece informações importantes como qual deve ser a margem de fase e de ganho de tal controlador para que o critério seja atendido e assim a estabilidade garantida.

Com o objetivo de obter uma avaliação mais prática, precisa e menos conservadora da estabilidade de sistemas interconectados, vários pesquisadores propuseram extensões ao critério de Middlebrook (ZHANG; RUAN; CHI, 2015). Estas extensões consistem em técnicas de análise que definem uma região proibida para o gráfico polar do ganho do laço menor e fornecem uma condição de estabilidade suficiente, mas não necessária (RICCOBONO; SANTI, 2014).

Outra alternativa para determinar a estabilidade é através do método do lugar das raízes. Nesta técnica a estabilidade é ditada pelos pólos do sistema (DORF; BISHOP, 2011), sendo que um sistema contínuo será estável quando todos os polos se encontrarem no semiplano esquerdo (SPE), ou seja, apresentarem valor negativo (OGATA; YANG, 2002). Tal critério é muito utilizado em sistemas de controle e, embora seja de simples execução, requer que o sistema como um todo seja modelado; tarefa que pode ser difícil quando se trata de um sistema interconectado.

Diferentemente dos outros métodos, a teoria da passividade pode ser utilizada tanto para sistemas lineares como não-lineares (SIRA-RAMIREZ; SILVA-ORTIGOZA, 2006). Riccobono (2013) propôs o Critério de Estabilidade Baseado em passividade (PBSC, do inglês *Passivity-Based Stability Criterion*) para a análise da estabilidade de um sistema de GD CC, baseando-se na teoria linear da passividade. Para isso, aplica-se a PBSC na impedância do barramento, caso seja passiva, indicaria que o sistema é estável. Ressalta-se que a PBSC, assim como os critérios baseados no ganho do laço menor, fornece uma condição de estabilidade suficiente; mas não necessária.

Depois de realizar a análise da estabilidade no sistema interconectado, e caso seja constatado que o mesmo é instável, deve-se solucionar o problema. Desse modo, inúmeras técnicas foram desenvolvidas com o intuito de garantir tanto a estabilidade quanto o desempenho de sistemas que possuem conversores interconectados, sendo grande parte delas focadas em remodelar a impedância de saída do EF ou de entrada do EC, de modo a satisfazer o critério de Middlebrook (CÉSPEDES et al., 2010). Tais abordagens podem ser divididas em passivas (ERICKSON, 1999; XING; FENG; SUN, 2011) ou ativas (RAHIMI; EMADI, 2009a; WANG; HOWE, 2008).

Os métodos de estabilização passivos inserem componentes como resistores, capacitores e indutores para garantir a estabilidade do sistema (CÉSPEDES; XING; SUN, 2011). No entanto, essa abordagem possui algumas desvantagens como o aumento de



perdas (RAHIMI; EMADI, 2009a), maior custo, aumento do peso global do sistema, por exemplo, em aplicações aeroespaciais (MAGNE; NAHID-MOBARAKEH; PIERFEDE-  
RICI, 2012). Por outro lado, os métodos de estabilização denominados ativos costumam ser de maior praticidade em função de suas soluções serem baseadas em software, nas quais as técnicas de controle geralmente são projetadas para alterar a impedância de saída do EF (KARPPANEN et al., 2007; ZHANG; ZHONG; MING, 2016d) ou de entrada do EC (RICCOBONO; SANTI, 2013a; ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015; ZHANG; ZHONG; MING, 2016a). Mesmo assim, a exemplo da técnica da impedância virtual de Zhang (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015), os métodos ativos baseados nas impedâncias costumam adicionar mais uma lei de controle no sistema, que muitas vezes necessitam também da adição de um sensor extra, aumentando o custo de implementação.

Tanto as metodologias de análise quanto as técnicas de estabilização supracitadas são atreladas, respectivamente, à investigação e à modificação das impedâncias porque foram desenvolvidas acreditando que o problema de estabilidade em sistemas interligados estivesse associado aos efeitos produzidos por elementos que se comportavam como cargas de potência constante (CPL) (IEEE, 1990; SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017; FENG; LIU; LEE, 2002; KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011; ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015) geralmente alimentados por uma fonte de tensão não ideal, onde a impedância de saída era maior que  $-R$  em magnitude (FENG; LIU; LEE, 2002). Contudo, o problema da estabilidade também pode estar relacionado com dinâmicas que não foram modeladas (incertezas não estruturadas), oriundas do acoplamento entre os sistemas (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007), e com variações paramétricas (incertezas estruturadas).

O fato é que os métodos fundamentados na análise das impedâncias acabam por não entregar informações suficientes para orientar o projeto de soluções via controle tradicionais, como as técnicas clássicas (PID), de controle robusto e até adaptativas, caso se deseje utilizar esse tipo de abordagem. A exemplo das informações faltantes, têm-se aquelas referentes aos dados das margens de fase e de ganho do controlador necessárias para que a estabilidade do sistema seja atendida. Considerando tal limitação, talvez a associação de métodos de análise da estabilidade possa resultar em uma investigação mais completa, que contemple o máximo de informações necessárias e proporcione um conhecimento mais abrangente sobre a origem do problema de estabilidade. A partir disso, um modelo que melhor representasse o problema, ao invés daqueles que somente consideram o CPL, também poderia ser produzido para orientar a busca por uma solução estabilizadora ativa baseadas nas técnicas de controle mencionadas acima. Isso permitiria utilizar tais técnicas de controle no Estágio Carga e também quando tem-se filtros de entrada, já que a modelagem do problema de estabilidade através do comportamento de CPL é propício para projetar controladores estabilizadores para o Estágio Fonte.

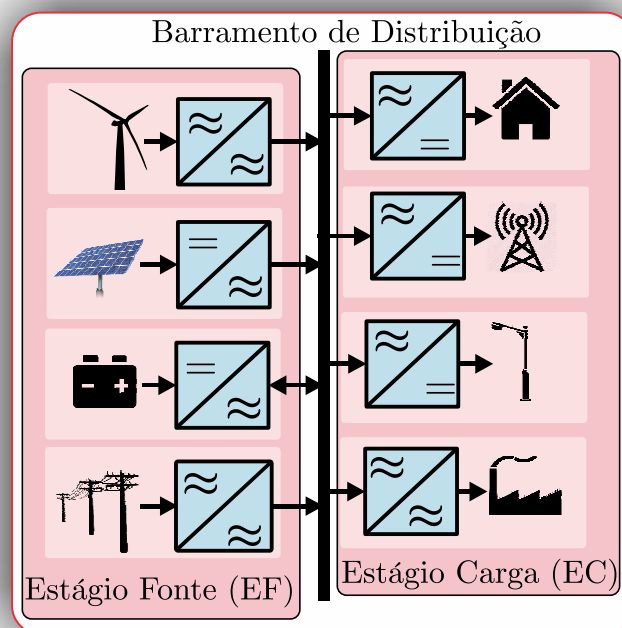
Neste contexto, esta tese apresenta contribuições para análise da estabilidade, determinação da origem do problema de estabilidade e controle de conversores CC-CC conectados em cascata.

## 1.1 REVISÃO DA LITERATURA

### 1.1.1 Definição do Problema de Estabilidade em Sistemas de Conversores Interconectados

Um sistema de Geração Distribuída como é representado na Figura 1.2 é composto por diversos módulos que podem ser conversores, inversores, filtros, motores e etc... Esses subsistemas são integrados, através da conexão em série (cascata), paralelo, configurações híbridas e etc (LUO, 2005). Entretanto, mesmo que cada módulo seja projetado individualmente para garantir estabilidade e desempenho a interação entre os diferentes módulos interligados pode gerar problemas de estabilidade em todo o sistema GD. Na literatura algumas das possíveis causas do problema de estabilidade no sistema interconectado são relacionadas ao comportamento das cargas, e as incertezas estruturadas e não estruturadas.

Figura 1.2 – Diagrama de um sistema de Geração Distribuída.

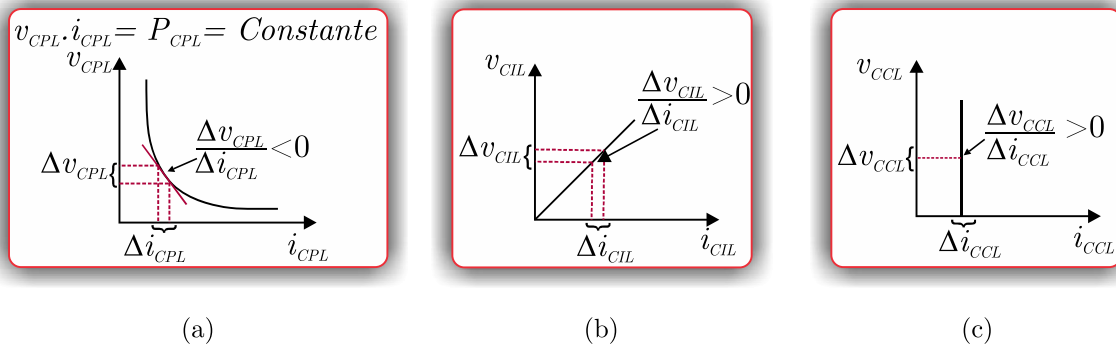


### 1.1.1.1 Comportamento das Cargas

Como uma das origens do problema de estabilidade em sistemas formados por conversores interconectados é oriundo das cargas, é fundamental conhecer o seu comportamento. A dinâmica da maioria das cargas pode ser compreendida considerando uma característica resistiva, de potência constante e de corrente constante (SOARES, 2016). Desse modo as três possíveis classificações que existem são: Cargas de Potência Constante (CPL), Cargas de Impedância Constante (CIL, do inglês *Constant Impedance Load*) e Cargas de Corrente Constante (CCL, do inglês *Constant Current Load*) (IEEE, 1990).

Na CIL a corrente drenada aumenta/diminui com o aumento/diminuição da tensão de entrada como é apresentado na Figura 1.3(b), esse tipo de comportamento pode ser relacionado com lâmpadas incandescentes, máquinas de café e fogões elétricos (ZHAO et al., 2014). A CCL consome a mesma quantidade de corrente para uma determinada faixa de tensões como é mostrado na curva V-I da Figura 1.3 (c). Este tipo de comportamento está atrelado a sistemas de iluminação a LED, carregadores de bateria. Já a CPL possui um comportamento em que a corrente drenada aumenta/diminui com a diminuição/aumento da tensão de entrada como é descrito na Figura 1.3 (a), equipamentos como conversores e motores controlados se enquadram neste tipo de carga.

Figura 1.3 – Característica V-I dos diferentes tipos de carga: (a)CPL; (b) CIL; (c) CCL.



Fonte: Adaptado de (EMADI et al., 2006).

Ao analisar a Figura 1.3 é possível identificar como cada carga influencia na estabilidade do sistema, através da impedância  $R_L$  que é definida pela razão entre a variação de pequenos sinais da tensão sobre a corrente  $R_L \triangleq \frac{\Delta v}{\Delta i}$ , e representa a reta tangente que corta as curvas V-I (JUSOH, 2004) da Figura 1.3. A relação entre corrente e tensão na CIL e CCL é linear e apresenta uma impedância positiva, já que  $\frac{\Delta v_{CCL}}{\Delta i_{CCL}} > 0$  e  $\frac{\Delta v_{CIL}}{\Delta i_{CIL}} > 0$  como pode-se ver nas figuras 1.3 (c) e (b). Já a relação entre corrente e ten-

são na CPL é não linear, e apresenta uma impedância negativa, devido que  $\frac{\Delta v_{CPL}}{\Delta i_{CPL}} < 0$  como é demonstrado na Figura 1.3 (a). Por esse motivo, em geral, as cargas CIL e CCL tendem a aumentar o amortecimento do sistema, enquanto que a CPL tende a diminuir o amortecimento causando a desestabilização do sistema (ZHAO et al., 2014).

Desse modo, pode-se modelar matematicamente a CPL como (RAHIMI; EMADI, 2009b)

$$i_{CPL} = \frac{P_{CPL}}{v_{CPL}} \quad (1.1)$$

onde  $i_{CPL}$  é a corrente drenada pela CPL,  $v_{CPL}$  é a tensão de entrada da CPL, e  $P_{CPL}$  é a potência nominal da CPL. A taxa de mudança da corrente para um determinado ponto de operação ( $I_{CPL} = \frac{P_{CPL}}{V_{CPL}}$ ) é definida por

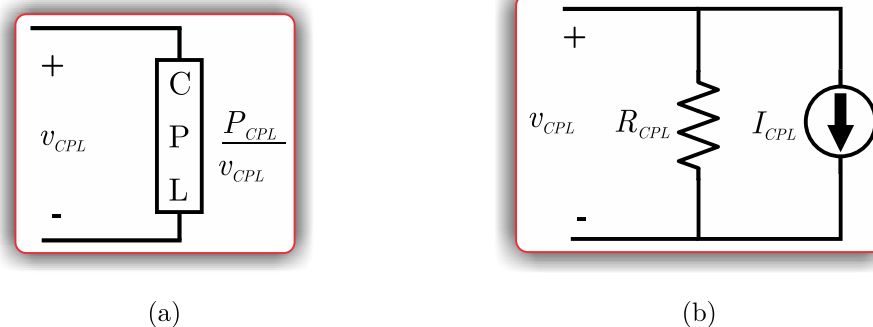
$$\frac{\partial i_{CPL}}{\partial v_{CPL}} = -\frac{P_{CPL}}{V_{CPL}^2} \quad (1.2)$$

No ponto de operação acima, a curva V-I na Figura 1.3 (a) da CPL pode ser aproximada pela tangente da curva, dada por

$$i_{CPL} = -\frac{P_{CPL}}{V_{CPL}^2}v + 2\frac{P_{CPL}}{V_{CPL}} \quad (1.3)$$

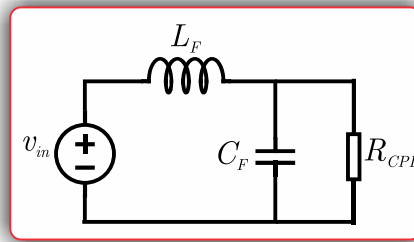
O modelo de pequenos sinais da CPL é definido por (1.3), e pode ser representado como uma resistência negativa ( $R_{CPL} = -\frac{P_{CPL}}{V_{CPL}^2}$ ) em paralelo com uma fonte de corrente constante ( $I_{CPL} = 2\frac{P_{CPL}}{V_{CPL}}$ ), como é mostrado na Figura 1.4 (b). A parcela da fonte de corrente constante no modelo de pequenos sinais do CPL não afeta a estabilidade do sistema, mas a resistência negativa reduz o amortecimento efetivo do sistema e tende a desestabiliza-lo. Essa instabilidade induzida pela CPL é conhecida como instabilidade impedância/resistência negativa (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017).

Figura 1.4 – Modelos de um CPL: (a) Modelo de grandes sinais; (b) Modelo de pequenos sinais.



Depois de entender o comportamento matemático da CPL é necessário compreender como a estabilidade do sistema é afetada por essa carga. Para isso faz-se necessário conhecer como funciona o comportamento físico da CPL. Assim, Zhang (2016) demonstrou o comportamento físico da CPL através do exemplo da Figura 1.5, que é um filtro  $LC$  conectado em cascata com uma impedância negativa, a qual teoricamente representaria um conversor realimentado em tensão. Como mostrado no circuito da Figura 1.5,  $L_F$  e  $C_F$  representam respectivamente a indutância e capacitância do filtro  $LC$ , e  $R_{CPL}$  a impedância negativa.

Figura 1.5 – Circuito equivalente do filtro  $LC$  em cascata com a CPL.



Fonte: Adaptado de (ZHANG, 2016)

A função de transferência (FT) do sistema em cascata pode ser aproximada pela conhecida função de segundo grau

$$G(s) = \frac{v_{bus}(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1}{s^2 L_F C_F + s \frac{L_F}{R_{CPL}} + 1} \quad (1.4)$$

Para expressar (1.4) em um formato mais familiar, introduz-se a frequência de ressonância  $\omega_0$  e o coeficiente de amortecimento  $\zeta$ , resultando em

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (1.5)$$

onde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_F C_F}} \quad (1.6)$$

$$\zeta = \frac{L_F \omega_0}{2R_{CPL}} \quad (1.7)$$

Para obter a resposta temporal de (1.5) define-se um degrau unitário como entrada e se obtém

$$Y(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1} \frac{1}{s} \quad (1.8)$$

E realizando a transformada inversa de Laplace chega-se em

$$Y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \theta) \text{ para } \zeta < 1 \quad (1.9)$$

em que,

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.10)$$

$$\theta = \cos^{-1}(\zeta) \quad (1.11)$$

A estabilidade do sistema representado por (1.5) é governada por seus polos, que são representados pelas raízes do denominador da equação característica  $s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$  (OGATA; YANG, 2002). Assim a estabilidade do sistema depende do valor de  $\zeta$  que pode ser:

- $\zeta < 0$ : neste caso os polos que afetam (1.9) possuem uma parte real positiva fazendo com que a resposta do sistema divirja;
- $\zeta = 0$ : neste caso os polos possuem um valor puramente imaginário fazendo que o sistema apresente uma resposta oscilatória constante;
- $\zeta > 0$ : Os polos agora possuem uma parte real negativa, assim o sistema apresenta uma resposta estável sobre-amortecida  $\zeta > 1$ , criticamente amortecida  $\zeta = 1$  ou sub-amortecida com uma resposta oscilatória com decaimento  $0 < \zeta < 1$ .

Então o valor de  $\zeta$  dita como vai ser a resposta do sistema e depende do comportamento de  $R_{CPL}$  como demonstrado na equação (1.7), em que  $\zeta < 0$  quando  $R_{CPL} < 0$ , e assim todo o sistema será instável. Essa é a explicação física de como a CPL influencia na estabilidade de um sistema. Além do mais, pode-se verificar que a característica da impedância negativa gera uma fase de  $-180^\circ$ , que é a principal responsável pela instabilidade do sistema (THANDI et al., 1999).

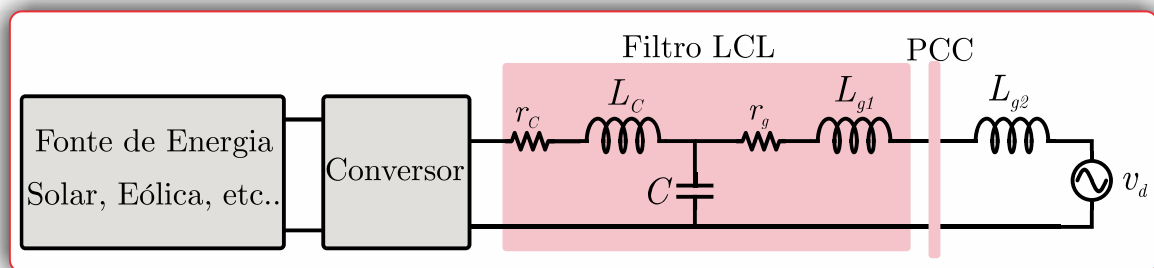
### 1.1.1.2 Incertezas Estruturadas e Não Estruturadas

Outra possível causa associada ao problema de estabilidade de conversores interconectados é a presença de incertezas estruturadas e não estruturadas. Já que uma parte crucial no desenvolvimento de um conversor é o projeto de seu controlador, e a maioria das técnicas de projeto utilizam um modelo matemático do sistema (ZHOU; DOYLE, 1998). O modelo matemático nada mais é do que uma aproximação do sistema real, e por isso pode apresentar diferentes tipos de incertezas oriundas de dinâmicas não modeladas, incertezas paramétricas, ruídos, linearizações, etc (TROFINO, 2000). Em sistemas

formados por dois ou mais conversores conectados é comum existir a presença de informações imprecisas em seus modelos, devido à dificuldade em obter uma representação matemática precisa de todo o sistema, já que normalmente modela-se cada módulo do conjunto separadamente. Como consequência, variações paramétricas (incertezas estruturadas) e dinâmicas não modeladas (incertezas não estruturadas) oriundas do acoplamento dos módulos não são consideradas nos modelos no momento de projetar o controlador, podendo assim afetar a estabilidade e o desempenho do sistema.

Um caso típico da presença de incertezas paramétricas em sistemas formados pela conexão de diversos módulos de potência é quando deseja-se conectar uma fonte de energia renovável à rede elétrica através de um conversor (MACCARI et al., 2014). Para conectar o conversor na rede geralmente utilizam-se filtros  $LCL$  como é mostrado na Figura 1.6, por permitirem atenuar a frequência de chaveamento sem aumentar significativamente o consumo de potência reativa da rede em comparação com filtros  $L$  (MASSING et al., 2012). Como a indutância e a resistência no ponto de conexão (PCC) podem ser considerados como uma parte do filtro  $LCL$ , as incertezas em relação aos valores atuais resultam em mudanças na frequência de ressonância do filtro (MASSING et al., 2012). Além do mais, é difícil medir a indutância da rede representada por  $L_{g2}$  na Figura 1.6, a qual pode variar devido a fatores como o comprimento do cabo de conexão, as cargas que estão conectadas a rede, etc. Como nesse caso um dos requisitos do controlador é atenuar a frequência de ressonância do filtro  $LCL$ , se as variações paramétricas não forem consideradas durante o projeto do compensador, o sistema de controle pode acabar atenuando a frequência de ressonância equivocada, e com isso prejudicar a estabilidade e desempenho do sistema.

Figura 1.6 – Exemplo de um sistema utilizado para conectar fontes renováveis a rede elétrica.

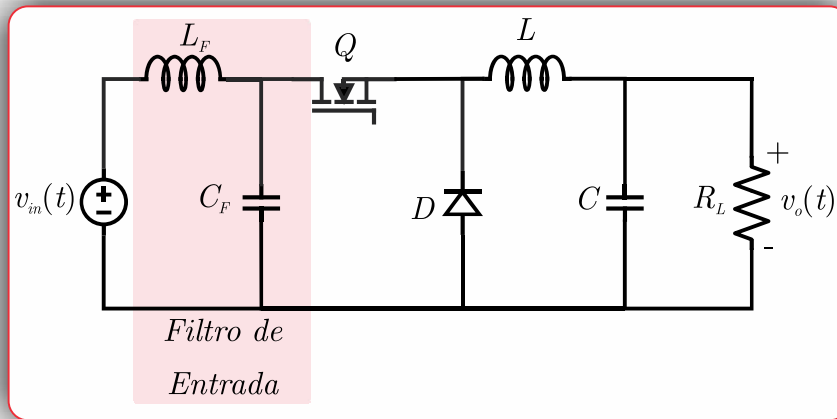


Fonte: Adaptado de (MACCARI et al., 2014)

A presença de dinâmicas não modeladas é outro problema de incertezas relacionado a sistemas formados pela união de dois ou mais conversores, e ocorre devido ao acoplamento dos sistemas. Por exemplo, geralmente conecta-se um filtro  $LC$  entre a fonte de energia e a entrada de um conversor  $CC-CC$  para atenuar a propagação de harmônicas oriundas do chaveamento para a fonte e também isolar o conversor de qualquer distúr-

bio de tensão que possa ocorrer na fonte (WEICHEL et al., 2010). Um caso típico é a combinação de um filtro  $LC$  com um conversor Buck como é mostrado na Figura 1.7.

Figura 1.7 – Combinação entre um filtro  $LC$  e um conversor Buck.

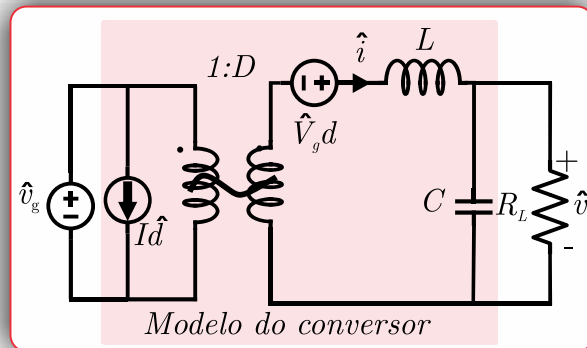


Fonte: Adaptado de (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007)

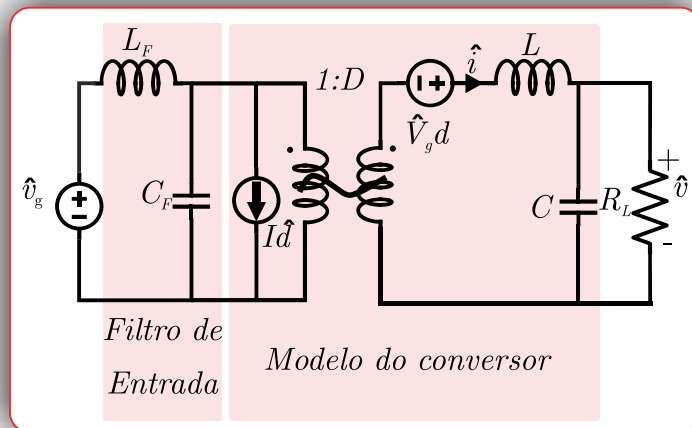
Nesse caso o sistema de controle do conversor Buck é projetado para atender as especificações de desempenho desejadas utilizando o modelo de pequenos sinais apresentado na Figura 1.8 (a), e o filtro  $LC$  é projetado separadamente para atenuar as harmônicas. Depois é feita a conexão entre os dois sistemas e com isso surge o problema das dinâmicas não modeladas, em que o filtro de entrada altera a dinâmica do conversor, de uma forma que degrada o desempenho do compensador, capaz até de torná-lo instável. Quando o filtro  $LC$  é adicionado ao conversor Buck, o circuito equivalente ao modelo de pequenos sinais é modificado como mostrado na Figura 1.8 (b). Os elementos do filtro afetam todas as funções de transferência do conversor, incluindo a  $G_{vd}(s)$  que representa a relação entre a tensão de saída pela ação de controle do conversor, a  $G_{vg}(s)$  que relaciona a tensão de entrada pela tensão de saída e a  $Z_{out}(s)$  que representa a impedância de saída do conversor. Além disso, a influência do filtro de entrada nessas funções de transferência pode ser bem severa.



Figura 1.8 – Circuitos equivalentes do modelo de pequenos sinais: (a) Conversor Buck; (b) Conversor Buck conectado ao filtro  $LC$ .



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007)

Erickson e Maksimovic (2007) mostraram como a função de transferência  $G_{vd}(s)$  do conversor é afetada pelo filtro de entrada. Através do diagrama de Bode da  $G_{vd}(s)$  (obtida pela solução do modelo da Figura 1.8 (a)), antes da adição do filtro  $LC$ , é mostrado que a fase da função de transferência vai a  $-180^\circ$  nas altas frequências, devido aos polos complexos do filtro de saída do conversor. No diagrama de Bode da  $G_{vd}(s)$  após a adição do filtro de entrada (obtida pela solução do modelo da Figura 1.8 (b)), nota-se que a magnitude exibe uma anomalia na frequência de ressonância do filtro de entrada, e um deslocamento na fase de  $-360^\circ$  é adicionado. Isso é devido ao fato que o novo sistema possui um par de polos complexos e um par de zeros complexos no semiplano direito (SPD), associados as dinâmicas e aos valores dos parâmetros do filtro. Esses novos polos e zeros são as dinâmicas não representadas no modelo (Figura 1.8 (a)) utilizado para projetar o controlador do conversor, e as quais degradam o seu desempenho. Logo, a

margem de fase do sistema pode ficar negativa tornando-o instável, se a frequência de cruzamento do compensador estiver perto ou for maior que a frequência de ressonância do filtro.

### 1.1.2 Análise da Estabilidade de Sistemas Interconectados

Em sistemas formados pela conexão de dois ou mais conversores de energia que foram projetados individualmente, não há garantia de estabilidade e desempenho, mesmo que os subsistemas sejam estáveis individualmente. Já que devido ao acoplamento dos módulos podem surgir problemas que degradem a estabilidade e desempenho do sistema, como foi discutido nas seções anteriores. Por isso é fundamental analisar não apenas a estabilidade individual de cada subsistema, mas também de todo sistema. Pensando nisso muitos métodos foram propostos. Um dos primeiros a surgir foi o critério de Middlebrook (MIDDLEBROOK, 1976) que baseia-se na análise das impedâncias do sistema. Devido a seu sucesso e ao fato de ser muito conservador, diversos outros pesquisadores desenvolveram extensões para esse critério. Assim surgiram as seguintes abordagens: *Gain and Phase Criterion* (WILDRICK et al., 1995), *Opposing Argument* (FENG et al., 1999a), *Energy Source Analysis Consortium* (ESAC) (SUDHOFF et al., 2000), *Root Exponential Stability Criterion* (RESC) (SUDHOFF; CRIDER, 2011), e *Three-Step Impedance Criterion* (WANG; YAO; RAO, 2003). Em contraste a todos esse métodos, a Teoria da passividade pode ser usada tanto para analisar a estabilidade de sistemas lineares como não lineares. Baseado nisso o Critério de Estabilidade Baseado na passividade (PBSC, do inglês *Passivity-Based Stability Criterion*) foi proposto (RICCOBONO, 2013). As seções a seguir abordam esses métodos com mais detalhes.

#### 1.1.2.1 Critério de Middlebrook

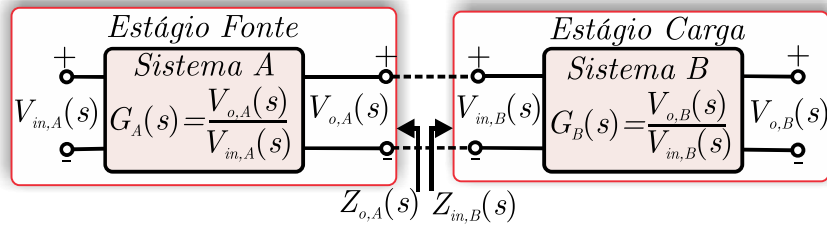
De acordo com o discutido em (WILDRICK et al., 1995; SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017; CHO; SANTI, 2008; BARRUEL et al., 2005; ABE et al., 2006b; RICCOBONO; SANTI, 2014), a estabilidade do sistema em cascata (Figura 1.9) pode ser analisada por meio do critério de Nyquist ao se dividir o sistema em estágios Fonte (sistema  $A$ ) e Carga (sistema  $B$ ) e, considerando  $A$  e  $B$  como sendo individualmente estáveis. A FT total do sistema é representada por

$$G_{AB}(s) = \frac{V_{o,B}(s)}{V_{in,A}(s)} = G_A(s)G_B(s) \frac{Z_{in,B}(s)}{Z_{in,B} + Z_{o,A}(s)} = G_A(s)G_B(s) \frac{1}{1 + T_{GLM}(s)} \quad (1.12)$$

em que,  $Z_{o,A}(s)$  e  $Z_{in,B}(s)$  são, respectivamente, as FTs da impedância de saída do Estágio Fonte e de entrada do Estágio Carga; sendo  $G_A(s)$  e  $G_B(s)$  FT estáveis. A divisão

entre  $Z_{o,A}(s)/Z_{in,B}(s)$  é definida como o ganho do laço menor  $T_{GLM}(s)$ , que é o termo responsável pela estabilidade do sistema em cascata. De fato, uma condição necessária e suficiente para estabilidade do sistema em cascata é alcançada quando o critério de Nyquist em  $T_{GLM}(s)$  é aplicado.

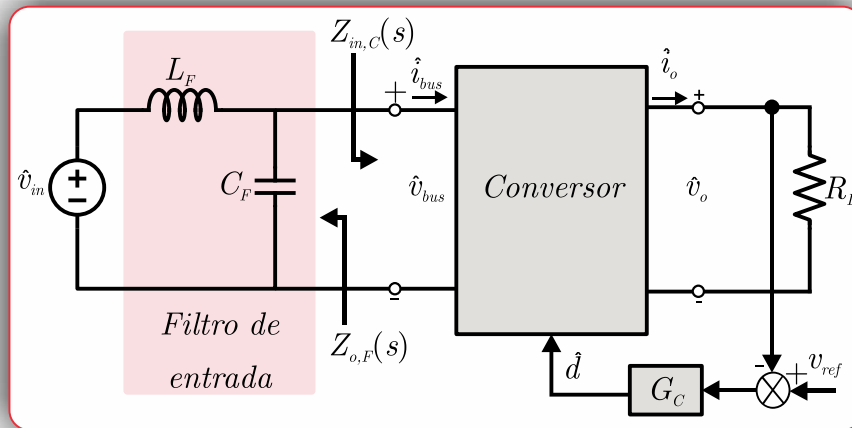
Figura 1.9 – conexão em cascata de dois sistemas estáveis.



Fonte: Adaptado de (RICCOBONO; SANTI, 2014)

Com base nesse princípio, muitos métodos de análise da estabilidade para sistemas como o da Figura 1.9 foram desenvolvidos, os quais definem regiões proibidas para o gráfico polar de  $T_{GLM}$ . O critério de Middlebrook (MIDDLEBROOK, 1976) foi um dos primeiros métodos propostos para analisar a estabilidade de sistemas interconectados, originalmente investigou como um filtro de entrada afetava a estabilidade de um conversor operando em malha fechada, tal como é apresentado na Figura 1.10.

Figura 1.10 – Conexão de um filtro de entrada em um conversor operando em malha fechada.



Fonte: Adaptado de (MIDDLEBROOK, 1976)

Esse método analisa a estabilidade do sistema considerando as impedâncias individuais. Assim, supondo que os estágios Fonte e Carga sejam estáveis individualmente, o

critério de Middlebrook define que o sistema em cascata será estável se

$$\|Z_o(s)\| \ll \|Z_{in}(s)\| \text{ ou } T_{GLM}(s) = \frac{Z_o(s)}{Z_{in}(s)} \ll 1. \quad (1.13)$$

em que,  $Z_o(s)$  e  $Z_{in}(s)$  são, respectivamente, as funções de transferência da impedância de saída do Estágio Fonte e de entrada do Estágio Carga. Desse modo, o critério de Middlebrook proporciona uma condição suficiente para a estabilidade, já que se o requisito da equação (1.13) não for atendido, nada poderá ser dito sobre a estabilidade. Entretanto, de acordo com Middlebrook,  $1/(1 + T_{GLM})$  é o fator que modifica as propriedades do sistema em cascata. Sendo assim, basta aplicar o critério de Nyquist no laço de ganho menor  $1 + T_{GLM}(s)$  para verificar a estabilidade do sistema.

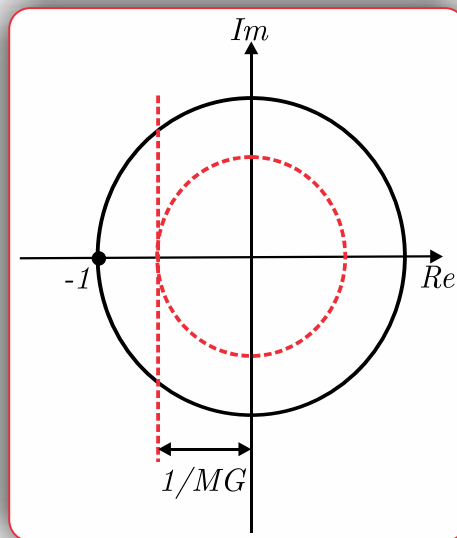
O critério de Middlebrook (MIDDLEBROOK, 1976) também apresenta um método para projetar a impedância de saída  $Z_{o,F}(s)$  do EF de modo que não prejudique a estabilidade total do sistema. Se  $Z_{in,C}$  for conhecido, é possível projetar a impedância do sistema fonte através da equação

$$\frac{\|Z_{o,F}(s)\|}{\|Z_{in,C}(s)\|} = \frac{1}{MG}, \text{ com } MG > 1 \quad (1.14)$$

em que,  $MG$  é a margem de ganho.

Desse modo, surgiu o conceito da região proibida que é representada por um círculo de raio determinado por  $\frac{1}{MG}$  como é mostrado na Figura 1.11. Desse modo o contorno de Nyquist de  $T_{GLM}(s)$  deve estar contido dentro deste círculo delimitado pela  $MG$ . Como a margem de ganho assume valores superiores a unidade, a região proibida fica sempre preservada dentro do interior do círculo de raio unitário, de modo que a exigência  $\|Z_{in,C}(s)\| > \|Z_{o,F}(s)\|$  sempre será atendida (SOARES, 2016).

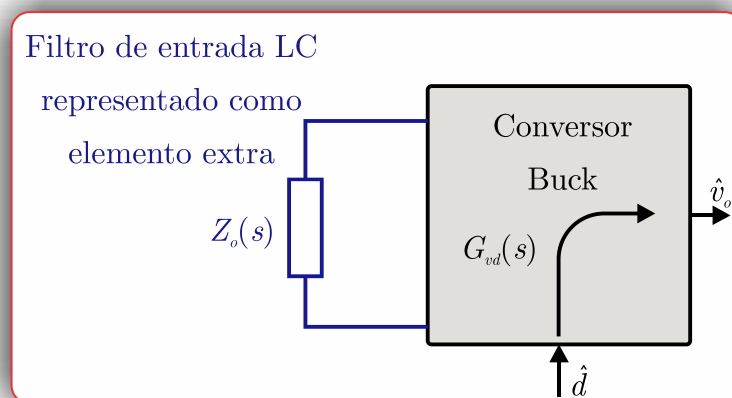
Figura 1.11 – Restrição da estabilidade definida por Middlebrook.



Fonte: Adaptado de (RICCOBONO; SANTI, 2014)

Além de propor uma maneira de analisar a estabilidade de sistemas em cascata, Middlebrook (1989) criou o Teorema do Elemento Extra (TEE, do inglês *Extra Element Theorem*). Esse método foi desenvolvido com o objetivo de analisar como a adição de um novo elemento modifica as funções de transferência do sistema já existente, sem a necessidade de remodelar o sistema. Pode-se usar como exemplo o sistema da Figura 1.10, e analisar como a adição do filtro de entrada *LC* afeta as FT do conversor Buck. Por exemplo, a função de transferência da tensão de saída pela razão cíclica do conversor Buck representada por  $G_{vd}(s)$ . O filtro de entrada pode ser representado simplesmente pela FT de sua impedância de saída  $Z_o(s)$  como mostrado na Figura 1.12. Desse modo o filtro de entrada pode ser representado como um elemento extra com impedância  $Z_o(s)$ .

Figura 1.12 – Determinação da  $G_{vd}(s)$  por meio do EET.



Fonte: Adaptado de (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007).

Logo a  $G_{vd}(s)$  modificada pode ser encontrada por meio (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007)

$$G_{vd}(s) = (G_{vd}|_{z_o(s)=0}) \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)} \quad (1.15)$$

em que,  $G_{vd}|_{z_o(s)=0}$  é a função de transferência sem adição do filtro. A FT  $Z_D(s)$  é igual a FT da impedância de entrada do conversor quando  $\hat{d}$  for zero

$$Z_D(s) = Z_{in}(s) \Big|_{\hat{d}=0} \quad (1.16)$$

em que,  $\hat{d}$  e  $\hat{v}_o$  representam os valores de pequenos sinais respectivamente da razão cíclica e tensão de saída.

Já  $Z_N(s)$  é igual a FT da impedância de entrada do conversor Buck  $Z_{in}(s)$  sob a condição de que o controlador *feedback* opere de forma irrestrita, ou seja, que o atuador não irá sofrer saturação, em que varia  $\hat{d}$  para manter  $\hat{v}_o = 0$

$$Z_N(s) = Z_{in}(s) \Big|_{\substack{v_o \rightarrow 0 \\ \text{mult}}} \quad (1.17)$$

Os valores de  $Z_N$  e  $Z_D$  para os conversores Buck, Boost e Buck-Boost podem ser encontrados em (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007). Ao analisar (2.81) pode-se concluir que a função de transferência  $G_{vd}|_{z_o(s)=0}$  é alterada pelo fator de correção

$$\Delta_{TEE}(s) = \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)} \quad (1.18)$$

em que,  $\Delta_{TEE}(s)$  representa a dinâmica que foi adicionada pelo filtro de entrada na FT  $G_{vd}(s)$  do conversor Buck.

### 1.1.2.2 Critérios de Análise Derivados de Middlebrook

O critério de Middlebrook foi proposto na década de 70 e apresentou uma metodologia para projeto de filtros de entrada para conversores. Esse método pode resultar em projetos conservadores que especificam componentes de filtros maiores do que necessário para garantir a estabilidade. Com a evolução da eletrônica de potência e de sistemas de geração distribuída, cada vez mais existe a necessidade da redução do volume dos conversores. Por esse motivo pesquisadores buscaram desenvolver métodos alternativos a

Middlebrook que sejam menos conservadores. Assim, baseado na teoria de Middlebrook das impedâncias muitos métodos de análise foram desenvolvidos.

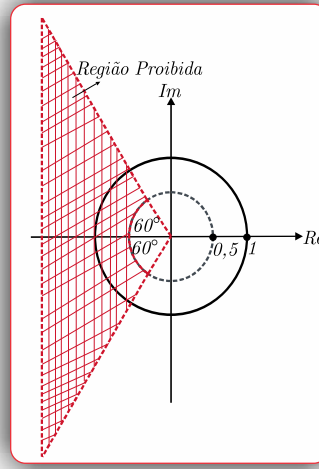
Um critério para análise da estabilidade menos conservador chamado *Gain Margin and Phase Margin Criterion* (GMPM) foi proposto por Wildrick et al. (1995) 19 anos após Middlebrook. Essa técnica expande o critério de Middlebrook diminuindo seus limites, porque permite que  $|Z_{o,F}(s)| > |Z_{in,C}(s)|$ . Tal critério afirma que o sistema será estável mesmo se o gráfico polar de Nyquist do  $T_{GLM}(s)$  circular o ponto  $(-1, 0)$ , desde que o ganho do laço menor ( $T_{GLM}(s)$ ) tenha margens de estabilidade (margem de ganho - MG e margem de fase - MF) suficiente em alguma faixa de frequências (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017; RICCOBONO; SANTI, 2014).

Foi demonstrado por Middlebrook que quando  $|Z_{in,C}(s)| > |Z_{o,F}(s)|$  para todas as frequências então o efeito da carga é insignificante e a estabilidade vai depender apenas da estabilidade individual de cada sistema. Mas em sistemas formados pela conexão de diversos conversores como é o caso de uma GD, muitas vezes é difícil manter  $|Z_{in,C}(s)| > |Z_{o,F}(s)|$  em todas as interfaces, e ainda garantir todos os outros requisitos. Quando  $|Z_{o,F}(s)| > |Z_{in,C}(s)|$  um efeito significativo ocorre no sistema, que pode não necessariamente desestabilizar o sistema. Nesse caso pode-se usar o critério de Nyquist no ganho de laço menor  $T_{GLM}(s)$  para averiguar a estabilidade.

Assim, Wildrick et al. (1995) aplicou o critério de Nyquist no  $T_{GLM}(s)$  em um caso que  $|Z_{o,F}(s)|$  excede  $|Z_{in,C}(s)|$  em alguma faixa de frequência. Com isso notou que as margens de ganho e de fase do  $T_{GLM}(s)$  são de suma importância para estabilidade do sistema. Já que o fator  $1/(1 + T_{GLM}(s))$  cresce na presença de uma margem de fase pequena, resultando em um pico severo nas funções de transferências em malha fechada do sistema integrado. Como uma margem de fase de  $60^\circ$  pode ser usada para maioria das aplicações, uma metodologia de projeto conservadora foi proposta (WILDRICK, 1993). Dessa maneira, o GMPM estabelece margens de estabilidade de modo que garantam a estabilidade de todo o sistema, mesmo que as impedâncias se intersectem.

Para isso uma região proibida no gráfico polar do  $T_{GLM}$  foi definida como é mostrado na Figura 1.13, a qual foi obtida estabelecendo uma margem de fase e ganho respectivamente de  $60^\circ$  e 6 dB. Assim, se a região proibida não for povoada por  $T_{GLM}$ , o ponto  $(-1, 0)$  não será envolto, garantindo a estabilidade. Além do mais, qualquer vez que  $T_{GLM}$  cruzar o círculo unitário, terá uma margem de fase de pelo menos  $60^\circ$ . Por último, se  $T_{GLM}$  cruzar a porção negativa do eixo real, a magnitude de  $T_{GLM}$  será pelo menos menor que 0,5 garantindo pelo menos 6 dB de margem de ganho. Desse maneira, a região proibida previne o sistema de ser condicionalmente estável (WILDRICK et al., 1995).

Figura 1.13 – Região proibida do GMPM para garantir a estabilidade.



Fonte: adaptado de (WILDRICK et al., 1995).

Para definir uma metodologia de projeto a região proibida foi transformada na seguintes desigualdades

$$\|T_{GLM}(s)\| = \left\| \frac{Z_{o,F}(s)}{Z_{in,C}(s)} \right\| \leq \frac{1}{MG}, \text{ e } |\arg(Z_{o,F}(s)) - \arg(Z_{in,C}(s))| \leq 180^\circ - MF. \quad (1.19)$$

Baseado em (1.19) dois conceitos importantes de “ganho limite” e “banda de fase inaceitável” foram desenvolvidos. Em que:

- **Ganho limite:** o ganho limite  $|Z|_{limit}$ , é definido

$$|Z|_{limit} = |Z_{o,F}| + MG \quad [\text{dB}] \quad (1.20)$$

- **Banda de fase inaceitável:** a banda de fase inaceitável  $\arg(Z_{limit})$  é definida

$$\arg(Z_{limit}) = \arg(Z_{o,F}) \pm 120^\circ \quad (1.21)$$

Quando  $|Z_{in,C}(s)|$  fica acima do ganho limite para todas as frequências, a condição para amplitude  $T_{GLM}(s) < -6$  dB é satisfeita, e assim não há restrição na fase. Mas se  $Z_{in,C}(s)$  fica abaixo do ganho limite em alguma frequência, a condição para amplitude  $T_{GLM}(s) < -6$  é violada, e há restrição para fase (RICCOBONO; SANTI, 2014). Em particular,  $\arg(Z_{in,C}(s))$  não deve entrar na banda de fase inaceitável para alcançar a margem de fase desejada para  $T_{GLM}(s)$  na frequência que  $|Z_{in,C}(s)|$  é menor que o ganho limite.

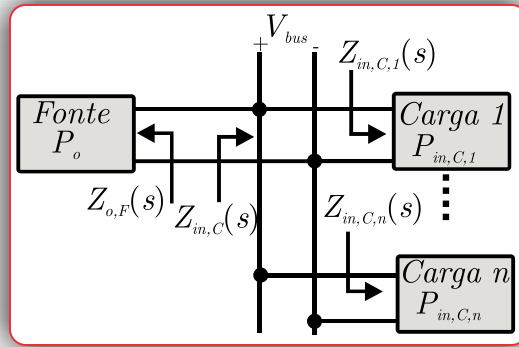
Um das deficiências dos critérios de análise da estabilidade descritos até agora é que podem ser usados apenas em sistemas com uma única carga conectada no barramento. Por exemplo, para o sistema da Figura 1.14, os métodos descritos apresentam uma



especificação para a combinação das impedância de entrada  $Z_{in,C}(s)$  de todo o sistema. Então a impedância unificada é obtida através da combinação em paralelo das impedâncias individuais  $Z_{in,C}(s) = Z_{in,C,1}(s) // Z_{in,C,2}(s) // \dots // Z_{in,C,n}$  das  $n$  cargas, assim tem-se que o ganho do laço menor ( $T_{GLM}(s)$ ) fica representado por

$$T_{GLM}(s) = \frac{Z_{o,F}(s)}{Z_{in,C}(s)} = \frac{Z_{o,F}(s)}{Z_{in,C,1}(s)} + \frac{Z_{o,F}(s)}{Z_{in,C,2}(s)} + \dots + \frac{Z_{o,F}(s)}{Z_{in,C,n}(s)} \quad (1.22)$$

Figura 1.14 – Sistema fonte alimentando  $n$  cargas.



Fonte: adaptado de (RICCOBONO; SANTI, 2014)

Para fins de aplicação é mais conveniente especificar as impedâncias  $Z_{in,C,1}, Z_{in,C,2}, \dots, Z_{in,C,n}$  separadamente do que combinado  $Z_{in,C}$ , para garantir a estabilidade (FENG et al., 1999a). Uma tentativa de generalizar o critério GMPM para  $n$  cargas foi apresentado em (WILDRICK, 1993), em que as restrições para cada impedância são redimensionadas proporcionalmente ao nível de potência de cada carga (RICCOBONO; SANTI, 2014). Entretanto foi provado por Feng et al. (1999a) que essa técnica não funciona corretamente para casos em que as impedâncias são proporcionais entre si.

Dessa forma para superar esse problema, Feng et al. (1999a), Feng et al. (1999b), Feng, Liu e Lee (2002) propuseram o *The Opposing Argument Criterion* (TOAC) para analisar a estabilidade de sistemas com  $n$  cargas. Esse método propõem uma região proibida alternativa para o ganho de laço menor ( $T_{GLM}(s)$ ) definida por

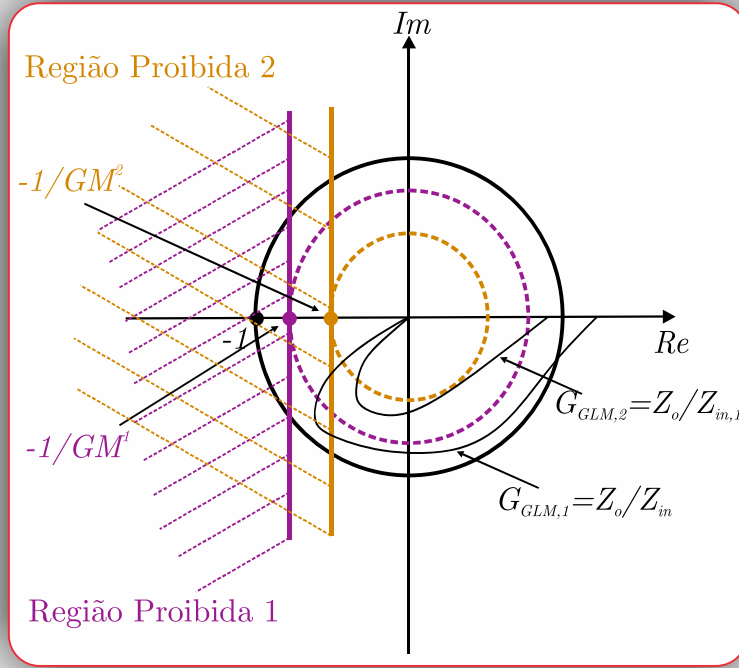
$$\text{Re}(Z_{o,F}(s)/Z_{in,C}(s)) \leq -1/MG \quad (1.23)$$

Essa região é mostrada na Figura 1.15 e previne o  $T_{GLM}(s)$  de circular o ponto  $(-1, 0)$ , além de garantir uma  $MG = 6\text{dB}$  e  $MF = 60^\circ$ , semelhante ao GMPM. A região proibida para o  $T_{GLM}(s)$  correspondente para cada conversor carga é dada por:

$$\text{Re}\left(\frac{Z_{o,F}}{Z_{in,C,k}}\right) \leq -\frac{1}{MG} \frac{P_{in,C,k}}{P_{o,F}} \quad (1.24)$$

sendo,  $k = 1, 2, \dots, n$  é a quantidade de conversores cargas presentes no sistema. A equação (1.24) define uma região proibida para cada  $T_{GLM,k}(s)$  deslocando a linha vertical  $-1/MG$  para direita de acordo com a taxa de potência  $P_{in,C,k}/P_{o,F}$  com é representado na Figura 1.15 (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017).

Figura 1.15 – Diagrama de Nyquist representando a região proibida do TOAC.



Fonte: adaptado de (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017)

A partir de (1.24) um ganho limite para cada impedância da carga é estabelecido

$$|Z_{limit,k}| = |Z_{o,F}| + MG + 20\log(P_{in,C,k}/P_{o,F}) \quad (1.25)$$

se  $Z_{in,C,k} > |Z_{limit,k}|$ , então não existe limitação na fase para  $Z_{in,C,k}$ . Do contrário, a fase de  $Z_{in,C,k}$  deve satisfazer a seguinte condição (RICCOBONO; SANTI, 2014)

$$|\arg(Z_{o,F}) - \arg(Z_{in,C,k})| < 90^\circ + \Phi_k \quad (1.26)$$

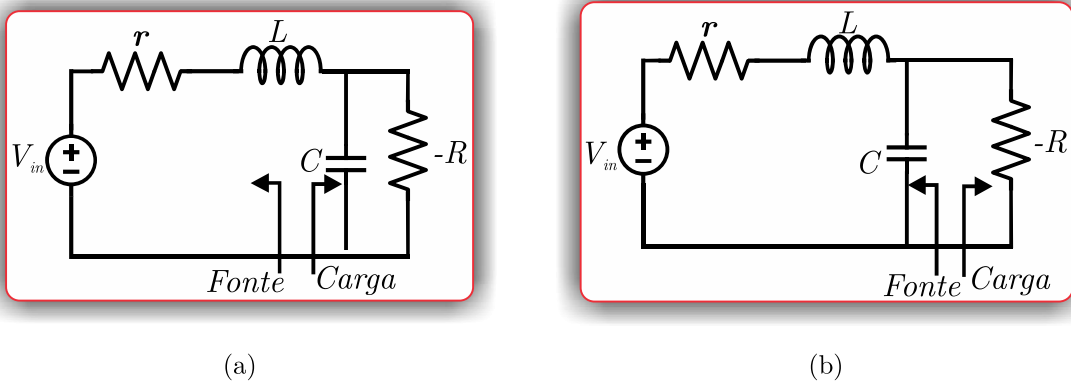
em que,

$$\Phi_k = \arcsin\left(\frac{1}{MG} \frac{Z_{in,C,k}}{Z_{o,F}} \frac{P_{in,C,k}}{P_{o,F}}\right) \quad (1.27)$$

Os critérios GMPM e *Opposing Argument Criterion* são menos conservadores que o método de Middlebrook. Entretanto, podem apresentar resultados distintos para análise da estabilidade quando tem-se diferentes agrupamento de componentes para definir o sistema carga e fonte, como é apresentado na Figura 1.16. Além disso esses critérios

não consideram incertezas, como variações paramétricas e não linearidades na análise da estabilidade (SUDHOFF; GLOVER, 2000). Para suprir essas deficiências foi proposto o *Energy Source Analysis Consortium* (ESAC) (SUDHOFF et al., 2000; SUDHOFF; GLOVER, 2000), que permite impor MG e MF desejadas. O ESAC consegue diminuir ainda mais as restrições impostas ao  $T_{MLG}(s)$ , impondo uma região proibida ainda menor (Figura 1.17).

Figura 1.16 – Diferentes agrupamentos considerados para análise da estabilidade: (a) Grupo 1; (b) Grupo 2.



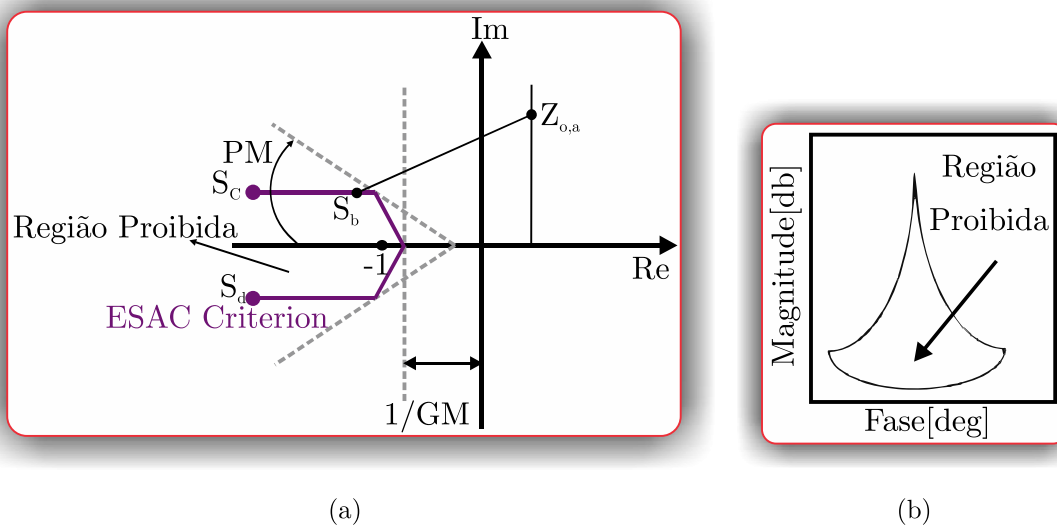
Fonte: Adaptado de (SUDHOFF et al., 2000).

Para provar que o ESAC é menos afetado quando utilizam-se diferentes agrupamentos de componentes para definir  $Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C}(s)$ , Sudhoff et al. (2000) utilizou o exemplo apresentado na Figura 1.16. Nos dois casos o sistema é o mesmo, mas o agrupamento que define  $Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C}(s)$  são diferentes. O circuito consiste em uma fonte de tensão ideal conectada em série com uma impedância  $R$ , uma resistência negativa representado o modelo de pequenos sinais de uma CPL, e um capacitor. Assim foi utilizado o método ESAC e GMPM para analisar a estabilidade dos diferentes agrupamento e comparar os resultados. Nesse exemplo existe o caso estável em que  $C = 10$  mF e o caso instável onde  $C = 0,5$  mF. O contorno de Nyquist do caso instável viola o critério GMPM e o ESAC para os dois agrupamentos, como esperado. No entanto para o caso estável, o critério GMPM é violado para o agrupamento 1, mas não para o agrupamento 2, e o método ESAC foi satisfeito para os dois agrupamentos. Com esse exemplo foi provado que o ESAC resulta em uma análise mais confiável quando tem-se diferentes agrupamentos para definir a impedância do conversor fonte e carga.

Assim como os outros métodos de análise da estabilidade o ESAC também estabeleceu um critério para projetar a impedância da carga a partir da impedância da fonte. As restrições são impostas em termos de um espaço 3-D da admitância em que os três eixos são: a frequência no eixo  $x$ , a fase no eixo  $y$  e a magnitude no eixo  $z$ . Assim através do conhecimento da impedância de saída do conversor fonte  $Z_{o,F}(s)$  e a da região

proibida para o ESAC, é possível definir para uma frequência  $f_a$  uma admitância para carga  $Y_{i,ab}(jf_a) = s_b/Z_{o,a}(jf_a)$  que provocará que  $T_{GLM}(s) = Y_i Z_{o,F}(s)$  fique no limite da região proibida ( $T_{GLM}(jf_a) = s_b$ ) como é mostrado na Figura 1.17 (a) (RICCOBONO; SANTI, 2014). Varrendo o ponto  $s_b$  através de toda a curva de restrição de estabilidade (do ponto  $s_c$  até o ponto  $s_d$ ) uma limitação é construída para admitância na frequência  $f_a$ , como é mostrado na Figura 1.17 (b), e assim repetindo esse procedimento para todas as frequências de interesse, o volume 3-D proibido para admitância é construído (SUDHOFF et al., 2000). Desse modo para garantir a estabilidade é necessário que a admitância da carga fique fora do volume proibido. O ESAC também trata do problema de estabilidade regional, em que a impedância da fonte e a admitância da carga são representadas por um conjunto respectivamente denotado por  $Z_s^G$  e  $Y_l^G$ , o qual engloba uma faixa de possíveis plantas. Isso é feito pela caracterização da fonte/carga sobre toda a gama de condições operacionais e valores de parâmetros, limitando o resultado. Logo, a admitância/impedância generalizada é definida como essa região limitada.

Figura 1.17 – Critério ESAC: (a) Construção da restrição para admitância; (b) Restrição para admitância da carga para uma frequência  $f_a$ .



Fonte: Adaptado de (SUDHOFF et al., 2000).

Um aprimoramento no ESAC foi proposto por Sudhoff e Crider (2011) que foi denominado de *Root Exponential Stability Criterion* (RESC). O RESC é similar ao ESAC em termos da região do plano- $s$  que é proibida. Contudo, é mais robusto numericamente, já que define as restrições para estabilidade através de uma função contínua, diferente do ESAC que usa uma função por partes.

Para determinar a estabilidade de um sistema de Geração Distribuída de Energia que possui o Estágio fonte formado por um conversor e o Estágio carga constituído de  $n$  conversores (como mostrado na Figura 1.14) foi estabelecido o *Three-Step Impedance*

*Criterion* (T-SIC) (WANG; YAO; RAO, 2003). Esse método diminui o conservadorismo dos outros critérios porque desconsidera que a função de transferência  $G_{AB}(s)$  (1.12) é estável. A fim de garantir a estabilidade do sistema, o T-SIC propõem os três seguintes passos:

1. Análise preliminar da estabilidade do sistema;
2. Medição da impedância;
3. Análise da estabilidade do sistema.

Como desconsidera-se que a função de transferência  $G_{AB}(s)$  seja estável, a análise da estabilidade será incorreta se o  $T_{GLM}(s)$  for definido por (1.13), mas por um ganho de laço menor estendido definido por (RICCOBONO; SANTI, 2014)

$$T_{GLM} = Z_{o,F}^P \cdot [(1/Z_{in,C}(s)) - (1/T^{Total}(s))] \quad (1.28)$$

em que,  $Z_{o,F}^P(s)$  é a impedância de saída do sistema fonte com  $n$  impedâncias puras mapeadas como subsistema carga em uma configuração paralela,  $Z_{in,C}(s)$  é a impedância de entrada equivalente de todos os  $n$  subsistemas cargas em paralelo, e  $1/T^{Total} = 1/T_1 + 1/T_2 + \dots + 1/T_n$  é impedância pura mapeada dos  $n$  subsistemas cargas em paralelo.

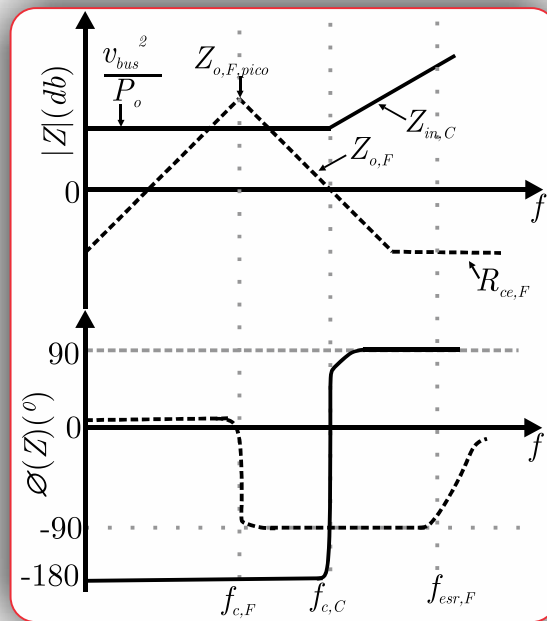
### 1.1.2.3 Resumo da Análise da Estabilidade Baseada nas Impedâncias

Frente a todos esses métodos de análise da estabilidade baseado em impedâncias, e o amplo estudo da estabilidade em sistemas em cascata (ABE et al., 2006b; HANKANIEMI; SUNTIO; SIPPOLA, 2005; SABLE; CHO; RIDLEY, 1991), Zhang et al. (2013), Zhang, Ruan e Zhong (2015) apresentaram as seguintes conclusões:

1. Característica da impedância  $Z_{o,F}(s)$ :  $Z_{o,F}(s)$  é a impedância de saída do conversor fonte, e como demonstrado pela linha pontilhada da Figura 1.18 é similar a impedância de saída de um filtro  $LC$  para  $f < f_{c,F}$ ,  $Z_{o,F}(s)$  apresenta a característica de um indutor; e se  $f > f_{c,F}$ ,  $Z_{o,F}(s)$  apresenta a característica de um capacitor. Em que, se o conversor fonte é um conversor estático, então  $f_{c,F}$  é a frequência de corte da malha de tensão, se o conversor fonte é um filtro  $LC$  então  $f_{c,F}$  é a frequência de ressonância do filtro.
2. Característica da impedância  $Z_{in,C}(s)$ :  $Z_{in,C}(s)$  é a impedância de entrada do conversor carga operando em CCM, e sua característica é apresentada pela linha sólida da Figura 1.18. A frequência de corte da malha de tensão é representado por  $f_{c,C}$ . Assim se  $f < f_{c,C}$ ,  $Z_{in,C}(s)$  se comporta como um resistor negativo com valor de  $\frac{-v_{bus}^2}{P_o}$ , onde  $v_{bus}$  é a tensão de barramento e  $P_o$  é a potência de saída do conversor, e se  $f > f_{c,C}$ ,  $Z_{in,C}(s)$  comporta-se com um indutor.

3. Causa da instabilidade: Para um sistema em cascata, se  $Z_{o,F}(s)$  é intersectado por  $Z_{in,C}(s)$ , e se  $f_{c,F}$  é menor que  $f_{c,C}$  como é mostrado na Figura 1.18, o sistema será instável. Além do mais, o diagrama de Nyquist do ganho do laço menor  $T_{MLG}(s)$  fica fora da região proibida imposta por Middlebrook. Nesse caso o sistema apresentará uma resposta oscilatória com frequência  $f_{c,F}$ .

Figura 1.18 – Características da impedâncias

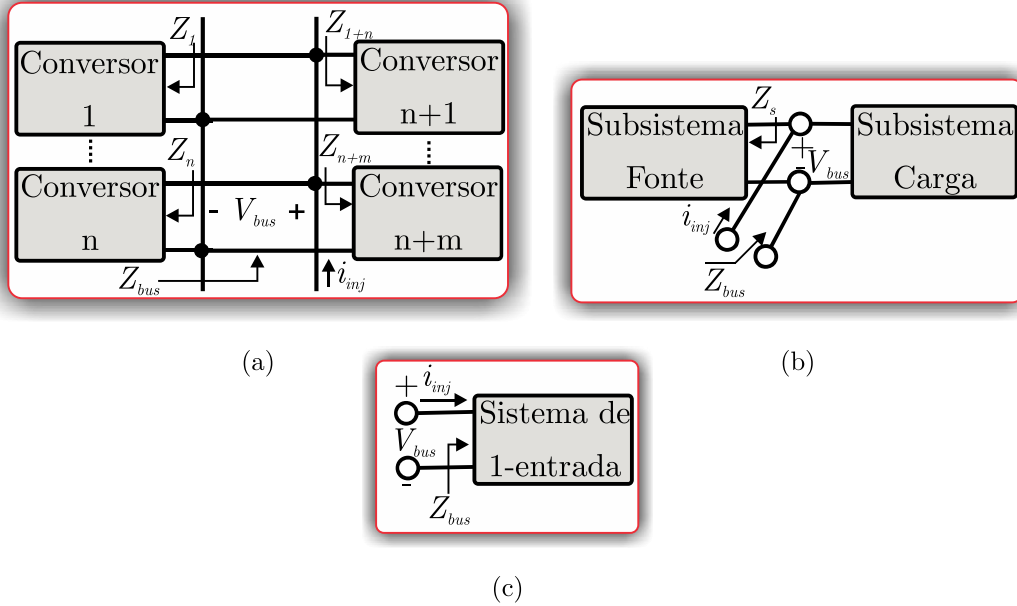


Fonte: Adaptado de (ZHANG et al., 2013).

#### 1.1.2.4 Teoria da Passividade Aplicada na Análise da Estabilidade

Os métodos de análise ESAC, suas extensões o RESC e T-SIC diminuíram o conservadorismo das outras técnicas discutidas e generalizaram a análise para sistemas com um conversor fonte e  $n$  conversores cargas. Mas esses métodos não conduzem a uma metodologia de projeto fácil, não podem ser aplicadas quando uma inversão do fluxo de potência ocorre, e abordam sistema com múltiplos conversores fontes e cargas como o mostrado na Figura 1.19(a) (RICCOBONO; SANTI, 2013b). Para superar essas desvantagens Riccobono e Santi (2012) propuseram o Critério de Estabilidade Baseado na passividade (PBSC, do inglês *Passivity-Based Stability Criterion*), o qual é baseado na teoria da passividade (ORTEGA et al., 2013).

Figura 1.19 – Explicação do PBSC: (a) Uma típica GD CC com  $n + m$  conversores; (b) Sistema equivalente com o subsistema carga e subsistema fonte interagindo; (c) Sistema de uma entrada equivalente.



Fonte: Adaptado de (RICCOBONO; SANTI, 2013b).

Um sistema elétrico linear e com uma entrada, descrito pela impedância  $Z(s) = V(s)/I(s)$  será passivo somente se absorver energia. Pela definição matemática um sistema será passivo se

$$\text{Passivo} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^T v(t)i(t)dt \geq 0, \quad \forall T \quad (1.29)$$

de forma que a energia total entregue para o sistema é

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(t)i(t)dt = \quad (1.30)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} V(j\omega)I^*(j\omega)d\omega \quad (1.31)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(j\omega)||I(j\omega)||^2d\omega \quad (1.32)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re}[Z(j\omega)]||I(j\omega)||^2d\omega \quad (1.33)$$

sendo que (1.30) e (1.31) utilizam o teorema de Parseval reportado em (RICCOBONO; SANTI, 2012). A condição da passividade requer que (1.33) seja não-negativa para todas as possíveis correntes. Isso implica que  $Z(s)$  seja uma função real positiva, ou  $\text{Re}[Z(\sigma + j\omega)] \geq 0$  para  $\sigma > 0$ . Essa última condição pode ser de difícil análise, já que necessita que  $\text{Re}[Z(s)]$  seja calculada a cada frequência no semiplano direito do domínio  $s$ . Contudo,

a seguinte condição de passividade providencia uma solução para esse cálculo. Assim um sistema com uma entrada é passivo se, e somente se, (RICCOBONO; SANTI, 2012):

1.  $Z(s)$  não contem polos no semiplano direito (SPD);
2.  $Z(j\omega)$  ter um contorno de Nyquist que encontre-se totalmente no SPD.

Pelo imposto na Condição 1, o contorno de Nyquist do  $Z(j\omega)$  não pode incluir nenhum polo. Como resultado polos e zeros no SPD são proibidos. Pela Condição 2 a fase de  $Z(j\omega)$  deve ficar entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$  para todo  $\omega$ , assim a potência média na porta é positiva para todas as possíveis correntes. Portanto, o sistema consome energia (sendo um sistema passivo). Se a fase for  $+90^\circ$  ou  $-90^\circ$  para todo  $\omega$ , a potência média é zero, e o sistema será sem perdas. Mas, se a fase for menor que  $-90^\circ$  ou maior que  $+90^\circ$  para algum  $\omega$ , a potência média pode ser negativa e o sistema pode devolver energia (sendo um sistema ativo). Desse modo, o PBSC para sistemas de geração distribuída afirma que (RICCOBONO; SANTI, 2012):

- Se a passividade for satisfeita pra  $Z_{Tot} = Z_o(s)/Z_{in}(s)$ , então o sistema como um todo, constituído por dois subsistemas que interagem entre si, será estável.

Então para aplicar a teoria da passividade no o sistema da Figura 1.19(a) primeiro é necessário analisá-lo apenas pela porta do barramento. O sistema pode ser reduzido para um equivalente com um subsistema fonte e um carga que interagem entre si como mostrado na Figura 1.19(b), e depois a um sistema equivalente de uma porta representado na Figura 1.19(c). O sistema de uma porta resultante visto a partir da porta do barramento CC tem uma impedância  $V_{bus}(s)/I_{inj}(s)$ , em que  $I_{inj}(s)$  é uma corrente injetada, através de um dispositivo externo conectado no barramento usado para perturbar o barramento. Assim, o sistema resultante de uma porta tem uma impedância  $Z_{bus}(s) = Z_S/Z_{in} = Z_1//\dots//Z_n//Z_{n+1}//\dots//Z_{n+m}$  (RICCOBONO; SANTI, 2014), que representa a impedância total do sistema. Então o sistema linear invariante no tempo de uma porta será passivo se as condições 1 e 2 foram satisfeitas para  $Z_{bus}$ .

### 1.1.2.5 Outros Métodos de Análise da Estabilidade

Além dos métodos descritos anteriormente, existem algumas técnicas de análise que não são baseadas na impedância do sistema, que são: *Modal Analysis*,  *$\mu$ -sensitivity criterion*, *mixed-potential based criterion*, *phase-plane analysis* e análise da bifurcação.

A *Modal Analysis* utiliza o modelo de pequenos sinais para analisar a estabilidade do sistema, através do estudo dos autovalores e autovetores do modelo (BARRUEL et al., 2005). Além disso é determinado a sensibilidade do autovalor  $\lambda_i$  em relação ao elemento  $a_{kj}$  da matriz  $A$ , e o fator de participação (do inglês - *Participation Factor*). Na fase



de projeto a informação relativa ao parâmetro crítico derivado da análise de sensibilidade e dos fatores de participação do autovalor pode ser utilizada no projeto de controle para assegurar as margens de estabilidade desejadas e o desempenho transitório (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017).

Como a *Modal Analysis* utiliza um modelo LIT (Linear Invariante no Tempo), impactos de não linearidades no sistema não são considerados. Além do mais, esse método não é adequado para encontrar o componente crítico que é mais frágil para desestabilizar o sistema (KUHN; JI; SCHRDER, 2007). Com o intuito de superar essas dificuldade, (KUHN; JI; SCHRDER, 2007) utilizam o  $\mu$ -*sensitivity criterion* como método de análise da estabilidade. O  $\mu$ -*sensitivity criterion* é baseado na teoria de controle robusto, e seu uso abrange os seguintes passos (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017):

- obtenção de um modelo do sistema linearizado nos pontos de equilíbrio e simbólico;
- obtenção do modelo baseado no LFT (*Linear Fractional Transformation*) ;
- calcular a sensibilidade- $\mu$  (do inglês -  $\mu$ -*sensitivities*)

O valor da sensibilidade- $\mu$  com respeito a um parâmetro particular do sistema, e uma indicação de quão crítico é esse parâmetro do ponto de vista da estabilidade. Comparado aos outros métodos de análise, o  $\mu$ -*sensitivity criterion* fornece uma ampla e direta visão sobre a influência dos parâmetros do sistema na estabilidade.

Um das desvantagens sobre os critérios de estabilidade descritos é que garantem apenas a estabilidade de pequenos sinais do sistema, já que são baseados em modelos lineares (os quais são linearizados em torno de um ponto de operação). Entretanto, algumas vezes se faz necessário ter o conhecimento de como grandes desvios do ponto de operação podem ser tolerados pelo sistema. Para esses casos é necessário realizar uma análise da estabilidade que considere modelos não lineares ou de grandes sinais. Com essa motivação foi desenvolvido o *mixed-potential based criterion*, que foi primeiramente apresentado por Brayton e Moser para tratar a estabilidade de circuitos não lineares (BELKHAYAT; COOLEY; WITULSKI, 1995). Esse critério é usado para assegurar a estabilidade de grandes sinais de um sistema e estimar a ROA (do inglês - *Region of Attraction*) de um ponto de equilíbrio (DU et al., 2013). Segundo Singh, Gautam e Fulwani (2017), o uso deste método resulta em restrições no projeto dos parâmetros do filtro, como por exemplo, no capacitor de um barramento CC para garantir a estabilidade assintótica de grandes sinais em um ponto de equilíbrio com uma ROA suficientemente grande. Além disso, a aplicação do critério envolve desenvolver uma *Lyapunov-type Mixed Potential Function* usando os elementos e a topologia do circuito em estudo, e depois sobre certas condições impor um dos cinco teoremas de Brayton e Moser.

Outro método que pode ser utilizado para analisar o comportamento global de conversores operando em malha fechada com cargas CPL é o *phase-plane analysis* (ZHANG;

YAN, 2011). Essa técnica fornece uma visão de como a dinâmica do sistema evolui com o tempo, e determina a ROC de um ponto de equilíbrio através da solução das equações diferenciais do sistema com auxílio de uma ferramenta gráfica chamada *phase-portrait* (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017). Uma técnica que tem sido utilizada para identificar as regiões de operação estáveis de sistemas formados por um ou mais conversores é a análise por bifurcação (SANCHEZ; MOLINAS, 2012). Essa análise apresenta como a região de operação estável do sistema é afetada pela variação de seus parâmetros, em que esse conhecimento pode ser efetivamente utilizado pelos projetista para garantir a estabilidade (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017).

### 1.1.3 Métodos de Estabilização

Como foi discutido nas seções anteriores existe uma grande probabilidade de sistemas constituídos por dois ou mais conversores conectados apresentarem oscilações, ou seja se tornarem instáveis. Assim além de analisar a estabilidade desse tipo de sistema é necessário garanti-la. Por esta razão inúmeros métodos de estabilização foram desenvolvidos. A grande maioria dessas técnicas tem como objetivo aumentar o amortecimento efetivo do sistema por meio de modificações nas impedâncias de saída  $Z_{o,F}$  do sistema fonte ou na impedância de entrada  $Z_{in,C}$  do sistema carga (WU; LU, 2014). Essas modificações podem ser realizadas no sistema, através de *hardware* ou pelo laço de controle (*software*) (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017). As técnicas baseadas em *hardware* são conhecidas como métodos de amortecimento passivo (CÉSPEDES; XING; SUN, 2011; MARX et al., 2012; ABE et al., 2008; ABE et al., 2006a; AN; LU, 2016; MA et al., 2013, 2013; THANDI et al., 1999; ZHANG et al., 2013; CAO; ZHONG; MING, 2015), e consistem em inserir componentes como resistores, capacitores, indutores e até conversores para estabilizar o sistema. Já as técnicas baseadas em *software* são denominadas como métodos de amortecimento ativo (RAHIMI; EMADI, 2009a; KARPPANEN et al., 2007; WU; LU, 2015; LI; JIA; ZHENG, 2014; LIU; FORSYTH; CROSS, 2007; WANG; YAO; RAO, 2005; ZHANG; RUAN; CHI, 2015; ZHANG; ZHONG; MING, 2016a), e utilizam técnicas de controle para garantir a estabilidade do sistema.

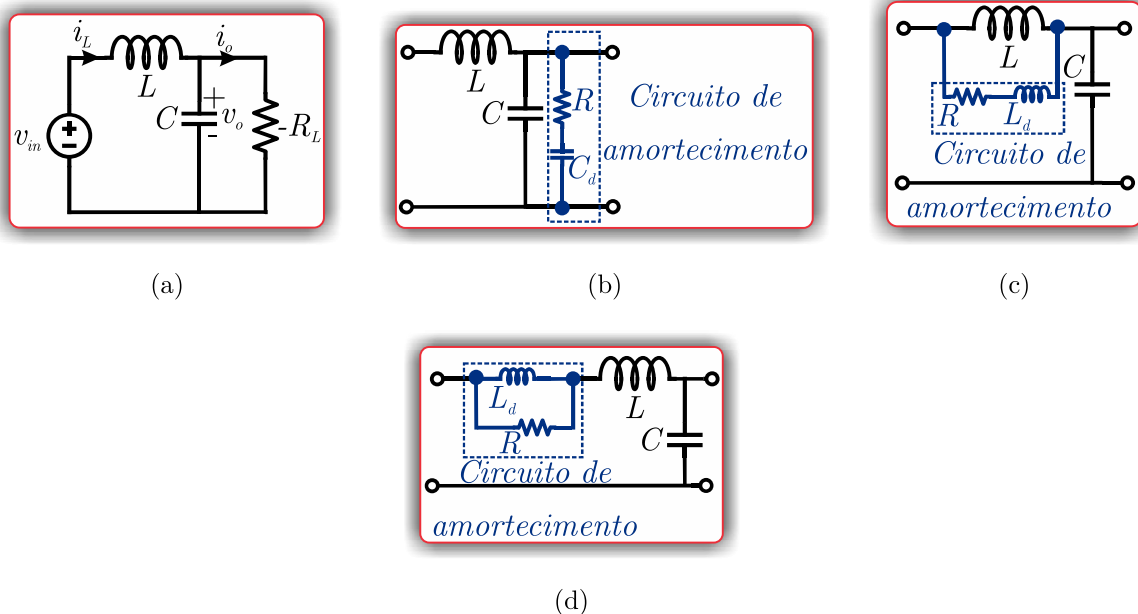
#### 1.1.3.1 Métodos Passivos

Os métodos de estabilização passivos foram desenvolvidos considerando que a origem do problema de instabilidade é o efeito de resistência negativa, que diminui o amortecimento efetivo do sistema. Desse modo, para compensar esse efeito, esses métodos

modificam o *hardware* do sistema através da adição de componentes passivos com o intuito de aumentar amortecimento do sistema.

Com o objetivo de estabilizar sistemas em que o Estágio Fonte é formado por um filtro  $LC$  e o Estágio Carga por um conversor operando em malha fechada (comportamento de  $-R_L$ ) como o apresentado na Figura 1.20(a), Erickson (1999), Xing, Feng e Sun (2011), Céspedes, Xing e Sun (2011), Mitchell (1978), propuseram três circuitos de amortecimento passivos. Nas figuras 1.20(b), 1.20(c) e 1.20(d) são apresentados os três circuitos propostos e respectivamente são chamados de  $RC$  paralelo,  $RL$  paralelo e  $RL$  serie. Esses circuitos são projetados para fazer com que a impedância de saída  $Z_{o,F}(s)$  do filtro  $LC$  seja menor que a impedância de entrada  $Z_{in,C}(s)$  da CPL, garantido assim a estabilidade do sistema. Mas essa abordagem não funciona para filtros de entrada com mais de uma frequência de ressonância, como é o caso de filtros  $\pi$  e  $LCL$ , e para sistemas em que o Estágio Fonte é constituído por um conversor.

Figura 1.20 – Métodos de estabilização passiva para o: (a) sistema em cascata; (b) circuito de amortecimento  $RC$  paralelo; (c) circuito de amortecimento  $RL$  paralelo; (d) circuito de amortecimento  $RL$  serie.

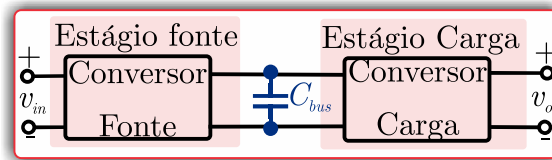


Fonte: Adaptado de (CÉSPEDES; XING; SUN, 2011).

Nos sistemas em que o Estágio Fonte é um conversor as soluções de estabilização descritas na Figura 1.20 não são adequadas. Assim para estabilizar esse tipo de sistema pode-se adicionar um capacitor  $C_{bus}$  no barramento (ABE et al., 2008; ABE et al., 2006a; AN; LU, 2016; GAO et al., 2014) como é mostrado na Figura 1.21. O capacitor  $C_{bus}$  é projetado para desacoplar as impedâncias do Estágio Fonte e Carga, o que garante a estabilidade do sistema, mas implica valores altos de capacitância (ZHANG, 2016). Por esse

motivo essa abordagem apresenta como desvantagens a necessidade de usar um capacitor eletrolítico que reduz a confiabilidade do sistema (MA et al., 2013), uma inadequada resposta dinâmica do sistema (THANDI et al., 1999) e uma densidade de potência reduzida (CAO; ZHONG; MING, 2015) .

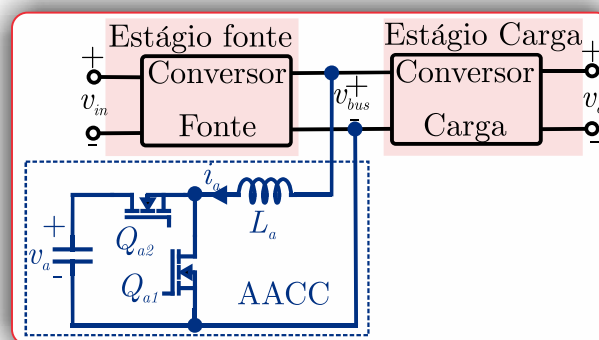
Figura 1.21 – Estabilização do sistema por meio da adição de um capacitor no barramento.



Fonte: Adaptado de (ABE et al., 2008; ABE et al., 2006a; AN; LU, 2016; GAO et al., 2014).

Com o objetivo de superar as desvantagens do método anterior Zhang et al. (2013) apresenta a técnica Conversor Capacitivo Adaptativo Ativo (AACC, do inglês *adaptive active capacitor converter*). Esse método consiste em adicionar um conversor CC/CC auxiliar no barramento do sistema como é mostrada na Figura 1.22. Esse conversor imita o  $C_{bus}$ , e tem como objetivo diminuir a impedância de saída do Estágio Carga  $Z_{o,F}(s)$ , e com isso garantir que  $|Z_{o,F}(s)| < |Z_{in,C}(s)|$ . Além do mais o AACC é adaptativo e assim assegura que a resposta dinâmica seja melhor que o  $C_{bus}$ . Também faz com que não seja necessário utilizar um capacitor eletrolítico, aumentando assim a confiabilidade do sistema. Mas o problema é que esta abordagem necessita de um conversor adicional, aumentando o custo e as perdas.

Figura 1.22 – Estabilização do sistema por meio do método AACC.



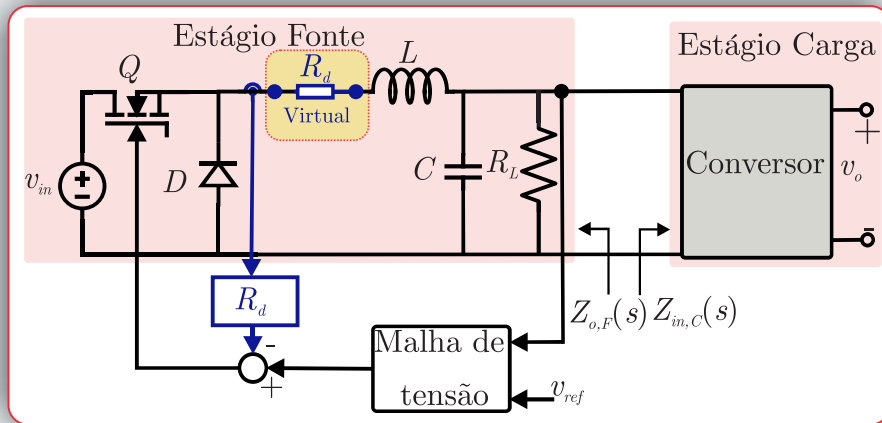
Fonte: Adaptado de (ZHANG et al., 2013)

### 1.1.3.2 Métodos Ativos

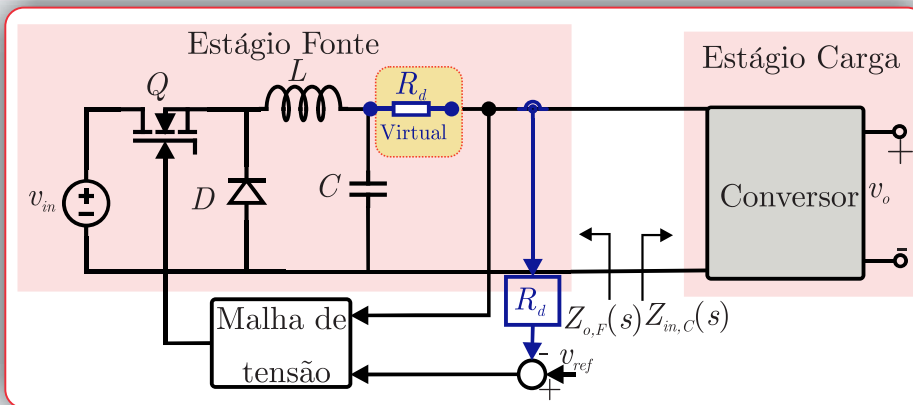
As técnicas de estabilização passiva adicionam componentes extras de *hardware* no sistema, gerando um aumento no tamanho, custo e peso do sistema (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017). Com o objetivo de superar essas desvantagens, os métodos de estabilização ativa foram desenvolvidos, os quais implementam leis de controle em processadores digitais. A grande maioria tem como objetivo alterar a impedância de saída do Estágio Fonte  $Z_{o,F}(s)$  (RAHIMI; EMADI, 2009a; KARPPANEN et al., 2007; WU; LU, 2015; LI; JIA; ZHENG, 2014) ou a impedância de entrada do Estágio Carga  $Z_{in,C}(s)$  (LIU; FORSYTH; CROSS, 2007; WANG; YAO; RAO, 2005).

Na Figura 1.23 são apresentados métodos de estabilização que podem ser aplicado no EF quando o mesmo é constituído de um conversor. Assim, na Figura 1.23(a) apresenta-se a técnica proposta por Rahimi e Emadi (2009a) que consiste em adicionar uma malha de controle na corrente  $i_L$  do indutor do EF, e tem como função emular um resistor em série com o indutor. Assim, a impedância de saída do EF  $Z_{o,F}(s)$  é amortecida, garantindo que o sistema seja estável. O método desenvolvido por Wu e Lu (2015) é apresentado na Figura 1.23(b), em que uma malha de controle para a corrente de saída é adicionada. Essa estratégia tem como objetivo simular uma impedância em série na saída do conversor do EF para garantir a estabilidade. Já Li, Jia e Zheng (2014) propõem adicionar um resistor virtual em paralelo na saída do conversor do EF para estabilizar o sistema. Isso é feito por meio de uma malha de controle na tensão de saída como é mostrado na Figura 1.23(c). Assim, com essa estratégia é possível reduzir a impedância de saída do EF e com isso garantir a estabilidade do sistema.

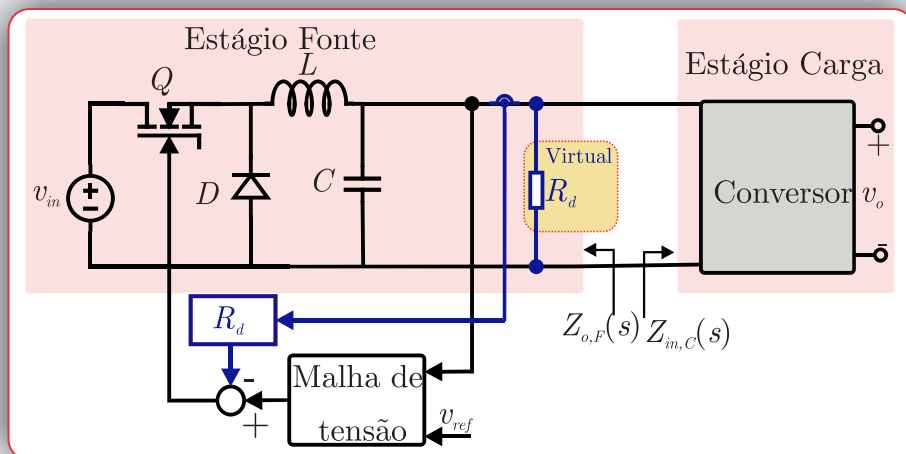
Figura 1.23 – Métodos de estabilização ativa aplicado no Estágio Fonte: (a) na corrente  $i_L$ ; (b) na corrente de saída; (c) na tensão de saída.



(a)



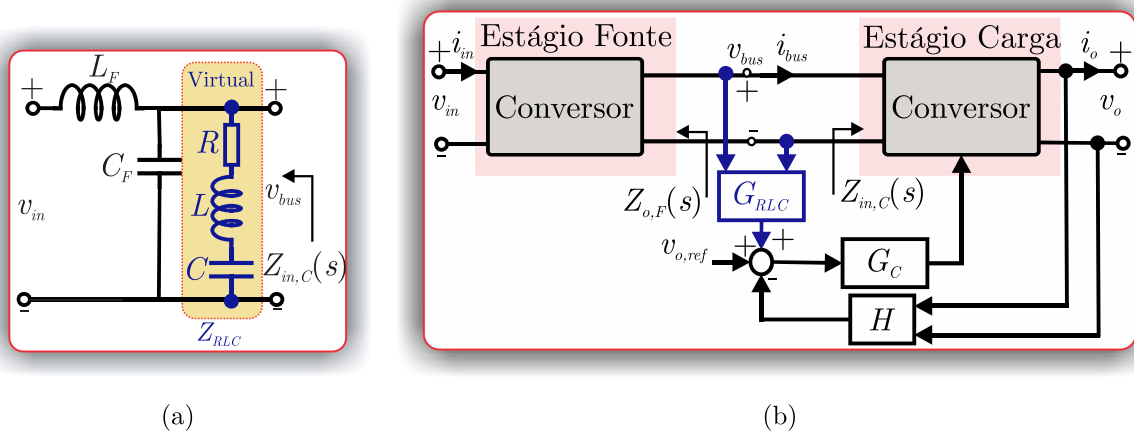
(b)



(c)

As técnicas de estabilização ativa apresentadas na Figura 1.23 são válidas apenas quando o EF é composto por um conversor controlado. Para o caso do EF ser formado por um elemento passivo, como por exemplo um filtro  $LC$ , Zhang, Zhong e Ming (2016d) propuseram uma técnica de amortecimento chamada *Virtual RLC* (VRLC). Esse método foi baseado nos métodos passivos descritos na Figura 1.20, assim ao contrário de adicionar circuitos no sistema, o VRLC simula o circuito apresentado na Figura 1.24(a) para modificar a impedância de saída do EF e estabilizar o sistema. O VRLC é implementado através de uma malha de controle na tensão de barramento aplicado no conversor do EC, como é representado an Figura 1.24(b).

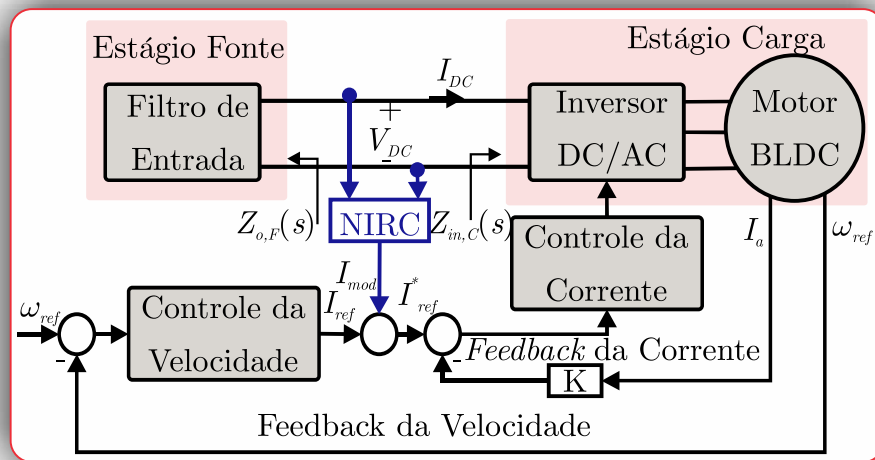
Figura 1.24 – Método de estabilização VRLC: (a) Estrutura; (b) diagrama de blocos.



Fonte: Adaptado de (ZHANG; ZHONG; MING, 2016d).

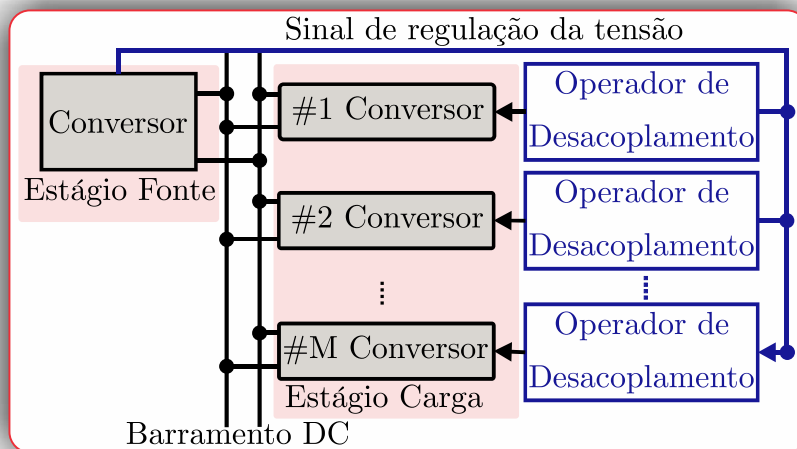
Existem técnicas de estabilização ativa que foram desenvolvidas para serem aplicadas no conversor do EC. Uma dessas técnicas é apresentada por Liu, Forsyth e Cross (2007), os quais propõem um controle que simula um capacitor em paralelo com a impedância de entrada do EC como é mostrado na Figura 1.25. Essa abordagem tem como intuito eliminar o comportamento de resistência negativa do EC. Por isso é chamado de *Negative Input-resistance compensator* (NIRC), o qual garante a estabilidade e depende da tensão do barramento. Outro método de estabilização ativa aplicado no conversor do EC é o apresentado por Wang, Yao e Rao (2005), o qual pode ser usado para um sistema com múltiplos conversores como pode ser visto na Figura 1.26. Nessa abordagem, no EF é criado um mapa de sinais de regulação que são enviados para o controle do Estágio Carga para moldar a impedância de entrada do EC, e assim eliminar as oscilações (instabilidade).

Figura 1.25 – Diagrama de blocos da estratégia de estabilização NIRC.



Fonte: Adaptado de (LIU; FORSYTH; CROSS, 2007).

Figura 1.26 – Diagrama de blocos da estratégia de estabilização DI.



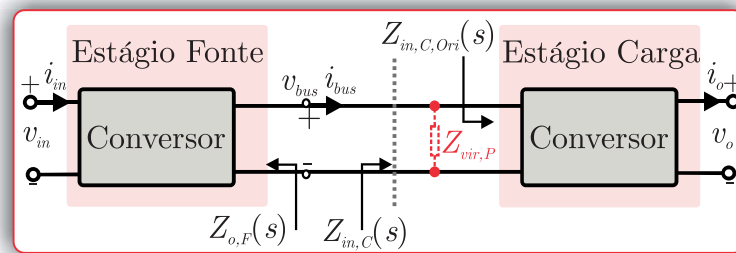
Fonte: Adaptado de (WANG; YAO; RAO, 2005).

Mais recentemente, Zhang, Ruan e Zhong (2015) apresentaram dois métodos de estabilização chamados de *parallel virtual impedance* (PVI) e *series virtual impedance* (SVI). Os métodos PVI e SVI tem como objetivo respectivamente adicionar uma impedância em paralelo ou série na entrada do EC como é mostrado na Figura 1.27. Na Figura 1.27 (a) mostra-se como o PVI funciona, o qual adiciona uma ação de controle na tensão do barramento  $v_{bus}$  e soma-se com à malha de controle da tensão de saída. Já o SVI é implementado adicionando uma malha de controle na corrente de entrada  $i_{bus}$ , a qual é subtraída da saída do controlador  $G_c(s)$ , como é mostrado na Figura 1.27 (b). Essas abordagens moldam o pico de ressonância da impedância de entrada do EC de modo a

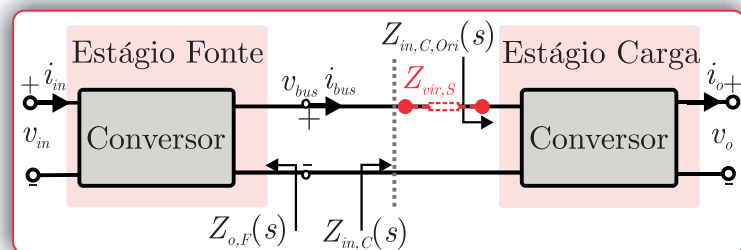


satisfazer o critério de Middlebrook e garantir a estabilidade do sistema. Essas estratégias podem garantir um bom desempenho, já que afetam minimamente a dinâmica do sistema. Mas para realizar o projeto do PVI e SVI é necessário ter o conhecimento das frequências em que as impedâncias  $Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C}(s)$  se intersectam, e muitas vezes essas frequências podem não ser conhecidas ou variarem. Desse modo, para aprimorar essas vantagens Zhang, Zhong e Ming (2016c), Zhang, Zhong e Ming (2016a), Zhang, Ruan e Zhong (2015) adicionaram um mecanismo adaptativo a essas técnicas, melhorando assim o seu desempenho. Apesar do impacto da estratégia SVI ser apenas em uma pequena gama de frequências, ainda assim deteriora o desempenho do Estágio Carga. Com o intuito de melhorar esse aspecto Zhang, Zhong e Ming (2016b) propõem o *source side virtual impedance* (SSVI). Esse método move a impedância virtual do EC para o Estágio Fonte como é mostrado na Figura 1.28. O SSVI tem a mesma função do SVI, que é realizar uma total separação entre as impedâncias, mas ao contrário de aumentar a impedância de entrada do EC  $Z_{in,C}(s)$  o SSVI diminui a impedância de saída do EF  $Z_{o,F}(s)$ .

Figura 1.27 – Métodos de estabilização ativa: (a) PVI; (b) SVI.



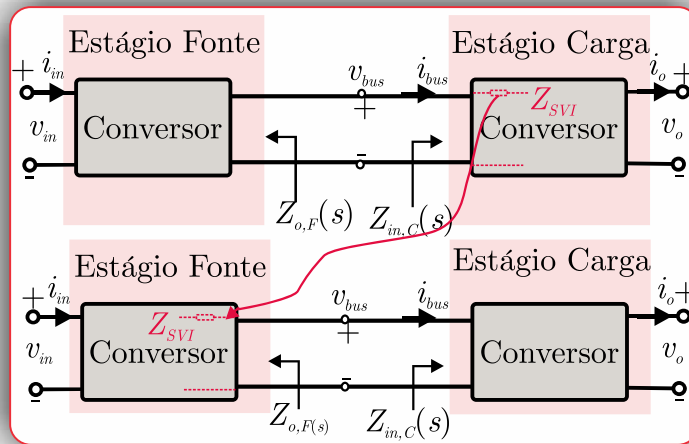
(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015).

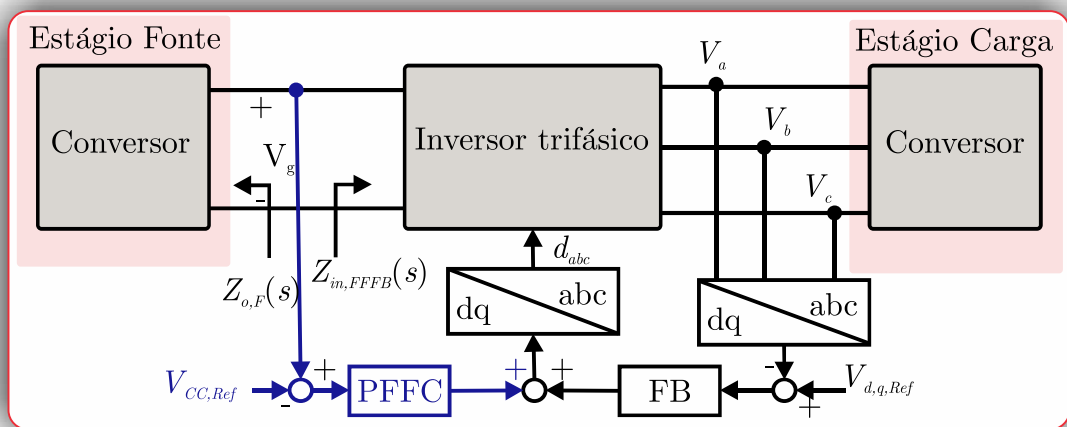
Figura 1.28 – Estratégia de controle SSVI.



Fonte: Adaptado de (ZHANG; ZHONG; MING, 2016b).

Uma técnica de estabilização ativa baseada na teoria da passividade foi desenvolvida por Riccobono e Santi (2013a), cujo o nome é *Positive Feedforward Control* (PFFC). O funcionamento do PFFC é explicado com base na aplicação mostrada na Figura 1.29, que é composta por um Estágio Fonte e Carga intermediados por um inversor trifásico CC/CA. O objetivo do PFFC é estabilizar a tensão de entrada modificando a impedância de entrada do inversor apenas nas frequências em que ocorrem as interações. Para alcançar esses objetivos o PFFC é projetado para impor a condição de passividade (discutido na seção 2.3.3) no barramento CC. Isso é feito baseado na análise do diagrama de Nyquist do  $Z_{Tot}$ . Desse modo o controlador PFFC garante que o barramento CC do sistema da Figura 1.29 será passivo, o que garante a estabilidade do sistema.

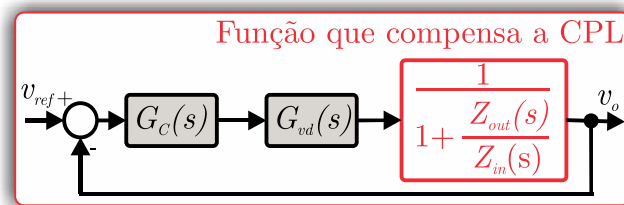
Figura 1.29 – Diagrama de blocos da implementação do PFFC.



Fonte: Adaptado de (RICCOBONO; SANTI, 2013a).

Todos os métodos de estabilização ativa discutidos até agora adicionam uma malha extra para estabilizar o sistema, sem alterar a malha de controle *feedback*. Já Ahmadi e Ferdowsi (2014) apresentam uma estratégia de estabilização baseada no reprojeto da malha de controle *feedback*, excluindo a necessidade de adicionar uma malha exclusiva para estabilizar o sistema. Assim essa abordagem determina a dinâmica que é adicionada pelo comportamento de resistência negativa do Estágio Carga. Essa dinâmica é adicionada na malha de controle *feedback* através de uma função de transferência  $G_{CPL,Comp}(s)$  como é mostrado na Figura 1.30. Uma restrição desse método é que se o sistema for de fase não mínima, o ganho do compensador  $G_C(s)$  será limitado se não o sistema pode se tornar instável.

Figura 1.30 – Estratégia de estabilização de reprojeto.



Fonte: Adaptado de (AHMADI; FERDOWSI, 2014).

## 1.2 CONTRIBUIÇÕES

Diante do exposto, este trabalho pretende criar uma metodologia de associação de métodos de análise da estabilidade para aplicação em conversores CC-CC conectados em cascata, onde um estudo de caso foi empregado para validação. A partir disso pode-se tanto investigar mais detalhadamente a origem dos problemas de oscilações e instabilidades de sistemas interconectados quanto fornecer informações suficientes, que não se restringissem somente ao comportamento de CPL mas também abordando as incertezas do sistema, para orientar a busca por soluções de controle mais simples e adequadas.

Os objetivos específicos são:

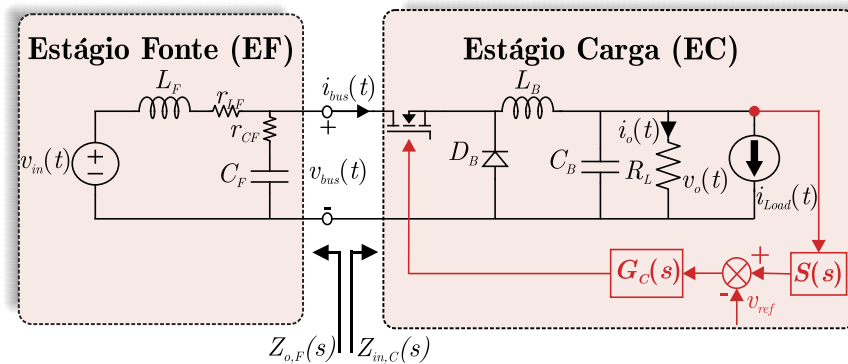
- Apresentar uma revisão da literatura detalhada dos métodos de análise da estabilidade e controle de sistemas interconectados;
- Estudar e analisar a origem do problema de estabilidade (oscilações) de sistemas estáveis interconectados;
- Desenvolver uma metodologia de análise da estabilidade precisa que seja capaz de identificar o problema de uma forma detalhada visando indicar possíveis soluções via controle;

- Apresentar uma prova e contraprova de que a metodologia de análise da estabilidade desenvolvida neste trabalho que faz o uso do critério de Middlebrook pode resultar em uma boa precisão, se certas condições forem respeitadas;
- Apresentar uma solução de controle para o problema que garanta tanto a estabilidade quanto um desempenho satisfatório.
- Provar matematicamente a estabilidade do sistema considerando a solução de controle proposta;
- Validar a teoria apresentada neste trabalho através de análise, estudo analítico, resultados de simulação e experimentais.

## 2 Origem do Problema de Estabilidade em Conversores CC-CC Conectados em Cascata

Este capítulo tem como objetivo detectar e entender a origem do problema de estabilidade em conversores CC-CC conectados em cascata. Além de apresentar uma metodologia de análise da estabilidade precisa para sistemas lineares conectados em cascata. Foram utilizados os critérios de Middlebrook e Nyquist para analisar a estabilidade do sistema, e com o Teorema do Elemento Extra (TEE) foi possível identificar a origem do problema de estabilidade de uma forma mais detalhada, visando a busca por soluções de controles adequadas. O sistema interligado utilizado para o presente estudo de caso é formado por um Estágio Fonte conectado em cascata a um Estágio Carga (Figura 2.1), os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 2.1. Um filtro  $LC$  compõe o Estágio Fonte, enquanto um conversor Buck, operando com um compensador PID na tensão de saída, constitui o Estágio Carga. A escolha por esta configuração baseou-se na busca por um cenário onde o problema de estabilidade fosse mais frequente, como o que costuma ocorrer quando filtros  $LC$  são conectados à entrada de conversores CC-CC. Já, que a impedância de saída do filtro  $LC$  pode ser maior que a impedância de entrada do conversor CC-CC em boa parte dos casos (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015; WEICHEL et al., 2010). Além do mais, o modelo da impedância de saída do filtro  $LC$  se equivale a grande maioria dos conversores estáticos operando em malha aberta, sendo compatível com outros sistemas em cascata.

Figura 2.1 – Sistema de conversores em cascata estudado.



Fonte: Autor.

Vale ressaltar que todas as análises realizadas neste capítulo são válidas apenas para sistemas lineares. Todos os modelos são válidos e foram linearizados para representar as dinâmicas abaixo da metade da frequência de chaveamento, ou seja, respeitando o critério de Nyquist. Para todas as dinâmicas acima da metade da frequência de chaveamento os modelos e análises apresentadas neste capítulo não são válidas. A análise apresentada está confinada em um cenário em que os modelos são respeitados. Além do mais, o cenário

que está sendo utilizado é composto por uma fonte de entrada linear e um EC não linear que é linearizado para a análise da estabilidade.

Tabela 2.1 – Parâmetros utilizados no sistema em cascata.

Parâmetro	Valor
$L_F$	522 $\mu$ H
$C_F$	41,16 $\mu$ F
$r_{LF}$	0,06 $\Omega$
$r_{CF}$	0,12 $\Omega$
$L_B$	100 $\mu$ H
$C_B$	100 $\mu$ F
$R_L$	1,5 $\Omega$
$V_{in}$	60 V
$V_o$	15 V
$P_o$	150 W
$f_{sw}$	30 kHz

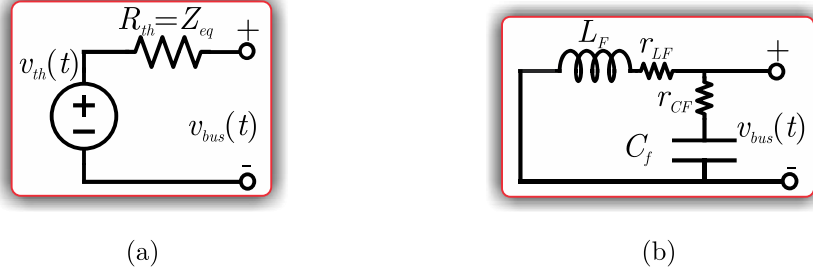
## 2.1 MODELAGEM E CONTROLE

A obtenção dos modelos do Estágio Fonte (EF), Estágio Carga (EC), do sistema acoplado, e projeto do sistema de controle do EC constituem o primeiro passo para investigar a estabilidade do sistema em cascata (Figura 2.1).

### 2.1.1 Modelagem do Estágio Fonte

Para determinar a função de transferência da impedância de saída do EF  $Z_{o,F}(s)$  foi utilizado o teorema de Thévenin e considerou-se o EF isoladamente. O circuito equivalente é mostrado na Figura 2.2(a), onde o filtro  $LC$  é representado por uma fonte de tensão  $v_{th}(t)$  em série com um resistor equivalente  $R_{th} = Z_{eq}$ . Para determinar  $Z_{eq}$  substituiu-se a fonte de tensão  $v_{in}(t)$  da Figura 2.1 por um curto circuito, obtendo assim o sistema da Figura 2.2(b) .

Figura 2.2 – Circuitos utilizados para determinar a  $Z_{o,F}(s)$ : (a) circuito equivalente de Thevenin; (b) circuito para determinar a  $Z_{eq}$ .



Fonte: Autor.

Aplicando a Transformada de Laplace tem-se  $L_F = sL_F$  e  $C_F = 1/sC_F$  e ao analisar o circuito da Figura 2.3(b) chega-se que à impedância equivalente de Thévenin é

$$Z_{eq}(s) = (L_F(s) + r_{LF}(s)) \parallel (C_F(s) + r_{CF}). \quad (2.1)$$

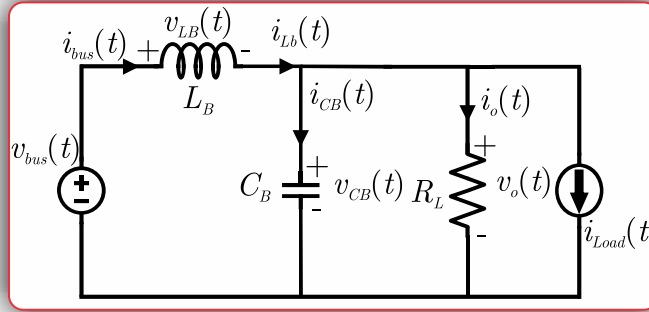
assim, substituindo  $L_F(s)$  e  $C_F(s)$  em  $Z_{eq}$  e sabendo que  $Z_{eq} = v_{bus}(s)/i_{bus}(s)$ , chega-se na definição da impedância de saída

$$Z_{o,F}(s) = \frac{s^2(L_F C_F r_{CF}) + s(L_F + C_F r_{LF} r_{CF}) + r_{LF}}{s^2 L_F C_F + s C_F (r_{LF} + r_{CF}) + 1}. \quad (2.2)$$

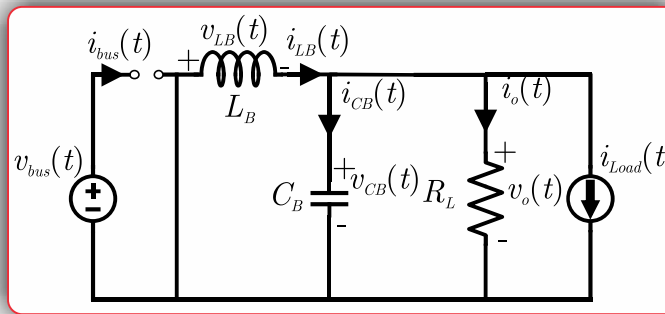
### 2.1.2 Modelagem e Controle do Estágio Carga

A metodologia utilizada para obter o modelo do conversor do Estágio Carga foi baseada no método do modelo médio no espaço de estados descrito por (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007). Assume-se que o conversor esteja operando no MCC (Modo de Condução Contínua) e todos os seus componentes são ideais. O primeiro passo realizado para determinar o modelo do conversor foi descrever as suas etapas de funcionamento, as quais são apresentadas na Figura 2.3. A primeira etapa de funcionamento do conversor Buck é descrita na Figura 2.3(a), em que a chave  $Q_B$  está conduzindo e o diodo  $D_B$  está bloqueado, isso ocorre durante o período  $DT_s$ , em que  $D$  é a razão cíclica do conversor e  $T_s$  é o período de chaveamento. O segundo estágio ocorre no período  $(1 - D)T_s$ , sendo representado pela Figura 2.3(b), durante esse período a chave  $Q_B$  não está conduzindo e o diodo  $D_B$  está conduzindo.

Figura 2.3 – Etapas de Funcionamento do Conversor Buck: (a) Primeira etapa;  
 (b) Segunda etapa.



(a)



(b)

Fonte: Autor.

Depois de determinar as etapas de funcionamento do conversor Buck aplicou-se as leis de Kirchoff das tensões (LKT) e das correntes (LKC) nos circuitos da Figura 2.3. Assim foi possível obter as equações que definem a corrente no indutor  $i_{LB}(t)$  e a tensão no capacitor  $v_{CB}(t)$  nas duas etapas de funcionamento, as quais são definidas por

$$\begin{aligned}
 \text{Etapa 1 : } & \begin{cases} L_B \frac{di_{LB}(t)}{dt} = V_{bus}(t) - v_{CB}(t) \\ C_B \frac{dv_{CB}(t)}{dt} = i_{LB}(t) - \frac{v_{CB}(t)}{R_L} - i_{Load}(t) \end{cases} \\
 \text{Etapa 2 : } & \begin{cases} L_B \frac{di_{LB}(t)}{dt} = -v_{CB}(t) \\ C_B \frac{dv_{CB}(t)}{dt} = i_{LB}(t) - \frac{v_{CB}(t)}{R_L} - i_{Load}(t) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$



Da mesma forma foi possível determinar a corrente de entrada  $i_{bus}(t)$  e a tensão de saída  $v_o(t)$  nas duas etapas de funcionamento tal como

$$\begin{aligned} \text{Etapa 1: } & \begin{cases} i_{bus}(t) = i_{LB}(t) \\ v_o(t) = v_{CB}(t) \end{cases} \\ \text{Etapa 2: } & \begin{cases} i_{bus}(t) = 0 \\ v_o(t) = v_{CB}(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Com as equações que definem as variáveis de interesse nas duas etapas de funcionamento foi possível determinar as matrizes do espaço de estados em cada uma das etapas. Para isso definiu-se os seguintes vetores:

$$\mathbf{x}_B(t) = \begin{bmatrix} i_{LB}(t) \\ v_{CB}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_B(t) = \begin{bmatrix} v_{bus}(t) \\ i_{Load}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_B(t) = \begin{bmatrix} i_{bus}(t) \\ v_o(t) \\ i_{LB}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

onde,  $\mathbf{x}_B(t)$  representa os estados do sistema,  $\mathbf{u}_B(t)$  as entradas e  $\mathbf{y}_B(t)$  as saídas. Assim a primeira etapa de funcionamento do conversor Buck que compõem o Estágio Carga é definida pelas seguintes matrizes

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{B,1} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{B,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{B,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{B,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{K}_B &= \begin{bmatrix} L_B & 0 \\ 0 & C_B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que,  $\mathbf{K}_B$  representa as indutâncias e capacitâncias do EC.

Já a segunda etapa de funcionamento do conversor Buck é descrita pelas seguintes matrizes

$$\mathbf{A}_{B,2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{B,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{B,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{B,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Depois de obter as matrizes no espaço de estados para os dois estágios de operação do EC é necessário determinar o modelo médio de pequenos sinais. Para isso foi feita a média dos dois estágios em um período de chaveamento  $T_s$ , perturbou-se e linearizou-se as equações, resultando assim no espaço de estados do modelo médio em torno de um

ponto de operação, representado por:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_B \dot{\bar{\mathbf{x}}}_B(t) = \mathbf{A}_B \bar{\mathbf{x}}_B(t) + \mathbf{B}_B \bar{\mathbf{u}}_B(t) + \mathbf{E}_B \bar{d} \\ \bar{\mathbf{y}}_B(t) = \mathbf{C}_B \bar{\mathbf{x}}_B(t) + \mathbf{D}_B \bar{\mathbf{u}}_B(t) + \mathbf{F}_B \bar{d}(t) \end{cases} \quad (2.8)$$

Os valores de pequenos sinais são representados por  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{d}$ , e  $\mathbf{A}_B$ ,  $\mathbf{B}_B$ ,  $\mathbf{C}_B$ ,  $\mathbf{D}_B$ ,  $\mathbf{E}_B$  e  $\mathbf{F}_B$  e são as matrizes médias definidas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_B &= D\mathbf{A}_{B,1} + (1-D)\mathbf{A}_{B,2} \\ \mathbf{B}_B &= D\mathbf{B}_{B,1} + (1-D)\mathbf{B}_{B,2} \\ \mathbf{C}_B &= D\mathbf{C}_{B,1} + (1-D)\mathbf{C}_{B,2} \\ \mathbf{D}_B &= D\mathbf{D}_{B,1} + (1-D)\mathbf{D}_{B,2} \\ \mathbf{E}_B &= (\mathbf{A}_{B,1} - \mathbf{A}_{B,2})\mathbf{X}_{Beq} + (\mathbf{B}_{B,1} - \mathbf{B}_{B,2})\mathbf{U}_{Beq} \\ \mathbf{F}_B &= (\mathbf{C}_{B,1} - \mathbf{C}_{B,2})\mathbf{X}_{Beq} + (\mathbf{D}_{B,1} - \mathbf{D}_{B,2})\mathbf{U}_{Beq} \end{aligned} \quad (2.9)$$

em que,  $D$  é a razão cíclica do conversor,  $\mathbf{U}_{Beq}$  é o vetor de entradas,  $\mathbf{X}_{Beq}$  é o vetor de pontos de equilíbrio e  $\mathbf{Y}_{Beq}$  é o vetor das saídas de equilíbrio respectivamente definidos em

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{Beq} = -\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{B}_B\mathbf{U}_{Beq} \\ \mathbf{Y}_{Beq} = (-\mathbf{C}_B\mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{B}_B + \mathbf{D}_B)\mathbf{U}_{Beq}. \end{cases} \quad (2.10)$$

Logo, as matrizes médias obtidas para o conversor Buck ideal e os pontos de equilíbrio são definidos por

$$\mathbf{A}_B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1/R_L \end{bmatrix}; \mathbf{B}_B = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_B = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.11)$$

$$\mathbf{E}_B = \begin{bmatrix} V_{bus} \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} I_{Load} + V_{bus}D/R_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{Beq} = \begin{bmatrix} I_{Load} + V_{bus}D/R_L \\ V_{bus}D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{Beq} = \begin{bmatrix} (V_{bus}D^2)/R_L + I_{Load}D \\ V_{bus}D \\ I_{Load} + (V_{bus}D)/R_L \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

onde,  $I_{Load}$  e  $V_{bus}$  são respectivamente os valores CC da corrente drenada do conversor e da tensão do barramento.

Para realizar a análise de estabilidade por meio do critério de Middlebrook é necessário obter as funções de transferência da impedância de entrada  $Z_{in,C}(s)$  e de saída  $Z_{o,C}(s)$  do EC. Assim é mais interessante representar o modelo do sistema através de suas funções de transferência ao invés do espaço de estados. Para essa conversão de formatos

aplicou-se a transformada de Laplace no espaço de estado do modelo médio de pequenos sinais (2.8), e calculou-se a saída baseado nas entradas e na razão cíclica, de onde obteve-se

$$\bar{\mathbf{y}}_B(s) = \mathbf{H}_B(s)\bar{\mathbf{u}}_B(s) + \mathbf{G}_B(s)\bar{d}(s) \quad (2.13)$$

em que,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_B(s) &= \mathbf{C}_B(s\mathbf{I} - \mathbf{K}_B^{-1}\mathbf{A}_B)^{-1}\mathbf{K}_B^{-1}\mathbf{B}_B + \mathbf{D}_B \\ \mathbf{G}_B(s) &= \mathbf{C}_B(s\mathbf{I} - \mathbf{K}_B^{-1}\mathbf{A}_B)^{-1}\mathbf{K}_B^{-1}\mathbf{E}_B + \mathbf{F}_B \end{aligned} \quad (2.14)$$

Expandindo (2.13) chega-se na definição

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_{bus}(s) \\ \bar{v}_o(s) \\ \bar{i}_{Lb}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{B,11}(s) & H_{B,12}(s) \\ H_{B,21}(s) & H_{B,22}(s) \\ H_{B,31}(s) & H_{B,32}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{bus}(s) \\ \bar{i}_{Load}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{B,11}(s) \\ G_{B,21}(s) \\ G_{B,31}(s) \end{bmatrix} \bar{d}(s) , \quad (2.15)$$

resolvendo essa expressão se obtém:

$$\begin{aligned} \bar{i}_{bus}(s) &= H_{B,11}(s)\bar{v}_{bus}(s) + H_{B,12}(s)\bar{i}_{Load}(s) + G_{B,11}(s)\bar{d}(s) \\ \bar{v}_o(s) &= H_{B,21}(s)\bar{v}_{bus}(s) + H_{B,22}(s)\bar{i}_{Load}(s) + G_{B,21}(s)\bar{d}(s) \\ \bar{i}_{Lb}(s) &= H_{B,31}(s)\bar{v}_{bus}(s) + H_{B,32}(s)\bar{i}_{Load}(s) + G_{B,31}(s)\bar{d}(s) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Para obter as funções de transferências que dependem de  $\bar{v}_{bus}(s)$  assume-se que  $\bar{i}_{Load}(s) = 0$  e  $\bar{d}(s) = 0$  em (2.16), para obter

$$\begin{aligned} \bar{i}_{bus}(s) &= H_{B,11}(s)\bar{v}_{bus}(s) \longrightarrow Z_{in,C}^{-1}(s) = \frac{\bar{i}_{bus}(s)}{\bar{v}_{bus}(s)} = H_{B,11}(s) \\ \bar{v}_o(s) &= H_{B,21}(s)\bar{v}_{bus}(s) \longrightarrow G_{vg,C}(s) = \frac{\bar{v}_o(s)}{\bar{v}_{bus}(s)} = H_{B,21}(s) \\ \bar{i}_{LB}(s) &= H_{B,31}(s)\bar{v}_{bus}(s) \longrightarrow G_{ig,C} = \frac{\bar{i}_{LB}(s)}{\bar{v}_{bus}(s)} = H_{B,31}(s) \end{aligned} \quad (2.17)$$

As funções de transferência que dependem de  $\bar{d}(s)$  determinam-se definindo  $\bar{\mathbf{u}}(s) = 0$  em (2.16), chegando-se em

$$\begin{aligned} \bar{i}_{bus}(s) &= G_{B,11}(s)\bar{d}(s) \longrightarrow G_{ind,C}(s) = \frac{\bar{i}_{bus}(s)}{\bar{d}(s)} = G_{B,11}(s) \\ \bar{v}_o(s) &= G_{B,21}(s)\bar{d}(s) \longrightarrow G_{vd,C}(s) = \frac{\bar{v}_o(s)}{\bar{d}(s)} = G_{B,21}(s) \\ \bar{i}_{LB}(s) &= G_{B,31}(s)\bar{d}(s) \longrightarrow G_{id,C} = \frac{\bar{i}_{LB}(s)}{\bar{d}(s)} = G_{B,31}(s) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Por último, para determinar as funções de transferência relacionadas à corrente  $\bar{i}_{Load}(s)$ , define-se  $\bar{v}_{bus}(s) = 0$  e  $\bar{d}(s) = 0$  em (2.16), o que resulta em

$$\begin{aligned}\bar{i}_{bus}(s) &= H_{B,12}(s)\bar{i}_{Load}(s) \longrightarrow G_{inL,C}(s) = \frac{\bar{i}_{in}(s)}{\bar{i}_{Load}(s)} = H_{B,12}(s) \\ \bar{v}_o(s) &= H_{B,22}(s)\bar{i}_{Load}(s) \longrightarrow -Z_{o,C}(s) = \frac{\bar{v}_o(s)}{\bar{i}_{Load}(s)} = H_{B,22}(s) \\ \bar{i}_{LB}(s) &= H_{B,32}(s)\bar{i}_{Load}(s) \longrightarrow G_{iL,C} = \frac{\bar{i}_{LB}(s)}{\bar{i}_{Load}(s)} = H_{B,32}(s)\end{aligned}\quad (2.19)$$

Logo, resolvendo  $G(s)$  e  $H(s)$  são obtidas as seguintes funções de transferência do Estágio Carga em malha aberta

$$Z_{in,C}(s) = \frac{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L}{D^2(C_B R_L s + 1)} \quad (2.20)$$

$$G_{ig,C}(s) = \frac{D(C_B R_L s + 1)}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.21)$$

$$G_{vg,C}(s) = \frac{R_L D}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.22)$$

$$G_{ind,C}(s) = I_{Load} + \frac{V_{bus} D}{R_L} + \frac{V_{bus} D(C_B R_L s + 1)}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.23)$$

$$G_{vd,C}(s) = \frac{R_L V_{bus}}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.24)$$

$$G_{id,C}(s) = \frac{V_{bus}(C_B R_L s + 1)}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.25)$$

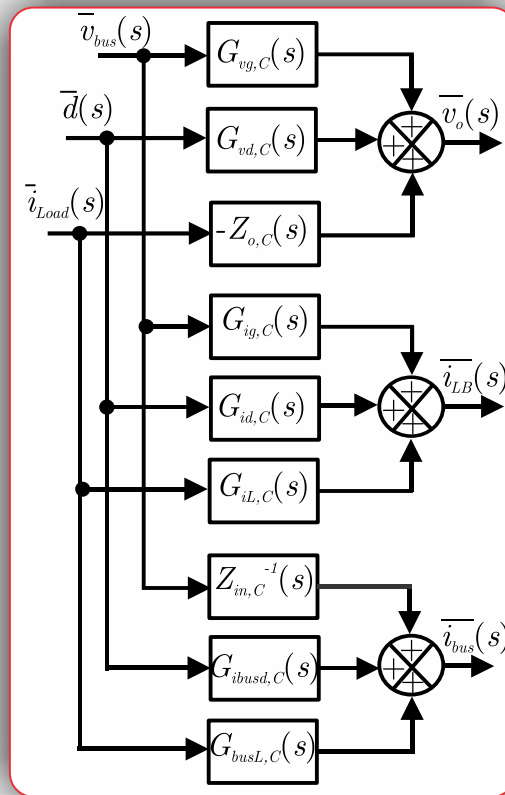
$$G_{inL,C}(s) = \frac{R_L D}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.26)$$

$$G_{iL,C}(s) = \frac{R_L}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.27)$$

$$Z_{o,C}(s) = -\frac{L_B R_L s}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2.28)$$

Logo, segundo (AHMADI; PASCHEDAG; FERDOWSI, 2010) pode-se representar o EC em malha aberta através das funções de transferência definidas acima por meio da Figura 2.4.

Figura 2.4 – Modelo do EC baseado em suas funções de transferência.



Fonte: Adaptado de (AHMADI; PASCHEDAG; FERDOWSI, 2010).

A validação do modelo do EC foi feita através da simulação apresentada na Figura 2.5. Foram aplicados distúrbios na corrente da carga  $i_{Load}(t)$ , na razão cíclica  $d$  e na tensão de entrada  $v_{bus}(t)$ , do circuito e do modelo representado por FT, e posteriormente comparou-se as respostas. Na Figura 2.6 apresentam-se os resultados obtidos para tensão de saída  $v_o(t)$  (Figura 2.6 (a)), corrente de entrada  $i_{bus}(t)$  (Figura 2.6 (b)) e corrente do indutor  $i_{LB}(t)$  (Figura 2.6 (c)), mediante a aplicação de um distúrbio na tensão de entrada  $v_{bus}(t)$ . O valor aplicado foi de  $\pm 10\%$  do valor nominal da tensão de entrada  $V_{bus}$ .

Figura 2.5 – Simulação utilizada para validar o modelo do Estágio Carga (conversor Buck).

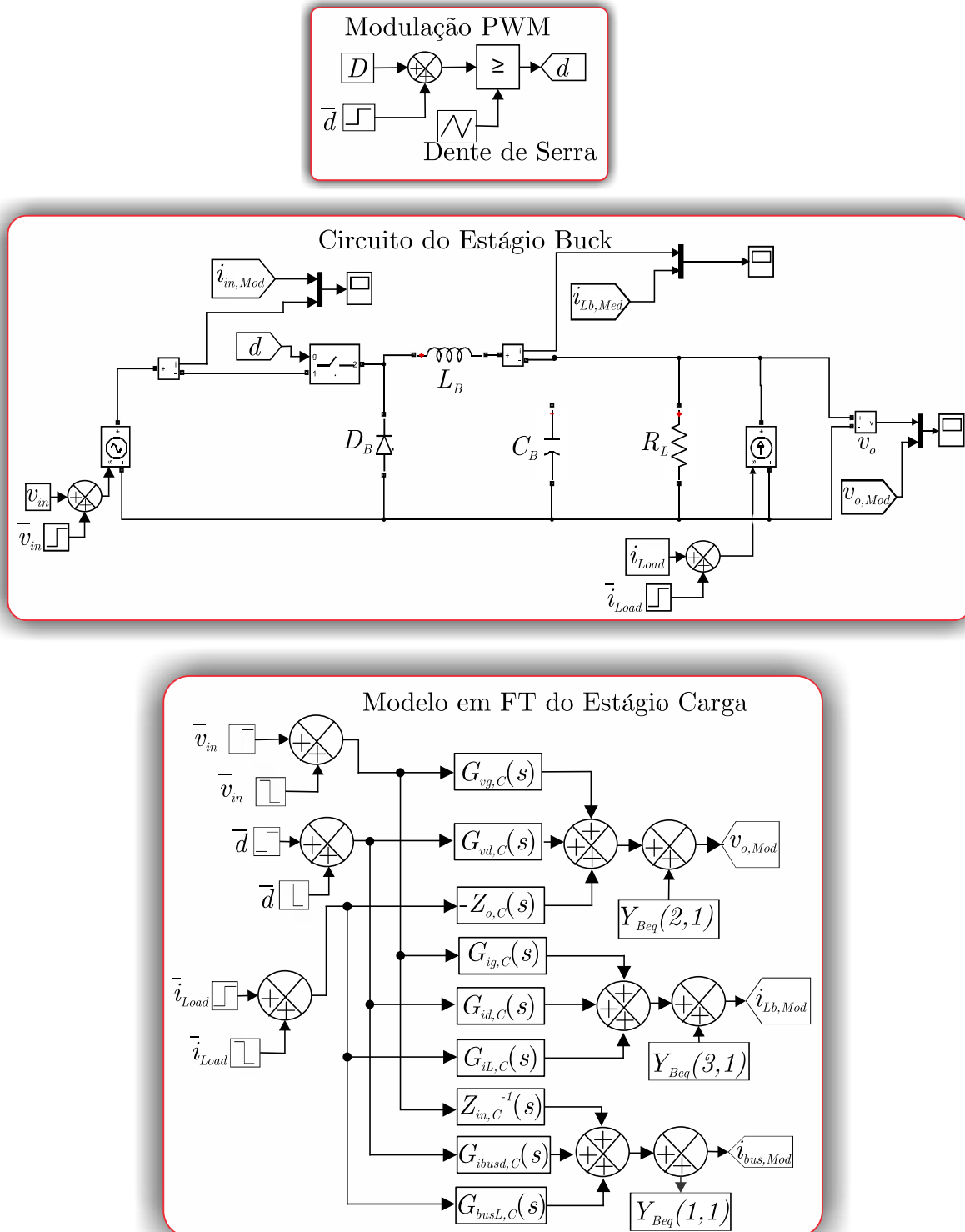
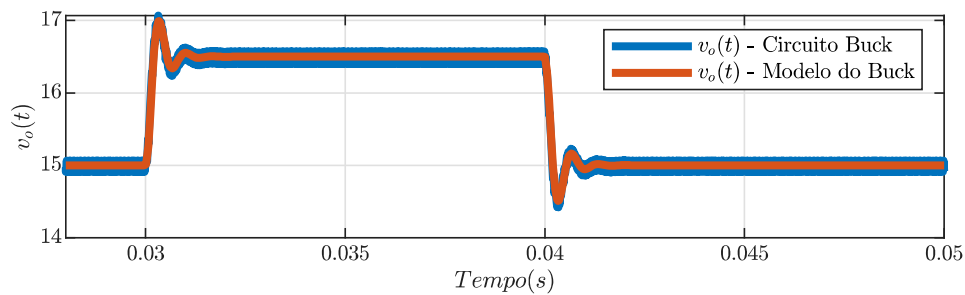
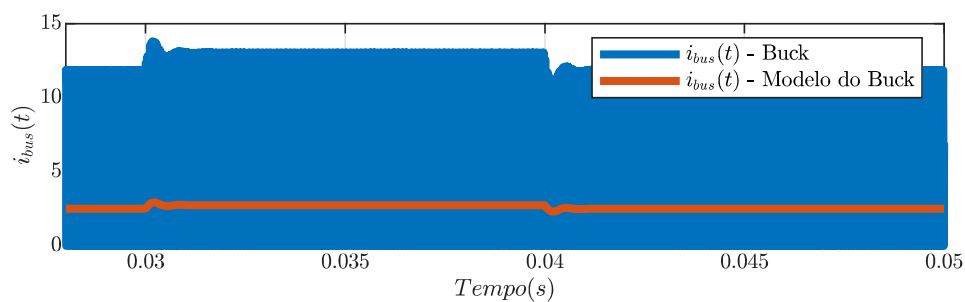


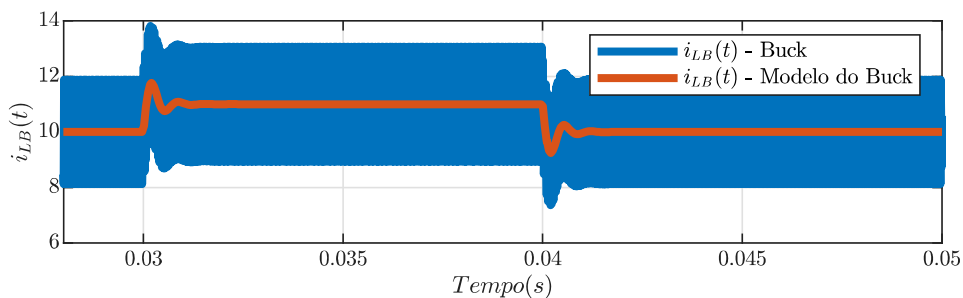
Figura 2.6 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbio na tensão de entrada  $v_{bus}(t)$ : (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $i_{bus}(t)$  e (c)  $i_{Lb}(t)$ .



(a)



(b)

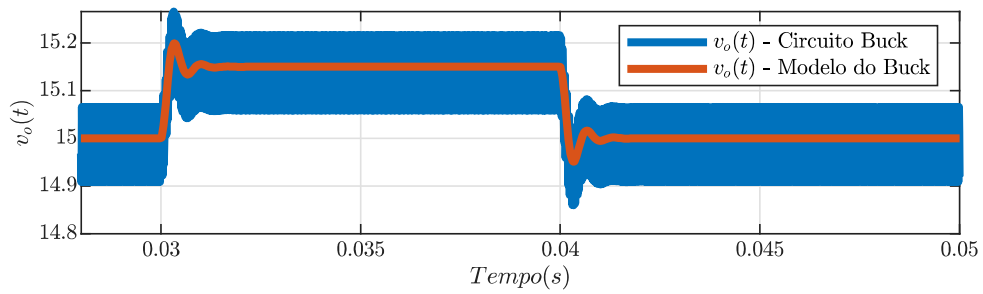


(c)

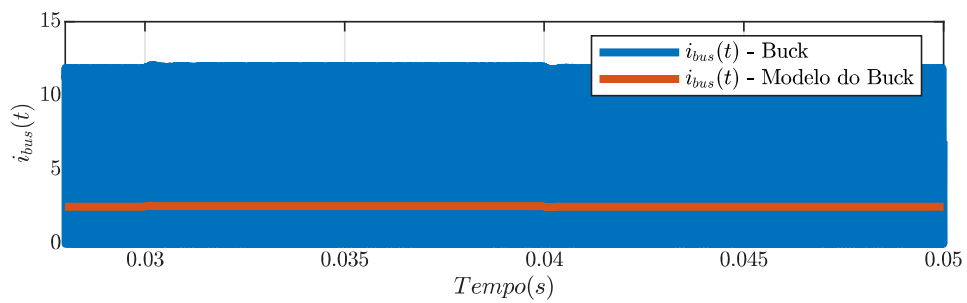
Fonte: Autor.

Os resultados obtidos para validação da dinâmica modelada de  $v_o(t)$ ,  $i_{bus}(t)$  e  $i_{Lb}(t)$  para um distúrbio de +1% na razão cíclica  $d$  são apresentados na Figura 2.7. Por último na Figura 2.8 mostra-se a validação mediante a aplicação de um distúrbio de 10% do valor nominal da corrente de carga  $i_o(t)$ . Desse modo, analisando as Figuras 2.6, 2.7 e 2.8 nota-se que o modelo desenvolvido representa adequadamente a dinâmica do conversor carga no ponto de equilíbrio estabelecido.

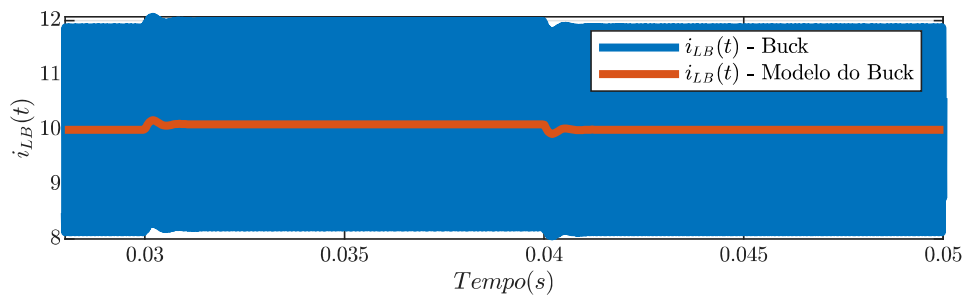
Figura 2.7 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbios na razão cíclica  $d$ : (a)  $v_o(t)$ , (b)  $i_{bus}(t)$  e (c)  $i_{Lb}(t)$ .



(a)



(b)

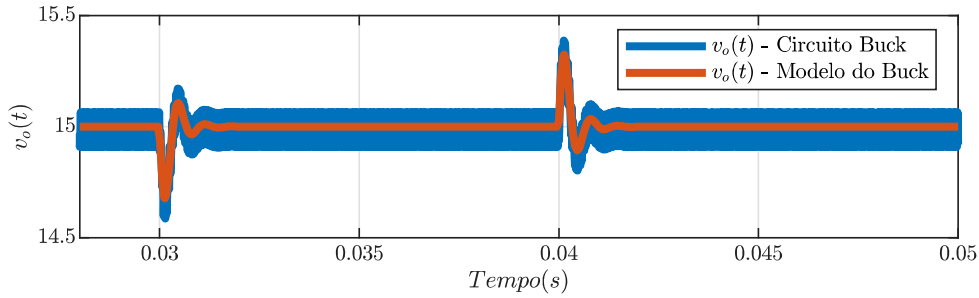


(c)

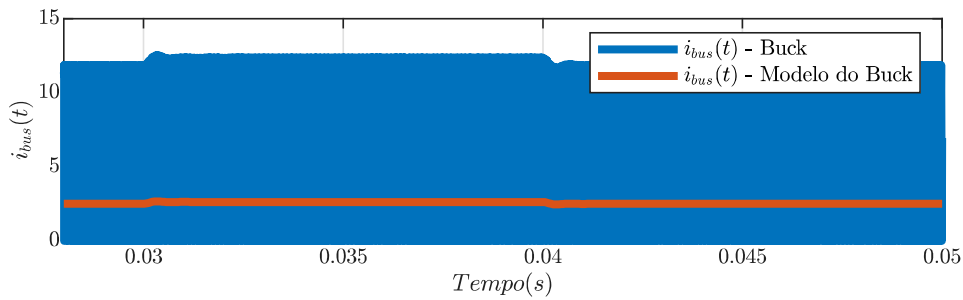
Fonte: Autor.



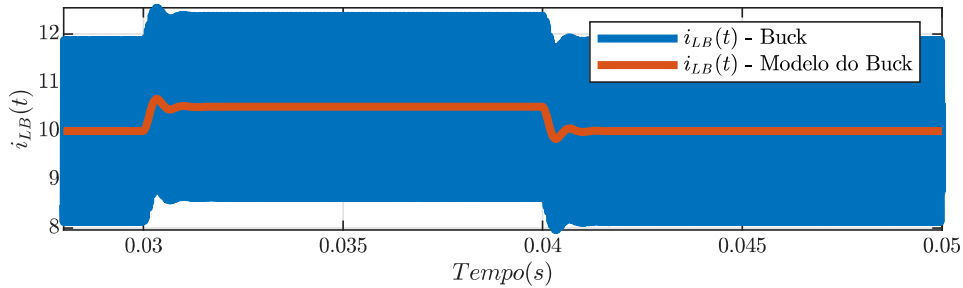
Figura 2.8 – Validação do modelo do conversor carga para um distúrbio em  $i_{Load}(t)$ : (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $i_{bus}(t)$  e (c)  $i_{Lb}(t)$ .



(a)



(b)



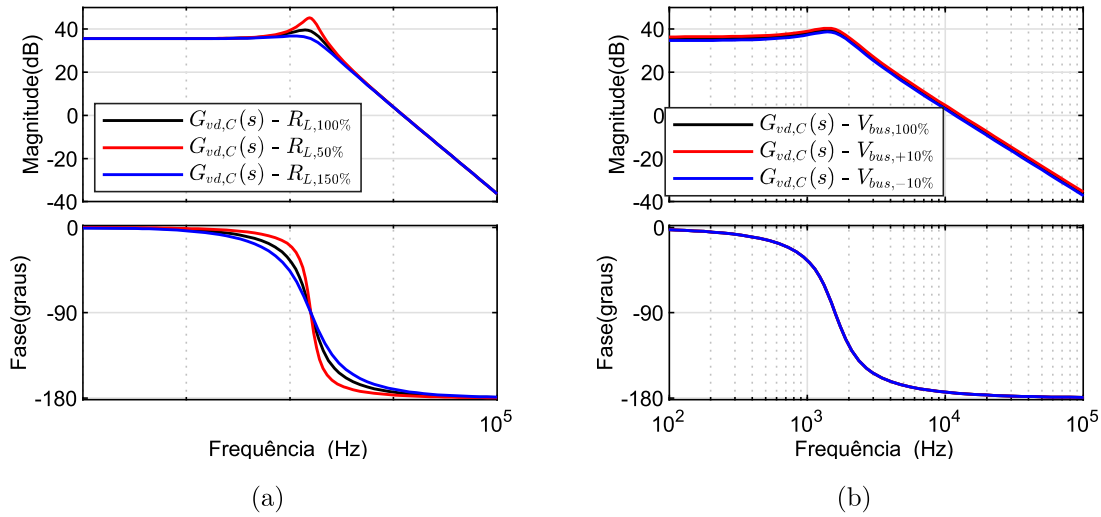
(c)

Fonte: Autor.

Geralmente conversores estáticos operam em malha fechada para garantir a regulação da variável de saída, além de melhorar a resposta dinâmica e a rejeição a distúrbios. Assim, depois de realizar a modelagem do sistema foi projetado o controlador de tensão  $G_c(s)$  para o Estágio Carga. Mas como esse tipo de sistema é suscetível a problemas de variações paramétricas principalmente na carga  $R_L$  e na tensão de entrada  $V_{bus}$ , uma análise dessas variações foi realizada antes de realizar o projeto do controlador. Desse modo, na Figura 2.9(a) apresenta-se uma comparação do diagrama de Bode da  $G_{vd,C}(s)$  para o valor nominal da carga  $R_L$  uma variação de 50%  $R_{L,50\%}$  e 150%  $R_{L,150\%}$ . Já na Figura 2.9(b) é apresentado o diagrama de Bode da  $G_{vd,B}$  para  $V_{bus}$  nominal e  $\pm 10\%$  do

valor nominal. Ao analisar essas figuras é possível concluir que  $R_L$  é o parâmetro que mais influencia no sistema.

Figura 2.9 – Diagrama de Bode da FT  $G_{vd,B}(s)$  para variações paramétricas: (a) variações em  $R_L$ ; (b) variações em  $V_{bus}$ .

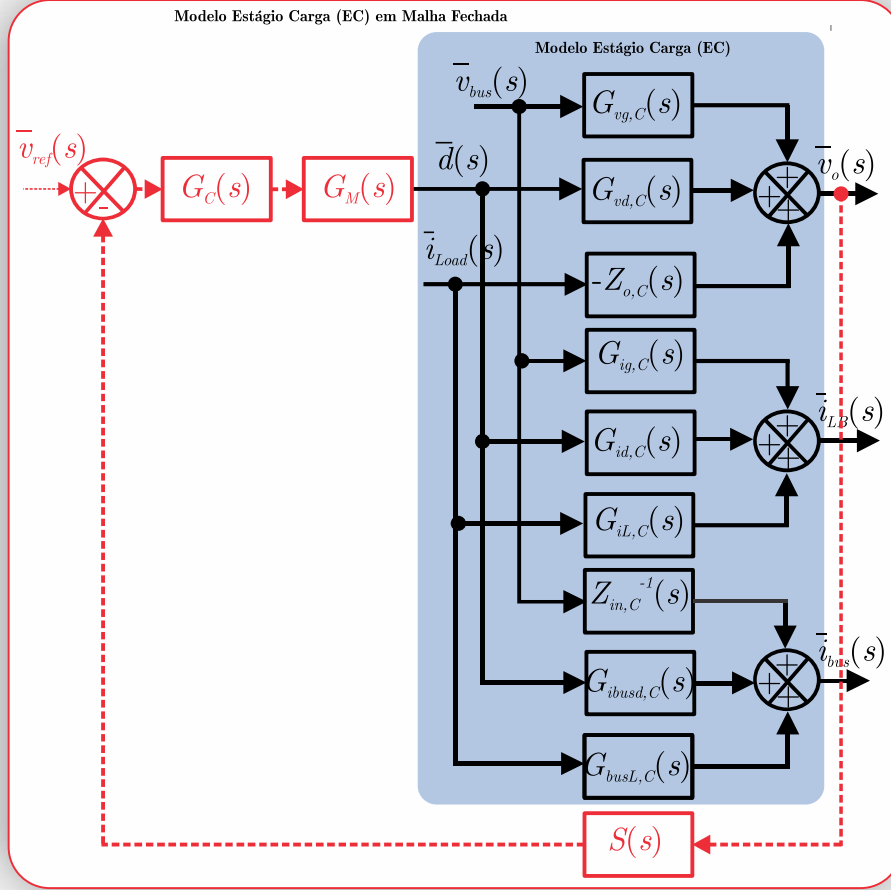


Para o controlador foi especificada uma margem de fase com aproximadamente  $60^\circ$ , uma frequência de corte de  $f_c = f_{sw}/10$ , rastreamento assintótico para entradas constantes e distúrbios do tipo degrau. Logo, para alcançar esse objetivo foi utilizado um controlador do tipo PID com a estrutura

$$G_c(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s(s + p_1)} \quad (2.29)$$

em que,  $K = 0,4103$ ,  $z_1 = 5052$ ,  $z_2 = 1884$  e  $p_1 = 7,035 \times 10^4$ . Torna-se necessário então determinar as funções de transferência em malha fechada do EC. Assim na Figura 2.10 é representado o EC com compensador na tensão de saída  $\bar{v}_o(s)$ . Em que,  $S(s)$ ,  $G_c(s)$  e  $G_M(s)$  representam respectivamente as funções de transferência do sensor de tensão, do compensador e do modulador PWM.

Figura 2.10 – Modelo do conversor carga baseado em suas funções de transferência, com compensador na tensão de saída  $v_o(t)$ .



Fonte: Autor.

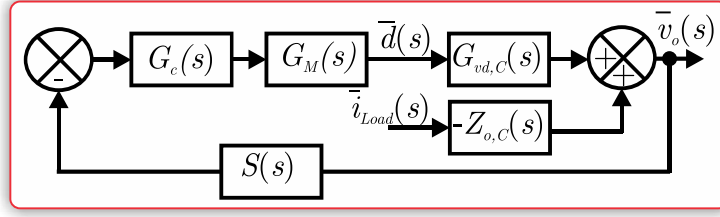
A função de transferência da impedância de saída do EC operando em malha fechada  $Z_{o,C,MF}(s)$  é definida por

$$Z_{o,C,MF}(s) = -\frac{\bar{v}_o(s)}{\bar{i}_{Load}(s)} \Bigg|_{\bar{v}_{bus}(s)=0, \bar{v}_{ref}(s)=0} \quad (2.30)$$

Essa definição representa a divisão entre o valor de pequenos sinais da tensão de saída  $\bar{v}_o(s)$  pelo valor de pequenos sinais da corrente da carga  $\bar{i}_{Load}(s)$ , assumindo que o valor de pequenos sinais da tensão de entrada  $\bar{v}_{bus}(s) = 0$  e da tensão de referência  $\bar{v}_{ref}(s) = 0$ . Desse modo, assumindo que  $\bar{v}_{bus}(s) = 0$  e  $\bar{v}_{ref}(s) = 0$  no diagrama da Figura 2.10, chega-se no diagrama da Figura 2.11. A partir de sua análise chega-se em

$$\begin{cases} \bar{v}_o(s) = \bar{d}(s)G_{vd,C}(s) + \bar{i}_{Load}(s)(-Z_{o,C}(s)) \\ \bar{d}(s) = -\bar{v}_o(s)S(s)G_C(s)G_M(s) \end{cases} \quad (2.31)$$

Figura 2.11 – Diagrama de blocos resultante da aplicação da definição de  $Z_{o\_C\_CL}(s)$  na Figura 2.10.



Fonte: Autor.

Assim manipulando (2.31) é obtido

$$Z_{o,C,MF}(s) = \frac{-Z_{o,C}(s)}{1 + T_{v,C}(s)} \quad (2.32)$$

onde,  $T_{v,C}$  é o ganho em malha aberta do conversor carga definida por

$$T_{v,C}(s) = S(s)G_c(s)G_M(s)G_{vd,C}(s) \quad (2.33)$$

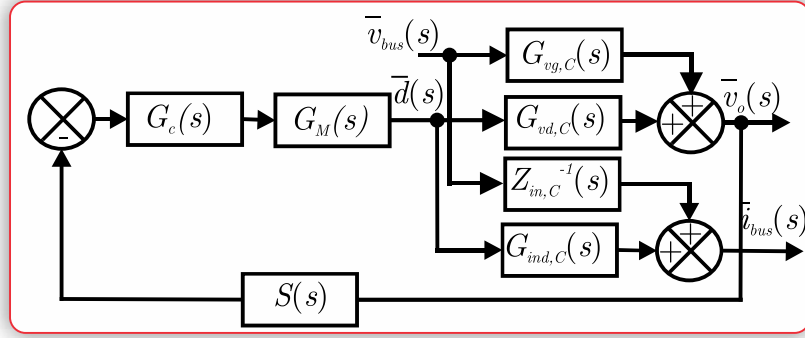
A impedância de entrada em malha fechada  $Z_{in,C,MF}(s)$  do conversor carga é dada pela divisão entre o valor de pequenos sinais da tensão de entrada  $\bar{v}_{bus}(s)$  pelo valor de pequenos sinais da corrente de entrada  $\bar{i}_{Load}(s)$ , assumindo que  $\bar{i}_{Load}(s) = 0$  e  $\bar{v}_{ref}(s) = 0$ , qual é definida por

$$Z_{in,C,MF}(s) = \left. \frac{\bar{v}_{bus}(s)}{\bar{i}_{bus}(s)} \right|_{\bar{i}_{load}(s)=0, \bar{v}_{ref}(s)=0} \quad (2.34)$$

Desse modo, aplicando a definição da impedância de entrada no diagrama de blocos da Figura 2.10 chega-se no diagrama simplificado da Figura 2.12. Pela análise desse diagrama determinam-se as equações da  $\bar{i}_{bus}(s)$ ,  $\bar{d}(s)$  e  $\bar{v}_o(s)$ , que são definidas por

$$\begin{cases} \bar{i}_{bus}(s) = \bar{v}_{bus}(s)Z_{in,C}^{-1}(s) + \bar{d}(s)G_{ind,C}(s) \\ \bar{d}(s) = -\bar{v}_o(s)S(s)G_c(s)G_M(s) \\ \bar{v}_o(s) = \bar{d}(s)G_{vd,C}(s) + \bar{v}_{bus}(s)G_{vg,C}(s) \end{cases} \quad (2.35)$$

Figura 2.12 – Diagrama de blocos resultante da aplicação da definição de  $Z_{in,C,MF}(s)$  na Figura 2.10.



Fonte: Autor.

Logo, manipulando (2.35) chega-se na função de transferência da impedância de entrada do CC em malha fechada, que é representada por

$$Z_{in,C,MF}(s) = \frac{Z_{in,C}(s)(1 + T_{v,C}(s))}{1 + T_{v,C}(s) - Z_{in,C}(s)G_{busd,C}(s)T_{v,C}(s)}, \quad (2.36)$$

onde,  $T_{vg,C}$  é definido por

$$T_{vg,C} = G_c(s)S(s)G_{vg,C}(s)G_M(s) \quad (2.37)$$

As funções de transferência em malha fechada  $G_{vd,C,MF}(s)$ ,  $G_{vg,C,MF}(s)$  e  $Z_{o,C,MF}$  foram obtidas aplicando o teorema da superposição e a álgebra de diagrama de blocos na Figura 2.10 obtendo-se as seguintes equações

$$G_{vd,C,MF}(s) = \frac{T_{v,C}(s)}{1 + T_{v,C}(s)} \quad (2.38)$$

$$G_{vg,C,MF}(s) = \frac{G_{vg,C}(s)}{1 + T_{v,C}(s)} \quad (2.39)$$

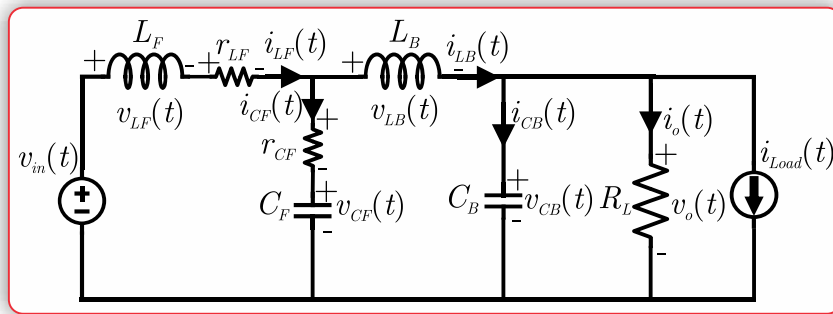
$$Z_{o,C,MF}(s) = \frac{Z_{o,C}(s)}{1 + T_{v,C}(s)}, \quad (2.40)$$

### 2.1.3 Modelagem do Sistema Acoplado

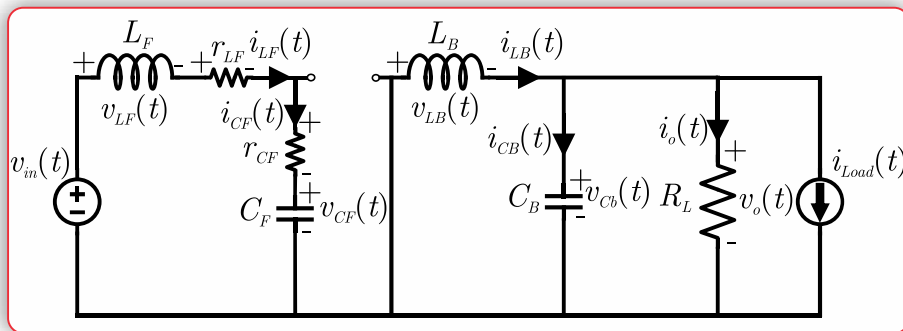
O sistema interconectado completo, ou seja, considerando o filtro  $LC$  e o conversor Buck também foi modelado. Nesse modelo foram consideradas apenas as resistências parasitas do filtro  $LC$  porque são as que mais influenciam na estabilidade do sistema em cascata, como será apresentado nas próximas seções. Para isso foi utilizada a metodologia do modelo médio (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007). Assim foram determinadas as

etapas de funcionamento do sistema acoplado, as quais são apresentadas na Figura 2.13. A primeira etapa de funcionamento do sistema acoplado é descrita na Figura 2.13(a) e ocorre no período de chaveamento  $T_s$ , nesse período a chave  $Q_B$  está conduzindo e o diodo  $D_B$  está bloqueado. Já a segunda etapa que é representada na Figura 2.13(b) ocorre no instante  $(1 - D)T_s$ , e nessa etapa a chave  $Q_B$  não está bloqueado e o diodo  $D_B$  está em condução.

Figura 2.13 – Etapas de Funcionamento do sistema completo: (a) primeira etapa; (b) segunda etapa.



(a)



(b)

Fonte: Autor.

Desse modo aplicando a LKT e a LKC nos circuitos da Figura 2.13, chega-se as equações que definem a corrente no indutor do filtro  $i_{LF}(t)$ , a tensão no capacitor do filtro  $v_{CF}(t)$ , a corrente no indutor do conversor Buck  $i_{LB}(t)$  e a tensão no capacitor do conversor Buck  $v_{CB}(t)$  nas duas etapas de funcionamento, e são definidas por

$$\text{Etapa 1 : } \begin{cases} L_F \frac{di_{LF}(t)}{dt} = V_{in}(t) + i_{LF}(t)(-r_{LF} - r_{CF}) + i_{LB}r_{CF} - v_{CF}(t) \\ C_F \frac{dv_{CF}(t)}{dt} = i_{LF}(t) - i_{LB}(t) \\ L_B \frac{di_{LB}(t)}{dt} = v_{CF}(t) + i_{LF}r_{CF} - i_{LB}r_{CF} - v_{CB}(t) \\ C_B \frac{dv_{CB}(t)}{dt} = i_{LB}(t) - \frac{v_{CB}(t)}{R_L} - i_{Load}(t) \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\text{Etapa 2 : } \begin{cases} L_F \frac{di_{LF}(t)}{dt} = V_{in}(t) + i_{LF}(t)(-r_{LF} - r_{CF}) - v_{CF}(t) \\ C_F \frac{dv_{CF}(t)}{dt} = i_{LF}(t) \\ L_B \frac{di_{LB}(t)}{dt} = -v_{CB}(t) \\ C_B \frac{dv_{CB}(t)}{dt} = i_{LB}(t) - \frac{v_{CB}(t)}{R_L} - i_{Load}(t) \end{cases} \quad (2.42)$$

Da mesma maneira obteve-se as equações que descrevem a corrente de entrada  $i_{in}(t)$  e a tensão de saída  $v_o(t)$ , que são iguais nas duas etapas de funcionamento, e são definidas por

$$\begin{cases} i_{in}(t) = i_{LF}(t) \\ v_o(t) = v_{CB}(t) \end{cases} \quad (2.43)$$

Para obter o modelo médio do sistema completo pelo método que foi mostrado pela Equação (2.8), definiram-se os seguintes vetores

$$\mathbf{x}_{FB}(t) = \begin{bmatrix} i_{LF}(t) \\ v_{CF}(t) \\ i_{LB}(t) \\ v_{CB}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{FB}(t) = \begin{bmatrix} V_{in}(t) \\ i_{Load}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_{FB}(t) = \begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ v_o(t) \\ i_{LB}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

onde,  $\mathbf{x}_{FB}(t)$  representa os estados,  $\mathbf{u}_{FB}(t)$  a entradas e  $\mathbf{y}_{FB}(t)$  as saídas do sistema acoplado. Assim com as equações (2.41) e (2.42), que definem os correntes e tensões de interesse, e as definições das entradas, saídas e estados, foram determinadas as matrizes do espaço de estados que definem as etapas de funcionamento do sistema acoplado. Então as matrizes  $\mathbf{A}_{FB,1}$ ,  $\mathbf{B}_{FB,1}$ ,  $\mathbf{C}_{FB,1}$ ,  $\mathbf{D}_{FB,1}$ , que representam a dinâmica da primeira etapa da funcionamento do sistema completo e,  $\mathbf{K}_{FB}$  representando a matriz dos parâmetros do sistema, são definidas por

$$\mathbf{A}_{FB,1} = \begin{bmatrix} -r_{LF} - r_{CF} & -1 & r_{CF} & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ r_{CF} & 1 & -r_{CF} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{FB,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad (2.45)$$

$$\mathbf{C}_{FB,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{FB,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{FB} = \begin{bmatrix} L_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_B \end{bmatrix}$$

As matrizes do espaço de estados  $\mathbf{A}_{FB,2}$ ,  $\mathbf{B}_{FB,2}$ ,  $\mathbf{C}_{FB,2}$  e  $\mathbf{D}_{FB,2}$  que definem a segunda etapa de funcionamento são dadas por

$$\mathbf{A}_{FB,2} = \begin{bmatrix} -r_{LF} - r_{CF} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix}; \mathbf{B}_{FB,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{FB,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_{FB,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$
(2.46)

Depois de obter o modelo médio no espaço de estados das etapas de funcionamento do sistema, deve-se determinar o modelo médio de pequenos sinais. Assim, foi realizada a média das duas etapas de funcionamento em um período de chaveamento  $T_s$ , perturbando e linearizando as equações, o que resulta no modelo médio de pequenos sinais no espaço de estados em torno de um ponto de equilíbrio, definido por

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{FB} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{FB}(t) = \mathbf{A}_{FB} \bar{\mathbf{x}}_{FB}(t) + \mathbf{B}_{FB} \bar{\mathbf{u}}_{FB}(t) + \mathbf{E}_{FB} \bar{d} \\ \bar{\mathbf{y}}_{FB}(t) = \mathbf{C}_{FB} \bar{\mathbf{x}}_{FB}(t) + \mathbf{D}_{FB} \bar{\mathbf{u}}_{FB}(t) + \mathbf{F}_{FB} \bar{d}(t) \end{cases}$$
(2.47)

Os valores de pequenos sinais são representados por  $\bar{\mathbf{x}}$ ,  $\bar{\mathbf{y}}$ ,  $\bar{d}$ , e  $\mathbf{A}_{FB}$ ,  $\mathbf{B}_{FB}$ ,  $\mathbf{C}_{FB}$ ,  $\mathbf{D}_{FB}$ ,  $\mathbf{E}_{FB}$  e  $\mathbf{F}_{FB}$  e são as matrizes médias definidas por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{FB} &= D\mathbf{A}_{FB,1} + (1 - D)\mathbf{A}_{FB,2} \\ \mathbf{B}_{FB} &= D\mathbf{B}_{FB,1} + (1 - D)\mathbf{B}_{FB,2} \\ \mathbf{C}_{FB} &= D\mathbf{C}_{FB,1} + (1 - D)\mathbf{C}_{FB,2} \\ \mathbf{D}_{FB} &= D\mathbf{D}_{FB,1} + (1 - D)\mathbf{D}_{FB,2} \\ \mathbf{E}_{FB} &= (\mathbf{A}_{FB,1} - \mathbf{A}_{FB,2})\mathbf{X}_{FBq} + (\mathbf{B}_{FB,1} - \mathbf{B}_{FB,2})\mathbf{U}_{FBq} \\ \mathbf{F}_{FB} &= (\mathbf{C}_{FB,1} - \mathbf{C}_{FB,2})\mathbf{X}_{FBq} + (\mathbf{D}_{FB,1} - \mathbf{D}_{FB,2})\mathbf{U}_{FBq} \end{aligned}$$
(2.48)

em que,  $D$  é a razão cíclica do conversor,  $\mathbf{X}_{FBq}$  é o vetor de pontos de equilíbrio definido pela Equação (2.49),  $\mathbf{Y}_{FBq}$  é o vetor das saídas de equilíbrio e  $\mathbf{U}_{FBq}$  é o vetor de entradas.

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{FBq} = -\mathbf{A}_{FB}^{-1}\mathbf{B}_{FB}\mathbf{U}_{FBq} \\ \mathbf{Y}_{FBq} = (-\mathbf{C}_{FB}\mathbf{A}_{FB}^{-1}\mathbf{B}_{FB} + \mathbf{D}_{FB})\mathbf{U}_{FBq} \end{cases}$$
(2.49)



Logo, as matrizes médias obtidas para o sistema acoplado são

$$\mathbf{A}_{FB} = \begin{bmatrix} -r_{LF} - r_{CF} & -1 & Dr_{CF} & 0 \\ 1 & 0 & -D & 0 \\ Dr_{CF} & D & -Dr_{CF} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1/R_L \end{bmatrix}; \mathbf{B}_{FB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{FB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_{FB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{F}_{FB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.50)$$

$$\mathbf{E}_{FB} = \begin{bmatrix} \frac{r_{CF}(R_L I_{Load} + DV_{in})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{R_L I_{Load} + DV_{in}}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{R_L(V_{in} - I_{load} r_{CF} + DI_{Load} r_{CF} - DI_{Load} r_{LF})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ 0 \end{bmatrix};$$

e os pontos de equilíbrio são definidos por

$$\mathbf{X}_{FB_{eq}} = \begin{bmatrix} \frac{D(R_L I_{Load} + DV_{in})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{R_L V_{in} + DV_{in} r_{CF} - D^2 V_{in} r_{CF} - DR_L I_{Load} r_{LF}}{R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}} \\ \frac{R_L I_{Load} + DV_{in}}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{DR_L(V_{in} - I_{Load} r_{CF} + DI_{Load} r_{CF} - DI_{Load} r_{LF})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \end{bmatrix}; \quad (2.51)$$

$$\mathbf{Y}_{FB_{eq}} = \begin{bmatrix} \frac{D(R_L I_{Load} + DV_{in})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{DR_L(V_{in} - I_{Load} r_{CF} + DI_{Load} r_{CF} - DI_{Load} r_{LF})}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{R_L I_{load} + DV_{in}}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \\ \frac{R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}}{(R_L + Dr_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})} \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

onde,  $I_{Load}$  é o valor CC de corrente drenada do conversor e  $V_{in}$  é o valor CC da tensão do barramento.

Para realizar a análise de estabilidade do sistema completo por meio da localização de suas raízes, buscou-se representar o modelo do sistema através de suas funções de transferência ao invés do espaço de estados. Para obter as funções de transferência do sistema completo aplicou-se a transformada de Laplace ao modelo médio de pequenos sinais no espaço de estados (2.47), e calcula-se a saída baseando-se nas entradas e na

razão cíclica, assim obteve-se

$$\bar{\mathbf{y}}_{FB}(s) = \mathbf{H}_{FB}(s)\bar{\mathbf{u}}_{FB}(s) + \mathbf{G}_{FB}(s)\bar{\mathbf{d}}(s) \quad (2.53)$$

em que,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{FB}(s) &= \mathbf{C}_{FB}(s\mathbf{I} - \mathbf{K}_{FB}^{-1}\mathbf{A}_{FB})^{-1}\mathbf{K}_{FB}^{-1}\mathbf{B}_{FB} + \mathbf{D}_{FB} \\ \mathbf{G}_{FB}(s) &= \mathbf{C}_{FB}(s\mathbf{I} - \mathbf{K}_{FB}^{-1}\mathbf{A}_{FB})^{-1}\mathbf{K}_{FB}^{-1}\mathbf{E}_{FB} + \mathbf{F}_{FB} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Desse modo, resolvendo (2.53) para  $\bar{i}_{Load}(s) = 0$  e  $\bar{\mathbf{d}}(s) = 0$  chega-se às seguintes funções de transferência

$$Z_{in,FB}^{-1}(s) = \frac{\alpha_{FB}}{s^3(C_B C_F L_B R_L) + s^2(C_F L_B + C_B C_F D R_L r_{CF}) + s(C_B R_L D^2 + C_F r_{CF} D + C_F R_L) + D^2} \quad (2.55)$$

$$G_{vg,FB}(s) = \frac{C_F D R_L r_{CF} s + D R_L}{\alpha_{FB}} \quad (2.56)$$

$$G_{ig,FB}(s) = \frac{C_B C_F D R_L r_{CF} s^2 + (C_B D R_L + C_F D r_{CF}) s + D}{\alpha_{FB}} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{FB} &= s^4(C_B C_F L_B L_F R_L) + s^3(C_F L_B L_F + C_B C_F L_B R_L r_{CF} + C_B C_F L_B R_L r_{LF} \\ &+ C_B C_F D L_F R_L r_{CF}) + s^2(C_B L_B R_L + C_F L_F R_L + C_F L_B r_{CF} + C_F L_B r_{LF} + C_F D L_F r_{CF} \\ &+ C_B D^2 L_F R_L + C_B C_F D R_L r_{CF}^2 - C_B C_F D^2 R_L r_{CF}^2 + C_B C_F D R_L r_{CF} r_{LF}) + s(L_B + D^2 L_F \\ &- C_F D^2 r_{CF}^2 + C_F R_L r_{CF} + C_F R_L r_{LF} + C_F D r_{CF}^2 - C_B D^2 R_L r_{CF} + C_B D^2 R_L r_{LF} \\ &+ C_B D R_L r_{CF} + C_F D r_{CF} r_{LF}) + R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF} \end{aligned} \quad (2.58)$$

As funções de transferência que depende de  $\bar{\mathbf{d}}(s)$  determinam-se definindo  $\bar{\mathbf{u}}(s) = 0$  na Equação 2.53, chegando nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} &s^3 C_F r_{CF} (C_B L_B I_{load} R_L^2 + C_B D L_B V_{in} R_L) + (C_F r_{CF} (D L_B V_{in} + L_B R_L I_{load} \\ &+ C_B D R_L^2 V_{in} + C_B D^2 R_L V_{in} r_{CF} + C_B D^2 R_L^2 I_{load} r_{CF} - C_B D^2 R_L^2 I_{load} r_{LF}) \\ &+ C_B L_B R_L^2 I_{load} + C_B D L_B R_L V_{in}) s^2 + s (D L_B V_{in} + L_B R_L I_{load} \\ &+ C_F r_{CF} (R_L^2 I_{load} + 2 D R_L V_{in} + D^2 V_{in} r_{CF} + D^2 R_L I_{load} r_{CF} \\ &- D^2 R_L I_{load} r_{LF}) + C_B D R_L^2 V_{in} + C_B D^2 R_L V_{in} r_{CF} + C_B D^2 R_L^2 I_{load} r_{CF} \\ &- C_B D^2 R_L^2 I_{load} r_{LF}) + R_L^2 I_{load} + 2 D R_L V_{in} + D^2 V_{in} r_{CF} + D^2 R_L I_{load} r_{CF} \\ &- D^2 R_L I_{load} r_{LF} \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$G_{vd,FB}(s) = \frac{(C_F L_F R_L^2 V_{in} - C_F L_F R_L^2 I_{Load} r_{CF} + C_F D L_F R_L^2 I_{Load} r_{CF} - C_F D L_F R_L^2 I_{Load} r_{LF}) s^2 + (C_F V_{in} D^2 R_L r_{CF}^2 - L_F V_{in} D^2 R_L + 2 C_F I_{Load} D R_L^2 r_{CF}^2 - C_F I_{Load} D R_L^2 r_{LF}^2 - L_F I_{Load} D R_L^2 - C_F I_{Load} R_L^2 r_{CF}^2 - C_F I_{Load} R_L^2 r_{CF} r_{LF} + C_F V_{in} R_L^2 r_{CF} + C_F V_{in} R_L^2 r_{LF}) s + R_L^2 V_{in} - R_L^2 I_{Load} r_{CF} + D^2 R_L V_{in} r_{CF} - D^2 R_L V_{in} r_{LF} + 2 D R_L^2 I_{Load} r_{CF} - 2 D R_L^2 I_{Load} r_{LF}}{\alpha_{FB,d}} \quad (2.60)$$

$$G_{id,FB}(s) = \frac{C_B R_L (C_F L_F R_L V_{in} - C_F L_F R_L I_{Load} r_{CF} + C_F D L_F R_L I_{Load} r_{CF} - C_F D L_F R_L I_{Load} r_{LF}) s^3 + (C_F L_F R_L V_{in} - C_B R_L (-C_F V_{in} D^2 r_{CF}^2 + L_F V_{in} D^2 - 2 C_F R_L I_{Load} D r_{CF}^2 + C_F R_L I_{Load} D r_{LF}^2 + L_F R_L I_{Load} D + C_F R_L I_{Load} r_{CF}^2 + C_F R_L I_{Load} r_{CF} r_{LF} - C_F R_L V_{in} r_{CF} - C_F R_L V_{in} r_{LF}) - C_F L_F R_L I_{Load} r_{CF} + C_F D L_F R_L I_{Load} r_{CF} - C_F D L_F R_L I_{Load} r_{LF}) s^2 + (C_B R_L (R_L V_{in} - R_L I_{Load} r_{CF} + D^2 V_{in} r_{CF} - D^2 V_{in} r_{LF} + 2 D R_L I_{Load} r_{CF} - 2 D R_L I_{Load} r_{LF}) - D^2 L_F V_{in} - C_F R_L I_{Load} r_{CF}^2 + C_F D^2 V_{in} r_{CF}^2 - D L_F R_L I_{Load} + C_F R_L V_{in} r_{CF} + C_F R_L V_{in} r_{LF} - C_F R_L I_{Load} r_{CF} r_{LF} + 2 C_F D R_L I_{Load} r_{CF}^2 - C_F D R_L I_{Load} r_{LF}^2) s + R_L V_{in} - R_L I_{Load} r_{CF} + D^2 V_{in} r_{CF} - D^2 V_{in} r_{LF} + 2 D R_L I_{Load} r_{CF} - 2 D R_L I_{Load} r_{LF}}{\alpha_{FB,d}} \quad (2.61)$$

$$\alpha_{FB,d} = s^4 C_B C_F L_B L_F R_L (R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}) + s^3 (R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}) (C_F L_B L_F + C_B C_F L_B R_L r_{CF} + C_B C_F L_B R_L r_{LF} + C_B C_F D L_F R_L r_{CF}) + s^2 (R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}) (C_B L_B R_L + C_F L_F R_L + C_F L_B r_{CF} + C_F L_B r_{LF} + C_F D L_F r_{CF} + C_B D^2 L_F R_L + C_B C_F D R_L r_{CF}^2 - C_B C_F D^2 R_L r_{CF}^2 + C_B C_F D R_L r_{CF} r_{LF}) + s (R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF}) (L_B + D^2 L_F - C_F D^2 r_{CF}^2 + C_F R_L r_{CF} + C_F R_L r_{LF} + C_F D r_{CF}^2 - C_B D^2 R_L r_{CF} + C_B D^2 R_L r_{LF} + C_B D R_L r_{CF} + C_F D r_{CF} C_F r_{LF}) + (R_L + D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF})^2 \quad (2.62)$$

Por último, para determinar as funções de transferência em relacionadas a corrente  $\bar{i}_{Load}(s)$ , define-se  $\bar{v}_{in}(s) = 0$  e  $\bar{d}(s) = 0$  em (2.53), determinando assim

$$G_{inL,FB}(s) = \frac{C_F D R_L r_{CF} s + D R_L}{\alpha_{FB}} \quad (2.63)$$

$$G_{iL,FB}(s) = \frac{C_F L_F R_L s^2 + R_L (C_F r_{CF} + C_F r_{LF}) s + R_L L}{\alpha_{FB}} \quad (2.64)$$

$$Z_{o,FB}(s) = \frac{-C_F L_B L_F R_L s^3 - R_L (C_F L_B r_{CF} + C_F L_B r_{LF} + C_F D L_F r_{CF}) s^2 - R_L (-C_F D^2 r_{CF}^2 + L_F D^2 + C_F D r_{CF}^2 + C_F r_{LF} D r_{CF} + L_B) s - R_L (D r_{CF} - D^2 r_{CF} + D^2 r_{LF} L_F)}{\alpha_{FB}} \quad (2.65)$$

Com as funções de transferência em malha aberta do sistema acoplado é possível representá-lo pelo diagrama de blocos da Figura 2.4. Para realizar a análise da estabilidade é necessário determinar as FTs em malha fechada que representam a tensão de saída do sistema acoplado. Desse modo, determinou-se as funções de transferência em malha fechada  $G_{vd,FB,MF}(s)$ ,  $G_{vg,FB,MF}(s)$  e  $Z_{o,FB,MF}$ . Assim utilizando o teorema da superposição e a álgebra de diagrama de blocos foi possível obter as seguintes funções de transferência em malha fechada

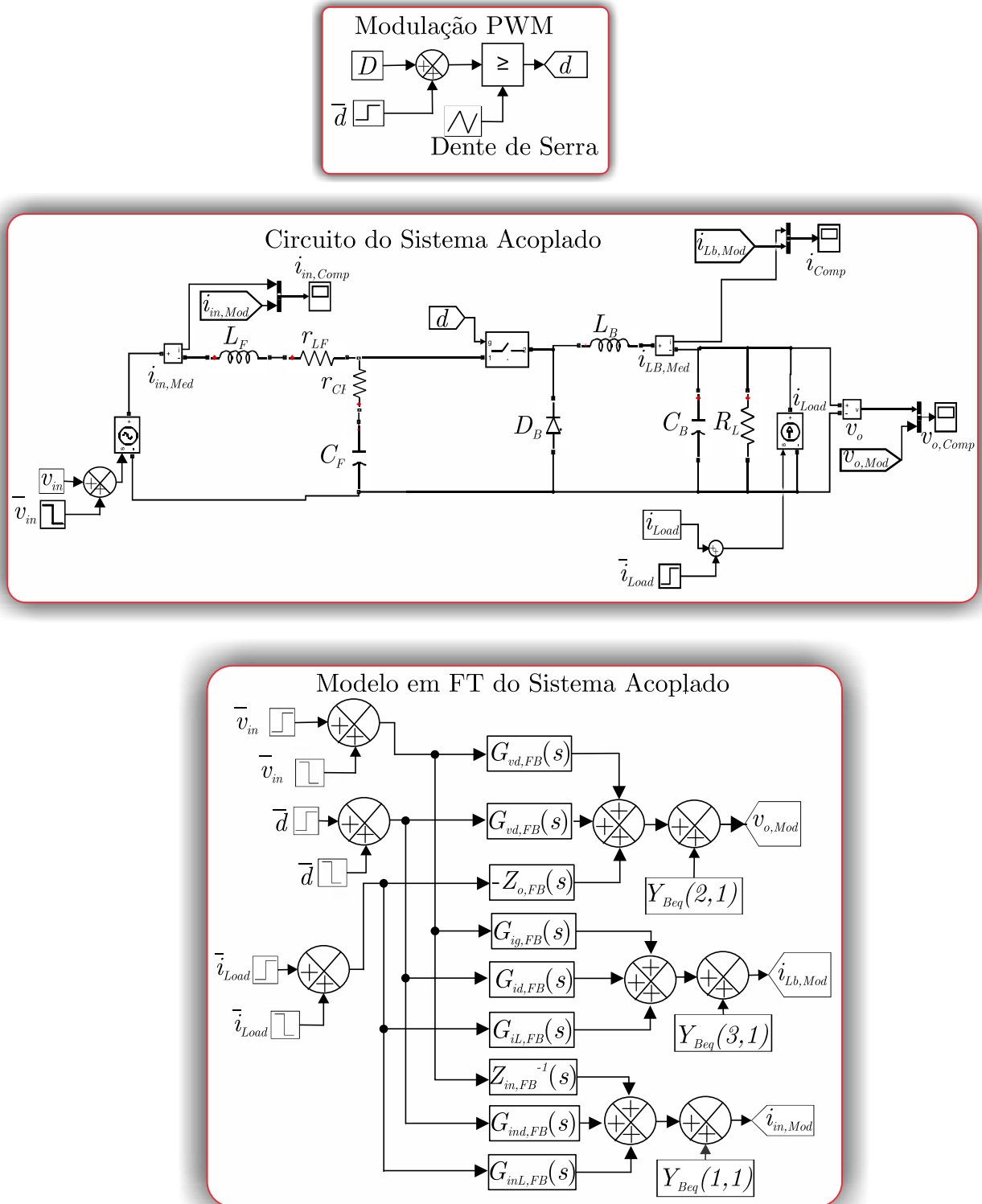
$$\begin{aligned} G_{vd,FB,MF}(s) &= \frac{T_{v,FB}(s)}{1 + T_{v,FB}(s)}; \\ G_{vg,FB,MF}(s) &= \frac{G_{vg,FB}(s)}{1 + T_{v,FB}(s)}; \\ Z_{o,FB,MF}(s) &= \frac{Z_{o,FB}(s)}{1 + T_{v,FB}(s)}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

onde,  $T_{v,FB}(s)$  é o ganho em malha aberta considerando as funções de transferência do sistema completo, é definido por

$$T_{v,FB}(s) = S(s)G_c(s)G_M(s)G_{vd,FB}(s) \quad (2.67)$$

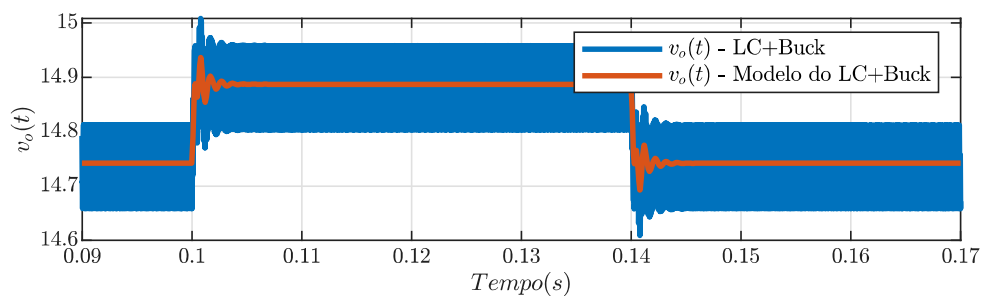
Para validar o modelo do sistema acoplado (filtro  $LC +$  Buck) foi utilizado a simulação ilustrada na Figura 2.14. Foram aplicados distúrbios na razão cíclica  $d(t)$ , na tensão de entrada  $v_{in}(t)$  e corrente da carga  $i_{Load}(t)$ , para o circuito do sistema e o modelo. Na razão cíclica  $d(t)$  foi aplicado um distúrbio de +1% de seu valor nominal, na Figura 2.15 apresenta-se o resultado obtido. Assim ao analisar a Figura 2.15 nota-se que o modelo apresentou uma resposta semelhante à resposta do circuito elétrico do sistema. Na Figura 2.16 são apresentados os resultados obtidos para validação do modelo perante a aplicação de um distúrbio na tensão de entrada  $v_{in}(t)$  no valor de +10% de seu valor nominal. Pode-se concluir ao analisar a figura que o modelo consegue representar a dinâmica do sistema de forma adequada. Já a resposta do modelo perante a um distúrbio na corrente da carga  $i_{Load}(t)$  no valor de +10% de seu valor nominal é apresentado na Figura 2.17, e pode-se concluir que a resposta do modelo é satisfatória. Logo, com base nesses experimentos pode-se concluir que o modelo desenvolvido é capaz de representa a dinâmica de pequenos sinais do sistema completo.

Figura 2.14 – Simulação utilizada para validar o modelo do sistema acoplado (filtro  $LC$  em série com o conversor Buck).

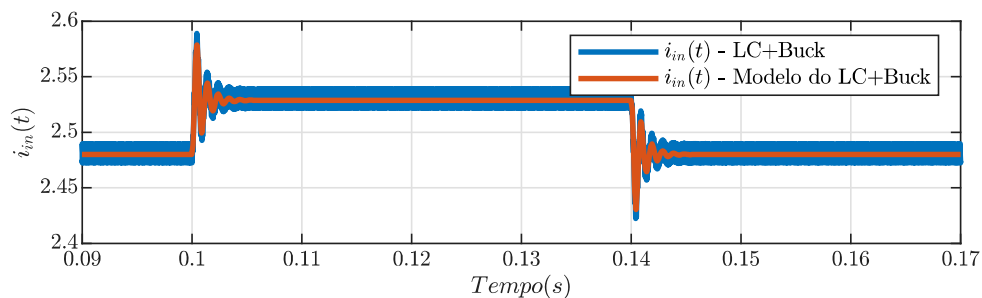


Fonte: Autor.

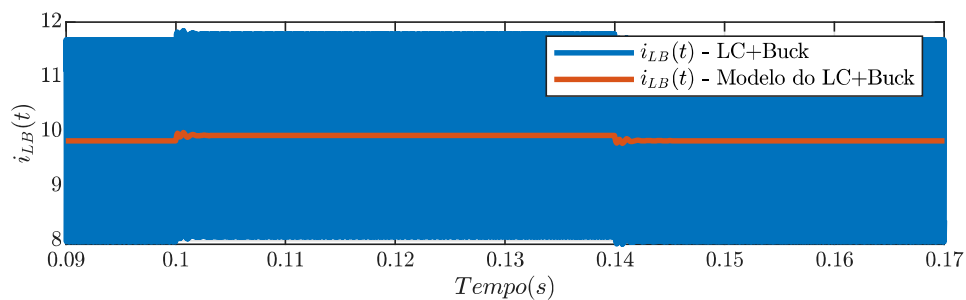
Figura 2.15 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na razão cíclica  $d(t)$ : (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $i_{in}(t)$ ; (c)  $i_{Lb}(t)$ .



(a)



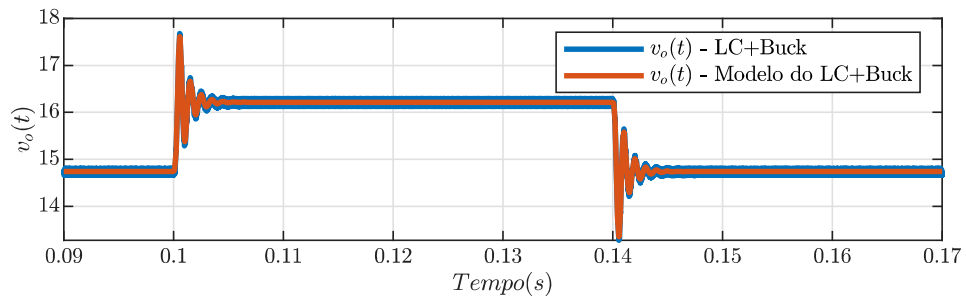
(b)



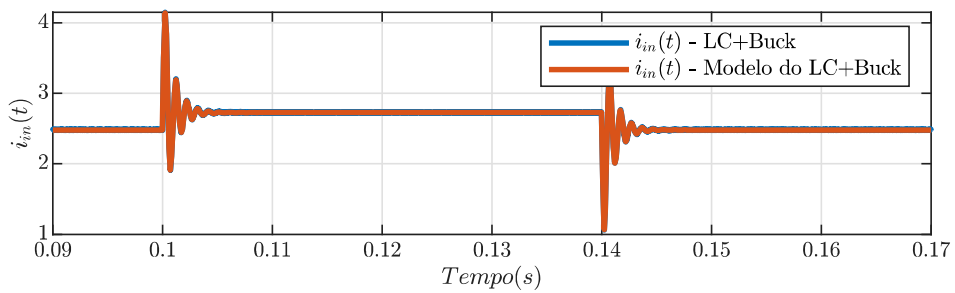
(c)

Fonte: Autor.

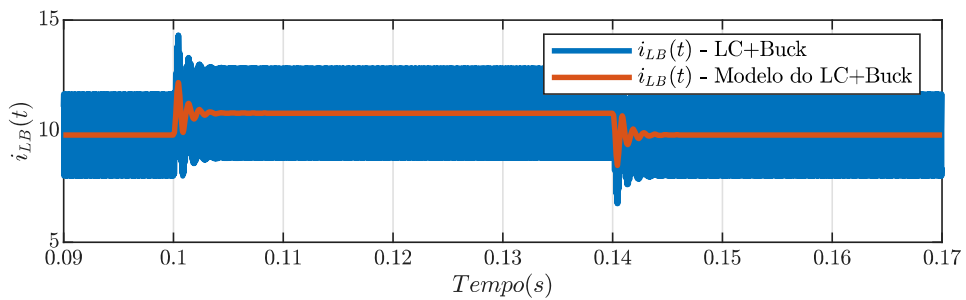
Figura 2.16 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na tensão de entrada  $v_{in}(t)$ : (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $i_{in}(t)$ ; (c)  $i_{LB}(t)$ .



(a)



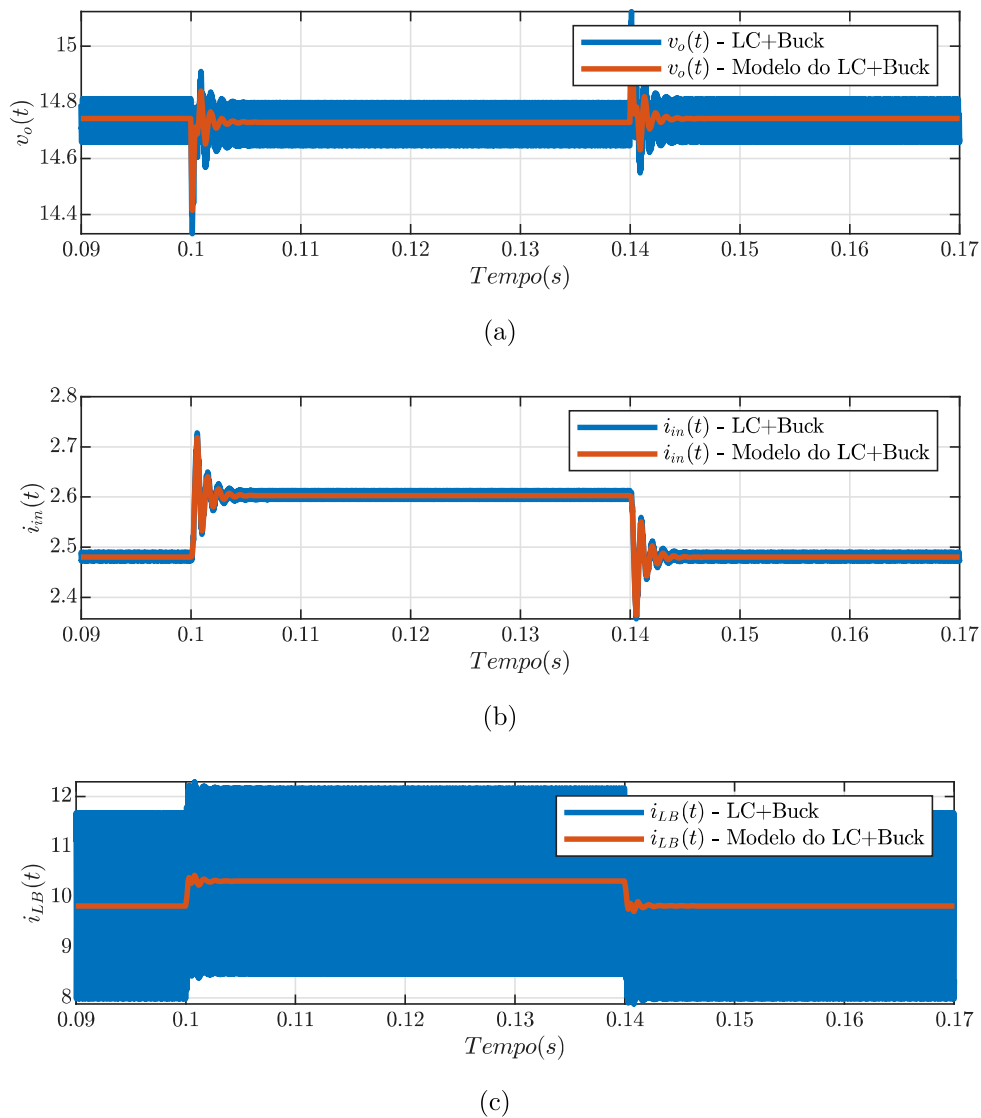
(b)



(c)

Fonte: Autor.

Figura 2.17 – Validação do modelo do sistema acoplado mediante a um distúrbio na corrente da carga  $i_{Load}(t)$ : (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $i_{in}(t)$ ; (c)  $i_{Lb}(t)$ .



Fonte: Autor.

## 2.2 ANÁLISE DA ESTABILIDADE

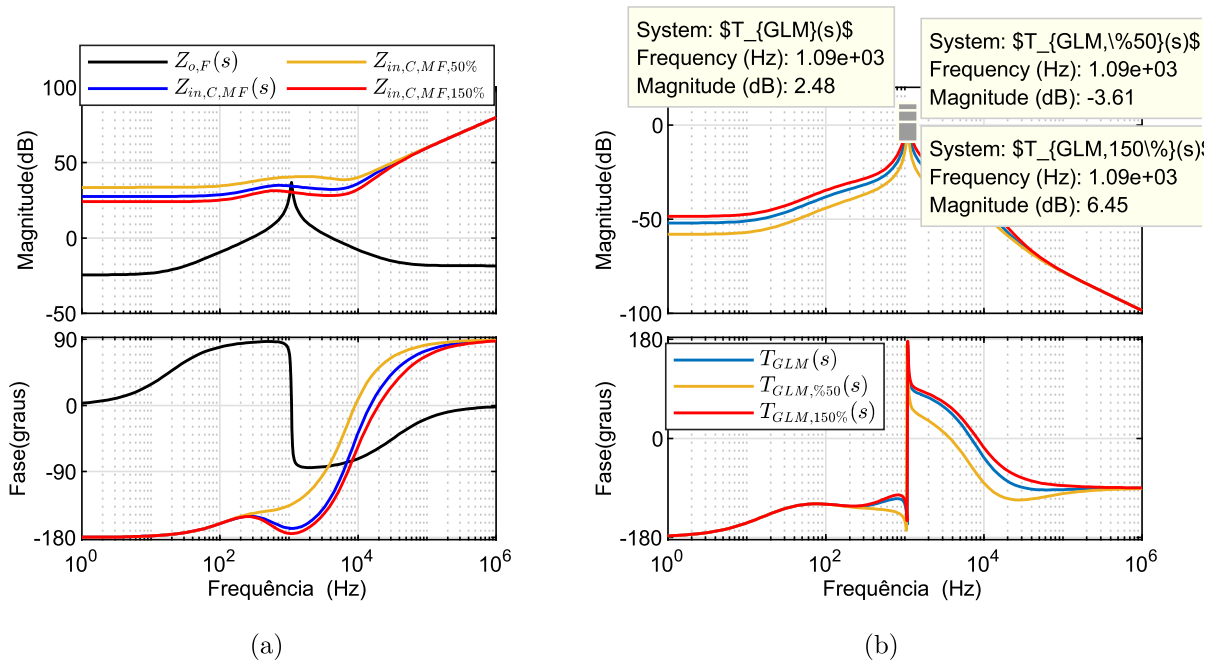
Como foi demonstrado na seção anterior os sistemas individualmente são estáveis, mas quando é feito o acoplamento entre os estágios o sistema como um todo pode se tornar instável como foi descrito na revisão da literatura. Para analisar a estabilidade do sistema em cascata apresentado na Figura 2.1 foi utilizado o critério de Middlebrook, Nyquist e também a análise das raízes do sistema, cujos procedimentos são apresentados nas seções seguintes.



A Figura 2.18(a) refere-se à análise da estabilidade do sistema em cascata pelo método de Middlebrook e apresenta a comparação entres os diagramas de Bode da impedância de saída do EF  $Z_{o,F}(s)$  e da impedância de entrada do EC em malha fechada  $Z_{in,C,MF}(s)$ . Tal comparação foi realizada tanto com metade do valor nominal da carga  $Z_{in,C,MF,50\%}(s)$  quanto com 150% acima do valor nominal da carga  $Z_{in,C,MF,150\%}(s)$ . Ao se analisar a Figura 2.18(a) nota-se que  $\|Z_{in,C,MF}(s)\|$  foi maior que  $\|Z_{o,F}(s)\|$  em todo o espectro de frequências apenas quando  $R_L$  é 50% do valor nominal, respeitando assim, o critério de Middlebrook.

Outra maneira de avaliar a estabilidade do sistema é verificar se  $T_{GLM}(s) \ll 1$ , e por essa razão na Figura 2.18 (b) é apresentado o diagrama de Bode de  $T_{GLM}(s)$ . Pode-se verificar que para os casos em que a carga é 50% acima do valor nominal  $T_{GLM}(s)$  é maior que 1, desrespeitando o critério de Middlebrook, sendo assim nada pode ser dito a respeito da estabilidade. Já para o caso da carga estar com 50% abaixo do valor nominal  $T_{GLM}(s)$  é bem menor que 1 respeitando Middlebrook, ou seja o sistema é estável.

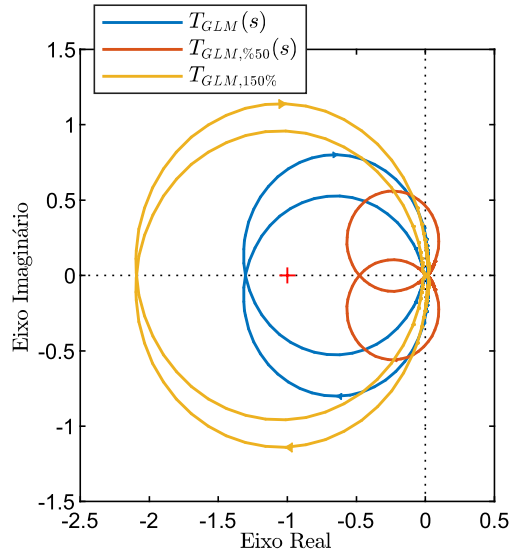
Figura 2.18 – Análise da estabilidade: (a) diagrama de Bode de  $Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C,MF}(s)$ ; (b) Diagrama de Nyquist do ganho do laço menor  $T_{MLG}(s)$ .



Entende-se que nada pode ser dito sobre a estabilidade do sistema em cascata para os casos em que este critério é desrespeitado; leia-se, o sistema pode ser estável ou instável. O contorno de Nyquist do  $T_{GLM}(s)$  e  $T_{GLM,150\%}(s)$ , ilustrado pela Figura 2.19, circundou duas vezes o ponto  $(-1, 0)$  e, como não foram detectados polos no semi-plano direito, o sistema em cascata foi considerado instável para  $R_L = 1,5 \Omega$  e  $R_L = 1 \Omega$ . Por outro lado, o contorno de Nyquist de  $T_{GLM,50\%}(s)$  não circundou o ponto  $(-1, 0)$  e não foram encontrados polos no semi-plano direito, fazendo com que o sistema em cascata

fosse estável para o caso de  $R_L = 3\Omega$ . Pôde-se concluir então, que conforme a carga aumentou/diminuiu, o problema da estabilidade também aumentou/diminuiu.

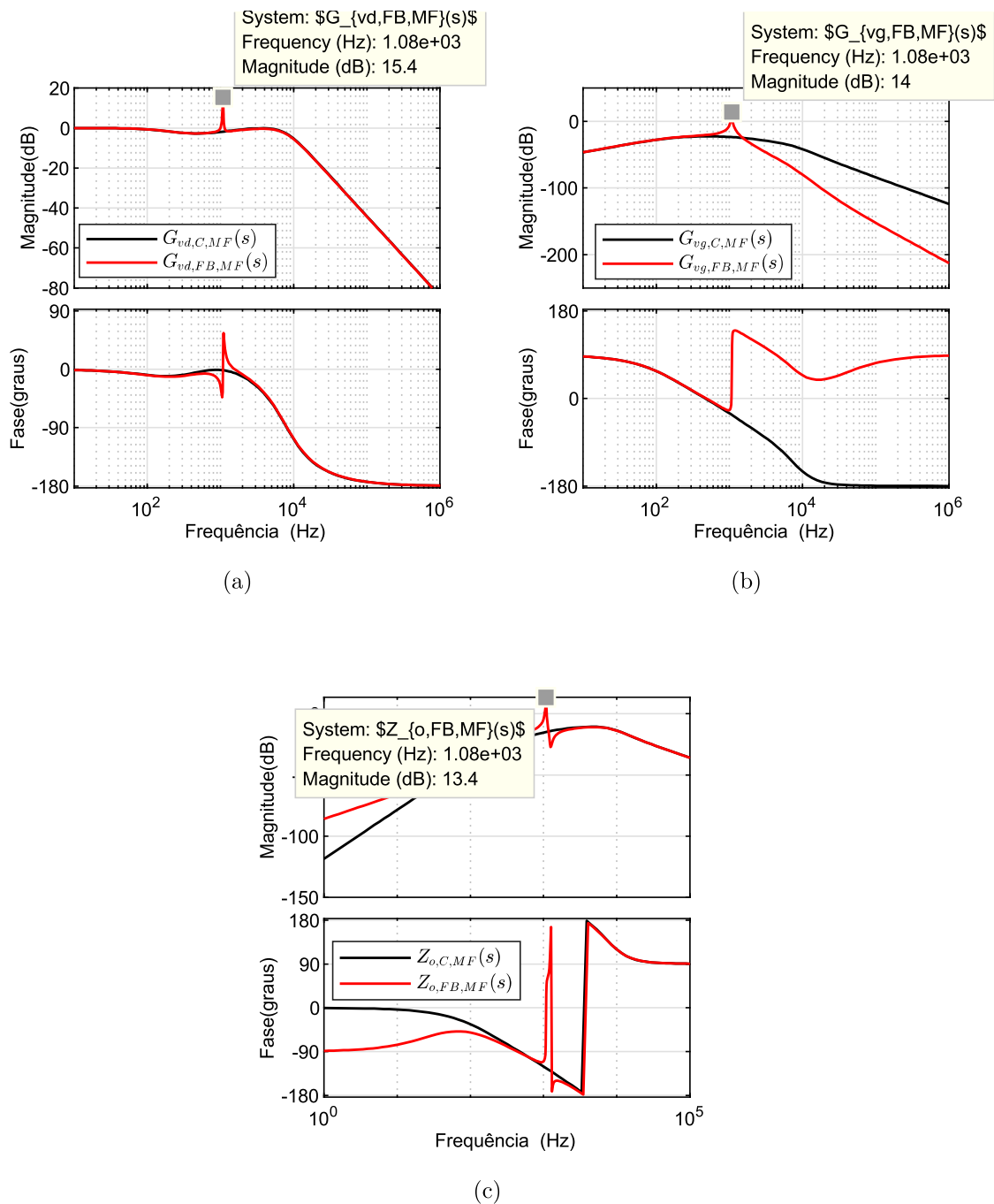
Figura 2.19 – Diagrama de Nyquist do ganho do laço menor ( $T_{MLG}(s)$ ).



Foi possível verificar que o sistema em cascata é estável para o caso em que  $R_L = 3\Omega$  e instável para os casos que  $R_L = 1,5\Omega$  e  $R_L = 1\Omega$ . Então, pelo motivo de que os sistemas eram estáveis antes da conexão, levantou-se a hipótese de que devido ao acoplamento do sistema surgiram efeitos que não foram modelados e que tornaram o sistema em cascata instável.

Assim, uma comparação entre as funções de transferência que modelam a tensão de saída antes e depois do acoplamento foi feita. Desse modo, na Figura 2.20 é apresentada uma comparação entre os diagramas de bode das FTs do sistema acoplado em malha fechada  $G_{vd,FB,MF}(s)$ ,  $G_{vg,FB,MF}(s)$  e  $Z_{o,FB,MF}(s)$ , e do EC em malha fechada  $G_{vd,C,MF}(s)$ ,  $G_{vg,C,MF}(s)$  e  $Z_{o,C,MF}(s)$ . Ao analisar os diagramas de Bode é possível identificar que realmente existe uma modificação nas funções de transferência causadas pelo acoplamento e que o controlador não consegue rejeitar. Uma dessas alterações é o surgimento de uma ressonância em aproximadamente  $f_1 = 1,08\text{ kHz}$ , que não existia nos diagramas de Bode das FTs  $G_{vd,C,MF}(s)$ ,  $G_{vg,C,MF}(s)$  e  $Z_{o,C,MF}(s)$ .

Figura 2.20 – Comparação entre os diagramas de Bode de: (a)  $G_{vd,FB,MF}$  e  $G_{vd,C,MF}$ ; (b)  $G_{vg,FB,MF}$  e  $G_{vg,C,MF}$ ; (c)  $Z_{o,FB,MF}$  e  $Z_{o,C,MF}$ .



Para complementar a análise, nas Figuras 2.21, 2.22 e 2.23 mostram-se uma comparação entre os diagramas de polos e zeros das funções de transferência da malha fechada para o sistema acoplado e EC. Ao analisar as figuras é possível identificar que ocorreu uma mudança na dinâmica do sistema, com o acoplamento dos sistemas surgiram polos e zeros que antes não existiam. Pode-se ver nos diagramas de polos e zeros que existe um par de polos e zeros complexos no semiplano direito (SPD). Os polos complexos no SPD estão na frequência de aproximadamente  $f_1 = 1,08$  kHz e os zeros na  $f_1 = 1,09$  kHz.

Destaca-se que a interconexão dos sistemas EF e EC resultou em um sistema instável e de fase não mínima.

Figura 2.21 – Diagrama de polos e zeros de: (a)  $G_{vd,FB,MF}$  e  $G_{vd,C,MF}$ ; (b) zoom.

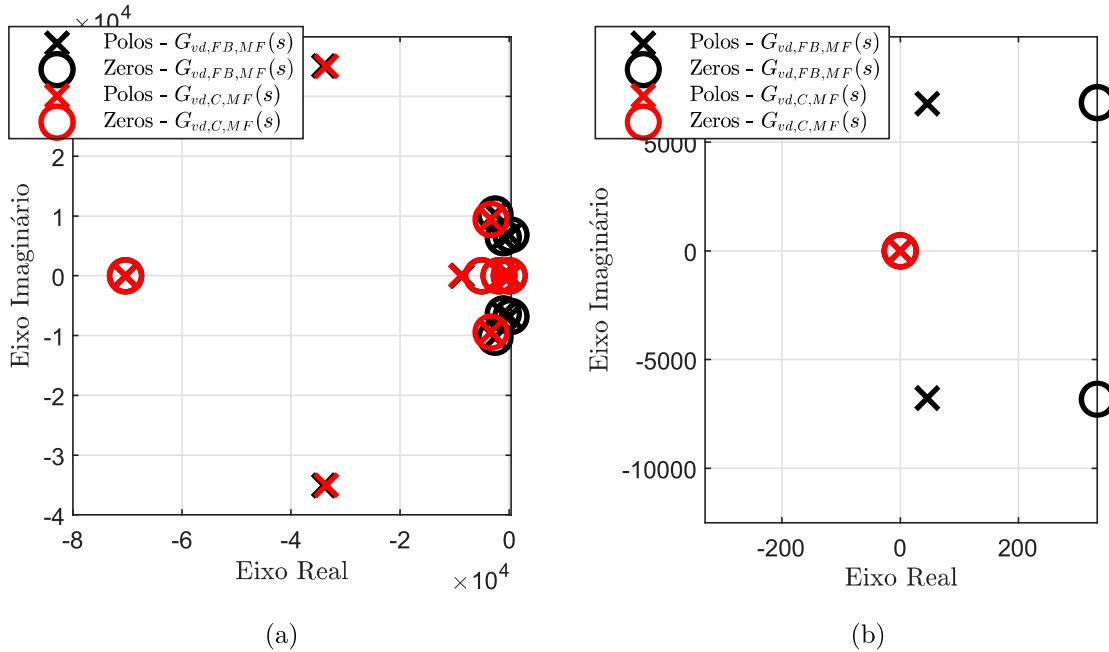


Figura 2.22 – Diagrama de polos e zeros de: (a)  $G_{vg,FB,MF}$  e  $G_{vg,C,MF}$ ; (b) zoom.

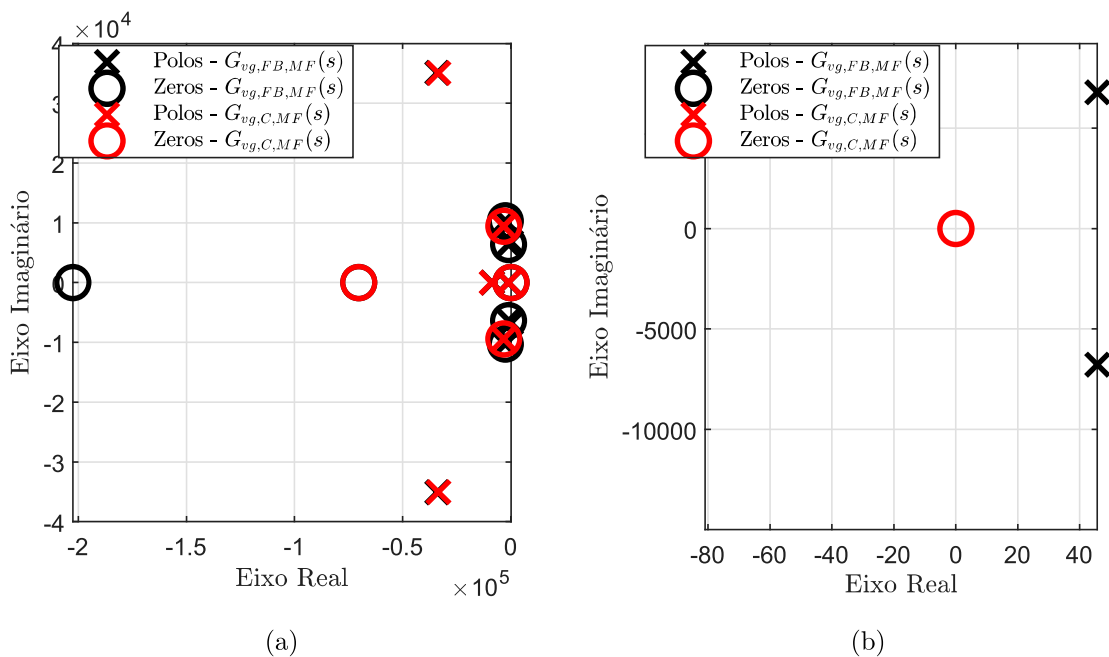
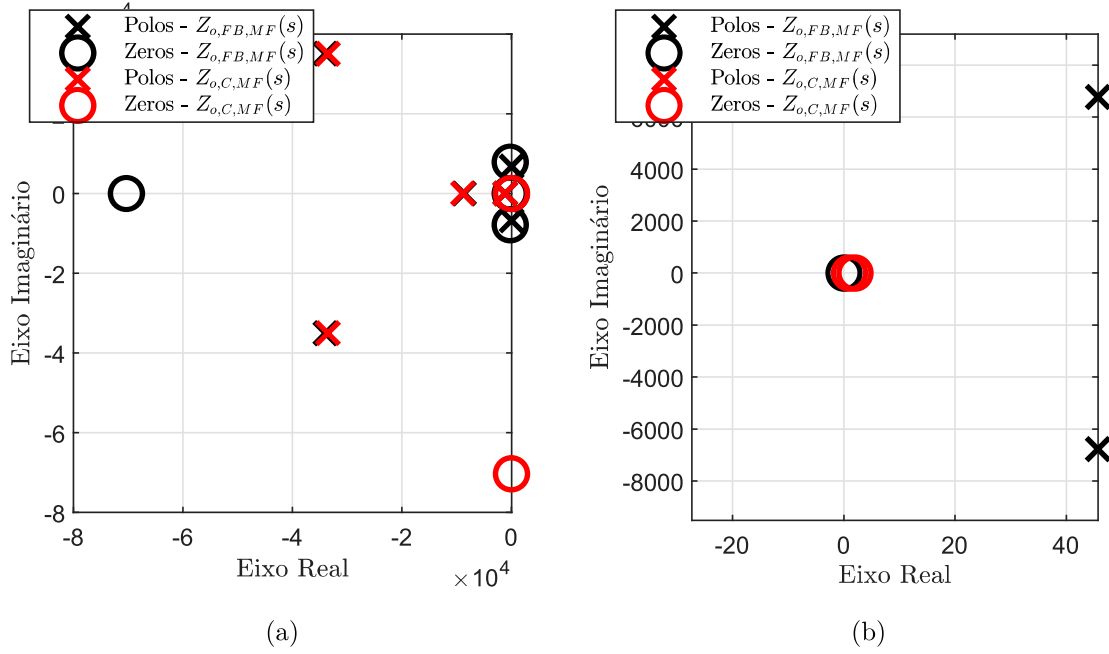


Figura 2.23 – Diagrama de polos e zeros de: (a)  $Z_{o,FB,MF}$  e  $Z_{o,C,MF}$ ; (b) zoom.



### 2.3 ANÁLISE DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS

Foi realizada uma análise para verificar de que forma as variações paramétricas poderiam afetar a estabilidade do sistema em cascata. Para essa análise o critério de Middlebrook foi empregado no estudo da estabilidade do sistema em cascata, no qual os modelos dos capacitores e indutores foram considerados constantes, variando-se apenas os valores de capacitância, indutância e resistência parasita. Logo, o primeiro passo constou em reparametrizar as equações (2.2) e (2.24) de segundo grau para uma expressão no seguinte formato padrão (BASSO, 2016)

$$H(s) = H_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}} + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} = H_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}} + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}}{1 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (2.68)$$

na qual  $Q$  representa o fator de qualidade,  $\omega_0$  a frequência de ressonância,  $\omega_{z1}$  e  $\omega_{z2}$  são possíveis zeros, se existirem,  $\zeta$  o fator de amortecimento; e,  $H_0 = H(0)$  o ganho de CC. Para reparametrizar a Equação (2.2) do Estágio Fonte na forma padrão, deve-se explicitar os fatores  $Q$ ,  $\omega_0$  e  $\zeta$ . Assim é possível analisar como esses parâmetros influenciam a estabilidade do sistema. O denominador da Equação (2.68) foi igualado ao da Equação (2.2), chegando-se em

$$1 + \frac{s}{\omega_{o,F} Q_F} + \frac{s^2}{\omega_{0,F}^2} = 1 + s C_F (r_{LF} + r_{CF}) + s^2 C_F L_F \quad (2.69)$$

Em seguida, foi possível determinar a definição matemática da frequência de ressonância do EF  $\omega_{0,F}$  igualando os termos de  $s^2$  da equação (2.69)

$$\omega_{0,F} = \frac{1}{\sqrt{C_F L_F}} \quad (2.70)$$

Para obter o fator de qualidade do EF  $Q_F$  bastou igualar os termos em  $s$  da Equação (2.69), chegando-se em

$$Q_F = \frac{1}{\omega_{0,F} C_F (r_{LF} + r_{CF})} \quad (2.71)$$

Por fim, para obter o fator de amortecimento  $\zeta_F$  do EF foi necessário igualar os denominadores da parcela da esquerda com a da direita da Equação (2.69), resultando na seguinte expressão

$$1 + 2\zeta_F \frac{s}{\omega_{0,F}} + \frac{s^2}{\omega_{0,F}^2} = 1 + \frac{s}{\omega_{0,F} Q_F} + \frac{s^2}{\omega_{0,F}^2} \quad (2.72)$$

e, isolando os termos em  $s$  da expressão acima chegou-se em

$$\zeta_F = \frac{1}{2Q_F} \quad (2.73)$$

Desse modo, a Equação (2.2) pôde ser rearranjada na forma de (2.68) quando o numerador da Equação (2.2) foi reorganizado para forma mônica e igualado ao de (2.68). Ao se igualar os termos de  $s$  e  $s^2$ , determinou-se  $w_{z1,z0,F}$  e  $w_{z2,z0,F}$

$$\frac{1}{\omega_{z1,z0,F}} = \frac{r_{LF}}{L_F + C_F r_{LF} r_{CF}} \quad (2.74)$$

$$\frac{1}{\omega_{z2,z0,F}} = \frac{r_{LF}}{C_F L_F r_{CF}} \quad (2.75)$$

Para obter os parâmetros  $\omega_{0,C}$ ,  $Q_C$  e  $\zeta_C$  do EC, o primeiro passo foi reparametrizar a Equação (2.24) que define a FT  $G_{vd,C}(s)$ . Foi necessário representar a expressão (2.24) pela seguinte relação (BASSO, 2016)

$$G_{vd,C}(s) = \frac{a_0 + a_1 s}{b_0 + s b_1 + s^2 b_2} = \frac{a_0}{b_0} \frac{1 + a_1/a_0 s}{1 + s b_1/b_0 + s^2 b_2/b_0} \quad (2.76)$$

Ao se igualar os denominadores das equações (2.68) e (2.76) chegou-se

$$1 + s \frac{b_1}{b_0} + s^2 \frac{b_2}{b_0} = 1 + \frac{s}{\omega_{0,C} Q_C} + \frac{s^2}{\omega_{0,C}^2} = 1 + 2\zeta_C \frac{s}{\omega_{0,C}} + \frac{s^2}{\omega_{0,C}^2} \quad (2.77)$$

A definição matemática de  $\omega_{0,C}$  foi determinada ao se igualar os termos em  $s^2$  da Equação acima chegou-se em

$$\omega_{0,C} = \sqrt{\frac{b_0}{b_2}} = \frac{1}{\sqrt{(C_B L_B)}} \quad (2.78)$$

Além disso quando os termos em  $s$  da Equação (2.77) foram igualados, obteve-se

$$Q_C = \frac{b_0}{b_1 \omega_{0,C}} = \frac{R_L}{\omega_{0,L} L_B} \quad (2.79)$$

A expressão matemática que representou  $\zeta_C$  foi a mesma de  $\zeta_F$ . Desta maneira, bastou trocar  $\omega_{0,F}$  por  $\omega_{0,C}$  para que a Equação (2.73) ficasse da seguinte forma

$$\zeta_C = \frac{1}{2Q_C} \quad (2.80)$$

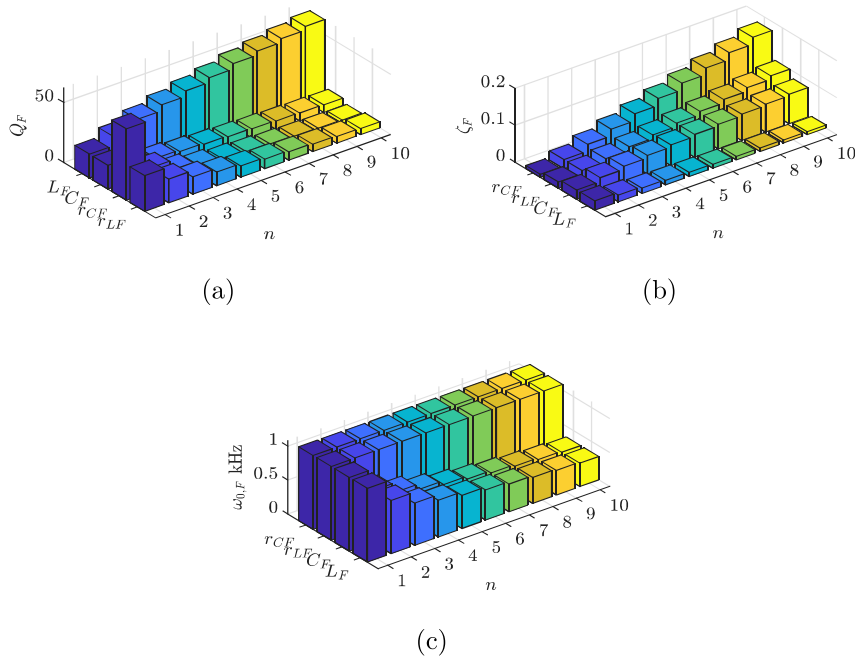
Assim, para o Estágio Fonte, investigou-se como  $Q_F$ ,  $\omega_{0,F}$  e  $\zeta_F$  seriam afetados pela variação de  $C_F$ ,  $L_F$  e  $r_{LF}$ ,  $r_{CF}$ . Possíveis alterações em  $Q_C$ ,  $\omega_{0,C}$  e  $\zeta_C$  ocasionadas pela variação de  $C_B$ ,  $L_B$  e  $R_L$  também foram examinadas para o Estágio Carga. Os valores utilizados para variar os parâmetros do Estágio Fonte e carga estão apresentados na Tabela 2.2, onde  $n$  representa o índice do vetor.

Tabela 2.2 – Valores utilizados no estudo de variação paramétrica.

$n$	$C_F(n)$	$L_F(n)$	$r_{LF}(n)$	$r_{CF}(n)$	$R_L(n)$	$C_B(n)$	$L_B(n)$
1	41,16 $\mu$ F	522 $\mu$ H	0 $\Omega$	0 $\Omega$	1,5 $\Omega$	100 $\mu$ F	100 $\mu$ H
2	82,32 $\mu$ F	1000 $\mu$ H	0,06 $\Omega$	0,12 $\Omega$	3 $\Omega$	200 $\mu$ F	200 $\mu$ H
3	123,48 $\mu$ F	1600 $\mu$ H	0,1267 $\Omega$	0,2533 $\Omega$	4,5 $\Omega$	300 $\mu$ F	300 $\mu$ H
4	164,64 $\mu$ F	2100 $\mu$ H	0,1934 $\Omega$	0,3866 $\Omega$	6 $\Omega$	400 $\mu$ F	400 $\mu$ H
5	205,80 $\mu$ F	2600 $\mu$ H	0,2601 $\Omega$	0,519 92 $\Omega$	7,5 $\Omega$	500 $\mu$ F	500 $\mu$ H
6	246,96 $\mu$ F	3100 $\mu$ H	0,3268 $\Omega$	0,6532 $\Omega$	9 $\Omega$	600 $\mu$ F	600 $\mu$ H
7	288,12 $\mu$ F	3700 $\mu$ H	0,3935 $\Omega$	0,7865 $\Omega$	10,5 $\Omega$	700 $\mu$ F	700 $\mu$ H
8	329,28 $\mu$ F	4200 $\mu$ H	0,4602 $\Omega$	0,9198 $\Omega$	12 $\Omega$	800 $\mu$ F	800 $\mu$ H
9	370,44 $\mu$ F	4700 $\mu$ H	0,5269 $\Omega$	1,0531 $\Omega$	13,5 $\Omega$	900 $\mu$ F	900 $\mu$ H
10	411,60 $\mu$ F	5200 $\mu$ H	0,5936 $\Omega$	1,1864 $\Omega$	15 $\Omega$	1000 $\mu$ F	1000 $\mu$ H

A Figura 2.24 descreve como a variação dos parâmetros  $C_F$ ,  $L_F$ ,  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$  afetaram os parâmetros  $Q_F$ ,  $\omega_{0,F}$  e  $\zeta_F$ . Pode-se notar que com o aumento de  $C_F$ ,  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$  o fator de qualidade do circuito diminuiu; enquanto  $Q_F$  aumentou com o aumento de  $L_F$ . O coeficiente de amortecimento cresceu em função do aumento de  $C_F$ ,  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$ . Por outro lado, o contrário ocorreu quando aumentou-se  $L_F$ . Já a frequência de ressonância permaneceu a mesma frente ao aumento de  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$ , e diminuiu com o aumento de  $C_F$  e  $L_F$ .

Figura 2.24 – Análise gráfica de como a variação dos parâmetros  $C_F$ ,  $L_F$ ,  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$  afetam: (a)  $Q_F$ ; (b)  $\zeta_F$ ; (c)  $\omega_{0,F}$ .



Nas Figuras 2.25 e 2.26, respectivamente, demonstrou-se como a variação de  $C_F$ ,  $L_F$ ,  $r_{CF}$  e  $r_{LF}$  afetaram a função de transferência  $Z_{o,F}(s)$  e, conseqüentemente, como a estabilidade do sistema em cascata foi afetada sob o ponto de vista do critério de Middlebrook. Neste contexto, a Figura 2.26(a) indica que o aumento da capacitância foi capaz de amortecer o pico de ressonância do filtro e deslocá-lo para esquerda, uma vez que a frequência de ressonância diminuiu e o coeficiente de amortecimento aumentou conforme pode ser analisado nas Figuras 2.25(b) e 2.25(c). Logo, o aumento da capacitância  $C_F$  pode ser considerado um comportamento benéfico para a estabilidade do sistema em cascata, já que induziu que  $|Z_{o,F}(s)|$  fosse menor que  $|Z_{in,C}(s)|$  e, o que por sua vez, aumentou as chances do sistema em cascata ser estável.

No que tange à indutância, a variação deste parâmetro foi capaz de aumentar e deslocar para a esquerda o pico de ressonância do filtro Figura 2.26(b). Esse comportamento pode ser corroborado ao se analisar as Figuras 2.25(c) e 2.25(b), onde o coeficiente de amortecimento e a frequência de ressonância diminuíram. Do ponto de vista da estabilidade do sistema em cascata, o aumento da indutância foi considerado um comportamento deletério, já que fez com que  $|Z_{o,F}(s)|$  fosse maior que  $|Z_{in,C}(s)|$ ; não atendendo assim, o critério de Middlebrook.

A interpretação das Figuras 2.27(a) e 2.27(b) permite identificar que o aumento das resistências parasitas atenuaram o pico de ressonância do filtro, apontando um efeito benéfico para estabilidade do sistema, já que  $|Z_{o,F}(s)|$  se tornou menor que  $|Z_{in,C}(s)|$ , respeitando o critério de Middlebrook. Além disso, percebe-se que o aumento de  $r_{CF}$



aumentou o módulo de  $Z_{o,F}(s)$  nas altas frequências, enquanto que o aumento de  $r_{LF}$  aumentou o modulo de  $Z_{o,F}(s)$  nas baixas frequências.

Figura 2.25 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de: (a)  $C_F$ ; (b)  $L_F$ .

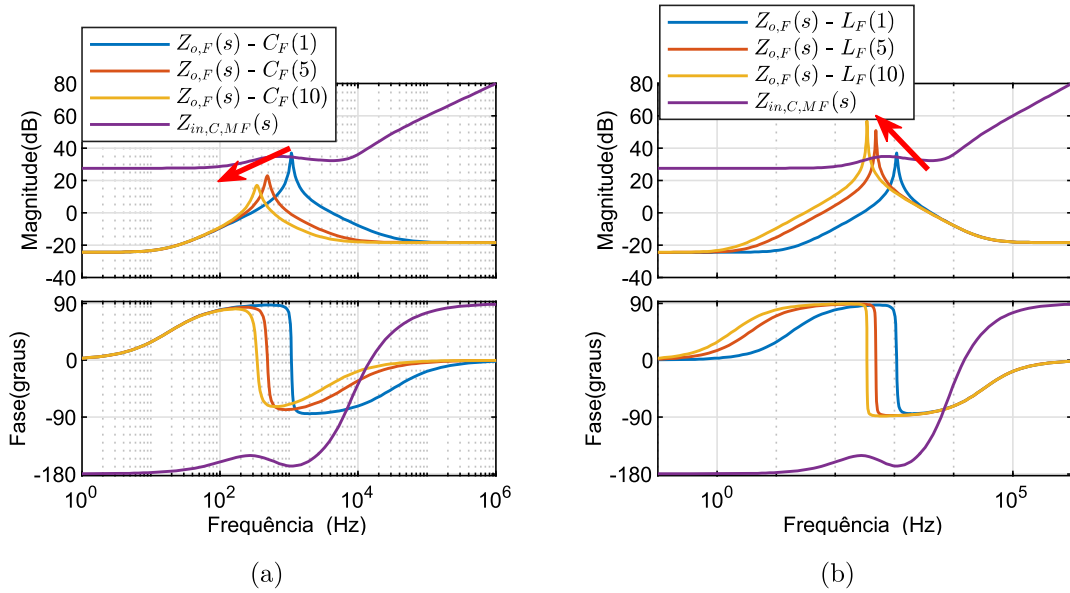
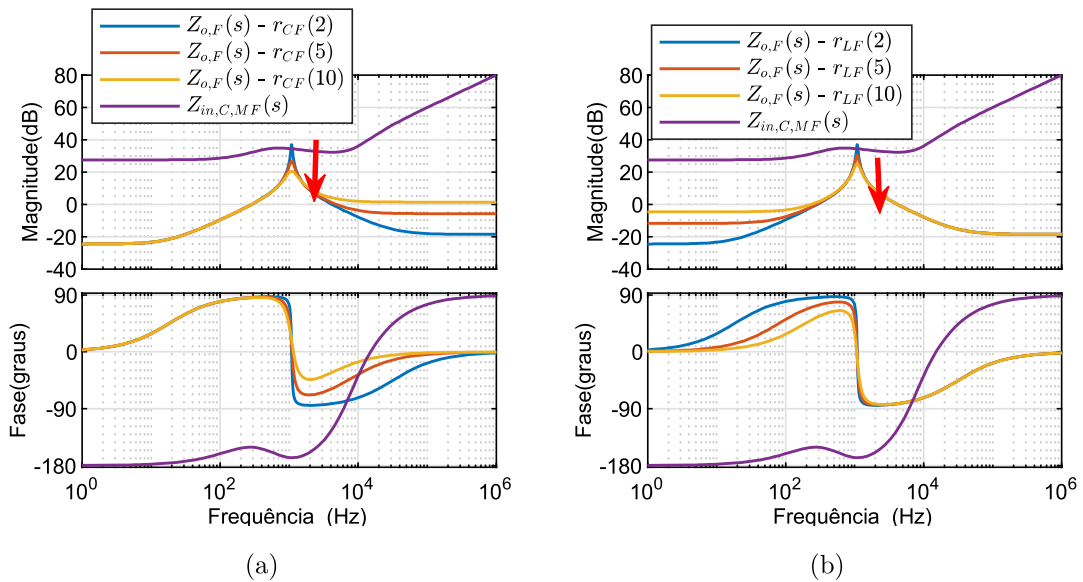


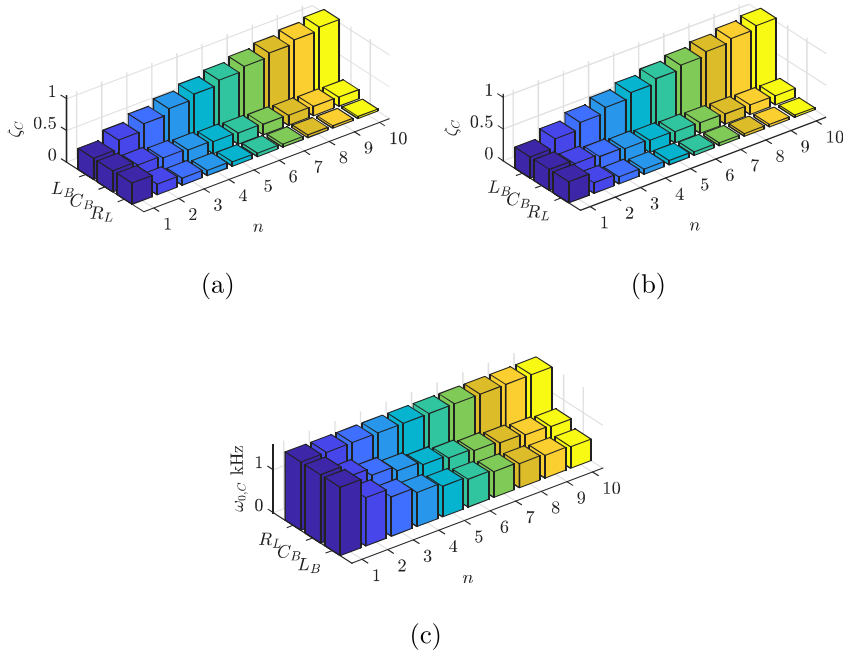
Figura 2.26 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de: (a)  $r_{CF}$ ; (b)  $r_{LF}$ .



A Figura 2.27 apresenta como os parâmetros  $Q_C$ ,  $\zeta_C$  e  $\omega_{0,C}$  são influenciados pela variação dos parâmetros parâmetros do Estágio Carga  $R_L$ ,  $C_B$  e  $L_B$ . Na Figura 2.27 nota-se que  $Q_C$  cresceu conforme  $R_L$  aumentou e que o contrário aconteceu quanto  $C_B$  e  $L_B$  cresceram. Já, com o aumento de  $L_B$  e  $C_B$  o fator de amortecimento aumentou, mas

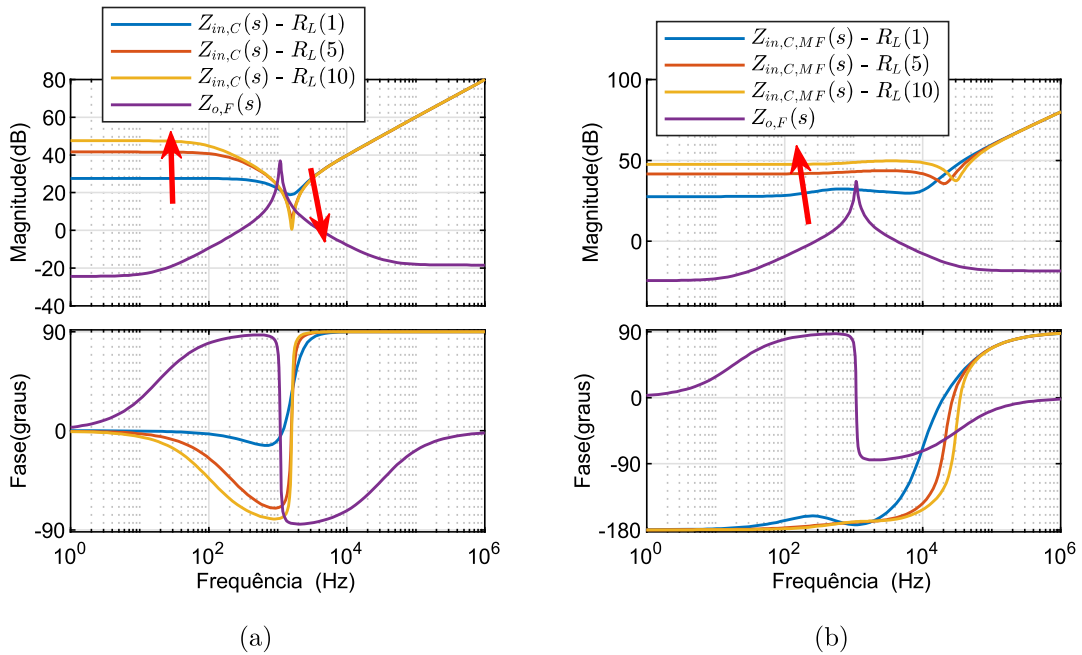
diminuiu conforme a carga  $R_L$  cresceu. A frequência de ressonância se manteve constante com a variação de  $R_L$ , mas diminuiu com o aumento de  $C_B$  e  $L_B$ .

Figura 2.27 – Análise gráfica de como a variação dos parâmetros  $R_L$ ,  $C_B$ ,  $L_B$  afetam: (a)  $Q_L$ ; (b)  $\zeta_L$ ; (c)  $w_{0,L}$ .



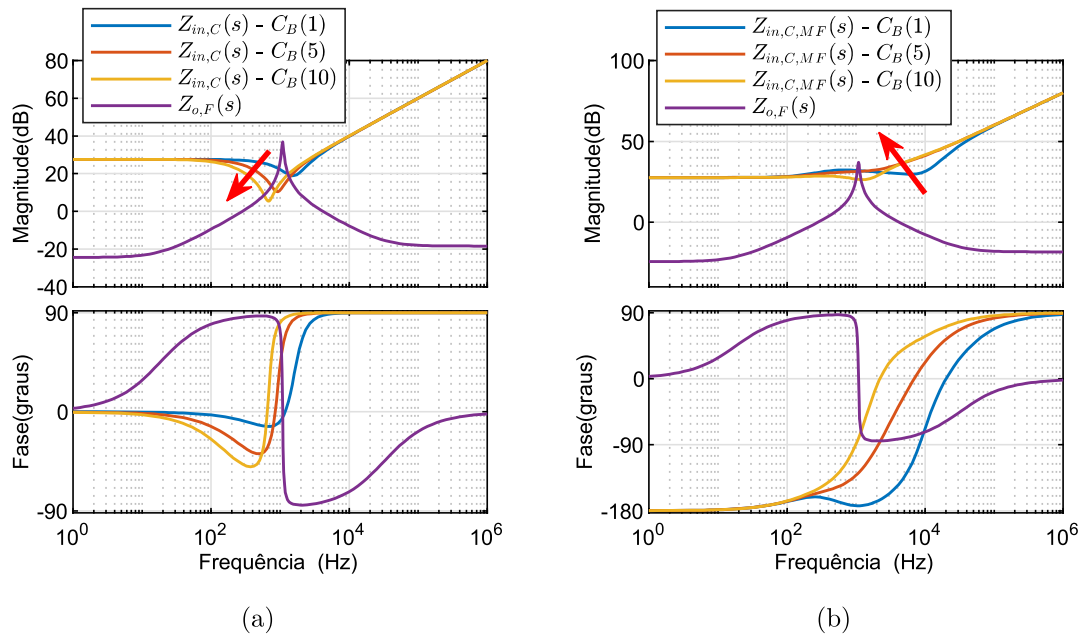
O efeito que o aumento de  $R_L$  gera em  $Z_{in}(s)$  e  $Z_{in,C,MF}(s)$  é apresentado na Figura 2.28, onde percebe-se que a variação da carga aumentou o ganho tanto de  $Z_{in,C}(s)$  quanto de  $Z_{in,C,MF}(s)$ . Mostrou-se também que o aumento de  $R_L$ , quando o Estágio Carga operou em malha aberta, prejudicou a estabilidade do sistema em cascata. No entanto, o aumento de  $R_L$ , quando o Estágio Carga encontrava-se em malha fechada, produziu um efeito positivo na estabilidade do sistema em cascata. Isto porque o aumento do ganho de  $|Z_{in,C}(s)|$  fez com que  $|Z_{in,C}(s)|$  permanecesse maior que  $|Z_{o,F}(s)|$  em todo espectro de frequência, garantindo a estabilidade do sistema em cascata.

Figura 2.28 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de  $R_L$ : (a)  $Z_{in,C}(s)$ ; (b)  $Z_{in,C,MF}(s)$ .



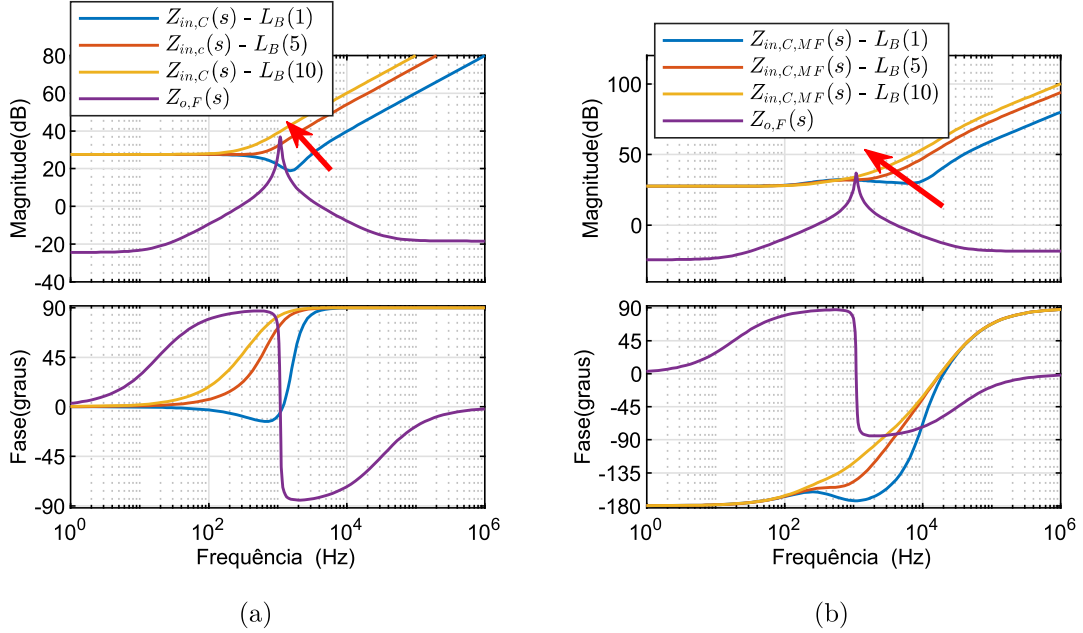
A influência da variação da capacitância  $C_B$  na função de transferência  $Z_{in,C}(s)$  pode ser visualizada na Figura 2.29. Quando o Estágio Carga estava em malha aberta o aumento da capacitância  $C_B$  deslocou o pico de ressonância de  $Z_{in,C}(s)$  para baixo, causando um efeito negativo na estabilidade do sistema em cascata: tal variação tornou  $|Z_{in,C}(s)|$  menor que  $|Z_{o,F}(s)|$  em uma certa região do espectro de frequências. Já, quando o Estágio Carga operou em malha fechada, o aumento de  $C_B$  também deslocou o pico de ressonância de  $Z_{in,C,MF}(s)$  para baixo, causando um efeito deletério para a estabilidade do sistema, já que tornou  $|Z_{in,C,MF}(s)|$  maior que  $|Z_{o,F}(s)|$  fazendo com que o critério de Middlebrook não fosse satisfeito.

Figura 2.29 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de  $C_B$ : (a)  $Z_{in,C}(s)$ ; (b)  $Z_{in,C,MF}(s)$ ;



Com o aumento da indutância do Estágio Carga a função de transferência  $Z_{in,C}(s)$  foi modificada, conforme indicado na Figura 2.31(a). Nota-se que a magnitude de  $|Z_{in,C}(s)|$  foi amplificada e deslocada para esquerda na frequência de ressonância, o que acabou por afetar positivamente a estabilidade do sistema em cascata, quando o Estágio Carga encontrava-se em malha aberta. Isto porque tal efeito fez com que  $|Z_{in,C}(s)|$  fosse maior que  $|Z_{o,F}(s)|$ . Quando o Estágio Carga operou em malha fechada, o aumento da indutância  $L_B$  continuou tendo um efeito benéfico para estabilidade do sistema em cascata (Figura 2.31(b)), já que também elevou a magnitude de  $Z_{in,C}(s)$ .

Figura 2.30 – Análise da estabilidade por meio do critério de Middlebrook frente a variações de  $L_B$ : (a)  $Z_{in,C}(s)$ ; (b)  $Z_{in,C,MF}(s)$  em malha fechada.



## 2.4 DETERMINAÇÃO DA ORIGEM FÍSICA DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE

Apesar de cada estágio do estudo de caso ser individualmente estável, mediante a análise via critérios de Middlebrook e Nyquist, concluiu-se que o sistema tornou-se instável quando seus estágios foram interligados entre si. Este problema tem sido associado ao comportamento de carga de potência constante (CPL) de conversores em malha fechada. No entanto, como foi mostrado na seção anterior uma visão mais detalhada da origem física da instabilidade detectada no estudo de caso estaria vinculada à mudança na dinâmica do conversor Buck, ocasionada pelo acoplamento do filtro. A partir de então, buscou-se identificar qual seria a dinâmica associada ao acoplamento do filtro responsável por afetar o funcionamento do conversor Buck. Para isso aplicou-se o Teorema do Elemento Extra (TEE) que permitiu identificar como a função de transferência original foi afetada pela adição de um elemento extra no sistema (MIDDLEBROOK, 1989). Tal elemento poderia ser constituído de um resistor, capacitor, indutor, ou até mesmo um novo sistema. O TEE foi aplicado na FT  $G_{vd}(s)$ , a qual foi utilizada para o projeto do controlador. Assim, por meio do TEE obteve-se

$$G_{vd,\Delta}(s) = (G_{vd,C}|_{z_o(s)=0}) \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)}, \quad (2.81)$$

em que,  $Z_D(s) = Z_{in,L}(s)$ ,  $Z_o(s) = Z_{o,F}(s)$ ,  $G_{vd,C}|_{z_o(s)=0}$  é a função de transferência do conversor Buck não modificada pelo filtro. A grandeza  $Z_N(s)$  é igual a impedância de entrada do Estágio Carga, sob a condição de que o controlador *feedback* opere idealmente, ou seja, varie  $\bar{d}(s)$  de forma irrestrita para manter  $\bar{v}_o$  igual a zero. Assim o valor de  $Z_N(s)$  foi retirado de (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007) que para o conversor Buck corresponde a  $Z_N(s) = -R_L/D^2$ . A Equação (2.81) revelou que a dinâmica do conversor Buck é modificada pelo fator de correção

$$\Delta_{vd}(s) \triangleq \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)} \quad (2.82)$$

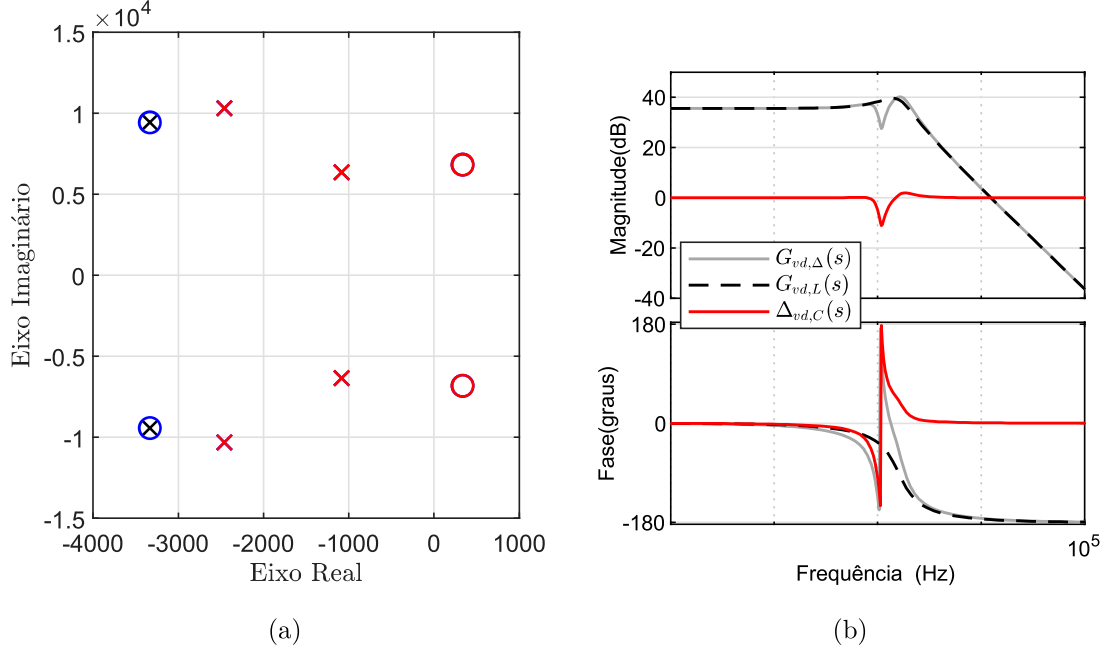
em que,  $\Delta_{vd}$  de forma analítica é definido por (2.83).

Ao analisar (2.83) pôde-se perceber que o acoplamento do sistema adiciona: um par de zeros associados com os parâmetros do filtro de entrada, outro par de zeros associados com os parâmetros do conversor Buck, e dois pares de polos relacionados com os parâmetros de ambos os sistemas. No entanto, multiplicando (2.83) por (2.24), o par de zeros relacionados com os parâmetros do Buck são cancelados. Logo, foi possível afirmar e concluir, após a interconexão dos sistemas, que a dinâmica resultante para  $G_{vd,\Delta}(s)$  está relacionada ao par de zeros atrelado aos parâmetros do filtro *LC* e aos dois pares de polos relacionados com os parâmetros de ambos os sistemas.

$$\Delta_{vd} = \frac{(C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L)((C_F L_F R_L - C_F D^2 L_F r_{CF})s^2 + (C_F R_L(r_{LF} + r_{CF}) - D^2(L_F + C_F r_{LF} r_{CF}))s + R_L - D^2 r_{LF})}{(C_B C_F L_B L_F R_L^2)s^4 + R_L(C_B C_F L_F R_L r_{CF} D^2 + C_F L_B L_F + C_B C_F L_B R_L(r_{LF} + r_{CF}))s^3 + R_L(C_B L_B R_L + C_F L_F R_L + C_F L_B(r_{LF} + r_{CF}) + C_F D^2 L_F r_{CF} + C_B D^2 R_L(L_F + C_F r_{LF} r_{CF}))s^2 + R_L(L_B + C_F R_L(r_{LF} + r_{CF}) + C_B D^2 R_L r_{LF} + D^2(L_F + C_F r_{LF} r_{CF}))s + R_L(r_{LF} D^2 + R_L)} \quad (2.83)$$

A análise do diagrama de polos e zeros da Figura 2.31(a) permite confirmar tal fato: em vermelho destacam-se os polos e zeros da função de transferência acoplada (filtro e conversor Buck)  $G_{vd,\Delta}(s)$ , em azul são os polos e zeros apenas da dinâmica de acoplamento  $\Delta_{vd}(s)$  do filtro de entrada e, em preto, os polos complexos do conversor Buck  $G_{vd,C}(s)$ . Além disso, nota-se que o par de polos complexos da  $G_{vd,C}(s)$  são anulados por um par de zeros complexos do filtro, assim, a  $G_{vd,\Delta}(s)$  contém dois pares de polos complexos e um par de zeros complexos (Figura 2.31(a) (em vermelho)).

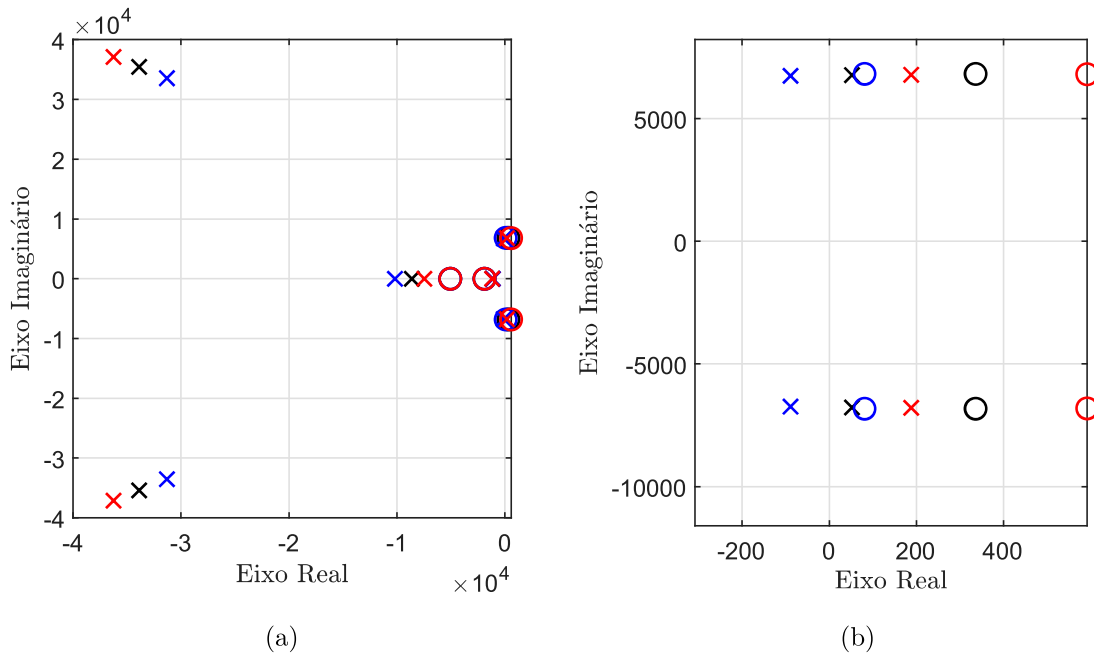
Figura 2.31 – Análise das dinâmicas oriundas do acoplamento: (a) mapa de polos e zeros de  $G_{vd,C}(s)$  (preto),  $G_{vd,\Delta}(s)$  (vermelho) e  $\Delta_{vd}(s)$  (azul); (b) Diagrama de Bode de  $G_{vd,C}(s)$ ,  $G_{vd,\Delta}(s)$  e  $\Delta_{vd}(s)$ .



Na Figura 2.31(b) são apresentados os diagramas de Bode tanto da  $G_{vd,C}(s)$  modificada pelo filtro  $G_{vd,\Delta}(s)$  quanto do fator de correção  $\Delta_{vd}(s)$ . Ao analisá-la, pode-se identificar polos complexos que levam a fase de  $G_{vd,C}(s)$  até  $-180^\circ$  em altas frequências. A FT  $G_{vd,\Delta}(s)$  apresentou na magnitude: uma anomalia de pequenas variações na frequência de ressonância do filtro  $LC$  (1,0858 kHz), um avanço na fase de  $360^\circ$ , um par de polos complexos e, um par de zeros complexos no SPD. Esses pares de polos e zeros complexos do SPD estão associados à dinâmica do filtro (Figura 2.31(a)), já que aparecem no fator de correção  $\Delta_{vd}(s)$  (que indica qual é a dinâmica adicionada pelo filtro), contribuindo com um deslocamento de  $360^\circ$ .

Conforme discutido, a dinâmica do acoplamento  $\Delta_{vd}$  modifica a  $G_{vd,C}(s)$  original de tal forma que diminui o seu amortecimento e a torna de fase não mínima. Os polos e zeros da FT do sistema acoplado  $G_{vd,\Delta,MF}(s)$ , considerando o Estágio Carga com o controlador  $G_c(s)$ , são apresentados na Figura 2.32. A presença de polos no SPD confirma que o sistema se torna instável em malha fechada, uma vez que o ganho do controlador é muito alto e faz com que os polos em malha fechada se movimentem em direção aos zeros de fase não mínima. A Figura 2.32 permite verificar como a variação da carga afetou os polos e zeros do sistema em cascata, os quais tenderam ao SPD a medida que a carga diminuiu.

Figura 2.32 – Mapa de polos e zeros da: (a)  $G_{vd,\Delta,MF}(s)$  (preto),  $G_{vd,\Delta,MF,50\%}(s)$  (azul) e  $G_{vd,\Delta,MF,150\%}(s)$  (vermelho); (b) zoom.



## 2.5 RESULTADOS

De modo a validar a teoria apresentada, foram extraídos tanto resultados de simulação quanto experimentais. Os resultados de simulação foram obtidos através do software MATLAB/SIMULINK, e nas Figuras 2.33 e 2.34 são apresentados os diagramas de bloco das simulações. Já os resultados experimentais foram adquiridos por meio do protótipo apresentado na Figura 2.35, composto por um filtro de entrada  $LC$  (Estágio Fonte) e um conversor Buck (Estágio Carga). Além disso, a lei de controle foi implementada por uma MicroLabbox (DS1202/1302) da dSPACE.



Figura 2.33 – Diagrama utilizado para simular o EC em malha fechada e obter os resultados apresentados.

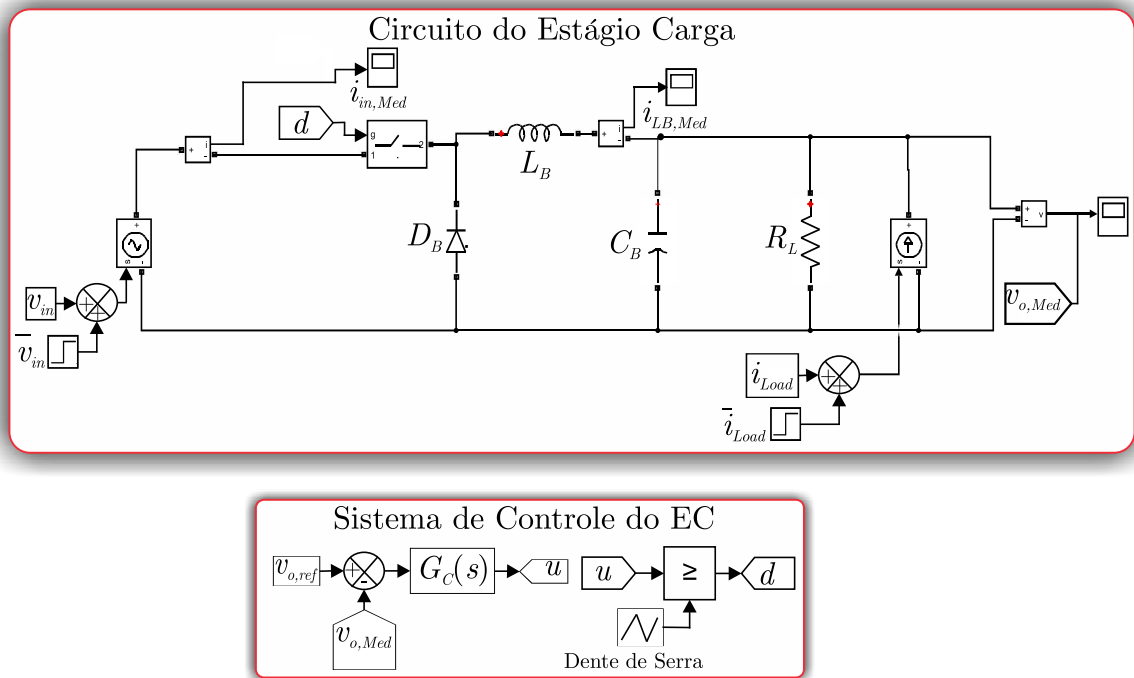


Figura 2.34 – Diagrama utilizado para simular o sistema acoplado com o EC em malha fechada e obter os resultados apresentados.

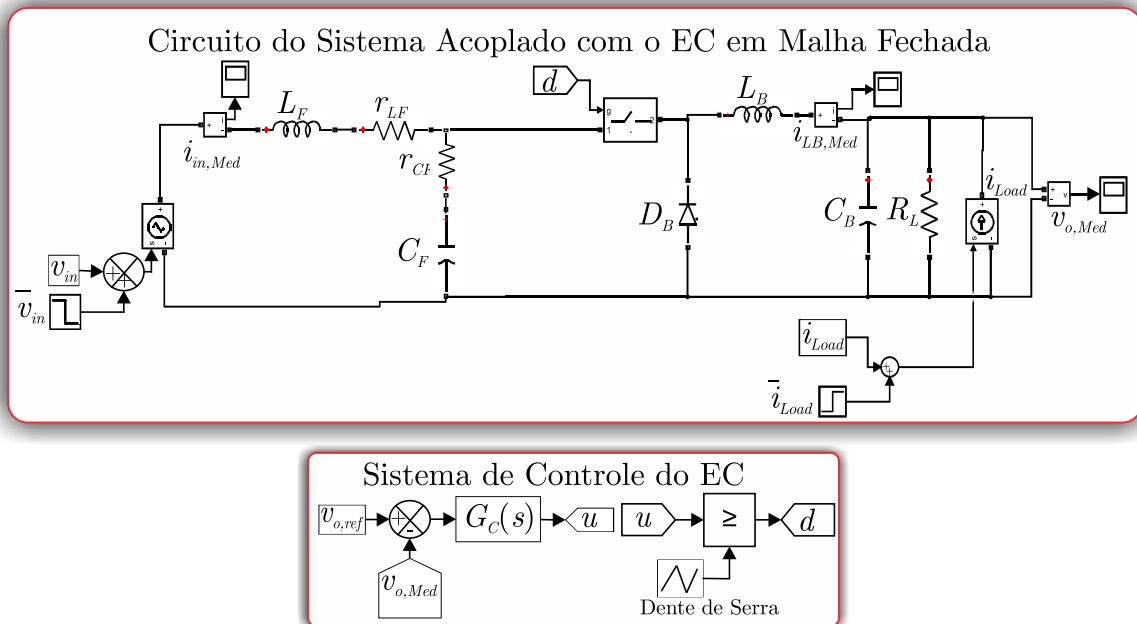
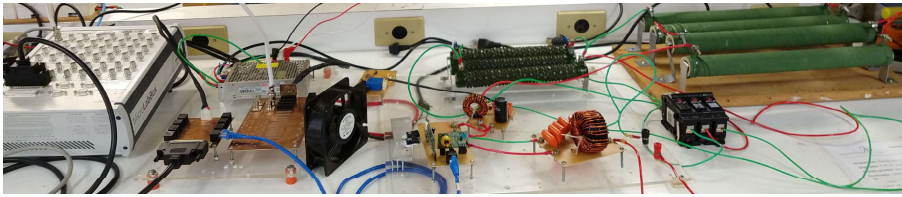


Figura 2.35 – Protótipo desenvolvido.



Os resultados obtidos por simulação no software MATLAB são apresentados nas Figuras 2.36 até 2.39. Como pode-se ver nas Figuras 2.36 e 2.37, o conversor Buck em malha fechada se mostrou estável quando operando individualmente, apresentando um desempenho suficiente, sendo capaz de rejeitar distúrbios tanto na carga como na tensão de entrada. Entretanto, quando acoplou-se o Estágio Fonte, o sistema se tornou instável, exceto quando a carga variou para metade de seu valor nominal como pode ser visto nas Figuras 2.38 e 2.39 .

Figura 2.36 – Resultados obtidos para o EC operando em malha fechada com  $G_C$ , frente a variações na carga  $R_L$ .

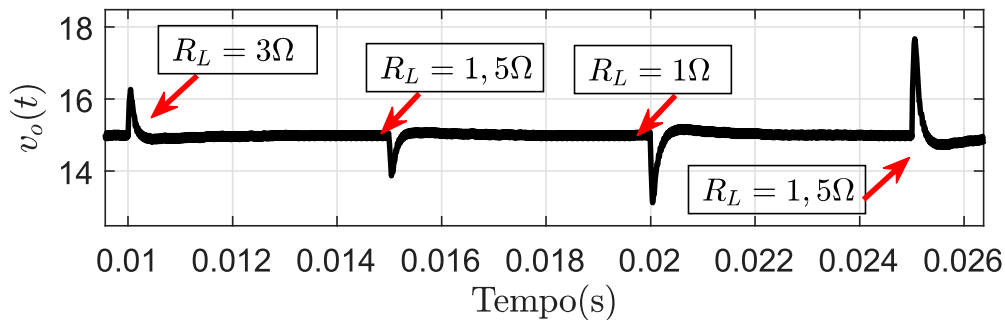


Figura 2.37 – Resultados obtidos para o EC operando em malha fechada com  $G_C$ , frente a distúrbios na tensão de entrada de  $\pm 10\%$ .

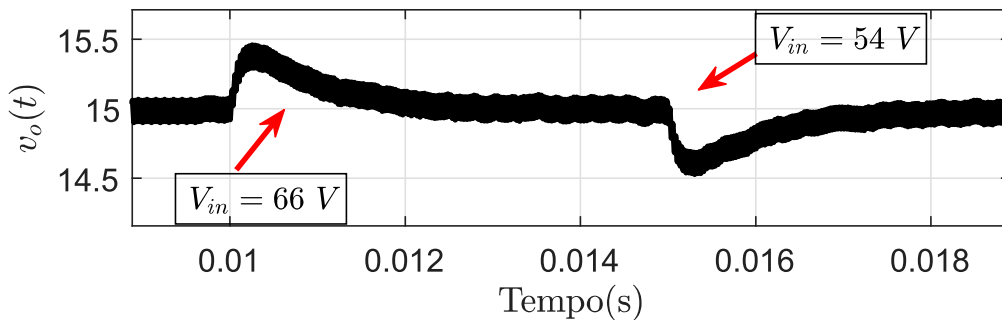


Figura 2.38 – Resultados obtidos de  $v_o(t)$  para o sistema em cascata com o EC operando em malha fechada, frente a distúrbios de carga.

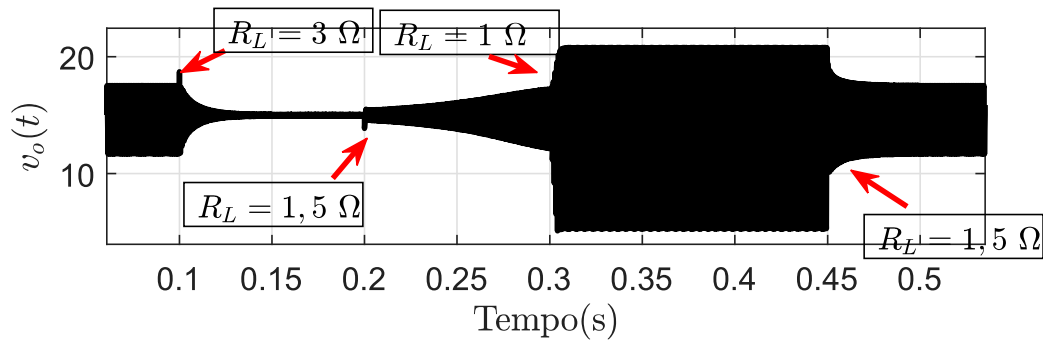
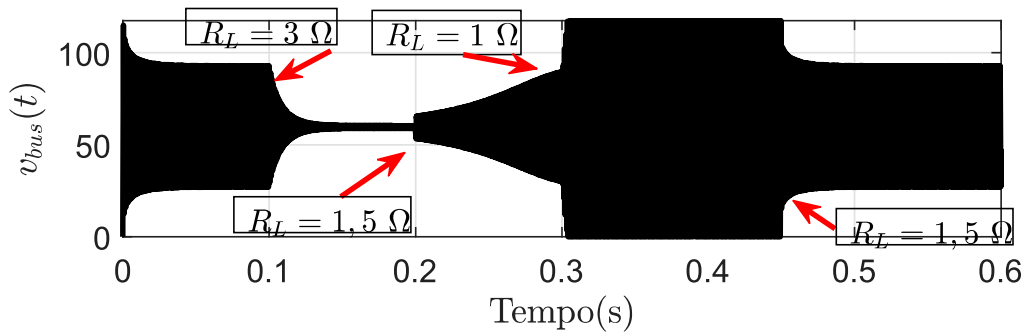
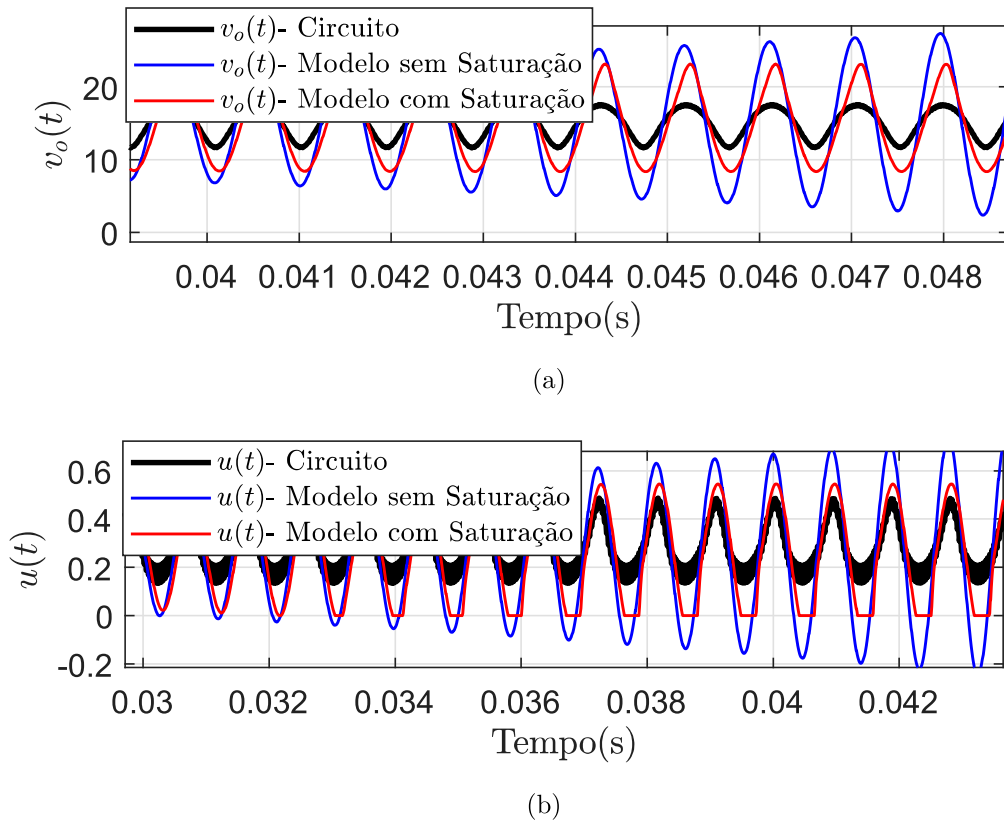


Figura 2.39 – Resultados obtidos de  $v_{bus}(t)$  para o sistema em cascata com o EC operando em malha fechada, frente a distúrbios de carga.



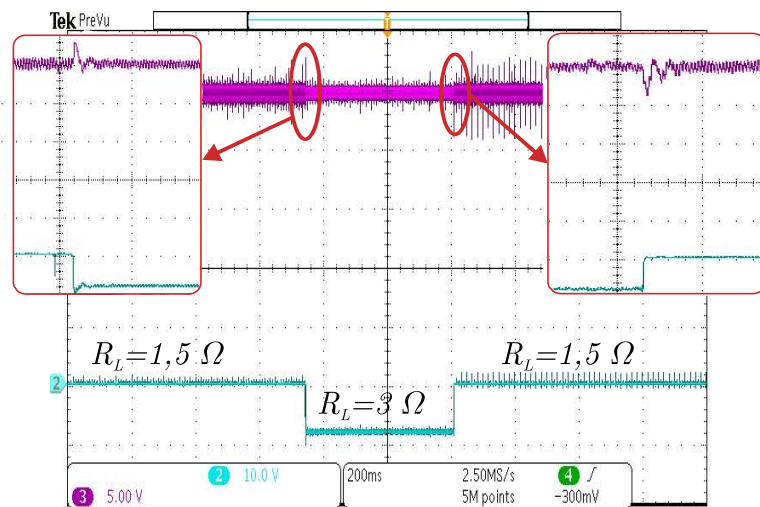
Como pode ser visto nas Figuras 2.38 e 2.39 ao contrário de tender ao infinito, a oscilação que surgiu no sistema acoplado foi sustentada conforme indicado na análise dos polos e zeros do sistema. Isto ocorreu em função da saturação da ação de controle  $u(t)$ , a qual não foi considerada pelo sistema, já que o modulador PWM é capaz de representar fisicamente apenas um sinal limitado no intervalo  $[0 \ 1]$ , e não um sinal ilimitado, conforme foi assumido para os modelos SISO LTI. Esse efeito pode ser visto na Figura 2.40, a qual apresenta uma comparação entre a tensão de saída e ação de controle do circuito, do modelo sem saturação e do modelo com saturação.

Figura 2.40 – Comparação da tensão de saída e da ação de controle: (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $u(t)$ .



A despeito dos desfechos experimentais, na Figura 2.41 são apresentados os resultados obtidos para tensão de saída  $v_o(t)$  do conversor Buck para variações do tipo degrau na carga de 100% para 50% e 50% para 100%. A análise das repostas obtidas indicou que o sistema é estável e possui um desempenho adequado, sugerindo assim, que o controlador foi apropriadamente projetado.

Figura 2.41 – Resultados obtidos para o conversor Buck em malha fechada frente a variações do tipo degrau na carga de  $\pm 50\%$ .



Já na Figura 2.42 são mostrados os resultados obtidos para tensão de saída  $v_o(t)$  (linha roxa) e de barramento  $v_{bus}(t)$  (linha azul) para o sistema acoplado. Vale salientar que o Estágio Fonte é naturalmente estável (filtro passivo) e a estabilidade do Estágio Carga é estabilizado pelo controlador para o ponto de operação considerado.

Contudo, pode-se notar pela Figura 2.42(a) que com o acoplamento dos sistemas a tensão de saída e barramento tornaram-se oscilatória com frequência de 1,038 kHz, que é confirmado pela transformada de Fourier ilustrada na Figura 2.43, concluindo assim que o sistema acoplado é instável. Tais achados podem ser correlacionados com os resultados teóricos descritos na determinação da origem física da instabilidade (Seção 2.4). Isto porque foi diagnosticada a existência de polos no SPD, localizados na frequência 1,08 kHz, que por sua vez, é aproximadamente a frequência de ressonância da oscilação apresentada na Figura 2.42(a).

Por fim na Figura 2.42(b) é apresentado o efeito da variação da carga na estabilidade do sistema em cascata. Nota-se que para uma variação do tipo degrau de 100% para 50% do valor nominal da carga, o sistema deixa de ser instável e torna-se estável.

Figura 2.42 – Resultados obtidos para  $v_o(t)$  e  $v_{bus}(t)$  do sistema acoplado: (a) sistema operando com a carga nominal; (b) frente a uma variação na carga  $-50\%$ .

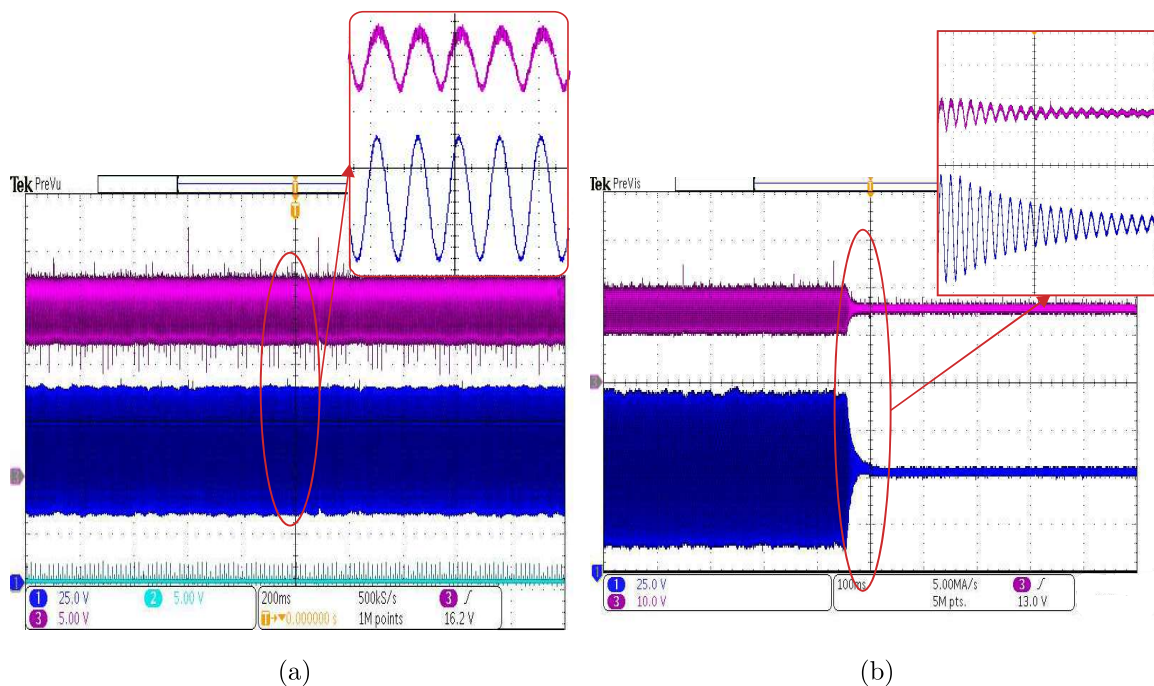
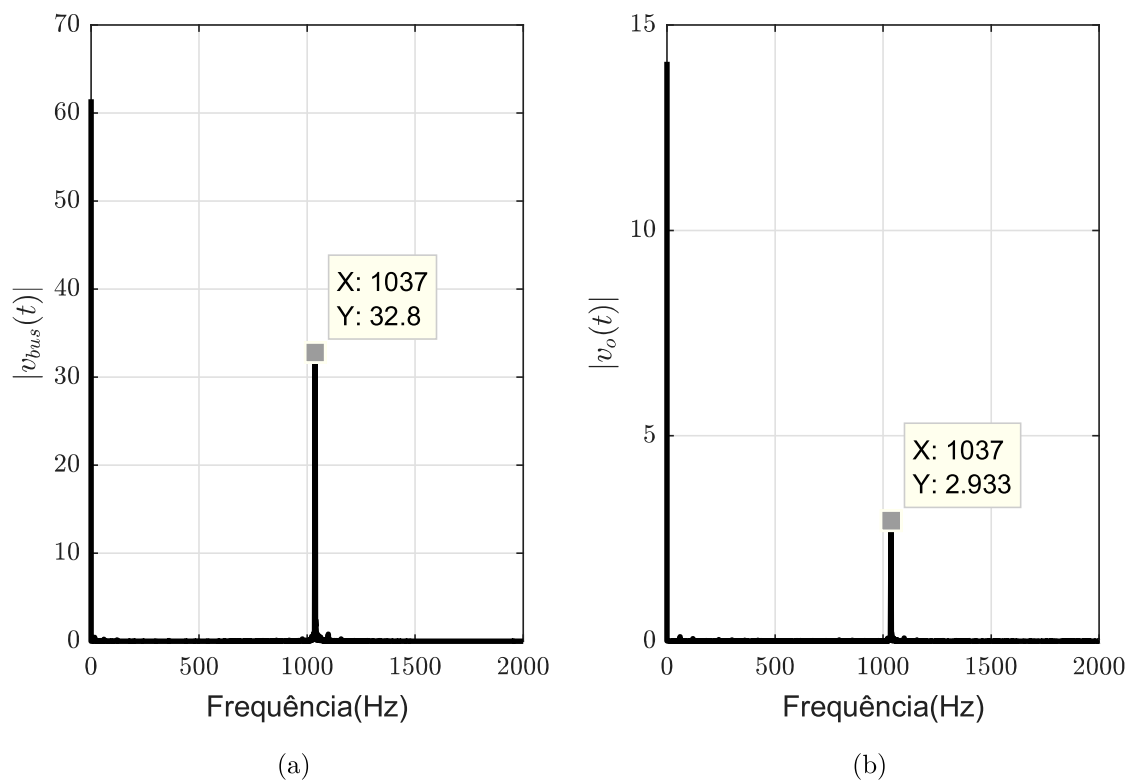


Figura 2.43 – Transformada rápida de Fourier dos resultados obtidos na Figura 2.43(a): (a)  $v_{bus}(t)$ ; (b)  $v_o(t)$ .



## 2.6 CONSIDERAÇÕES

Frente aos resultados apresentados, pôde-se concluir que o problema de estabilidade do sistema em cascata pode ser representado por dinâmicas não-modeladas que surgiram com o acoplamento dos estágios que o compõe. Dessa maneira representou-se o problema de estabilidade de sistemas interconectados diferente da apresentada na revisão bibliográfica, a qual relaciona-o ao comportamento de CPL de conversores operando em malha fechada. A CPL é uma forma de modelo de carga para utilizado para facilitar o projeto de controladores dos conversores fontes, escrevendo em uma mesma equação diferencial a fonte e a carga. Dessa forma, não sendo a representação mais adequada para casos em que deseja-se projetar controladores para os conversores carga e quando tem-se filtros de entrada. Para essas situações pode-se representar o problema de estabilidade de sistemas em cascata por meio de dinâmicas não modeladas como foi discutido neste capítulo.

De fato, no estudo de caso apresentado, as dinâmicas não modeladas tornaram o sistema de fase não-mínima, uma vez que surgiram zeros no SPD localizados na frequência de ressonância do filtro. Os resultados obtidos demonstraram que ao se fechar a malha do EC com o controlador, que foi projetado levando em consideração apenas o modelo do conversor Buck, o sistema em cascata tornou-se instável. Tal instabilidade foi caracterizada por oscilações com frequência de 1,08 kHz. Mostrou-se através de uma análise de variações paramétricas que tanto a carga e quanto os parâmetros do filtro de entrada são relevantes para estabilidade do sistema, uma vez que esta depende diretamente dos valores empregados nestas variáveis.

Fica claro também, que a associação de métodos de análise da estabilidade de sistemas em cascata deve ser empregada de modo a identificar mais precisamente a origem do problema de estabilidade nos casos em que sejam pretendidas soluções via controle. Haja visto que foi somente possível detectar que o problema de estabilidade do sistema acoplado se originou a partir de dinâmicas não-modeladas que surgiram com o acoplamento dos subsistemas a partir da utilização de métodos de análise e critérios associados: critério de Middlebrook, Nyquist e análise das raízes. Esta metodologia de análise permitiu que se alcançasse uma representação do problema de estabilidade mais detalhada, entendendo que a estabilidade do sistema em cascata seria garantida desde que estas dinâmicas fossem consideradas durante o projeto de controle dos subsistemas. Mas, uma das desvantagens desta abordagem é a complexidade, já que as equações que representam os modelos podem ser bem extensas, entretanto com os recursos computacionais (*softwares*) disponíveis atualmente torna-se viável utilizar-la. Pela análise de variações paramétricas realizada pôde-se identificar que quanto maior for a qualidade do circuito, ou seja quanto mais bem projetado for, maior será a possibilidade do sistema em cascata ser instável.

Além do mais neste capítulo mostrou-se que a precisão do método de análise está ligada com o detalhamento do modelo utilizado. Isto é conhecendo os reais valores das impedâncias dos circuitos/sistemas interconectados, bem como suas variações podemos determinar com grande exatidão a estabilidade de sistemas fazendo uso da associação dos métodos de Nyquist, análise das raízes com os critérios de Middlebrook. Apesar dos modelos serem complexos hoje em dia é possível obtê-los com o auxílio de *softwares*.

O estudo apresentado neste capítulo resultou em uma metodologia para análise da estabilidade e identificação da origem de uma possível instabilidade em conversores CC-CC conectados em cascata constituiu-se das seguintes etapas:

1. Modelagem e controle: obtenção da função de transferência (FT) da impedância de saída  $Z_{o,F}(s)$  do EF, das FTs que representam as dinâmicas do EC, e projeto do sistema de controle do EC;
2. Análise da estabilidade: aplicação do critério de Middlebrook em conjunto com o critério de Nyquist;
3. Determinação da origem física do problema de estabilidade: Aplicação do Teorema do Elemento Extra na FT que relaciona a tensão de saída pela razão cíclica do EC;
4. Reparametrização das equações: reparametrização das equações do EF e EC evidenciando os parâmetros  $Q$ ,  $w_0$  e  $\zeta$  utilizados no estudo das variações paramétricas;
5. Análise de variações paramétricas: realização de um estudo das variações nos parâmetros do EF e EC, separadamente, para identificação de quais foram os parâmetros que mais influenciaram a estabilidade do sistema em cascata.



### 3 Controle de Conversores CC-CC Conectados em Cascata

Como foi descrito no capítulo anterior, as oscilações que surgiram no sistema em cascata foi devido à mudança do modelo original ocasionado pelo acoplamento dos sistemas. Mostrou-se que o modelo utilizado para realizar o projeto do controlador  $G_{vd,C}(s)$  é alterado pela dinâmica  $\Delta_{vd}(s)$ . Em que  $\Delta_{vd}$  provoca uma mudança na estrutura do sistema como diminuição do amortecimento e adição de zeros de fase não mínima. Como o controlador de tensão  $G_c(s)$  foi projetado através do método clássico para garantir estabilidade e desempenho, foi considerado apenas a  $G_{vd,C}(s)$  original. Quando o sistema é acoplado, o compensador  $G_c(s)$  não garante mais a estabilidade e desempenho do sistema em cascata.

Nesta situação, o modelo utilizado para projeto é uma aproximação do modelo real em que omitem-se as incertezas associadas a variações de parâmetros, dinâmicas não-modeladas, saturação, limitadores, não linearidades, elementos intrínsecos e parasitas que compõe a planta. Então, nos casos onde não se conhece, não seja desejado ou possível realizar uma modelagem detalhada do sistema pode-se associar o problema de estabilidade de conversores CC-CC conectados em cascata como um problema de controle robusto como é apresentado na Figura 3.1, ou seja, o sistema está susceptível a incertezas. Desse modo, pode-se associar a mudança da planta devido ao acoplamento como uma incerteza não estruturada, além disso agregar que dentro dessa incerteza não estruturada existem incertezas paramétricas, já que  $R_L$  pode variar,  $C_F$  e  $L_F$  podem ser desconhecidos.

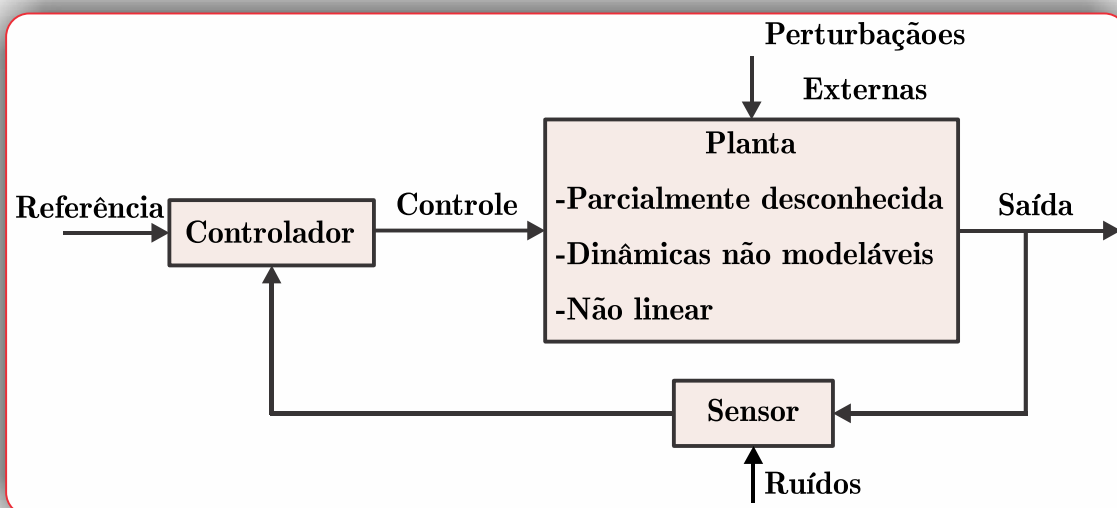
Na prática existem casos como por exemplo na geração distribuída em que existem vários subsistemas interligados e que muitas vezes não são conhecidos. Com isso deseja-se que o conversor que será conectado ao sistema desempenhe adequadamente sua função e não induza problemas de estabilidade devido ao seu acoplamento. Outro exemplo prático é o desenvolvimento de equipamentos modulares, os quais são integrados para formar um sistema mais flexível e extensível. Esse tipo de sistema é aplicado não apenas em redes inteligentes de energia, mas também em sistema de veículos de pequena escala (FANG-CHENG et al., 2013). Então, os conversores desenvolvidos para sistemas modulares de potência são geralmente vendidos como uma “caixa preta” e quando conectados ao sistema devem desempenhar o seu papel adequadamente sem comprometer a estabilidade global. Para esses casos os conversores são projetados sem o conhecimento prévio dos subsistemas que já estão trabalhando no sistema modular e devem garantir tanto estabilidade quanto desempenho.

Algumas técnicas de controle robusto necessitam o conhecimento maior do modelo, conhecer as variações paramétricas (incertezas estruturadas) e seus limites (ZHOU; DOYLE, 1998). Entretanto em algumas aplicações, como foi discutido acima não é possível conhecer os elementos que serão conectados ao conversor, dificultando assim o uso de algumas técnicas robustas. Outra solução para o problema de estabilidade são as técnicas

descritas na revisão da literatura e utilizadas no Apêndice B. No entanto geralmente para projetá-las é necessário conhecer qual é o subsistema (por exemplo qual filtro) que será conectado no conversor, além de necessitarem o uso de um sensor adicional.

Frente ao discutido e atrelando o problema de estabilidade de conversores CC-CC conectados em cascata à presença de incertezas estruturadas e não estruturadas optou-se pela técnica de controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC- *Model Reference Adaptive Control*) como uma possível solução. Já, que a técnica MRAC tem como característica natural rejeitar incertezas tanto estruturadas como não estruturadas (IO-ANNOU; TSAKALIS, 1986) e também não exige o conhecimento do subsistema que será conectado no conversor. Com o controlador MRAC foi possível garantir a estabilidade, mesmo com o acoplamento dos sistemas, para uma gama de incertezas. Depois de garantir a estabilidade do sistema em cascata buscou-se melhorar o seu desempenho, por isso é proposto um controlador híbrido formado pela união do compensador clássico PID com o MRAC. Mostrou-se através de resultados experimentais e uma comparação quantitativa que o controlador híbrido, além de garantir a estabilidade do sistema em cascata foi capaz de melhorar seu desempenho. Logo, neste capítulo é apresentado como foi utilizado o compensador MRAC, como é a estrutura do controlador híbrido, a análise da estabilidade do MRAC e híbrido considerando e desprezando as incertezas, e restrições de projeto para o controlador híbrido.

Figura 3.1 – Diagrama de blocos de um problema de controle robusto.

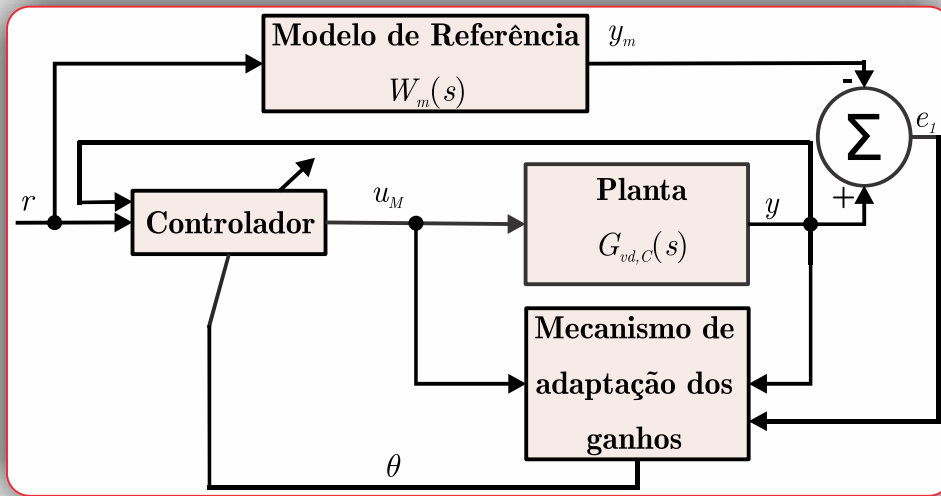


Fonte: Adaptado de (PALHARES, 2018)

## 3.1 CONTROLADOR MRAC

O controlador MRAC é aquele em que o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada é, idealmente, idêntico ao de um modelo de referência  $W_m(s)$  escolhido, de modo que o sinal  $y(t)$  siga o sinal  $y_m(t)$ . Ou seja, as especificações de desempenho do controlador são definidas por uma função de transferência pré-definida  $W_m(s)$ , considerando um certo sinal de entrada  $r(t)$ . A partir das variáveis de entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$  da planta  $G(s)$ , calcula-se um vetor de parâmetros  $\theta(t)$  de tal modo que o erro de rastreamento  $e_1(t)$  seja minimizado. Assim, deseja-se que a resposta  $y(t)$  da planta siga a resposta  $y_m(t)$  do modelo de referência  $W_m(s)$ . A estrutura da técnica MRAC implementada é descrita na Figura 3.2 é semelhante ao apresentado por (IOANNOU; TSAKALIS, 1986). Para projetar o controlador MRAC foi considerado apenas o conversor Buck, ou seja, desconsiderou-se qualquer informação sobre o filtro de entrada LC.

Figura 3.2 – Estrutura do controlador MRAC utilizado.



Fonte: Adaptado de (TAMBARA, 2020)

Logo, a ação de controle do MRAC é expressa por

$$u_M(t) = \theta^T(t)\omega(t) \quad (3.1)$$

em que  $\omega(t) = [\omega_1^T(t); \omega_2^T(t); y(t); r(t)]^T$ , e  $\omega_1^T(t), \omega_2^T(t) \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ . O vetor de ganhos  $\theta(t) = [\theta_1^T(t); \theta_2^T(t); \theta_y^T(t); \theta_r^T(t)]$ , e  $\theta_1(t), \theta_2(t) \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ , onde  $n_p$  é o grau relativo da planta. A atualização de  $\omega_1(t)$  e  $\omega_2(t)$  é realizada através das seguintes equações

$$\dot{\omega}_1(t) = \mathbf{F}\omega_1(t) + \mathbf{q}u_M(t) \quad (3.2)$$

$$\dot{\omega}_2(t) = \mathbf{F}\omega_2(t) + \mathbf{q}y(t). \quad (3.3)$$

em que, o par  $(\mathbf{F}, \mathbf{q})$  é controlável,  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{n_p-1 \times n_p-1}$  e  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ . Dessa forma a seguinte lei de adaptação pode ser utilizada

$$\dot{\theta} = -\frac{\mathbf{\Gamma}\zeta\epsilon_1 \text{sign}(\rho^*)}{m^2} \quad (3.4)$$

em que,  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}^T > 0$ , ou seja  $\mathbf{\Gamma}$  é simétrica e definida positiva (autovalores de  $\mathbf{\Gamma}$  localizados no semiplano direito do plano complexo  $\mathbb{C}$ ) e representa o ganho de adaptação,  $\rho^*$  é a divisão entre os ganhos de alta frequência do modelo de referência e da planta,  $\text{sign}(\cdot)$  representa a função sinal e  $m^2(t)$  é o normalizador que é definido pelo projetista. Já,  $\epsilon_1(t)$  é o erro aumentado definido por

$$\epsilon_1(t) = e_1(t) + \boldsymbol{\theta}^T(t)\zeta(t) - W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T(t)\boldsymbol{\omega}(t)) \quad (3.5)$$

sendo que  $W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T(t)\boldsymbol{\omega}(t))$  representa a filtragem do sinal escalar  $\boldsymbol{\theta}^T(t)\boldsymbol{\omega}(t)$  pelo modelo de referência  $W_m(s)$ ,  $e_1(t)$  representa o erro de rastreamento definido por

$$e_1 = y(t) - y_m(t) \quad (3.6)$$

e por fim, tem-se  $\zeta(t) = W_m(s)\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(t)$ .

O modelo de referência  $W_m(s)$  foi projetado considerando apenas o EC, assim como a FT  $G_{vd,C}(s)$  é de ordem  $n_p = 2$  com grau relativo igual a 2, considerando que um dos critérios do MRAC é que o grau relativo do modelo de referência seja igual ao grau relativo da planta. Assim, definiu-se o modelo de referência como

$$W_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.7)$$

em que,  $\omega_n = 62,833 \text{ krad}$  e  $\zeta = 1$ . Desse modo  $\omega_n$  e  $\zeta$  foram projetados para obter um modelo de referência com ganho unitário e subamortecido. Para os outros parâmetros do controlador MRAC foram utilizados os seguintes valores  $\mathbf{F} = -5 \times 10^4$ ,  $\mathbf{q} = |\mathbf{F}|$  e  $\gamma = 15$ . O normalizador utilizado é

$$m^2(t) = 1 + \zeta^T(t)\zeta(t) \quad (3.8)$$

### 3.1.1 Definição do erro Aumentado para o Controlador MRAC sem Considerar as Incertezas Não estruturadas

Seja uma planta de fase mínima  $G_p(s)$  de ordem  $n_p$  com grau relativo  $\geq 1$

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \quad (3.9)$$

Considerando o seguinte modelo de referência

$$W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (3.10)$$

com grau relativo igual ao da planta  $G_p(s)$ . A ação de controle do controlador MRAC é expressa pela Equação (3.1), a atualização de  $\boldsymbol{\omega}_1$  e  $\boldsymbol{\omega}_2$  é realizada através das equações (3.2) e (3.3). A lei de adaptação utilizada pelo controlador MRAC é definida pela expressão (3.4). A análise apresentada aqui para determinar o erro aumentado desconsidera incertezas não-estruturadas. Desse modo, sem perda de generalidade, considera-se  $k_p = k_m = 1$  e  $\theta_r = 1$ , então a lei de controle (3.1), pode ser expressa por

$$u_M = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} + r \quad (3.11)$$

subtraindo  $\boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega}$  dos dois lados da Equação (3.11), tem-se

$$u_M - \boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} + r - \boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} \quad (3.12)$$

ou simplesmente

$$u_M - \boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r \quad (3.13)$$

em que  $\boldsymbol{\theta}^{*T} = [\boldsymbol{\theta}_1^{*T}; \boldsymbol{\theta}_2^{*T}; \boldsymbol{\theta}_y^*]$  é o vetor de parâmetros desejados (são os ganhos para qual o controle deverá convergir) e  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}(t) - \boldsymbol{\theta}^*$ . Então, pode-se escrever (3.13) como

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r = u_M - \boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} = u_M - \boldsymbol{\theta}_1^{*T} \boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\theta}_2^{*T} \boldsymbol{\omega}_2 - \theta_y^* y \quad (3.14)$$

Sabe-se que  $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{q}u_M$ , aplicando transformada de Laplace chega-se

$$\boldsymbol{\omega}_1(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q}u_M \quad (3.15)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q}G_p(s)u_M \quad (3.16)$$

sabendo que  $y = G_p(s)u_M$ . Assim, criam-se as variáveis

$$f_1(s) = \boldsymbol{\theta}_1^{*T} (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q} \quad (3.17)$$

$$f_2(s) = \boldsymbol{\theta}_2^{*T} (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q} + \theta_y^* \quad (3.18)$$

Logo, pode-se reescrever a Equação (3.13) como

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r = [1 - f_1(s) - G_p(s)f_2(s)]u_M \quad (3.19)$$

em que  $f_1(s) = \boldsymbol{\theta}_1^{*T} (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q}$ ,  $f_2(s) = \theta_y^* + \boldsymbol{\theta}_2^{*T} (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{q}$  e  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*$  é o vetor de erro dos parâmetros. De (3.19), obtem-se o sinal de referência (sinal de entrada do modelo de

referência  $W_m(s)$ )

$$r = [1 - f_1(s) - G_p(s)f_2(s)]u_M - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.20)$$

Quando  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*$ , tem-se  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ , e conseqüentemente a saída da planta  $y$  se torna igual a saída do modelo de referência  $y_m$ , ou seja  $y = y_m$ . Nesta situação, pode-se escrever a equação (3.20)

$$r = [1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)]u_M = W_m^{-1}(s)G_p(s)u_M \quad (3.21)$$

onde,  $r = W_m^{-1}(s)G_p(s)y_m$ , o que implica dizer que

$$G_p(s) = W_m(s)[1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)] \quad (3.22)$$

Como  $y = G_p(s)u_M$ , usando (3.22) pode-se escrever

$$y = G_p(s)u_M = W_m(s)[1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)]u_M \quad (3.23)$$

Substituindo (3.19) em (3.23), tem-se

$$y = W_m(s)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + W_m(s)r \quad (3.24)$$

Agora, usando (3.24) o erro de rastreamento pode ser reescrito da seguinte forma

$$e_1 = y - y_m = W_m(s)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.25)$$

Para se definir o erro aumentado  $\epsilon_1$ , considera-se a seguinte igualdade

$$W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\theta}^{*T} (W_m(s)\boldsymbol{\omega}) \quad (3.26)$$

Como  $\boldsymbol{\theta}^* = \boldsymbol{\theta} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ , (3.26) pode ser reescrito como

$$W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) - W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\theta}^T (W_m(s)\boldsymbol{\omega}) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T (W_m(s)\boldsymbol{\omega}) \quad (3.27)$$

ou também

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.28)$$

considerando  $\boldsymbol{\zeta} = W_m(s)\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ .

A igualdade (3.28) é fundamental para escrever o erro aumentado  $\epsilon_1$ . O lado direito de (3.28) é a forma computável representado por  $f_C(\boldsymbol{\theta})$  e utilizado para o cálculo do erro aumentado em ambiente digital. Já o lado esquerdo da Equação (3.28) é a forma não computável representado por  $f_{NC}(\boldsymbol{\theta})$ , muito útil para as provas teóricas de estabilidade. Logo, tem-se

$$f_{NC}(\boldsymbol{\theta}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.29)$$

$$f_C(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.30)$$

Então, somando  $f_C(\boldsymbol{\theta})$  ao erro de rastreamento  $e_1$  definido na Equação (3.25), tem-se o erro aumentado computável digitalmente

$$\epsilon_1 = e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.31)$$

Já, somando  $f_{NC}(\boldsymbol{\theta})$  ao erro de rastreamento  $e_1$  definido na Equação (3.25), tem-se o erro aumentado para fins de análise de estabilidade

$$\epsilon_1 = e_1 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (3.32)$$

Analisando (3.32), é possível concluir que quando o vetor erro de parâmetros  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \rightarrow \mathbf{0}$  tem-se que  $\epsilon_1 \rightarrow 0$ .

### 3.1.2 Análise da Estabilidade do Controlador MRAC em Tempo Contínuo

Seja uma função definida positiva

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.33)$$

Derivando (3.33) em relação ao tempo, tem-se

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.34)$$

Considerando  $\text{sign}(\rho^*) = 1$ , e também a Equação (3.32), a derivada temporal do erro paramétrico é

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = -\frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta})}{m^2} \quad (3.35)$$

A transposta de (3.35) é

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T} = \dot{\boldsymbol{\theta}}^T = -\frac{\boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta})}{m^2} \quad (3.36)$$

Substituindo (3.35) e (3.36) em (3.34), tem-se

$$\dot{V} = -\frac{\boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}}{m^2} = -\frac{\boldsymbol{\zeta}^T (\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta}) \tilde{\boldsymbol{\theta}}}{m^2} \quad (3.37)$$

como  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{\zeta}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ , pode-se escrever (3.37)

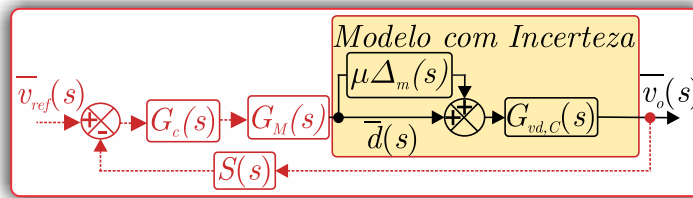
$$\dot{V} = -\frac{(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta})^2}{m^2} \leq 0 \quad (3.38)$$

Ao analisar a Equação (3.38) pode-se dizer que a lei adaptativa (3.4) garante a estabilidade do sistema já que  $\dot{V} \leq 0$ . Deste modo, um vetor  $\zeta$  persistentemente excitante, pode-se garantir que o erro paramétrico  $\tilde{\theta}$  tende a zero.

### 3.1.3 Análise da Estabilidade em Tempo Contínuo Considerando Incertezas Não estruturadas

Para o caso em estudo deseja-se representar dinâmicas em altas frequências negligenciadas e zeros no semiplano direito incertos. Assim, será considerada uma planta com incertezas não estruturadas representadas por incertezas aditivas multiplicativas representada na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Diagrama de blocos do modelo com incertezas não estruturadas.



Fonte: Autor.

Desse modo, tem-se a seguinte planta  $G(s)$  com ordem  $n_p$  com grau relativo  $> 1$

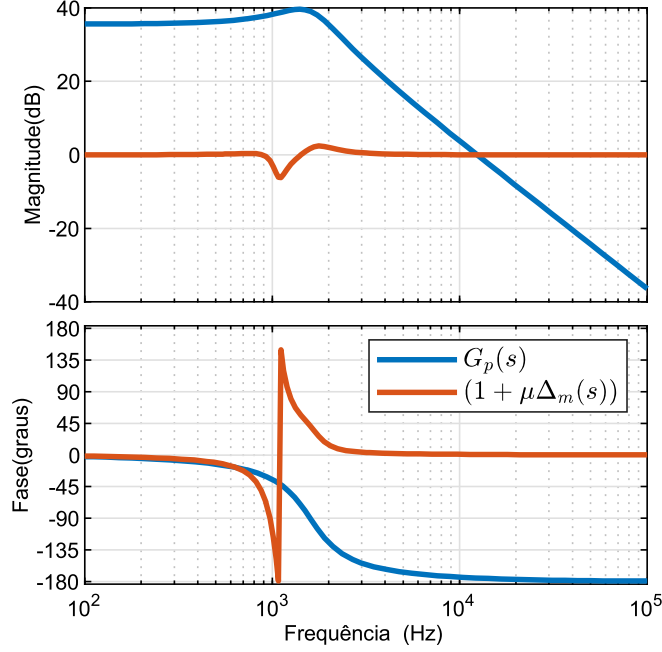
$$G(s) = G_p(s)(1 + \mu\Delta_m(s)) \quad (3.39)$$

em que,  $G_p(s)$  é a planta nominal (parte modelada),  $(1 + \mu\Delta_m(s))$  representa as incertezas não estruturadas, onde  $\mu$  é o ganho e  $\Delta_m(s)$  é a função de transferência da dinâmica multiplicativa. Considera-se que  $\Delta_m$  é estável e deve ser restringida de forma a satisfazer um limite superior na frequência, por exemplo

$$|\Delta_m(j\omega)| \leq \delta_m(\omega) \quad (3.40)$$

em que  $\delta_m(\omega)$  pode ser conhecido por meio da resposta em frequência de experimentos (IOANNOU; SUN, 2012). Considera-se que  $|G_p(s)| \gg |(1 + \mu\Delta_m(s))|$ , no mínimo 10 vezes maior.



Figura 3.4 – Diagrama de Bode de  $G_p(s)$  e  $(1 + \mu\Delta_m(s))$ .

Como pode ser observado na Figura (3.4) a regra  $|G_p(s)| \gg |(1 + \mu\Delta_m(s))|$  é respeitada nas frequências de interesse. A ação de controle utilizada é a definida na Equação (3.11) e a lei de adaptação é representada por (3.4). Já para definir o novo erro aumentado  $\epsilon_{1,\Delta}$  deve-se adicionar as incertezas na Equação (3.32), assim tem-se

$$\epsilon_{1,\Delta} = \tilde{\theta}^T \zeta + \mu\eta \quad (3.41)$$

sendo que

$$\eta = \Delta(s)u_M \quad (3.42)$$

onde,  $\Delta(s)$  é definido por (TAMBARA, 2020)

$$\Delta(s) = -W_m(s)f_1(s)\Delta_m(s) - W_m(s)\theta_r^{*-1}\Delta_m(s) \quad (3.43)$$

Considerando a mesma a função candidata de Lyapunov apresentada na (3.33) que é definida positiva e sua derivada representada na Equação (3.34). Para determinar a nova Equação de  $\dot{\tilde{\theta}}$ , considera-se  $\text{sign}(\rho^*) = 1$  e também  $\epsilon_{1,\Delta} = \tilde{\theta}^T \zeta + \mu\eta$  a derivada do erro paramétrico é

$$\dot{\tilde{\theta}} = \frac{-\Gamma\zeta\tilde{\theta}^T\zeta}{m^2} - \frac{\Gamma\zeta\mu\eta}{m^2} \quad (3.44)$$

A transposta de (3.44) é

$$\dot{\tilde{\theta}}^T = \frac{-\zeta^T\Gamma(\tilde{\theta}^T\zeta)}{m^2} - \frac{\zeta^T\Gamma\mu\eta}{m^2} \quad (3.45)$$

Substituindo (3.45) e (3.44) em (3.34) tem-se

$$\dot{V} = \frac{-(\tilde{\theta}^T \zeta)^2}{m^2} - \frac{\tilde{\theta}^T \zeta \mu \eta}{m^2} \quad (3.46)$$

Ao analisar a derivada da Lyapunov na Equação (3.46) pode-se notar que a parcela  $-\frac{(\tilde{\theta}^T \zeta)^2}{m^2}$  é sempre menor que zero, mas a parcela  $-\frac{\tilde{\theta}^T \zeta \mu \eta}{m^2}$  pode ser negativa ou positiva, ou seja, nada pode ser dito sobre a estabilidade se houverem parcelas não quadráticas. Logo, deve-se reescrever a Equação (3.46) em um formato quadrático, assim considerando a seguinte identidade

$$ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2} \quad (3.47)$$

Assumindo que  $a = \tilde{\theta}^T \zeta$  e  $b = \mu \eta$  e substituindo na Equação (3.47) tem-se

$$(\tilde{\theta}^T \zeta)(\mu \eta) = \frac{(\tilde{\theta}^T \zeta + \mu \eta)^2 - (\tilde{\theta}^T \zeta)^2 - (\mu \eta)^2}{2} \quad (3.48)$$

então substituindo (3.48) na Equação (3.46) chega-se

$$\dot{V} = \frac{-(\tilde{\theta}^T \zeta)^2}{2m^2} - \frac{(\tilde{\theta}^T \zeta + \mu \eta)^2}{2m^2} + \frac{\mu^2 \eta^2}{2m^2} \leq 0 \quad (3.49)$$

Assim ao analisar a Equação (3.49) pode-se dizer que o sistema é estável desde que as  $\frac{-(\tilde{\theta}^T \zeta)^2}{2m^2} - \frac{(\tilde{\theta}^T \zeta + \mu \eta)^2}{2m^2}$  sejam maiores, em módulo, que a  $\frac{\mu^2 \eta^2}{2m^2}$ . Mas pode exigir um caso em que o valor de  $\mu$  seja muito grande e faça com que o sistema se torne instável.

### 3.1.4 Determinando $\mu$

Como foi demonstrado na seção anterior  $\mu$  representa o peso das dinâmicas não modeladas do sistema, assim se  $\mu = 0$  não existe incerteza não-estruturada na planta. Mas se  $\mu$  for suficientemente grande pode tornar o sistema instável como pode-se ver na Equação (3.49), por esse motivo é importante determinar  $\mu$ . Logo, tem-se que

$$\Delta_m(s) = \Delta_{vd}(s) - 1 \quad (3.50)$$

onde,  $\Delta_{vd}(s)$  pode ser representado por uma função de transferência genérica de quarta ordem da seguinte forma

$$\Delta_{vd}(s) = \frac{\beta_4 s^4 + \beta_3 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{\alpha_4 s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \quad (3.51)$$

Assim substituindo (3.51) na Equação (3.50) tem-se

$$\Delta_m(s) = \frac{(\beta_4 - \alpha_4) s^4 + (\beta_3 - \alpha_3) s^3 + (\beta_2 - \alpha_2) s^2 + (\beta_1 - \alpha_1) s + (\beta_0 - \alpha_0)}{\alpha_4 s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \quad (3.52)$$

Substituindo os valores de  $\alpha_i$  (são os coeficientes do denominador da equação (2.83)) e  $\beta_i$  (são os coeficientes do numerador da equação (2.83)) em  $\Delta_m(s)$  obtem-se a seguinte expressão

$$\Delta_m(s) = \frac{(-C_B D^2 L_B R_L) L_F s^3 + (-C_B D^2 R_L^2 - L_B D^2) L_F s^2 + (-2 D^2 R_L) L_F s}{C_B C_f L_B L_F R_L^2 s^4 + C_F L_B L_F R_L s^3 + R_L (C_B L_F R_L D^2 + C_B L_B R_L + C_f L_F R_L) s^2 + R_L (L_F D^2 + L_B) s + R_L^2} \quad (3.53)$$

A Equação (3.53) representa  $\Delta_m(s)$  para o pior caso, que é quando não existem resistências parasitas, ou seja,  $r_{CF} = 0$  e  $r_{LF} = 0$ . Na Figura 3.5 é apresentado uma comparação das funções de transferência nominal  $G_p(s) = G_{vd,B}(s)$  (conversor Buck),  $G(s)$ , que representa o modelo com incertezas não-estruturadas considerando  $\Delta_m(s)$  (sem considerar as resistências parasitas) e  $G_{vd,\Delta}(s)$  é o modelo do sistema acoplado obtido por meio do TEE. Assim, ao analisar a Figura 3.5 pode-se concluir que  $G(s)$  é semelhante a  $G_{vd,\Delta}(s)$ , possui um pequeno erro devido a desconsideração de  $r_{Lf}$  e  $r_{Cf}$ . Isso pode ser afirmado ao analisar a Figura 3.6, a qual apresenta as funções de transferência de  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$  quando  $r_{Cf} = 0$  e  $r_{Lf} = 0$  e pode-se ver que  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$  se tornam iguais.

Figura 3.5 – Diagrama de Bode de  $G_{vd,B}(s)$ ,  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$ .

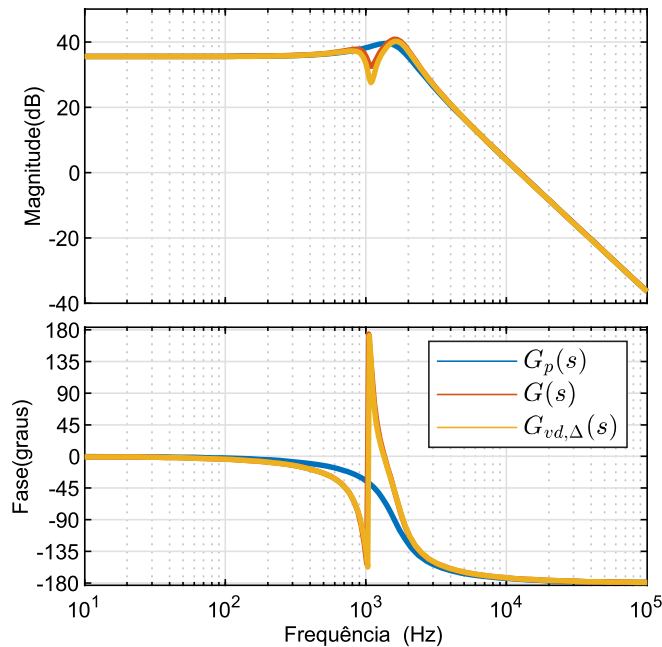
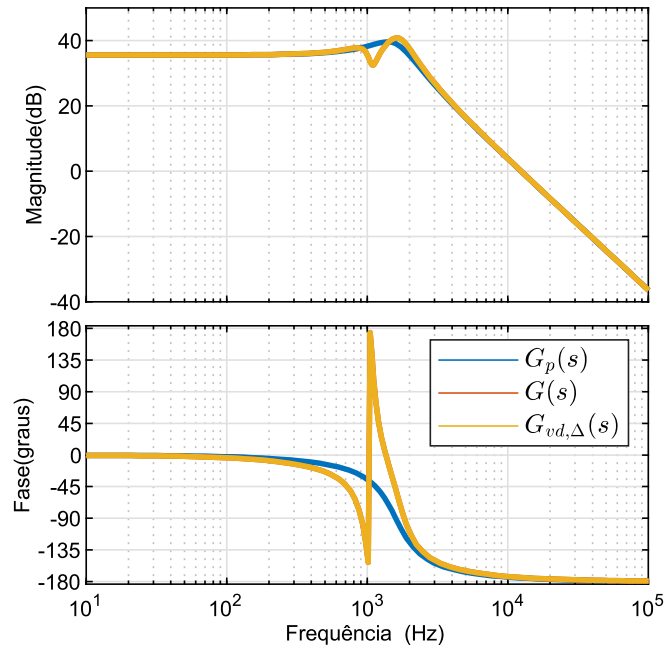
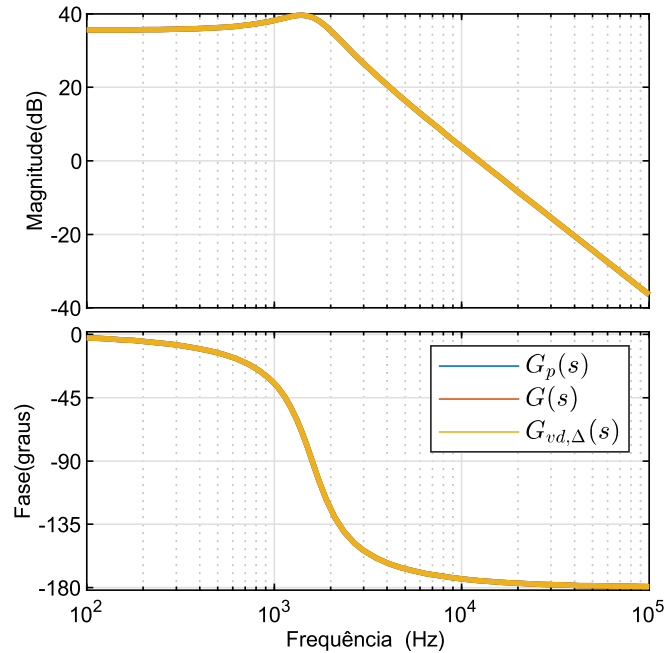


Figura 3.6 – Diagrama de Bode de  $G_{vd,B}(s)$ ,  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$ , para  $r_{Lf} = 0$  e  $r_{Cf} = 0$ .



Ao analisar a Equação (3.53) pode-se notar que  $\mu = L_f$  e para confirmar isso na Figura 3.7 é apresentado o diagrama de Bode de  $G_{vd,B}(s)$ ,  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$  quando o valor da indutância do filtro  $LC$  é zero, e também para  $r_{Lf} = 0$  e  $r_{Cf} = 0$ . Para essa condição pode-se ver que  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$  se tornam praticamente iguais a função de transferência do modelo nominal  $G_{vd,C}(s)$  (conversor Buck).

Figura 3.7 – Diagrama de Bode de  $G_{vd,B}(s)$ ,  $G(s)$  e  $G_{vd,\Delta}(s)$ , para  $L_f = 0$ .



### 3.2 CONTROLADOR HÍBRIDO MRAC+PID

Com o controlador MRAC foi possível garantir a estabilidade do sistema em cascata. Entretanto, sozinho, não apresentou um bom desempenho transitório como é apresentado na Seção 3.3. Já, controlador PID apresentou um bom desempenho transitório no controle do EC carga como foi demonstrado nos resultados do capítulo anterior, mas não garantiu a estabilidade do sistema em cascata. Por isso, é proposto um controlador híbrido, o qual teria a função de garantir a estabilidade e desempenho quando o EC é acoplado ao EF.

Então, a ideia do controlador híbrido é utilizar o que as duas estratégias de controle possuem de melhor, a robustez do MRAC com o bom desempenho transitório do PID. Assim, o conceito do controlador híbrido é unir os controladores MRAC e PID projetados anteriormente considerando apenas o EC, através da estrutura apresentada na Figura 3.8. A estrutura apresentada faz uso da soma das ações de controle do compensador PID  $G_C(s)$  com o MRAC  $u_M(s)$ , por meio de um paralelismo de controladores.

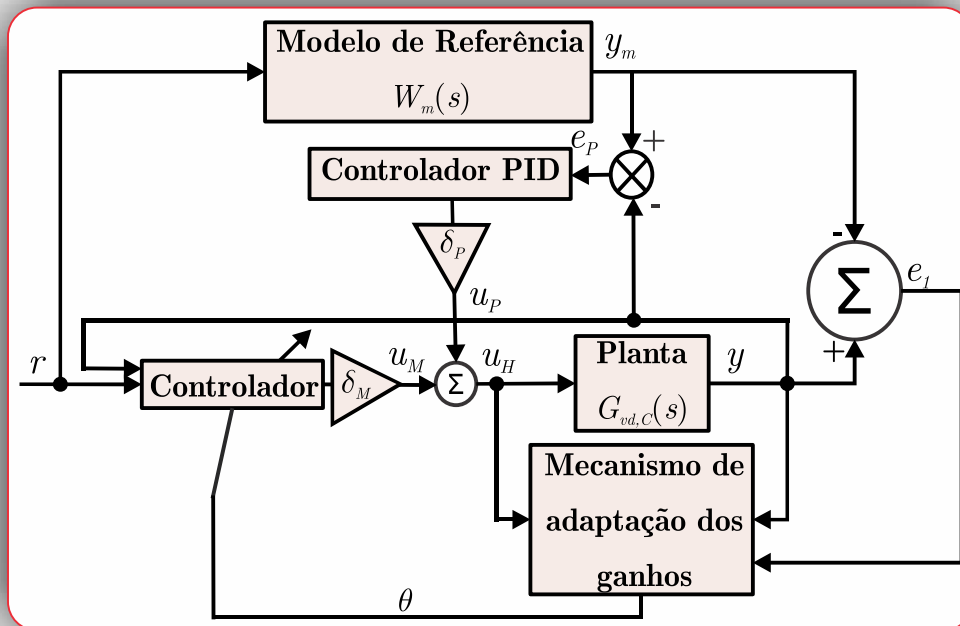


Figura 3.8 – Diagrama do controlador híbrido MRAC+PID.

Logo, a ação de controle do controlador híbrido é definido por

$$u_H(t) = \delta_M u_M(t) + \delta_P u_P(t) \quad (3.54)$$

onde,  $\delta_M$  o peso dado para ação de controle adaptativo e  $\delta_P$  e o peso dado ao controlador PID. Quanto maior for  $\delta_M$ , mais ênfase será dado ao controlador MRAC, no entanto mais lenta será a resposta transitória. E quanto maior  $\delta_P$ , melhor será a resposta transitória, porém o sistema ficará mais susceptível as incertezas. Assim, um compromisso entre robustez e resposta transitória deve ser atendido a partir de uma escolha adequada do par  $\delta_M$  e  $\delta_P$ . Baseado nessa análise foi definido que  $\delta_M = 0,8$  e  $\delta_P = 0,2$ , os quais garantiram a estabilidade e um desempenho satisfatório como é apresentado na Seção 3.3.

Vale ressaltar que o controlador PID é responsável por agir nas altas frequências, melhorando a velocidade da resposta transitória do controlador híbrido. Já, o controlador MRAC deve atuar nas baixas frequências, sendo responsável pela rejeição as incertezas estruturadas e não-estruturadas que o sistema real está exposto. Tal abordagem permite que os projetos dos controladores PID e MRAC sejam realizados de forma independente.

### 3.2.1 Definição do Erro Aumentado Para o Controlador Híbrido MRAC+PID Sem Incertezas Não estruturadas

O primeiro passo para analisar a estabilidade do controlador híbrido é determinar a nova Equação do erro  $e_1$  e  $\epsilon$ . Assim, sem perda de generalidade, considere  $k_p = k_m = 1$

e  $\theta_r(t) = 1$ . Então a lei de controle híbrida, pode ser expressa por

$$u_H = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} + \delta_P u_P + r = u_M + u_P + r \quad (3.55)$$

em que,  $\delta_M$  e  $\delta_P$  são ganhos de ponderações para os controladores, e  $\boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{\omega}_1^T, \boldsymbol{\omega}_2^T, y]^T$ . Quanto maior for o ganho da lei de controle do MRAC mais robusto será a resposta do sistema, porém mais lenta será a resposta. Já, quanto maior for  $\delta_P$  a resposta do sistema será mais rápida, no entanto menos robusto às incertezas. Assim, pode-se escrever

$$u_M = \delta_M [\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}] \quad (3.56)$$

$$u_P = \delta_P [k_p e_P + k_i \int e_P dt + k_d \frac{de_P}{dt}] \quad (3.57)$$

Os erros  $e_P$  e  $e_1$  são definidos por

$$e_P = y_m - y \quad (3.58)$$

$$e_1 = y - y_m \quad (3.59)$$

em que,  $e_P$  é o erro do PID e  $e_1$  o erro do controlador adaptativo MRAC. Pode-se fazer uma análise complementar que o erro do PID é

$$e_P = -e_1 \quad (3.60)$$

Desse modo, pode-se reescrever a Equação (3.55) como

$$u_H = [ \delta_M \boldsymbol{\theta}_1^T \quad \delta_M \boldsymbol{\theta}_2^T \quad \delta_M \theta_y \quad \delta_P k_p \quad \delta_P k_i \quad \delta_P k_d ] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1 \\ \boldsymbol{\omega}_2 \\ y \\ e_P \\ \phi_i \\ \phi_d \end{bmatrix} + r \quad (3.61)$$

em que, pode-se definir as seguintes variáveis

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}^T = [ \delta_M \boldsymbol{\theta}_1^T \quad \delta_M \boldsymbol{\theta}_2^T \quad \delta_M \theta_y \quad \delta_P k_p \quad \delta_P k_i \quad \delta_P k_d ] \quad (3.62)$$

e

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ y \\ e_P \\ \phi_i \\ \phi_d \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Assim, substituindo (3.62) e (3.63) em (3.61) chega-se em

$$u_H = \bar{\theta}^T \bar{\omega} + r \quad (3.64)$$

em que

$$\int e_P dt = \phi_i \quad (3.65)$$

$$\frac{de_P}{dt} = \phi_d \quad (3.66)$$

Desse modo, a ação de controle total (Híbrida) pode ser definida por

$$u_H = \bar{\theta}^T \bar{\omega} + r \quad (3.67)$$

Subtraindo  $\bar{\theta}^{*T} \bar{\omega}$  de ambos os lados de (3.67)

$$u_H - \bar{\theta}^{*T} \bar{\omega} = \bar{\theta}^T \bar{\omega} - \bar{\theta}^{*T} \bar{\omega} + r \quad (3.68)$$

em que,  $\bar{\theta}^*$  é o vetor aumentado de ganhos desejado. Pode-se reescrever as parcelas  $\bar{\theta}^T \bar{\omega} - \bar{\theta}^{*T} \bar{\omega}$  por

$$(\bar{\theta}^T - \bar{\theta}^{*T}) \bar{\omega} = (\tilde{\theta})^T \bar{\omega} \quad (3.69)$$

Então chega-se em

$$\tilde{\theta} = \bar{\theta} - \theta^* = \begin{bmatrix} \delta_M \theta_1 \\ \delta_M \theta_2 \\ \delta_M \theta_y \\ \delta_P k_p \\ \delta_P k_i \\ \delta_P k_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_M \theta_1^* \\ \delta_M \theta_2^* \\ \delta_M \theta_y^* \\ \delta_P k_p^* \\ \delta_P k_i^* \\ \delta_P k_d^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_M \tilde{\theta}_1 \\ \delta_M \tilde{\theta}_2 \\ \delta_M \tilde{\theta}_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Assim, pela Equação (3.70) pode-se afirmar que  $\tilde{\theta} = \delta_M \tilde{\theta}$ , já que os ganhos do PID são fixos, fazendo que a diferença entre o desejado (são os ganhos que o mecanismo de adaptação teria que determinar) e o real seja zero, em que  $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1^T; \tilde{\theta}_2^T; \tilde{\theta}_y]$ . Logo, reescrevemos (3.68) como

$$u_H - \bar{\theta}^{*T} \bar{\omega} = \tilde{\theta}^T \bar{\omega} + r \quad (3.71)$$



De (3.70) pode-se escrever

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \bar{\boldsymbol{\omega}} = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.72)$$

Substituindo (3.72) em (3.71) chega-se

$$u_H - \bar{\boldsymbol{\theta}}^{*T} \bar{\boldsymbol{\omega}} = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r \quad (3.73)$$

Como  $\bar{\boldsymbol{\theta}}^{*T} = \begin{bmatrix} \delta_M \boldsymbol{\theta}_1^{*T} & \delta_M \boldsymbol{\theta}_2^{*T} & \delta_M \theta_y^* & \delta_P k_p & \delta_P k_i & \delta_P k_d \end{bmatrix}$  e  $\bar{\boldsymbol{\omega}}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1^T & \boldsymbol{\omega}_2^T & y & e_P & \phi_i & \phi_d \end{bmatrix}$ , a Equação (3.73) é expandida da seguinte forma

$$\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r = u_H - \boldsymbol{\theta}_1^{*T} \boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\theta}_2^{*T} \boldsymbol{\omega}_2 - \theta_y^* y - k_p e_P - k_i \phi_i - k_d \phi_d \quad (3.74)$$

ou ainda

$$\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r = [1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)] u_H - u_{PID} \quad (3.75)$$

em que,  $f_1(s)$  e  $f_2(s)$  foram definidos respectivamente nas equações (3.17) e (3.18). Assim, isolando  $r$  em (3.75) chega-se em

$$r = [1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)] u_H - u_{PID} - \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.76)$$

Quando  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*$  significa que os ganhos convergiram,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$  e conseqüentemente a saída da planta é igual a saída do modelo de referência, ou seja  $y = y_m$ , a Equação (3.76) é escrita como

$$r = [1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)] u_H - u_{PID} \quad (3.77)$$

Sabe-se que  $y_m = W_m(s)r$  ou  $r = W_m(s)^{-1}y_m$  e, se  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ ,  $y_m = y = G_p(s)u_H$ . Então

$$r = W_m(s)^{-1}G_p(s)u_H \quad (3.78)$$

Substituindo (3.78) em (3.77) tem-se

$$W_m(s)^{-1}G_p(s)u_H = [1 - f_1(s) - f_2(s)G_p(s)] u_H - u_P \quad (3.79)$$

Substituindo (3.75) em (3.79) tem-se

$$W_m^{-1}(s)G_p(s)u_H(s) = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r \quad (3.80)$$

em que,  $y = G_p(s)u_H$ , assim substituindo  $y$  na Equação (3.80) chega-se

$$y = W_m(s)(\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + r) = W_m(s)\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega} + y_m \quad (3.81)$$

De (3.81) pode-se escrever

$$e_1 = y - y_m = W_m(s)\delta_M(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.82)$$

Agora encontra-se a Equação do erro aumentado, explicitando-se  $\delta_M$ , a partir da identidade

$$\delta_M W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega}) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^{*T} (W_m(s) \boldsymbol{\omega}) \quad (3.83)$$

em que

$$\boldsymbol{\theta}^* = \boldsymbol{\theta} - \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.84)$$

Assim

$$\delta_M W_m(s)[\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}] = \delta_M [\boldsymbol{\theta}^T - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T] W_m(s) \boldsymbol{\omega} \quad (3.85)$$

ou

$$\delta_M W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) - \delta_M W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T W_m(s) \boldsymbol{\omega} - \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T W_m(s) \boldsymbol{\omega} \quad (3.86)$$

em que

$$\boldsymbol{\zeta} = W_m(s) \boldsymbol{\omega} \quad (3.87)$$

logo, tem-se

$$\delta_M W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) - \delta_M W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (3.88)$$

e chega-se na seguinte Equação

$$\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.89)$$

Assim, determina-se que a forma computável do erro  $f_C(\boldsymbol{\theta})$  está no lado direito da Equação (3.89), sendo definido por

$$f_C(\boldsymbol{\theta}) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.90)$$

já, a forma não computável  $f_{NC}(\boldsymbol{\theta})$  está no lado esquerdo da Equação (3.89) é definido por

$$f_{NC}(\boldsymbol{\theta}) = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.91)$$

A parte computável  $f_C(\boldsymbol{\theta})$  é somada ao erro de rastreamento  $e_1$  assim

$$\epsilon_{1,H} = e_1 + f_C(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.92)$$

Substituindo  $f_C(\boldsymbol{\theta})$  e (3.82), em (3.92) tem-se

$$\epsilon_{1,H} = e_1 + \delta_M [\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega})] \quad (3.93)$$

Chegando em

$$\epsilon_{1,H} = e_1 + \delta_M \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M v \quad (3.94)$$

em que

$$v = W_m(s)(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.95)$$

Sendo a Equação (3.94) a forma computável do erro aumentado. O formato não computável do erro aumentado é utilizado para análise da estabilidade, sendo definida por

$$\epsilon_{1,H} = e_1 + f_{NC}(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.96)$$

Substituindo (3.82) em (3.96) chega-se

$$\epsilon_{1,H} = W_m(s)\delta_M(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) + \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} - \delta_M W_m(s)(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\omega}) \quad (3.97)$$

onde, chega-se em

$$\epsilon_{1,H} = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (3.98)$$

A Equação (3.94) é a forma computável do erro aumentado e é utilizada para os cálculos em um ambiente digital, ou seja a implementação em um DSP. Já a Equação (3.98) é a forma não computável do erro aumentado é utilizada para as provas teóricas de estabilidade.

### 3.2.2 Análise da Estabilidade para o Controlador Híbrido MRAC+PID em Tempo Discreto

Nesta seção será realizado a análise de estabilidade do controlador híbrido em tempo discreto, com isso será possível obter restrições de projeto para o controlador híbrido. Desse modo, seja uma planta de fase mínima  $G_p(z)$  de ordem  $n_p$  com grau relativo  $\geq 1$

$$G_p(z) = k_p \frac{Z_p(z)}{R_p(z)} \quad (3.99)$$

Considerando o modelo de referência

$$W_m(z) = k_m \frac{Z_m(z)}{R_m(z)} \quad (3.100)$$

com grau relativo igual ao da planta  $G_p(z)$ . A ação de controle é expressa por

$$u_H(k) = \delta_M \boldsymbol{\theta}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) + \delta_P \left[ k_p e_p(k) + k_i \sum_0^k e_p(k) + k_d (e_p(k) - e_p(k-1)) \right] \quad (3.101)$$

em que  $\boldsymbol{\omega}(k) = [\boldsymbol{\omega}_1^T(k); \boldsymbol{\omega}_2^T(k); y(k); r(k)]^T$ , e  $\boldsymbol{\omega}_1^T, \boldsymbol{\omega}_2^T \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ . O vetor de ganhos  $\boldsymbol{\theta}(k) = [\boldsymbol{\theta}_1^T(k); \boldsymbol{\theta}_2^T(k); \boldsymbol{\theta}_y(k); \boldsymbol{\theta}_r(k)]^T$ , e  $\boldsymbol{\theta}_1^T(k), \boldsymbol{\theta}_2^T(k) \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ .

A atualização de  $\boldsymbol{\omega}_1(k)$  e  $\boldsymbol{\omega}_2(k)$  é realizada através das funções

$$\boldsymbol{\omega}_1(k+1) = \mathbf{F}_d \boldsymbol{\omega}_1(k) + \mathbf{q}_d u(k) \quad (3.102)$$

e

$$\boldsymbol{\omega}_2(k+1) = \mathbf{F}_d \boldsymbol{\omega}_2(k) + \mathbf{q}_d y(k) \quad (3.103)$$

em que  $\boldsymbol{\omega}_1(0) = 0$ ,  $\boldsymbol{\omega}_2(0) = 0$ ,  $\mathbf{F}_d = \mathbf{I} + \mathbf{F}T$  e  $\mathbf{q}_d = \mathbf{q}T$ . O par  $(\mathbf{F}_d, \mathbf{q}_d)$  é controlável,  $\mathbf{F}_d \in \mathbb{R}^{n_p-1 \times n_p-1}$  e  $\mathbf{q}_d \in \mathbb{R}^{n_p-1}$ .

A lei de adaptação escolhida é expressa por

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - T \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) \epsilon_1(k) \text{sign}(\rho^*)}{m^2(k)} \quad (3.104)$$

em que a forma computável do erro aumentado é

$$\epsilon_1(k) = e_1(k) + \delta_M \boldsymbol{\theta}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k) - \delta_M W_m(z)(\boldsymbol{\theta}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k)) \quad (3.105)$$

e  $m^2(k) = 1 + \boldsymbol{\zeta}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k)$  ou até mesmo  $m^2(k) = 1 + \boldsymbol{\zeta}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k)$ , dependendo da escolha do projetista. Seja uma função positiva definida

$$V(k) = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) \quad (3.106)$$

lembrando que  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) = \boldsymbol{\theta}(k) - \boldsymbol{\theta}^*$ .

Determinando a variação finita de (3.106), tem-se

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k+1) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k+1) - \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) \quad (3.107)$$

Considerando  $\text{sign}(\rho^*) = 1$ , e  $\epsilon_1(k) = \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k)$  que é a forma não computável do erro aumentado utilizada para a prova de estabilidade, e subtraindo  $\boldsymbol{\theta}^*$  de ambos os lados de (3.104) pode-se escrever o erro paramétrico da seguinte forma

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) - T \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) (\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k))}{m^2(k)} \quad (3.108)$$

A transposta de (3.108) é

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k+1) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) - T \frac{\boldsymbol{\zeta}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} (\delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k))}{m^2(k)} \quad (3.109)$$

Substituindo (3.108) e (3.109) em (3.107), tem-se

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) - T \frac{\boldsymbol{\zeta}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k)}{m^2(k)} \right] \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \left[ \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) - T \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) \delta_M \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\zeta}(k)}{m^2(k)} \right] \right\} - \\ \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) \end{aligned} \quad (3.110)$$

Trabalhando na Equação (3.110) chega-se em

$$\Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k) - \frac{\tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} T \Gamma \zeta(k) \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m^2(k)} \\ - \frac{T \zeta^T(k) \Gamma \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k)}{m^2} \\ + \frac{T^2 \zeta^T(k) \Gamma \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) \Gamma^{-1} \Gamma \zeta(k) \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m^4} \end{array} \right\} - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k) \quad (3.111)$$

Rearranjando a Equação (3.111), chega-se em

$$\Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2(k)} - \frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2} + \frac{T^2 \delta_M^2 (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2 \zeta^T(k) \Gamma \zeta(k)}{m^4(k)} \right\} \quad (3.112)$$

Por fim trabalhando na equação (3.112) obtém-se a versão final de  $\Delta V(k)$  definida por

$$\Delta V(k) = -\frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2(k)} + \frac{1}{2} \frac{T^2 \delta_M^2 (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2 \zeta^T(k) \Gamma \zeta(k)}{m^4(k)} \quad (3.113)$$

Veja que a lei adaptativa (3.104) nem sempre garante  $\Delta V(k) < 0$ . Note também que a Equação (3.113) será  $< 0$  para certos valores de  $m^2$ ,  $T$  e  $\Gamma$ . Então, analisa-se em que situações pode-se garantir que  $\Delta V(k) < 0$  em (3.113) na Seção 3.2.4.

### 3.2.3 Análise da Estabilidade para o Controlador Híbrido MRAC+PID em Tempo Discreto Considerando Incertezas Não-Estruturadas

Nesta seção é desenvolvida a análise da estabilidade do controlador híbrido em tempo discreto considerando as incertezas não modeladas. Com isso busca-se entender como as incertezas afetam a estabilidade do sistema quando é utilizado o controlador híbrido. Então, o primeiro passo é definir o erro aumentado considerando as incertezas não-estruturas. Desse modo, soma-se a parcela de incertezas a Equação (3.98), chegando em

$$\epsilon_{1,\Delta}(k) = \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) + \mu \eta(k) \quad (3.114)$$

em que  $\mu$  representa o peso da incerteza e  $\eta(k)$  representa a dinâmica não-modelada e foi definida na equação (3.42). Logo, considerando  $\text{sign}(\rho^*) = 1$ , e  $\epsilon_{1,\Delta}(k)$  que é a forma não computável do erro aumentado considerando as incertezas utilizada para a prova de estabilidade, e subtraindo  $\theta^*$  de ambos os lados de (3.104) pode-se escrever o erro paramétrico da seguinte forma

$$\tilde{\theta}(k+1) = \tilde{\theta}(k) - T \frac{\Gamma \zeta(k) (\delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) + \mu \eta(k))}{m^2(k)} \quad (3.115)$$

A transposta de 3.115 é

$$\tilde{\theta}^T(k+1) = \tilde{\theta}^T(k) - T \frac{\zeta^T(k) \Gamma (\delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) + \mu \eta(k))}{m^2(k)} \quad (3.116)$$

substituindo (3.115) e (3.116) em (3.107), tem-se

$$\Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \tilde{\theta}^T(k) - T \frac{\zeta^T(k) \Gamma (\delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) + \mu \eta(k))}{m^2(k)} \right] \Gamma^{-1} \right. \\ \left. \left[ \tilde{\theta}(k) - T \frac{\Gamma \zeta(k) (\delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) + \mu \eta(k))}{m^2} \right] \right\} - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k) \quad (3.117)$$

Trabalhando na Equação (3.117) chega-se em

$$\Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k) - \frac{\tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} T \Gamma \zeta(k) \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m^2(k)} \\ \frac{T \zeta^T(k) \Gamma \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k)}{m^2} \\ + \frac{T^2 \zeta^T(k) \Gamma \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) \Gamma^{-1} \Gamma \zeta(k) \delta_M \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m^4} \\ \frac{\tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} T \Gamma \zeta(k) \mu \eta(k)}{m^2(k)} - \frac{T \zeta^T(k) \Gamma \mu \eta(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k)}{m^2(k)} \\ + \frac{T^2 \zeta^T(k) \Gamma \mu \eta(k) \Gamma^{-1} \Gamma \zeta(k) \mu \eta(k)}{m^4(k)} \end{array} \right\} - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(k) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(k) \quad (3.118)$$

Rearranjando a Equação (3.118) chega-se em

$$\Delta V(k) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} - \frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2(k)} - \frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2} \\ + \frac{T^2 \delta_M^2 (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2 \zeta^T(k) \Gamma \zeta(k)}{m^4(k)} - \frac{2T \tilde{\theta}^T(k) \zeta(k) \mu \eta(k)}{m^2(k)} \\ + \frac{T^2 \zeta^T(k) \Gamma \zeta(k) (\mu \eta(k))^2}{m^4(k)} \end{array} \right\} \quad (3.119)$$

Por fim trabalhando na Equação (3.119), em que buscou-se transformar todos os termos em expressões quadráticas, obteve-se a versão final de  $\Delta V(k)$  definida por

$$\Delta V(k) = - \frac{T \delta_M (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2}{m^2(k)} + \frac{1}{2} \frac{T^2 \delta_M^2 (\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k))^2 \zeta^T(k) \Gamma \zeta(k)}{m^4(k)} + \\ \mu \left[ - \frac{T}{2} \left( \frac{\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m(k)} + \frac{\eta(k)}{m(k)} \right)^2 + \frac{T}{2} \left( \frac{\eta^2(k)}{m^2(k)} \right) + \frac{T}{2} \left( \frac{\tilde{\theta}^T(k) \zeta(k)}{m(k)} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{\mu T^2}{2} \left( \frac{\eta(k)}{m(k)} \right)^2 \frac{\zeta^T(k) \Gamma \zeta(k)}{m^2(k)} \right] \quad (3.120)$$

Assim, deve-se garantir que  $\frac{\eta^2(k)}{m^2(k)}$  seja limitado, ou seja,  $m^2(k)$  deve ser robusto em relação as dinâmicas não-modeladas.

### 3.2.4 Restrições de Projeto em Tempo Discreto

Nesta seção, serão obtidas restrições de projeto sem considerar as incertezas não-estruturadas, pelo simples fato de que essas incertezas são desconhecidas. Assim, faz-se que  $\mu = 0$ , desse modo, da Equação (3.113) tem-se

$$-\frac{T\delta_M(\tilde{\theta}^T(k)\zeta(k))^2}{m^2(k)} + \frac{1}{2} \frac{T^2\delta_M^2(\tilde{\theta}^T(k)\zeta(k))^2\zeta^T(k)\Gamma\zeta(k)}{m^4(k)} < 0 \quad (3.121)$$

Realizando algumas simplificações na Equação (3.121), tem-se

$$\frac{2}{T} > \delta_M \frac{\zeta^T(k)\Gamma\zeta(k)}{m^2(k)} \quad (3.122)$$

Assim, a Equação (3.122) é uma restrição de projeto para garantir a estabilidade do sistema de adaptação de parâmetros. No entanto, deve-se escolher um sinal de normalização  $m^2$ . Com o sinal de normalização  $m^2(k) = 1 + \zeta^T(k)\zeta(k)$ , e  $\Gamma = \gamma\mathbf{I}$ , considerando um ganho escalar  $\gamma > 0$ , em (3.122), tem-se a seguinte Equação

$$\frac{2}{T} > \delta_M \frac{\gamma\zeta^T(k)\zeta(k)}{1 + \zeta^T(k)\zeta(k)} \quad (3.123)$$

em que  $\frac{\zeta^T(k)\zeta(k)}{1 + \zeta^T(k)\zeta(k)} < 1$ , tem-se a seguinte restrição de projeto

$$\gamma < \frac{2}{T\delta_M} \quad (3.124)$$

Vale salientar ao leitor que, as restrições de projeto apresentadas anteriormente são perfeitamente válidas quando a estrutura da planta (número de polos e zeros) é conhecida. Se acaso a planta possuir polos ou zeros negligenciados durante o projeto do controlador, um fator de segurança  $F_S > 1$  deve ser adicionado, assim tem-se

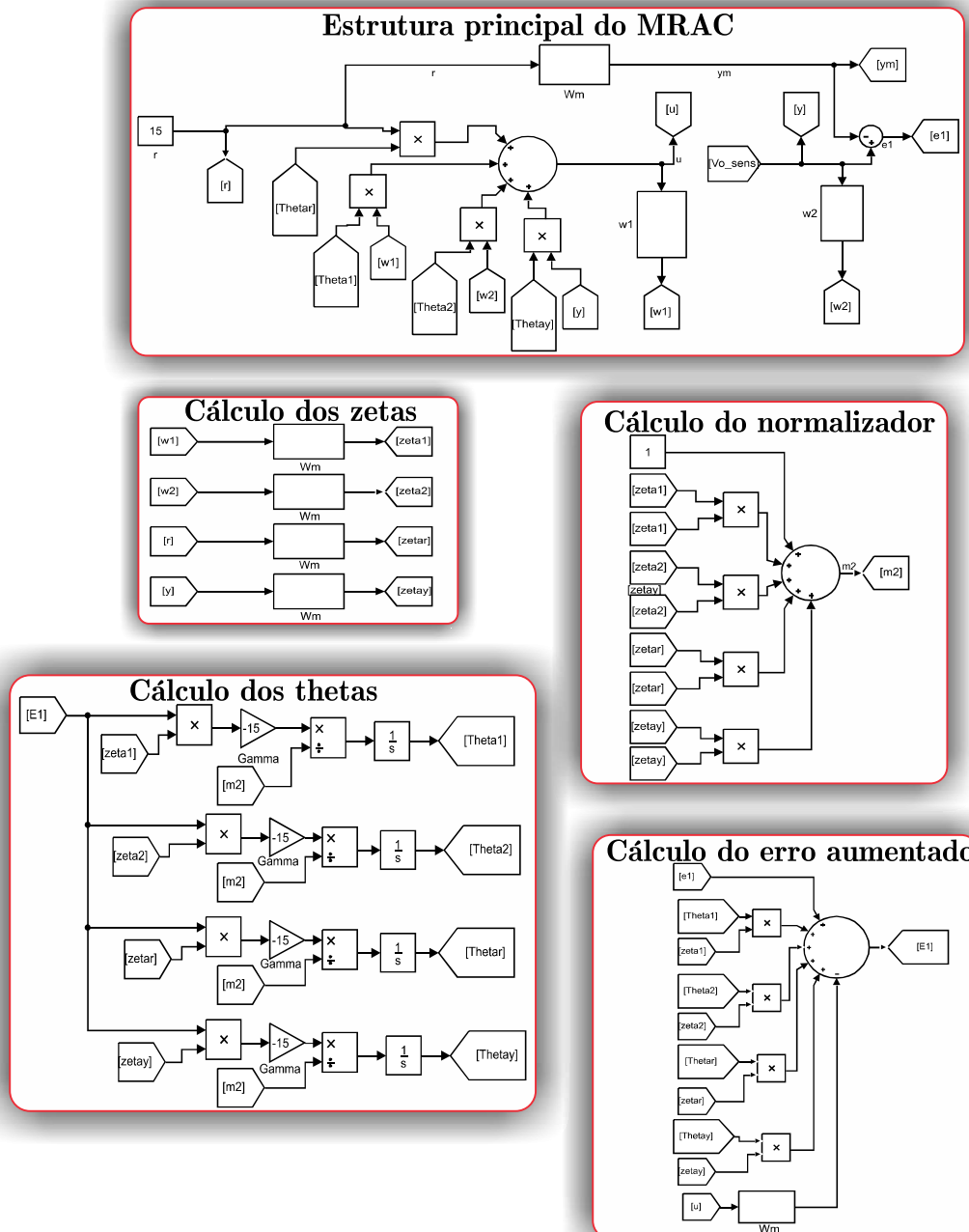
$$\gamma < \frac{2}{T\delta_M F_S} \quad (3.125)$$

## 3.3 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para o controlador MRAC e híbrido, aplicados ao conversor Buck operando individualmente, e ao sistema em cascata. Os resultados de simulação foram obtidos através do software MATLAB, e os resultados experimentais através do protótipo desenvolvido apresentado no capítulo anterior, com a utilização da DSPACE MICROLABBOX - DS1202/1203. Nas figuras 3.9 e 3.10 mostra-se respectivamente os diagramas de blocos de implementação do controlador MRAC e

híbrido, na Figura 3.10 apenas mostra-se o que foi alterado em relação ao MRAC, em que os cálculos de  $\theta$ ,  $\zeta$  e  $m^2$  são iguais para as duas técnicas. Além disso é apresentada uma análise quantitativa comparando os controladores PID, MRAC e híbrido para identificar se realmente houve uma melhora de desempenho com o controlador híbrido.

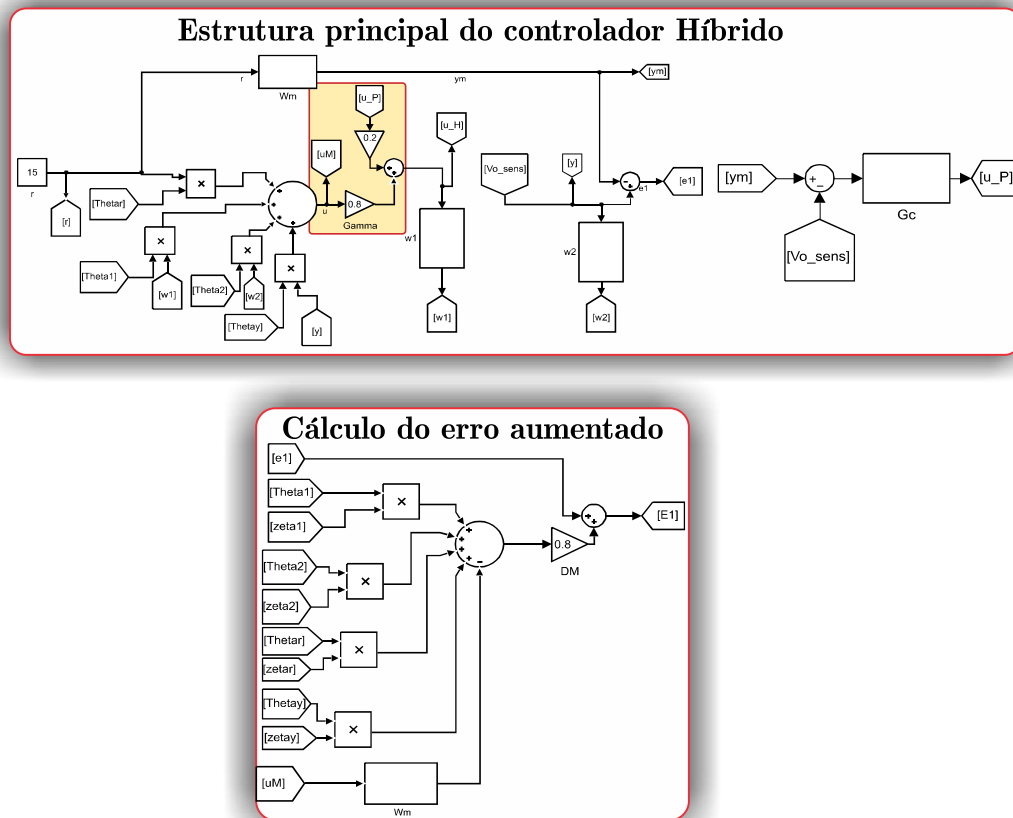
Figura 3.9 – Diagrama de blocos da implementação do controle MRAC no *software* MATLAB/SIMULINK.



Fonte: Autor



Figura 3.10 – Diagrama de blocos da implementação do controle híbrido no *software* MATLAB/SIMULINK.



Fonte: Autor

### 3.3.1 Resultados de Simulação

Os resultados obtido para  $v_o(t)$  frente a variações na carga e na tensão de entrada para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC são apresentados nas figuras 3.11 até 3.14. Pode-se ver que o conversor Buck com o controlador MRAC apresentou um resultado satisfatório, mas inferior ao controlador PID. Isso porque apresentou um *overshoot* e *undershoot* maiores que o controlador PID. Nas Figuras 3.12 e 3.13 respectivamente pode-se ver que o erro aumentado  $e_1$  tendeu a zero e os ganhos  $\theta$  convergiram.

Figura 3.11 – Resultados obtidos para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC, frente a distúrbios na carga.

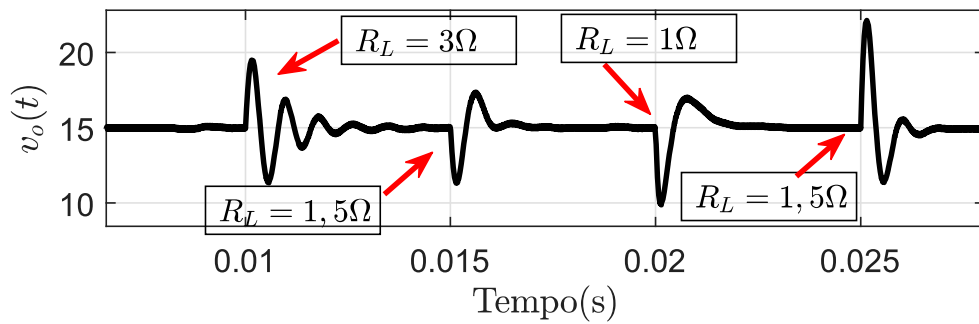


Figura 3.12 – Erro aumentado  $e_1$  para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC.

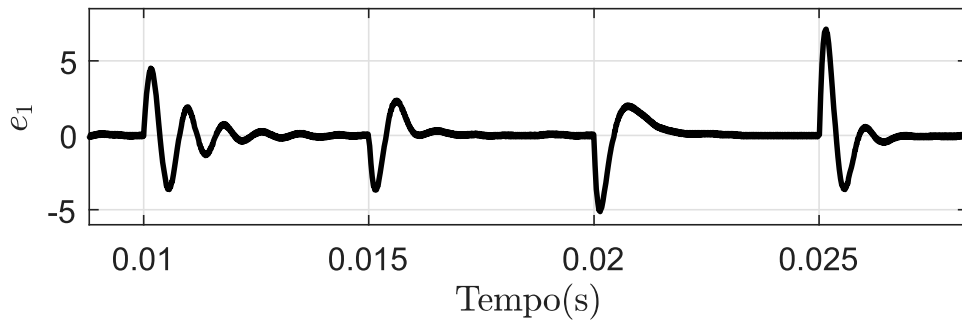


Figura 3.13 – Ganhos  $\theta$  para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC.

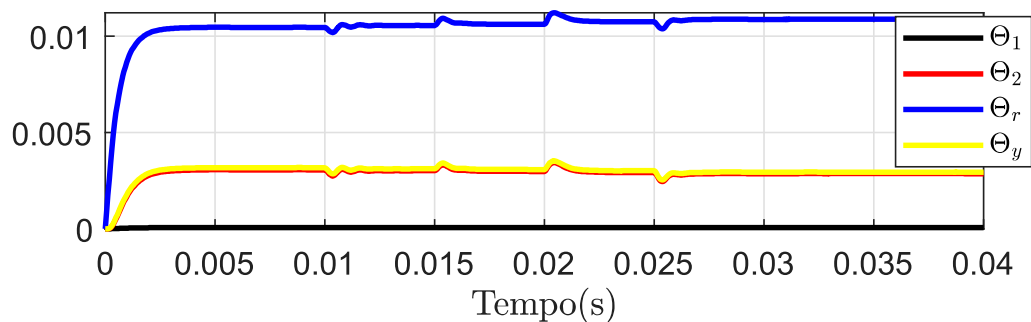
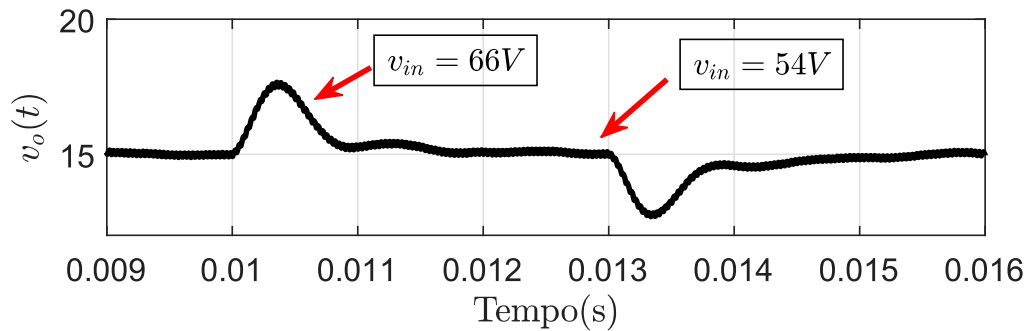


Figura 3.14 – Resultados obtidos para o conversor Buck operando individualmente com o controlador MRAC, frente a distúrbios na tensão de entrada de 10%.



Já nas figuras 3.15 até 3.18 mostra-se os resultados obtidos de  $v_o(t)$  e  $v_{bus}(t)$  para o sistema em cascata, com o conversor Buck utilizando o controlador MRAC. Pode-se notar que o controlador MRAC é capaz de garantir a estabilidade do sistema mesmo quando acopla-se o filtro  $LC$ , e apresentou um desempenho satisfatório. Pode-se ver que o erro aumentado  $e_1$  tendeu a zero e os ganhos  $\theta$  convergiram como é mostrados respectivamente nas Figuras 3.17 e 3.18.

Figura 3.15 – Resultados obtidos para  $v_o(t)$  do sistema acoplado com o controlador MRAC, frente a uma variação na carga de 50% e 150%.

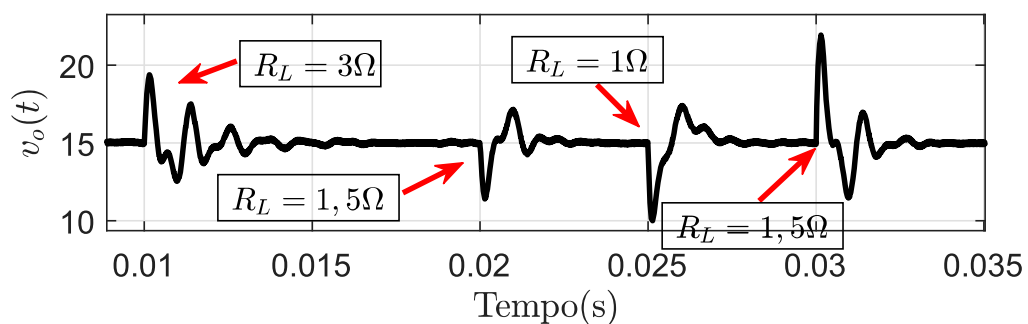


Figura 3.16 – Resultados obtidos para  $v_{bus}(t)$  do sistema acoplado com o controlador MRAC, frente a uma variação na carga de 50% e 150%.

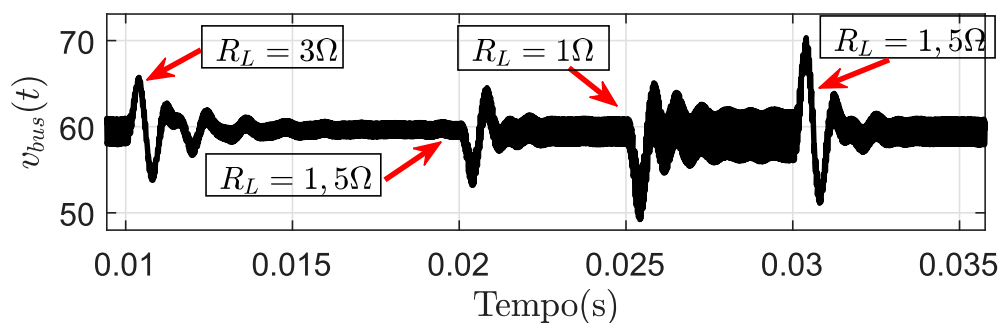
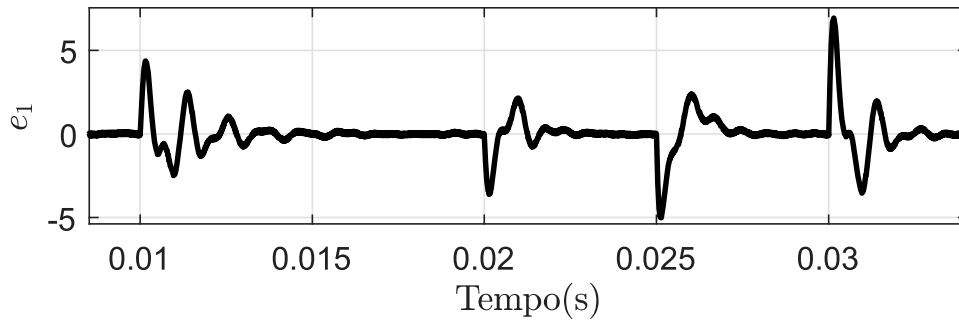
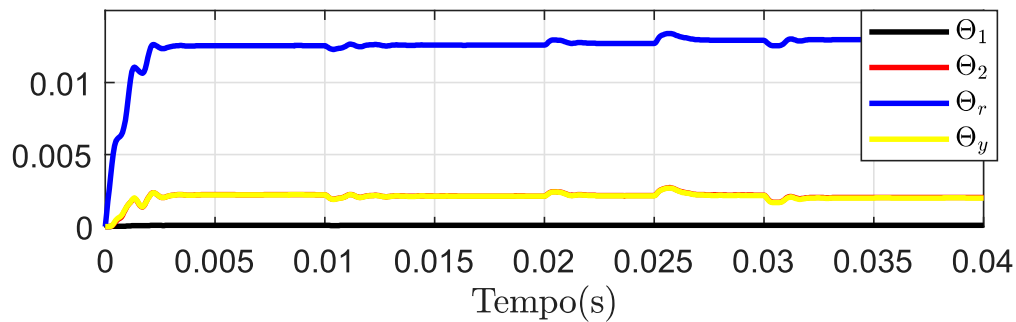


Figura 3.17 – Erro aumentado  $e_1$  do sistema acoplado com o controlador MRAC.Figura 3.18 – Ganhos  $\theta$  do sistema acoplado com o controlador MRAC.

Os resultados obtidos para  $v_o(t)$  frente a distúrbios na carga e tensão de entrada quando o conversor Buck opera com o controlador híbrido são apresentados respectivamente nas Figuras 3.19 até 3.22. Pode-se dizer que o controlador híbrido consegue rejeitar os distúrbios na carga e na entrada com um desempenho melhor que o controlador MRAC. Pode-se dizer que o controlador híbrido apresentou um erro aumentado  $e_1$  menor que o controlador MRAC como é apresentado na Figura 3.20, os ganhos  $\theta$  convergiram como é mostrado na Figura 3.21.

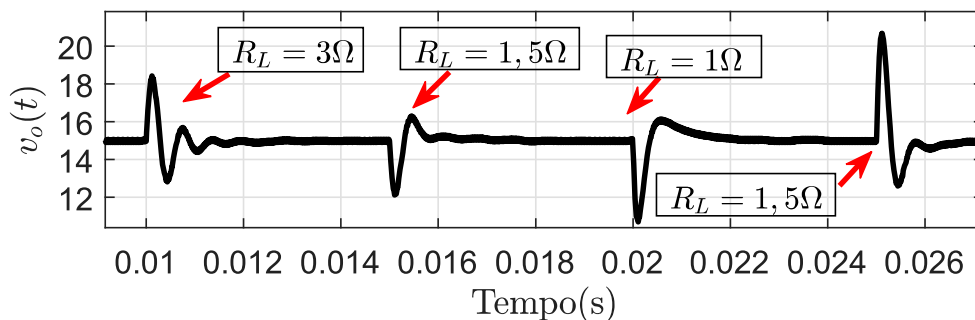
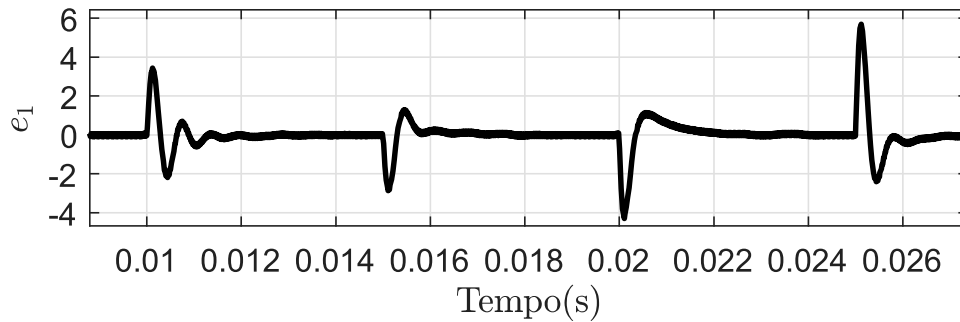
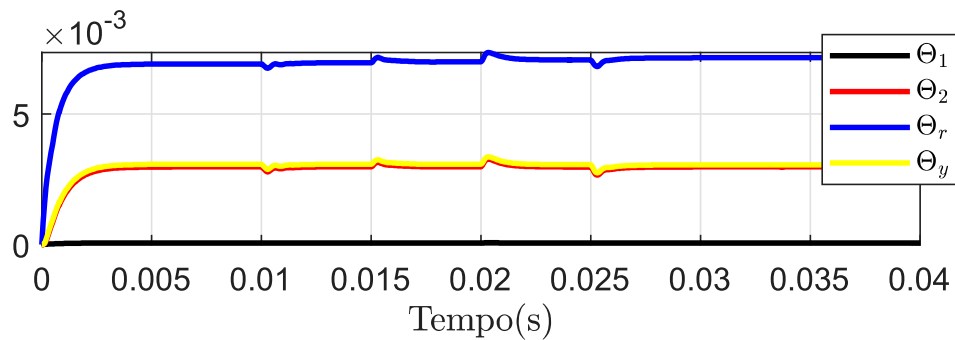
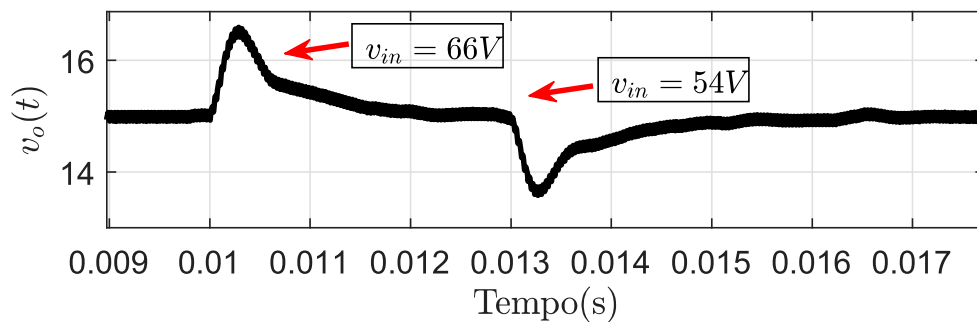
Figura 3.19 – Resultados obtidos para  $v_o(t)$  do conversor Buck com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga de 50% e 150%, com  $\delta_M = 0,8$  e  $\delta_P = 0,2$ .

Figura 3.20 – Erro aumentado  $e_1$  do conversor Buck com o controlador híbrido.Figura 3.21 – Ganhos  $\theta$  do conversor Buck com o controlador híbrido.Figura 3.22 – Resultados obtidos para  $v_o(t)$  do conversor Buck com o controlador híbrido, frente a uma variação na tensão de entrada de 50%, com  $\delta_M = 0,8$  e  $\delta_P = 0,2$ .

Os resultados obtidos para  $v_o(t)$  e  $v_{bus}(t)$  considerando o sistema acoplado e com o conversor Buck operando com o controlador híbrido são apresentados nas Figuras 3.23 até 3.26. Pode-se ver que o controlador híbrido é capaz de manter o sistema estável mesmo com o acoplamento do Filtro  $LC$ , além de apresentar um desempenho melhor que o controlador MRAC. Nas Figuras 3.25 e 3.26, mostra-se respectivamente que o erro aumentado  $e_1$  tendeu a zero e os ganhos  $\theta$  convergiram.

Figura 3.23 – Resultados obtidos para  $v_o(t)$  do sistema acoplado com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga, com  $\delta_M = 0.8$  e  $\delta_P = 0.2$ .

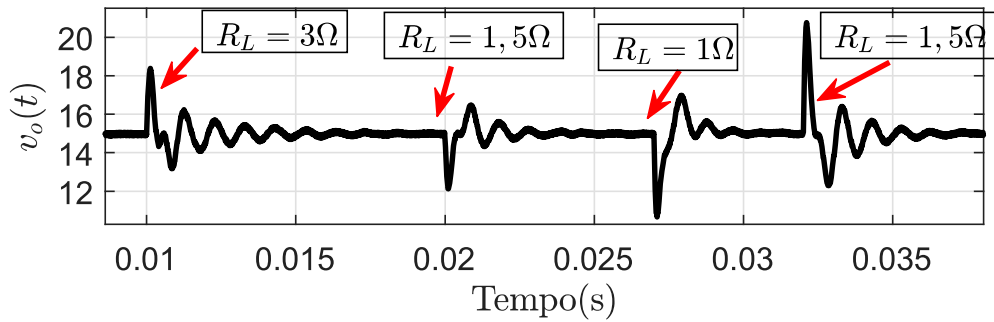


Figura 3.24 – Resultados obtidos para  $v_{bus}(t)$  do sistema acoplado com o controlador híbrido, frente a uma variação na carga, com  $\delta_M = 0.8$  e  $\delta_P = 0.2$ .

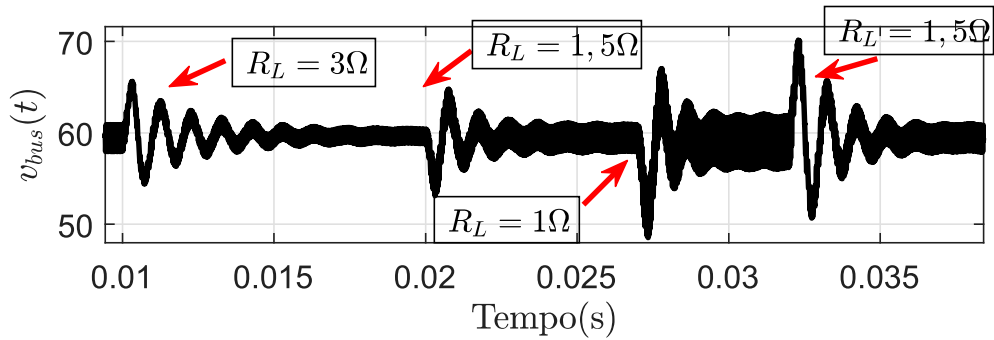


Figura 3.25 – Erro aumentado  $e_1$  do sistema acoplado com o controlador híbrido.

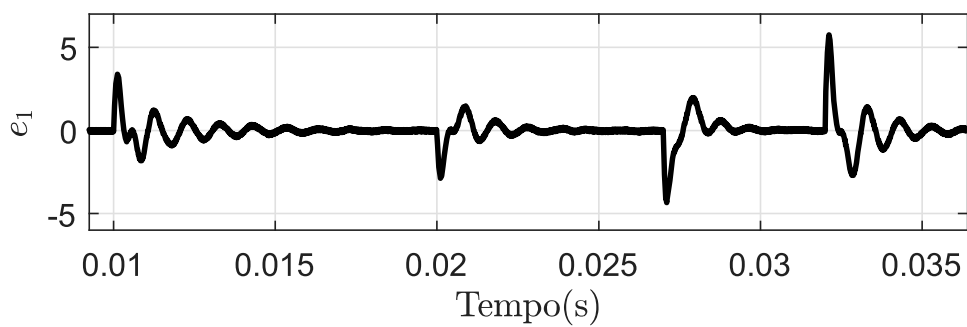
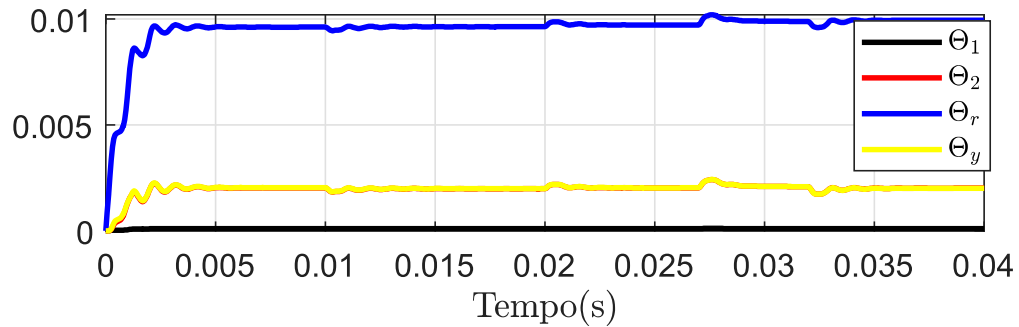


Figura 3.26 – Ganhos  $\theta$  do sistema acoplado com o controlador híbrido.

### 3.3.2 Resultados Experimentais

Nas Figura 3.27 até 3.28 são apresentados os resultados para o conversor Buck operando individualmente respectivamente com os controladores MRAC e híbrido, frente a uma variação na carga de 50%. Ao analisar os resultados e comparar com os resultados do capítulo anterior pode-se concluir que o controlador PID apresentou um melhor desempenho quando comparado aso controladores MRAC e híbrido. Já que o compensador do tipo PID apresentou um *undershoot*, *overshoot* e tempo de acomodação menores que os compesadores do tipo MRAC e híbrido. Comparando entre os controladores MRAC e híbrido, a técnica Híbrida apresentou um melhor desempenho que o MRAC, porque apresentou um menor tempo de acomodação, *overshoot* e *undershoot* que o controlador MRAC.

Figura 3.27 – Resultados experimentais obtidos para o conversor Buck operando com o controlador MRAC, o sinal roxo representa  $v_o(t)$  e o sinal azul a entrada do distúrbio.

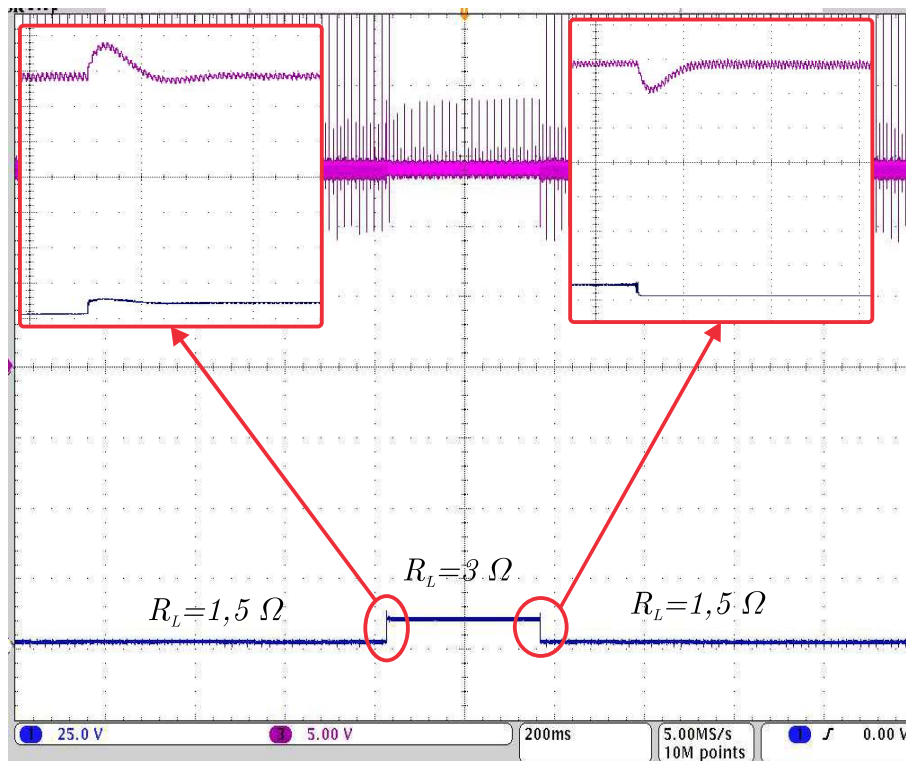
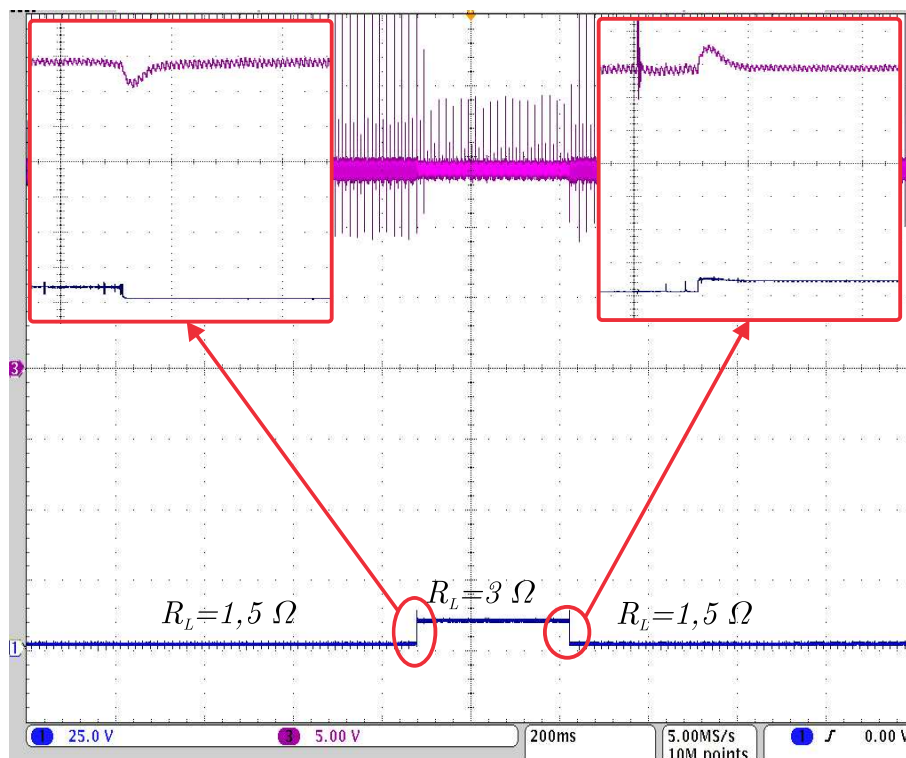


Figura 3.28 – Resultados experimentais obtidos para o conversor Buck operando com o controlador híbrido, o sinal roxo representa  $v_o(t)$  e o sinal azul a entrada do distúrbio.





Os resultados obtidos para caso em que acopla-se o filtro  $LC$  no conversor Buck operando em malha fechada com o controlador MRAC e híbrido são apresentados respectivamente nas Figuras 3.29 e 3.30. No capítulo anterior pode-se ver que o sistema em cascata é instável quando o conversor Buck está operando com o compensador do tipo PID a não ser quando ocorre o degrau na carga de  $-50\%$ . Já, para os casos em que o conversor Buck opera utilizando o controlador MRAC e híbrido o sistema em cascata é estável. Ao analisar o desempenho desses dois controladores pode-se dizer que o híbrido apresentou um resultado melhor, já que diminui o tempo de acomodação, *overshoot* e *undershoot*.

Figura 3.29 – Resultados experimentais obtidos para o sistema em cascata com o controlador MRAC, o sinal roxo representa  $v_o(t)$  e o sinal azul  $v_{bus}(t)$ .

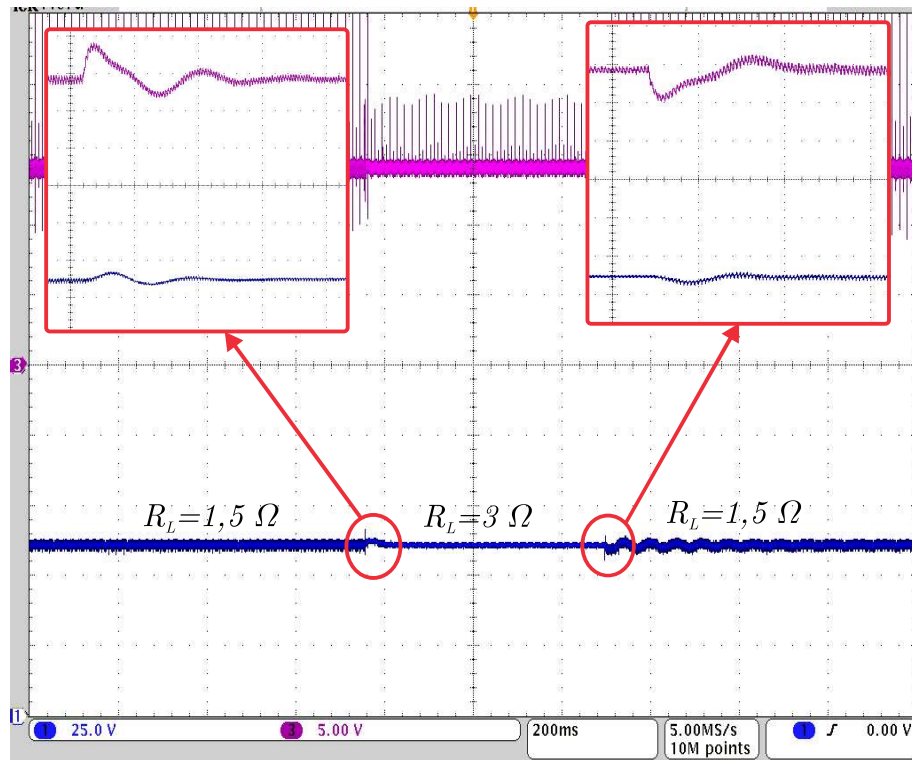
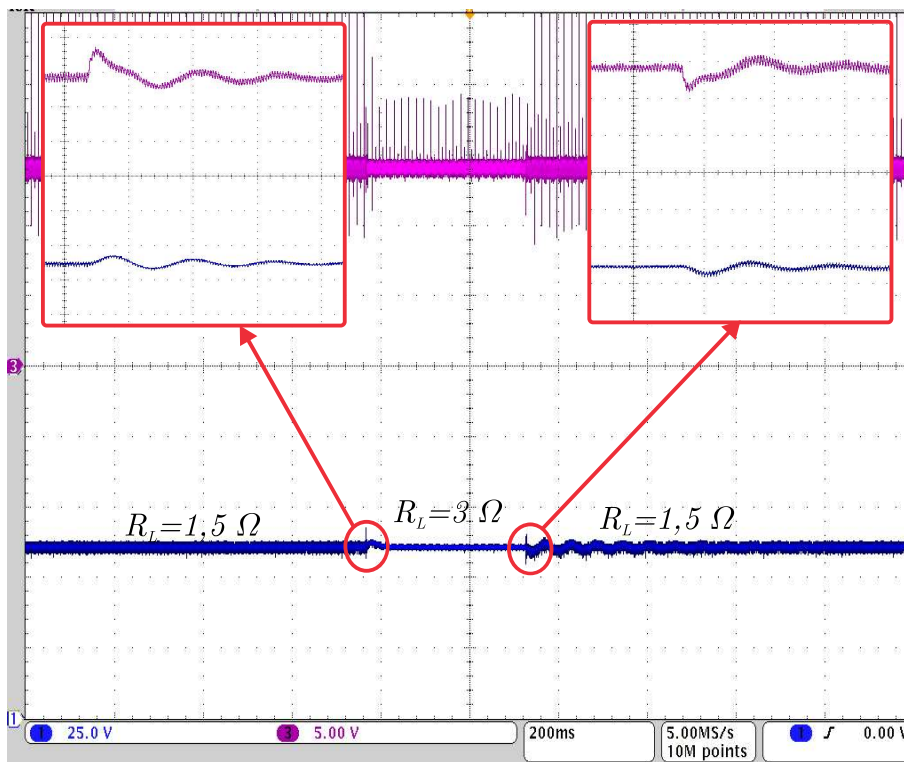


Figura 3.30 – Resultados experimentais obtidos para o sistema em cascata com o controlador híbrido, o sinal roxo representa  $v_o(t)$  e o sinal azul  $v_{bus}(t)$ .



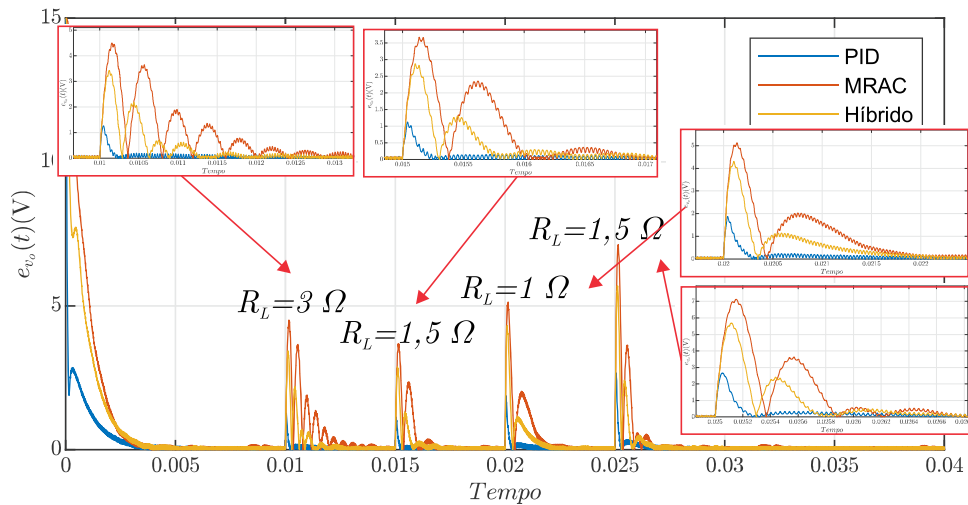
### 3.3.3 Análise Quantitativa

Para determinar qual controlador apresentou o melhor desempenho foi realizada uma análise quantitativa baseado no cálculo do erro. Em um primeiro momento foi calculado o erro quadrático definido pela seguinte equação

$$e_{v_o}(t) = \sqrt{(v_o(t) - v_{ref})^2} \quad (3.126)$$

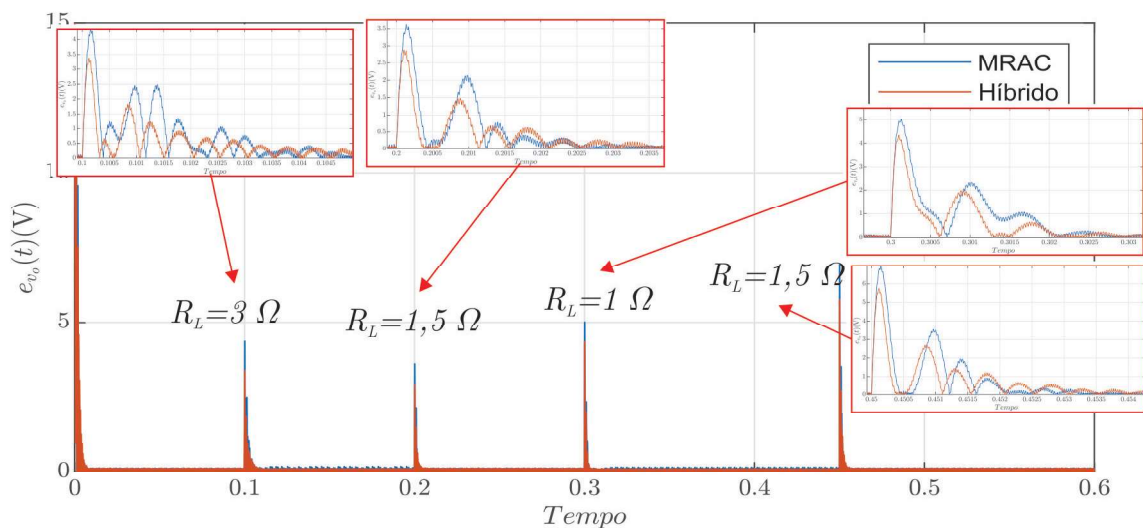
em que,  $v_o(t)$  é a tensão de saída medida e  $v_{ref}$  a tensão de saída de referência. O resultado obtido pelo cálculo do erro considerando o conversor Buck operando individualmente e com os controladores PID, MRAC e híbrido é apresentado na Figura 3.31. Ao analisar os resultados pode-se ver que o controlador PID apresentou um bom desempenho e o menor erro entre os três controladores frente aos distúrbios. Já, comparando entre o controlador MRAC e híbrido, pode-se dizer que o híbrido apresentou um valor de erro menor que o compensador MRAC.

Figura 3.31 – Erro quadrático da tensão de saída do conversor Buck operando individualmente com os controladores, PID, MRAC e híbrido.



Na Figura 3.32 é apresentado os resultados obtidos para  $e_{v_o}(t)$  considerando o sistema acoplado, para os casos em que o conversor Buck opera com o MRAC e híbrido. O controlador PID que foi projetado inicialmente considerando o conversor Buck operando sozinho foi descartado nesta análise devido que o sistema em cascata é instável quando o conversor Buck está operando com tal controlador. Desse modo, ao analisar a Figura 3.32 pode-se ver que o controlador híbrido apresentou um erro menor que o MRAC em todos os distúrbios de carga apresentados. Logo, o controlador híbrido resulta em uma melhoria no desempenho do sistema, além de garantir a estabilidade para um conjunto de plantas.

Figura 3.32 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido.



Outra métrica utilizada foi o cálculo do erro quadrático médio definido por

$$e_{v_o,RMS} = \sqrt{\frac{\sum_1^N (v_o(t) - v_{ref})^2}{N}} \quad (3.127)$$

em que,  $N$  é o número de pontos da medição de  $v_o(t)$ . Na Tabela 3.1 são apresentados os resultados obtidos para o caso do conversor Buck operando individualmente e quando acopla-se o filtro  $LC$ . Ao analisar a Tabela 3.1 pode-se verificar que para o caso do conversor Buck operando individualmente o controlador PID é o que apresentou o menor erro. Já, o controlador híbrido apresentou um erro  $e_{v_o,RMS}$  maior que o PID, mas menor que o MRAC. Para o caso em que acopla-se o filtro  $LC$  ao conversor Buck pode-se ver que o controlador híbrido apresentou o menor erro. O maior erro obtido para o sistema em cascata foi para o compensador PID, já que o sistema é instável em tal situação.

Tabela 3.1 – Erro médio quadrático da tensão de saída  $v_o(t)$ .

Estratégia	$e_{v_o,RMS}$
Buck com PID	0,6600 V
Buck com MRAC	1,9962 V
Buck com híbrido	1,4843 V
Cascata com PID	2,9513 V
Cascata com MRAC	0,6121 V
Cascata com híbrido	0,5208 V

Foi calculado o  $e_{v_o}(t)$  e  $e_{v_o,RMS}$  para os dados experimentais e considerou-se apenas o caso do sistema em cascata (caso mais crítico) e quando utiliza-se os controladores MRAC e híbrido. Além disso como os dados experimentais possuem um grande número de pontos ( $N$ ) foi considerado apenas os dados no momento dos distúrbios de carga de 50% e -50%. O eixo  $x$  das Figuras 3.33 e 3.34 representa  $N$  e como os distúrbios ocorrem em tempos diferentes (diferentes  $N$ ), o eixo  $x$  dos gráficos foram deslocado para ficarem alinhados com os distúrbios, mas manteve-se o mesmo numero de pontos para cada um. Assim, nas Figuras 3.33 e 3.34 mostra-se o cálculo de  $e_{v_o}(t)$  respectivamente quando ocorre o degrau na carga de -50% e 50% para o sistema em cascata considerando os controlador MRAC e híbrido. Ao analisar as Figuras 3.33 e 3.34 pode-se notar que o controlador híbrido possui um erro menor que o MRAC. Pode-se ver que o erro fica em torno de 1 V e não 0 V estima-se que esse erro é oriundo da medição e das perdas do sistema real. Na Tabela 3.2 é apresentado os valores de  $e_{v_o,RMS}$  dos dados experimentais para o sistema em cascata com o controlador MRAC e híbrido. Pode-se ver que o controlador híbrido novamente apresentou o menor erro.

Figura 3.33 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido para um degrau na carga de 50%.

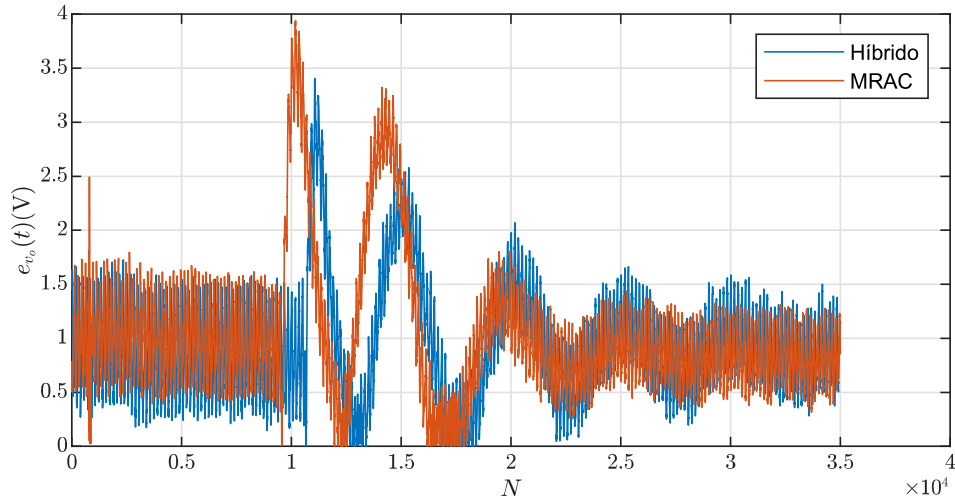


Figura 3.34 – Erro quadrático da tensão de saída do sistema em cascata, com o EC operando com os controladores, MRAC e híbrido para um degrau na carga de 50%.

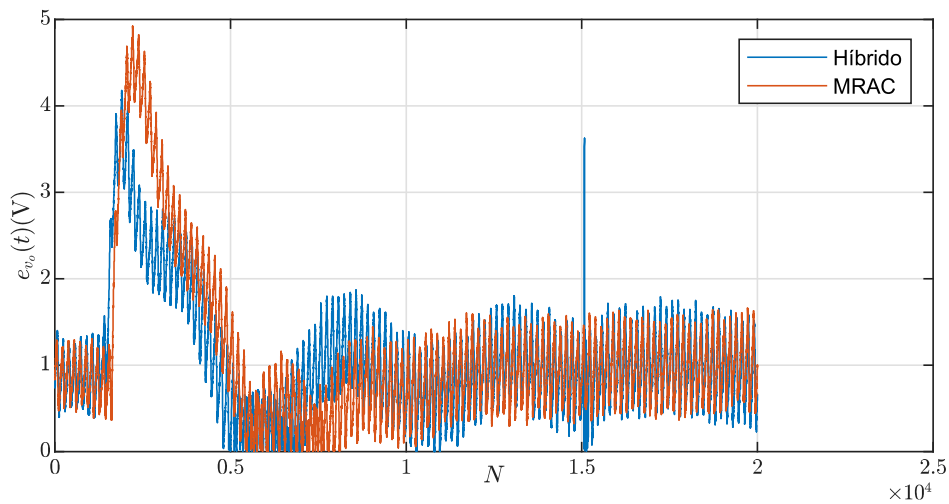


Tabela 3.2 – Erro médio quadrático da tensão de saída  $v_o(t)$  dos dados experimentais.

Estratégia	$e_{v_o,RMS}$
Cascata com MRAC	1,4580 V
Cascata com híbrido	1,2918 V

### 3.4 CONSIDERAÇÕES

Foi feita a comparação entre os controladores PID, MRAC e híbrido aplicados a um conversor Buck que posteriormente acoplou-se um filtro  $LC$ . Os controladores foram projetados considerando apenas o modelo do conversor Buck. Viu-se que o compensador PID quando o conversor Buck está operando sozinho foi capaz de estabilizar o sistema e apresentou um bom desempenho, mesmo frente a distúrbios. Mas, para o sistema em cascata (filtro  $LC$  + conversor Buck) o controlador PID não foi capaz de garantir a estabilidade. O controlador MRAC apresentou um desempenho inferior ao PID para o caso em que o conversor Buck operou independentemente, mas garantiu que o sistema continuasse estável quando o filtro  $LC$  foi acoplado. Para tentar utilizar o que se tem de melhor entre os controladores PID e MRAC foi proposto um controlador híbrido, o qual foi capaz de garantir a estabilidade mesmo com o acoplamento do filtro  $LC$  e também apresentou valores de erro menores que o controlador MRAC. O controlador PID utilizado foi projetado sem considerar as incertezas do sistema, mas vale ressaltar que é possível projetar um compensador do tipo PID robusto ou até mesmo com mecanismos de adaptação, tornando-o capaz de lidar com incertezas.

Como pode-se ver nos resultados o controlador híbrido resultou em uma boa solução para o problema da estabilidade de sistemas interconectados, já que garantiu a estabilidade e um bom desempenho. Além disso essa técnica não utiliza sensores extras como é o caso do método de resistência virtual apresentado por (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015; ZHANG; ZHONG; MING, 2016a), e também garante a robustez para uma gama de variações. Mas devido a complexidade de implementação do controlador híbrido em algumas aplicações o seu uso pode ser inviável, devido ao custo financeiro. Então ao utilizar as estratégias de controle MRAC e híbrida o conversor Buck pode ser vendido como uma caixa preta, ou seja, independentemente de qual sistema será acoplado ao conversor a estabilidade será garantida.

## 4 Conclusões e Perspectivas

No Capítulo 2 foi apresentado a modelagem do conversor Buck, do filtro  $LC$  e do sistema em cascata, em que, esses modelos foram utilizados na metodologia de análise da estabilidade e identificação do problema. A metodologia apresentada consiste em utilizar em conjunto o critério de Middlebrook, Nyquist, análise das raízes e TEE para analisar a estabilidade e identificar o problema do sistema em cascata. Com isso, mostrou-se que o possível problema de estabilidade em conversores CC-CC conectados em cascata é devido a presença de incertezas estruturadas e não-estruturadas oriundas do acoplamento, as quais não foram consideradas no momento do projeto dos subsistemas. Diferente do que é dito na maioria dos trabalhos da literatura, que relacionam o problema de estabilidade apenas ao comportamento de CPL de conversores operando em malha fechada. Além disso, foi exposto como as variações paramétricas do EF e EC afetam a estabilidade do sistema em cascata. E chegou-se a conclusão que para o estudo de caso deste trabalho os parâmetros do EF (filtro  $LC$ ), são os que mais afetam a estabilidade do sistema em cascata. Já que existe a possibilidade de não se ter conhecimento algum do EF em que vai se conectar o EC, ou seja, que o EF possua parâmetros desconhecidos (incertezas estruturadas). Desse modo, chegou-se a uma maneira mais detalhada de representar o problema de estabilidade em conversores conectados em cascata, que é através da consideração de incertezas no modelo oriundas do acoplamento dos sistemas.

Além do mais no Capítulo 2 mostrou-se que à análise da estabilidade do sistema em cascata tornou-se mais exata pela associação das técnicas. O modelo utilizado na análise da estabilidade deve representar as dinâmicas e seus parâmetros nas baixas frequências (abaixo da metade da frequência de chaveamento), ou seja, devem ser modeladas, escritas ou conhecidas, porque geralmente são as responsáveis em introduzir instabilidades. Pode-se revelar que a eficiência da metodologia de análise proposta está relacionada com a precisão do modelo utilizado que deve procurar incluir as informações reais do sistema, principalmente os elementos parasitas. No que tange sobre à análise da estabilidade do sistema em cascata a equação mais importante é a que define o ganho do laço menor. Tal expressão deve ser bem modelada, isso por ser feito apenas conhecendo a  $Z_o(s)$  do EF e  $Z_{in}(s)$  do EC e também analisar os piores casos para conhecer as variações paramétricas envolvidas.

No Capítulo 3 foram apresentadas soluções via controle para o problema de estabilidade de conversores CC-CC conectados em cascata. Para os casos onde a identificação do modelo não é garantida ou obtida, uma solução do problema pode ser o uso de técnicas de controle robusto sem a necessidade de sensores ou elementos passivos adicionais. Por esse motivo no Capítulo 2 foi utilizada a técnica de controle adaptativo MRAC, já que é capaz de lidar com incertezas estruturadas e não-estruturadas, e foi projetada considerando apenas o EC. Mostrou-se que quando o EC está operando individualmente o desempenho do

MRAC é inferior ao controlador PID, mas quando acopla-se o EF a técnica adaptativa é capaz de garantir a estabilidade diferente do compensador clássico. Desse modo, com uma técnica de controle muito consolidada na academia (o controlador MRAC) foi possível solucionar o problema de estabilidade do sistema em cascata para uma gama de incertezas, sendo uma das contribuições do Capítulo 3. Como o desempenho do controlador PID foi superior ao do MRAC quando o EC opera sozinho, e devido ao MRAC garantir a estabilidade do sistema em cascata, propôs-se unir o que os dois controladores tem de melhor. Desse modo, foi proposto o controlador Híbrido que é a unificação dos compensadores PID e MRAC, e representa uma das contribuições deste trabalho. Mostrou-se que o controlador Híbrido teve um desempenho transitório melhor que o MRAC quando o EC opera individualmente, mas inferior ao PID. Entretanto, a técnica híbrida foi capaz de garantir a estabilidade do sistema frente ao acoplamento do EF e variações na carga, o que a técnica PID não foi capaz. Além disso, uma das vantagens das técnicas adaptativas (MRAC e Híbrido) é que para sua implementação não há necessidade de sensores adicionais, que é um requisito para as técnicas de impedância virtual existentes na literatura. Embora seja necessário um processador com uma capacidade significativamente maior do que aquela que seria necessária para o PID.

Este trabalho trouxe as seguintes contribuições a análise da estabilidade e controle de conversores CC-CC conectados em cascata:

- (i) Uma metodologia de análise da estabilidade, que proporcionou identificar a origem do problema de estabilidade de uma maneira diferente da encontrada na maioria dos trabalhos da literatura, e assim definir uma solução mais adequada para o problema;
- (ii) A metodologia de análise da estabilidade proposta permitiu encontrar resultados precisos e pode ser utilizada para outros sistemas de conversores em cascata;
- (iii) O critério de Middlebrook mostrou-se assertivo se o modelo utilizado representa adequadamente os elementos reais, como as resistências parasitas do EF que apresentaram uma forte influência na estabilidade, ou seja, a precisão do método está ligada a precisão do modelo;
- (iv) Entender melhor, definir e representar detalhadamente o problema de estabilidade em sistemas de conversores CC-CC conectados em cascata;
- (v) O uso de métodos clássicos de linearização de sistemas chaveados (não lineares), mesmo que ocasione a perda de generalidade e informações, para frequência acima da metade da de Nyquist. Permitiu a busca e interpretação física do problema de estabilidade através dos estados ou polos e zeros da equações;
- (vi) Apontar que uma solução adequada é o uso de controladores robustos, quando o projetista está a frente de incertezas;



- (vii) O uso de uma técnica de controle que está consolidada na literatura que é o MRAC como solução, a qual utiliza apenas um sensor, sendo uma alternativa as técnicas presentes na literatura que necessitam mais medições;
- (viii) Um controlador híbrido (MRAC+PID) capaz de garantir a estabilidade e um bom desempenho frente a um conjunto de incertezas;
- (ix) Prova matemática da estabilidade do controlador híbrido (MRAC+PID) aplicado ao sistema em cascata;

Quanto a perspectivas de trabalhos futuros, podem-se citar as seguintes:

- (i) Aplicar a metodologia de análise da estabilidade em outros sistemas formado por elementos (circuitos) interconectados, como por exemplo um conversor conectado na rede;
- (ii) Tornar os coeficientes  $\delta_M$  e  $\delta_P$  do controlador Híbrido adaptativos, e verificar se essa modificação traz melhorias de desempenho e estabilidade;
- (iii) Explorar possíveis melhorias na estrutura de controle híbrida com o intuito de melhorar o seu desempenho;
- (iv) Aplicar outras técnicas de controle robusto ao sistema em cascata, como por exemplo a técnica de controle RMRAC (*Robust Model Reference Adaptive Control*), e compara-las com as apresentadas neste trabalho;
- (v) Estender a análise de estabilidade robusta apresentada no apêndice A para o projeto de um controlador robusto, e aplicá-lo ao sistema em cascata estudado;
- (vi) Utilizar a teoria de controle por passividade e desenvolver uma metodologia para analisar e projetar um controlador para o sistema em cascata em estudo, e compará-la com a apresentada neste trabalho;
- (vii) Estudar a viabilidade da implementação discreta do controlador Híbrido em processadores de baixo custo.

#### 4.1 PUBLICAÇÕES

Os trabalhos que já foram aceitos são:

- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; PINHEIRO, J. R., Estudo da Estabilidade de Conversores Estáticos Interconectados. **10 Seminário de Eletronica de Potencia e Controle, 2017.**

- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; PINHEIRO, J. R., Estudo da gênese de instabilidades em sistemas de conversores estáticos em cascata. **XXII Congresso Brasileiro de Automática, 2018.**
- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; PINHEIRO, J. R., Uma Abordagem Robusta para Estabilidade de Sistemas Formados por Conversores Estáticos Interconectados. **11 Seminário de Eletrônica de Potencia e Controle, 2018.**
- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; Varella, T. R.; PINHEIRO, J. R., Um Controlador Híbrido Robusto PID-MRAC aplicado aos Conversores DC-DC Conectados em Cascata. **12 Seminário de Eletrônica de Potencia e Controle, 2019.**
- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; PINHEIRO, J. R., Origem do Problema de Estabilidade de Conversores CC-CC Conectados em Cascata. **Revista Brasileira de Eletrônica de Potencia, 2020.**

Os trabalhos em desenvolvimentos são:

- FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; VARELLA, T. R.; PINHEIRO, J. R., Implementação e Análise da Estabilidade de um Controlador Híbrido PID-MRAC aplicado a Conversores CC-CC conectados em Cascata. **Revista a definir, 2020.**

## REFERÊNCIAS

- ABE, S. et al. Optimal intermediate bus capacitance for system stability on distributed power architecture. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE**. [S.l.], 2008. p. 611–616.
- \_\_\_\_\_. Study of stabilization design for on-board distributed power architecture. In: IEEE. **Power Electronics and Motion Control Conference, 2006. EPE-PEMC 2006. 12th International**. [S.l.], 2006. p. 636–640.
- \_\_\_\_\_. Stability design consideration for on-board distributed power system consisting of full-regulated bus converter and poles. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC'06. 37th IEEE**. [S.l.], 2006. p. 1–5.
- AHMADI, R.; FERDOWSI, M. Improving the performance of a line regulating converter in a converter-dominated dc microgrid system. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 5, n. 5, p. 2553–2563, 2014.
- AHMADI, R.; PASCHEDAG, D.; FERDOWSI, M. Closed-loop input and output impedances of dc-dc switching converters operating in voltage and current mode control. In: IEEE. **IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society**. [S.l.], 2010. p. 2311–2316.
- AN, L.; LU, D. D.-C. Analysis of dc bus capacitor current ripple reduction in basic dc/dc cascaded two-stage power converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 63, n. 12, p. 7467–7477, 2016.
- ANEEL. **Nota Técnica nº 0025/2011-SRD-SRC-SRG-SCG-SEM-SRE-SPE**. 2011a,b. <[http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2011/042/documento/nota\\_tecnica\\_0025\\_gd.pdf](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2011/042/documento/nota_tecnica_0025_gd.pdf)>. Acessado: 14-11-2017.
- BARRUEL, F. et al. Stability approach for vehicles dc power network: application to aircraft on-board system. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC'05. IEEE 36th**. [S.l.], 2005. p. 1163–1169.
- BASSO, C. P. **Linear circuit transfer functions: An introduction to fast analytical techniques**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.
- BELKHAYAT, M.; COOLEY, R.; WITULSKI, A. Large signal stability criteria for distributed systems with constant power loads. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC'95 Record., 26th Annual IEEE**. [S.l.], 1995. v. 2, p. 1333–1338.
- BODI, F. Distributed power systems (telecommunication power supply). In: IEEE. **Telecommunications Energy Conference, 1988. INTELEC'88., 10th International**. [S.l.], 1988. p. 143–150.

BOROYEVICH, D. et al. Future electronic power distribution systems a contemplative view. In: IEEE. **Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2010 12th International Conference on**. [S.l.], 2010. p. 1369–1380.

CAO, X.; ZHONG, Q.-C.; MING, W.-L. Ripple eliminator to smooth dc-bus voltage and reduce the total capacitance required. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 62, n. 4, p. 2224–2235, 2015.

CARRASCO, J. M. et al. Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: A survey. **IEEE Transactions on industrial electronics**, IEEE, v. 53, n. 4, p. 1002–1016, 2006.

CÉSPEDES, M. et al. Stabilization of constant-power loads by passive impedance damping. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE**. [S.l.], 2010. p. 2174–2180.

CÉSPEDES, M.; XING, L.; SUN, J. Constant-power load system stabilization by passive damping. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 26, n. 7, p. 1832–1836, 2011.

CHO, H. Y.; SANTI, E. Modeling and stability analysis in multi-converter systems including positive feedforward control. In: IEEE. **Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE**. [S.l.], 2008. p. 839–844.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. [S.l.]: Pearson, 2011.

DU, W. et al. Stability criterion for cascaded system with constant power load. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 28, n. 4, p. 1843–1851, 2013.

EMADI, A. et al. Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems: definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, v. 55, n. 4, p. 1112–1125, 2006.

ERICKSON, R. W. Optimal single resistors damping of input filters. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC'99. Fourteenth Annual**. [S.l.], 1999. v. 2, p. 1073–1079.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. **Fundamentals of power electronics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

FANGCHENG, L. et al. Unified stability criterion of bidirectional power flow cascade system. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE**. [S.l.], 2013. p. 2618–2623.

FENG, X.; LIU, J.; LEE, F. C. Impedance specifications for stable dc distributed power systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 17, n. 2, p. 157–162, 2002.

FENG, X. et al. Impedance specification and impedance improvement for dc distributed power system. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 1999. PESC 99. 30th Annual IEEE**. [S.l.], 1999. v. 2, p. 889–894.

\_\_\_\_\_. Individual load impedance specification for a stable dc distributed power system. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC'99. Fourteenth Annual**. [S.l.], 1999. v. 2, p. 923–929.

FRANCA, R. P.; DUPONT, F. H.; PINHEIRO, J. R. **Estudo da Gênese de Instabilidades em Sistemas de Conversores Estáticos Conectados em Cascata**. 2018. XXII Congresso Brasileiro de Automática, 2018.

FRANCA, R. P.; PINHEIRO, J. R.; DUPONT, F. H. **Estudo da Estabilidade de Conversores Estáticos Interconectados**. 2017. 10 Seminario de Eletronica de Potencia e Controle, 2017.

GAO, F. et al. Stability of multi-source droop-controlled electrical power system for more-electric aircraft. In: IEEE. **Intelligent Energy and Power Systems (IEPS), 2014 IEEE International Conference on**. [S.l.], 2014. p. 122–126.

HANKANIEMI, M.; SUNTIO, T.; SIPPOLA, M. Characterization of regulated converters to ensure stability and performance in distributed power supply systems. In: IEEE. **Telecommunications Conference, 2005. INTELEC'05. Twenty-Seventh International**. [S.l.], 2005. p. 533–538.

HUA, G. et al. Development of a dc distributed power system. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1994. APEC'94. Conference Proceedings 1994., Ninth Annual**. [S.l.], 1994. p. 763–769.

IEA. **Outlook, Annual Energy and others**. 2010. <<http://www.iea.org/Textbase/npsum/weo2010sum.pdf>>. Acessado: 17-11-2017.

IEEE. **IEEE Recommended Practice for Industrial and Commercial Power Systems Analysis: Approved May 31, 1990, IEEE Standards Board: Approved October 26, 1990, American National Standards Institute**. [S.l.]: IEEE, 1990.

IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. A robust direct adaptive controller. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 31, n. 11, p. 1033–1043, 1986.

IOANNOU, P. A.; SUN, J. **Robust adaptive control**. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

JONG, P. de; KIPERSTOK, A.; TORRES, E. A. Economic and environmental analysis of electricity generation technologies in brazil. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 52, p. 725–739, 2015.

JUSOH, A. B. The instability effect of constant power loads. In: IEEE. **Power and Energy Conference, 2004. PECon 2004. Proceedings. National**. [S.l.], 2004. p. 175–179.

KARPPANEN, M. et al. Dynamical characterization of peak-current-mode-controlled buck converter with output-current feedforward. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 22, n. 2, p. 444–451, 2007.

KUHN, M.; JI, Y.; SCHRDER, D. Stability studies of critical dc power system component for more electric aircraft using  $\mu$  sensitivity. In: IEEE. **Control & Automation, 2007. MED'07. Mediterranean Conference on**. [S.l.], 2007. p. 1–6.

KWASINSKI, A.; ONWUCHEKWA, C. N. Dynamic behavior and stabilization of dc microgrids with instantaneous constant-power loads. **IEEE Transactions on power electronics**, IEEE, v. 26, n. 3, p. 822–834, 2011.

LEE, F. C. et al. Topologies and design considerations for distributed power system applications. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 89, n. 6, p. 939–950, 2001.

LI, Y.; JIA, P.; ZHENG, T. Q. Active damping method to reduce the output impedance of the dc–dc converters. **IET Power Electronics**, IET, v. 8, n. 1, p. 88–95, 2014.

LIU, X.; FORSYTH, A. J.; CROSS, A. M. Negative input-resistance compensator for a constant power load. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 54, n. 6, p. 3188–3196, 2007.

LUO, S. Front-end converter design and system integration techniques in distributed power systems. 2001.

\_\_\_\_\_. A review of distributed power systems part i: Dc distributed power system. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, IEEE, v. 20, n. 8, p. 5–16, 2005.

MA, H. et al. Bridgeless electrolytic capacitor-less valley-fill ac/dc converter for offline twin-bus light-emitting diode lighting application. **IET Power Electronics**, IET, v. 6, n. 6, p. 1132–1141, 2013.

MACCARI, L. A. et al. Lmi-based control for grid-connected converters with lcl filters under uncertain parameters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 29, n. 7, p. 3776–3785, 2014.

MAGNE, P.; NAHID-MOBARAKEH, B.; PIERFEDERICI, S. General active global stabilization of multiloads dc-power networks. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 27, n. 4, p. 1788–1798, 2012.

MAMMANO, B. Distributed power systems. Citeseer, 1993.

MARX, D. et al. Large signal stability analysis tools in dc power systems with constant power loads and variable power loads? a review. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 27, n. 4, p. 1773–1787, 2012.

MASSING, J. R. et al. Adaptive current control for grid-connected converters with lcl filter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 59, n. 12, p. 4681–4693, 2012.

- MIDDLEBROOK, R. Null double injection and the extra element theorem. **IEEE Transactions on Education**, IEEE, v. 32, n. 3, p. 167–180, 1989.
- MIDDLEBROOK, R. D. Input filter considerations in design and application of switching regulators. **IAS'76**, 1976.
- MITCHELL, D. M. Damped emi filters for switching regulators. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, IEEE, n. 3, p. 457–463, 1978.
- MITSCHER, M.; RÜTHER, R. Economic performance and policies for grid-connected residential solar photovoltaic systems in brazil. **Energy Policy**, Elsevier, v. 49, p. 688–694, 2012.
- OGATA, K.; YANG, Y. **Modern control engineering**. [S.l.]: Prentice hall India, 2002. v. 4.
- ORTEGA, R. et al. **Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- PALHARES, R. M. **Notas de Aula**. 2018. <<http://www.cpdee.ufmg.br/~palhares/>>. Acessado: 20-4-2018.
- RAHIMI, A. M.; EMADI, A. Active damping in dc/dc power electronic converters: A novel method to overcome the problems of constant power loads. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 56, n. 5, p. 1428–1439, 2009.
- \_\_\_\_\_. An analytical investigation of dc/dc power electronic converters with constant power loads in vehicular power systems. **IEEE Transactions on vehicular technology**, IEEE, v. 58, n. 6, p. 2689–2702, 2009.
- RICCOBONO, A. **Stabilizing controller design for a DC power distribution system using a passivity-based stability criterion**. Tese (Doutorado) — University of South Carolina, 2013.
- RICCOBONO, A.; SANTI, E. A novel passivity-based stability criterion (pbsc) for switching converter dc distribution systems. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2012 Twenty-Seventh Annual IEEE**. [S.l.], 2012. p. 2560–2567.
- \_\_\_\_\_. Positive feedforward control of three-phase voltage source inverter for dc input bus stabilization with experimental validation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 49, n. 1, p. 168–177, 2013.
- \_\_\_\_\_. Stability analysis of an all-electric ship mvdc power distribution system using a novel passivity-based stability criterion. In: IEEE. **Electric Ship Technologies Symposium (ESTS), 2013 IEEE**. [S.l.], 2013. p. 411–419.

\_\_\_\_\_. Comprehensive review of stability criteria for dc power distribution systems. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 50, n. 5, p. 3525–3535, 2014.

SABLE, D. M.; CHO, B. H.; RIDLEY, R. B. Use of leading-edge modulation to transform boost and flyback converters into minimum-phase-zero systems. **IEEE transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 6, n. 4, p. 704–711, 1991.

SANCHEZ, S.; MOLINAS, M. Assessment of a stability analysis tool for constant power loads in dc-grids. In: IEEE. **Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), 2012 15th International**. [S.l.], 2012. p. DS3b–2.

SHI, H. et al. Modeling, analysis, and measurement of impedance for three-phase ac distributed power system. In: IEEE. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2014 IEEE**. [S.l.], 2014. p. 4635–4639.

SINGH, S.; GAUTAM, A. R.; FULWANI, D. Constant power loads and their effects in dc distributed power systems: A review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 72, p. 407–421, 2017.

SIRA-RAMIREZ, H. J.; SILVA-ORTIGOZA, R. **Control design techniques in power electronics devices**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.

SOARES, S. Análise e projeto do sistema de controle de um módulo de potência com conversores em cascata aplicado a transformadores de estado sólido. 2016.

SUDHOFF, S.; GLOVER, S. Three-dimensional stability analysis of dc power electronics based systems. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual**. [S.l.], 2000. v. 1, p. 101–106.

SUDHOFF, S. D.; CRIDER, J. M. Advancements in generalized immittance based stability analysis of dc power electronics based distribution systems. In: IEEE. **Electric Ship Technologies Symposium (ESTS), 2011 IEEE**. [S.l.], 2011. p. 207–212.

SUDHOFF, S. D. et al. Admittance space stability analysis of power electronic systems. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, IEEE, v. 36, n. 3, p. 965–973, 2000.

SUN, L. et al. Combined feedforward and model-assisted active disturbance rejection control for non-minimum phase system. **ISA transactions**, Elsevier, v. 64, p. 24–33, 2016.

TABISZ, W.; JOVANOVIĆ, M.; LEE, F. Benefits and challenges of distributed power systems. In: **Government Microcircuit Applications Conference**. [S.l.: s.n.], 1991. p. 71–74.

TABISZ, W. A.; JOVANOVIĆ, M. M.; LEE, F. C. Present and future of distributed power systems. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1992. APEC'92. Conference Proceedings 1992., Seventh Annual**. [S.l.], 1992. p. 11–18.



- TAMBARA, R. V. **Controle Adaptativo Teoria e Aplicação**. [S.l.: s.n.], 2020.
- THANDI, G. et al. Modeling, control and stability analysis of a pebb based dc dps. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 14, n. 2, p. 497–505, 1999.
- THEO, W. L. et al. Review of distributed generation (dg) system planning and optimisation techniques: Comparison of numerical and mathematical modelling methods. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 67, p. 531–573, 2017.
- TROFINO, A. **Controle Robusto**. 2000. Apostila da disciplina de Controle Robusto da Pós-Graduação da Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.
- WANG, J.; HOWE, D. A power shaping stabilizing control strategy for dc power systems with constant power loads. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 23, n. 6, p. 2982–2989, 2008.
- WANG, X.; YAO, R.; RAO, F. Three-step impedance criterion for small-signal stability analysis in two-stage dc distributed power systems. **IEEE power electronics letters**, IEEE, v. 1, n. 3, p. 83–87, 2003.
- \_\_\_\_\_. Subsystem-interaction restraint in the two-stage dc distributed power systems with decoupling-controlled-integration structure. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 52, n. 6, p. 1555–1563, 2005.
- WEICHEL, R. et al. Active stabilization of dc-dc converters with input lc filters via current-mode control and input voltage feedback. In: IEEE. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE**. [S.l.], 2010. p. 3409–3413.
- WILDRICK, C. M. **Stability of distributed power supply systems**. Tese (Doutorado) — Virginia Tech, 1993.
- WILDRICK, C. M. et al. A method of defining the load impedance specification for a stable distributed power system. **IEEE Transactions on power Electronics**, IEEE, v. 10, n. 3, p. 280–285, 1995.
- WU, M.; LU, D. D.-C. Active stabilization methods of electric power systems with constant power loads: a review. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, 2014.
- \_\_\_\_\_. A novel stabilization method of lc input filter with constant power loads without load performance compromise in dc microgrids. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 62, n. 7, p. 4552–4562, 2015.
- XING, L.; FENG, F.; SUN, J. Optimal damping of emi filter input impedance. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 47, n. 3, p. 1432–1440, 2011.
- XU, C.; CHENG, K. A survey of distributed power system?ac versus dc distributed power system. In: IEEE. **Power Electronics Systems and Applications (PESA), 2011 4th International Conference on**. [S.l.], 2011. p. 1–12.

ZHANG, F.; YAN, Y. Start-up process and step response of a dc–dc converter loaded by constant power loads. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 58, n. 1, p. 298–304, 2011.

ZHANG, X. **Impedance Control and Stability of DC/DC Converter Systems**. Tese (Doutorado) — University of Sheffield, 2016.

ZHANG, X.; RUAN, X.; CHI, K. T. Impedance-based local stability criterion for dc distributed power systems. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers**, IEEE, v. 62, n. 3, p. 916–925, 2015.

ZHANG, X. et al. Adaptive active capacitor converter for improving stability of cascaded dc power supply system. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 28, n. 4, p. 1807–1816, 2013.

ZHANG, X.; RUAN, X.; ZHONG, Q.-C. Improving the stability of cascaded dc/dc converter systems via shaping the input impedance of the load converter with a parallel or series virtual impedance. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 62, n. 12, p. 7499–7512, 2015.

ZHANG, X.; ZHONG, Q.-C.; MING, W.-L. Adaptive series-virtual-impedance control strategy for load converters to improve the stability of the cascaded system. In: IEEE. **Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG), 2016 IEEE 7th International Symposium on**. [S.l.], 2016. p. 1–5.

\_\_\_\_\_. Source-side series-virtual-impedance control strategy to stabilize the cascaded system with improved performance. In: IEEE. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2016 IEEE**. [S.l.], 2016. p. 1–6.

\_\_\_\_\_. Stabilization of a cascaded dc converter system via adding a virtual adaptive parallel impedance to the input of the load converter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 31, n. 3, p. 1826–1832, 2016.

\_\_\_\_\_. A virtual rlc damper to stabilize dc/dc converters having an lc input filter while improving the filter performance. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 31, n. 12, p. 8017–8023, 2016.

ZHAO, F. et al. Small-signal modeling and stability analysis of dc microgrid with multiple type of loads. In: IEEE. **Power System Technology (POWERCON), 2014 International Conference on**. [S.l.], 2014. p. 3309–3315.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C. **Essentials of robust control**. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998. v. 104.

## APÊNDICES

---



## Apêndice A – Análise da Estabilidade Robusta

Como foi mostrado no Capítulo 2, as oscilações que surgem no sistema em cascata devem-se a mudança do modelo original, ocasionado pelo acoplamento do sistema. Assim, pode-se dizer que o modelo utilizado para projeto é uma aproximação do modelo real em que omitem-se as incertezas associadas a variações de parâmetros, dinâmicas não-modeladas, linearização, ruídos e entre outras. O termo incerteza se refere a diferenças ou erros entre o modelo e a realidade, e qualquer mecanismo utilizado para representar esses erros é chamado de representação da incerteza (ZHOU; DOYLE, 1998). Mas como existem diversos tipos de incertezas, antes de representá-la deve-se identificar qual classe afeta o sistema estudado.

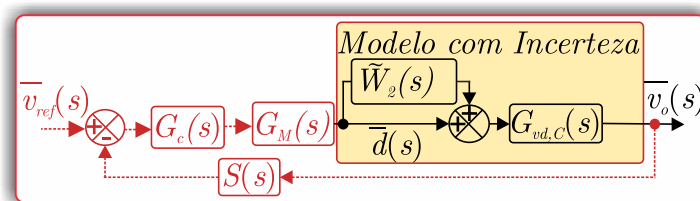
As incertezas podem ser classificadas como estruturadas e não estruturadas. Incerteza estruturada é definida como o não conhecimento exato da localização dos polos e zeros da planta, como por exemplo variação nos parâmetros. Incerteza não estruturada é definida como o não conhecimento do comportamento da fase e do ganho da planta em frequências de determinada faixa de operação, que por sua vez é causada por polos e zeros não modelados, ou seja dinâmicas não modeladas.

Frente a esses conceitos é possível definir a mudança da planta devido ao acoplamento como uma incerteza não estruturada. Além disso existem variações paramétricas, já que  $R_L$  pode variar,  $C_F$  e  $L_F$  podem ser desconhecidos. Existem diversas formas de representar uma incerteza não estruturada, a qual depende do tipo de incerteza caracterizada. Para o caso em estudo deseja-se representar dinâmicas em altas frequências negligenciadas e zeros no semiplano direito incertos. Logo utilizou-se a incerteza multiplicativa na saída. Assim a nova planta descrita através da incerteza é representada por

$$G(s) = G_0(s) \times (1 + \tilde{W}_2(s)) \quad (\text{A.1})$$

em que,  $G_0(s)$  denota a FT da planta nominal, assim  $G_0(s) = G_{vd,C}(s)$ . Já  $\tilde{W}_2(s)$  é uma função de transferência que quantifica as variações em frequência da planta. Desse modo pode-se representar o sistema real em malha fechada pelo diagrama de blocos da Figura A.1.

Figura A.1 – Representação do modelo com incerteza não estruturada.



Como a dinâmica adicionada na FT  $G_{vd,C}(s)$  pelo acoplamento é definida por  $\Delta_{vd,LC}(s)$ , utilizou-se  $\Delta_{vd}(s)$  para determinar a incerteza  $\tilde{W}_2(s)$ . Já que  $G(s) = G_{vd,C}(s)\Delta_{vd}(s)$ , substituiu-se essa expressão em (A.1) resultando em

$$G_{vd,C}(s)\Delta_{vd}(s) = G_{vd,C}(s)(1 + \tilde{W}_2(s)) \quad (\text{A.2})$$

em que, isolando  $\tilde{W}_2$  chega-se em

$$\tilde{W}_2(s) = 1 - \Delta_{vd}(s) \quad (\text{A.3})$$

A incerteza não estruturada  $\tilde{W}_2$  possui parâmetros incertos como é o caso da carga  $R_L$ ,  $C_F$  e  $L_F$ . Assim pode-se realizar uma análise para variação desses parâmetro, que no caso limita-se aos intervalos

$$\begin{aligned} \delta_{RL,max} &\leq R_L \leq \delta_{RL,min} \\ \delta_{CF,max} &\leq C_F \leq \delta_{CF,min} \\ \delta_{LF,max} &\leq L_F \leq \delta_{LF,min} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

em que  $\delta_{RL,max} = 3\Omega$  representa a carga para uma variação de 50% de seu valor nominal,  $\delta_{RL,min} = 1\Omega$  é o valor da carga para um aumento de 150% de seu valor nominal,  $\delta_{CF,max} = C_F + (0,1C_F)$  e  $\delta_{CF,min} = C_F - (0,1C_F)$  representam uma variação de  $\pm 10\%$  da capacitância do filtro  $LC$ ,  $\delta_{LF,min} = L_F - (0,1L_F)$  e  $\delta_{LF,max} = L_F + (0,1L_F)$  determinam uma variação de  $\pm 10\%$  da indutância do filtro  $LC$ . Na Figura A.2 mostra-se o diagrama de Bode de  $\tilde{W}_2(s)$  para variações de  $R_L$ ,  $C_F$  e  $L_F$  nos extremo dos vértices. Com isso define-se um limitante superior  $W_2(s)$  para  $\tilde{W}_2(s)$  que engloba todas as variações de parâmetros, desse modo tem-se

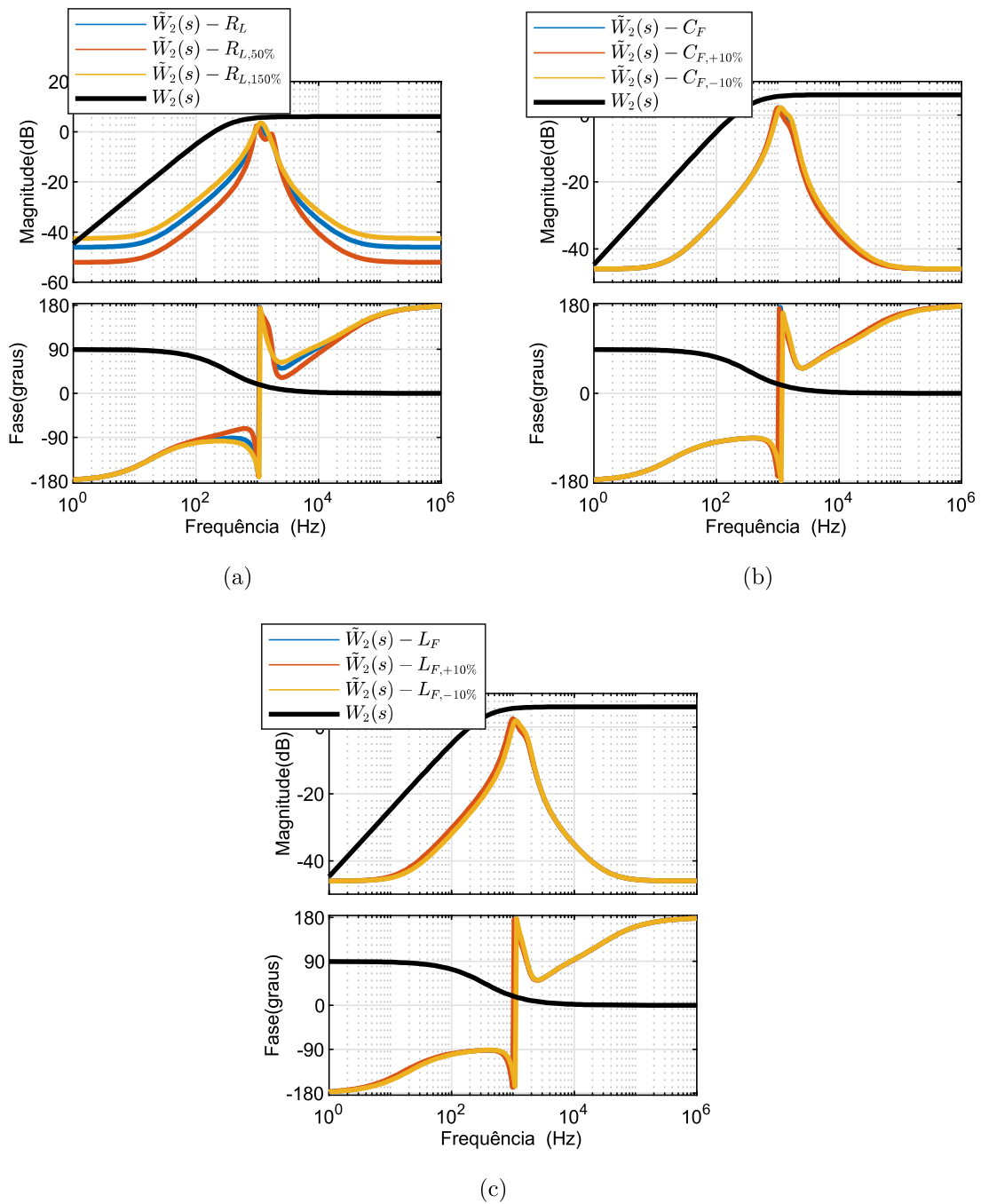
$$|\tilde{W}_2| \leq |W_2| \quad (\text{A.5})$$

O limitante superior  $W_2(s)$  foi descrito por um filtro passa alta como é apresentado na Figura A.2. Logo.  $W_2(s)$  é descrito por

$$W_2(s) = \frac{\tau s + r_0}{\left(\frac{\tau}{r_\infty}\right)s + 1} \quad (\text{A.6})$$

em que,  $r_0$  indica a incerteza relativa em estado estacionário,  $1/\tau$  é aproximadamente a frequência na qual a resposta tem magnitude 1,  $r_\infty$  é a magnitude da ponderação em altas frequências (valores típicos,  $r_\infty \geq 2$ ). Assim utilizou-se  $r_0 = 0$ ,  $1/\tau = 1,08$  kHz que é a frequência com maior magnitude de  $\tilde{W}_2(s)$  e  $r_\infty = 2$ .

Figura A.2 – Diagrama de Bode da incerteza  $\tilde{W}_2(s)$  e o limite superior  $W_2(s)$  perante a variações nos parâmetros do sistema; (a)  $R_L$ ; (b)  $C_F$ ; (c)  $L_F$ .



Com isso pode-se definir um critério de estabilidade robusta baseado no teorema do pequeno ganho (ZHOU; DOYLE, 1998) e em (PALHARES, 2018). Logo, considerando o controlador  $G_C(s)$  obtido usando como referência a planta nominal  $G_0(s)$ , e que o sistema é estável em malha fechada. Assim, o diagrama de Nyquist de  $G_C(s)G_0(s)$  não cruza o ponto  $-1$ . Por isso a equação característica

$$1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega) = 0 \tag{A.7}$$

nunca será satisfeita para qualquer valor de  $\omega$ . Por outro lado para que a planta incerta descrita pela Equação (A.1) possa ser robustamente estável, a equação característica  $1 + G_C(s)G(s) = 0$  não deve se anular para qualquer frequência  $\omega$ , e quaisquer valor de  $\tilde{W}_2(s)$ . Com isso, pode-se obter o requisito para satisfazer o critério de estabilidade robusta considerando que

$$1 + G_C(j\omega)G(j\omega) \neq 0, \quad \forall \omega \quad (\text{A.8})$$

$$1 + G_C(j\omega)[G_0(j\omega)(1 + \tilde{W}_2)(j\omega)] \neq 0 \quad (\text{A.9})$$

em que, coloca-se o termo  $1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)$  em evidência

$$(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)) \left( 1 + \frac{G_C(j\omega)G_0(j\omega)}{1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)} \tilde{W}_2(j\omega) \right) \neq 0 \quad (\text{A.10})$$

Define-se  $\tau$  como sendo a função de sensibilidade complementar

$$\mathcal{T}(j\omega) \triangleq \frac{G_C(j\omega)G_0(j\omega)}{1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)} \quad (\text{A.11})$$

logo,

$$(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega))(1 + \mathcal{T}(j\omega)\tilde{W}_2(j\omega)) \neq 0 \quad (\text{A.12})$$

Como o sistema nominal é estável, então necessariamente  $(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)) \neq 0$  para qualquer frequência,  $\omega$ , e quaisquer  $\tilde{W}_2(j\omega)$ . Então a partir de (A.12) chega-se a

$$|\mathcal{T}(j\omega)\tilde{W}_2(j\omega)| < 1 \quad (\text{A.13})$$

em que,

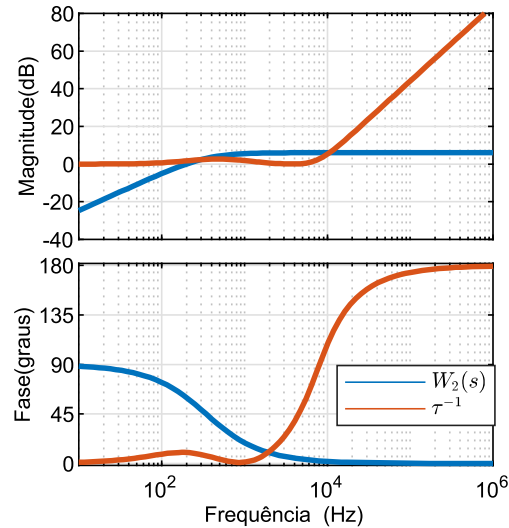
$$|\mathcal{T}(j\omega)| |\tilde{W}_2(j\omega)| < 1 \quad (\text{A.14})$$

logo, considerando o limitante superior  $|\tilde{W}_2(j\omega)| \leq |W_2(j\omega)|$  chega-se na condição de estabilidade robusta (ER)

$$\mathbf{ER} \Leftrightarrow |W_2(j\omega)| < |\mathcal{T}^{-1}(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (\text{A.15})$$

Assim o sistema será **ER** se (A.15) for satisfeita. Se a condição de estabilidade robusta com o limitante  $W_2(s)$  não for satisfeita, o sistema em malha fechada pode ou não ser estável. Para o caso da Figura A.3 verifica-se que a condição **ER** da Equação (A.15) não é satisfeita para o sistema em cascata. Já que  $|W_2(j\omega)|$  não é menor que  $|\mathcal{T}(j\omega)|$  para todas as frequências. Esse método de análise da estabilidade traz como vantagem a possibilidade de ser empregada como uma metodologia de auxílio ao reprojeto do controlador  $G_c(s)$ . Com isso, pode-se incluir no projeto de  $G_c(s)$  a variação de parâmetros do filtro  $LC$ , o que não é possível pelo método clássico utilizado.



Figura A.3 – Diagrama de Bode do limite superior  $W_2(s)$  e da função de ponderação  $\mathcal{T}^{-1}(s)$ .

## A.1 CONSIDERAÇÕES

Foi apresentado uma maneira de tratar o problema de estabilidade do sistema em cascata por meio da teoria de controle robusto. Com isso uma condição de estabilidade robusta (**ER**) foi obtido, considerando incertezas estruturadas e não estruturadas, por meio de um novo modelo que representou as dinâmicas não modeladas encontradas no formato de incertezas multiplicativas na saída. A vantagem dessa ferramenta é que pode ser explorada para projeto de controladores robustos, diferente do critério de Middlebrook que é uma excelente ferramenta para análise da estabilidade. Pode-se utilizar a ferramenta de estabilidade robusta para desenvolver controladores que estabilizem o sistema e garantam um bom desempenho frente a incertezas.



## Apêndice B – Técnicas de Estabilização

Este apêndice apresenta possíveis soluções para o problema de estabilidade de um sistema em cascata. Com base nas análises apresentadas no Capítulo 2 foram desenvolvidas estratégias de estabilização baseadas em leis de controle. São apresentados duas estratégias distintas, a técnica de impedância virtual *Parallel Virtual Impedance* (PVI) (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015), uma técnica adaptada de (SUN et al., 2016) a qual elimina os zeros de fase não mínima do sistema.

### B.1 MÉTODO DE ESTABILIZAÇÃO DA IMPEDÂNCIA VIRTUAL

Como o sistema é de fase não-mínima uma solução interessante para resolver o problema de oscilações seria utilizar um controle *feedforward* em conjunto com o compensador PID. Assim, Para solucionar o problema de oscilações optou-se por uma técnica de estabilização ativa, denominada *Parallel Virtual Impedance* (PVI) que foi desenvolvida por (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015). Essa técnica de controle adiciona uma ação *feedforward* na tensão de entrada  $\bar{v}_{in}(s)$  como é apresentado na Figura B.1. Esse método tem como objetivo modificar a impedância de entrada do Estágio Carga. A modificação em  $Z_{in,C}(s)$  é realizado pela FT  $G_{PVI}(s)$  que é definida por

$$G_{PVI}(s) = G_Z(s)P_oG_{FPB}(s) \quad (\text{B.1})$$

em que,  $P_o = 150 \text{ W}$  é a potência de saída do EC,  $G_Z(s)$  é representado por

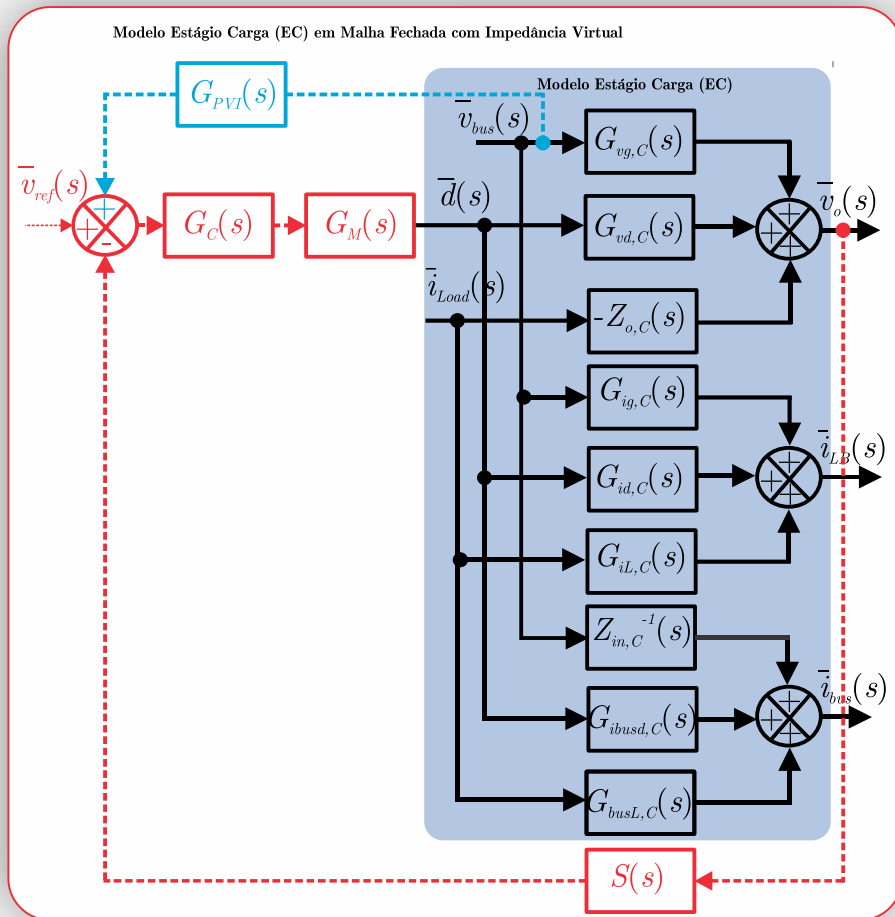
$$G_Z(s) = \frac{2S(s)R_L}{V_{bus}V_o[s^2L_FC_F + s(R_LC_F + L_F/R_L) + 2]} \quad (\text{B.2})$$

Para implementar o método PVI é necessário utilizar um filtro passa banda  $G_{FPB}(s)$  como é demonstrado por (ZHANG; RUAN; ZHONG, 2015), o qual é representado por

$$G_{FPB}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_1}{Q_H}\right)s + \omega_1^2} \cdot \frac{\omega_2^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_2}{Q_L}\right)s + \omega_2^2} \quad (\text{B.3})$$

onde  $\omega_1 = 2\pi f_1$  e  $\omega_2 = 2\pi f_2$  são as frequências angulares características. Para o caso em estudo,  $f_1 = 1,06 \text{ kHz}$  e  $f_2 = 1,11 \text{ kHz}$ , e foram obtidas através da análise da estabilidade pelo critério de Middlebrook, são as frequências em que  $Z_{in,C,MF}(s)$  e  $Z_{o,F}(s)$  se intersectam. Já  $Q_H = Q_L = 0,707$  são os fatores de qualidade do filtro.

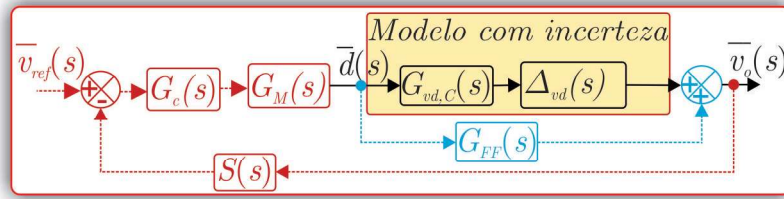
Figura B.1 – Modelo do conversor carga baseado em FTs, com compensador na tensão de saída  $v_o(t)$  e com a técnica de estabilização  $G_{PVI}(s)$ .



## B.2 MÉTODO DE ESTABILIZAÇÃO POR *FEEDFORWARD*

Como foi discutido no Capítulo 2, pode-se dizer que o sistema em estudo fica instável devido ao zeros de fase não mínima que trazem os polos para o SPD, devido ao ganho alto do controlador. Assim uma maneira de estabilizar o sistema seria torna-lo de fase mínima novamente. O método desenvolvido por (SUN et al., 2016) permite que sistema de fase não mínima tornem-se de fase mínima. Para isso é adicionado uma ação *feedforward* entre a entrada de controle  $u(s)$  e a saída do sistema  $y(s)$  com é mostrado na Figura B.2.

Figura B.2 – Modelo do sistema acoplado em malha fechada e com o método de estabilização *feedforward*.



Assim, desenvolveu-se uma metodologia de projeto para o controlador  $G_{FF}(s)$ , com objetivo de estabilizar o sistema e obter uma dinâmica parecida com a do conversor Buck operando sem o acoplamento do EF. Assim resolvendo o diagrama de blocos da Figura B.2, chega-se a equação em malha fechada do *feedforward* definida por

$$G_{vd,\Delta,FF}(s) = G_{vd,C}(s)\Delta_{vd}(s) + G_{FF}(s) \quad (B.4)$$

Nessa equação substitui-se  $G_{vd,\Delta,FF}(s)$  por  $G_{vd,C}(s)$ , já que é a dinâmica desejada, assim chega-se em

$$G_{vd,C}(s) = G_{vd,C}(s)\Delta_{vd}(s) + G_{FF}(s) \quad (B.5)$$

em que, isolando a FT  $G_{FF}(s)$  e colocando  $G_{vd,C}(s)$  em evidência chega-se em

$$G_{FF}(s) = G_{vd,C}(s)(1 - \Delta_{vd}(s)) \quad (B.6)$$

A nova função de transferência em malha fechada considerando a dinâmica do acoplamento e o controlador *feedforward* fica definida por

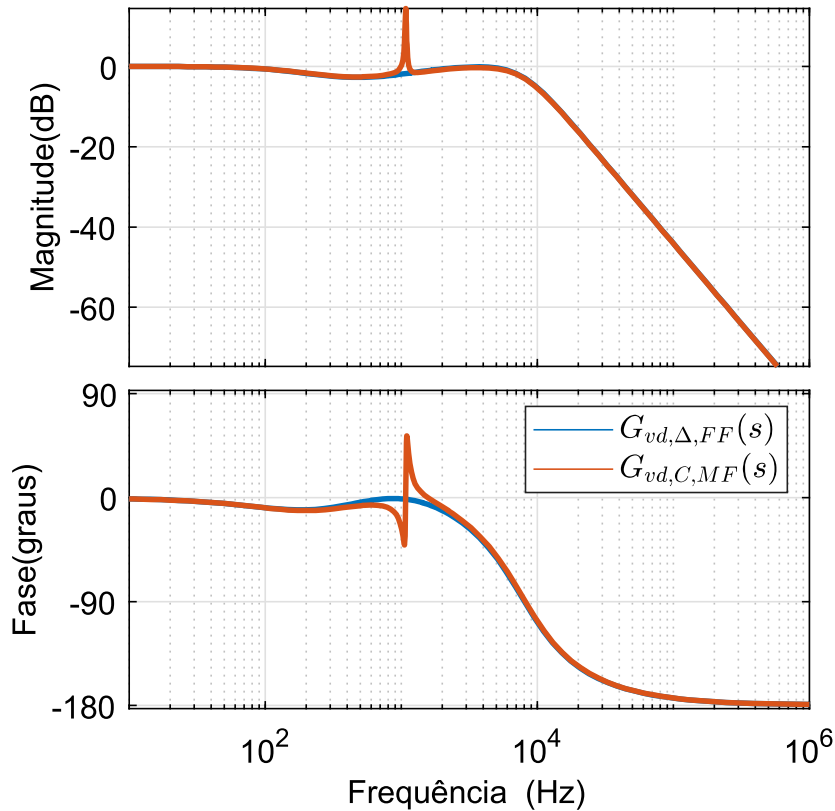
$$G_{vd,\Delta,FF}(s) = \frac{T_{v,\Delta,FF}(s)}{1 + T_{v,\Delta,FF}(s)} \quad (B.7)$$

onde,  $T_{v,\Delta,FF}(s)$  é definido como

$$T_{v,\Delta,FF}(s) = G_c(s)(G_{vd,C}(s)\Delta_{vd}(s) + G_{FF}(s)) \quad (B.8)$$

Na Figura B.3 é feito uma comparação entre os diagramas de Bode da  $G_{vd,\Delta,FF}(s)$  e  $G_{vd,C,MF}(s)$ . Pode-se ver que a  $G_{vd,\Delta,FF}(s)$  ficou semelhante a função  $G_{vd,C,MF}(s)$  do projeto original, como foi especificado, ou seja o pico de ressonância na frequência de 1,08 kHz foi atenuado. Dessa forma pode-se dizer que o sistema em cascata com o controle  $G_{FF}(s)$  vai ser estável.

Figura B.3 – Comparação entre o diagrama de Bode do sistema acoplado em malha fechada com o método *feedforward*  $G_{vd,\Delta,FF}(s)$  e sem  $G_{vd,C,MF}(s)$ .



### B.3 RESULTADOS

Os resultados obtidos para o sistema acoplado quando o EC utiliza o controlador PID  $G_C(s)$  em conjunto com a técnica de impedância virtual  $G_{PVI}(s)$  são apresentados na Figura B.4 e B.5. Na Figura B.4 mostra-se que o controlador  $G_{PVI}(s)$  é capaz de estabilizar o sistema em cascata, em que, no momento 0,1s a técnica de impedância virtual começa a operar e pode-se ver que o sistema demora em torno de 100ms para estabilizar. Já, na Figura B.5 mostra-se como o método  $G_{PVI}(s)$  em conjunto com o  $G_C(s)$  se comporta frente a variação na carga. Pode-se ver que o sistema de controle foi capaz de garantir a estabilidade frente as variações, assim como um desempenho aceitável.

Figura B.4 – Resultados obtidos para o sistema acoplado, quando o EC utiliza a técnica de impedância virtual  $G_{PVI}(s)$ .

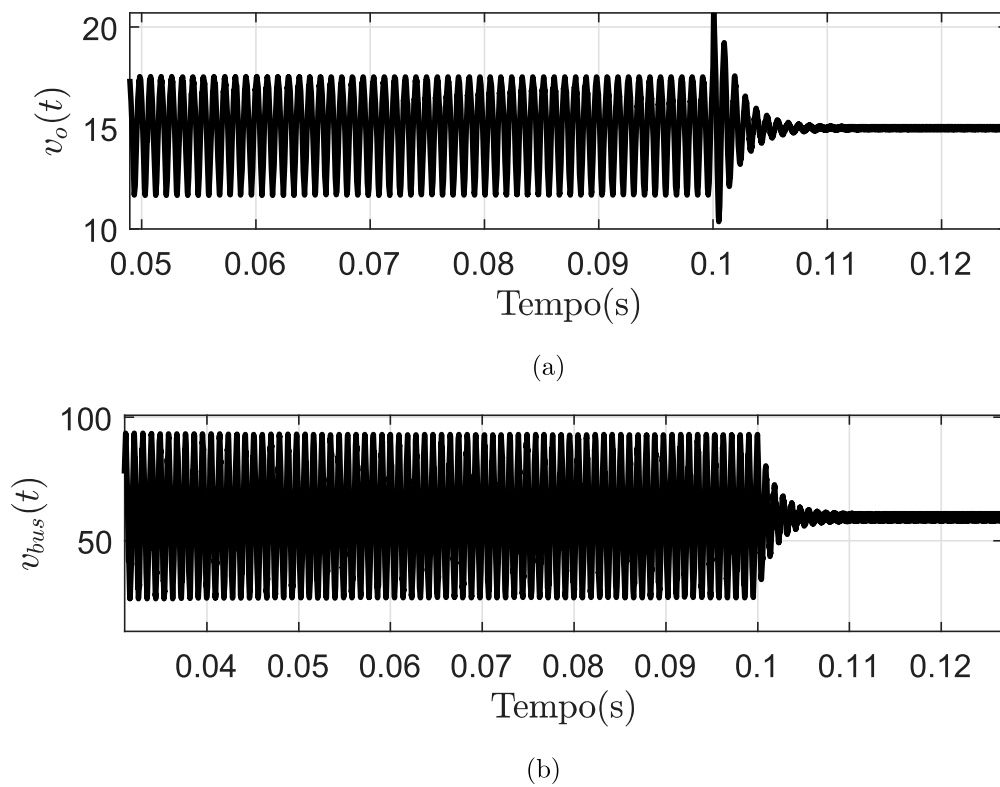
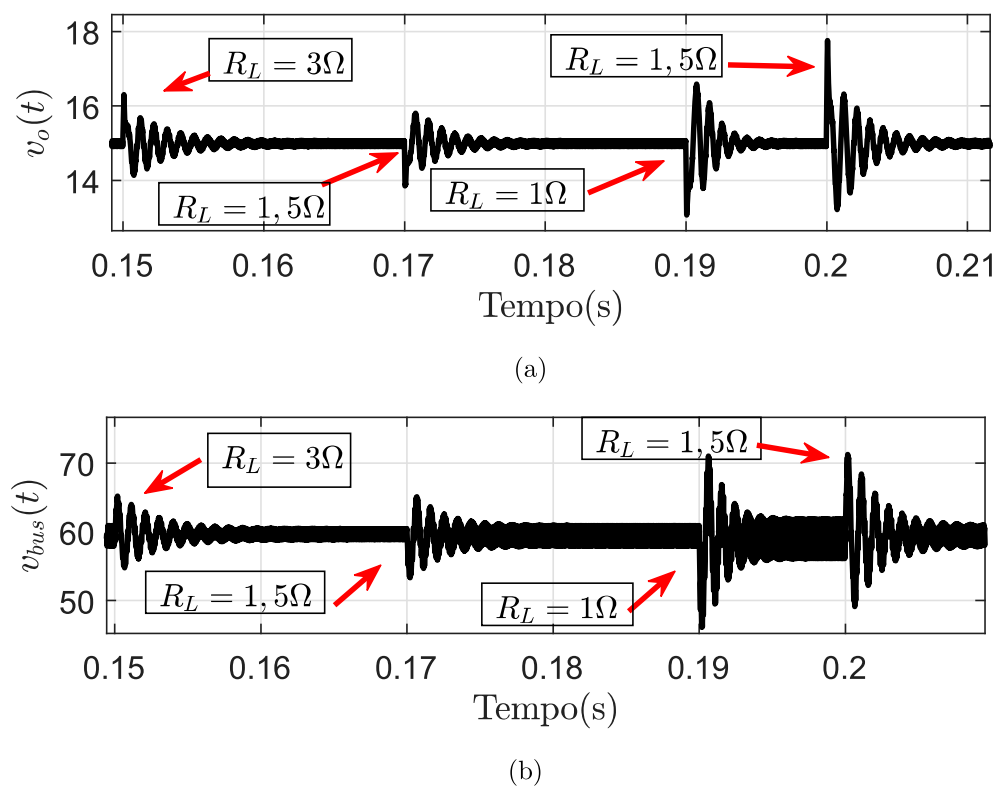


Figura B.5 – Resultados obtidos para o sistema acoplado frente a variações na carga, quando o EC utiliza a técnica de impedância virtual  $G_{PVI}(s)$ .



Os resultados obtidos do sistema acoplado quando o EC utilizada o controlador PID em conjunto com a técnica *feedforward* descrita, são apresentados nas Figuras B.6 e B.7. Na Figura B.6 o controlador *feedforward* começa a operar em  $t = 0,1s$ , pode-se ver que o sistema é estabilizado, com isso a frequência da oscilação é atenuada. Já, na Figura B.7 é apresentado os resultados para o sistema com o controlador de tensão e *feedforward*, frente a variações na carga  $R_L$ .

Ao analisar a Figura B.7 pode-se ver que o sistema se mantém estável mesmo frente a distúrbios na carga, apresentado um desempenho satisfatório. Mas uma desvantagem desse método de estabilização é que para sua implementação prática é necessário que um novo circuito seja adicionado ao sistema para injetar o sinal na saída do EC. Isso gera custos adicionais para o sistema. Sendo assim, o ideal seria uma solução em *software*.

Figura B.6 – Resultado obtido para o sistema acoplado em malha fechada com o método de estabilização; (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $v_{bus}(t)$ ; (c) FFT de  $v_o(t)$ .

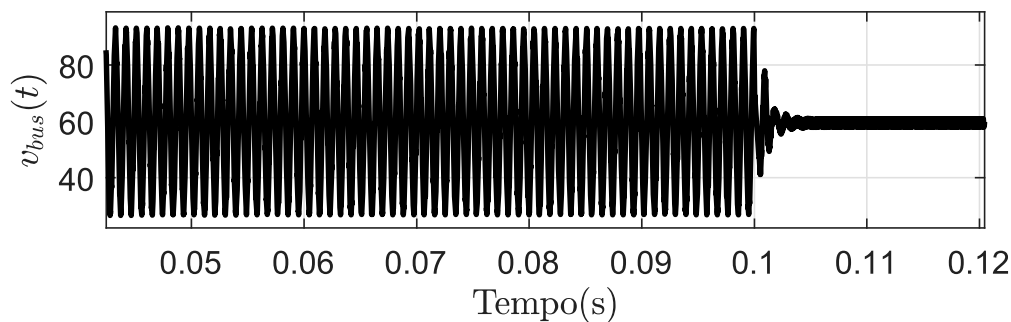
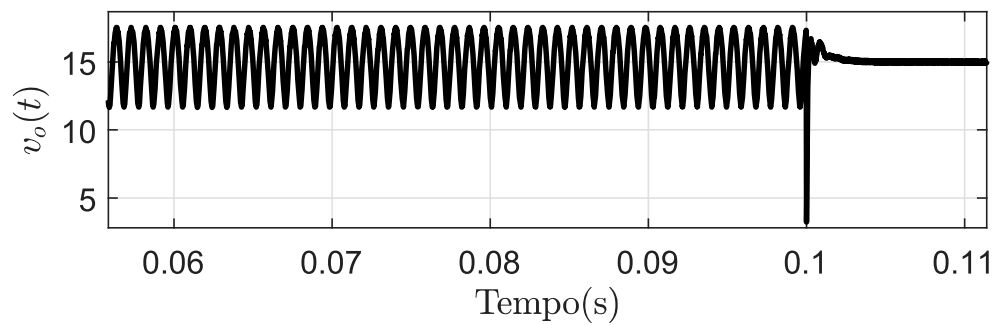
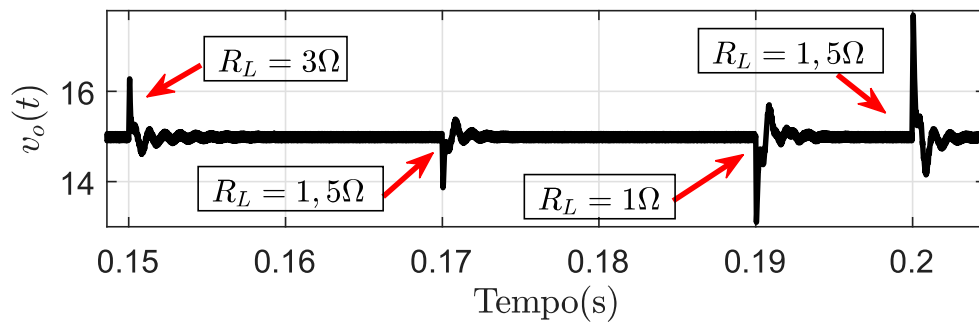
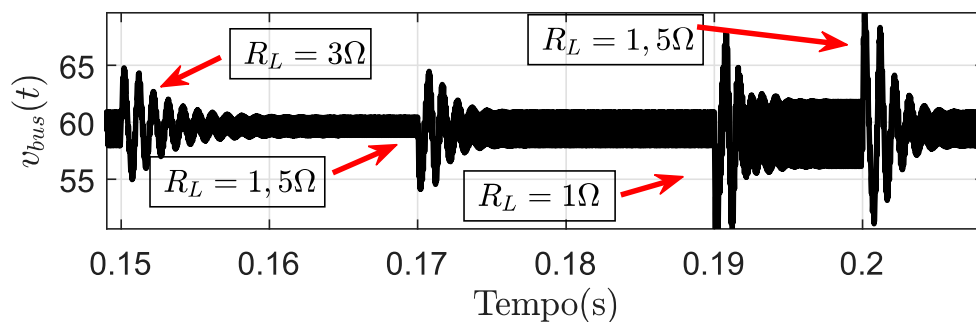




Figura B.7 – Resultado obtido para o sistema acoplado em malha fechada com o método de estabilização; (a)  $v_o(t)$ ; (b)  $v_{bus}(t)$ ; (c) FFT de  $v_o(t)$ .



(a)



(b)

#### B.4 CONSIDERAÇÕES

Neste apêndice foram apresentados dois métodos para estabilizar o sistema em cascata estudado. Mostrou-se que a técnica de impedância virtual PVI foi capaz de estabilizar o sistema em cascata, além de ser de fácil projeto. Já, que necessita o conhecimento apenas das frequências de intersecção entres as impedâncias  $Z_{o,F}(s)$  e  $Z_{in,C,MF}(s)$  obtidas por meio do critério de Middlebrook, e que foi capaz de estabilizar o sistema.

Baseado nas análises realizadas no Capítulo 2 que indicaram que o problema das oscilações é devido ao sistema se tornar de fase não mínima. Foi apresentado uma metodologia para projetar um controlador que aloca os zeros do SPD para o SPE, e cancela a dinâmica do acoplamento  $\Delta_{vd}(s)$ . Fazendo com que o sistema em cascata apresente uma dinâmica parecida com a do Estágio Carga operando sem o EF. Através dos resultados obtidos mostrou-se eficiente em estabilizar o sistema mesmo frente a distúrbios.

Contudo, essas técnicas apresentadas não levam em conta incertezas presentes no sistema. Como foi demonstrado, os valores da indutância e da capacitância do filtro  $LC$  (EF) podem variar e afetam expressivamente a estabilidade do sistema. Em relação a implementação prática, para o controlador PVI são necessários dois sensores, um para medir

a tensão do barramento e outro para tensão de saída. Diferente da solução apresentada no Capítulo 3, a qual faz uso apenas de um sensor. Com isso pode-se dizer que a melhor solução vai depender da aplicação, ou seja, se for um sistema de baixa potência talvez o custo de um sensor extra é mais viável que o de um processador com elevado desempenho para implementar o controlador adaptativo. Da mesma forma, em uma aplicação de potência elevada o custo de um processador de ótimo desempenho pode ser mais viável que de um sensor extra. Já o método chamado de *feedforward* talvez não compense em questões de custo e dificuldade de implementação, já que é necessário desenvolver um circuito que deve-se acoplar ao sistema, gerando diversas desvantagens como custo, perdas, entre outras.