



**Universidade Federal de Santa Maria - UFSM**  
**Educação a Distância da UFSM - EAD**  
**Projeto Universidade Aberta do Brasil - UAB**

**Especialização em Tecnologias da Informação e da Comunicação**  
**Aplicadas à Educação**  
**PÓLO: Santana do Livramento**  
**DISCIPLINA: Elaboração de Artigo Científico**  
**PROFESSOR ORIENTADOR: Ana Marli Bulegon**  
29/11/2010

**O GeoGebra e a Música como recursos auxiliares no ensino das**  
**Funções Trigonométricas**

*The GeoGebra and Music as helpful resources in the teaching of Trigonometric Functions*

**LINCK, Fábio Gomes**

Licenciado em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos

**Resumo:** O presente trabalho tem como proposta apresentar as razões que justificam desenvolver atividades com o uso da música e de recursos providos do computador, como o *software GeoGebra*, para auxiliar no ensino e na aprendizagem de funções trigonométricas. Para tanto, foi realizada uma intervenção pedagógica com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual na cidade de Santana do Livramento/RS no ano de 2010. As observações e anotações realizadas permitiram concluir que as atividades empolgaram os alunos, proporcionaram a interação entre eles e facilitaram a construção dos conceitos que foram trabalhados.

Palavras-chave: música, GeoGebra, ensino médio, ensino e aprendizagem

**Abstract:** *The present work has as proposal to present the reasons that justify developing activities with the use of music and resources from the computer, how the software GeoGebra, to assist in teaching and in learning of trigonometric functions. For both, was performed a pedagogical intervention with third graders of High School, of a state school at Santana do Livramento/RS in year 2010. The observations and notes written allowed to conclude that the activities stirred up the students, provided the interaction between them and facilitated the construction of concepts that were worked.*

**Keywords:** *music, GeoGebra, high school, teaching and learning*

## 1 INTRODUÇÃO

Ao se falar de matemática escolar lembra-se, na maioria das vezes, de um cenário voltado para uma prática rígida, inflexível, que trabalha basicamente com conteúdos específicos a serem cobrados em provas e em concursos. Como resultado de tudo isso, tem-se alunos totalmente desinteressados nas aulas de matemática, acarretando, com freqüência, o fracasso escolar que se encontra nos dias atuais.

Muitos acreditam que esse quadro deve-se à má preparação, à desmotivação e à desvalorização dos professores. Segundo estudo apresentado por Duarte e Mesquita (2008), a maioria dos professores de matemática em exercício se formou há mais de 20 anos, a sociedade e os alunos mudaram, a escola, porém, continua a mesma.

Outros vão além, e atribuem a questões e aos interesses políticos dos governantes, muitas vezes, preocupados com seus próprios interesses e “esquecendo-se” de investir na educação. Mas, os professores de matemática, devem estar dispostos a intervir e modificar esta realidade.

Segundo pesquisadores, como Fernandes (2006), uma boa forma de tornar a aprendizagem de matemática mais relevante e significativa é contextualizar e aproximar o que está sendo ensinado com a realidade dos alunos. As formas de se fazer isso podem ser as mais amplas possíveis, e uma perspectiva que se adapta a isso é a globalização. Entende-se por globalização as maneiras de relacionar os saberes, sem acumulá-los. E neste trabalho procurou-se estudar formas de se trabalhar com música nas aulas de matemática, através de recursos provindos do computador.

Nas atividades desenvolvidas com os alunos, o autor aproveitou o fato de ser músico e professor, para relacionar essas duas áreas de conhecimento em suas aulas. Como também é aluno do curso de TICs, o autor aproveitou as potencialidades que o computador oferece para fazer uso das tecnologias educacionais envolvendo a música e a matemática.

Para Cysneiro (2000) o computador é:

[...] uma tecnologia educacional quando for parte de um conjunto de ações (práxis) na escola, no lar ou noutro local com o objetivo de ensinar ou aprender (digitar um texto de aula, usar um software educacional ou acessar um site na Internet), envolvendo uma relação com alguém que ensina ou com um aprendiz. No entanto, o computador não é uma tecnologia educacional quando empregado para atividades sem qualquer relação com ensino ou aprendizagem, como o controle de estoque em uma empresa. (CYSNEIRO, 2001, p. 03).

Outra forma de globalização, e que pode tornar a aprendizagem significativa, é a interdisciplinaridade. Nela, os professores trabalham em conjunto, o que possibilita uma integração entre as disciplinas e torna o conteúdo da aula muito mais interessante para o aluno.

Para dar significado ao ensino e aprendizagem de matemática, pensou-se na música e suas relações com a matemática para desenvolver este trabalho. Tal justificativa se dá pelo fato do autor do projeto ser músico profissional. Porém, o simples fato de ser músico não implica em conhecer nem se interessar pelo estudo das relações da música com a matemática. Além disso, para se saber música não é preciso, necessariamente, saber matemática.

A escolha por este assunto justifica-se particularmente pelo fato dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) preverem que o estudo de trigonometria está diretamente ligado à aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades, e os aspectos mais importantes são os estudos das funções trigonométricas e de seus gráficos (BRASIL, 1998). Como os sons musicais estão ligados ao gráfico da senoíde, acredita-se que ao relacionar a música e a matemática, pode-se tornar o ensino do conteúdo nesta intervenção pedagógica mais relevante.

Este trabalho teve como enfoque o estudo das funções seno e cosseno, particularmente o comportamento da senoíde, conforme os parâmetros de cada função. A implementação da pesquisa ocorreu com alunos do Ensino Médio de uma Escola Estadual na cidade de Santana do Livramento/RS.

Esta pesquisa trata de um estudo exploratório, de caráter qualitativo. O objeto de estudo são as contribuições que a música e os recursos provindos do computador,

especificamente o *software GeoGebra*, apresentam no ensino e na aprendizagem da matemática.

Foram capturadas imagens dos alunos enquanto realizavam as atividades, da tela do computador com as produções realizadas pelos alunos, assim como os arquivos das construções realizadas por eles. Outra forma de coletar os dados deu-se através de gravações das falas dos alunos durante as aulas. As avaliações escritas também serviram como um instrumento útil para a coleta de dados. Com isso, surgiram subsídios suficientes para diagnosticar os resultados atingidos durante esta intervenção pedagógica.

O texto a seguir apresenta subsídios teóricos que embasaram esta pesquisa, como o uso da Música e de *softwares* no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. No item resultados e discussões, são apresentadas as conclusões da implementação desta pesquisa. E por fim, as considerações finais e as referências bibliográficas.

## **2 A MÚSICA NO PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM**

Ao inserir a música no processo de ensino e aprendizagem de matemática, as idéias da teoria construtivista são as que mais se encaixam no objetivo desta pesquisa. Para Becker (2001), existem duas condições para a construção do conhecimento:

Que o aluno aja sobre o material que o professor presume que tenha algo de cognitivamente interessante, ou melhor, significativo para o aluno; que o aluno responda para si mesmo às perturbações provocadas pela assimilação do material, ou, que o aluno se aproprie, em segundo momento, não mais do material, mas dos mecanismos íntimos de suas ações sobre este material; tal processo far-se-á por reflexionamento e reflexão, a partir das questões levantadas pelos próprios alunos e das perguntas levantadas pelo professor, de todos os desdobramentos que daí ocorrerem. (BECKER, 2001, p. 23).

A música, assim como o conhecimento, faz parte da vida desde quando se nasce. E tal idéia é destacada pelo mesmo autor:

[...] o conhecimento tem início quando o recém-nascido age, assimilando alguma coisa no meio físico ou social. Esse conteúdo assimilado, ao entrar no mundo do sujeito, provoca aí, perturbações, pois traz consigo algo novo, para o qual a estrutura assimiladora não tem instrumento. (BECKER, 2001, p. 25).

Para o referido autor, o construtivista não parte do princípio que o aluno aprenda tudo da estaca zero: “Ele acredita que tudo o que aluno construiu até hoje em sua vida serve de patamar para continuar a construir e que alguma porta se abrirá para o novo conhecimento, é só questão de descobri-la; ele descobre isso por construção.” (BECKER, 2001, p. 24).

A educação, para o construtivista, só ocorre através da interação do aluno, baseado em sua experiência de vida, com o novo conteúdo trazido pelo professor. Ou seja, a educação dá-se através da construção do conhecimento. A introdução da música no ensino tem a intenção de trabalhar-se um novo conteúdo – de matemática, no caso – a partir de algo que esteja no cotidiano do aluno e que ele conheça: a música. Corroborando com isso, Maffioletti (2007, *online*), afirma que “o valor da educação musical para a matemática, reside no fato da música trabalhar com a organização de espaço-temporal e isso é uma competência cognitiva importante de ser desenvolvida e exercitada.”

Assim como as idéias construtivistas, a intenção de relacionar a música ao conteúdo de matemática tenta quebrar um pouco as formas tradicionais de ensino, nas quais o professor dita as regras, ensina a matéria e aplica “provas”.

### **3 A MATEMÁTICA NA MÚSICA**

O som musical é produzido por vibrações periodicamente regulares. Então, os diferentes sons produzidos pelos mais diversos instrumentos musicais, que atualmente se conhece, nada mais são do que diferentes oscilações produzidas pelas vibrações destes instrumentos.

Priolli (1987, p. 63) afirma ainda que o som é definido por três propriedades: a altura, que “consiste na maior ou menor elevação do som, e depende do maior ou menor número de vibrações executadas num tempo dado”; a intensidade, que é o “grau de força com que se apresenta o som e depende da amplitude das vibrações”; e o timbre, que é “personalidade do som. Ao se ouvir um mesmo som produzido por vozes ou instrumentos diferentes, é por meio do timbre que se reconhece esta ou aquela voz, ou ainda qual o instrumento que o produziu.”

Pelas descrições, se percebe que a vibração está presente em cada uma das propriedades. Por vibração entende-se o movimento de um ponto que oscila em torno de um ponto de referência.

Quem determina a altura, por exemplo, é o número de oscilações dessas vibrações. Segundo Ratton (2002), o ouvido humano só pode perceber sons que tenham de 20 até 20.000 oscilações por segundo. Por outro lado, dentro da faixa dos sons audíveis, aqueles que têm oscilações mais baixas, de 20 a 200 oscilações por segundo, são chamados de graves, enquanto os que têm oscilações mais altas, de 5.000 a 20.000, são chamados de agudos; os sons na faixa intermediária são chamados de médios.

Para ser um pouco mais claro, vamos usar o exemplo de uma harpa, instrumento de cordas dedilháveis. Se percebe que cada corda da harpa emite um som diferente do outro, ou seja, o número de oscilações produzidas por segundo por cada corda varia de uma para outra, dependendo do tamanho da corda. Entende-se por oscilação o movimento periódico, ou seja, que se repete no decorrer do tempo.

Por volta do século VI a.C, o filósofo e matemático Pitágoras realizou uma das mais belas descobertas científicas envolvendo Música e Matemática. Segundo Abdounur (2003), Pitágoras foi quem, possivelmente, inventou o monocórdio, instrumento composto por uma corda, assim como a da harpa, esticada entre dois cavaletes. Foi através do monocórdio que Pitágoras estabeleceu várias relações entre frações e o som emitido por este seu invento.

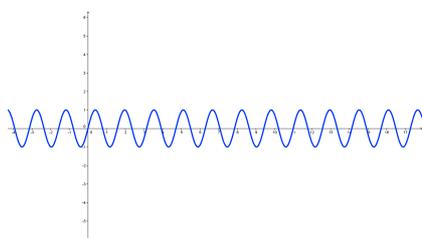


**Figura 1** – Monocórdio<sup>1</sup>, o invento de Pitágoras

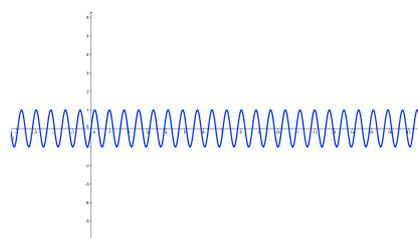
Realizando essa experiência, ele comprovou que, pressionando a corda em diferentes pontos, ouviam-se sons diferentes. O que ele fez, mais precisamente falando, foi

friccionar a corda nos pontos situados a  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{2}$  do comprimento da corda. Então, se ao vibrar a corda com seu comprimento inicial, com a redução da corda nestas porções, ouviremos fá, sol e o dó com o dobro de oscilações, ou seja, mais agudo do que o original.

Abdounur (2003) evidencia a experiência afirmando que se o comprimento inicial da corda for 12 cm, então se reduzir para 9 cm se escuta o fá, para 8 cm o sol, e para 6 cm o dó mais agudo, ou seja, quanto menor o tamanho da corda, mais agudo será o som emitido por ela. A imagem a seguir representa as curvas da função seno conforme a nota musical.



**Figura 2** – nota fá



**Figura 3** – nota sol

Percebe-se que quanto menor o tamanho da corda, menor será o período da função que ela representa. Esta relação entre tamanho e som também pode ser verificada entre dois instrumentos musicais de tamanhos diferentes. Ao comparar dois tambores com volumes distintos, se percebe que o menor sempre produzirá um som mais agudo do que o maior, ou seja, o número de oscilações, produzidas pela vibração do tambor menor, é maior do que no tambor maior, num mesmo intervalo de tempo.

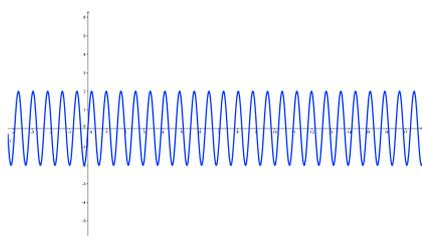
Pode-se dizer que a relação existente entre o tamanho inicial da corda é inversamente proporcional ao número de oscilações por segundo, conforme o exemplo da nota dó apresentado anteriormente.

A descoberta realizada por Pitágoras, em muito, contribuiu para a evolução da música. Porém, como em todas as ciências, na música também ocorreram transformações. Ao longo dos anos, teóricos musicais buscaram desenvolver novas teorias, procurando uma aproximação mais precisa entre os sons e a matemática. Em sua obra *Matemática e Música: pensamento analógico na construção de significados*, Abdounur (2003) apresenta

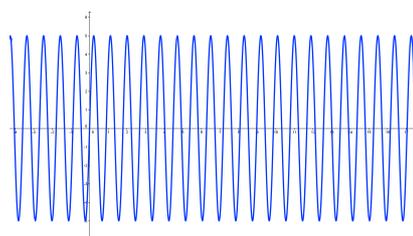
várias teorias sobre o desenvolvimento da formação dos sons, tratando das descobertas realizadas ao longo dos tempos relacionadas à matemática e à música.

Os sons que são escutados em cada instrumento são denominados de notas musicais, e estas são classificadas em dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. É claro que não existem apenas sete tipos de sons diferentes, mas sim sete notas musicais.

Tanto na melodia quanto na harmonia, são estas sete notas que se escutam, seja uma após a outra ou executadas simultaneamente. E entre qualquer uma delas existem relações matemáticas bem interessantes. Por exemplo, quanto maior a intensidade sonora, maior será a amplitude<sup>2</sup> da onda da função que a representa. A imagem a seguir representa a diferença entre sons com intensidades distintas.



**Figura 4** – som menos intenso



**Figura 5** – som mais intenso

Como se percebe nas figuras 4 e 5, o som representado na figura 4 é menos intenso do que o representado na figura 5, pois a amplitude da onda é menor.

Neste sentido vale ressaltar que a função do tipo  $y = A \sin (bx + c) + d$  está diretamente relacionada aos diferentes sons musicais. O parâmetro **A** está associado com a amplitude da onda, ou seja, com a intensidade sonora, e quanto maior o valor de **A**, maior será a intensidade sonora.

#### **4 USO DE SOFTWARES NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Ao analisar o livro didático do Ensino Médio Novo Bezerra Matemática (BEZERRA; JOTA, 1997), percebe-se que os conceitos de trigonometria são tratados de uma maneira bastante formal e tradicional. Analisando também os livros didáticos de Dante (2001), volume único, e Bezerra (2001), observa-se que tratam do ensino de funções trigonométricas através de muitos exercícios repetitivos. E quanto aos gráficos destas

funções, em nenhuma obra se encontra alguma aplicação prática, ou seja, que relacione a construção da senoíde com alguma situação do cotidiano.

Quanto a literatura sobre o ensino e a aprendizagem de trigonometria, Oliveira (2006) afirma que seu aprendizado exige abstração por parte do aluno, mas pode ser facilitado com a utilização de atividades manipulativas. No caso será o uso dos *Softwares Windows Media Player, Frequency Generation e o Geogebra*. Segundo Mussoi et al. (2010):

O GeoGebra é um software livre de Matemática que reúne geometria, álgebra e cálculo. As equações e coordenadas podem ser introduzidas diretamente no teclado. O GeoGebra tem a vantagem de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos. Permite calcular derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise Matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. Foi construído em java e suas applets estão disponibilizadas na Internet, podendo rodar em Windows, Linux e Macintosh. (MUSSOI et al., 2010, p. 05)

Ele possibilita a construção de diversas formas geométricas planas e, ainda, contribui na compreensão de conteúdos como a trigonometria, o estudo de gráficos de funções e a geometria analítica. O Geogebra recebeu várias premiações internacionais na área educacional. Para mais detalhes, pode-se acessar: [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). A imagem a seguir mostra a interface do *software* com algumas construções.

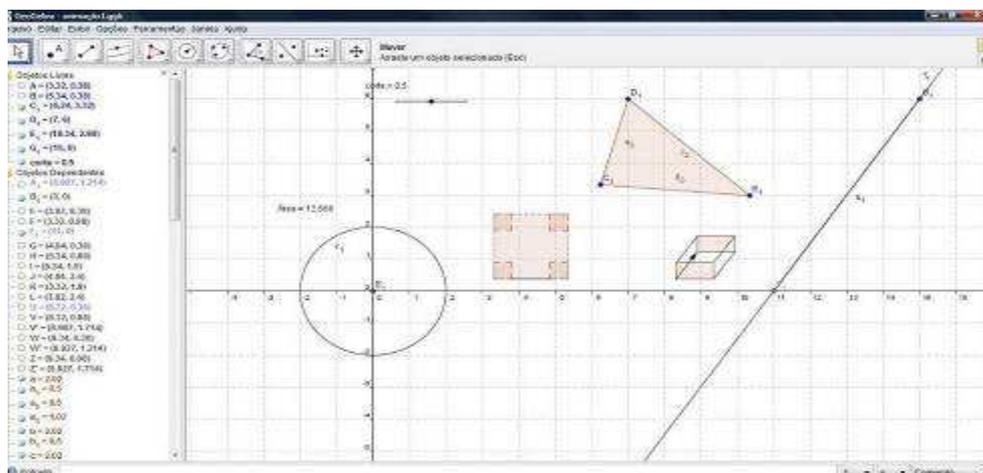


Figura 6 – Interface do GeoGebra

Quanto ao ensino de trigonometria, Barbosa (2009) apresenta um trabalho que faz parte de um projeto de pesquisa que é desenvolvido por pesquisadores da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que tem como objetivo desenvolver materiais de apoio e inovação pedagógica para o Ensino Médio, tomando como referência o conceito de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). A construção de uma THA se baseia

na compreensão do conhecimento atual dos estudantes, aos quais será oferecido um dado ensino, possibilitando o planejamento da aprendizagem de um determinado conceito matemático.

Barbosa (2009) observou práticas de professores com alunos de três turmas diferentes do 2º ano do Ensino Médio da rede pública do Estado de São Paulo. Dentre as atividades propostas tem-se a retomada do conceito de triângulo retângulo, das razões trigonométricas, a resolução de situação aplicando seno, o cosseno e a tangente de um ângulo, a construção do gráfico da função seno e cosseno observando o comportamento de cada um deles. Para melhor entender as situações, o autor prevê as respostas esperadas dos alunos, ou seja, as hipóteses que tinham em relação às expectativas de aprendizagem.

Barbosa (2009) conclui sua pesquisa dizendo que não basta apenas uma boa seqüência de ensino, mas sim que a interação e a participação entre alunos e professores são os principais instrumentos para que se tenha uma aprendizagem significativa em uma perspectiva construtivista. Segundo ele, o planejamento realizado no início do ano letivo se torna algo meramente burocrático, assim, os objetivos dos professores podem ser alterados conforme o andamento das tarefas. Neste sentido, o plano estabelecido pelo professor contendo os objetivos, as atividades a serem realizadas e as hipóteses de aprendizagem dos alunos não bastam para que se tenha uma aprendizagem significativa, mas sim a relação estabelecida entre professores e alunos.

Os professores envolvidos na prática observada por Barbosa (2009) sabiam o conteúdo, porém, a maioria deles não conseguiu motivar os alunos durante as atividades, deixando a desejar como mediadores de situações de aprendizagem.

Assim, a educação, para o construtivista, só se dá através da interação do aluno, baseado em sua experiência de vida, com o novo conteúdo trazido pelo professor. Ou seja, a educação se dá através da construção do conhecimento. A introdução da música no ensino tem a intenção de se trabalhar um novo conteúdo – de matemática, no caso – a partir de algo que esteja no cotidiano do aluno e que ele conheça: a música. Neste sentido, segundo Machado (1995 apud SMOLE, 2000)<sup>3</sup>, acredita-se que o conhecimento

seja construído em rede de significados, por meio de distintas relações, e a essa rede se constitui em um conjunto de competências onde todos os elementos interligam-se.

## **5 CONTEXTO DA PESQUISA**

O laboratório da escola conta com 09 computadores, e devido ao fato de ele estar passando por uma reforma, os computadores encontravam-se instalados na biblioteca da escola. As nove horas de prática se subdividiram em sete encontros ao longo de três semanas.

A prática se iniciou no dia 14 de junho, com a duração de duas horas, no qual estiveram presentes oito alunos. Neste dia o encontro se deu na sala de projeção da escola, um local amplo, onde existem um aparelho de projeção, um reproduzidor de vídeo, caixas de som e várias cadeiras de plástico, ou seja, um local que oferece ótimas condições para se trabalhar com o uso do vídeo. Em um primeiro momento foram apresentados os objetivos, a forma de trabalho que pretendia ser colocada em prática e comentários sobre algumas regras de convivência para o bom andamento do trabalho. Em seguida foi apresentado o vídeo “Arte e Matemática - Parte II”, dizendo aos alunos que a escola possui um exemplar dele, e que também é possível encontrá-lo no *site* do Ministério da Educação. Durante a apresentação os alunos se mantiveram-se atentos na maioria do tempo, principalmente quando relacionava-se os sons e a matemática.

O segundo encontro ocorreu na biblioteca da escola. Estiveram presentes neste dia cinco alunos, destes, apenas um não esteve na aula anterior. Das seis máquinas, duas não estavam ligando, por isso foi substituído o estabilizador delas e assim passaram a funcionar. As mesas com os computadores encontravam-se encostadas na parede da sala, o que dificultou a interação entre alunos e o professor. A imagem a seguir é do local onde os alunos realizaram as atividades.



**Figura 7** – Computadores da escola

O objetivo desta aula era mostrar para os alunos a relação entre onda sonora e a curva senóide através do *software Windows Media Player*. Entretanto, nenhum dos computadores possuía caixa de som, e por isto, foi colocado em um deles as caixas de som de um computador da sala dos professores. Após apresentar aos alunos o *software*, foi solicitado que observassem o comportamento do gráfico enquanto a música *One da Banda U2*<sup>4</sup> estava sendo reproduzida. Também foi solicitado que construíssem um gráfico que melhor representasse a situação que observavam.

O terceiro encontro teve como principal objetivo mostrar aos alunos o comportamento da senóide durante a execução de diferentes sons. A aula se iniciou com a apresentação do *software Frequency Generation*, com ele, os alunos observaram a relação entre o volume e a frequência sonora. Depois da apresentação, os alunos ocuparam cada um seu computador e manipularam o *software* a fim de responder a questionamentos sobre as relações dos sons com a senóide que o *software* representa.

No quarto encontro os alunos analisaram os parâmetros da função trigonométrica através do *software Geogebra* e relacionaram com os sons musicais. Foi mostrado, passo a passo, como construir a função seno, e foi solicitado aos alunos que determinassem várias funções em um mesmo gráfico, porém, alterando os parâmetros das mesmas. Enquanto construía as funções do tipo:  $y = A\sin(x+bx+c)+d$ , os alunos eram questionados sobre a relação da mudança dos parâmetros  $a$  e  $b$  que representam as mudanças de volume e frequência sonora.

O último encontro ocorreu em doze de julho. Neste dia os alunos realizaram uma avaliação sobre os conteúdos trabalhados neste período, na qual tiveram o *software*

*Geogebra* como recurso. Além de responderem questões sobre os conteúdos, os alunos também puderam expor suas opiniões sobre as atividades.

## **6 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Percebeu-se que, na maioria das atividades, a principal dificuldade dos alunos estava na comunicação escrita, pois eles expressavam ótimas idéias, porém, no trabalho escrito, apresentavam muitas dificuldades.

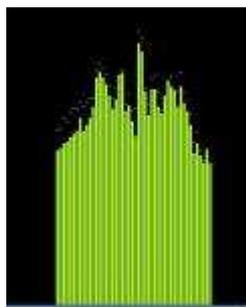
Segundo a professora titular da turma, a maioria dos professores não estimula os alunos a usarem o computador no processo de ensino e de aprendizagem, por falta de conhecimento e/ou de profissionais capacitados para trabalharem no laboratório de informática. Isso mostra que os professores são resistentes a práticas inovadoras e acomodados com práticas tradicionais. Entretanto, a professora titular continuará o trabalho com o *Geogebra* com esta turma, com atividades como as apresentadas neste trabalho.

Quando os alunos escreveram sobre o que lembravam das funções trigonométricas, apresentaram as seguintes respostas: “Eu não acho muito importante estudar trigonometria”; “Lembro dos gráficos, das ‘fórmulas’, que são três, seno, cosseno, tangente”; “Não me lembro de quase nada”. Portanto, o entendimento que eles têm parece ser muito teórico, pois não conseguem relacionar com o cotidiano, o que pode tornar o conteúdo desinteressante. Por isso, espera-se que ao utilizar a música no ensino deste conteúdo, possa despertar o interesse dos alunos, dar significado e facilitar o entendimento do que será estudado.

Por fazer parte do cotidiano dos alunos, a música e os recursos provindos do computador, contribuíram na construção dos significados da aprendizagem de matemática. A música na aula de matemática, além de ter sido algo novo, possibilitou um ambiente de interação entre o objeto de estudo da aula, o professor e os alunos. A afirmação a seguir é de uma aluna que expressa que a maneira como foi abordada a matemática é algo novo para eles: “Interessante e bem criativo no que mostraram e falaram do filme. Bem, desse modo de falar em matemática eu não tinha visto”. Além disso, a música e as mídias utilizadas nesta prática serviram como elemento disciplinador, empolgando ao autor, a professora titular e, principalmente, aos alunos.

Na aula em que os alunos assistiram ao vídeo ficou evidente, durante a discussão realizada em grupo, o quanto a música faz parte de suas vidas. Alguns tinham familiares ou amigos músicos e gostavam de escutar música. Isto contribuiu na construção do conhecimento dos conteúdos trabalhados durante este período, o que foi observado durante as aulas e nas avaliações que foram realizadas com a turma. Isto fica evidente nos depoimentos dados pelos alunos: “Achei legal e também tínhamos que ter aulas práticas de músicas. Sim, Pitágoras, era matemático e filósofo, e sobre as notas musicais”; “Este conteúdo parece ser um pouco diferente, mas ao mesmo tempo se torna interessante e criativo no nosso aprendizado”.

Além dos aspectos comuns encontrados na matemática e na música, também é possível relacionar a música com outros campos do saber, como por exemplo, a história e a física. Por isso, esperava-se que os alunos se demonstrassem interessados durante as aulas. Na aula em que os alunos manipularam o *software Windows Media Player*, através de frases proferidas pelos alunos, foi possível perceber as diversas formas que relacionaram a música com outros saberes. A imagem a seguir foi capturada da tela de um dos computadores enquanto os alunos trabalhavam. Nela está representada o comportamento do gráfico enquanto uma música tocava. Percebemos que a mesma lembra o gráfico de uma senóide, o que era o objetivo da aula.



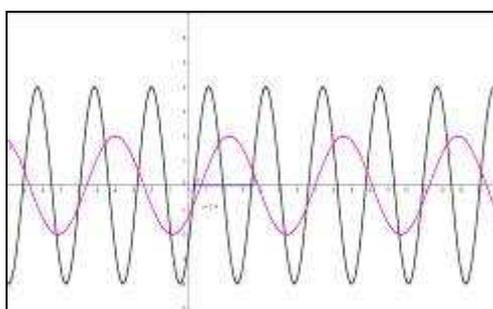
**Figura 8** – Gráfico do *Media Player*

Cabe aqui citar as frases de duas alunas, que representam a idéia da relação entre os sons e o gráfico apresentado. A primeira, na atividade com o *Windows Media Player*, e a segunda ao observar o *Frequency Generation*: “As variações dos sons a cada momento se modificam, certo momento ele vai para cima, outro momento ele desce. Quando as notas são altas, sobe o gráfico, quando aumenta as notas, aumenta a potência do som

que eles estão tocando, por exemplo, quando batem na bateria”; “Inicialmente ambas encontram-se duas linhas retas, conforme aumento o volume elas começam a ondular, até chegar a ondulação máxima no gráfico. Conforme aumento as freqüências as ondas aproximam-se umas das outras, conforme vou aumentando as ondas das freqüências vão intercalando umas as outras”.

Apesar das idéias expostas pelos alunos durante a atividade, a maioria não conseguiu expressar a idéia principal, que era o conceito e a construção da senóide. Os erros de gramática que os alunos apresentaram comprovam a dificuldade na linguagem escrita deles. Quando relacionaram o volume do som com o gráfico da senóide, esperava-se que citassem a amplitude do gráfico, porém alguns, conforme exemplo a seguir, confundiram freqüência com volume sonoro, e também a definição de som grave: “A freqüência dele varia varias vezes de acordo com o volume”.

Devido ao fato dos alunos desta turma já terem trabalhado com o *software GeoGebra*, esperava-se que tivessem facilidade em manipulá-lo. Assim como nas intervenções anteriores que o autor teve com esses alunos, eles se demonstraram motivados e empolgados com o uso do *software*, esperava-se também que fossem receptivos com a proposta deste trabalho. E isto realmente aconteceu. Com o uso do *software GeoGebra*, os alunos conseguiram observar as diferenças entre as senóides, associando as mudanças de parâmetros delas com os sons musicais. Por meio da imagem gerada no GeoGebra (Figura 9), os alunos puderam identificar as variáveis das funções trigonométricas, como: período, freqüência e domínio (eixo horizontal), imagem e amplitude (eixo vertical).



**Figura 9** – Gráfico produzido pelos alunos

É claro que nem todos os objetivos propostos foram alcançados. Através da coleta de dados realizados nesta prática, ficou evidente que os alunos não sabiam os conceitos de funções trigonométricas. Isto dificultou o trabalho, pois no decorrer das aulas foram retomados os conceitos básicos que eram pré-requisitos, tais como o comportamento do seno e do cosseno no círculo trigonométrico. Mesmo que já haviam sido ensinado a eles os conteúdos trabalhados nesta prática, existiam várias lacunas no entendimento que tinham sobre estes. Outra dificuldade foi em relação ao local onde se desenvolveu o trabalho. A biblioteca da escola não era um local apropriado para a prática pedagógica, e a disposição dos computadores, conforme imagem da Figura 7, dificultou a interação entre o professor e os alunos. Outro fator que deve ser enfatizado, neste momento, é a ausência de vários alunos às aulas. Isso dificultava o desenvolvimento e a avaliação do trabalho.

Quanto ao planejamento, segundo relatado anteriormente, algumas inclusões poderiam ser realizadas. Na atividade em que os alunos assistiram ao vídeo, devido ao fato do mesmo tratar de assuntos relacionados a várias áreas do conhecimento, foi viável questionar os alunos sobre quais conteúdos, de maneira geral, foram abordados no documentário e não apenas os ligados à matemática.

Na aula em que os alunos relacionaram os parâmetros das funções seno e cosseno com os sons musicais, a questão apresentada não estava bem formulada. Em vez de perguntar: como modificar a curva para representar o **som mais alto**? Qual parâmetro da função  $y = A\sin(bx+c)+d$  se altera? Dê um exemplo? O correto neste caso seria utilizar o termo som mais agudo, ou então, som com volume maior. O termo alto esta relacionado com volume e com agudo, o que confundiu um pouco os alunos. Cabe aqui destacar que os parâmetros  $c$  e  $d$  não foram analisados, de certa forma por não estarem relacionados com os sons musicais, porém, se tivesse tido mais tempo, seria possível estudá-los também.

No encontro em que foi trabalhado com os diferentes tipos de sons, foi solicitado aos próprios alunos que trouxessem seus instrumentos musicais para serem analisados os efeitos produzidos por estes instrumentos. Porém, segundo eles por não terem lembrado, não trouxeram.

Também seria possível criar um ambiente de interatividade entre o autor da prática e os alunos, talvez como a criação de um *Blog* com orientações sobre as atividades que foram realizadas, assim, possibilitaria a mediação.

É correto também afirmar certas coincidências entre esta prática e o estudo teórico realizado. Através deste, Oliveira (2006) afirma que o aprendizado exige abstração por parte do aluno, mas pode ser facilitado com a utilização de atividades manipulativas. Nesta prática todas as atividades foram manipulativas, através do uso dos *softwares* citados anteriormente. Através da música, os alunos também desenvolveram a percepção, que tem ligação com o corpo e com o movimento que, na maioria das vezes, são esquecidos pela escola.

Quanto ao conceito de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA), no qual a construção de uma THA se baseia na compreensão do conhecimento atual dos estudantes, ficou evidente que os alunos possuem um conhecimento, senão profundo, mas mínimo de música. O que ocorreu nesta prática foi ao encontro das idéias do autor sobre THA, ou seja, os alunos compreenderam o estudo da senoíde através do que já conheciam, no caso, a música.

Outra coincidência que pode-se citar é sobre o estudo de Barbosa (2009), o qual afirma que não basta apenas uma boa seqüência de ensino, mas sim que a interação e a participação entre alunos e professores são os principais instrumentos para que se tenha uma aprendizagem significativa em uma perspectiva construtivista. E realmente o que observou-se nesta intervenção foi uma participação ativa de todos os alunos, deles com o autor do projeto e com a professora titular da turma, que esteve presente e participou de todas as atividades com muita empolgação.

Nesta prática ficou claro que a música manteve a turma envolvida nas atividades em todos os momentos da prática. Destaque para a atitude de uma aluna, que durante a aula em que os alunos observavam o gráfico do *Windows Media Player*, enquanto a música da Banda *U2* tocava, resolveu trocar para uma música erudita. Neste sentido, Campbell, Campbell e Dickinson (2000) defendem o uso da música durante as atividades escolares. Segundo eles, inicialmente deve-se atender ao interesse dos alunos, deixando-os trazerem músicas que façam parte do cotidiano deles, oferecendo-os a oportunidade de

escutarem outros estilos musicais, aqueles que, segundo os especialistas, atuam mais diretamente no emocional do aluno, para acalmá-los, recomendam a música erudita. Cabe então aos professores se utilizarem de músicas enquanto realizam atividades em sala de aula.

Por tudo o que foi relatado esta pesquisa cumpriu com os objetivos didáticos, e também conseguiu dar significado ao conteúdo trabalhado, fugindo das formas tradicionais que estavam acostumados a trabalhar.

## **6 CONSIDERACOES FINAIS**

Com estas mídias foi possível tratar de situações que envolvem os sons musicais com diversos tipos de gráficos da senoíde, tendo como principal objetivo dar significado ao ensino das funções seno e cosseno através de suas relações com os sons musicais.

A utilização do vídeo foi a forma de introduzir um novo conteúdo, despertando a curiosidade e motivando os alunos. O vídeo neste caso, além de sensibilizador, serviu como conteúdo de ensino, devido ao fato de abordar vários temas, como história, cultura, música e matemática, possibilitando assim se trabalhar de forma interdisciplinar, e de ilustração, pois trata de cenários desconhecidos dos alunos, relacionados com épocas antigas.

Além de rever os conceitos sobre música, estudar as séries de relações entre a matemática e a música e suas implicações educacionais, este trabalho muito contribuiu para formação profissional e pessoal do autor do projeto.

Na maioria das vezes deparam-se com professores acomodados com o ensino tradicional, que criam uma relação de repreensão com seus alunos, se importando muito mais com a quantidade de conteúdo do que a qualidade dos mesmos. Nas observações realizadas com a turma esta realidade não era muito diferente.

A idéia de integrar as relações matemáticas na música e a utilização do *software*, foi o que mais satisfação trouxe ao autor. O fato de trabalhar música nos encontros contribuiu muito

para o desempenho em sala de aula e para dar significado ao conteúdo que estava sendo estudando, pois, todos gostam e se identificam muito com a música.

Através das atividades realizadas, foi estabelecida uma maneira diferente de se trabalhar. As regras de convivência melhoraram bastante e permitiram um ambiente de aprendizagem diferente daqueles que os alunos eram acostumados. No decorrer das atividades, eles se mantiveram atentos e curiosos, pois tudo era novidade para eles. Neste caso, também serviram como elemento disciplinador, pois a disciplina está ligada ao interesse e, como os alunos se interessam por música, ela também contribui para aumentar o interesse deles pelas aulas.

A idéia de trazer algo novo teve a intenção de dar significado ao aprendizado e, segundo Abdounur (2003), esta deve ser uma das principais preocupações do educador no processo de ensino e aprendizagem. Quanto a isso, através da compreensão do conteúdo que os alunos apresentaram, ficou evidente o significado que essas aulas trouxeram-lhes quando foi relacionado a música na matemática.

Quanto ao trabalho em sala de aula, pode-se ir além do que foi apresentado neste trabalho. Para isso, é preciso haver um comprometimento e um entendimento sobre o papel do educador. Deve-se também buscar trabalhar em conjunto com outros professores, pesquisando e refletindo sobre nossas próprias práticas. Entretanto, o que se vê são professores resistentes a práticas inovadoras e acomodados com práticas tradicionais. Reflexões como essas são fundamentais para que novas formas de ensino e aprendizagem sejam implementadas pelos professores.

Espera-se que este trabalho sirva de incentivo e apoio para professores em suas práticas escolares e também como inspiração de trabalhos mais profundos entre estas áreas do conhecimento: a matemática e suas relações com a música e o uso de *softwares* educativos como o *GeoGebra*.

Notas:

<sup>1</sup> Disponível em: <http://www.acanto.com.br/ColunaDetalhes.aspx?ColunaId=11>

<sup>2</sup> Distância de uma crista ou um vale ao nível de equilíbrio.

<sup>3</sup> MACHADO, Nilson J. Epistemologia e Didática: as concepções do conhecimento e inteligência e a prática docente: São Paulo, Cortez, 1995 apud Smole, 2000.

<sup>4</sup> Banda de rock formada em Dublin, Irlanda no ano de 1976.

## REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música: o pensamento analógico na construção de significados**. 3. ed. São Paulo: Escrituras, 2003.

BARBOSA, Américo Augusto. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem Relacionadas às Razões e as Funções Trigonométricas, Visando uma Perspectiva Construtivista**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

BECKER, Fernando. **Educação e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BEZERRA, Manoel Jairo Bezerra, JOTA, José Carlos Putnoki. **Novo Bezerra Matemática**. 4ª. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

BEZERRA, Manoel Jairo Bezerra. **Matemática para o ensino médio**. São Paulo: Scipione, 2001. Volume único.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias Brasília, 1998.

CYSNEIRO, Paulo G; **Novas tecnologias no cotidiano da escola**. 2000. Disponível em: <<http://www.infoeduc.maisbr.com/arquivos/novas%20tecnologias.pdf>>. Acesso em: 05 jul. 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2001. Volume único.

FERNANDES, Susana da Silva. **A Contextualização no Ensino de Matemática: um Estudo com Alunos e professores da Rede Particular de Ensino do Distrito Federal**. Brasília: UCB, 2006.

DUARTE, Mariene Helena; MESQUITA, Maria da Gloria Bastos de Freitas. **Formação Continuada de Professores de Matemática: Uma Extensão Válida**. 2008. Disponível em: < <http://www.proex.ufla.br/conex/ivconex/arquivos/trabalhos/a119.pdf> >. Acesso em: 25 set. 2009.

MAFFIGLETTI, Leda. **Aprender música pode tornar crianças e adolescentes mais atentos e concentrados**. [2007?]. Disponível em: <[http://www.ufrgs.br/comunicacaosocial/jornaldauniversidade/jor83\\_especial\\_1b.htm](http://www.ufrgs.br/comunicacaosocial/jornaldauniversidade/jor83_especial_1b.htm)>. Acesso em: 10 jan. 2007.

MUSSOI, E. M. FLORES, M. L.P; BULEGON, A. M.; TAROUCO, L. M. R. GeoGebra and eXe Learning: Applicability in the Teaching of Physics and Mathematics. In: **International Conference on Society and Information Technologies - ICSIT**. Orlando:Flórida, USA. 2010.

PRIOLLI, Maria Luiza de Matos. **Princípios Básicos da Música para a Juventude**: 2. Vol. Rio de Janeiro: Casa Oliveira de Músicas, 1987.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. **Dificuldades no Processo Ensino Aprendizagem de Trigonometria por meio de Atividades**. 2006. Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.

RATTON, Miguel. **A Relação Harmoniosa entre Sons e Números**. [2002]. Disponível em: <[www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/](http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/)>. Acesso em: 04 set. 2010.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na Educação Infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Reimpressão revisada. Porto Alegre: Artmed, 2000.

**Fabio Gomes Linck**, [fabiolick@yahoo.com.br](mailto:fabiolick@yahoo.com.br)

**Ana Marli Bulegon**, [anabulegon@gmail.com](mailto:anabulegon@gmail.com)