

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO PARA  
CÁLCULO DAS FRAÇÕES DE ÁREA DE  
COMPONENTES HOMOGÊNEOS DE UMA  
IMAGEM USANDO ANÁLISE LINEAR DE  
HISTOGRAMAS**

**TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

**Augusto Reinoldo Friedrich**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2008**

# **IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO PARA CÁLCULO DAS FRAÇÕES DE ÁREA DE COMPONENTES HOMOGÊNEOS DE UMA IMAGEM USANDO ANÁLISE LINEAR DE HISTOGRAMAS**

**por**

**Augusto Reinoldo Friedrich**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Ciência da  
Computação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS),  
como requisito parcial para a obtenção do grau de  
**Bacharel em Ciência da Computação**

**Orientador: Prof. Dr. José Antônio Trindade Borges da Costa**

**Trabalho de Graduação Nº 240**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2008**

**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Tecnologia  
Curso de Ciência da Computação**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova o Trabalho de Graduação

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO PARA  
CÁLCULO DAS FRAÇÕES DE ÁREA DE  
COMPONENTES HOMOGÊNEOS DE UMA IMAGEM  
USANDO ANÁLISE LINEAR DE HISTOGRAMAS**

elaborado por  
**Augusto Reinoldo Friedrich**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Bacharel em Ciência da Computação**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

**Prof. Dr. José Antônio Trindade Borges da Costa**  
(Presidente/Orientador)

---

**Prof. Dr. Marcos Cordeiro d'Ornellas**

---

**Prof. Dr. Raul Ceretta Nunes**

Santa Maria, 29 de janeiro de 2008

# RESUMO

Trabalho de Graduação  
Curso de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Santa Maria

## **IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO PARA CÁLCULO DAS FRAÇÕES DE ÁREA DE COMPONENTES HOMOGÊNEOS DE UMA IMAGEM USANDO ANÁLISE LINEAR DE HISTOGRAMAS**

Autor: Augusto Reinoldo Friedrich  
Orientador: Prof. Dr. José Antônio Trindade Borges da Costa  
Local e data da defesa: Santa Maria, 29 de janeiro de 2008

Neste trabalho é descrita a implementação de uma ferramenta para determinar as frações de área dos componentes homogêneos de uma imagem usando o método da análise linear de histogramas.

Neste método o histograma da imagem completa é expresso como uma combinação linear dos histogramas de todos os seus componentes. Os coeficientes lineares, ou pesos, atribuídos a cada componente formam o conjunto solução do problema. Como os histogramas dos componentes não são conhecidos, o programa oferece uma interface amigável para que o usuário possa extrair amostras representativas que são tratadas como histogramas aproximados.

As frações de área são estimadas como os coeficientes que minimizam a diferença quadrática entre a combinação linear de histogramas e o histograma da imagem completa.

Em relação a implementações anteriores deste mesmo método, esta ferramenta introduz condição de soma unitária das frações de área através da técnica dos multiplicadores de Lagrange.

A ferramenta foi implementada na linguagem Java usando a biblioteca JAMA (Java Matrix Package) e foi incorporada ao sistema de processamento e análise de imagens Arthemis, desenvolvida no LACA/UFSM.

# **ABSTRACT**

Graduate Work  
Graduation in Computer Science  
Universidade Federal de Santa Maria

## **IMPLEMENTATION OF A METHOD TO CALCULATE THE FRACTION AREA OF HOMOGENEOUS COMPONENTS OF AN IMAGE USING LINEAR HISTOGRAMS**

Author: Augusto Reinoldo Friedrich  
Advisor: Prof. Dr. José Antônio Trindade Borges da Costa

In the present work an implementation of a tool to determine the area fractions of homogeneous components of an image by linear analysis of histograms is described. In this method the histogram of the entire image is expressed as a linear combination of the histograms of all its components. The linear coefficients, or weights, assigned to each component form the solution set of the problem. Since the histograms of the components are not known, the program offers a user-friendly interface to extract representative samples that are treated as approximate histograms.

The area fractions are estimated as the coefficients that minimize the square difference between the linear combination of histograms and the histogram of the entire image.

As compared to previous implementations of this method, the tool introduces the constraint of unitary sum of area fractions through the Lagrange multipliers technique.

The tool was implemented in the Java language using the JAMA library (Java Matrix Package) and was added to Artemis image processing and analysis software, developed by LACA/UFSM the research group.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Imagem colorida.....	12
Figura 2.2(a):Canal vermelho.....	12
Figura 2.2(b): Canal verde.....	12
Figura 2.2(c): Canal azul.....	12
Figura 2.3: imagem em nível de cinza.....	12
Figura 2.4: Material policristalino e seu o histograma.....	13
Figura 2.5: Histograma de uma imagem dado em função da combinação linear dos seus componentes homogêneos.....	15
Figura 2.6: Imagem com dois componentes homogêneos e seus respectivos histogramas aproximados formados pelas seleções.....	16
Figura 2.7: Comportamento da função $\chi^2$ .....	19
Figura 3.1: Arquitetura do módulo de composição de histogramas de fase.....	22
Figura 3.2: Interface do módulo de composição de histogramas.....	23
Figura 3.3: Tela da plataforma Arthemis e o módulo de composição de histogramas.....	24
Figura 3.4: Arquitetura do módulo de composição de padrões.....	26
Figura 3.5: Tela de seleção de componentes e para o nome e descrição.....	27
Figura 3.6: Arquitetura do módulo de processamento em lote.....	27
Figura 3.7: Tela do módulo de processamento em lote.....	28
Figura 3.8: Tela de apresentação dos resultados das frações de área.....	29
Figura 4.1: Rio Negro e Floresta Amazônica.....	30
Figura 4.2: Amostra de mica.....	31
Figura 4.3(a): Imagem escura.....	32
Figura 4.3(b): Imagem escura contrastada.....	32

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	8
1.1	Objetivos, Exigências e Desafios.....	9
2	Revisão Bibliográfica.....	11
2.1	Imagens Digitais.....	11
2.2	Histogramas de imagens digitais.....	13
2.3	Análise Linear de Histogramas.....	14
2.3.1	O Método.....	14
2.3.2	Condição de Vínculo.....	17
2.4	A plataforma Arthemis.....	19
3	Arquitetura e Implementação do ambiente CalcPhase.....	21
3.1.	O módulo de composição de histograma aproximado de um componente.....	21
3.1.1	Arquivos HISTOGRAMA.....	24
3.1.2	Arquivo de um PADRÃO.....	25
3.2.	O módulo de composição de padrões.....	25
3.3.	O módulo de processamento em lote.....	27
4	Estudos de caso.....	30
	Estudo 1: .....	30
	Estudo 2: .....	31
	Estudo 3:.....	31
5	Conclusões.....	33
	Referências.....	35

## CAPITULO 1

### **1 Introdução**

A determinação das frações de área dos componentes homogêneos de uma imagem é importante em áreas tão variadas como o sensoriamento remoto, caracterização de materiais e exame anatomopatológico.

O problema de automatizar a medida desta característica tem sido resolvido tradicionalmente pela segmentação de imagens em seus componentes. Entretanto existem situações em que esta segmentação exige métodos sofisticados de processamento de imagens, que demandam grandes tempos de processamento ou uma longa intervenção do usuário e, em muitos casos, com resultados inexatos.

Uma alternativa para resolver este problema, a análise linear de histogramas, foi apresentada em anos recentes por Borges da Costa (BORGES DA COSTA, 2003) em que a determinação das frações de área é feita sem a necessidade de segmentação. O método foi implementado em Delphi em outro trabalho de graduação deste curso (MIRANDA, 2004) e a sua exatidão foi testada em trabalho anterior (SILVEIRA, 2003).

No presente trabalho, uma nova implementação do método de análise linear de histogramas foi desenvolvida e facilita o acréscimo da condição de vínculo entre os valores das frações de área, segundo o qual a soma destes valores deve ser unitária.

Uma imagem contém dois tipos de informação, a saber, as suas características qualitativas e os seus dados quantitativos. As características qualitativas de uma imagem dizem respeito à forma, ao aspecto e à natureza dos objetos que compõem aquela imagem e nos ajudam a identificar cada objeto individualmente contido na imagem. Exemplos de características qualitativas de um objeto podem ser o seu aspecto arredondado, quadrado, largo, fino, poroso, opaco, translúcido, etc. Os dados quantitativos por sua vez são aqueles que nos dão medidas dos comprimentos, distâncias, áreas, frequências e todo tipo de dado que possa ser extraído da imagem através de métodos matemáticos e estatísticos.

No presente trabalho seria bastante difícil elaborar um algoritmo robusto o suficiente

para automatizar a análise qualitativa das imagens. Por isso, optou-se em entregar a tarefa de identificar os componentes homogêneos de uma imagem ao usuário do sistema, através de uma interface gráfica amigável, na qual o usuário pode selecionar e identificar amostras de cada componente da imagem a ser analisada. Ao fazer o reconhecimento e a seleção de amostras de cada componente, o usuário fornece dados para o programa calcular um histograma aproximado daquele componente. Em condições controladas de aquisição de imagens, este histograma aproximado apresentada uma relação biunívoca com o componente, ou seja, a cada histograma corresponde apenas um componente e a cada componente corresponde apenas um histograma.

Na análise linear de histogramas, o histograma de cada componente, bem como o histograma da imagem a ser analisada são tratados como vetores. O vetor histograma da imagem completa é igual à uma combinação linear dos vetores histograma de todos os seus componente. Como o histograma da imagem completa é sempre conhecido, uma vez que os histogramas dos componentes tenham sido determinados, ainda que forma aproximada, restam como incógnitas a serem determinadas os coeficientes lineares ou pesos atribuídos a cada vetor histograma que, no caso da imagem, correspondem às frações de área de cada componente.

## **1.1 Objetivos, Exigências e Desafios**

O objetivo deste trabalho foi implementar um programa que determina a fração de área dos componentes homogêneos de uma imagem. Este programa foi implementado com o nome de CalcPhase. O programa CalcPhase foi integrado ao programa Arthemis, um programa de análise e processamento de imagens, desenvolvido pelo grupo de pesquisa LACA do curso de Ciência da Computação / UFSM, que permite aos seus colaboradores adicionarem novas ferramentas e funcionalidades.

Este programa possui duas importantes exigências para o seu bom funcionamento. Estas se referem às características da imagem e as condições de aquisição das mesmas. Quanto às características da imagem, é condição obrigatória que os histogramas dos componentes homogêneos das imagens das imagens processadas sejam linearmente independentes. Se o histograma de um componente puder ser escrito como combinação linear

de histogramas de outros componentes, o sistema de equações resultante fica indeterminado. No que se refere às condições de aquisição das imagens, é importante que seja adotado um procedimento padrão na captura das imagens. O padrão de iluminação de cada imagem deve ser homogêneo, do contrário um mesmo componente em posições diferentes da imagem apresentará brilho diferente e, portanto, histograma diferente. Quando se faz a aquisição de um lote de imagens, se houver variação de iluminação ou forem utilizados diferentes métodos ou dispositivos na aquisição, os histogramas de um mesmo componente podem diferir de uma imagem para outra. Adotando um procedimento padrão na aquisição das imagens garante-se, com alto grau de acerto, que o histograma de um componente em uma determinada imagem é praticamente idêntico ao histograma do mesmo componente em outra imagem, permitindo que seja realizadas análises em lote.

No programa CalcPhase, o método de determinação das frações de área, necessita que cada componente homogêneo seja identificado e apontado pelo usuário, ao menos uma vez. Para tanto se implementou uma interface gráfica amigável, na qual o usuário, com a ajuda de métodos de processamento de imagens que facilitam a visualização de contrastes na imagem e de ferramentas de seleção, informa ao programa os histogramas de cada componente. Isso se consegue selecionando pedaços das imagens onde um determinado componente se encontra, possibilitando ao CalcPhase calcular o histograma aproximado daquele componente. Sob condições controladas de aquisição, o trabalho de selecionar e identificar cada componente pode ser reduzido a uma vez apenas, enquanto que a análise quantitativa é feita em todas as imagens.

As ferramentas de visualização e de seleção necessárias ao método são providas pelo programa Arthemis, cuja arquitetura baseada em plugins, permite a sua fácil incorporação sem a necessidade de alterar o CalcPhase.

As próximas seções deste trabalho apresentarão a revisão da literatura, ressaltando o método de cálculo de frações de área de componentes homogêneos de uma imagem usando análise linear de histogramas, o processo de modelagem da arquitetura e implementação da ferramenta e a conclusão do trabalho.

## CAPITULO 2

### 2 Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Imagens Digitais

Uma imagem é a representação de objetos em um conjunto de valores de intensidade de luz em diferentes faixas espectrais, ou canais de cor, distribuídos em espaço bidimensional de acordo com uma função  $f(x,y)$ , onde  $x$  e  $y$  representam as coordenadas espaciais e  $f$  o conjunto de valores de intensidade nesta posição. Em uma imagem digital, estes valores de intensidade são discretos e o espaço bidimensional definido pela função  $f(x,y)$  possui um conjunto finito de pontos, chamados pixels. O processo de mapear valores contínuos de intensidade e de posição em valores discretos, normalmente inteiros, é chamado de discretização, o qual corresponde a uma classificação dos valores destas variáveis em faixas predefinidas.

Uma imagem digital é representada por uma matriz de dados, com  $x$  colunas e  $y$  linhas. Cada elemento desta matriz representa um pixel e sua composição interna depende se a imagem é monocromática ou colorida (GONZALEZ, 2002).

Uma imagem digital monocromática é uma imagem que apresenta apenas uma cor variando em seu brilho. A quantidade de níveis de intensidade é dada pela quantidade de memória reservada para cada pixel. Assim, por exemplo, se cada pixel for representado por uma variável inteira de 8 bits, teremos então  $2^8$  ou 256 níveis de brilho. Quanto maior a variável que guarda cada pixel, maior será o número de níveis de brilho que a imagem terá e mais suave será a transição de um pixel para outro, minimizando os efeitos da discretização.

Uma imagem digital colorida é a composição de três imagens monocromáticas, também chamadas de canais de cor. A utilização de três canais de cor está intimamente relacionada ao funcionamento do sistema visual humano, que produz a sensação de cor a partir das intensidades em três faixas do espectro da luz visível, em torno das cores vermelho, verde e azul, as quais são chamadas de cores primárias. Este método de representação de cor é conhecido como sistema de cores RGB (Red, Green, Blue). Nota-se que armazenar uma imagem colorida exige-se 3 vezes mais memória que uma imagem monocromática e uma imagem com 256 níveis de brilho para cada cor primária irá necessitar agora de 24 bits por

pixel. A Figura 2.1 mostra uma imagem colorida e as intensidades nos canais de cores primárias são representadas na Figura 2.2.



*Figura 2.1: Imagem colorida*



*Fig.2.2(a):Canal vermelho Fig. 2.2(b): Canal verde Fig. 2.2(c): Canal azul*

A imagem em nível de cinza é uma imagem digital monocromática que varia do preto (0% brilho) até o branco (100% brilho). Esse tipo de imagem pode ser obtido da transformação de uma imagem colorida. Para isto, observa-se que o olho humano responde diferentemente para cada cor primária e encontrou-se a proporção de 30% para a cor vermelha, 59% para a cor verde e 11% para a cor azul. Assim, para transformar uma imagem colorida para uma imagem em nível de cinza (preto-e-branco), utiliza-se a expressão

$$Pixel_{PB} = 0,3 * Pixel_R + 0,59 * Pixel_G + 0,11 * Pixel_B . \quad \text{Eq.(2.1)}$$



*Figura 2.3: imagem em nível de cinza*

## 2.2 Histogramas de imagens digitais

O histograma de uma imagem representa, para cada nível de intensidade da imagem, a relação entre o número de pixels com aquela intensidade e o número total de pixels da imagem. O histograma é definido como

$$h(g) = \frac{P(g)}{P}, \quad \text{Eq.(2.2)}$$

onde  $h(g)$  é o valor do histograma para o nível de intensidade  $g$ ,  $P(g)$  é o número de pixels com aquela intensidade e  $P$  é o número total de pixels da imagem.

O histograma não guarda nenhuma informação acerca da distribuição espacial dos pixels. Apesar do histograma ser uma representação da imagem com perda de informação é possível visualizar informações no histograma que normalmente não são claramente visíveis na imagem. Por exemplo, no histograma é possível visualizar se a imagem está utilizando todos os tons de brilho disponíveis, fazer alterações no contraste ou destacar elementos e esconder outros na imagem.

A Figura 2.4(a) mostra a imagem de um material policristalino, na qual cada grão exibe uma distribuição de níveis de cinza com valores médios diferentes. Os grãos são componentes homogêneos cujas frações de área se deseja determinar. Na Figura 2.4(b) é exibido o histograma desta imagem onde se observam picos que se sobrepõem parcialmente em maior ou menor parcela. Cada pico está associado a um dos grãos. Separadamente, cada um deles é o histograma do grão correspondente. No programa CalcPhase, o usuário deve coletar amostras de cada um destes grãos para que o programa possa calcular o seu histograma e o seu respectivo peso (fração de área) na composição da imagem.

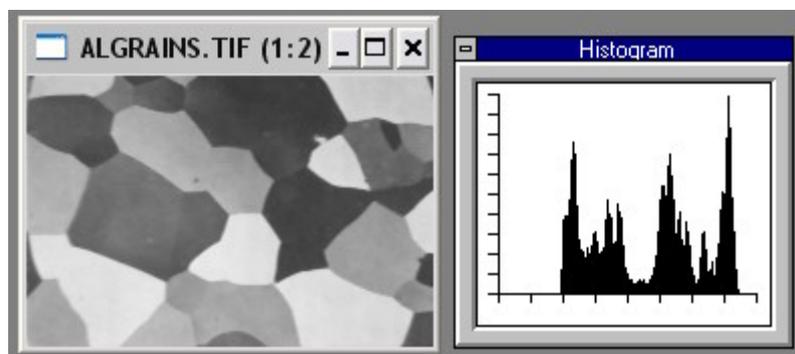


Figura 2.4: (a) Material policristalino (b) o histograma

## 2.3 Análise Linear de Histogramas

O método de determinação das frações de área por análise linear de histogramas foi introduzido por Borges da Costa (BORGES DA COSTA, 2003) e é descrito nos trabalhos seguintes, de Miranda (MIRANDA, 2004) e Silveira (SILVEIRA, 2003). Ele consiste basicamente em determinar os coeficientes da combinação linear dos histogramas dos componentes de uma imagem que melhor se ajusta ao histograma da imagem completa. O critério de ajuste é o de mínimos quadrados, isto é, o melhor ajuste é aquele em que o quadrado da diferença entre o histograma da imagem e o histograma ajustado,  $\chi^2$ , é mínimo.

Eventualmente, este mínimo pode ocorrer para valores dos coeficientes lineares cuja soma é diferente que 1. Como isto não é possível, porque seria como dizer que a soma das partes é diferente que o todo, após o término do cálculo do método, o resultado deve ser ajustado para que a soma dos coeficientes seja 1.

### 2.3.1 O Método

O método de determinação de frações de área através da análise linear de histogramas proposto por Borges da Costa (BORGES DA COSTA, 2003) consiste em analisar a distribuição de níveis de intensidade de imagens adquiridas sob condições que garantam a sua reprodutibilidade. Se a imagem é formada por diversos componentes homogêneos, indexados por  $m= 1,2,3,\dots,M$ , cada um com  $P_m$  pixels, então os respectivos histogramas são

$$h_m = \frac{P_m(g)}{P_m}, \quad \text{Eq.(2.3.1)}$$

onde  $P_m(g)$  é o número de pixels deste componente com intensidade  $g$ . Pode-se notar também que a soma dos pixels de uma determinada intensidade  $g$  para todos os componentes resulta no número de pixels de intensidade  $g$  da imagem completa, ou seja,

$$P(g) = \sum_{m=1}^M P_m(g). \quad \text{Eq.(2.3.2)}$$

Fazendo-se a substituição da Eq.(2.3.2) na Eq.(2.2), temos que

$$h(g) = \frac{P(g)}{P} = \frac{1}{P} \sum_{m=1}^M P_m(g) = \sum_{m=1}^M \frac{P_m}{P} \cdot \frac{P_m(g)}{P_m}. \quad \text{Eq. (2.3.3)}$$

A relação  $P_m / P$ , ou seja, a fração dos pixels pertencentes ao componente  $m$  pelo

número total de pixels da imagem resulta na fração de área do componente  $m$  na imagem,  $a_m$ . Assim, podemos reescrever a equação como

$$h(g) = \sum_{m=1}^M a_m \cdot h_m(g). \quad \text{Eq.(2.3.4)}$$

Portanto, o histograma de uma imagem pode ser expresso como uma combinação linear dos histogramas dos seus componentes, onde os coeficientes lineares são as respectivas frações de área. A Figura 2.5 mostra uma imagem composta de três componentes homogêneos e os seus respectivos histogramas, onde o histograma da imagem analisada é dado em função da combinação linear dos histogramas dos três componentes.

O histograma de uma imagem é facilmente obtido. Se os histogramas de todos os componentes também forem conhecidos e se eles forem linearmente independentes, então a Eq. (2.3.4) tem solução única para os coeficientes  $a_m$ .

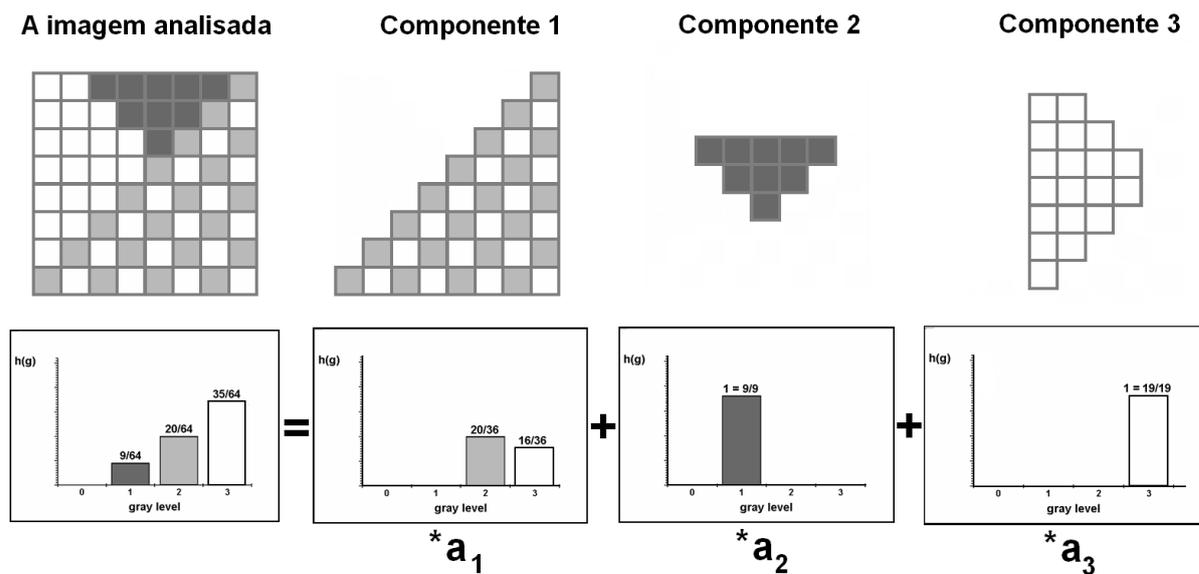


Figura 2.5: Histograma de uma imagem dado em função da combinação linear dos seus componentes homogêneos

Entretanto, o conhecimento completo dos histogramas de todos os componentes só é possível quando a imagem é segmentada e, nesse caso, as frações de área dos componentes são conhecidas imediatamente pela contagem dos respectivos pixels, não havendo necessidade de aplicação de nenhum método adicional.

No trabalho de Silveira (SILVEIRA, 2003), provou-se que a técnica de análise de histogramas apresenta bons resultados onde a segmentação da imagem não é possível e os

histogramas dos componentes são conhecidos apenas aproximadamente. O desafio agora é obter uma amostra do histograma que mais se aproxime do histograma real de cada componente.

Uma solução proposta por Borges da Costa (BORGES DA COSTA, 2003) é o usuário selecionar, dentre uma ou mais imagens obtidas sob um mesmo padrão de aquisição, amostras de cada componente para que posteriormente seja calculado o seu histograma aproximado. A Figura 2.6 exemplifica esta solução, onde tem-se uma imagem com dois componentes homogêneos e os histogramas são formados a partir das seleções feitas pelo usuário na imagem. Neste caso, o histograma da esquerda é o histograma aproximado do componente cinza claro e o histograma da direita é o histograma aproximado do componente preto.

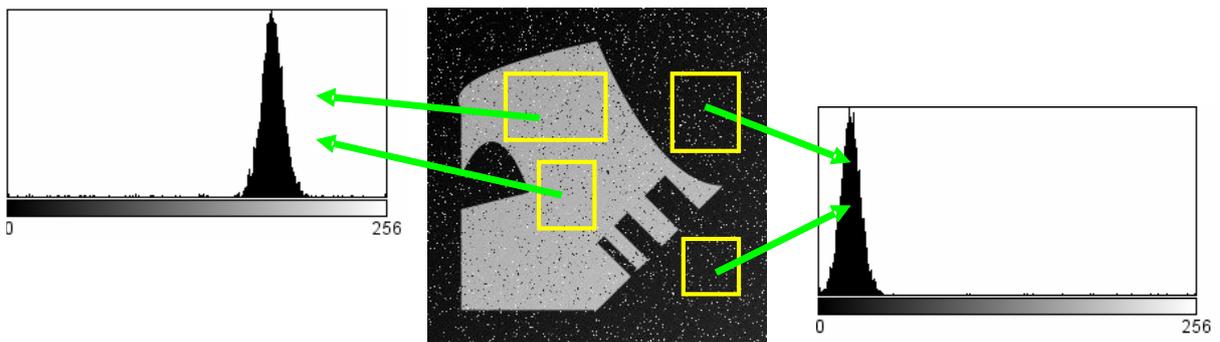


Figura 2.6: Imagem com dois componentes homogêneos e seus respectivos histogramas aproximados formados pelas seleções

A proximidade de dois histogramas é calculada como a soma dos quadrados das diferenças entre os valores dos histogramas em cada tom de cinza. Assim, o histograma aproximado de um componente  $\bar{h}_m(g)$ , é uma boa aproximação do histograma real do componente  $h_m(g)$ , quando o desvio padrão da média,  $s_m^2$  definido como

$$s_m^2 = \frac{1}{G} \sum_{g=0}^{G-1} [h_m(g) - \bar{h}_m(g)]^2, \quad \text{Eq.(2.3.5)}$$

é pequeno. Do mesmo modo,  $\bar{h}(g)$  é uma boa aproximação de  $h(g)$  quando o chi-quadrado,  $\chi^2$  definido como

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{g=0}^{G-1} [h(g) - \bar{h}(g)]^2, \quad \text{Eq. (2.3.6)}$$

é pequeno.

Portanto, quanto menores os valores de  $s_m^2$  e  $\chi^2$  mais próximos dos histogramas estimados estarão dos verdadeiros histogramas. O problema de minimizar  $s_m^2$  é resolvido melhorando a amostragem dos histogramas dos componentes. Em princípio, a minimização de  $s_m^2$  também garante a minimização de  $\chi^2$ . Entretanto, como os valores das frações de área que aparecem na Eq. (2.3.4) não são conhecidos, a ocorrência deste mínimo é utilizada para estimar os valores dessas grandezas.

Substituindo então  $a_m$  na Eq. (2.3.4) pelos parâmetros a serem determinados  $\bar{a}_m$  e então substituindo a expressão resultante para  $\bar{h}(g)$  na Eq. (2.3.6) encontra-se

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{g=0}^{G-1} [h(g) - \sum_{m=1}^M \bar{a}_m \cdot \bar{h}_m(g)]^2. \quad \text{Eq.(2.3.7)}$$

A minimização de  $\chi^2$  no espaço de parâmetros  $a_m$  corresponde a encontrar os coeficientes que produzem o ajuste por mínimos quadrados da combinação linear de histogramas de amostras dos componentes ao histograma da imagem completa. Os valores de  $a_m$  resultantes são os valores estimados das frações de área dos respectivos componentes.

Desenvolvida a minimização de  $\chi^2$ , encontra-se um sistema de M equações acopladas na forma

$$\sum_{n=1}^M H_{n,m} \bar{a}_m - b_n = 0, \quad \text{Eq.(2.3.8)}$$

onde  $H_{n,m}$  é a matriz composta pelos elementos  $\langle h_n | h_m \rangle$  que resultam do produto escalar dos vetores histograma dos componentes  $n$  e  $m$ ,  $b_n$  é o produto escalar dos vetores histograma dos componentes pelo vetor histograma da imagem analisada e  $n=1,2,3,\dots,M$ . Este sistema é facilmente resolvido através de um algoritmo de resolução de sistemas lineares.

### 2.3.2 Condição de Vínculo

Apesar da minimização do  $\chi^2$  possibilitar a obtenção do valor das frações de área dos componentes  $a_m$ , o método não inclui nenhuma limitação ou vínculo aos valores assumidos por  $a_m$ , que devem ficar restritos a  $0 \leq a_m \leq 1$  e satisfazer a condição

$$\sum_{m=1}^M a_m = 1, \quad \text{Eq.(2.3.9)}$$

uma vez que, respectivamente, frações de área negativas ou maiores que a unidade não

possuem significado físico e que a soma das partes deve ser igual ao todo, nem menor, nem maior.

Para resolver esse problema, Borges da Costa (BORGES DA COSTA, 2003) sugere a adição de um vínculo na Eq.(2.3.8), resultando em

$$\sum_{m=1}^M H_{n,m} \cdot \bar{a}_m = b_n - \lambda, \quad \text{Eq.(2.3.10)}$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange a ser determinado.

Isolando os valores de  $\bar{a}_n$  tem-se

$$\bar{a}_n = b_n \cdot \sum_{m=1}^M H_{n,m}^{-1} - \lambda \cdot \sum_{m=1}^M H_{n,m}^{-1}. \quad \text{Eq.(2.3.11)}$$

Como a primeira parcela da subtração na Eq.(2.3.11) é a solução do problema sem o vínculo, dado pela Eq. (2.3.8), e que vamos representar por  $\bar{a}_n^x$ , podemos escrever

$$\bar{a}_n = \bar{a}_n^x - \lambda \cdot \sum_{m=1}^M H_{n,m}^{-1}. \quad \text{Eq.(2.3.12)}$$

A Eq (2.3.12) dá a solução com vínculo para o método de determinação das frações de área por análise linear de histogramas. Agora resta encontrar o valor de  $\lambda$ . Para isso usa-se a condição de vínculo da Eq.(2.3.9), encontrando-se

$$\sum_{n=1}^M \bar{a}_n = \sum_{n=1}^M \bar{a}_n^x - \lambda \cdot \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M H_{n,m}^{-1} = 1 \quad \text{Eq.(2.3.13)}$$

e, por fim, pondo-se  $\lambda$  em evidência, temos

$$\lambda = \frac{\sum_{n=1}^M \bar{a}_n^x - 1}{\sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M H_{n,m}^{-1}}. \quad \text{Eq.(2.3.14)}$$

Este método possibilita portanto a minimização do  $\chi^2$  atrelado à condição de que a soma das frações de área dos componentes homogêneos seja unitária. Na Figura 2.7 é ilustrado o comportamento de  $\chi^2$  em função dos valores de dois parâmetros que são as frações de área de seus dois componentes. Observa-se a existência de um mínimo absoluto desta função, representado pela seta preta, que ocorre para valores bem determinados destas frações de área. Na mesma figura é desenhado o plano sobre o qual a soma destas frações é unitária. O mínimo de  $\chi^2$  que tem sentido para o método de análise linear de histogramas é aquele que se situa na linha de intersecção entre a superfície  $\chi^2$  e o plano de soma unitária, representado no gráfico pela seta azul.



principais idiomas e cada módulo deve ser desenvolvido com as interfaces que serão acessadas pelo *Arthemis*.

A interface configurável do *Arthemis* permite que este seja adaptado conforme o destino da aplicação, embora os métodos de processamento e análise de imagens sejam praticamente os mesmos para todas as áreas como patologia, mineralogia, sensoriamento remoto, etc., a terminologia empregada deve corresponder ao vocabulário familiar a cada profissional em cada especialidade. A interface do *framework* permite a inclusão ou remoção de módulos que sejam de interesse de determinada área de aplicação, ou seja, o *Arthemis* é moldado conforme o usuário garantindo a flexibilidade e facilidade de utilização em cada ambiente específico.

## CAPÍTULO 3

### 3 Arquitetura e Implementação do ambiente CalcPhase

Conforme mostra a Eq.(2.4.4), o método de cálculo das frações de área dos componentes homogêneos de uma imagem, CalcPhase, requer os seguintes dados de entrada:

- o histograma da imagem a ser analisada;
- o padrão formado pelos histogramas aproximados dos componentes homogêneos que compõe a imagem.

O histograma da imagem a ser analisada é um dado facilmente calculado, uma vez que qualquer biblioteca ou API de processamento de imagens, como a JAI por exemplo, implementa um método histograma. Este método recebe a matriz de pixels de uma imagem e retorna um vetor cujo tamanho é o número de níveis de cinza que a imagem possui e preenchido com o número de pixels para cada nível de cinza. Caso a imagem for colorida, são três os histogramas calculados, uma para cada canal de cor.

Quanto ao padrão formado pelos histogramas aproximados dos componentes homogêneos da imagem, o processo de obtenção é um pouco maior e requer a ajuda do usuário. Para tanto, o programa CalcPhase implementa um ambiente composto por três módulos: o módulo de composição de histograma aproximado de um componente, o módulo de composição de padrões e o módulo de processamento em lote. São apresentados dois tipos de arquivos novos: o arquivo de histograma de um componente e o arquivo de padrões.

#### 3.1. O módulo de composição de histograma aproximado de um componente

O módulo de composição de histograma aproximado de um componente é a parte do ambiente CalcPhase que apresenta ao usuário do programa uma interface gráfica amigável, no qual ele dispõe de ferramentas de seleção, visualização e manipulação da imagem para que os componentes sejam selecionados e, por consequência, calculados com a maior precisão possível. Abaixo é possível visualizar a arquitetura do módulo:

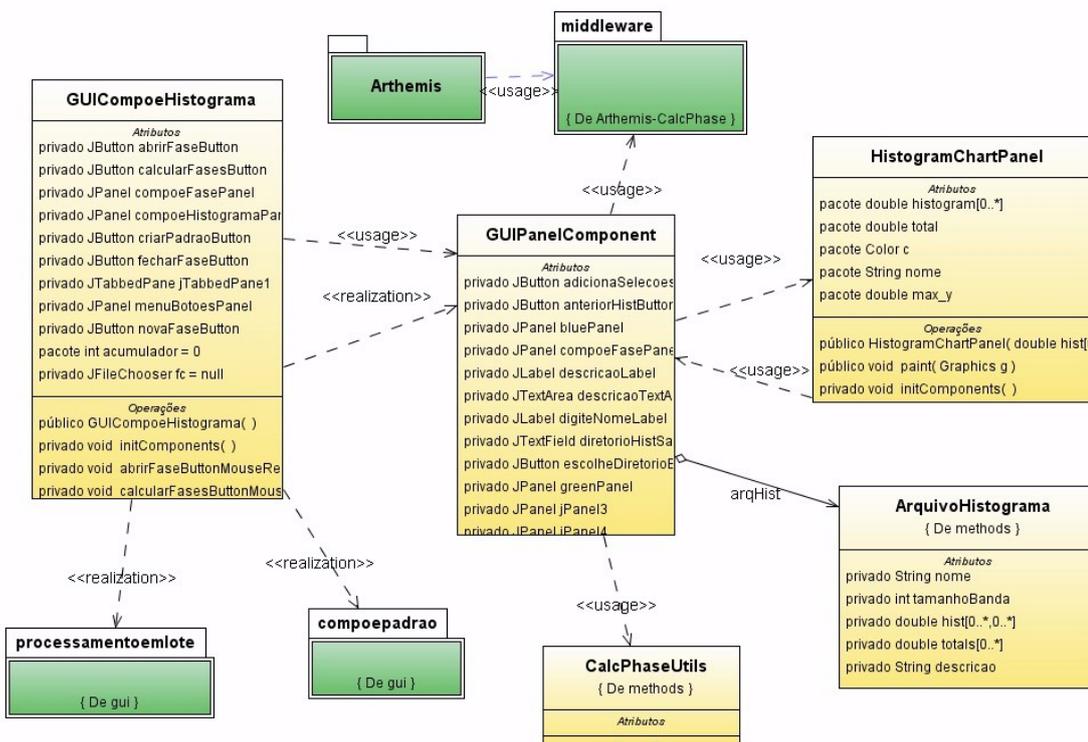


Figura 3.1: Arquitetura do módulo de composição de histogramas de fase

Neste módulo, a classe *GUICompoeHistograma* é a interface principal. Nela são apresentadas ao usuário opções como criar um novo, abrir e fechar histogramas de um componente homogêneo, entre outros. Como se pode ver na Figura 3.2, toda vez que é aberto ou criado um novo histograma de um componente homogêneo, é criado um objeto do tipo *GUIPanelComponent* e adicionado na forma de uma aba à interface principal. A classe *GUIPanelComponent* permite adicionar seleções de imagem referentes a um determinado componente homogêneo, visualizar o histograma destas seleções, limpar e recomeçar este procedimento e salvar o histograma aproximado de um componente homogêneo definido pelo usuário.

Para possibilitar a visualização do histograma aproximado do componente homogêneo, *GUIPanelComponent* faz uso da classe *HistogramChartPanel* que desenha o histograma do componente criado a partir das seleções fornecidas até então.

Na Figura 3.2, o Componente 0 foi obtido de pedaços de uma imagem colorida e exibe três histogramas, uma para cada banda de cor, vermelho, verde e azul. Caso a imagem

fosse preto-e-branca ou tivesse apenas uma banda, um histograma apenas seria exibido.

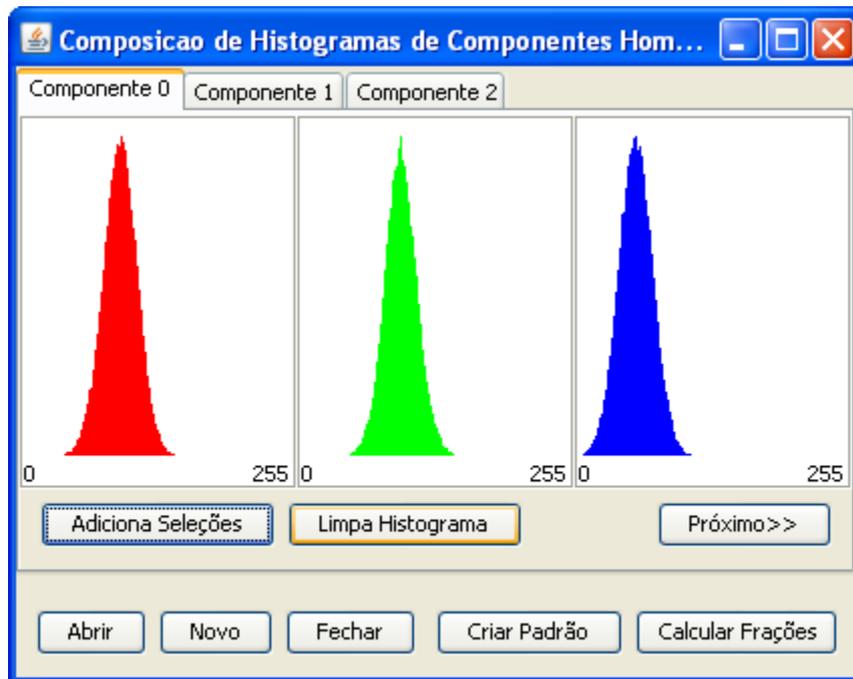


Figura 3.2: Interface do módulo de composição de histogramas

Para adicionar seleções de imagem, *GUIPanelComponent* faz uso da plataforma *Arthemis* que, a partir de uma camada de software intermediária, atuando como um *middleware*, permite o acesso à imagem corrente exibida e às seleções nela feitas. Com base nesses dados, *GUIPanelComponent* extrai, com a ajuda do método *getHistogram()* implementado em *CalcPhaseUtils*, os histogramas das seleções de imagem feitas pelo usuário e os adiciona em uma instância inicializada em zero do objeto criado pela classe *ArquivoHistograma*, criado juntamente com *GUIPanelComponent*. Os dados como nome do histograma do componente homogêneo a ser criado bem como sua descrição são também gravados no objeto *ArquivoHistograma*. No momento de salvar o histograma, são os dados deste objeto que irão compor o arquivo do tipo HISTOGRAMA a ser criado.

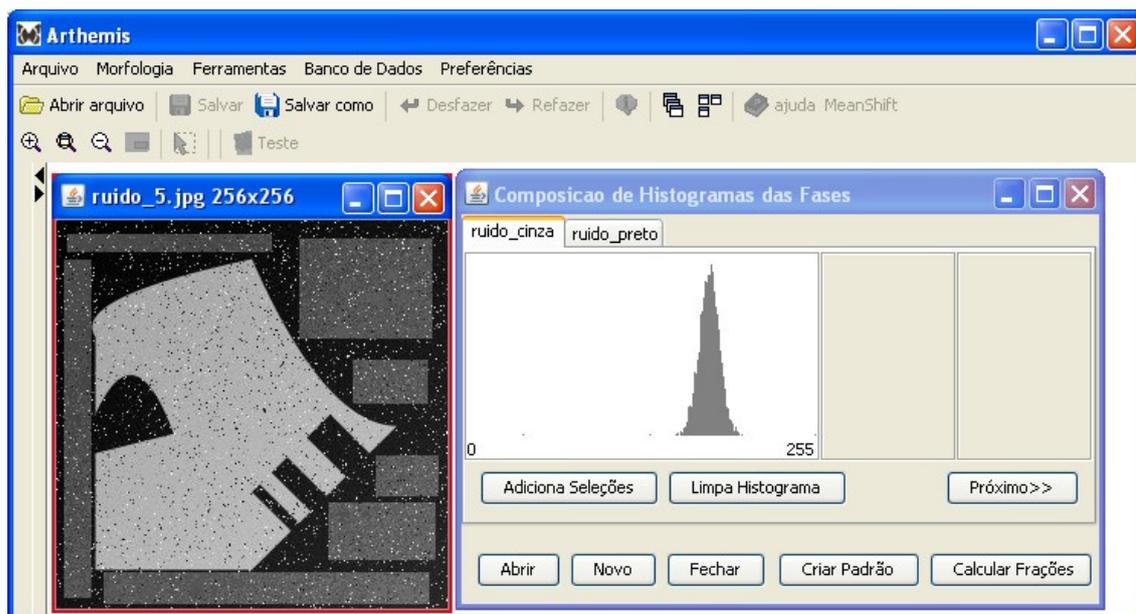


Figura 3.3: Tela da plataforma Artemis e o módulo de composição de histogramas

Neste módulo, a classe *GUICompoeHistograma*, também implementa uma ligação para os módulos de composição de padrões e processamento em lote. No caso do módulo de composição de padrões, ao clicar em *Criar Padrão* os histogramas de componentes abertos no momento são usados para compor um arquivo de PADRÃO. No caso do módulo de processamento em lote, ao clicar *Calcular Frações* os histogramas de componentes homogêneos abertos na classe *GUICompoeHistograma* são usados para compor um arquivo de PADRÃO temporário e a imagem corrente exibida no Artemis é a imagem da qual serão determinadas as frações de área.

### 3.1.1 Arquivos HISTOGRAMA

Um arquivo HISTOGRAMA, usado pelo programa CalcPhase, é um arquivo que usa o formato XML (Extensible Markup Language) para armazenar dados. O formato XML foi eleito porque apresenta vantagens como portabilidade e flexibilidade ao armazenamento de dados, além de facilitar a leitura e escrita de dados.

Para o CalcPhase, os dados armazenados neste arquivo devem necessariamente ser: uma tag que informa o número de tons de cinza, ou tamanho do histograma contido no arquivo e outras  $n$  tags numeradas de 0 a  $n-1$ , informando a relação da soma dos pixels de

cada tom de cinza em relação ao número total de pixels da imagem. A tag que informa o tamanho do histograma parece a princípio desnecessária, mas foi incluída para verificar a consistência do arquivo, bem como informar quanta memória deve ser alocada para guardar o vetor histograma na memória. Pode-se também incluir tags de dados como nome, descrição, data, local de aquisição, etc ao arquivo, possibilitando o desenvolvimento de outros programas que façam uso destes dados sem prejuízo ao CalcPhase.

### ***3.1.2 Arquivo de um PADRÃO***

O arquivo de um PADRÃO é também um arquivo XML que compartilha da filosofia do arquivo HISTOGRAMA. A diferença reside no fato de que um arquivo de PADRÕES armazena o conteúdo de arquivos HISTOGRAMA. Necessariamente, este arquivo possui os seguintes dados: uma tag informando o número de histogramas contidos no arquivo e  $n$  tags histograma, cujo conteúdo é o mesmo que o encontrado em arquivos HISTOGRAMA. Da mesma forma, é possível armazenar outros tipos de dados no arquivo, para posterior uso e sem prejuízo ao CalcPhase.

Note agora que os dados armazenados neste tipo de arquivo são histogramas aproximados dos componentes homogêneos que compõem uma imagem e que, em conjunto com o histograma de uma imagem, completam os dados necessários para o início do método de cálculo das frações de área, objeto deste trabalho. O nome dado a esse tipo de arquivo justifica-se pelo fato de que uma série de histogramas de componentes homogêneos reunidos forma um padrão específico, encontrado em uma ou várias imagens.

## **3.2. O módulo de composição de padrões**

Este módulo basicamente implementa uma interface gráfica onde o usuário pode criar novos padrões sem compor novos histogramas aproximados de componentes de uma imagem. O que este módulo possibilita é fazer uso de arquivos HISTOGRAMA já armazenados no computador e compor arquivos de um PADRÃO para posterior processamento de uma ou várias imagens. A Figura 3.4 mostra a arquitetura deste módulo.

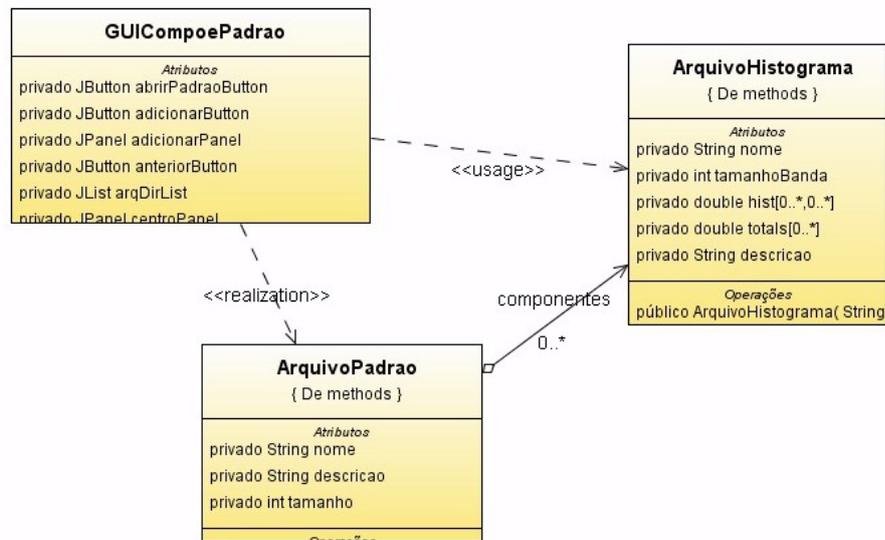


Figura 3.4: Arquitetura do módulo de composição de padrões

Neste módulo a classe *GUICompoePadrao* implementa a interface principal. Conforme se pode ver na Figura 3.5(a), a interface principal deste módulo apresenta uma maneira simples de compor um conjunto de arquivos do tipo HISTOGRAMA em um arquivo do tipo PADRÃO. Do lado esquerdo da interface existe um ambiente para explorar os arquivos e diretórios de computador e são considerados arquivos HISTOGRAMA apenas os que tiverem a extensão *.hist*. Uma vez encontrados arquivos do tipo HISTOGRAMA, é possível adicionar ou removê-los para o lado direito da interface, onde listam os arquivos já selecionados. Como um arquivo do tipo PADRÃO deve possuir todos os componentes histogramas com o mesmo número de bandas, e as bandas com o mesmo número de tons de cor, uma vez que não faria sentido analisar uma imagem colorida (3 bandas) fazendo uso de um arquivo de PADRÃO com um dos componentes de 1 banda só, durante o processo de adição de um novo arquivo HISTOGRAMA é testado o número de bandas e cada tamanho de banda do componente em relação aos demais. Após o processo de composição do arquivo de PADRÃO, a interface principal permite a entrada de dados como o nome e uma descrição do arquivo a ser salvo (Figura 3.5(b)).

Além de criar um novo padrão, é possível também abrir um arquivo padrão já existente para edição. Neste caso a lista de componentes histogramas exibe os componentes do arquivo de PADRÃO, permitindo sua modificação ou a criação um novo arquivo de PADRÃO baseado no primeiro.

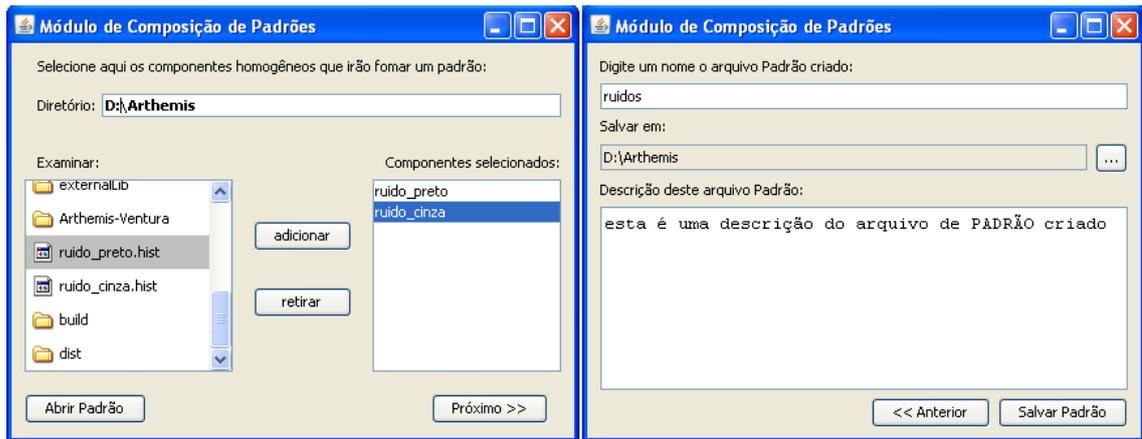


Figura 3.5: (a) Tela de seleção de componentes (b) Tela para o nome e descrição

### 3.3. O módulo de processamento em lote

O módulo de processamento em lote implementa a parte de análise quantitativa do método de cálculo das frações de área e que pode ser feita de forma automática. Na Figura 3.6 é possível visualizar a arquitetura deste módulo.

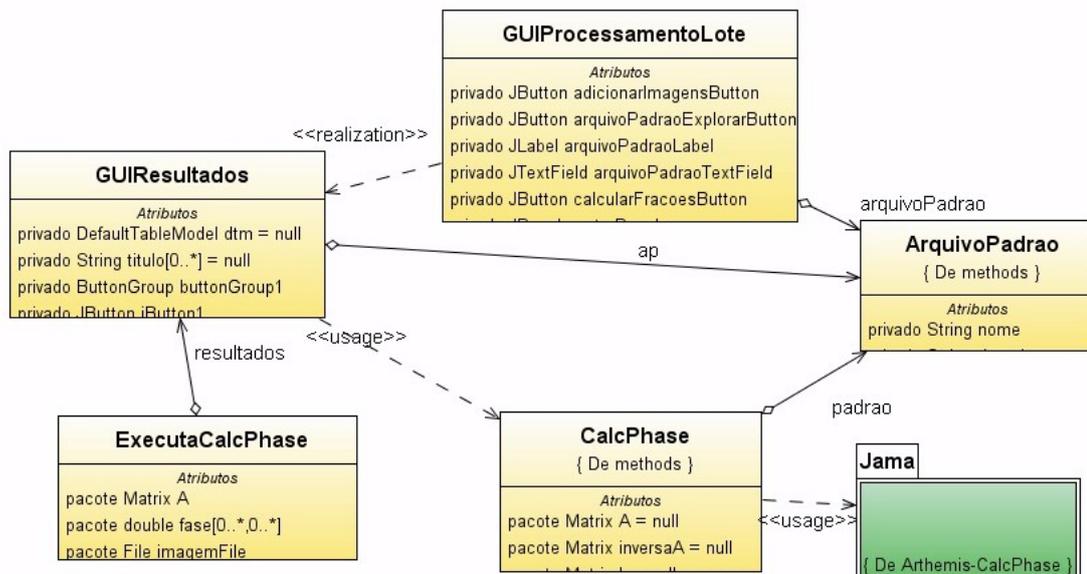


Figura 3.6: Arquitetura do módulo de processamento em lote

Neste módulo a classe *GUIProcessamentoLote* é a interface inicial (Figura 3.7). Esta interface é bastante semelhante à interface do módulo de composição de padrões, não possuindo obviamente a tela de nome e descrição. Na interface gerada pela classe *GUIProcessamentoLote*, o usuário possui um ambiente para explorar os diretórios de seu computador a procura de imagens. A adição das imagens desejadas no lote de imagens a serem analisadas se faz através dos botões *adicionar* e *remover*. Além das imagens, é preciso carregar um arquivo de PADRÃO, contendo os histogramas dos componentes homogêneos dos quais deseja-se obter as frações de área. Pronta este processo, o usuário está habilitado a invocar a interface criada pela classe *GUIResultados* pelo botão *Calcular Frações de Área*.

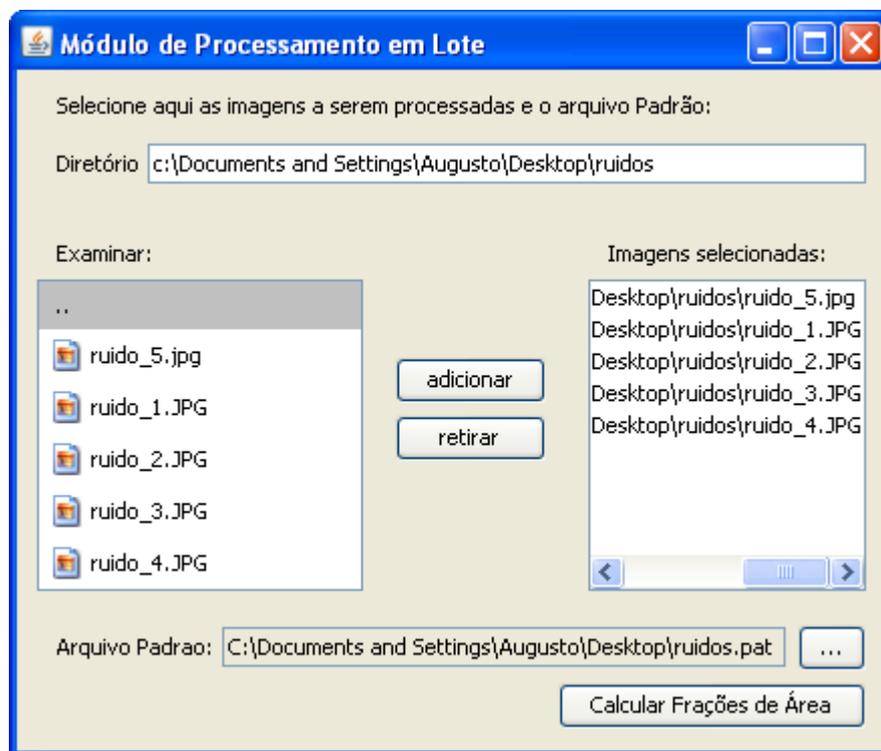


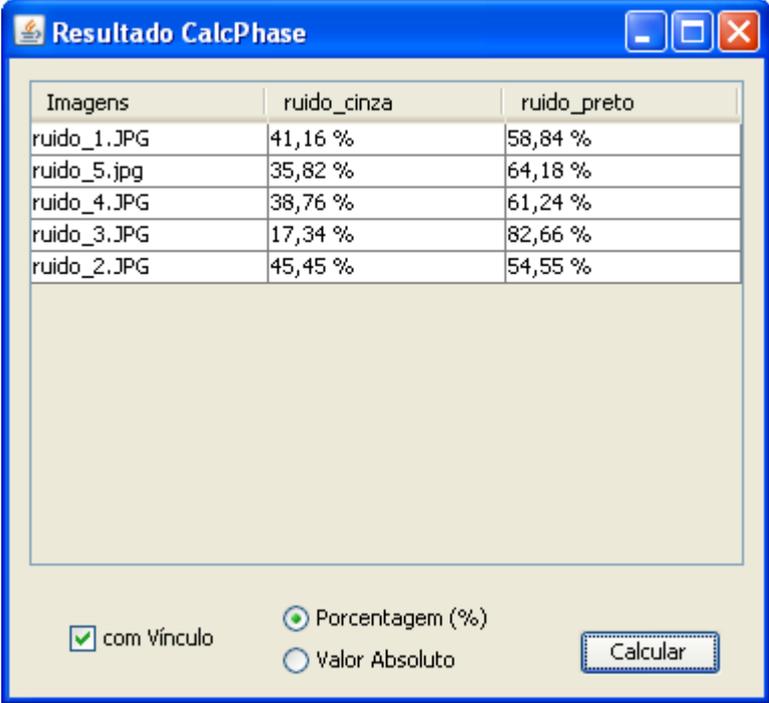
Figura 3.7: Tela do módulo de processamento em lote

A classe *GUIResultados* (Figura 3.8) é uma interface gráfica que no momento de sua criação recebe uma lista de imagens a serem analisadas e um arquivo de PADRÃO. Antes de iniciar o processamento o usuário decide que tipos de frações de área ele deseja: frações de área com vínculo ou sem vínculo e se o resultado deve ser apresentado em valores absolutos ou na forma de porcentagem. Após isso é dado início ao processamento.

No processamento, para cada imagem do lote, *GUIResultados* extrai seu histograma

e, junto com os histogramas aproximados dos componentes homogêneos presentes no arquivo de PADRÃO, repassa estes dados para a classe homônima ao programa, CalcPhase, classe esta que, com a ajuda da biblioteca JAMA (Java Matrix Package), implementa o método de cálculo das frações de área dos componentes homogêneos de uma imagem, com ou sem vínculo, objeto deste trabalho de graduação. A biblioteca JAMA (Java Matrix Package) implementa operações da álgebra linear e operações de construção e manipulação de matrizes.

Uma vez efetuado o cálculo das frações de área, os resultados são exibidos em uma tabela na interface de *GUIResultados*. Para que as frações de área dos componentes homogêneos de uma certa imagem sejam inseridas na tabela de *GUIResultados* logo após CalcPhase terminar o seu processamento é necessário o uso de *threads* que executem uma instância da classe CalcPhase com cada uma das imagens. Caso contrário o resultado de todas as imagens do lote seriam apresentados apenas no final de todo processamento. Para tanto *GUIResultados* usa a classe *ExecutaCalcPhase* que estende *threads*.



The screenshot shows a window titled "Resultado CalcPhase" with a table of results. The table has three columns: "Imagens", "ruído\_cinza", and "ruído\_preto". Below the table are two radio buttons for "Porcentagem (%)" (selected) and "Valor Absoluto", a checked checkbox for "com Vínculo", and a "Calcular" button.

Imagens	ruído_cinza	ruído_preto
ruído_1.JPG	41,16 %	58,84 %
ruído_5.jpg	35,82 %	64,18 %
ruído_4.JPG	38,76 %	61,24 %
ruído_3.JPG	17,34 %	82,66 %
ruído_2.JPG	45,45 %	54,55 %

Figura 3.8: Tela de apresentação dos resultados das frações de área

## 4 Estudos de caso

A seguir serão apresentados alguns estudos de caso nos quais são apresentados as frações de área dos componentes homogêneos das imagens apresentadas com vínculo e sem vínculo, a fim de mostrar o ajuste realizado pelo método com vínculo para que as frações de área totalizem 100%

### Estudo 1:

A Figura 4.1 representa a vista aérea de um trecho do Rio Negro com uma densa região de floresta Amazônica ao redor. Nesta imagem pode-se notar claramente dois componentes homogêneos distintos: o Rio Negro, em azul e a Floresta Amazônica, em verde. Usando o CalcPhase, para extrair desta imagem as frações de área de cada componente, com e sem vínculo, tem-se:



*Figura 4.1: Rio Negro e Floresta Amazônica*

Resultado sem vínculo:

● Floresta Amazônica:	68,05 %
● Rio Negro:	25,05 %
Total :	93,10 %

Resultado com vínculo:

● Floresta Amazônica:	72,12 %
● Rio Negro:	27,88 %
Total:	100,00 %

Como pôde-se notar, as frações de área da imagem sem vínculo apresentaram o seu somatório menor do que 1, enquanto que a solução com vínculo ajustou o resultado para valores mais coerentes e de somatório unitário.

## Estudo 2:

A Figura 4.2 é uma imagem de uma amostra de mica (Wikipédia: Mica), mineral composto por Ferro, Calcio, Alumínio, Silício, entre outros elementos. Esta imagem foi previamente tratada para exibir pseudo-cores (GONZALEZ, 2002) para cada componente do mineral. Da imagem de amostra deseja-se saber qual a quantidade de cada componente na composição do mineral. Para isso, usando o programa CalcPhase encontra-se as seguintes proporções:

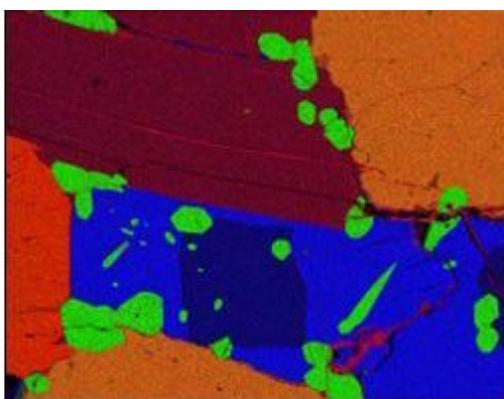


Figura 4.2: Amostra de mica

### Resultado sem vínculo:

● Comp. Laranja:	20,83 %
● Comp Marrom:	26,75 %
● Comp. Verde:	10,84 %
● Comp Azul:	15,81 %
● Comp Azul Escuro:	5,31 %
● Comp. Vermelho:	6,98 %
Total :	86,52 %

### Resultado com vínculo:

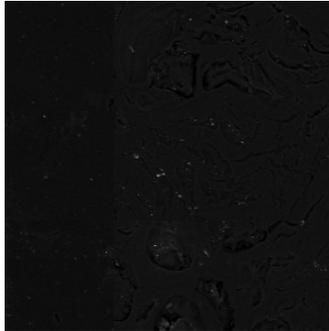
● Comp. Laranja:	23,77 %
● Comp Marrom:	28,64 %
● Comp. Verde:	15,47 %
● Comp Azul:	17,46 %
● Comp Azul Escuro:	5,55 %
● Comp. Vermelho:	9,11 %
Total :	100,00 %

Mais uma vez, o uso do vínculo permitiu um ajuste das frações de área de modo a representar mais fielmente, e com mais coerência, as frações de área de cada componente da imagem.

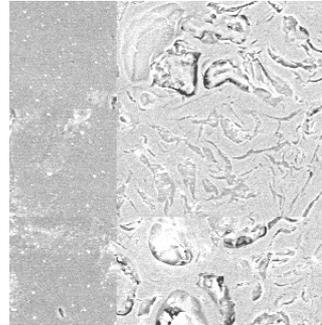
## Estudo 3:

A Figura 4.3(a) é uma imagem escura composta por dois componentes de difícil distinção. Na Figura 4.3(b) mostra a imagem anterior com o contraste maior, permitindo assim, a visualização, por parte do usuário, dos dois componentes da imagem. Para calcular as frações de área, o programa CalcPhase usa a imagem sem o contraste aumentado. O motivo é pelo fato de que a operação de contraste elimina informações da imagem original e que são

importantes para o cálculo das frações de área. O uso da imagem contrastada é útil apenas para o usuário, que deste modo pode selecionar as regiões de cada componente homogêneo de forma mais fácil.



*Figura 4.3(a): Imagem escura*



*Figura 4.3(b): Imagem escura contrastada\**

*\*(usada apenas para facilitar o usuário visualizar melhor cada componente)*

Resultado sem vínculo da imagem escura sem contraste (original):

- Comp. 1: 33,04 %
- Comp. 2: 67,03 %
- Total: 100,07 %

Resultado com vínculo da imagem escura sem contraste (original):

- Comp. 1: 33,02 %
- Comp. 2: 66,98 %
- Total: 100,00 %

Nota-se neste caso de uso o fato de o uso do vínculo ter influenciado pouco para obtenção do resultado. Isto se deve ao fato de que os histogramas dos dois componentes não se sobrepõem, ou se sobrepõem pouco, havendo assim uma distinção bastante satisfatória de cada componente. Havendo uma boa distinção entre os componentes, o programa CalcPhase tem condições de encontrar frações de área bastante precisas de cada componente.

## 5 Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma implementação do método de cálculo de frações de área dos componentes homogêneos de uma imagem por análise linear de histogramas. Este método necessita da intervenção do usuário que faz a identificação dos componentes homogêneos da imagem e dos quais ele coleta amostras representativas. O programa extrai os histogramas destas amostras, os quais são tratados como histogramas aproximados dos respectivos componentes que podem tanto ser usados para uma análise imediata quanto armazenados em arquivos para uso posterior ou para a análise em lote de um conjunto de imagens adquiridas sob as mesmas condições de iluminação.

O método implementado é bastante eficiente para os casos em que não é necessária a segmentação e identificação espacial dos componentes na imagem e quando se deseja conhecer somente suas frações de área. Embora a tarefa de identificação e seleção de amostras pelo usuário possa ser em alguns casos demorada e tediosa, este trabalho é compensado com grande vantagem quando são realizadas análises em lote de conjuntos de imagens adquiridas sob as mesmas condições. Esta característica recomenda o seu uso para análises de rotina em que se tem controle sob as condições de aquisição.

A implementação aqui apresentada foi integrada ao sistema de processamento e análise de imagens Arthemis, desenvolvido pelo Laboratório de Computação Aplicada/UFSM e que, por ter sua arquitetura baseada em plug-ins, facilita a adição de novos componentes em um mesmo ambiente colaborativo de processamento e análise de imagens.

As possibilidades de melhora da ferramenta CalcPhase são várias. Destacamos como prioridade para trabalhos futuros, a fim de tornar o CalcPhase mais robusto e sua interface mais amigável:

1. estender o método de modo a suportar o processamento de imagens multiespectrais, ou seja, imagens com um número variável de canais de cor além das opções atuais que permitem tratar apenas um canal de cor (imagem monocromática) ou três canais de cor (imagem colorida);
2. criar uma ferramenta de visualização e comparação entre o histograma verdadeiro da imagem e o histograma da imagem gerado pela combinação linear dos

seus componentes. Ao apresentar o histograma real e o gerado sobrepostos, é possível visualizar o quanto estes dois histogramas diferem. Essa ferramenta fornece uma forma visual de verificar a exatidão dos resultados obtidos.

3. Adicionar as classes responsáveis pelo processamento em lote do CalcPhase ao módulo de processamento em lote genérico da plataforma Arthemis, que visa fornecer uma interface única para o processamento em lote de qualquer ferramenta de processamento e análise de imagens adicionada a este programa. Além disso, este módulo genérico permitirá combinar e encadear duas ou mais ferramentas de processamento e análise de imagens em forma de um pipeline de modo a diminuir os tempos de processamento e tornar mais prático o uso da plataforma Arthemis.

## Referências

Sun Developer Network. *Java Platform*. Disponibilizado em <<http://java.sun.com/>>.

BORGES DA COSTA, J. A. T. . *Area fractions by linear analysis of intensity level histograms*. In: XVI Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, 2003, São Carlos, SP. IEEE Computer Society Proceedings of SIBGRAPI 2003, XVI Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing. Los Alamitos, Ca, EUA : IEEE Computer Society, 2003. p. 238-244.

SILVEIRA, Claudia A.A.. *Ajuste de histogramas para determinação das frações volumétricas das fases de materiais compostos*. 2003. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Santa Maria.

MIRANDA, Anderson N., *Quantiphase: Um programa de processamento e análise de imagens para a caracterização da composição e homogeneidade de materiais*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) N.º 178 - Universidade Federal de Santa Maria. 2004

W. H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky and William T. Vetterling, *Numerical Recipes – in Pascal, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

ZANI, Sérgio Luiz, *Álgebra Linear*. Departamento de Matemática, ICMC-USP, São Paulo, 2007.

LAU, Hang T., *A Numerical Library in Java for Scientists & Engineers*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2004.

Sun Developer Network (SDN). *Java Advanced Imaging (JAI)*. Disponível em: <<http://java.sun.com/products/java-media/jai/reference/api/index.html>>.

GONZALEZ, Rafael C. *et al*, *Digital Image Processing*, Prentice Hall, 2002

Extensible Markup Language. *XML*. Disponível em: <<http://www.w3.org/XML/>>.

A Java Matrix Package. JAMA. Disponível em <<http://math.nist.gov/javanumerics/jama/>>