UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

Viviane Pegoraro

A INCLUSÃO DE ESTUDANTES AUTISTAS NO ENSINO REMOTO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CONCEITOS RELATIVOS A ÂNGULOS

Santa Maria RS
2021

This study was financied in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Finance Code 001

Pegoraro, Viviane
A INCLUSÃO DE ESTUDANTES AUTISTAS NO ENSINO REMOTO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CONCEITOS RELATIVOS A ÂNGULOS / Viviane Pegoraro.- 2021.
136 p.; 30 cm

Orientadora: Carmen Viera Mathias
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, RS, 2021

1. Educação especial inclusiva 2. Transtorno do Espectro Autista 3. Ângulos 4. GeoGebra 5. Ensino Remoto I. Viera Mathias, Carmen II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Viviane Pegoraro

A INCLUSÃO DE ESTUDANTES AUTISTAS NO ENSINO REMOTO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CONCEITOS RELATIVOS A ÂNGULOS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Matemática.**

Aprovada em 26 de fevereiro de 2021:

____

Carmen Vieira Mathias, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

____

Greice Scremin, Dra. (UFN)

____

Janice Rachelli, Dra. (UFSM)

____

Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum, Dra. (UFSM)

Santa Maria, RS
2021

Dedico este trabalho a minha família em especial aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Às queridas, Professora orientadora Carmen Vieira Mathias e Professora Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum, agradeço pela motivação, dedicação, paciência e inspiração. Estarão sempre na minha memória como exemplos de competência e profissionalismo.

Aos meus pais Renato José Pegoraro e Lourdes Zimmer Pegoraro, ao meu irmão Robson Pegoraro e minha cunhada Cristina Franceschet pela força, incentivo e apoio.

Aos meus amigos Fernanda Bortoluzzi, Margareth Rocha Bortoluzzi, Paulo Fernando Bortoluzzi, Bibiane Felippi e Claudia Adriana Gonzales Sossa, os quais tornaram possível a caminhada neste período.

A todos os professores do programa de pós-graduação, PROFMAT, da Universidade de Santa Maria, pelas orientações e reflexões sobre o ensino e aprendizagem de matemática.

Aos meus colegas de curso pela paciência, apoio e companheirismo.

E por fim, agradeço, aos meus colegas de trabalho das Escolas Érico Cavinato, Governador Roberto Silveira e todas as pessoas que de alguma forma colaboraram e estiveram presentes neste período.

“A educação se divide em duas partes: Educação das Habilidades e Educação das Sensibilidades. Sem a Educação das Sensibilidades todas as habilidades são tolas e sem sentido. Os conhecimentos nos dão meios para viver. A sabedoria nos dá razões para viver.”

(Rubem Alves)

RESUMO

A INCLUSÃO DE ESTUDANTES AUTISTAS NO ENSINO REMOTO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE CONCEITOS RELATIVOS A ÂNGULOS

AUTORA: Viviane Pegoraro
ORIENTADORA: Carmen Vieira Mathias

O objetivo desse trabalho é contribuir com o processo de ensino-aprendizagem do conceito de ângulo. Apresentamos uma proposta didática pensada para o ensino presencial e repensada para o ensino remoto, em função da suspensão das aulas no período da pandemia COVID-19. O trabalho foi realizado por meio do estudo de caso de três estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA), matriculados no 9° ano do ensino fundamental regular da rede pública municipal de uma cidade do interior do Rio Grande do Sul. Esperamos contribuir para a discussão da Educação Inclusiva, atentos ao que dita a legislação vigente e realizando uma pesquisa bibliográfica, com base em escritas contemporâneas de pesquisadores da área da saúde e da educação. Nesse trabalho compartilhamos experiências, relatos e sugestões de atividades, observadas as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Referenciais Curriculares Municipais. Assim, a proposta didática foi elaborada retomando o conceito de ângulo, apresentando as relações entre as medidas dos ângulos em retas concorrentes e de ângulos em uma circunferência, com a utilização de diferentes processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnológicas, como o Google Classroom, Google Meet e o software GeoGebra. Acreditamos que a proposta implementada possa contribuir com a prática docente, com as reflexões sobre os desafios da educação e da inclusão e auxiliar a encontrar meios que garantam a efetivar os objetivos do ensino, seja no modo presencial ou remoto.

Palavras-Chave: Educação especial inclusiva. Transtorno do Espectro Autista. Ângulos. GeoGebra. Ensino Remoto.

ABSTRACT

THE INCLUSION OF AUTISTIC STUDENTS IN REMOTE EDUCATION: A TEACHING PROPOSAL OF CONCEPTS RELATED TO ANGLES

AUTHOR: Viviane Pegoraro
ADVISOR: Carmen Vireira Mathias

The goal of this work is to contribute with the process of teaching-learning of the angle concept. We present a didatic proposal designed for classroom teaching and rethought for distance learning, due to the suspension of classes in the period of the COVID-19 pandemic. The work was done by means of the case study of three students with Autism Spectrum Disorder (ASD), enrolled in the 9th grade of elementary school regular of the municipal public network of an inner city in the Rio Grande do Sul. We hope to contribute to thediscussion of Inclusive Education, attentive to the current legislation, andperformed a bibliographic search, based in contemporary writing of researchers from the area of health and education. In this work we share experiences, reports and suggestions os activities, observing the guidelines of the Common National Curriculum Base (BNCC) and municipal curriculum references. So the didatic proposal was elaborated using the concept of angle, presentin relationships between meansures os angles on competing straights and angles in a circle, with the use of different processes and mathematical tools, inclusive the technological, like the Google Classroom, Google Meet and the Software GeoGebra. We believe that the proposal implemented can contribute with teaching practice, with reflections on the challenges of education and inclusion and help find ways to ensure to realize the objectives of teaching, either in person or remote mode.

Keywords: Inclusive special education. Autism Spectrum Disorder. Angles. GeoGebra. Remote teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE – Atendimento Educacional Especializado

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CME – Conselho Municipal de Educação

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

DOCCX – Documento Orientador Curricular para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental de Caxias do Sul

DSM – Manual de Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

LIE – Laboratório de Informática Educativa

MEC – Ministério da Educação e Cultura

OMS - Organização Mundial da Saúde

ONU – Organização das Nações Unidas

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SMED – Secretaria Municipal da Educação

TEA – Transtorno do Espectro Autista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta uma proposta de ensino sobre o conceito de ângulos, dentro da unidade temática Geometria, conforme propõe a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nosso objetivo principal é observar como se dá a aprendizagem deste tópico por três estudantes com Transtorno do Espetro Autista (TEA), inclusos em duas turmas regulares de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Caxias do Sul.

Tendo como problemática investigar quais recursos pedagógicos podem ser úteis para o ensino da Geometria, a fim de tornar possível a construção do conhecimento e o desenvolvimento de novas habilidades por estes estudantes autistas, buscamos traçar objetivos específicos que guiassem esse propósito.

Nesse sentido, buscamos contribuir para as discussões e reflexões sobre a educação inclusiva, em especial a inclusão dos autistas. Averiguar o que diz a legislação vigente e os documentos oficiais sobre o ensino para as crianças/estudantes com TEA. Compartilhar experiências, relatos e sugestões de atividades sobre o ensino de ângulos, observadas as diretrizes da BNCC e dos Referenciais Curriculares Municipais. Criar, implementar e avaliar uma sequência didática, que utilizou diferentes recursos pedagógicos.

Esperamos, por meio desse trabalho contribuir para a discussão sobre a Educação Especial Inclusiva, no atendimento da criança/estudante com TEA. Conforme Rodrigues e Spencer (2015), trata-se de um tema desafiador, complexo, difícil de ser entendido e explicado. E que “antes de discutir níveis, denominações, causas de Autismo, melhor será interagir, conviver com eles, vislumbrando sempre as potencialidades que precisam ser reveladas e as capacidades que precisam ser desenvolvidas.” (RODRIGUES, SPENCER, 2015, p. 12).

As transformações observadas mundialmente, nas últimas décadas, em prol da educação inclusiva são significativas. Em particular, no Brasil, a publicação da “Convenção sobre os direitos das pessoas com deficiências” feita pela Organização das Nações Unidas (ONU), em 2006, foi fundamental para alavancar as mudanças acerca da inclusão.

À luz deste documento, o Ministério da Educação (MEC), em 2008, lançou a “Política Nacional da Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva”, com o objetivo de estabelecer diretrizes para a criação de políticas públicas e práticas pedagógicas. Reformulou o papel da educação especial e instaurou o Atendimento Educacional Especializado (AEE) nas instituições de ensino.

O TEA passa a ser tratado com mais clareza pela legislação a partir de 2012, com a lei que institui a "Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista", pois não se trata de uma doença, nem de uma deficiência e sim de um transtorno, o que a deixava às margens da normatização.

De acordo com a Organização Mundial da Saúde[1] (OMS), doença é a ausência de saúde. E saúde é definida, no preâmbulo da Constituição da OMS como "estado completo de bem-estar físico, mental e social e não apenas diz respeito à ausência de afecções e enfermidades" (2014, p.2). Uma doença se trata de um conjunto de sinais ou sintomas específicos que alteram o estado normal de saúde. As causas da doença podem ser externas ou internas. Uma síndrome é a reunião de vários sintomas, que definem manifestações clínicas, cujas causas nem sempre são identificadas. Existem síndromes relacionadas às origens biológicas e psicológicas.

Já os transtornos definem "o ato ou efeito de transtornar, bagunçar, desorganizar, desordenar" (NEUROSABER, 2020) e são objetos de estudo da medicina por estarem relacionados a algo que afeta os processos psicológicos e os processos mentais, pois é na área do cérebro que eles acontecem com maior recorrência. As causas dos transtornos também podem ser desconhecidas.

Segundo Gaiato (2019), a partir da quinta edição do Manual de Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM[2]), publicado em 2013, que a Síndrome de Asperger, o Autismo Infantil, o Autismo Atípico, o Transtorno Degenerativo e a Síndrome de Rett foram reuniu todos em uma única classificação diagnóstica: Transtorno do Espectro Autista (TEA).

Estatísticas apontadas nos estudos de Gaiato (2019) trazem que, em 1980 a quantidade de crianças diagnosticadas com autismo era 1 em cada 10.000. Atualmente, esses números são muito diferentes, apontando 1 a cada 59 crianças. E aponta algumas possibilidades para um aumento tão significativo de casos:

---

[1] A Organização Mundial da Saúde (OMS) é uma agência das Nações Unidas que tem em sua essência lidar com questões relativas à saúde mundial.

[2] O Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM) é um livro-base utilizado pelos profissionais da saúde, pesquisadores, indústrias farmacêuticas, companhias de seguro e planos de saúde, e por parlamentos políticos como referência na classificação dos transtornos psiquiátricos. Lista as diferentes categorias de transtornos mentais e critérios para diagnosticá-las.

> Houve mudanças nos critérios diagnósticos ao longo dos anos. Nas edições anteriores do DSM, o critério para o transtorno metal autístico envolvia sintomas muito mais graves. Atualmente, o espectro está ampliado, e com isso, mais casos se enquadram nele.
> Houve também aumento na conscientização da sociedade – melhor reconhecimento das diferentes fases do espectro.
> A sociedade tem mostrado mais interesse no TEA, o que favorece discussões e pesquisas sobre o assunto.
> Antes chamávamos de deficiência intelectual e dávamos outros rótulos, sem mencionar autismo (GAIATO, 2019, p. 42).

Conscientes desse panorama de senso científico, em consonância com as questões jurídicas, entendemos a importância de se contribuir da melhor forma possível com a Educação Especial para autistas, na perspectiva inclusiva, buscando conscientizar os profissionais da educação

> sobre as bases filosóficas, político-educacionais, jurídicas, éticas, responsáveis pela formação de competências do profissional que participa ativamente dos processos de integração, desenvolvimento e inserção da pessoa com deficiência na vida produtiva em sociedade (RODRIGUES; SPENCER, 2015, p. 73).

Observando os comportamentos característicos dos autistas, referentes à comunicação social, aos interesses restritos e padrões repetitivos, em um trabalho de muitas mãos entre professores que atuam na sala de aula e no AEE, coordenação pedagógica, direção escolar, assessoria da educação especial, profissionais da saúde e a família, buscamos práticas educativa que possibilite consolidar as habilidades propostas, auxiliando-a na busca da identidade própria, no reconhecimento e valorização das suas diferenças e potencialidades.

Dentro da unidade temática Geometria, optamos pela abordagem do estudo de ângulos, associada a utilização de recursos didáticos e de tecnologias. Como pressupõe Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[3] , "a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento" (BRASIL, 2017), sendo "ângulo" um conceito de fundamental importância para se estabelecer relações, investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos.

Compõe as competências específicas da Matemática

---

[3] Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define um conjunto de aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

> Utilizar processos e ferramentas matemática, inclusive tecnologias digitais disponíveis para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados (BNCC, 2017, p. 267).

Por isso, propomos a utilização do software de matemática dinâmica GeoGebra, como importante ferramenta de construção geométrica, permitindo a interação dos estudantes com os objetos de estudo, a experimentação, a descoberta, a resolução de problemas e a reflexão sobre os resultados obtidos.

Inicialmente, pensamos em uma proposta didática com abordagem sobre ângulos para o ensino presencial e a ideia era desenvolvê-la junto às turmas de 9° ano do Ensino Fundamental e observar o processo de ensinar e aprender junto aos estudantes com TEA. Porém, visto a pandemia de COVID-19, as aulas foram suspensas na forma presencial e o ano letivo de 2020, foi realizado de forma remota, o que impossibilitou o desenvolvimento das atividades em sala de aula.

Assim, foi necessário adaptar e apresentar uma proposta didática para o ensino remoto[4]. Algumas ferramentas tecnológicas, além do software GeoGebra foram utilizadas, como o Google Classroom, o Google Meet e aplicativos como o Whatsapp. Observamos que os professores precisaram buscar se familiarizar com essa nova modalidade de ensino e aprendizagem (ensino remoto) e a enfrentar os desafios de consolidar o ensino.

[4] Conforme Lazari e Barros (2020) o ensino remoto refere-se à mudança do espaço físico presencial para o temporariamente digital.

2 APONTAMENTOS SOBRE INCLUSÃO E O TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA

Atuar em instituições de ensino representa um importante papel para todos os profissionais da educação por todas as incumbências a eles demandadas. Pensando na função do professor, de proporcionar a mobilização dos conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores. Assim, ponderando sobre os desafios e dificuldades encontradas na sua prática é que deparamos com a questão da inclusão, em específico, de estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA), ou, simplesmente, autistas.

A inclusão, amparada e assegurada pela legislação vigente, implica no acesso e permanência à escola, na oferta ao currículo flexibilizado, respeitando as diferenças e atendendo às necessidades, "disponibilizando um conjunto de serviços, recursos e estratégias específicas que favoreça o processo de escolarização das suas crianças/estudantes nas turmas do ensino regular" (CAXIAS DO SUL, 2017).

Atentos às aprendizagens essenciais que todos os estudantes têm direito de adquirir ao longo da Educação Básica, firmadas pela BNCC, e no que diz respeito ao desenvolvimento do Pensamento Matemático, que deve acontecer contemplando a exploração e o estudo das cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística), é que daremos o enfoque a uma proposta sobre o estudo da Geometria do 9° ano do Ensino Fundamental, para estudantes autistas.

2.1 O TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA

O TEA, segundo Gaiato (2019, p.21), "é um transtorno do neurodesenvolvimento. Isso significa que algumas funções neurológicas não se desenvolvem como deveriam nas respectivas áreas cerebrais das pessoas acometidas por ele". A autora ainda cita que são muitas as disfunções neurológicas apresentadas pelos autistas, por isso, os sintomas variam muito e, dessa forma, não são encontradas correlação entre grandes amostras nas pesquisas. Mas, segundo a mesma autora, é possível observar, nos autistas, características gerais como alteração na comunicação social, interesses restritos e comportamentos repetitivos e estereotipados.

Mas, segundo a mesma autora, é possível observar, nos autistas, características gerais como alteração na comunicação social, interesses restritos e comportamentos repetitivos e estereotipados.

Referente a comunicação social, Gaiato (2019) salienta algumas características que a pessoa autista costuma apresentar, como um déficit com seus familiares e colegas, que se observa na dificuldade em se relacionar socialmente de forma adequada, se levarmos em consideração a desenvoltura para sua faixa etária. Na interação com os colegas, costumam não demonstrar interesse pelas mesmas brincadeiras quando crianças, ou pelos mesmos assuntos quando adolescentes.

Os autistas podem demonstrar pouco interesse no que a outra pessoa diz ou sente, por isso, muitas vezes, são vistas como insensíveis, ou não afetivos. Na verdade, como eles apresentam dificuldades em compreender e expressar o seu próprio sentimento, tanto mais interpretar o que o outro sente.

Ainda sobre as limitações do autista na interpretação das expressões na comunicação social, Gaiato (2019) explica que

> As habilidades sociais são coordenadas por um conjunto de áreas do cérebro que formam cadeias associativas para o desenvolvimento social. O homem é o único ser que possui a habilidade de ‘ler a mente’ de outras pessoas, que interpreta sinais sutis. A compreensão das intenções do outro nos permite inferir o que o outro está fazendo ou pretende fazer. A pessoa com autismo, porém, tem muita dificuldade em fazer isso (GAIATO, 2019, p. 66).

É comum que pessoa com TEA apresente dificuldade de entender o significado da linguagem não verbal, como gestos, expressões faciais e sinais e a linguagem figurada, como metáforas, “piadas” e gírias. Não gosta de toques ou abraços e evita o contato visual.

Na fala, a pessoa com TEA tem uma tendência a explanar sobre um assunto, um tema, ou um personagem, algumas vezes, falando sozinhos, sem intenção de interagir. Rodrigues e Spencer (2015) chamam a atenção para o aspecto de que:

> É comum grande parte dos autistas conseguir progredir na interpretação da linguagem verbal e insistir na elaboração de perguntas que esperam respostas precisas e parecidas com as respostas dadas anteriormente. Neste sentido, a preparação daquele profissional que lida com o autista deve, inclusive, caminhar para estar atento ao que irá responder, pois há a memorização das respostas e, quando as mesmas perguntas são feitas, eles esperam as mesmas respostas. Perguntas estereotipadas relativas às datas históricas, aos personagens da literatura, da política, das artes, aos números de edições de revistas, aos horários, aos itinerários, à sequência de filmes são questões que, às vezes, até surpreendem quem lida com eles, pois nem percebeu as situações sobre as quais está sendo interrogado (RODRIGUES; SPENCER, 2015, p. 27).

A pessoa com TEA tem dificuldade de iniciar e responder à conversação com outras pessoas, necessitando de apoio (que varia com o grau do autismo). Quando faz alguma aproximação é, em geral, robotizada, mecanizada.

Já em relação aos interesses restritos, conforme Gaiato (2019), a pessoa autista pode apresentar fixação em temas, personagens ou atividades. Por exemplo, só demonstra interesse por animais, gosta dos personagens do "*Star Wars*"[5], ou é exímio na arte de desenhar.

No que diz respeito aos comportamentos repetitivos e estereotipados, como Gaiato (2019) salienta, é comum observar movimentos repetitivos com objetos, como girar a rodinha de um carrinho. Interesse por objetos que apresentam movimentos repetitivos, como um ventilador ligado, ou os ponteiros de um relógio, ou mesmo uma torneira pingando. Movimentos repetitivos com o corpo, como movimentar o tronco para frente e para trás.

Na pessoa com TEA é marcante, segundo Gaiato (2019) a insistência por rotinas, rituais, pois tenta sempre manter o padrão. Havendo qualquer mudança, pode se sentir incomodada, reagindo com extrema angústia, ou até em extremos ataques de raiva. Como em sala de aula, quando queremos dispor as classes de uma forma diferente, notamos que a pessoa com TEA pode se desestabilizar com o que para ela é uma desorganização do espaço. Também pode apresentar hiper ou hiporreação a estímulos do ambiente, como, por exemplo, a sons, ruídos, barulhos.

Segundo Rodrigues e Spencer (2015, p. 33) outras disfunções orgânicas também podem ser observadas na pessoa com TEA, como "insônias agitadas acompanhadas por excitação motora (contração muscular, movimentações repentinas das pernas e braços", disfunções digestivas, "como diarreia ou redução do número de evacuações, por causa de uma retenção anormalmente prolongada das vezes no intestino". Os relatórios dos autores citados ainda afirmam que organizar a dieta também pode ser um problema para os autistas.

Depois de elencarmos essas características acerca do TEA, cabe ressaltar que elas não se manifestam, numa totalidade em cada indivíduo, também não observamos sempre a mesma intensidade. Vergani, Zanette e Gobbi (2020) explicam que:

---

[5] *Star Wars* (Guerra nas Estrelas) é uma franquia estadunidense criada pelo cineasta George Lucas que conta uma série de filmes de fantasia científica.

> Existem vários graus de comprometimento dentro do TEA, por isso pessoas dentro do mesmo espectro vivenciam a síndrome de forma diferente. É muito raro encontrar uma pessoa com autismo igual a outra, o que significa que uma determinada forma de abordagem pode ser eficaz para um e não servir para o outro (VERGANI et al., 2020, p. 63).

O DSM, em sua quinta edição (DSM, 2013), descreve os sintomas do TEA (conforme Anexo 1) e divide-o "em nível 1, 2 ou 3 com base nos níveis de apoio e de intervenção que a pessoa com autismo precisa receber." (GAIATO, 2019, p. 45).

É classificado como nível 1 quando:

> têm os sintomas de TEA, mas que precisam de pouco auxílio, pouca intervenção terapêutica para realizar as atividades da vida, pois conseguem aprender e usar os recursos das orientações que recebem na maioria das vezes. As pessoas que estão neste nível, muitas vezes, falam, mas têm dificuldade em iniciar e manter uma interação com as outras pessoas. Podem apresentar pouco interesse em fazer isso, e seus interesses restritos e padrões repetitivos de comportamento podem atrapalhar essas relações. Precisam de pouco tratamento para serem funcionais na vida. Apresentam dificuldade em flexibilidade e mudanças de rotina (GAIATO, 2019, p. 46).

Já, pessoas diagnosticadas no nível 2 do TEA:

> precisam de mais apoio e intervenção terapêutica. Os déficits na interação social são mais acentuados, e apresentam dificuldade de se relacionar adequadamente com as outras pessoas, mesmo com mediação e muito suporte terapêutico. Os comportamentos restritos e repetitivos são óbvios para as outras pessoas e interferem no seu contato social em diversos contextos. Não gostam de ser interrompidos nos seus rituais e costumam ficar alterados quando isso ocorre (GAIATO, 2019, p. 47).

Em se tratando do nível 3, as pessoas autistas:

> precisam de apoio intenso. Têm déficit intenso em comunicação verbal e não-verbal, e a interação com os outros é muito limitada e difícil de ocorrer. Os comportamentos restritos e repetitivos interferem em todos os contextos em sua vida, mesmo recebendo muito mais tratamento. Os sintomas dessas crianças apresentam maior gravidade (GAIATO, 2019, p. 48).

Conforme relata Gaiato (2019) e observando as rotinas da investigação sobre o TEA das crianças em idade escolar, descrevemos que o diagnóstico é feito por um médico especialista, psiquiatra e/ou neurologista infantil, fundamentado no DSM. Tal diagnóstico envolve observação dos comportamentos e interações da criança, entrevista com os pais sobre a história desde o período gestacional e a solicitação, aos professores, de um parecer descritivo a fim de se inteirar sobre o padrão comportamental de relacionamento, comunicação e aprendizagem nos espaços fora do meio familiar. Com exames e testes genéticos, o médico avalia causas orgânicas e se existe comorbidades de outros transtornos ou síndromes.

Segundo a bibliografia consultada, a deficiência intelectual é a comorbidade mais comum, atingindo de 50% a 70% dos causos de autismo (GAIATO; TEIXEIRA, 2019), cerca de 10% apresentam epilepsia (GAIATO, 2019), que são crises de perda de consciência que podem vir acompanhadas de convulsões, e 3%, a síndrome do X frágil (GAIATO 2019), que é uma condição genética hereditária que causa comprometimento intelectual, problemas de comportamento e algumas características físicas como face alongada, testa saliente, mandíbula proeminente, orelhas grandes, dentre outras características que podem se tornar mais evidentes em cada fase do crescimento.

Também foi na quinta edição do DSM (DSM, 2013) que a terminologia Transtorno do Espectro Autista (TEA) passou a abranger outros transtornos como síndrome de Asperger, síndrome de Rett, transtorno degenerativo da infância e o transtorno autista:

> A mudança no diagnóstico de autismo deveu-se, principalmente, à necessidade de incluir nas companhias de seguro-saúde dos Estados Unidos um diagnóstico justificável para o financiamento do tratamento. [...] Então, para que todas as crianças com traços específicos de autismo (mesmo que com sintomas leves) pudessem ter os direitos garantidos na saúde pública e nas escolas norte-americanas, padronizou-se o diagnóstico em Transtorno do Espectro do Autismo, não importando mais o nível de gravidade ou a quantidade de sintomas (GAIATO, 2019, p. 42).

O diagnóstico correto e preciso é importante para buscarmos uma rede de apoio e traçarmos um plano de tratamento com medicações, terapias, intervenções que podem amenizar ou reduzir os prejuízos decorrentes do TEA, além de garantir os direitos tratados na legislação referente a inclusão escolar.

2.2 A LEGISLAÇÃO SOBRE A INCLUSÃO E O TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA (TEA)

Em conformidade aos direitos à educação no que diz respeito a “igualdade de condições para o acesso permanência na escola” (Art. 206, inciso I), ao princípio de oferta do “atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino” (Art. 208, inciso III), estabelecidos pela Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988). E considerando pesquisas que demonstram ser possível e benéfica a inclusão, na maioria das vezes, tanto para a pessoa portadora de alguma deficiência, quanto para os demais é que observarmos o que a legislação traz sobre o TEA.

Assim, vemos a importância de "investigarmos o complexo normativo que regula a Educação Especial" (LACERDA, 2017), como a Constituição Federal, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a Política Nacional da Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva / Lei Berenice Piana, as Notas, Decretos e Pareceres nas escalas Federais, Estaduais e Municipais.

Na década de 90 e na primeira década dos anos 2000, houve grande movimento em prol da Educação Inclusiva,

> o qual é uma ação política, cultural, social e pedagógica, desencadeada em defesa do direito de todos os estudantes de estarem juntos, aprendendo e participando, sem nenhum tipo de discriminação. A educação inclusiva constitui um paradigma educacional fundamentado na concepção de direitos humanos, que conjuga igualdade e diferença como valores indissociáveis, e que avança em relação à ideia de equidade formal ao contextualizar as circunstâncias históricas da produção da exclusão dentro e fora da escola (CAXIAS DO SUL, 2017).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, em seu Art. 59°, estipula que os educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação terão assegurados pelos sistemas de ensino:

> I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades;
> II - terminalidade específica para aqueles que não puderem atingir o nível exigido para a conclusão do ensino fundamental, em virtude de suas deficiências, e aceleração para concluir em menor tempo o programa escolar para os superdotados;
> III - professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns;
> IV - educação especial para o trabalho, visando a sua efetiva integração na vida em sociedade, inclusive condições adequadas para os que não revelarem capacidade de inserção no trabalho competitivo, mediante articulação com os órgãos oficiais afins, bem como para aqueles que apresentam uma habilidade superior nas áreas artística, intelectual ou psicomotora;
> V - acesso igualitário aos benefícios dos programas sociais suplementares disponíveis para o respectivo nível do ensino regular (BRASIL, 1996, Art. 59).

Para Lacerda (2017), "a legislação brasileira, no que concerne os Direitos Humanos em geral e na questão dos direitos da pessoa com deficiência em particular, é bastante avançada." Mas, a história da inclusão escolar ainda é recente e que representa um desafio permanente a todas entidades e profissionais que precisam assegurar que ela se efetive. Pois, incluir vai muito além de garantir acesso e permanência à escolarização, acessibilidade física e arquitetônica, mas respeito e atenção, compreensão e sensibilidade às necessidades individuais, organização do tempo e do espaço, adaptação e/ou flexibilização das práticas pedagógicas, diálogo e acompanhamento com a família e outros profissionais que também atendam ao estudante.

Ainda mais recente é a história da garantia dos direitos a inclusão para as crianças com traços específicos de autismo:

> ... o Transtorno do Espectro do Autismo era tratado de maneira pouco clara pela legislação, pois não se trata de uma deficiência *stricto sensu*, e sim de um transtorno, ficando, pois, no limbo da normatização então vigente, uma vez que não conseguia, usualmente, gozar dos direitos dos deficientes e tampouco havia legislação especial para a condição (LACERDA, 2017).

Em dezembro de 2012, entrou em vigor a Lei 12.764, que "Institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista", também conhecida como "Lei do Autismo", ou "Lei Berenice Piana[6]". Em seu parágrafo primeiro define:

> Para os efeitos desta Lei, é considerada pessoa com transtorno do espectro autista aquela portadora de síndrome clínica caracterizada na forma dos seguintes incisos I ou II:
> I - deficiência persistente e clinicamente significativa da comunicação e da interação sociais, manifestada por deficiência marcada de comunicação verbal e não verbal usada para interação social; ausência de reciprocidade social; falência em desenvolver e manter relações apropriadas ao seu nível de desenvolvimento;
> II - padrões restritivos e repetitivos de comportamentos, interesses e atividades, manifestados por comportamentos motores ou verbais estereotipados ou por comportamentos sensoriais incomuns; excessiva aderência a rotinas e padrões de comportamento ritualizados; interesses restritos e fixos (BRASIL, 2012).

Esta Lei garantiu a extensão dos direitos já existentes às pessoas portadoras de deficiências, às pessoas com TEA, estabelecendo as diretrizes necessárias. A Nota Técnica n° 24 de março de 2013, orienta a implementação da Lei 12.764, atendendo aos seus princípios e "ao propósito da Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência – CDPD (ONU/2006)" (BRASIL, 2013), de "promover,

---

[6] Berenice Piana foi a maior articuladora da proposta da Lei n°12.764/2012. Ela é mãe de três filhos, sendo o mais novo, autista, o que lhe motivou à luta em defesa dos direitos para as pessoas portadoras deste transtorno. Esta Lei também foi o primeiro caso de sucesso no senado como legislação de autoria popular.

proteger e assegurar o exercício pleno e equitativo de todos os direitos humanos e liberdades fundamentais por todas as pessoas com deficiência e promover o respeito pela sua dignidade inerente" (BRASIL, 2013).

Fundamentada na legislação maior, sobre o sistema de ensino, sobre a Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, a Resolução n° 35/2017, do Conselho Municipal de Educação de Caxias do Sul (CME), dispõe sobre as Diretrizes para a Educação Especial para esse Sistema de Ensino.

Em seu Artigo primeiro, define:

> A Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, constitui uma modalidade de ensino que permeia todos os níveis, etapas e modalidades da educação escolar, que realiza o Atendimento Educacional Especializado (AEE), disponibilizando um conjunto de serviços, recursos e estratégias específicas que favoreça o processo de escolarização das suas crianças/estudantes nas turmas do ensino regular (CAXIAS DO SUL, 2017).

A Resolução n° 35/2017, do CME considera público da Educação Especial a criança/estudante com deficiência, com TEA e com altas habilidades/superdotação. Constitui centro da nossa atenção, as crianças/estudantes com TEA, que, neste instrumento, traz exatamente a mesma definição da Lei 12.764/2012, supracitada.

Observamos que a bibliografia consultada e a legislação vigente já definem o TEA com mais clareza do que aquela descrição que tínhamos até pouco tempo atrás. Identifica comportamentos estereotipados e repetitivos, percebe interesses restritos, aponta dificuldades na comunicação e nos relacionamentos sociais. Tal bibliografia também considera que o conceito de TEA está sempre em construção, por isso da necessidade de a legislação ser dinâmica e acompanhar ao estado da discussão do tema.

2.3 A INCLUSÃO DA CRIANÇA/ESTUDANTE COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA NAS ESCOLAS DA REDE PÚBLICA MUNICIPAL DE CAXIAS DO SUL

Em consonância com a legislação, que já apontava a importância da garantia da igualdade de acesso e permanência à escolarização para todas as crianças e adolescentes e com a obrigação de garantir a inclusão dos educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades e superdotação, é o CME de Caxias do Sul que normatiza a modalidade da Educação Especial para as escolas deste território.

Um importante marco para a história da inclusão no Brasil foi a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (MEC/2008), que "apontou a necessidade de construção de sistemas educacionais inclusivos, na reestruturação da cultura, da prática e das políticas vivenciadas nas escolas de modo que estas respondessem à diversidade das suas crianças/estudantes" (CME, 2017). Em 2010, o CME publica a normatização para adequar o Sistema Municipal de Ensino a essa Política e, a partir desta data, assegurar a sua implementação de forma gradual.

A Resolução n° 35, de maio de 2017, do Conselho Municipal de Educação de Caxias do Sul, vem ajustar as políticas em prol da Educação Especial que já vinham sido praticadas. Conforme cita, regulamenta e orienta as práticas, os procedimentos, os encaminhamentos e os registros relativos ao atendimento de crianças/estudantes considerados da Educação Especial. Vamos nos ater ao que a Resolução traz acerca da criança/estudante com transtorno de espectro autista.

O acesso, permanência e continuidade dos estudos devem ser garantidos preferencialmente na rede e em turmas do ensino regular, para que, tanto as crianças/estudantes com TEA, quanto as que não tem, se beneficiem da convivência, do desenvolvimento e das aprendizagens, respeitando suas possibilidades.

Está expressa, na Resolução CME n° 35/2017, a inclusão de, no máximo, duas crianças/estudantes com TEA por turma do ensino regular, com redução de 30% da capacidade de estudantes (observado espaço da sala de aula), ou contar com um cuidador educacional. Observamos na prática que nem sempre a redução do número de estudantes é possível, pois geralmente as turmas já contam com sua capacidade máxima e, havendo a inclusão de estudantes com necessidades especiais, não se pode transferir aqueles já matriculados.

A cuidadoria é prevista apenas para a criança/estudante com deficiência e/ou TEA, conforme a Resolução CME n° 35/2017, em seu artigo 24, "que apresentam alto grau de dependência no desenvolvimento das atividades escolares, auxiliando nas atividades de cuidado, de higiene, de alimentação, de locomoção e outras pertinentes ao contexto escolar".

Observada a necessidade de apoio de cuidador educacional, a Escola, na articulação entre o trabalho do(s) professor(es) de sala de aula, do professor responsável pelo Atendimento Educacional Especializado (AEE), coordenação pedagógica e direção, solicita que a família realize avaliação clínica e, concomitantemente, encaminha a análise e verificação de tal necessidade para Assessoria da Educação Especial da Secretaria Municipal de Educação (SMED) e Equipe Psicossocial.

A Assessoria da Educação Especial realiza visitas à escola, faz observações da criança/estudante com TEA nos diversos espaços escolares, na forma como acontecem as interações, no desenvolvimento das atividades e coordena o estudo do caso.

Confirmada a necessidade de cuidador educacional, a gerência encaminha solicitação à empresa terceirizada que faz a contratação deste apoio, indicando as especificidades do atendimento. Porém, a Resolução CME n° 35/2017, determina que "o cuidador educacional deve ter, como formação mínima, o Ensino Médio completo e participar de cursos de formação continuada e capacitação, oferecidos pela mantenedora e outras instituições", além de ter mais de 18 anos.

O cuidador educacional passa, assim a ser presente no sistema educacional de ensino. Suas atribuições devem estar expressas no Regimento Escolar[7], suas ações são orientadas e acompanhadas pelo professor do AEE e está em constante interação com os demais professores do estudante com necessidades especiais.

O AEE constitui de um alicerce muito importante para tornar possível a inclusão dos educandos com necessidades especiais. A Resolução CME n° 35/2017, em seu Artigo 8, define:

> O Atendimento Educacional Especializado (AEE) constitui-se no conjunto de atividades, recursos de acessibilidade e pedagógicos organizados institucionalmente, prestado, respectivamente, de forma complementar ou suplementar à formação das crianças/estudantes com deficiência, transtornos do espectro autista ou altas habilidades/ superdotação, disponibilizando meios para o acesso ao currículo, proporcionando a independência para a realização das tarefas e a construção da autonomia na escola e fora dela (CAXIAS DO SUL, 2017).

O AEE, como está definido no Documento Orientador Curricular para Educação Infantil e Ensino Fundamental de Caxias do Sul (CAXIAS DO SUL, 2019) como um serviço que assegura um conjunto de atividades e recursos de acessibilidade pedagógica de forma complementar (para os estudantes com TEA). Acrescenta que esse serviço atua na educação dos sujeitos da Educação Especial buscando a

---

[7] É intitulado por Regimento Escolar o documento norteador, que normatiza o funcionamento, as diretrizes, as leis e os deveres de cada unidade escolar, à luz da legislação vigente.

participação de todos os estudantes de inclusão, nos estabelecimentos de ensino regular:

> Sua abordagem é direcionada primeiramente às singularidades dos sujeitos, objetivando o seu crescimento, satisfação pessoal e inserção social, visando o desenvolvimento da autonomia e independência à vida humana em qualquer tempo e lugar (CAXIAS DO SUL, DOCCX, 2019, p. 22).

O professor que atua no AEE, compõe o quadro de pessoal da Escola, deve comprovar formação específica para a educação especial, participar dos cursos de formação e atualização oferecidos pela mantenedora. "Orienta professores, cuidadores educacionais, servidores, funcionários e as famílias sobre os recursos pedagógicos e de acessibilidade utilizados pela criança/estudante" (CAXIAS DO SUL, 2017).

Para avaliar se um estudante configura público do AEE, também é o professor responsável pela educação especial que coordena todas as ações dentro da escola e no diálogo entre a família, a escola e a equipe multiprofissional e interdisciplinar da mantenedora. Orienta a respeito dos devidos registros do processo de avaliação da inclusão e os faz em documentos próprios. Na escola, envolvem-se nesse processo, além do professor responsável pelo AEE, os professores de sala de aula, a coordenação pedagógica e a direção. Esta avaliação não é rápida e é fundamental, de acordo com o Art. 7° da Resolução CME n°35/2017, contar com: "I - a colaboração da família; II - a cooperação dos serviços de Saúde, Assistência Social, Trabalho, Justiça e Esporte e Ministério Público, sempre que necessário" (CAXIAS DO SUL, 2017).

De acordo com o Art. 14°, em seu parágrafo primeiro, da Resolução CME n° 35/2017, sobre a garantia da flexibilização curricular,

> Conforme a legislação vigente, tanto o currículo como a avaliação para as crianças/estudantes com deficiência devem ser funcionais, buscando meios úteis e práticos para favorecer o desenvolvimento das competências sociais, o acesso ao conhecimento, à cultura e às formas de trabalho valorizadas pela comunidade; e a inclusão da criança/estudante na sociedade (CAXIAS DO SUL, 2017).

Para os estudantes com TEA, público do AEE, são construídas pelo professor da educação especial, pelo professor da sala de aula e pela coordenação pedagógica, adaptações nos planos de trabalho, a fim de viabilizar o processo de construção de conhecimento, respeitando suas individualidades, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e de autonomia e buscando a melhoria na interação social e comunicação.

O professor do AEE, na interlocução constante com a família e com a Assessoria da Educação Especial, atento às necessidades do estudante com TEA, busca planejar e organizar o plano de atendimento no espaço da sala de recursos, realiza atividades de docência compartilhada, na sala em que o estudante está incluído, sendo primordial no suporte ao/aos professor/professores da sala de aula.

Para os estudantes com TEA, as atividades realizadas na sala de recursos têm função complementar, não substituem a escolarização e devem acontecer, preferencialmente em turno inverso ao da sua classe comum.

As atividades de docência compartilhada são planejadas com a coordenação pedagógica da escola, com o professor do AEE e o professor de sala de aula. São pensadas atividades diferenciadas, que promovam maior integração entre os estudantes incluídos e os colegas da turma. O professor do AEE atua fazendo as intervenções necessárias, orientando a dinâmica para, juntamente com o professor de sala de aula, atingirem os objetivos estabelecidos da atividade planejada.

Referente a atuação do/dos professor/professores das turmas regulares, com estudantes incluídos, o Art. 21° da Resolução CME n° 35/2017 expõe:

> Aos professores que se encontram em efetivo exercício nas instituições de ensino da rede regular, o Sistema Municipal de Ensino de Caxias do Sul oportuniza a formação continuada, com conteúdos sobre educação inclusiva, adequados ao desenvolvimento de competências e constituição de valores para atendimento às necessidades das crianças/estudantes com deficiência, transtornos do espectro autista e altas habilidades/superdotação, de forma a buscar:
> I - percepção das necessidades educacionais especiais das crianças/estudantes com deficiência, transtornos do espectro autista ou altas habilidades/superdotação;
> II - flexibilização da ação pedagógica nas diferentes áreas de conhecimento de modo adequado às necessidades de aprendizagem;
> III - avaliação contínua da eficácia do processo educativo para o atendimento de necessidades educacionais especiais;
> IV - atuação em equipe, inclusive com professores especializados em Educação Especial e Cuidadores Educacionais, quando houver (CAXIAS DO SUL, 2017).

A avaliação e os registros pedagógicos das crianças/estudantes com TEA também são realizados pelo professor do AEE e pelo professor da sala de aula em seus respectivos Cadernos de Registros Pedagógicos (assim intitulados). Conforme Regimento Escolar vigente, em seu Art. 161, devem ser realizadas avaliações dos processos de aprendizagens dos estudantes especiais, contemplando adequação dos instrumentos e dos procedimentos, que atendam às diversidades:

> A avaliação deve ter como parâmetro o conjunto de conhecimentos, habilidades e competências apresentadas, as quais devem estar relacionadas com o nível de desenvolvimento e aprendizagem alcançados, considerando as características de cada criança/estudante quanto a: consciência de si; cuidados pessoais e de vida diária; exercício de independência; aptidões cognitivas, afetivas e psicossociais; capacidade de estabelecer relações coletivamente e cooperativamente; capacidade de compreender indicações de tarefas e executá-las e as habilidades relacionadas às possibilidades de atividades produtivas (CAXIAS DO SUL, 2019, p. 76).

No Regimento Escolar, no 2° parágrafo do Art. 161, está expresso, também que a forma de registro das avaliações das crianças/estudantes, público do AEE, poderá ser conforme o previsto neste documento com relação à avaliação das demais crianças/estudantes, ou outra forma que contemple as especificidades de cada criança/estudante.

Conforme o Projeto Pedagógico[8] da Escola onde os estudantes observados estão incluídos, a avaliação é vista como um processo, serve de instrumento de diagnóstico para planejar as ações subsequentes e impulsionar o desenvolvimento dos estudantes. A avaliação acontece a todo momento, quando o sujeito age, reflete, redimensiona atitudes e conceitos e, assim, torna a agir. Dessa forma, a escola entende a avaliação como processual, investigativa, formativa, diagnóstica e prognóstica, objetivando acompanhar progressos em todos os segmentos que compõem a comunidade escolar.

O registro da avaliação é trimestral, através de menção (Atingiu, Atingiu Parcialmente, Atingiu Minimamente, Não Atingiu) para estudantes do 1° ao 5° ano do Ensino Fundamental e através de nota somativa para estudantes do 6° ao 9° ano. Portanto, para os estudantes com TEA, público do AEE, a expressão da avaliação poderá ser da mesma forma, mas, na maioria das vezes é feita através de parecer pedagógico. Isso porque no parecer pedagógico é possível enfatizar as quais habilidades foram flexibilizadas, quais objetivos foram atingidos, quais avanços foram observados e apontar os quais ainda precisam de atenção. Pode-se registrar as observações não apenas acerca das aprendizagens referentes ao currículo escolar, mas também no que se refere aos comportamentos, ao envolvimento com as diversas

---

8 Projeto Pedagógico é um instrumento obrigatório, conforme inciso I do Art. 12 da LDBEN (Lei n° 9394/1996), que reflete a proposta educacional da instituição de ensino, sua apresentação, seus objetivos, suas concepções e metodologia.

atividades proposta nos diferentes espaços, aos interesses, às relações e a comunicação com os pares.

2.4 O ENSINO DA GEOMETRIA E A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA ESTUDANTES COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA

A Constituição Federal, de 1988, já indicava, no Art. 210, a necessidade de se estabelecer "conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar a formação básica comum" (BRASIL, 1988). Tal aspecto vem sendo ratificado nas leis e nos documentos oficiais subsequentes, como a LDB (Lei n° 9.394/96), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN).

Anterior a esse quadro, conforme Pavanello (1993), observava-se "o gradual abandono da geometria no Brasil", o que preocupava os educadores matemáticos e que, embora refletisse uma tendência geral, era mais evidente nas escolas públicas. A Lei n° 5692/71 "concedia às escolas liberdade de decisão sobre os programas das diferentes disciplinas" (PAVANELLO, 1993) o que possibilitava

> que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com geometria deixassem de inclui-la em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservavam o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão (PAVANELO, 1993).

Apesar dos avanços nesse sentido, trazidos também com a homologação da BNCC, em dezembro de 2017, ainda observamos sistemas educativos considerando

> como elementos principais da matemática escolar as operações aritméticas e, posteriormente, as algébricas. Esta opção parece ignorar a importância educativa, cultural e social de outras áreas da matemática, como seja a geometria, que deveria constituir uma ferramenta imprescindível para o estudo das demais áreas da matemática e para a aplicação a outras ciências, assim como um contexto muito adequado para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, necessário para os indivíduos se desenvolverem apropriadamente ao longo da sua vida em contextos familiar, social e profissional (GUTIÉRREZ; SANTOS, 2018).

Portanto, ainda estamos numa caminhada, buscando consolidar as propostas da BNCC, no que se refere às aprendizagens essenciais, que todos os estudantes têm direito de adquirir ao longo da educação básica.

Para o componente curricular “Matemática”, a BNCC propõe ao Ensino Fundamental, cinco unidades temáticas: Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. E, por meio da articulação entre essas cinco unidades temáticas, pressupões que os estudantes

> relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (BRASIL, 2017, p. 265).

Para a unidade temática “Geometria”, a BNCC traz que as ideias principais dizem respeito a construção, representação e interdependência. Envolvendo “um conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p.271).

Porém, observamos que, na BNCC, não está explícito em que momento o conceito de ângulo deve ser formalizado junto aos estudantes. Nos anos iniciais do ensino fundamental, abordam ideias intuitivas e apresentam ângulos como um elemento de polígonos:

> Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. (BRASIL, 2017)

Nas séries finais do ensino fundamental, a BNCC destaca que “o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas”. Porém, não expressa uma habilidade específica referente a abordagem do conceito de ângulos.

Considerando as competências fundamentais do letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e a articulação com as competências gerais da BNCC, observamos que compõe as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis” (BRASIL, 2017, p. 267).

Incluídas nas tecnologias digitais, importantes, portanto, para a compreensão do significado dos objetos matemáticos, temos os softwares de matemática dinâmica. Entendemos por “software de matemática dinâmica” as ferramentas que possibilitam a construção e manipulação de figuras geométricas, na tela do computador, a partir de seus conceitos e suas propriedades.

Dentre os softwares de matemática dinâmica disponíveis, temos o GeoGebra, cujo nome é a aglutinação das palavras Geometria e Álgebra. É um software de domínio público e foi criado em 2001, pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter.

O GeoGebra trata-se de um software interativo,

> que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA, 2021).

Sobre a interface do GeoGebra, Gravina (2012) descreve que:

> A sua tela de trabalho disponibiliza, em linguagem clássica da geometria, recursos para a construção de figuras a partir de propriedades que as definem. O processo de construção é feito mediante escolha de primitivas que são disponibilizadas nos diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas, por exemplo (GRAVINA, 2012, p. 24).

Uma importante característica do GeoGebra, como software de matemática dinâmica, é que podemos, mediante deslocamentos aplicados a pontos da figura geométrica construída, mudar de tamanho e de posição na tela do computador, sem perder as suas propriedades. Assim, podemos explorarmos estas propriedades de tal forma que dificilmente seria possível nas construções feitas com régua e compasso na lousa da sala de aula.

No presente estudo, propomos a utilização do software GeoGebra para a construção e explicação de conceitos geométricos, verificações de propriedades, exploração e possibilidades de resolução para as atividades propostas. Destacamos a importância desta ferramenta no enriquecimento das aulas remotas, visto que, em função da pandemia, não tivemos a experiência de utilizá-la em aulas presenciais.

A BNCC, além dos softwares de matemática dinâmica, dita ser “importante incluir a história da Matemática, como recurso para despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2017, p. 298). Por isso, apresentamos um pouco dessa história, as importantes contribuições das civilizações antigas para o seu desenvolvimento, bem como da geometria e da astrologia para a sistematização de alguns conceitos matemáticos.

Entrelaçados ao fazer matemática, ao ensinar e aprender geometria, a utilizar recursos tecnológicos, temos as concepções, vivências e percepções relacionadas ao contexto da Educação Especial na perspectiva inclusiva.

Segundo o portal Diversa, ligado ao Instituto Rodrigo Mendes,

> A educação inclusiva pode ser entendida como uma concepção de ensino contemporânea que tem como objetivo garantir o direito de todos à educação. Ela pressupõe a igualdade de oportunidades e a valorização das diferenças humanas, contemplando, assim, as diversidades étnicas, sociais, culturais, intelectuais, físicas, sensoriais e de gênero dos seres humanos. Implica a transformação da cultura, das práticas e das políticas vigentes na escola e nos sistemas de ensino, de modo a garantir o acesso, a participação e a aprendizagem de todos, sem exceção (MENDES, 2021).

A luz desta educação inclusiva, apontamos que, muito além da matrícula em ensino regular, existe a necessidade da garantia de condições para que os estudantes especiais possam permanecer no ambiente escolar. Promover uma educação voltada para as singularidades, que os auxilie a progredir em seu processo de aprendizagem e que assegure seus direitos são essenciais para tornar a inclusão um processo realmente efetivo.

Os cinco princípios da educação inclusiva representam uma referência na análise entre o discurso e a prática, auxiliando os educadores e os sistemas de ensino a conduzirem suas ações. Mendes (2021), cita esses princípios:

> 1. Toda pessoa tem o direito de acesso à educação.
> 2. Toda pessoa aprende.
> 3. O processo de aprendizagem de cada pessoa é singular.
> 4. O convívio no ambiente escolar comum beneficia todos.
> 5. A educação inclusiva diz respeito a todos (MENDES, 2021)

Conforme falamos anteriormente, as políticas de inclusão, impostas por leis e decretos, já demonstram um avanço na garantia de acesso da criança/estudantes com deficiência, com TEA, frente a um passado excludente.

Quase todo autista resiste em aprender alguma nova atividade, não só no âmbito escolar, como também na adesão de uma nova alternativa de tratamento. Ele entende que o “correto” é como aprendeu da primeira vez. Mas, como Gaiato e Teixeira (2019) ressaltam, as pessoas com TEA não são incapazes de aprender e se desenvolver, porém, o fazem de maneira menos eficiente do que outras pessoas da mesma idade.

Nesse sentido, Pacheco (2020), acrescenta:

> A maioria das pessoas dentro do TEA apresentam desorganização no processamento sensorial, ou seja, manifestam-se hipersensíveis ou hipossensíveis aos cinco sentidos: tato, audição, visão, paladar e olfato. Conhecer como a pessoa com autismo reage aos estímulos é determinante para conduzir uma boa proposta pedagógica. O fato é que, quando conhecemos essas necessidades sensoriais torna-se mais fácil evitar e/ou trabalhar o que lhes causa desconforto (PACHECO, 2020, p. 63).

Assim, para auxiliar na construção dos conhecimentos científicos ocorram e que o estudante com TEA realmente possa progredir nos estudos relativos à Matemática, consideramos importante a promoção de uma prática educativa que se utilize de diversos recursos, como os materiais manipulativos, os recursos tecnológicos, os planos adaptados e/ou flexibilizados, tudo isso por meio de uma ação mediadora.

Na investigação sobre o ensino de ângulos para turmas de ensino fundamental em que temos a inclusão de estudantes com TEA junto às dissertações já existentes no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), verificamos que ainda são poucas as produções existentes. Por isso acreditamos que o presente trabalho possa contribuir com a prática docente, com as reflexões sobre os desafios da educação e da inclusão, contemplando os objetos de ensino abordados e auxiliando a encontrar meios que garantam efetivar o processo de ensino-aprendizagem, seja no modo presencial ou remoto.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Utilizando-se uma abordagem qualitativa, a presente pesquisa foi desenvolvida quanto aos procedimentos técnicos adotados pode ser considerada como um estudo de caso. Os procedimentos e recursos adotados envolveram a construção de uma proposta didática para o ensino presencial e a necessidade da sua readequação para o ensino remoto, em função da Pandemia do COVID-19; a observação da interação dos sujeitos no processo de ensino aprendizagem com o objeto de conhecimento matemático e análise documental. Em particular, neste estudo, observamos três estudantes com TEA incluídos em turmas do 9° ano regular do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Caxias do Sul.

No de 2020, os estudantes do 9° ano estavam organizados em duas turmas, matriculados 25 em cada turma: 9° ano A e 9° ano B. A primeira turma composta por 11 meninos e 14 meninas, sendo 3 estudantes de inclusão: dois com TEA e um com deficiência intelectual. A segunda turma composta por 9 meninos e 16 meninas, sendo dois estudantes de inclusão: um com TEA e um com deficiência intelectual.

No início do ano, apenas uma estudante com deficiência intelectual ainda estava com o diagnóstico em análise, porém, no decorrer do ano, este processo foi concluído. É importante esta documentação estar atualizada e com os diagnósticos fechados, visto que são estudantes do 9° ano e, segundo a Resolução CME n°35/2017, devem receber a "Conclusão do Ensino Fundamental com Terminalidade Específica", para que seja garantida a continuidade do Atendimento Educacional Especializado no Ensino Médio:

> É dever da escola assegurar ao estudante com deficiência ou transtornos do espectro autista a certificação de Terminalidade Específica para aquele que não atingir o nível exigido para a conclusão da Etapa do Ensino Fundamental, previsto no Inciso I, do Art. 32, da LDBEN, a qual deve ser fundamentada em avaliação pedagógica - com histórico escolar que apresente, de forma descritiva, os conhecimentos, habilidades e competências atingidas pelo estudante com deficiência (CAXIAS DO SUL, 2017).

Nesse contexto, nessa pesquisa, vamos nos ater nos três casos de TEA. Identificamos cada um deles por letras aleatórias do alfabeto: estudante E, estudante M e estudante V, sendo os dois primeiros do sexo masculino e a terceira, do sexo feminino.

O estudante E tem grau de autismo moderado. Completou 15 anos em 2020, mora apenas com a mãe, que, no período de aulas presenciais, o acompanha até a escola no início e final de cada dia letivo. Estuda na referida escola desde o 1° ano do Ensino Fundamental. Apresenta boa expressão oral, porém suas interações sociais são muito restritas. Os traços autistas são visíveis, como as ações repetitivas e ritualísticas e a resistência a mudanças. Em Matemática, apresenta dificuldades na abstração, na compreensão de enunciados e na resolução de problemas. Como recurso para progredir perante as dificuldades, gosta de fazer resumos dos tópicos estudados e anotar as explicações da professora “ao pé da letra”.

O estudante M tem 15 anos e diagnosticado grau de autismo leve, na nomenclatura antiga, síndrome de Asperger. Mora com os pais e uma irmã. É natural de uma cidade da Região Metropolitana de Belém, no Estado do Pará, os pais relatam terem vindo ao Rio Grande do Sul principalmente em busca de maiores condições de assistência, atendimento e oportunidades para o filho com TEA. Estuda na referida escola desde o 6° ano do Ensino Fundamental. Apresenta boa expressão oral, baixo prejuízo em suas interações sociais com professores e colegas. Mesmo assim, apresenta traços típicos do TEA, como estereotipias, dificuldades de concentração, resistência ao contato visual e ao toque. Apresenta dificuldades na interpretação e na organização do pensamento. Porém, em Matemática, consegue seguir um modelo.

A estudante V tem grau de autismo severo. Completou 16 anos em 2020, mora com os pais e três irmãos (são quadrigêmeos), sendo um deles autista também. Estuda na escola desde o 1° ano do Ensino Fundamental e, no período de aulas presenciais, tinha acompanhamento de cuidador educacional. Tem traços visíveis de autismo, desestabiliza-se com facilidade, vai do choro ao riso em poucos instantes. Tem dificuldades de permanecer em sala de aula, participar das atividades propostas e interagir com os colegas. Apresenta interesse por assuntos restritos, gosta de inglês, de escrever letras de músicas e assistir sempre ao mesmo vídeo, necessitando de “negociação” para aceitar outro tipo de atividade, como as de Matemática, por exemplo. Tem problemas de concentração e abstração.

Pensando em contribuir com o ensino aprendizagem de geometria e, também, deste tópico da Matemática para os estudantes com TEA é que foi realizada uma pesquisa bibliográfica, com base em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e na bibliografia das aulas de Geometria do PROFMAT, artigos científicos e acesso ao software GeoGebra para a elaboração de uma proposta didática para o ensino presencial e o ensino remoto.

4 PROPOSTA DIDÁTICA

O ensino da Geometria tem grande importância pela aplicabilidade nas mais diversas áreas de atuação humana, por traduzir conhecimentos historicamente construídos, representando épocas, por manifestar produções artísticas e culturais, por fundamentar avanços tecnológico.

Entendendo a importância do ensino da Geometria, do uso dos diferentes recursos didáticos e tecnológicos, é que trazemos uma proposta didática explorando as possibilidades para o ensino – ensino – aprendizagem do conceito de ângulo para turmas com inclusão de estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA).

Sobre esta perspectiva, neste capítulo, apresentamos uma abordagem para o ensino presencial e a adaptação para o ensino remonto, em consonância com o Documento Orientador Curricular para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental de Caxias do Sul (DOCCX, 2019), que elucida:

> que as propostas pedagógicas possam auxiliar o estudante a se tornar protagonista de sua própria aprendizagem e, juntamente com o professor, possa criar estratégias que favoreçam a construção e ampliação dos conceitos matemáticos. Dito de outra forma, a coerência entre objetivos, finalidades, objetos de conhecimentos, metodologia e avaliação se traduzem numa ação conjunta entre professor e estudante, numa "dinâmica de convivência" (MATURANA, 2001) que favorece uma maior parceria e cumplicidade nos processos de ensino e aprendizagem (DOCCX, 2019, p. 359).

4.1 PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO PRESENCIAL

A presente proposta didática visa desenvolver o pensamento matemático, contemplando a Unidade Temática "Geometria", estabelecida na BNCC. Para o 9° ano do Ensino Fundamental, dentro desta unidade temática, encontramos estabelecidos no DOCCX (2019), os "Objetos de Conhecimento":

> Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal;
> Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo;
> Semelhança de triângulos;
> Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verifcações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verifcações experimentais;
> Polígonos Regulares;
> Distância entre pontos no plano cartesiano;
> Vistas ortogonais de figuras espaciais
> Reconhecimento, ampliação e utilização de vocabulário matemático;
> Ampliação e construção de noções e conceitos matemáticos (DOCCX, 2019, p. 426-427).

É objeto deste estudo, a abordagem sobre ângulos. Por isso, apresentamos proposta didática que contempla os dois primeiros itens dos Objetos de Conhecimento citados.

Esta proposta didática já foi implementada pela autora em anos letivos anteriores. Porém, sentiu a necessidade de melhorar sua prática docente, adequando-se à BNCC, propondo, também, a inserção do GeoGebra. Com isso, objetivamos observar o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes com TEA, a fim de verificarmos as contribuições desta ferramenta e dos materiais manipulativos para a consolidação do saber.

4.1.1 Retomando o conceito de ângulo

Atividade 1: O conceito de ângulo
Objetivos: Retomar e aprofundar o conceito de ângulo. Compreender a importância da trigonometria e da medida de ângulos, desde as civilizações antigas. Representar, medir e classificar ângulos. Resolver situações problemas que envolvam o conceito de ângulos.
Materiais necessários: Palitos de fósforo (ou outro material similar), folhas de ofício (uma para cada estudante), cópias das atividades sobre o conceito de ângulos.
Ambiente: Sala de aula.

Antes de iniciarmos, ou até mesmo de citarmos a retomada do conceito de ângulo, em um primeiro momento, solicitamos que todos os estudantes da sala (inclusive os autistas), fiquem em pé, ao lado de suas classes. A seguir, damos uma sequência de ordens, chamando a atenção para que todos se recordem dessa sequência.

Por exemplo:

"dar dois passos para frente"
"girar para a direita"
"dar um passo para frente"
"girar para a esquerda"
"dar três passos para frente"

Em um segundo momento, com os palitos de fósforo (ou material similar) previamente distribuídos, solicitamos que os estudantes elaborem uma representação desta pequena trajetória que acabaram de percorrer e que, observem a posição dos palitos. Depois solicitamos que transcrevam, através de um desenho, essa trajetória para o caderno.

Concluída a tarefa, solicitamos que um estudante, voluntariamente, coloque a sua representação da trajetória no quadro. Neste momento, instigamos a todos observarem e compararem com aquela que fizeram. Caso haja representações diferentes, solicitamos que também sejam expostas.

Em um terceiro momento, iniciamos os questionamentos e reflexões, como por exemplo: “Todos fizeram a mesma representação?” “As ordens que todos receberam foram as mesmas?” “O que está diferente nas representações expostas?” “Será que está certo ou errado?”

Nossa experiência didática mostra que, quando se diz “girar para a direita” ou “girar para a esquerda”, a grande maioria dos estudantes faz um giro de 90°. Daí o questionamento se todos deram o mesmo giro, se existia a obrigatoriedade de todos resolver da mesma forma essa questão.

Feita a observação das diferentes representações questionamos, “o que é ângulo?” e as repostas dadas pelos estudantes são anotadas no quadro. A partir dessas respostas, elaborarmos um conceito, partindo da ideia de giro, abordada na atividade descrita. Solicitamos que os estudantes sistematizem e façam o seu registro.

Além disso, também questionamos em que situações do dia a dia os estudantes percebem a presença ou utilizam ângulos, e as respostas são anotadas no quadro. Analisando as ideias listadas pelos estudantes, observamos juntos, que os ângulos não estão apenas em giros e mudanças de direção, mas também em inclinações e em aberturas, por exemplo.

Na sequência, distribuímos uma folha de ofício para cada estudante, também para os autistas, solicitamos que, usando um compasso, desenhem uma circunferência, de aproximadamente 10 ou 12 centímetros de diâmetro. Observamos que a medida do diâmetro sugerida é apenas para que a circunferência não fique tão pequena, a fim de não dificultar o manuseio para as próximas atividades, nem exagerado (que não caiba na folha). Caso apresentem alguma dificuldade, em especial os autistas, auxiliamos nesta tarefa.

Após desenhar a circunferência, solicitamos que cada estudante faça o recorte, obtendo, assim um disco de papel. Enquanto os estudantes realizam essa atividade, contamos um pouco da História da Matemática, que tem papel relevante para que se compreenda como e por que foi desenvolvida a ideia de ângulo, já nas civilizações antigas:

> A Trigonometria, como outros ramos da Matemática, não foi obra de um só homem. Antigos egípcios e babilônios conheciam e usavam alguns teoremas sobre razões entre os lados de triângulos semelhantes, mas, como não dominavam o conceito de ângulo, não avançavam na elaboração da teoria trigonométrica.
> Durante dois séculos e meio, desde Hipócrates até Eratóstenes (276 – 194 a.C.), foram estudados diferentes problemas sobre astronomia, mas disso não resultou numa trigonometria sistemática.
> Porém, os gregos, conhecendo o trabalho dos egípcios e babilônios, sistematizaram estes conhecimentos, estabelecendo correspondências entre ângulos e o comprimento das cordas de uma circunferência, bem como a apresentação de algumas propriedades sobre as medições desses ângulos (LEDUR; ENRICONI; SEIBERT, 2003, p. 11).

Contamos, ainda, que para os babilônios, o Sol girava em torno do nosso planeta e eles acreditavam que para dar um giro completo, demorava 360 dias. Então, a possível decisão de dividir a circunferência em 360 partes tenha vindo desta necessidade de contar o tempo, associando os conhecimentos sobre a Matemática e a Astronomia, já que eram duas ciências muito estudadas pelos babilônios. Isso se deu entre os anos 4.000 e 3.000 a.C., na região da Mesopotâmia, onde hoje se localiza o Iraque.

> Influenciado pela Matemática da Babilônia, Hiparco de Niceia, considerado pelos gregos o pai da Astronomia, no século II a.C., fez a primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais, com o objetivo de medir ângulos.
> A cada uma dessas 360 partes em que a circunferência foi dividida, associamos um ângulo, cuja medida chamamos de 1 grau.
> A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. A unidade-padrão para essa medição é o grau, representado pelo símbolo ° escrito após o número.
> Um grau é uma unidade de medida de um giro que corresponde à volta completa, dividida por 360 (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2018, p. 204).

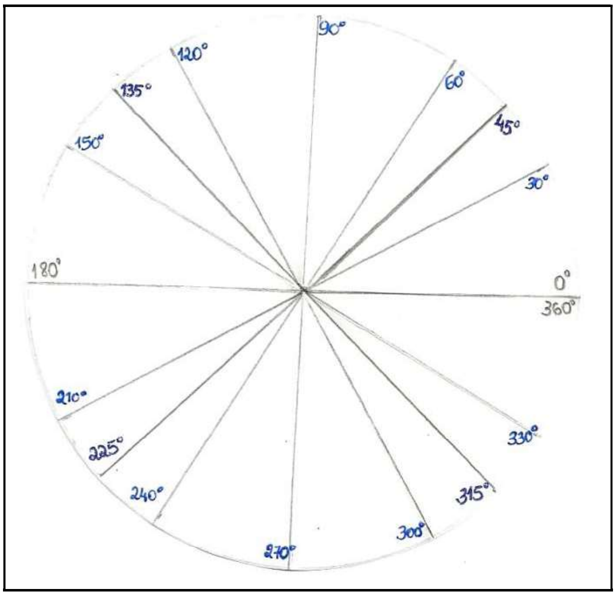
Após esse breve relato sobre a História da Matemática, concomitante ao tempo em que os estudantes realizaram a construção dos seus discos de papel, iniciamos a atividade para medida de ângulo. Retomando o que vimos na História, de que uma volta completa tem 360°, solicitamos que os estudantes dobrem o disco de papel ao meio e questionamos qual medida de ângulo representada meia volta. Assim, solicitamos aos estudantes para abrir a dobradura feita e, no vinco, marcamos os ângulos de 0°, 180° e 360°.

Uma segunda dobra é proposta aos estudantes. Tendo dobrado o disco de papel ao meio na primeira etapa, solicitamos que seja realizada uma segunda dobradura e questionamos que medida de ângulo estaria representada na metade de meia volta, ou seja, em um quarto de volta. Abrimos as dobras feitas e marcamos os ângulos de 90° e 270°.

Tendo dobrado o disco de papel ao meio e ao meio novamente, agora a proposta é dobrar o "um quarto de volta" ao meio e, assim, marcamos os ângulos de 45°, 135°, 225° e 315°.

Nesta última dobra, em geral, os estudantes apresentam dificuldades e necessitam de mais auxílio e orientação. Voltamos a dobrar o círculo de papel de forma que fique com a parte equivalente aos 90°. Agora, propomos dobrar o "um quarto de volta" em três partes iguais. Assim, marcamos os ângulos de 30°, 60°, 120°, 150°, 210°, 240°, 300° e 330°, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Disco de papel e as medidas dos ângulos



Fonte: Elaborada pela Autora (2020).

Após essa atividade, retomamos a classificação dos ângulos convexos (reto, agudo, raso) e dos ângulos não-convexos, ou côncavos, listando cada um deles e exemplificando com as representações de cada tipo de ângulo. Propomos aos estudantes que realizem os registros dos conceitos em seus cadernos.

Distribuímos aos estudantes uma folha com algumas figuras geométricas planas e solicitamos que utilizem o disco de papel feito por eles para medir os ângulos internos dessas figuras (APÊNDICE A). Os estudantes podem dobrar o disco de papel feito por eles e sobrepor a dobradura com os ângulos internos das figuras geométricas planas, a fim de identificar as medidas destes ângulos. Instruímos que as medidas sejam feitas a partir do 0°, no sentido anti-horário. Para facilitar a utilização do disco de papel feito pelos estudantes, principalmente para medir ângulos não convexos, sugerimos que eles façam um corte na linha da dobradura correspondente ao 0°/360° até o centro do círculo.

Depois de explorar e manusear o disco de papel feito pelos estudantes, introduzimos a utilização do transferidor. Solicitamos que os estudantes refaçam as medições dos ângulos internos das figuras geométricas planas que, antes, fizeram com os seus respectivos discos de papel. Orientamos a posicionar o transferidor de modo que o seu centro coincida com o vértice do ângulo, posicionando a escala correspondente ao 0° sobre uma das semirretas do ângulo. Assim, o número interceptado pela outra semirreta do ângulo corresponde à sua medida.

Da mesma forma, exploramos a construção da representação de um ângulo usando o transferidor. Orientamos a traçar uma primeira semirreta, colocamos o centro do transferidor na origem desta semirreta e identificamos, na escala do transferidor, a medida do ângulo desejado, marcando-o. Traçamos a segunda semirreta unindo a origem da primeira à marca correspondente à medida do ângulo desejado.

Como se trata de uma revisão sobre o conceito de ângulo, não há necessidade de propormos muitas atividades extras sobre esse tópico.

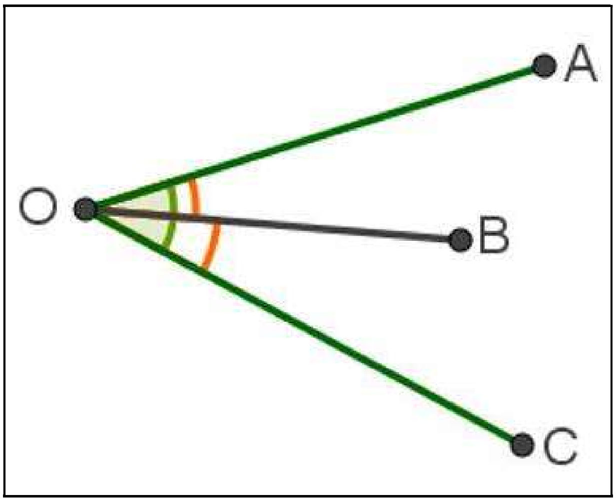
4.1.2 Relações entre ângulos

Atividade 2: Relações entre ângulos
Objetivos: Demonstrar que ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Retomar conceitos de ângulos adjacentes, correspondentes, alternos e colaterais, verificando as relações entre as medidas desses ângulos, demonstrando-as.

Materiais necessários: transferidor, régua, software GeoGebra e material manipulativo com canudos, adaptados para estudantes do AEE.
Ambiente: sala de aula e Laboratório de Informática Educativa (LIE)

Iniciamos a abordagem do assunto, retomando o conceito de ângulos adjacentes, traçando na lousa o exemplo, conforme ilustra a Figura 2:

Figura 2 – Ângulos adjacentes

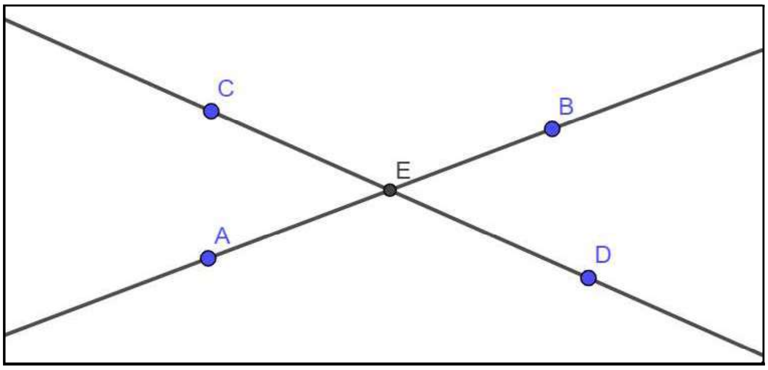


Fonte: Elaborada pela Autora (2020)

Então, recordamos que ângulos adjacentes são dois ângulos consecutivos que possuem um mesmo vértice, um lado em comum, mas não têm pontos internos em comum.

Demonstramos, a seguir, que ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Essa demonstração é feita da seguinte forma: traçamos duas retas concorrentes na lousa, conforme ilustra a Figura 3. Lembramos aos estudantes que a soma das medidas de ângulos adjacentes é igual a 180° e que a soma das medidas dos quatro ângulos formados pela intersecção dessas duas retas é 360°.

Figura 3 – Retas concorrentes



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Identificamos por reta *r*, a reta que passa pelos pontos A e B, e por reta *s*, a que passa pelos pontos C e D. Também, chamamos de E o ponto de intersecção entre as retas *r* e *s*. A partir desta etapa, denominamos os ângulos formados pela intersecção das retas *r* e *s*, (lembrando, por convenção, consideramos a medida da abertura do ângulo no sentido anti-horário), da seguinte forma:

DÊB = α
BÊC = β
CÊA = γ
AÊD = δ

Referente aos ângulos denominados, podemos estabelecer as seguintes relações:

- $\begin{cases} \alpha + \beta = 180° \\ \beta + \gamma = 180° \end{cases}$

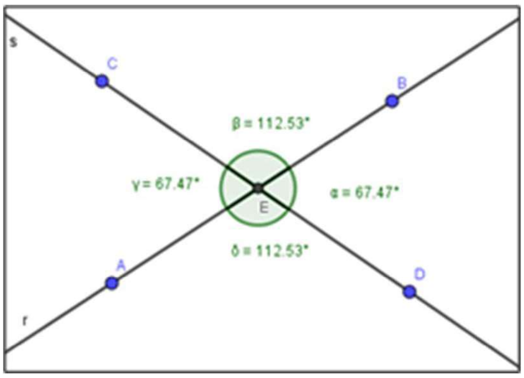
Então, $\alpha + \beta = \beta + \gamma$, logo $\alpha = \gamma$.

Assim, concluímos que, ângulos opostos pelo vértice possuem a mesma medida. Daí, temos que:

$\alpha = \gamma$ são ângulos opostos pelo vértice e que
$\beta = \delta$ são ângulos opostos pelo vértice.

Em particular, para os estudantes autistas, é necessário adaptarmos a forma de se trabalhar. Antes de abordarmos a generalização, precisamos explorar alguns exemplos, cujas medidas dos ângulos estejam expressas, como ilustra a Figura 4:

Figura 4 – Medidas de ângulos opostos pelo vértice



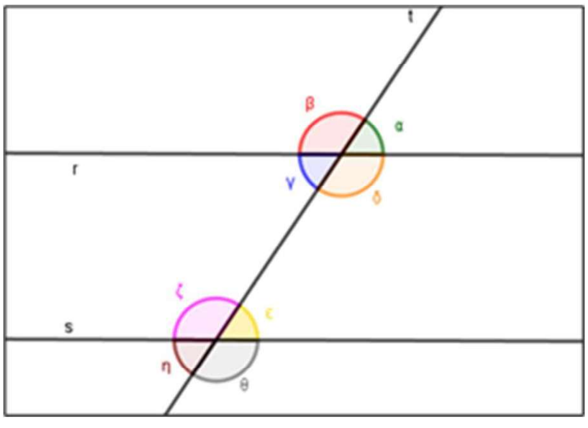
Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Também, disponibilizamos algumas atividades, onde as retas concorrentes estejam traçadas, para os estudantes, inclusive os autistas, façam a medição dos ângulos e expressem os valores (Apêndice B). Após, colocamos questionamentos que poderão conduzir a comparação das medidas dos ângulos de cada uma das atividades, de tal forma que observem que ângulos opostos pelo vértice têm sempre a mesma medida. Então, realizamos a demonstração para os estudantes autistas, como realizado para os demais estudantes.

Na sequência, abordamos os ângulos determinados por duas retas paralelas, cortadas por uma transversal.

Traçamos na lousa duas retas paralelas e uma reta transversal que intercepte as duas primeiras, obtendo, assim oito ângulos, como ilustra a Figura 5:

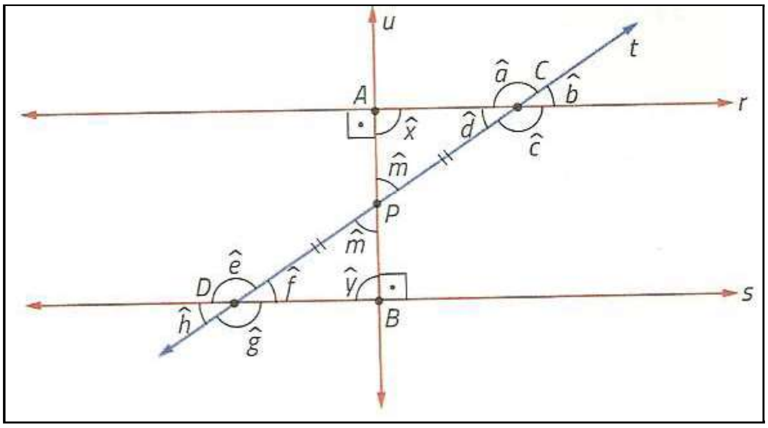
Figura 5 – Retas paralelas cortadas por uma transversal



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Consideramos, novamente, o par de retas paralelas *r* e *s* e a reta *t* transversal a elas. Chamamos de C o ponto de intersecção entre as retas *r* e *t* e, de D o ponto de intersecção entre as retas *s* e *t*. Traçamos uma reta *u*, perpendicular às retas *r* e *s*, que intercepta a reta *t* no ponto P e divide o segmento de reta $\overline{CD}$ em dois segmentos de reta congruentes, conforme ilustra a Figura 6:

Figura 6 – Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal



Fonte: Dante (2018, p. 86).

Assim, de acordo com a proposta de Dante (2018, p. 86) observamos a figura e escrevemos:

> - $A\hat{P}C \cong B\hat{P}D$ (pois são ângulos opostos pelo vértice);
> - $\overline{CP} \cong \overline{PD}$ (pois P é ponto médio do segmento $\overline{CD}$);
> - $m(\hat{x}) = 90°$ e $m(\hat{x}) = 90° \Rightarrow \hat{x} \cong \hat{y}$.
>
> Portanto, pelo caso de congruência LAA$_o$ dos triângulos, temos que $\Delta APC \cong \Delta BPD$.
> Assim, temos $\hat{d} \cong \hat{f}$, ou seja, d = f (grifo do autor) e os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{f}$ são congruentes.
> A partir dessa relação, podemos demonstrar as demais (DANTE, 2018, p. 86).

Ainda a partir da ilustração anterior, apresentamos as definições e exploramos algumas breves demonstrações de ângulos correspondentes, ângulos alternos (internos e externos) e ângulos colaterais (internos e externos).

Demonstramos que os ângulos correspondentes são congruentes, tomamos o par de ângulos â e ê.

> Temos:
> - a + d = 180° (pois as medidas de abertura de ângulos suplementares);

> - e + f = 180º (pois também são as medidas de abertura de ângulos suplementares);
> - d = f (como foi demonstrado anteriormente).
>
> Então:
>
> a + d =e + f ⇒ a = e (grifo do autor)
>
> Logo, os ângulos correspondentes â e ê são congruentes.
>
> Analogamente, podemos demonstrar a congruência dos demais pares de ângulos correspondentes: b = f, c = g e d = h (DANTE, 2018, p. 86).

Demonstramos que os ângulos alternos internos são congruentes. Tomamos como exemplo, o par $\hat{c}$ e $\hat{e}$.

> Temos:
> - c = a (pois são ângulos opostos pelo vértice);
> - a = e (pois são ângulos correspondentes).
>
> Então:
>
> c = e
>
> Analogamente, podemos demonstrar que d = f e os ângulos alternos internos $\hat{d}$ e $\hat{f}$ são congruentes (DANTE, 2018, p. 86).

Demonstramos que os ângulos alternos externos são congruentes. Tomamos como exemplo o par de ângulos â e $\hat{g}$.

> Temos:
> - $e = g$ (pois são ângulos opostos pelo vértice)
> - $a = e$ (pois são ângulos correspondentes)
>
> Então:
>
> $$a = g$$
>
> Analogamente, podemos demonstrar que $b = h$ e os ângulos alternos externos $\hat{b}$ e $\hat{h}$ são congruentes (DANTE, 2018, p. 86).

Demonstramos que ângulos colaterais internos são suplementares. Tomamos o par de ângulos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ como exemplo:

> Temos:
> - $c + d = 180°$ (pois são ângulos suplementares);
> - $d = f$ (pois são ângulos alternos internos).
>
> Então:
>
> $$c + f = 180°$$
>
> Analogamente, podemos demonstrar que $d + e = 180°$ e os ângulos colaterais internos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ são suplementares (DANTE, 2018, p. 87).

Demonstramos que ângulos colaterais externos são suplementares. Tomamos os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{h}$ como exemplo:

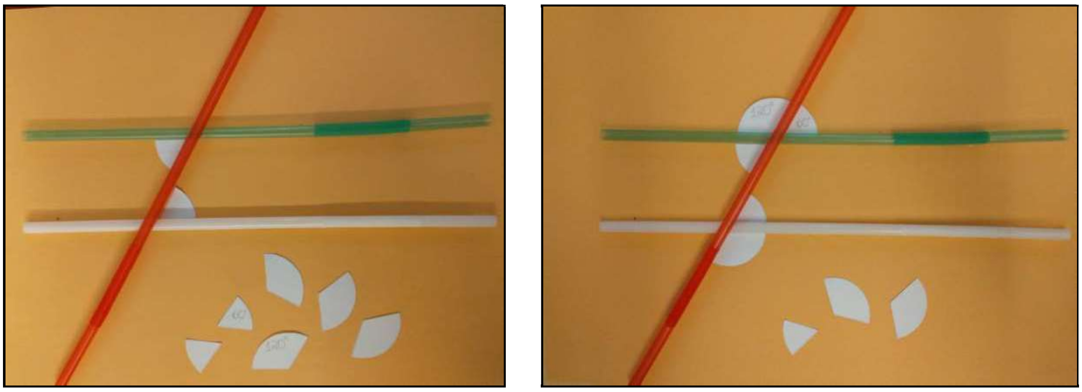
> Temos:
> - $a = e$ (pois são ângulos correspondentes);
> - $e + h = 180°$ (pois são ângulos suplementares).
>
> Então:
>
> $$a + h = 180°$$

> Analogamente, podemos demonstrar que $b + g = 180°$ e os ângulos colaterais externos $\hat{b}$ e $\hat{g}$ são suplementares (DANTE, 2018, p. 87).

No caso do estudo dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, durante a explanação das demonstrações para os estudantes em sala de aula, para os autistas, exploramos inicialmente, atividades concretas e os exemplos numéricos, pois costumam apresentar maior aceitação e compreensão do que com a abstração.

Como proposta de atividade concreta, entregamos aos estudantes autistas três canudos para representar o conjunto de duas retas paralelas e uma reta transversal (previamente, fizemos um corte nos canudos, permitindo o encaixe entre eles). Colamos a representação em uma folha colorida. Solicitamos que nomeiem cada uma das retas. Entregamos "peças" que representam ângulo, que devem ser medidas pelos estudantes, com o uso do transferidor. Cada uma dessas peças deve ser colada na representação das retas paralelas cortadas por uma transversal, indicando a medida dos ângulos formados entre elas, como ilustra a Figura 7.

Figura 7 – Atividade, com material manipulativo de retas paralelas cortadas por uma transversal para estudantes com TEA



Fonte: Elaborada pela Autora (2020).

No ensino presencial, agendamos aulas LIE, com a professora que atua nesse espaço. Este agendamento, depende dos horários disponíveis, pois, semanalmente, as turmas de primeiro a quinto ano têm aula de "Tecnomídias[9]", que compõe a grade de suas atividades. Segundo o Regimento Escolar em vigor,

---

[9] De acordo com a Matriz Curricular, na Escola em questão, a atividade especializada Tecnomídias foi escolhida para compor a área das linguagens e é ofertada na Etapa da Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1° ao 5° ano).

> O Laboratório de Informática Educativa (LIE) constitui-se em um ambiente de aprendizagem mediatizada pelas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), onde acontecem as aulas de Informática Educativa e Tecnomídias, as quais devem favorecer o desenvolvimento integral dos sujeitos, por meio do uso de multimídias (textos, imagens, sons, vídeo) e multiletramentos, privilegiando a autoria e a construção de conhecimentos, redimensionando os tempos e espaços escolares, a fim de que a/o criança/estudante alcance a emancipação digital, ou seja, a utilização consciente, crítica e autônoma das tecnologias disponíveis na Escola (CAXIAS DO SUL, 2019, p. 25-26).

No LIE, propomos aos estudantes de toda turma, inclusive os autistas, a utilizarem o software de matemática dinâmica, GeoGebra, para realizarmos conjuntamente construções geométricas de retas paralelas, retas transversais e retas paralelas cortadas por uma transversal, bem como utilizar, posteriormente, ferramentas para medir os ângulos formados pela intersecção entre as retas.

4.1 3 Ângulos em uma circunferência

Atividade 3: Ângulos em uma circunferência
Objetivos: Retomar conceitos de raio, corda, diâmetro, círculo e circunferência. “Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos numa circunferência, fazendo uso, inclusive, de software de geometria dinâmica” (BRASIL, 2017, p. 317).
Materiais necessários: disco de papel graduado em graus (já construído pelos estudantes em atividades anteriores), transferidor, régua, compasso, discos de papel coloridos para atividade sobre ângulo central, livro didático do estudante e software GeoGebra
Ambiente: Sala de aula e Laboratório de Informática Educativa (LIE)

Neste tópico, retomamos os conceitos de circunferência e círculo, recordamos os elementos de uma circunferência. Apresentamos as posições relativas de uma reta e uma circunferência, conceito do arco de uma circunferência, ângulo central e ângulo inscrito.

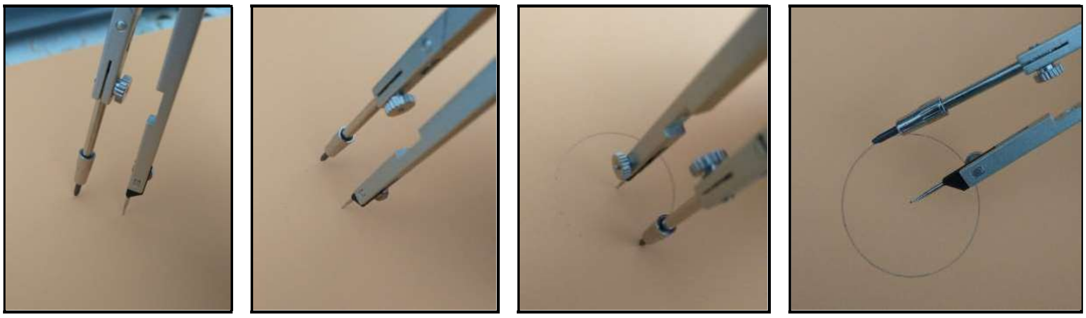
O círculo e a circunferência são elementos geométricos com grande aplicação em diversa áreas e muito presentes no cotidiano. Em sala de aula, solicitamos aos estudantes que exemplifiquem objetos que lembrem círculos e circunferências.

Anotamos na lousa as respostas dadas por eles. Os estudantes com TEA participam das atividades.

Observando os exemplos os estudantes trouxeram, questionamos “Círculo e circunferência são a mesma coisa?”. Solicitamos que eles argumentem as respostas dadas e então formalizamos os conceitos.

Marcamos um ponto na lousa, depois, a partir desse ponto fixo, com o auxílio de um compasso, marcamos diversos outros pontos, todos equidistantes em relação a esse ponto fixo. Colocamos a ponta seca do compasso no ponto fixo e, mantendo abertura do compasso, marcamos diversos outros pontos (Figura 8).

Figura 8 – Circunferência, construída com compasso

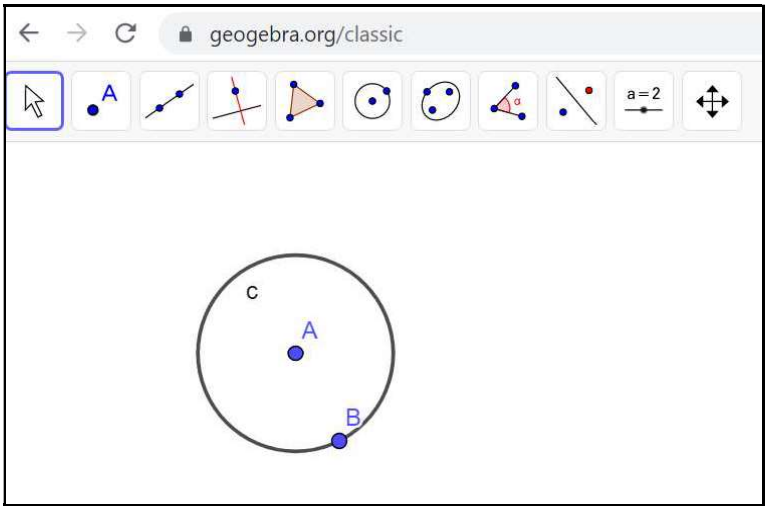


Fonte: Acervo da Autora (2020)

Então definimos circunferência como sendo o lugar geométrico dos pontos do plano que têm a mesma distância a um dado ponto fixo. Esse ponto fixo é chamado de centro da circunferência. Solicitamos que todos os estudantes construam sua circunferência utilizando o compasso.

Com o auxílio de um projetor multimídia e um computador, utilizamos o software Geogebra e ilustramos a construção da circunferência *c*, utilizando a ferramenta “Círculo dados Centro e um de seus Pontos”, onde o ponto A é o centro e o ponto B pertence à circunferência, como ilustra a Figura 9.

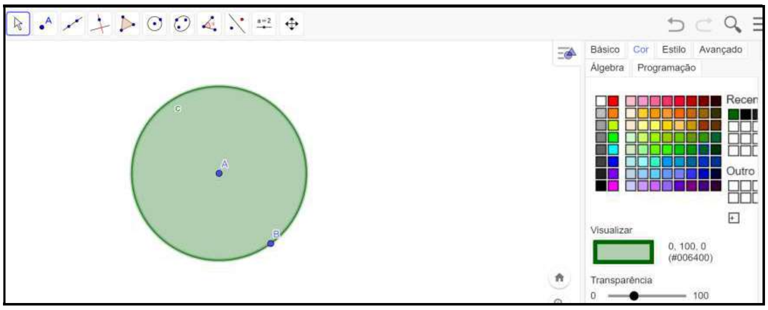
Figura 9 – Circunferência construída no software GeoGebra



Fonte: Elaborada pela Autora, com base no software GeoGebra (2020)

Definimos círculo como sendo o conjunto de todos os pontos da circunferência e a região por ela limitada, que contém o centro. Na construção da circunferência, no software GeoGebra, realizada anteriormente, pintamos a região a região que representa o círculo (Figura 10).

Figura 10 – Círculo construído no software GeoGebra

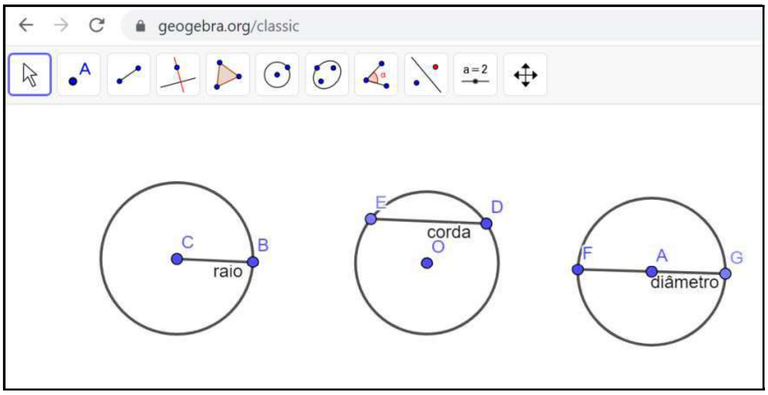


Fonte: Elaborada pela Autora, com base no software GeoGebra (2020)

Após conceituarmos circunferência e círculo, retomamos os exemplos que os estudantes citaram no início da atividade e classificamos quais são circunferência e quais são círculos.

Retomamos, também, os conceitos de raio, corda e diâmetro. Destacamos que raio é o segmento que une o centro da circunferência a um ponto da mesma. Corda é um segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência. E diâmetro é a corda que contém o centro da circunferência. Também observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência. A figura 11 ilustra esses três elementos da circunferência.

Figura 11 – Elementos da circunferência: raio, corda e diâmetro



Fonte: Elaborada pela Autora, com base no software GeoGebra (2020)

Ainda sobre a Figura 11, destacamos que o segmento $\overline{BC}$ representa o raio da primeira circunferência, que o segmento $\overline{DE}$ é um exemplo de corda da segunda circunferência e que o segmento $\overline{FG}$ é o diâmetro da terceira circunferência. Notamos que a medida do diâmetro é igual ao dobro da medida do raio.

A Figura 12 ilustra a atividade proposta aos estudantes, inclusive aos com TEA, sobre os conceitos que acabamos de abordar, a fim de observar se tais conceitos estão consolidados, ou se existem dúvidas.

Figura 12 – Atividade sobre conceito de círculo, circunferência e elementos da circunferência

Em duplas, observem a gravura, discutam sobre as questões e anotem suas respostas:

A vitória-régia é uma planta característica da Amazônia, tem folhas circulares e flutuantes que chegam a ter até 2 metros de diâmetro.

1. Qual é a propriedade comum de todos os pontos de uma circunferência?

2. O que é o raio de uma circunferência?

3. o que é o diâmetro de uma circunferência?

4. O que podemos afirmar sobre as medidas dos comprimentos dos raios de uma circunferência?

5. Qual é a relação entre a medida de comprimento de um diâmetro e a medida de comprimento de um raio, na mesma circunferência?

6. O centro é um ponto da circunferência?

7. Corda é o segmento de reta cujas extremidades são dois pontos da circunferência. Qual é a corda de maior medida de comprimento em uma circunferência?

Fonte: Adaptado de Dante (2018).

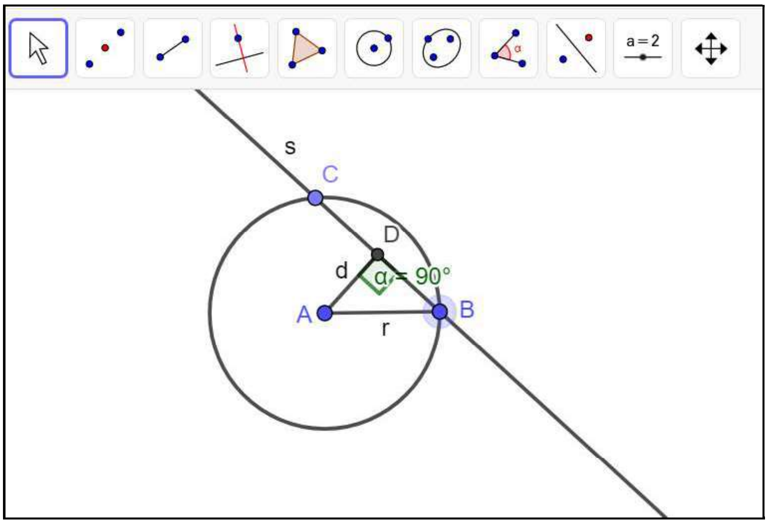
Na sequência, apresentamos as posições relativas de uma reta e uma circunferência, em um mesmo plano. Observamos que elas podem apresentar um ponto em comum, dois pontos em comum, ou não ter pontos em comum. Assim, referente às três posições que uma reta pode ocupar em relação à uma circunferência, em um mesmo plano, são chamadas de: tangente, secante ou externa

Em sala de aula, construímos os três casos na lousa, com régua e compasso. Propomos, orientamos e auxiliamos os estudantes, inclusive os autistas, a fazerem tais construções em seus cadernos.

Observamos que tais conceitos não abrangem apenas ângulos, mas são aplicações do conceito, o que torna tal abordagem pertinente, neste momento da proposta didática.

Analisando cada caso, na reta secante, temos dois pontos em comum (B e C) em relação à circunferência. A distância (d) entre o centro da circunferência (A) até a reta (s) é menor do que a medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como mostra a Figura 13, d < r:

Figura 13 – Reta secante à circunferência

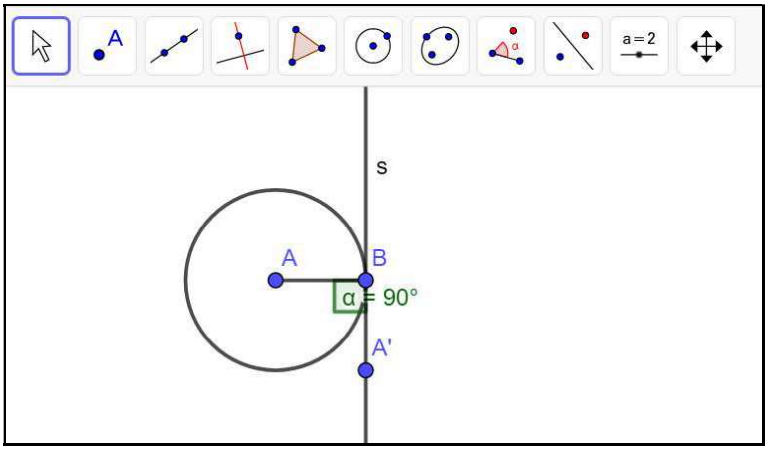


Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Observamos que a medida da distância (d) entre um ponto qualquer (A) e uma dada reta (s), refere-se a medida de comprimento do segmento de reta que une esse ponto a um ponto da reta perpendicularmente.

No caso da reta tangente à circunferência, a reta (s) tem apenas um ponto em comum com a circunferência, o ponto (T), que chamamos de ponto de tangência. A distância (d) entre o centro da circunferência (A) até a reta (s) é igual à medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como ilustra a Figura 14, d = r:

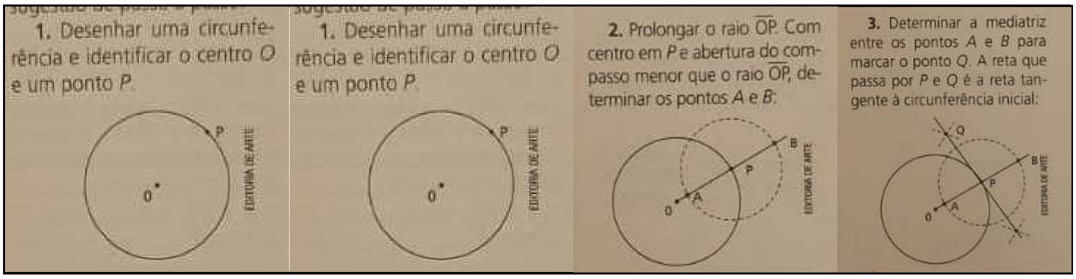
Figura 14 – Reta tangente à circunferência



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Para fazer a construção de uma reta tangente a uma circunferência, usando régua e compasso, vamos seguir a proposta dada em Giovanni e Castrucci (2018), conforme a figura 15:

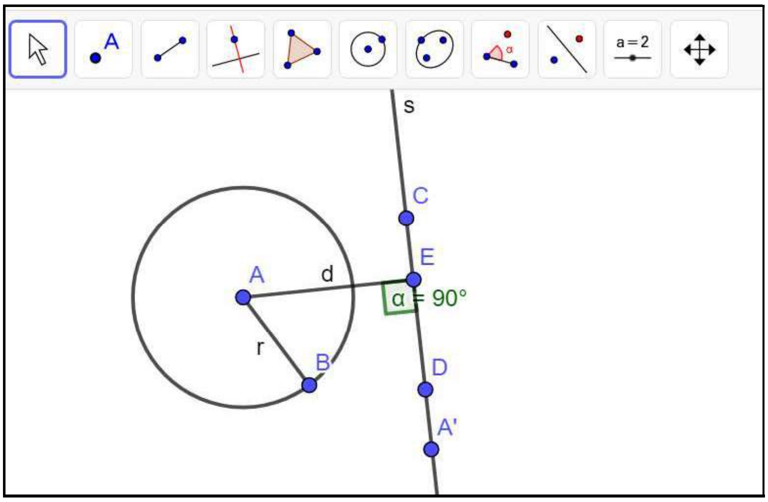
Figura 15 – Construção da reta tangente à circunferência com régua e compasso



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 129).

No terceiro caso, a reta (s), externa à circunferência, não tem nenhum ponto em comum com a circunferência. A distância (d) do centro da circunferência (A) até a reta (s) é maior do que a medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como mostra a Figura 16, d > r:

Figura 16 – Reta externa à circunferência



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

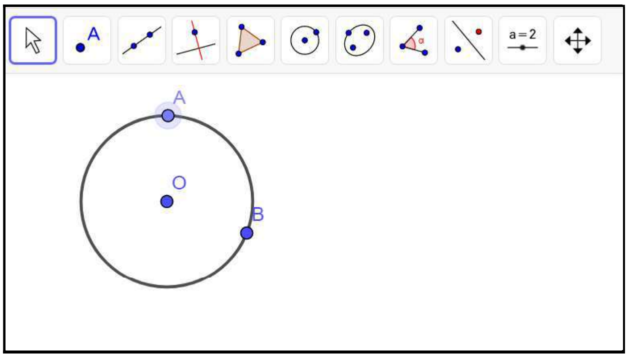
No LIE, propomos aos estudantes, inclusive os autistas, que explorem as ferramentas do software GeoGebra, referente às construções de círculo, circunferência e seus elementos, e sobre a posição relativa de uma reta e uma circunferência, num mesmo plano. Solicitamos que realizem algumas construções com estas ferramentas, conforme o roteiro das atividades (Apêndice C).

Posteriormente às discussões sobre as posições relativas de uma reta e uma circunferência, propomos atividades do livro didático dos estudantes que os levem a aplicar tais conceitos, bem como outros conceitos geométricos (trabalhados em anos anteriores), como soma de ângulos internos de um triângulo e perímetro de polígonos. Aos estudantes autistas, adaptamos as atividades (Apêndice C).

Apresentamos, o próximo tópico do planejamento, as definições de arco de uma circunferência, ângulo central e ângulo inscrito. É importante que os estudantes saibam identificar a diferença entre as notações e utilizem corretamente a linguagem matemática.

Conforme Imenes e Lellis (1998), arco de circunferência é a "parte da circunferência definida entre dois de seus pontos". Na Figura 17, podemos observar que dois pontos da circunferência a dividem em dois arcos.

Figura 17 – Arco de circunferência

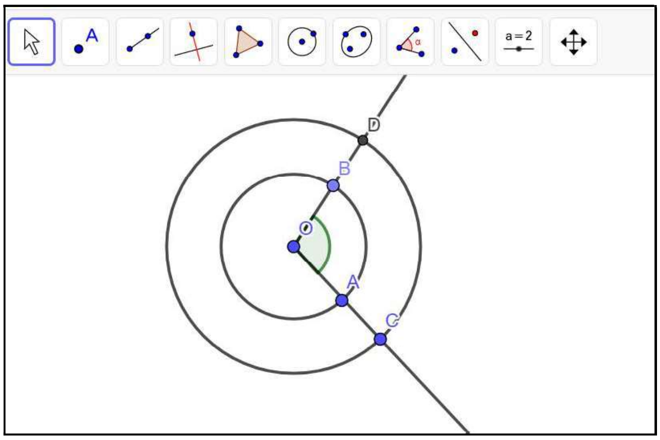


Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Dizemos que os pontos A e B são chamados de extremidades do arco. No exemplo da Figura 17, temos um arco maior e outro arco menor. Para diferenciarmos cada um deles, tomamos mais um ponto de cada arco, por exemplo, os pontos M e N, respectivamente. Assim, representamos o arco maior por $\widehat{AMB}$e o arco menor por$\widehat{ANB}$. Acrescentamos que, quando as extremidades do arco são as extremidades de um mesmo diâmetro, cada arco é chamado de semicircunferência.

Traçamos na lousa uma circunferência e marcamos dois de seus raios. Chamamos de ângulo central qualquer ângulo que tenha o vértice no centro da circunferência e cujos lados que o determinam são dois raios da circunferência, como ilustra a Figura 18.

Figura 18 – Ângulo central



Fonte: Elaborada pela Autora, com base no software GeoGebra (2020).

Na Figura 18, $A\hat{O}B$ é o ângulo central da circunferência de centro O e raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$. E $C\hat{O}D$ é o ângulo central da circunferência de centro em O e raios $\overline{OC}$ e $\overline{OD}$. Também temos que, quando traçamos um ângulo central, ele determina a medida de um arco na circunferência, ao qual podemos associar duas medidas: a medida de comprimento (dada em centímetro, decímetro, metro...) e a medida angular (dada em graus). Conforme Giovanni e Castrucci (2018), “os ângulos centrais que consideraremos serão sempre medidos em graus, podemos dizer que a medida do arco menor, em graus, é igual à medida do ângulo central cujos lados passam pelas extremidades do arco”.

Após abordarmos esses conceitos, propomos aos estudantes, inclusive aos autistas, que retomem o disco de papel, graduado em graus, já construído por eles em aulas anteriores, para completarem a tabela da atividade expressa na Figura 19.

Figura 19 – Atividade sobre ângulo central

Observe a tabela a seguir e, utilizando o disco de papel, graduado em graus, complete-a:

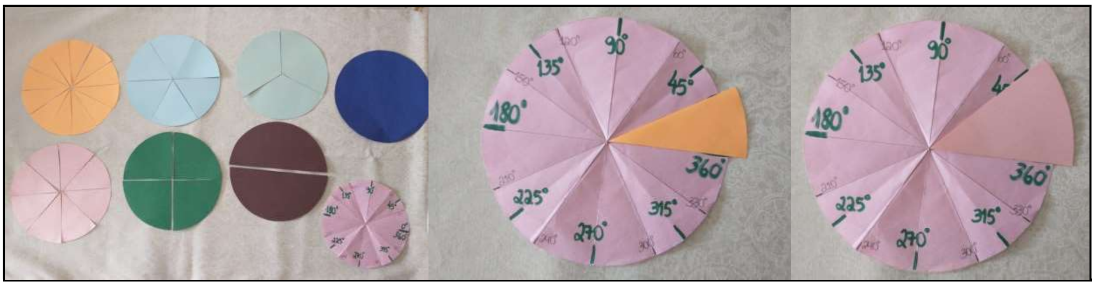
Medida do ângulo central	**Medida do arco em graus**	**Medida do arco em relação à circunferência**
30° (Exemplo)	30°	$\frac{1}{12}$ da circunferência
45°		
60°		
90°		
120°		
180°		

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Para auxiliar os estudantes autistas na realização da atividade, entregamos outros discos de papel, já recortados em setores:

- um disco de papel dividido em 12 setores (ângulo central de 30°);
- um disco de papel dividido em 8 setores (ângulo central de 45°);
- um disco de papel dividido em 6 setores (ângulo central de 60°);
- um disco de papel dividido em 4 partes (ângulo central de 90°);
- um disco de papel dividido em 3 partes (ângulo central de 120°) e
- um disco de papel dividido em 2 partes (ângulo central de 180°), como ilustra a Figura 20.

Figura 20 – Discos de papel coloridos para atividade sobre ângulo central



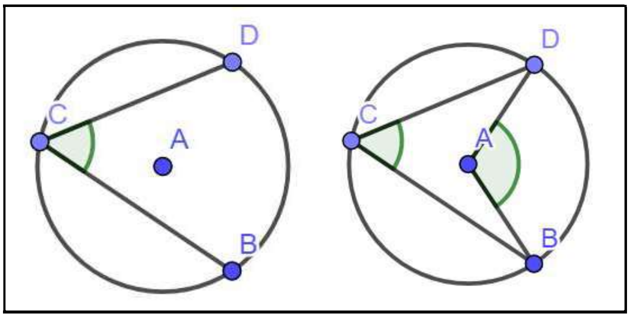
Fonte: Arquivo pessoal da autora (2020)

Propomos aos estudantes, inclusive aos autistas, realizar as atividades adaptadas do livro didático, a fim de que reconheçam um ângulo central em uma circunferência e estabeleçam relações entre o ângulo central e os arcos correspondentes (Apêndice C).

Seguimos apresentando a definição de ângulo inscrito, que conforme Giovanni e Castrucci (2018, p. 133) "é todo ângulo que tem o vértice na circunferência e seus lados secantes a ela". E que a todo ângulo inscrito corresponde um ângulo central, que determina na circunferência o mesmo arco determinado por esse ângulo inscrito.

Em sala de aula, fazemos a construção de ângulo inscrito e seu ângulo central correspondente na lousa, com régua e compasso. Uma alternativa é projetar o GeoGebra e utilizar as ferramentas deste software para esta construção, como ilustra a Figura 21.

Figura 21 – Ângulo inscrito



Fonte: Elaborada pela Autora, no software Geogebra (2020).

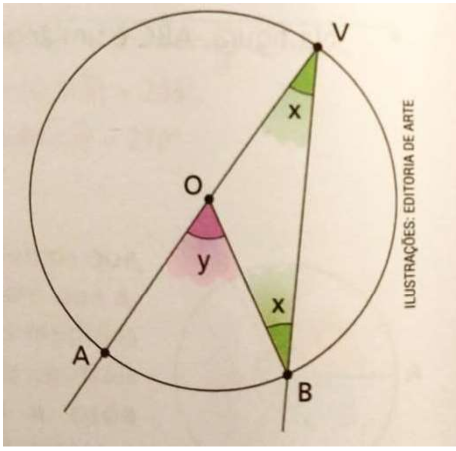
Observamos que, na Figura 21, $B\hat{C}D$ é um ângulo inscrito, numa circunferência de centro A. Esse ângulo determina na circunferência o arco $\widehat{BD}$. No lado direito da

Figura 21, vemos que $B\hat{A}D$ é o ângulo central correspondente ao ângulo inscrito $B\hat{C}D$ e que ambos determinam o mesmo arco.

Existe uma relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central correspondente. A demonstração desta relação está separada em três casos: Quando o centro da circunferência pertence a um dos lados do ângulo inscrito, quando o centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito e quando o centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito.

A Figura 22 ilustra o primeiro caso a ser demonstrado, quando o centro da circunferência pertence a um dos lados do ângulo inscrito.

Figura 22 – Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 1° CASO



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 134).

Chamamos de "r" o raio da circunferência, "x" a medida do ângulo inscrito e "y" a medida do ângulo central, temos:

Sendo $\overline{OB} = \overline{OV} = r$

Então, o triângulo BOV é isósceles e os ângulos $O\hat{V}B$ e $V\hat{B}O$ são congruentes. Como anteriormente chamamos de "x" o ângulo inscrito, escrevemos que $O\hat{V}B$ = $V\hat{B}O$ = x.

Temos que $A\hat{O}B + B\hat{O}V = 180°$.

Assim, podemos escrever:

$$\begin{cases} O\hat{V}B + V\hat{B}O + B\hat{O}V = 180° \\ A\hat{O}B + B\hat{O}V = 180° \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + x + B\hat{O}V = 180° \\ y + B\hat{O}V = 180° \end{cases}$$ Igualando ambas as equações, temos:

$$x + x + B\hat{O}V = y + B\hat{O}V$$

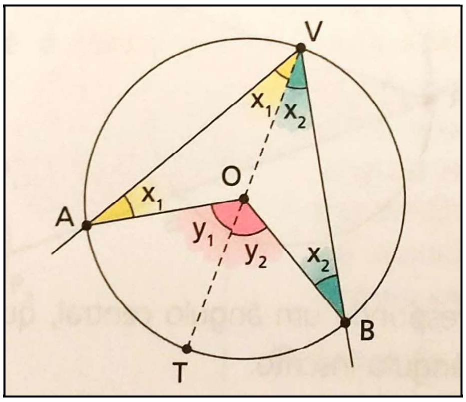
$$2x = y$$

$$x = \frac{y}{2}$$

Logo, a medida do ângulo inscrito na circunferência (x) é igual a metade da medida do ângulo central desta circunferência (y).

A Figura 23 ilustra o segundo caso a ser demonstrado, quando o centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito.

Figura 23 – Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 2° CASO



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 134).

Vamos novamente indicar por:

- x a medida do ângulo inscrito;
- "y" a medida do ângulo central correspondente.

Traçando, pelo vértice V, um diâmetro da circunferência, dividimos o ângulo inscrito em dois ângulos de medidas x_1 e x_2 ($x_1 + x_2 = x$) e o ângulo central correspondente em dois ângulos de medidas y_1 e y_2 ($y_1 + y_2 = y$).

De acordo com o 1° caso, temos:

- $y_1 = 2x_1$ (considerando o triângulo AOV);
- $y_2 = 2x_2$ (considerando o triângulo BOV).

Adicionando membro a membro, temos:

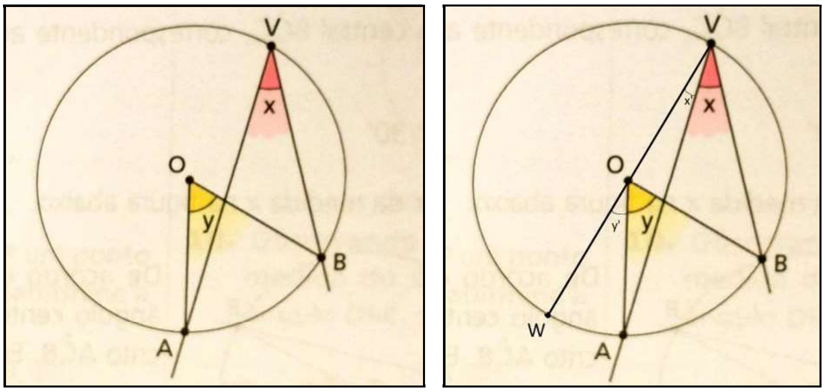
$y_1 + y_2 = 2x_1 + 2x_2 \Rightarrow y_1 + y_2 = 2(x_1 + x_2) \Rightarrow y = 2x \Rightarrow 2x = y \Rightarrow x = \frac{y}{2}$

(GIOVANNI; CASTRUCCI, 2018, p. 134).

Assim, no segundo caso também demonstramos que a medida do ângulo inscrito na circunferência (x) é igual a metade da medida do ângulo central desta circunferência (y).

Mostramos, agora, o terceiro caso, em que o centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito, como ilustra a Figura 24.

Figura 24 – Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 3° CASO



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 135).

Para demonstrar a propriedade, neste caso, vamos traçar um diâmetro partindo do ponto V, passando pelo centro e chegando no ponto W.

Então, escrevemos que o ângulo $W\hat{V}B$ = X + X’ → X = $W\hat{V}B$ – X’ (I)

E que o ângulo $W\hat{O}B$ = Y + Y’ → Y = $W\hat{O}B$ – Y’ (II)

Pelo primeiro caso, podemos afirmar que $W\hat{V}B$ = $\frac{W\hat{O}B}{2}$ (III)

e que X’ = $\frac{Y\prime}{2}$ (IV).

Substituindo as relações (III) e (IV) na relação (I), temos:

X = $W\hat{V}B$ – X’ →X = $\frac{W\hat{O}B}{2}$ - $\frac{Y\prime}{2}$ → X = $\frac{1}{2}\left(W\hat{O}B - Y'\right)$ substituindo, agora, a relação (II), termos:

X = $\frac{1}{2}Y$, como queríamos demonstrar.

Ou seja, no terceiro caso, também temos que a medida de um ângulo inscrito é igual a medida do ângulo central correspondente.

Após apresentarmos os três casos, exploramos juntos as situações numéricas, com atividades propostas (Apêndice C). Comentamos que, antes de aplicar qualquer relação vista, é necessário analisarmos a qual caso ela pertence.

4.2 PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO REMOTO

No ano de 2020, em que enfrentamos a pandemia causada pelo “corona vírus (COVID 19)”, foi necessário suspender as aulas presenciais e manter o distanciamento social, dentre tantas outras medidas.

Como o período de quarentena se prorrogou por tempo indeterminado, a Legislação que normatiza a Educação precisou ser revistas, pois não previa outra modalidade que não a presencial para o nível Fundamental, etapa em que o 9° ano faz parte.

Com a adoção do ensino remoto, a Escola em questão mobilizou-se para adquirir o domínio da plataforma “Google Classroom”, cadastrar todos os professores e estudantes, criar as turmas, orientar a comunidade escolar como um todo, gravar tutoriais sobre o funcionamento da plataforma e, assim, tornar possível o início das aulas online ou seja, de forma remota.

Para este meio, as atividades foram repensadas e readaptadas, com a preocupação de auxiliar os estudantes a atingirem os objetivos e desenvolverem as habilidades previstas, buscando tornar possível a inclusão dos estudantes de AEE (Atendimento Educacional Especializado).

No que segue, descreveremos o planejamento das atividades que foram realizadas no período de novembro a dezembro de 2020, com as duas turmas de nono ano, conforme descrito nos procedimentos metodológicos (capítulo 3 do presente trabalho).

4.2.1 Retomando o conceito de ângulo

Atividade 1: Retomando o conceito de ângulo
Objetivos: Retomar e aprofundar o conceito de ângulo. Compreender a importância da trigonometria e da medida de ângulos, desde as civilizações antigas. Representar, medir e classificar ângulos.

Materiais necessários: Acesso a sala de aula da turma, criada na plataforma do Google Classroom. software GeoGebra.
Ambiente: Ensino Remoto – Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas online síncronas, via Google Meet[10].

Na aula online, que é realizada de forma síncrona, via Google Meet, utilizando a plataforma Google Classroom, compartilhamos com a turma a imagem (Anexo 2) contendo o esquema de um mapa do bairro, destacando alguns pontos de referência como a casa da professora, a Escola e o posto de saúde. Desafiamos os estudantes a descrever uma trajetória da casa da professora até a escola. Aguardamos um tempo para os estudantes esquematizassem suas respostas a fim de socializarmos. Depois, o desafio foi descrever uma trajetória da Escola até o posto de saúde. Novamente aguardamos um tempo para que descrevam suas respostas.

Depois de socializarmos as respostas dos estudantes, podemos comparar se todos pensaram no mesmo trajeto, se havia a obrigatoriedade de utilizar o caminho mais curto, que "comandos" foram fundamentais para descrever a trajetória, quais elementos e conceitos matemáticos utilizamos.

A partir dessa atividade, retomamos o conceito de ângulo, partindo da ideia de giro, abordada na atividade descrita anteriormente, na proposta didática para o ensino presencial. Disponibilizamos um "Documento Colaborativo[11]" e, ordenadamente, cada estudante digita a sua ideia e, assim, elaboramos um conceito para ângulo.

Questionamos em que situações do dia a dia os estudantes percebem a presença ou utilizam ângulos e, ainda no "Documento Colaborativo" solicitamos que os estudantes anotem esses exemplos. Analisando as ideias listadas pelos estudantes, observamos que os ângulos não estão apenas em giros e mudanças de direção, mas também em inclinações e em aberturas.

Feita essa introdução, contamos a História da Matemática, que retrata o início da trigonometria, já descrita anteriormente.

Sugerimos, principalmente aos estudantes autistas que assistam ao vídeo Ribeiro (2020), que de forma clara e simples, retoma o conceito de ângulo, sua

[10] O Google Meet é uma ferramenta do Google utilizada para criar videoconferência, tornando possível reunir no ambiente virtual, até 100 pessoas de forma síncrona.

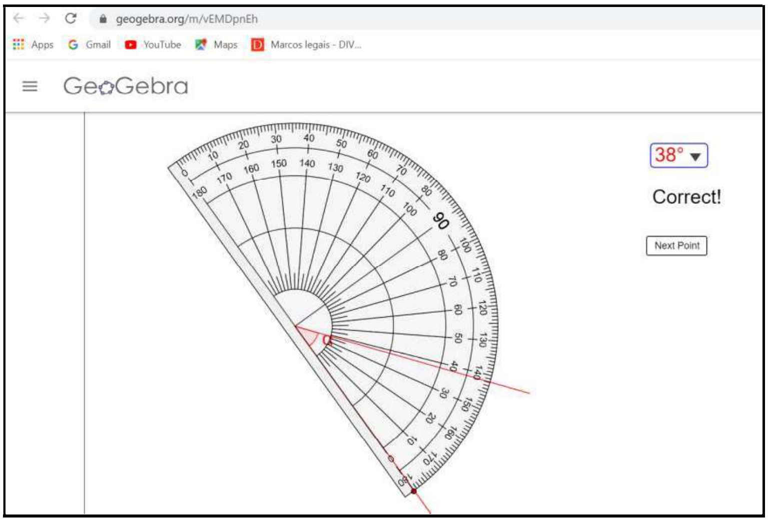
[11] Neste caso, o Documento Colaborativo utilizado é um documento criado no Google Drive e compartilhado no Classroom da turma, como atividade em que permite que cada estudante edite o texto.

representação, classificação quanto às medidas e utilização do transferidor. O vídeo, disponível também no blog da autora[12], onde ela deixa registrado o conceito por escrito, fazendo uma correção. Essa correção se faz necessária, pois no áudio do vídeo, ela diz que “os ângulos servem para definir a altura entre duas semirretas” quando o correto é “os ângulos servem para definir a abertura entre duas semirretas”.

A próxima atividade foi a apresentação do software GeoGebra, compartilhando o site[13], que o disponibiliza, com os estudantes. Falamos sobre interface e alguns comandos. Realizamos a construção de alguns ângulos, destacando elementos importantes como as semirretas e pontos sobre elas, o vértice, a nomenclatura, a abertura entre as semirretas, as regiões convexa e não-convexa.

Compartilhamos na aula síncrona, via Google Meet, a atividade do software GeoGebra para medir ângulos com o uso do transferidor virtual (Figura 25).

Figura 25 – Atividade de medida de ângulo com o transferidor, no software GeoGebra



Fonte: Site do GeoGebra[14]

---

[12] A Professora Vilma Ribeiro possui um blog onde compartilha material didático, sugestões de atividades sobre diversos temas. Disponível em: <https://professoravilmaribeiro.blogspot.com/>. Acesso em: 10. jan. 2021.

[13] Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic#geometry>. Acesso em: 10. jan. 2021.

[14] Disponível em: https://www.geogebra.org/m/vEMDpnEh. Acesso em: 02 fev. 2021.

Realizamos a medição de alguns exemplos juntamente com os estudantes, atentando para os passos de como usar um transferidor, descritos anteriormente. Posicionamos o transferidor, fazemos a leitura e selecionamos, em graus, qual é a medida correspondente. Se a atividade estiver correta, podemos observar a mensagem logo abaixo do campo destinado à medida do ângulo. Depois, propomos aos estudantes que fizessem a medida dos próximos ângulos e enviassem para a professora os valores encontrados. Os estudantes têm como alternativas enviar respostas das atividades para os professores via Google Classroom, fazendo a postagem na etapa correspondente, via mensagem de e-mail (para o e-mail do professor), ou via mensagem de WhatsApp.

4.2.2 Relações entre ângulos

Atividade 2: Relações entre ângulos
Objetivos: Demonstrar que ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Retomar conceitos de ângulos adjacentes, correspondentes, alternos e colaterais, verificando as relações entre as medidas desses ângulos, demonstrando-as.
Materiais necessários: Acesso a sala de aula da turma, criada na plataforma do Google Classroom. software GeoGebra, transferidor, régua e roteiro da aula (estudos monitorados).
Ambiente: Ensino Remoto – Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas online síncronas, via Google Meet.

Além das aulas online, síncronas, via Google Meet, na plataforma do Google Classrom, no período de suspensão das aulas presenciais, organizamos, o que na Rede de Ensino em questão, foi chamado de estudos monitorados não-presenciais.

Os Estudos Monitorados são compostos por um roteiro de estudos e atividades que proporcionamos aos estudantes de forma online, fazendo-se as postagens na plataforma do Google Classrom, no mesmo dia em que disponibilizamos de forma impressa para aqueles que não têm acesso à internet. O material impresso, disponibilizado aos estudantes encontra-se no Apêndice D.

Para esta segunda atividade proposta, sobre as relações entre os ângulos, organizamos os estudos monitorados com uma sintetização dos tópicos sobre a retomada do conceito de ângulos adjacentes, retas concorrentes e a congruência entre ângulos opostos pelo vértice. Também compõe esses estudos monitorados, uma abordagem sobre retas paralelas cortadas por uma transversal e as relações entre os ângulos por elas formados (ângulos correspondentes, ângulos alternos internos, ângulos alternos externos, ângulos colaterais internos, ângulos colaterais externos). Incluímos, também, exemplos e atividades sobre esses assuntos, conforme Apêndice E.

Nesta fase do ensino remoto, encaminhamos o planejamento para a professora que atua no AEE, pois ficou determinado que a professora responsável por esse atendimento, faria a flexibilização, o acompanhamento e a aplicação dos estudos monitorados para os estudantes com necessidades especiais, a partir da proposta da professora da turma. Para os estudantes com TEA, a participação das aulas online com a professora e com os demais colegas não é obrigatória.

As demonstrações, sobre as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, foram abordadas nas aulas síncronas, como descrevemos anteriormente na proposta presencial (observamos que para isso utilizamos como ferramenta de apoio, a porta do armário da cozinha da professora que serviu como lousa adaptada). Além das demonstrações, exploramos os exemplos apresentados nos estudos monitorados, debatemos sobre as dúvidas apresentadas pelos estudantes e exploramos algumas ferramentas no software GeoGebra, conforme descrevemos na sequência.

Na aula síncrona, via Google Meet, compartilhamos com os estudantes a janela referente ao software GeoGebra e propomos a construção de alguns elementos, como uma reta, uma semirreta e um segmento de reta. Além disso construímos outros elementos (retas perpendiculares e paralelas) para que os alunos pudessem interagir com o software.

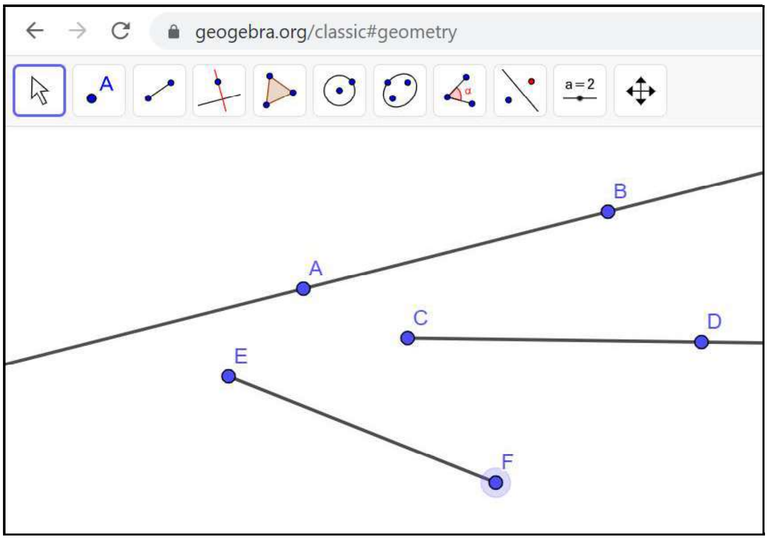
Marcamos seis pontos (A, B, C, D, E e F), com a ferramenta “Ponto”. Retomamos com os estudantes que dois pontos definem uma reta, ou que dados dois pontos, existe uma única reta que os contém. E, assim, escolhemos a opção “Reta”, clicamos em dois dos pontos anteriormente construídos, A e B, por exemplo e traçamos uma reta que os contém.

Seguimos escolhendo a opção “Semirreta” e dois pontos (primeiro C e depois D). Destacamos que é importante a ordem de escolha dos pontos, pois a semirreta apresenta uma direção e um sentido, tendo início no primeiro ponto escolhido. Observamos o elemento geométrico agora gerado. Usamos a ferramenta “Desfazer” e novamente utilizamos a opção “Semirreta”, mas agora, ao escolher os dois pontos, selecionamos primeiramente o D e, depois o ponto C. Assim, destacamos novamente as características da semirreta.

Para os dois pontos restante, E e F, escolhemos a ferramenta “Segmento” e assim, obtemos um segmento de reta do ponto E até o ponto F.

A Figura 26 ilustra a construção dos elementos reta, semirreta e segmento de reta que acabamos de descrever.

Figura 26 – Construção de reta, semirreta e segmento de reta no software GeoGebra



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Estando com os três elementos geométricos construídos, destacamos as características de cada um e apresentamos as respectivas representações matemáticas para designá-los:

- $\overleftrightarrow{AB}$ para reta;
- $\overrightarrow{CD}$ (ou $\overrightarrow{DC}$) para as semirretas;
- $\overline{EF}$ para segmento de reta.

Exploramos a construção de retas paralelas e retas perpendiculares também com a utilização do GeoGebra.

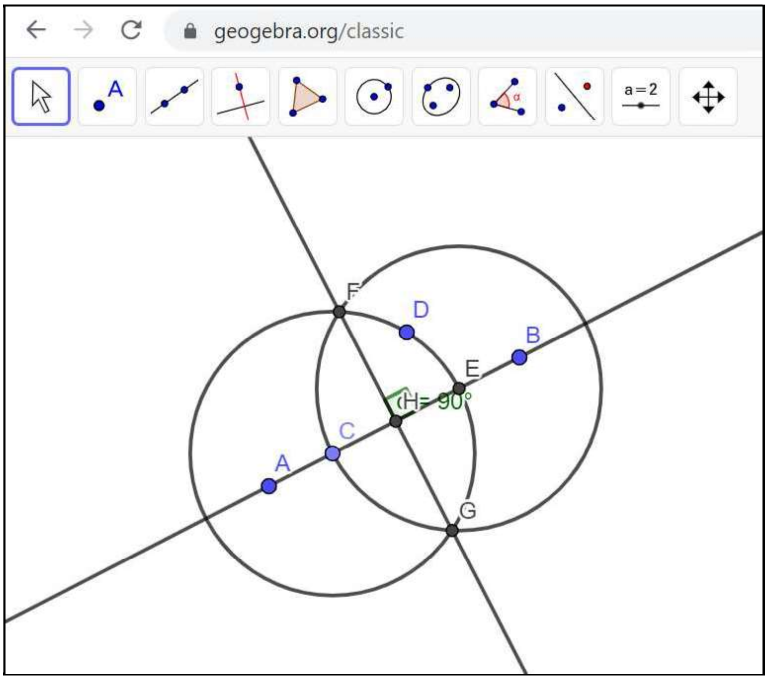
Para construir retas perpendiculares, clicamos na ferramenta “Reta”, marcamos dois pontos e nomeamos esses pontos como A e B. Clicamos na opção “Círculo dados centro e um de seus pontos”[15] e construímos a circunferência de tal forma que o centro

[15] O GeoGebra nomeia como “Círculo”, mas o resultado desta construção é uma circunferência.

(ponto C) seja um ponto qualquer da reta $\overleftrightarrow{AB}$ e o ponto da circunferência, um ponto qualquer da tela (ponto D). Em seguida, clicamos na ferramenta “Ponto”, marcamos e nomeamos um ponto “E” sendo dos pontos de intersecção desta circunferência com a reta $\overleftrightarrow{AB}$. Utilizamos a ferramenta “círculo dados centro e um de seus pontos”, clicamos no ponto “E” e no ponto C para formar uma segunda circunferência, de centro E e raio $\overline{EC}$. Para marcarmos os dois pontos de intersecção entre as duas circunferências (pontos F e G), utilizamos a ferramenta “Ponto” e traçamos a reta que passa por eles, com a ferramenta “Reta”. Esta reta $\overleftrightarrow{FG}$ é perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AB}$.

Marcamos o ponto de intersecção entre essas duas retas perpendiculares com a ferramenta “Ponto” e obtemos o ponto H. Este ponto será útil para medirmos o ângulo formado pelas retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{FG}$. Utilizamos a ferramenta “Ângulo” e selecionamos os pontos E, H e F, nesta ordem e o software indica o ângulo de 90° entre as retas. Neste caso, dizemos que $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{FG}$ são retas perpendiculares. Essa construção segue ilustrada na Figura 27:

Figura 27 – Construção de retas perpendiculares



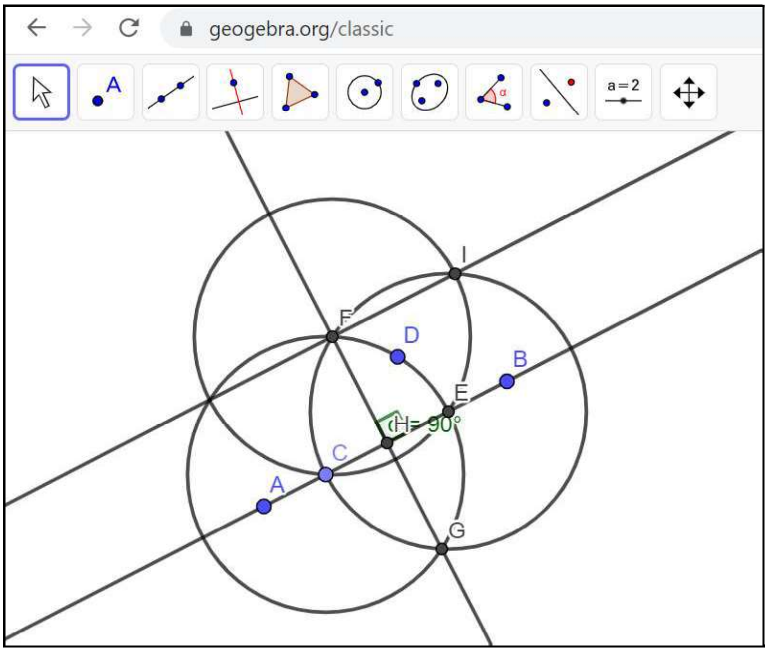
Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Uma importante justificativa para a construção acima descrita, está embasada na utilização de conceitos geométricos, como os casos de congruência, estudados nos anos anteriores ao 9° ano. Análogo ao exemplo que encontramos em Neto (2013), temos que, por construção, H é o ponto médio do segmento $\overline{CE}$. Em relação os triângulos FCH e FEH, temos que $\overline{CF} = \overline{EF}$ e que $\overline{CH} = \overline{EH}$; como FH é lado de ambos os triângulos, segue, pelo caso LLL de congruência de triângulos, que FCH ≡ FEH e, daí, F$\widehat{H}$C = F$\widehat{H}$E. Mas como F$\widehat{H}$C + F$\widehat{H}$E = 180°, devemos ter, então, que F$\widehat{H}$C = F$\widehat{H}$E = 90°, sendo assim a reta que contém os pontos C e E perpendicular à reta que contém os pontos F e H.

Portanto, conforme Neto (2013) dizemos que duas retas do mesmo plano são perpendiculares quando, ao se cruzarem em um único ponto, formam ângulos de 90° neste ponto.

Agora, para obtermos uma reta paralela à reta $\overleftrightarrow{AB}$, basta construirmos uma reta perpendicular à reta $\overleftrightarrow{FG}$, seguindo os passos que acabamos de descrever, conforme ilustra a Figura 28.

Figura 28 – Construção de retas paralelas



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

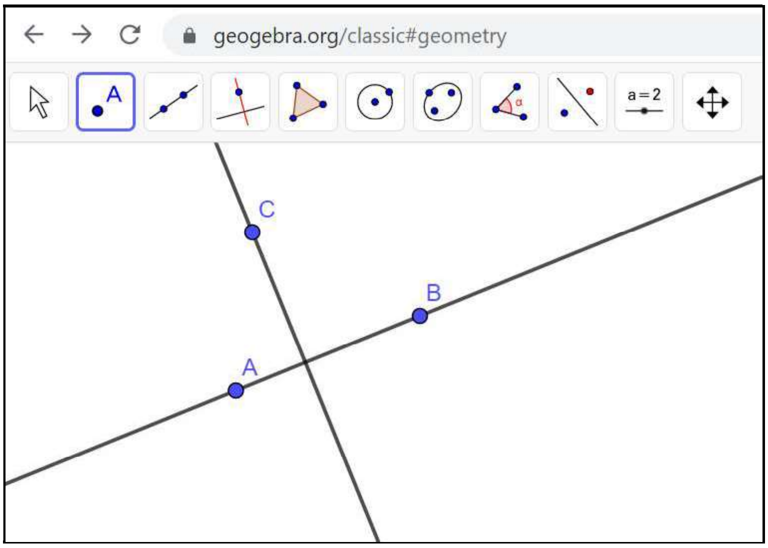
Assim, como CF = CE = EI = FI, temos que CEIF é um losango, logo obtemos a reta $\overleftrightarrow{FI}$ que é paralela à reta $\overleftrightarrow{AB}$.

Portanto, de acordo com Neto (2013), dizemos que duas retas do mesmo plano são paralelas se não possuem nenhum ponto em comum.

Depois de compreendermos os conceitos de retas perpendiculares e retas paralelas, vamos explorar as ferramentas “Reta perpendicular” e “Reta paralela” do próprio GeoGebra, que também nos permite fazer tais construções.

Para construir retas perpendiculares no GeoGebra, iniciamos marando três pontos, A, B e C, com a ferramenta “Ponto”. Escolhemos dois desses pontos, A e B, por exemplo, por onde traçaremos a reta $\overleftrightarrow{AB}$, com a ferramenta “Reta”. Em seguida, com a ferramenta “Reta Perpendicular” selecionamos um ponto, que não pertence à reta $\overleftrightarrow{AB}$, por onde a reta perpendicular irá passar e, depois, selecionamos a reta $\overleftrightarrow{AB}$. A Figura 29 ilustra essa construção.

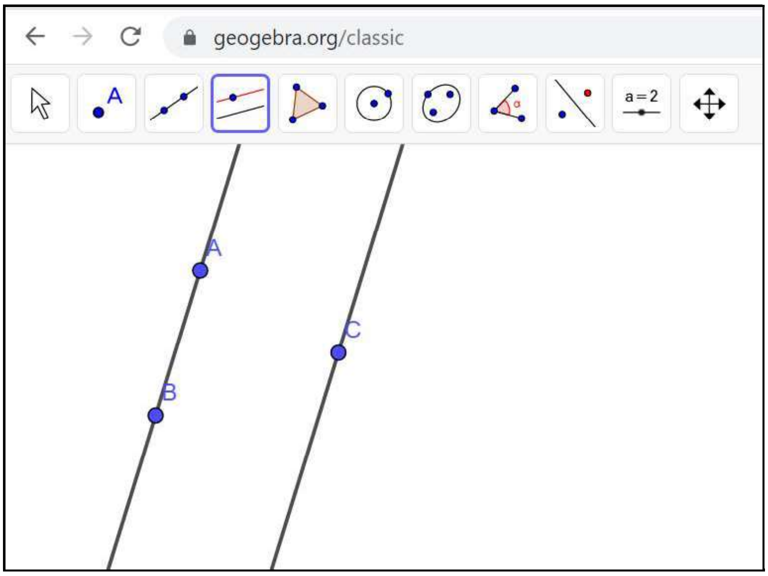
Figura 29 – Construção de “Retas Perpendiculares”, com as ferramentas do GeoGebra



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Para construir retas paralelas no GeoGebra, também iniciamos marcando três pontos A, B e C, com a ferramenta “Ponto”. Escolhemos dois desses pontos, A e B, por exemplo, por onde traçaremos a primeira reta $\overleftrightarrow{AB}$, com a ferramenta “Reta”. Em seguida, com a ferramenta “Reta Paralela” selecionamos um ponto C, que não pertence à reta $\overleftrightarrow{AB}$ e, depois, selecionamos a reta $\overleftrightarrow{AB}$. Assim teremos uma reta paralela a $\overleftrightarrow{AB}$, passando por C. A Figura 30 ilustra essa construção.

Figura 30 – Construção de “Retas Paralelas”, com as ferramentas do GeoGebra



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Assim, observamos que uma mesma atividade pode ser explorada de diferentes maneiras, trabalhando - se com conceitos e construções matemáticas, de acordo com os objetivos traçados e com as habilidades que precisamos desenvolver. Adaptamos conforme a necessidade, observados os conhecimentos os estudantes já consolidaram e quais dificuldades ainda precisam ser sanadas.

4.2.3 Ângulos em uma circunferência

Atividade 3: Ângulos em uma circunferência

Objetivos: Retomar conceitos de raio, corda, diâmetro, círculo e circunferência. Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos numa circunferência, fazendo uso, inclusive, de software de geometria dinâmica (BRASIL, 2017, p. 317).

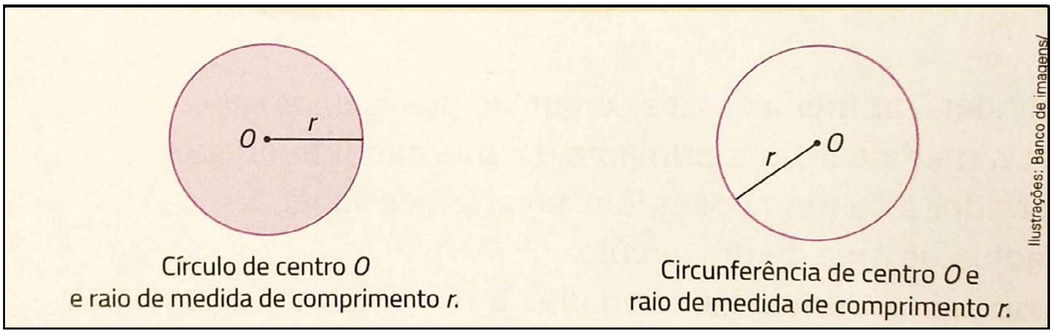
Materiais necessários: disco de papel graduado em graus (já construído pelos estudantes em atividades anteriores), transferidor, régua, compasso e software GeoGebra.

Ambiente: Ensino Remoto – Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas online síncronas, via Google Meet.

As atividades propostas para este tópico “Ângulos em uma circunferência” não foram aplicadas no ensino remoto. Por isso, é uma abordagem de sugestão para aulas síncronas. Como na proposta para aula presencial, iniciamos retomando os conceitos de circunferência e círculo, recordamos os elementos de uma circunferência. Seguimos apresentando as posições relativas de uma reta e uma circunferência, conceito do arco de uma circunferência, ângulo central e ângulo inscrito.

Na aula síncrona, online, questionamos “Círculo e circunferência têm o mesmo conceito?”. Solicitamos que os estudantes argumentem suas respostas e exemplifiquem. A Figura 31 ilustra a representação de cada um desses lugres geométricos e os definimos.

Figura 31 – Círculo e circunferência



Fonte: Dante (2018, p. 208).

Definimos circunferência como sendo o lugar geométrico dos pontos do plano que têm a mesma distância a um dado ponto fixo. Esse ponto fixo é chamado de centro da circunferência.

Compartilhamos uma janela com o software GeoGebra e realizamos, passo a passo, a construção da circunferência *c*, utilizando a ferramenta “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”, onde o primeiro ponto marcado, A, é o centro e o segundo ponto B, pertence à circunferência, como ilustrado na Figura 9. O segmento AB é o raio desta circunferência.

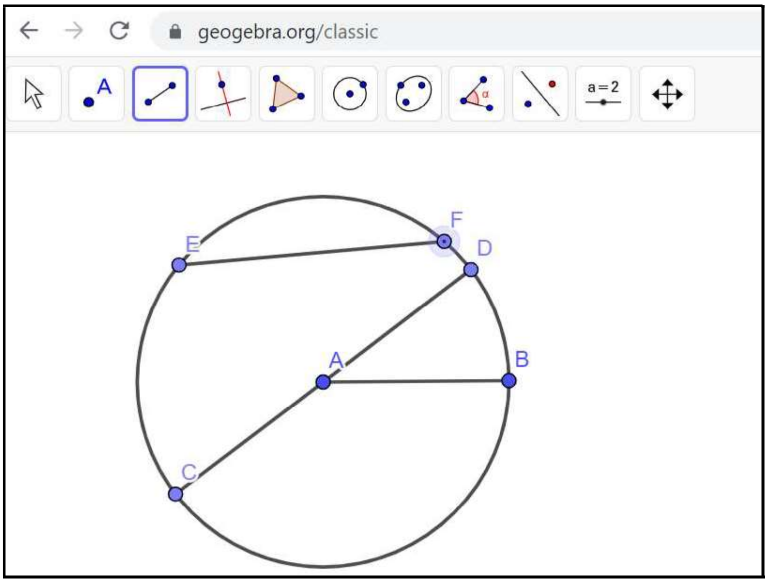
Definimos círculo como sendo o conjunto de todos os pontos da circunferência e a região por ela limitada, que contém o centro. Na construção anterior feita no software GeoGebra, da circunferência, pintamos a região interna à circunferência que representa o círculo, como ilustrado na Figura 10.

Propomos que os estudantes, inclusive os autistas, realizem a construção de um círculo e uma circunferência, orientamos caso apareçam dúvidas e solicitamos que compartilhem sua atividade com a professora, pelo Google Classroom, ou enviando pelo Whatsapp.

Retomamos, também, os conceitos de raio, corda e diâmetro. Destacamos que raio é o segmento que une o centro da circunferência a um ponto da mesma. Corda é um segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência. E diâmetro é a corda que contém o centro da circunferência. Também observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência.

Utilizamos o software GeoGebra para representar cada um desses elementos da circunferência. Com a ferramenta "Círculo, dados o centro e um de seus pontos", construímos uma circunferência, onde o ponto A é o centro da circunferência e B é um ponto pertencente a circunferência. Com a ferramenta "Segmento", marcamos o segmento AB representa o raio. Com a mesma ferramenta, marcamos um segmento CD para representar o seu diâmetro e um segmento EF para representar uma corda qualquer da circunferência, como ilustra a Figura 32.

Figura 32 – Elementos da circunferência: raio, corda e diâmetro



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020).

Destacamos, então, que:

$\overline{AB} = raio\ (r)$

$\overline{CD} = diâmetro\ (d)$

$\overline{EF} = corda$

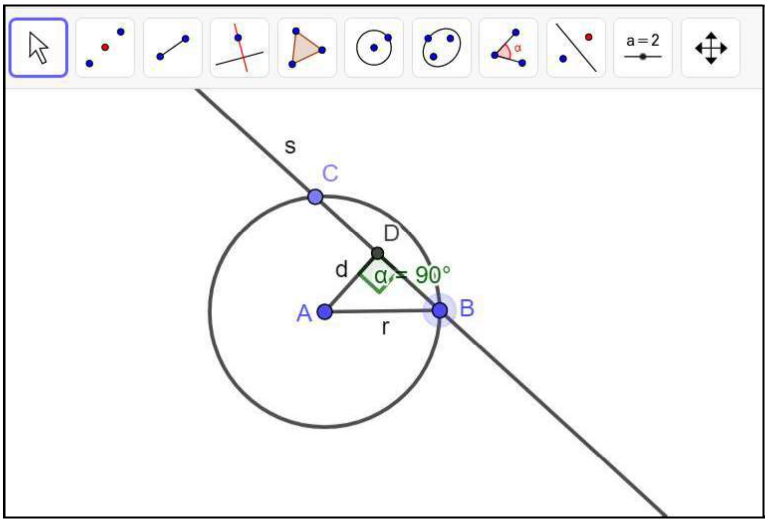
E, após enfatizar os conceitos dos elementos da circunferência, propomos que os estudantes realizem a construção da sua circunferência, marcando seus elementos principais.

A atividade proposta no ensino presencial e ilustrada anteriormente pela Figura 12 é apresentada no ensino remoto aos estudantes como tarefa a realizarem em casa e que deverá ser entregue em data posterior. Os últimos planejamentos dos estudos monitorados estavam sendo organizados numa periodicidade de 15 dias. Os professores realizam as postagens na plataforma do Google Classroom na mesma data em que as cópias físicas são entregues aos estudantes que não têm acesso à internet em casa. A devolutiva destas atividades pode acontecer pela própria sala de aula virtual do Google Classroom, ou pode ser entregue na escola a versão impressa, devidamente identificada com o nome completo e a turma do estudante em cada uma das suas folhas. Para essa data da devolutiva, a escola organiza uma escala para que as séries venham cada uma em um horário diferente e estejam cada turma organizada em salas diferentes. Disponibilizam-se materiais de cuidados e higienização para a proteção das famílias que vem buscar e trazer as atividades e para os funcionários que estão trabalhando.

Na sequência, apresentamos as posições relativas de uma reta e uma circunferência, em um mesmo plano. Que elas podem apresentar 1 ponto em comum, 2 pontos em comum, ou não ter pontos em comum. Assim, referente às três posições que uma reta pode ocupar em relação à uma circunferência, em um mesmo plano, são chamadas de: tangente, secante ou externa.

Analisando cada caso, na reta secante, temos dois pontos em comum (B e C) em relação à circunferência. A distância (d) entre o centro da circunferência (A) até a reta (s) é menor do que a medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como repetimos a Figura 13, ou seja, $d < r$:

Figura 33 – Reta secante à circunferência



Fonte: Elaborada pela Autora, no software GeoGebra (2020)

Observamos que a medida da distância (d) entre o centro da circunferência (A) e uma dada reta (s), refere-se a medida de comprimento do segmento de reta que liga esse ponto A a um ponto da reta perpendicularmente.

No caso da reta tangente à circunferência, a reta (s) tem apenas um ponto em comum com a circunferência, o ponto (T), que chamamos de ponto de tangência. A distância (d) entre o centro da circunferência (A) até a reta (s) é igual à medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como ilustrado na Figura 14, d = r.

No terceiro caso, a reta (s), externa à circunferência, não tem nenhum ponto em comum com a circunferência. A distância (d) do centro da circunferência (A) até a reta (s) é maior do que a medida do comprimento do raio (r) desta circunferência, como ilustrado anteriormente na Figura 16, d > r.

Propomos aos estudantes, inclusive os autistas, acessarem ao software GeoGebra, o que pode ser feito online[16] ou através de aplicativo[17] para celulares. Solicitamos que explorem as ferramentas do software GeoGebra, referente às construções de círculo, circunferência e seus elementos, e sobre a posição relativa de uma reta e uma circunferência, num mesmo plano. Solicitamos que realizem algumas construções com estas ferramentas, como mostra o roteiro das atividades (Apêndice C).

---

[16] Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic>. Acesso em: 02 fev. 2021.

[17] "App" é a abreviação de **aplicativo**, é um programa de software presente em dispositivos móveis, como celulares e tablets, ou no computador e em smart TVs. Eles podem ser executados offline ou online, além de apresentarem versões pagas ou gratuitas, obtidas em lojas de aplicativos.

Assim como na proposta didática presencial, posteriormente às discussões sobre as posições relativas de uma reta e uma circunferência, feitas nas aulas online, propomos atividades do livro didático dos estudantes que os levam a aplicar tais conceitos. Aos estudantes autistas, adaptamos algumas atividades (Apêndice C). Retomamos as atividades propostas na aula online síncrona seguinte, onde discutimos acerca das principais dúvidas, a fim de saná-las.

O próximo tópico do planejamento refere-se às definições de arco de uma circunferência, ângulo central e ângulo inscrito, ilustrando cada uma e destacando suas características. Esse planejamento segue exatamente igual ao planejamento descrito para a aula presencial. Exceto pelo fato de compartilhar com os estudantes o link que dá acesso à página do Clube de Matemática da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)[18], sobre a dedução da relação entre ângulo central e ângulo inscrito, como ilustra a Figura 34.

Figura 34– Ângulo central e ângulo inscrito – Dedução da relação

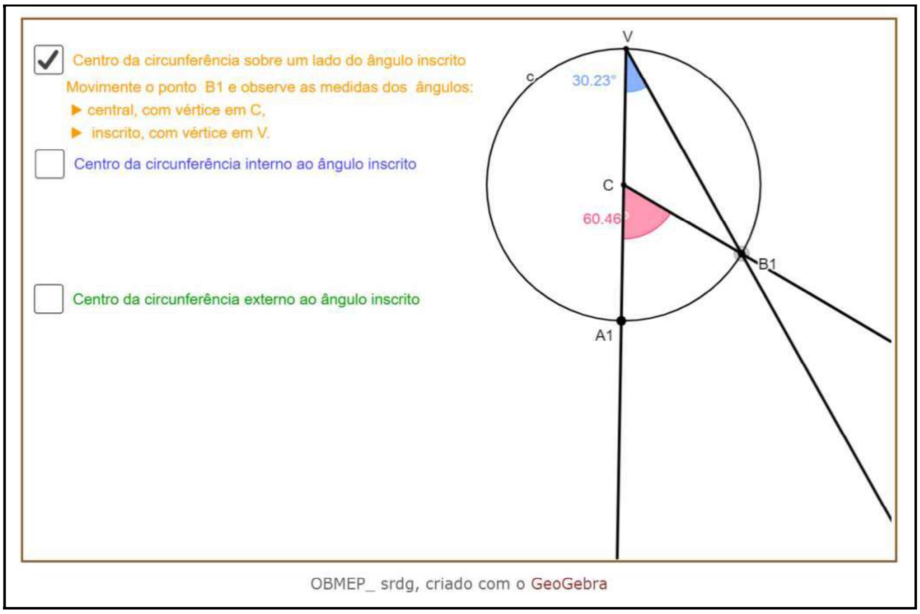
Fonte: Clube de Matemática da OBMEP.

Nesse site, encontramos uma atividade em que os estudantes podem interagir e observar a relação entre as medidas do ângulo inscrito e do ângulo central de uma mesma circunferência, em cada um dos três casos. A Figura 35 ilustra o primeiro caso, quando o centro da circunferência pertence a um dos lados do ângulo inscrito.

---

[18] Link disponibilizado aos estudantes para acesso ao material sobre a dedução da relação entre ângulo central e ângulo inscrito: < http://clubes.obmep.org.br/blog/angulo-central-e-angulo-inscrito-deducao-da-relacao/> Acesso em 02/02/2021.

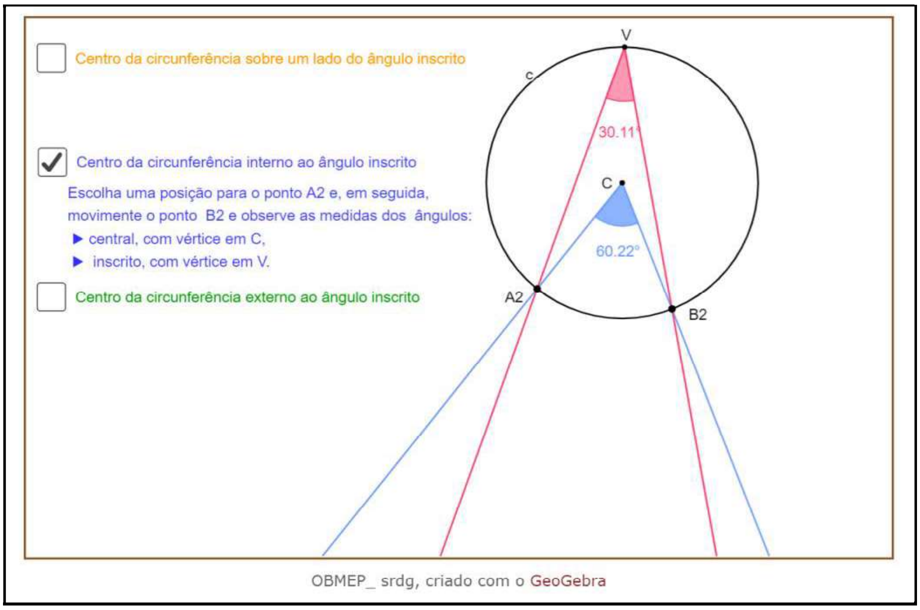
Figura 35– Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 1° CASO



Fonte: Clube de Matemática da OBMEP.

A Figura 36 ilustra o segundo caso, quando o centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito.

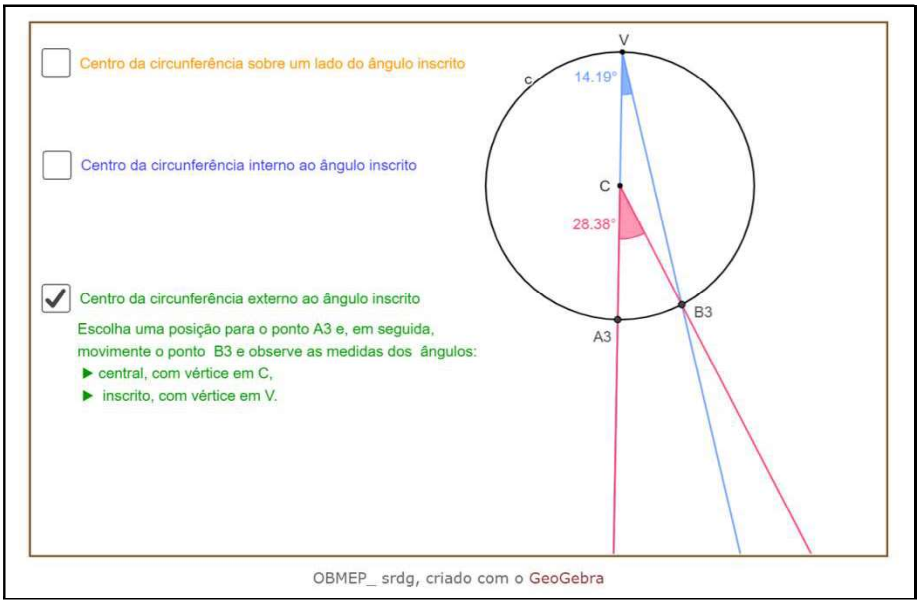
Figura 36– Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 2° CASO



Fonte: Clube de Matemática da OBMEP

A Figura 37 ilustra o terceiro caso, em que o centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito.

Figura 37– Relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central de uma circunferência – 3° CASO



Fonte: Clube de Matemática da OBMEP

Após apresentarmos os três casos e interagirmos, com situações numéricas, percebemos que a medida do ângulo inscrito é igual a metade da medida do ângulo central. Para provar essa relação, está disponível, nesta mesma página do Clube de Matemática da OBMEP, a dedução de cada um destes três casos, os quais serão apresentados e discutidos.

4.3 UMA ANÁLISE SOBRE AS PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA OS ENSINOS PRESENCIAL E REMOTO

É inevitável que haja a comparação entre as propostas para o ensino presencial e o ensino remoto. Não é raro ouvirmos comentários dos responsáveis pelos estudantes e dos próprios estudantes comparando o envolvimento, o rendimento e até mesmo os seus sentimentos.

Os pais, professores e alunos, em geral, relatam as dificuldades em relação aos recursos tecnológicos, nem sempre suficientes; com o ambiente que nem sempre é propício e capaz de oferecer a concentração necessária aos estudos; com as dificuldades de se manter a rotina e o foco. Também expressam a saudade do ambiente escolar, do convívio com os colegas e professores, dos momentos de interação e recreação. E, principalmente, mesmo com aulas online síncronas e outros canais de interação com os professores, relatam sobre as dificuldades de aprendizagens.

Na sequência, apresentamos um quadro comparativo entre as propostas de atividades para o ensino presencial e o ensino remoto. O Quadro 1 apresenta a comparação dessas atividades para as duas modalidades.

Quadro 1: Comparação das propostas didáticas.

Atividade	OBJETIVOS	MATERIAIS	AMBIENTE	PERÍODO PREVISTO
1- Retomando o conceito de ângulo - Proposta para ensino presencial	Retomar e aprofundar o conceito de ângulo. Compreender a importância da trigonometria e da medida de ângulos, desde as civilizações antigas. Representar, medir e classificar ângulos. Resolver situações problemas que envolvam o conceito de ângulos.	Palitos de fósforo (ou outro material similar); Folhas de ofício (uma para cada estudante); cópias das atividades sobre o conceito de ângulos.	Sala de aula	3 horas-aula
1- Retomando o conceito de ângulo - Proposta para ensino remoto	Retomar e aprofundar o conceito de ângulo. Compreender a importância da trigonometria e da medida de ângulos, desde as civilizações antigas. Representar, medir e classificar ângulos.	Acesso a Sala de aula da turma, criada na plataforma do Google Classroom. Software GeoGebra.	Ensino Remoto via Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas online síncronas, via Google Meet.	15 dias
2- Relações entre ângulo - Proposta para ensino presencial	Demonstrar que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.Retomar conceitos de ângulos adjacentes, correspondentes, alternos e colaterais, verificando as relações entre as medidas desses ângulos, demonstrando-as.	Transferidor, régua e software GeoGebra; Material manipulativo com canudos, adaptados para estudantes do AEE.	Sala de aula; LIE	5 horas-aula
2- Relações entre ângulo - Proposta para ensino remoto	Demonstrar que ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Retomar conceitos de ângulos adjacentes, correspondentes, alternos e colaterais,	Acesso a Sala de aula da turma, criada na plataforma do Google Classroom. Software GeoGebra,	Ensino Remoto via Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas	15 dias

	verificando as relações entre as medidas desses ângulos, demonstrando-as.	transferidor, régua e roteiro da aula (estudos monitorados).	online síncronas, via Google Meet	
3 - Ângulos em uma circunferência - Proposta para ensino presencial	Retomar conceitos de raio, corda, diâmetro, círculo e circunferência. Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos numa circunferência, fazendo uso, inclusive, de software de geometria dinâmica (BNCC, EF09MA11)	Disco de papel graduado em graus (já construído pelos estudantes em atividades anteriores), transferidor, régua, compasso, discos de papel coloridos para atividade sobre ângulo central, livro didático do estudante e software GeoGebra	Sala de aula; LIE	10 horas-aula
3 - Ângulos em uma circunferência - Proposta para ensino remoto	Retomar conceitos de raio, corda, diâmetro, círculo e circunferência. Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos numa circunferência, fazendo uso, inclusive, de software de geometria dinâmica (BNCC, EF09MA11).	Disco de papel graduado em graus (já construído pelos estudantes em atividades anteriores), transferidor, régua, compasso, discos de papel coloridos para atividade sobre ângulo central e software GeoGebra.	Ensino Remoto via Estudos monitorados, atividades no Google Classroom e aulas online síncronas, via Google Meet	30 dias

Fonte: Elaborado pela autor

Observamos que, nessa proposta didática, as atividades, para o ensino presencial e para o ensino remoto, possuem os mesmos objetivos, visto que estão previstos para a etapa do 9° ano do Ensino Fundamental e precisam ser alcançados.

Porém, os materiais e recursos utilizados precisaram ser repensados e adaptados, a fim de auxiliar aos estudantes a construírem seus conhecimentos, mesmo em tempos de ensino remoto. Foi um grande desafio encontrar meios para alcançar a todos os estudantes.

A realidade financeira das famílias dos estudantes das escolas públicas municipais, estando a maioria localizadas em bairros da cidade, é de renda baixa. Por esse motivo, muitos não possuem acesso à internet, apresentando dificuldades para participar dos momentos de aulas síncronas. Nestes casos, foram disponibilizadas as cópias físicas de materiais didáticos e das atividades de estudos monitorados.

Uma das dificuldades que observamos em acompanhar o processo de aprendizagem dos estudantes, no ensino remoto, foi em relação a realização das atividades propostas. Foi possível perceber que, muitas vezes, não haviam sido realizadas por eles. Principalmente com o grupo de estudantes que apenas retiravam as cópias físicas na escola, foi difícil estabelecer diálogo e reflexão sobre a realização destas atividades.

Comparando o ensino presencial e o ensino remoto, a carga horária destinada a cada etapa da proposta didática também foi muito diferente. Enquanto no presencial, dispúnhamos de cinco períodos de cinquenta minutos por semana, junto às turmas do 9° ano do Ensino Fundamental, no ensino remoto, o período dos estudos monitorados foi repensado diversas vezes, sendo necessário se readequar de acordo os diferentes momentos da pandemia deste ano letivo de 2020. Iniciamos com entregas semanais em maio, passando a entregas quinzenais em junho e julho. Em agosto e setembro, foi realizada uma entrega por mês e voltamos às entregas quinzenais a partir de outubro.

No início do mês de dezembro, iniciamos os conselhos de classe, referente a cada turma. Com isso, foi solicitado aos professores que não propusessem assuntos novos às turmas. Por esse motivo, não foi possível realizar a terceira atividade prevista, sobre ângulos em uma circunferência. Neste período, foi solicitado a realização de estudos de revisão, recuperação e atividades lúdicas.

5. ANÁLISE DA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO REMOTO

Para o início do ano letivo de 2020 estávamos todos organizados, cheios de sonhos, projetos e ideias. Estaríamos com duas turmas de 9° ano, da etapa final do Ensino Fundamental. Já havíamos conversado com a coordenação pedagógica da escola e com a professora que atua no AEE, sobre a ideia de dissertar sobre o ensino de geometria para os 9°anos.

Organizamos as aulas da semana para cada uma das duas turmas de 9°anos, A e B, e no período de aula das sextas-feiras de manhã realizaríamos atividades de Geometria, contando com a participação da professora do AEE visto que na primeira turma, temos dois estudantes autistas (Estudante E e Estudante M), além de um estudante com Deficiência Intelectual. Na segunda turma, temos uma estudante autista (Estudante V), que tem acompanhamento de monitor e uma estudante com Deficiência Intelectual.

Nas primeiras aulas propomos aos estudantes que assistissem um documentário "As Linguagens do Universo"[19], sobre o qual, deveriam fazer registros dos fatos e descobertas relacionados a Matemática que mais julgavam ser importantes. Esse registro poderia ser através de um texto, de tópicos, de desenhos representativos. Temos ciência que essa atividade não foi apresentada no capítulo anterior, como proposta. Mas, acreditamos ser pertinente mostrar que existia uma preocupação com o aprendizado dos estudantes e com as observações para compor essa dissertação desde o início do ano letivo.

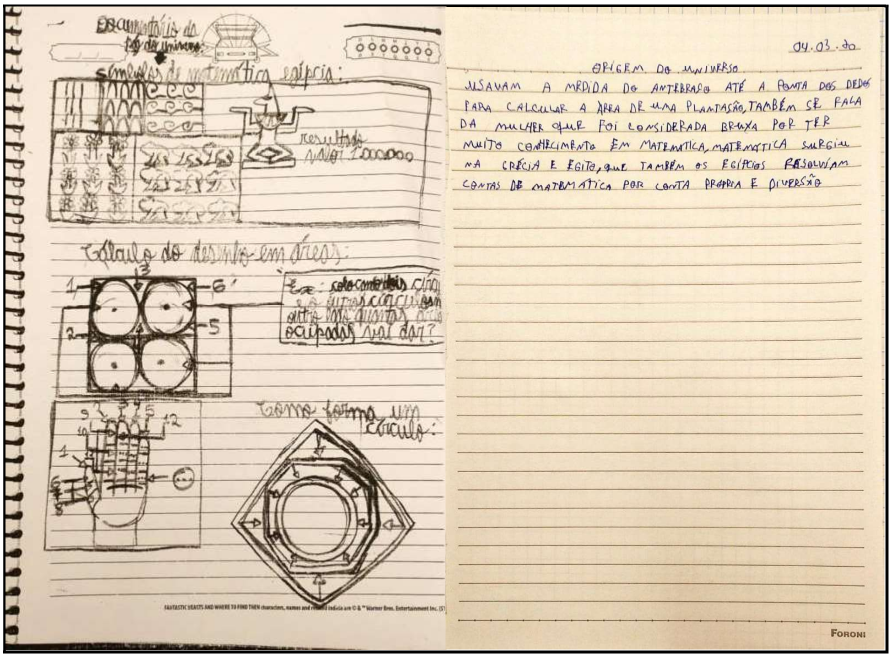
Alguns estudantes entregaram seus trabalhos, outros não concluíram e solicitaram entregar em data posterior, que foi aceito. Vamos compartilhar alguns destes trabalhos a serem observadas as percepções dos estudantes perante as informações trazidas pelo documentário.

Referente aos estudantes autistas, que queremos observar, dois entregaram seus trabalhos, o estudante E e o estudante M. A Figura 38, referem-se respectivamente a estes dois estudantes.

---

[19] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=JqfH_Yq-zaw.

Figura 38– Registros sobre o documentário “A Linguagem do Universo”



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Em meados do mês de março de 2020, por consequência do COVID-19, as aulas presenciais foram suspensas, as férias de julho, antecipadas para a primeira quinzena de abril e percebemos que não seria possível retornar a rotina tão cedo. Em maio iniciamos com a organização e entrega dos estudos monitorados a distância e em junho, a utilização do Google Classroom e a realização das aulas síncronas, online, via Google Meet. Mesmo utilizando estas ferramentas e a comunicação por telefone e por mensagens de *Whatsapp*, sentimos a dificuldade de estabelecer o acompanhamento dos estudantes e os desafios de continuar com a tarefa de ensinar.

Foi um ano diferenciado para todos, com professores em regime remoto, planejando e dando aulas em casa e com escalas presenciais, nos dias em que aconteciam as entregas dos Estudos Monitorados aos estudantes sem acesso à internet. Com estudantes realizando atividades remotas, descobrindo outras ferramentas tecnológicas e enfrentando as dificuldades de aprendizagem.

Foram muitas mudanças e necessidades de adaptação e readaptação, de tentativas, acertos e erros. E para os estudantes com TEA, cuja necessidade de manter a rotina é tão importante, para não dizer fundamental, todas essas mudanças trouxeram situações difíceis tanto para eles quanto para suas famílias.

A mãe do estudante E relata que estava em um período de troca e readequação da dosagem da medicação, o que causa alterações no humor, no comportamento e na interação social do estudante. Com a pandemia, relata que em casa sentia-se entediado, com muita dificuldade para dormir, passando noites em claro.

Em relação às atividades dos Estudos Monitorados, a mãe do estudante E relatava dificuldades para auxiliar o filho nos estudos em casa, pois “é fora da concepção dele de estudar”, pois para ele “estudar é na Escola”, conforme relato por mensagem de *Whatsapp*.

Outra dificuldade em relação a este estudante é que a mãe, ao mesmo tempo que não aceitava a adaptação dos estudos monitorados, queixava-se “stress direto, principalmente quando a atividade é longa”. Ao receber os estudos monitorados com as adaptações que discutíamos juntamente com a professora do AEE, a mãe buscava uma cópia com um colega da turma de seu filho e fazia suas comparações entre os materiais.

As atividades propostas eram realizadas pela mãe, que explicava as respostas ao estudante E e as transcrevia para os estudos monitorados. A mãe fazia contato seguidamente, perguntava quando as dúvidas apareciam, sempre preocupada em “não explicar errado para ele”. Algumas vezes, devolviam as atividades via Google Classroom, outras vezes, devolviam fisicamente, na Escola.

Poucas vezes o estudante E participou das aulas síncronas, por não dormir à noite, dormia durante o dia. Tentamos trocar o horário da aula da turma, mas não conseguimos ampliar a participação. O estudante E não interagiu com o software GeoGebra.

O estudante M, cujo grau de autismo é mais leve, retirava as cópias físicas dos estudos monitorados adaptados. Realizava as atividades propostas com dedicação, apesar de ter dificuldades de aprendizagem. Buscava auxílio via *Whatsapp* e participava quase sempre das aulas síncronas. Porém, foram necessárias aulas online apenas com este estudante, para auxílio e orientação mais direcionada. Com os demais colegas, o estudante M dispersava-se e não conseguia manter o foco nas abordagens dos assuntos de aula. Em relação ao software GeoGebra, o estudante M, nas palavras dele construiu uma rosácea, conforme ilustra a Figura 39.

Figura 39 – Rosácea

Fonte: Mensagem enviada pelo estudante M, via Whatsapp (2020).

Apesar de essa não ter sido uma atividade proposta pela professora, acreditamos importante colocar essa manifestação espontânea do estudante por se tratar de uma interação dele com o software, expressando o sentimento de querer aprender essa nova ferramenta.

A estudante V, cujo grau de autismo é mais severo, também retirava as cópias físicas dos estudos monitorados adaptados. Realizava as atividades e as devolvia fisicamente na Escola. A família também relatava dificuldades na readequação da rotina da estudante em casa e relatava não conseguir criar meios para a participação da estudante nas aulas síncronas.

Em relação aos demais estudantes das turmas, as dificuldades de comunicação foram mais pontuais. Poucos estudantes não realizaram as atividades propostas nos estudos monitorados. Nestes casos, a direção buscou contato com a família e/ou responsáveis pelo estudante e através do diálogo, auxiliava da forma que fosse possível, buscando atingir 100% dos estudantes.

Nas aulas síncronas, geralmente participavam cerca de 40% dos estudantes de cada turma. A direção e a coordenação pedagógica da escola haviam organizado um cronograma, onde cada dia da semana estava destinado a uma disciplina. Assim, as aulas de matemática aconteciam sempre nas quartas-feiras.

Nesse novo contexto, precisamos nos adequar e buscar possibilidades para garantir qualidade de ensino a todos os estudantes. Perante os medos, as incertezas e os desafios, buscamos superar com esforço, dedicação, troca de ideias, busca de novos caminhos e ferramentas, tentando sempre fazer o melhor possível.

Enquanto professora da educação pública, da educação básica, foi um desafio trazer a tecnologia como via principal de contato com os estudantes. Foi difícil não estar com eles, observando a caminhada e auxiliando na aprendizagem no convívio diário, como tínhamos antes.

Constantemente era necessário fazer adequações, buscando o melhor a cada momento. Assim como as entregas dos estudos monitorados, que iniciou semanalmente em maio, depois em junho e julho foram quinzenalmente, agosto e setembro passaram a ser uma entrega por mês e voltamos às entregas quinzenais a partir de outubro. As adequações das aulas também foram necessárias, pois o tempo do planejamento é totalmente diferente do que no ensino presencial. Precisamos dispor de um período maior para explanação de cada tópico, pois os estudantes demonstram grandes dificuldades para consolidá-los remotamente.

Além de ser a primeira experiência com a utilização da plataforma Google Classroom, a qual mostrou o quanto pode ser útil para continuar compartilhando atividades, vídeos e materiais e realizando trabalhos individuais e coletivos com as turmas de estudantes. Mantendo arquivados e organizados as produções e realizando as aulas síncronas via Google Meet.

Essas ferramentas foram fundamentais para tornar possível as ações em tempos de Pandemia e pensamos ser importante, também, continuar utilizando e explorando, para o ensino híbrido e, posteriormente, para o presencial.

Também foi um grande desafio, enquanto professora, buscar aprender a utilizar o software GeoGebra. Foi uma nova aprendizagem valiosa e que enriqueceu muito as aulas, contribuindo com a visualização de importantes elementos e conceitos geométricos e possibilitando a interação dos estudantes com o objeto de estudo.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo observar como se dá a aprendizagem de ângulos, dentro da unidade temática Geometria, conforme propõe a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), por três estudantes com TEA, inclusos em duas turmas regulares de 9° ano do Ensino Fundamental. Tendo como problemática investigar quais recursos pedagógicos podem ser úteis para o ensino da Geometria, a fim de tornar possível a construção do conhecimento e o desenvolvimento de novas habilidades por estes estudantes autistas, buscamos atingir os objetivos específicos que guiassem esse propósito.

Sabemos que trabalhar com crianças/estudantes com TEA representa sempre um desafio aos profissionais da educação, pois é evidente a necessidade de estarmos atentos às singularidades, adequando e readequando constantemente as ações pedagógica.

Perante a proposta didática da retomada do conceito de ângulo, das relações entre ângulos formados por retas concorrentes e de ângulos em uma circunferência, buscamos elaborar atividades, primeiramente pensando no ensino presencial de modo a desenvolver competências e habilidades previstas na BNCC, buscando colocar o estudante como sujeito ativo na construção de seus conhecimentos e utilizando recursos pedagógicos diversificados.

Posteriormente, readequamos a proposta para o ensino remoto, situação que era inédita a todos. Além do desafio de repensarmos os espaços para dar continuidade a escolarização, vieram as dificuldades em relação a adequação do tempo e que caminhos e escolhas fazer para conseguir garantir a todos o direito a educação.

Para os estudantes com TEA essa mudança brusca de rotina representou uma desestabilização, tornando-se um problema para suas famílias. Situações em que os estudantes estavam trocando “o dia pela noite”, outros com problemas de insônia, passando mais de 24 horas sem dormir, necessidade de readequação da medicação utilizada, agitação, irritabilidade, resistência em realizar em casa as atividades escolares foram as queixas mais relatadas.

Enquanto profissionais da educação, buscamos readequar as propostas de atividades, disponibilizando materiais manipulativos, adaptando os exercícios propostos, buscando canais de interação, para manter o diálogo, o vínculo e auxiliar no processo de ensino aprendizagem. Não foi possível alcançar, como esperávamos, essa interação com os três estudantes autistas. Perante esse momento de pandemia, que exigiu o isolamento social, cada um teve a sua forma de reagir, mas avaliando-se o prejuízo é evidente e comum aos três estudantes. Raros foram os momentos em que conseguiram participar das aulas síncronas, poucas foram as trocas diretamente entre professor e estudante, pois as famílias não conseguiram criar em suas casas, condições para esse tipo de comunicação, principalmente em função da desestabilização comportamental e emocional, característica do TEA.

Para as famílias dos estudantes com TEA, o convívio social é muito importante para a troca de experiências e mútuo apoio. Na busca de auxiliar os estudantes com TEA, a mantenedora orientou que o professor do AEE conduzisse a entrega, orientação e recebimento dos estudos monitorados, como alguém que entende e conhece a realidade de cada caso com maior propriedade. Esse profissional passou a ser a ponte entre os estudantes especiais e os professores das turmas.

Enquanto professora da educação básica e pública, foi um desafio trazer a utilização de tecnologias para o primeiro plano do fazer pedagógico. Anterior a esse ano da pandemia, não havia utilizado a plataforma do Google Classroom, tampouco utilizado a ferramenta do Google Meet, as quais acredito que permanecerão na prática escolar, mesmo quando retornarmos ao ensino presencial.

A utilização do software GeoGebra também representou um desafio, pois precisamos aprender seu funcionamento, as construções possíveis, a exploração dos conceitos e propriedades geométricas nesse espaço e como representaria uma importante ferramenta pedagógica no enriquecimento das aulas. Assim como a BNCC e suas competências pregam a utilização de ferramentas, inclusive as tecnologias digitais disponíveis, na busca do engajamento dos estudantes e na imersão de diversas perspectivas, é notável a validação desses recursos.

Embora não tenhamos dados suficientes para mensurar o impacto da proposta didática apresentada na aprendizagem de ângulos pelos estudantes com TEA, visto que os retornos foram poucos, acreditamos que a busca por diferentes práticas pedagógicas e diferentes vias de comunicação sejam sempre válidos.

Acreditamos que essa proposta didática possa servir de ponto de partida, na busca de novos caminhos para o ensino e aprendizagem de ângulos, com a utilização de diferentes recursos tecnológicos e, assim, tornar possível a educação inclusiva tanto no ensino presencial, quanto no ensino remoto.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil.** Brasília, DF: Senado Federal, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 20 jan. 2021.

______. **Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN). Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 22 jan. 2021.

______. **Lei n°12.764, de 27 de dezembro de 2012.** Institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista; e altera o § 3° do art.98 da Lei 8.112, de 11 de dezembro de 1990. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/l12764.htm. Acesso em: 20 jan. 2021.

______. **Nota Técnica n° 24 / 2013 / MEC / SECADI / DPEE.** Orientação aos Sistemas de Ensino para a implementação da Lei n° 12.764/2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13287-nt24-sistem-lei12764-2012&Itemid=30192. Acesso em: 20 jan. 2021.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC. Brasília: MEC, 2017.

CAXIAS DO SUL. Conselho Municipal de Educação (CME). **Resolução n° 35 de 30 de maio de 2017.** Dispõe sobre as Diretrizes para a Educação Especial do Sistema Municipal de Ensino de Caxias do Sul. 2017. Disponível em: https://gcpstorage.caxias.rs.gov.br/documents/2020/07/2cf010e3-310b-4d41-a5e0-8542492d9893.pdf. Acesso em: 15 dez. 2020.

______. Escola Municipal de Ensino Fundamental Érico Cavinato. **Regimento Escolar** da Educação Básica para as etapas da Educação Infantil e Ensino Fundamental e modalidades. Caxias do Sul, 2019.

______. Secretaria Municipal da Educação (SMED). **Documento Orientador Curricular para Educação Infantil e Ensino Fundamental de Caxias do Sul** (DOCCX). Caxias do Sul, 2019.

DANTE, L. R. **Telaris matemática, 9° ano:** Ensino Fundamental, anos finais. São Paulo: Ática, 2018.

GAIATO, M. **S.O.S. Autismo**: Guia completo para entender o Transtorno do Espectro Autista. 2. ed. São Paulo: Versos, 2019.

GAIATO, M.; TEIXEIRA, G. **O reizinho autista**: Guia para lidar com comportamentos difíceis. 2 ed. São Paulo: nVersos, 2019.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra?**, 2021. Disponível em: <geogebra.org>. Acesso em: 21 jan. 2021.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática, 9° ano:** Ensino Fundamental, anos finais. São Paulo: FTD, 2018.

GRAVINA, M. A. et al. **Matemática, Mídias Digitais e Didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GUTIÉRREZ, A.; SANTOS, L. **Contributos da investigação sobre o ensino e a aprendizagem da geometria.** Quadrante, v. XXVII, n. 2, 2018.

IMENES, L. M. P.; LELLIS, M. C. **Microdicionário de Matemática.** São Paulo: Scipione, 1998.

LACERDA, L. **Educador ou cuidador?** O acompanhante do estudante com autismo em inclusão no Brasil. Apresentação no 1° Congresso Luso-Brasileiro de TEA e Educação Inclusiva. 2017.

LAZARI, P. DOS S. S. DE; BARROS, E. M. D. DE. **Ensino remoto emergencial**: uma experiência com a didatização do gênero ‘documentário’. Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico (EDUCITEC), v. 6, e154020, 2020.

LEDUR, B.; ENRICONI, M. E.; SEIBERT, T. **A Trigonometria** por meio da construção de conceitos. São Leopoldo: Unisinos, 2003.

MENDES, I. R. **Diversa:** educação inclusiva na prática. 2021. Disponível em: <https://diversa.org.br/educacao-inclusiva>. Acesso em: 02 fev. 2021.

NETO, A. C. M. **Geometria.** Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NEUROSABER, I. **Qual a diferença entre síndrome e transtorno?**. 2020. Disponível em: https://institutoneurosaber.com.br/qual-a-diferenca-entre-sindrome-e-transtorno/. Acesso em: 20 ago. 2020.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE (OMS). **Constituição da Organização Mundial da Saúde** (OMS/WHO). 1946. Disponível em: http://www.direitoshumanos.usp.br/index.php/OMS-Organiza%C3%A7%C3%A3o-Mundial-da-Sa%C3%BAde/constituicao-da-organizacao-mundial-da-saude-omswho.html. Acesso em: 10. Fev. 2021.

PACHECO, A. P. **Entendendo o Transtorno do Espectro Autista**. In: VERGANI, F. M. (Org.); ZANETTE, C. R. S. (Org.); GOBBI, M. (Org.). ALMEIDA, C. A. (Coord.) et al. Tecendo experiências na educação especial. Caxias do Sul: Secretaria Municipal da Educação, 2020.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetikè,** Campinas: SP, ano I, n. 1, 1993.

RIBEIRO, V. **Ângulos e o uso do transferidor.** 2020. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=quAoTBUSK5A. Acesso em: 30 ago. 2020.

RODRIGUES, J. M. C; SPENCER, E. **A criança autista**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Wak, 2015.

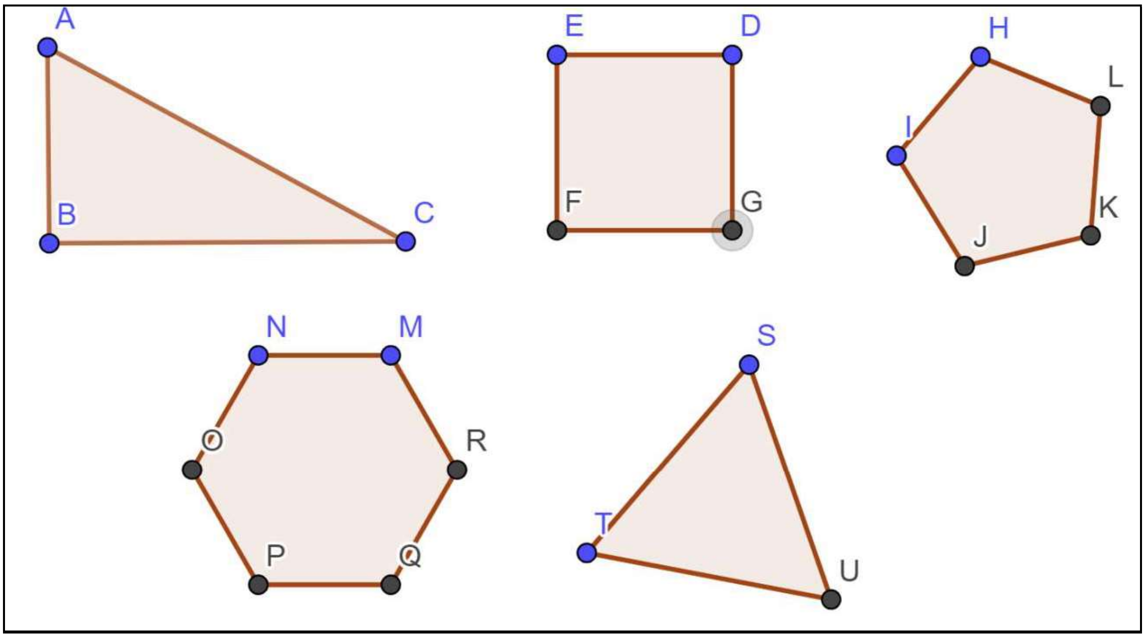
VERGANI, F. M. et al. **Tecendo experiências na educação especial.** Caxias do Sul: Secretaria Municipal da Educação, 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PROPOSTA PARA ENSINO PRESENCIAL CONCEITO DE ÂNGULO

Atividades sobre ângulos

1. Faça uma estimativa da medida dos ângulos internos das figuras geométricas a seguir usando o círculo trigonométrico de papel e registre na coluna correspondente da tabela. Após, use um transferidor para medir os ângulos internos das figuras geométricas, registrando também na tabela os dados obtidos, e compare-os:

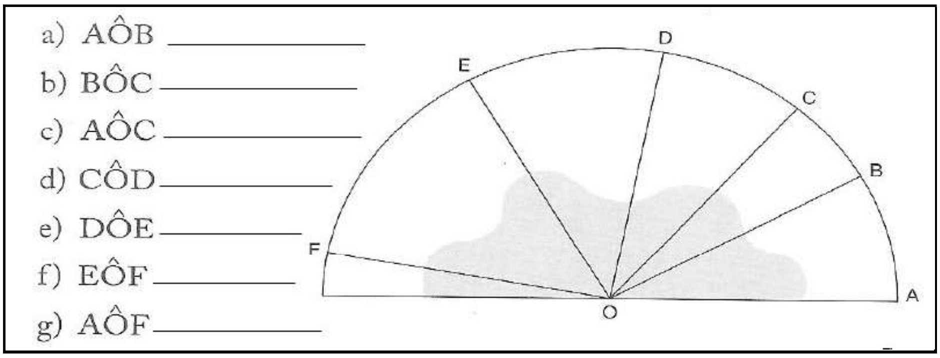


Fonte: Elaborada pela Autora (2020).

Agora, preencha a tabela com os dados solicitados:

	Estimativa	Transferidor		Estimativa	Transferidor
Ângulo A			Ângulo L		
Ângulo B			Ângulo M		
Ângulo C			Ângulo N		
Ângulo D			Ângulo O		
Ângulo E			Ângulo P		
Ângulo F			Ângulo Q		
Ângulo G			Ângulo R		
Ângulo H			Ângulo S		
Ângulo I			Ângulo T		
Ângulo J			Ângulo U		
Ângulo K					

2. Usando um transferidor, meça os ângulos indicados e complete:



Fonte: Disponível em: https://doutormatematico.blogspot.com/2014/05/angulos-e-sua-classificacao.html. Acesso em: 04 set. 2020.

3. Usando transferidor, construa a seguir ângulos de: 30°, 45°, 80°, 90°, 112°, 135°, 180°, 210° 330°.

a) Quais são os ângulos agudos?

b) Qual é o ângulo reto?

c) Qual é o ângulo raso?

d) Quais são os ângulos obtusos?

e) Quais são os ângulos não convexos?

4. Atividade com o software GeoGebra (utilizando o LIE ou aplicativo do GeoGebra no celular):

a) Vamos explorar as ferramentas para a construção de ângulos?

Comandos	**Suas anotações e registros**
1° Criar uma circunferência com a ferramenta “Círculo dados centro e um de seus pontos”.	
2° Marcar mais um ponto na circunferência com a ferramenta “Ponto”	
3° Nomear os três pontos (o centro da circunferência e os dois pontos da circunferência) – com o botão direito, clicar em cada ponto e selecionar “Exibir rótulo”	
4° Com a ferramenta “Segmento”, marcar os dois raios (do centro da circunferência até o primeiro ponto e do	

centro da circunferência até o segundo ponto)	
5° Com a ferramenta “Ângulo”, medir o menor e o maior ângulo formado	
6° Anote as medidas dos ângulos que você construiu	

b) Podemos construir ângulos de outras formas? Como você faria? Faça no GeoGebra e, depois, descreva passo a passo sua construção.

c) Quais são os elementos essenciais que formam um ângulo?

d) Vamos construir um ângulo com 63°?

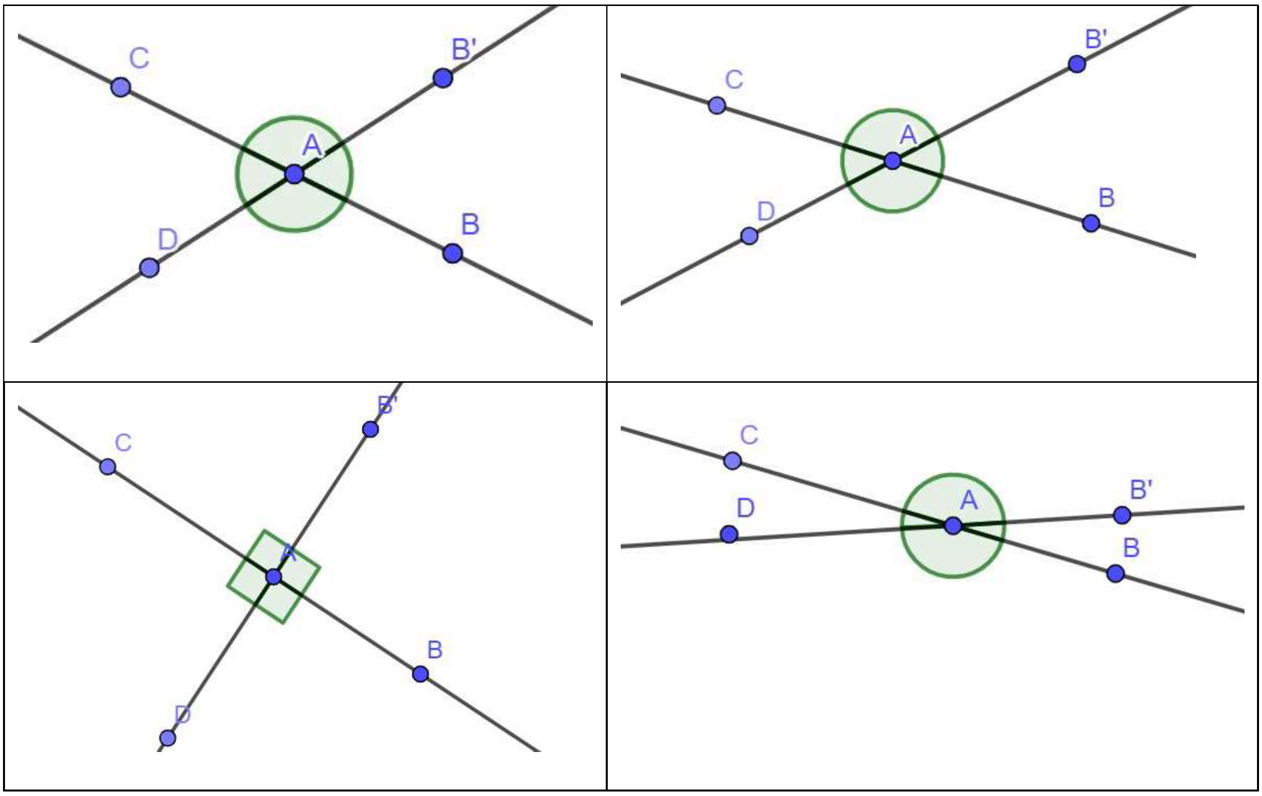
Comandos	**Suas anotações e registros**
1° Marcar dois pontos com a ferramenta “Ponto”.	
2° Nomear esses dois pontos	
3° Com a ferramenta “Segmento”, marcar um segmento entre esses dois pontos	
4° Com a ferramenta “Ângulo com Amplitude Fixa”, selecionar um ponto, o vértice e uma amplitude para o ângulo (para esta proposta, um ângulo de 63°)	
5° Com a ferramenta “Segmento”, marcar um segmento do vértice até o segundo ponto.	

e) Existem outras formas de construir um ângulo, dada a sua medida? Como você faria?

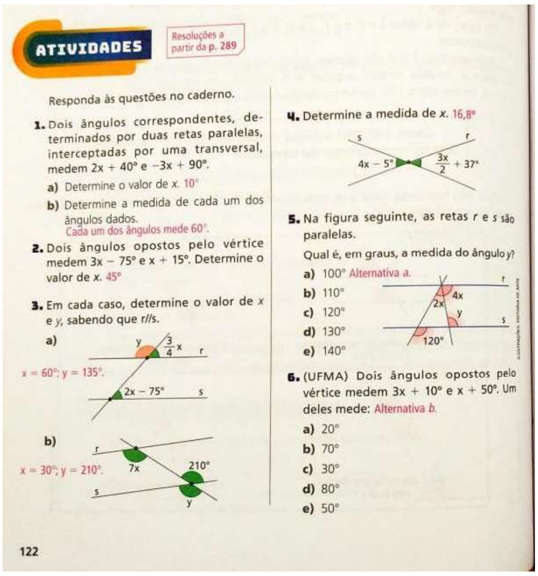
f) Construa um ângulo de 45° usando as ferramentas do GeoGebra. Descreva, passo a passo, como você fez.

APÊNDICE B – PROPOSTA PARA ENSINO PRESENCIAL RELAÇÕES ENTRE ÂNGULOS

Atividade 1: Com o uso do transferidor, meça os ângulos formados pela intersecção entre as retas:



Atividade 2: Atividades do livro didático dos estudantes sobre ângulos opostos pelo vértice.



ATIVIDADES Resoluções a partir da p. 289

Responda às questões no caderno.

1. Dois ângulos correspondentes, determinados por duas retas paralelas, interceptadas por uma transversal, medem $2x + 40°$ e $-3x + 90°$.

a) Determine o valor de x. 10°

b) Determine a medida de cada um dos ângulos dados. Cada um dos ângulos mede 60°.

2. Dois ângulos opostos pelo vértice medem $3x - 75°$ e $x + 15°$. Determine o valor de x. 45°

3. Em cada caso, determine o valor de x e y, sabendo que $r//s$.

a) $x = 60°$; $y = 135°$.

y; $\frac{3}{4}x$; r; $2x - 75°$; s

b) $x = 30°$; $y = 210°$.

r; 7x; 210°; s; y

4. Determine a medida de x. 16,8°

s; r; $4x - 5°$; $\frac{3x}{2} + 37°$

5. Na figura seguinte, as retas r e s são paralelas.

Qual é, em graus, a medida do ângulo y?

a) 100° Alternativa a.

b) 110°

c) 120°

d) 130°

e) 140°

r; 4x; 2x; y; s; 120°

6. (UFMA) Dois ângulos opostos pelo vértice medem $3x + 10°$ e $x + 50°$. Um deles mede: Alternativa b.

a) 20°

b) 70°

c) 30°

d) 80°

e) 50°

122

Fonte: Giovanni e Castrucci,(2018, p. 122).

APÊNDICE C – PROPOSTA PARA ENSINO PRESENCIAL ÂNGULOS EM UMA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade proposta em sala de aula sobre conceito de círculo, circunferência e elementos da circunferência:

ESCOLA:____
NOME: _________________________________ TURMA: _______ DATA: _____________________
ATIVIDADE SOBRE CÍRCULO, CIRCUNFERÊNCIA E ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA

Em duplas, observem a gravura, discutam sobre as questões e anotem suas respostas:

A vitória-régia é uma planta característica da Amazônia, tem folhas circulares e flutuantes que chegam a ter até 2 metros de diâmetro.

1. Qual é a propriedade comum de todos os pontos de uma circunferência?

2. O que é o raio de uma circunferência?

3. o que é o diâmetro de uma circunferência?

4. O que podemos afirmar sobre as medidas dos comprimentos dos raios de uma circunferência?

5. Qual é a relação entre a medida de comprimento de um diâmetro e a medida de comprimento de um raio, na mesma circunferência?

6. O centro é um ponto da circunferência?

7. Corda é o segmento de reta cujas extremidades são dois pontos da circunferência. Qual é a corda de maior medida de comprimento em uma circunferência?

Fonte: Adaptação de Dante (2018, p. 209).

Atividade proposta no LIE, sobre círculo, circunferência e elementos da circunferência:

ESCOLA:____

NOME: ______________________________ TURMA: _______ DATA: ____________________

ATIVIDADE SOBRE CÍRCULO, CIRCUNFERÊNCIA E ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA - LIE

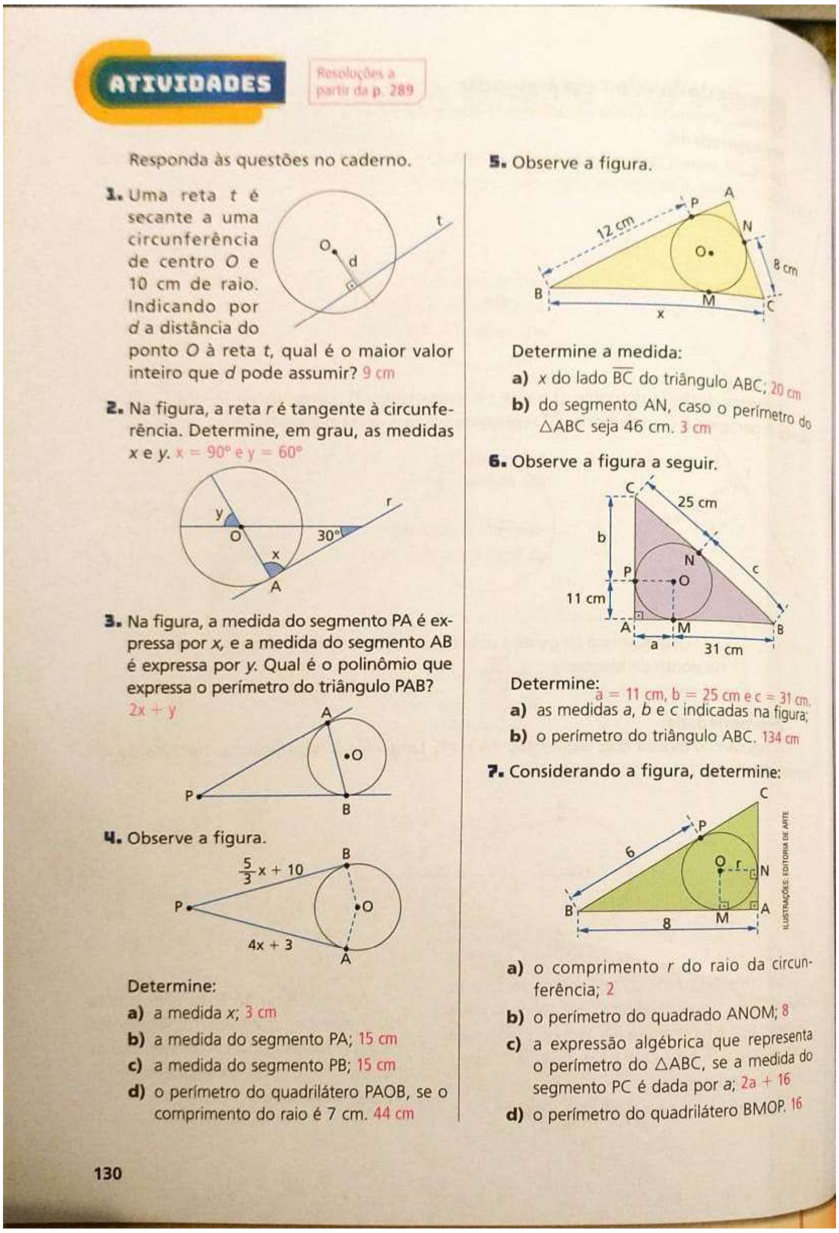
Vamos explorar as ferramentas do software GeoGebra?

Acesse o software Geogebra em https://www.geogebra.org/classic#geometry, utilizando as ferramentas, realize as atividades propostas e complete a tabela a seguir:

ATIVIDADE	REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	QUE FERRAMENTA (S) VOCÊ UTILIZOU?
Representar um ponto		
Representar uma circunferência		
Representar um círculo		
Representar uma circunferência e um de seus raios.		
Representar uma circunferência e uma de suas cordas.		

Representar uma circunferência e um de seus diâmetros.		
Representar uma reta secante à uma circunferência.		
Representar uma reta tangente à uma circunferência.		
Representar uma reta externa à uma circunferência.		

Atividades do livro didático dos estudantes sobre posições relativas de uma reta e uma circunferência



ATIVIDADES

Resoluções a partir da p. 289

Responda às questões no caderno.

1. Uma reta t é secante a uma circunferência de centro O e 10 cm de raio. Indicando por d a distância do ponto O à reta t, qual é o maior valor inteiro que d pode assumir? 9 cm

2. Na figura, a reta r é tangente à circunferência. Determine, em grau, as medidas x e y. $x = 90°$ e $y = 60°$

3. Na figura, a medida do segmento PA é expressa por x, e a medida do segmento AB é expressa por y. Qual é o polinômio que expressa o perímetro do triângulo PAB? $2x + y$

4. Observe a figura.

$\frac{5}{3}x + 10$

$4x + 3$

Determine:

a) a medida x; 3 cm

b) a medida do segmento PA; 15 cm

c) a medida do segmento PB; 15 cm

d) o perímetro do quadrilátero PAOB, se o comprimento do raio é 7 cm. 44 cm

5. Observe a figura.

Determine a medida:

a) x do lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC; 20 cm

b) do segmento AN, caso o perímetro do $\triangle ABC$ seja 46 cm. 3 cm

6. Observe a figura a seguir.

Determine: $a = 11$ cm, $b = 25$ cm e $c = 31$ cm.

a) as medidas a, b e c indicadas na figura;

b) o perímetro do triângulo ABC. 134 cm

7. Considerando a figura, determine:

a) o comprimento r do raio da circunferência; 2

b) o perímetro do quadrado ANOM; 8

c) a expressão algébrica que representa o perímetro do $\triangle ABC$, se a medida do segmento PC é dada por a; $2a + 16$

d) o perímetro do quadrilátero BMOP. 16

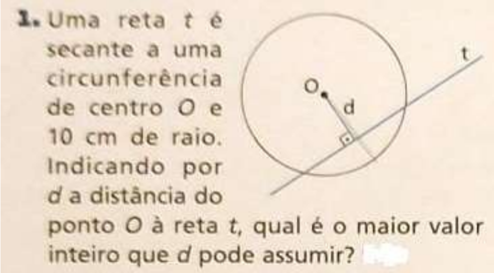
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

130

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 130).

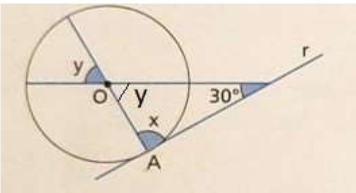
Atividades adaptadas do livro didático para estudantes autistas sobre posições relativas de uma reta e uma circunferência

Responda as questões em seu caderno:



1. Uma reta t é secante a uma circunferência de centro O e 10 cm de raio. Indicando por d a distância do ponto O à reta t, qual é o maior valor inteiro que d pode assumir?

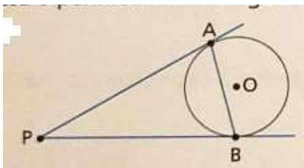
2. Na figura, a reta r é tangente à circunferência.



a) Determine, em graus, a medida do ângulo x.

b) sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, qual é a medida do ângulo y?

3. Na figura, os segmentos PA e PB tem a mesma medida. Sendo a medida do segmento PA expressa por x e a medida do segmento AB expressa por y. Responda:



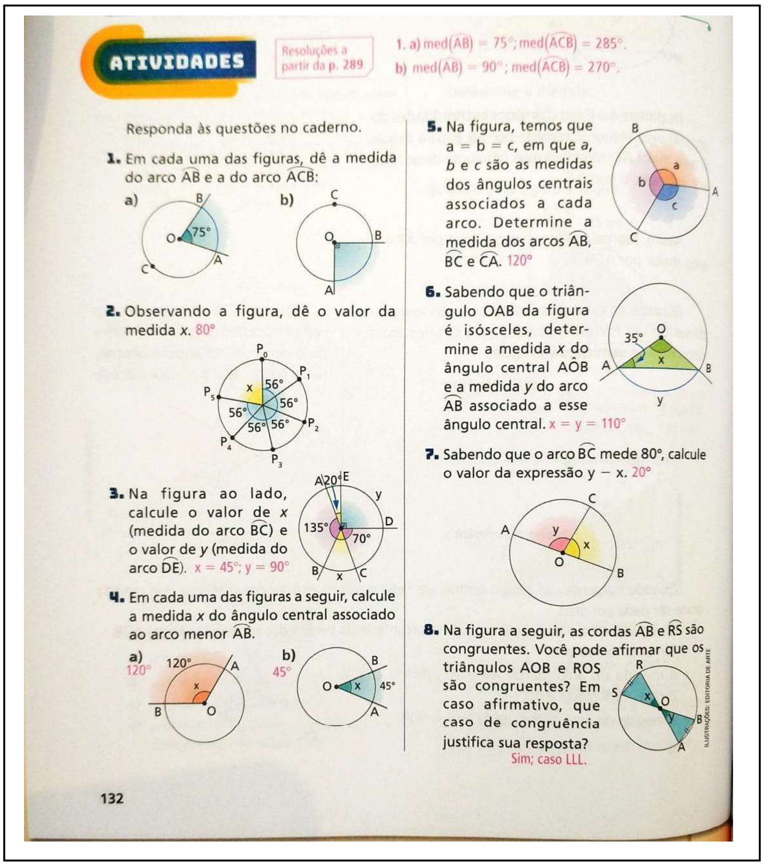
a) Trace uma reta que passe pelos pontos P e A. Que nome recebe essa reta em relação à circunferência de centro O?

b) Trace uma reta que passe pelos pontos P e B. Que nome recebe essa reta em relação à circunferência de centro O?

c) Que nome recebe o segmento AB em relação à circunferência de centro O?

d) Trace um segmento AO. Que nome

Atividades do livro didático dos estudantes sobre ângulo central em uma circunferência



ATIVIDADES

Resoluções a partir da p. 289

1. a) $med(\overset{\frown}{AB}) = 75°$; $med(\overset{\frown}{ACB}) = 285°$.
b) $med(\overset{\frown}{AB}) = 90°$; $med(\overset{\frown}{ACB}) = 270°$.

Responda às questões no caderno.

1. Em cada uma das figuras, dê a medida do arco $\overset{\frown}{AB}$ e a do arco $\overset{\frown}{ACB}$:

a) b)

2. Observando a figura, dê o valor da medida *x*. 80°

3. Na figura ao lado, calcule o valor de *x* (medida do arco $\overset{\frown}{BC}$) e o valor de *y* (medida do arco $\overset{\frown}{DE}$). $x = 45°$; $y = 90°$

4. Em cada uma das figuras a seguir, calcule a medida *x* do ângulo central associado ao arco menor $\overset{\frown}{AB}$.

a) 120° b) 45°

5. Na figura, temos que $a = b = c$, em que *a*, *b* e *c* são as medidas dos ângulos centrais associados a cada arco. Determine a medida dos arcos $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ e $\overset{\frown}{CA}$. 120°

6. Sabendo que o triângulo OAB da figura é isósceles, determine a medida *x* do ângulo central $A\hat{O}B$ e a medida *y* do arco $\overset{\frown}{AB}$ associado a esse ângulo central. $x = y = 110°$

7. Sabendo que o arco $\overset{\frown}{BC}$ mede 80°, calcule o valor da expressão $y - x$. 20°

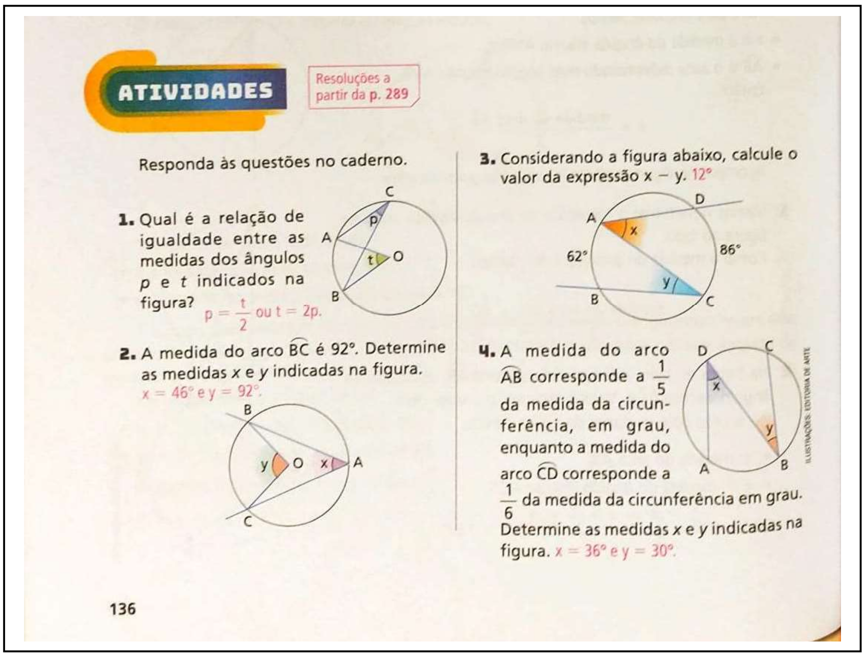
8. Na figura a seguir, as cordas $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{RS}$ são congruentes. Você pode afirmar que os triângulos AOB e ROS são congruentes? Em caso afirmativo, que caso de congruência justifica sua resposta? Sim; caso LLL.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

132

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 132)

Atividades do livro didático dos estudantes sobre relação entre as medidas dos ângulos inscrito e central



ATIVIDADES

Resoluções a partir da p. 289

Responda às questões no caderno.

1. Qual é a relação de igualdade entre as medidas dos ângulos *p* e *t* indicados na figura? $p = \frac{t}{2}$ ou $t = 2p$.

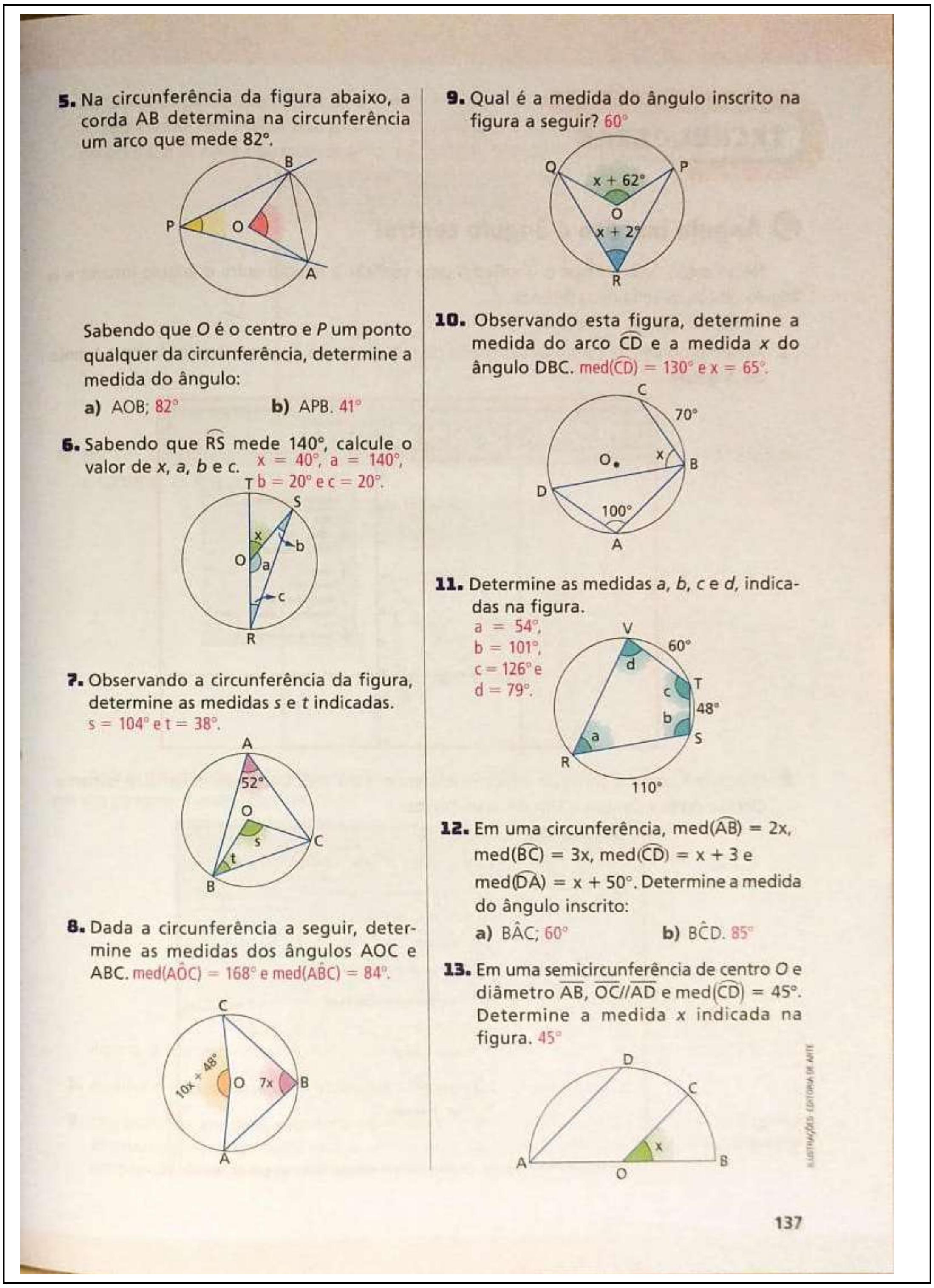
2. A medida do arco $\overset{\frown}{BC}$ é 92°. Determine as medidas *x* e *y* indicadas na figura. $x = 46°$ e $y = 92°$.

3. Considerando a figura abaixo, calcule o valor da expressão $x - y$. 12°

4. A medida do arco $\overset{\frown}{AB}$ corresponde a $\frac{1}{5}$ da medida da circunferência, em grau, enquanto a medida do arco $\overset{\frown}{CD}$ corresponde a $\frac{1}{6}$ da medida da circunferência em grau. Determine as medidas *x* e *y* indicadas na figura. $x = 36°$ e $y = 30°$.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

136



5. Na circunferência da figura abaixo, a corda AB determina na circunferência um arco que mede 82°.

Sabendo que *O* é o centro e *P* um ponto qualquer da circunferência, determine a medida do ângulo:

a) AOB; 82° **b)** APB. 41°

6. Sabendo que $\widehat{RS}$ mede 140°, calcule o valor de *x*, *a*, *b* e *c*. x = 40°, a = 140°, b = 20° e c = 20°.

7. Observando a circunferência da figura, determine as medidas *s* e *t* indicadas. s = 104° e t = 38°.

8. Dada a circunferência a seguir, determine as medidas dos ângulos AOC e ABC. med($A\hat{O}C$) = 168° e med($A\hat{B}C$) = 84°.

9. Qual é a medida do ângulo inscrito na figura a seguir? 60°

10. Observando esta figura, determine a medida do arco $\widehat{CD}$ e a medida *x* do ângulo DBC. med($\widehat{CD}$) = 130° e x = 65°.

11. Determine as medidas *a*, *b*, *c* e *d*, indicadas na figura.
a = 54°,
b = 101°,
c = 126° e
d = 79°.

12. Em uma circunferência, med($\widehat{AB}$) = 2x, med($\widehat{BC}$) = 3x, med($\widehat{CD}$) = x + 3 e med($\widehat{DA}$) = x + 50°. Determine a medida do ângulo inscrito:

a) $B\hat{A}C$; 60° **b)** $B\hat{C}D$. 85°

13. Em uma semicircunferência de centro *O* e diâmetro $\overline{AB}$, $\overline{OC} // \overline{AD}$ e med($\widehat{CD}$) = 45°. Determine a medida *x* indicada na figura. 45°

137

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p.136-137).

APÊNDICE D – EXEMPLO DOS ESTUDOS MONITORADOS, PARA ENSINO REMOTO

16ª ETAPA

PROFESSOR: Viviane Pegoraro	**PERÍODO:** de 03 a 14 de novembro de 2020.
ANO (Assinale a sua turma)**: 9°A ( )**	**9°B ( )**
ESTUDANTE:	
COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	**CARGA HORÁRIA SEMANAL:** 5 h
HABILIDADES DESENVOLVIDAS: Reconhecer, medir e representar ângulos. Resolver situações problemas que envolvam a ideia de ângulos.	

FORMA DE ENTREGA:
Para a entrega destes Estudos Monitorados você pode escolher uma das seguintes formas:

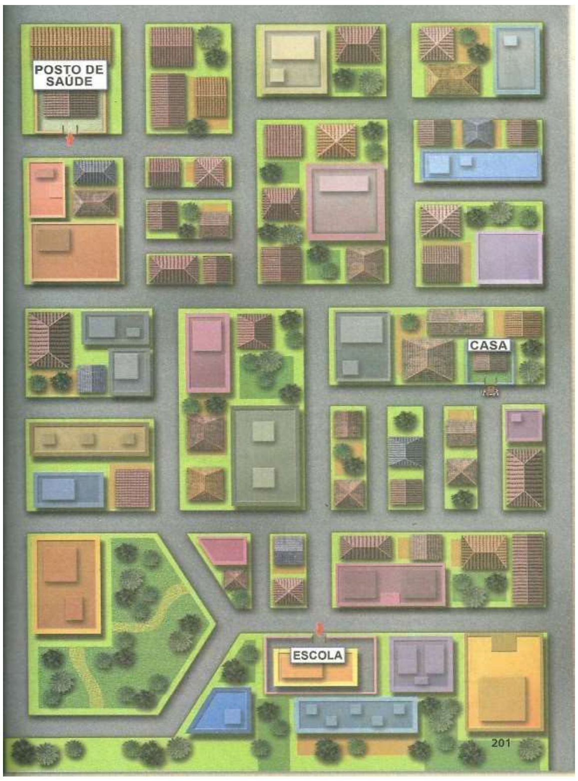
1. Enviar através de foto ou scanner para o e-mail: vivi.prof.de.matematica@gmail.com
2. Entregar via plataforma do Google Classroom por foto, até dia **19/11/2020**
3. Entregar as folhas na Escola, no dia **19/11/2020.**

Estudos Monitorados

UM POUCO DE GEOMETRIA

VAMOS RECORDAR "ÂNGULOS"?

Observe a figura:



Quando nos localizamos em um guia de ruas, por exemplo, entendemos as ruas como retas a percorrer. Os locais aonde queremos chegar são pontos desse guia. Um mapa é a representação plana da região.

As ruas formam diversas intersecções com outras ruas, determinando **ângulos**. O simples ato de virar uma rua à esquerda pode ser traduzido como: **gire certa quantidade de graus** à esquerda.

Quero saber o que você sabe sobre “ângulos”:

a) Responda, com suas palavras, o que é ângulo?

____

____

b) Qual é a unidade de medida de ângulo mais utilizada? __________________________

Na imagem da página anterior, existem três pontos que podemos destacar: o posto de saúde, a escola e a minha casa. Observe alguns exemplos de comandos que você pode utilizar:

Caminhe por uma quadra.	Gire 45° à direita.	Gire 90° à direita.	Caminhe por três quadras.	Chegou ao posto de saúde.
Caminhe por quatro quadras.	Gire 45° à esquerda	Caminhe por duas quadras.	Gire 90° à esquerda.	Chegou à escola.

Você pode usar outros comandos, se for necessário também. Esses que estão nos quadrinhos acima servem apenas de exemplos.

a) Descreva as orientações para fazer a trajetória da minha casa até a escola.

b) Agora, o desafio é descrever a trajetória para sair da escola e ir até o posto de saúde.

c) Por fim, descreva uma trajetória do posto de saúde até a minha casa.

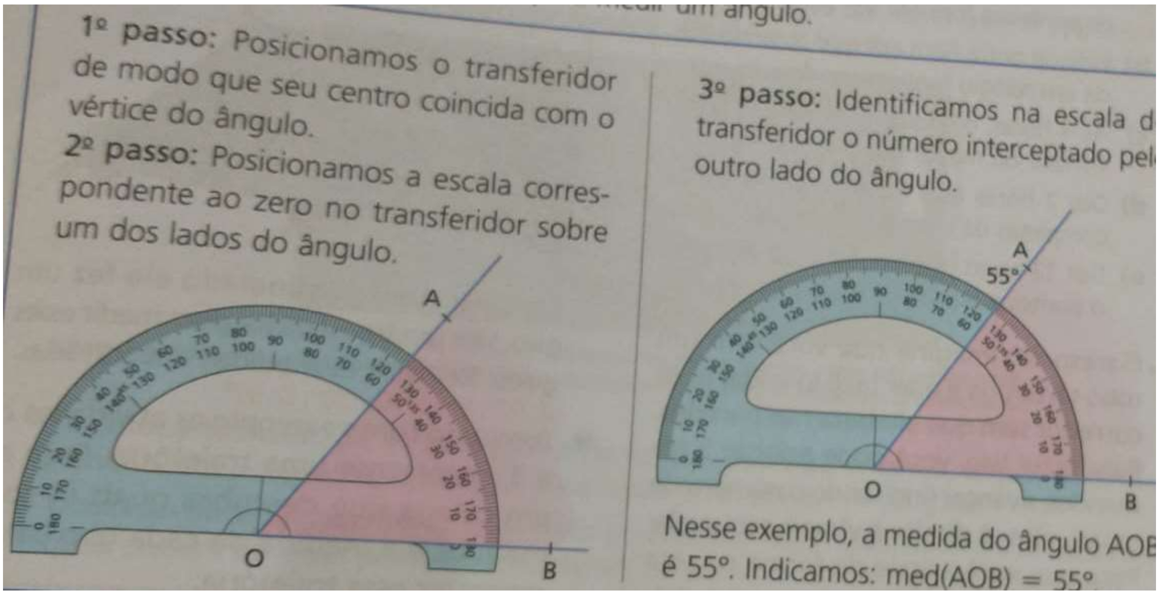
Ufa! Até que enfim, de volta ao lar! ☺

Agora pense e responda:
* Existe um único caminho entre dois pontos de referência? Existe uma única resposta para cada um dos itens acima?

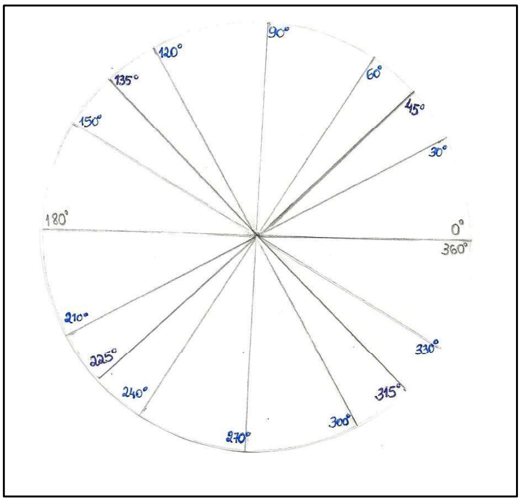
* Por que você escolheu o caminho descrito nos itens anteriores e não outro caminho?

* Quais são os elementos matemáticos presentes em cada caminho?

LEMBRANDO COMO USAR UM TRANSFERIDOR

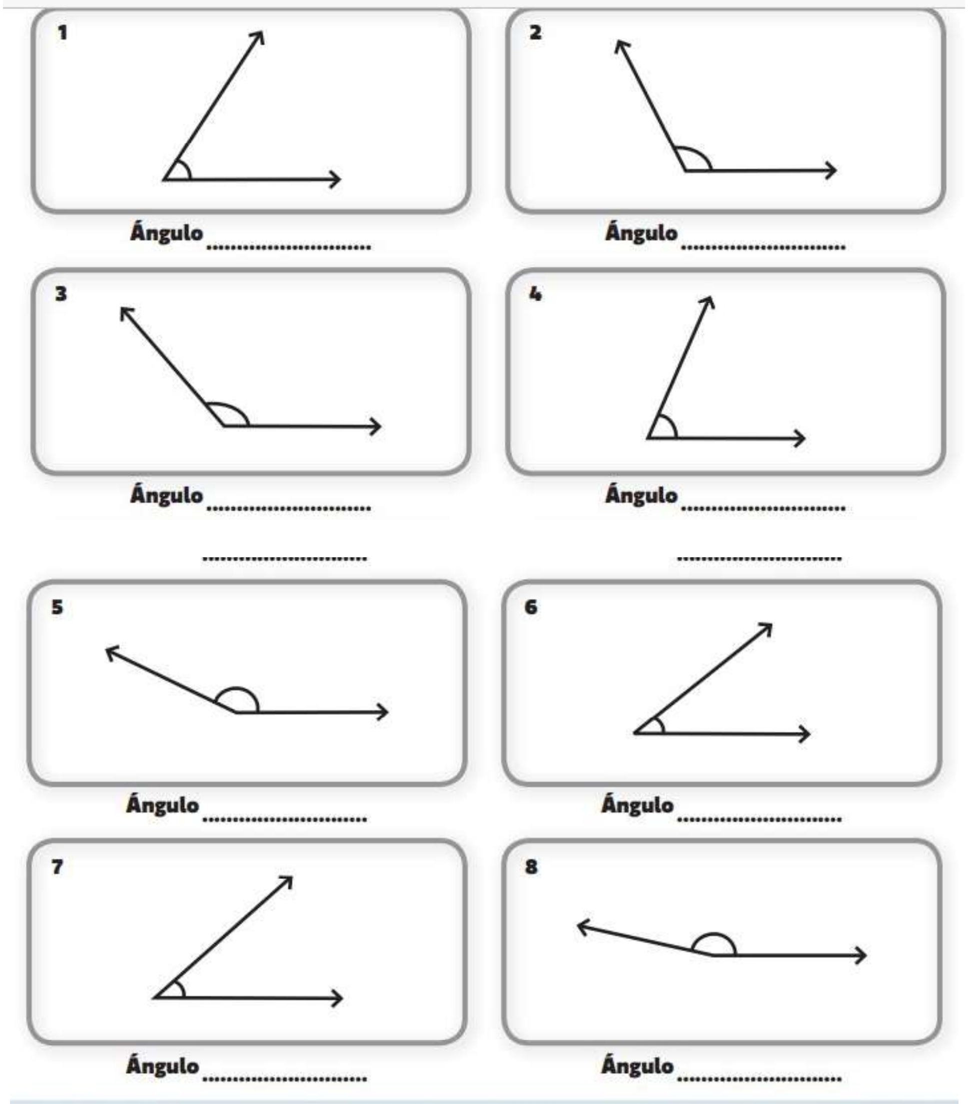


Se você não tiver um transferidor, faça um círculo numa folha de papel, dobre e marque os ângulos, conforme a imagem a seguir:

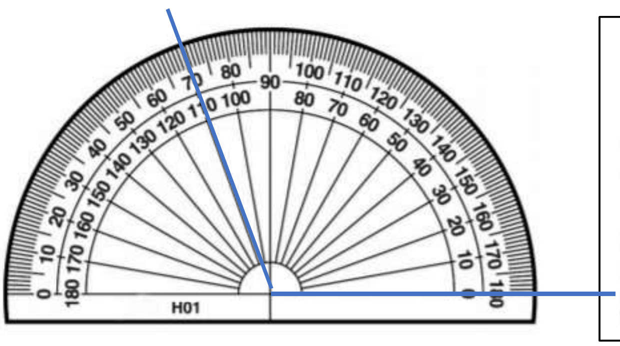


Você pode usar esse círculo de papel para medir ângulos, sobrepondo-o sobre os ângulos. Fazer um corte sobre a linha do 0° até o centro do círculo, pode ajudar a dobrá-lo e manuseá-lo.

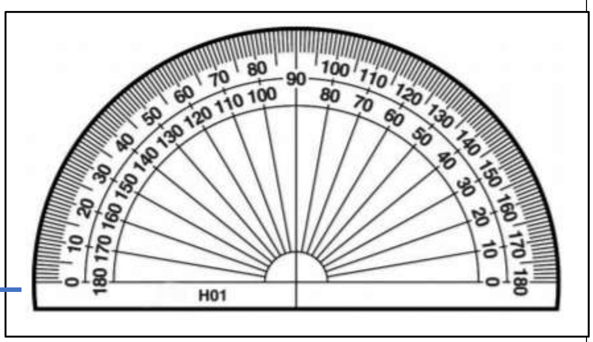
ATIVIDADE 1: Usando transferidor, meça os ângulos a seguir



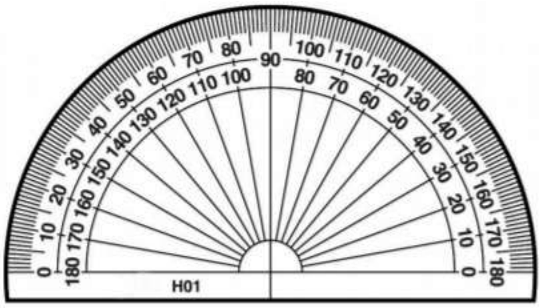
ATIVIDADE 2:Desenhe sobre o transferidor o ângulo que se pede:



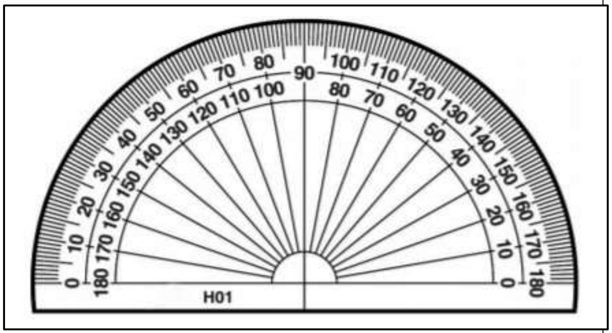
Ângulo de 110°



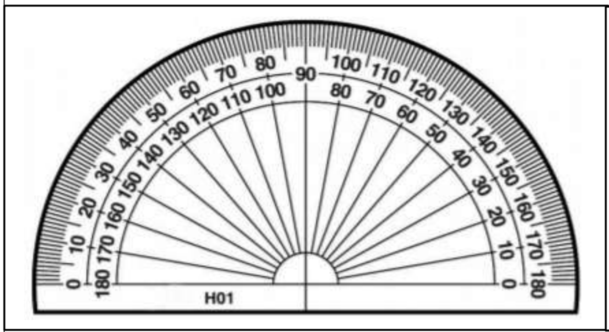
Ângulo de 45°



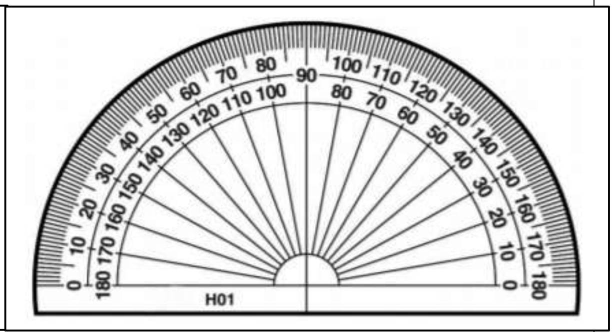
Ângulo de 90°



Ângulo de 180°



Ângulo de 173°



Ângulo de 60°

CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS

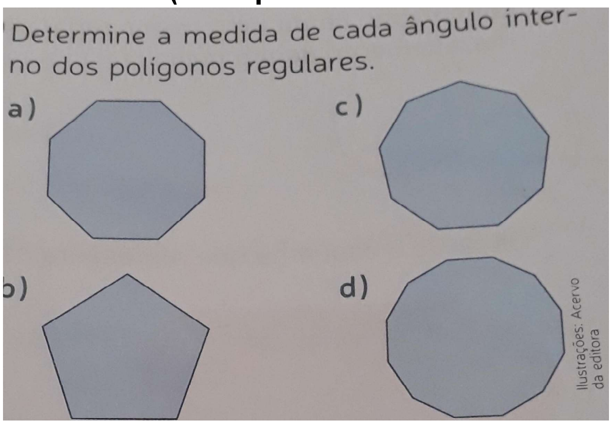
Ângulo	Classificação	Amplitude
α	*Ângulo agudo*	$0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$
α	*Ângulo recto*	$\alpha = 90^{\circ}$
α	*Ângulo obtuso*	$90^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$
α	*Ângulo raso*	$\alpha = 180^{\circ}$
α	*Ângulo giro*	$\alpha = 360^{\circ}$

Correções nos nomes dos ângulos: 1°) **um ângulo de 90° é chamado de Ângulo Reto** (e não “recto” – português de Portugal); 2°) **um ângulo de 360° também é chamado de Ângulo completo, ou volta completa**.

ATIVIDADE: Faça um desenho e classifique seu nome de acordo com a medida de cada ângulo:

Ângulo de 112°	Ângulo de 81°	Ângulo de 147°
Ângulo de 30°	Ângulo de 135°	Ângulo de 90°
Ângulo de 45°	Ângulo de 180°	Ângulo de 120°

Atividade 2 (Você pode usar o transferidor ou o círculo de papel)



APÊNDICE E – ESTUDOS MONITORADOS, PARA ENSINO REMOTO, SOBRE RELAÇÕES ENTRE ÂNGULOS E ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORDADAS POR UMA TRANSVERSAL

ÉRICO CAVINATO

EC

17ª ETAPA

PROFESSOR: Viviane Pegoraro	**PERÍODO:** de 16 a 30 de novembro de 2020.
ANO (Assinale a sua turma)**: 9°A ( )** **9°B ( )**	
ESTUDANTE:	
COMPONENTE CURRICULAR: Matemática **CARGA HORÁRIA SEMANAL:** 5 h	
HABILIDADES DESENVOLVIDAS: Reconhecer, medir e representar ângulos, Ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes, ângulos colaterais e ângulos alternos. Resolver situações problemas que envolvam a ideia de ângulos.	
FORMA DE ENTREGA: Para a entrega destes Estudos Monitorados você pode escolher uma das seguintes formas: 1. Enviar através de foto ou scanner para o e-mail: vivi.prof.de.matematica@gmail.com 2. Entregar via plataforma do Google Classroom por foto, até dia **03/12/2020** 3. Entregar as folhas na Escola, no dia **03/12/2020.**	

Estudos Monitorados

Na etapa anterior, recordamos ângulos. Agora, vamos aprofundar nossos conhecimentos?

RELAÇÕES ENTRE ÂNGULOS

Um pouco da história da Trigonometria

> "A Trigonometria, como outros ramos da Matemática, não foi obra de um só homem. Antigos egípcios e babilônios conheciam e usavam alguns teoremas sobre razões entre os lados de triângulos semelhantes, mas, como não dominavam o conceito de ângulo, não avançavam na elaboração da teoria trigonométrica.
>
> Durante dois séculos e meio, desde Hipócrates até Eratóstenes (276 – 194 a.C.), foram estudados diferentes problemas sobre astronomia, mas disso não resultou numa trigonometria sistemática.
>
> Porém, os gregos, conhecendo o trabalho dos egípcios e babilônios, sistematizaram estes conhecimentos, estabelecendo correspondências entre ângulos e o comprimento das cordas de uma circunferência, bem como a apresentação de algumas propriedades sobre as medições desses ângulos." (LEDUR, ENRICONI, SEIBERT, 2003, p. 11)

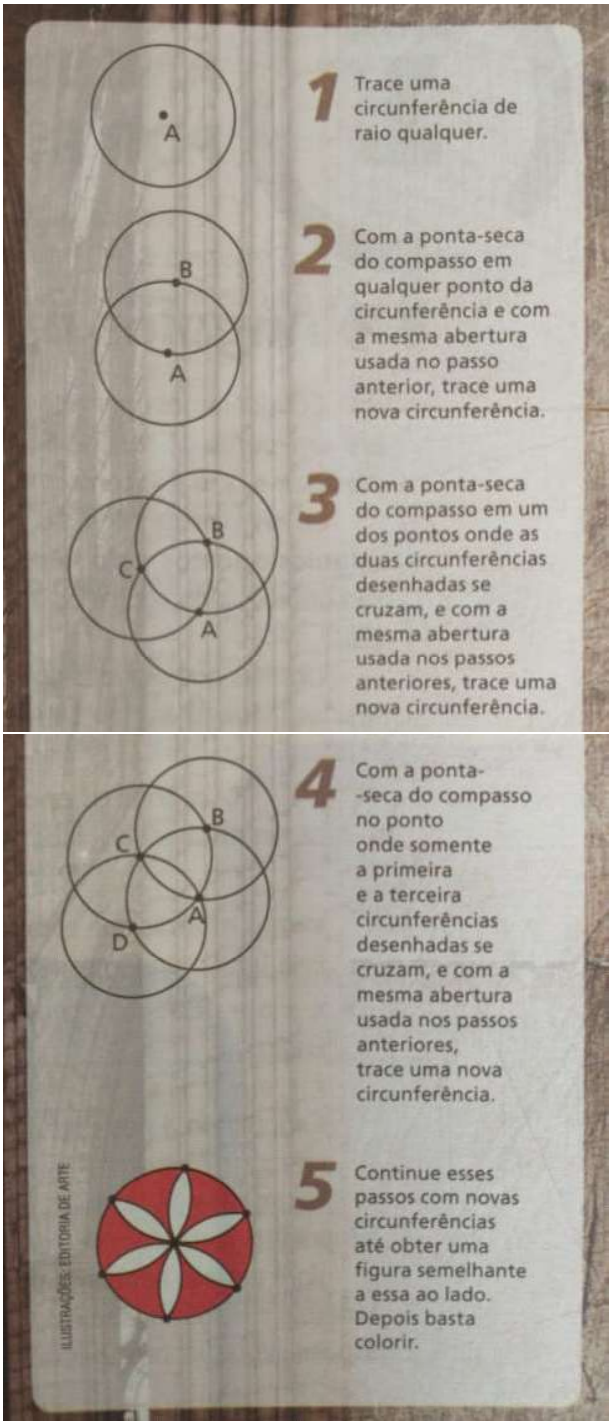
Conta-se, ainda, que para os babilônios, o Sol girava em torno do nosso planeta e eles acreditavam que para dar um giro completo, demorava 360 dias. Então, a possível decisão de dividir a circunferência em 360 partes tenha vindo desta necessidade de contar o tempo, associando os conhecimentos sobre a Matemática e a Astronomia, já que eram duas ciências muito estudadas pelos babilônios. Isso se deu entre os anos 4.000 e 3.000 a.C., na região da Mesopotâmia, onde hoje se localiza o Iraque.

> "Influenciado pela Matemática da Babilônia, Hiparco de Niceia, considerado pelos gregos o pai da Astronomia, no século II a.C., fez a primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais, com o objetivo de medir ângulos.
>
> A cada uma dessas 360 partes em que a circunferência foi dividida, associamos um ângulo, cuja medida chamamos de 1 grau.
>
> A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. A unidade-padrão para essa medição é o grau, representado pelo símbolo ° escrito após o número.
>
> Um grau é uma unidade de medida de um giro que corresponde à volta completa, dividida por 360." (GIOVANNI JR., CASTRUCCI, 2018, p. 204)

Além da Matemática andar junto com outras ciências, como a Astronomia citada no texto acima, ela também tem uma relação muito próxima com a Arte, principalmente quando olhamos para a Geometria.

Uma destas relações entre a Matemática e a Arte pode ser observada no trabalho com rosáceas, construções com vidros, muito comuns nas catedrais de estilo gótico.

Uma rosácea é obtida através de desenho geométrico, como o exemplo descrito a seguir:



Para quem não tem um compasso, ou não gosta muito de manuseá-lo, pode tentar construir a sua rosácea utilizando um software livre de Geometria dinâmica, o GeoGebra, com base na ferramenta de criar círculos.

Podemos usar a versão online do GeoGebra, disponível em: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT
(Acesso em 03/11/2020, às 17h30min)

Também encontramos o “GeoGebra geometria” como aplicativo para celular, basta baixar e começar a explorar!

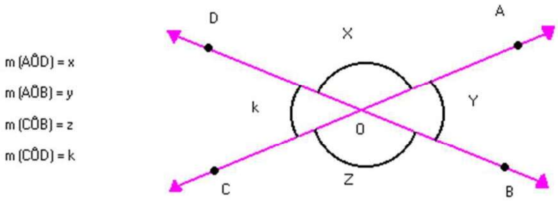
Este é o ícone do app que você vai encontrar:

ATIVIDADE 1: Enviar uma foto, ou um print da rosácea que você construiu (você escolhe se vai fazer no papel, usando o compasso, ou se vai fazer com o GeoGebra). Use a sua criatividade (se conseguir, pode colorir)

ÂNGULOS DETERMINADOS POR RETAS TRANSVERSAIS

- ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

Consideremos duas retas, r e s, que se cruzam em um ponto O, formando quatro ângulos de medidas x, y, z e k conforme mostra a figura a seguir:



Os ângulos de medidas x e z são chamados de ângulos opostos pelo vértice (O.P.V.). Também são opostos pelo vértice os ângulos de medidas y e k.

"**Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes, ou seja, têm a mesma medida.**"

Vamos mostrar que essa afirmação é verdadeira:

Pela figura anterior, podemos observar que:

x + y = 180° e que x + k = 180°

Então:

x + y = x + k Cancelando "x" nos dois membros da igualdade, obtemos:

y = k

Portanto, dois ângulos opostos pelo vértice têm sempre a mesma medida.

Você poderia verificar, também, que dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida usando um transferidor. Basta medir quantos graus tem cada um dos ângulos.

Exemplo: Calcule o valor de x e, depois, expresse o valor dos quatro ângulos formados pela intersecção das retas a seguir:

Como sabemos que ângulos opostos pelo vértice são iguais, podemos escrever:

10x + 50 = 4x + 110 (Resolvendo esta equação, vamos descobrir o valor de x)

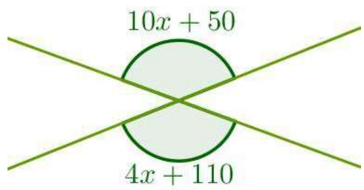
y ( ) y

10x – 4x = 110 - 50

6x = 60

x = $\frac{60}{6}$

x = 10



Substituindo o valor encontrado para x, temos: 10x + 50 = 10 . 10 + 50 = 100 + 50 = 150°

Então, cada um dos dois ângulos assinalados mede 150°.

E, para descobrir a medida dos outros dois ângulos, que chamamos de y, basta lembrar que:

150° + y = 180°

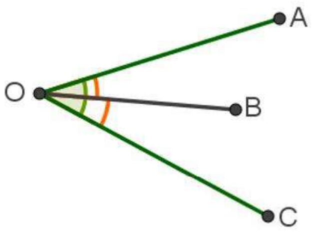
y = 180° - 150°

y = 30°

- ÂNGULOS ADJACENTES

Dois ângulos são consecutivos quando eles possuem o mesmo vértice e têm um lado comum.

Observe a figura:



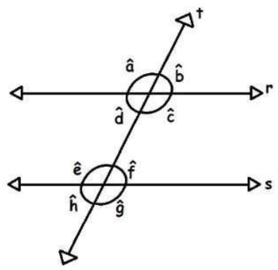
AÔB e BÔC são ângulos consecutivos. Note que eles têm em lado $\overline{OB}$ e eles não têm pontos internos em comum.

"**Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos em comum são chamados de ângulos adjacentes.**"

Observe agora que os ângulos AÔB e BÔC são ângulos adjacentes.

- ÂNGULOS CORRESPONDENTES

Dadas duas retas paralelas, r e s, interceptadas por uma transversal, t, obtemos oito ângulos (a, b, c, d, e, f, g, h):



Os pares de ângulos *a* e *e*,
b e *f*,
c e *g*,
h e *d*

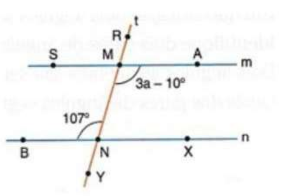
são chamados **ângulos correspondentes**.

Sabemos que os ângulos *a* e *c* são opostos pelo vértice, assim como os ângulos *e* e *g*. Portanto, a medida desses ângulos é a mesma, ou seja, a = c e e = g. Porém, como as retas r e s são paralelas (r//s) também podemos concluir que a = e e c = g.

"**Dadas duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, os ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, são iguais**".

EXEMPLO:

4-Na figura seguinte, há um feixe de retas paralelas cortado por uma transversal. Calcule o valor da incógnita y:



Como os ângulos (3a – 10°) e (107°) são congruentes, temos

3a – 10° = 107°

3a = 107° + 10°

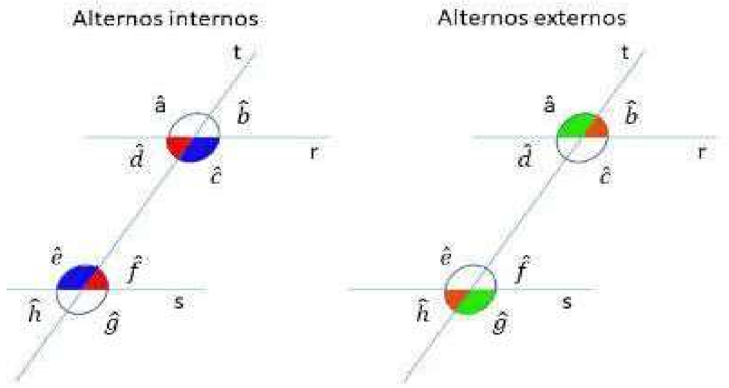
3a = 117°

a = 117°/3 $\longrightarrow$ a = 39°

- ÂNGULOS ALTERNOS

Duas retas paralelas, r e s, cortadas por uma transversal, t, determinam ângulos alternos congruentes que podem ser:

a) Ângulos alternos internos
b) Ângulos alternos externos



Os ângulos c e e; d e f são ângulos alternos internos, aos pares, possuem a mesma medida:

$c \approx e$

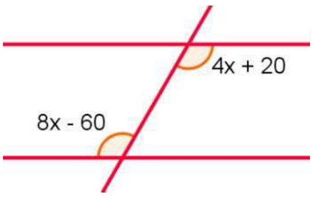
$d \approx f$

Os ângulos a e g; b e h são ângulos alternos externos e, aos pares, possuem a mesma medida.

$a \approx g$

$b \approx h$

EXEMPLO: Calcule o valor da incógnita x, da figura a seguir, sabendo-se que temos duas retas paralelas interceptada por uma transversal.



Observando a figura, percebemos que os ângulos los alternos internos e, portanto, possuem a mesma medida.

Assim, podemos escrever:

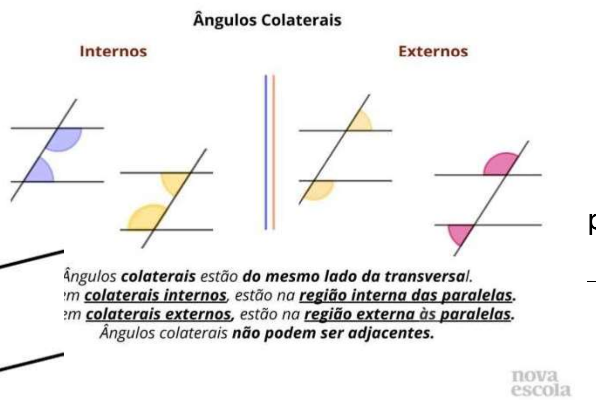
$4x + 20 = 8x - 60$
$4x - 8x = -60 - 20$
$-4x = -80$
$4x = 80$
$x = 80/4$
$x = 20$

- ÂNGULOS COLATERAIS

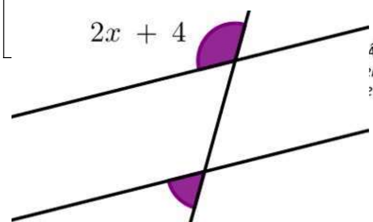
Duas retas paralelas interceptadas por uma transversal determinam ângulos colaterais suplementares que podem ser:

a) Ângulos colaterais suplementares internos
b) Ângulos colaterais suplementares externos

Lembre-se que: ângulos suplementares são dois ângulos que, somados, dá 180°.

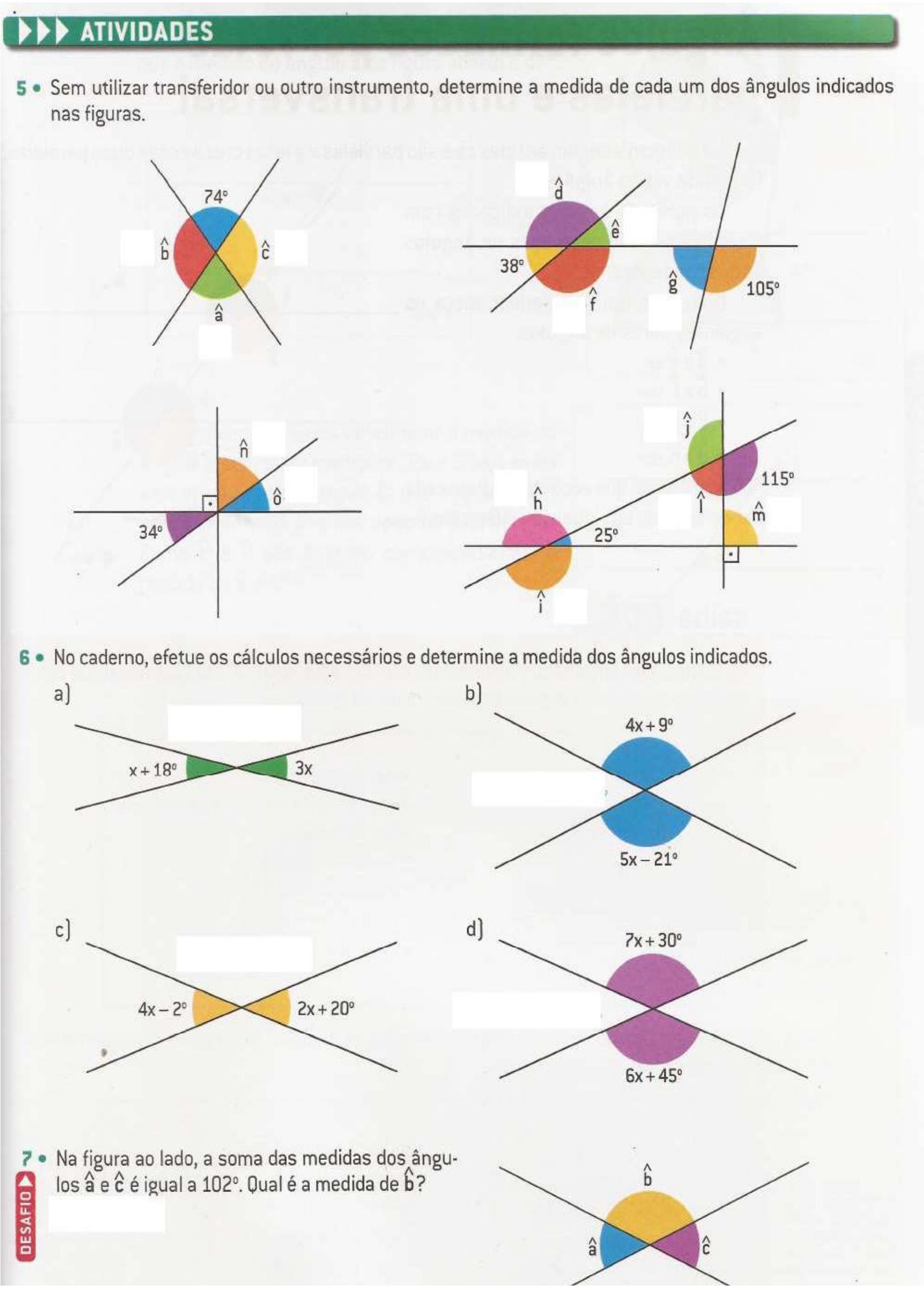


EXEMPLO: Calcul ... plementares externos,



$$(2x + 4) + (16x + 20) = 180$$
$$2x + 16x = 180 - 4 - 20$$
$$18x = 156$$
$$x = \frac{156}{18} = \frac{78}{9} = \frac{26}{3}$$

Exercícios:



ATIVIDADES

5 • Sem utilizar transferidor ou outro instrumento, determine a medida de cada um dos ângulos indicados nas figuras.

6 • No caderno, efetue os cálculos necessários e determine a medida dos ângulos indicados.

7 • Na figura ao lado, a soma das medidas dos ângulos â e ĉ é igual a 102°. Qual é a medida de b̂?

1ª Lista de Exercícios de Geometria – 8º Ano – Prof. Lucas.

1) As retas f e g são paralelas (f // g). Determine a medida do ângulo â, nos seguintes casos:

a)

b)

c)

ANEXOS

ANEXO A – CRITÉRIOS DIAGNÓSTICOS: DIAGNOSTIC AND STATISTICAL MANUAL OF MENTAL DISORDERS, FIFTH EDITION (DSM – V)

A. Prejuízo em comunicação e interação social em múltiplos contextos:

1 – Prejuízo em reciprocidade social e emocional.

2 – Prejuízos em comportamento comunicativo não-verbal utilizado para interação social.

3 – Prejuízos no desenvolvimento, manutenção e entendimento de relacionamentos sociais.

B. Padrão de comportamento repetitivo e restritivo de interesses ou atividades, manifestadas por pelo menos dois dos anos seguintes:

1 – Movimentos ou fala repetitivos e/ou estereotipados.

2 – Insistência ou monotonia, inflexibilidade nas rotinas ou padrões ritualísticos no comportamento verbal ou não verbal.

3 – Interesses restritos.

4 – Hiper ou hiporeatividade à estimulação sensorial ou interesse atípico por estímulos ambientais.

C. Sintomas devem estar presentes no período de desenvolvimento inicial da criança.

D. Os sintomas provocam prejuízos significativos no funcionamento social, ocupacional ou outras áreas importantes.

E. Essas alterações não são mais bem explicadas por deficiência intelectual ou atraso global do desenvolvimento. A deficiência intelectual e os transtornos do espectro autista podem coexistir; para fazer o diagnóstico de comorbidade, a comunicação social deve ser abaixo do esperado para o nível do desenvolvimento.

ANEXO B – IMAGEM MAPA DO BAIRRO PARA ATIVIDADE “RETOMANDO O CONCEITO DE ÂNGULO”, NO ENSINO REMOTO

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 201).