

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO

Eduardo Cattani Silva

**CONTROLE E ACIONAMENTO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS DE ÍMÃS  
PERMANENTES INTERNOS BASEADO EM ESTRATÉGIA MTPA  
VISANDO ELEVADO DESEMPENHO DINÂMICO E REDUZIDO CUSTO  
COMPUTACIONAL**

Santa Maria, RS  
2021

**Eduardo Cattani Silva**

**CONTROLE E ACIONAMENTO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS DE ÍMÃS  
PERMANENTES INTERNOS BASEADO EM ESTRATÉGIA MTPA VISANDO ELEVADO  
DESEMPENHO DINÂMICO E REDUZIDO CUSTO COMPUTACIONAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Graduação em Engenharia de Controle e Automação**.

ORIENTADOR: Prof. Rodrigo Padilha Vieira

Santa Maria, RS  
2021

**Eduardo Cattani Silva**

**CONTROLE E ACIONAMENTO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS DE ÍMÃS  
PERMANENTES INTERNOS BASEADO EM ESTRATÉGIA MTPA VISANDO ELEVADO  
DESEMPENHO DINÂMICO E REDUZIDO CUSTO COMPUTACIONAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Graduação em Engenharia de Controle e Automação**.

**Aprovado em 15 de setembro de 2021:**

---

**Rodrigo Padilha Vieira, Dr. (UFSM)**  
(Orientador)

---

**Fabio Ecke Bisogno, Dr. (UFSM)**

---

**Daniel Fernando Tello Gamarra, Dr. (UFSM)**

Santa Maria, RS  
2021

## AGRADECIMENTOS

*Desde o primeiro pulsar do meu coração, recebi todo o apoio e amor dos meus pais e da minha irmã que foram imprescindíveis no meu desenvolvimento pessoal e na trajetória da minha formação profissional, do ensino de frações na época da escola ao preparo de um bolo depois de um longo dia de aula da faculdade. Meu primo e minha namorada, embora não tenham convivido desde o início de minha vida, foram e são essenciais nela.*

*Um agradecimento em especial ao meu querido orientador, prof. Rodrigo Padilha que foi extremamente preciso e atencioso em suas orientações, transmitindo segurança e tranquilidade ao orientando. Também agradeço ao GEPOC, pois possibilitou as pesquisas realizadas, disponibilizando a estrutura necessária para execução dos estudos.*

*Gostaria de agradecer à UFSM que me proporcionou o estudo na graduação, disponibilizando a infraestrutura e todo o conjunto dos atenciosos servidores. Diversos professores foram extremamente importantes no processo de formação da graduação, entre tantos, cito o professor Rafael Beltrame, Frederico Menine, Cassiano Rech, Fernando Gamarra, Fabio Bisogno e Rodrigo Guerra. Antes disso, ainda no ensino médio, educadores que também fizeram completa diferença, destaco Anderson Petry e os mestres Airton Coelho e Thiago Sangoi.*

*Um agradecimento aos meus caríssimos amigos Guilherme Dal Mas, Leonardo Carvalho e Lucas Rossato, que me ofereceram apoio incondicional durante essa trajetória.*

*Por fim, colegas que se tornaram amigos, trilharam junto esse percurso: Adriana Rios, Camila Pase, Davi Klein, Leonardo Tólio, Linda Dotto e Ricardo Schirmer.*

## RESUMO

# CONTROLE E ACIONAMENTO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS DE ÍMÃS PERMANENTES INTERNOS BASEADO EM ESTRATÉGIA MTPA VISANDO ELEVADO DESEMPENHO DINÂMICO E REDUZIDO CUSTO COMPUTACIONAL

AUTOR: Eduardo Cattani Silva

ORIENTADOR: Rodrigo Padilha Vieira

Este trabalho apresenta o estudo e desenvolvimento de um sistema de controle aplicado a máquinas síncronas de ímãs permanentes internos (IPMSM). Tendo em vista a crescente utilização desse tipo de motor, principalmente como sistema de tração em veículos elétricos, é necessário o estudo e desenvolvimento de sistemas de controle afim de maximizar o desempenho e eficiência do sistema. Inicialmente, o modelo matemático da máquina é obtido a partir da análise do circuito elétrico equivalente e dinâmicas mecânicas. Baseado no modelo obtido, é apresentado o projeto dos controladores de corrente e velocidade afim de realizar o controle de velocidade da máquina. Os controladores foram projetados e discretizados com finalidade de obter alto desempenho e eficiência da máquina, somados a um baixo custo computacional para implementação em microcontroladores. Para lograr tais objetivos, foram utilizados controladores PIs (proporcional-integral) para corrente e velocidade, atrelados a um algoritmo MTPA (*maximum torque per ampere*) para o controle do torque. Foram projetados controladores que, apesar de sofrerem os efeitos das não linearidades da máquina, rastreiam de forma satisfatória as referências impostas. As malhas de controle foram validadas através de simulações no *software Typhoon HIL* e o desempenho do algoritmo MTPA desenvolvido é comparado com o do controlador linear de torque. Por fim, é implementado um sistema de controle de velocidade que possui satisfatório desempenho dinâmico atrelado a leis de controle que demandam baixo processamento computacional para a sua implementação.

**Palavras-chave:** Controle. Modelagem. Simulação.

## ABSTRACT

AUTHOR: Eduardo Cattani Silva  
ADVISOR: Rodrigo Padilha Vieira

This work presents the study and development of a control system applied for an interior permanent magnet synchronous motor (IPMSM). Due to the increasing use of this type of machine, mainly in the powertrain of electric vehicles, the study and development of control systems to maximize the performance and efficiency is necessary. Initially, mathematical models are obtained from the equivalent electrical circuit and mechanical dynamics analysis. Based on the obtained model, the current and speed controllers are designed in order to perform the speed control of the machine. The controllers were designed and discretized aiming to achieve high performance and efficiency from the machine, added to low computational cost to implementation in microcontrollers. To achieve these goals, PIs (proportional-integral) were used for current and speed control, linked to MTPA (maximum torque per ampere) for torque control. Controllers were designed that, despite suffering the effects of the machine non-linearities, the references are tracked satisfactorily. The control loops were validated through simulations based on Typhoon HIL software. Besides, the MTPA and linear torque controller had their performance compared. Finally, a control system that accomplished satisfactory dynamic performance combined to control laws that require low computational processing for its implementation is developed.

**Keywords:** Control. Modelling. Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Topologias de máquinas. ....	11
Figura 1.2 – Esquemático do acionamento de uma máquina síncrona. ....	12
Figura 2.1 – Relação entre os eixos $ABC$ e $\alpha\beta$ . ....	18
Figura 2.2 – Transformada de Clark. (a) Sinal original $U$ , (b) Sinal após transformada de Clark. ....	19
Figura 2.3 – Relação entre os eixos $\alpha\beta$ e $dq$ . ....	20
Figura 2.4 – Transformada de Park. (a) Sinal após transformada de Clark, (b) sinal após transformada de Park. ....	21
Figura 2.5 – Máquina elementar. ....	23
Figura 2.6 – Máquina PMSM bifásica. ....	24
Figura 2.7 – Variação das autoindutâncias com a rotação do rotor. ....	26
Figura 2.8 – Representação das tensões em coordenadas síncronas. ....	29
Figura 2.9 – Esquemático da planta controlada. ....	33
Figura 2.10 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada. ....	36
Figura 2.11 – Curvas MTPA originais. a) $f_{iqn}(\tau_{en})$ , b) $f_{idn}(\tau_{en})$ . ....	43
Figura 2.12 – Segmentação de $f_{idn}(\tau_{en}^*)$ . a) $\tau_c = 1$ , b) $\tau_c = 2$ e c) $\tau_c = 3$ ....	44
Figura 2.13 – Varredura da variável $t_{cn}$ . ....	45
Figura 2.14 – Diagrama do inversor de frequência. ....	47
Figura 2.15 – Modulação por largura de pulso. a) Dente de serra crescente, b) triangular centrada e c) dente de serra decrescente. ....	50
Figura 2.16 – Tensão modulada. ....	51
Figura 2.17 – Reconstrução do $PWM$ através da série de Fourier. a) $n = 1$ , b) $n = 10$ e c) $n = 100$ . ....	53
Figura 2.18 – Modulação com injeção de terceira harmônica. ....	54
Figura 3.1 – Bancada da máquina IPMSM. ....	59
Figura 3.2 – Comparação entre curva MTPA original e aproximada. a) Corrente de eixo em quadratura, b) Corrente de eixo direto. ....	62
Figura 3.3 – Módulo da diferença entre as curva do MTPA originais e a aproximadas. a) Erro de corrente $i_d$ , b) Erro de corrente $i_q$ . ....	63
Figura 3.4 – Circuito de controle no <i>Typhoon</i> . ....	65
Figura 3.5 – Circuito de potência no <i>Typhoon</i> . ....	66
Figura 3.6 – SCADA no <i>Typhoon</i> . ....	67
Figura 3.7 – Análise dos limites de modulação. a) <i>duty-cycle</i> , b) tensão de fase, c) tensão da harmônica fundamental e DHT. ....	69
Figura 3.8 – Análise dos formatos de onda obtidos pela modulação. a) <i>duty-cycle</i> , b) tensão no braço do inversor, c) tensão de fase. ....	70
Figura 3.9 – Análise dos conteúdos harmônicos obtidos pela modulação. a) <i>duty-cycle</i> , b) tensão no braço do inversor, c) tensão de fase. ....	71
Figura 3.10 – Ensaio dos controladores de corrente. ....	72
Figura 3.11 – Ensaio do controlador de torque. (a) Torque eletromagnético, (b) velocidade mecânica $\omega_m$ , c) corrente $i_d$ , d) corrente $i_q$ , e) módulo da corrente $i_s$ . ....	74
Figura 3.12 – Ensaio do controlador de velocidade. a) Velocidade mecânica, b) torque no eixo. ....	76
Figura 3.13 – Ensaio do controlador de velocidade. a) Corrente de eixo direto, b) cor-	

rente de eixo em quadratura, c) módulo da corrente  $i_s$  ..... 77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes $\alpha_{dk(i)}$ .....	46
Tabela 2.2 – Tensão de fase dada variação da posição das chaves .....	49
Tabela 3.1 – Características da máquina IPMSM.....	58
Tabela 3.2 – Ganhos dos PIs contínuos.....	60
Tabela 3.3 – Coeficientes dos PIs discretos.....	60
Tabela 3.4 – Coeficientes do MTPA.....	61
Tabela 3.5 – Tempo de processamento do MTPA.....	64

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	15
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>17</b>
2.1	MODELAGEM DA MÁQUINA IPMSM	17
<b>2.1.1</b>	<b>Transformações de coordenadas</b>	<b>17</b>
2.1.1.1	<i>Transformada de Clark</i>	17
2.1.1.2	<i>Transformada de Park</i>	20
2.2	MODELO ELEMENTAR DA MÁQUINA	22
2.3	MÁQUINA DE IMÃS PERMANENTES BIFÁSICA	23
<b>2.3.1</b>	<b>Modelagem elétrica em referencial estatórico</b>	<b>24</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Modelagem elétrica em referencial síncrono</b>	<b>28</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Modelagem mecânica</b>	<b>30</b>
<b>2.3.4</b>	<b>Modelo discreto</b>	<b>32</b>
2.4	CONTROLE DA MÁQUINA IPMSM	32
<b>2.4.1</b>	<b>Controladores lineares</b>	<b>33</b>
2.4.1.1	<i>Modelo linear da máquina IPMSM</i>	34
2.4.1.2	<i>Projeto dos controladores lineares</i>	35
<b>2.4.2</b>	<b>Controlador de Torque</b>	<b>39</b>
2.4.2.1	<i>Controle linear de torque</i>	39
2.4.2.2	<i>Controle de torque MTPA</i>	40
2.5	TOPOLOGIA E MODULAÇÃO DO CONVERSOR ESTÁTICO	46
<b>2.5.1</b>	<b>Inversor <i>half-bridge</i> trifásico</b>	<b>47</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Modulação do conversor</b>	<b>49</b>
<b>3</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>58</b>
3.1	PARÂMETROS CALCULADOS	59
<b>3.1.1</b>	<b>Ganhos dos controladores PIs</b>	<b>59</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Equações do controlador de torque MTPA</b>	<b>61</b>
3.2	AMBIENTE DE SIMULAÇÃO	64
3.3	ENSAIOS	68
<b>3.3.1</b>	<b>Ensaio da modulação do conversor</b>	<b>68</b>
3.3.1.1	<i>Limite de operação de modulação</i>	68
3.3.1.2	<i>Análise da modulação</i>	70
<b>3.3.2</b>	<b>Ensaio dos controladores de Corrente</b>	<b>72</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Ensaio do controlador de Torque</b>	<b>73</b>
<b>3.3.4</b>	<b>Ensaio do controlador de Velocidade</b>	<b>75</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>78</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>80</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de carros elétricos é objeto de estudo desde o século XIX, no qual verificam-se os primeiros registros (EHSANI et al., 2018). No início do século XX houve uma grande competição entre carros de combustão interna e elétricos, porém, ao decorrer do século os carros elétricos perderam mercado frente aos veículos de combustão interna, devido a maiores custos e menores desempenhos (HESLA, 2009). Entretanto, por conta de motivos políticos e inovações tecnológicas, há uma reversão dessa tendência nos últimos anos, verificando-se no ano de 2018 um aumento de 63% no setor de veículos elétricos (IEA, 2019).

Pode-se atribuir à baixa autonomia o grande desafio de veículos elétricos, devido à densidade de energia das baterias ser extremamente limitada em comparação a entregue pelos combustíveis fósseis. Com o passar dos anos, novas tecnologias de baterias e máquinas elétricas surgiram, aumentando a autonomia máxima desses veículos. Um grande avanço foi a inserção de materiais de terras raras na construção de máquinas elétricas nas últimas décadas, abrindo novas possibilidades no desenvolvimento de motores síncronos de ímãs permanentes (ABAD, 2016).

A utilização de ímãs no rotor para excitação do campo magnético garante um alto fluxo no entreferro, conferindo à máquina uma elevada densidade de energia (SANTIAGO et al., 2012). Dado o fato de não possuir correntes circulando no rotor, são diminuídas consideravelmente as perdas e a necessidade de ventilação no mesmo, além da não utilização de escovas (*brushless*) para transmissão de corrente do estator para o rotor. O tamanho reduzido inerente da máquina de ímãs em comparação a outras topologias de máquinas também é de extrema importância no setor automobilístico, pois em aplicações como carros elétricos com tração traseira o espaço disponível reduzido é um desafio (MARQUEZ-FERNENDEZ A. REINAP, 2010), por exemplo.

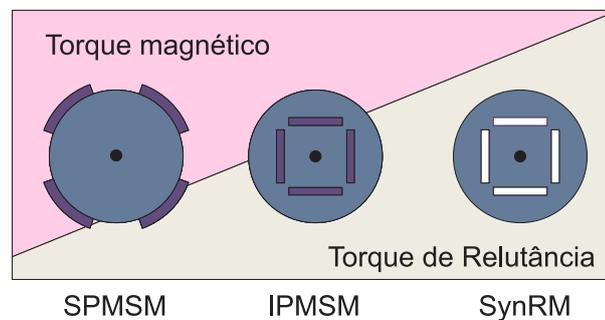
A topologia de máquinas síncronas com ímãs permanentes possui diversas variações, tal como distintos posicionamento dos ímãs no rotor. Com as diversificadas formas de dispor os ímãs são obtidos diferentes comportamentos dinâmicos da máquina, sendo possível posicioná-los na superfície do rotor - *Surface Permanent Magnet Synchronous Motor* (SPMSM) - obtendo uma construção simples, porém de baixa robustez mecânica e caracterizada por uma pequena variação entre as indutâncias nos eixos de quadratura e direto, o que implicam reduzida velocidade máxima de operação (KRISHNAN, 2009).

O aumento da velocidade máxima de operação e a obtenção do conjugado de relutância são logrados posicionando os ímãs no interior do rotor - *Interior Permanent Magnet Synchronous* (IPMSM). Tal disposição agrega à máquina uma baixa resistência magnética e elevadas indutâncias comparada à SPMSM, o que torna a mesma extremamente adequada a aplicações que necessitam de grande eficiência, como fontes renováveis de

energia (VUKOSAVIC, 2013), *powertrain* de veículos (CHEN et al., 2002) e compressores de ar condicionado (MURAKAMI et al., 1999), por exemplo. Porém, a inserção dos ímãs no interior do rotor acarreta um processo de fabricação mais custoso, além de um modelo e controle mais complexos e não lineares, devido ao acoplamento magnético entre o eixo direto e de quadratura.

A máquina IPMSM é considerada uma configuração híbrida quando comparada ao SPMSM - que majoritariamente usufrui do torque magnético - e ao SynRM (*Synchronous reluctance motor*) - que utiliza torque de relutância, pois a máquina de ímãs permanentes internos conta com esses dois tipos de conjugado, como pode-se observar na Figura 1.1. Dessa forma, a IPMSM combina um elevado desempenho com um extenso intervalo de operação.

Figura 1.1 – Topologias de máquinas.



Fonte: Adaptado de Lab (2011).

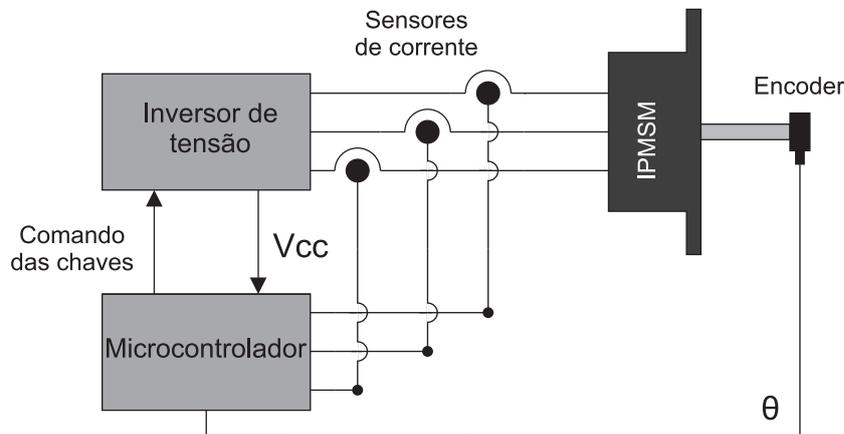
Para o acionamento de máquinas síncronas, pode ser utilizado um inversor de tensão, o qual consiste em um conversor com três etapas: retificação do sinal CA de entrada da rede; filtro de tensão através de capacitores em um barramento CC; transistores que, através do chaveamento em alta frequência, geram as correntes para a máquina (VAS, 1998). Vale ressaltar que os sinais de comando das chaves são sintetizados por um microcontrolador.

Para o controle de velocidade da máquina, diversos controladores em cascata são utilizados em um sistema de malha fechada. Na camada mais externa, encontra-se a malha de controle de velocidade, que, através do erro entre a velocidade de referência e a real, calcula a referência de torque a ser imposto na máquina. A partir dessa referência, é calculado o comando de corrente para cada eixo através do controlador de torque, que encontra-se na camada intermediária entre a malha de velocidade e a de corrente. Por fim, na malha mais interna, o controlador de corrente transforma o erro entre as correntes de referência e as correntes medidas em comando de tensão para o inversor.

Observa-se, na Figura 1.2, um esquemático simplificado de operação de uma máquina síncrona acionada por um inversor de tensão. Além desse, um microcontrolador mede a tensão no barramento ( $V_{cc}$ ), as correntes de fase e a posição do rotor ( $\theta$ ). Por

consequente, o mesmo processa as diversas malhas de controle e gera o comando das chaves para o inversor, responsável por sintetizar as tensões de referência produzidas pelos controladores.

Figura 1.2 – Esquemático do acionamento de uma máquina síncrona.



Fonte: Próprio Autor.

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção será realizada uma revisão bibliográfica sobre técnicas de controle e acionamento de máquinas síncronas de ímãs permanentes. Serão apresentadas diferentes abordagens relativas ao projeto de controladores de torque e corrente, com o foco no desenvolvimento de *drives* de alto desempenho e baixo custo para sistemas de tração de veículos elétricos.

Tendo em vista que *drives* de alta eficiência podem operar em elevada velocidade, Kim et al. (2010) estuda diferentes controladores discretos de corrente para aplicações com reduzida razão entre frequência fundamental e de amostragem, que é um ponto de operação crítico que pode levar o sistema à instabilidade. Neste estudo foram considerados tanto controladores projetados no domínio discreto, quanto controladores em tempo contínuo posteriormente discretizados. No projeto dos PI's (proporcional-integral) discretizados também foram consideradas as dinâmicas de atraso do PWM (*pulse width modulation*) e desacoplamento entre os eixos. Com a extração dos resultados foi comprovado o ganho de estabilidade e aumento da banda passante do controlador, através da utilização do compensador de atraso do PWM e desacoplador entre os eixos, respectivamente. Além disso, nesse trabalho também foi concluído que o controlador originalmente projetado no tempo discreto tem maior estabilidade frente a um inicialmente projetado em tempo contínuo e posteriormente discretizado.

Tratando das não linearidades da máquina, Wang, Jia e Shi (2011) desenvolveram um algoritmo para estimar em tempo real os valores indutâncias, levando em conta a saturação magnética das mesmas. Com tais valores estimados, foi possível realizar o desacoplamento entre os eixos, resultando assim em uma dinâmica mais rápida para o sistema, um controle mais robusto e uma ampliação do limite de da velocidade máxima na região de enfraquecimento de campo.

Dado o fato de que o controlador PI é sensível às mudanças paramétricas da máquina, Rahman et al. (2002) desenvolveram um sistema que utiliza uma rede neural para realizar o ajuste dos ganhos dos controladores PI em tempo real através de uma RBFN(*radial basis function network*). Os ganhos dessa rede são baseados em algoritmo genético, ou seja, foram realizados uma série de cálculos para a obtenção dos ganhos ótimos do controlador para cada ponto de operação. Com essas técnicas foi possível obter elevada robustez nos quesitos de tempo de resposta e rejeição aos distúrbios de carga.

Outra opção frente ao controle linear do PI para uma planta não linear é a utilização do controlador de modos deslizantes, o qual inerentemente possui a capacidade de lidar com esse tipo de sistema. Assim Weijie L. Dongliang (2014) projetou e testou o controlador de modos deslizantes em uma máquina PMSM, através de simulações comparando o desempenho desse controlador em relação a um PI. O controlador de modos deslizantes obteve um resultado superior ao do controlador PI em variações de carga, atingindo o regime permanente de forma mais rápida e com menores correntes estatóricas. Foi concluído que, para sistemas que possuam frequente variação de carga, é adequado a utilização desse controlador não linear.

Pode-se operar a máquina com controle de torque linear, considerando o torque da máquina inteiramente advindo da interação entre os ímãs e o campo magnético, porém essa estratégia possui menor eficiência e desempenho em comparação a métodos que utilizam o torque de relutância da máquina em conjunto com o dos ímãs. De forma similar, Pan e Sue (2005) e Figueiredo e Bim (2010) propõe métodos de controle de torque da máquina IPMSM em uma grande faixa de velocidade, a qual parte do repouso e se estende a velocidades acima da nominal. Para tal, utilizaram técnicas de *maximum torque per ampere* (MTPA) na região de torque constante e *flux-weakening* (FW) na a região de potência constante. Também consideram uma região intermediária entre o MTPA e FW, denominada região de enfraquecimento parcial de fluxo, a qual é analisada para determinar se é possível prolongar a utilização do MTPA. Foram obtidas leis de controle que obtiveram êxito no controle do torque do motor com corrente menores frente a controles lineares de corrente, além de tornar possível a obtenção de velocidades acima da nominal.

Para a utilização de máquinas elétricas no sistema de tração em veículos é necessário que o sistema de controle seja capaz de lidar com a variação e limitação do barramento CC disponibilizado pela bateria, além de grandes variações de velocidade. Chen et al. (2002) desenvolveram um algoritmo que seja capaz de variar de forma rápida e eficiente

entre as regiões de torque constante e potência constante tendo em vista as limitações relacionadas ao barramento CC anteriormente citadas. Nas simulações foram incluídas além das características da própria máquina IPMSM, dinâmicas elétricas e mecânicas do veículo. A partir de tal modelo, foi possível submeter o sistema de controle a uma série de testes, como o *New European Drive Cycle* e o *Federal Urban Drive Schedule* para avaliação de desempenho, sendo validada a estratégia de controle proposta.

Uma outra abordagem para o problema de limitação do barramento CC em veículos elétricos movido por máquinas IPMSM foi proposta por Li, He e Demerdash (2014). Nela, além de um algoritmo de MTPA para velocidades abaixo da nominal e FW para velocidades acima dessa, é utilizado um inversor fonte de impedância. Nessa abordagem a tensão no barramento CC é variada, através de um conversor *buck-boost* entre a fonte de tensão e o inversor. Tal topologia, além de aumentar a tensão disponível no inversor, torna o mesmo imune a curto circuito nos braços, assim eliminando a necessidade de tempo morto. Nos resultados foram expostos a combinação de diversas técnicas de FW utilizando o inversor fonte de impedância, validando a abordagem proposta.

Buscando obter uma alta eficiência da máquina na região de torque constante, Li (2019) propuseram uma técnica de injeção de sinais em alta frequência, a qual pode-se extrair a informação de ponto ótimo do MTPA, desse modo, tornando o sistema insensível às variações paramétricas da máquina. Foi obtido uma lei de MTPA que é viável de ser executada por um microcontrolador, devido ao baixo custo computacional, além da extração do ponto ótimo de operação funcionar de forma rápida e precisa.

Também visando a obtenção de leis de controle que possuam baixo custo computacional, Huang et al. (2010) utilizaram uma estratégia para economizar processamento no cálculo do MTPA e do FW, através de aproximações polinomiais. Tais aproximações são de extrema rapidez de serem executados pelos microcontroladores, sendo calculada, através dessas, as correntes nos dois modos de operação (MTPA e FW). Para obtenção das mesmas, foi utilizado o software MATLAB, com o qual foi possível obter curvas extremamente semelhantes às originais. Através dos resultados experimentais obtidos, foi provada a eficiência e validade de tal método, sendo evidente o benefício da utilização desse devido ao baixo custo computacional.

Intentado obter um modelo linear da máquina, Karteek (2016) considerou nula a corrente no eixo direto e obteve uma função de transferência que descreve a dinâmica da velocidade angular do rotor em função da tensão aplicada nos terminais da máquina. Para o projeto dos controladores PI's, foram utilizados diversos métodos, como CRA (*Characteristic Ratio Assignment*), Ziegler-Nichols e *Pole Placement*. Também foi desenvolvido um controlador por lógica *Fuzzy*. Através das simulações, foi constatado que o CRA obteve os melhores resultados, o qual conseguiu de forma efetiva rejeitar os distúrbios, obtendo rápidas dinâmicas do sistema em malha fechada.

É necessário no controle da máquina a determinação da posição do rotor, sendo

possível adquirir essa informação de diversas formas. Pode-se acoplar um *encoder* no eixo, por exemplo, o qual retorna posição do rotor ao controlador, porém a utilização do mesmo implica *hardware* e custos adicionais. Desse modo, foram desenvolvidas técnicas *sensorless* para substituir sensores de rotação, visando obter a informação necessária sem adicionar *hardware* na planta.

Zhu, Xiao e Li (2009) propõe uma técnica *sensorless* que extrai a informação da posição do eixo da máquina através do comportamento das saliências do rotor quando imposto um sinal de alta frequência nas mesmas. Em seu esquema de controle do observador, foi minimizado o uso de filtros frente a métodos tradicionais, obtendo assim um esquema que possua menos deslocamento de fase e atenuação. Nos testes foi comprovada a eficácia do método, tornando-se assim possível extrair a informação da posição rotórica apenas com injeção e análise de sinais de alta frequência.

Inversores de frequência inerentemente geram harmônicas, as quais resultam em ruídos acústicos e perdas de energia, por exemplo. Para atenuar tais consequências, pode ser utilizado o filtro LC entre o inversor e a máquina, porém a dinâmica do mesmo interfere em métodos que utilizam injeção de sinais em alta frequência. Piippo, Salomaki e Luomi (2008) propõe uma solução para tal problema, através de um observador híbrido que foi projetado visando a aplicação em um grande intervalo de velocidades do rotor, incluindo o mesmo em repouso. Os resultados comprovam a efetividade do método, sendo possível a utilização da técnica *sensorless* com injeção de sinal assim como em máquinas que não possuam filtro anexado as mesmas.

## 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Tendo em vista as vantagens e desafios da utilização de IPMSM, tem-se neste trabalho como objetivo final o projeto das malhas de controle de corrente, torque e velocidade da máquina, afim de controlar a velocidade da máquina com elevada eficiência e desempenho dinâmico satisfatório. Considera-se como hipótese do estudo que a máquina opera em velocidade menor que a nominal e as resistências e indutâncias da mesma são constantes, sem variação devido à corrente ou temperatura. Para tal, são necessárias diversas etapas que integram um objetivo final, sendo elas:

- Obtenção do modelo dinâmico da máquina em tempo contínuo e discreto, afim de desenvolver os controladores que serão implementados;
- Desenvolvimento de uma estratégia MTPA que garanta elevado desempenho da máquina e reduzido custo computacional;
- Projeto dos controladores e a discretização dos mesmos para implementação em microcontroladores;

- Estudo e comparação de controladores afim de sintetizar o torque de referência com e sem a abordagem MTPA desenvolvida.

## 2 METODOLOGIA

Nesse capítulo será abordada a modelagem da máquina IPMSM, utilizando as transformadas de Clark e Park. Após essa etapa, serão determinados e projetados os diversos controladores empregados nas malhas de controle do sistema.

### 2.1 MODELAGEM DA MÁQUINA IPMSM

O modelo matemático de um sistema dinâmico é descrito por um conjunto de equações que representam as dinâmicas do sistema (OGATA, 2015), sendo esse de extrema importância para o posterior projeto dos controladores. Pode-se descrever o sistema de diversas formas, utilizando inúmeros sistemas de coordenadas para representação de suas variáveis. Neste trabalho foi definido a utilização de coordenadas síncronas em uma máquina elementar de duas fases, objetivando a simplificação do modelo e dos sinais do mesmo.

#### 2.1.1 Transformações de coordenadas

Pode-se observar um determinado sinal em diferentes referenciais, resultando em diferentes representações do mesmo. Através de transformações geométricas é possível obter equivalências entre diferentes sistemas de coordenadas.

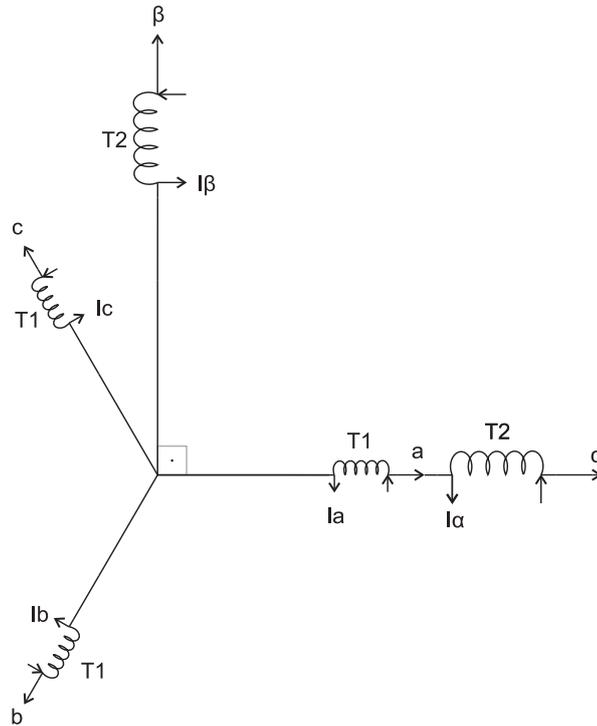
Com tais transformações será possível representar um sistema antes trifásico em um bifásico, através da transformada de *Clark*. Além da redução do número de fases, o comportamento dos sinais também será modificado por meio da transformada de *Park*, a qual transforma um conjunto de sinais senoidais para outro equivalente de sinais contínuos, facilitando o projeto dos controladores.

##### 2.1.1.1 Transformada de Clark

Partindo da hipótese de que o sistema é equilibrado, ou seja, a soma de suas correntes é igual a zero, é possível eliminar uma das fases, pois o sinal da terceira fase pode ser extraído das duas primeiras. Tal propriedade permite que o sistema seja simplificado, reduzindo o número de fases do sistema. A operação consiste basicamente na transformação dos eixos trifásicos ( $A, B, C$ ), os quais são igualmente espaçados em  $120^\circ$ , para dois eixos  $(\alpha, \beta)$  ortogonais entre si.

Na Figura 2.1, é possível observar os dois sistemas de coordenadas. O sistema trifásico utiliza bobinas com  $T1$  enrolamentos por fase e o sistema bifásico com  $T2$ . Visando manter a equivalência da força magnetomotriz, define-se a proporção  $T2 = \frac{3}{2}T1$ . As correntes trifásicas são representadas por  $I_a, I_b$  e  $I_c$ ; as bifásicas por  $I_\alpha$  e  $I_\beta$ .

Figura 2.1 – Relação entre os eixos  $ABC$  e  $\alpha\beta$ .



Fonte: Próprio Autor.

A equação para tal transformação dado um sinal genérico  $U$  é definida por,

$$\mathbf{U}_{\alpha\beta} = \mathbf{K}_{\alpha\beta} \times \mathbf{U}_{abc}, \quad (2.1)$$

sendo os vetores,

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{abc}^T &= [U_a \quad U_b \quad U_c], \\ \mathbf{U}_{\alpha\beta}^T &= [U_\alpha \quad U_\beta \quad U_\gamma], \end{aligned} \quad (2.2)$$

e a matriz de Clark direta  $\mathbf{K}_{\alpha\beta}$ ,

$$\mathbf{K}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Expandindo (2.1) e considerando  $U$  um conjunto trifásico equilibrado ( $U_a + U_b +$

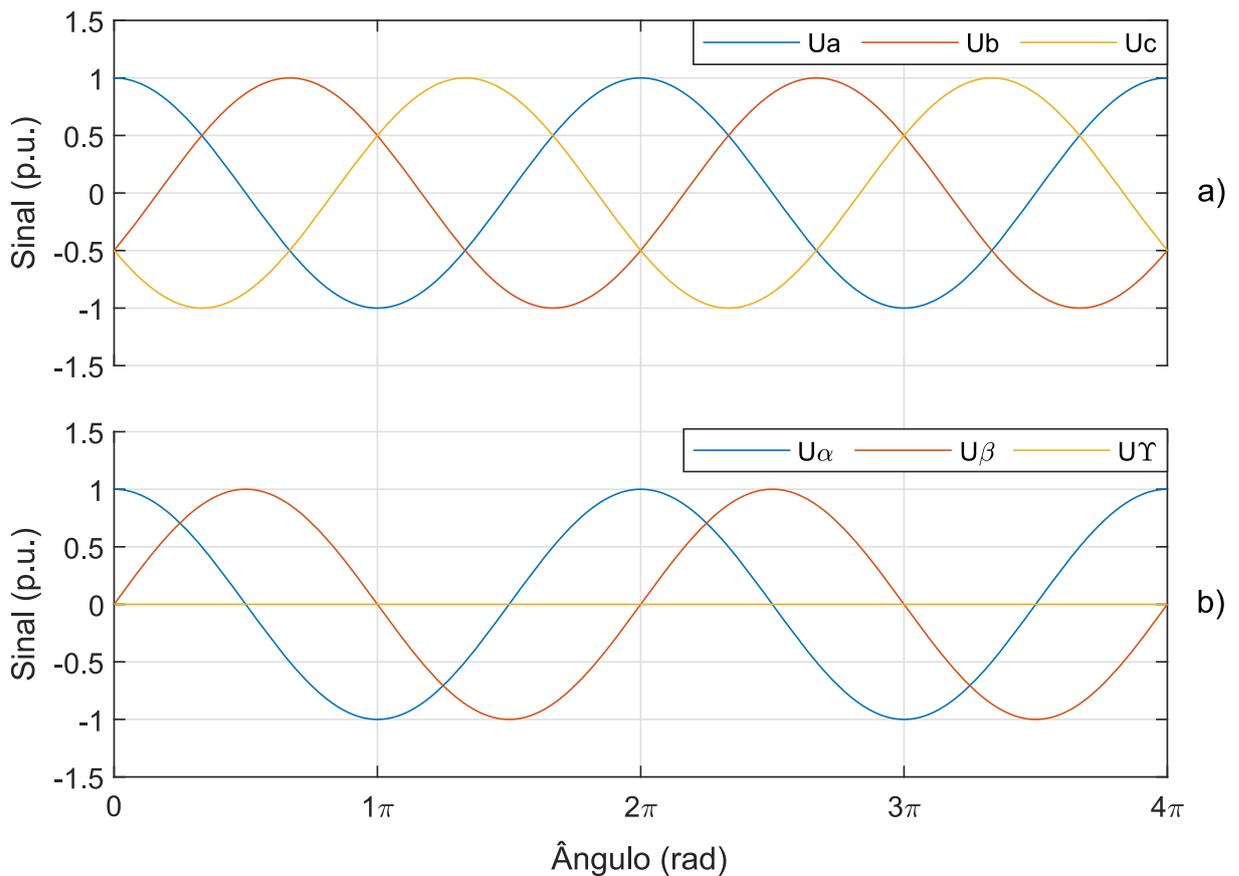
$U_c = 0$ ), obtém-se,

$$\mathbf{U}_\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3} \times [U_a + U_b + U_c] = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 0 = 0, \quad (2.4)$$

assim, tornando a componente  $U_\gamma$  nula para qualquer sistema equilibrado, reduzindo uma fase do sistema original.

Deve-se atentar que a matriz de transformação  $\mathbf{K}_{\alpha\beta}$  tem duas variações: invariante em potência e invariante em amplitude. Por questões de conveniência nos cálculos, foi utilizada a invariante em amplitude, sendo necessária a multiplicação de um fator de escala nos posteriores cálculos de potência da máquina. Pode-se observar a invariância na amplitude na Figura 2.2, o qual é a representação da transformação de Clark para um conjunto de sinais trifásicos equilibrados. Também é possível observar nessa Figura que a componente  $U_\gamma$  permanece nula devido à propriedade descrita em (2.4).

Figura 2.2 – Transformada de Clark. (a) Sinal original  $U$ , (b) Sinal após transformada de Clark.



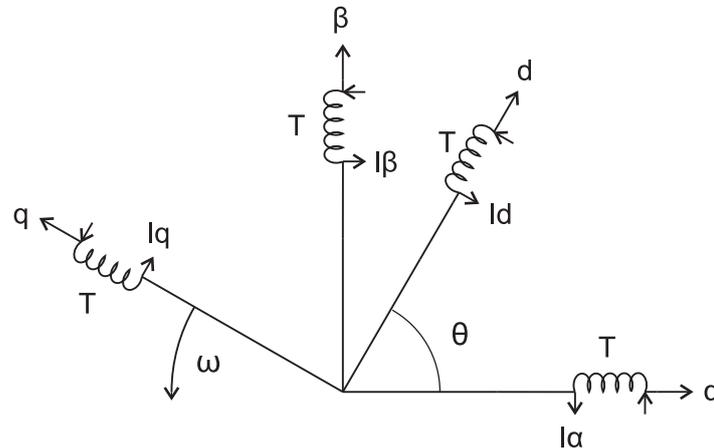
Fonte: Próprio autor.

### 2.1.1.2 Transformada de Park

A transformada de Park consiste na rotação em velocidade síncrona ( $\omega$ ) dos eixos ortogonais de referência ( $\alpha, \beta$ ), gerando assim dois novos eixos rotacionais: o eixo direto ( $d$ ) e eixo de quadratura ( $q$ ). Tal transformação torna as componentes antes senoidais que possuíam velocidade angular múltipla de  $\omega$  em sinais CC.

Essa simplificação será de grande utilidade na diminuição da complexidade das características e dinâmicas da máquina, tornando componentes antes variáveis no tempo em constante, como a indutância, por exemplo. Na Figura 2.3, é possível observar a posição relativa entre os eixos estacionários ( $\alpha, \beta$ ) e os eixos rotacionais ( $d, q$ ), a qual é representada pelo ângulo  $\theta$ . Tal ângulo pode também ser representado por  $\omega t$  na aplicação de máquinas síncronas, sendo  $\omega$  velocidade angular e  $t$  o tempo.

Figura 2.3 – Relação entre os eixos  $\alpha\beta$  e  $dq$ .



Fonte: Próprio Autor.

Pode-se obter as variáveis no referencial síncrono aplicando a transformada de Park nas variáveis já em referencial ortogonal ( $U_{\alpha\beta}$ ), provenientes da transformada de Clark, através de,

$$\mathbf{U}_{dq} = \mathbf{K}_{dq} \times \mathbf{U}_{\alpha\beta}, \quad (2.5)$$

sendo o vetor das variáveis síncronas  $\mathbf{U}_{dq}$ ,

$$\mathbf{U}_{dq}^T = [U_d \quad U_q \quad U_0], \quad (2.6)$$

e a matriz de Park direta  $\mathbf{K}_{dq}$ ,

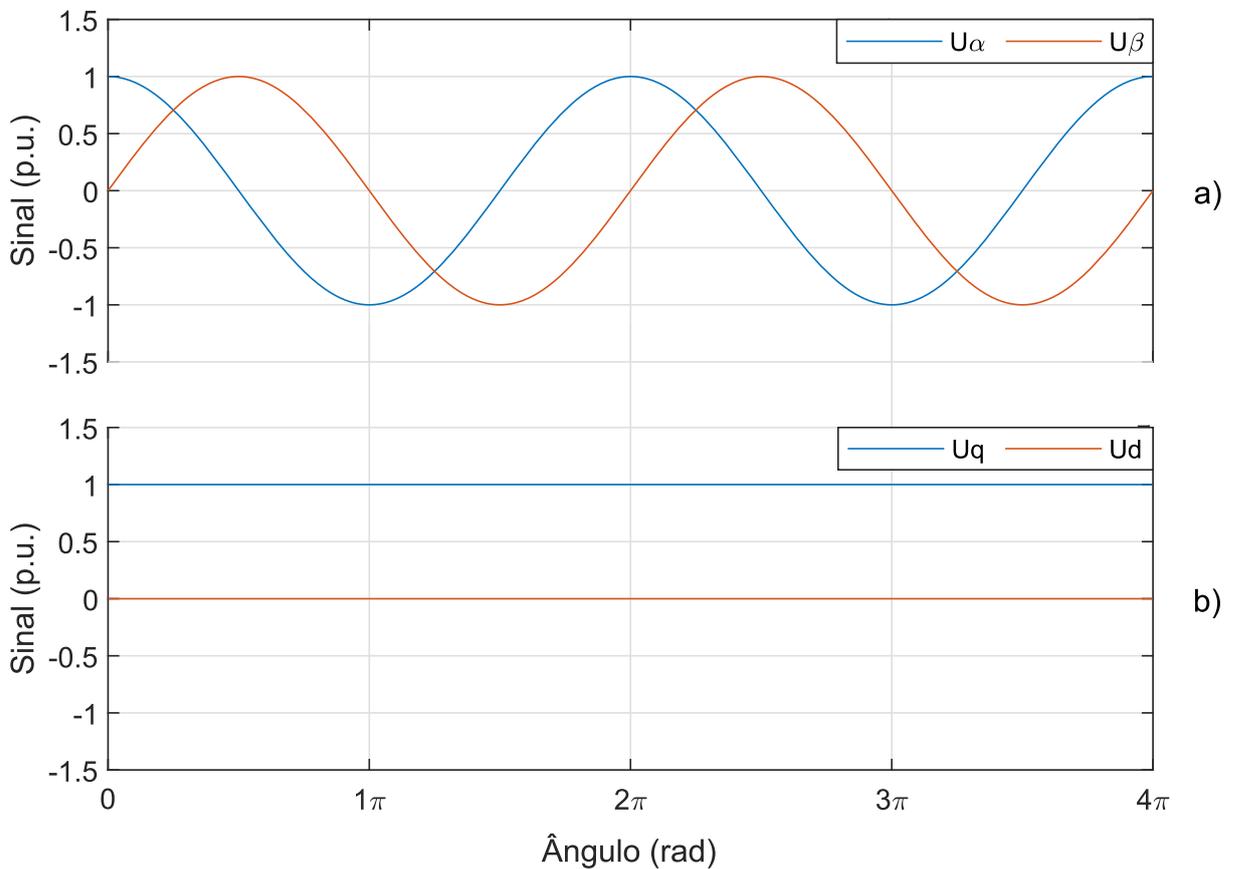
$$\mathbf{K}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Novamente, pode-se observar o terceiro elemento da transformada ( $U_0$ ), que é desprezado caso a hipótese de um sistema equilibrado for satisfeita. Também a  $\mathbf{K}_{dq}$  pode ser reescrita de forma mais compacta, considerando que o sistema é equilibrado, tornando-se uma simples matriz de rotação,

$$\mathbf{T}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \text{sen}(\omega t) \\ -\text{sen}(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Pode-se observar a transformada de Park, partindo de um sistema com referencial síncrono ( $\alpha, \beta$ ) para o sistema referencial rotacional na Figura 2.4.

Figura 2.4 – Transformada de Park. (a) Sinal após transformada de Clark, (b) sinal após transformada de Park.



Fonte: Próprio autor.

Por questões de comodidade, pode-se combinar as duas transformadas de Clark e Park em uma só, afim de realizar de forma direta a conversão do sistema de coordenadas trifásico ( $A, B, C$ ) em coordenadas síncronas ( $d, q$ ), através de,

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{dq} &= \mathbf{K}_{dq}(\mathbf{K}_{\alpha\beta} \times \mathbf{U}_{abc}) \\ &= \mathbf{K} \times \mathbf{U}_{abc}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \text{sen}(\omega t) & 0 \\ -\text{sen}(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix} \\ &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \text{sen}(\omega t) & \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

De forma similar, também é possível realizar o processo inverso, ou seja, transformar variáveis síncronas em trifásicas. Para tal, utiliza-se a matriz de transformação inversa  $\mathbf{K}^{-1}$ ,

$$\mathbf{U}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \times \mathbf{U}_{dq}, \quad (2.11)$$

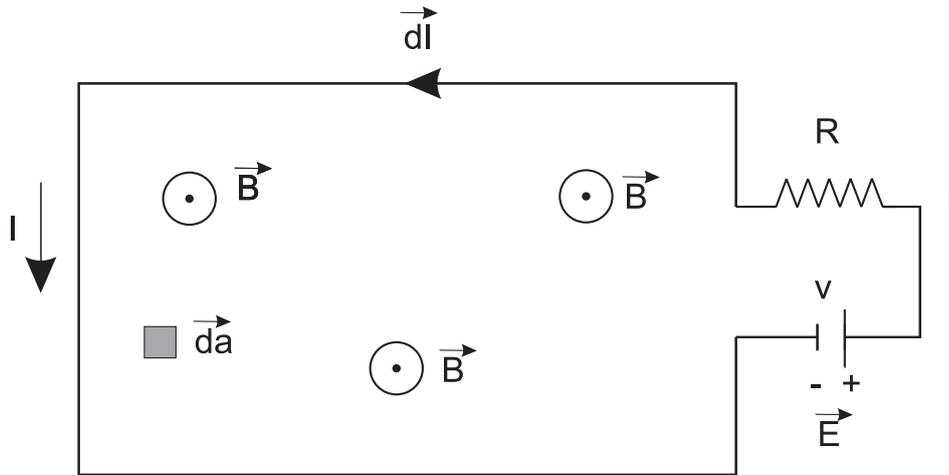
onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{-1} &= \left( \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \text{sen}(\omega t) & \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \text{sen}(\omega t) & 1 \\ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

## 2.2 MODELO ELEMENTAR DA MÁQUINA

Pode-se realizar o equacionamento das dinâmicas elétricas da máquina IPMSM partindo de um modelo de máquina elementar. Segundo Bilgin Berker; Emadi (2019), esse modelo é representado por uma bobina de apenas um enrolamento, submersa em um fluxo com sentido para cima do plano da imagem e variável no tempo, representado por  $\vec{B}$ ; uma área infinitesimal  $\vec{da}$ ; uma resistência  $R$ ; uma corrente circulando  $I$ ; uma fonte de tensão em linha  $v$  e um campo elétrico  $\vec{E}$ , como demonstrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Máquina elementar.



Fonte: Adaptado de Bilgin Berker; Emadi (2019).

Aplicando a lei de Faraday no circuito elementar obtém-se,

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{a}, \quad (2.13)$$

$$-v + iR = -\frac{d\varphi}{dt}.$$

Logo,

$$v = iR + \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.14)$$

Expandindo o número de enrolamento da bobina de apenas um para  $N$ ,

$$v = iR + N \frac{d\varphi}{dt} = iR + \frac{d\lambda}{dt}, \quad (2.15)$$

onde  $\lambda$  é o fluxo concatenado, resultante da multiplicação do fluxo de apenas um enrolamento ( $\varphi$ ) por  $N$ .

### 2.3 MÁQUINA DE IMÃS PERMANENTES BIFÁSICA

Nesta seção serão modeladas as dinâmicas elétricas de uma máquina de ímãs permanentes bifásica, a partir da máquina elementar apresentada na seção anterior. Equacionando uma máquina de apenas duas fases ao invés de três, o processo torna-se consideravelmente mais compreensível, e, posteriormente, para obter a equivalência entre o modelo bifásico e o trifásico, será aplicada a transformada inversa de Clark.

As dinâmicas elétricas serão inicialmente definidas no referencial estático e, a seguir, será realizada a conversão para coordenadas síncronas, através da transformada

de Park. Por fim, serão descritas as dinâmicas mecânicas.

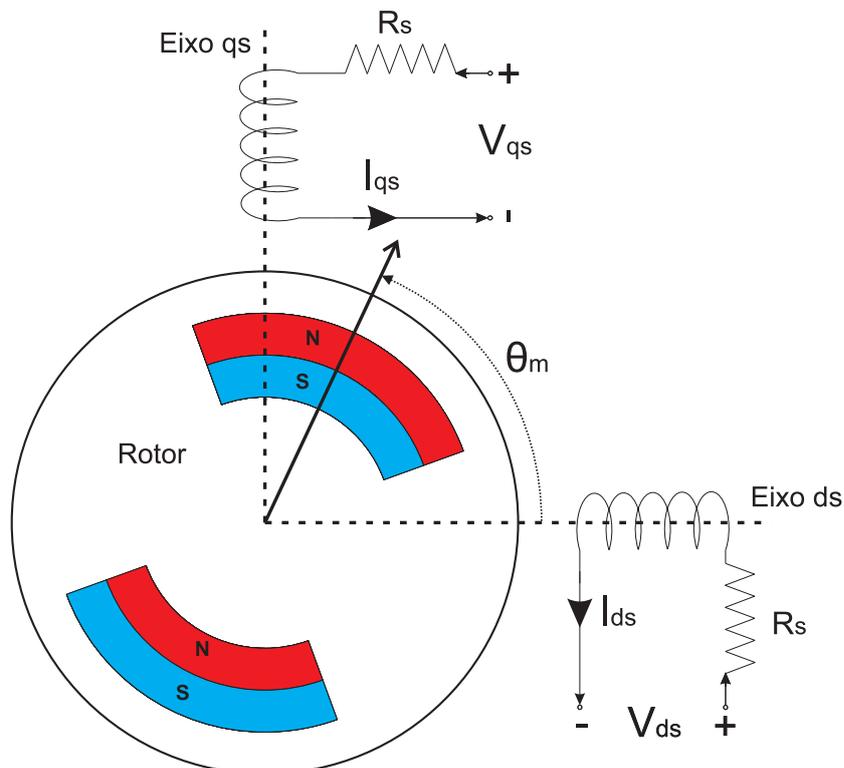
### 2.3.1 Modelagem elétrica em referencial estático

Na modelagem das dinâmicas elétricas da máquina PMSM (correntes e tensões) serão utilizadas as seguintes hipóteses, assim como proposto por Krishnan (2009):

- A saturação e a variação de parâmetros da máquina serão desconsideradas;
- As bobinas do estator são balanceadas e possuem uma MMF senoidal;
- As resistências estáticas em cada fase são iguais entre si;
- Perdas no entreferro não serão contabilizadas;
- A indutância varia de forma senoidal com o movimento do rotor.

Assim como pode-se observar na Figura 2.6, no estator da máquina estão presentes duas fases (eixos  $d$  e  $q$ ) e, no rotor, dois ímãs permanentes com seus polos alinhados. O módulo do fluxo concatenado advindo dos ímãs é representado por  $\lambda_{af}$ ; o deslocamento mecânico por  $\theta_m$ ; as correntes estáticas por  $i_d^s, i_q^s$ ; as tensões nos enrolamentos por  $v_d^s, v_q^s$  e as resistências estáticas  $R_s$ .

Figura 2.6 – Máquina PMSM bifásica.



Fonte: Adaptado de Krishnan (2009).

Vale ressaltar que eixo direto ( $ds$ ) e de quadratura ( $qs$ ) são estatóricos, sendo análogos aos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente. Ademais, a posição rotórica elétrica ( $\theta_e$ ) se relaciona com a posição rotórica mecânica ( $\theta_m$ ), através de,

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m, \quad (2.16)$$

onde  $P$  é o número de polos.

Adaptando-se a equação da máquina elementar (2.15) na máquina bifásica PMSM obtém-se,

$$\mathbf{v}_{qd}^s = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{qd}^s + \frac{d}{dt} \lambda_{qd}^s \quad (2.17)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{qd}^{s\top} &= \begin{bmatrix} v_q^s & v_d^s \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_s &= \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}, \\ \mathbf{i}_{qd}^{s\top} &= \begin{bmatrix} i_q^s & i_d^s \end{bmatrix}, \\ \lambda_{qd}^{s\top} &= \begin{bmatrix} \lambda_q^s & \lambda_d^s \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

O fluxo pode ser decomposto em duas parcelas: a primeira é o produto da corrente e indutância da fase e a segunda, a componente devido ao ímã permanente ( $\lambda_{af}$ ). Tendo em vista que o ímã está rotacionando junto ao rotor, seu fluxo varia de forma senoidal nos eixos  $ds$  e  $qs$ , sendo possível descrevê-lo através de,

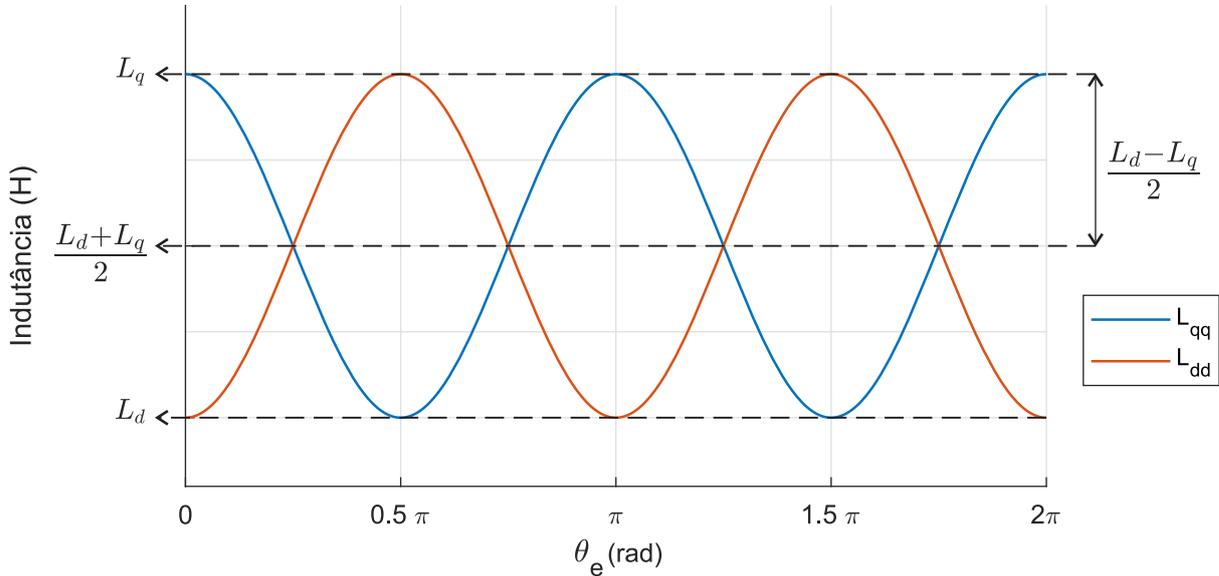
$$\begin{bmatrix} \lambda_q^s \\ \lambda_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{qq} & L_{qd} \\ L_{dq} & L_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \lambda_{af} \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta_e) \\ \text{cos}(\theta_e) \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

onde  $L_{qq}$  e  $L_{dd}$  representam autoindutâncias dos eixos  $qs$  e  $ds$ ;  $L_{qd}$  e  $L_{dq}$ , as indutâncias mútuas entre os eixos direto e de quadratura e, devido à simetria entre os eixos, pode-se considerar  $L_{qd} = L_{dq}$ .

No equacionamento das autoindutâncias, deve-se observado o valor das mesmas com o rotor em duas diferentes posições: uma alinhada ao eixo  $ds$  e outra ao eixo  $qs$ . Quando o rotor encontra-se alinhado com o eixo  $ds$ , a relutância observada pelo eixo direto é máxima (denominada  $L_d$ ), devido aos ímãs possuir permeabilidade magnética semelhante à apresentada no ar e menor que a do ferro do rotor. Em contraponto, quando o rotor estiver alinhado com o eixo  $qs$ , a relutância observada no eixo direto é mínima (denominada  $L_q$ ), pois não possui o incremento de entreferro do ímã. Tendo em vista que relutância e indutância são inversamente proporcionais, denomina-se  $L_q$  e  $L_d$  a maior e a menor indutância, respectivamente.

Em razão dos eixos  $ds$  e  $qs$  estarem posicionados em quadratura, a autoindutância entre o eixos  $qs$  e  $ds$  está defasada em  $90^\circ$ , como pode ser observado na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Variação das autoindutâncias com a rotação do rotor.



Fonte: Próprio autor.

O equacionamento das autoindutâncias pode ser dado por,

$$\begin{aligned} L_{qq} &= \frac{1}{2}(L_q + L_d) + \frac{1}{2}(L_q - L_d)\cos(2\theta_e), \\ L_{dd} &= \frac{1}{2}(L_q + L_d) - \frac{1}{2}(L_q - L_d)\cos(2\theta_e). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Definindo variáveis auxiliares  $L_1$  e  $L_2$ ,

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{2}(L_q + L_d), \\ L_2 &= \frac{1}{2}(L_q - L_d), \end{aligned} \quad (2.21)$$

e, substituindo (2.21) em (2.20), obtêm-se,

$$\begin{aligned} L_{qq} &= L_1 + L_2\cos(2\theta_e), \\ L_{dd} &= L_1 - L_2\cos(2\theta_e). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Para análise da indutância mútua, deve-se observar que, quando o rotor estiver alinhado com qualquer um dos eixos, não haverá acoplamento entre as indutâncias. No entanto, essa possuirá seu valor máximo quando o rotor estiver alinhado entre os eixos ( $\theta_e = -45^\circ$ ) (KRISHNAN, 2009). Com isso, o equacionamento é definido por,

$$L_{qd} = \frac{1}{2}(L_q - L_d)\sen(2\theta_e) = -L_2\sen(2\theta_e) \quad (2.23)$$

A indutância mútua em máquinas que possuam o rotor não saliente, como a máquina de indução ou SPMSM, é próxima de nula. Porém, na máquina IPMSM, devido aos ímãs ficarem posicionados no interior do rotor, surge uma relutância desequilibrada entre os eixos e, conseqüentemente, é gerada a indutância mútua.

Na máquina de rotor não saliente, que possui  $L_q \approx L_d$ , segundo (2.21), tem-se  $L_2 = \frac{1}{2} \cdot (0) = 0$ , conseqüentemente,

$$L_{qd} = -0(2\theta_e) = 0. \quad (2.24)$$

Logo, no caso de rotor saliente ( $L_q \neq L_d$ ), tem-se  $L_{qd} \neq 0$ . Devido à este trabalho tratar de máquinas IPMSM, a qual possui polos salientes, é evidente que a indutância mútua será considerada nas equações seguintes.

Visando obter a equação do fluxo concatenado, substitui-se (2.22) e (2.24) em (2.19),

$$\begin{bmatrix} \lambda_q^s \\ \lambda_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_e) & -L_2 \sin(2\theta_e) \\ -L_2 \sin(2\theta_e) & L_1 - L_2 \cos(2\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \lambda_{af} \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Substituindo equação que descreve os fluxos (2.25) na equação da máquina IPMSM bifásica elementar (2.17), é obtido,

$$\begin{bmatrix} v_q^s \\ v_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left( \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_e) & -L_2 \sin(2\theta_e) \\ -L_2 \sin(2\theta_e) & L_1 - L_2 \cos(2\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \lambda_{af} \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \right), \quad (2.26)$$

e, expandindo as derivadas,

$$\begin{bmatrix} v_q^s \\ v_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_e(t)) & -L_2 \sin(2\theta_e(t)) \\ -L_2 \sin(2\theta_e(t)) & L_1 - L_2 \cos(2\theta_e(t)) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_e(t)) & -L_2 \sin(2\theta_e(t)) \\ -L_2 \sin(2\theta_e(t)) & L_1 - L_2 \cos(2\theta_e(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \lambda_{af} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \sin(\theta_e(t)) \\ \cos(\theta_e(t)) \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Para obtenção da solução da derivada das funções cossenoides em (2.27), faz-se necessário aplicar a regra da cadeia, tendo em vista que a posição angular do rotor é dependente do tempo tempo ( $\theta_e(t) = \omega_e \cdot t$ ). Tal propriedade consistem em,

$$\begin{aligned} \frac{d\cos(\theta_e(t))}{dt} &= \frac{d\cos(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)} \cdot \frac{d\theta_e(t)}{dt} = -\sin(\theta_e(t)) \cdot \omega_e, \\ \frac{d\sin(\theta_e(t))}{dt} &= \frac{d\sin(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)} \cdot \frac{d\theta_e(t)}{dt} = \cos(\theta_e(t)) \cdot \omega_e. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Substituindo (2.28) em (2.27), obtém-se a equação final das dinâmicas elétricas em referencial estatórico,

$$\begin{bmatrix} v_q^s \\ v_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_e) & -L_2 \sin(2\theta_e) \\ -L_2 \sin(2\theta_e) & L_1 - L_2 \cos(2\theta_e) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + 2\omega_e L_2 \begin{bmatrix} -\sin(2\theta_e) & -\cos(2\theta_e) \\ -\cos(2\theta_e) & \sin(2\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \lambda_{af} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ -\sin(\theta_e) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

### 2.3.2 Modelagem elétrica em referencial síncrono

Pode-se observar em (2.29) que a indutância é variável no tempo por ser dependente da posição do rotor. Modificando o referencial de estatórico para síncrono, a indutância variável será transformada em constante. Afim de realizar a transformação do referencial estatórico para síncrono, escreve-se a tensão e corrente estatóricas ( $\mathbf{v}_{qd}^s$  e  $\mathbf{i}_{qd}^s$ ) em função da tensão e corrente síncronas ( $\mathbf{v}_{qd}^r$  e  $\mathbf{i}_{qd}^r$ ), utilizando a transformada inversa de Park (2.7). Considerando o sistema equilibrado, pode-se utilizar o inverso da matriz de rotação  $\mathbf{T}_{dq}$  (2.8),

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{qd}^s &= \mathbf{T}_{dq}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{qd}^r, \\ \mathbf{i}_{qd}^s &= \mathbf{T}_{dq}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{qd}^r, \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{qd}^{sI} &= \begin{bmatrix} v_q^r & v_d^r \end{bmatrix}, \\ \mathbf{i}_{qd}^{sI} &= \begin{bmatrix} i_q^r & i_d^r \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{dq}^{-1} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Substituindo (2.30) em (2.29), é obtida a equação que descreve as dinâmicas elétricas da máquina em referencial síncrono,

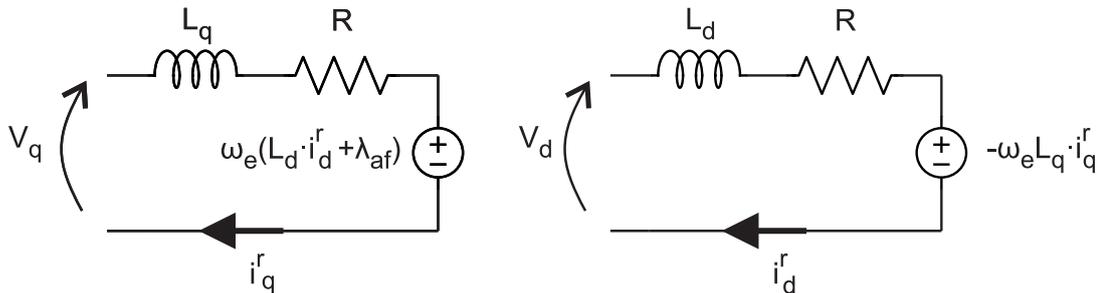
$$\begin{bmatrix} v_q^r \\ v_d^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & 0 \\ 0 & L_d \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_q^r \\ i_d^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & \omega_e L_d \\ -\omega_e L_q & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^r \\ i_d^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_e \lambda_{af} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

e, expandindo em expressões, obtêm-se,

$$\begin{aligned} v_q^r &= L_q \cdot \frac{di_q^r}{dt} + R \cdot i_q^r + \omega_e \cdot (L_d \cdot i_d^r + \lambda_{af}), \\ v_d^r &= L_d \cdot \frac{di_d^r}{dt} + R \cdot i_d^r + \omega_e \cdot (-L_q \cdot i_q^r). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Pode-se representar (2.33) através de dois circuitos equivalentes, como observado na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Representação das tensões em coordenadas síncronas.



Fonte: Próprio Autor.

Através de (2.33), é possível isolar as derivadas das correntes afim de obter as equações diferenciais que descrevem o comportamento das mesmas,

$$\begin{aligned} \frac{di_q^r}{dt} &= \frac{(v_q^r - (R \cdot i_q^r + \omega_e \cdot L_d \cdot i_d^r + \omega_e \cdot \lambda_{af}))}{L_q}, \\ \frac{di_d^r}{dt} &= \frac{(v_d^r - (R \cdot i_d^r - \omega_e \cdot L_q \cdot i_q^r))}{L_d}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Por fim, deve-se relacionar as variáveis síncronas com as trifásicas. Para isso, utiliza-se a matriz de transformação  $\mathbf{K}$  (2.10), a qual combina as transformadas de Clark e Park. Para transformar as correntes e tensões trifásicas,  $i_{abc}$  e  $v_{abc}$  em síncronas, utiliza-se,

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{dq0}^r &= \mathbf{K} \times \mathbf{i}_{abc}, \\ \mathbf{v}_{dq0}^r &= \mathbf{K} \times \mathbf{v}_{abc}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde os vetores são descritos por,

$$\begin{aligned} (\mathbf{i}_{dq0}^r)^T &= [i_d^r \quad i_q^r \quad i_0^r], \\ (\mathbf{v}_{dq0}^r)^T &= [v_d^r \quad v_q^r \quad v_0^r], \\ \mathbf{i}_{abc}^T &= [i_a \quad i_b \quad i_c], \\ \mathbf{v}_{abc}^T &= [v_a \quad v_b \quad v_c]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Deve-se ressaltar que a terceira componente das variáveis nas coordenadas síncronas será desprezada, pois considera-se um sistema equilibrado ( $i_0^r = v_0^r = 0$ ). Também é necessário definir a transformação inversa, isto é, converter de variáveis síncronas para trifásicas, utilizando-se a matriz inversa de transformação  $\mathbf{K}^{-1}$  (2.12),

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{abc} &= \mathbf{K}^{-1} \times \mathbf{i}_{dqo}^r, \\ \mathbf{v}_{abc} &= \mathbf{K}^{-1} \times \mathbf{v}_{dqo}^r. \end{aligned} \quad (2.37)$$

### 2.3.3 Modelagem mecânica

Nessa seção será equacionado o torque eletromagnético gerado pela máquina e definido quais serão as dinâmicas mecânicas do sistema. Para tal, deve-se inicialmente considerar que a potência elétrica total de entrada ( $P_{in}$ ) da máquina é o produto das correntes pelas tensões trifásicas,

$$P_{in} = \mathbf{v}_{abc}^T \times \mathbf{i}_{abc} = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c. \quad (2.38)$$

Substituindo (2.37) em (2.38), obtém-se a representação da potência através de variáveis síncronas,

$$\begin{aligned} P_{in} &= (\mathbf{K}^{-1} \times \mathbf{v}_{dqo}^r)^T \times \mathbf{K}^{-1} \times \mathbf{v}_{dqo}^r \\ &= \frac{3}{2} [v_q^r \cdot i_q^r + v_d^r \cdot i_d^r + 2 \cdot v_0^r \cdot i_0^r], \end{aligned} \quad (2.39)$$

e, considerando o sistema equilibrado, pode-se descartar a expressão  $2 \cdot v_0^r \cdot i_0^r$ , obtendo-se,

$$P_{in} = \frac{3}{2} [v_q^r \cdot i_q^r + v_d^r \cdot i_d^r]. \quad (2.40)$$

Substituindo as tensões síncronas (2.33) em (2.40), obtém-se,

$$P_{in} = \frac{3}{2} R \cdot (i_q^{r2} + i_d^{r2}) + \frac{3}{2} \omega_e \cdot (\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d^r) i_q^r + \frac{3}{2} (L_d \cdot i_d^r \cdot \frac{di_q^r}{dt} + L_q \cdot i_q^r \cdot \frac{di_d^r}{dt}), \quad (2.41)$$

sendo essa equação composta de três termos: potência dissipada em perdas Joule, potência mecânica e energia armazenada no campo magnético dos enrolamentos, respectivamente. Logo, é possível descrever a potência mecânica através de,

$$P_{mec} = \frac{3}{2} \omega_e \cdot (\lambda_{af} + (L_d - L_q) \cdot i_d^r) \cdot i_q^r. \quad (2.42)$$

Tendo em vista que a potência mecânica pode ser descrita por,

$$P_{mec} = \tau_e \cdot \omega_m = \tau_e \cdot \frac{2}{P} \omega_e \quad (2.43)$$

pode-se substituir (2.43) em (2.42), afim de obter o torque eletromagnético. Sendo assim,

$$\tau_e \cdot \frac{2}{P} \cdot \omega_e = \frac{3}{2} \omega_e \cdot (\lambda_{af} + (L_d - L_q) \cdot i_d^r) \cdot i_q^r, \quad (2.44)$$

e, isolando  $\tau_e$ , obtém-se,

$$\tau_e = \frac{3P}{4} \cdot (\lambda_{af} + (L_d - L_q) \cdot i_d^r) \cdot i_q^r. \quad (2.45)$$

Afim de observar as diferentes origens do torque, pode-se expandir (2.45), de tal modo,

$$\tau_e = \frac{3P}{4} \lambda_{af} i_q^r + \frac{3P}{4} (L_d - L_q) i_d^r \cdot i_q^r, \quad (2.46)$$

podendo-se inferir que o torque é composto por duas parcelas: a primeira é o torque gerado pela interação dos ímãs do rotor com o campo gerado pela corrente de quadratura (alinhamento dos campos) e a segunda é o torque de relutância, o qual é composto pelo produto da diferença entre as indutâncias e o produto das correntes (VAS, 1998).

Conforme Halliday Robert Resnick (2007), a segunda lei de Newton enuncia que a soma das forças aplicadas em um corpo é equivalente ao produto da massa e aceleração do mesmo, logo, para sistemas rotacionais, pode-se determinar,

$$\sum \tau = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt}, \quad (2.47)$$

onde  $\tau$  representa os diversos torques que interagem no rotor e  $J$  o momento de inércia do mesmo.

Afim de obter a equação diferencial que descreve a posição do rotor, é necessário isolar a derivada da velocidade angular de (2.47),

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{\sum \tau}{J}. \quad (2.48)$$

Resta determinar, ainda, o somatório dos torques, o qual pode ser descrito pelo conjunto do torque eletromagnético gerado pela máquina ( $\tau_e$ ), do torque da carga ( $\tau_l$ ) e também pelo torque do atrito viscoso do rotor ( $B \cdot \omega_m$ ), sendo B o coeficiente de atrito viscoso,

$$\sum \tau = \tau_e - \tau_l - B \cdot \omega_m. \quad (2.49)$$

Por fim, pode-se obter o comportamento dinâmico da velocidade, substituindo (2.49)

em (2.48),

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{\tau_e - \tau_l - B \cdot \omega_m}{J}. \quad (2.50)$$

### 2.3.4 Modelo discreto

Para obter o modelo discreto da máquina, será utilizado o método de Euler. Esse método, conforme Atkinson Weimin Han (2009), para uma função genérica  $u(s)$ , utilizando um período de amostragem  $T_s$ , pode ser definido por,

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u_{(k+1)} - u_{(k)}}{T_s}. \quad (2.51)$$

Substituindo (2.51) nas equações diferenciais das tensões de cada eixo (2.34) e da velocidade (2.50), obtém-se,

$$\begin{aligned} \frac{i_q^r(k+1) - i_q^r(k)}{T_s} &= \frac{(v_q^r(k) - (R \cdot i_q^r(k) + \omega_{e(k)} \cdot L_d \cdot i_{ds}^r(k) + \omega_{e(k)} \cdot \lambda_{af}))}{L_q}, \\ \frac{i_d^r(k+1) - i_d^r(k)}{T_s} &= \frac{(v_d^r(k) - (R \cdot i_{ds}^r(k) - \omega_{e(k)} \cdot L_q \cdot i_q^r(k)))}{L_d}, \\ \frac{\omega_m(k+1) - \omega_m(k)}{T_s} &= \frac{\tau_e - \tau_l - B \cdot \omega_m(k)}{J}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Finalmente, para obter as equações discretas que descrevem as dinâmicas da máquina, deve-se isolar o termo do estado futuro ( $k + 1$ ),

$$\begin{aligned} i_q^r(k+1) &= i_q^r(k) + T_s \cdot \frac{(v_q^r(k) - (R \cdot i_q^r(k) + \tau_{e(k)} \cdot L_d \cdot i_{ds}^r(k) + \omega_{e(k)} \cdot \lambda_{af}))}{L_q}, \\ i_d^r(k+1) &= i_d^r(k) + T_s \cdot \frac{(v_d^r(k) - (R \cdot i_{ds}^r(k) + -\omega_{e(k)} \cdot L_q \cdot i_q^r(k)))}{L_d}, \\ \omega_m(k+1) &= \omega_m(k) + T_s \cdot \frac{\tau_e - \tau_l - B_m(k)}{J}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

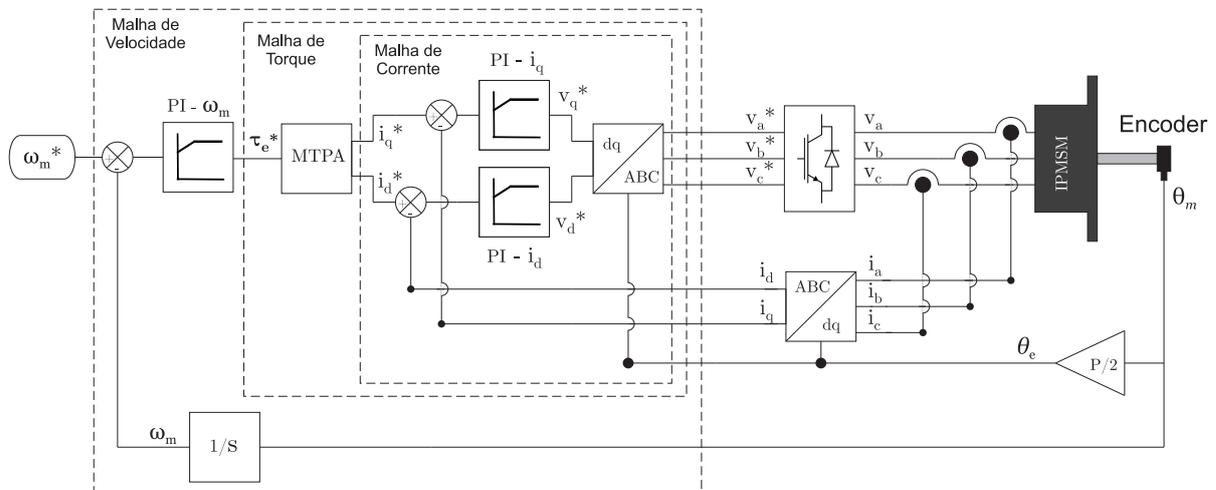
## 2.4 CONTROLE DA MÁQUINA IPMSM

Nesta seção serão projetados os controladores de velocidade, torque e corrente. Para o funcionamento da malha de controle, inicialmente a posição mecânica do rotor ( $\theta_m$ ) é extraída através do *encoder* acoplado ao eixo. Para a obtenção da velocidade mecânica ( $\omega_m$ ), deve-se derivar a posição do rotor. A posição angular elétrica ( $\theta_e$ ) é obtida conforme a relação descrita em (2.16). Além dessas transformações, os blocos ABC/dq e

dq/ABC performam as operações de mudanças de referencial descritas em (2.35) e (2.36), respectivamente.

As correntes de referência do eixo de quadratura e direto são representadas por  $i_q^*$  e  $i_d^*$ ; as tensões de referência dos eixos  $d$  e  $q$ , por  $v_q^*$  e  $v_d^*$ ; torque de referência, por  $\tau_e^*$  e velocidade mecânica do rotor, por  $\omega_m^*$ . Afim de sintetizar as tensões de referência  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  e  $v_c^*$ , é utilizado um inversor de frequência, o qual será descrito na seção 2.5. Nas malhas de velocidade e corrente são empregados controladores PI's, enquanto na de torque, o algoritmo MTPA, como pode ser observado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Esquemático da planta controlada.



Fonte: Próprio Autor.

Na definição do controlador a ser utilizado, deve-se obter um compromisso entre o desempenho ofertado e o custo para implementação do mesmo. Dependendo das dinâmicas encontradas na planta, diferentes demandas podem ser requeridas ao controlador, tais como, controle não linear ou frequência de execução elevada, o que acarretam em leis que consomem mais tempo de processamento e memória utilizada do microcontrolador, podendo tornar-se inviável a implementação dessa lei no *hardware* disponível. Logo, nas próximas subseções, serão determinados os controladores lineares e não lineares visando o maior desempenho com o menor custo computacional possível.

#### 2.4.1 Controladores lineares

Nesta subseção, serão linearizadas as dinâmicas da máquina IPMSM, para possibilitar a implementação de leis de controles lineares, que, inerentemente, fazem uso de baixo recurso computacional. Após esse processo, serão projetados os controladores de corrente e velocidade.

### 2.4.1.1 Modelo linear da máquina IPMSM

No processo de linearização das dinâmicas de corrente da máquina, é possível considerar componentes dependentes da velocidade angular como distúrbios, pois as dinâmicas de velocidade do rotor são extremamente mais lentas do que as elétricas (ABAD, 2016). Logo, o controlador será capaz de rejeitar tais distúrbios.

Considerando distúrbios os termos dependentes da velocidade angular ( $\omega_e$ ) da equação que descreve as tensões em cada eixo (2.33), obtêm-se,

$$\begin{aligned} v_q^r &= L_q \cdot \frac{di_q^r}{dt} + R \cdot i_q^r + D_q, \\ v_d^r &= L_d \cdot \frac{di_d^r}{dt} + R \cdot i_{ds}^r + D_d, \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde  $D_q$  e  $D_d$  são os distúrbios no eixo de quadratura e direto, os quais podem ser descritos por,

$$\begin{aligned} D_d &= \omega_e (L_d \cdot i_{ds}^r + \lambda_{af}), \\ D_q &= -\omega_e (L_q \cdot i_q^r). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Com o propósito de observar as tensões nos eixos no domínio da frequência, para posteriormente definir as funções de transferência que descrevam tais dinâmicas, pode-se aplicar a transformada de *Laplace*. Aplicando-a em (2.54), considerando as condições iniciais nulas e desconsiderando os distúrbios, para a tensão no eixo  $q$ , obtêm-se,

$$\begin{aligned} V_q^r(s) &= L_q \cdot sI_q^r(s) + R \cdot I_q^r(s) + D_q \\ &= I_q^r(s) \cdot (L_q \cdot s + R), \end{aligned} \quad (2.56)$$

e, para a do eixo  $d$ ,

$$\begin{aligned} V_d^r(s) &= L_d \cdot I_d^r(s) + R \cdot sI_{ds}^r(s) + D_d \\ &= I_d^r(s) \cdot (L_d \cdot s + R). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Para obter a função de transferência  $G(s) = \frac{I(s)}{V(s)}$  da tensão no eixo  $q$ , a partir de (2.56), obtêm-se,

$$G_q(s) = \frac{V_q^r(s)}{I_q^r(s)} = \frac{1}{L_q \cdot s + R} = \frac{\frac{1}{L_q}}{s + \frac{R}{L_q}}, \quad (2.58)$$

e, para a tensão no eixo  $d$ , a partir de (2.57),

$$G_d(s) = \frac{V_d^r(s)}{I_d^r(s)} = \frac{1}{L_d \cdot s + R} = \frac{\frac{1}{L_d}}{s + \frac{R}{L_d}}. \quad (2.59)$$

Definidas as funções de transferência das dinâmicas elétricas, resta determinar a

função de transferência para as dinâmicas mecânicas. Para tal, considera-se o torque da carga como distúrbio ( $D_w = \tau_l$ ) em (2.50), obtendo-se,

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{\tau_e - B \cdot \omega_m - D_w}{J}. \quad (2.60)$$

Novamente, aplicando a transformada de Laplace, considerando as condições iniciais nulas, desconsiderando o distúrbio e colocando o  $\omega_m$  em evidência, tem-se,

$$W_m(s) \cdot (Js + B) = T_e(s). \quad (2.61)$$

A partir de (2.61), pode-se definir a função de transferência para as dinâmicas mecânicas,

$$G_\omega(s) = \frac{W_m(s)}{T_e(s)} = \frac{1}{Js + B} = \frac{\frac{1}{J}}{s + \frac{B}{J}}. \quad (2.62)$$

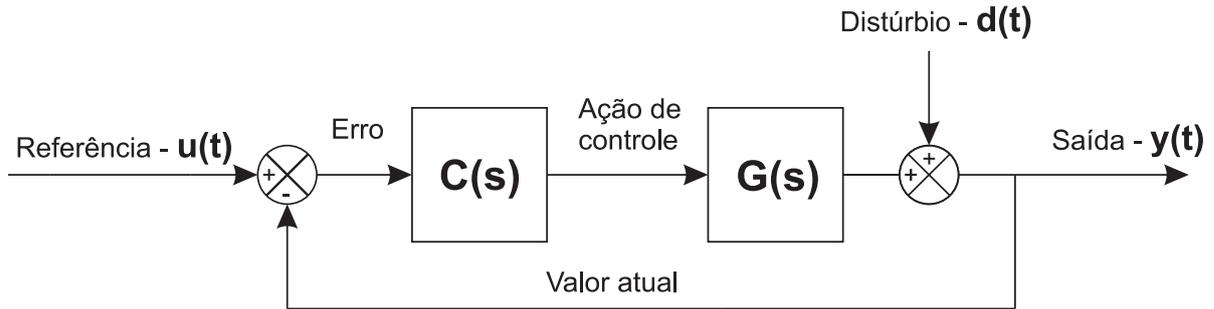
Por questões de melhor apresentação das equações nas próximas seções, as correntes síncronas  $i_d^r$  e  $i_q^r$  serão representadas por  $i_d$  e  $i_q$ , respectivamente.

#### 2.4.1.2 Projeto dos controladores lineares

Visto que já foi obtido o modelo linear da máquina IPMSM (2.59) e (2.62), é possível projetar os controladores lineares para o controle da velocidade angular ( $\omega_m$ ) e das correntes síncronas ( $i_d, i_q$ ), utilizando as funções de transferência. Entre os controladores lineares, o PI é usualmente utilizado no controle síncrono de máquinas, sendo este um padrão industrial há mais de trinta anos (ROWAN; KERKMAN, 1986), pois logra de um satisfatório desempenho em regime permanente e transitório, atrelado a um baixo custo computacional. Não se utiliza o termo derivador para uma maior simplicidade da lei de controle, tendo em vista que o PI obtém um desempenho adequado para muitas das aplicações requeridas.

Afim de determinar o comportamento da planta controlada, deve-se determinar a função de transferência em malha fechada  $G_{cl}(s)$ . É possível observar na Figura 2.10 o diagrama de blocos que representa o sistema em malha fechada, onde  $C(s)$  representa o controlador,  $G(s)$  a função de transferência da planta,  $u(t)$  a referência,  $y(t)$  a saída da planta e  $d(t)$  o distúrbio do sistema.

Figura 2.10 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.



Fonte: Próprio Autor.

A função de transferência em malha fechada pode ser determinada através de,

$$G_{cl}(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)}. \quad (2.63)$$

Já determinadas as funções de transferência das plantas  $G(s)$  (2.59 e 2.62), resta obter a função de transferência dos controladores  $C(s)$ . Para tal, define-se a equação genérica do controlador PI,

$$G_{PI} = k_p + \frac{k_i}{s}, \quad (2.64)$$

onde  $k_p$  e  $k_i$  são o ganho proporcional e integrador.

Partindo da equação genérica do PI (2.64), pode-se determinar os controladores  $G_{PI_n}$  (da velocidade angular),  $G_{PI_q}$  (da corrente  $i_q^r$ ) e  $G_{PI_d}$  (da corrente  $i_d^r$ ),

$$\begin{aligned} G_{PI_n} &= k_{pn} + \frac{k_{in}}{s}, \\ G_{PI_q} &= k_{pq} + \frac{k_{iq}}{s}, \\ G_{PI_d} &= k_{pd} + \frac{k_{id}}{s}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

onde  $k_{pn}$ ,  $k_{pq}$  e  $k_{pd}$  são os ganhos proporcionais e  $k_{in}$ ,  $k_{iq}$  e  $k_{id}$  são os ganhos integrais.

Afim de determinar as funções de transferência em malha fechada, substitui-se as funções de transferência das plantas (2.59) e (2.62) e dos controladores (2.65) em (2.68),

obtendo-se,

$$\begin{aligned}
 G_{cln}(s) &= \frac{G_{PI\omega}(s) \cdot G_{\omega}(s)}{1 + G_{PI\omega}(s) \cdot G_{\omega}(s)} = \frac{\frac{k_{pn}}{J}s + \frac{k_{in}}{J}}{s^2 + \left(\frac{B+k_{pn}}{J}\right)s + \frac{k_{in}}{J}}, \\
 G_{clq}(s) &= \frac{G_{PIq}(s) \cdot G_q(s)}{1 + G_{PIq}(s) \cdot G_q(s)} = \frac{\frac{k_{pq}}{L_q}s + \frac{k_{iq}}{L_q}}{s^2 + \left(\frac{R_s+k_{pq}}{L_q}\right)s + \frac{k_{iq}}{L_q}}, \\
 G_{cld}(s) &= \frac{G_{PI d}(s) \cdot G_d(s)}{1 + G_{PI d}(s) \cdot G_d(s)} = \frac{\frac{k_{pd}}{L_d}s + \frac{k_{id}}{L_d}}{s^2 + \left(\frac{R_s+k_{pd}}{L_d}\right)s + \frac{k_{id}}{L_d}},
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

onde  $G_{cln}(s)$ ,  $G_{clq}(s)$  e  $G_{cld}(s)$  são as funções de transferência em malha fechada das correntes do eixo  $d$ , do eixo  $q$  e da velocidade mecânica  $W_m$ , respectivamente.

Tendo em vista que tais funções de transferência são de segunda ordem, pode-se realizar uma comparação das mesmas com a forma padrão de sistemas de segunda ordem, a qual, conforme Ogata (2015), dá-se por,

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \tag{2.67}$$

onde  $\omega_n$  representa a frequência natural não amortecida e  $\xi$ , o coeficiente de amortecimento.

As comparações entre as funções de transferência, assim como realizado por Scalcon (2019), podem ser descritas por,

$$\begin{aligned}
 G_{cln}(s) &= \frac{\frac{k_{pn}}{J}s + \frac{k_{in}}{J}}{s^2 + \left(\frac{B+k_{pn}}{J}\right)s + \frac{k_{in}}{J}} = \frac{2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_n\omega_n s + \omega_n^2}, \\
 G_{cld}(s) &= \frac{\frac{k_{pd}}{L_d}s + \frac{k_{id}}{L_d}}{s^2 + \left(\frac{R_s+k_{pd}}{L_d}\right)s + \frac{k_{id}}{L_d}} = \frac{2\xi_3\omega_d s + \omega_d^2}{s^2 + 2\xi_d\omega_d s + \omega_d^2}, \\
 G_{clq}(s) &= \frac{\frac{k_{pq}}{L_q}s + \frac{k_{iq}}{L_q}}{s^2 + \left(\frac{R_s+k_{pq}}{L_q}\right)s + \frac{k_{iq}}{L_q}} = \frac{2\xi_2\omega_q s + \omega_q^2}{s^2 + 2\xi_q\omega_q s + \omega_q^2},
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

onde  $\xi_n$ ,  $\xi_d$  e  $\xi_q$  são os coeficientes de amortecimento de cada sistema;  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_3$ , os coeficientes de amortecimentos obtido pelas igualdades entre as equações;  $\omega_n$ ,  $\omega_d$  e  $\omega_q$ , as frequências naturais não amortecidas dos sistemas da velocidade mecânica, das correntes do eixos  $d$  e  $q$ , respectivamente.

Observando os denominadores em (2.68), pode-se obter as seguintes igualdades

para os ganhos proporcionais,

$$\begin{aligned} k_{pn} &= 2\xi_n\omega_n J - B, \\ k_{pq} &= 2\xi_q\omega_q L_q - R_s, \\ k_{pd} &= 2\xi_d\omega_d L_d - R_s, \end{aligned} \quad (2.69)$$

e para os ganhos integrais,

$$\begin{aligned} k_{in} &= \omega_n^2 J, \\ k_{iq} &= \omega_q^2 L_q, \\ k_{id} &= \omega_d^2 L_d. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Uma vez projetados os controladores em tempo contínuo, resta discretizá-los para implementação em microcontroladores. Para tal, deve-se inicialmente determinar a equação da ação de controle para um sistema genérico,

$$u(t) = e(t) \cdot \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right), \quad (2.71)$$

onde  $u(t)$  é a ação de controle e  $e(t)$  é o erro entre o valor atual e a referência. Afim de isolar a derivada da ação de controle, deve-se expressar a equação (2.71) na forma expandida,

$$s \cdot u(s) = e(s) \cdot s \cdot k_p + e(s) \cdot k_i. \quad (2.72)$$

Substituindo a relação de Euler (2.51) em (2.72),

$$\frac{u_{(k+1)} - u_{(k)}}{T_s} = \frac{e_{(k+1)} - e_{(k)}}{T_s} \cdot k_p + e_{(k)} \cdot k_i, \quad (2.73)$$

resta, para obter a lei de controle discreta, isolar  $u_{(k+1)}$ ,

$$u_{(k+1)} = u_{(k)} + e_{(k+1)} \cdot (k_p) + e_{(k)} \cdot (k_i \cdot T_s - k_p), \quad (2.74)$$

e, trazendo o termo da esquerda  $u_{(k+1)}$  para o estado presente  $u_{(k)}$ , além de agrupar os termos relacionados aos erros, obtém-se,

$$u_{(k)} = u_{(k-1)} + e_{(k)} \cdot \alpha + e_{(k-1)} \cdot \beta, \quad (2.75)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes descritos por,

$$\begin{aligned} \alpha &= k_p, \\ \beta &= k_i \cdot T_s - k_p. \end{aligned} \quad (2.76)$$

## 2.4.2 Controlador de Torque

As correntes síncronas  $i_d$  e  $i_q$  são diretamente responsáveis pelo torque eletromagnético gerado, pela energia armazenada nos enrolamentos da máquina e pelas perdas Joule, sendo essas perdas as mais significativas dentre todas dissipações de energia (GUO et al., 2016). Pode-se reescrever as perdas Joule, representada pelo primeiro termo em (2.41), em função do módulo das correntes síncronas ( $i_s = \sqrt{i_q^2 + i_d^2}$ ),

$$P_{cu} = \frac{3}{2}R \cdot i_s^2, \quad (2.77)$$

em que  $P_{cu}$  representa a potência dissipada pelo efeito Joule.

É possível observar em (2.77) que, quanto maior o conjugado da corrente síncrona  $i_s$ , maiores serão as perdas. Assim, minimizando o módulo do conjugado da corrente para um determinado torque, obtém-se uma maior eficiência.

### 2.4.2.1 Controle linear de torque

Para determinar as correntes síncronas, dado um torque de referência, pode-se aplicar um controle linear, definindo  $i_d = 0$ . Tal estratégia elimina o torque de relutância e utiliza apenas o magnético. Esse controle é amplamente empregado em máquinas que não possuam diferenças significativas entre  $L_d$  e  $L_q$ , como por exemplo a SPMSM. Considerando  $i_d^* = 0$  para um determinado torque de referência  $\tau_e^*$ , obtém-se,

$$\begin{aligned} \tau_e^* &= \frac{3P}{4}(\lambda_{af} + (L_d - L_q) \cdot 0) \cdot i_q \\ &= \frac{3P}{4}(\lambda_{af}) \cdot i_q. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Pode-se definir a referência de corrente no eixo de quadratura ( $i_q^*$ ) isolando o termo  $i_q^r$  em (2.79),

$$i_q^* = \frac{3P}{4}(\lambda_{af}) \cdot \tau_e^*. \quad (2.79)$$

É possível observar em (2.79) que a relação entre o torque de referência e a corrente síncrona do eixo  $q$  é linear, tornando assim os cálculos extremamente simples e rápidos. Em contrapartida, apesar da simplicidade matemática da equação obtida, não se usufrui do torque de relutância, assim necessitando de um módulo de corrente  $i_s$  maior para sintetizar o torque eletromagnético quando comparado a outros métodos que utilizam o torque de relutância em conjunto ao magnético. Esse maior módulo de corrente acarreta maiores perdas Joule, como observado em (2.77), e também em um menor torque máximo disponível, visto que a máquina possui limitação no módulo de corrente.

### 2.4.2.2 Controle de torque MTPA

Visando maximizar densidade de potência e eficiência, é usualmente utilizada a estratégia MTPA (*Maximum Torque per Ampere*) em controle de máquinas IPMSM (BEDETTI et al., 2017), a qual minimiza a corrente demandada pela máquina e, conseqüentemente, as perdas Joule. Esse algoritmo é responsável por determinar de forma ótima as referências de correntes síncronas de cada eixo dado um torque requerido pela malha de controle de velocidade. Para tal, utiliza-se a minimização pelo operador de Lagrange, processo o qual consiste em obter o mínimo de uma função genérica  $f(x, y)$ , considerando uma restrição com um valor constante  $g(x, y) = c$ . Baseado em Bertsekas (1982), pode-se definir,

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda (g(x, y) - c), \quad (2.80)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange e os pontos de mínimos ou máximos (pontos críticos) são determinados quando  $\Delta\mathcal{L}(z, y, \lambda) = 0$ .

Para minimizar o módulo da corrente  $i_s$  para um dado torque de referência, pode-se reescrever a função de Lagrange (2.80),

$$\mathcal{L}(i_d, i_q, \lambda) = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} - \lambda (\tau_e(i_d, i_q) - \tau_e^*), \quad (2.81)$$

onde  $\tau_e(i_d, i_q)$  é a equação do torque eletromagnético (2.45).

Para obter o mínimo do módulo da corrente é necessário garantir  $\Delta\mathcal{L}(i_d, i_q, \lambda) = 0$ , sendo assim,

$$\begin{cases} \frac{\partial\mathcal{L}(i_d, i_q, \lambda)}{\partial i_q} = \frac{i_q}{\sqrt{i_d^2 + i_q^2}} + \lambda \frac{\partial\tau_e}{\partial i_q} = 0, \\ \frac{\partial\mathcal{L}(i_d, i_q, \lambda)}{\partial i_d} = \frac{i_d}{\sqrt{i_d^2 + i_q^2}} + \lambda \frac{\partial\tau_e}{\partial i_d} = 0, \\ \frac{\partial\mathcal{L}(i_d, i_q, \lambda)}{\partial \lambda} = \tau_e - \tau_e^* = 0. \end{cases} \quad (2.82)$$

Resolvendo o sistema (2.82), define-se  $i_d$  em função de  $i_q$ ,

$$i_d = \frac{-\lambda_{af} + \sqrt{\lambda_{af}^2 + 4(L_d - L_q)^2 i_q^2}}{2(L_d - L_q)}, \quad (2.83)$$

e substituindo (2.83) na equação do torque (2.45), tem-se,

$$\tau_e^* = \frac{3P}{4} \left( \lambda_{af} + (L_d - L_q) \cdot \left( \frac{-\lambda_{af} + \sqrt{\lambda_{af}^2 + 4(L_d - L_q)^2 i_q^2}}{2(L_d - L_q)} \right) \right) i_q. \quad (2.84)$$

Isolando  $i_q$  em (2.84), obtém-se uma equação de elevado grau e complexidade, sendo que a solução dessa envolve extração de raiz quadrada, operação extremamente custosa para um processador de baixo custo e performance (LI, 2019).

A partir da motivação de desenvolver uma metodologia para implementação do

MTPA nesse estudo, foi desenvolvido o trabalho Cattani, Rossato e Padilha (2021), em que, através da utilização de métodos numéricos, foram obtidos polinômios que aproximam as curvas do MTPA, possibilitando uma operação otimizada do microcontrolador. Foram calculadas aproximações de segundo, terceiro e quarto grau, permitindo a possibilidade da aplicação do método priorizando desempenho computacional ou precisão na aproximação. Entretanto, será demonstrada a dedução da aproximação apenas de segundo grau do MTPA, pois essa demonstrou conciliar a melhor combinação entre redução do erro de aproximação e do custo computacional entre as demais.

Afim de obter as aproximações polinomiais, foi empregada técnica de interpolação de Lagrange, o qual, segundo Quarteroni, Sacco e Saleri (2007), a partir de um conjunto de  $\gamma$  pares de pontos, pode-se obter um polinômio de grau  $\gamma - 1$ , através da equação,

$$\Pi(x) = \sum_{i=0}^{\gamma} y_i(x_i)l_i(x) \quad (2.85)$$

onde os polinômios característicos representados por  $l_i$ , os quais são definidos por,

$$l_i(x_j) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{\gamma} \frac{x_j - x_m}{x_i - x_m} \quad (2.86)$$

Dessa forma, utilizando as equações (2.85)-(2.86), obtém-se o polinômio interpolador  $\Pi(x)$  de grau  $\gamma$ ,

$$\Pi(x) = \alpha_{(\gamma)}x^{(\gamma)} + \alpha_{(\gamma-1)}x^{(\gamma-1)} + \dots + \alpha_{(0)}, \quad (2.87)$$

sendo  $\alpha_{(i)}|_{i=0}^{\gamma}$  são os coeficientes do polinômio.

Definida a aproximação utilizada, basta obter o conjunto de pontos necessários. Esses pontos consistem em referências de torque junto às correntes síncronas de referência correspondentes impostas pelo MTPA. Porém, para obter esses pontos visando obter aproximações polinomiais independentes de parâmetros de alguma máquina específica, foi utilizada a transformada para modelo P.U. (por-unidade), baseado em Sun et al. (2019), o qual define o torque de base ( $\tau_b$ ) e corrente de base ( $i_b$ ),

$$i_b = \frac{\lambda_{af}}{2(L_q - L_d)}, \quad (2.88)$$

$$\tau_b = 0.75P\lambda_{af}i_b. \quad (2.89)$$

Essas grandezas não possuem correspondência alguma com grandezas físicas, porém, dada a forma com que são escritas, promovem a simplificação das posteriores equações demonstradas. Todavia, mesmo sem haver relação fixa entre torque nominal da máquina e o torque de base, foi observado que, definindo-se o intervalo de torque eletromagnético de referência de  $[0, 5] \tau_b$ , é possível contemplar satisfatoriamente o intervalo

de operação de tanto da máquina disponível para estudo, quanto das utilizadas em outros trabalhos similares.

Uma vez definidas o torque e a corrente de base, torna-se possível definir as demais grandezas necessárias. Portanto, em modelo unitário, pode-se definir a corrente de eixo direto ( $i_{dn}$ ), corrente de eixo de quadratura ( $i_{qn}$ ) e torque eletromagnético ( $\tau_{en}$ ), em modelo p.u., segundo,

$$i_{qn} = \frac{i_q}{i_b}, \quad (2.90)$$

$$i_{dn} = \frac{i_d}{i_b}, \quad (2.91)$$

$$\tau_{en} = \frac{\tau_e}{\tau_b}. \quad (2.92)$$

Essa normalização das correntes e do torque eletromagnético reduz a complexidade da equação que descreve o torque eletromagnético de base da máquina ( $\tau_{en}$ ), pois essa torna-se uma combinação entre as correntes síncronas apenas, não relacionando parâmetros da máquina, conforme (2.93). Para obter tal relação, substitui-se (2.88)-(2.92) na equação que descreve o torque eletromagnético (2.45),

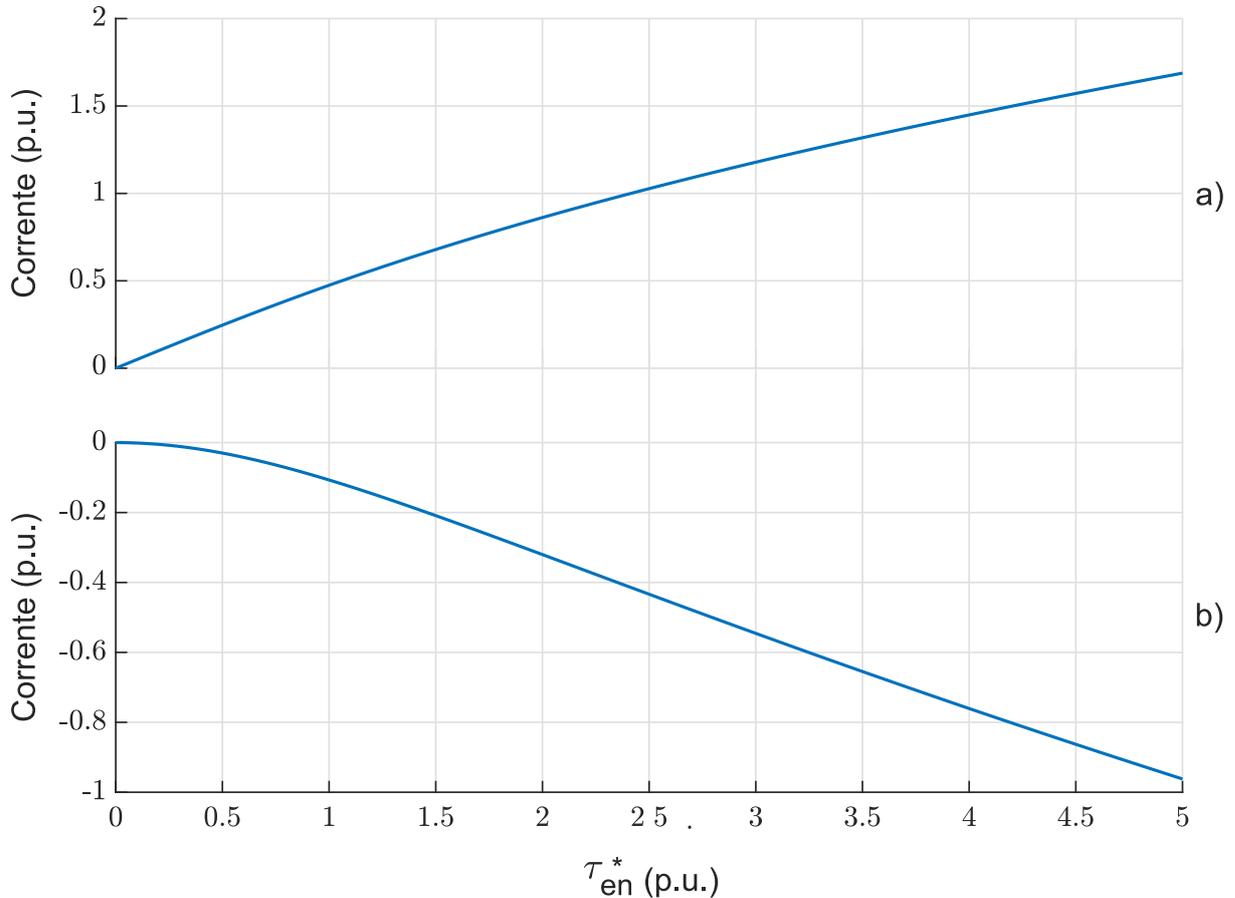
$$\tau_{en} = i_{qn}(2 - i_{dn}). \quad (2.93)$$

Logo, para obter a relação MTPA em modelo p.u., basta substituir as equações (2.88)-(2.93) na equação do MTPA (2.84),

$$0 = 2i_{dn} + \frac{2\tau_{en}^2}{(2 - i_{dn})^3}. \quad (2.94)$$

Utilizando a equação obtida, pode-se determinar a corrente de eixo direto  $f_{idn}(\tau_{en}^*)$  dado um torque de referência, seguindo o MTPA. Conseqüentemente, pode-se também determinar a corrente de eixo em quadratura  $f_{iqn}(\tau_{en}^*)$ , através de (2.93). Observa-se na Figura 2.11 que  $f_{iqn}(\tau_{en}^*)$  e  $f_{idn}(\tau_{en}^*)$ , embora possuam elevada complexidade matemática, visualmente demonstram comportamento compatível com o obtido em polinômios de grau reduzido.

Figura 2.11 – Curvas MTPA originais. a)  $f_{iqn}(\tau_{en})$ , b)  $f_{idn}(\tau_{en})$ .



Fonte: Próprio Autor.

Então, definidas as relações do MTPA, pode-se gerar um conjunto de  $\gamma$  valores de referência de corrente arbitrários e  $\gamma$  referências de corrente síncronas, segundo o MTPA. Com esse conjunto de dados pode-se obter um polinômio de grau  $\gamma - 1$  utilizando a interpolação de Lagrange (2.85) e (2.86).

Tendo em vista que ambas correntes podem ser aproximadas em função do torque eletromagnético utilizando o método de Lagrange, diversas estratégias foram analisadas. Inicialmente, descarta-se a possibilidade de aproximar ambas as curvas, pois o erro acumulado das mesmas promoveria um erro na sintetização do torque necessário, tendo em conta que o mesmo é uma combinação entre as correntes de eixo síncronas, conforme (2.93). Portanto, optou-se por aproximar apenas uma corrente síncrona e obter a outra através da equação do torque (2.93).

Pretendendo-se definir quais das correntes seriam aproximadas, defini-se o erro  $\epsilon$ ,

$$\epsilon = \int_0^5 \left( \sqrt{f_{iqn}(\tau_{en}^*)^2 + f_{idn}(\tau_{en}^*)^2} - \sqrt{h_{iqn}^2(\tau_{en}^*) + h_{idn}^2(\tau_{en}^*)} \right) d\tau_{en} \quad (2.95)$$

onde,  $h_{iqn}(\tau_{en})$  e  $h_{idn}(\tau_{en})$  são as correntes de eixo em quadratura e direto obtidas pelo

método proposto, respectivamente. A métrica  $\epsilon$  está ligada ao erro acumulado por todo intervalo de operação ( $[0,5] t_b$ ), portanto, é necessário minimizá-la, afim de tornar as corrente obtidas mais próximas da relação MTPA (2.94) e, conseqüentemente, reduzir o módulo da corrente e as perdas Joule.

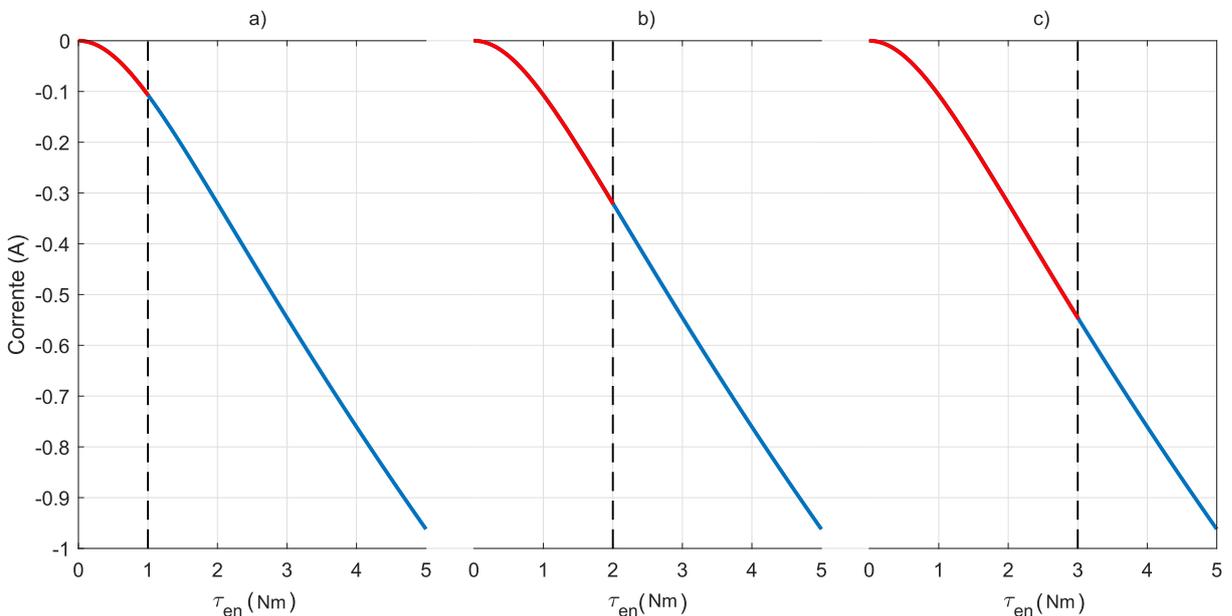
Empregando a métrica definida, pode-se analisar as duas estratégias possíveis,

- Aproximar a corrente de eixo de quadratura, cujo obtém-se o  $\epsilon$  de  $28.709m p.u.$ ;
- Aproximar a corrente de eixo direto, cujo obtém-se o  $\epsilon$  de  $6.0196m p.u.$

Pode-se observar que quando utilizada a abordagem de aproximar a corrente de eixo direto e obter da corrente de eixo em quadratura através de (2.93), o erro acumulado é menor. Logo  $h_{idn}(\tau_{en}^*)$  e  $h_{iqn}(\tau_{en}^*)$  serão definidos através de aproximação polinomial e de (2.93), respectivamente. Portanto, essa estratégia contempla tanto uma minimização do erro de aproximação, quanto erro nulo na sintetização do torque de referência.

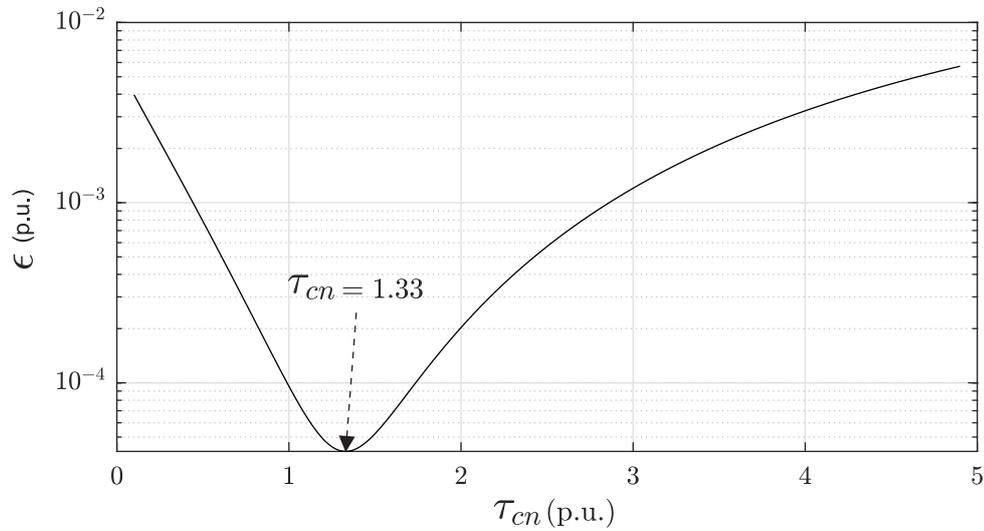
Afim de promover o aumento da precisão na aproximação, segmentou-se a curva a original  $f_{idn}(\tau_{en}^*)$  em duas porções: uma anterior a  $\tau_{cn}$  e outra posterior, sendo  $\tau_{cn}$  uma variável a ser determinada. Na Figura 2.13 é possível visualizar a porção anterior à  $\tau_{cn}$  representada em vermelho e a posterior em azul.

Figura 2.12 – Segmentação de  $f_{idn}(\tau_{en}^*)$ . a)  $\tau_c = 1$ , b)  $\tau_c = 2$  e c)  $\tau_c = 3$



Fonte: Próprio Autor.

Entretanto, apenas com a análise visual dos possíveis valores de  $\tau_{cn}$  não é possível determinar o valor ótimo do mesmo. Então, através de um ambiente matemático, foi analisado o erro da aproximação do polinômio para diferentes valores de  $\tau_{cn}$ , dessa forma, foi possível determinar o valor ótimo dessa variável, como pode ser observado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Varredura da variável  $t_{cn}$ .

Fonte: Próprio Autor.

A estratégia de divisão da curva original em duas promoveu uma redução do  $\epsilon$  de  $6.0196m \text{ p.u.}$  para  $40.1618u \text{ p.u.}$ , dessa forma, possibilitando uma redução de  $\epsilon$  em 99.33%. De contrapartida, o reflexo desse processo na implementação do MTPA é o emprego de uma equação para cada intervalo, ou seja, dependendo se o torque de referência é maior ou menor que  $\tau_{cn}$ , utiliza-se um conjunto ou outro de coeficientes, conforme (2.96). Essa seleção entre quais conjuntos de coeficientes consiste em relativamente poucas instruções, não agregando custo computacional de forma significativa. Ressalta-se que nas demais equações apresentadas nessa seção não serão mais utilizado equação em p.u., pois essas serviram apenas para obtenção das curvas.

$$i_d^*(\tau_e^*) = \begin{cases} \alpha_{d1(2)}\beta_{d(2)}(\tau_e^*)^2 + \alpha_{d1(1)}\beta_{d(1)}(\tau_e^*) + \alpha_{d1(0)}\beta_{d(0)}, & \text{se } 0 < \tau_e^* < \tau_c \\ \alpha_{d2(2)}\beta_{d(2)}(\tau_e^*)^2 + \alpha_{d2(1)}\beta_{d(1)}(\tau_e^*) + \alpha_{d2(0)}\beta_{d(0)}, & \text{se } \tau_c \leq \tau_e^* \end{cases} \quad (2.96)$$

onde  $t_c$ , na aproximação de segundo grau, da-se por,

$$\tau_c = \frac{0.9975P\lambda_{af}^2}{2(L_q - L_d)}, \quad (2.97)$$

os coeficientes  $\beta_d(i)$  ( $i = 0, 1, 2$ ) por,

$$\beta_d(i) = \frac{2^{3i-1}(L_q - L_d)^{i-1}}{(3P)^i}, \quad (2.98)$$

e, os coeficientes  $\alpha_{dk(i)}$  ( $k = 1, 2; i = 0, 1, 2$ ) são descritos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Coeficientes  $\alpha_{dk(i)}$ 

$i$	$\alpha_{d1(i)}$	$\alpha_{d2(i)}$
0	0.00000	0.14264
1	-0.02439	-0.24276
2	-0.07918	0.00437

Fonte: Próprio autor.

Na sequência, deve-se determinar a corrente síncrona de eixo de quadratura através de,

$$i_q = \frac{\beta_{q(0)}\tau_e^*}{\beta_{q(1)} - i_d^*}, \quad (2.99)$$

onde os coeficientes  $\beta_{q(i)}$  ( $i = 0, 1$ ) são descritos por,

$$\begin{aligned} \beta_{q(0)} &= \frac{2}{3(L_q - L_d)P}, \\ \beta_{q(1)} &= \frac{2\lambda}{2(L_q - L_d)}. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Por fim, para reduzir a demanda computacional do microcontrolador nos cálculos do MTPA, foi utilizado o dispositivo de Briot-Ruffini-Horner (BRH), pois, a partir do mesmo é possível reescrever o polinômio de tal forma que minimize o número de operações do processador (FRANCO, 2015). Portanto, deve-se reescrever a equação (2.96) da aproximação da corrente  $i_d^*(\tau_{en}^*)$  utilizando BRH,

$$i_d(\tau_e) = \begin{cases} (\alpha_{d1(2)}\beta_{d(2)}(\tau_e^*) + \alpha_{d1(1)}\beta_{d(1)})(\tau_e^*) + \alpha_{d1(0)}\beta_{d(0)}, & \text{se } 0 < \tau_e^* < \tau_c \\ (\alpha_{d2(2)}\beta_{d(2)}(\tau_e^*) + \alpha_{d2(1)}\beta_{d(1)})(\tau_e^*) + \alpha_{d2(0)}\beta_{d(0)}, & \text{se } \tau_c \leq \tau_e^* \end{cases} \quad (2.101)$$

Pode-se reparar que os coeficientes das equações obtidas (2.99) e (2.101) são expressões que incluem parâmetros de máquina IPMSM, tais como indutâncias e fluxo dos ímãs. Essa característica comprova que, para qualquer máquina, é possível inserir seus parâmetros e obter os coeficientes para a mesma. Também é possível observar que os coeficientes são constantes, portanto, se forem calculados previamente à operação da máquina, esses não acrescentam custo computacional algum.

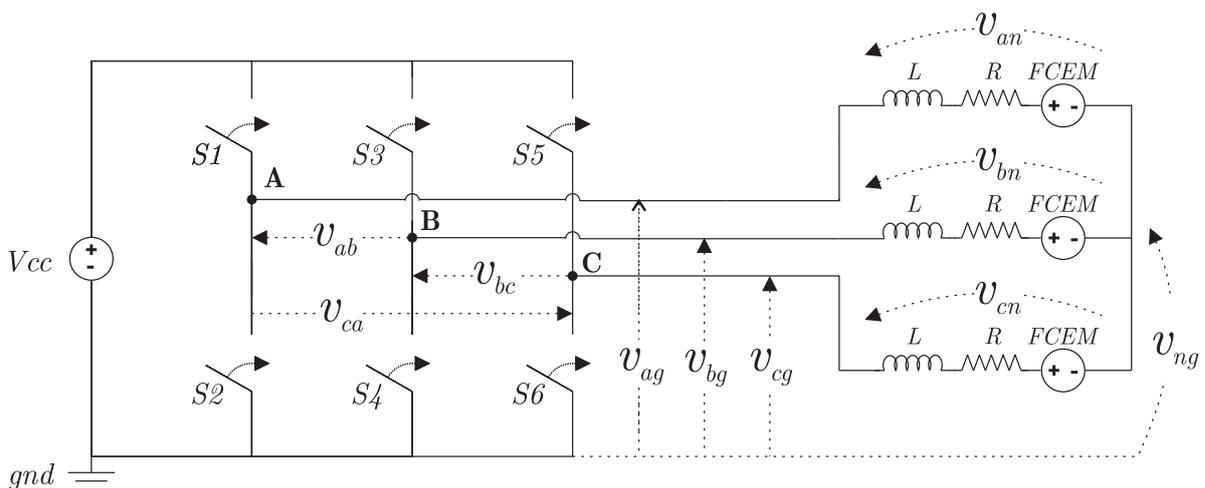
## 2.5 TOPOLOGIA E MODULAÇÃO DO CONVERSOR ESTÁTICO

Nesta seção será abordado o conversor estático utilizado para o acionamento da IPMSM, além da modulação do mesmo.

### 2.5.1 Inversor *half-bridge* trifásico

A ampla utilização das máquinas PMSM foram possibilitadas devido a utilização de inversores de frequência, pois esses são capazes de imprimir corrente estatória em um amplo intervalo de frequências (KRISHNAN, 2009), sendo esse conversor composto tanto por MOSFETs (*metal oxide semiconductor field-effect transistor*) ou IGBTs (*insulated gate bipolar transistor*). Esses transistores operam como chaves de estado sólido, logo, possuem capacidade de interromper ou permitir o fluxo de corrente e, devido sua construção, não possuem componentes mecânico móveis, dessa forma possibilitando a comutação em frequências mais elevadas que chaves mecânicas, como relés ou contatoras, por exemplo. Afim de demonstrar o funcionamento do conversor, pode-se observar a topologia do mesmo na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Diagrama do inversor de frequência.



Fonte: Próprio Autor.

Na figura anterior, é possível observar que o conversor possui três braços - primeiro braço composto pelas chaves S1 e S2; segundo braço pelas chaves S3 e S4; e, por fim, o terceiro braço composto pelas chaves S5 e S6. Esses braços estão conectados à um barramento, expresso por uma fonte de tensão  $V_{cc}$ . A carga desse inversor está conectada em  $Y$  e, em cada fase, possui um conjunto RL e uma fonte de tensão, representando um modelo elementar da máquina.

Também é possível observar as tensões nos polos ( $v_{ag}$ ,  $v_{bg}$  e  $v_{cg}$ ), as tensões de linha ( $v_{ab}$ ,  $v_{bc}$  e  $v_{ca}$ ), as tensões de fase ( $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  e  $v_{cn}$ ); e, por fim, a tensão do ponto neutro  $v_{ng}$ .

Afim de determinar a tensão no ponto médio  $v_{an}$ , pode-se, inicialmente, descrever

a malha que relaciona tensão nos polos, tensão de fase e tensão no ponto médio,

$$\begin{aligned} -v_{ag} + v_{an} + v_{ng} &= 0, \\ -v_{bg} + v_{bn} + v_{ng} &= 0, \\ -v_{cg} + v_{cn} + v_{ng} &= 0. \end{aligned} \quad (2.102)$$

Logo, pode-se realizar a soma das três parcelas e, considerando que o sistema é equilibrado ( $v_{an} + v_{bn} + v_{cn} = 0$ ), obtém-se,

$$v_{ng} = \frac{v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}}{3}. \quad (2.103)$$

Substituindo (2.103) em (2.102), obtém-se,

$$\begin{aligned} -v_{ag} + v_{an} + \frac{v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}}{3} &= 0, \\ -v_{bg} + v_{bn} + \frac{v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}}{3} &= 0, \\ -v_{cg} + v_{cn} + \frac{v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}}{3} &= 0, \end{aligned} \quad (2.104)$$

logo,

$$v_{an} = 1/3 * (2 * v_{ag} - v_{bg} - v_{cg}), \quad (2.105)$$

$$v_{bn} = 1/3 * (-v_{ag} + 2v_{bg} - v_{cg}), \quad (2.106)$$

$$v_{cn} = 1/3 * (-v_{ag} - v_{bg} + 2v_{cg}). \quad (2.107)$$

É possível observar que as tensões nos polos ( $v_{ag}$ ,  $v_{bg}$  e  $v_{cg}$ ) dependem apenas da posição das chaves daquele braço, porém, caso a tensão do ponto neutro não seja nula, as tensões de fases depende também das tensões dos outros polos. Tendo em vista que a relação entre tensão de fase e tensão dos polos nem sempre é direta, torna-se necessário o posterior estudo de técnicas de modulação, afim de maximizar o desempenho do conversor.

Visualiza-se que os três braços possuem a mesma topologia e, conseqüentemente, o mesmo comportamento. Logo, afim de compreender a dinâmica dos braços, pode-se estudar o comportamento de apenas duas chaves: uma superior (S1,S3 ou S5) e outra inferior (S2, S4 ou S6). Considerando duas chaves do mesmo braço, pode-se observar na Tabela 2.2 a influência da posição do par de chaves na tensão aplicada nos polos A,B e C.

Tabela 2.2 – Tensão de fase dada variação da posição das chaves

Chave superior	Chave inferior	Tensão no polo
Aberta	Aberta	indefinido
Aberta	Fechada	gnd
Fechada	Aberta	$V_{cc}$
Fechada	Fechada	inválido

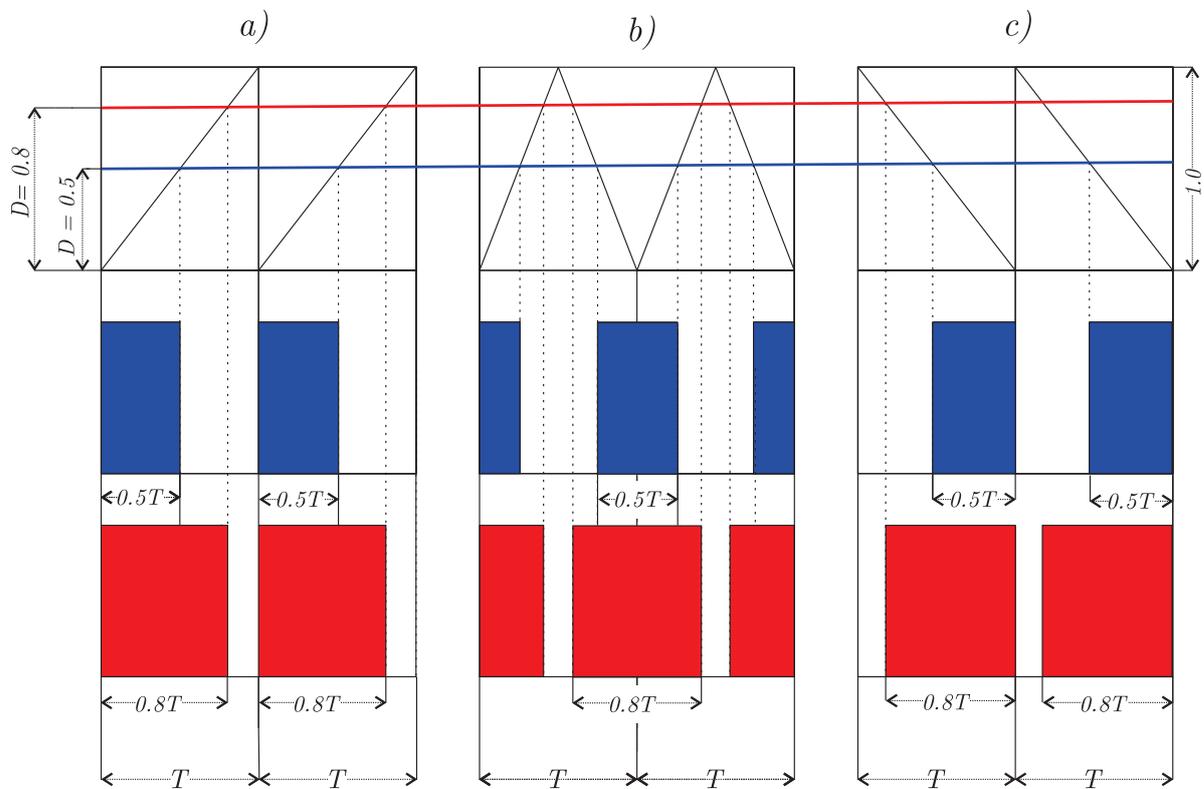
Fonte: Próprio autor.

É possível observar que, quando ambas chaves estão abertas, a tensão aplicada é, a princípio, indefinida, e, quando ambas estão fechadas, ocorre uma situação inválida, pois iria gerar um curto circuito no braço. Logo, operando as chaves superiores e inferiores de forma complementar é possível aplicar  $gnd$  e  $V_{cc}$  alternadamente no polo.

### 2.5.2 Modulação do conversor

Uma vez observado que a tensão no inversor possui apenas dois níveis,  $V_{cc}$  e  $gnd$ , é necessário utilizar alguma técnica que, a partir desses dois estados, sintetize as tensões de referência  $v_{an}, v_{bn}$  e  $v_{cn}$ . Logo, será estudada nessa subseção a modulação PWM (*Pulse Width Modulation*), técnica, a qual, através da variação da largura de pulso em que as chaves conduzem, sintetiza as tensões de referência, sendo amplamente utilizada em *drivers* de máquinas elétricas (KRISHNAN, 2009). Tal técnica garante um conteúdo harmônico bem definido, devido à frequência fixa de comutação e, em muitos casos, baixa distorção harmônica quando comparada à outras estratégias de modulação (HAVA; KERKMAN; LIPO, 1999). Pode-se observar na Figura 2.15 um exemplo de modulação *PWM*.

Figura 2.15 – Modulação por largura de pulso. a) Dente de serra crescente, b) triangular centrada e c) dente de serra decrescente.



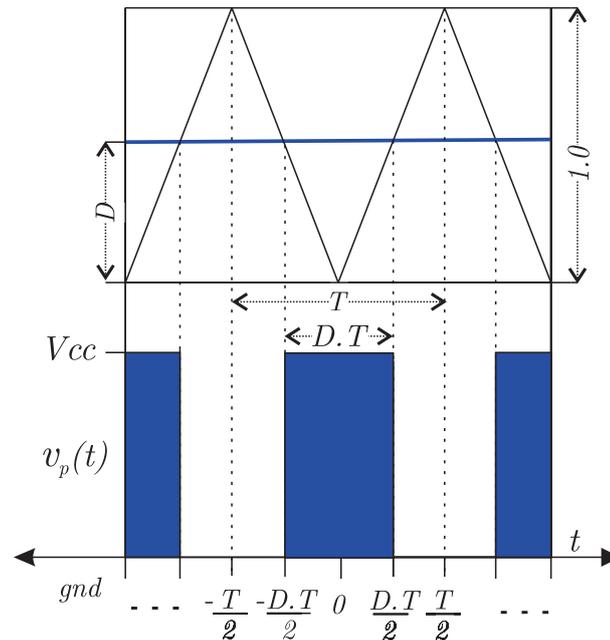
Fonte: Próprio Autor.

A modulação por largura de pulso pode ser implementada utilizando a abordagem geométrica, que consiste em comparar um valor de referência, ou *duty-cycle*,  $D$ , com uma onda portadora, a qual pode ser dente de serra (crescente ou decrescente) ou triangular centrada (utilizada nesse trabalho), conforme a figura anterior. A frequência de comutação é fixa e determinada pelo período  $T$ , conforme demonstrado anteriormente. Muitas diferentes configurações dessa modulação são possíveis, mas neste trabalho adota-se que  $D$  varia de 0 à 1 e que,

- Referência > Portadora: Apenas a chave superior conduz e é aplicado  $V_{cc}$  no polo,
- Referência < Portadora: Apenas a chave inferior conduz e é aplicado  $gnd$  no polo,

assim como pode ser observado na Figura 2.16

Figura 2.16 – Tensão modulada.



Fonte: Próprio Autor.

Pode-se comprovar que a tensão de referência é sintetizada utilizando a modulação PWM através da análise espectral da onda gerada através da decomposição da mesma em senoides utilizando a série de Fourier. Através da adaptação das equações de Haberman (1987), considerando a tensão do polo  $v_p$  através da modulação PWM de dois níveis, de período  $T$ , pode-se decompor tal tensão através de,

$$v_p(t) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sen\left(\frac{n\pi t}{T}\right) \quad (2.108)$$

em que os coeficiente são descritos por,

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_p(t) dt, \quad (2.109)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_p(t) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt, \quad (2.110)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_p(t) \sen\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt. \quad (2.111)$$

Considerando o comportamento da modulação PWM anteriormente relatado, pode-se descrever o sinal periódico  $v_p(t)$  no intervalo  $[-T/2, T/2]$  por,

$$v_p(t) = \begin{cases} V_{cc}, & |t| < (D \cdot T) / 2 \\ gnd, & (D \cdot T) / 2 < |t| < T \end{cases} \quad (2.112)$$

Afim de obter a série de Fourier para esse sinal, através da combinação de (2.109) e (2.112), pode-se determinar os coeficiente. Sendo que  $a_0$  é dado por,

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-DT/2}^{DT/2} V_{cc} dt = D \cdot V_{cc}, \quad (2.113)$$

além de  $a_n$  e  $b_n$  por,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-DT/2}^{DT/2} V_{cc} \cdot \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt, \quad (2.114)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-DT/2}^{DT/2} V_{cc} \cdot \text{sen}\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt, \quad (2.115)$$

e, utilizando a regra da cadeia, pode-se realizar a substituição  $u = 2n\pi t/2$ ,

$$a_n = \frac{V_{cc}}{n\pi} \int_{-Dn\pi}^{Dn\pi} \cos(u) du = \frac{V_{cc}}{n\pi} (\text{sen}(u)|_{-Dn\pi}^{Dn\pi}), \quad (2.116)$$

$$b_n = \frac{V_{cc}}{n\pi} \int_{-Dn\pi}^{Dn\pi} \text{sen}(u) du = \frac{V_{cc}}{n\pi} (-\cos(u)|_{-Dn\pi}^{Dn\pi}), \quad (2.117)$$

e, considerando que, para um angulo genérico  $\phi$ , é válida a igualdade  $2\text{sen}(\phi)\text{sen}(\phi) - \text{sen}(-\phi)$  e  $\cos(\phi) - \cos(-\phi) = 0$ , obtém-se,

$$a_n = \frac{V_{cc}}{n\pi} 2\text{sen}(Dn\pi), \quad (2.118)$$

$$b_n = 0, \quad (2.119)$$

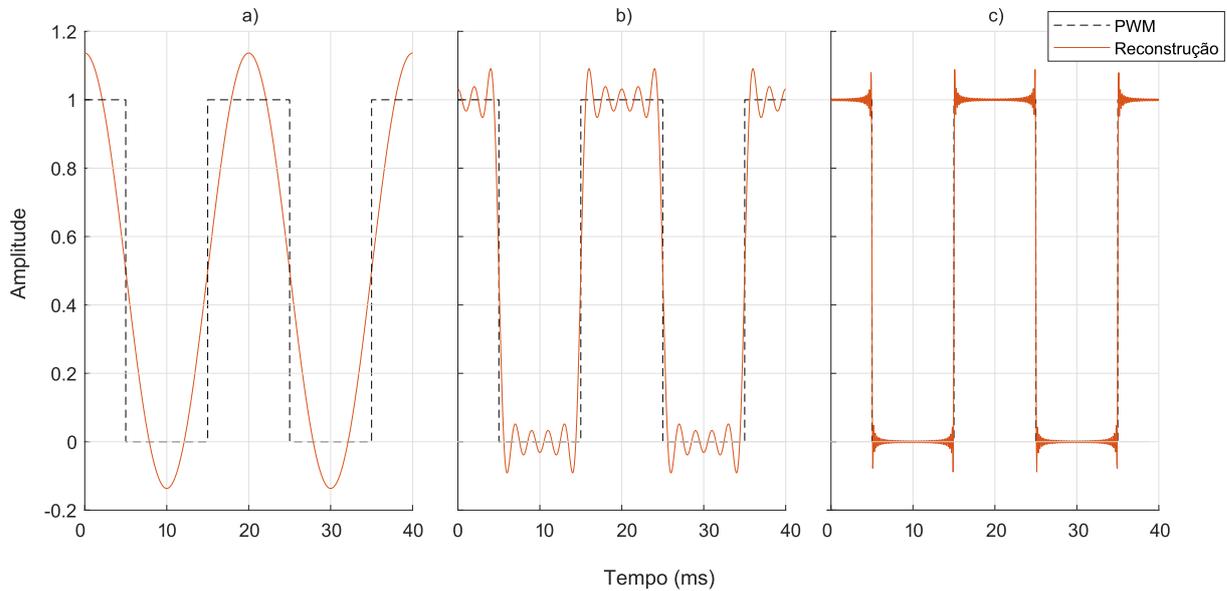
Logo, pode-se concluir que,

$$v_p(t) = D \cdot V_{cc} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_{cc}}{n\pi} \text{sen}(Dn\pi) * \cos(n\pi t f_s) \quad (2.120)$$

considerando  $f_s = 1/T$ , ou seja, a frequência da portadora triangular e, conseqüentemente, do *PWM*. Logo, pode-se decompor  $v_p(t)$  em duas parcelas: a primeira é a fundamental e a segunda é são as harmônicas devido ao comportamento periódico e chaveado da forma de onda.

Afim de validar a equação (2.120), pode-se observar na Figura 2.17 a reconstrução de um sinal *PWM* com *duty-cycle* de 0.5, frequência de 10kHz e utilizando  $n$  harmônicas.

Figura 2.17 – Reconstrução do *PWM* através da série de Fourier. a)  $n = 1$ , b)  $n = 10$  e c)  $n = 100$ .



Fonte: Próprio Autor.

É possível observar que, com o aumento do número de harmônicas contempladas, o sinal reconstruído torna-se mais próximo ao sinal *PWM* de referência. Logo, a série de Fourier obtida converge e, conseqüentemente, foi devidamente decomposto o sinal *PWM* em seu espectro harmônico.

Tendo em vista a força contra eletromotiva da IPMSM, pode-se deduzir que é desejável sintetizar uma tensão senoidal, de frequência  $\omega_e$  e amplitude imposta pelo controlador de corrente. Quanto maior a amplitude da tensão senoidal possível, transientes mais rápidos de corrente e aumento do intervalo da máquina em operação de torque constante são possíveis, dessa forma contribuindo no desempenho da máquina. Tendo em vista que os limites de amplitude possíveis do *duty-cycle* [0,1] adotados nesse trabalho devem ser respeitados, pode-se somar harmônicas à senoide fundamental que será modulada, viabilizando assim uma ampliação do intervalo de modulação linear (sem extrapolar tais limites), favorecendo assim, maior aproveitamento da tensão disponível do barramento (ZHOU; WANG, 2002).

Dentre as metodologias de injeção de harmônicas, nesse trabalho será adotada a THIPWM (*third harmonic injection pulse width modulation*). Técnica essa que conta com a inserção de uma harmônica com o triplo da frequência fundamental  $\omega_e$ , possibilitando, o aumento do intervalo de operação linear do *PWM* com abordagem geométrica (KIM, 2017).

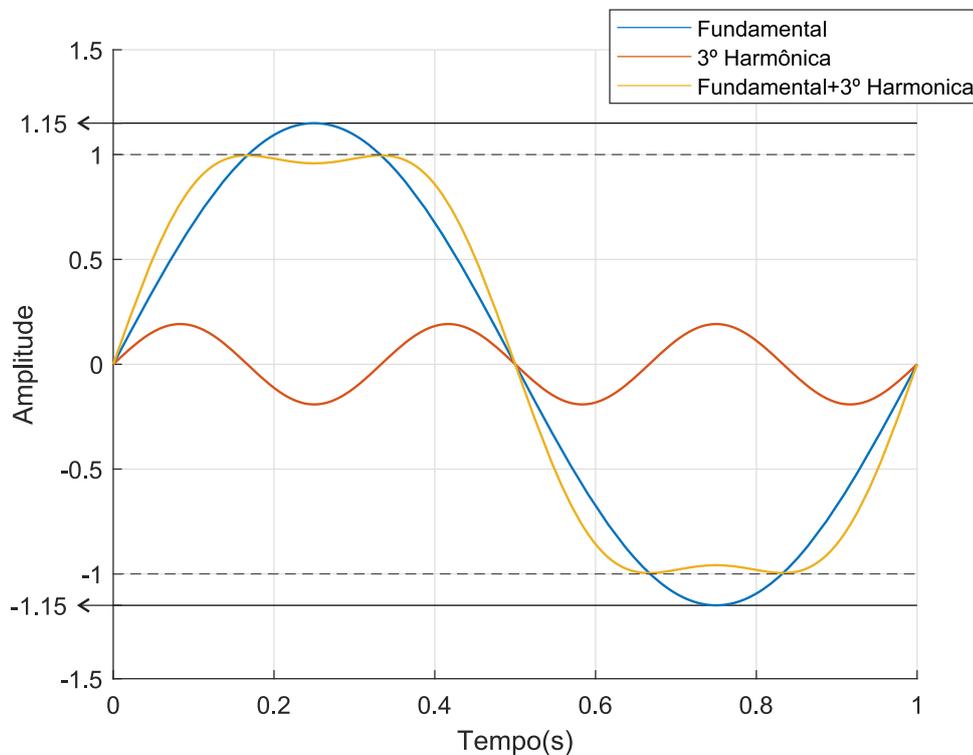
Pode-se definir o *duty-cycle*  $D$ , afim de sintetizar uma senoide com a terceira harmô-

nica, normalizado de zero a um, Kim (2017),

$$D = (1 + m_f * \text{sen}(\omega_e t + \phi) + m_h * \text{sen}(3\omega_e t))/2 \quad (2.121)$$

onde,  $\omega_e$  é a frequência elétrica a ser modulada;  $m_f$  e  $m_h$  são os índices de modulação da fundamental e harmônica, respectivamente;  $\phi$  é a defasagem entre as fases. Definindo  $m_h = m_f/6$ , é obtida uma combinação ótima entre as amplitudes  $m_f$  e  $m_h$ , tornando-se possível modular uma fundamental até 15.5% maior (HOULDSWORTH; GRANT, 1984), promovendo a obtenção de tensões de fase até aproximadamente  $0.58 V_{cc}$ . Apenas na Figura 2.18, afim de favorecer a visualização, considerou-se um *duty-cycle* com intervalo entre [-1,1] e foi utilizada a modulação proposta por Houldsworth e Grant (1984).

Figura 2.18 – Modulação com injeção de terceira harmônica.



Fonte: Próprio Autor.

É possível observar que os limites de *duty-cycle* foram respeitados, porém a tensão fundamental modulada foi incrementada em 15.5%, pois a terceira harmônica promove uma redução dos picos da fundamental, quando somadas. Também pode-se ressaltar que, devido à frequência da harmônica ser o triplo da fundamental, independe a defasagem ( $\phi = -2\pi/3, 0$  ou  $2\pi/3$ ), os picos sempre serão coincidentes, garantindo assim que seja promovida a atenuação necessária para manter a modulante dentro dos limites impostos em todas as fases.

Uma vez garantida maximização dos limites de modulação, deve-se observar o conteúdo harmônico da componente fundamental na tensão de fase. Para tal, não serão con-

sideradas às componentes relacionadas à comutação das chaves. Define-se de forma genérica a tensão de polo  $v_{\sigma g(t)}$ , onde  $\sigma = a, b, c$ , através da substituição de (2.121) em (2.120), obtendo-se,

$$v_{\sigma g(t)} = \frac{V_{cc}}{2} + \frac{V_{cc} * m_f * \text{sen}(\omega_e t + \phi_\alpha)}{2} + \frac{V_{cc} * m_h * \text{sen}(3\omega_e t)}{2} \quad (2.122)$$

onde  $\phi_\sigma (\sigma = a, b, c)$  é a defasagem da fase. Essa equação pode ser decomposta em três termos, o primeiro é uma constante CC, o segundo e o terceiro são as contribuições da fundamental e harmônica na tensão de polo, respectivamente.

Uma vez obtida a tensão no polo, pode-se isolar a tensão de fase, utilizando as identidades (2.102),

$$v_{\sigma n} = v_{\sigma g} - v_{ng}, \quad (2.123)$$

onde  $v_{\sigma n} (\sigma = a, b, c)$  é a tensão de fase representada de forma genérica.

Então, torna-se necessário determinar a tensão de ponto médio  $v_{ng}$ , a qual pode ser obtida através da substituição de (2.122) em (2.103), obtendo-se,

$$\begin{aligned} v_{ng} &= \frac{v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}}{3}, \\ &= \left( \frac{3V_{cc}}{6} + \frac{3 * m_f * (\text{sen}(\omega_e t + \phi_a) + \text{sen}(\omega_e t + \phi_b) + \text{sen}(\omega_e t + \phi_c))}{6} + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{3 * V_{cc} * m_h * \text{sen}(3\omega_e t)}{6} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.124)$$

e, tendo em vista o equilíbrio entre as fases, soma dos senos defasados dessa equação é nula, resultando em,

$$v_{ng} = \frac{V_{cc}}{2} + \frac{V_{cc} * m_h * \text{sen}(3\omega_e t)}{2} \quad (2.125)$$

ou seja, a tensão no ponto médio é composta por uma tensão CC e a terceira harmônica, a qual não se cancelou.

Portanto, quando substitui-se (2.125) e (2.122) em (2.123),

$$\begin{aligned} V_{\alpha n} &= \left( \frac{V_{cc}}{2} + \frac{V_{cc} * m_h * \text{sen}(3\omega_e t)}{2} + \frac{V_{cc} * m_f * \text{sen}(\omega_e t + \phi_\alpha)}{2} \right) - \\ &\quad \left( \frac{V_{cc}}{2} + \frac{V_{cc} * m_h * \text{sen}(3\omega_e t)}{2} \right) \\ &= \frac{V_{cc} * m_f * \text{sen}(\omega_e t + \phi_\alpha)}{2}. \end{aligned} \quad (2.126)$$

Entretanto, esse resultado demonstra que, tanto a componente CC, quanto a terceira harmônica inserida, são cancelados e resulta apenas a componente fundamental.

Pode-se reescrever (2.126),

$$V_{\alpha n} = v_p * \text{sen}(\omega_e t + \phi_\alpha) \quad (2.127)$$

onde  $v_p$  representa a amplitude da tensão de fase modulada, a qual pode ser descrita por,

$$v_p = \frac{V_{cc} * m_f}{2} \quad (2.128)$$

logo, isolando o índice de modulação  $m_f$ , obtém-se,

$$m = \frac{2v_p}{V_{cc}}. \quad (2.129)$$

Uma vez descrito o conteúdo harmônico das tensões de polos e fase dado a comutação das chaves, pode-se relacionar a tensão dos polos com as tensões de fase e, por fim, relacionar as tensões a serem aplicadas nos enrolamentos da máquina com a sequência de comutações correta.

Uma vez descrito o conteúdo harmônico das tensões de fase dado o *duty-cycle*, deve-se definir as tensões de polo de forma adequada afim de estender o intervalo de operação e manter o conversor operando na região linear. Será desenvolvido um algoritmo que usufrui da injeção de terceira harmônica que manipula a tensão de ponto médio de tal forma a manter o *duty-cycle* das fases o mais distante possível da sobremodulação.

Para tal, é necessário descrever as tensões no inversor por um sistema de equações, o qual, parcialmente é descrito por (2.105)-(2.107). Entretanto, as três equações não são linearmente independente, logo, afim de solucionar esse sistema, pode-se substituir (2.107) pela equação que relaciona a tensão no ponto médio (2.103), pois a mesma é linearmente dependentes de (2.105-2.106). Resultando no sistema,

$$v_{an} = 1/3 * (2 * v_{ag} - v_{bg} - v_{cg}) \quad (2.130)$$

$$v_{bn} = 1/3 * (-v_{ag} + 2v_{bg} - v_{cg}) \quad (2.131)$$

$$v_{ng} = 1/3 * (v_{ag} + v_{bg} + v_{cg}) \quad (2.132)$$

ou, da forma matricial,

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{ng} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ag} \\ v_{bg} \\ v_{cg} \end{bmatrix} \quad (2.133)$$

e, uma vez que a matriz obtido é não singular, pode-se isolar as tensões dos polos,

$$\begin{bmatrix} v_{ag} \\ v_{bg} \\ v_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{ng} \end{bmatrix} \quad (2.134)$$

Observando que as tensões dos polos possuem limitação em amplitude entre  $V_{cc}$  e  $gnd$ , como descrito anteriormente na Tabela 2.2, pode-se construir as inequações,

$$0 < v_{an} + v_{ng} < V_{cc}, \quad (2.135)$$

$$0 < v_{bn} + v_{ng} < V_{cc}, \quad (2.136)$$

$$0 < -v_{an} - v_{bn} + v_{ng} < V_{cc}, \quad (2.137)$$

resultando em conjunto de intervalos possíveis para a tensão  $v_{ng}$ .

Analisando cada inequação observa-se que a tensão no ponto médio pode ser limitada por,

$$\begin{aligned} v_{an} &> (-v_{an}) = C1, \\ v_{an} &< (V_{cc} - v_{an}) = C2, \\ v_{an} &> (-v_{bn}) = C3, \\ v_{an} &< (V_{cc} - v_{bn}) = C4, \\ v_{an} &> (v_{an} + v_{bn}) = C5, \\ v_{an} &< (V_{cc} + v_{an} + v_{bn}) = C6, \end{aligned} \quad (2.138)$$

onde C1,C3 e C5 são os limites inferiores e C2,C4,C6 são os limites superiores.

Afim de garantir a operação na região linear do inversor, considera-se que a tensão no ponto médio esteja o mais distante possível dos limites, ou seja, exatamente entre o maior limite inferior e menor superior, dessa forma, obtém-se,

$$v_{ng} = \left( \max \{C1, C3, C5\} + \min \{C2, C4, C6\} \right) / 2, \quad (2.139)$$

Uma vez obtida a tensão do ponto médio  $v_{ng}$ , basta substituir o seu valor em (2.134), para obter as tensões dos polos, as quais irão definir o *duty-cycle* dos transistores. Pode-se observar que não é utilizada uma relação fixa entre o índice de modulação da fundamental e da terceira harmônica, entretanto, busca-se definir uma tensão do ponto médio afim de garantir que o sistema esteja na região linear e, dentro dos limites, o mais distante o possível de extrapolar tais limites.

Por fim, afim de formular a métrica para analisar a distorção harmônica, pode-se definir a distorção harmônica total (DHT), baseado em (FUCHS, 2008),

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (V^{(h)})^2}}{V^{(1)}}, \quad (2.140)$$

onde  $V^{(n)}$  representa a n-ésima harmônica.

### 3 RESULTADOS

Neste capítulo serão abordados os resultados obtidos através do desenvolvimento matemático antes realizados, desde os ganhos dos controladores projetados até o comportamento dinâmico da máquina com controle em malha fechada. O motor utilizado nas simulações é uma máquina IPMSM, a qual tanto suas características de placa quanto os seus parâmetros estão expostos na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Características da máquina IPMSM.

<b>Característica</b>	<b>Valor</b>
$P_{nom}$	11 <i>kW</i>
$n_{nom}$	1800 <i>RPM</i>
$i_{nom}$	19.2 <i>A</i>
$T_{nom}$	58.4 <i>Nm</i>
<i>Polos</i>	6
$R_s$	0.5 $\Omega$
$L_d$	20.1 <i>mH</i>
$L_q$	40.9 <i>mH</i>
$J$	0.03877 <i>kgm<sup>2</sup></i>
$\lambda_{af}$	0.5126 <i>V/rad/ss</i>

Fonte: Adaptado de Gabbi (2015)

A bancada disponibilizada pelo GEPOC (Grupo de Eletrônica de Potência e Controle) que é composta por essa máquina da WEG pode ser observada na Figura 3.1. Além da máquina de ímãs permanentes internos (de cor cinza), essa configuração conta também com uma máquina de indução (de cor azul), a qual opera como carga, e um gabinete que comporta a eletrônica do *driver*.

Figura 3.1 – Bancada da máquina IPMSM.



Fonte: Próprio autor.

O *driver* utilizado para o acionamento da máquina IPMSM é um inversor composto de módulos de potência Semikron modelo SKM75GB124D que utiliza chaves IGBT. Tendo em vista as características e limitações desse tipo de tecnologia, adotou-se  $20kHz$  para frequência de comutação e amostragem.

### 3.1 PARÂMETROS CALCULADOS

Nesta seção serão expostos os parâmetros calculados, desde os ganhos dos controladores até os coeficientes de aproximação das curvas do MTPA.

#### 3.1.1 Ganhos dos controladores Pls

É necessária a determinação dos coeficientes de amortecimento  $\xi_q, \xi_d, \xi_\omega$  e as frequências naturais não amortecidas  $\omega_{nq}, \omega_{nd}, \omega_n$  para as correntes  $i_q, i_d$  e a velocidade mecânica  $\omega_m$ , respectivamente.

Foram determinados os coeficientes de amortecimento para as correntes  $\xi_q = \xi_d = 0.8$ , pois assim consegue-se uma resposta dinâmica razoavelmente rápida com um *overshoot* tolerável. Quanto ao coeficiente de amortecimento do sistema de controle da velocidade mecânica, foi determinado  $\xi_\omega = 2$ , visando não gerar excessivos esforços à máquina com *overshoot*.

A frequência natural não amortecida foi determinada através de,

$$\begin{aligned}\omega_d &= \frac{20 \cdot R}{L_d} = 497 \text{rad/s}, \\ \omega_q &= \frac{20 \cdot R}{L_q} = 244 \text{rad/s}, \\ \omega_n &= \frac{\omega_d}{100} = 4.97 \text{rad/s},\end{aligned}\tag{3.1}$$

em que a frequência natural não amortecida do sistema mecânico é menor do que as do sistema elétrico, visto que dinâmicas mecânicas são mais lentas. Vale-se ressaltar que foi respeitada a razão de no mínimo uma década entre duas malhas em cascata, no caso, entre a de controle de velocidade e a de corrente.

Substituindo os valores de frequência natural e os coeficiente de amortecimento nas equações que descrevem os ganhos para os controladores (2.69) e (2.70), obtém-se os ganhos expostos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Ganhos dos PIs contínuos.

	$k_p$	$k_i$
$i_d$	15.50	4.97 $k$
$i_q$	15.50	2.44 $k$
$\omega_m$	725.81 $m$	940.57 $m$

Fonte: Próprio autor.

Além dos ganhos dos PIs contínuos, deve-se determinar os coeficientes  $\alpha_q, \alpha_d, \alpha_n$  e  $\beta_q, \beta_d, \beta_n$  das correntes  $i_q, i_d$  e da velocidade mecânica  $\omega_m$ . Para tal, substitui-se os valores encontrados na Tabela 3.2 na equação (2.76), obtendo os coeficientes expostos na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Coeficientes dos PIs discretos.

	$\alpha$	$\beta$
$i_d$	15.50	-15.25
$i_q$	15.50	-15.37
$\omega_m$	725.81 $m$	-725.77 $m$

Fonte: Próprio autor.

### 3.1.2 Equações do controlador de torque MTPA

Afim de determinar as equações para implementação do algoritmo MTPA, deve-se determinar o valor de  $t_c$  e dos coeficientes das equações (2.101)-(2.99). Para tal, substitui-se os parâmetros do motor descritos na Tabela 3.1 nas equações (2.97), (2.98) e (2.100), obtendo-se o valor de  $t_c$  ideal,

$$\tau_c = 16.3884, \quad (3.2)$$

e os coeficientes expostos na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Coeficientes do MTPA.

$\beta_{d(0)}$	12.3221
$\beta_{d(1)}$	$867.0395 \cdot 10^{-3}$
$\beta_{d(2)}$	$61.0088 \cdot 10^{-3}$
$\beta_{d(0)}$	10.6838
$\beta_{d(1)}$	24.6442

Fonte: Próprio autor.

Por fim, pode-se obter as equações para implementação do MTPA substituindo o valor de  $\tau_c$  (3.2) e dos coeficientes descritos na Tabela 3.4 nas equações (2.101) e (2.99), obtendo-se as equações que determinam a corrente de eixo direto,

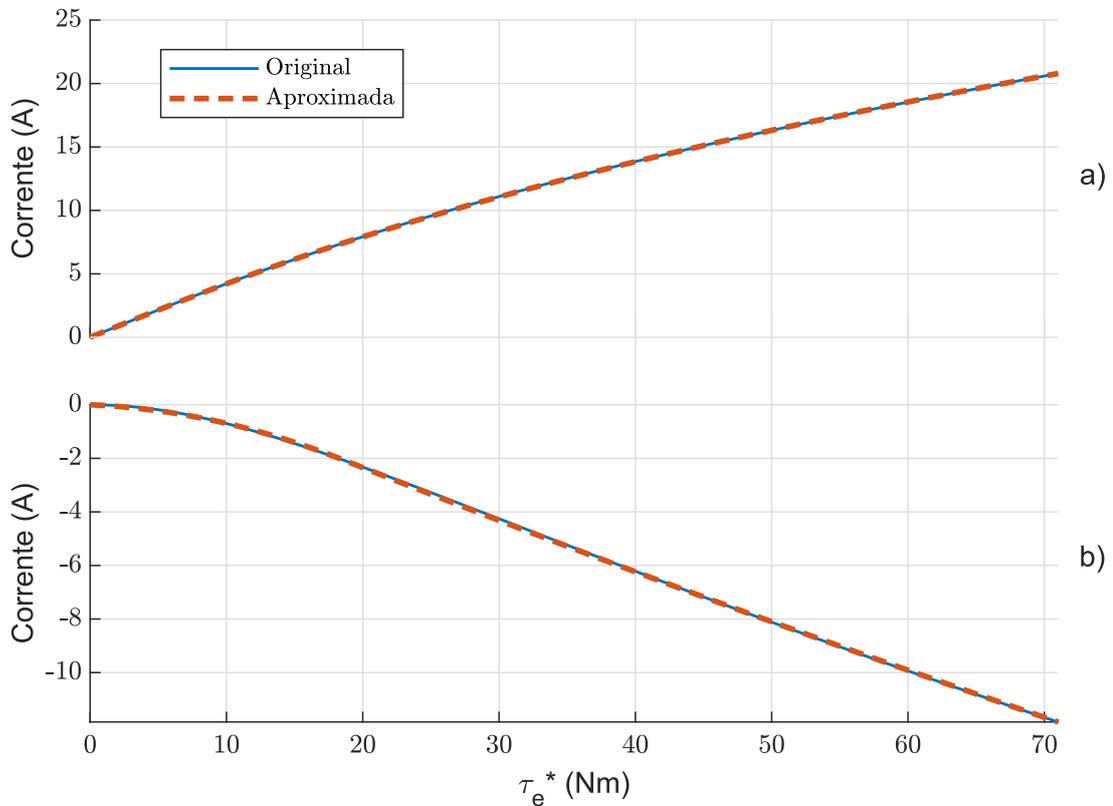
$$i_d = \begin{cases} ((-4.8309 \cdot 10^{-3}(\tau_c^*) - 21.1493 \cdot 10^{-3})(\tau_c^*), & \text{se } 0 < \tau_c^* < 16.3884 \\ ((266.4049 \cdot 10^{-6}(\tau_c^*) - 210.4856e \cdot 10^{-3})(\tau_c^*) + 1.7576, & \text{se } 16.3884 \leq \tau_c^* \end{cases} \quad (3.3)$$

e do eixo de quadratura,

$$i_q = \frac{10.6838\tau_c^*}{24.6442 - i_d^*}. \quad (3.4)$$

Na Figura 3.2 pode-se observar a comparação entre as curva MTPA obtida através da minimização de Lagrange (2.83) e (2.84), as quais possuem elevada complexidade de calculo, com as obtidas através da aproximação polinomial (2.99) e (2.101), utilizando os parâmetros da máquina em questão.

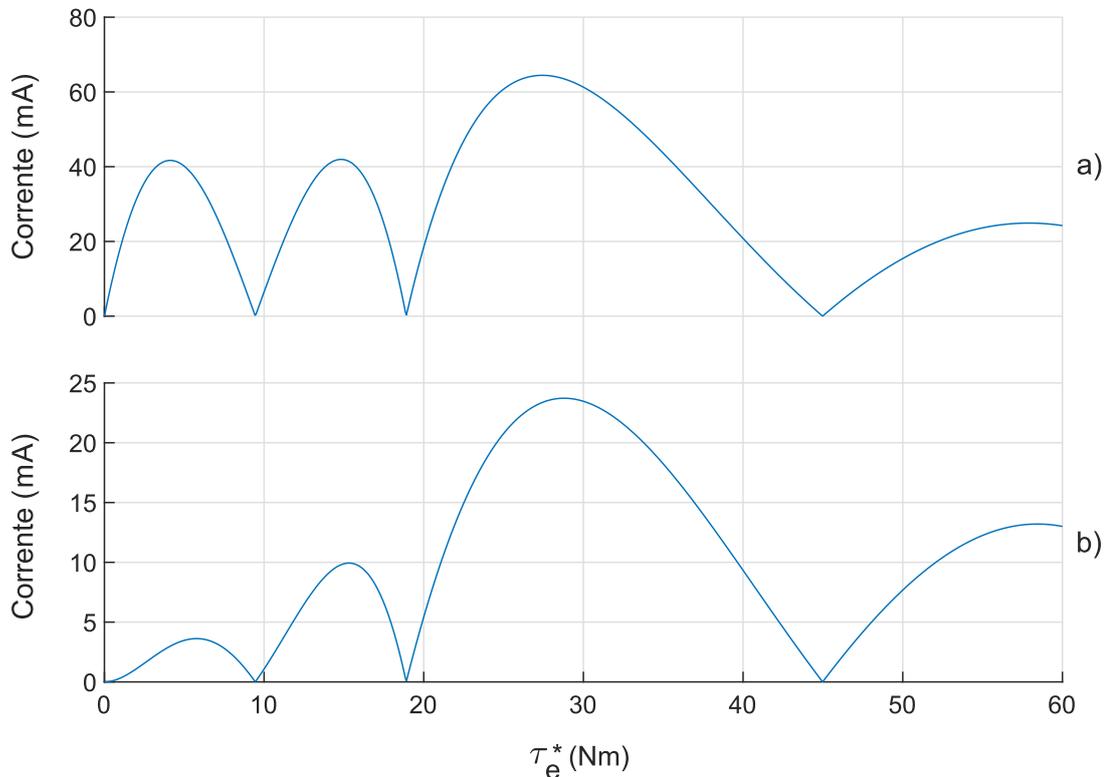
Figura 3.2 – Comparação entre curva MTPA original e aproximada. a) Corrente de eixo em quadratura, b) Corrente de eixo direto.



Fonte: Próprio autor.

Tendo em vista a grande similaridade entre as curvas aproximadas e originais, foi gerada a Figura 3.3. Essa consiste em um gráfico que demonstra a diferença absoluta entre as curvas reais e aproximadas. É possível observar que o maior erro obtido foi no eixo direto, o qual com um torque de referência  $\tau_e^*$  de  $27Nm$ , apresentou um erro de  $63mA$ . Tal erro pode ser considerado desprezível, em comparação à ruídos e imprecisões de medidas inerentes da planta .

Figura 3.3 – Módulo da diferença entre as curva do MTPA originais e a aproximadas. a) Erro de corrente  $i_d$ , b) Erro de corrente  $i_q$ .



Fonte: Próprio autor.

Logo, pode-se observar que as curvas obtidas através das aproximações logram, com excelência, a determinação das correntes síncronas de referência através do torque de referência, tendo em vista que a metodologia viabilizou a obtenção de curvas com erro quase que nulo, quando comparado as curvas originais. É possível também, através da metodologia desenvolvida por Cattani, Rossato e Padilha (2021), a aproximação em polinômios de terceiro e quarto grau, porém a diminuição do erro, por mais que proporcionalmente elevada, não logra resultados práticos, pois, qualquer ruído na medição da corrente, o qual é inerente do processo, é possivelmente maior que a diminuição do erro entre as curvas de maior grau. Portanto, a precisão extra obtida não promove ganhos.

Por fim, visando validar o ganho de desempenho promovido pela utilização do dispositivo de Briot-Ruffini-Horner, foram realizados ensaios utilizando micro-controladores STM32F103C8T6, dotados de um processador operando em  $72\text{ MHz}$ . Foram realizadas 100 mil cálculos do MTPA para cada aproximação de segundo à quarto grau ( $\gamma = 2, 3$  e  $4$ ), com e sem a utilização de BRH, e o tempo dessas operações foi aferido com um osciloscópio. A partir dos dados obtidos, obteve-se a média de tempo para cada operação e essas estão demonstradas na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Tempo de processamento do MTPA.

$\gamma$	s/BRH( $\mu$ s)	c/BRH( $\mu$ s)	Redução de tempo
2	23,94	11,38	52,46%
3	363,10	13,34	96,32%
4	699,30	15,64	97,76%

Fonte: Próprio autor.

Ressalta-se que, embora não tenham sido abordadas aproximações de terceiro e quarto grau nesse trabalho, são expostos os resultados da implementação do BRH, afim de validar especificamente esse dispositivo. Portanto, utilizando esse método, foi possível reduzir o tempo de processamento dos polinômios do MTPA em 52,46% para aproximações de segundo grau e até 97,76% aproximações de quarto grau.

### 3.2 AMBIENTE DE SIMULAÇÃO

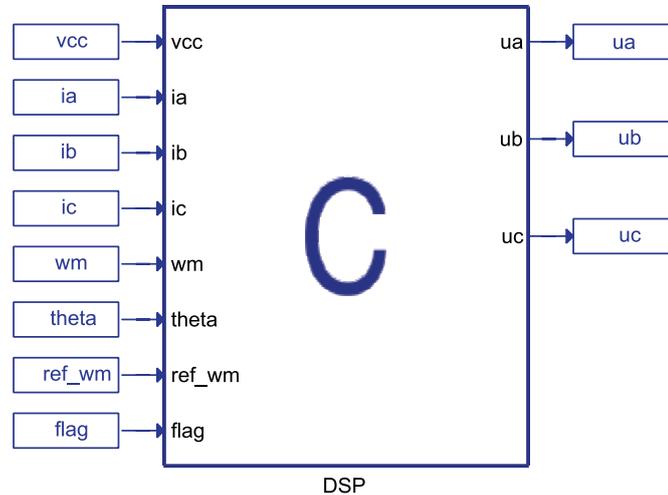
A plataforma *Typhoon HIL* foi empregada para executar as simulações do presente trabalho. Esse sistema conta com um *software*, o *Typhoon HIL control center*, que consiste principalmente em um editor dos esquemáticos de simulação, um sistema SCADA (*supervisory control and data acquisition*) e uma máquina virtual. Atrelado ao *software*, também pode-se utilizar um *hardware* específico que realiza as simulações em tempo real e proporciona uma interface entre o ambiente de simulação e componentes externos, assim como microcontroladores ou sensores. Essa combinação do *hardware* e *software* da *Typhoon* possibilitam simulações em em HIL (*hardware in the loop*), sendo que esse sistema encontra-se presente de forma recorrente na literatura (KHAN et al., 2017) (BAGUDAI; RAY; SAMANTARAY, 2019).

Embora a utilização do *hardware* possibilite uma série de possibilidades, é possível a execução das simulações através da máquina virtual disponibilizada pelo *software*, assim como realizado por Toosi et al. (2019). Essa estratégia é adequada em aplicações que deseja-se validar apenas o algoritmo de controle, sem considerar implicações de *hardware*. Dessa forma, é possível obter simulações com elevada precisão e, principalmente, reduzido tempo de processamento quando comparado à outros *softwares*. Deve-se salientar também que através do *software* JMAG-RT é possível empregar o modelo da máquina em elementos finitos, dessa forma, podem ser obtidos resultados com elevada similaridade à planta real.

Portanto, todas simulações desse trabalho foram realizadas utilizando a máquina virtual disponibilizada por essa plataforma, empregando as leis de controle desenvolvidas nesse trabalho. O controle foi implementado em código C, dessa forma, afim de tornar a

simulação mais próxima à aplicação prática. Todo o código é inserido e processado no bloco C, representado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Circuito de controle no *Typhoon*.

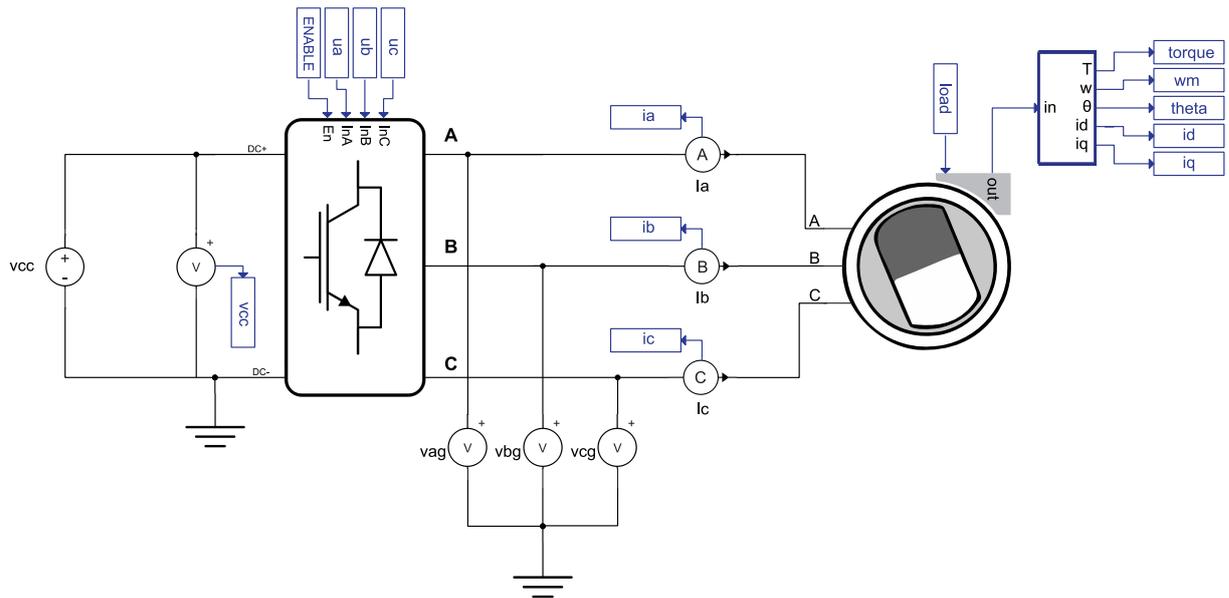


Fonte: Próprio autor.

É possível observar nessa figura que o bloco é composto de oito entradas - medição de corrente das fases e da tensão no barramento; velocidade e ângulo do rotor; a referência de velocidade e uma *flag*, a qual é será utilizada para alternar entre modo de controle com ou sem MTPA. As três saídas desse bloco são composta pelas modulantes de cada fase, as quais irão definir o *duty-cycle* do inversor.

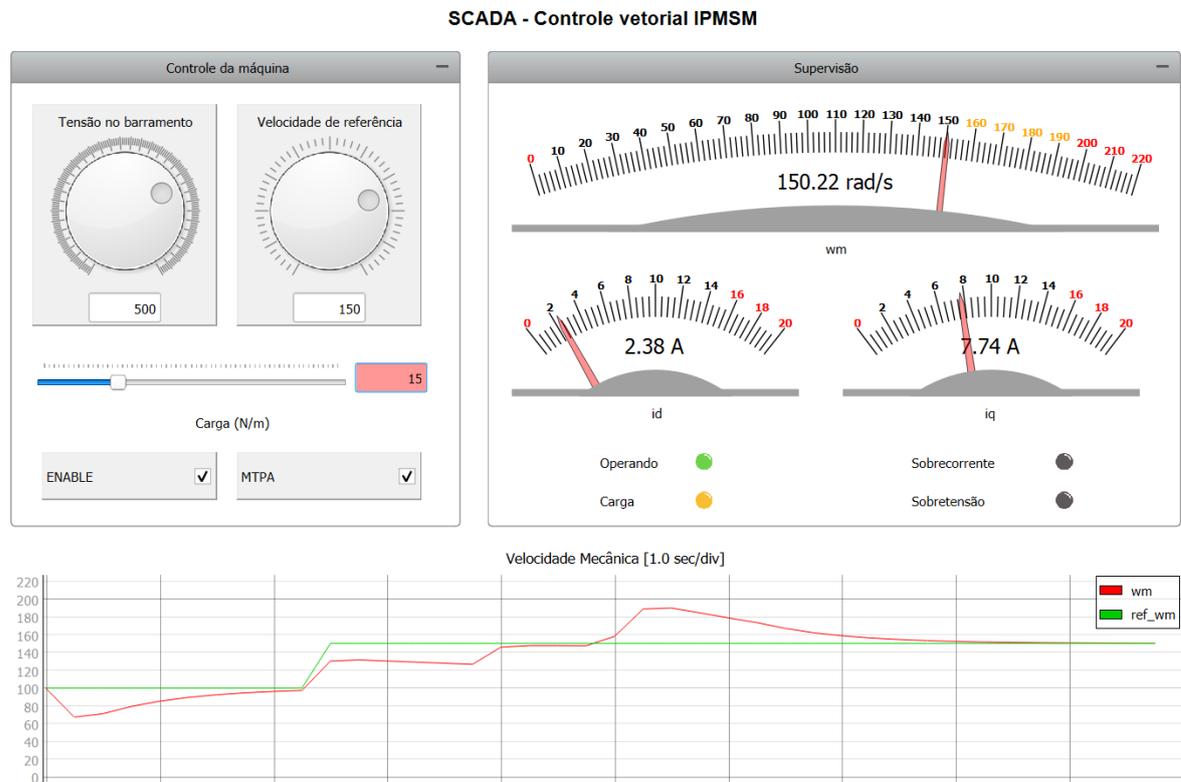
O circuito de potência dessa simulação está demonstrado na Figura 3.5, sendo esse composto por uma fonte de tensão, um inversor trifásico e pela máquina IPMSM - que possui comportamento conforme a modelagem matemática realizada na seção 2.1. Medições de corrente de fase, tensão nos braços e no barramento do inversor se fazem necessários para operação em malha fechada do controlador.

Figura 3.5 – Circuito de potência no *Typhoon*.



Fonte: Próprio autor.

Uma vez definido o esquemático da simulação, pode-se usufruir de um sistema SCADA desenvolvido para essa aplicação, conforme a Figura 3.6. O emprego desse sistema é extremamente vantajoso para realizações de testes, tendo em vista que é possível observar e alterar diversos parâmetros da planta durante a execução da simulação.

Figura 3.6 – SCADA no *Typhoon*.

Fonte: Próprio autor.

Tal sistema supervisorio permite alterar, em tempo real, parâmetros da simulação, sendo esses,

- Tensão no barramento;
- Velocidade de referência para a malha de controle de velocidade;
- Carga aplicada no eixo;
- Estado do inversor, ou seja, habilitado para operação ou inativo;
- Controlador de torque, possibilitando alternar entre MTPA e controle linear.

Além dessa interação com a simulação, é possível supervisionar as seguintes variáveis e alertas,

- Velocidade do rotor;
- Velocidade de referência do rotor;
- Módulo da corrente do eixo direto;
- Corrente do eixo de quadratura;

- Alerta de máquina em operação;
- Alerta de carga aplicada ao eixo do rotor;
- Alerta de sobrecorrente;
- Alerta de sobretensão.

### 3.3 ENSAIOS

Nessa seção serão realizadas as simulações afim de validar as estratégias de controle e modulação propostas. A comparação entre o controlador de torque utilizando MTPA e  $i_d = 0$  será demonstrada, afim de verificar as vantagens da utilização do método proposto. Inicialmente será realizado um ensaio para analisar o espectro harmônico das tensões de fases utilizando a modulação desenvolvida nesse trabalho. Após essa etapa, as malhas de controle serão sistematicamente ensaiadas, iniciando pela malha mais interna - controle de corrente - até a mais externa - controle de velocidade.

Visando obter um ambiente de simulação que usufrua da capacidade de processamento do *Typhoon* e as ferramentas de análise do *Matlab*, foi desenvolvido um código em *Python* que realiza a interface entre o *Typhoon* e o *Matlab*. Para tal, esse código usufrui da API (*application programming interface*) fornecido pela própria *Typhoon*, o qual permite que, através de comandos em *Python*, sejam executadas e parametrizadas as simulações. Após a execução das simulações, a rotina programada exporta os dados gerados para um arquivo binário no formato *.mat*, o qual é a extensão utilizada pelo software *Matlab*, tornando, dessa forma, possível a posterior análise dos dados de simulação nesse ambiente matemático.

#### 3.3.1 Ensaio da modulação do conversor

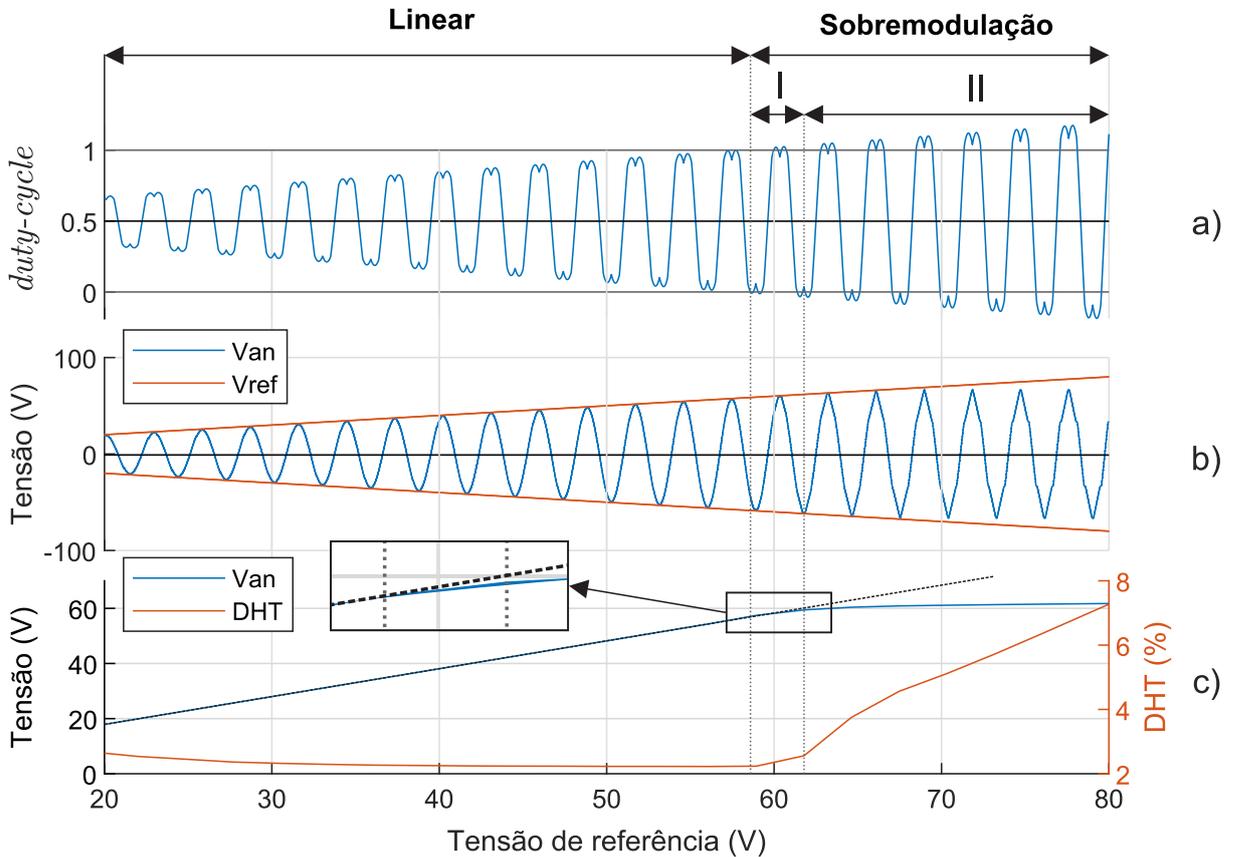
Inicialmente, serão analisados os limites de operação da modulação proposta e, após, será analisado o formato de onda e conteúdo espectral da modulação.

##### 3.3.1.1 Limite de operação de modulação

Para realizar tal análise, realizou-se uma simulação que conta com um barramento de 100V e uma referência de tensão variando de 20V até 80V, conforme demonstrado na

Figura 3.7. Cabe ressaltar que, nessa simulação, nenhuma das malhas de controle foi utilizada.

Figura 3.7 – Análise dos limites de modulação. a) *duty-cycle*, b) tensão de fase, c) tensão da harmônica fundamental e DHT.



Fonte: Próprio autor.

É possível observar em *a)* que a amplitude do *duty-cycle* cresce gradualmente com o aumento da tensão de referência. Em aproximadamente  $58V$ , esse índice ultrapassa os limites de operação no intervalo linear, assim como previsto por Houldsworth e Grant (1984). Logo, pode-se utilizar como limite para operação linear do conversor  $0.58 V_{cc}$  ou  $1/\sqrt{3} V_{cc}$ .

Na seção *b)* é possível observar que a tensão de referência  $V_{ref}$  é satisfatoriamente rastreada em todo intervalo linear. Assim que o *duty-cycle* extrapola os limites da região linear, é possível observar que, além de não sintetizar a tensão de referência, são incluídas componentes harmônicas que geram distorção no formato de onda da tensão. Tal comportamento pode ser melhor observado em *c)*, o qual através da decomposição espectral da tensão de fase é obtida a componente fundamental e distorção harmônica total (2.140) de quinto grau, descritas pela curva azul e laranja, respectivamente.

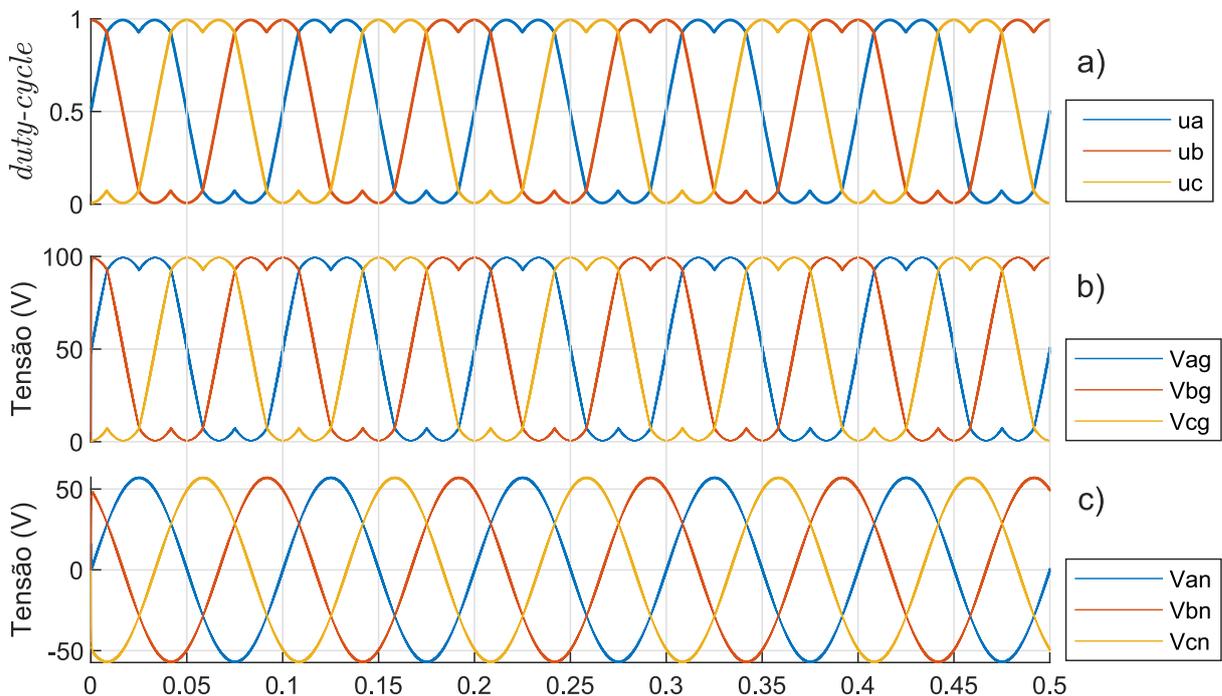
Conforme Krishnan (2009), o intervalo de sobremodulação é dividido em dois: o *quasilinear*, representado por *I*, o qual, de certa forma, ainda rastreia a tensão de refe-

rência e mantém a DHT reduzida; e o intervalo de saturação, representado por  $II$ , em que a tensão sintetizada atinge um platô e, com o aumento da tensão de referência e, conseqüentemente, do *duty-cycle*, é incrementada apenas a distorção da onda. Logo, se necessário, pode-se estender o limite de modulação para região *quasilinear*, o qual é até cerca de  $0.62 V_{cc}$ .

### 3.3.1.2 Análise da modulação

Afim de observar o desempenho da modulação, serão utilizadas de referência de tensão das fases três senóides defasadas em  $120^\circ$  entre si com amplitude máxima dentro da região linear ( $V_{cc}/\sqrt{3} = 57V$ ) e frequência de  $10Hz$ . Novamente, será utilizada uma fonte de  $100V$  no barramento para facilitar a visualização das grandezas. Além disso, afim de observar apenas as componentes fundamentais, foi aplicado um filtro passa baixas de tal forma que atenuie apenas as componentes de chaveamento de alta frequência, conforme demonstrado na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Análise dos formatos de onda obtidos pela modulação. a) *duty-cycle*, b) tensão no braço do inversor, c) tensão de fase.



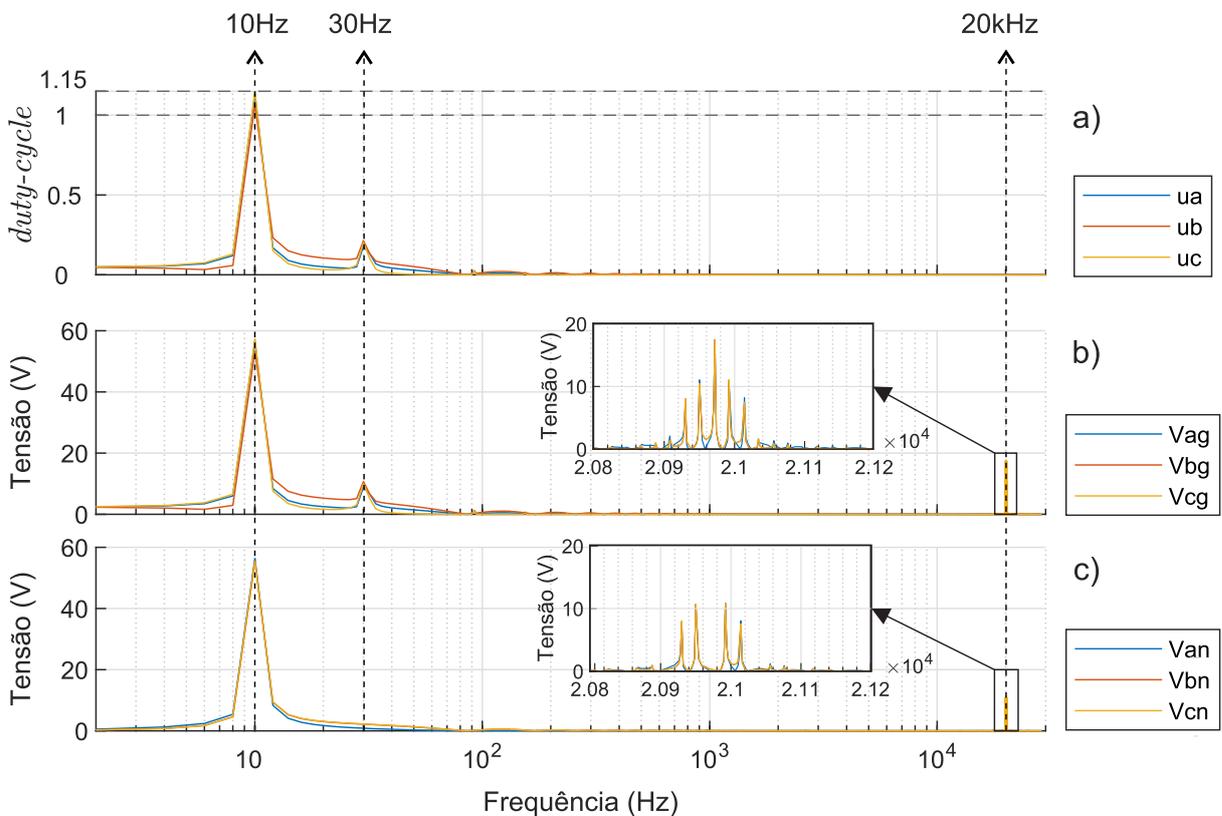
Fonte: Próprio autor.

Pode-se observar que existe um relação direta entre o *duty-cycle* e a tensão no braço do inversor, sendo que ambas possuem a distorção da terceira harmônica, portanto, exibem formato diferente de uma senóide sem distorção harmônica. Pode-se notar também que a tensão no braço possui *offset* de  $V_{cc}/2$ , pois as ondas variam entre  $0V$  e  $100V$ . No

entanto, a tensão de fase não possui offset e distorção da terceira harmônica injetada, conforme anteriormente demonstrado em (2.126). Também é possível observar que a tensão de fase ultrapassa a amplitude de  $50V$ , atingindo os  $57V$ , assim como esperado.

Afim de realizar uma análise do conteúdo harmônico de tais ondas, foram realizadas FFTs (*fast Fourier transform*) nas ondas obtidas anteriormente, porém, nesse caso não foi utilizado o filtro passa baixas, afim de analisar as componentes de chaveamento. Pode-se observar a decomposição espectral na Figura 3.9

Figura 3.9 – Análise dos conteúdos harmônicos obtidos pela modulação. a) *duty-cycle*, b) tensão no braço do inversor, c) tensão de fase.



Fonte: Próprio autor.

O *duty-cycle* possui componente fundamental com magnitude 1.15, o que, sem injeção da terceira harmônica, promoveria uma operação em região não linear. Porém, como exposto na Figura 3.8, em momento algum o *duty-cycle* extrapola os limites da região linear.

Tanto a tensão no braço quanto a tensão de fase possuem a componente fundamental da magnitude de referência e as componentes em  $20kHz$  devido à comutação das chaves do inversor. Também, nota-se que, de fato, não é presente a terceira harmônica na tensão de fase.

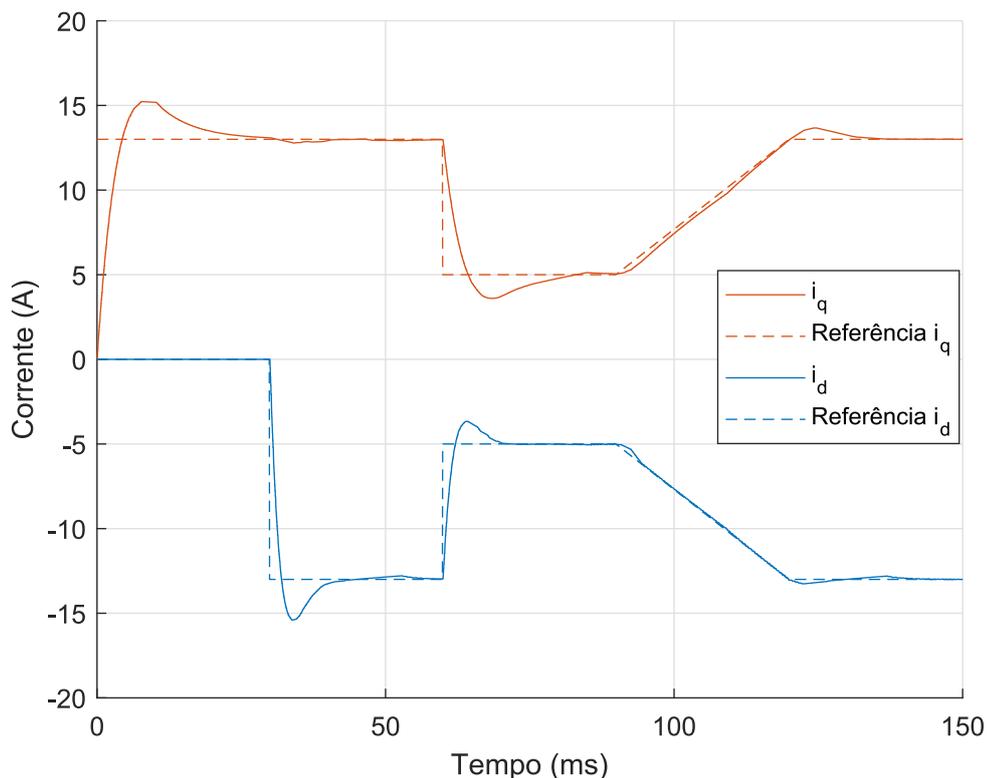
### 3.3.2 Ensaio dos controladores de Corrente

Neste ensaio será utilizada apenas a malha mais interna do sistema de controle, ou seja, a malha de controle de corrente, que irá retornar referência de tensão dada uma entrada de referência de corrente e erro calculado.

O procedimento desse ensaio consiste em determinar referências de corrente para cada eixo e observar o comportamento do sistema, sendo que, afim de observar o comportamento das correntes sem interação da velocidade do rotor, o rotor da máquina está bloqueado.

Na Figura 3.10, é possível analisar o desempenho do sistema submetido frente as variações de carga e referência impostas. São aplicadas três variações de referência: na partida, um degrau na corrente  $i_q$  de  $13\text{ A}$ ; aos  $30\text{ ms}$  um degrau na corrente  $i_d$  de  $-13\text{ A}$ ; é aplicado um degrau de referência nas correntes de eixo quadratura e direto, para  $5\text{ A}$  e  $-5\text{ A}$ , respectivamente, aos  $60\text{ ms}$ ; e, por fim, uma rampa de referência em cada eixo, dos  $90\text{ ms}$  aos  $120\text{ ms}$ .

Figura 3.10 – Ensaio dos controladores de corrente.



Fonte: Próprio autor.

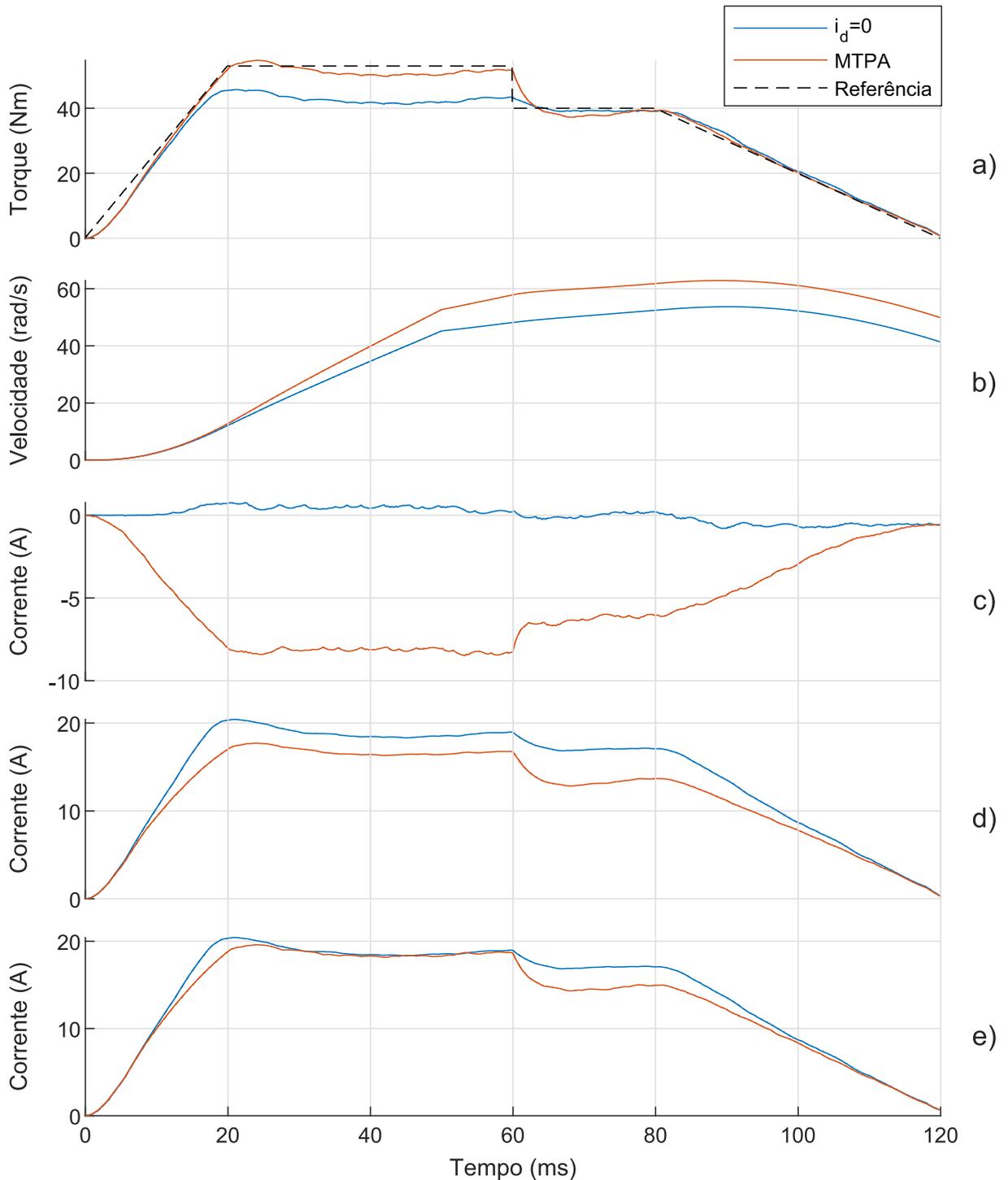
Verifica-se que o controlador seguiu as referências adequadamente. Também é possível observar o *overshoot* já esperado devido ao fator de amortecimento para as malhas de corrente ser menor que 1. Conclui-se que os controladores de corrente possibilitam a obtenção de um desempenho satisfatório.

### 3.3.3 Ensaio do controlador de Torque

Neste ensaio serão utilizadas duas malhas de controle: uma de torque, a qual irá retornar duas referências de corrente ( $i_q$  e  $i_d$ ), e a outra de corrente, cuja função é determinar a tensão nos terminais da máquina. Além disso, serão comparados os desempenhos do controle linear de torque ( $i_d = 0$ ), descrito em (2.79), e do MTPA desenvolvido nesse trabalho (2.99) e (2.101).

O controlador de torque também será ensaiado através de variações de referência e carga. A máquina parte do repouso à vazio e é imposta uma referência em rampa que aos  $20\text{ ms}$  atinge torque nominal ( $53\text{ Nm}$ ). Aos  $50\text{ ms}$  é acoplada uma carga de  $30\text{ Nm}$  no eixo. Aos  $60\text{ ms}$  a referência de torque é reduzida através de um degrau para  $40\text{ Nm}$  e, após os  $80\text{ ms}$ , uma última rampa decrescente é aplicada, como pode ser observado na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Ensaio do controlador de torque. (a) Torque eletromagnético, (b) velocidade mecânica  $\omega_m$ , c) corrente  $i_d$ , d) corrente  $i_q$ , e) módulo da corrente  $i_s$ .



Fonte: Próprio autor.

Tendo em vista a limitação de corrente demonstrada na Tabela 3.1, é possível observar que entre  $17\text{ ms}$  e  $60\text{ ms}$  o controlador de corrente linear não rastreia a referência, pois o limite de corrente seria excedido para obter o torque de referência. Entretanto, o controlador MTPA consegue de forma satisfatória rastrear a referência, pois esse, pela própria

definição, necessita de um menor módulo de corrente para gerar o torque necessário.

Quando a referência de torque diminui para  $40Nm$  é possível observar outra diferença entre os controladores de torque: a magnitude do módulo da corrente exposto em d). Nesse caso, ambos controladores rastreiam a referência, porém o MTPA possui módulo de corrente cerca de 20% menor, resultando assim em menores perdas.

Sabe-se que ambos controladores de torque utilizam polinômios para obtenção das referências de corrente, logo, não inserem dinâmica alguma ao sistema. Entretanto, nota-se comportamento sub-amortecido para o torque eletromagnético gerado, marcados pela presença de *overshoot* aos  $20ms$ , por exemplo. Tal característica é herdada exclusivamente dos controladores de corrente, devido ao torque ser gerado por uma combinação entre as correntes síncronas (2.45).

É possível observar que a corrente de eixo direto apresenta leve oscilação em torno de seu valor médio quando comparada com a corrente de eixo de quadratura. Esse comportamento dá-se tanto pela menor indutância no eixo direto (aproximadamente metade da apresentado no eixo de quadratura), quanto à escala vertical do gráfico da corrente  $i_d$  ser a metade do gráfico da corrente  $i_q$ , evidenciando assim pequenas variações.

O degrau de carga aos  $50ms$  não teve impacto significativo nas correntes síncronas, sendo que essa variação de carga interferiu apenas na velocidade mecânica do rotor. Verifica-se também que a velocidade mecânica do ensaio utilizando o controle linear de torque permaneceu menor do que a desenvolvida pelo controlador MTPA, devido à inferior capacidade de gerar torque eletromagnético e menor intervalo de operação.

Logo, com esse ensaio, foi capaz de demonstrar as vantagens citadas anteriormente do MTPA: aumento da eficiência e maior intervalo de operação, melhorando assim o desempenho dinâmico em transitórios, por exemplo.

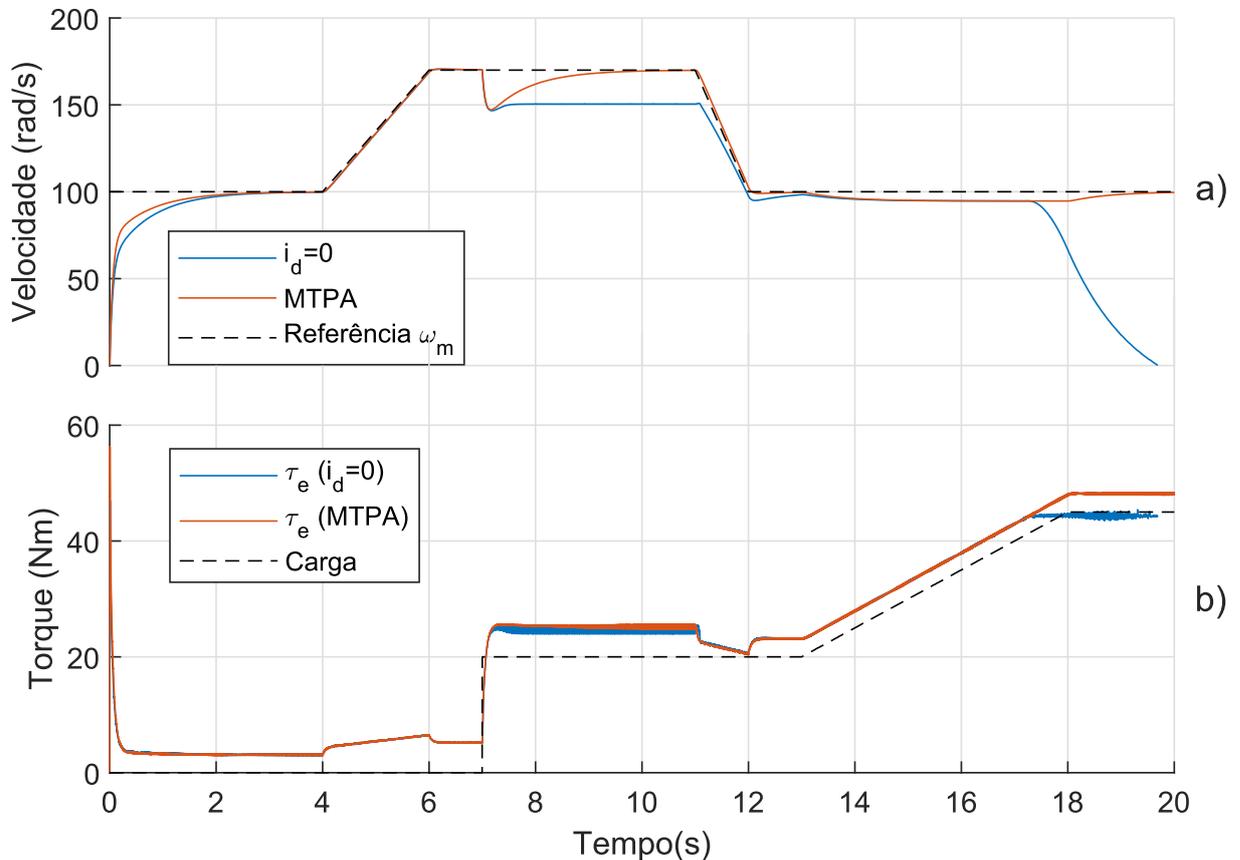
### 3.3.4 Ensaio do controlador de Velocidade

Este ensaio contempla a mais externa malha, ou seja, além dos controladores de corrente e torque, será empregado o controlador de velocidade para determinar a referência de torque adequadas, dada uma referência de velocidade como entrada e um erro calculado. Uma série de variações de carga e referência foram impostos nesse sistema, afim de observar o comportamento dinâmico das malhas de controle projetadas.

A máquina parte a vazio com referência de velocidade definida em  $100rad/s$  até os  $4s$  de ensaio. Após esse intervalo, é aplicada variação em rampa da referência durante  $2s$  que eleva a referência de velocidade até  $170rad/s$ , velocidade próxima à nominal. Logo após, aos  $7s$ , uma carga de  $20Nm$  é acoplada ao eixo da máquina. Aos  $11s$  outra rampa de referência é aplicada, sendo que essa possui duração de apenas  $1s$  e reduz a referência de velocidade para  $100rad/s$ . Por fim, uma rampa crescente de carga a partir dos  $13s$  por

5s até atingir  $45Nm$ . Os resultados desse ensaio podem ser analisados na Figura 3.12.

Figura 3.12 – Ensaio do controlador de velocidade. a) Velocidade mecânica, b) torque no eixo.



Fonte: Próprio autor.

É possível identificar que o controlador MTPA promove uma aceleração inicial ligeiramente maior que o controle  $i_d = 0$ , pois possibilita maior pico de torque no arranque da máquina. Durante a rampa de referência dos 4s aos 6s ambos controladores possuem comportamento similar, porém, aos 7s, quando a carga de  $20Nm$  é aplicada, o controlador de torque MTPA consegue satisfatoriamente recuperar a velocidade após o acoplamento da carga. Tal situação não ocorreu no controlador linear de torque, pois esse, para atingir o torque de referência, nessa velocidade, necessitaria de mais tensão no barramento  $V_{cc}$ .

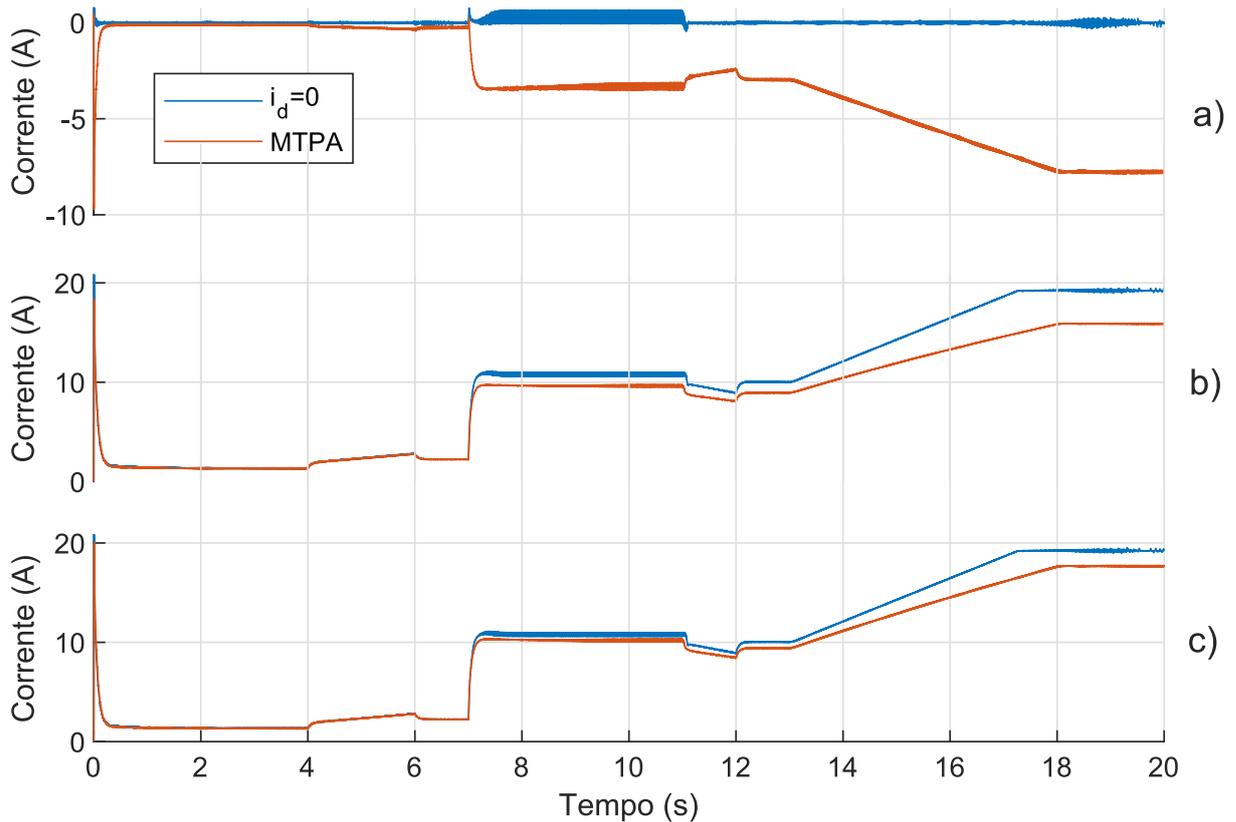
Na rampa de carga aplicada aos 13s é possível observar que ambos controladores possuem comportamento satisfatório, porém, a partir dos 17.5s, o controlador linear de torque não conseguiu mais acompanhar o controlador MTPA, pois o torque de referência imposto pelo controlador de velocidade faria com que a ultrapassasse a corrente máxima da máquina, logo foi saturada a referência de corrente e a máquina não conseguiu seguir a referência de velocidade, ao passo que o controle com MTPA conseguiu recuperar a velocidade.

Verifica-se que a velocidade mecânica, independente do controlador de torque em-

pregado, demonstra comportamento sobreamortecido. Fato esse que demonstra conformidade dos resultados obtidos com os parâmetros de projetos, pois utilizou-se um coeficiente de amortecimento maior que um afim de obter esse comportamento.

As dinâmicas das correntes da máquina nesse ensaio estão expostas na Figura 3.13.

Figura 3.13 – Ensaio do controlador de velocidade. a) Corrente de eixo direto, b) corrente de eixo em quadratura, c) módulo da corrente  $i_s$



Fonte: Próprio autor.

É possível observar que na partida da máquina surgiram picos de corrente afim de sintetizar o torque demandado pelo controlador de velocidade. Porém esses picos de corrente mostraram-se controlados, demonstrando adequada banda do controlador de velocidade, que não gerou referências de torque excessivamente elevadas.

O módulo das corrente do controlador linear de torque foi superior ao obtido pelo MTPA, o que resulta em maiores perdas Joule. Além de obter menor eficiência que o MTPA, esse controlador também demonstrou menor desempenho dinâmico, evidenciando assim a vantagem da utilização do MTPA.

## 4 CONCLUSÃO

Esse trabalho apresentou o estudo e desenvolvimento de um sistema de controle para uma IPMSM, sendo abordado desde o projeto dos controladores até a modulação utilizada. Inicialmente, nesse trabalho, foi demonstrada a relevância do estudo de máquinas síncronas de ímãs permanentes internos para aplicações em tração de veículos elétricos. Uma vez justificado o estudo, foram abordados diversos desafios no acionamento e controle desse tipo de máquina através da revisão bibliográfica.

Posteriormente, foi obtido o modelo matemático da máquina IPMSM de forma gradativa, desde as transformadas de referência e do modelo elementar da máquina até o equacionamento do circuito equivalente e das dinâmicas mecânicas. Baseado nos modelos obtidos, foram estudados e projetados os controladores de corrente e velocidade. Afim de ampliar o intervalo de operação e maximizar a eficiência da máquina, foi proposto a estratégia MTPA para sintetização das correntes de referência da máquina. Por fim, foi realizado um estudo da topologia e modulação do conversor estático para o acionamento da máquina.

Grande parte das simulações foram obtidas por simulação empregando o *software Typhoon HIL control center*. Nessa plataforma foi desenvolvido um sistema SCADA, permitindo a supervisão e interação com a planta durante a execução das simulações, empregado frequentemente na execução de testes. Entretanto, afim de obter os resultados do presente trabalho, foi empregado uma interface em Python entre Matlab e Typhoon desenvolvida nesse estudo. Foram ensaiadas sistematicamente as malhas de corrente e a modulação proposta. Foram utilizados os métodos numéricos de otimização e interpolação de Lagrange, atrelado ao dispositivo de Briot-Ruffini-Horner no desenvolvimento do MTPA, possibilitando a redução do custo computacional para execução dos cálculos necessários. Esse algoritmo MTPA desenvolvido foi sucessivamente testado e comparado ao controlador linear de torque. Logo, foi demonstrado, através dos ensaios, a superioridade em termos de comportamento dinâmico e eficiência do método proposto. De forma coerente à proposta do trabalho de obter algoritmos de controle que não possuam alto custo computacional, o método MTPA proposto apresenta reduzido custo computacional devido à otimizações através da utilização de métodos numéricos.

Por fim, conclui-se que, através dos resultados obtidos, foi possível validar o estudo e a metodologia proposta. Ademais, afim de continuar e complementar esse estudo, sugere-se para trabalhos futuros:

- Implementação do sistema proposto em bancada experimental, afim de validar experimentalmente o método proposto;
- Implementação de controladores preditivos baseados no modelo da máquinas para

promover melhorias nas dinâmicas de corrente;

- Estudo e desenvolvimento de um algoritmo de enfraquecimento de campo que possua reduzido custo computacional, visando operação da máquina acima da velocidade nominal.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAD, G. **Power electronics and electric drives for traction applications**. [S.l.: s.n.], 2016. ISBN 9781118954423.

ATKINSON WEIMIN HAN, D. E. S. K. **Numerical Solution of Ordinary Differential Equations**. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 2009. (Pure and Applied Mathematics: A Wiley Series of Texts, Monographs and Tracts). ISBN 047004294X,9780470042946.

BAGUDAI, S. K.; RAY, O.; SAMANTARAY, S. Evaluation of control strategies within hybrid dc/ac microgrids using typhoon hil. In: **2019 8th International Conference on Power Systems (ICPS)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–6.

BEDETTI, N. et al. Automatic mtpa tracking in ipmsm drives: Loop dynamics, design, and auto-tuning. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 53, n. 5, p. 4547–4558, 2017.

BERTSEKAS, D. P. Chapter 1 - introduction. In: BERTSEKAS, D. P. (Ed.). **Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods**. [S.l.]: Academic Press, 1982. p. 1–94. ISBN 978-0-12-093480-5.

BILGIN BERKER; EMADI, A. J. J. W. **Switched reluctance motor drives: fundamentals to applications**. [S.l.]: CRC, 2019. ISBN 9781138304598,113830459X,9780203729991.

CATTANI, E.; ROSSATO, L.; PADILHA, R. Estrategia mtpa para a maquina ipmsm de baixo custo computacional baseada em polinômios de lagrange. **SEPOC**, 2021.

CHEN, L. et al. Improved control techniques for ipm motor drives on vehicle application. In: . [S.l.: s.n.], 2002. p. 2051 – 2056 vol.3. ISBN 0-7803-7420-7.

EHSANI, M. et al. **Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles**. [S.l.]: CRC press, 2018.

FIGUEIREDO, D.; BIM, E. Controle linear de maximo torque de um motor sincrono de imãs permanentes interiores. **Sba: Controle Automação Sociedade Brasileira de Automática**, sciELO, v. 21, p. 260 – 271, 06 2010. ISSN 0103-1759. Disponível em: <[http://www.scielo.br/sciELO.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-17592010000300004&nrm=iso](http://www.scielo.br/sciELO.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592010000300004&nrm=iso)>.

FRANCO, N. M. B. **Cálculo Numérico**. [S.l.]: PEARSON, 2015. ISBN 8576050870.

FUCHS, M. A. S. M. E. **Power Quality In Electrical Machines And Power Systems**. [S.l.]: Academic Press, 2008. ISBN 0123695368,9780123695369.

GABBI, T. S. **CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES E OBSERVADOR DE DISTURBIOS APLICADOS AO MOTOR SINCRONO DE IMÃS PERMANENTES**. 2015. 127 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

GUO, Q. et al. Maximum efficiency per torque control of permanent-magnet synchronous machines. **Applied Sciences**, v. 6, p. 425, 12 2016.

HABERMAN, R. **Elementary Applied Partial Differential Equations With Fourier Series And Boundary Value Problems**. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1987.

HALLIDAY ROBERT RESNICK, J. W. D. **Fundamentals of physics, extended edition**. 8. ed. Wiley, 2007. ISBN 9780471758013,0471758019. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=f54adcb9fc28710149466bec1f5b41e6>>.

HAVA, A.; KERKMAN, R.; LIPO, T. Simple analytical and graphical methods for carrier-based pwm-vsi drives. **Power Electronics, IEEE Transactions on**, v. 14, p. 49 – 61, 02 1999.

HESLA, E. Electric propulsion [history]. **Industry Applications Magazine, IEEE**, v. 15, p. 10 – 13, 09 2009.

HOULDSWORTH, J. A.; GRANT, D. A. The use of harmonic distortion to increase the output voltage of a three-phase pwm inverter. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IA-20, n. 5, p. 1224–1228, 1984.

HUANG, S. et al. Maximum torque per ampere and flux-weakening control for pmsm based on curve fitting. 09 2010.

IEA. **Global EV Outlook 2019**. Paris, 2019.

KARTEEK, D. N. P. K. Y. Transfer function model based analysis of permanent magnet synchronous motor with controllers. **International Journal of Innovative Research in Electrical, Electronics, Instrumentation and Control Engineering**, v. 1, 2016.

KHAN, A. et al. Dual active full bridge implementation on typhoon hil for g2v and v2g applications. In: **2017 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6.

KIM, H. et al. Discrete-time current regulator design for ac machine drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 46, n. 4, p. 1425–1435, 2010.

KIM, S.-H. Chapter 7 - pulse width modulation inverters. In: KIM, S.-H. (Ed.). **Electric Motor Control**. [S.l.]: Elsevier, 2017. p. 265–340. ISBN 978-0-12-812138-2.

KRISHNAN, R. **Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives**. New York: CRC Press, 2009. 611 p.

LAB, O. **Interior Permanent Magnet Synchronous Motors**. Ohnuma Lab, 2011. Acessado em 06 jul 2020. Disponível em: <[http://user.numazu-ct.ac.jp/~ohnuma/e\\_research.html](http://user.numazu-ct.ac.jp/~ohnuma/e_research.html)>.

LI, M.; HE, J.; DEMERDASH, N. A. O. A flux-weakening control approach for interior permanent magnet synchronous motors based on z-source inverters. In: **2014 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.

LI, Y. W. K. Maximum torque per ampere (mtpa) control for ipmsm drives using signal injection and an mtpa control law. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 15, n. 10, p. 5588–5598, 2019.

MARQUEZ-FERNENDEZ A. REINAP, M. A. F. Design, optimization and construction of an electric motor for an electric rear wheel drive unit application for a hybrid passenger car. In: **The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.

MURAKAMI, H. et al. The performance comparison of spmsm, ipmsm and synrm in use as air-conditioning compressor. In: IEEE. **Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Forth IAS Annual Meeting (Cat. No. 99CH36370)**. [S.l.], 1999. v. 2, p. 840–845.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. New York: Pearson, 2015. 824 p.

PAN, C.-T.; SUE, S. M. A linear maximum torque per ampere control for ipmsm drives over full-speed range. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 20, n. 2, p. 359–366, 2005.

PIIPPO, A.; SALOMAKI, J.; LUOMI, J. Signal injection in sensorless pmsm drives equipped with inverter output filter. **Industry Applications, IEEE Transactions on**, v. 44, p. 1614 – 1620, 10 2008.

QUARTERONI, A.; SACCO, R.; SALERI, F. **Numerical Mathematics**. [S.l.: s.n.], 2007. v. 37. ISBN 978-1-4757-7394-1.

RAHMAN, M. A. et al. Testing of genetic-pi based controller for ipmsm drive. **2002 IEEE International Conference on Industrial Technology, 2002. IEEE ICIT '02.**, v. 1, p. 119–124 vol.1, 2002.

ROWAN, T. M.; KERKMAN, R. J. A new synchronous current regulator and an analysis of current-regulated pwm inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IA-22, p. 678–690, 1986.

SANTIAGO, J. de et al. Electrical motor drivelines in commercial all-electric vehicles: A review. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 61, n. 2, p. 475–484, 2012.

SCALCON, F. P. **CONTRIBUIÇÕES AO ACIONAMENTO E CONTROLE DOS MOTORES DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL E SÍNCRONO DE IMÃS PERMANENTES**. 2019. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

SUN, J. et al. Online mtpa trajectory tracking of ipmsm based on a novel torque control strategy. **Energies**, v. 12, n. 17, 2019. ISSN 1996-1073.

TOOSI, H. E. et al. Central power management system for hybrid pv/battery ac-bus microgrid using typhoon hil. In: **2019 IEEE 28th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1053–1058.

VAS, P. **Sensorless Vector and Direct Torque Control**. illustrated edition. Oxford University Press, USA, 1998. (Monographs in Electrical and Electronic Engineering). ISBN 0198564651,9780198564652. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d26a526a344fa01e4a9040de2b97da45>>.

VUKOSAVIC, S. N. **Electrical Machines**. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag New York, 2013. (Power Electronics and Power Systems). ISBN 978-1-4614-0399-9,978-1-4614-0400-2.

WANG, A.; JIA, X.; SHI, W. On-line parameter estimation method for ipmsm based on decoupling control. **World Electric Vehicle Journal**, v. 4, p. 610–616, 01 2011.

WEIJIE L. DONGLIANG, W. Q. Z. X. L. On sliding mode control of permanent magnet synchronous motor. In: **The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 4555–4559.

ZHOU, K.; WANG, D. Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based pwm: a comprehensive analysis [three-phase inverters]. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 49, n. 1, p. 186–196, 2002.

ZHU, H.; XIAO, X.; LI, Y. A simplified high frequency injection method for pmsm sensorless control. In: . [S.l.: s.n.], 2009. p. 401 – 405.