

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM
QUANTITATIVA

Daniel De Vargas Lewiski

**ANÁLISE DA DEMANDA ELÉTRICA BRASILEIRA BASEADA EM
MÉTODOS DE PREVISÃO**

Santa Maria, RS

2022

Daniel De Vargas Lewiski

**ANÁLISE DA DEMANDA ELÉTRICA BRASILEIRA BASEADA EM MÉTODOS DE
PREVISÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa

Orientador: Prof. Dr. Adriano Mendonça Souza

Santa Maria, RS

2022

Daniel De Vargas Lewiski

**ANÁLISE DA DEMANDA ELÉTRICA BRASILEIRA BASEADA EM MÉTODOS DE
PREVISÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa**

Aprovada em 4 de Julho de 2022.

Adriano Mendonça Souza, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Luciane Flores Jacobi, Dra. (UFSM)

Cleber Bisognin, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS

2022

RESUMO

ANÁLISE DA DEMANDA ELÉTRICA BRASILEIRA BASEADA EM MÉTODOS DE PREVISÃO

AUTOR: Daniel de Vargas Lewiski

ORIENTADOR: Adriano Mendonça Souza

O grande avanço tecnológico nas últimas décadas apresentou uma significativa mudança nas relações da humanidade com o planeta, o consumo energético, as fontes de energia e o destino dessa energia acompanharam essa profunda mudança. Nesse contexto, a busca por processos mais sustentáveis e, conseqüentemente, mais eficientes energeticamente é um objetivo cada vez mais desejado na maioria dos processos produtivos e sociais. O Brasil é um grande fornecedor de diferentes fontes energéticas e, do mesmo modo, um grande consumidor. Por isso, a previsão da demanda energética do país é fundamental para que os objetivos intimamente ligados com a sustentabilidade mundial sejam alcançados. Os modelos de previsão apresentam um papel fundamental para o estudo do comportamento da demanda energética, dos principais fatores influentes e para a tomada de decisões mais assertivas em qualquer processo. O presente trabalho buscou analisar o desempenho de modelos de previsão da demanda energética brasileira ao longo do período de 1970 até 2020 considerando a influência de variáveis de setores energéticos, econômicos e sociais do país. Os modelos clássicos de séries temporais como o modelo de Suavização Exponencial corrigido pela tendência (Método de Holt) e o modelo ARIMA, além de modelos de séries temporais nebulosas multivariadas e redes neurais recorrentes de longa e curta memória foram utilizados no presente trabalho. Os modelos univariados tiveram resultados satisfatórios, o modelo ARIMA(2,0,1) apresentou o melhor valor das métricas de desempenho para modelos univariados (RMSE = 0.288), o modelo de Redes Neurais Recorrentes (LSTM) apresenta o segundo melhor desempenho (RMSE = 0.830), na terceira posição, tem-se o modelo de Séries Temporais Nebulosas (RMSE = 4.271), na quarta posição, tem-se o modelo de Suavização Exponencial de Holt Clássico (RMSE = 4.420) seguido pelo modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido (RMSE = 4.497), por fim, o modelo de Suavização Exponencial Simples (RMSE = 5.4144). Analisando os modelos paramétricos, o modelo ARIMA (2,0,1) também apresentou o melhor resultado para a métrica AIC e BIC. Em relação aos modelos multivariados que utilizaram 6 variáveis explicativas (Número de Habitantes no Brasil, Consumo Energético Total, Consumo de Energia Elétrica, PIB Total do Brasil, Consumo de Gasolina e Preço da Gasolina em relação ao Preço do Petróleo Importado), o Modelo LSTM apresentou o melhor resultado em relação à métrica RMSE, seguido pelo Modelo FIG-FTS e WMV-FTS, os valores de RMSE foram de 0,4749, 2,81385 e 3,9108, respectivamente.

Palavras-chave: Consumo energético. Modelos de previsão. Análise multivariada. Séries temporais. Redes neurais recorrentes.

ABSTRACT

ANALYSIS OF BRAZILIAN ELECTRICAL DEMAND BASED ON FORECAST METHODS

AUTHOR: Daniel de Vargas Lewiski

ADVISOR:: Adriano Mendonça Souza

The great technological advance in the last decades has presented a significant change in humanity's relations with the planet, energy consumption, as energy sources and the destiny of this energy that accompanies this profound change. In this more efficient process, it is an objective increasingly sought in most productive and social processes. Brazil is a major supplier of different energy sources and, at the same time, a major consumer. Therefore, an energy forecast is essential so that those linked to global sustainability will be close to energy demand. Forecast models play a fundamental role in the study of energy demand behavior, the main influential factors and for making more assertive decisions in any process. The present work analyzes the performance of Brazilian demand forecast models over the period from 1970 to 2020 considering the influence of variables from energy and social sectors of the country. Classical time series models such as the trend-corrected Exponential Smoothing model (Holt method) and the ARIMA model, as well as multivariate fuzzy and long-and short-memory recurrent neural time series models were used in this work. The univariate model obtained satisfactory results from the RMSE model, the ARIMA(2,0,1) model presented the best value of performance measurements for univariate models (Recurrent Neural Networks = 0.288), the second Recurrent Neural Networks (LSTM) model presents the best performance (RMSE = 0.830), in the third position, we have the Fuzzy Time Series model (RMSE = 4.271), in the fourth position, we have the Classical Holt Exponential Smoothing model (RMSE = 4.420) followed by the Smoothing model Damped Holt Exponential (RMSE = 4.497), finally, the Simple Exponential Smoothing model (RMSE = 5.4144). Analyzing the parametric models, the ARIMA model (2,0,1) also presented the best result for the AIC and AIB metric. Regarding the multivariate models that use 6 explanatory variables (Number of Inhabitants in Brazil, Total Energy Consumption, Electric Energy Consumption, Total GDP in Brazil, Gasoline Consumption and Gasoline Price in relation to the Price of Imported Oil), the LSTM Model presented the best result in relation to the RMSE metric, followed by Model FIG-FTS and WMV-FTS, the values of RMSE were 0.4749, 2.81385 and 3.9108, respectively.

Keywords: Energy consumption. Forecast models. Multivariate analysis. Time series.

Recurrent neural networks.

LISTA DE FIGURAS:

FIGURA 1 - Exemplo de um série temporal não estacionária.....	17
FIGURA 2 - Estrutura de um Modelo LSTM.....	28
FIGURA 3 - Primeira Análise de Clusters para as Variáveis Utilizadas Inicialmente.....	38
FIGURA 4 - Clusterização não hierárquica utilizando o método de Ward's para a segunda seleção de variáveis.....	39
FIGURA 5 - Representação dos valores padronizados das variáveis do primeiro grande grupo da análise de cluster e da variável Consumo Total.....	40
FIGURA 6 - Representação dos valores padronizados das variáveis relativas ao segundo grande grupo de variáveis da análise de cluster.....	41
FIGURA 7 - Análise de Agrupamentos para a Seleção de 13 Séries Temporais.....	42
FIGURA 9 - Análise de Correção entre as Variáveis e o Plano Fatorial, Fator 1 x Fator 2.....	47
FIGURA 10 - Carga fatorial de Cada Variável FATOR 1 X FATOR 2.....	48
FIGURA 11 - Carga fatorial de Cada Variável para os fatores 1 e 3.....	49
FIGURA 12 - Carga fatorial de Cada Variável para os fatores 2 e 3.....	50
FIGURA 13 - Série Temporal do Consumo Energético Total.....	51
FIGURA 14 - Gráfico da Função de Autocorrelação (FAC) Amostral do consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	52
FIGURA 15 - Gráfico para análise de normalidade da série consumo energético do Brasil entre 1970 e 2020.....	53
FIGURA 16 - Histograma e densidade da série consumo energético no Brasil.....	54
FIGURA 17 - Gráfico para análise de normalidade da série, após transformação Box-Cox, Consumo energético do Brasil entre 1970 e 2020.....	55
FIGURA 18 - Densidade dos dados transformados da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	55
FIGURA 19 - Comparação do modelo de Média Móvel ($L = 7$) com a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	56
FIGURA 20 - Resíduo da série de Média Móvel e da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	57
FIGURA 21 - Comparação do modelo Quadrático com a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	58
FIGURA 22 - Resíduos do Modelo ARMA (2,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	62

FIGURA 23 - Inversa das Raízes do Modelo ARIMA da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	63
FIGURA 24 - Normalidade dos Resíduos do Modelo ARIMA (2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	64
FIGURA 25 - Autocorrelação dos Resíduos do Modelo ARIMA(2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	65
FIGURA 26 - Autocorrelação Parcial dos Resíduos do Modelo ARIMA(2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	66
FIGURA 27 - Previsão do modelo ARIMA(2,0,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	67
FIGURA 28 - Predição e previsão do modelo ARIMA(2,0,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.....	68
FIGURA 29 - Predição e Previsão do Modelo ARIMA com a Tendência Polinomial de 2ª Ordem da série Transformada do Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	69
FIGURA 30 - Predição e Previsão do Modelo ARIMA com a Tendência Polinomial de 2ª Ordem da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	70
FIGURA 31 - Predição e Previsão do Modelo Exponencial Simples para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	72
FIGURA 32 - Resíduos da Tendência Exponencial Simples da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	73
FIGURA 33 - Densidade dos Resíduos da Tendência Exponencial Simples da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	74
FIGURA 34 - Resíduos do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	79
FIGURA 35 - Predição e Previsão do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	80
FIGURA 36 -Função custo do Modelo de Redes Neurais Recorrentes em relação ao número de épocas dos dados da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.....	84
FIGURA 37 - Predição do Modelo de Redes Neurais Recorrentes para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 utilizando apenas os dados da própria série com defasagem 2.....	85
FIGURA 38 - Predição e previsão do Modelo de Séries Temporais Nebulosas Univariadas para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 utilizando apenas os dados da própria série.....	86
FIGURA 39 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.....	89
FIGURA 40- Valores reais e preditos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.....	90
FIGURA 41 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.....	91

FIGURA 42 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 13 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.....	92
FIGURA 43 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 13 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.....	93
FIGURA 44 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.....	95
FIGURA 45 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.....	95
FIGURA 46 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem das séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.....	96
FIGURA 47 - Valores reais, preditos e previstos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.....	98
FIGURA 48 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas utilizando 6 variáveis explicativas e uma única variável (Mod_Univ) mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelos treinados apenas com os dados de 1970 até 2015.....	99
FIGURA 49 - Valores reais e preditos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas com Grânulos de Informação utilizando 6 variáveis explicativas, modelos treinados apenas com os dados de 1970 até 2015.....	99

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Autovalores da Análise dos Componentes Principais	43
TABELA 2 - Autovalores da Análise Fatorial para a Segunda Seleção de Variáveis Explicativas.....	44
TABELA 3 - Relação das variáveis em relação aos dois fatores que apresentam maior grau de explicação da variância comum das variáveis explicativas.....	45
TABELA 4 - Modelo de tendência polinomial quadrático.....	60
TABELA 5 - Modelo ARIMA (2,0,1).....	61
TABELA 6 - Medida das funções de erro do modelo ARMA (2,1).....	61
TABELA 7 - Modelo de Suavização Exponencial Simples.....	71
TABELA 8 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial Simples.....	71
TABELA 9 - Parâmetros de Suavização Exponencial de Holt.....	75
TABELA 10 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt.....	76
TABELA 11 - Parâmetros de Suavização Exponencial de Holt amortecido.....	77
TABELA 12 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido.....	77
TABELA 13 - Testes de Sazonalidade.....	81
TABELA 14 - Teste de Normalidade dos Resíduos (p-valor).....	81
TABELA 15 - Teste de Independência dos Resíduos (p-valor).....	82
TABELA 16 - Modelo LSTM -"sequencial".....	83
TABELA 17 - Métricas de Desempenhos para os Modelo Univariados.....	87
TABELA 18 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado.....	89
TABELA 19 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado utilizando 13 variáveis.....	94
TABELA 20 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado utilizando 6 variáveis.....	96
TABELA 21 - Métricas de Desempenhos para os Modelo Multivariados.....	100

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 OBJETIVOS.....	12
1.1.1 Objetivo geral.....	12
1.1.2 Objetivos específicos.....	12
2 JUSTIFICATIVA	13
3 REFERENCIAL TEÓRICO	14
3.1 SÉRIES TEMPORAIS.....	14
3.1.1 Estacionariedade.....	17
3.1.2 Dependência dos dados.....	20
3.2 MODELOS DE PREVISÃO.....	20
3.2.1 Média Móvel Tradicional.....	22
3.2.2 Modelo de Suavização Exponencial.....	24
3.2.3 Modelo ARIMA (p,d,q).....	25
3.2.4 Modelo de Redes Neurais Recorrentes - Long Short-Term Memory (LSTM).....	26
3.2.5 Modelo de Séries Temporais Nebulosas.....	28
4 METODOLOGIA	31
4.1 TIPO DE ESTUDO.....	31
4.2 AMOSTRA.....	31
4.3 TRATAMENTO DOS DADOS.....	32
4.4 ANÁLISES ESTATÍSTICAS.....	32
4.6 SOFTWARES UTILIZADOS NAS ANÁLISES.....	32
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
5.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	33
5.2 ANÁLISE MULTIVARIADA.....	37
5.3 ANÁLISE DA SÉRIES TEMPORAIS.....	51
5.4 APLICAÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS UNIVARIADOS.....	59
5.4.1 Modelo Auto-regressivo Integrado Média Móvel (ARIMA).....	59
5.4.2 Modelo de Suavização Exponencial.....	70
5.4.3 Modelo Suavização Exponencial de Holt Clássico e Amortecido.....	74
5.4.4 Modelo de Redes Neurais Recorrentes.....	83
5.4.5 Modelo de Séries Temporais Nebulosas Univariadas.....	85
5.5 AVALIAÇÃO DOS MODELOS UNIVARIADOS.....	87
5.6 APLICAÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS MULTIVARIADOS.....	88
5.6.1 Modelo de Redes Neurais Recorrentes.....	88
5.6.2 Modelos de Séries Temporais Nebulosas Multivariadas.....	97

5.6.3 Avaliação dos Modelos Multivariados	100
6 CONCLUSÃO	102
REFERÊNCIAS	104

1 INTRODUÇÃO

O cenário energético mundial apresentado ao longo dos últimos anos conta com um panorama bastante interessante em relação às fontes primárias de energias renováveis como, por exemplo, resíduos bioenergéticos, energia solar, energia eólica e energia hídrica, e sua eficiência de consumo (HONG, 2009). O mundo passa por uma fase de transição energética que promove a busca constante por fontes renováveis e pela viabilização de processos de conversão dessas energias, aumentando, assim, a sua competitividade no mercado. A busca por processos cada vez mais eficientes em todas as suas etapas é fundamental para o alto nível de sustentabilidade almejado. O Brasil encontra-se inserido nesse processo, principalmente por ter a disponibilidade de diversas fontes renováveis com grande potencial produtivo de alta qualidade e, conseqüentemente, com potencial competitivo. Nesse contexto, a previsão da demanda energética no país e suas relações com os diversos setores econômicos, sociais e ambientais é fundamental para a elaboração de estratégias cada vez mais assertivas e eficientes (SILVA; 2012).

A previsão da demanda energética brasileira é um dos pontos relativamente importantes para o estudo do panorama energético do país, pois, nesse caso, há uma análise criteriosa de diversos fatores que influenciam tanto a produção quanto o consumo energético ao longo dos anos. A utilização de modelos preditivos da demanda energética é uma forma bastante válida de compreender algumas características determinantes do contexto energético brasileiro. Os modelos de séries temporais são formas de representar dados ordenados ao longo do tempo, identificando padrões e tendências, além disso, há modelos que utilizam outras variáveis explicativas como, por exemplo, modelos multivariados (WANG et al., 2008).

Desse modo, buscando colaborar com o campo de estudo da previsão energética brasileira, os modelos clássicos de séries temporais como o modelo de Suavização Exponencial corrigido pela tendência (Método de Holt) e o modelo ARIMA, além de modelos de séries temporais nebulosas multivariadas e redes neurais recorrentes de longa e curta memória foram utilizados no presente trabalho.

O objetivo deste trabalho foi utilizar e comparar alguns modelos de previsão para a demanda energética brasileira, tendo como principal finalidade destacar os resultados de cada método e a influência das variáveis explicativas na demanda energética, identificando

algumas características da produção e do consumo energético do Brasil nas últimas décadas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Analisar o desempenho de modelos de previsão da demanda energética brasileira ao longo do período de 1970 até 2020 considerando a influência de variáveis de setores energéticos, econômicos e sociais do país.

1.1.2 Objetivos específicos

O objetivo principal do presente estudo foi obtido por meio da realização das seguintes etapas:

- a) obter os indicadores de consumo energético total e dos principais setores produtivos no Brasil por ano;
- b) obter indicadores econômicos e sociais anuais do Brasil.
- c) Realizar uma análise multivariada utilizando os métodos de agrupamento, componentes principais e análise fatorial para identificar diferenças e semelhanças no comportamento de cada série previamente selecionadas e a possível necessidade de redução do número de variáveis explicativas.
- d) Ajustar os modelos Suavização Exponencial corrigido pela tendência, Holt-Winter, o modelo auto-regressivo integrado de médias móveis (ARIMA) e o modelo de Séries Temporais Nebulosas para os dados de consumo energético total do Brasil (1970-2020)
- e) Ajustar de modelos multivariados: LSTM - arquitetura de rede neural recorrente artificial de curta e longa memória e Séries Temporais Nebulosas Multivariadas.

2 JUSTIFICATIVA

A conversão de diferentes formas de energias juntamente com a eficiência dos processos e do aproveitamento energético pela humanidade sempre foram fatores muito importantes para o desenvolvimento de civilizações, regiões e países. Portanto, o estudo do comportamento do consumo energético ao longo dos anos é fundamental para a melhor compreensão das relações econômicas, sociais e ambientais que predominam no cenário energético. O Brasil é uma grande potência energética, principalmente em relação a sua capacidade de geração de fontes renováveis. Por isso, os dados históricos do consumo total energético do país, juntamente com outras séries do setor econômico, social e ambiental, podem apresentar relações significativas para o melhor entendimento da evolução do sistema energético levando em consideração a sustentabilidade dos processos, bem como contribuir para a previsão de demanda energética e, conseqüentemente, para o avanço das diversas áreas que são impactadas diretamente pelo processo de produção de energia.

Este trabalho possibilitará que gestores de diferentes áreas, investidores, governantes e estudiosos do assunto possam receber importantes informações de relações significativas que algumas variáveis econômicas, sociais e ambientais apresentam no valor da demanda energética do Brasil. Compreender de forma sistêmica como essa demanda vem sofrendo diferentes influências ao longo das décadas, por isso, as novas tendências guiadas pela exponencial evolução tecnológica refletem significativamente no consumo energético e nas diferentes maneiras de que esse consumo é realizado. Os modelos de previsão são ferramentas valiosas para a busca contínua de uma melhor representação desse comportamento ao longo do tempo, além disso, decisões estratégicas mais assertivas podem ser tomadas mediante ao uso e colaboração desses modelos.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 SÉRIES TEMPORAIS

Uma série temporal pode ser definida como uma sequência de observações de alguma variável ao longo de um período de tempo ordenada num intervalo definido. Modelos de previsão são modelos que apresentam um grau de similaridade com algum processo de interesse. As séries temporais são processos de geração de dados que buscam identificar certos padrões de comportamento de variáveis ao longo do tempo, esses processos são muito importantes para o seu estudo, como identificação de ciclos, tendências e sazonalidades, e para realizar previsão de determinadas variáveis, possibilitando a tomada de decisões mais acuradas. Segundo Bueno (2011), uma série temporal é uma possível realização de um processo estocástico, sendo este uma sequência de variáveis aleatórias. Há uma grande diversidade de dados que podem ser representados por determinados modelos de séries temporais, alguns exemplos: a taxa de desemprego, os juros básicos de uma economia, o PIB, a taxa de inflação, o que torna o estudo de modelos de séries temporais extremamente importante. Além da economia, há também aplicações de econometria de séries temporais na engenharia, nas ciências naturais, nos negócios, nas ciências sociais, etc.

Um processo estocástico é uma sequência ordenada de variáveis aleatórias, podendo ser definido formalmente como:

$$\{y(s, t), s \in S, t \in \mathfrak{S}\}$$

onde, para cada $t \in \mathfrak{S}$, $y(\cdot, t)$ é uma variável aleatória no espaço amostral S , e a realização desse processo estocástico é dada por $y(s, \cdot)$ para cada $s \in S$ com respeito a um ponto no tempo $t \in \mathfrak{S}$. Consequentemente, a série temporal que é observada é uma realização particular de um processo estocástico desconhecido. Ela pode ser representada como segue na Equação 1:

$$\{y\}_{t=1}^T = \{y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_{T-1}, y_T\} \quad (1)$$

O processo estocástico desconhecido é chamado de processo gerador dos dados que

formam uma série temporal. Cada y_t em $\{y\}_{t=1}^T$ é, desse modo, apenas um valor possível de uma variável aleatória. Uma variável aleatória, segundo Wooldridge (2010), é aquela que assume valores numéricos e tem um resultado que é determinado por um experimento. O desafio nessa área, portanto, tendo acesso apenas à série temporal, é buscar representar e compreender esse processo estocástico desconhecido. Quanto melhor for essa compreensão, melhor será a modelagem e, conseqüentemente, a previsão de observações futuras.

A predição de séries temporais é uma área de estudo aplicada em diversas áreas que necessitam de gestão e planejamento contínuos e cada vez mais eficientes. Por isso, há grande motivação para o desenvolvimento de modelos de predição de recursos naturais não distribuídos para atender, preponderantemente, aplicações como provisão de recursos para grandes projetos de médio-longo prazo. A predição de séries temporais tem sido aplicada na resolução de problemas de grande complexidade na engenharia e na economia (RAFTERY, 1985).

O tipo da série está relacionado à estrutura dos seus dados. Essencialmente, as séries temporais podem ser agrupadas por dois tipos: séries univariadas e séries multivariadas. Uma série temporal univariada contém somente um atributo representando o domínio do problema. Uma série temporal multivariada consiste de vários atributos que representam um determinado domínio de um problema (RAFTERY, 1985).

Uma das principais metodologias para modelar séries temporais é o modelo de Box-Jenkins, essa metodologia se baseia na observação do comportamento da série temporal para sucessivas tomadas de decisão, assim, pode-se encontrar uma estrutura mais adequada para modelagem e, então, prosseguir com a parametrização do modelo escolhido (SILVA; 2016).

A análise de séries temporais depende da maneira com que a variação dos dados ao longo do tempo ocorre, do grau em que os valores passados e presentes estão relacionados no processo estocástico e se a série de dados apresenta alguma tendência. A Definição 1 estabelece parâmetros para a estacionariedade de um processo estocástico. Essencialmente, um processo estocástico que mantém seus parâmetros estatísticos em intervalos distintos de tempo é dito fortemente estacionário (SILVA; 2016).

Entre esses métodos, o modelos de regressão (CHEN J-F; WANG W-M; HUANG

C-M; 1995) e as técnicas de modelo de média móvel autorregressiva (ARMA) (PAPPAS; 2008) são classificadas como métodos tradicionais, porém podem apresentar fraquezas de capacidade de ajuste não linear.

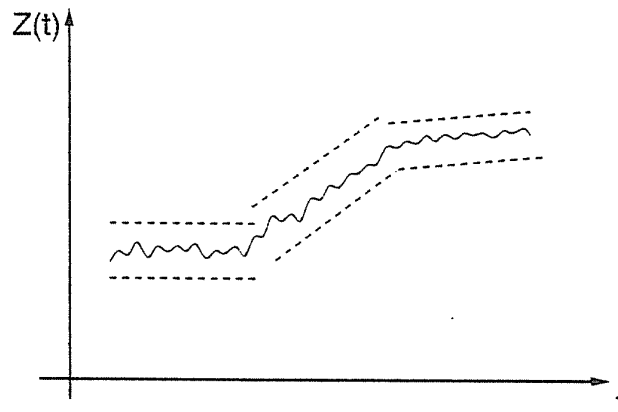
Com o desenvolvimento e aprimoramento de novas técnicas de inteligência artificial nos últimos anos, muitos modelos não paramétricos de séries temporais são aplicados para contribuir com a previsão de processos relativamente complexos, como sistemas dependentes de informações passadas, mas que mudam dinamicamente no presente (RAHMAN e HAZIM; 1996). A rede neural artificial é uma das técnicas de inteligência artificial que, apesar de antiga, tornou-se mais popular nos últimos anos porque quando é munida com um banco de dados adequado e com ferramentas computacionais mais sofisticadas, com apenas 3 camadas (METAXIOTIS et al., 2003), pode alcançar qualquer precisão de mapeamento de função contínua. Hsu e Chen (2003) analisaram o desempenho de um modelo de Rede Neural Reversa com Propagação Reversa (BPNN) na previsão de demanda energética anual de Taiwan, os resultados do experimento mostram que o modelo BPNN supera o modelo de regressão tradicional (AVCI; 2009).

Segundo Morettin (2006), uma série temporal pode ser classificada com multivariada e univariada, dependendo do número de variáveis explicativas e de resposta que a série utiliza. Algumas suposições devem ser utilizadas para a determinação de certos modelos de séries temporais, ou seja, de um processo estocástico, algumas delas são: estacionaridade e independência dos dados analisados.

3.1.1 Estacionariedade

Uma suposição mais frequente de uma série temporal com processo estocástico é a de que ela seja estacionária, ou seja, que ela se desenvolva ao longo do tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, apresentando um equilíbrio estável. Porém, grande parte das séries temporais apresentam algum tipo de tendência, como, por exemplo, tendência linear (reta), polinomial, exponencial (explosiva) e mudanças de níveis dependendo do período analisado. Há modelos que podem descrever de maneira satisfatória séries estacionárias e séries não estacionárias, mas que não apresentem comportamento explosivo, o modelo ARIMA é um desses modelos. A Figura 1 ilustra uma série não estacionária que varia em torno de níveis diferentes e apresenta uma tendência linear em determinado período (Morettin, 2006).

Figura 1 - Exemplo de um série temporal não estacionária.



Fonte: Morettin, 2006.

A grande maioria das análises estatísticas de séries temporais apresentam a suposição de estacionariedade. Por isso, em casos de não-estacionariedade, é necessária uma transformação da série para uma série estacionária, uma forma comum de transformação é a diferenciação sucessiva da série original. A seguinte expressão exemplifica essa transformação, $Z(t)$ é definida por:

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t-1) \quad (2)$$

Há casos em que utilizar as diferenças pode não ser suficiente para tornar a série estacionária. Uma transformação não linear de Z_t e $Z_t = \log Z_t$ é muitas vezes suficiente para se obter a homogeneidade (MORETTIN e TOLOI; 2006),.

$$\Delta \log Z(t) = \log(Z_t) - \log(Z_{t-1}) \quad (3)$$

Uma série temporal é estacionária caso os valores da variável analisada da série se apresentem aleatoriamente em torno de uma média constante. A estacionariedade é um requisito para a utilização da função de autocorrelação e autocorrelação parcial utilizadas no presente trabalho. Um processo fortemente estacionário apresenta a distribuição de Z_t , para todo $t \in \mathbb{R}$, com média e variância constantes. A expressão 4 apresenta a relação da covariância para diferentes intervalos de um processo fortemente estacionário (MONTGOMERY E RUNGER, 2012).

$$\gamma_Z(t,S) = \text{Cov}(Z_t, Z_s) = \text{Cov}(Z_{t-k}, Z_s) = \text{Cov}(Z_{t-k}, Z_{t-k}) = \text{Cov}(Z_{t-S}, Z_0) = \gamma_Z(Z_{t-S}, 0) \quad (4)$$

Do mesmo modo, a função de autocorrelação para um processo fortemente estacionário entre Z_t e Z_s depende somente da diferença temporal entre t e s , ou seja, a $\text{Cov}(Z_t, Z_{t+d})$ depende somente da distância temporal d entre as variáveis (defasagem entre as variáveis), mas não do tempo t .

As propriedades gerais para uma Função de Autocovariância (FACV) e Autocorrelação (FAC) para um processo estacionário são:

$$1) \gamma_Z(0) = \text{Var}(Z_t), \rho_Z(0) = 1 \quad (5)$$

$$2) \gamma_Z(h) = \gamma_Z(-h), \rho_Z(h) = \rho_Z(-h) \quad (6)$$

$$3) |\gamma_Z(h)| \leq \gamma_Z(0) \quad \rho_Z(h) \leq 1 \quad (7)$$

Um processos fracamente estacionários apresenta as funções de autocovariância e autocorrelação como ocupando um papel central na sua análise. Por isso, no presente trabalho, o termo estacionário é relacionado a um processo fracamente estacionário que segue as seguintes propriedades (Morettin, 2006):

$$1) E(Z_t) = \mu t, \text{ para todo tempo, } t.$$

$$2) |E(Z_t)|^2 < \infty$$

$$3) \gamma_Z(t, t - h) = \gamma_Z(0, h) = \gamma_Z(h), \text{ para todo } t \text{ e lag } h.$$

Caso a distribuição das variáveis não seja a mesma, o processo não será estritamente estacionário (Morettin, 2006). Uma série de ruído branco é um exemplo de processo estacionário (BISOGNIN, 2021).

Alguns testes para a tendência determinística são:

1) Teste de Cox-Stuart:

$H_0: P(X_i < X_{i+c}) = P(X_i > X_{i+c})$, para todo o i . ou seja, não existe tendência. Sendo esse teste bilateral.

2) Teste de Wald-Wolfowitz:

Para aplicar este teste, é necessário que a série temporal seja independente e identicamente distribuída. As hipóteses do teste são: $H_0 =$ Não Existe tendência vs $H_1 =$ Existe tendência.

3) Teste de Mann-Kendal:

H_0 : os dados são independentes e identicamente distribuídos. Para o teste bilateral, por outro lado, a hipótese alternativa é de que os dados sigam uma tendência monotônica.

Considerando analisar a tendência estocástica, pode-se citar o teste de raiz unitária na parte auto-regressiva, pois um processo integrado estacionário não pode ter raízes unitárias, caso contrário, há tendência estocástica. Dois dos testes bastante utilizados são o teste de

Dickey Fuller (DF) e o teste de Dickey-Fuller Aumentado. O teste DF surgiu pela necessidade de verificar se uma série deve ser diferenciada para se tornar estacionária, por isso, o teste é uma estatística formal para testar a hipótese de não estacionariedade da série (BISOGNIN, 2021). As hipóteses do teste devem ser interpretadas como se fosse um teste unilateral, além disso, H_0 considera uma possibilidade específica de que a série possui uma raiz unitária, ou seja, o processo gerador de dados segue um modelo determinado que é representado pela equação 8.

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t. \quad (8)$$

$$H_0 : \phi = 1 \quad \textit{versus} \quad H_1 : \phi < 1.$$

Atentando para H_1 , há duas possibilidades, se $\phi = 1$, a série vai apresentar um ciclo muito curto, com oscilações da série entre o positivo e negativo e com amplitude errática; se $\phi < 1$, a série vai exibir o mesmo ciclo curto mas com amplitude explosivo (BISOGNIN, 2021).

3.1.2 Dependência dos dados.

Considerando um processo estocástico, cada variável aleatória possui sua própria distribuição, assim como sua própria densidade de probabilidade e sua própria média e variância (BISOGNIN, 2021). Para um processo estocástico, define-se, para cada $t \in \mathbb{Z}$, a função média μ e a função variância σ , respectivamente por: $\mu_t = E(Z_t)$ e $\sigma^2 = Var(Z_t)$.

A dependência entre variáveis aleatórias pode ser definida de diversas maneiras diferentes. Neste trabalho destaca-se as dependências relacionadas com a covariância e a correlação entre as variáveis do processo. Num processo estocástico, pode-se definir a covariância e a correlação entre quaisquer pares Z_i e Z_j de variáveis. No caso de séries temporais, estas funções recebem o prefixo “auto” para enfatizar o fato de que as covariâncias e correlações estão sendo calculadas entre as variáveis do processo. A função de autocovariância, FACV, é definida como:

$$\gamma_Z(t, s) = \text{Cov}(Z_t, Z_s) = E[(Z_t - \mu_t)(Z_s - \mu_s)] = E(Z_t Z_s) - \mu_t \mu_s, \quad \text{para } t, s \in \mathbb{Z}. \quad (9)$$

A função de autocorrelação é definida como:

$$\rho_Z(t, s) = \text{Cor}(Z_t, Z_s) = \frac{\text{Cov}(Z_t, Z_s)}{\sqrt{\text{Var}(Z_t)\text{Var}(Z_s)}} = \frac{\gamma_Z(t, s)}{\sqrt{\gamma_Z(t, t)\gamma_Z(s, s)}}. \quad (10)$$

As seguintes propriedades da função de autocovariância e autocorrelação são análogas às da covariância e correlação ordinárias, sendo $t \neq S$ (BISOGNIN, 2021).

$$(1) \gamma_Z(t, t) = \text{Var}(Z_t), \rho_Z(t, t) = 1; \quad (11)$$

$$(2) \gamma_Z(t, S) = \gamma_Z(S, t), \rho_Z(t, S) = \rho_Z(S, t); \quad (12)$$

$$(3) |\gamma_Z(t, S)| \leq \sqrt{\gamma_Z(t, t)\gamma_Z(S, S)}, -1 \leq \rho_Z(t, S) \leq 1. \quad (13)$$

A correlação é uma medida da dependência linear entre duas variáveis, caso $\text{Cor}(Z_t; Z_x) = 1$, as duas variáveis apresentam correlação linear perfeita, quanto mais próximo de 1, mais forte será a dependência (linear), quanto mais próximo de 0, menor será a dependência linear. A não correlação linear das variáveis não significa necessariamente a independência das duas variáveis (MONTGOMERY e RUNGER, 2012).

A autocovariância e autocorrelação da série podem ser analisadas mediante a estatística desenvolvida por Box e Pierce (QBP), ou a estatística QLB desenvolvida por Ljung-Box, definidas, respectivamente, por:

$$\text{QBP}(m) = n \sum_{h=1}^m \hat{\rho}(h) \quad (14)$$

em que n é o tamanho da amostra e m é a defasagem considerada na hipótese. A estatística QRB apresenta distribuição quadrada com m graus de liberdade.

$$\text{QLB} = n(n+2) \sum_{h=1}^m (\hat{\rho}(h) / (n - h)) \quad (15)$$

A estatística QLB possui maior poder para amostras pequenas.

A hipótese nula do teste é que todas as correlações de defasagem $1 \dots m$ são nulas, para algum m predeterminado, por isso, a determinação do valor de m é fundamental. Quanto maior o m , caso não seja possível rejeitar a hipótese nula, menor é a evidência de que a série testada é correlacionada (MONTGOMERY E RUNGER, 2012).

A função de autocorrelação FAC e autocorrelação parcial também podem apresentar características importantes para a análises de estacionariedade dos dados (Magalhães,2008).

3.2 MODELOS DE PREVISÃO

Segundo Morettin (2006), a previsão não constitui um fim em si, mas apenas um meio de fornecer informações para uma tomada de decisão. Os procedimentos de previsão utilizados na prática variam muito, podendo ser simples e intuitivos ou mais quantitativos e complexos.

Conforme Bueno (2012), a previsão pode ser feita de maneira direta. Inicia-se mostrando a mecânica de previsão do modelo mais simples possível: um AR (1). Em seguida, passa-se ao modelo ARMA (1,1) que é um com bom início para entender os modelos mais complexos. Por isso, considera-se o seguinte modelo:

$$y_{t+1} = c + \Phi y_t + \varepsilon_{t+1} \quad (15)$$

$$E_t(y_{t+1}) = c + \Phi y_t = y_{t+1} - \varepsilon_{t+1} \quad (16)$$

$$E_t(y_{t+h}) = c \sum_{i=1}^{h-1} \Phi^{i-1} + \Phi^h y_t \quad (17)$$

O erro de previsão no período h , e $E(h)$, é dado por:

$$E_t(h) = y_{t+h} - E_t(y_{t+h}) = \varepsilon_{t+h} + \Phi \varepsilon_{t+h-1} + \Phi^2 \varepsilon_{t+h-2} + \dots + \Phi^{h-1} \varepsilon_{t+1} \quad (18)$$

Tomando as esperanças dos erros de previsão, verifica-se que seu valor é igual a zero.

Portanto, as previsões não são viesadas.

Feitas as previsões e definidos seus intervalos de confiança, algumas medidas de desempenho são utilizadas para avaliar as previsões. Três delas são básicas: o erro quadrático médio, MS(P)E - mean square (prediction) error, o erro absoluto médio, MA(P)E - mean absolute (prediction) error -, e o erro absoluto percentual médio, MAPE - mean absolute percentage error. Deve-se deixar uma porção de observações fora da amostra para calcular as métricas de desempenho (BUENO, 2012). Assim, essas estatísticas são calculadas da seguinte forma:

$$MSE_{t,H} = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^H e_t^2(h)}{H}} \quad (19)$$

$$MAE_{t,H} = \frac{\sum_{h=1}^H |e_t(h)|}{H} \quad (20)$$

$$MAPE_{t,H} = \sum_{h=1}^H \left| \frac{e_t(h)}{Hy_{t+h}} \right| \quad (21)$$

3.2.1 Média Móvel Tradicional

O modelo de média móvel tradicional assume que o processo é produto de quatro fatores (BUENO, 2012):

$$y_t = C_t \times S_t \times T_t \times U_t \quad (22)$$

C_t é um componente de ciclo de longo prazo;

S_t é um componente sazonal;

T_t é um componente de tendência;

U_t é um componente irregular.

Considerando a série temporal $\{Z(t)\}_{t=1}^n$, estacionária e localmente constante, ela pode ser definida como composta de seu nível e mais um ruído aleatório com a expressão a seguir:

$$Z_t = \mu_t + e_t ; t = 1, \dots, n \quad (23)$$

onde $E(\epsilon_t) = 0$, $\text{Var}(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2$ e μ_t é um parâmetro desconhecido que varia com o tempo. A técnica de média móvel consiste em calcular a média aritmética das k observações mais recentes como demonstrado na equação (24).

$$\widehat{\mu}_t = \frac{Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-k+1}}{k} \quad (24)$$

A previsão dos h valores futuros é dada pela última média móvel calculada:

$$\widehat{Z}_t(h) = \widehat{\mu}_t \quad (25)$$

3.2.2 Modelo de Suavização Exponencial

Uma técnica muito usada de suavização é a média móvel ponderada exponencial, a técnica consiste em obter uma previsão de forma adaptativa ponderando as observações passadas, desde que não tenha tendência nem sazonalidade. Ou seja, a série suavizada x_1 é obtida da seguinte forma (BUENO, 2012):

$$X_t = \alpha y_t + \alpha(1 - \alpha) y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 y_{t-3} + \dots = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \alpha)^i y_{t-1} \quad (26)$$

Subtraindo esse resultado de x_1 , chega-se a:

$$X_t = \alpha y_t - (1 - \alpha) X_{t-1} \quad (27)$$

O coeficiente α está entre 0 e 1 e indica a importância das informações mais recentes na definição de x_1 . Esses pesos decaem exponencialmente e somam 1.

Há três formas de suavização de Holt-Winters, dependendo se a série é sazonal ou não, se a sazonalidade é multiplicativa e se há tendência na série. Uma série sem variação sazonal, mas com a possibilidade de tendência linear poder ser modelada segundo as seguintes expressões propostas por Holt-Winters (BUENO, 2012).

$$X_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(X_{t-1} + Z_{t-1}) \quad (28)$$

$$Z_t = \beta(X_t - X_{t-1}) + (1 - \beta)Z_{t-1} \quad (29)$$

em que $0 < \alpha, \beta < 1$

α – parâmetro de alisamento do nível.

β – parâmetro de alisamento da tendência.

3.2.3 Modelo ARIMA (p,d,q)

As formas mais simples de modelos de séries temporais são os modelos lineares univariados autoregressivos de média móvel (ARMA) para processos estacionários ou autoregressivos integrando média móvel (ARIMA) para processos não estacionários (MANZIONE, 2018).

O modelo ARIMA(p,d,q) é bastante utilizado para a previsão de séries temporais que apresentam um processo estocástico não estacionário, ou seja, a série será transformada utilizando algumas diferenciações para poder ser considerada estacionária (BOX, JENKINS, 1976).

O número necessário de diferenças da transformação da série é nomeado de ordem de integração (d). O modelo ARIMA é definido pela equação:

$$(\nabla^d Z_t - \mu) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (30)$$

3.2.4 Modelos de Redes Neurais Recorrentes - Long Short-Term Memory (LSTM)

Segundo Tim Jones (2017), uma rede neural recorrente (RNN) é uma classe de redes neurais que inclui conexões ponderadas dentro de uma camada (em comparação com as redes de feed-forward tradicionais, onde conecta alimentação apenas para camadas subsequentes). Como as RNNs incluem loops, elas podem armazenar informações ao processar novas entradas.

Segundo Brownlee (2017), a predição de sequências é diferente de outros tipos de problemas de aprendizado supervisionado. A sequência impõe uma ordem nas observações que devem ser preservadas ao treinar modelos e fazer previsões. Geralmente, problemas de previsão que envolvem dados de sequência são chamados de problemas de predição de sequência, embora haja um conjunto de problemas que diferem com base na sequências de entrada e saída. As redes Neurais Recorrentes podem ser aplicadas para os seguintes objetivos:

1. Previsão de Sequência.
2. Classificação de Sequência.
3. Geração de Sequência.
4. Previsão de sequência a sequência.

A rede Long Short-Term Memory, ou LSTM, é um tipo de Rede Neural Recorrente projetada para problemas de sequência. Dada uma rede neural feedforward padrão, uma RNN pode ser pensada como a adição de loops à arquitetura. Numa determinada camada, cada neurônio pode passar seu sinal posteriormente (lateralmente), além de encaminhar para a próxima camada. A saída da rede pode realimentar como uma entrada para a rede com o próximo vetor de entradas e assim por diante. Por isso, as conexões recorrentes adicionam estado ou memória à rede e permitem que ela aprenda a aproveitar a natureza ordenada das observações nas sequências de entrada (BROWNLEE, 2017).

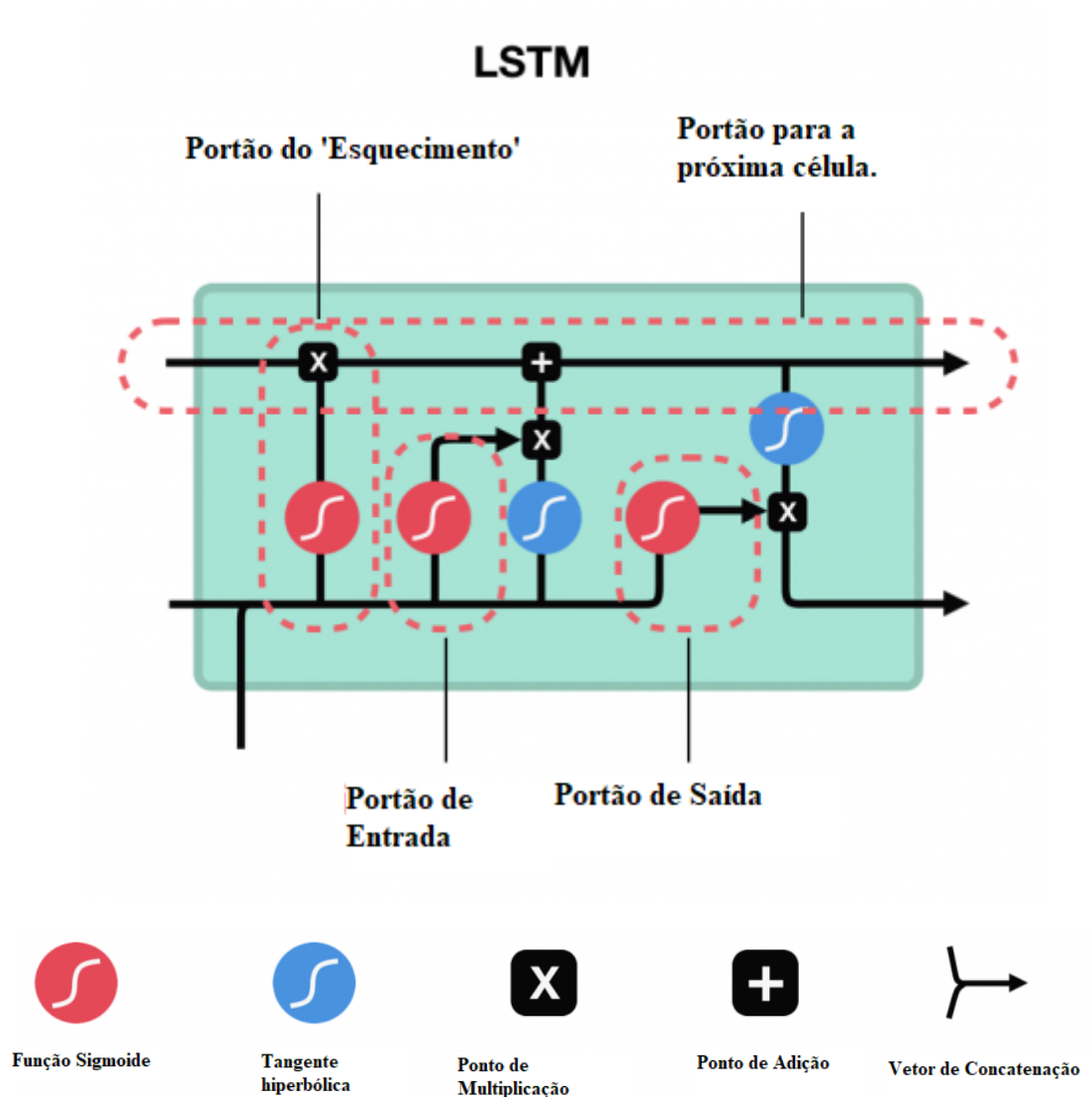
A arquitetura de Long Short Term Memory foi motivada por uma análise do fluxo de erros em Redes Neurais Artificiais, pois, para arquiteturas tradicionais, as informações com defasagens maiores eram perdidas ou não consideradas pela rede. Isso porque o erro retropropagado ou explode ou decai exponencialmente. Nesse sentido, a criação da arquitetura LSTM apresenta formas de classificar e aplicar informações passadas para que não sejam perdidas e contribuam para a acuracidade do modelo. A arquitetura da rede conta com

estruturas de decisões chamadas de chaves, ou seja, partes que irão disponibilizar, ou não, certas informações para a saída dos dados (SHWARTZ e DAVID, 2014).

A chave para a célula de memória são os portões. Estas também são funções ponderadas que governam ainda mais o fluxo de informações na célula. Existem três portas ou chaves: Chave do “Esquecimento”: decide quais informações descartar da célula. Chave de Entrada: decide quais valores da entrada atualizarão o estado da memória. Chave de saída: decide o que produzir com base na entrada e na memória da célula (BROWNLEE, 2017).

A arquitetura interna de cada célula de memória garante um fluxo de erro constante dentro de sua camada de erro. Isso representa a base para defasagens muito longas. Duas unidades de portão “aprendem” a abrir e fechar o acesso ao fluxo de erro dentro de cada célula de memória. A porta de entrada multiplicativa oferece proteção para prováveis perturbação de entradas irrelevantes (HOCHREITER E SCHMIDHUBER, 1997). A Figura 2 apresenta a estrutura de uma rede LSTM.

Figura 2 - Estrutura de um Modelo LSTM.



Fonte: Modificada de JULIANI, 2019.

3.2.5 Modelo de Séries Temporais Nebulosas

Desde a sua criação em 1965 por Zadeh, a teoria dos conjuntos fuzzy tem desfrutado de realizações bastante significativas tanto em teoria quanto em aplicações. A motivação da teoria dos conjuntos fuzzy é principalmente fornecer uma abordagem formal poderosa em um quadro quantitativo para lidar com a imprecisão do conhecimento humano como é expresso por meio de línguas naturais (WU, 1986). É por isso que a teoria dos conjuntos fuzzy provou ser uma ferramenta bastante promissora.

À medida que a teoria dos conjuntos difusos está sendo aplicada em áreas mais

amplas, como tomada de decisão, planejamento, lógica, teoria de sistemas, inteligência artificial, economia, teoria de controle e assim por diante, há mais problemas realistas e, conseqüentemente, métodos sendo apresentados e estudados em profundidade por estudiosos. Ainda, ao revisar cuidadosamente a literatura, percebe-se que processos dinâmicos cujas observações são valores linguísticos estão constantemente sendo aprimorados, as séries temporais nebulosas são exemplos consideráveis nesse cenário. Esse tipo de processo dinâmico tem um papel muito importante em fazer aplicações práticas (KUMAR e SUSAN, 2021).

O método universal de previsão usando conjuntos fuzzy pode ser derivado dos modelos desse processo, o processo é definido como uma série temporal nebulosa. Uma das principais qualidades desse tipo de modelo é a capacidade de simplificar processos complexos sem perder a qualidade de informação (SONG, 1993).

Conforme Song (1993), algumas características básicas das Séries Temporais Nebulosas podem ser citadas:

- (1) são processos dinâmicos;
- (2) suas observações são conjuntos fuzzy;
- (3) os universos de discurso para os conjuntos fuzzy são subconjuntos dos reais, seja definido natural ou artificialmente;
- (4) os modelos convencionais de séries temporais não são indicados a descrever esses processos.

Definição 1: Seja $Y(t)$ ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$), um subconjunto de R^1 , o universo de discurso sobre o qual os conjuntos fuzzy/nebuloso $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$) são definidos e $F(t)$ é a coleção de $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$). Então $F(t)$ é chamada de série temporal difusa em $Y(t)$ ($t = 0, 1, 2, \dots$).

Em relação à definição 1, $F(t)$ pode ser entendido como uma variável linguística e $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$) como os possíveis valores linguísticos de $F(t)$. Porque em momentos diferentes, os valores de $F(t)$ podem ser diferentes, $F(t)$ é uma função do tempo t . Além disso, como os universos do discurso podem ser diferentes em tempos diferentes, usa-se $Y(t)$ para o universo no tempo t . A principal diferença entre a série temporal convencional e a série temporal difusa é que as observações do primeiro são números reais, enquanto as do segundo são conjuntos fuzzy (SEVERIANO, 2021; SONG, 1993).

Assim como as séries temporais convencionais, espera-se desenvolver modelos para descrever séries temporais difusas. Pode-se utilizar mais de uma abordagem para modelar séries temporais difusas. As regras para uma ordem de valores linguísticos é utilizada para

que os dados de entrada sejam convertidos em dados linguísticos de saída, existe uma relação causal entre as observações no tempo t e os de épocas anteriores. Assim, o processo de modelagem é, em essência, desenvolver relações difusas entre as observações em diferentes momentos de interesse. Suponha que I e J sejam conjuntos de índices para $F(t - 1)$ e $F(t)$, respectivamente. Conforme abordado por Song (1993), por conveniência, as seguintes definições são necessárias:

Definição 2. Se para qualquer $f_j(t) \in F(t)$ onde $j \in J$, existe um $f_i(t - 1) \in F(t - 1)$ onde $i \in I$ tal que existe uma relação difusa $R_{ij}(t, t-1)$ e $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$, onde ' \circ ' é uma relação de pertencimento de f_j para determinado valor linguístico, diz-se que $F(t)$ é causado apenas por $F(t - 1)$. Denotar isso como: $f_i(t - 1) \rightarrow * f_j(t)$, ou equivalente $F(t - 1) \rightarrow F(t)$.

Definição 3. Se para qualquer $f_j(t) \in F(t)$ onde $j \in J$ existe um $f_i(t - 1) \in F(t - 1)$ onde $i \in I$ é uma relação difusa, a relação $R_{ij}(t, t - 1)$ tal que $f_j(t) = f_i(t - 1) \circ R_{ij}(t, t - 1)$ resulta em $F(t) = F(t - 1) \circ R(t, t - 1)$.

Definição 4. Suponha que $F(t)$ seja uma série temporal difusa ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$). Se para qualquer $f(t_1) \in F(t_1)$ existe um $f_i(t_2) \in F(t_2)$ tal que $f(t_1) = f(t_2)$, então: $F(t_1) = F(t_2)$.

Definição 5. Se a relação difusa é independente do tempo t , ou seja, para diferentes tempos t_1 e t_2 , $R(t_1, t_1 - m) = R(t_2, t_2 - m)$, ou $R_a(t_1, t_1 - m) = R_a(t_2, t_2 - m)$, ou $R \circ (t_1, t_1 - m) = R \circ (t_2, t_2 - m)$, então $F(t)$ é chamado de invariante no tempo e a série temporal é difusa. Caso contrário, é chamada de série temporal difusa variante no tempo.

Deve-se notar que geralmente, em tempos diferentes $t_1 \neq t_2$, $R(t_1, t_1 - m) \neq R(t_2, t_2 - m)$, há duas razões para isso: primeiro, o universo de discurso nos quais os conjuntos fuzzy são definidos podem ser diferentes em momentos diferentes; segundo, os valores de $F(t)$ em momentos diferentes podem ser diferentes.

4 METODOLOGIA

4.1 TIPO DE ESTUDO

Esta pesquisa classifica-se do ponto de vista da sua natureza como uma pesquisa aplicada, pois gera conhecimento para aplicações práticas segmentadas para soluções de problemas específicos. De outro ponto de vista da forma de abordagem do problema, a pesquisa é tanto quantitativa quanto qualitativa, visto que algumas informações de caráter qualitativo como conceitos, percepções e comportamentos são utilizadas para que se tenha mais embasamento na análise da demanda energética, do mesmo modo, os valores ordenados no tempo para a demanda energética juntamente com outras variáveis são analisadas e modeladas para que se tenha uma explicação objetiva do comportamento dos dados numéricos.

Em seus objetivos, a pesquisa é explicativa, pois busca identificar os fatores que influenciam na variável demanda energética e demonstrar a partir de análises e modelos de previsão o porquê dessa influência e do comportamento dos dados ao longo dos anos, também, não há controle sobre a variável independente (ESTRELA, 2018).

4.2 AMOSTRA

Os dados foram obtidos a partir de séries temporais encontradas na Plataforma Empresa de Pesquisa Energética (EPE). Os dados são anuais e apresentam unidade de energia em Toneladas de Petróleo Equivalente, a série inicia em 1970 e é finalizada em 2020. A variável resposta é o consumo total de energia no Brasil, em relação às variáveis explicativas, a seleção inicial ocorreu baseada nas informações da plataforma utilizada e de trabalhos que abordam análises semelhantes sobre o consumo energético brasileiro. As variáveis selecionadas foram: Número de Habitantes no Brasil, Consumo energético e PIB por setor: serviços, transporte, comércio, agropecuário, indústria, alimentos, agropecuário e energético. Também, a produção energética a partir das fontes não renováveis, petróleo, gás natural e carvão, e renováveis, hidrelétrica, solar, eólica e biomassa, foi considerada.

4.3 TRATAMENTO DOS DADOS

Os dados obtidos na plataforma EPE estavam disponíveis no formato XML. Após verificar os dados faltantes e se todas as séries estavam na escala de tempo anual, utilizou-se o software RStudio para converter os dados em objetos de duas dimensões (dataframe). A segunda etapa do tratamento de dados foi a análise multivariada das séries. Inicialmente 50 variáveis foram selecionadas, essa seleção foi baseada nas informações da própria plataforma de pesquisa energética, visto que são informações bastante relevantes para o estudo ampliado da demanda energética. As variáveis apresentam uma distribuição ordenada no tempo e os dados utilizados iniciam no ano de 1970. Posteriormente, as variáveis foram padronizadas.

4.4 ANÁLISES ESTATÍSTICAS

As análises realizadas foram subdivididas em 4 tópicos. Cada tópico refere-se a uma etapa do estudo. O ajuste dos modelos foi verificado a partir dos resíduos em relação aos valores preditos e reais (ajuste do modelo) utilizando o Critério de Informação de Akaike (AIC), o Critério Bayesiano de Schwarz (BIC) e o erro quadrático médio de previsão.

4.6 SOFTWARES UTILIZADOS NAS ANÁLISES

As análises estatísticas foram efetuadas no RStudio, no ambiente estatístico do Software R, Python 3.8 e no Software Statistica 7. O próximo capítulo é referente aos resultados obtidos, ou seja, apresenta os resultados esperados para que os objetivos citados sejam alcançados a partir da metodologia apresentada.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Primeiramente, análises descritivas e multivariadas foram feitas para que a qualidade de informação dos dados fosse mantida utilizando um número adequado de variáveis ou fatores, por isso, variáveis que apresentassem comportamentos significativamente semelhantes ao longo do tempo não seriam simultaneamente necessárias para a modelagem preditiva, visto que isso afetaria negativamente os indicadores de avaliação dos modelos como o indicador AIC.

A compreensão do comportamento das variáveis de forma sistemática ao longo do tempo e de suas possíveis relações entre si é fundamental para que o contexto histórico do consumo energético seja sustentado de forma concreta a partir de outras variáveis e, assim, os modelos propostos utilizem variáveis explicativas que sejam significativas.

A primeira seleção de variáveis foi realizada, havia 50 variáveis explicativas e uma variável resposta ordenadas no tempo, tendo valores anuais desde 1970 até 2020. No primeiro momento, a análise descritiva foi realizada seguindo a escala natural das variáveis. O Quadro 1 representa a primeira análise descritiva de cada variável.

Quadro 1 - Variáveis selecionadas inicialmente.

(continua)

Variável:	Média:	Mínimo:	Máximo:	Desvio Padrão:
G.NATURAL	7598	70.0	19543	7113.1
CARVÃO MINERAL	1834	75.0	3942	1250.7
LENHA	18351	12895.0	28345	4376.6
BAGAÇO DE CANA	16145	3149.0	32116	9213.6
OUTRAS FONTES PRIMÁRIAS	3029	142.0	8101	2541.9
BIODIESEL	705	0.0	4974	1349.9
GÁS DE COQUERIA	1087	250.0	1498	399.8
COQUE	5374	1164.0	8209	2196.2
ELETRICIDADE	24238	3411.0	46902	13994.0
CARVÃO VEGETAL	4554	1590.0	7526	1338.2
ÁLCOOL ETÍLICO	6924	254.0	18064	4933.2
ALCATRÃO	204	60.0	318	65.3
DERIVADOS DE PETRÓLEO	70907	23510.0	114984	25219.5

(continuação)

ÓLEO DIESEL	26108	5393.0	47230	12288.4
ÓLEO COMBUSTÍVEL	8712	2421.0	16792	3763.6
GASOLINA	13035	5871.0	25740	5810.6
GÁS CANALIZADO	125	0.0	321	114.7
SECUNDÁRIA PETRÓLEO	5658	226.9	11724	4007.5
GÁS DE REFINARIA	2435	181.5	4417	1228.3
COQUE PETRÓLEO	2054	0.0	5658	2172.1
OUT.EN.PETRÓLEO	1169	45.4	2363	716.3
PRODUTOS NÃO-ENERGÉTICOS DE PETRÓLEO	4108	1173.6	8095	1917.4
TOTAL CONSUMO	160951	62107.5	264929	63921.9
POPULAÇÃO	159	96.2	213	35.9
TOTAL PIB	1854080	567272.3	3075772	745658.6
PIB SERVIÇOS	1002829	223073.4	1784391	494427.2
PIB COMÉRC. E PÚBLICO.	936499	208359.0	1671111	465668.5
PIB TRANSPORTE	66330	14714.4	113280	29110.3

(conclusão)

PIB AGROPE.	108377	71067.2	153920	19246.8
PIB INDÚSTRIA	418788	165742.6	575520	89899.9
PIB EXTRATIVA MINERAL	16735	3706.0	39007	11898.9
PIB TRANSFORMAÇÃO	402053	162036.5	542441	81583.4
PIB NÃO METÁLICOS	14229	7735.2	20806	3096.7
PIB METALURGIA	33191	16495.6	43334	5733.1
PIB QUÍMICA	21981	8836.5	34777	6781.3
PIB ALIMENTOS E BEBIDAS	42611	20518.1	55964	8512.7
PIB TÊXTIL 4	13673	5146.5	25222	6432.4
PIB PAPEL E CELULOSE	10246	5338.4	18388	3037.7
PIB OUTROS	266121	89144.3	405151	71850.5
PIB ENERGÉTICO	74131	16787.4	142451	34657.3
PIB IMPOSTOS	249956	90601.7	481292	129989.7

Fonte: Autor (2022)

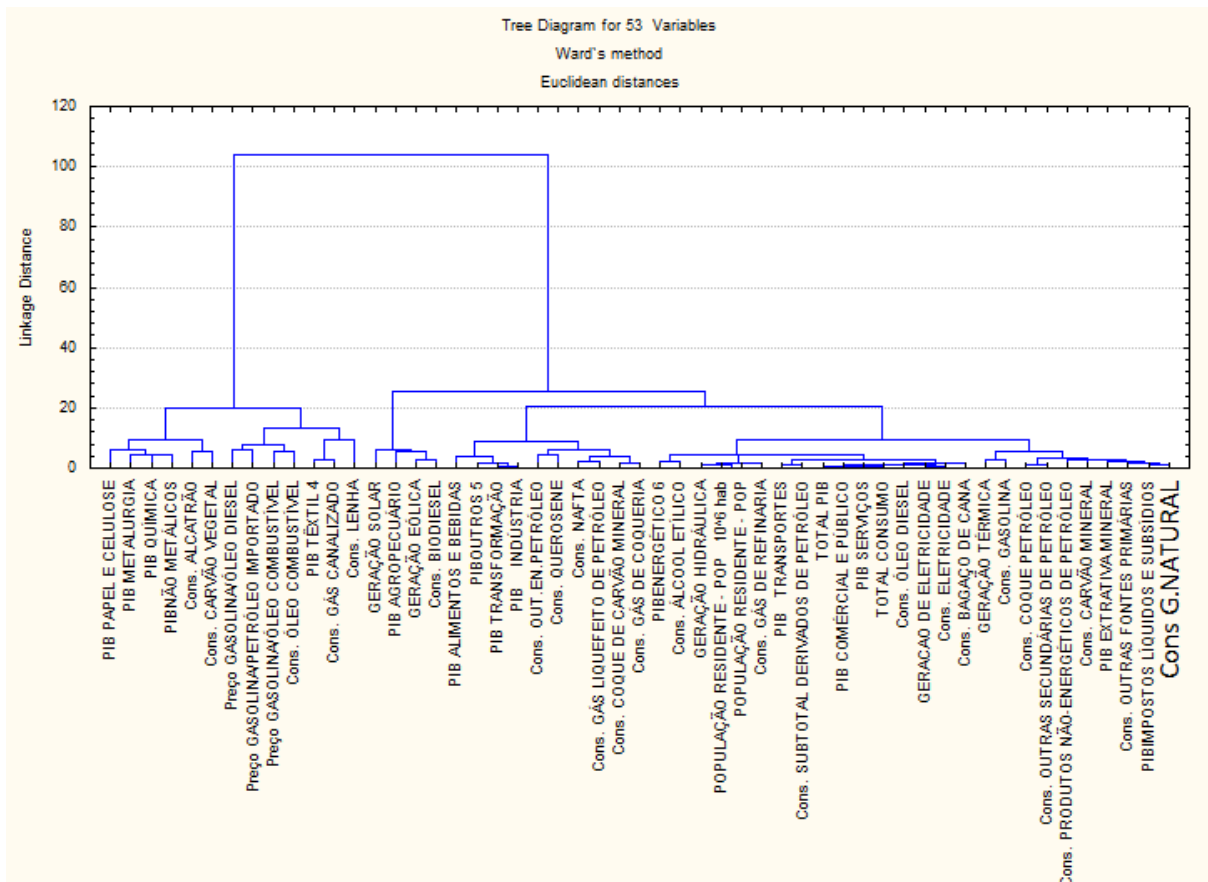
As variáveis previamente selecionadas foram todas de carácter quantitativo. A primeira parte do processo de análise dos dados (estatística descritiva) apresentou o comportamento geral de cada variável ao longo do período estabelecido (1970 - 2020) a partir da variabilidade, do valor médio, valor mínimo e máximo de cada série. Nesse contexto, percebe-se que a maioria das variáveis possui uma variabilidade significativa indicando uma possibilidade de mudanças do cenário energético nacional ao longo dos anos, as próximas etapas do estudo foram direcionadas para a identificação de padrões de queda ou crescimento dessas variáveis e da correlação e possível dependência entre as mesmas.

5.2 ANÁLISE MULTIVARIADA

A próxima etapa foi a padronização das variáveis para, então, realizar uma análise multivariada.

O primeiro passo foi a realização da análise de cluster não hierarquizada utilizando o método de Ward's para a ligação e a distância Euclidiana. Essa análise teve o objetivo de identificar grupos de variáveis de acordo com a sua variância. A Figura 3 apresenta o resultado da primeira análise de Clusters utilizando o método de Ward's.

Figura 3 - Primeira Análise de Clusters para as Variáveis Utilizadas Inicialmente.



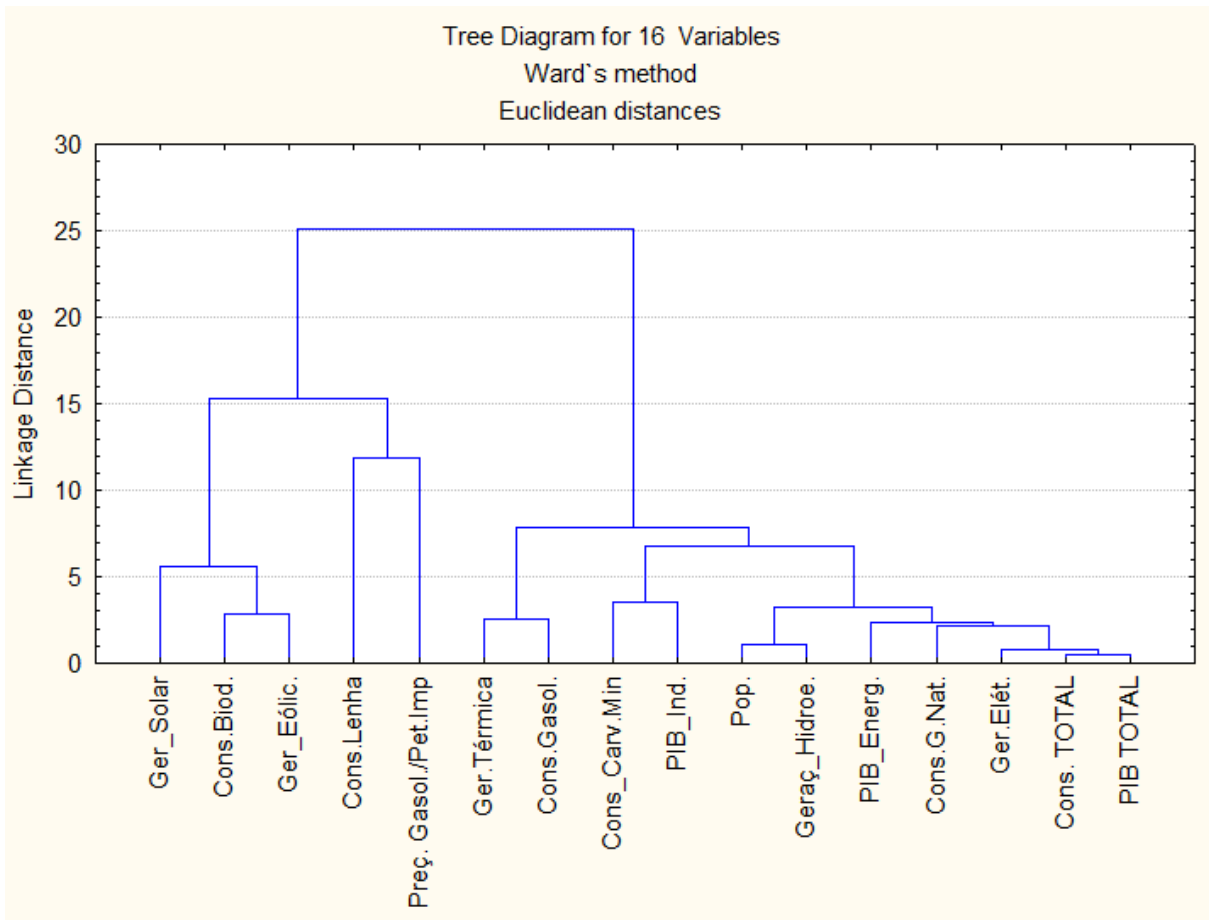
Fonte: Autor (2022)

Mediante a disposição dos grupos de variáveis, constata-se que o consumo total energético brasileiro apresenta maior semelhança com variáveis do tipo: consumo de bagaço de cana, consumo de energia elétrica, geração de eletricidade, consumo de combustíveis fósseis, PIB de serviços, PIB total, PIB energético, PIB transporte, população residente no país e consumo de etanol. A semelhança pode ser explicada pela grande influência que essas variáveis apresentam no consumo energético brasileiro, o aumento da produção de energias renováveis nos últimos anos acompanhou o aumento da demanda energética, principalmente a energia elétrica.

Considerando aspectos teóricos e quantitativos, algumas variáveis foram descartadas para os próximos modelos. As variáveis priorizadas foram as que apresentaram maior influência para o consumo energético total e aquelas com características importantes no contexto histórico da produção energética brasileira, as variáveis presentes no mesmo grupo e

com a mesma altura na análise de clusters também foram reduzidas. Foram selecionadas 16 variáveis. A análise de clusters foi refeita e é representada pela Fig.4.

Figura 4 - Clusterização não hierárquica utilizando o método de Ward's para a segunda seleção de variáveis.



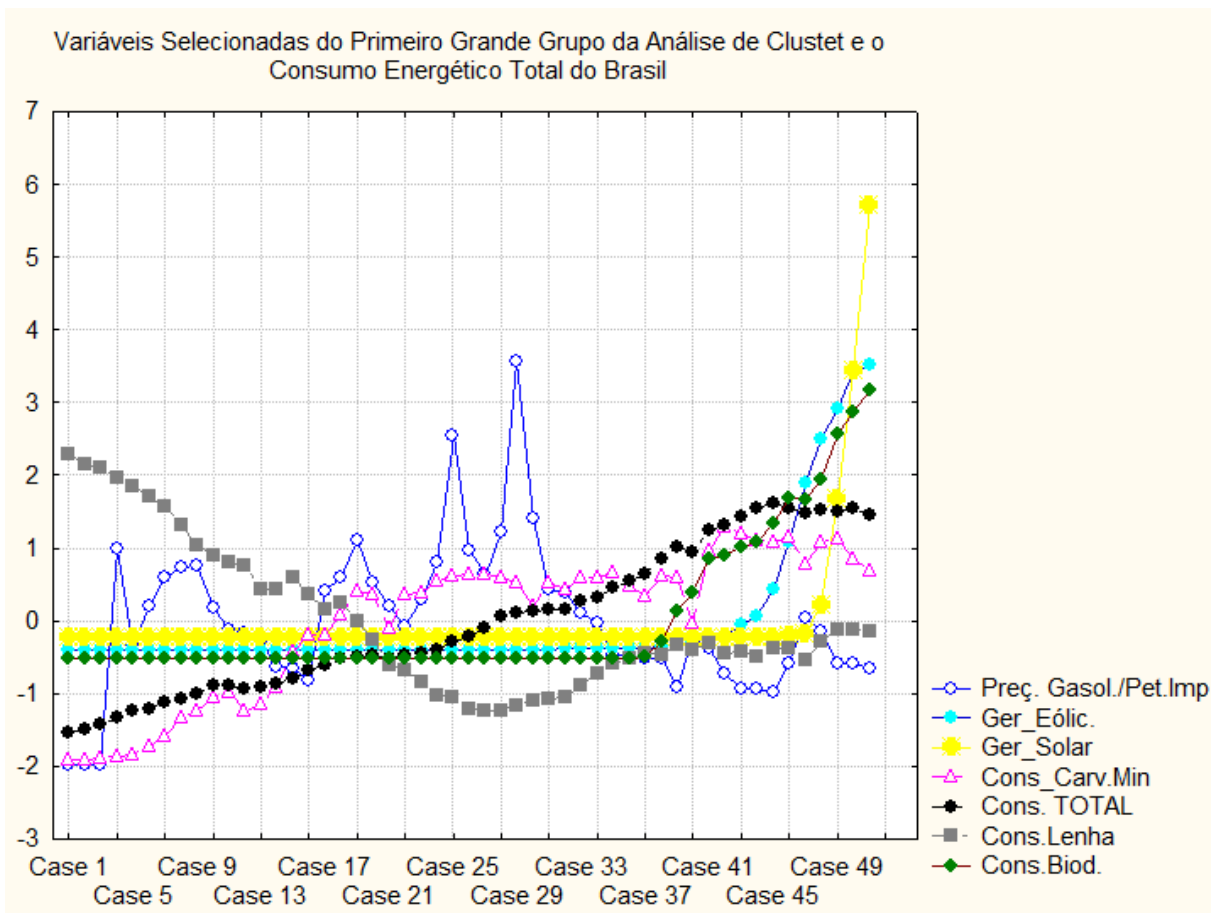
Fonte: Autor (2022)

A partir da análise de cluster, percebe-se que há dois grandes grupos de variáveis, o primeiro grupo contendo variáveis de comportamento relativamente marcante ao longo dos anos é subdividido em dois grupos, um contendo a geração de energias renováveis e o outro, variáveis que apresentaram um comportamento contrário à tendência de crescimento do consumo energético como é o caso do consumo da lenha e do preço da gasolina em relação ao preço do petróleo importado. O segundo grande grupo representa as variáveis que seguiram a tendência de crescimento constante ao longo dos anos, acompanhando o consumo energético

total, pode-se salientar a relativa semelhança da variável Consumo Energético Total com a variável PIB Total do país, ou seja, com a riqueza do Brasil.

Alguns gráficos utilizando os valores padronizados são apresentados na sequência para identificar comportamentos de variações similares e opostas entre as variáveis de uma forma mais geral e visual (Figura 4 e Figura 5):

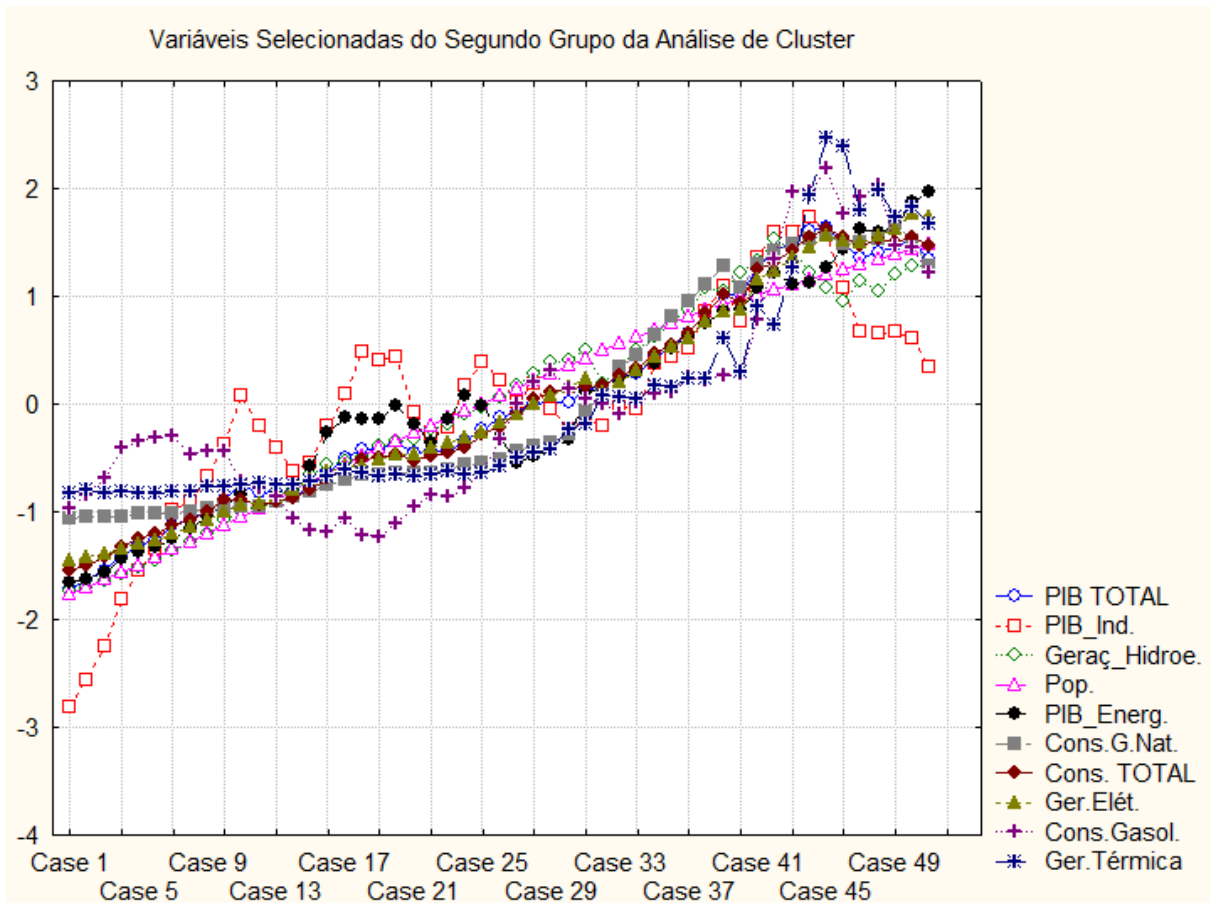
Figura 5 - Representação dos valores padronizados das variáveis do primeiro grande grupo da análise de cluster e da variável Consumo Total.



Fonte: Autor (2022)

A Figura 6 retrata o comportamento de cada variável ao longo dos anos, algo que pode ser considerado é a mudança da fonte energética utilizada, percebe-se que há o aumento do consumo energético de fontes renováveis e uma considerável redução do consumo de lenha para produção energética.

Figura 6 - Representação dos valores padronizados das variáveis relativas ao segundo grande grupo de variáveis da análise de cluster.



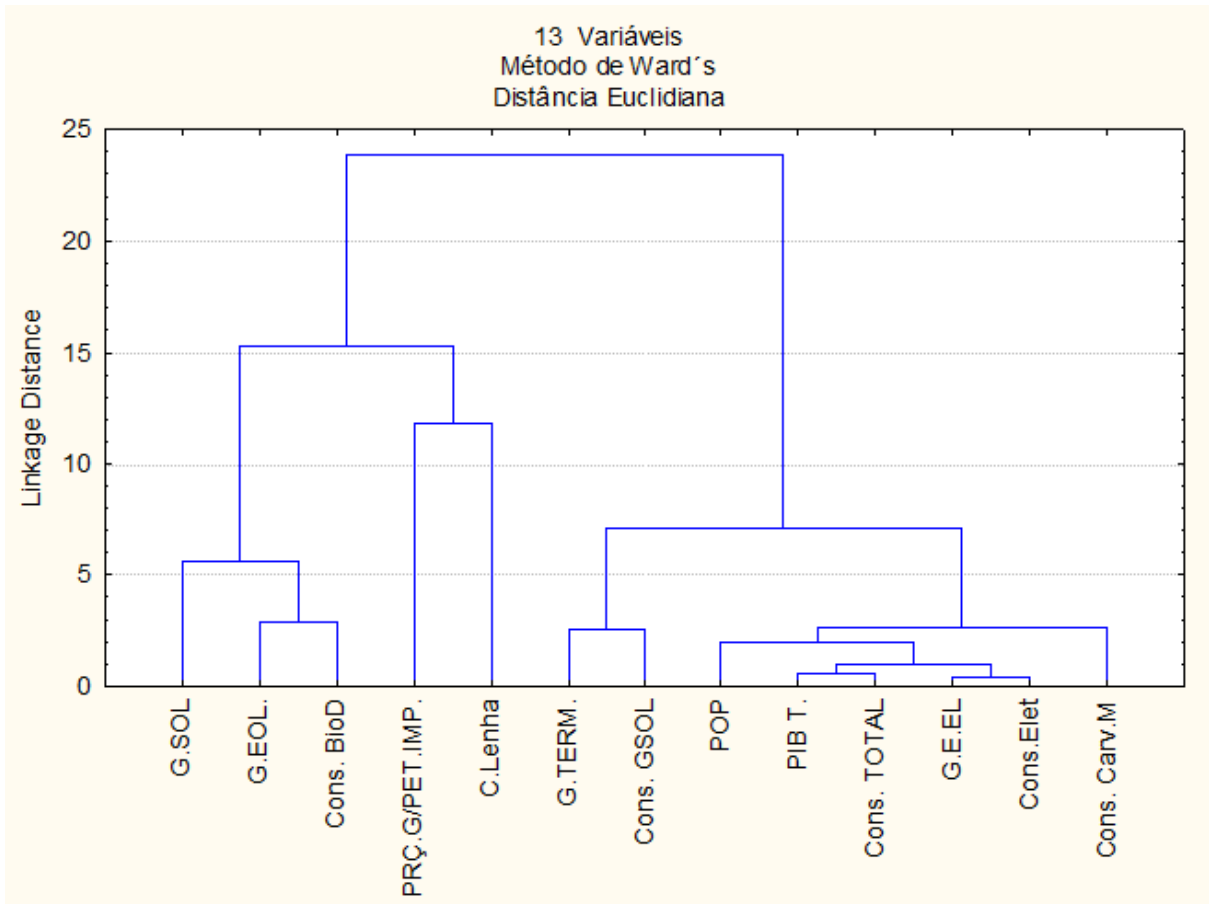
Fonte: Autor (2022)

De forma geral, a demanda energética aumentou com o crescimento do PIB de diversos setores, o que se buscou compreender nesse caso foi a influência de cada série para a demanda total de energia. A Figura 5 retrata como a geração de energias renováveis aumentou nas últimas décadas, um fato que também contribuiu para a qualidade em termos sustentáveis da energia consumida no país. Além disso, o preço da gasolina em relação ao petróleo importado sofreu grandes variações, indicando que esse combustível talvez apresente uma influência mais complexa para a variável resposta. Mantendo a mesma metodologia de

seleção de variáveis, 13 séries foram mantidas nas análises subsequentes.

A Figura 7 apresenta o agrupamento com 13 variáveis.

Figura 7 - Análise de Agrupamentos para a Seleção de 13 Séries Temporais.



Fonte: Autor (2022)

A nova seleção contemplou uma distribuição de dados que pode ser agrupada em dois grandes grupos, o primeiro grupo contendo Geração de Energia Solar e Eólica, consumo de Biodiesel, Preço da Gasolina em relação ao Preço do Petróleo Importado e a variável Consumo de Lenha. Essas variáveis apresentaram um comportamento peculiar em relação à variação de seus valores ao longo do tempo (1970 - 2020), por exemplo, as variáveis relativas à geração de energias renováveis receberam maior destaque e influência na última década, ou seja, pode-se dizer que são variáveis com relativo destaque atual no contexto energético brasileiro, por outro lado, a variável Preço da Gasolina/Preço do Petróleo Importado

apresentou variações sazonais bastante abruptas com uma tendência de queda nas duas últimas duas décadas, a variável Geração Energética a partir de Lenha teve a sua influência no Consumo Energético Total do Brasil reduzida gradualmente ao longo do período analisado (1970 - 2020).

O segundo grupo permanece com as variáveis mais influentes em relação ao seu grau de importância quantitativo, ou seja, a riqueza do país (PIB), o crescimento da população, a geração total de energia elétrica e o consumo de carvão mineral.

Após a análise de clusterização, o próximo passo foi quantificar a importância de cada variável para a variabilidade comum do conjunto selecionado. Assim, realizou-se uma análise de Componentes Principais.

A variância total do conjunto de variáveis é explicada principalmente por 2 fatores que representam 86,54%, os quais podem ser conferidos na Tabela 1. Nesse caso, percebe-se que os dois fatores podem explicar grande porcentagem da variância total do conjunto de variáveis.

Tabela 1 - Autovalores da Análise dos Componentes Principais

	Autovalor	% Variância total	Autovalor acumulativo:	% Acumulada
1	8,2727	68,938	8,2728	68,94
2	1,9139	15,9483	10,1866	84,8883
3	1,0628	8,8571	11,2494	93,7454
4	0,4576	3,8133	11,707	97,5587

Fonte: Autor (2022)

A seleção dos autovalores foi baseada no critério de Kaiser (1960), que consiste em incluir somente aquelas componentes cujos valores próprios sejam superiores a 1, também, como pode ser conferido na Figura 8, selecionar os componentes que sintetizam uma variância acumulada superior a 70%.

Uma Análise Fatorial foi aplicada para os dados selecionados. A Tabela 2 apresenta a correlação de cada variável em relação aos fatores selecionados.

Tabela 2 - Autovalores da Análise Fatorial para a Segunda Seleção de Variáveis Explicativas.

Variável:	Fator 1	Fator 2	Fator 3	Fator 4	Fator 5
Cons. Carv.M	-0,941955	-0,16992	-0,187592	-0,095537	0,004429
C.Lenha	0,544439	0,746956	-0,219121	0,247839	0,097595
Cons. BioD	-0,874896	0,428429	0,117594	0,114689	-0,059418
Cons.Elet	-0,980452	-0,177173	-0,048349	-0,036104	0,019908
Cons. GSO	-0,89419	0,062903	-0,149785	0,36026	0,121837
POP	-0,944477	-0,29612	0,004173	-0,117246	0,011095
PIB T.	-0,969924	-0,194065	-0,091327	-0,010408	0,0477
G.E.EL	-0,988456	-0,128519	-0,047576	-0,027416	0,024206
G.EOL.	-0,740412	0,516341	0,35501	0,052993	-0,220839
G.SOL	-0,509509	0,562029	0,55577	-0,28229	0,185502
G.TERM.	-0,954252	0,128898	-0,158221	0,162027	-0,034325
PRÇ.G/PET.IMP.	0,185901	-0,605904	0,685916	0,34561	0,034624

Fonte: Autor

A fim de explorar as possibilidade de explicação dos fatores, utilizou-se o método Varimax que é um método de rotação ortogonal, sendo utilizado para procurar minimizar o número de variáveis que apresentam altas cargas em cada fator como retratado na Tabela 3 .

Tabela 3 - Relação das variáveis em relação aos dois fatores que apresentam maior grau de explicação da variância comum das variáveis explicativas.

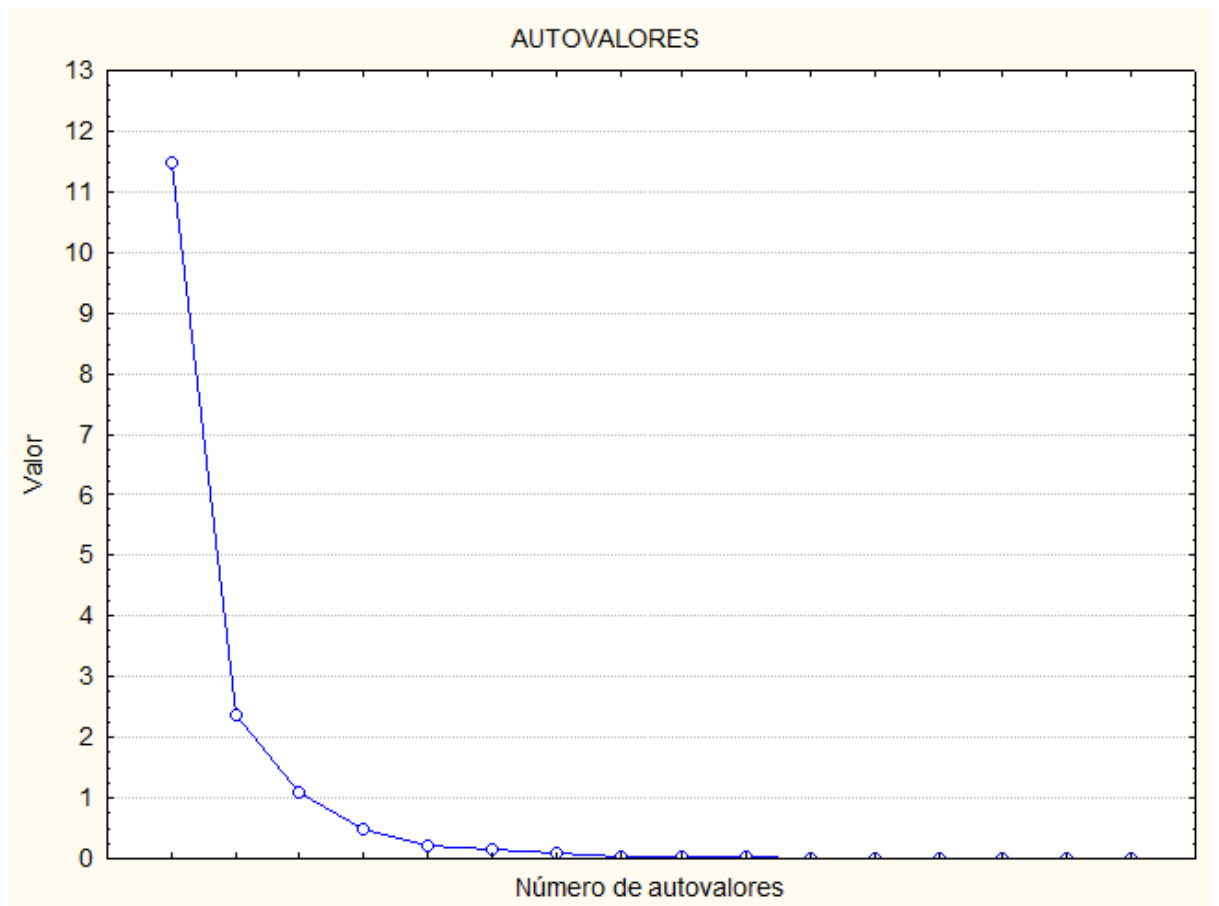
Variável:	Fator 1	Fator 2
Cons G.NATURAL	-0,962993	-0,042749
Cons. CARVÃO MINERAL	-0,951137	-0,157123
Cons. LENHA	0,558917	0,728752
Cons. BODIESEL	-0,861361	0,4435
Cons. ELETRICIDADE	-0,984866	-0,162326
POPULAÇÃO RESIDENTE - POP	-0,953802	-0,279381
TOTAL PIB	-0,974852	-0,180659
GERAÇÃO DE ELETRICIDADE	-0,991744	-0,113671
GERAÇÃO EÓLICA	-0,726092	0,535877
GERAÇÃO SOLAR	-0,503268	0,585728
GERAÇÃO TÉRMICA	-0,945811	0,13817
Preço GASOLINA/PETR ÓLEO IMPORTADO	0,194704	-0,598574

Fonte: Autor

A variável consumo de energia a partir de lenha apresenta um comportamento distinto em relação às demais variáveis. Outro conjunto de variáveis que se destaca é o conjunto de geração de energias renováveis e o preço da gasolina em relação ao preço do petróleo importado. O grande grupo que apresenta uma variância comum explicada principalmente pelo fator 1 é formado pelas variáveis relacionadas ao consumo e produção energética, pelo tamanho da população e pela riqueza do país representado pelo PIB total.

A Figura 8 apresenta os valores de cada autovalor gerados pela variância do conjunto de variáveis.

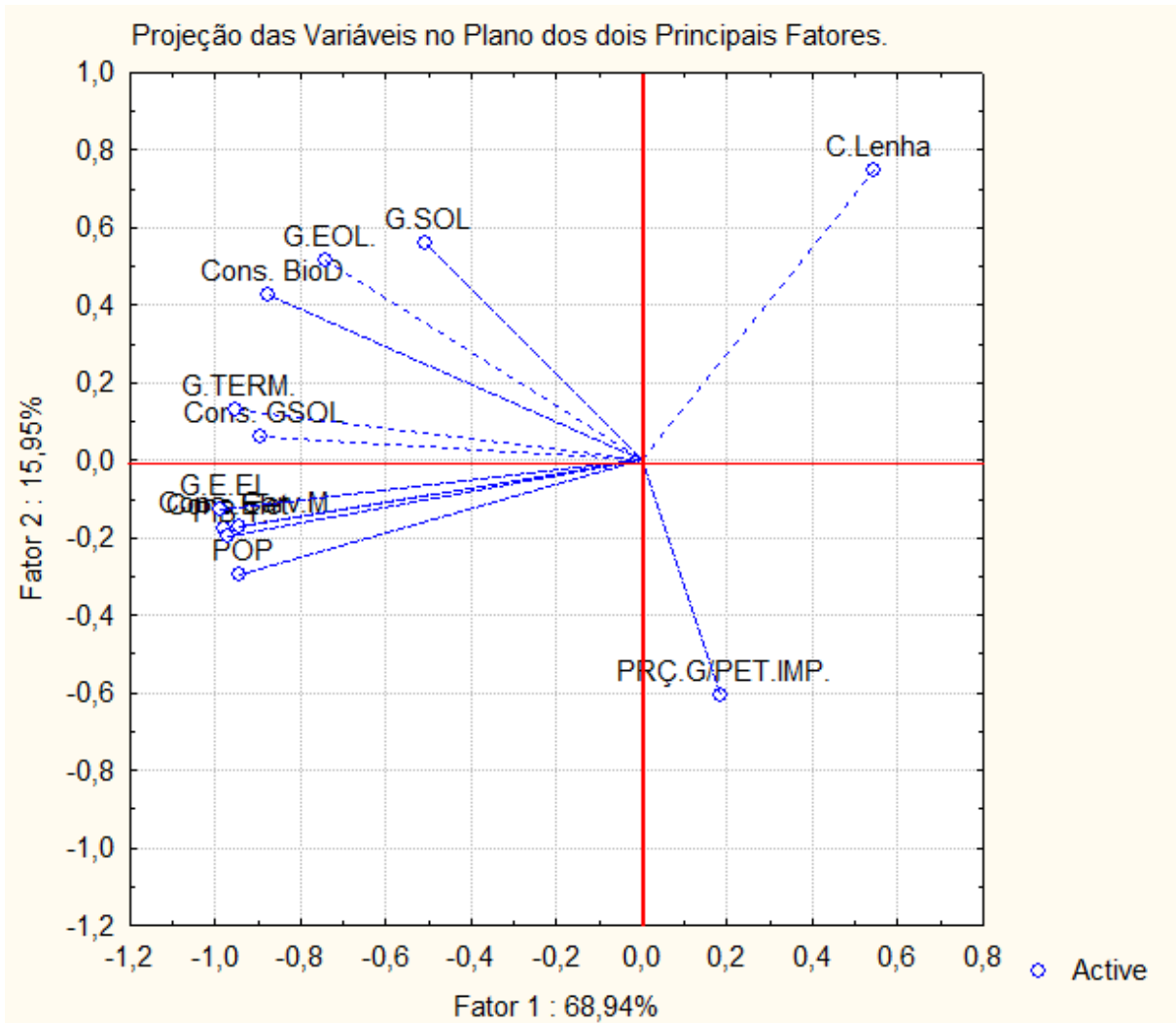
Figura 8 - Autovalores da Análise Fatorial para as Variáveis Seleccionadas.



Fonte: Autor (2022)

A Análise de Componentes Principais apresenta uma relação bastante semelhante com a Análise Fatorial, percebe-se que o consumo energético a partir da lenha tem um comportamento individual diferente das demais como pode ser visto na Figura 9.

Figura 9 - Análise de Correção entre as Variáveis e o Plano Fatorial, Fator 1 x Fator 2.



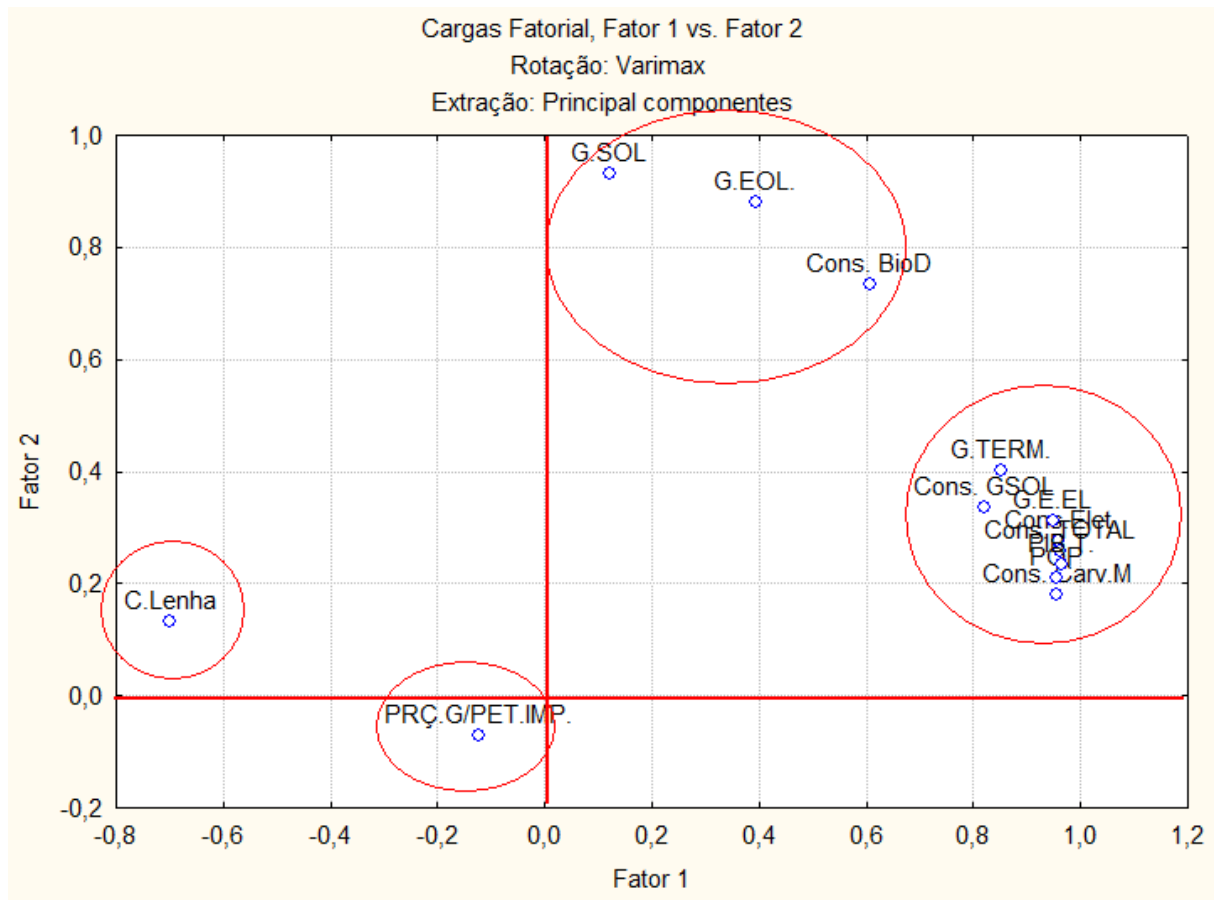
Fonte: Autor (2022)

O número de variáveis (13) foi mantido para os modelos de previsão multivariados, visto que as variáveis apresentaram um grau de importância satisfatório para a variância total do conjunto.

A análise Fatorial realizada é representada na Figura 10, onde a carga fatorial de cada

variável para os dois fatores selecionados pode ser analisada.

Figura 10 - Carga fatorial de Cada Variável FATOR 1 X FATOR 2 .

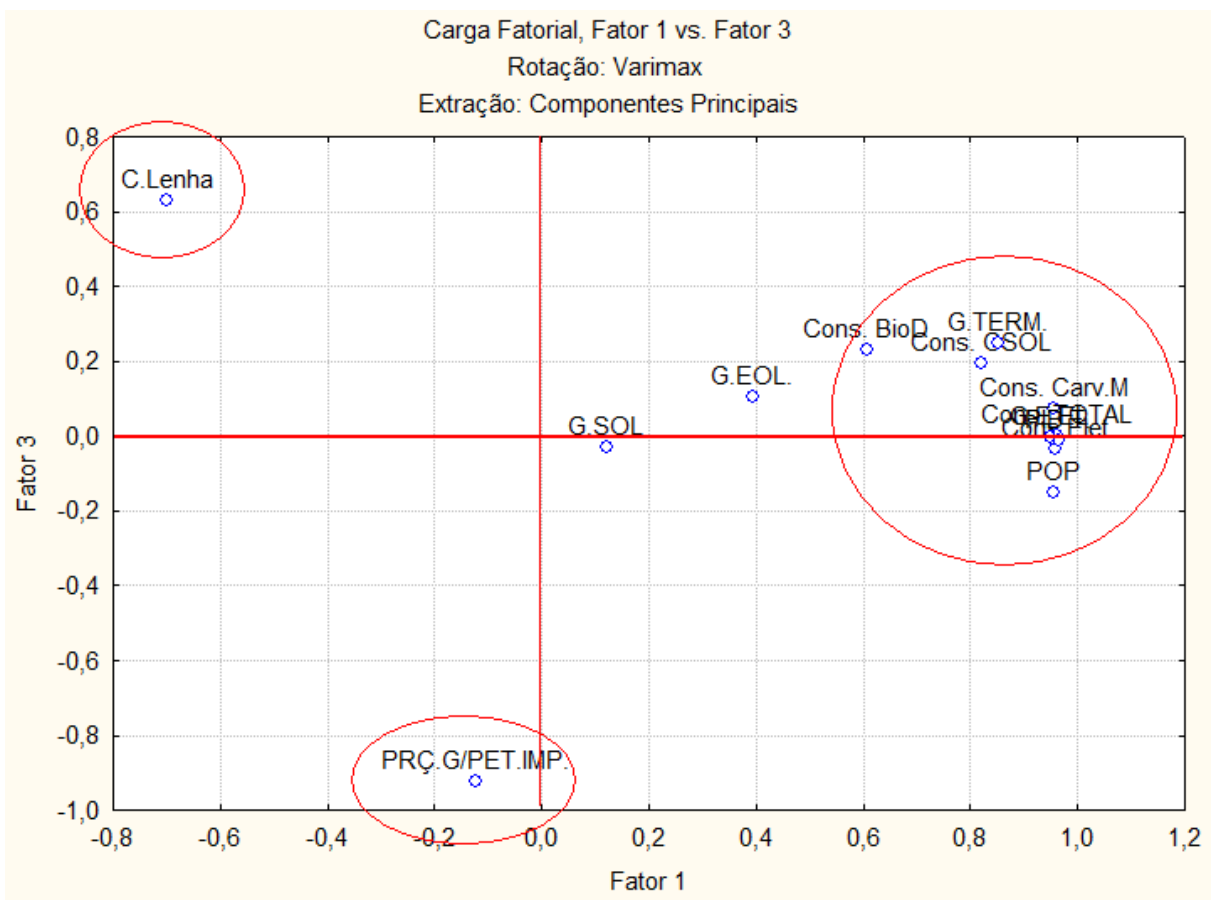


Fonte: Autor (2022)

Os dois primeiros fatores apresentam um grau de explicação superior a 70% da variância comum do grupo de variáveis. A variável relativa à produção de energia a partir da lenha apresentou maior correlação com o fator 2 e comportamento contrário à riqueza do país (PIB), nesse caso, pode-se considerar com um grau de confiança considerável a hipótese de que quando o país cresce em termos de desenvolvimento, a geração energética também sofre influência e, conseqüentemente, deixa de usar a lenha como uma das principais fontes energéticas, do mesmo modo, a geração de energia eólica térmica e solar seguem um

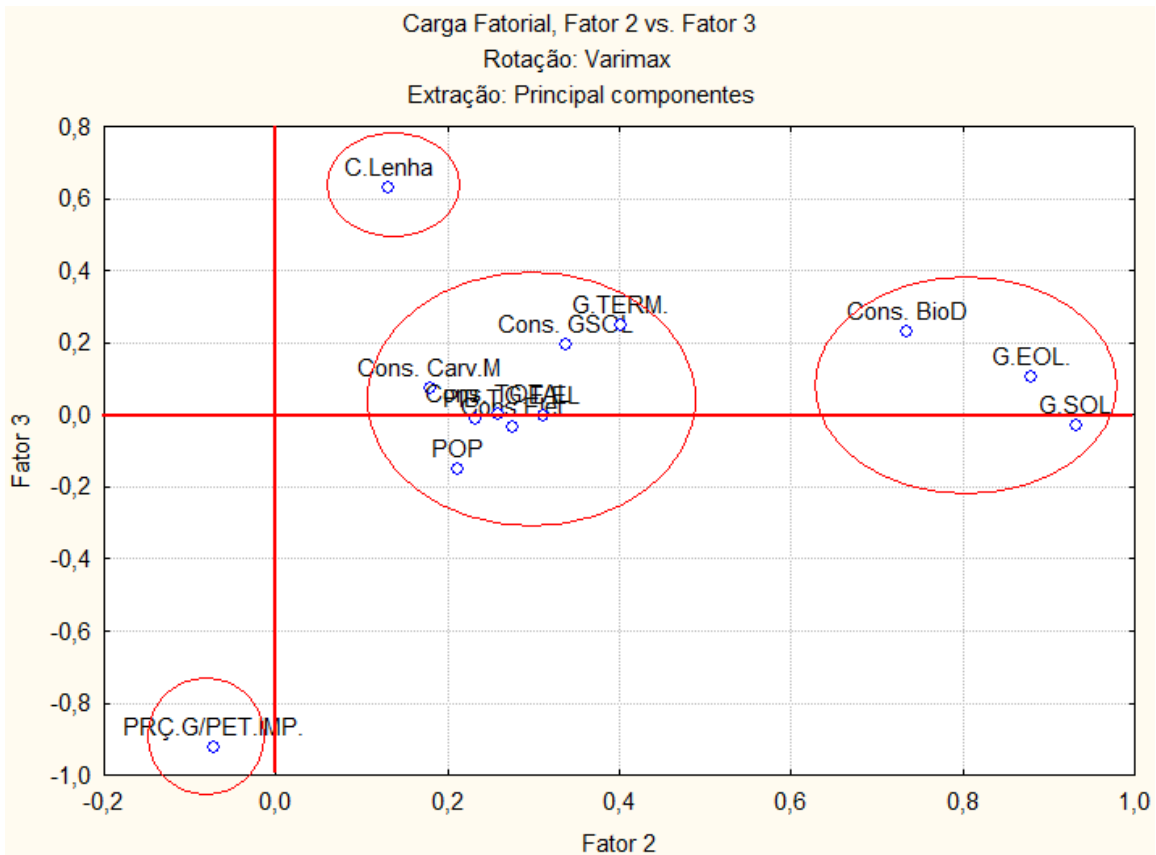
comportamento semelhante com a riqueza do país no fator 1, ou seja, o país avançando nas suas questões econômicas e sociais, também pode buscar avanços tecnológicos e investimentos em geração de energias renováveis. As Figuras 11 e 12 retratam a carga fatorial das variáveis em relação aos fatores 1 x 3 e 2 x 3, respectivamente.

Figura 11 - Carga fatorial de Cada Variável para os fatores 1 e 3.



Fonte: Autor (2022)

Figura 12 - Carga fatorial de Cada Variável para os fatores 2 e 3.



Fonte: Autor (2022)

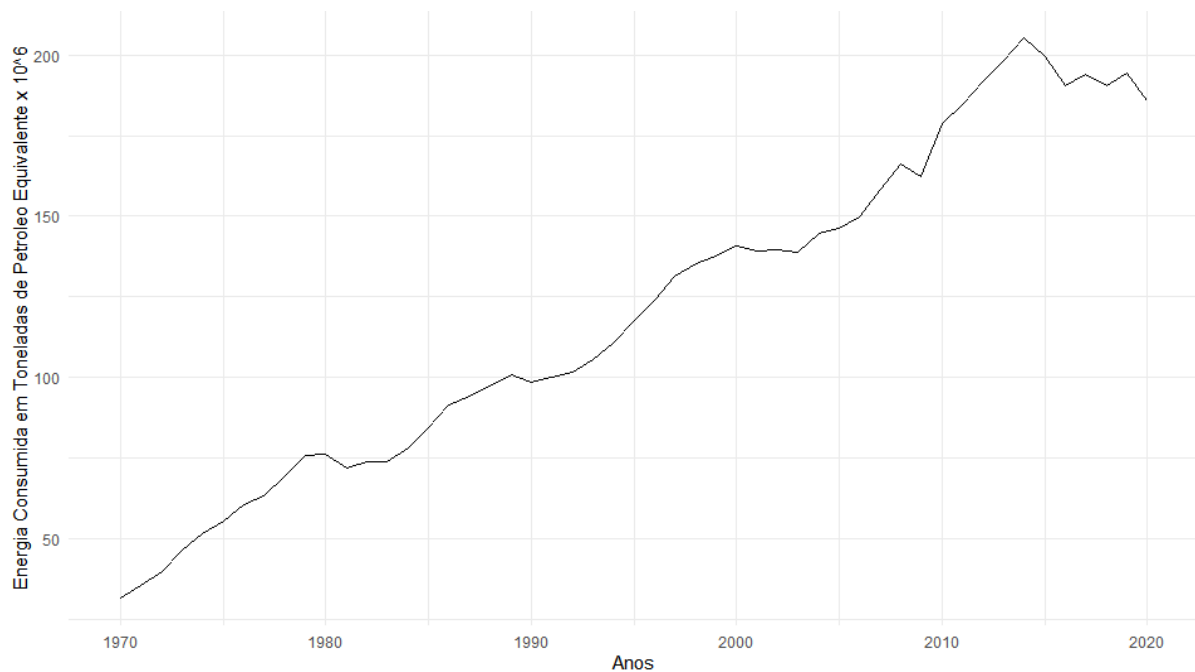
As Figuras 10, 11 e 12 retratam a carga das variáveis em relação aos 3 fatores selecionados. Constata-se que as variáveis PIB Total, N° de Habitantes, Geração de Energia Elétrica e Geração Térmica apresentam forte relação com o Fator 1 que pode ser considerado a riqueza do país, o seu crescimento econômico e tecnológico, a variável Consumo de Lenha para geração de energia está no sentido oposto, por isso, pode-se afirmar com maior confiabilidade que o Brasil está se desenvolvendo e diminuindo a utilização de tecnologias energéticas mais rudimentares e pouco eficientes como é o caso da utilização de lenha para produção de energia térmica. O Fator 2 retrata a inovação tecnológica para a produção de energias renováveis, visto que a geração de energia eólica, solar e o consumo de biodiesel são destacados nesse fator, por outro lado, o preço da gasolina em relação ao petróleo importado ocupa o sentido oposto, o que pode ser explicado pela relação oposta da utilização de

combustíveis fósseis e da busca por alternativas mais sustentáveis, levando em consideração a diversificação das fontes para a matriz energética do Brasil, diminuindo a dependência de combustíveis fósseis.

5.3 ANÁLISE DA SÉRIES TEMPORAIS

A segunda etapa foi a análise das séries temporais utilizadas em relação à sua normalidade, tendência, autocorrelação, sazonalidade e estacionaridade. O Consumo Total Energético (variável resposta) foi analisada inicialmente em relação às características dos dados ao longo do tempo, como pode ser conferida na Figura 13.

Figura 13 - Série Temporal do Consumo Energético Total

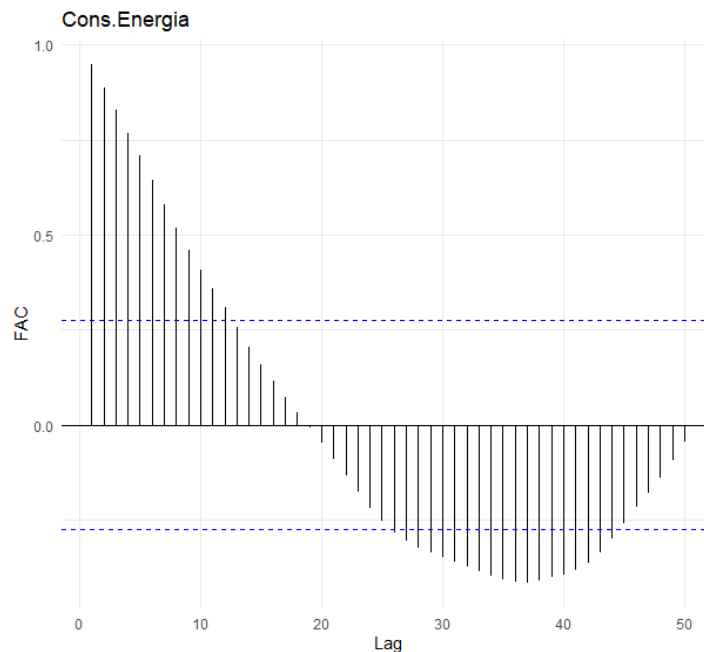


Fonte: Autor (2022)

O teste de normalidade foi realizado pois há testes de outliers que assumem que os dados seguem uma distribuição aproximadamente normal, por isso, utilizou-se o teste de Shapiro para a análise da normalidade da série. O resultado do teste apresenta um p-valor de 0.03233.

A partir do teste de Shapiro, constata-se que a hipótese nula de normalidade dos dados com 95% de confiança pode ser rejeitada. A autocorrelação dos dados também foi analisada, Figura 14, pois a possível autocorrelação permite identificar a dependência dos dados ao longo do tempo e a possível sazonalidade.

Figura 14 - Gráfico da Função de Autocorrelação (FAC) Amostral do consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.

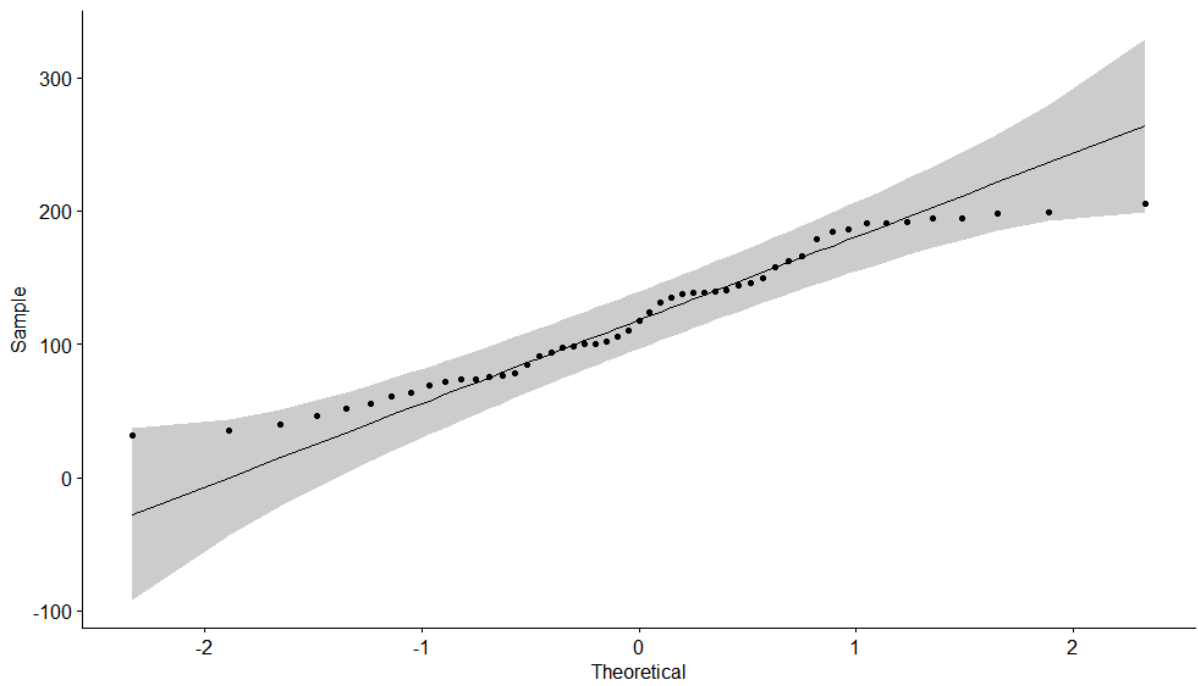


Fonte: Autor (2022)

A autocorrelação dos dados é significativa, utilizou-se também o teste de Ljung–Box. Como o p-valor < 0.05 , há evidências de que, com um nível de significância de 5%, pode-se

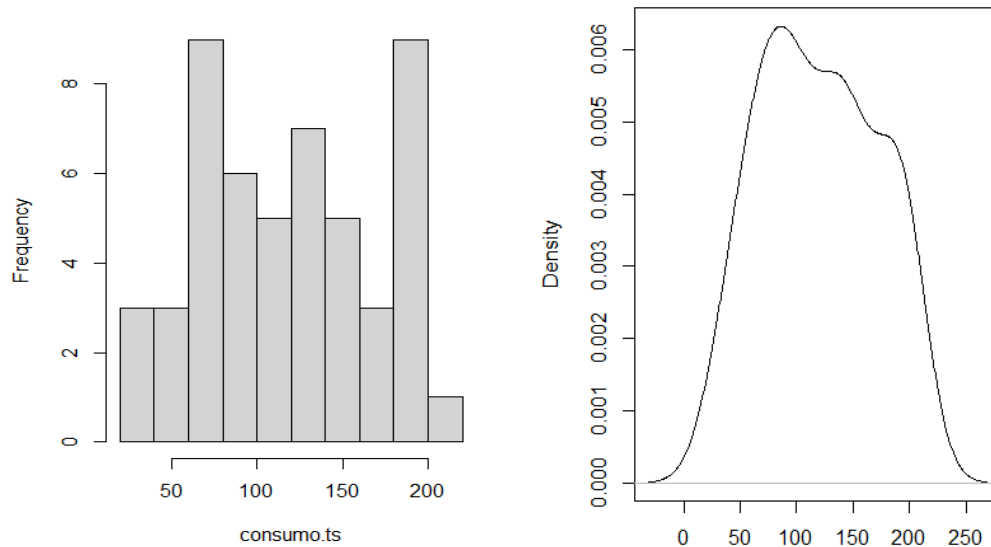
rejeitar H_0 , ou seja, pode-se considerar que a série apresenta autocorrelação. As Figuras 15 e 16 retratam o comportamento dos dados em relação à idealidade para uma distribuição normal.

Figura 15 - Gráfico para análise de normalidade da série consumo energético do Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

Figura 16 - Histograma e densidade da série consumo energético no Brasil



Fonte: Autor (2022)

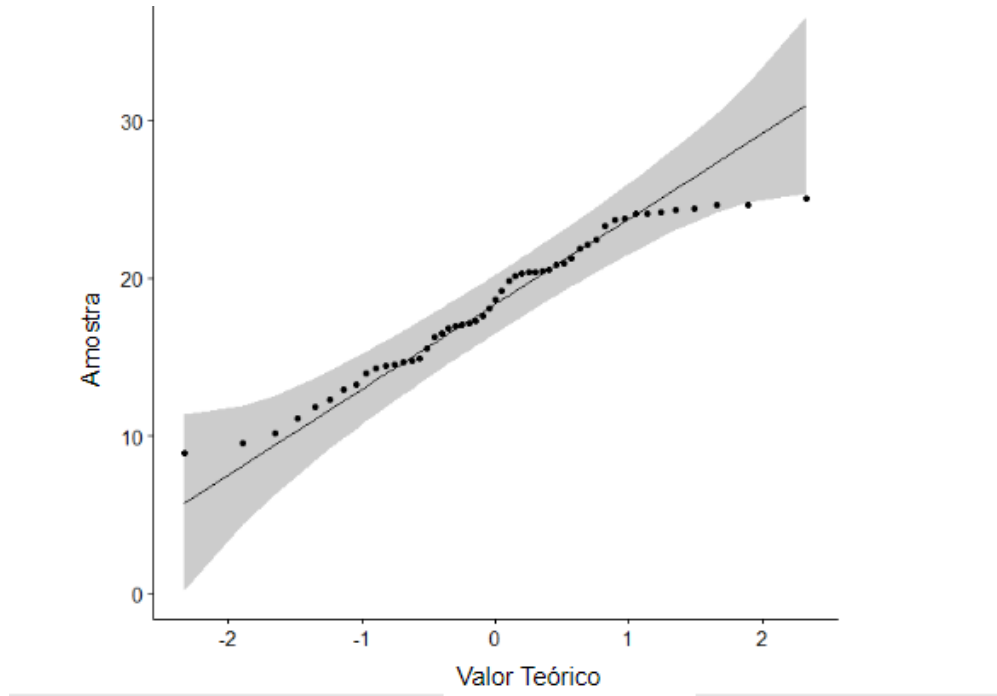
Utilizou-se a transformação de Box-Cox para que os dados tivessem uma distribuição mais próxima da normalidade para, então, realizar os testes de outliers.

Constatou-se que a transformação de Box Cox colaborou para que a série tivesse evidências de normalidade na sua distribuição. Utilizando o método de Guerrero (1993) para estimar os parâmetros da transformação, a série apresentou uma maior probabilidade para H_0 do teste de Anderson-Darling. Portanto, H_0 não foi rejeitada, considera-se a distribuição normal com 95% de confiabilidade, Tabela 14.

O teste de outliers aplicado utiliza o critério de "distância média". O Teste de Grubb foi aplicado para os dados transformados. O Teste de Grubbs apresentou os seguintes resultados: p-valor = 0.8359 para uma hipótese nula de não haver outlier. Portanto, H_0 não pode ser rejeitada, ou seja, com 95% de confiança, os dados não apresentam outlier.

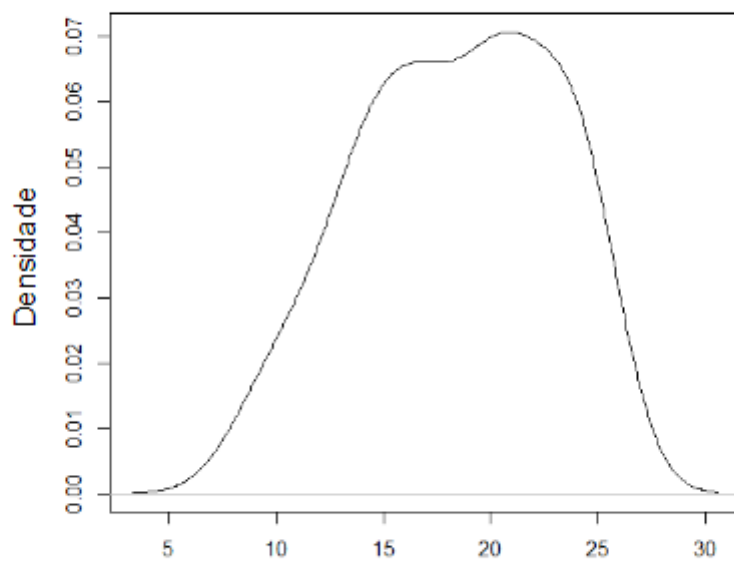
A estacionariedade da série após a transformação de Box-Cox foi analisada, segundo o Teste de Dickey-Fuller, para verificar se o modelo autorregressivo tem ou não raiz unitária. Teste de Dickey-Fuller: -2.3472, ordem do LAG = 3, p-value = 0.4348. Há evidências de que há raiz unitária para os dados. Assim, para utilizar as funções FAC e FACP, primeiramente, deve-se remover a tendência determinística e estocástica dos dados. A normalidade da série após a transformação pode ser conferida na Figura 17 e 18.

Figura 17 - Gráfico para análise de normalidade da série, após transformação Box-Cox, Consumo energético do Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

Figura 18 - Densidade dos dados transformados da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



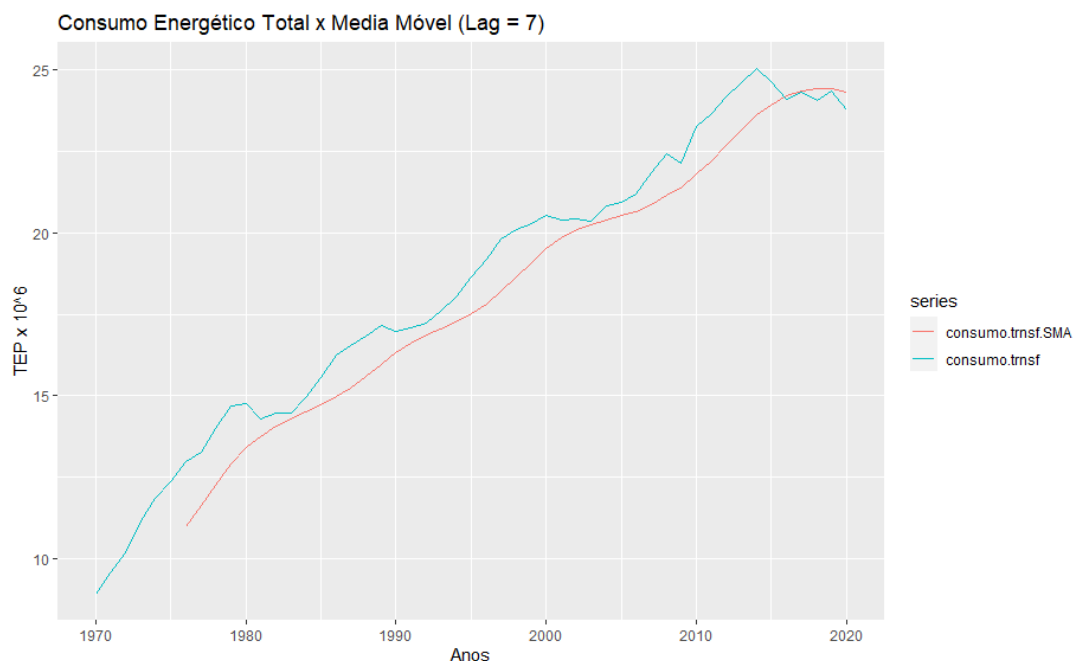
Fonte: Autor (2022)

A tendência determinística da série transformada também foi analisada utilizando o teste de Mann Kendall. Teste de Mann Kendall: tau = 0.937, bicaudal p-valor $\leq 2.22e-16$.

A série de dados possui uma tendência temporal estatisticamente significativa, pois H_0 (Não há tendência presente nos dados) pode ser rejeitada com 95% de confiabilidade.

A sequência da etapa se deu realizando o acompanhamento da série utilizando o modelo de médias móveis com média de 7 valores de defasagem (Figura 19).

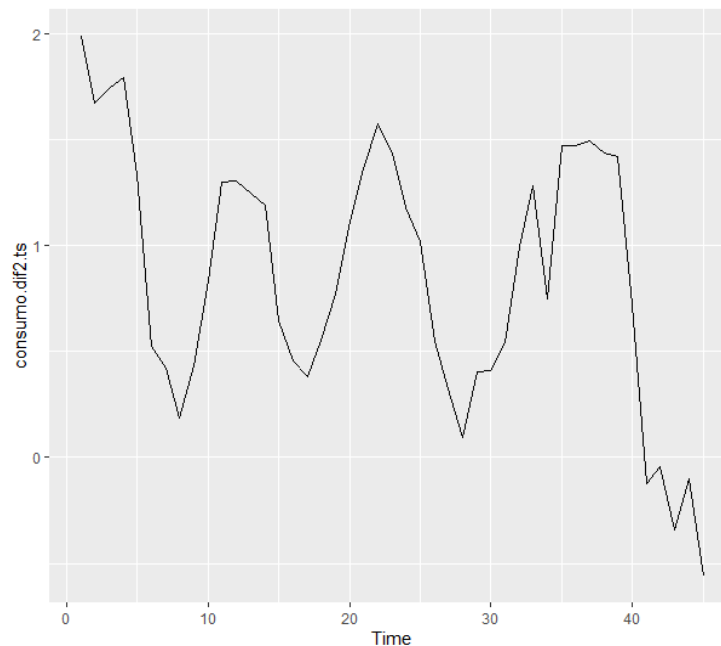
Figura 19 - Comparação do modelo de Média Móvel (L = 7) com a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

A Figura 20 apresenta os resíduos em relação ao modelo de média móvel e os dados de consumo energético total do Brasil.

Figura 20 - Resíduo da série de Média Móvel e da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

Os resíduos do modelo de média-móvel (lag=7) apresentaram distribuição considerada normal para o teste de Anderson-Darling (Table 14).

Outro modelo de tendência determinística utilizado foi o modelo polinomial de segunda ordem, assim, a função encontrada foi:

$$Y(t) = -0.002258317*(t^2) + 0.416591915*(t) + 9.540190035 \quad (31)$$

$$R^2 = 0,982$$

O teste de Box-Pierce foi realizado para a análise de dependência dos resíduos do modelo quadrático, o resultado apresenta a rejeição de H0 (independência dos dados) com 95% de confiabilidade, ou seja, há o forte indício de dependência dos resíduos (Table 15).

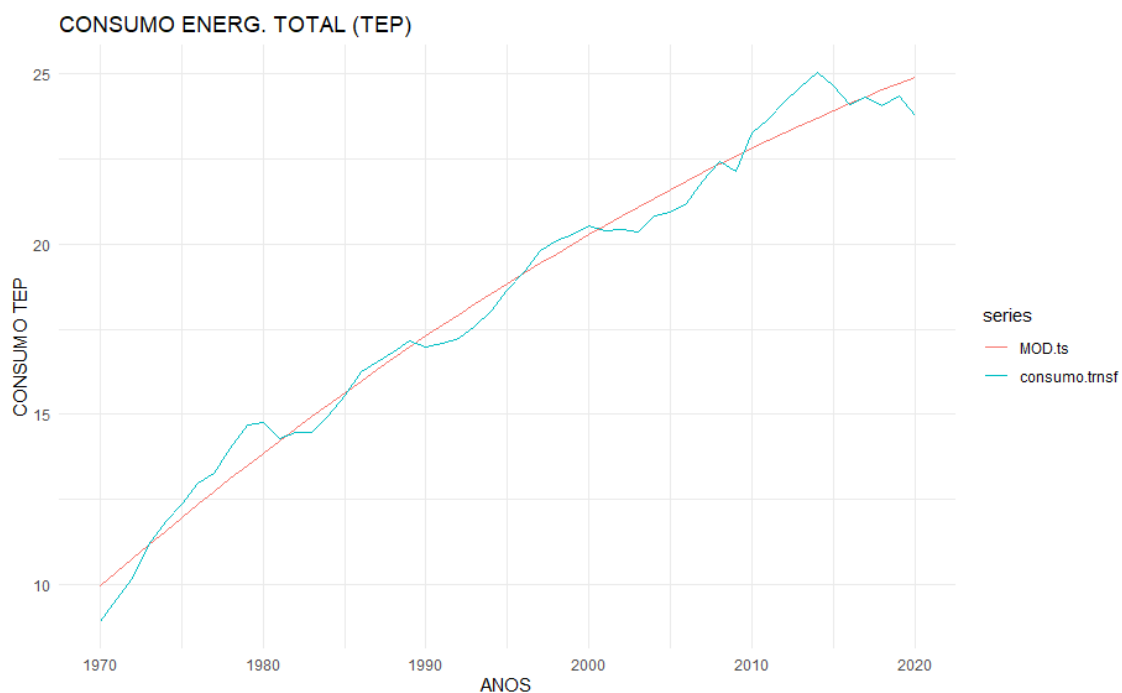
A análise da tendência determinística para os resíduos do modelo quadrático foi

realizada pelo teste de Cox-Stuart: estatística do teste = 16, $n = 25$, $p\text{-value} = 0.2295$, hipótese alternativa: distribuição não randômica.

Por isso, a hipótese de dependência dos dados não é rejeitada visto que $p\text{-valor} > 5\%$. Outro teste aplicado foi o teste de raiz unitária, um procedimento para detectar a presença ou não de tendências estocásticas no processo gerador das séries. No processo de diferença estacionária, a tendência estocástica vem acompanhada de uma tendência determinística. Um processo ARMA é considerado estacionário caso o polinômio característico da parte AR não contenha raízes de módulo igual a um. Portanto, o teste de Dickey Fuller Aumentado foi aplicado (ADF). O $p\text{-valor}$ encontrado ficou muito próximo do limite de 5% para rejeição de H_0 , nesse contexto, considera-se que os dados apresentam uma tendência plausível de estacionaridade.

O teste de normalidade de Anderson-Darling para os resíduos apresentou uma conclusão de não rejeição de H_0 para normalidade dos dados (Table 14). O modelo de tendência polinomial quadrática foi aplicado e comparado com os dados reais (Figura 21).

Figura 21 - Comparação do modelo Quadrático com a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



As análises realizadas até aqui foram direcionadas ao comportamento do consumo energético total em relação ao seus valores ordenados no tempo, a normalidade, a presença de outlier, a autocorrelação e a estacionaridade foram analisadas para que alguns modelos mais simples fossem testados. Entretanto, nenhuma outra variável explicativa foi utilizada.

A terceira etapa apresenta análises dos próprios modelos, ou seja, os valores preditos e os valores previstos foram comparados com os valores reais. Levando em consideração os resultados dos testes de normalidade, autocorrelação e tendência dos resíduos do modelo polinomial quadrático, a remoção da tendência quadrática dos dados foi feita e os próximos modelos foram aplicados e testados em relação aos resíduos do modelo quadrático. Nessa etapa, alguns indicadores de desempenho foram utilizados.

5.4 APLICAÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS UNIVARIADOS

A primeira parte deste capítulo apresenta os resultados de diferentes modelos de séries temporais univariadas, ou seja, os dados de consumo energético total do Brasil (1970-2020) sem a tendência polinomial quadrática foram analisados conforme a sua distribuição ordenada no tempo. Modelos como o modelo clássico de Suavização Exponencial corrigido pela tendência (Método de Holt), Modelo Auto-Regressivo Integrado de Média Móvel (ARIMA), Redes Neurais recorrentes e Modelos de Séries Temporais Nebulosas foram utilizados.

5.4.1 Modelo Auto-regressivo Integrado Média Móvel (ARIMA)

Considerando a tendência determinística apresentada pelo modelo quadrático no capítulo anterior, os resíduos desse modelo foram utilizados como variável resposta para o modelo ARIMA, assim, retirou-se a tendência quadrática dos dados da série consumo energético total do Brasil e, então, aplicou-se o modelo Auto-Regressivo de Média Móvel Integrado (ARIMA).

O teste Dickey Fuller (DF) foi realizado para verificar se a série precisaria ser diferenciada para se tornar estacionária, visto que o teste apresentou valores próximos do limite para a rejeição da hipótese de não estacionaridade, considerou-se os dados da série sem a tendência quadrática como uma série estacionária. Além disso, o teste de Box-Pierce apresentou forte indicio de dependência dos resíduos, por isso o modelo ARIMA foi aplicado.

Conforme demonstrado na Tabela 4, o modelo de tendência polinomial quadrática foi aplicado para os dados de consumo energético (1970 - 2020).

Tabela 4 - Modelo de tendência polinomial quadrático.

Parâmetros:	Coefficientes:	Significância (p-valor):
Intercepto	9.5401900	< 2e-16
t2	-0.0022583	4.11e-06
t1	0.4165919	< 2e-16

Fonte: Autor (2022)

$$Y(t) = -0.002258317*(t^2) + 0.416591915*(t) + 9.540190035 \quad (32)$$

$$R^2 = 0,982$$

A Série de Consumo Total recebeu a subtração de sua tendência quadrática: consumo energético total - tendência quadrática.

O modelo de tendência polinomial quadrática apresentou um resultado considerado satisfatório para a regressão não linear. A função auto arima foi utilizada para selecionar os parâmetros com maior valor de verossimilhança.

O modelo ARIMA mais favorável para representar os dados foi ARIMA(2,0,1) com média igual a zero.

Portanto, o modelo selecionado é de segunda ordem em relação ao parâmetro auto-regressivo (p), o parâmetro d (grau de diferenciação) é igual a zero e o parâmetro q (ordem do modelo de média móvel) é igual a 1. Assim, tem-se um modelo ARMA(2,1) conforme demonstrado na Tabela 5.

Tabela 5 - Modelo ARIMA (2,0,1)

Parâmetros:	Coefficientes:	Erro padrão:
ar1	1,77	0.0651
ar2	-0.8967	0.0614
ma1	-0.9066	0.0950

Fonte: Autor (2022)

Analisando o desempenho da estimação de parâmetros do modelo considerando o máximo da função de verossimilhança (MFV), o Critério de Informação de Akaike (AIC), o Critério de Informação de Akaike Corrigido (AICc) e o Critério Bayesiano de Schwarz (BIC) apresentaram baixos valores, o que é satisfatório. AIC = 28,76, AICc = 29,63 e BIC=36,48.

Além disso, analisando as medidas baseadas no erro de previsão, os valores encontrados são relativamente baixos e satisfatórios para o modelo ARMA(2,1), Tabela 6.

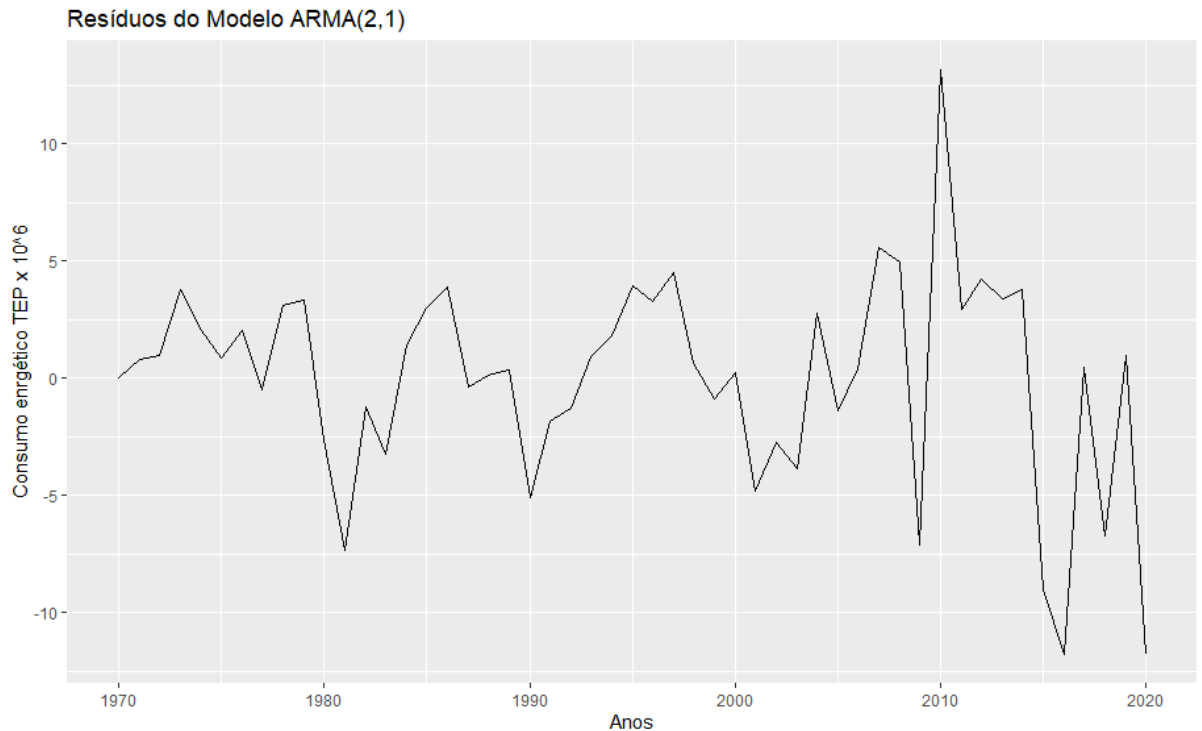
Tabela 6 - Medida das funções de erro do modelo ARMA (2,1):

Parâmetros:	Valores:
ME:	-0.02466
RMSE:	0.288
MAE:	0.22

Fonte: Autor (2022)

Os resíduos do modelo ARMA são apresentados na Figura 22.

Figura 22 - Resíduos do Modelo ARMA (2,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.

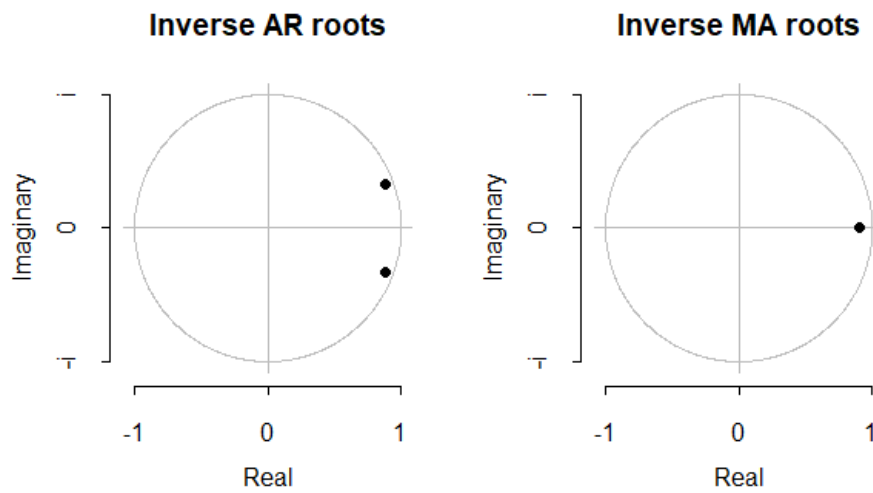


Fonte: Autor (2022)

A normalidade dos resíduos foi analisada a partir do teste de Shapiro-Wilk (Tabela 14). O teste não rejeitou a hipótese nula de normalidade dos resíduos com 95% de confiança. A autocorrelação foi analisada com o teste de Box-Pierce para a hipótese nula de independência dos dados, há forte indício de independência dos resíduos (Tabela 14).

A possibilidade de haver uma tendência estocástica no processo AR gerado pelo modelo foi testada utilizando a inversa da raiz unitária, percebe-se que os valores estão dentro do círculo unitário, sendo um processo estacionário como é apresentado na figura 23.

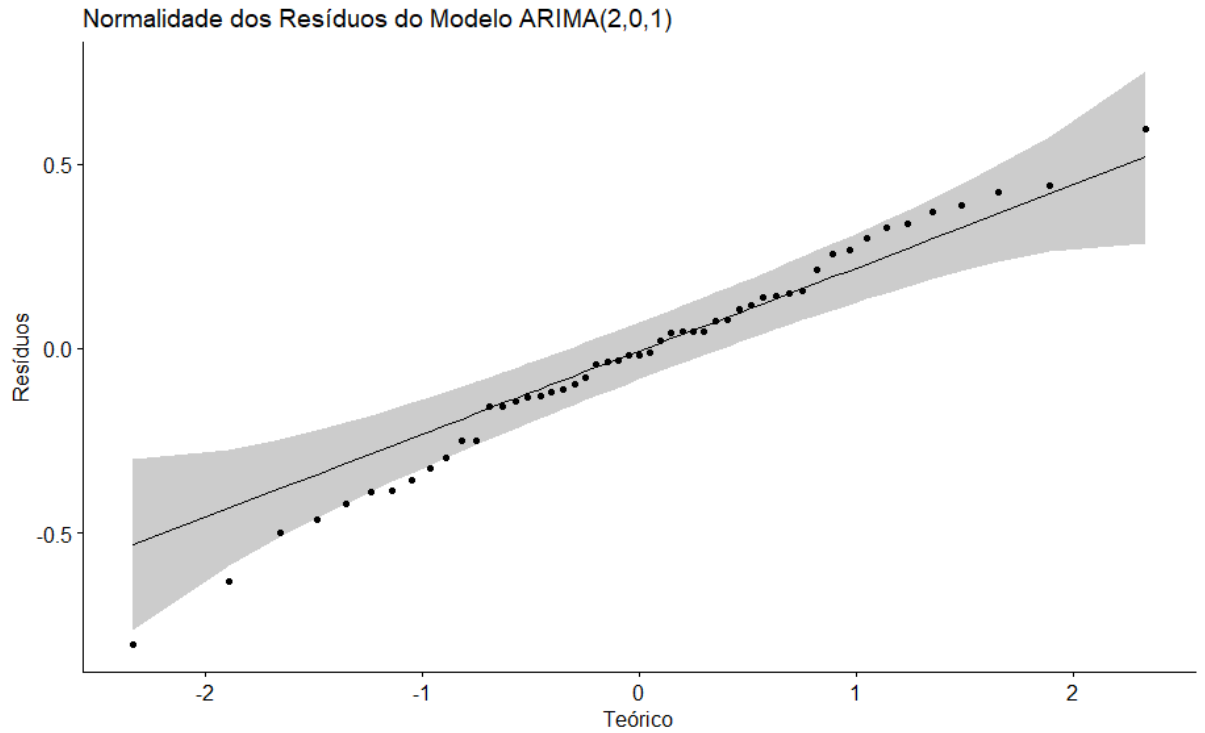
Figura 23 - Inversa das Raízes do Modelo ARIMA da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

A Figura 24 retrata a distribuição dos resíduos do modelo ARIMA (2,0,1) em relação à normalidade.

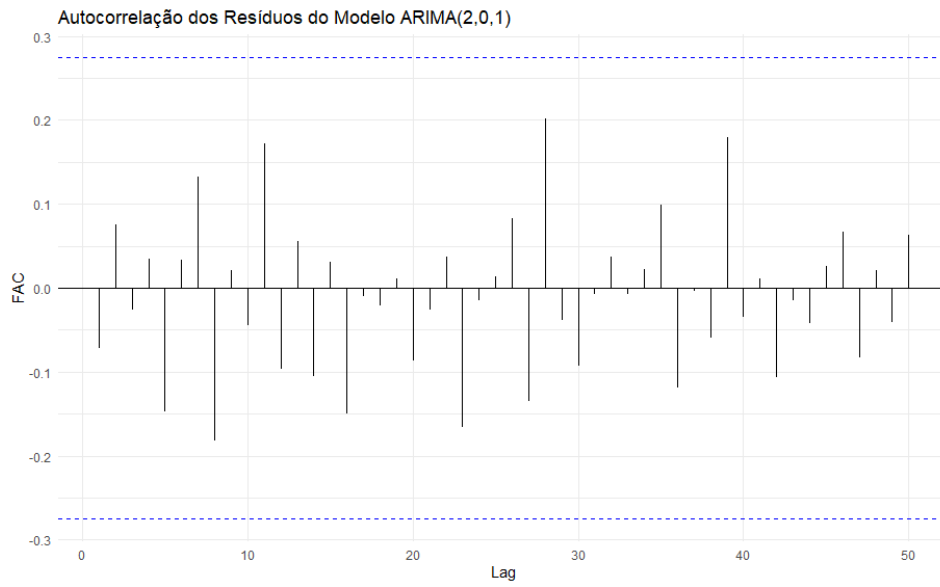
Figura 24 - Normalidade dos Resíduos do Modelo ARIMA (2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

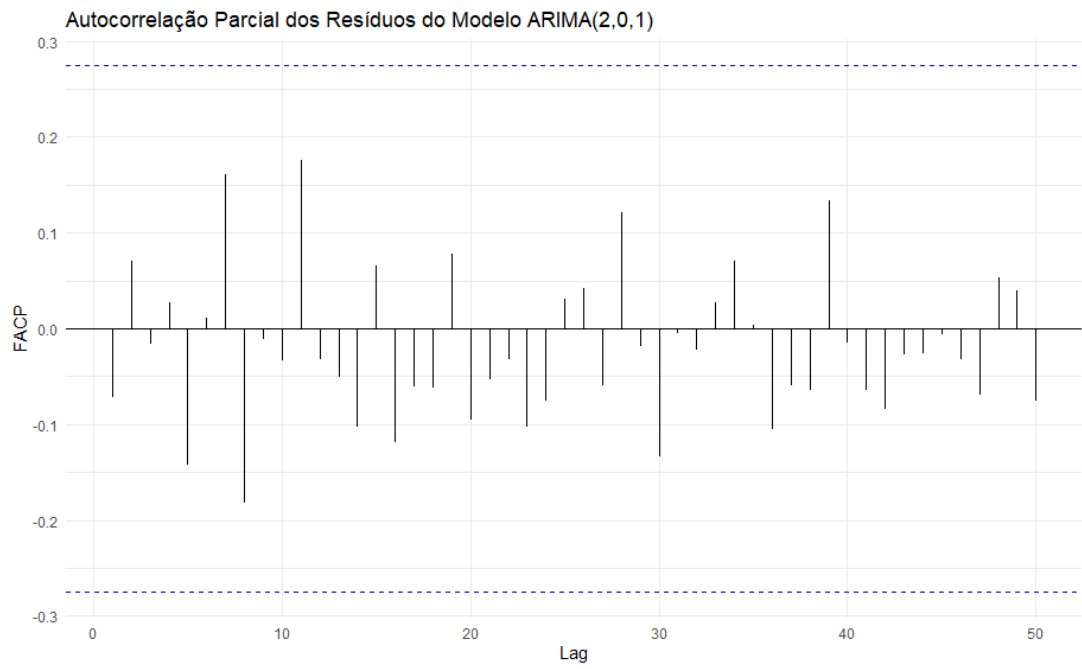
As Figuras 25 e 26 representam a função de autocorrelação dos resíduos do Modelo ARIMA(2,0,1). Percebe-se que não há dependência significativa dos dados.

Figura 25 - Autocorrelação dos Resíduos do Modelo ARIMA(2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

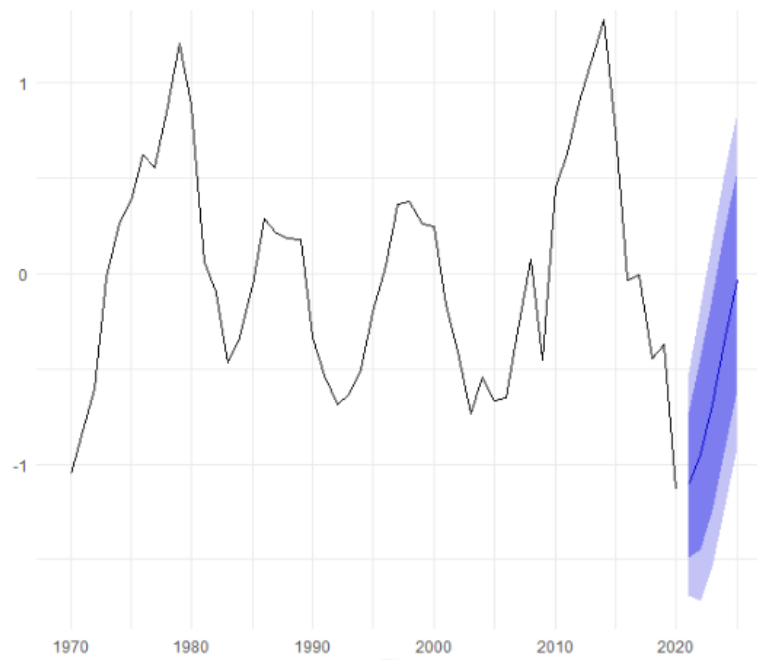
Figura 26 - Autocorrelação Parcial dos Resíduos do Modelo ARIMA(2,0,1) da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

A Figura 27 apresenta a previsão do modelo ARIMA (2,0,1) para 5 anos após 2020.

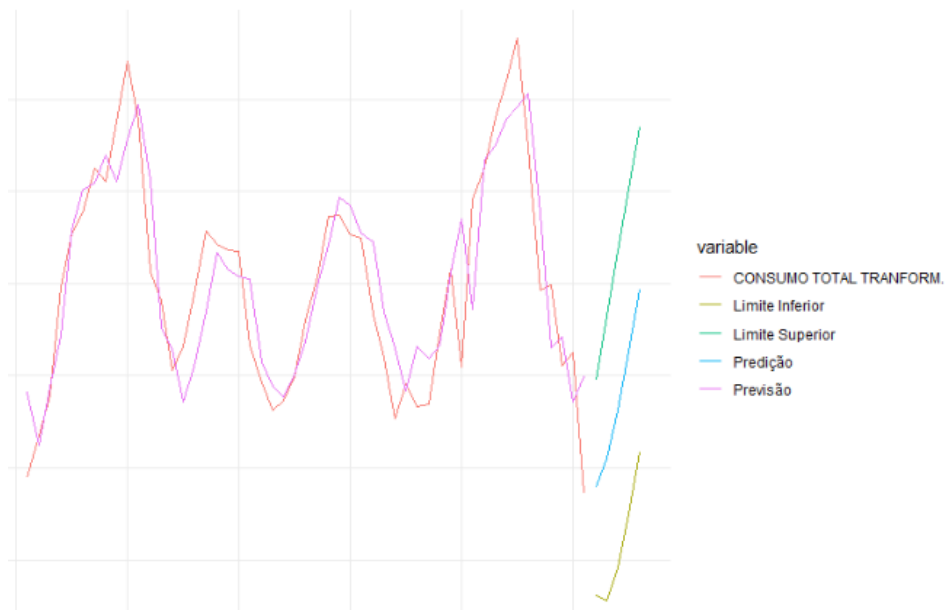
Figura 27 - Previsão do modelo ARIMA(2,0,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

A figura 28 apresenta a predição e previsão do modelo ARIMA (2,0,1) para o consumo energético total do Brasil de 1970 até 2025 sem a tendência quadrática.

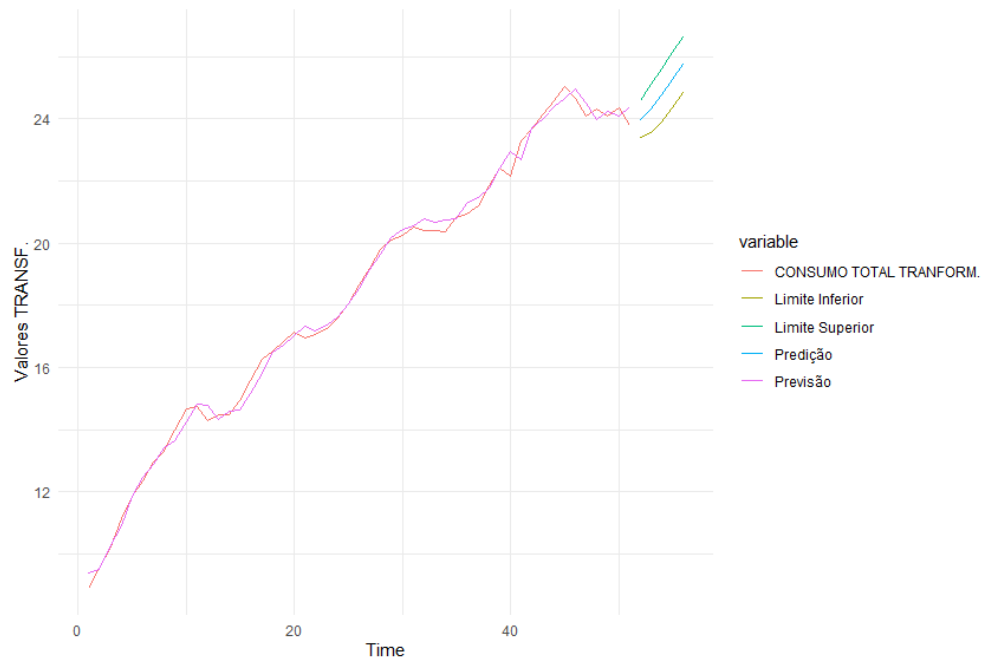
Figura 28 - Predição e previsão do modelo ARIMA(2,0,1) para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 sem a tendência quadrática.



Fonte: Autor (2022)

O próximo passo foi adicionar a tendência polinomial de ordem 2 nas previsões e previsões como apresentado na Figura 29:

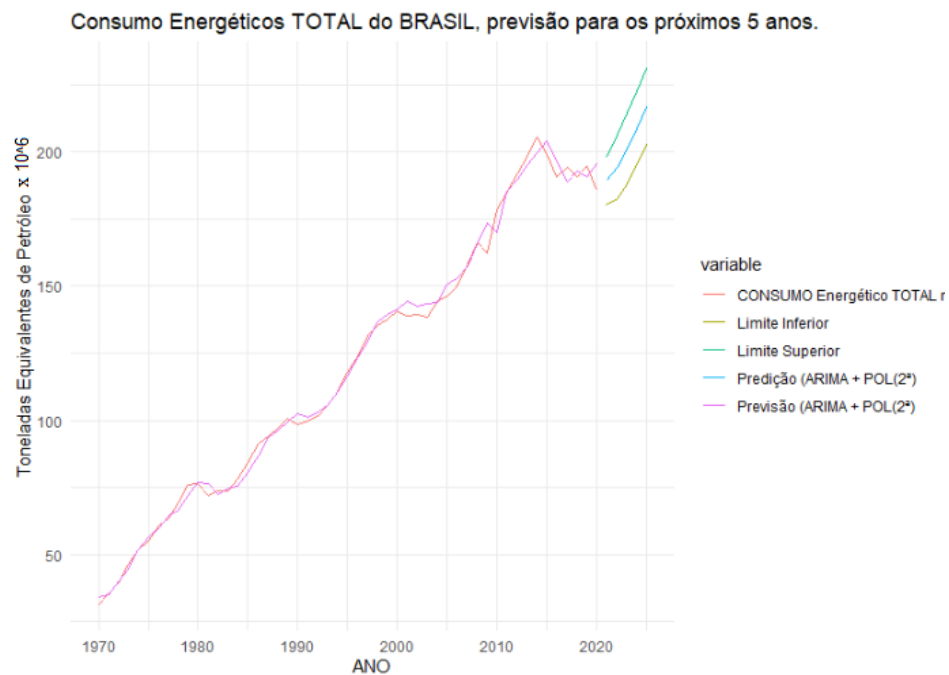
Figura 29 - Predição e Previsão do Modelo ARIMA com a Tendência Polinomial de 2ª Ordem da série Transformada do Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

O passo seguinte foi aplicar a transformação inversa de BOX-COX utilizando os valores de $\lambda = 0.483$ e $c = 1$, a Figura 31 retrata o modelo ARMA(2,1) + Tendência Polinomial Quadrática, a predição e previsão final é apresentada na Figura 30.

Figura 30 - Predição e Previsão do Modelo ARIMA com a Tendência Polinomial de 2ª Ordem da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

5.4.2 Modelo de Suavização Exponencial

Após a aplicação do Modelo ARIMA (2,0,1). O modelo de suavização exponencial também foi aplicado, o primeiro modelo de suavização exponencial foi o modelo simples representado pela Expressão 33.

$$\hat{X}_t(t+1) = \sum_{j=0}^{t-1} \alpha(1-\alpha)^j X_{t-j} + (1-\alpha)^t \ell_0 \quad (33)$$

A Estimação dos parâmetros, Tabela 7, buscou selecionar os valores de α e L_0 que reduziram o somatório total dos erros. Todas as previsões podem ser calculadas a partir dos dados, uma vez que conhecemos esses valores.

Tabela 7 - Modelo de Suavização Exponencial Simples:

Parâmetros:	Valores:
alpha:	0,9999
L0 (estado inicial):	31,5952

Fonte: Autor (2022)

A Tabela 8 apresenta as principais métricas para avaliação do desempenho do Modelo de Suavização Exponencial.

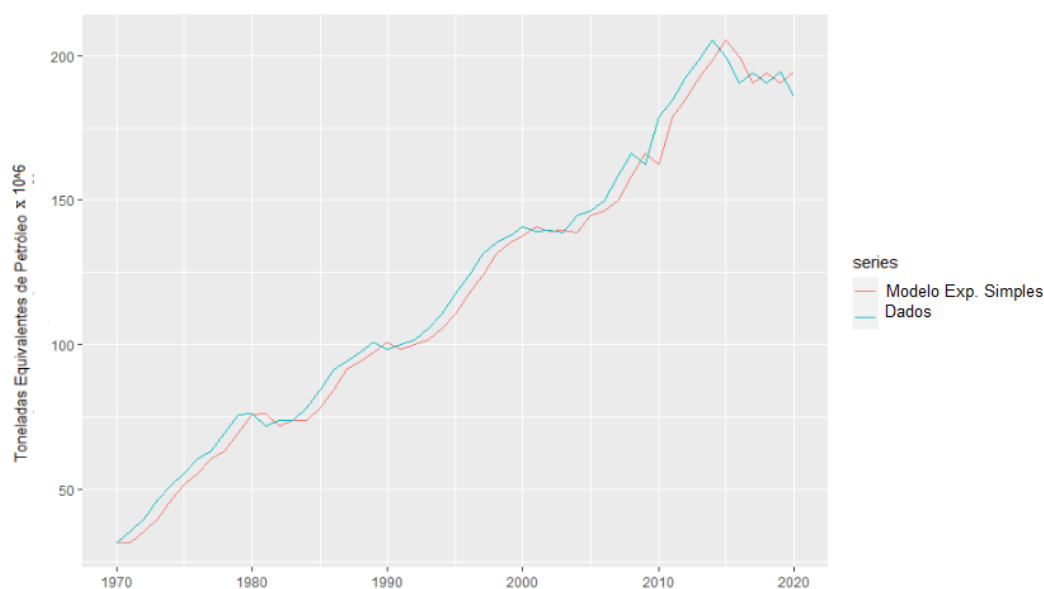
Tabela 8 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial Simples

Métrica:	Valores:
AIC	378.8085
AICc	379.319
BIC	384.6040
ME	3.025905
RMSE	5.41445
MAE	4.592005
MPE	3.32166

Fonte: Autor (2022)

O modelo exponencial simples apresentou um desempenho inferior ao desempenho do modelo ARIMA (2,0,1) considerando o máximo da função de verossimilhança (MFV), visto que o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério Bayesiano de Schwarz (BIC) apresentaram valores mais elevados. Além disso, o erro de predição também foi superior. A Figura 31 apresenta a predição do modelo exponencial simples para a série consumo energético total do Brasil.

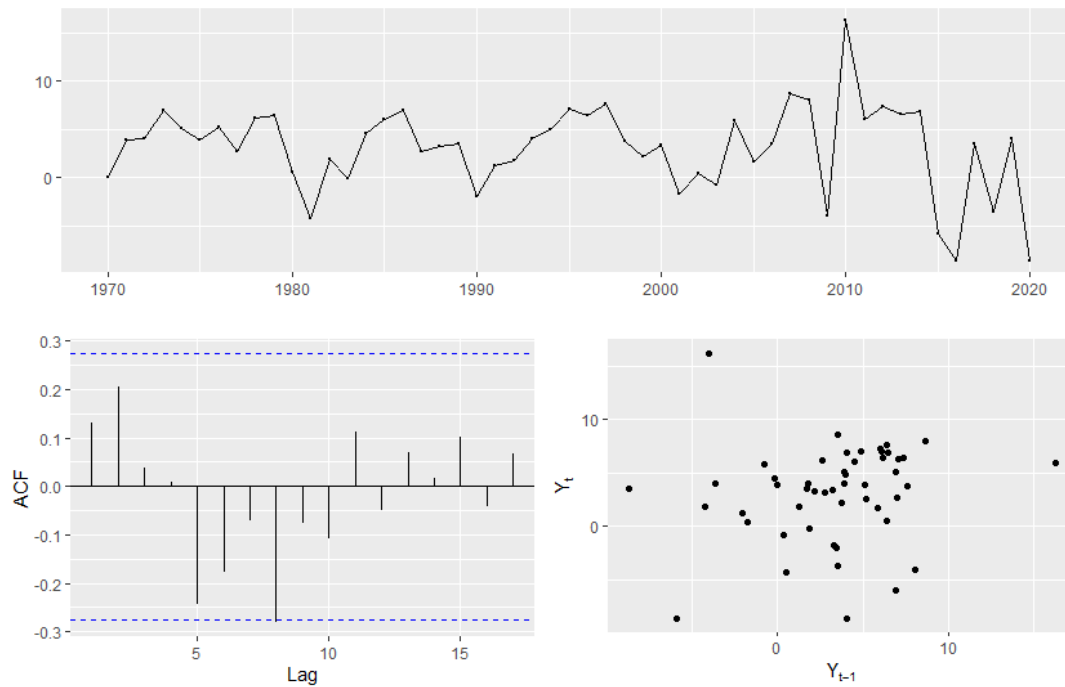
Figura 31 - Predição e Previsão do Modelo Exponencial Simples para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

Os resíduos foram analisados conforme a sua aleatoriedade e independência (Figura 32).

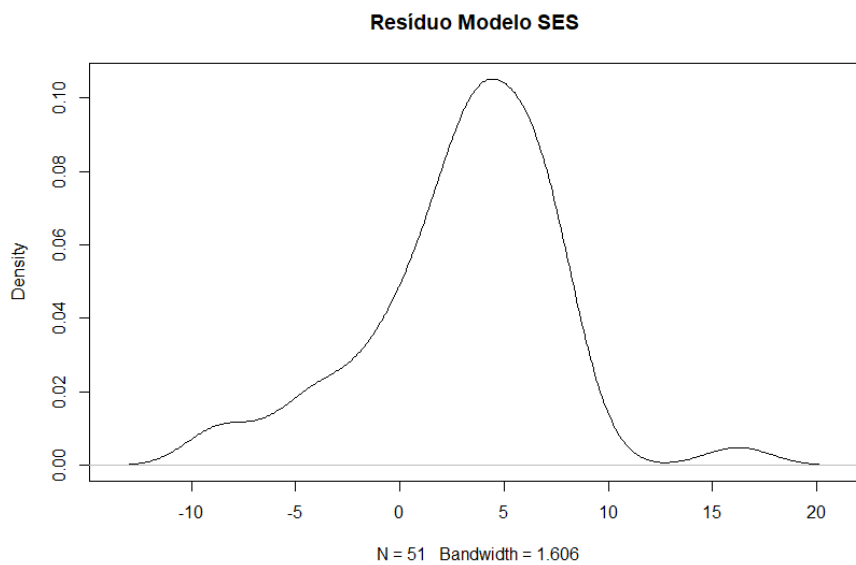
Figura 32 - Resíduos da Tendência Exponencial Simples da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

A análise de autocorrelação dos dados foi realizada utilizando a função FAC e o teste de Box-Pierce que apresentou forte indício de que há independência dos dados (Tabela 15). A figura 33 apresenta a densidade da distribuição dos resíduos do modelo exponencial.

Figura 33 - Densidade dos Resíduos da Tendência Exponencial Simples da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

O Modelo de Suavização Exponencial Simples apresentou bons indicadores para a predição dos dados visto que os indicadores AIC, BIC e RMSE foram considerados satisfatórios, do mesmo modo, os resíduos foram considerados com um grau considerável de aleatoriedade, independência e normalidade.

5.4.3 Modelo Suavização Exponencial de Holt Clássico e Amortecido

A Suavização Exponencial de Holt Clássico também foi aplicada para a série temporal estudada.

Esta técnica de suavização é recomendada para séries que apresentam tendência e pode ser representada pela seguinte equação (Eq. 34):

$$X_t = \mu_t + T_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n. \quad (34)$$

Equação de Previsão	$\widehat{X}_t(t+h) = \ell_t + hb_t$
Equação do Nível	$\ell_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
Equação da Tendência	$b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

A Tabela 9 apresenta os parâmetros do Modelo de Suavização Exponencial de Holt.

Tabela 9 - Parâmetros de Suavização Exponencial de Holt

Métrica:	Valores:
Alpha	0,9809
Beta	1*exp(-4)
L0 (estado inicial)	30,7676
b	3,2365

Fonte: Autor (2022)

A Tabela 10 apresenta as métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt.

Tabela 10 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt

Métrica:	Valores:
AIC	363.8723
AICc	365.2056
BIC	373.5314
ME	-0.1945433
RMSE	4.497058
MAE	3.303474

Fonte: Autor (2022)

Considerando a possibilidade de haver uma influência superestimada de valores do passado para a tendência do modelo, utilizou-se também o modelo de Holt Amortecido, assim foi introduzido um parâmetro que “amortece” a tendência para uma linha plana em algum momento no futuro.

$$\text{Equação de Previsão} \quad \widehat{X}_t(t+h) = \ell_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t \quad (35)$$

$$\text{Equação do Nível} \quad \ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1}) \quad (36)$$

$$\text{Equação da Tendência} \quad b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta)\phi b_{t-1} \quad (37)$$

Φ varia de 0 a 1, esse parâmetro amortece a tendência para que se aproxime de uma constante em algum momento no futuro, a Tabela 11 retrata os valores dos parâmetros desse modelo.

Tabela 11 - Parâmetros de Suavização Exponencial de Holt amortecido.

Métrica:	Valores:
Alpha	0,9999
Beta	$1*\exp(-4)$
phi	0,98
L0 (estado inicial)	28.0174
b (estado inicial)	5.1592

Fonte: Autor (2022)

A Tabela 12 apresenta as métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido.

Tabela 12 - Métricas avaliativas do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido

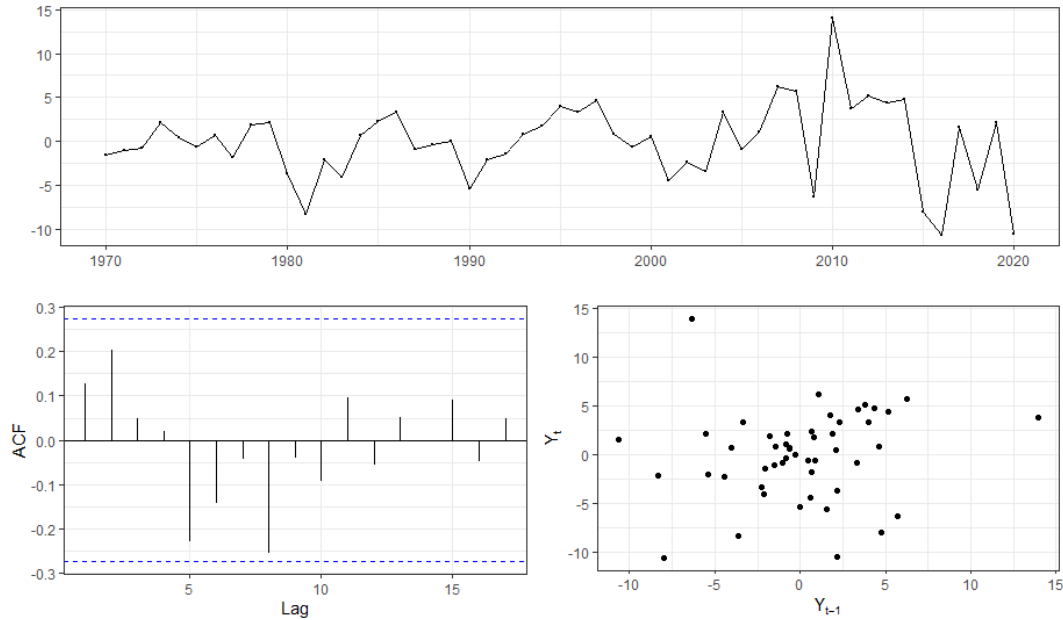
Métrica:	Valores:
AIC	364.1122
AICc	366.0213
BIC	375.7032
ME	-0.0917746
RMSE	4.420125
MAE	3.3013

Fonte: Autor (2022)

O desempenho dos modelos de Holt apresentaram valores semelhantes em relação ao erro e à função de máxima verossimilhança. O modelo de Holt amortecido teve um desempenho singelamente pior em relação ao indicador AIC, mas razoavelmente melhor em relação ao erro, pode-se perceber que o parâmetro de amortecimento Φ é relativamente próximo de 1, ou seja, as características do modelo amortecido são bastante semelhantes com o modelo de Holt simples.

Os resíduos do modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido foram analisados em relação à normalidade e dependência, Figura 34.

Figura 34 - Resíduos do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.

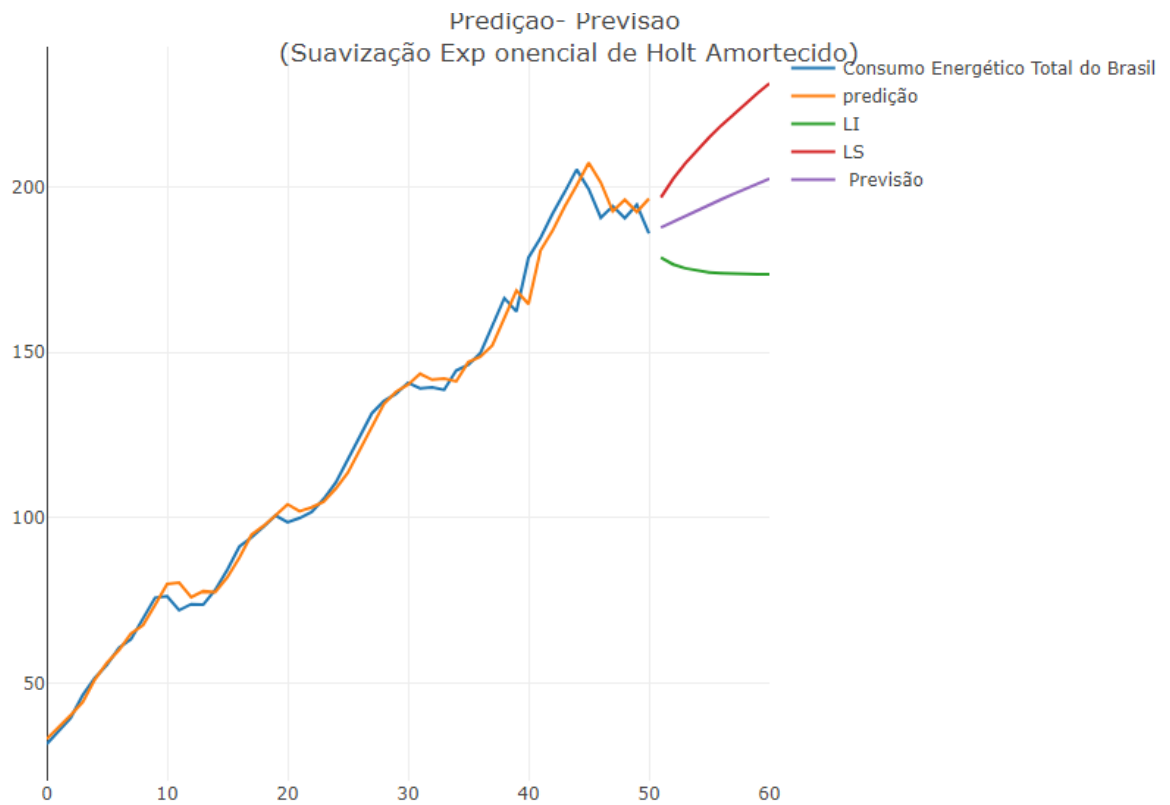


Fonte: Autor (2022)

Utilizando o Teste de Box-Pierce, a hipótese nula de independência dos resíduos não foi rejeitada (Tabela 15). O Teste de normalidade de Shapiro-Wilk também foi aplicado (Tabela 14), a hipótese de normalidade dos dados não foi rejeitada com 95% de confiabilidade.

Os testes tanto de normalidade quanto de independência dos resíduos apresentaram resultados satisfatórios para o modelo. Pode-se comparar o Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido com os dados reais a partir da Figura 35.

Figura 35 - Predição e Previsão do Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

A sazonalidade da série foi analisada com os seguintes testes (Tabela 13):

Tabela 13 - Testes de Sazonalidade

Teste:	Estatística do Teste:	Significância (p-valor):
Kruskall Wallis	1.72	0.78750
Friedman rank	1.96	0.1615

Fonte: Autor (2022)

H0 de não sazonalidade não é rejeitada com 95% de confiança. Portanto, a sazonalidade não foi considerada nos modelos.

Tabela 14 - Teste de Normalidade dos Resíduos (p-valor).

Modelo:	Teste de Normalidade:	Valor	Conclusão:
Média-Móvel (lag=7)	Teste de Anderson-Darling	0,11350	Não rejeição de H0 95% confiança.
Modelo Quadrático	Teste de Anderson-Darling	0,53580	Não rejeição de H0 95% confiança.
ARIMA(2,0,1)	Teste de Shapiro-Wilk	0,6657	Não rejeição de H0 95% confiança.
Modelo Suavização Exponencial de Holt Clássico e Amortecido	Teste de Shapiro-Wilk	0,123	Não rejeição de H0 95% confiança.

Tabela 15 - Teste de Independência dos Resíduos (p-valor).

	Teste de Box-Pierce	Conclusão:
Média-Móvel (lag=7)	8,55E-05	Rejeição de H0 de que com 95% de confiabilidade de que os dados sejam independentes,
Modelo Quadrático	8,55E-05	Rejeição de H0 de que com 95% de confiabilidade de que os dados sejam independentes,
ARIMA(2,0,1)	0,6057	H0 não é rejeitada, há forte indício de independência dos dados.
Modelo de Suavização Exponencial	0,305	H0 não é rejeitada, há forte indício de independência dos dados.
Modelo Suavização Exponencial de Holt Clássico e Amortecido	0,3591	H0 não é rejeitada, há forte indício de independência dos dados.

Fonte: Autor (2022)

5.4.4 Modelo de Redes Neurais Recorrentes.

O próximo modelo considerando apenas a distribuição dos dados de consumo energético ao longo do tempo foi o modelo de redes neurais de curta e longa memória, nesse caso, os dados de entrada são os dados do consumo no passado seguindo um fator de defasagem igual a 2. O modelo foi treinado com 80% dos dados da série e validado com os

20% dos dados restantes. Os dados selecionados seguiram a ordem no tempo, ou seja, não houve uma seleção randômica dos dados de treinamento, pois as séries temporais seguem um padrão no tempo. O Modelo LSTM é caracterizado como mostra a Tabela 16.

Tabela 16 - Modelo LSTM -"sequencial"

Camada (tipo)	Estrutura de saída	Parâmetros
stm (LSTM)	(0, 2, 64)	16896
lstm_1 (LSTM)	(0, 32)	12416
dropout (Saída)	(0, 32)	0
Densidade	(0, 1)	33

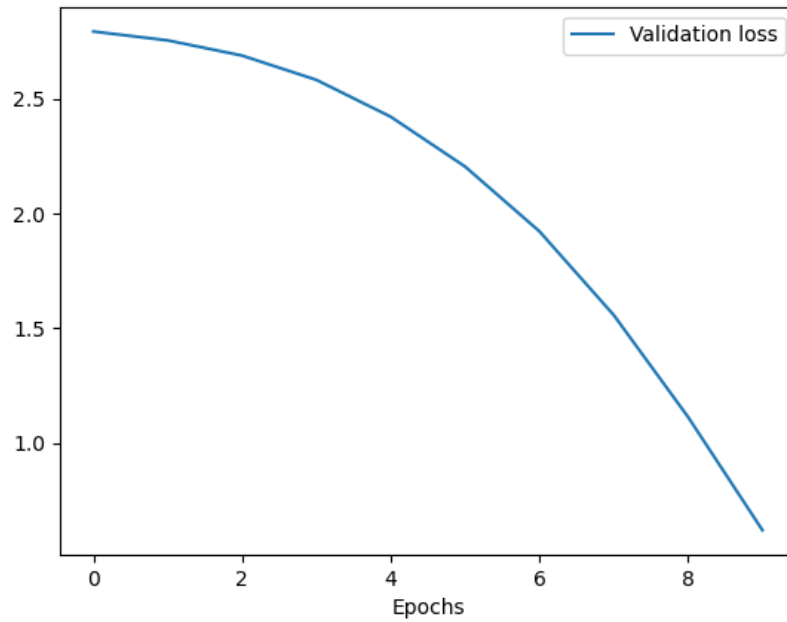
Fonte: Autor (2022)

Número de parâmetros: 29.345

Número de parâmetros treinados: 29.345

Houve uma queda significativa da função erro (SME) quando um valor de ciclo de treinamento de até 10 épocas foi utilizado. Conforme pode ser conferido na Figura 36.

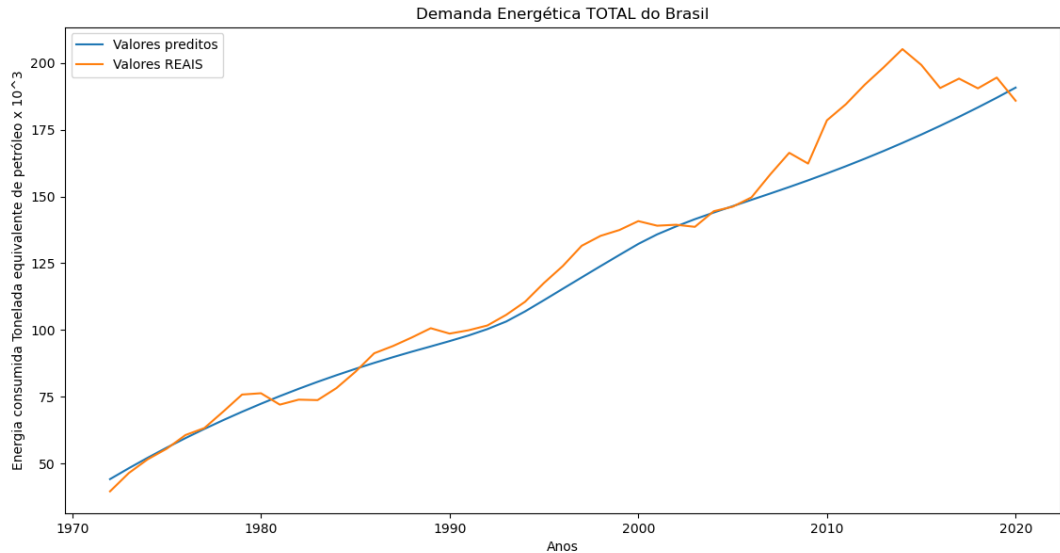
Figura 36 -Função custo do Modelo de Redes Neurais Recorrentes em relação ao número de épocas dos dados da série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020.



Fonte: Autor (2022)

O modelo representado pela rede neural recorrente quando treinada apenas com os dados da série ordenada no tempo considerando dados do período anterior com duas defasagens apresentou um comportamento mais próximo da tendência linear, conforme apresentado na Figura 37.

Figura 37 - Predição do Modelo de Redes Neurais Recorrentes para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 utilizando apenas os dados da própria série com defasagem 2.



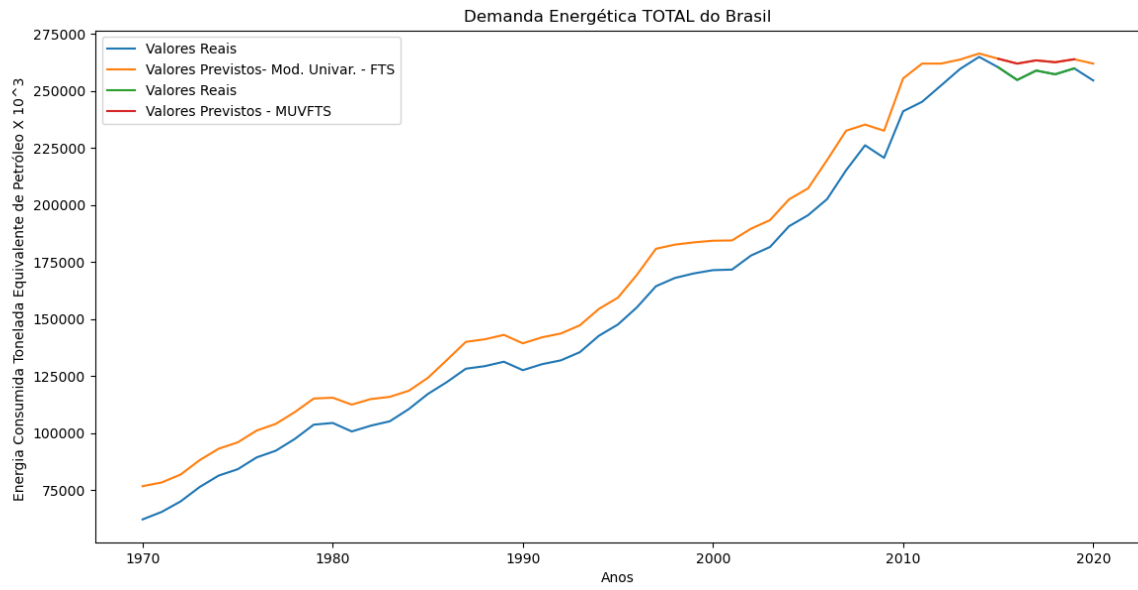
Fonte: Autor (2022)

A função custo minimizada foi a Média Quadrada do Erro (MSE), após 10 épocas, o resultado do MSE para o treinamento foi de 0,1893 e para a validação, 0,6890. Os valores de MSE são considerados baixos demonstrando um bom desempenho do modelo.

5.4.5 Modelo de Séries Temporais Nebulosas Univariadas.

O modelo de séries temporais nebulosas univariadas realiza a fuzzificação de variáveis numéricas em variáveis linguísticas para então aplicar a regra de comportamento de uma série de termos difusos e identificar certos padrões para, então, converter os valores difusos em numéricos, esse tipo de modelo é reconhecido pela sua capacidade de simplificar séries temporais complexas conservando satisfatoriamente as informações. O modelo nebuloso univariado (FTS) apresentou a seguinte predição (1970 - 2015) e previsão (2016 - 2020), Figura 38.

Figura 38 - Predição e previsão do Modelo de Séries Temporais Nebulosas Univariadas para a série Consumo energético no Brasil entre 1970 e 2020 utilizando apenas os dados da própria série.



Fonte: Autor (2022)

5.5 AVALIAÇÃO DOS MODELOS UNIVARIADOS

O desempenho dos modelos que consideraram apenas a série temporal de consumo energético total do Brasil pode ser verificado conjuntamente na Tabela 17.

Tabela 17 - Métricas de Desempenhos para os Modelos Univariados.

Modelo:	AIC:	BIC:	RMSE:
ARIMA (2,0,1) + Tendência Polinomial Quadrática	28.76	36.48	0.288
Modelo de Suavização Exponencial	378.8085	384.6040	5.4144
A Suavização Exponencial de Holt Clássico	363.8723	373.5314	4.497
Modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido	364.1122	375.7032	4.420
Redes Neurais Recorrentes	—	—	0.830
Modelo de Séries Temporais Nebulosas Univariadas.	—	—	4.271

Fonte: Autor (2022)

Portanto, considerando a métrica de erro de previsão RMSE, o modelo ARIMA (2,0,1) obteve os melhores valores das métricas de desempenho para modelos univariados, o modelo de Redes Neurais Recorrentes ficou na segunda posição, o modelo de Séries Temporais Nebulosas, na terceira posição, na sequência, tem-se o modelo de Suavização Exponencial de Holt Clássico seguido pelo modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido, por fim, o modelo de Suavização Exponencial Simples. Analisando os modelos paramétricos, o modelo ARIMA (2,0,1) também apresentou o melhor resultado para a métrica AIC e AIB.

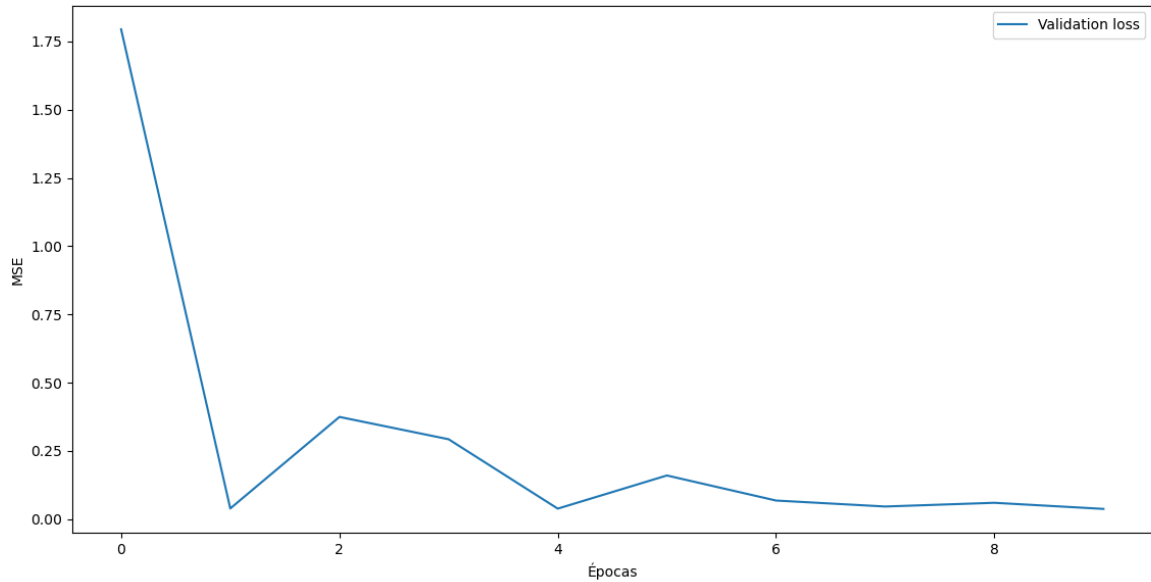
5.6 APLICAÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS MULTIVARIADOS

As variáveis previamente selecionadas a partir da análise multivariada foram utilizadas como variáveis explicativas dos modelos multivariados. Dois modelos foram utilizados, o primeiro foi o modelo Redes Neurais Recorrentes e o segundo, o modelo de Séries Temporais Nebulosas Multivariadas.

5.6.1 Modelo de Redes Neurais Recorrentes.

Buscando examinar o desempenho de modelos que utilizassem as variáveis previamente selecionadas para a predição da demanda energética brasileira, dois modelos multivariados não paramétricos foram aplicados. O primeiro modelo foi o Modelo LSTM, que foi treinado inicialmente com as 16 variáveis explicativas selecionadas inicialmente na análise multivariada e com os valores passados da variável da própria série do consumo energético total (defasagem de até 5 anos). O número de épocas para o treinamento foi de 10 ciclos. A função custo para ser minimizada foi o MSE. O modelo foi treinado com as séries selecionadas de 1970 até 2015, visto que a previsão utilizando o modelo foi feita e avaliada para os anos de 2016 até 2020. A Figura 39 apresenta os valores da função custo para cada época do treinamento.

Figura 39 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.



Fonte: Autor (2022)

O resultado tanto do processo de treinamento quanto da validação (10% dos dados da série) são apresentados na Tabela 18:

Tabela 18 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado

Camada (tipo)	Formato de saída:	Número de Parâmetros
lstm (LSTM)	(None, 5, 64)	23040
lstm_1 (LSTM)	(0, 32)	12416
dropout (saída)	(0, 32)	0
Densidade	(0, 1)	33

Fonte: Autor (2022)

Número total de parâmetros: 35,489.

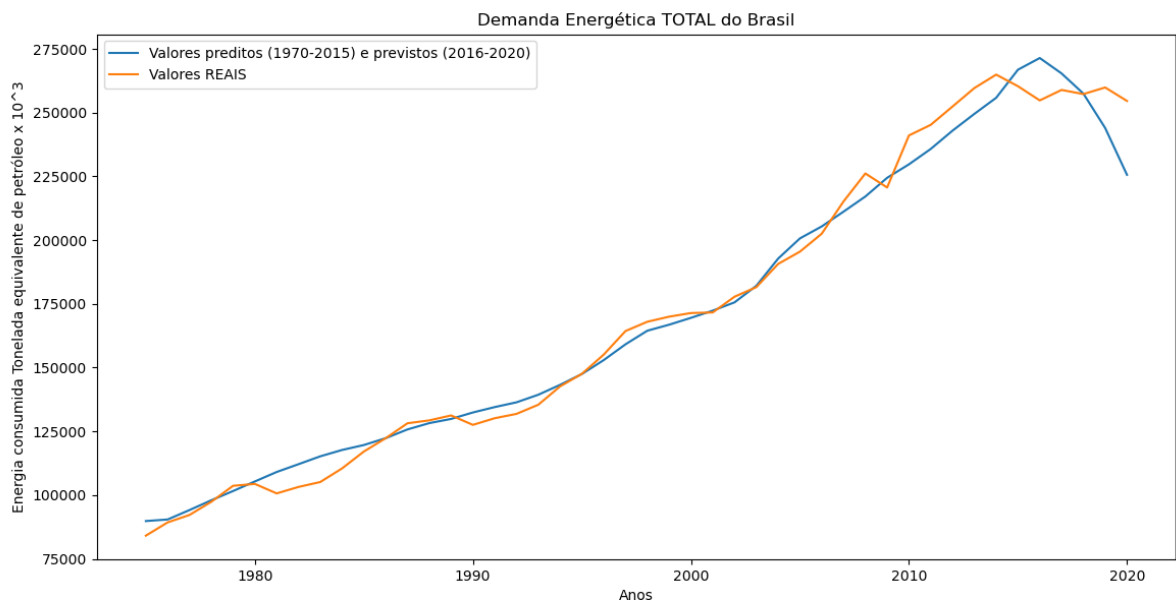
Número de Parâmetros Ajustados: 35,489.

Épocas 10/10. MSE: 0.0267.

Logicamente, o modelo apresentou um número relativamente maior de parâmetros comparado com o modelo de Redes Neurais Recorrentes treinado com apenas uma variável, no primeiro caso, 35489 parâmetros foram utilizados, já no segundo, 29345. A Figura 38 apresenta tanto os dados preditos como previstos pelo modelo e os dados reais.

A Figura 40 retrata os valores preditos e previstos pelo modelo de Redes Neurais Recorrentes considerando 16 variáveis explicativas e valores reais para a série consumo energético total do Brasil.

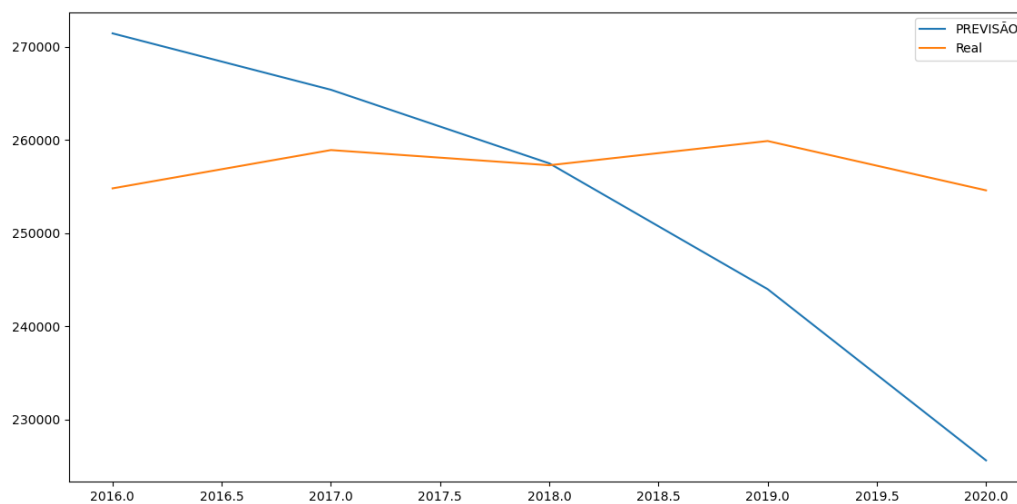
Figura 40- Valores reais e preditos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.



Fonte: Autor (2022)

A Figura 41 apresenta somente os valores previstos e preditos pelo modelo de 2016 até 2020.

Figura 41 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 16 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.



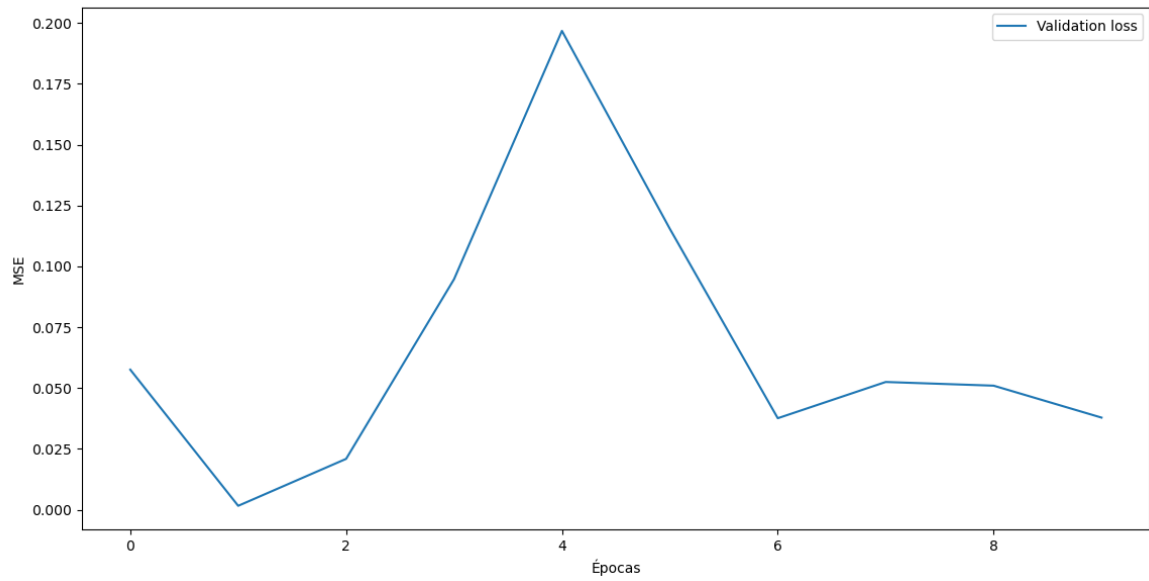
Fonte: Autor (2022)

Em situações reais e práticas, esse modelo pode ser aplicado para previsões de até um passo adiante, ou seja, de um ano seguinte, isso porque as outras variáveis de entrada também precisam ser informadas. O contrário ocorre para os modelos que utilizaram apenas os valores passados da série como, por exemplo, o modelo ARIMA, o modelo de suavização exponencial e o modelo de redes neurais, esses modelos podem realizar previsões do comportamento da demanda energética para passos maiores. Há a possibilidade de utilizar apenas as tendências de cada variável explicativa para que se tenha uma maior confiabilidade da previsão para a Rede Neural Recorrente treinada com mais variáveis, porém esse teste não foi abordado no presente estudo.

Outro detalhe observado pelo Modelo de Redes Neurais Recorrente foi que quando apenas 13 variáveis explicativas foram utilizadas, descritas na seleção final da análise multivariada, o modelo também apresentou um bom desempenho de previsão, mesmo com o crescimento exponencial dos valores as séries de geração e consumo de energia renovável (energia eólica, solar e consumo de biodiesel) apenas nos últimos anos, valores não utilizados no treinamento do modelo. A Figura 42 e 43 retratam o desempenho preditivo e de previsão

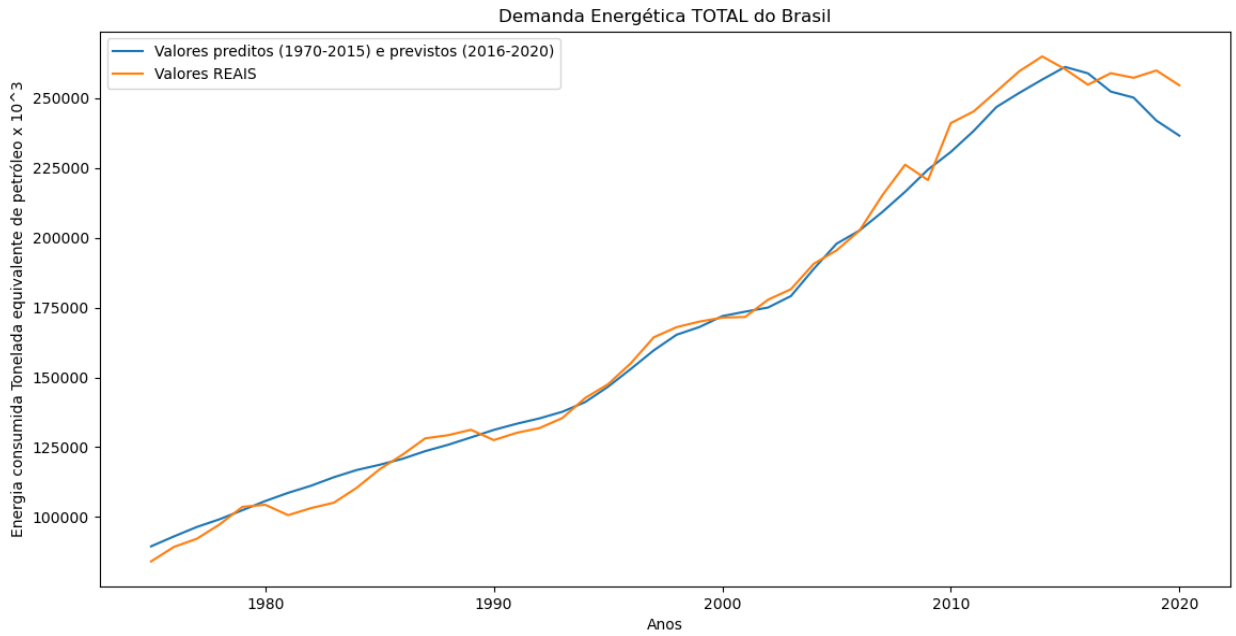
do modelo utilizando as 13 variáveis selecionadas.

Figura 42 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 13 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.



Fonte: Autor (2022)

Figura 43 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 13 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.



Fonte: Autor (2022)

O resultado tanto do processo de treinamento quanto da validação (10% dos dados da série) do modelo LSTM com 13 variáveis explicativas são apresentados na Tabela 19:

Tabela 19 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado utilizando 13 variáveis

Camada (tipo)	Formato de saída:	Número de Parâmetros
lstm (LSTM)	(0, 5, 64)	20480
lstm_1 (LSTM)	(0, 32)	12416
dropout (saída)	(0, 32)	0
Densidade	(0, 1)	33

Fonte: Autor (2022)

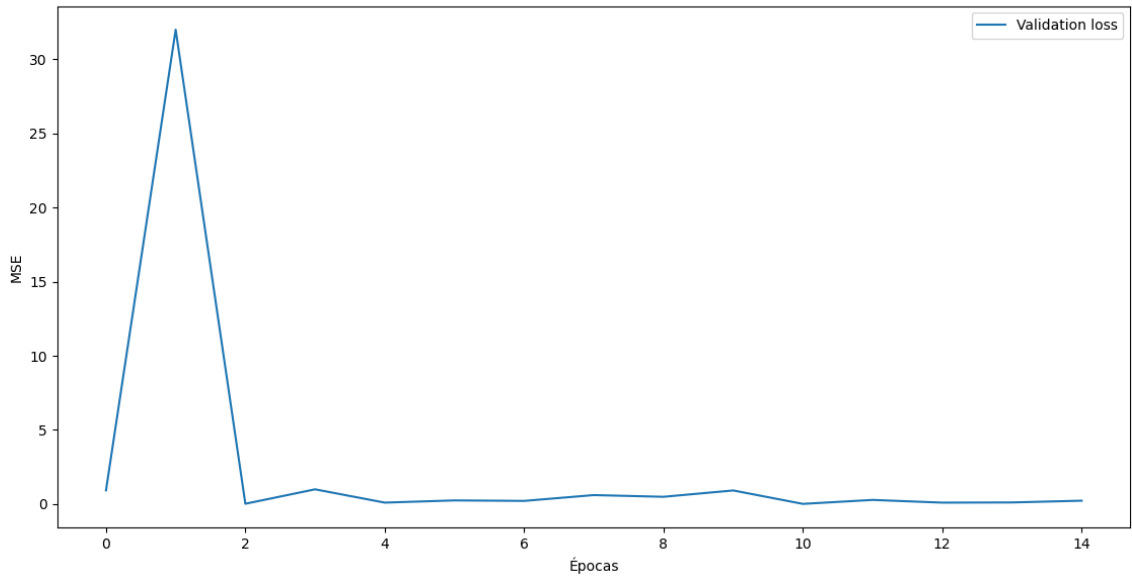
Número total de parâmetros: 32,929.

Número de Parâmetros Ajustados: 32,929.

Épocas 10/10. MSE: 0.0720.

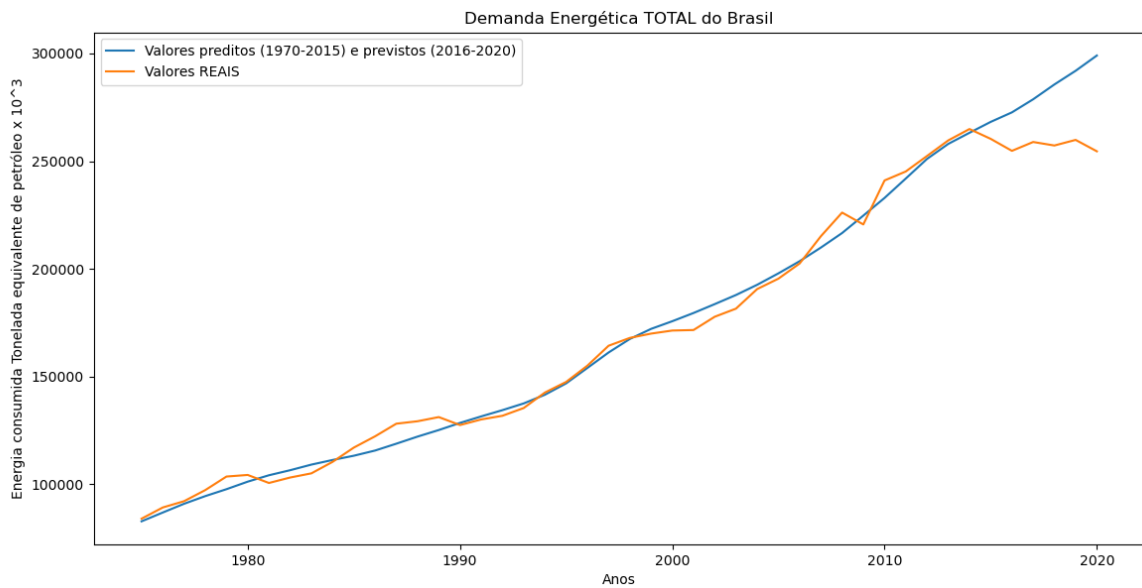
A seis variáveis selecionadas na última análise multivariada (Número de Habitantes no Brasil, Consumo Energético Total, Consumo de Energia Elétrica, PIB Total do Brasil, Consumo de Gasolina e Preço da Gasolina em relação ao Preço do Petróleo Importado) foram utilizadas no modelo LSTM, pois apresentaram maior correlação com os dois fatores escolhidos e maior influência para o consumo energético total. As Figuras 44, 45 e 46 apresentam os resultados da predição e previsão do modelo para os períodos de 1970-2015 e 2016-2020, respectivamente.

Figura 44 - Função Custo para o treinamento do Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total.



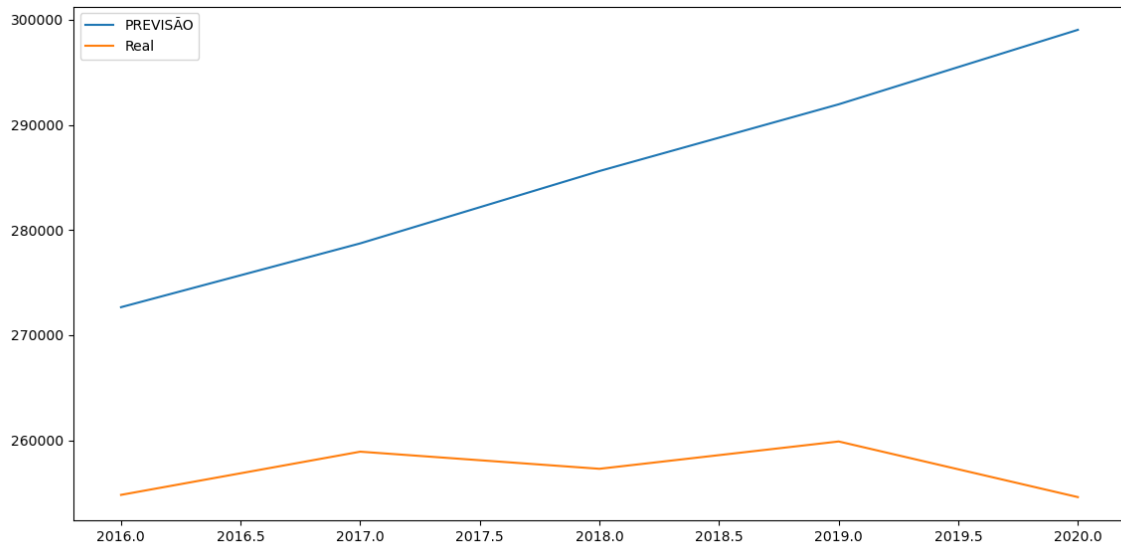
Fonte: Autor (2022)

Figura 45 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.



Fonte: Autor (2022)

Figura 46 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Redes Neurais Recorrentes utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem das séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.



Fonte: Autor (2022)

O resultado tanto do processo de treinamento quanto da validação (10% dos dados da série) do modelo LSTM com 6 variáveis explicativas são apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 - Parâmetros do Modelo LSTM multivariado utilizando 6 variáveis

Camada (tipo)	Formato de saída:	Número de Parâmetros
lstm (LSTM)	(0, 5, 64)	18176
lstm_1 (LSTM)	(0, 32)	12416
dropout (saída)	(0, 32)	0
Densidade	(0, 1)	33

Fonte: Autor (2022)

Número total de parâmetros: 32,929.

Número de Parâmetros Ajustados: 32,929.

Épocas 15/15. MSE: 0.2256

A utilização de apenas 6 variáveis no modelo LSTM não apresentou valores de previsão tão satisfatórios como no caso da utilização das 13 variáveis, no primeiro caso, o valor de MSE foi de 0.2256 , já no segundo, 0.0720. Percebe-se que esse modelo tem um custo computacional satisfatório para um número maior de variáveis (13-26 variáveis).

5.6.2 Modelo de Séries Temporais Nebulosas Multivariadas.

Duas classes de modelos nebulosos multivariados foram utilizados, o primeiro foi o Modelo de Pesos Ponderados de Séries Temporais Multivariadas Nebulosas (WMVFTS) e o segundo foi o Modelo de Grânulos de Informação Nebulosas (FIG-FTS).

O modelo WMV-FTS apresenta particionadores para cada variável exógena e pode ser considerado demasiadamente complexo caso o número de variáveis seja relativamente grande, pois cada variável numérica terá a sua variável linguística. Outras características é que esse modelo é considerado de primeira ordem, pois utiliza apenas uma defasagem, as variáveis linguísticas do conseqüente da regra apresentam pesos ponderados de acordo com o grau de pertencimento das variáveis linguísticas do precedente da regra.

O modelo FIG-FTS apresenta grânulos de informação que são conjuntos de informações provenientes do grau de pertencimento de cada variável exógena, assim, cada grânulo terá o seu grau de pertencimento em relação a outras variáveis linguísticas, ou seja, há a possibilidade de redução da dimensionalidade de uma série temporal multivariada para uma série temporal univariada fuzzificada. Nesse sentido, o segundo modelo possibilita uma maior simplificação do problema e apresenta uma maior capacidade de utilizar mais variáveis exógenas sem um custo computacional exagerado.

Os dois modelos utilizaram particionadores em grade e uma função de pertencimento triangular. A primeira tentativa foi utilizando as 13 variáveis selecionadas previamente a partir das análises multivariadas, porém o custo computacional não foi satisfatório, o tempo de processamento foi relativamente elevado. Portanto, considerando a análise fatorial realizada para as 13 variáveis, as 6 variáveis que apresentaram uma correlação maior com os dois

fatores selecionados foram aplicadas no modelo, são elas: Número de Habitantes no Brasil, Consumo Energético Total, Consumo de Energia Elétrica, PIB Total do Brasil, Consumo de Gasolina e Preço da Gasolina em relação ao Preço do Petróleo Importado. A predição e previsão do modelo FIG-FTS foram representadas por bandas de um intervalo de 90% de confiança. A Figura 47, 48 e 49 retrata as predições e previsões dos modelos FIG-FTS e WMV-FTS para a demanda energética nos períodos 1970-2015 e 2016-2020, respectivamente.

Figura 47 - Valores reais, preditos e previstos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas utilizando 6 variáveis explicativas mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelo treinado apenas com os dados de 1970 até 2015.

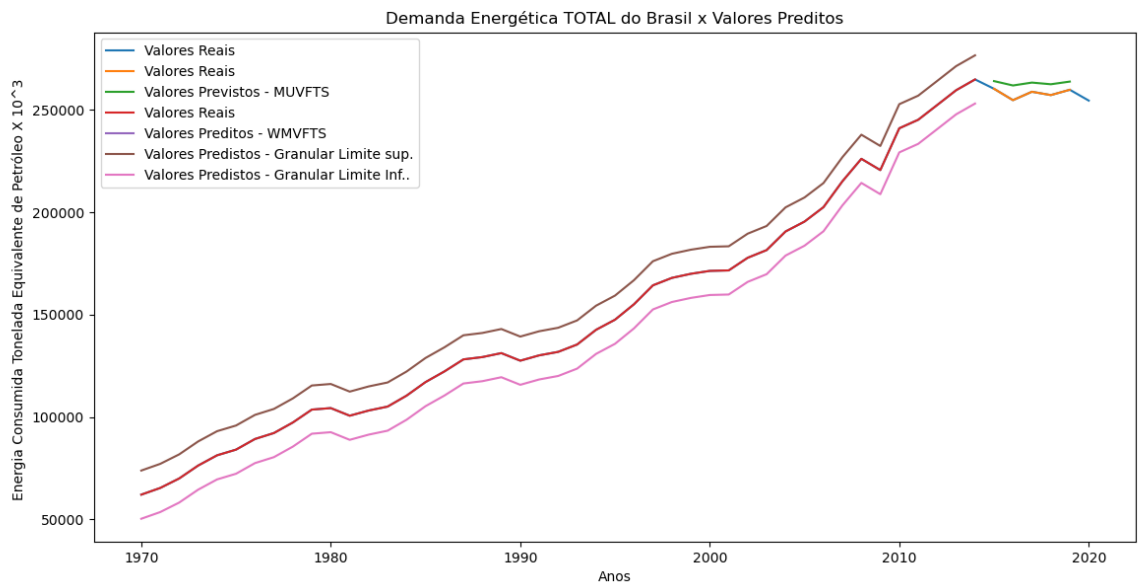
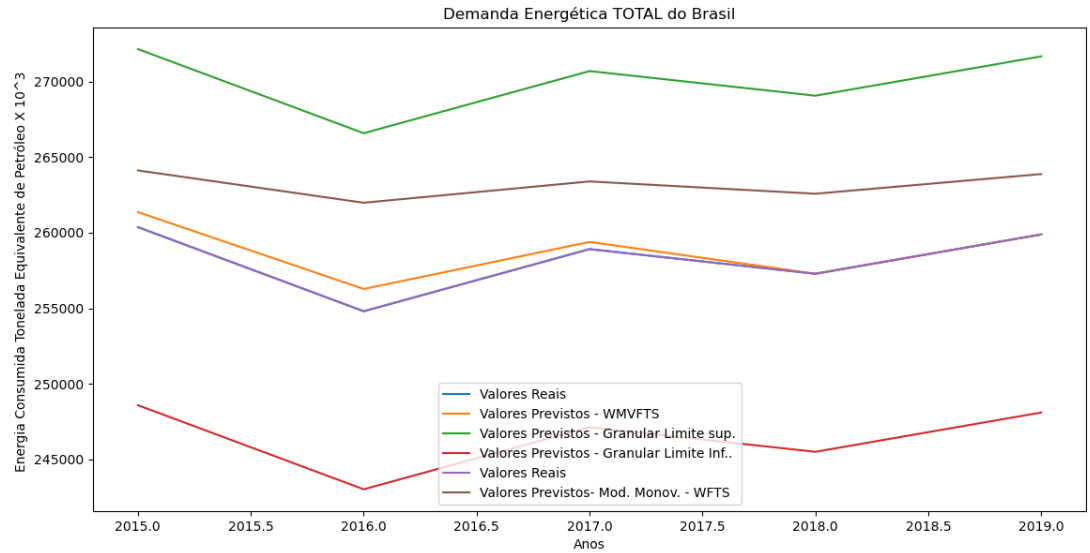
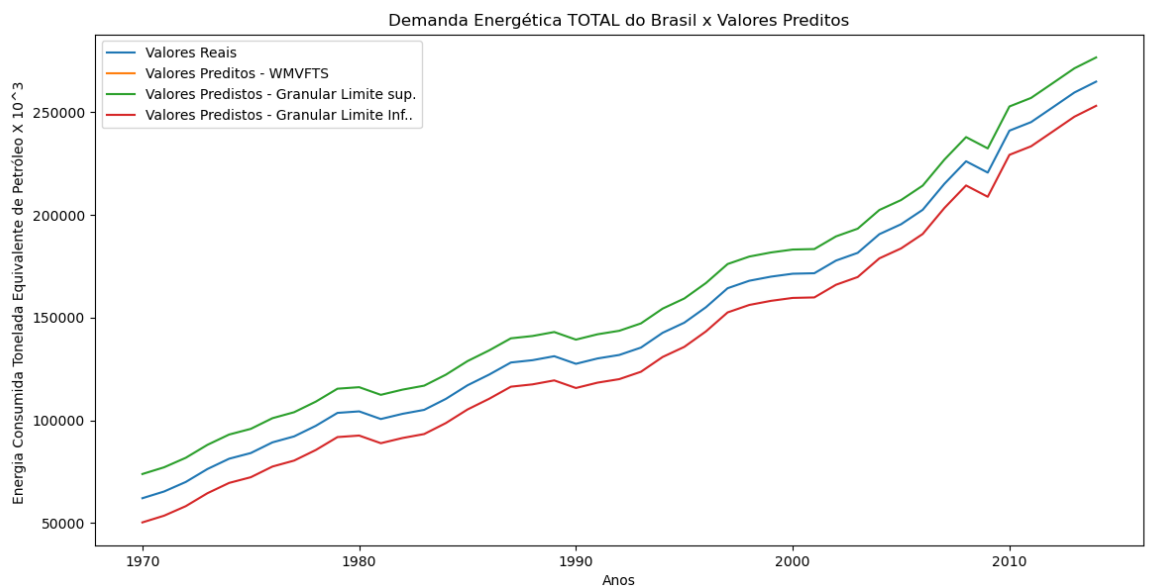


Figura 48 - Valores reais e previstos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas utilizando 6 variáveis explicativas e uma única variável (Mod_Univ) mais os valores de defasagem da séries consumo energético total, modelos treinados apenas com os dados de 1970 até 2015.



Fonte: Autor (2022)

Figura 49 - Valores reais e preditos pelo Modelo de Séries Temporais Nebulosas com Grânulos de Informação utilizando 6 variáveis explicativas, modelos treinados apenas com os dados de 1970 até 2015.



Fonte: Autor (2022)

O Modelo Granular Multivariado (FIG-FTS) apresentou um resultado satisfatório para a previsão da série temporal Consumo Energético Total do Brasil no período de 2016 até 2020. O valor do Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) foi de 1% e o valor da Raiz Quadrada da Média dos Erros Quadráticos (RMSE) foi de 2,81385. o Modelo WMV-FTS apresentou um desempenho de previsão um pouco inferior em relação ao Modelo Granular, o valor do MAPE foi de 1,35% e o RMSE foi de 3,9108.

5.6.3 Avaliação dos Modelos Multivariados.

As métricas de desempenho analisadas para os modelos multivariados são representadas pela Tabela 21.

Tabela 21 - Métricas de Desempenhos para os Modelo Multivariados

Modelo:	MAPE:	RMSE:
LSTM	6,34%	0,4749
FIG-FTS	1,0%	2,81385
WMV-FTS	1,35%	3,9108

Fonte: Autor (2022)

O Modelo LSTM apresentou o melhor resultado para a validação em relação à métrica RMSE, seguido pelo Modelo FIG-FTS e WMV-FTS.

Um fato a ser destacado foi o bom desempenho dos modelos FIG-FTS e WMV-FTS quando foram utilizadas poucas variáveis exógenas, algo não observado no desempenho do modelo LSTM em alguns casos, porém, o modelo LSTM apresentou um custo computacional relativamente melhor do que os modelos FSTM, visto que os modelos FSTM não foram viáveis computacionalmente quando um número maior de variáveis foi utilizado (13-26), e os modelos LSTM apresentaram resultados de previsão satisfatórios nesse caso. A previsão dos modelos multivariados foi realizada para o período de 2016 - 2020 pois os valores das variáveis exógenas para esse período estão disponíveis. Porém, caso fosse desejada a previsão para períodos futuros, também seria necessária a previsão das séries temporais das variáveis exógenas para os anos subsequentes, caso contrário, apenas seria possível prever o valor do consumo energético total de apenas um ano subsequente.

6 CONCLUSÃO:

A presente pesquisa teve como objetivo analisar o desempenho de modelos de previsão da demanda energética brasileira ao longo do período de 1970 até 2020 considerando a influência de variáveis de setores energéticos, econômicos e sociais do país.

Buscando atingir o objetivo geral do trabalho, 50 variáveis explicativas foram previamente selecionadas seguindo critérios técnicos, sociais e econômicos do cenário energético brasileiro no período de 1970 até 2020. As séries temporais analisadas foram retiradas da plataforma Empresa de Pesquisa Energética, o conjunto de variáveis foi reduzido a partir de análises multivariadas utilizando análises de agrupamento de clusterização, análise de componentes principais e análise fatorial.

Nessa primeira etapa, constatou-se que há uma relação bastante significativa entre o aumento da riqueza do Brasil e o crescimento da produção de energias renováveis alternativas como a energia eólica e solar, também, houve um grande aumento do consumo de biodiesel e etanol, ainda nesse contexto, houve a redução do consumo de fontes de energia não renováveis como combustíveis fósseis. A riqueza do Brasil foi medida a partir do PIB Total, que foi bastante influenciado pelo PIB do setor agropecuário, industrial e de serviços. As variáveis com maior efeito na variabilidade total do conjunto foram as variáveis Consumo de Energia Elétrica e Gasolina, Geração de Energia Elétrica em Hidroelétricas, Número de Habitantes, PIB Total e o Preço Relativo da Gasolina em Relação ao Preço do Petróleo.

Os modelos de previsão utilizados foram os modelos univariados (ARIMA, Modelo de Suavização Exponencial de Holt Clássico e Amortecido e modelos não paramétricos como modelos de Redes Neurais e Séries Temporais Nebulosas) e os modelos multivariados (Redes Neurais Recorrentes - LSTM, Séries Temporais Nebulosas - WMV-FTS e FIG-FTS).

Os modelo univariados tiveram resultados satisfatórios, o modelo ARIMA(2,0,1) apresentou o melhor valor das métricas de desempenho para modelos univariados (RMSE = 0.288), o modelo de Redes Neurais Recorrentes (LSTM) apresenta o segundo melhor desempenho (RMSE = 0.830), na terceira posição, tem-se o modelo de Séries Temporais Nebulosas (RMSE = 4.271), na quarta posição, tem-se o modelo de Suavização Exponencial de Holt Clássico (RMSE = 4.420) seguido pelo modelo de Suavização Exponencial de Holt Amortecido (RMSE = 4.497), por fim, o modelo de Suavização

Exponencial Simples (RMSE = 5.4144). Analisando os modelos paramétricos, o modelo ARIMA (2,0,1) também apresentou o melhor resultado para a métrica AIC e AIB.

Em relação aos modelos multivariados que utilizaram 6 variáveis explicativas (Número de Habitantes no Brasil, Consumo Energético Total, Consumo de Energia Elétrica, PIB Total do Brasil, Consumo de Gasolina e Preço da Gasolina em relação ao Preço do Petróleo Importado), o Modelo LSTM apresentou o melhor resultado em relação à métrica RMSE, seguido pelo Modelo FIG-FTS e WMV-FTS, os valores de RMSE foram de 0,4749, 2,81385 e 3,9108, respectivamente.

A viabilidade de cada modelo, seja ele multivariado ou univariado, dependerá de quais dados estarão disponíveis para o estudo da demanda energética brasileira e do custo para obtê-los. Dependendo do processo que se busca analisar, diferentes variáveis exógenas podem ser utilizadas, conseqüentemente, o desempenho preditivo e de previsão de cada modelo variará.

REFERÊNCIAS

- AVCI E. **Selecting of the optimal feature subset and kernel parameters in digital modulation classification by using hybrid genetic algorithm-support vector machines: HGASVM**, 2009;36:1391–402.
- BISOGNIN, C. **Séries Temporais I**, Santa Maria, 2021.
- BOX, George E. P.; JENKINS, Gwilym M.; REINSEL, Gregory C. **Time series analysis: forecasting and control**. 4th ed. Hoboken: Wiley, 2008. xxiv, 746 p. (Wiley series in probability and statistics).
- BRAGA, Antonio de Pádua; LUDERMIR, Teresa Bernarda; CARVALHO, André Carlos Ponce de Leon Ferreira. **Redes neurais artificiais: teoria e aplicações**. 2007.
- BROWNLEE, J. **Long Short-Term Memory Networks with Python Develop Sequence Prediction Models with Deep Learning**. 2017.
- BUENO, RODRIGO DE LOSSO DA SILVEIRA. **Econometria de séries temporais**. [S.l: s.n.], 2012.
- BUNN DW, FARMER ED. **Comparative models for electrical load forecasting**. New York: John Wiley & Sons, 1985.
- CHEN J-F, WANG W-M, HUANG C-M. **Analysis of an adaptive time-series autoregressive moving-average (ARMA) model for short-term load forecasting**. *Electric Power Syst Res* 1995;34:187–96.
- CIDINEY J. SILVA. **Predição de séries temporais no contexto de Smart Grids**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2022. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/dados-abertos/dados-do-anuario-estatistico-de-energia-eletrica>>. Acesso em: 04, 2022.
- FREIRE, M.C.M.; PATTUSSI M.P. **Tipos de estudos**. IN: ESTRELA, C. **Metodologia científica. Ciência, ensino e pesquisa**. 3^a ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2018. p.109-127
- GOIA A, MAY C, FUSAI G. **Functional clustering and linear regression for peak load forecasting**. *Int J Forecast* 2010;26:700–11.
- HOCHREITER, SEPP; SCHMIDHUBER, JÜRGEN. **Long short-term memory**. *Neural computation*, v. 9, n. 8, p. 1735-1780, 1997.

HONG W-C. **Electric load forecasting by support vector model**. Appl Math Model 2009;33:2444–54.

HSU C-C, CHEN C-Y. **Regional load forecasting in Taiwan – applications of artificial neural networks**. Energy Convers Manage 2003;44:1941–9, 2002.

JEFFREY M. WOOLDRIDGE. **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data: Second Edition**, 2010.

JIANJUN WANG; LI LI; DONGXIAO NIU; ZHONGFU TAN. **An annual load forecasting model based on support vector regression with differential evolution algorithm**. 94(none), 65–70. doi:10.1016/j.apenergy.2012.01.010, 2012.

JULIANI, JEFERSON DA SILVA. **Gerando letras musicais utilizando uma rede neural recorrente LSTM - Long Short-Term Memory**, 2019. 46 f.

KUMAR, NARESH; SUSAN, SEBA. **Particle swarm optimization of partitions and fuzzy order for fuzzy time series forecasting of COVID-19**. Applied Soft Computing, v. 110, p. 107611, 2021.

ZADEH, Lotfi A. Fuzzy sets. In: **Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A Zadeh**, 1996. p. 394-432.

LIU, HSIANG CHUAN, et al. **A Novel Composition Forecasting Model Based on Choquet Integral with Respect to L-Measure and O-Density**. Advanced Materials Research, vol. 472–475, Trans Tech Publications, Ltd., Feb. 2012, pp. 1245–1248. Crossref, doi:10.4028/www.scientific.net/amr.472-475.1245.

M. TIM JONES. **Um mergulho profundo nas redes neurais recorrentes**, 2017.

MAGALHÃES, MN; LIMA, ACP. **Noções de Probabilidade e Estatística**. São Paulo: EDUSP, 2008 (6ª edição)

MAMLOOK RUSTUM, BADRAN OMAR, ABDULHADI EMAD. **A fuzzy inference model for short-term load forecasting**. Energy Policy, 2008;1:1239–48.

MANZIONE, R. L. . **Análise de séries temporais e mapeamento de características das águas subterrâneas a partir de dados de monitoramento**. 1. ed. São Paulo: Instituto Água Sustentável, 2018. v. 1. 186p .

METAXIOTIS K, KAGIANNAS A, ASKOUNIS D, PSARRAS J. **Artificial intelligence in short term electric load forecasting: a state-of-the-art survey for the researcher**. Energy Convers Manage 2003;44:1525–34.

MONTGOMERY, DC; RUNGER, GC. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2012 (5ª Edição).

MORETTIN, LG. **Estatística básica: probabilidade e inferência**. São Paulo: Pearson, 2010.

NIU D, WANG Y, WU DD. **Power load forecasting using support vector machine and ant colony optimization.** Expert Syst Appl 2010;37:2531–9, 2013.

PAPPAS SS, EKONOMOU L, KARAMOUSANTAS DC, CHATZARAKIS GE, KATSIKAS SK, LIATSIS P. **Electricity demand loads modeling using Auto Regressive Moving Average (ARMA) modelos.** Energy, 2008;33:1353–60

RAFTERY, A. E. **Time series analysis.** European Journal of Operational Research, v. 20, n. 2, p. 127 – 137, 1985. ISSN 0377-2217.

RAHMAN S, HAZIM O. **Load forecasting for multiple sites: development of an expert system-based technique.** Electric Power Syst Res 1996;39:161–9.

SEVERIANO, CARLOS A. et al. **Evolving fuzzy time series for spatio-temporal forecasting in renewable energy systems.** Renewable Energy, v. 171, p. 764-783, 2021.

SHALEV-SHWARTZ, S., BEN-DAVID, S.. **Understanding Machine Learning - From Theory to Algorithms..** Cambridge University Press. ISBN: 978-1-10-705713-5, 2014.

SONG, Qiang; CHISSOM, Brad S. **Fuzzy time series and its models. Fuzzy sets and systems,** v. 54, n. 3, p. 269-277, 1993.

W. WU, **Fuzzy reasoning and fuzzy relational equations,** Fuzzy Sets and Systems 20 (1986) 67-78

WANG B, TAI N-L, ZHAI H-Q, YE J, ZHU J-D, QI L-B. **A new ARMAX model based on evolutionary algorithm and particle swarm optimization for short-term load forecasting.** Electric Power Syst Res 2008;78:1679–85.

WOOLDRIDGE, JEFFREY M. **Introdução à econometria: uma abordagem moderna.** São Paulo: Cengage Learning, 2011. xxiii, 701 p.