

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CAMPUS CACHOEIRA DO SUL  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Cezar Alejandro Hettwer Couto

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES LIVRES UTILIZANDO ABSORVEDORES  
DE LÍQUIDO SINTONIZADO**

Cachoeira do Sul, RS  
2021

**Cezar Alejandro Hettwer Couto**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES LIVRES UTILIZANDO ABSORVEDORES DE LÍQUIDO  
SINTONIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Área de Concentração em Dinâmica dos Corpos Rígidos, Elásticos e Plásticos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **bacharel em Engenharia Mecânica**. Defesa realizada por videoconferência.

ORIENTADOR: Prof. Eduardo Pasquetti

COORIENTADOR: Prof. Vinícius Roso

Cachoeira do Sul, RS  
2021

---

©2021

Todos os direitos autorais reservados a Cezar Alejandro Hettwer Couto. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

End. Eletr.: [alejandro89001@gmail.com](mailto:alejandro89001@gmail.com)

**Cezar Alejandro Hettwer Couto**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES LIVRES UTILIZANDO ABSORVEDORES DE LÍQUIDO  
SINTONIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Área de Concentração em Dinâmica dos Corpos Rígidos, Elásticos e Plásticos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **bacharel em Engenharia Mecânica**.

**Aprovado em 24 de novembro de 2021:**

---

**Eduardo Pasquetti, Dr. (UFSM-CS)**  
(Presidente/Orientador)

---

**Vinícius Roso, Dr. (UFSM-CS)**  
(Coorientador)

---

**Ederval De Souza Lisboa, Dr. (UFSM-CS) (videoconferência)**

---

**Marco Antônio Silva Pinheiro, Dr. (UFSM) (videoconferência)**

Cachoeira do Sul, RS  
2021

## RESUMO

# CONTROLE DE VIBRAÇÕES LIVRES UTILIZANDO ABSORVEDORES DE LÍQUIDO SINTONIZADO

AUTOR: Cezar Alejandro Hettwer Couto

ORIENTADOR: Eduardo Pasquetti

COORIENTADOR: Vinícius Roso

A prevenção de falhas estruturais ocasionadas por carregamentos dinâmicos são normalmente feitas com a aplicação de amortecedores que podem variar entre os tipos ativos, híbridos ou passivos. Absorvedores de vibrações passivos são sintonizados à estrutura e deslocam-se juntamente com a mesma, dissipando a energia imposta pelo carregamento externo. Com o avançar das tecnologias de construção civil, os edifícios tendem a ser maiores e construídos com materiais mais leves. Com isso, essas estruturas ficam mais propensas a falhas estruturais causadas por carregamentos dinâmicos. Uma forma barata e prática de resolver qualquer possível problema de vibração indesejada é com a utilização de absorvedores que podem variar entre os tipos ativos, híbridos ou passivos. Os Absorvedores de Líquido Sintonizado, além de servirem para mitigar vibrações ainda servem como reservatórios de água, necessários em toda edificação. O presente trabalho busca identificar quais são os parâmetros que influenciam na eficiência de um absorvedor de líquido sintonizado e quais os seus valores ótimos. Sendo eles a razão entre as massas do absorvedor e da estrutura, razão de comprimento do absorvedor, razão entre as frequências naturais do absorvedor e da estrutura e taxa de amortecimento do fluido. É avaliada a influência de cada um para o caso de vibração livre e pode-se obter uma faixa de valores que obtêm os melhores resultados tanto para redução da energia do sistema mais rapidamente, quanto um aumento da quantidade de energia dissipada no absorvedor.

**Palavras-chave:** Absorvedores. Líquido. Vibrações

## **ABSTRACT**

### **VIBRATION CONTROL USING TUNED LIQUID DAMPERS**

AUTHOR: Cezar Alejandro Hettwer Couto

ADVISOR: Eduardo Pasquetti

CO-ADVISOR: Vinícius Roso

Vibration mitigation can be achieved by using various damping systems, they can be active hybrid or passive. Dynamic vibration absorbers are tuned to the structure and they are responsible of energy dissipation. With new technologies in civil engineering, buildings stiffness are becoming lower as they are becoming taller and lighter. A inexpensive way of solving vibrations problems is using tuned liquid dampers, that can be used also as water reservatory. On this work, the influence parameters of tuned liquid dampers and their optimum values are searched.

**Keywords:** Absorbers. Tuned liquid dampers. Vibration.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Tanque retangular .....	17
Figura 4.1 – Absorvedor de líquido sintonizado de tanque retangular .....	21
Figura 4.2 – Representação do algoritmo de busca por parâmetros ótimos que dissipam mais rapidamente a energia do sistema em um Diagrama de Blocos	24
Figura 4.3 – Representação do algoritmo de busca por parâmetros ótimos que obtém o menor pico de deslocamento da estrutura principal em um Diagrama de Blocos .....	25
Figura 5.1 – Deslocamento $y_1$ da estrutura e $y_2$ do fluido dentro do tanque para os parâmetros: $\varepsilon = 0,15$ , $\mu = 0,05$ , $\beta = 0,97$ , $\zeta = 0,07$ . .....	27
Figura 5.2 – Influência de $\varepsilon$ na mitigação do movimento oscilatório do sistema principal	27
Figura 5.3 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor. ....	28
Figura 5.4 – Influência de $\mu$ no tempo mínimo necessário para redução de 90% da energia total do sistema e a parcela de energia dissipada pelo absorvedor, para $\beta = 1,0$ , $\zeta = 0,10$ , $\xi = 0,01$ . ....	29
Figura 5.5 – Curvas de energia total ao longo do tempo para o sistema com e sem o ALS e a energia dissipada no absorvedor .....	30
Figura 5.6 – Comparação entre o tempo mínimo para dissipar 90% da energia total do sistema e parcela da energia dissipada pelo grau de liberdade do absorvedor .....	30
Figura 5.7 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor .....	31
Figura 5.8 – Influência de $\zeta$ no tempo necessário para o sistema dissipar 90% da energia inicialmente imposta em vibração livre. ....	32
Figura 5.9 – Tempo mínimo para dissipar 90% da energia do sistema variado em $\beta$ para valores de amortecimento do fluido maior e menor que o da estrutura .....	32
Figura 5.10 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor (parâmetro $\zeta$ ) .....	33
Figura 5.11 – Influência de $\beta$ no deslocamento máximo da estrutura principal. ....	34
Figura 5.12 – Influência de $\mu$ no deslocamento máximo da estrutura principal. ....	34
Figura 5.13 – Influência de $\zeta$ no deslocamento máximo da estrutura principal. ....	35

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Parâmetros ótimos encontrados para dissipação da energia em menor tempo e maior parcela de energia dissipada no grau de liberdade do absorvedor.....	36
---	----

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>8</b>
1.1	OBJETIVOS .....	9
1.2	ORGANIZAÇÃO .....	10
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>CONCEITOS FUNDAMENTAIS</b> .....	<b>16</b>
3.1	TEORIA DAS ÁGUAS RASAS .....	16
3.2	EQUAÇÃO DE MOVIMENTO POR LAGRANGE .....	19
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>20</b>
4.1	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO .....	20
4.2	ENERGIA PARAMETRIZADA DO SISTEMA .....	23
4.3	BUSCA POR PARÂMETROS ÓTIMOS .....	23
4.3.1	Vibração livre sob condição de deslocamento inicial .....	23
4.3.2	Vibração sob carregamento impulsivo .....	24
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>26</b>
5.1	RESPOSTA EM VIBRAÇÃO LIVRE .....	26
5.1.1	Influência de $\varepsilon$ .....	26
5.1.2	Influência de $\mu$ .....	28
5.1.3	Influência de $\beta$ .....	29
5.1.4	Influência de $\zeta$ .....	31
5.1.5	Resposta sob carregamento impulsivo .....	33
5.1.6	Parâmetros ótimos .....	35
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>37</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>39</b>
	<b>ANEXO A – MÉTODO DE RUNGE-KUTTA</b> .....	<b>41</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com a evolução tecnológica dos materiais, as estruturas estão se tornando mais leves, e por consequência, mais sujeitas a vibrações indesejáveis. Os carregamentos externos que ocasionam estas vibrações podem ser provenientes de terremotos, de movimentação de pessoas, da ação do vento ou de máquinas, entre outras fontes, provocando desconforto ou, em caso de agravamento, falhas estruturais.

Vibrações são indesejáveis tanto em ambiente de manufatura, quanto em construções civis ou em produtos finais, como veículos automotores. Em um chão de fábrica, um deslocamento de base pode reduzir a qualidade produtiva de uma máquina. Em se tratando de edificações, a estabilidade é dada em função do deslocamento horizontal do topo, quanto maior sua deslocabilidade, menor sua estabilidade. Um automóvel que não foi projetado para absorver os impactos decorrentes de seu deslocamento em estradas, tem sua vida útil reduzida (ALKHATIB, 2003). Todos esses problemas podem ser resolvidos ou atenuados a partir do controle de vibrações.

O controle de vibrações pode ser do tipo ativo, passivo ou híbrido e tem como objetivo atenuar a vibração de forma que a mesma não resulte em nenhum fenômeno indesejado. Diferentemente de amortecedores ativos, que impõem uma força externa atuante no sistema, para redução da amplitude de deslocamento da estrutura, os absorvedores passivos são sistemas acoplados à estrutura que irão oscilar sintonizados à mesma. O sistema com um absorvedor acoplado pode ser de dois graus de liberdade, visto que os graus de liberdade da estrutura podem ser simplificados para um sistema de apenas um grau de liberdade. Entre os diferentes modelos de absorvedores passivos de dissipação indireta de energia existem os absorvedores de massa sintonizados e absorvedores de líquido sintonizado.

Com o *design* correto, um tanque parcialmente cheio de água pode servir como absorvedor de vibrações (WARNITCHAI, 1998). Este tipo de absorvedor é denominado de absorvedor de líquido sintonizado (ALS) ou *tuned liquid damper* (TLD). Ele utiliza o efeito dinâmico do escoamento do fluido dentro do tanque para dissipar a energia, a partir de sua movimentação devido ao deslocamento da estrutura. Para que o ALS seja efetivo, é necessário que a frequência do modo fundamental do líquido esteja sintonizada à frequência natural da estrutura (FREITAS; PEDROSO, 2016).

Entre os diversos estudos realizados a respeito de absorvedores de líquido sintonizado, destaca-se o trabalho de Tait (2008), "*Modelling and preliminary design of a structure-TLD system*", no qual o autor obtém uma equidade para o sistema estrutura-ALS e o sistema equivalente de apenas um grau de liberdade unificando o amortecimento da estrutura com o amortecimento oferecido pelo absorvedor. Destaca-se também o trabalho de Xiacong (2007), "*The performance of tuned liquid dampers with different tank geome-*

*tries*", no qual o autor compara os resultados obtidos para diferentes formas geométricas do tanque do absorvedor. As equações são obtidas utilizando-se a teoria de ondas longas e lineares. A partir das equações de movimento para os diferentes formatos de tanque, é possível determinar matrizes de massa e de rigidez generalizadas, além de obter o amortecimento equivalente para o sistema e a frequência natural do absorvedor, encontrando assim uma rotina de cálculos para o projeto de um absorvedor. Xiacong (2007) avaliou a influência de diferentes parâmetros geométricos para os tanques em formato retangular, triangular, hiperboloide e cilíndrico horizontal.

Considerando-se que as estruturas mais leves são mais suscetíveis a vibrações e a importância dos absorvedores de líquido em sua redução, torna-se indispensável compreender melhor a influência dos parâmetros destes absorvedores na resposta da estrutura.

Este trabalho se concentra no estudo de como os reservatórios de água, presentes na maior parte dos edifícios, podem ter seu *design* alterado para que possam interferir no deslocamento lateral dessas estruturas, contribuindo para um melhor entendimento desta interação fluido-estrutura e, conseqüentemente, para uma maior segurança delas.

Motiva-se o estudo do tema pela possibilidade de aplicação, especialmente no caso brasileiro, para o caso não só de mitigação de vibrações em edifícios como também em geradores eólicos e demais estruturas esbeltas. No caso de edifícios, sua aplicação está também ligada a funcionalidade de abastecer água aos moradores.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é encontrar os parâmetros ótimos que minimizam a amplitude da resposta da estrutura principal, considerando-se um absorvedor de tanque retangular e buscando como parâmetros ótimos:

1. a relação entre as massas ( $\mu$ )
2. a razão entre comprimento e altura do tanque ( $\varepsilon$ )
3. a taxa de amortecimento do fluido ( $\zeta$ )
4. a razão entre as frequências naturais do ALS e da estrutura ( $\beta$ )

Será considerado, neste trabalho, um amortecedor de líquido sintonizado (ALS) de tanque retangular. O escoamento do fluido será em duas dimensões apenas e em seu escoamento, o fluido irá se comportar conforme uma onda linearizada prevista pela teoria de onda de Airy. O sistema estrutura-absorvedor a ser analisado é um sistema de dois graus de liberdade, as respostas do sistema serão obtidas no tempo para vibração livre. A solução do sistema de equações diferenciais será obtida através de integração numérica,

resultando-se, então, a resposta em deslocamento e quantidade de energia absorvida em cada grau de liberdade.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO

A primeira parte do presente trabalho foi a apresentação de um panorama a respeito de absorvedores de vibrações e objetivos do trabalho. Na sequência, no capítulo 2, é feita uma revisão bibliográfica com alguns dos trabalhos que serviram de base para a presente monografia. No capítulo 3, tem-se alguns conceitos fundamentais do trabalho, são eles: "teoria das águas rasas" e "equações de movimento por Lagrange". O capítulo 4 se dedica a obtenção das equações de movimento, equação parametrizada da energia e a busca dos parâmetros ótimos. No capítulo 5, estão os resultados obtidos nas análises de vibração livre. Finalmente, o capítulo 6 contém as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Absorvedores de vibração dinâmicos, foram desenvolvidos com o intuito de reduzir a amplitude de deslocamento da estrutura principal a partir de um sistema acoplado. Hermann Frahm (1911), inventor do amortecedor de massa sintonizado, explicou seu princípio de funcionamento:

"O sistema auxiliar irá oscilar devido as vibrações da estrutura principal e as vibrações naturais do sistema auxiliar terão o mesmo período que as da estrutura principal" (FRAHM, 1911).

Desta forma, é possível suprimir o deslocamento da estrutura principal através apenas da ação de um dispositivo acoplado. Em prédios altos, o baixo amortecimento inerente à estrutura não é capaz de se prevenir de carregamentos com grandes amplitudes por longos períodos de duração. Frahm (1911) afirma a respeito de sua invenção:

"Esta invenção se refere a meios para amortecer as vibrações de ressonância que surgem em corpos sujeitos a certos impactos periódicos" (FRAHM, 1911).

Sua invenção baseou-se em um sistema massa-mola ou pêndulo que oscila, conforme a estrutura principal se desloca devido ao carregamento externo. Os absorvedores de líquido sintonizado funcionam de forma semelhante. Como desenvolvido em Bauer (1984), pôde-se considerar um container preenchido com um fluido incompressível, imiscível e sem atrito com escoamento sem rotação, um amortecedor de líquido sintonizado (BAUER, 1984). Diferentemente de um AMS, deve-se considerar o amortecimento referente ao escoamento do fluido para o ALS. Quando se considera a parcela de amortecimento do absorvedor, Kelly (2017), afirma:

"Existem dois problemas quando a vibração do absorvedor é utilizada. A frequência natural mais baixa do sistema com dois graus de liberdade deve ser ultrapassada para aumentar a frequência de operação. Se o absorvedor estiver ligeiramente desajustado, a amplitude de vibração do sistema primário pode ser grande." (KELLY, 2017).

No trabalho "*Modelling of Tuned Liquid Damper*" (SUN et al., 1992), foi apresentada a modelagem de um sistema semelhante ao desta monografia. A teoria clássica de ondas foi utilizada para obtenção das equações de movimento do sistema para o caso de ondas rasas. Porém, essas equações são apenas válidas para o caso onde não ocorra quebra das ondas dentro do tanque. Quando o líquido é muito raso, ocorre a quebra das ondas durante seu escoamento. Desta forma, o amortecimento inerente ao fluido aumenta, pois, quando as ondas quebram, mais energia é dissipada na superfície livre do fluido. Para

considerar a quebra das ondas, foram incluídos no trabalho dois coeficientes: o coeficiente de amortecimento e o coeficiente de troca de frequência, ambos considerados unitários para o caso de as ondas não quebrarem.

No trabalho intitulado "*Modelling and preliminary design of a structure-TLD system*" (TAIT, 2008), apresentou-se um procedimento para obtenção de um dimensionamento preliminar de um absorvedor de líquido sintonizado. O autor utilizou a teoria clássica, considerando o escoamento do fluido como linear e, ao final, propôs que sejam acrescentadas telas dentro do tanque para aumentar a dissipação da energia pelo absorvedor. Tait (2008) analisou o amortecimento equivalente do absorvedor para os casos de excitações senoidal e aleatória. Em sua análise, sugeriu uma analogia para o sistema estrutura-TLD, estrutura-TMD e um sistema de apenas um grau de liberdade. Os valores para a energia dissipada pelas telas e seu posicionamento foram encontrados por Tait como uma função da profundidade relativa ( $h/L$ ), assim como os valores de massa e rigidez equivalentes para o sistema de um grau de liberdade. O modelo proposto por Tait foi validado a partir de testes em uma bancada experimental em escala 1 : 10 sujeita a excitações senoidais e aleatórias. Os resultados obtidos concluíram que, a partir do modelo proposto, é possível determinar o tamanho do tanque, a profundidade da água, a localização das telas e a energia dissipada pelas mesmas.

Bauer (1984) propôs um absorvedor de vibrações de líquido sintonizado em um tanque retangular. O absorvedor continha dentro do tanque dois líquidos incompressíveis, com atrito desconsiderado e imiscíveis. O absorvedor proposto foi desenvolvido como alternativa a um pêndulo acoplado a uma viga engastada. As equações obtidas seguiram a teoria de onda linearizada de Airy e a análise foi feita para vibração livre, excitação translacional e rotacional. Bauer (1984) concluiu que, com relação ao sistema de pêndulo, o tanque retangular preenchido com dois líquidos imiscíveis pode ser utilizado para qualquer tipo de estrutura, enquanto que para o AMS não.

No trabalho intitulado "Implementação de absorvedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações em estruturas: Orientações práticas" (SILVA, 2017), a autora propôs orientações para a modelagem de um absorvedor de líquido sintonizado. Quanto à localização, a autora definiu que o ALS deve estar em um local de fácil acesso, fechado, livre de qualquer infiltração de águas pluviais e que o nível do fluido possa ser mantido. Quanto a forma de se construir, defendeu que o ALS seja do tipo modular, ou seja, em pequenos elementos acoplados a uma estrutura de suporte corretamente fixada à edificação. Quanto ao seu material, o tanque deve ser de um material leve e transparente, como acrílico, Perspex e PVC, e a estrutura deve ser metálica. Deve-se garantir que haja um controle de qualidade com tecnologias que evitem a proliferação de seres vivos, oxidação da estrutura e, se possível, que se possa reutilizar e reciclar o fluido inserido dentro do tanque. Quanto ao tipo de fluido, o mais comumente utilizado é a água que, uma vez isenta de impurezas, pode ser utilizada para abastecimento local.

Ainda segundo Silva (2017), a relação entre a massa de um absorvedor de vibração dinâmico e a estrutura ( $\mu$ ) é um parâmetro de suma importância e, quanto a este, a autora defendeu que orbite entre 1% e 5%, denominando esta como a relação de massa ótima. Entretanto, é necessário ter cuidado quanto ao aumento da massa na estrutura, visto que algumas não são dimensionadas para um acréscimo de massa maior que 0,03. A razão de comprimento ( $h/L$ ) é o parâmetro chave para se determinar o movimento do fluido e a autora defendeu que se utilizem valores abaixo de 0,15 para que se enquadre na teoria de águas rasas. Com todos estes dados em mãos, é possível fazer o correto dimensionamento de um ALS e se obter então, a mitigação das oscilações impostas à estrutura.

Pode-se obter diversas variações de absorvedores de vibração, como visto anteriormente nos trabalhos em que se acrescentaram dispositivos para aumentar a efetividade no amortecimento da estrutura. Samanta e Banerji (2008), Propuseram uma alteração na configuração do absorvedor de líquido sintonizado no trabalho. "*Structural control using modified tuned liquid dampers*". Ao invés de o sistema ser acoplado diretamente à estrutura principal, os autores sugeriram que o tanque seja preso à estrutura através de uma mola e uma haste. Desta forma, a performance do absorvedor passará a depender não só dos parâmetros anteriores, como também da posição do ALS com relação ao centro de rotação. Analisou-se o comportamento dinâmico do sistema para uma excitação harmônica de deslocamento de base e a resposta em frequência verificada para um sistema sem ALS, com ALS convencional e com o novo sistema. A partir dos resultados obtidos concluíram que, para um valor de razão entre as massas ( $\mu$ ) de 2% e 4%, o novo sistema proposto tem uma redução no pico de aceleração na resposta em frequência para valores de razão entre as frequências (frequência do carregamento sobre frequência natural da estrutura principal) menores que 1,1 (SAMANTA; BANERJI, 2008).

Normalmente, ao analisar-se a resposta do escoamento de um fluido dentro de um tanque retangular, apenas se considera o primeiro modo de escoamento, denominado de modo fundamental. No trabalho "*Nonlinear multimodal model for TLD of irregular tank geometry and small fluid depth*" (LOVE; TAIT, 2013), foi apresentada uma nova proposta de análise para o problema. Primeiramente, ao invés de se considerar um tanque retangular, é considerado um tanque irregular (chanfrado), visto que em diversas ocasiões de aplicação do absorvedor, as limitações físicas não permitem que seja feito um tanque retangular. O trabalho se propôs a analisar a resposta para  $n$  modos de escoamento do fluido dentro do tanque com dispositivos de amortecimento (telas) acoplados, permitindo-se evitar que o efeito da onda quebrando seja considerado no amortecimento da estrutura. A frequência natural do fluido varia para cada modo de escoamento e de acordo com a razão de comprimento ( $\varepsilon$ ), varia a diferença entre as frequências naturais obtidas. O modelo apresentado foi validado utilizando-se uma mesa de testes para valores de  $\varepsilon$  entre 0,10 e 0,15. Porém, para valores menores, como 0,05, o modelo não foi capaz de representar a resposta do

fluido, visto que à medida que a profundidade diminui, o escoamento se torna cada vez mais não linear e um número crescente de modos de escoamento se faz necessário para que se possa obter a resposta.

Visto que o ALS sozinho tende a não obter o amortecimento necessário para mitigar a vibração da estrutura principal, podem ser adicionados ao sistema os chamados *Flow Dampening Devices* (TANMOY; GHOSH, 2021), ou dispositivos de amortecimento do escoamento. Tanmoy e Ghosh (2021) realizaram uma revisão do funcionamento dos tipos de FDD's existentes. Os autores concluíram que o ALS com redes tem um aumento da dissipação de energia causado pela perda de pressão devido a resistência da rede e sua efetividade dependerá do posicionamento da mesma, observando-se que, quando posicionadas no meio do tanque, aumentam mais o amortecimento da estrutura. Contudo, as redes não tem efeito significativo na frequência natural do ALS. Outro dispositivo comumente utilizado são as telas, desenvolvidas por diversos autores, como visto anteriormente, as telas podem ser no formato de ripas horizontais, de malhas ou perfuradas. Tanmoy e Ghosh (2021) salientaram, ainda, que a geometria da tela tem influência significativa na frequência natural do ALS e que, com o aumento do número de telas, a resposta do ALS tende a ser linearizada. O uso de defletores dentro do tanque também é útil para aumentar o amortecimento do ALS. Os defletores, uma vez que colocados em locais onde o fluido está com maior velocidade exibem uma capacidade alta de aumentar o amortecimento do fluido. Sua principal desvantagem, segundo os autores, foi que defletores são extremamente sensíveis ao nível da água dentro do tanque e têm uma alta influência na frequência natural do ALS. A utilização de postes proposta por Warnitchai (1998) foi também mencionada pelos autores, porém, como não são tão eficientes quanto as anteriores, não há muitos estudos a respeito. Postes com pequena seção transversal têm efeito desprezível na frequência natural do ALS.

Tanmoy e Ghosh (2021) acrescentaram que utilização de objetos flutuantes na água é uma alternativa eficiente para o aumento do amortecimento do ALS, pois, além de não interferirem na sua frequência natural, podem ser não só objetos avulsos dentro do tanque, mas também um teto para o tanque que irá garantir o comportamento linear do escoamento do fluido. Outra opção viável para o aumento do amortecimento do ALS foi de acoplar um amortecedor viscoso ao teto flutuante para que se possa aumentar o amortecimento do ALS. Também se apresentou como alternativa a colocação de obstáculos dentro do tanque que, ao contrário da utilização de defletores, que são placas bidimensionais, os obstáculos já são tridimensionais. Constatou-se que ainda há muito o que ser estudado na determinação de qual o formato dos obstáculos obtém melhor amortecimento e juntamente com isto, qual o formato do tanque obtém um melhor amortecimento da estrutura principal.

Além do uso para mitigar vibrações em edificações e pontes, a aplicação dos absorvedores de líquido sintonizado vêm sendo estudada em torres de geradores eólicos. Por se tratarem de colunas altas e esbeltas, o controle de vibração causada pelo vento e por

terremotos, nessas torres, se torna objeto de estudo (CHEN; ZHAN; ZHAO, 2016). No seu artigo, os autores propuseram um ALS formado por dois tanques semiesféricos situados no topo de uma torre eólica. Por ser extremamente difícil de determinar as frequências naturais do ALS de forma analítica, os autores realizaram um experimento para um protótipo de escala 1 : 20. Os ensaios foram realizados em uma bancada de testes, que simulou três diferentes terremotos que já ocorreram na história e concluiu-se que o ALS é efetivo para absorver a vibração sísmica. Apesar de ser de fácil construção e aplicação, obter as respostas analíticas para o comportamento do ALS, sua frequência natural e seu amortecimento inerente, são tarefas extremamente complexas.

Xiacong (2007), estudou absorvedores de líquido sintonizado de diferentes formatos: retangular, cilíndrico vertical, cilíndrico horizontal e cônico hiperbólico. Naquele trabalho, os parâmetros foram determinados através da teoria do escoamento potencial, a qual é válida apenas para uma relação  $h/L$  baixa, ou seja, a teoria de águas rasas. O amortecimento foi linearizado e foram utilizadas telas para que haja um amortecimento adicional que será proporcional ao número de telas a serem colocadas na vertical em diferentes pontos do eixo  $X$ , como o da figura 3.1. Comparando as respostas do deslocamento da estrutura para os diferentes formatos de tanque e as suas respectivas eficiências, o autor concluiu que o tanque hiperbólico obtém a melhor eficiência, seguido pelo cônico horizontal, cônico vertical e, com menor eficiência, pelo tanque retangular.

### 3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Os conceitos fundamentais para estudar o sistema estrutura-ALS são: a teoria de águas rasas, para que se possa obter as equações que regem o movimento do fluido; a obtenção de equações de movimento por Lagrange e o funcionamento de absorvedores de massa sintonizados que foram os precursores dos ALS.

#### 3.1 TEORIA DAS ÁGUAS RASAS

Ondas têm seu comportamento classificado como de águas profundas, rasas ou muito rasas. O critério utilizado para essa classificação é a profundidade relativa do fluido ( $\varepsilon$ ). Os estudos a respeito da propagação de ondas foram primeiramente desenvolvidos por Airy em 1841, no que se denominou teoria clássica de ondas (SAWARAGI, 1995). Em sua teoria, Airy descreve de forma linearizada o escoamento de um fluido com formação de ondas, estudo que foi seguido mais adiante por Stokes, que descreveu a teoria para ondas não lineares (SORENSEN, 2006). Para o controle de vibrações, a teoria de águas rasas é associada ao movimento da parcela de água convectiva, enquanto para águas profundas o controle de vibrações é associado à parcela de água impulsiva (SILVA, 2017). Neste trabalho, utiliza-se a teoria clássica, visto que a profundidade de um líquido em um reservatório de água tende a ser menor do que seu comprimento horizontal, tornando a teoria aplicável (SHIMIZU; HAYAMA, 1987), porém, considera-se uma adaptação de um reservatório para que o mesmo sirva como atenuador. Para tal, será assumido que a profundidade relativa do fluido é dada da seguinte forma:

$$\varepsilon = \frac{h}{L} \quad (3.1)$$

sendo  $h$  a profundidade da água e  $L$  o comprimento do tanque como mostrado na figura 3.1. Para Sun *et al* (1992), uma onda é uma onda de água rasa para todo valor de  $\varepsilon$  que:  $1/20 < \varepsilon < 1/2$ . E é nesta faixa de valores em que se encontram os melhores valores para o amortecimento do movimento. Porém, outros autores consideram, como onda de água rasa, todo valor de  $\varepsilon < 0,10$  (TANMOY; GHOSH, 2021).

A teoria de ondas de Airy parte do pressuposto que o escoamento é incompressível e invíscido, que o movimento da onda é sem rotação e que a onda é periódica (SAWARAGI, 1995). Considerando-se uma onda de pequena amplitude, é possível tratá-la de forma linearizada, a partir da teoria das águas rasas. Pode-se afirmar que, para ondas linearizadas, há a formação de um potencial de velocidade para as seguintes hipóteses:

1. Fluido homogêneo e incompressível e com tensões superficiais desprezíveis.

2. Escoamento irrotacional.
3. O fundo estacionário, impermeável e horizontal.
4. A pressão na superfície livre é constante.
5. O peso da onda é pequeno comparado ao comprimento de onda e profundidade da água (SORENSEN, 2006).

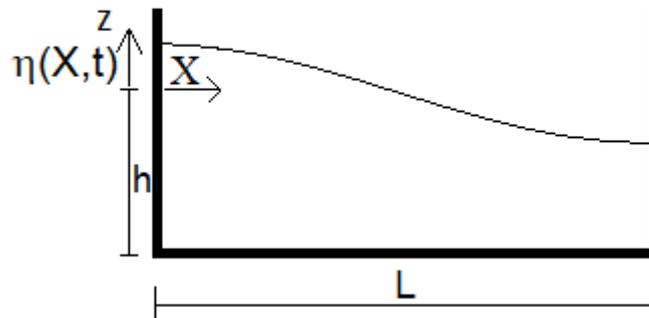


Figura 3.1 – Tanque retangular

Estas hipóteses são válidas para o fluido escoando dentro de um tanque retangular, visto que a razão entre altura do tanque e seu comprimento ( $h/l$ ) não devem configurar um sistema de águas profundas para casos como o de reservatórios de água utilizados como atenuadores em edifícios. A partir da hipótese 2, pode-se afirmar que o potencial de velocidade  $\Phi$  deve satisfazer a equação de Laplace para escoamento em duas dimensões:

$$\begin{aligned}\nabla^2\Phi &= 0 \\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} &= 0\end{aligned}\quad (3.2)$$

Sendo  $\Phi$  a velocidade potencial. A partir da hipótese 3, pode-se afirmar que, para o caso do ALS de tanque retangular, o fundo do tanque não adiciona ou retira energia do sistema. A hipótese 5 permite que a onda possa ser linearizada. As condições de contorno cinemáticas para a equação (3.2) são:

$$\begin{aligned}u(X, z, t) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial X^2}\Big|_{X=0, X=L} &= 0 \\ w(X, z, t) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\Big|_{z=-h} &= 0\end{aligned}\quad (3.3)$$

Sendo  $u$  a velocidade na direção de  $X$  e  $w$  a velocidade na direção de  $z$ . Desta forma, pode-se escrever a equação de Bernoulli para o escoamento do fluido dentro do tanque

como:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2g} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)^2 + \frac{P}{\rho g} + z = cte \quad (3.4)$$

sendo  $g$  a constante de aceleração da gravidade,  $P$  a pressão hidrostática que será nula na superfície livre,  $n$  é a normal às paredes do tanque e  $\rho$  a densidade do fluido. Assumindo que o deslocamento do fluido será pequeno, que  $z$  é determinado pela função de deslocamento da onda  $\eta(x,t)$  e que a pressão não varia com o tempo tem-se, que:

$$\eta = - \left. \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (3.5)$$

na superfície livre, tem-se a seguinte condição de contorno:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (3.6)$$

substituindo-se a equação (3.5) em (3.6), tem-se a seguinte equação diferencial para a velocidade potencial:

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \right|_{z=0} \quad (3.7)$$

a frequência natural do fluido é escrita da seguinte forma (LAMB, 1932):

$$\omega_f = \sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh \left( \frac{\pi h}{L} \right)} \quad (3.8)$$

o deslocamento da superfície livre será uma função de sua amplitude,  $q(t)$ :

$$\eta(X, t) = q(t) \cos \left( \frac{\pi X}{L} \right) \quad (3.9)$$

A figura 3.1 mostra o tanque com uma onda que obedece a função de onda da equação (3.9). Pode-se se afirmar que a equação para a velocidade potencial será (XIACONG, 2007):

$$\Phi(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t) \cos \left( \frac{n\pi X}{L} \right) \frac{\cosh \left( \frac{n\pi(z+h)}{L} \right)}{\left( \frac{n\pi}{L} \right) \operatorname{senh} \left( \frac{n\pi h}{L} \right)} \quad (3.10)$$

neste trabalho, será considerado apenas o modo fundamental de escoamento ( $n = 1$ ), desta forma, a equação (3.10) pode ser reescrita como:

$$\Phi(x, z, t) = \dot{q}(t) \cos \left( \frac{\pi X}{L} \right) \frac{\cosh \left( \frac{\pi(z+h)}{L} \right)}{\left( \frac{\pi}{L} \right) \operatorname{senh} \left( \frac{\pi h}{L} \right)} \quad (3.11)$$

### 3.2 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO POR LAGRANGE

A formulação por Lagrange inicia com a definição das coordenadas genéricas para cada grau de liberdade. Estas coordenadas podem ser tanto retangulares como angulares, de acordo com o sistema a ser analisado (INMAN, 2013). Para o caso de absorvedores de líquido sintonizado, considerar-se-ão apenas coordenadas retangulares. Usando-se como exemplo o sistema mostrado na figura 4.1, as coordenadas retangulares  $x$  e  $q$  descrevem o movimento da massa da estrutura principal e da amplitude de onda do fluido na extremidade esquerda do tanque, respectivamente. Pode-se escrever o lagrangiano, ( $L$ ), da seguinte forma:

$$L = T - U \quad (3.12)$$

sendo  $T$  a energia cinética e  $U$  a energia potencial. As equações de movimento são escritas, então, da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.13)$$

sendo  $\dot{q}_i$  a derivada da coordenada genérica  $q$ , em relação ao tempo, e  $Q_i$  a ação das forças externas generalizadas (INMAN, 2013).

## 4 METODOLOGIA

Tendo-se conhecimento dos conceitos fundamentais, pode-se então obter as equações de movimento para o sistema estrutura-ALS, e sua devida parametrização. Serão buscados os valores ótimos de  $\varepsilon, \mu, \beta, \zeta$ , para um valor fixo de coeficiente de amortecimento da estrutura ( $\xi = 1\%$ ), visto que os parâmetros a serem analisados são os do absorvedor e não da estrutura. Os resultados serão buscados para quais parâmetros obtém-se o menor tempo de decaimento da energia do sistema para 10% da energia inicial, para quais parâmetros obtém-se o menor pico de deslocamento da estrutura principal e quais parâmetros minimizam a amplitude de resposta da estrutura principal na resposta em frequência para o caso de vibração forçada. Espera-se assim comprovar a eficiência do ALS na mitigação de vibrações e com os parâmetros encontrados obter-se uma orientação para o projeto o implementação prática de absorvedores de tanque retangular.

### 4.1 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O absorvedor considerado neste trabalho é representado na figura 4.1 e obedece à equação (3.11) de potencial de velocidade. A energia potencial inerente ao fluido pode ser descrita como:

$$U_f = \frac{1}{2}\rho b g \int_0^L \eta^2(X, t) dX \quad (4.1)$$

sendo  $b$  a largura do tanque. A energia potencial elástica inerente à estrutura é:

$$U_s = \frac{1}{2}k_s x^2 \quad (4.2)$$

sendo  $k_s$  a rigidez da estrutura principal. A energia cinética do fluido pode ser descrita como:

$$T_f = \frac{1}{2}\rho b \int_{-h}^0 \int_0^L \left( \left( \dot{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^2 + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z} \right) dX dz \quad (4.3)$$

e a energia cinética da estrutura é:

$$T_s = \frac{1}{2}M_s \dot{x}^2 \quad (4.4)$$

o lagrangiano será, portanto:

$$L = \frac{1}{2}(\rho b \int_{-h}^0 \int_0^L \left( \left( \dot{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^2 + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z} \right) dX dz + M_s \dot{x}^2 + \rho b g \int_0^L \eta^2(X, t) dX + K_s x^2 \quad (4.5)$$

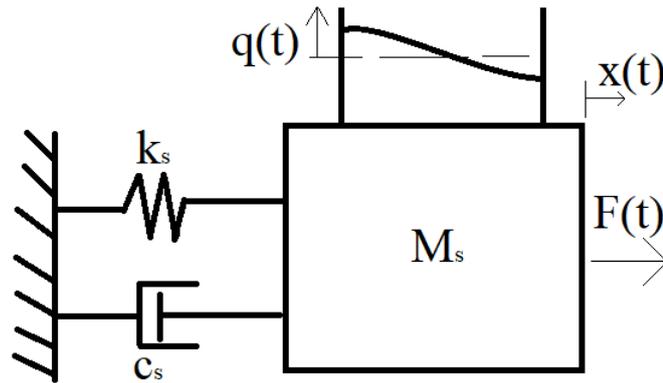


Figura 4.1 – Absorvedor de líquido sintonizado de tanque retangular

A taxa de amortecimento do fluido linearizado pode ser escrito da seguinte forma (XIACONG, 2007):

$$\zeta = \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{b} \right) \sqrt{\frac{\nu}{2\omega_f}} \quad (4.6)$$

sendo  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido que é  $1,05 \cdot 10^{-6} [m^2/s]$  para condição ambiente, e  $\omega_f$  a frequência natural do fluido. O amortecimento equivalente pode ser obtido como a multiplicação  $2\zeta\omega_f$ :

$$c_{eq} = 2\zeta \frac{\pi g}{L} \sqrt{\tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)} \quad (4.7)$$

com isso, a parcela das forças não conservativas, contrárias ao movimento são escritas considerando-se o amortecimento viscoso da estrutura e equivalente do fluido (AL-SAIF; ALDAKKAN; FODA, 2011):

$$\begin{aligned} Q_1 &= F(t) - c_s \dot{x} \\ Q_2 &= -c_{eq} \dot{q} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituindo (3.9) e (3.11) no Lagrangeano (4.5) e então aplicando a formulação de Lagrange considerando ainda (4.8), obtém-se as seguintes equações de movimento:

$$\begin{bmatrix} (M_s + \rho b h L) & -\gamma^* \\ -\gamma^* & m^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & c_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \sin(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

O termo que multiplica a aceleração do fluido, na segunda equação do sistema (4.9),  $\ddot{q}$ , será considerado como a massa generalizada,  $m^*$ , enquanto o termo que multiplica a aceleração da estrutura,  $\ddot{x}$ , é considerado por Tait (2008) como o fator de excitação

generalizado  $\gamma^*$ .

$$\begin{aligned} m^* &= \frac{1}{2} \frac{\rho b L^2}{\pi \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)} \\ \gamma^* &= \frac{2\rho b L^2}{\pi^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

e o termo que multiplica o deslocamento,  $q$ , do fluido, será considerado como a rigidez generalizada (TAIT, 2008).

$$k^* = \frac{\rho b L g}{2} \quad (4.11)$$

Visando facilitar a análise paramétrica, pode-se introduzir os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\mu = \frac{m_f}{m_s}, \quad \beta = \frac{\omega_f}{\omega_s}, \quad \tau = \omega_s t, \quad r = \frac{\omega}{\omega_s} \quad (4.12)$$

sendo  $\omega_f$ ,  $\omega_s$ , e  $\omega$  as frequências naturais do fluido (dada pela equação (3.8)), da estrutura ( $\sqrt{k_s/m_s}$ ) e do carregamento externo, respectivamente. Dividindo-se a primeira equação do sistema de equações (4.9) pela massa da estrutura principal, a segunda pela massa generalizada e inserindo-se os parâmetros (4.12) e (3.1), obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 + \mu & -\frac{2\mu}{\pi^2 \varepsilon} \\ -\frac{4}{\pi} \tanh(\pi \varepsilon) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x'' \\ q'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi & 0 \\ 0 & 2\beta\zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x' \\ q' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{st} \sin(r\tau) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

sendo  $x_{st}$  o deslocamento estático da estrutura dado pela razão entre o módulo da força externa e a rigidez da estrutura. Nas análises posteriores, será ainda adotada mais uma transformação ao sistema de equações (4.13), tornando-o adimensional:

1.  $y_1(\tau) = \frac{x(\tau)}{x_0}$  e  $y_2(\tau) = \frac{q(\tau)}{x_0}$ , para vibração livre em que  $x(0) = x_0, x'(0) = 0$ .
2.  $y_1(\tau) = \frac{x(\tau)}{v_0}$  e  $y_2(\tau) = \frac{q(\tau)}{v_0}$ , para vibração livre em que  $x(0) = 0, x'(0) = v_0$ .
3.  $y_1(\tau) = \frac{x(\tau)}{x_{st}}$  e  $y_2(\tau) = \frac{q(\tau)}{x_{st}}$ , para as análises de vibração forçada.

Nas análises, não são considerados os casos de velocidade ou deslocamento inicial do grau de liberdade do absorvedor. Desconsiderando-se o grau de liberdade do absorvedor na equação (4.13), tem-se, respectivamente, as seguintes equações de movimento para os casos: quando a massa do absorvedor é desconsiderada, ou seja, é considerado apenas o sistema principal; e onde a massa do absorvedor é considerada, ou seja, um tanque fechado completamente cheio sem a formação de ondas:

$$\begin{aligned} x'' + 2\xi x' + x &= 0 \\ (1 + \mu)x'' + 2\xi x' + x &= 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Desconsiderando-se o grau de liberdade da estrutura na equação (4.9), tem-se a equação de movimento do fluido:

$$m^* \ddot{q} + c_{eq} \dot{q} + k^* q = 0 \quad (4.15)$$

pode-se observar que a frequência natural do sistema (4.15) é a mesma que a frequência do fluido dada em (3.8).

## 4.2 ENERGIA PARAMETRIZADA DO SISTEMA

As equações (4.1) a (4.4) somadas formam a energia total do sistema:

$$E = \frac{1}{2}(\rho b g \int_0^L \eta^2(x, t) dx + k_s x^2 + \rho b \int_{-h}^0 \int_0^L \left( \left( \dot{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z} \right) dx dz + M_s \dot{x}^2) \quad (4.16)$$

inserindo os parâmetros (4.12) e (3.1), temos a seguinte equação parametrizada para a energia:

$$\frac{E}{\omega_s^2 m_s} = \frac{(1 + \mu)}{2} x'(\tau)^2 + \frac{\mu}{4\pi \tanh(\pi \varepsilon)} (q'(\tau)^2 + q(\tau)^2 \beta^2) - \frac{2\mu x'(\tau) q'(\tau)}{\pi^2 \varepsilon} + \frac{1}{2} x(\tau)^2 \quad (4.17)$$

A quantidade de energia dissipada do sistema pelo ALS somada à energia dissipada pelo amortecimento do sistema principal, configuram o trabalho realizado pelas forças de amortecimento no sistema:

$$\frac{W_{fd}}{m_s \omega_s^2} = \frac{\zeta \mu \beta}{\pi \varepsilon \tanh(\pi \varepsilon)} \int_0^\tau q'(\tau)^2 d\tau + \xi \int_0^\tau x'(\tau) d\tau \quad (4.18)$$

## 4.3 BUSCA POR PARÂMETROS ÓTIMOS

São considerados os parâmetros ótimos aqueles que minimizam a amplitude de resposta da estrutura principal e a quantidade de energia presente no sistema. Os parâmetros ótimos obtidos são para os casos de vibração livre, carga de impacto e carga harmônica.

### 4.3.1 Vibração livre sob condição de deslocamento inicial

O sistema de equações obtidos em (4.13) é resolvido numericamente através do método de Runge-Kutta, citado no anexo A. A obtenção dos parâmetros que minimizam

a energia inerente ao sistema é feita através de um programa de computador, escrito em linguagem C, utilizando-se a IDE *Visual Studio Community*. O diagrama de blocos ilustrado na figura 4.2 representa, de maneira simplificada, o funcionamento do algoritmo para o caso de busca dos parâmetros que minimizam a energia do sistema mais rapidamente. Para este caso, é considerado que  $y_1(0) = 1$  e  $y_1'(0) = 0$ .

Os parâmetros adimensionais que terão seus valores ótimos buscados são a razão de comprimento ( $\varepsilon$ ), razão entre as massas ( $\mu$ ), razão entre as frequências ( $\beta$ ) e a taxa de amortecimento do ALS ( $\zeta$ ). Uma vez conhecidas as condições iniciais do problema, os valores iniciais para as variáveis adimensionais são imputadas, realizando-se o cálculo para o valor da energia inicial do sistema obtida através da equação (4.17). Utilizando-se o método de Runge-Kutta, o programa obtém a resposta no instante  $\tau$  e os valores da energia presente e dissipada são computados a cada passo de  $\tau$  até que a energia total presente no sistema seja de 10% da energia inicial. Uma vez que a energia decaia, o tempo levado para obtê-la é salvo em um arquivo e os parâmetros adimensionais são incrementados um por vez até seus valores finais. Todos os valores são salvos em um arquivo e os valores que obtém o menor tempo para o decaimento da energia, com seus respectivos parâmetros adimensionais, são salvos. Desta forma, é possível determinar quais são os melhores parâmetros para o projeto de um amortecedor de líquido sintonizado. A partir da busca por parâmetros ótimos, pode-se observar a influência de cada parâmetro na eficiência do absorvedor em dissipar a energia inicialmente imposta ao sistema.

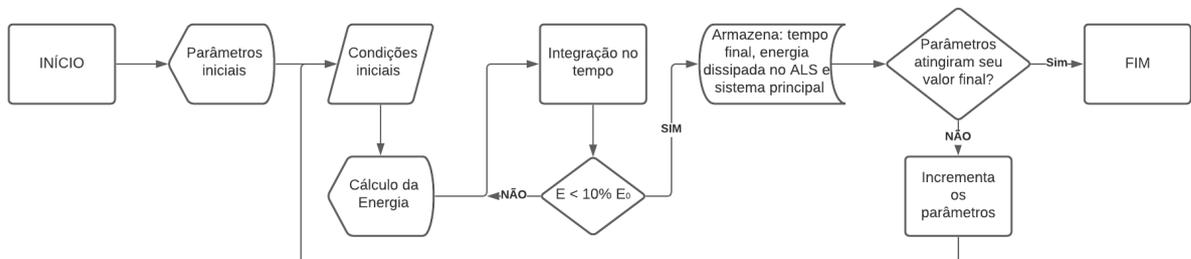


Figura 4.2 – Representação do algoritmo de busca por parâmetros ótimos que dissipam mais rapidamente a energia do sistema em um Diagrama de Blocos

### 4.3.2 Vibração sob carregamento impulsivo

Quando sujeita a uma carga de impacto, a estrutura inicia o movimento com uma velocidade inicial  $v_0$ . De forma análoga ao caso anterior, o algoritmo implementado faz a busca pelos parâmetros que minimizam o pico de deslocamento da estrutura principal. Como representado pelo diagrama de blocos da figura 4.3, o algoritmo computa o valor do deslocamento máximo e compara os diferentes valores obtidos para diferentes parâmetros

utilizados, buscando qual obtém o menor valor entre eles.

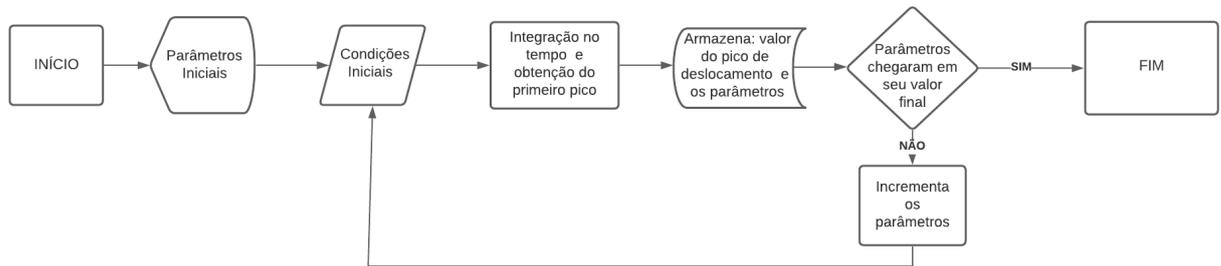


Figura 4.3 – Representação do algoritmo de busca por parâmetros ótimos que obtém o menor pico de deslocamento da estrutura principal em um Diagrama de Blocos

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo é aplicada a metodologia apresentada anteriormente. Utilizando-se do método de Runge-Kutta, pode-se obter a resposta em vibração livre do sistema, bem como realizar a varredura dos parâmetros em busca de seus valores ótimos. Uma vez realizadas as varreduras em cada parâmetro, pode-se determinar quais são os parâmetros ótimos em suas combinações para absorvedores de líquidos sintonizados.

### 5.1 RESPOSTA EM VIBRAÇÃO LIVRE

A figura 5.1 mostra o comportamento do fluido dentro do tanque para o caso de vibração livre para os parâmetros:  $\varepsilon = 0,15$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\beta = 0,97$ ,  $\zeta = 0,07$ . Neste caso, a única condição inicial não nula é a de deslocamento da estrutura,  $y_1(0) = -1$ . Pode-se observar o comportamento do fluido dentro do tanque nos instantes  $\tau = 0, 1, 3, 4$ . A onda irá sempre se comportar conforme a equação (3.9) e sua amplitude, observada na borda esquerda de cada tanque, pode ser acompanhada a partir da curva de  $y_2$  enquanto o deslocamento da estrutura é dado pela curva  $y_1$ . Desta forma, observa-se que enquanto a estrutura se desloca para a direita, o fluido acumula-se na borda esquerda, aumentando a pressão hidrostática nesta extremidade e o inverso ocorre quando a estrutura inverte seu deslocamento.

#### 5.1.1 Influência de $\varepsilon$

A variação de  $\varepsilon$  que se encaixa dentro da teoria de onda de Airy varia de autor para autor (TANMOY; GHOSH, 2021). Variando a razão de comprimento de 5% até 50% (SUN et al., 1992), observa-se que sua influência tanto na dissipação de energia no grau de liberdade do absorvedor quanto na obtenção do tempo mínimo para os valores fixos de  $\mu, \beta, \zeta$  se dá como na figura 5.2. Pode-se afirmar a partir da figura que quanto menor o valor de  $\varepsilon$  melhor será a resposta do absorvedor na redução do tempo necessário para dissipar 90% da energia. O mesmo acontece para o caso da quantidade e energia dissipada no absorvedor com relação a energia inicial ( $E/E_0$ ), porém a diferença na porcentagem de energia dissipada é em menor escala. Para valores muito baixos de  $\varepsilon$ , há uma redução da confiabilidade das respostas, visto que pode não se enquadrar na teoria de águas rasas.

Não é avaliado a influência de valores de  $\varepsilon$  menores que 0,05, pois para valores pequenos, o escoamento é melhor modelado usando teoria de onda não-linear (LOVE; TAIT, 2013).

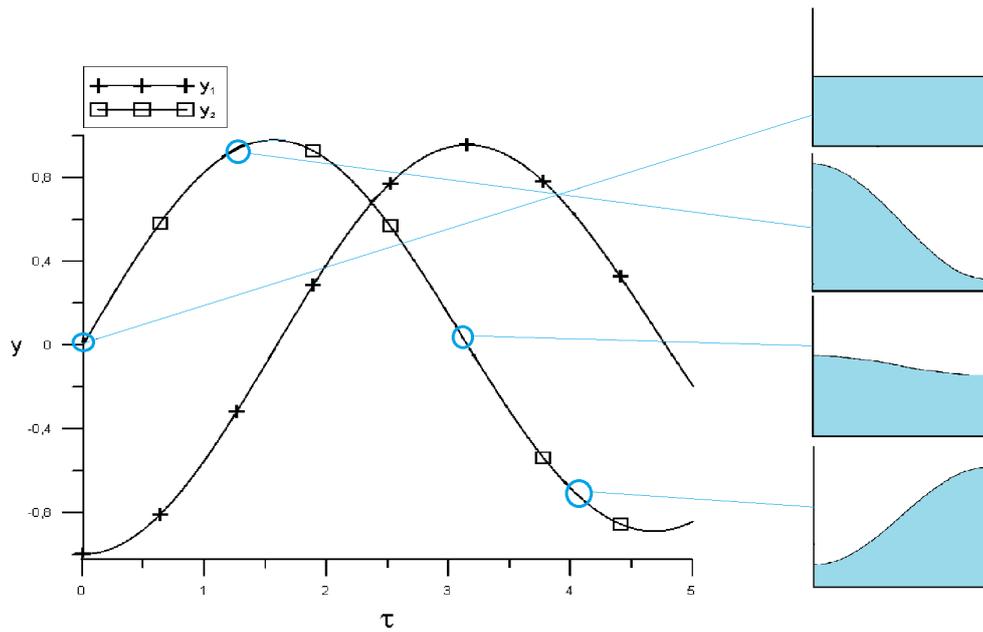


Figura 5.1 – Deslocamento  $y_1$  da estrutura e  $y_2$  do fluido dentro do tanque para os parâmetros:  $\varepsilon = 0,15$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\beta = 0,97$ ,  $\zeta = 0,07$ .

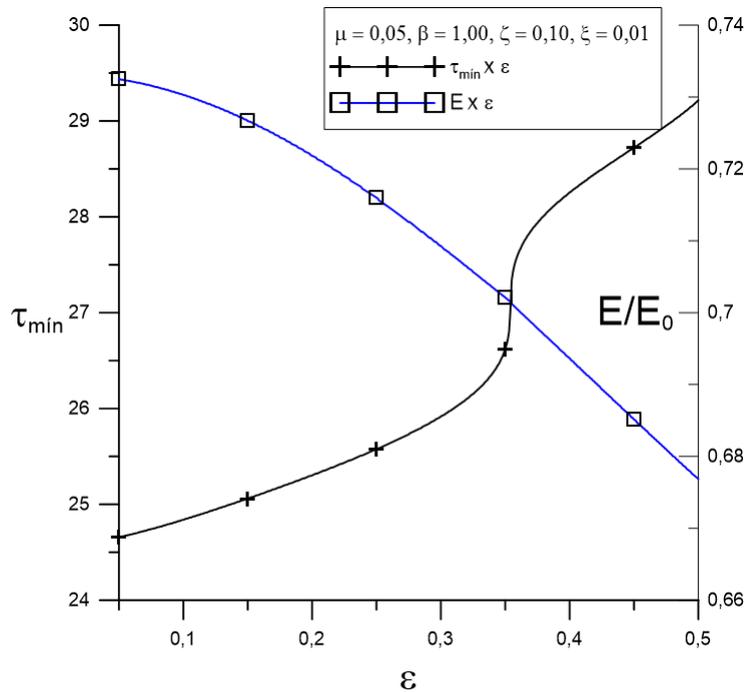


Figura 5.2 – Influência de  $\varepsilon$  na mitigação do movimento oscilatório do sistema principal

Analisando-se a influência da razão de comprimento  $\varepsilon$  na dissipação da energia no tempo, observa-se que, conforme a figura 5.3, mesmo que a altura do tanque seja metade de seu comprimento ( $\varepsilon = 0,50$ ), o mesmo continuará a obter uma resposta muito melhor do que o sistema sem o absorvedor e será responsável pela dissipação de mais de 70%

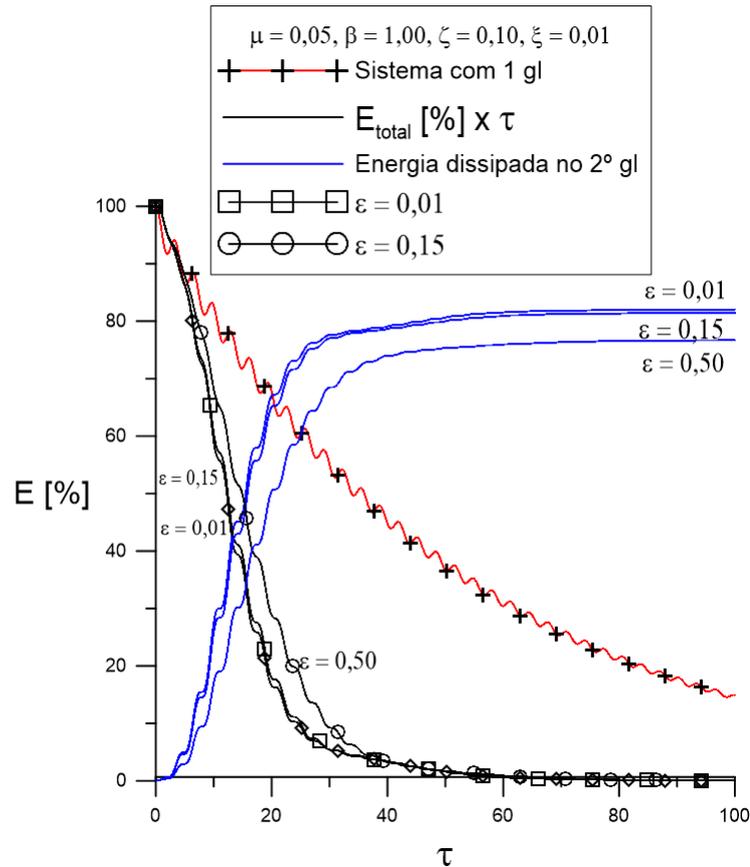


Figura 5.3 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor.

da energia total imposta ao sistema. Observa-se também que na faixa de valores de  $\varepsilon$  de 0,01 e 0,15 a influência na resposta não é tão significativa, por isso, adota-se neste trabalho como valor ótimo  $\varepsilon = 0,15$ , pois assim pode-se ter uma altura maior de coluna de água dentro do tanque que para menores valores.

### 5.1.2 Influência de $\mu$

Avaliando a influência da razão entre as massas na redução da energia do sistema, observa-se que há um ganho para maiores valores de  $\mu$ . Na figura 5.4 a curva da função  $\tau_{min}(\mu)$  apresenta uma variação de  $\mu$  até o ponto que  $\tau$  tende a ficar constante. Observa-se que o decaimento do tempo necessário se dá rapidamente até aproximadamente 1%, após este ponto há uma redução na diferença de  $\tau_{min}$ . Pode-se observar também na figura 5.4 que a medida que o valor de  $\mu$  aumenta, a parcela de energia dissipada pelo grau de liberdade do absorvedor aumenta se aproximando de 75%, porém o crescimento da parcela mais significativo se dá para valores de razão entre as massas até 2%. É considerado o valor de  $\mu = 5\%$  como o melhor valor para razão entre as massas, visto que após este valor a redução no tempo não é significativa assim como para a absorção de

energia no grau de liberdade do absorvedor.

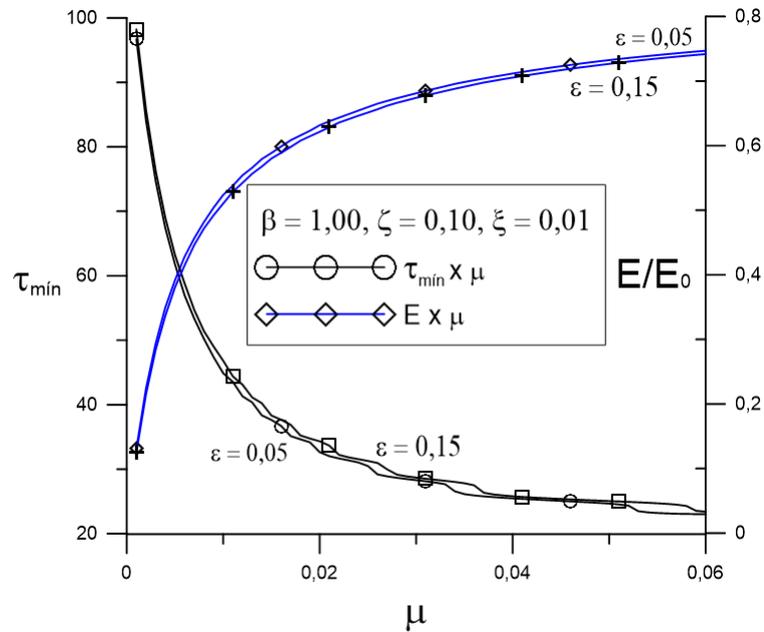


Figura 5.4 – Influência de  $\mu$  no tempo mínimo necessário para redução de 90% da energia total do sistema e a parcela de energia dissipada pelo absorvedor, para  $\beta = 1,0, \zeta = 0,10, \xi = 0,01$ .

Absorvedores de líquido sintonizado tem como principal propósito atenuar vibrações de forma simples e barata. Um problema ao buscar valores mais altos da fração correspondente da massa do ALS com relação a massa da estrutura é de a estrutura não estar preparada para um aumento tão grande na massa acarretando em possíveis falhas estruturais. Além disso uma maior massa do ALS acarreta em um maior custo de implementação, destoando do propósito do dispositivo de ser uma solução barata e prática para o problema de controle de vibrações.

A figura 5.5 exibe as respostas no tempo para a energia e também a energia dissipada pelo absorvedor. Pode-se perceber que a quantidade de anergia decai rapidamente no sistema com o absorvedor acoplado. Para o caso em que  $\mu$  é 5%, o absorvedor é responsável pela dissipação de cerca de 80% da energia do sistema. Já utilizando-se um valor de  $\mu = 0,02$ , há um aumento no tempo para dissipação e uma menor quantidade de energia absorvida, chegando a quase 70% da energia total.

### 5.1.3 Influência de $\beta$

Quando se considera a matriz de amortecimento da estrutura, é importante salientar que com os parâmetros errados o absorvedor pode ter efeito contrário ao proposto (KELLY, 2017). A eficiência de um absorvedor será aumentada se o mesmo tiver sua frequência

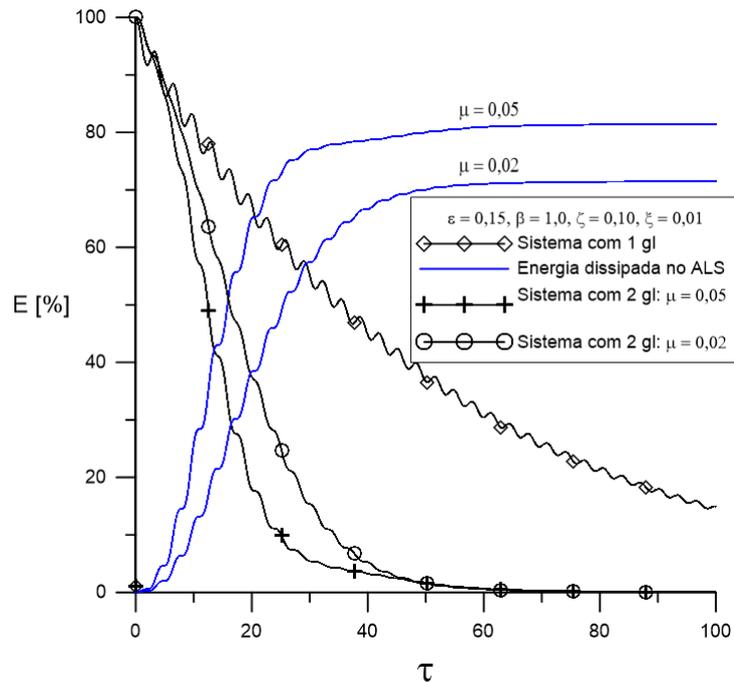


Figura 5.5 – Curvas de energia total ao longo do tempo para o sistema com e sem o ALS e a energia dissipada no absorvedor

natural sintonizada a da estrutura principal. Tendo isto em vista, quanto mais próximo de 1 estiver o valor de  $\beta$  maior será a eficiência de um ALS.

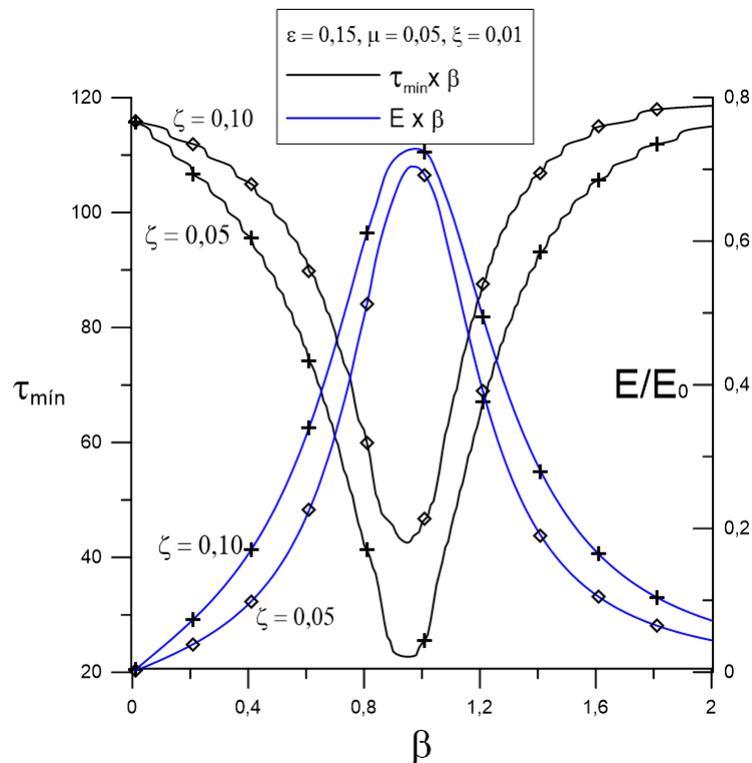


Figura 5.6 – Comparação entre o tempo mínimo para dissipar 90% da energia total do sistema e parcela da energia dissipada pelo grau de liberdade do absorvedor

A figura 5.6 demonstra que o ponto de mínimo da função  $\tau_{min}(\beta)$  se aproxima de  $\beta = 1$  e, quanto menor ou maior o valor de  $\beta$ , pior será a performance do absorvedor. Quando comparamos o tempo necessário para dissipar a energia do sistema e qual o percentual da energia que foi dissipada pelo ALS, observamos, conforme a figura 5.6, que o ALS pode ser responsável pela dissipação de cerca de 75% da energia do sistema para valores de  $\beta = 0,98$  quando  $\zeta = 0,10$  e  $\beta = 0,96$  quando  $\zeta = 0,05$ . Pode-se concluir também que o ALS será responsável pela maior parte da dissipação de energia para todo  $0,80 < \beta < 1,20$ .

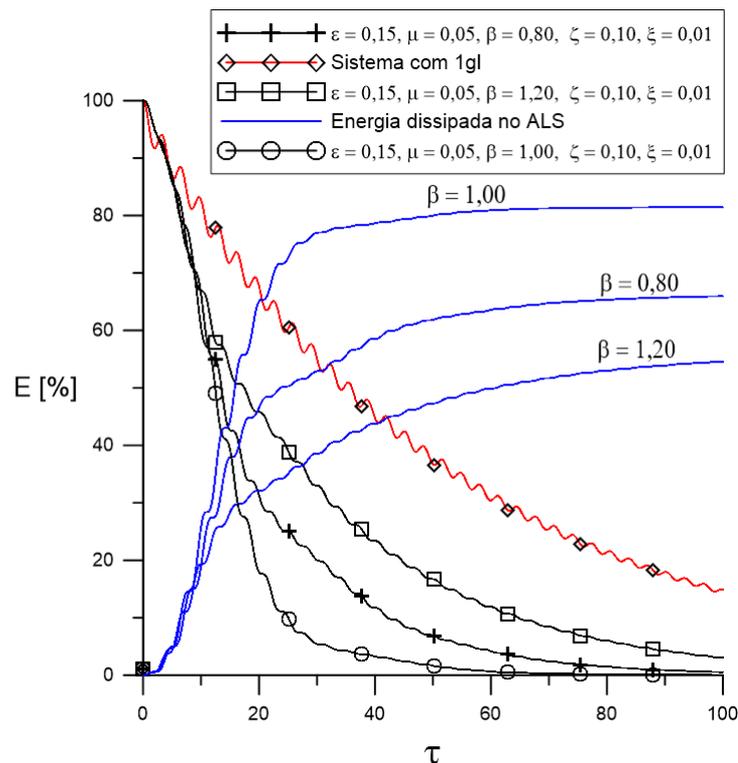


Figura 5.7 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor

A figura 5.7 mostra a comparação para o sistema com valores de  $\beta$  nos limites citados anteriormente e o sistema com apenas um grau de liberdade. Observa-se que o absorvedor faz com que a energia seja dissipada mais rapidamente e é responsável em ambos os casos por mais de 50% da energia dissipada.

#### 5.1.4 Influência de $\zeta$

A equação (4.6) define o coeficiente de amortecimento do ALS como uma função da altura da coluna estática de água, da largura do tanque, da frequência natural do ALS e da viscosidade cinemática do fluido. A figura 5.8 mostra que os valores de amortecimento do fluido que melhor obtém resposta na dissipação de energia do sistema estão entre

$0,05 \leq \zeta \leq 0,20$ . É possível observar também que o decaimento do tempo se dá de forma abrupta até  $\zeta = 0,05$ .

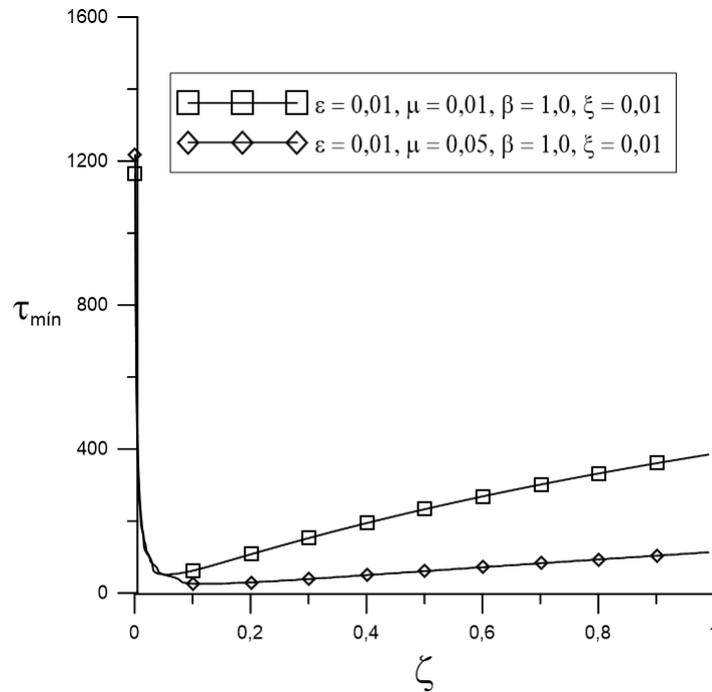


Figura 5.8 – Influência de  $\zeta$  no tempo necessário para o sistema dissipar 90% da energia inicialmente imposta em vibração livre.

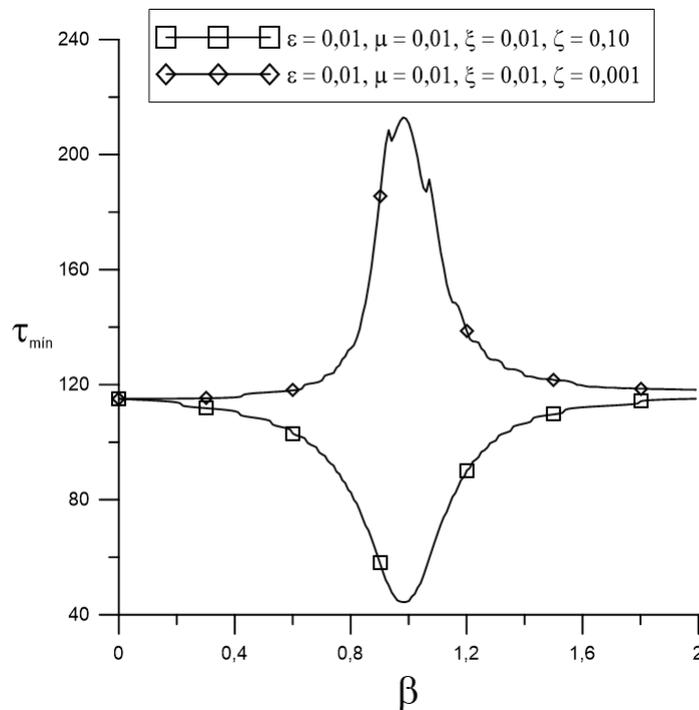


Figura 5.9 – Tempo mínimo para dissipar 90% da energia do sistema variado em  $\beta$  para valores de amortecimento do fluido maior e menor que o da estrutura

Quando o valor do amortecimento do fluido é menor que o da estrutura, o grau de

liberdade do absorvedor dissipa menos energia que o sistema principal e isso resulta em um aumento do tempo necessário para cessar a oscilação, já quando o amortecimento do ALS é maior que o da estrutura, a troca de energia é benéfica e resulta em uma redução do tempo para mitigar a oscilação e para os mesmos valores de  $\zeta$  e  $\xi$  não há diferença no tempo necessário para mitigar o movimento oscilatório. Este caso é exibido na figura 5.9, onde observa-se que para valores de  $\zeta$  menores que  $\xi$  a curva de tempo em função da razão entre as frequências se dá inversa.

Obtendo-se a resposta da dissipação de energia no tempo, como na figura 5.10, pode-se concluir que, para o caso do amortecimento do ALS ser igual ao da estrutura, o absorvedor não influencia na resposta da energia no tempo mas é responsável por cerca de 40% da energia dissipada. Para o valor de amortecimento mais alto,  $\zeta = 0,15$ , observa-se que o absorvedor chega a dissipar 80% da energia do sistema.

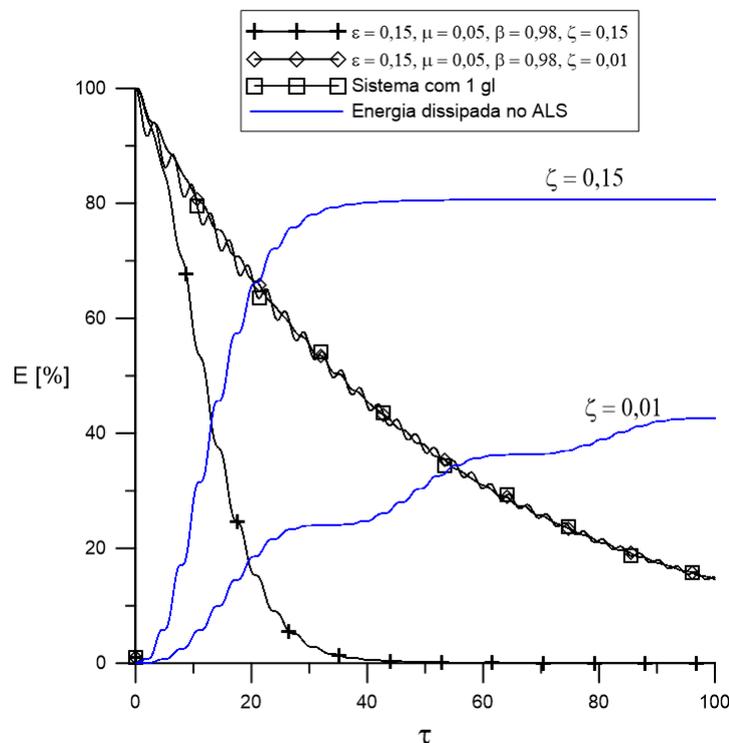


Figura 5.10 – Comparação da resposta da energia no tempo para o sistema com o ALS e com apenas um grau de liberdade e da energia dissipada no absorvedor (parâmetro  $\zeta$ )

### 5.1.5 Resposta sob carregamento impulsivo

Ao buscar-se o valor de razão entre as frequências que reduz o pico de deslocamento da estrutura principal, observa-se que, conforme a figura 5.11, o deslocamento máximo do sistema principal aumenta muito lentamente a medida que beta aumenta, permanecendo praticamente constante.

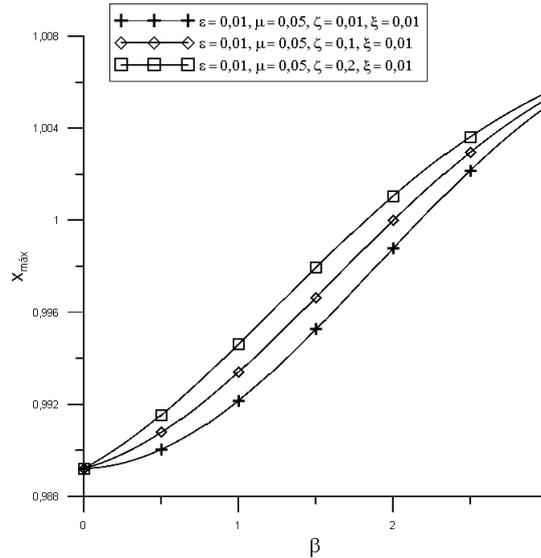


Figura 5.11 – Influência de  $\beta$  no deslocamento máximo da estrutura principal.

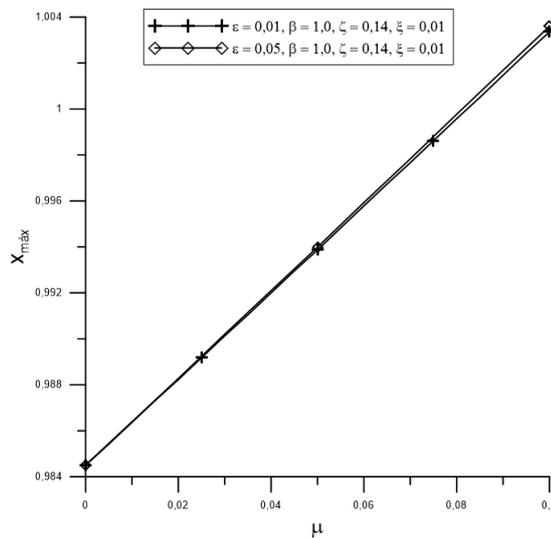


Figura 5.12 – Influência de  $\mu$  no deslocamento máximo da estrutura principal.

A figura 5.12 mostra que ao aumentar-se o valor da razão entre as massas,  $\mu$ , o pico de deslocamento da estrutura principal aumenta proporcionalmente. Ao variar o deslocamento máximo do sistema principal pelo fator de amortecimento do ALS, é possível ver que o comportamento é tal como o mostrado na figura 5.13, o deslocamento máximo cresce a medida que o valor de  $\zeta$  cresce. Porém para todos os casos mostrados nas figuras observa-se que a diferença entre os picos se dá na terceira casa decimal, valor insignificamente pequeno que não influenciará na resposta do sistema, por isso, estas respostas não tem influência na obtenção dos parâmetros ótimos.

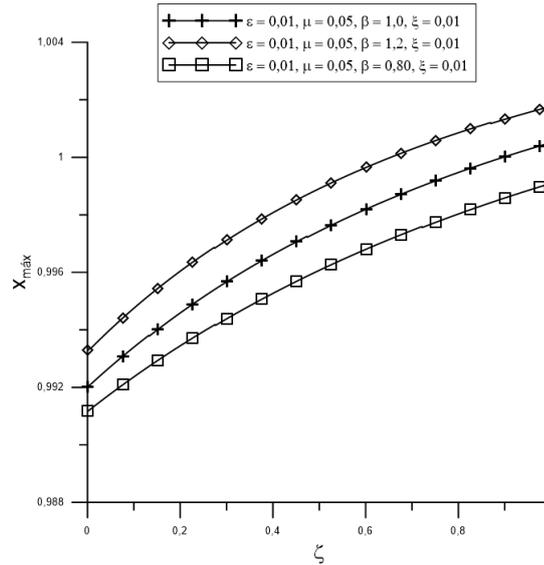


Figura 5.13 – Influência de  $\zeta$  no deslocamento máximo da estrutura principal.

### 5.1.6 Parâmetros ótimos

Uma vez observada a influência de cada parâmetro na resposta em vibração livre, pode-se determinar quais os valores que minimizam a energia do sistema mais rapidamente e quais valores produzem maior participação do grau de liberdade do absorvedor na dissipação da energia, isto é, valores que tornam o absorvedor mais eficiente. Variando todos os parâmetros no algoritmo exemplificado pelo diagrama de blocos da figura 4.2, obtém-se como valores ótimos os seguintes:  $\varepsilon = 0,15$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\beta = 0,97$ ,  $\zeta = 0,07$ . Com estes valores é possível dissipar 90% da energia do sistema em  $\tau = 22,6$ , com uma participação do absorvedor na dissipação de 73,68% da energia do sistema. Buscando valores ótimos para  $\beta$  e  $\zeta$  com maior precisão, obtém-se  $\beta = 0,9727$  e  $\zeta = 0,0694$ .

A tabela 5.1 mostra os diferentes parâmetros que minimizam o tempo necessário para dissipar 90% da energia do sistema e também os que aumentam a eficiência do absorvedor. Todo parâmetro com o subscrito *ef* representa o valor que obteve melhor eficiência do absorvedor, denominando um absorvedor eficiente aquele que dissipa o máximo de energia do sistema. A busca na tabela é feita para 3 valores de  $\varepsilon$ , e para valores de  $\mu$  entre 2% e 5%. Os valores eficientes são os que de fato devem ser buscados no projeto de absorvedores de líquido sintonizado pois são estes valores que maximizam a retirada de energia.

$\varepsilon$	$\mu$	$\beta_{\tau_{min}}$	$\beta_{ef}$	$\zeta_{\tau_{min}}$	$\zeta_{ef}$
0,05	0,02	0,9780	0,9790	0,0871	0,0600
0,05	0,03	0,9582	0,9790	0,1044	0,0600
0,05	0,04	0,9470	0,9790	0,1170	0,0601
0,05	0,05	0,9410	0,9730	0,1290	0,0700
0,10	0,02	0,9765	0,9790	0,0860	0,0602
0,10	0,03	0,9580	0,9790	0,1043	0,0602
0,10	0,04	0,9450	0,9790	0,1187	0,0621
0,10	0,05	0,9420	0,9750	0,1280	0,0710
0,15	0,02	0,9730	0,9791	0,0853	0,0608
0,15	0,03	0,9640	0,9791	0,1020	0,0608
0,15	0,04	0,9512	0,9791	0,1148	0,0611
0,15	0,05	0,9450	0,9742	0,1249	0,0694

Tabela 5.1 – Parâmetros ótimos encontrados para dissipação da energia em menor tempo e maior parcela de energia dissipada no grau de liberdade do absorvedor.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto uma avaliação dos parâmetros de um absorvedor de líquido sintonizado para que o mesmo seja útil na mitigação de vibrações em estruturas e possa ter aplicabilidade, por exemplo, em caixas de abastecimento de água em edifícios.

A respeito do parâmetro de razão de comprimento,  $\varepsilon$ , viu-se, quando feita a varredura, que seus valores ótimos orbitam entre 0,05 e 0,15, valores esses que permitem utilizar a teoria de ondas rasas. Caixas d'água têm normalmente um comprimento que foge a relação necessária, desta forma para o objetivo de mitigar vibrações, o reservatório deverá ter seu *design* modificado o que não acarreta em problema de abastecimento e sim apenas em uma alteração de projeto. Para que não se tenha uma altura de coluna de água tão baixa, o valor de  $\varepsilon$  sugerido para utilização em projeto é de 0,15.

A razão entre as massas da estrutura e do absorvedor,  $\mu$ , é um parâmetro a ser revisado com cautela. Foi visto que para valores muito baixos, como 1%, o absorvedor se torna obsoleto em sua função. Porém a busca por valores mais altos pode acarretar em falhas estruturais, apesar de que foi visto que o ganho não é diretamente proporcional ao aumento da massa do absorvedor. Desta forma, considera-se que para o projeto de um ALS deve-se buscar o valor mais próximo de 5% para a razão entre as massas do ALS e da estrutura. Os valores ótimos encontrados foram considerando que absorvedor tenha entre 2% e 5%.

Em termos da razão entre as frequências  $\beta$ , pode-se dizer que é um parâmetro que, caso não seja levado em conta no projeto do absorvedor, torna-se um problema, reduzindo drasticamente a eficiência do absorvedor. Os valores ótimos são sempre próximos de 1. Observa-se, que a razão entre as frequências,  $\beta$ , obtém seus melhores valores para o caso de  $\beta$  0,94 e 0,98. Viu-se que o absorvedor é responsável pela dissipação de 50% da energia do sistema para todo valor de  $0,80 < \beta < 1,20$ .

A taxa de amortecimento do fluido,  $\zeta$ , tem o seu valor ótimo entre 0,07 e 0,13 e valores muito altos são um problema tal qual valores mais baixos. Um problema a respeito do coeficiente de amortecimento é que, a viscosidade cinemática da água é de  $1,05 \cdot 10^{-6}$ , valor insuficiente para se obter o coeficiente de amortecimento necessário para o projeto do absorvedor, corroborando com os outros trabalhos apresentados na seção de revisão bibliográfica desta monografia (TANMOY; GHOSH, 2021)(TAIT, 2008)(SUN et al., 1992). Portanto deve-se utilizar de dispositivos de absorção internos ao ALS para que se possa aproximar ao valor ótimo encontrado.

Neste trabalho, o movimento oscilatório dentro do tanque foi considerado com apenas o primeiro modo de escoamento e a primeira frequência natural do fluido. Desta forma, sugere-se que seja analisado o caso para duas frequências naturais do ALS para a aplicação em edifícios como atenuador e reservatório e água. Sugere-se também, que a análise

da resposta em frequência seja feita através da minimização da área sob a curva da resposta em frequência. Nesta análise poderia ser considerada o espectro de potência do carregamento, permitindo assim, análise de cargas aleatórias como as de vento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-SAIF, K.; ALDAKKAN, K.; FODA, M. Modified liquid column damper for vibration control of structures. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 53, 2011.
- ALKHATIB, R. Active structural vibration control: A review. **The Shock and Vibration Digest**, 2003.
- BAUER, H. Oscillations of immiscible liquids in a rectangular container: a new damper for excited structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 93, p. 117–133, 1984.
- CHAPRA, S.; CANALE, R. **Metodos Numéricos para Engenharia**. 5. ed. São Paulo: Mc Graw Hill, 2011.
- CHEN, J.; ZHAN, G.; ZHAO, Y. Application of spherical tuned liquid damper in vibration control of wind turbine due to earthquake excitations. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 25, p. 431–443, 2016.
- FRAHM, H. Device for damping vibrations of bodies. **United states patent office**, 1911.
- FREITAS, M. R.; PEDROSO, L. J. Rotinas computacionais em python para o estudo do comportamento de amortecedores de líquido sintonizado na atenuação de vibrações em estruturas. **Cimlance**, 2016.
- INMAN, D. **Engineering Vibrations**. [S.l.]: Pearson Education Limited, 2013. 720 p.
- KELLY, S. G. **Vibrações mecânicas: teorias e aplicações**. Akron: University of Akron, 2017.
- LAMB, H. **Hydrodynamics**. London: Cambridge University Press, 1932.
- LOVE, J. S.; TAIT, M. Nonlinear multimodal model for tld of irregular tank geometry and small fluid depth. **Journal of Fluids and Structures**, v. 43, p. 83–99, 2013.
- SAMANTA, A.; BANERJI, P. Structural control using modified tuned liquid dampers. **World Conference on Earthquake Engineering**, v. 14, p. 12–17, 2008.
- SAWARAGI, T. **Coastal Engineering-waves, Beaches, Wave-Structure Interactions**. Osaka, Japan: Elsevier, 1995.
- SHIMIZU, T.; HAYAMA, S. Nonlinear responses of sloshing based on the shallow water wave theory. **JSME: International Journal**, v. 30, p. 806–813, 1987.
- SILVA, M. Implementação de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações em estruturas: Orientações práticas. **rpee**, v. 3, 2017.
- SORENSEN, R. M. **Basical Coastal Engineering**. Bethlehem, Pennsylvania: Department of Civil and Environmental Engineering Lehigh University, 2006. 330 p.
- SUN, L. et al. Modelling of tuned liquid damper(tld). **Journal of Wind Engineerinf and Industrial Aerodynamics**, v. 41-44, p. 1883–1894, 1992.
- TAIT, M. Modelling and preliminary design of a structure-tld system. **Engineering Structures**, v. 30, p. 2644–2655, 2008.

TANMOY, K.; GHOSH, A. Flow damping devices in tuned liquid damper for structural vibration control: A review. **Computational Methos in Engineering**, v. 28, p. 2195–2207, 2021.

WARNITCHAI, P. Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow-dampening devices. **Engineering Structures**, v. 7, p. 593–600, 1998.

XIACONG, D. **The performance of tuned liquid dampers with different tank geometries**. 2007. 178 f. Dissertação (Master of Applied Science) — McMaster University, Hamilton, Ontario, 2007.

## ANEXO A – MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

Métodos de integração numérica são métodos computacionais para resolução de equações diferenciais ordinárias. Equações diferenciais da forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (\text{A.1})$$

podem ser resolvidas como:

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (\text{A.2})$$

Este método é chamado de método de passo único, onde o valor novo será sempre a soma do valor antigo com a inclinação  $\phi$  multiplicada pelo tamanho do passo  $h$ . A equação (A.2) pode ser aplicada passo a passo para cálculos no futuro e, portanto, para percorrer a trajetória da solução (CHAPRA; CANALE, 2011). Os métodos de passo único são técnicas chamadas de métodos de *Runge-Kutta*. Segundo Chapra:

"Os métodos de *Runge-Kutta* alcançam a acurácia de uma abordagem por série de Taylor sem exigir cálculos de derivadas de ordem superior."

Todas as variações deste método podem ser posta da seguinte forma:

$$\phi = a_1 j_1 + a_2 j_2 + \dots + a_n j_n \quad (\text{A.3})$$

O método de *Runge-Kutta* utilizado neste trabalho para a solução dos sistemas de equações diferenciais não lineares será o método de *Runge-Kutta* de quarta ordem que é o método RK mais famoso. A forma mais comumente utilizada deste método é a seguinte:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(j_1 + 2j_2 + 2j_3 + j_4)h \quad (\text{A.4})$$

Sendo:

$$j_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{A.5})$$

$$j_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}j_1 h\right) \quad (\text{A.6})$$

$$j_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}j_2 h\right) \quad (\text{A.7})$$

$$j_4 = f(x_i + h, y_i + j_3 h) \quad (\text{A.8})$$