

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM
QUANTITATIVA

Christian Ndege Kobunda

**ASSIMETRIA DO IBOVESPA: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE
MODELOS HETEROCEDÁSTICOS**

Santa Maria, RS
2023

Christian Ndege Kobunda

**ASSIMETRIA DO IBOVESPA: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE
MODELOS HETEROCEDÁSTICOS**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa.

Orientador: Prof. Dr. Adriano Mendonça Souza

Santa Maria, RS
2023

Christian Ndege Kobunda

**ASSIMETRIA DO IBOVESPA: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE
MODELOS HETEROCEDÁSTICOS**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa**

Aprovado em 06 de abril de 2023:

Adriano Mendonça Souza, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Luciane Flores Jacobi, Dra. (UFSM)

Tailon Martins, MSc. (FVB)

Santa Maria, RS
2023

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela vida, saúde, força e capacidade.

Aos meus familiares pelo apoio.

Ao meu orientador, Professor Adriano Mendonça Souza, e aos professores Luciane Flores Jacobi e Tailon Martins pelo suporte e pelas contribuições ao aprimoramento deste trabalho.

A Universidade Federal de Santa Maria pelo desenvolvimento deste projeto, e ao curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa pela oportunidade.

E, aos colegas que de perto ou longe contribuíram para o sucesso deste projeto.

RESUMO

ASSIMETRIA DO IBOVESPA: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS HETEROCEDÁSTICOS

AUTOR: Christian Ndege Kobunda

ORIENTADOR: Dr. Adriano Mendonça Souza

O presente estudo propõe uma análise comparativa de seis modelos de volatilidade para os retornos da carteira teórica do Ibovespa, considerando a presença de caudas pesadas, não linearidade, assimetria, memória longa e não normalidade dos retornos diários. Para isso, os fatores estilizados do IBOVESPA foram testados em seu primeiro e segundo momentos estatísticos no período de 3 de janeiro de 2001 a 30 de dezembro de 2022. Os resultados mostram que há um efeito de persistência, pois a soma do coeficiente das variáveis em $t-1$ é elevada e, próximo a 1. Além disso, os modelos sGARCH (1,1) e GJR-GARCH (1,1) indicam que choques positivos e negativos impactam o índice de forma semelhante. Os modelos EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1) mostram que há diferença entre os impactos de choques positivos e negativos sobre a volatilidade, sendo que os dois últimos também apontam o “efeito alavancagem”, ou seja, a volatilidade é maior em período de choques negativos.

Palavras-chaves: Heterocedásticos; Volatilidade; Efeito persistência; Efeito alavancagem; IBOVESPA.

ABSTRAT

BOVESPA INDEX ASYMMETRY: A COMPARATIVE STUDY BETWEEN HETEROSKEDASTIC MODELS

AUTHOR: Christian Ndege Kobunda

ADVISOR: Dr. Adriano Mendonça Souza

The present study proposes a comparative analysis of six volatility models for the theoretical portfolio returns of the Ibovespa, considering the presence of heavy tails, non-linearity, asymmetry, long memory, and non-normality of daily returns. For this, the stylized factors of the Bovespa index were tested in their first and second statistical moments in the period from January 3, 2001, to December 30, 2022. The results show that there is a persistence effect since the sum of the coefficients of the variables at $t-1$ is high and close to 1. Furthermore, the sGARCH (1.1) and GJR-GARCH (1.1) models indicate that positive and negative shocks impact the index in a similar way. The EGARCH (1.1) and TGARCH (1.1) models show that there is a difference between the impacts of positive and negative shocks on volatility, and the last two also point to the “leverage effect”, that is, volatility is higher in periods of negative shocks.

Keywords: Heteroskedastic; Volatility; persistence effect; Leverage effect; IBOVESPA.

LISTA DE FIGURAS

Figure 1 - Índice Bovespa (2001-2022)	25
Figure 2 - Retornos diários (log_retorno) do Índice Bovespa (2001-2022).....	25
Figure 3 - Histograma da distribuição dos retornos diários (log_retorno)	27
Figure 4 - FAC e FACP para a variável retornos diários (log_retorno)	28
Figure 5 - resíduos do modelo EGARCH (1,1)	34
Figure 6 - densidade empírica de resíduos padronizados do modelo EGARCH (1,1).....	34
Figure 7 - Curva de impacto de notícias do modelo EGARCH (1,1)	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas descritivas para IBOVESPA e para os retornos diários	26
Tabela 2 - Testes de estacionariedade do retorno do IBOVESPA.....	28
Tabela 3 - Testes sobre os resíduos	29
Tabela 4 - Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH.....	32
Tabela 5 - Critérios de informação dos modelos selecionados	33

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 OBJETIVOS	11
1.2 JUSTIFICATIVAS	11
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	12
2 REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS	18
3 MATERIAS E MÉTODOS	22
3.1 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA QUANTITATIVA	22
4 ANÁLISE E DISCUÇÃO DOS RESULTADOS	25
4.1 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS GARCH (1,1) – sGARCH (1,1) – GJR- GARCH (1,1) - EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1)	30
REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

No primeiro trimestre de 2020, o mundo viveu um momento conturbado dado ao surto da SARS-COV-19. Conforme a doença se espalhava pelo mundo, as perspectivas das economias caminhavam para um cenário de recessão severa, com um forte impacto na queda do produto e renda, na elevação do desemprego e frequente oscilações de preço dos ativos. Este último gerou forte risco no mercado financeiro internacional. Diante da natureza do fenômeno, esperava-se que ela fosse de curta duração, sob a tese da Recuperação em V (Esse fenômeno, ocorre quando há uma queda acentuada na economia de forma repentina, mas, em contrapartida, o retorno da economia ao patamar anterior acontece de maneira muito rápida), no entanto, seus efeitos continuam reverberando sobre as economias mundiais. Mais de dez anos depois da crise do *subprime* (problema com empréstimos imobiliários para família de baixa renda), fizeram com que grandes instituições como Lehman Brothers, Citibank, Merrill Lynch, UBS perdessem dezenas de bilhões de dólares em poucos meses (Charles H Ferguson, 2013).

Grandes desastres financeiros ocorrem, geralmente pela falta de monitoramento adequado das operações financeiras. Em cenário pandêmicos, a gestão de risco também segue ganhando força em todas as instituições (governamentais, privadas e financeiras) assim os estabelecimentos de mecanismo de proteção e gestão se tornam não somente um importante arma contra oscilações de preços, mas também uma ferramenta de análise de investimento (Boaventura de Sousa Santos, 2021).

Nas últimas décadas, a previsão de séries temporais em finanças tem sido uma área de pesquisa interessante e importante. Assim, atraiu a atenção não só da comunidade de pesquisadores, mas também de investidores, especuladores e governos interessados em verificar diversos modelos e abordagens para previsão de preços de diversos ativos (SAKOWSI e TUROVTSEVA, 2020). Com isso, inúmeros trabalhos têm sido desenvolvidos, o tema mais discutido e relevante na literatura dos mercados financeiros é sobre a volatilidade, pois passou a ser considerada como uma *proxy* para o risco.

Em estudos dentro da moderna teoria de finanças, a volatilidade pode ser considerada como um parâmetro para medir o risco, pois demonstra a intensidade e a frequência das oscilações do preço de um determinado ativo dentro de um intervalo de tempo estipulado (DAVIS, 2012). A ideia central desse conceito é de que quanto mais incerto estiver o mercado, diante de crises ou outros fatos exógenos, mais os preços variam e maior a variância dos retornos implicando possibilidades de grandes ganhos ou perdas.

A forma mais utilizada na medição da volatilidade de um ativo é através da tendência do desvio padrão de seus retornos. Esta medida é geralmente definida como volatilidade histórica. Porém, o que importa para o mercado financeiro não é o valor histórico da variação, mas sim aquele que se espera que prevaleça no futuro, que não pode ser estimado simplesmente conhecendo o valor histórico. A variância incondicional pode ser constante, mas para certos períodos de tempo a variância condicional pode apresentar grandes mudanças por curtos períodos de tempo (Cryer e Chan, 2008)

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Esta pesquisa tem como objetivo determinar os fatores estilizados do índice Bovespa nos seus primeiros e segundos momentos estatísticos no período de janeiro de 2001 a dezembro de 2022.

1.1.2 Objetivos específicos

- a) Determinar os modelos mais adequados para a volatilidade do Índice BOVESPA ; e
- b) Analisar as características desses modelos, tais como, efeitos de persistência, assimetrias e alavancagem.

1.2 JUSTIFICATIVAS

O estudo justifica-se pela necessidade de entender o comportamento estatístico do Ibovespa, sobretudo, em momentos de maior incerteza na economia local, propiciado, num primeiro momento, pela crise internacional em 2008/09, posteriormente, pela crise interna política e econômica no período *pré-impeachment* e por fim a crise gerada pela pandemia do COVID-19.

Adicionalmente, esse é um dos principais indicadores de representação do mercado acionário e financeiro nacional, e a volatilidade impacta diretamente na tomada de decisão de investidores internos e externos sobre os fluxos financeiros no país.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em três capítulos, além dessa introdução. O primeiro capítulo apresenta a revisão de literatura em que define teoricamente, a evolução dos modelos da classe GARCH, a saber, ARCH, GARCH, GJR-GARCH, EGARCH, TGARCH e sGARCH e evidencia dos principais trabalhos que buscam analisar a volatilidade do Ibovespa nos diversos períodos em questão. O segundo capítulo traz materiais e métodos em que se esboçam as variáveis utilizadas e os procedimentos quantitativos. O capítulo três traz os resultados e discussões da estimação dos modelos, no período de 2001 a 2022. Por fim, lança as principais conclusões da análise, sugere passos para entendimento deste e alerta a importância do gerenciamento de risco para os agentes.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Esta seção traz a revisão da literatura teórica para embasar o estudo sobre a heterocedasticidade condicional. Para isso, foram contempladas algumas pesquisas que focam especificamente no mercado financeiro com uso de modelos autoregressivos.

Uma das primeiras abordagens para o cálculo da volatilidade foi o modelo Black-Scholes (Black e Scholes, 1973), criado com o objetivo de auxiliar na precificação das opções europeias. Embora relevante, por ser considerado o ponto de partida para a mensuração da volatilidade, esse modelo apresenta uma grande desvantagem por considerar a variância condicional constante ao longo do tempo e, assume-se que os preços seguem a distribuição normal.

Segundo Reis et al., (2013) a instabilidade econômica não permite que a volatilidade seja considerada constante ao longo do tempo, na maioria das situações. Uma das abordagens mais comuns, na atualidade, é calcular a volatilidade a partir de retornos diários por meio de modelos da família dos modelos Autorregressivos condicionados a heteroscedasticidade generalizada representado pela sigla em inglês GARCH. A gênese dos trabalhos sobre heterocedasticidade condicional em modelos autorregressivos começou na década de 1980 devido a necessidade de modelos financeiros e macroeconômicos que levassem em conta mais do que o primeiro momento condicional da série temporal. Bueno (2011) salienta que, em séries financeiras, a dependência temporal de momentos superiores era, até então, considerada como perturbações aleatórias e incondicionais, desconsiderando a existência de aglomerações (*clusters*) alternadas entre períodos de pequenas e grandes flutuações em torno da média, ou seja, a variância não era constante na série temporal.

Uma definição comum de volatilidade parte dessa característica, sendo considerada como a “variação, ao longo do tempo, da variância condicional de uma série temporal” (FILHO, FERNANDES e BAIDYA, 1993). Segundo Silva et al., (2005), o mercado financeiro costuma apresentar um período de intensa volatilidade, principalmente em períodos de queda de preços, e tais choques tendem a gerar diferentes perturbações ao longo do tempo. Não é por acaso que

os indicadores financeiros se tornaram um terreno fértil para a análise da volatilidade e aplicação dos modelos ARCH e modelos posteriores como GARCH, EGARCH e TARARCH.

No estudo pioneiro para a modelagem de volatilidade em séries temporais, Engle (1982) introduziu o modelo ARCH (q) (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), no qual a variância condicional dos erros (volatilidade) pode ser modelada pela defasagem do quadrado dos retornos distribuídos no passado. Suponha que queira estimar o modelo ARIMA (p,0,q). se o erro desse processo segue um processo ARCH, assim, o modelo ARCH (p) pode ser definido como:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \quad u_t \sim i.i.d; (0,1); \quad (2.1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (2.2)$$

É desnecessário que a distribuição do erro, u_t , seja normal, bastando ser idêntica e independentemente distribuída para o momento assintóticos da série seja igual aos da normal. O parâmetro p determina o número de defasagens do retorno necessárias e o erro (u_t) são as variáveis aleatórias com média igual a 0 e variância igual a 1. Além disso, os parâmetros ω e α são desconhecidos, $\{\epsilon_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias distribuídas de forma independente e idêntica (também conhecidas como inovações) com média igual zero e variância unitária.

A estimação dos α_p ocorre por meio de uma regressão linear, de modo que $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_p \geq 0$ e que $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$, o que garante o processo estacionário. Em termos de análise, o coeficiente α_p indica o tempo de reação, ou seja, o período necessário para que a volatilidade seja percebida na série.

Posteriormente, Bollerslev (1986), em resposta ao fato dos modelos ARCH (p) precisarem de muitos parâmetros para serem ajustados corretamente, sugeriu uma generalização do modelo ARCH, o modelo GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*).

No modelo GARCH, a variância condicional do erro além de ser explicada pela defasagem dos retornos no passado, deveria incluir a defasagem do quadrado da própria variância condicional em períodos anteriores. O autor advogava que o modelo era potencialmente mais parcimonioso que o anterior. O modelo GARCH (p,q) pode ser resumido da seguinte maneira:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \quad u_t \sim i. i. d; \quad (2.3)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2.4)$$

em que q é inserido para determinar o número de defasagens da própria variância condicional. Assume-se que o erro (u_t) tenha as mesmas características da modelagem anterior e que $\alpha_q \geq 0$ e $\beta_q \geq 0$. Em termos de análise, o β_q indica o quanto da volatilidade percebida do período anterior persiste no momento atual.

A estacionariedade é garantida se $\sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i < 1$, em que $n = \text{Max}(p, q)$. Morettin e Tolo (2006) salienta que os modelos em que a heterocedasticidade condicional, seja governada por modelos ARCH ou GARCH, supõe efeitos simétricos sobre os retornos, uma vez que é relacionada com o quadrado deles. No entanto, tal suposição não condiz com dados empíricos, nos quais, normalmente, choques negativos afetam os retornos em maior magnitude do que choques positivos, gerando efeitos assimétricos sobre o retorno (efeito alavancagem).

Nesse sentido, outras modelagens da classe GARCH surgiram posteriormente buscando capturar tais assimetrias das séries financeiras e, portanto, capturar o chamado “efeito alavancagem”. Neste trabalho, ressaltamos as modelagens EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH e sGARCH.

A primeira das modelagens citadas acima, o modelo de heterocedasticidade condicional autorregressivo generalizado exponencial, EGARCH, foi proposto por Nelson (1991) e insere a especificação logarítmica nos termos do modelo GARCH, permitindo a captura de efeitos assimétricos e a possibilidade de que alguns coeficientes sejam negativos, tendo em vista a especificação em log.

Dessa forma, o EGARCH (p,q,r) modela a variância condicional como:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{t=1}^p \sigma_t \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\epsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}}, \quad (2.5)$$

em que os coeficientes γ_k ajustarão assimetria dos choques. Portanto, se $\gamma_k = 0$, em todos os momentos k , um choque positivo e negativo têm o mesmo efeito sobre a volatilidade, ou seja, os impactos são simétricos e não têm efeito de alavancagem; se $\gamma_k \neq 0$, os impactos são assimétricos. Nesses casos, se $\gamma_k <$

0, os choques negativos aumentam a volatilidade mais do que os choques positivos, o que seria esperado em séries financeiras, como o IBOVESPA.

A segunda modelagem GJR foi proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) também é capaz de captar o efeito da assimetria, assim como o modelo EGARCH, sendo um processo GJR-GARCH(p, q) podendo ser definido como:

$$h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p (\alpha_i \epsilon_t^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i}^-) \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (2.6)$$

$$S_{t-i}^- = \begin{cases} 1, & \text{if } \epsilon_{t-i} < 0 \\ 0, & \text{if } \epsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

em que h_t^2 é a variância prevista condicional; ω é o intercepto para variância; α_i é a variância que depende de termos de erro de defasagem anteriores; γ_i é a escala da volatilidade assimétrica; S_{t-1}^- é a variável *dummy*; σ^2 é o coeficiente da variância prevista pelo período anterior.

Ao contrário do modelo EGARCH, temos que, quando $Y > 0$ existe o efeito assimétrico (*leverage effect*), porém, no caso do parâmetro $\gamma = 0$ reduz-se o modelo à um simples GARCH. De acordo com os autores, a volatilidade depende também do (de)crescimento dos valores anteriores da série. Isto é, valores negativos na série impactam diferentemente a volatilidade futura se comparados a valores positivos. Uma vantagem do modelo é que a variância é modelada diretamente e não usa o logaritmo natural como o modelo EGARCH. Isso significa que o GJR-GARCH é mais simples de implementar na prática (Hayashi, 2000). As propriedades deste modelo são bem semelhantes às do modelo EGARCH, portanto é uma tarefa bem difícil comparar e distinguir a capacidade destes dois modelos (WENNSTRÖM, 2014).

A terceira modelagem também busca capturar a assimetria, o modelo de heterocedasticidade condicional generalizada com limitante, o TARCH ou Threshold ARCH, foi levantado por Zakoian (1994). Nessa modelagem, é inserida uma variável binária no modelo GARCH e os coeficientes têm que ser positivos para garantir a estacionariedade da série.

A definição de TARCH (p, q, r) pode ser resumida abaixo:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \gamma_i d_{t-i} \epsilon_{t-i}^2 \quad (2.8)$$

em que d é a variável *dummy* que será igual a 1, se o erro satisfaz a condição imposta e, será 0, se contrário. Isso quer dizer que, se houver uma notícia negativa, $\epsilon_{t-i} < 0$, a *dummy* terá valor 1 e seu impacto será de $\alpha_i + \gamma_i$, caso contrário, não haverá efeito sobre a volatilidade. Além disso, se $\gamma_k > 0$, há evidências de efeito alavancagem.

De modo geral, o modelo assume um crescimento da volatilidade quando há um choque negativo, $\epsilon_{t-k} < 0$, uma vez que são acompanhadas por um coeficiente positivo ($\gamma_k > 0$), logo, sinalizando efeitos assimétricos sobre os retornos.

Por fim, o modelo sGARCH, (*Standard GARCH*) esse modelo é designado, de forma geral, como modelo GARCH. O modelo matemático para o sGARCH (p, q) é descrito por:

$$\alpha_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \alpha_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.9)$$

onde $\sigma_t = r_t - u_t$ (r_t é a série contínua de retorno de log de composição), e $\epsilon_t \sim N(0,1)$, o parâmetro α_i é o parâmetro ARCH e β_j é o parâmetro GARCH, e $\omega > 0, \alpha \geq 0, \beta_j \geq 0, e \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$, (ROSSI, 2004; TSAY, 2005; JIANG, 2012). A restrição nos parâmetros ARCH e GARCH (α_i, β_j) sugere que a volatilidade (α_i) é finita e que o desvio padrão condicional (σ_i) aumenta. Pode-se observar que se $q = 0$, então o parâmetro GARCH do modelo (β_j) se extingue e o que resta é um modelo ARCH(p).

Por conseguinte, o que se constata, ao explorar a extensa bibliografia sobre os modelos econométricos de volatilidade condicional, é que desde o trabalho de Engle, em 1982, e Bollerslev, em 1986, diversos modelos surgiram a partir do ARCH/GARCH, como: IGARCH, AARCH, ARCH-M, APARCH, FIEGARCH, STARCH, SWARCH, MARCH, NARCH, SNPARCH, SPARCH, SQGARCH, CESGARCH, FIGARCH, FIAPARCH, Component ARCH, Asymmetric Component ARCH, Taylor-Schwert, Student-t-ARCH, GED-ARCH, entre outros. Esses modelos reconhecem características de séries financeiras como caudas pesadas, não linearidade, assimetria, memória longa, propriedades de volatilidade e não-normalidade podem ser importantes; e também buscam abordar o problema das distribuições paramétricas e não-paramétricas (ENGLE, 2004).

2.1 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

Nesta seção, apresentam-se alguns principais resultados e metodologias empíricas nacionais que estudaram a bolsa de valores de São Paulo. Foram selecionados 11 trabalhos em ordem cronológica.

Morais e Portugal (1999) iniciam as discussões sobre volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo, separando a análise em três períodos complicados da década de 1990, do ponto de vista internacional: crise do México, crise asiática e moratória russa.

Os autores utilizam modelos determinísticos e estocásticos e indicaram que os melhores modelos nos três períodos foram GARCH (1,1) e EGARCH (1,1). Na análise entre os dois modelos, não houve diferença significativa entre eles. Em termos de volatilidade, verificou-se, empiricamente, que períodos anteriores à crise efetivamente apresentavam volatilidade menor do que nos momentos das crises referidas acima.

Mota e Fernandes (2004) avaliaram o desempenho de diferentes métodos de extração da volatilidade da IBOVESPA tendo como referência a volatilidade encontrada no período de 01/08/1994 a 24/10/2001. Os autores propuseram análises de duas amostras – a primeira de 01/08/1994 a 03/04/1998 e a segunda de 06/04/1998 a 24/10/2001. Como resultado da comparação entre os modelos da classe GARCH e modelos alternativos, os autores encontraram que os estimadores alternativos são tão precisos quanto os modelos do tipo GARCH e menos trabalhosos em termos computacionais.

Angelidis et al (2004) avaliaram a capacidade preditiva de três modelos da família ARCH levando em conta três distribuições de probabilidade estatística – Normol (Nor), *t* student (Std) e (Generalizado do Erro) Ged. No período entre 08/1987 a 10/2002. Os principais resultados encontrados são divergentes quanto ao melhor modelo, isto é, a volatilidade com distribuição Sstd (*Skew Student-t Distribution*) e Std (*Student-t Distribution*) foram ligeiramente superiores aos normalmente distribuídos para previsões e ajustes de risco.

Posteriormente, Gaio *et al.* (2007) modelou os retornos do Índice de 2000 a 2005, encontrando a melhor especificação da volatilidade em EGARCH (1,1), segundo o critério de Akaike (AIC) e $\ln(L)$, sinalizando para presença do efeito

alavancagem e para a persistência da volatilidade sobre a série no período. Adicionalmente, o autor ressalta que a mudança de governo em 2002 trouxe choques negativos sobre a volatilidade.

Em outro trabalho, Gaio e Sáfadi (2008) analisam a volatilidade dos retornos do Índice Bovespa, no período de 2000 a 2005, utilizando modelos de memória longa. Os autores encontraram que a série de retornos apresentava memória longa em sua volatilidade no período, caracterizando-se por FIEEGARCH (1,1) com distribuição G.E.D. (*Generalized Error Distribution*) como o que melhor se ajusta à série, de ponto de vista preditivo.

Jubert, R. W *et al.*, (2008) analisaram o padrão da volatilidade dos índices de ações do mercado brasileiro, no período 2006-2007. Sobretudo, o risco-retorno do Índice Bovespa e os índices setoriais: Índice de Energia Elétrica (IEE), Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE), Índice do Setor Industrial (INDX) e o Índice de Telecomunicações (ITEL). Através do modelo ARCH e suas variantes GARCH, TARARCH e EGARCH. Como resultado, os autores constataram que em todos os índices analisados, os modelos estimados mostraram que o movimento do mercado no dia anterior influencia a volatilidade corrente. Os modelos assimétricos evidenciaram o efeito alavancagem em que os retornos negativos estão mais associados aos clusters de volatilidade, ou seja, choques negativos causam maior instabilidade no mercado de ações.

Jubert *et al.*, (2009) traz a discussão sobre as melhores formas de modelar o Ibovespa e seus índices setoriais pré-crise do *subprime* (2007-2008), analisando a volatilidade e seu padrão de simetria perante choques externos. O autor utiliza os modelos GARCH, TARARCH e EGARCH, os quais evidenciaram o efeito alavancagem no período estudado nos índices setoriais e no Ibovespa. Todos os modelos foram melhor ajustados para o movimento no dia anterior ($t - 1$). Além disso, o autor compara as estimativas dos coeficientes entre os modelos simétricos (GARCH) e assimétricos (TARARCH e EGARCH), indicando que, empiricamente, as estimativas são razoavelmente similares.

Especificamente sobre a crise do *subprime*, Righi e Ceretta (2013) estudaram o comportamento da volatilidade na última década e levantaram a hipótese de transmissão internacional de volatilidade sobre o Ibovespa. Utilizando um GARCH bivariado entre o mercado americano, argentino, mexicano e chinês, os autores chamam atenção para mudança no sinal da

direção da transmissão com o Brasil tendo maior influência sobre os outros mercados, e ressalta que a relação é menos assimétrica que anteriormente a crise. A hipótese levantada pelo trabalho é de que isso é resultado da maior resiliência de curto prazo que o mercado brasileiro observou no período pós-crise, diante das medidas anticíclicas tomadas pelo governo.

Outra análise relevante para explicar a volatilidade de dois dos principais papéis inseridos no IBOVESPA foi a que Da Silva (2009) fez ao examinar o processo do retorno das ações preferenciais da Petrobras e da Vale entre 03/06/2000 e 11/08/2008, testando as reações de persistências e assimetrias na volatilidade dos retornos. Utilizando modelos heterocedásticos, o autor encontrou evidências de que os choques negativos e positivos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade dos retornos. Comprovado por meio de modelo EGARCH (1,1) e TARARCH (1,1). E, por fim, com base no critério de raiz do erro quadrático médio (REQM), o autor escolheu EGARCH (1,1) como melhor modelo de previsão da volatilidade das ações da Petrobras e da Vale.

De modo geral, em termos metodológicos, prevalecem nos trabalhos anteriores os modelos de ordem baixa e assimétricos, apesar de algumas evidências que as estimativas entre os modelos simétricos e assimétricos são parecidas. Em termos analíticos, percebe-se que eventos externos, como crises internacionais, normalmente apresentam impactos diretos sobre a volatilidade do Índice, o que é esperado diante de um mercado financeiro nacional aberto.

Amaro e Ceretta (2016) estudaram os países do BRICS, comparando a capacidade preditiva de diversos modelos para a volatilidade, no período de 02/2001 a 12/2015. Os resultados mostraram que não há uma resposta quanto a um modelo único e ideal para ser utilizado na mensuração de risco, de forma generalizada, para todos os mercados de capitais avaliados.

Conte e Ceretta (2019) investigaram a aplicação de um novo fator – a volatilidade idiossincrática – se poderia ter a capacidade de aprimorar a explicação dos retornos precificáveis no mercado de capitais brasileiro. No período entre 2007 e 2017. Por meio do modelo o CAPM Fama & French, o CAPM com a volatilidade de mercado e o CAPM com a volatilidade idiossincrática, e assim comparar sua capacidade e explicação. Além disso, foram incluídos momentos superiores como fatores sistêmicos de controle dos modelos, e comparar a capacidade de explicação da volatilidade modelada pelo

GARCH e pelo GAS separadamente. Com montagem de 6 carteiras pelos critérios *book-to-market* e tamanho das empresas. Os resultados empíricos mostraram que a inclusão da volatilidade aprimora a explicação do modelo CAPM Fama & French, fato evidenciado pelo sensível acréscimo do R^2 ajustado das regressões. Além disso, notaram-se que a volatilidade, quando significativa, teve relação oposta com o retorno. Além disso, as volatilidades modeladas pelo GARCH tiveram desempenho superior em 5 das 6 carteiras propostas ao ser comparada quando modelada pelo GAS. Quando comparadas, notou-se que a volatilidade idiossincrática explicou mais os retornos do que com a adição da volatilidade de mercado, indicando que as informações da montagem de portfólios e suas oscilações de retornos individuais parecem ser mais importantes que o movimento do mercado como um todo, um resultado que se torna relevante tanto para hedge (estratégia que busca reduzir o risco de variação de um investimento) quanto para a busca de maximização de retornos pelos investidores.

3 MATERIAS E MÉTODOS

O Índice Bovespa ou IBOVESPA é um indicador representativo de uma carteira teórica das ações mais negociadas na Bolsa e, de modo geral, consegue captar o comportamento médio das cotações diárias na Bovespa. Os dados do IBOVESPA foram coletados no próprio site do BMF Bovespa (https://www.b3.com.br/pt_br/) com recorte temporal de 02/01/2001 a 29/12/2022, totalizando uma amostra de 5477 observações de periodicidade diária¹.

3.1 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA QUANTITATIVA

Para o procedimento quantitativo dos modelos especificados acima, primeiramente, define-se a volatilidade a partir do retorno diário do logaritmo da série temporal (X). Logo, o retorno (r_t) pode ser escrito como:

$$r_t = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1}) \quad (3.0)$$

Após estimado a série de retornos, é necessário verificar a sua estacionariedade. Os testes de raiz unitária a serem realizados neste trabalho são propostos por Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988). O teste ADF (*Aumented Dickey-Fuller*) é dado por:

$$\Delta Y = \alpha + \beta_t t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \delta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

em que ΔY é operador de diferenças temporais de Y , β_t é o coeficiente de tendência do modelo, γ é coeficiente da presença de raiz unitária, $\sum_{i=1}^m \delta_i \Delta Y_{t-1}$ são as defasagens incluídas no modelo e ε_t é o termo aleatório.

O teste de Phillips-Perron considera a mesma regressão e é uma generalização do teste de Dickey-Fuller quando os erros são heterocedásticos. Em ambos os testes, a hipótese nula é de que a série é estacionária, ou seja, não apresenta raiz unitária. H_0 = estacionária.

Vale ressaltar que os retornos diários foram definidos como o logaritmo natural da variação diária do IBOVESPA, conforme Moraes e Portugal (1999) e

¹ OBS: Vale notar que a amostra é sujeita a disponibilidade de dados, além disso nós fim de semana os dados não são disponíveis. Por essa razão temos 5477 em vez de 8030.

Gaio *et al.*, (2007), por isso, o termo *log* retorno. Além disso, tal indicador permite analisar a variação do indicador e não seu patamar, desta forma, normalmente essa série é estacionária.

A fim de entender as dependências temporais presentes na série, é necessário fazer o uso de especificações de modelos ARMA, ou seja, um processo autorregressivo de médias móveis. Como a literatura destes é bastante vasta, esta seção se limitará a apresentação do modelo geral, o que será especificado diretamente ao IBOVSPA na seção Análise e Discussão dos Resultados. Um ARMA (p, q) pode ser escrito como:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}, \quad (3.2)$$

em que φ_i são os parâmetros associados à especificação autorregressiva (y_{t-1}) e θ_j são os parâmetros associados às medias móveis dos erros no passado (ε_{t-1}).

Para identificar e definir o modelo mais parcimonioso dentre os estimados, pode-se adotar a análise das Funções de Autocorrelação (FAC) e de Autocorrelação Parcial (FACP) e o uso de critérios de parcimônia como o Critério de informação Akaike (AIC), que podem ser definidos como:

$$AIC(p, q) = \ln \sigma_{p,q}^2 + \frac{2(p+q)}{T}, \quad (3.3)$$

no qual $\sigma_{p,q}^2$ é o estimador de máxima verossimilhança de σ^2 e T as observações da série analisada e, “p” e “q” sinalizam as defasagens em função da FAC e FACP. Por fim é com base nos indicadores acima, será possível selecionar o modelo estimado mais adequado para realizar as estimações da série.

Antes de estimar os modelos da classe GARCH, é necessário observar a presença de heterocedasticidade condicional autorregressiva nos resíduos do modelo. Para tal, pode-se utilizar dois testes: (i) Teste de multiplicador de lagrange (ML) de Enggle e o (ii) Teste de Box-Pierce-Ljung para X_t^2 .

Engle (1982) propôs o teste ARCH-LM para identificar se a covariância condicional é ou não constante na série. Considerando a regressão abaixo:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + u_t, \quad (3.4)$$

pode-se definir um teste ARCH-LM em que:

$$TR^2 \xrightarrow{d} \chi_p^2, \quad (3.5)$$

onde R^2 é o coeficiente de determinação da equação (3.4).

Se os coeficientes, em conjunto, forem próximos de zero, o R^2 terá baixo poder explicativo. A hipótese nula apontada nesse teste é de que os resíduos da série são homocedásticos, isto quer dizer, não há a presença do modelo ARCH (BUENO, 2011).

A estatística de Ljung-Box (1979), Q , também serve para testar a presença de heterocedasticidade condicional; sua hipótese nula é que a soma das autocorrelações é estatisticamente diferente de zero. Isto é:

$$H_0 = \sum_{j=1}^n \rho^j = 0 \times H_A: \rho^j \neq 0, \text{ para algum } j,$$

em que:

$$Q = T(T + 2) \sum_{j=1}^n \frac{\rho^2 j}{T - j} \xrightarrow{d} \chi_n^2. \quad (3.6)$$

onde ρ^2 é a autocorrelação estimada da série no lag k , e n é o número de lags que está sendo testado.

Para selecionar o melhor modelo após análise estatística, são utilizadas medidas de qualidade relativa, critérios de informação de Akaike (AIC) e Critério de Informação Bayesiano (BIC), pois permitem considerar o ajuste e a quantidade de termos no modelo.

4 ANÁLISE E DISCUÇÃO DOS RESULTADOS

A análise da Figura 1 mostra que o índice segue uma trajetória de crescimento até o segundo semestre de 2008, períodos de maior variabilidade no momento da crise do *subprime*, dadas as incertezas do cenário internacional². Posteriormente, há alguns períodos curtos de maior variabilidade, porém, de menor magnitude, se comparados com o período analisado anteriormente. A partir do primeiro trimestre de 2020, com a propagação da COVID-19, o Índice volta a apresentar forte queda, como pode ser percebido na Figura 2.

Figure 1 - Índice Bovespa (2001-2022)

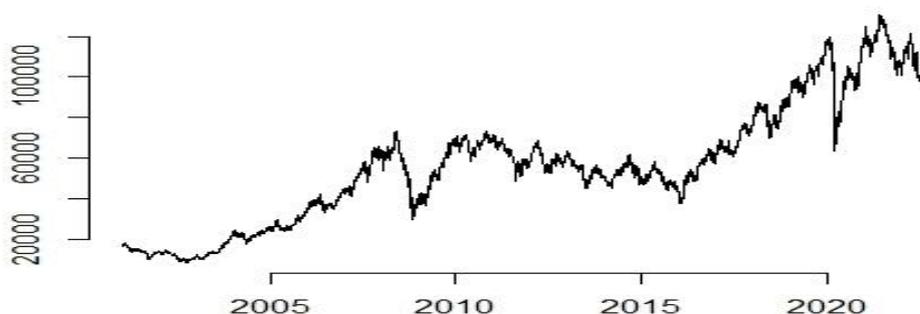
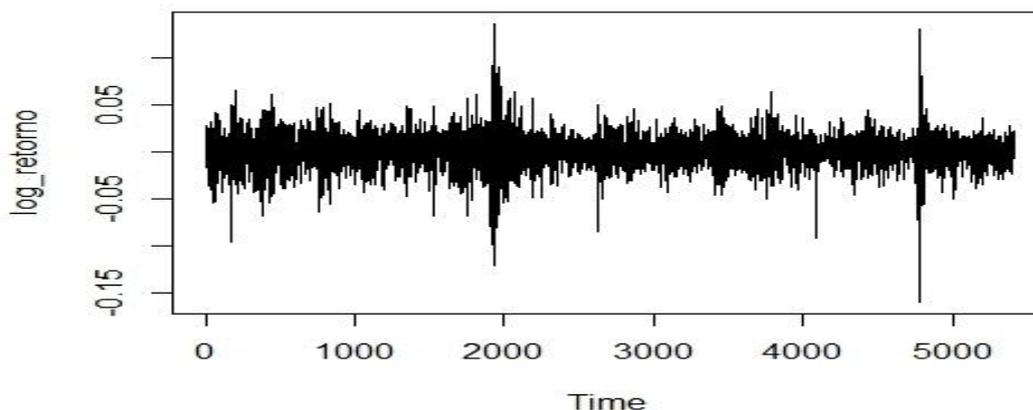


Figure 2 - Retornos diários (log_retorno) do Índice Bovespa (2001-2022)



Fonte: BMF Bovespa. Elaboração a partir de dados do *R Studio*.

² Nesse sentido, Chaine (2011) levanta e confirma a hipótese de contágio entre os mercados financeiros do Brasil e dos EUA

Na Tabela 1, o valor estimado acima de 3 para o coeficiente de curtose aponta para a característica leptocúrtica dos retornos diários da Ibovespa (dispersão afunilada em relação à distribuição normal). A leptocurtose também pode ser observada no histograma (Figura 3).

Além disso, o teste de normalidade dos resíduos proposto por Jarque e Bera (1987) sugere que a série não apresenta distribuição normal, uma vez que o p-valor do teste é menor que 1%. Portanto, o excesso de curtose e a consequente rejeição da normalidade na série já eram esperadas numa série financeira como o Ibovespa, uma vez que indicam para alguns dos fatos estilizados comuns nessas séries. A medida de assimetria do retorno da série identificou que as distribuições são assimétricas à esquerda, devido ao valor negativo.

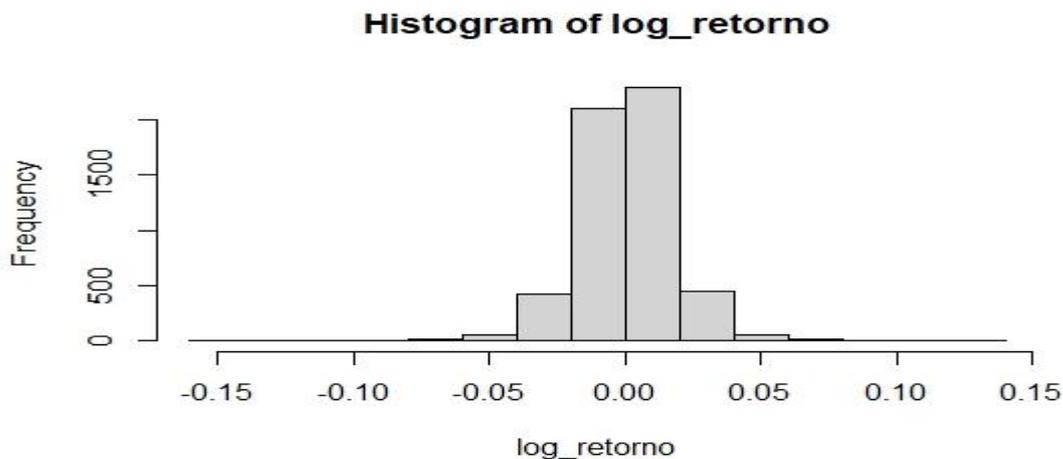
Na Figura 3 temos o histograma dos retornos diário, no qual se vê a presença de valores afastados da parte central da distribuição (caudas longas)

Tabela 1 - Estatísticas descritivas para IBOVESPA e para os retornos diários

Estatística	IBOVESPA	Retornos diários
Média	56.646	0,00035
Mediana	55.374	0,00067
Máximo	130.776	0,13679
Mínimo	8.370	-0,15993
1°Quartil	36.630	-0,00885
3°Quartil	69.579	0,01028
Desvio padrão incondicional	29.667,05	0,01759
Assimetria	0,3872	-0,39703
Coeficiente de curtose	-0,4409	7,12052
Jarque-Bera	178,84	11.724
p-valor	<0,001	<0,001

Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do *R Studio*.

Figure 3 - Histograma da distribuição dos retornos diários (log_retorno)



Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do R Studio.

Segundo Campbell, Lo e Mckinlay (1997) os retornos têm uma distribuição mais pesada nas áreas de cauda do que seria previsto por uma distribuição normal, porque os ativos têm dependência limitada, então os retornos em um período $t - 1$ podem ter uma distribuição normal, mas os retornos da série não poderão ser normalmente distribuídos. Essa característica leva a um excesso de curtose, como pode ser observado na Tabela 2.

Um dos primeiros passos na análise de séries temporais é a verificação da estacionariedade da série. Casos não sejam estacionárias, deve-se realizar algum procedimento para torná-las estacionárias. Em geral, aplica-se a primeira diferença nas mesmas, dado que a maioria das séries econômicas são integradas de primeira ordem.

De acordo com a Tabela 2, pode se afirmar que a série analisada é integrada na primeira ordem. Por meio dos testes propostos por Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988) a série de retornos do IBOVESPA não apresenta raiz unitária, uma vez que nos dois testes há a rejeição da hipótese nula (não estacionariedade) para os valores a 1%, 5% e 10% de significância; não rejeitando-se a hipótese nula e concluindo que a série de retorno é estacionária a 10%.

Tabela 2 - Testes de estacionariedade do retorno do IBOVESPA

Testes	Valor	P-valor
ADF	-76,605	0,01
PP	-76,759	0,01

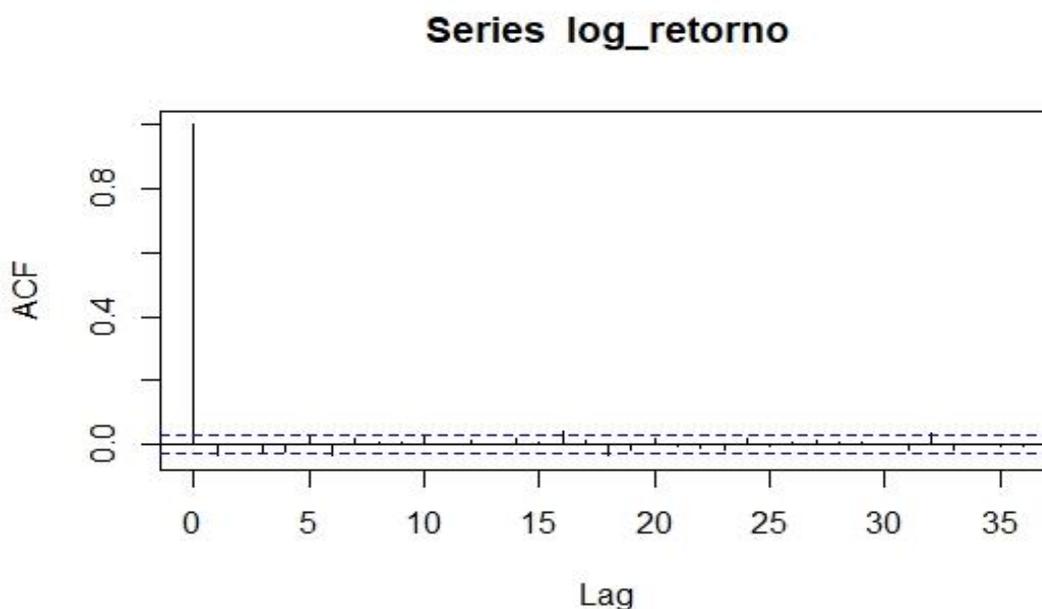
Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do RStudio.

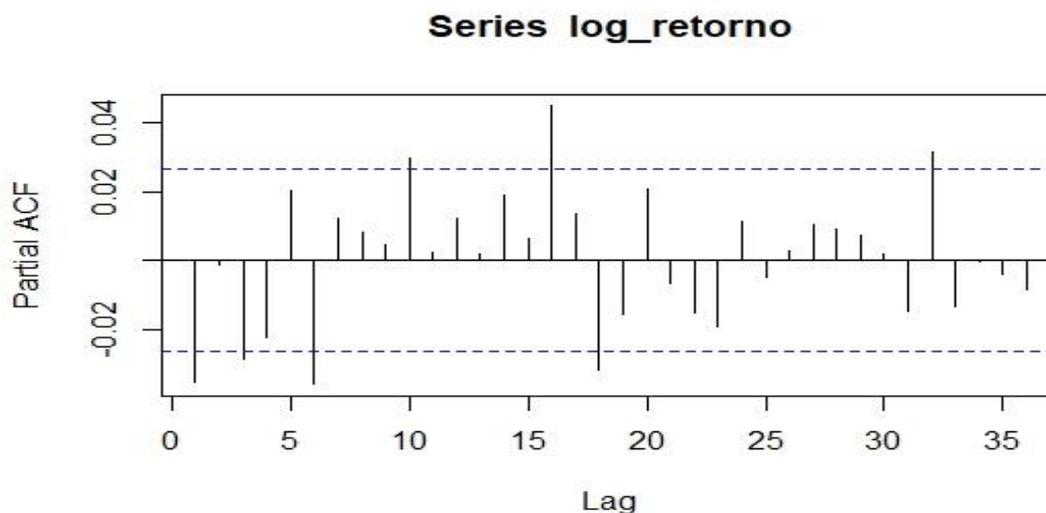
Valores críticos para os testes: 1%, -2,58; 5%, -1,95; 10%, -1,62.

Com a série estacionária, buscou-se determinar empiricamente o melhor modelo ARMA para a série. Assim como o trabalho de Gaio *et al.*, (2007), ajustou-se o modelo AR (1). Esse modelo também se apresenta como o melhor de acordo com o Critério de Akaike (AIC).

Como uma forma alternativa, as Funções de Autocorrelação (FAC) e de Autocorrelação Parcial (FACP) também indicam para a especificação AR (1).

Figure 4 - FAC e FACP para a variável retornos diários (log_retorno)





Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do R Studio.

O teste ARCH-LM foi proposto por Engle (1982), com intuito de identificar a presença de efeitos ARCH numa série de resíduos do modelo autorregressivo. A hipótese nula apontada nesse teste é de que os resíduos da série são homocedásticos, ou seja, não apresentam efeitos ARCH. A hipótese alternativa (H_1): os resíduos são heterocedásticos. As hipóteses para o teste Ljung-Box são as seguintes: Hipótese nula (H_0): os resíduos são independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*), ou seja, independência dos retornos. A hipótese alternativa (H_1): os resíduos não são *i.i.d.*

Como pode ser visto na Tabela 3, para todas as defasagens estimadas, o teste ARCH-LM e Ljung-Box sugere a rejeição da hipótese nula para os resíduos de AR (1) à 1% e, logo, há efeitos ARCH sobre tal série de resíduos do modelo autorregressivo de primeira ordem.

Tabela 3- Testes sobre os resíduos

Teste	ARCH-LM		Ljung-Box	
	Estatística/Qui-quadrado	valor-p	Estatística/Qui-quadrado	valor-p
Lags 1	592,99	<0,001	6,7795	0,009221
Lags 5	1.422,4	<0,001	15,31	0,009117
Lags 10	1.479,8	<0,001	30,33	0,000756

Fonte: elaboração própria.

Após a confirmação da heterocedasticidade condicional no modelo, foram estimados vários modelos da classe GARCH para identificação dos modelos estatisticamente significativos, considerando a teoria apresentada no segundo capítulo e os outros trabalhos sobre o Ibovespa.

4.1 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS GARCH (1,1) – sGARCH (1,1) – GJR-GARCH (1,1) - EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1).

Vale mencionar que se optou pela distribuição t de *Student* para estimar os modelos pois há evidência de que os dados seguem uma distribuição com *fatty tails* (caudas gordas/longas) como anteriormente demonstrado na Figura 3.

Segundo Morettin e Tolo (2006), a identificação da ordem de um modelo da classe GARCH geralmente é difícil, sendo recomendado que se utilize modelos de baixa ordem. Seguindo isso e selecionando as especificações estatisticamente significantes dos modelos, temos selecionados os modelos GARCH(1,1), sGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e TGARCH(1,1).

Na Tabela 4, primeiramente, todos os parâmetros dos modelos selecionados são estatisticamente significativos ao nível de 1%, possibilitando uma boa estimativa nos modelos e uma análise consistente da volatilidade do IBOVESPA e dos impactos de choques externos. Observa-se que os modelos mais indicados são de ordem 1, o que seria esperado, haja vista os trabalhos levantados no segundo capítulo deste trabalho. Esse fato aponta que o entendimento da volatilidade do IBOVESPA depende somente do momento anterior ($t-1$). Além disso, percebe-se que os coeficientes são relativamente parecidos nos modelos simétricos e assimétricos.

Em relação ao modelo simétrico, os coeficientes do modelo GARCH (1,1) sugerem que há uma considerável persistência de choques na volatilidade e do retorno passado sobre os períodos posteriores, uma vez que o somatório dos parâmetros $Alpha(\alpha_1)=0,068$ e $Beta(\beta_1) = 0,9115 = (\sim 0,98)$ fica muito próximo a 1. Nesse sentido, admite-se que 91% da volatilidade do dia anterior permanece no dia seguinte.

No modelo simétrico sGARCH (1,1), observa-se que a estimativa de $Alpha(\alpha_1) = 0,07466$ e $Beta(\beta_1) = 0,90007 = (\sim 0,98)$, com a soma deles também próximo a 1, pode-se concluir que a volatilidade é muito persistente e

perto de ser não estacionário. Corroborando com o resultado do modelo anterior. Além disso, o modelo revelou que os choques negativos e positivos afetam de forma semelhante os retornos do índice.

Por outro lado, foram captados os efeitos *leverage* pelo coeficiente γ , nos modelos EGARCH e GJR-GARCH, sendo que no primeiro deve ser negativo e no segundo positivo. Para GJR-GARCH (1,1) nota-se que os parâmetros também possuem significância estatística a (1%). O parâmetro γ_1 (*Gamma*) corrobora o fato da existência de assimetria, que pode ser captada pelo modelo. Dado que o parâmetro *gamma* é positivo (0,09622), isso significa que uma má notícia tem um impacto maior do que uma boa notícia. Em termo matemático, a persistência da volatilidade é obtida pela seguinte equação:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \frac{\gamma_1}{2}; \text{ isso é: } 0,019184 + 0,901422 + \frac{0,096226}{2} = 0,9687 \approx (0,97) \sim 1$$

Para a confirmação do “efeito alavancagem”, foram testadas mais dois modelos. Primeiramente, o coeficiente *Gamma* (γ_1) = 0,1279 do modelo EGARCH (1,1) mostra-se estatisticamente consistente a 1%, ou seja, há efeitos assimétricos em choque positivos e negativos. No entanto, por ser positivo, não sugere efeito de alavancagem. Além disso, o sinal do termo *Alpha* $\alpha_1 = -0,0756$ é negativo, ou seja, não revela aglomeração/persistência da volatilidade.

De acordo com a teoria, o valor esperado de γ_1 deveria ser negativo, sugerindo que os choques negativos são acompanhados de volatilidades mais altas e, o termo α_1 deveria ser positivo para sugerir aglomeração/persistência da volatilidade.

Nos parâmetros estimados no modelo TGARCH (1,1), o coeficiente *Gamma* $\gamma_1 = 0,5298$ é positivo e estatisticamente diferente de 0. Isso também sugere que, além da assimetria, choques negativos geram período de volatilidade mais forte que choques positivos, portanto, revela o efeito alavancagem sobre a série nesse período.

Todos os modelos da classe GARCH analisados convergem para característica assimétrica da volatilidade, no entanto, divergem em relação ao efeito alavancagem. Nas propriedades de cada modelo, nota-se uma vantagem do modelo EGARCH, dado que pode haver coeficientes negativos e é, justamente, o sinal de um desses coeficientes que apontam para o efeito alavancagem. Ressalta-se também que o sinal do coeficiente γ_1 no modelo

TGARCH, EGARCH e GJR-GARCH são diferentes para indicar o efeito alavancagem, uma vez que, no modelo TGARCH e GJR-GARCH, o sinal deve ser positivo, enquanto, no EGARCH, o sinal esperado é negativo. A análise da construção do modelo ajuda a explicar a oposição e semelhança entre os modelos no que diz respeito à alavancagem.

Tabela 4 - Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH

Var. condicional	Equação	GARCH (1,1)	GJR-ARCH (1,1)	sGARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	TGARCH (1,1)
Ω		0,000006*** (4,955)	0,000008*** (28,9621)	0,000006** (2,258447)	-0,1917*** (-48,874)	0,00007*** (5,527)
α_1	ϵ_{t-1}^2	0,0682*** (9,382)	0,01913*** (5,7772)	0,068326*** (9,02108)		0,06394*** (7,833)
β_1	σ_{t-1}^2	0,9115*** (98,577)	0,9014*** (188,66)	0,91147*** (111,7513)		0,9175*** (100,253)
α_1	$\frac{ \epsilon_{t-1} }{\sigma_{t-1}}$				-0,0756*** (-9,5053)	
β_1	$\ln \sigma_{t-1}^2$				0,9770*** (1631)	
γ_1	$\frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$		0,096400*** (9,0528)		0,1298*** (13,365)	
γ_1	$d_{\epsilon_{t-k}} < 0 \epsilon_{t-k}$					0,5298*** (5,679)
Δ						1,4090*** (7,713)
Shape		9,8180*** (8,586)		9,786795*** (8,245067)	10,464 (8,8288)	1,0000 (8,713)

Fonte: elaboração própria. Estatística t entre parênteses. * Significância estatística a 1%, 5% e 10%. Nota: α é o coeficiente de reação da volatilidade; β é o coeficiente de persistência; γ é o coeficiente que capta o efeito assimétrica da volatilidade; Shape: grau de liberdade.

O presente trabalho nos permite sugerir que há uma elevada persistência das variáveis no passado sobre a atual volatilidade tendo em vista os altos coeficientes estimados nos cinco modelos, sobretudo para a volatilidade no passado. No entanto, os componentes de reação da volatilidade são baixos, devido aos valores (α) serem inferiores a 0,20. Ademais, os modelos convergem

para assimetria, contudo os modelos GJR-GARCH (1,1) e TGARCH (1,1) sugerem para efeito alavancagem, o que seria esperado numa série financeira.

O próximo passo consiste em selecionar o modelo estimado mais adequado para realizar a análise gráfica.

De acordo com os critérios de informação analisados, o modelo com melhor ajuste é o EGARCH (1,1), pois apresenta os menores valores de todos os critérios. Porém, não mostrou a efetividade do “efeito alavanca” na série do Ibovespa. No entanto, será feita a análise gráfica para comprovar se de fato existe ou não o efeito alavancagem. Caso contrário, será selecionado o modelo TGARCH (1,1) que apresentou todas as características esperadas para uma série financeira, além de apresentar critérios de seleção próximo ao do EGARCH.

Tabela 5 - Critérios de informação dos modelos selecionados

Modelo	Akaike	Baysiano
GARCH (1,1)	-5,5023	-5,4974
GJR-GARCH (1,1)	-5,4930	-5,4845
sGARCH (1,1)	-5,4789	-5,4689
EGARCH (1,1)	-5,5125*	-5,5039*
TARCH (1,1)	-5,5108	-5,5023

Fonte: dados da pesquisa. * representa o melhor modelo segundo cada critério. Nota: Critérios de seleção (AIC, BIC, SH, HQ): Quanto menor melhor; Log-verosimilhança: quanto maior melhor.

Em seguida foram plotados dois gráficos 6 e 7 com objetivo de mostrar que os resíduos são normalmente distribuídos. O pré-requisito para a série ser normal é que os pontos no gráfico *QQ-plots* (figura 6) estejam ao longo de uma linha reta, bem como a densidade dos resíduos sendo normalmente distribuída (linha azul – figura 7). Em ambos os casos, pode-se dizer que os resíduos são normalmente distribuídos. Embora os choques positivos e negativos estejam afastando os resíduos do retorno do IBOVESPA, ainda assim, os pontos estão na linha. Os resíduos padronizados (linha amarela) também configuram uma distribuição normal (com exceção de alguns outliers).

Figure 5 - resíduos do modelo EGARCH (1,1)

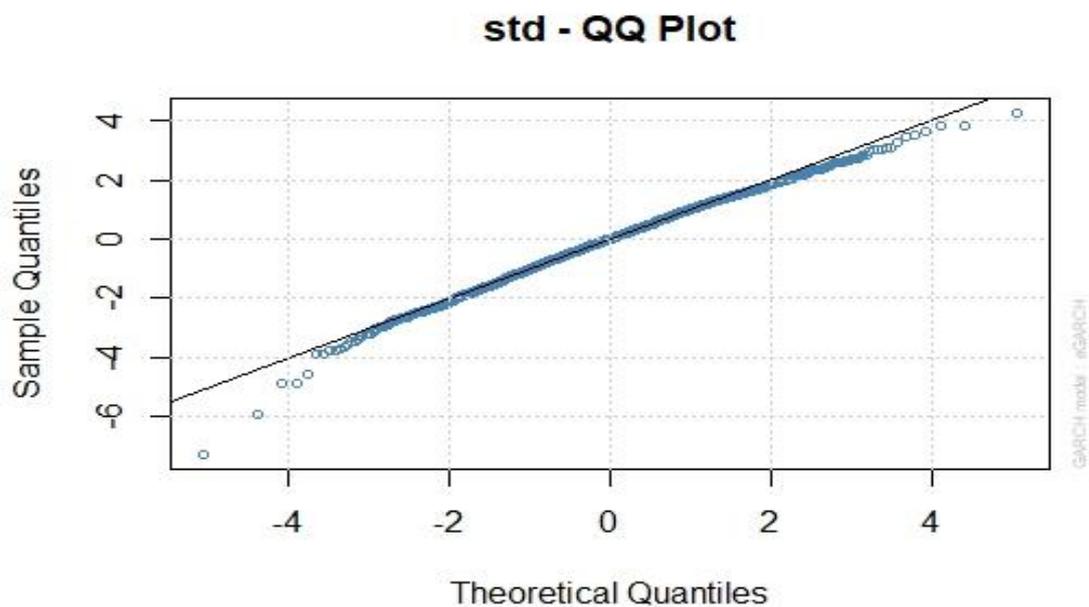
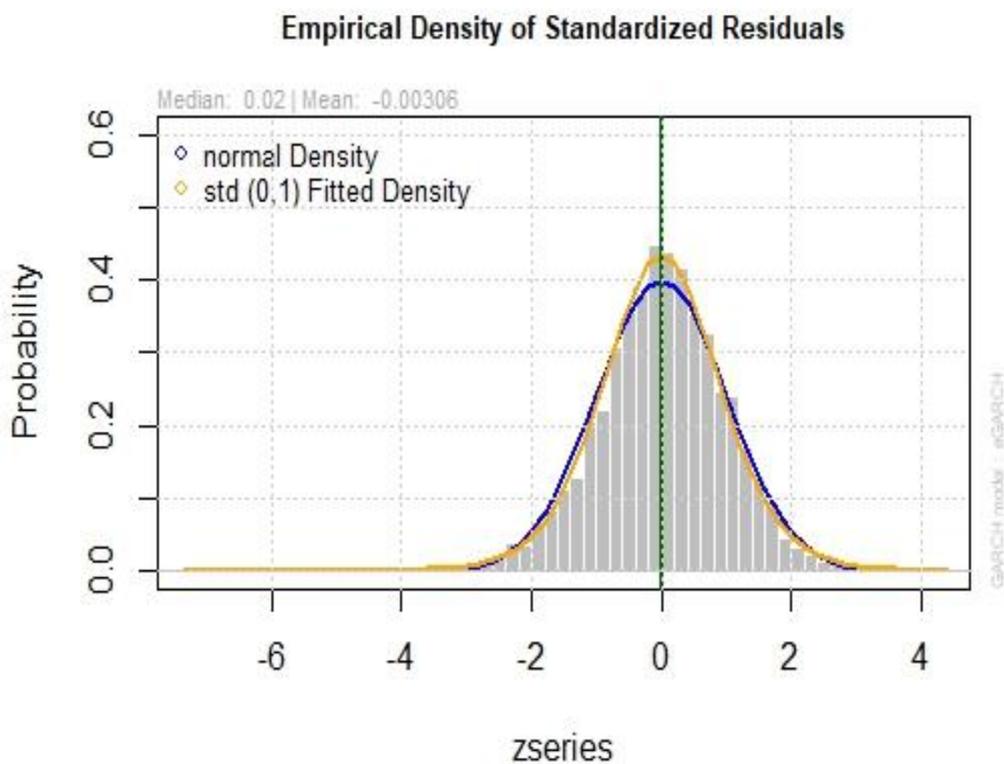


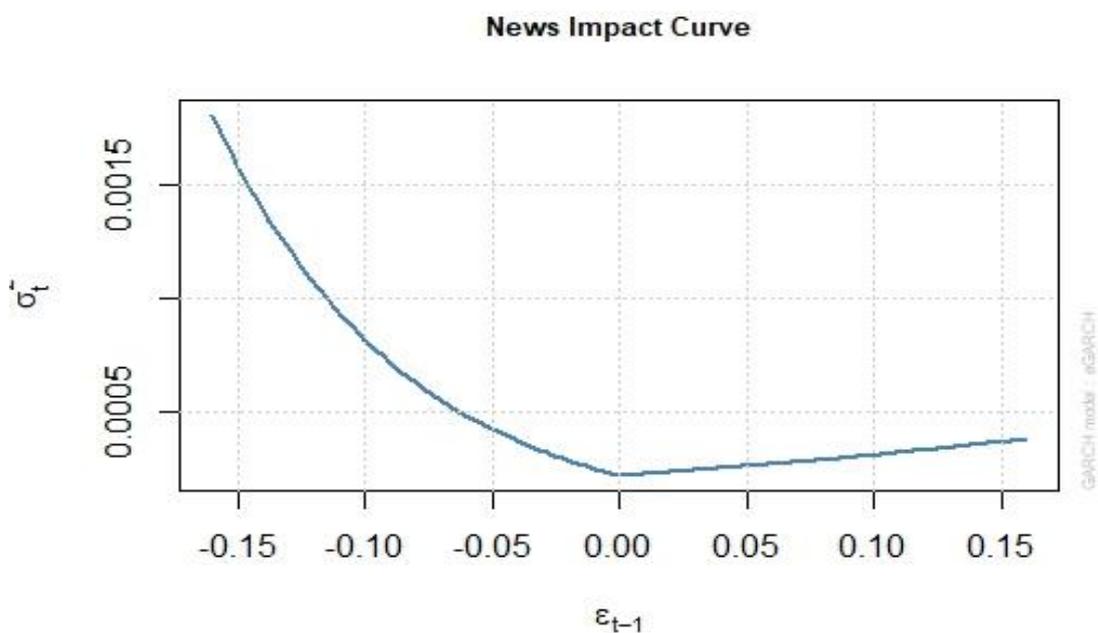
Figure 6 - densidade empírica de resíduos padronizados do modelo EGARCH (1,1)



Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do R Studio

O propósito do gráfico 7 é mostrar que as notícias têm impacto sobre o retorno do IBOVESPA, observa-se a forma exponencial negativa na distribuição da curva, o que não acontece na igual magnitude do lado positivo. Isso significa que há evidência de que choques negativos devido as más notícias que implicam em uma variância condicional do próximo período maior do que choques positivos devido a boas notícias da mesma extensão.

Figure 7 - Curva de impacto de notícias do modelo EGARCH (1,1)



Fonte: dados da pesquisa. Elaboração a partir de dados do R Studio.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, testamos o *cluster* de volatilidade do IBOVESPA aplicando modelos heterocedásticos condicionais autorregressivos generalizados (GARCH), modelos heterocedásticos condicionais autorregressivos generalizados Standard (sGARCH), modelos heterocedásticos generalizados de Glosten-Jagannathan-Runkle (GJR-GARCH), modelos heterocedásticos condicionais autorregressivos generalizados exponenciais (EGARCH) e modelos heterocedásticos condicionais autorregressivos generalizados de limite (TGARCH).

De acordo com os resultados, a série temporal do IBOVESPA não possui distribuição normal e há caudas longas. Os retornos diários logarítmicos naturais são séries estacionárias, além da característica assimétrica e leptocúrtica.

Ao Aplicar o modelo simétricos GARCH (1,1), notou-se que a equação de variância dos retornos logarítmicos naturais do IBOVESPA é significativa. Os coeficientes do efeito GARCH e sGARCH são estatisticamente significativos, o que é um sinal de que os *clusters* de variância condicional e volatilidade são altamente persistentes. Não há correlação serial nos resíduos e são homocedásticos, ou seja, não há efeito ARCH adicional.

Na modelagem da volatilidade dos modelos assimétricos percebeu-se semelhanças razoável nos parâmetros e de baixa ordem. Os modelos propostos, GJR-GARCH (1,1), EGARCH (1,1) e TARARCH (1,1), convergem para a presença de persistência da volatilidade passada em momentos posterior e para a presença de assimetria entre choques positivos e negativos, evidenciando que choques negativos são acompanhados de maiores períodos de volatilidade do que choques positivos. Visto que a volatilidade no mercado é susceptível a reações de persistência e assimetria, sugere-se que o índice tenha característica de memória longa, ou seja, os impactos, positivos ou negativos, são notados ao longo do tempo.

A pandemia do COVID-19 foi a primeira crise de saúde que desencadeou efeitos devastadores semelhantes aos testemunhados durante a crise financeira global, que foi sem dúvida a primeira grande crise financeira global desde a Grande Depressão de 1929-1932. A crise financeira do *subprime* se originou nos Estados Unidos em um segmento relativamente pequeno do mercado de

empréstimos, mas rapidamente se espalhou por praticamente todo o globo. Nesse sentido, se as lições devem ser aprendidas com a experiência passada, as evidências de vínculos entre mercados de longo e curto prazo constituem uma alerta, destacando a necessidade de medidas políticas para mitigar o contágio. Diante disso, sugere-se que os agentes, públicos e privados, tomem ações para melhor gerenciamento dos riscos exógenos ao mercado acionário, com intuito de mitigar tais fatores e diminuir a exposição à volatilidade, sobretudo, quando houver choques negativos sobre o índice.

Em pesquisas futuras, deve-se rastrear dados de principais canais de informações como Twitter, Facebook, Bloomberg, Sina-Weibo e plataformas convencionais mundiais e medir o grau de repasse das informações sobre os retornos da IBOVESPA, assim como a correlação entre as principais BOLSA das economias.

REFERÊNCIAS

- Boaventura de Sousa Santos. O futuro começa agora: Da pandemia à utopia, **BOITEMPO Jinkings Editores Associados**, 2021.
- BLACK, Fischer; SCHOLLES, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of political economy**, v. 81, n. 3, p. 637-654, 1973.
- BUENO, RL da S. **Econometria de Séries Temporais. São Paulo: Cengage Learning**, 2011.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.
- BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R.F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances. **Journal of Political Economy**, v. 96, n. 1, p. 116-131, 1988.
- CRYER, D, J.; CHAN, Sik, K. Time Serie Analysis With Application in R. **SPRINGER**, 2008
- CHAINED, M. Testando a hipótese de contágio entre o Índice Bovespa e o S&P500 ao longo da crise de 2008 com modelos multivariados de volatilidade. **Revista de Economia e Administração**, v. 10, n. 2, 2011.
- CONTE, Bruno Pereira; CERETTA, Paulo Sérgio. Análise dinâmica de volatilidade para os setores do mercado acionário brasileiro: uma aplicação do modelo MRS-GARCH. **RACE-Revista de Administração, Contabilidade e Economia**, v. 21, n. 1, p. 101-120, 2022.
- Ferguson, H, C.O sequestro da América: Como as corporações financeiras corromperam os Estados Unidos, 2013.
- DAVIS, R., ARMA-GARCH models applied to Exchange-Traded **Funds. Department of Mathematical Sciences. The University of Texas At El Paso, Texas, United States**, 2012.
- DA SILVA, Carlos Alberto Gonçalves. Modelagem de estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras: os casos da Petrobrás e Vale. **Cadernos do IME-Série Estatística**, v. 26, n. 1, p. 15, 2009.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366a, p. 427-431, 1979.

DUARTE, A.; HEIL, T.; PINHEIRO, M. Estimação da volatilidade de ativos e índices brasileiros. **Resenha BM&F**, v. 111, 1996.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 987-1007, 1982.

Engle, R., 2004. Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice, **The American Economic Review**, 94, 405 - 420

FILHO, A. L. F.; FERNANDES, CAC; BAIDYA, T. Medidas de Volatilidade para Opções. **XXV sbpo/sobrapo**, n. 1, p. 185-187, 1993.

GAIO, Luiz Eduardo et al. Análise da volatilidade do índice Bovespa: um estudo empírico utilizando modelos da classe ARCH. **Contextus–Revista Contemporânea de Economia e Gestão**, v. 5, n. 1, 2007.

GAIO, L. E.; SÁFADI, T. Memória longa na volatilidade do Índice BOVESPA: uma análise utilizando modelos da classe ARCH. **Revista de Economia e Administração**, 7. 2008.

GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN, R., & RUNKLE, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **The Journal of Finance**, 48, 1779-1801.

Hayashi, F. Econometrics. New Jersey: **Princeton University Press**. 2000.

JARQUE, C. M.; BERA, A. K. A test for normality of observations and regression residuals. **International Statistical Review/ Revue Internationale de Statistique**, p. 163-172, 1987.

Jubert, R. W., do Monte, P. A., Paixão, M. C. S., & de Lima, W. H. (2008). Um estudo do padrão de volatilidade dos principais índices financeiros do Bovespa: uma aplicação de modelos ARCH. **Contabilidade Gestão e Governança**, 11(1-2).

JUBERT, R. W. et al. Um estudo do padrão de volatilidade dos principais índices financeiros do Bovespa: uma aplicação de modelos ARCH. **Revista Contabilidade, Gestão e Governança**, v. 11, n. 1-2, 2009.

MORAIS, I. A. C.; PORTUGAL, M. S. Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para a série do Ibovespa. 1999.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. Análise de séries temporais. In: **Análise de séries temporais**. 2006.

MOTA, B. S.; FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na

bolsa de valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**, 58(3), 429-448. 2004.

PHILLIPS, P. C.B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*: **Journal of the Econometric Society**, p. 347-370, 1991.

RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Efeito da crise de 2007/2008 na transmissão internacional de volatilidade no mercado de capitais brasileiro. **REAd-Revista Eletrônica de Administração**, v. 19, n. 2, 2013.

SAKOWSKI, P.; TUROVTSEVA, A. **Verification of Investment Opportunities on the Cryptocurrency Market within the Markowitz Framework**, 2020.

SILVA, W. S.; SÁFADI, T.; CASTRO JÚNIOR, L. G. Uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 43, n. 1, p. 119-134, 2005.

ZAKOIAN, J. Threshold heteroskedastic models. **Journal of Economic Dynamics and control**, v. 18, n. 5, p. 931-955, 1994.