

Simulação e controle por Rastreador Linear Quadrático de um dirigível para operação em ambiente interno

Deniel Desconzi Moraes

Archer Aviation Brasil
São Paulo, SP, Brasil
d.desconzi@gmail.com

André Luís da Silva

Dept. Engenharia Mecânica, UFSM
Santa Maria, RS, Brasil
andre.silva@ufsm.br

Lucas Vizzotto Bellinaso

Dept. Processamento de Energia Elétrica, UFSM
Santa Maria, RS, Brasil
lucas@gepoc.ufsm.br

Resumo—Dirigíveis são aeronaves mais leves do que o ar com características de alta estabilidade, autonomia e baixo custo, podendo ser utilizadas em operações de ambientes internos, como filmagem aérea. Este trabalho apresenta um sistema de guiamento e controle para um dirigível com três propulsores fixos. Primeiramente, um modelo dinâmico com seis graus de liberdade é introduzido, sendo parametrizado de acordo com as dimensões físicas de uma aeronave considerada referência para dirigíveis de pequeno porte. Uma lei de controle é obtida para o modelo linearizado e invariante no tempo do sistema, sendo sintetizado, a partir deste, um controlador rastreador linear quadrático. É avaliada a resposta em malha fechada do sistema linearizado para diferentes condições, a partir do mapa de polos e zeros do sistema. Foram feitas algumas simulações para condições arbitrárias capazes de avaliar o desempenho do controlador. Essas análises permitem observar as potencialidades do sistema e indicar trabalhos futuros.

Index Terms—Controle; Dirigíveis; Indoor; LQT; Simulação.

I. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, aeronaves mais leves que o ar estão novamente recebendo o interesse da comunidade aeroespacial ao redor do mundo. A modernização e utilização dos dirigíveis já ocorre em diversos campos comerciais, científicos e militares. Esses veículos se sobressaem em situações que exigem alta estabilidade, autonomia e baixo custo [1]. Tendo em vista essas características, um dirigível é uma plataforma adequada para filmagem aérea em ambientes internos.

O design clássico do dirigível consiste em um envelope axisimétrico, em forma de lágrima, com uma gondola suspensa e aletas na cauda para estabilidade [2]. Sendo assim, pode-se modelar o envelope dessa aeronave como duas meias elipsoides axissimétricas. Onde ambas metades possuem o mesmo semieixo menor, b , mas diferentes semieixos principais, a_1 e a_2 . A essa configuração de envelope da-se o nome de duplo elipsoide.

O dirigível duplo elipsoide é uma planta do tipo MIMO (Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas) e seu problema de controle possui um grau de complexidade derivado das características padrão de dirigíveis, estudadas por [3], uma dessas características é o comportamento de fase não mínima nas respostas da altitude e ângulo de arfagem na atuação do

profundor. Ainda, em baixas velocidades o dirigível não responde à atuação de suas superfícies de controle aerodinâmicas, limitando as entradas de controle àquelas feitas pelos motores.

O problema descrito já foi explorado algumas vezes na literatura. Soluções de controle clássico são dadas em [2] e [4], estes utilizam controladores PD e PID para controle de um dirigível robótico semi-autônomo, já aqueles utilizam modelos linearizados das dinâmicas de malha aberta de um dirigível de altas altitudes para desenvolvimento de controladores SISO clássicos para rastreamento das variáveis de interesse da aeronave. Soluções de controle moderno foram propostas por [5] e [6], este utiliza técnicas de controle ótimo por Regulador Linear Quadrático (LQR) e síntese multiobjetivo em um modelo linearizado como solução para um dirigível de desminagem, já aqueles utilizam algoritmos adaptativos do tipo *backstepping* como solução de controle não linear para um dirigível autônomo de pequeno porte. Ainda, há possibilidade de aplicações de técnicas de controle robusto como H_∞ e síntese μ como solução de controle para o dirigível clássico.

Para este trabalho, busca-se controlar o dirigível duplo elipsoide por meio de um controlador do tipo Rastreador Linear Quadrático (LQT). Esse controlador foi escolhido por permitir a formulação para sistemas de de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), e possibilitar a obtenção de erro nulo em regime permanente para as referências fornecidas pelo sistema de guiamento. O ganho K do controlador é calculado ao resolver o problema do LQR para uma planta com dinâmica aumentada com integradores dos erros das variáveis de que se deseja rastrear: u , ψ e H , isto é, velocidade linear no eixo longitudinal, ângulo de guinada e altitude absoluta, respectivamente. A planta possui três motores, onde a tração em cada motor é uma variável de controle, totalizando três entradas de controle T_1 , T_2 e T_3 , ou tração no motor direito, tração no motor esquerdo e tração no motor central, respectivamente.

II. MODELO DINÂMICO DO DIRIGÍVEL

A aeronave dirigível considerada é dotada de dois propulsores iguais, sem vetorização e operação com acionamento diferencial, constituídos de um motor elétrico dotado de hélice. Ambos estão orientados na direção do eixo longitudinal da aeronave com distância de um metro entre eles e de 1.12 metro no eixo vertical.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento e Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001”.

Tabela I: Dimensões principais do dirigível

Parâmetro	Descrição [Unidade]	Valor
a_1	Semieixo longitudinal menor do envelope [m]	2,17
a_2	Semi eixo longitudinal maior do envelope [m]	4,53
b	Raio máximo do envelope [m]	1,12
r_x	Componente do centro de gravidade em x [m]	0,18
r_y	Componente do centro de gravidade em y [m]	0,00
r_z	Componente do centro de gravidade em z [m]	0,74
b_x	Componente do centro de empuxo em x [m]	-0,165
b_y	Componente do centro de empuxo em y [m]	0,00
b_z	Componente do centro de empuxo em z [m]	0,00
m	Massa total do dirigível [kg]	21,49
I_x	Momentos de inércia referente ao eixo x [kg.m ²]	25,26
I_y	Momentos de inércia referente ao eixo y [kg.m ²]	50,29
I_z	Momentos de inércia referente ao eixo z [kg.m ²]	31,33
I_{xz}	Produto de inércia referente ao Oy [kg.m ²]	0,16

O dirigível ainda conta com um terceiro motor igual aos propulsores anteriores, mas apontado para baixo, sendo estes os atuadores da aeronave.

As entradas de controle, em malha aberta, consistem nas trações dos propulsores. Os propulsores podem produzir uma tração de 15,2 N no sentido avante e 13,2 N no sentido reverso. Os atuadores de propulsão foram modelados com batentes de tração e termos de primeira ordem representando um atraso na sua resposta.

A Tabela I indica as dimensões físicas principais do dirigível, bem como suas características de massa e inércia segundo [5].

Faz-se a aproximação do envelope da aeronave a partir de um duplo elipsoide dotado de quatro estabilizadores com 0,3 m² de área cada. Os estabilizadores estão dispostos em cruz na parte traseira do envelope.

O modelo matemático usado na simulação da aeronave segue, em suma, o desenvolvimento proposto por [7] e aplicado por [5]. Essa modelagem assume a abordagem de Newton-Euler para um corpo rígido e descreve a aeronave considerando os comportamentos dinâmico, gravitacional, propulsivo, aerodinâmico e de controle.

A. Hipóteses de modelagem e sistemas de eixos

A Figura 1 apresenta o sistema de eixos de referência adotado. Trata-se de um sistema ortogonal fixo na aeronave com a origem (O) centrada no seu Centro de Volume ($C.V$). O eixo x coincide com o eixo de simetria do envelope do dirigível apontando para o nariz, o eixo y é perpendicular ao plano de simetria Oxz e o eixo z completa o sistema ortogonal de mão direita, sendo perpendicular aos demais dois eixos e apontando para a barriga da aeronave. A configuração é chamada de sistema de referência do corpo (SRC), onde u, v, w são os componentes translacionais da velocidade total V_o , enquanto p, q, r são as velocidades angulares e ϕ, θ, ψ , são os ângulos de Euler na sequência 321. O sistema de referência inercial (SRI ou NED) $o_i x_i y_i z_i$ é mostrado, com as direções Norte ($North$) ($o_i x_i$), Leste ($East$) ($o_i y_i$) e para baixo ($Down$) ($o_i z_i$).

A origem do SRC é posicionada sobre o $C.V$ do corpo, visando simplificar a inclusão, nas equações de movimento, das massas e momentos de inércia adicionais. Com essa definição e considerando que se trata de um corpo simétrico,

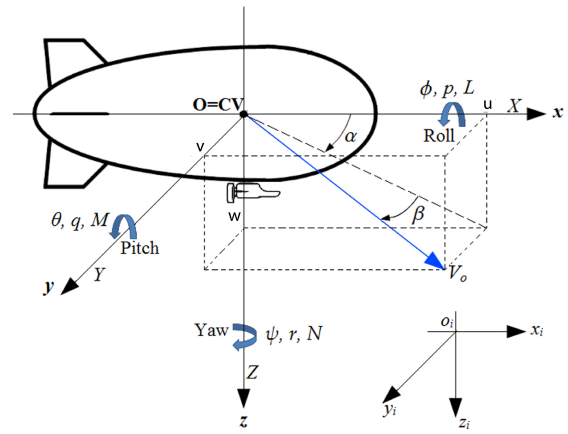


Figura 1: Sistemas de referência [5].

tem-se que o plano Oxz define o plano de simetria. Dessa forma, os produtos de inércia I_{xy} e I_{yz} são ambos iguais a zero.

A matriz de transformação do SRI para o SRC é chamada matriz de cossenos diretores (DCM) e tem forma:

$$DCM = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

A velocidade total da aeronave é dada por [1], $V_o = \sqrt{(u^2 + v^2 + w^2)}$. E, no equilíbrio, $V_o = V_e = \sqrt{(u_e^2 + v_e^2 + w_e^2)}$

Demais hipóteses para a modelagem são:

- O envelope do dirigível é tomado como um duplo elipsoide, cuja coordenada do $C.V$ é dada por $x_{cv} = a_1 + \frac{3}{8}(a_2 - a_1)$, medido do nariz do dirigível para trás;
- O movimento do SRC é estudado com base em uma condição de voo inicial em equilíbrio [1];
- A aeronave é um corpo rígido. Os efeitos aeroelásticos são desprezados [8];
- A massa do corpo rígido permanece constante e o voo ocorre em baixas altitudes, tornando insignificantes as variações da densidade atmosférica [5];
- O dirigível em movimento desloca uma massa de ar de magnitude similar a da massa do próprio veículo [2], logo os termos virtuais de massa e inércia não são desprezáveis e devem ser considerados na matriz de massas e inércias do sistema.

B. Equações do movimento

A forma mais genérica do sistema de equações dinâmicas de um dirigível rígido em 6 *g.d.l* expressa na forma matricial, de acordo com [7] e [5] é:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{E} + \mathbf{M}_{11} & -m\mathbf{r}_G^x + \mathbf{M}_{12} \\ m\mathbf{r}_G^z + \mathbf{M}_{21} & \mathbf{I}_o + \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}}_o \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\tau}_I + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{aV} \\ \mathbf{M}_{a\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_o \\ \boldsymbol{\tau}_o \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_I = \begin{bmatrix} m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_o + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_G)) \\ \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_o \boldsymbol{\omega}) + m\mathbf{r}_G \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_o) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{aV} \\ \mathbf{M}_{a\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{M}_{11} \mathbf{V}_o + \mathbf{M}_{12} \boldsymbol{\omega}) \\ \mathbf{V}_o \times (\mathbf{M}_{11} \mathbf{V}_o + \mathbf{M}_{12} \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{M}_{21} \mathbf{V}_o + \mathbf{M}_{22} \boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix}$$

Sendo V_o e ω as velocidades lineares e angulares do movimento do dirigível expressas no SRC e medidas em relação ao SRI, dadas por:

$$V_o = [u \ v \ w]^T; \omega = [p \ q \ r]^T \quad (3)$$

m a massa total do dirigível, I_o a sua matriz de inércia expressa no SRC, dada por:

$$I_o = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

M_{ij} as matrizes componentes menores de massas e inércias adicionais definidas na sequência, E a matriz identidade. F_o é a representação das componentes X, Y, Z de todas as forças resultantes nos eixos x, y, z , incluindo aerodinâmicas, peso, empuxo e forças propulsivas. Da mesma forma, τ_o corresponde ao momento resultante no sistema do corpo, decomposto nas componentes L, M e N . Ainda, τ_I é o termo de forças e momentos inerciais e F_{aV} e $M_{a\omega}$ são, respectivamente, os termos de força e momento relacionados ao acoplamento das velocidades linear e angular em função das massas e inércias virtuais, conforme descrito em [7]. A posição do C.G. no SRC, é $r_G = [r_x \ r_y \ r_z]^T$. De modo que a matriz antissimétrica de r_G é dada por:

$$r_G^\times = \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

A matriz de massas e inércias virtuais M_a é deduzida em [9] e tem forma:

$$M_a = \begin{bmatrix} M_{11}^{3 \times 3} & M_{12}^{3 \times 3} \\ M_{21}^{3 \times 3} & M_{22}^{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sendo a matriz de massa efetiva do sistema dada por $M = M_o + M_a$. Onde M_o é a matriz de massa da aeronave.

$$M_o = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mr_z & -mr_y \\ 0 & m & 0 & -mr_z & 0 & mr_x \\ 0 & 0 & m & mr_y & -mr_x & 0 \\ 0 & -mr_z & mr_y & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mr_z & 0 & -mr_x & -I_{xy} & I_y & -I_{yx} \\ -mr_y & mr_x & 0 & -I_{xz} & -I_{yx} & I_z \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Desprezando os termos virtuais fora da diagonal principal conforme proposto por [10], temos a matriz de massa e inércia para o veículo considerado nesse trabalho:

$$M = \begin{bmatrix} m + m_{11} & 0 & 0 & 0 & mr_z & 0 \\ 0 & m + m_{22} & 0 & -mr_z & 0 & mr_x \\ 0 & 0 & m + m_{33} & 0 & -mr_x & 0 \\ 0 & -mr_z & 0 & I_x + m_{44} & 0 & -I_{xz} \\ mr_z & 0 & -mr_x & 0 & I_y + m_{55} & 0 \\ 0 & mr_x & 0 & -I_{xz} & 0 & I_z + m_{66} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Os termos m_{ij} , são:

$$m_{11} = V_h \rho_{ar} k_1 \quad (9)$$

$$m_{22} = m_{33} = V_h \rho_{ar} k_2 \quad (10)$$

$$m_{44} = 0 \quad (11)$$

$$m_{55} = m_{66} = V_h \rho_{ar} k_3. \quad (12)$$

Onde V_h é o volume do duplo elipsoide ($V_h = \frac{2}{3}\pi(a_1 + a_2)b^2$). E k_1, k_2 e k_3 são os coeficientes de inércia para o formato do envelope duplo elipsoide deduzidos por [2]. Suas expressões são:

$$k_1 = \frac{b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right) - 2b^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}}{2a^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right)} \quad (13)$$

$$k_2 = \frac{2a^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right)}{2(a^2 - 2b^2) \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right)} \quad (14)$$

$$k_3 = \frac{(a-b)(a+b) \left(2(a^2 + 2b^2) \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - 3b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right) \right)}{5(a^2 + b^2) \left(2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} (2a^4 + a^2(1 - 4b^2) + 2(b^4 + b^2)) - 3b^2 \log \left(\frac{2a^2 \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + 1 \right) - b^2}{b^2} \right) \right)}. \quad (15)$$

Em que a é o valor médio dos semieixos a_1 e a_2 .

C. Vetor de forças dinâmicas

O vetor de forças que contém os termos de forças e momentos centrífugos e de Coriolis, dependentes das velocidades lineares e angulares do modelo, pode ser derivado da Equação 2. Esse vetor tem forma:

$$F_d = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6]^T. \quad (16)$$

Observando as simplificações decorrentes da simetria do veículo, pode-se escrever os termos dinâmicos como segue:

$$f_1 = -m_z q w + m_y r v + m(r_x(q^2 + r^2) - r_z r p) \quad (17)$$

$$f_2 = -m_x r u + m_z p w - m r_x p q - m r_z r q \quad (18)$$

$$f_3 = -m_y p v + m_x q u + m - r_x r p + r_z(q^2 + r^2) \quad (19)$$

$$f_4 = -(J_z - J_y) q r + J_{xz} p q + m r_z(r u - p w) \quad (20)$$

$$f_5 = -(J_x - J_z) r p + J_{xz}(r^2 + p^2) + m(r_x(p v - q u) - r_z(q w - r v)) + J_{xy} r q - m_{11} u w \quad (21)$$

$$f_6 = -(J_y - J_x) p q - J_{xz} q r + m(-r_x(r u - p w)) + (m_{11} - m_{22}) u v \quad (22)$$

Onde m_x, m_y, m_z, J_x, J_y e J_z são os termos da diagonal principal da matriz M e J_{xz} é igual a I_{xz} .

D. Forças e momentos aerodinâmicos

O vetor de forças que contém os termos aerodinâmicos pode ser escrito da seguinte forma:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_{ar} V_o^2 [f_{a1} \ f_{a2} \ f_{a3} \ f_{a4} \ f_{a5} \ f_{a6}]^T. \quad (23)$$

Onde V_o é a norma do vetor velocidade dada na subseção II-A e f_{ai} são os termos aerodinâmicos proporcionais a

coeficientes adimensionais. Esses termos também dependem dos ângulos de ataque e derrapagem. Para a configuração de dirigível utilizada nesse trabalho, tem-se que:

$$f_{a1} = C_{X1} \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + C_{X2} \sin 2\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \quad (24)$$

$$f_{a2} = C_{Y1} \cos \frac{\beta}{2} \sin 2\beta + C_{Y2} \sin 2\beta + C_{Y3} \sin \beta \sin |\beta| \quad (25)$$

$$f_{a3} = C_{Z1} \cos \frac{\alpha}{2} \sin 2\alpha + C_{Z2} \sin 2\alpha + C_{Z3} \sin \alpha \sin |\alpha| \quad (26)$$

$$f_{a4} = C_{L2} \sin \beta \sin |\beta| \quad (27)$$

$$f_{a5} = C_{M1} \cos \frac{\alpha}{2} \sin 2\alpha + C_{M2} \sin 2\alpha + C_{M3} \sin \alpha \sin |\alpha| \quad (28)$$

$$f_{a6} = C_{N1} \cos \frac{\beta}{2} \sin 2\beta + C_{N2} \sin 2\beta + C_{N3} \sin \beta \sin |\beta|. \quad (29)$$

Onde $\alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u}$ é o ângulo de ataque e $\beta = \sin^{-1} \frac{v}{V_o}$ é o ângulo de derrapagem.

Os coeficientes adimensionais C_i foram determinados pelas características geométricas do veículo a partir do procedimento descrito em [11] e [7], sua descrição pode ser encontrada em [12].

E. Forças e momentos de peso e empuxo

Sendo \mathbf{F}_G o vetor de forças e momentos de peso e empuxo dado por

$$\mathbf{F}_G = [\mathbf{F}_g^T \quad \mathbf{M}_g^T]^T. \quad (30)$$

onde \mathbf{F}_g é o vetor de forças no SRC e \mathbf{M}_g o vetor de momentos, dados por:

$$\mathbf{F}_g = DCM [0 \quad 0 \quad (mg - \rho_{ar} V_h g)]^T. \quad (31)$$

$$\mathbf{M}_g = \vec{r}_G \times (DCM m \vec{g}) + \vec{r}_B \times (DCM \rho_{ar} V_h \vec{g}) \quad (32)$$

Em que \vec{g} é o vetor aceleração da gravidade e \vec{r}_G e \vec{r}_B são os vetores posição no SRC do centro de gravidade e do centro de empuxo (C.B.), respectivamente. A posição do C.B. no SRC, é $\mathbf{r}_B = [b_x \quad b_y \quad b_z]^T$. Assim, o vetor de forças e momentos de peso e empuxo na forma explícita toma a forma:

$$\mathbf{F}_G = \begin{bmatrix} -\sin \theta (mg - \rho_{ar} V_h g) \\ \sin \phi \cos \theta (mg - \rho_{ar} V_h g) \\ \cos \phi \cos \theta (mg - \rho_{ar} V_h g) \\ -\sin \theta \cos \theta (m g r_z - \rho_{ar} V_h g b_z) \\ -\sin \theta (m g r_z - \rho_{ar} V_h g b_z) - \cos \phi \cos \theta (m g r_x - \rho_{ar} V_h g b_x) \\ \sin \phi \cos \theta (m g r_x - \rho_{ar} V_h g b_x) \end{bmatrix}. \quad (33)$$

F. Forças e momentos de propulsão

O vetor contendo os termos associados às forças e momentos propulsivos é dado por:

$$\mathbf{F}_P = [X_P \quad Y_P \quad Z_P \quad L_P \quad M_P \quad N_P]^T. \quad (34)$$

X_P , Y_P e Z_P representam a tração total ao longo dos eixos x, y e z do corpo, respectivamente e L_P , M_P e N_P são o momento devido a tração ao redor dos eixos x, y e z do corpo, respectivamente.

Neste trabalho, o vetor pode ser escrito como:

$$\mathbf{F}_P = [(T_1 + T_2) \quad 0 \quad (-T_3) \quad 0 \quad ((T_1 + T_2)d_x - T_3 d_x) \quad (T_1 - T_2)d_y]^T. \quad (35)$$

onde d_x é a distância da posição dos motores laterais no sentido longitudinal, d_y é a metade da distância entre os motores T_1 e T_2 e d_z é a distância entre os motores laterais até o plano xy, conforme [5].

G. Equações cinemáticas do sistema

A cinemática de translação é encontrada transformando, com a inversa da DCM, as velocidades lineares dadas no SRC para o referencial inercial.

$$[\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T = DCM^{-1} [u \quad v \quad w]^T. \quad (36)$$

Onde cada componente toma a forma:

$$\dot{x} = (\cos \psi \cos \theta)u + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi)v + (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)w \quad (37)$$

$$\dot{y} = (\sin \psi \cos \theta)u + (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi).v + (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi)w \quad (38)$$

$$\dot{H} = -\dot{z} = u \sin \theta - (\cos \theta \sin \phi)v - (\cos \theta \cos \phi)w. \quad (39)$$

Os ângulos ϕ , θ , ψ , são os ângulos de Euler chamados, respectivamente, de ângulo de rolamento, ângulo de arfagem e ângulo de guinada.

Em seguida, relaciona-se as taxas angulares da atitude do sistema no referencial inercial com as velocidades angulares no SRC. Como

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (40)$$

$$q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \quad (41)$$

$$r = \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi \quad (42)$$

A partir da inversa da matriz de transformação angular abaixo

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (43)$$

calcula-se as taxas angulares de atitude no referencial inercial:

$$[\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T = \Delta^{-1} [p \quad q \quad r]^T. \quad (44)$$

H. Equações do sistema dinâmico com 6-GDL na forma de espaço de estados

As equações dinâmicas do sistema em 6 graus de liberdade podem ser escritas no espaço de estados como proposto em [13]. A partir dessa representação, é possível fazer a implementação computacional do sistema com os vetores de forças e momentos e a matriz de massa apresentados nas seções anteriores.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = M^{-1}(\mathbf{F}_d + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_P) \quad (45)$$

O vetor de estados do sistema é composto das variáveis dinâmicas na Equação 45, das variáveis cinemáticas dadas pelos ângulos de Euler, da altitude e da posição x_0, y_0 .

$$x = [u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad H \quad x_0 \quad y_0]^T \quad (46)$$

III. PROJETO DO CONTROLADOR DO TIPO RASTREADOR LINEAR QUADRÁTICO - LQT

A. Especificações de projeto

Para o projeto do sistema de controle foram consideradas algumas características de projeto:

- o vetor de estados do sistema é o apresentado na subseção II-H desconsiderando os estados x_0 e y_0 ;
- a versão linear e invariante no tempo (LTI) do modelo é considerada para o projeto;
- as entradas de referência para o sistema são a velocidade translacional u e a altitude H , para o plano longitudinal, e o ângulo de guinada ψ , para o movimento látero-direcional.

Objetiva-se encontrar um controlador capaz de rastrear referências e manter o veículo em condição de flutuação neutra e parado a partir de uma referência constante e sem perturbação atmosférica, tanto para operação nível do mar quanto em altas altitudes, como por exemplo, uma altitude próxima da encontrada na região da capital mais alta do mundo, La Paz (Bolívia), que está a quase 4000 metros de altitude.

B. Estrutura de controle

Para o projeto do compensador do sistema foi utilizada a síntese de um regulador quadrático ótimo com realimentação de todos os estados apresentada em [14], acrescida de integradores na planta para garantir erro zero em regime permanente, configurando um Rastreador Linear Quadrático.

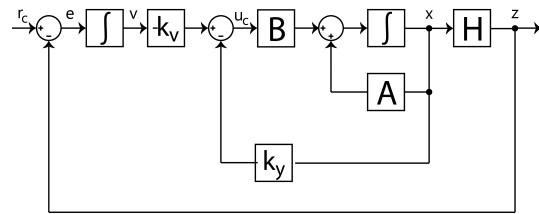


Figura 2: Estrutura de controle em malha fechada.

O diagrama de blocos apresentado na Figura 2 apresenta a estrutura de controle utilizada. A equação é dada por:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u_c(t)$$

$$z(t) = \mathbf{H}x(t)$$

Onde a matriz \mathbf{H} é a matriz de rastreo 3×10 que seleciona as saídas u, ψ e H do vetor de estados da planta. \mathbf{A} e \mathbf{B} são as matrizes linearizadas do sistema descartando as linhas e colunas relacionadas aos estados ignoráveis x_0 e y_0 . Continua que r_c é o vetor de entradas de referência $[u_r, \psi_r, H_r]^T$ e v é a saída do compensador integral.

Ainda, e é o erro de rastreo $e = r_c - z$. Em que z são as saídas dos estados a serem rastreados. Ainda, u_c é o vetor que contém as entradas de controle $[T_1, T_2, T_3]^T$ e pode ser escrito como:

$$u_c = -[k_v \quad k_y] [x \quad v]^T \quad (47)$$

e $-[k_v \quad k_y]$ são as matrizes de ganho 3×10 e 3×3 , respectivamente, que formam a matriz de ganho \mathbf{K} do controlador LQT que minimiza o índice de desempenho

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{Q}\mathbf{x}) + (\mathbf{u})^T \cdot (\mathbf{R}\mathbf{u}) dt \quad (48)$$

onde \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes hermitianas definidas positivas ou reais simétricas. Essas matrizes são matrizes de ponderação que determinam a importância relativa do erro e o consumo da energia dos sinais de controle [14].

Os ganhos \mathbf{K} foram calculados considerando uma linearização da planta ao redor da condição de equilíbrio calculada a partir das entradas $u_e = 0,5 \frac{m}{s}$ e H_e a nível do mar, obtendo-se $\theta_e = -1^\circ$ e o restante dos estados igual a zero e $U_e = [0.0394 \quad 0.0394 \quad -0.7061]N$. As matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} foram definidas como matrizes diagonais, em que $q_{ii} = 1$ e $r_{jj} = 0,01$.

A matriz de ganhos \mathbf{K} encontrada foi:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 15,08 & 2,10 & 0,68 & 0,57 & 11,85 & 25,11 & -0,19 & 10,77 & 20,26 & -0,23 & -7,07 & -7,07 & 0,06 \\ 15,08 & -2,10 & 0,68 & -0,57 & 11,85 & -25,11 & 0,19 & 10,77 & -20,26 & -0,23 & -7,07 & 7,07 & 0,06 \\ -0,79 & 0,00 & -50,67 & 0,00 & 4,76 & 0,00 & 0,00 & 16,11 & 0,00 & 33,56 & -0,68 & 0,00 & -1,00 \end{bmatrix} \quad (49)$$

IV. ANÁLISE DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Para análise do sistema em malha fechada computam-se as matrizes dinâmicas do sistema no espaço de estados, $\mathbf{A}_c = \mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a\mathbf{K}$; e $\mathbf{B}_c = [0_{10 \times 3} \quad I_{3 \times 3}]^T$.

Tabela II: Condições de equilíbrio para a série de cenários de operação.

$m=21,49$ [Kg]	$\rho_0 m = 1,225$ [$\frac{Kg}{m^3}$]	$\rho_{126 m} = 1,2103$ [$\frac{Kg}{m^3}$]	$\rho_{3000 m} = 0,9091$ [$\frac{Kg}{m^3}$]
T_1 [N]	0,0394	0,0109	-5,6251
T_2 [N]	0,0394	0,0109	-5,6251
T_3 [N]	-0,7061	1,8427	52,71
θ [°]	-1,03	-1,36	-12,11

Em que K é a matriz de ganhos calculada na seção anterior e as matrizes aumentadas variam para as condições de equilíbrio utilizadas na linearização, apresentadas na sequência.

A análise do sistema considerou três casos onde o dirigível se encontra em diferentes altitudes de acordo com algumas cidades consideradas para sua operação, são elas: Rio de Janeiro - RJ, Brasil (0 metros), Santa Maria - RS, Brasil (126 metros) e Bogotá - Colômbia (3000 metros).

Foi considerada uma velocidade de equilíbrio de $u_e = 0,5$ m/s e o dirigível próximo ao solo para o cálculo das condições de equilíbrio em cada caso, dadas na Tabela II.

É possível notar que, na altitude de Bogotá, a condição de equilíbrio calculada necessita de um valor de tração no terceiro motor superior à máxima tração que o motor gera no sentido avante (15,2 N). Assim, mesmo que o controlador esteja adequado a operação nessa localidade, o *hardware* do sistema não estará pela falta de potência do motor. Sendo assim, calculou-se a altitude máxima de operação (800 metros) em substituição à situação de voo a 3000 metros de altitude.

Após o cálculo das condições de equilíbrio e linearização do sistema para cada caso, é feito o mapa de polos e zeros para as situações descritas, apresentado na Figura 3.

Os pontos marcados com um x são os polos do sistema, os círculos representam os zeros, as linhas plotadas são as linhas de razão de amortecimento constante (ζ) e linhas de frequência natural constante (ω_n).

Os zeros do sistema são 1 zero real negativo e 2 pares complexos conjugados com parte real positiva. Os polos do sistema são 3 polos reais negativos e 5 pares complexos conjugados com parte real negativa.

Pela análise do mapa, pode-se dizer que a planta é estável para todas as altitudes, pois não possui polos no semi plano direito do gráfico. Ainda, para todas as altitudes o sistema apresenta fase não mínima. Esse comportamento é induzido pelos zeros no semiplano direito do gráfico apresentado. Segundo [8], esse é um comportamento natural para dirigíveis operando em baixas velocidades e normalmente está associado à variação aerodinâmica da arfagem, fazendo a aeronave descer antes de começar a ganhar altitude.

A posição dos polos e zeros é praticamente idêntica para nível do mar e 126 metros de altitude. O polo real de maior frequência (a) para cada altitude, apresentado no gráfico, está posicionado praticamente no mesmo local. Esse polo está associado com o modo longitudinal de amortecimento de flutuação e arfagem, sua constante de tempo é de aproximadamente 1,7 s, sendo o modo dominante para a dinâmica longitudinal. O segundo polo real (b) também representa uma componente de decaimento exponencial que, por sua vez,

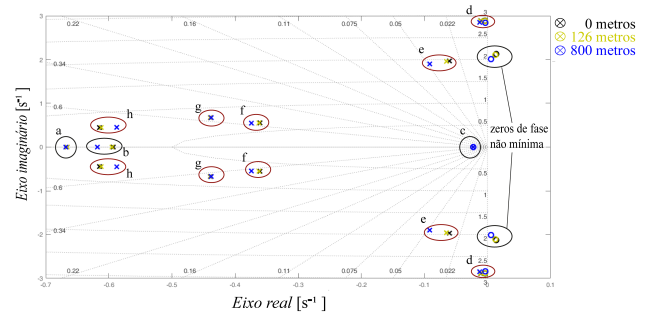


Figura 3: Mapa de polos e zeros em malha fechada para condição de massa nominal a nível do mar, a 126 metros e a 800 metros.

está relacionada à subida. Esse modo se torna cada vez mais estável com o aumento da altitude, como pode ser percebido considerando sua posição mais distante do eixo imaginário em 800 metros em relação aos seus pares. Por fim, o polo real de menor frequência (c) está associado ao amortecimento de guinada. Esse polo se encontra muito próximo de zero e está relacionado ao amortecimento de guinada.

Para os pares complexos conjugados, os polos mais próximos do eixo imaginário (d), não variam com a altitude, esses polos representam um comportamento oscilatório levemente amortecido que está associado ao ângulo de arfagem e é característico de aeronaves que possuem o centro de empuxo um pouco a frente do centro de gravidade. O par de polos complexos logo a seguir (e), e que varia com a altitude, está relacionado à oscilações no rolamento da aeronave. Esse par de polos tende a ficar mais estável com a variação de altitude. Os próximos 3 pares de polos da direita para a esquerda relacionam-se, sequencialmente, com rolamento e guinada (f), derrapagem (g) e derrapagem e guinada (h), onde o primeiro tende a se tornar mais estável e o último, instável.

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Para testar o controlador projetado foram simuladas duas condições de voo arbitrárias a nível do mar. Essas simulações não lineares foram realizadas com a ferramenta *Simulink*.

Os resultados para cada caso de simulação são apresentados em duas figuras. A primeira apresenta a variação dos estados da aeronave e a ação dos atuadores e está dividida da seguinte maneira:

- 1) posições lineares $x(t)$, $y(t)$ e $H(t)$;
- 2) velocidades lineares $u(t)$, $v(t)$ e $w(t)$;
- 3) posições angulares $\phi(t)$, $\theta(t)$ e $\psi(t)$;
- 4) velocidades angulares p , q e r ;
- 5) atuadores laterais T_1 e T_2 ;
- 6) atuador central T_3 .

A segunda figura apresenta a trajetória percorrida pela aeronave em duas e três dimensões, respectivamente. Também são mostrados vetores normalizados que indicam a magnitude e direção do vetor velocidade da aeronave para algumas posições no espaço.

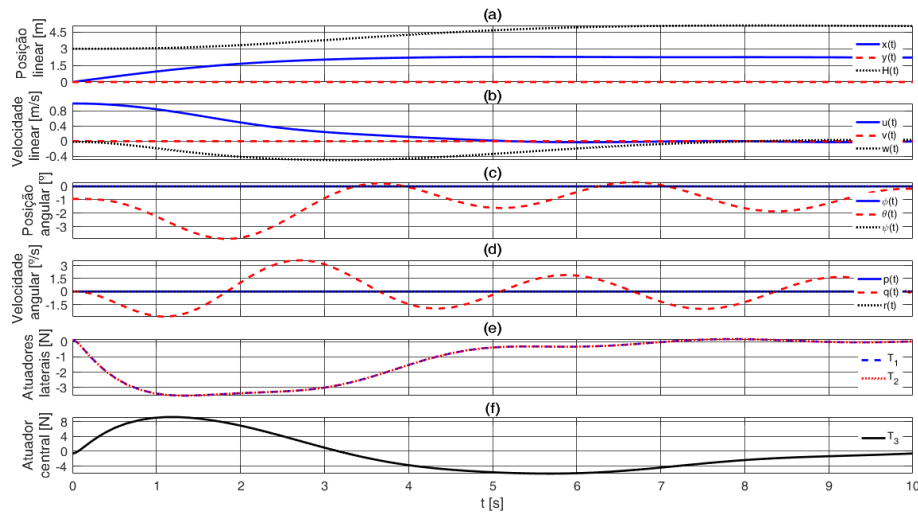


Figura 4: Variação dos estados e ação dos atuadores em subida a nível do mar.

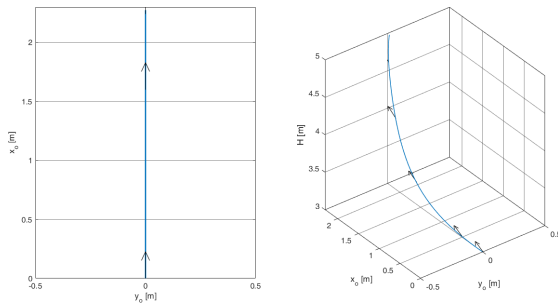


Figura 5: Trajetória percorrida em subida a nível do mar.

A. Caso 1 - Subida a nível do mar.

Esse resultado é apresentado nas Figuras 4 e 5

- **Cenário** - subida a nível do mar;
- **Objetivo** - verificar a capacidade de seguimento de referência do controle;
- **Condições iniciais** - aeronave parte de uma altitude de 3 metros com velocidade u de equilíbrio igual a 1 m/s e ângulo de guinada nulo;
- **Condições finais desejadas** - deve atingir 5 metros de altitude e parar em seguida sem variar o ângulo de guinada;
- **Resultado** - a aeronave sofre uma variação da velocidade translacional avante com o dirigível parando por volta de 5 segundos após o início da simulação, deslocando-se 2 metros no eixo longitudinal antes de parar. A altitude desejada é atingida por volta do mesmo período. Os motores laterais atuam de modo a frear o dirigível, aplicando trações de mesma magnitude com um máximo valor absoluto em torno de -4 N . O motor central aplica por volta de 9 N de tração máxima para a aeronave atingir a altitude;
- **Observações** - é possível notar uma leve oscilação na velocidade q , resíduo da ação dos motores na velocidade.

Os atuadores operam dentro de sua região de operação nominal.

B. Caso 2 - Curva com velocidade translacional u , altitude e ângulo de guinada constantes.

Esse resultado é apresentado nas Figuras 6 e 7

- **Cenário** - referência de guinada de 45° em relação à posição inicial, com velocidade translacional e altitude constantes;
- **Objetivo** - verificar a capacidade de seguimento de referência do controle;
- **Condições iniciais** - aeronave parte de condição de altitude de 4 metros, ângulo de guinada nulo e velocidade de equilíbrio, $u = 0,5 \text{ m/s}$;
- **Condições finais desejadas** - deve manter a altitude e velocidade enquanto realiza uma curva de 45° ;
- **Resultado** - a velocidade v varia na medida que o veículo entra em curva. O dirigível demora cerca de 6 segundos para atingir o ângulo de 45° comandado, percebe-se uma variação máxima de $15^\circ/\text{s}$ na velocidade angular r nesse intervalo. A altitude não varia e mantém-se igual a 4 metros, valor de equilíbrio para essa situação. Os motores laterais fornecem trações com sinais opostos durante o alinhamento do ângulo de guinada e, após, retornam ao valor de equilíbrio. Pouco antes de completar 2 metros de deslocamento longitudinal, o dirigível já encontra-se alinhado ao ângulo comandado e desloca-se seguindo essa e as demais referências.
- **Observações** - o motor T_2 demora mais para retornar ao equilíbrio. O motor central precisa compensar a variação na altitude durante a curva. Não há saturação nos atuadores.

VI. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um sistema de controle para um dirigível com três propulsores fixos destinado à operação *indoor*. O projeto do sistema de controle contou com um modelo

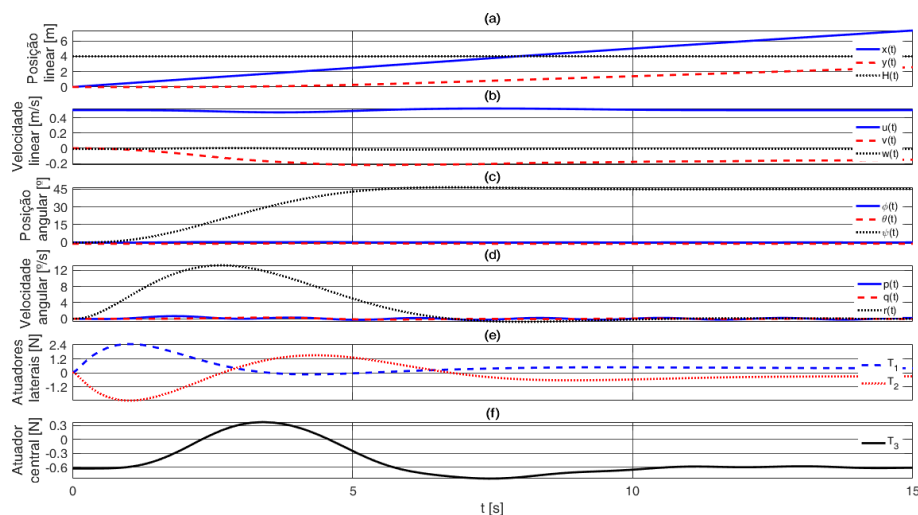


Figura 6: Variação dos estados e ação dos atuadores em curva indicada constante.

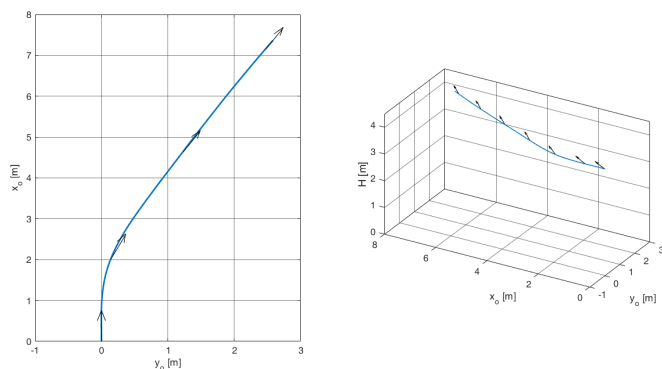


Figura 7: Trajetória percorrida em curva indicada constante.

de seis graus de liberdade (6-GDL), utilizando as dimensões físicas de um dirigível considerado referência para projetos de dirigíveis de pequeno porte. A síntese do controlador utilizou o método de compensadores integrais com realimentação de estados, considerando o sistema linear invariante no tempo e matrizes obtidas por linearização em torno de ponto de equilíbrio.

As simulações realizadas permitiram avaliar a atuação do controle sobre a planta. O controlador foi capaz de rastrear as entradas de referência e acomodar o dirigível nas condições designadas pelo projetista em uma média de até 5 segundos. A resposta da planta às ações do controle está de acordo com os resultados apresentados na análise do sistema em malha fechada a partir do mapa de polos e zeros, sendo uma planta com dinâmica lenta e levemente oscilatória em alguns modos. A fase não mínima não se mostrou um problema para o controlador, dado que o voo ocorre em baixas velocidades e sem atuação de superfícies aerodinâmicas.

Trabalhos futuros podem ser propostos de modo a corrigir algumas limitações do trabalho aqui apresentado, como possibilitar a operação em altitude elevada e realizar o controle do rolamento da aeronave. Ainda, pode-se utilizar a mesma mode-

lagem dinâmica em seis graus de liberdade e sua linearização sobre a condição de equilíbrio para aplicar outras técnicas de controle de sistemas MIMO.

REFERÊNCIAS

- [1] G. A. Khoury and J. D. Gillett, *Airship technology*. Cambridge : Cambridge University Press, 1999.
- [2] J. B. Mueller and M. A. Paluszek, "Development of an aerodynamic model and control law design for a high altitude airship," in *Proceedings of the 3rd "Unmanned Unlimited" Technical Conference*, 2004.
- [3] F. Goineau and M. Cook, "The stability and control characteristics of the neutrally buoyant non-rigid airship," 1999.
- [4] E. C. de Paiva, S. S. Bueno, S. B. V. Gomes, J. G. Ramos, and M. Bergerman, "A control system development environment for aurora's semi-autonomous robotic airship," in *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 2328–2335, 1999.
- [5] R. C. do Valle, *Modelagem, controle e desenvolvimento do protótipo de um dirigível com aplicação em detecção de minas terrestres*. PhD thesis, Instituto Militar de Engenharia, 2014.
- [6] E. Hygounenc and P. Souères, "Automatic airship control involving backstepping techniques," in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 6, 2002.
- [7] Y. Li and M. Nahon, "Modeling and simulation of airship dynamics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 30, pp. 1691–1700, 2007.
- [8] S. B. V. Gomes and J. G. Ramos, "Airship dynamic modelling for autonomous operation," in *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 4, pp. 3462–3467, 1998.
- [9] M. Tuveri, A. Ceruti, and P. Marzocca, "Added masses computation for unconventional airships and aerostats through geometric shape evaluation and meshing," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 15, pp. 241–257, sep 2014.
- [10] Z. Ashraf and M. Choudhry, "Dynamic modeling of the airship using analytical aerodynamic model," in *2009 International Conference on Emerging Technologies*, pp. 188–193, 2009.
- [11] S. P. Jones and J. D. DeLaurier, "Aerodynamic estimation techniques for aerostats and airships," *Journal of Aircraft*, vol. 20, pp. 120–126, 1983.
- [12] D. D. Moraes, *Modelagem, simulação e controle de um dirigível para operação Indoor*. Undergraduate thesis, Universidade Federal de Santa Maria, 2019.
- [13] E. Kulczycki, S. Joshi, R. Hess, and A. Elfes, "Towards controller design for autonomous airships using slc and lqr methods," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2008.
- [14] K. Ogata, *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall Brasil, 2011.