

# Melhoria de Desempenho em Sistemas com Folga por Controle PID com Compensação por Modelo Inverso - Simulação e Prática

Fernando da Fonseca Schneider, Paulo Jefferson Dias de Oliveira Evald,  
César Bastos da Silva, Rodrigo Zelir Azzolin

Centro de Ciências Computacionais, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 96201-900

Email: (fernando.f.schneider, paulo.evald, cesar.silva2612, rodrigoazzolin)@gmail.com

**Resumo**—Nesse trabalho é proposta uma estratégia de controle para compensação de folga entre engrenagens. Para tal, é apresentado um modelo direto e um modelo inverso da folga, o qual é utilizado na compensação da folga, juntamente com um controle PID (Proporcional-Integral-Derivativo). Um estudo de caso é apresentado para demonstrar o desempenho do sistema de controle proposto, utilizando um robô de soldagem linear BUG—O MDS *system*. Resultados de simulação e experimentais são apresentados e discutidos, demonstrando a efetividade do controle proposto.

**Palavras-Chave** – *Folga entre engrenagens, Controle PID, Compensação por modelo inverso*

## I. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática tem sido uma ferramenta fundamental no auxílio do estudo de sistemas dinâmicos, permitindo a realização de simulações numéricas que representam situações muito próximas a situações reais. De forma geral, todos os campos da ciência exata podem utilizar tal ferramenta, por exemplo: a área da robótica, como na modelagem das dinâmicas de um robô SCARA [1], ou na área agrícola, como na modelagem de um líquido desumidificante para aplicações em estufas agrícolas [2], bem como a área de energias renováveis, como a modelagem de unidades eólicas [3], dentre muitas outras aplicações atuais.

Mecanismos de automação e robótica fazem extenso uso de engrenagens em seus sistemas estruturais, pois as engrenagens são fundamentais na transmissão mecânica de energia [4]. Entretanto, recorrentemente é observado que tais sistemas apresentam folgas entre engrenagens. Essas folgas influenciam o comportamento do sistema, podendo inclusive prejudicar o desempenho do sistema de controle e sua estabilidade. Em suma, folgas são dinâmicas não lineares, que vem sendo estudadas desde 1940 [5], pois estas dinâmicas geram limitações na precisão de um controle, pois adicionam não linearidades ao sistema [6].

Do [7] propõe um equipamento capaz de realizar a traqueostomia de maneira automatizada, enfatizando que as folgas geram imprecisão no cálculo exato do posicionamento do cateter. Já no trabalho de Lee [8], foi modelado

um SEA (*Series Elastic Actuator*), no qual, visando obter maior desempenho do atuador se faz necessário levar em consideração na modelagem do sistema, características como as folgas em engrenagens, as quais podem ser tratados com controladores PI (Proporcional-Integral) em cascata. Portanto, torna-se de suma importância incluir essa dinâmica no modelo matemático do sistema em estudo para projeto de seu controle.

Na modelagem de uma cabeça robótica com três graus de liberdade, desenvolvida por Ren [9], não considerar fatores não lineares como folgas, causam imperfeições na modelagem dinâmica, pois é algo onipresente em atuadores e em *drivers* mecânicos. Afirmado também que este fator pode deteriorar significativamente o desempenho do sistema de rastreamento da cabeça.

Diversos autores têm proposto modelos para representar o comportamento dinâmico das folgas. Fiori [10] apresentou a modelagem da folga na transmissão mecânica de uma junta robótica com fuso de esferas, afirmando a importância da inclusão desse fator em seu modelo. Já Padoin, Menuzzi e outros autores [11], [12] elaboraram simulações computacionais da folga nas juntas de um manipulador robótico, desenvolvendo um modelo na plataforma *Simulink* e comprovando a confiabilidade do mesmo através de testes realizados em uma bancada experimental.

Existem diversas técnicas de controle para compensar as folgas de um sistema. Salas-Peña [13] propôs um controle adaptativo robusto como solução para o controle de um servo motor CC (corrente contínua) com ampla folga. Já Nordin [5], avaliou diversas técnicas de controle PI e controle não-linear para uma entrada em degrau em sistemas desse caráter.

Padoin [14] apresentou duas estratégias que possam minimizar o erro provocado pela folga, através de simulação. A primeira é fechar a malha de controle fazendo a leitura de posição após a folga, na engrenagem movida. A segunda técnica se refere a compensação da folga utilizando seu modelo inverso na entrada do sistema de controle. Para seu estudo de caso, a primeira técnica apresentou melhores resultados, contudo, não é possível utilizá-la em sistemas que contenham sensores apenas na engrenagem motora.

Assim, afim de reduzir os erros no tecimento realizados

por um robô soldador que apresenta folga no trilho que utiliza para se mover linearmente, o objetivo desse trabalho é modelar a folga direta e inversa, além de implementar um controle PID com compensação por modelo inverso para o posicionamento do módulo de deslocamento do robô soldador BUG-O. Para tal, resultado de simulações e experimentais são apresentados e discutidos. A organização deste trabalho é dada a seguir. Na Seção II é apresentada a modelagem da folga entre as engrenagens de forma genérica. Na Seção III, é apresentado o sistema utilizado. Na Seção IV é projetado o sistema do Controle PID e demonstrações das simulações desenvolvidas, enquanto na Seção V é demonstrado os resultados experimentais obtidos. Por fim, na Seção VI são dadas as conclusões sobre este trabalho.

## II. MODELO MATEMÁTICO DE FOLGAS ENTRE ENGRENAGENS

Na Figura 1 é mostrado o corte transversal de uma transmissão mecânica com um par de engrenagens de dentes retos conectadas, e com folga. Note que devido a presença da folga haverá um atraso da engrenagem movida ( $\theta_1$ ), pois para ela começar a se mover, a engrenagem motora ( $\theta_m$ ) deverá percorrer a folga de comprimento  $C_r$  ou  $C_l$  para que os dentes de ambas as engrenagens se encostem, para assim, efetuar o movimento de  $\theta_1$ . Na inversão de sentido, a engrenagem movida ( $\theta_1$ ) ficará parada na posição anterior até que a engrenagem motora ( $\theta_m$ ) vença toda a folga ( $C_r + C_l$ ) gerando um atraso no sistema.

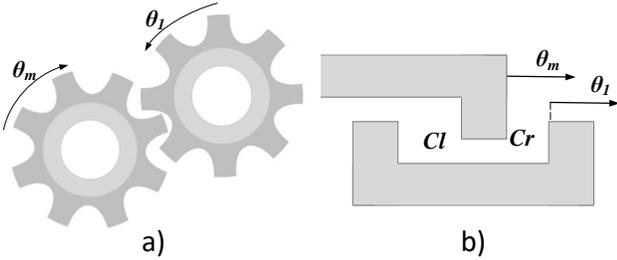


Figura 1. a) Transmissão mecânica com engrenagens de dentes retos b) Corte transversal da transmissão mecânica

Diversos autores demonstraram o comportamento de  $\theta_1$  x  $\theta_m$  através de gráficos [15], [14], [12]. Uma versão similar, pode ser vista na Figura 2, onde são apresentados dois gráficos. Na Figura 2-(a) é apresentado o modelo da folga e em (b) seu inverso.

O equacionamento da relação  $\theta_1 \times \theta_m$  com folga parte do mesmo princípio de seu comportamento ideal ( $\theta_1 = m \theta_m$ ), adicionando o atraso específico ( $C_r$  ou  $C_l$ ) de  $\theta_m$  para  $\theta_1$ , conforme mostrado em (1) e (2), que descrevem a reta direita e esquerda da Figura 2-(a), respectivamente.

$$\theta_1(t) = m(\theta_m(t) - C_r) \quad (1)$$

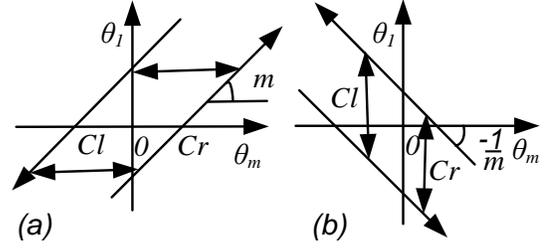


Figura 2. Relação  $\theta_1 \times \theta_m$ . (a) Modelo direto (b) Modelo inverso

$$\theta_1(t) = m(\theta_m(t) - C_l) \quad (2)$$

Computacionalmente, deve-se criar condições para que o conhecimento do valor de  $\theta_1$  em (1) ou (2). Dessa forma, visando encontrar o valor mínimo possível para a posição de  $\theta_m$  para que haja movimentação de  $\theta_1$  em ambos os sentidos, isola-se  $\theta_m$  em (1) e (2), chamando-o de  $V_r$  e  $V_l$ , respectivamente. Essas dinâmicas são mostradas no tempo discreto em (3) e (4), respectivamente. Note que se  $\theta_1$  for nulo, os valores de  $V_r$  e  $V_l$ , corresponderão a folga inicial no sentido respectivo.

$$V_r(k) = \frac{\theta_1(k-1)}{m} + C_r \quad (3)$$

$$V_l(k) = \frac{\theta_1(k-1)}{m} + C_l \quad (4)$$

Ressalva-se que para  $\theta_m$  maior que  $V_r$ ,  $\theta_1$  respeitará (1), entretanto caso  $\theta_m$  seja menor que  $V_l$ , corresponderá a (2), e por fim, quando estiver entre  $V_l$  e  $V_r$ , permanecerá com seu valor anterior. Uma síntese da modelagem é mostrada a seguir.

$$\theta_1(k) = \begin{cases} m(\theta_m(k) - C_r) & \text{se } \theta_m(k) < V_l \\ \theta_1(k-1) & \text{se } V_l \leq \theta_m(k) \leq V_r \\ m(\theta_m(k) - C_r) & \text{se } \theta_m(k) > V_r \end{cases} \quad (5)$$

De forma similar ao modelo direto, o modelo inverso foi formulado. O equacionamento desse modelo é descrito a seguir.

$$\theta_m(k) = \begin{cases} \frac{\theta_1(k-1)}{m} & \text{se } \theta_m(k) < \theta_m(k-1) \\ \theta_1(k-1) & \text{se } \theta_m(k) = \theta_m(k-1) \\ \frac{\theta_1(k-1)}{m} & \text{se } \theta_m(k) > \theta_m(k-1) \end{cases} \quad (6)$$

Para as simulações dos modelos obtidos, utilizou-se um sinal de entrada em dente de serra, similar ao comportamento do tecimento do robô BUG-O. Na Figura 3 é demonstrada a simulação do modelo direto,  $\theta_1$  (sinal

vermelho) que passará a se mover somente após  $\theta_m$  (sinal azul) deslocar o valor da folga no sentido de interesse. Note que a cada inversão de sentido,  $\theta_1$  terá um atraso correspondente ao tempo de deslocamento pela folga, no sentido em que está sendo deslocando ( $C_r$  ou  $C_l$ ). Já o modelo inverso é demonstrado na Figura 4, onde  $\theta_1$  (sinal vermelho) apresenta o comportamento contrário ao da folga, que ao compensar com os sinais de  $\theta_1$ , possibilita que o sistema atinja a referência. Esses resultados são muito próximos aos resultados de outros trabalhos, tais como [11], [12], o que indica que o modelo utilizado neste trabalho é adequado.

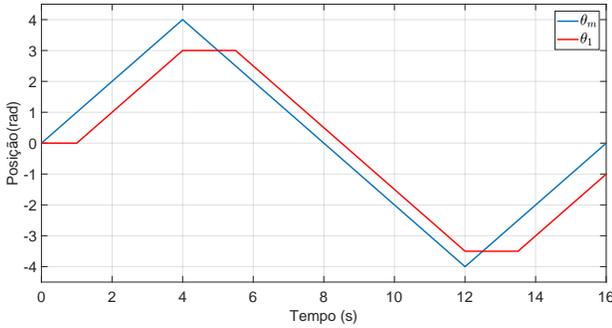


Figura 3. Comportamento das engrenagens ao longo do tempo – modelo direto da folga com os parâmetros  $m = 1$ ,  $C_l = -0,5$ ,  $C_r = 1$  e  $\theta_1(1) = 0$

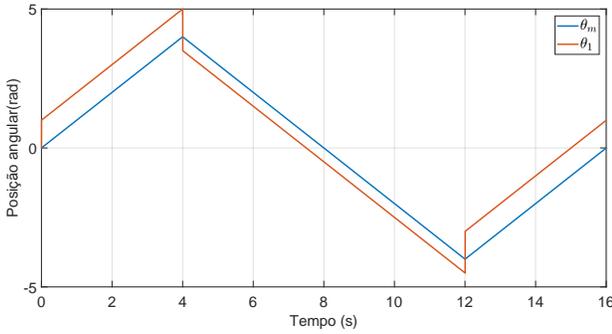


Figura 4. Comportamento das engrenagens ao longo do tempo – modelo inverso da folga com os parâmetros  $m = 1$ ,  $C_l = -0,5$ ,  $C_r = 1$  e  $\theta_1(1) = 0$

### III. ROBÔ BUG–O MDS SYSTEM

O robô BUG–O MDS *system* é um sistema de soldagem linear modular [16], que deve ser montado próximo à peça de trabalho a ser soldada, pois se desloca sobre um trilho paralelo à peça. O robô é constituído por dois módulos *Weaver* e *Tractor*. Os motores CC de ambos os módulos tem seu eixo passando por uma caixa de redução, onde a engrenagem secundária é presa a uma cremalheira que gera o movimento longitudinal do robô ao longo do trilho, no caso do *Tractor*, e a movimentação transversal

utilizada para o tecimento da solda, no caso do *Weaver*. Destaca-se que o hardware do robô na forma como vêm de fábrica, utiliza de *encoders* anexados ao eixo de rotação dos motores CC para controlar a velocidade/deslocamento dos módulos, entretanto, visando um controle de posição de alto desempenho, essa medição não estaria adequada, pois quando há folga no sistema, ela não mensura o deslocamento real.

Neste trabalho, será utilizado apenas o módulo *Tractor*, que é constituído por um motor CC e uma caixa de engrenagens. Na Figura 5 é apresentado o diagrama de blocos do sistema, onde os sinais  $V_a$ ,  $\omega_g$ ,  $\omega_G$  e  $V_o$  são tensão de entrada do motor CC, velocidade angular de alta rotação, velocidade angular de baixa rotação e velocidade linear de deslocamento do robô, respectivamente. Além disso, os blocos  $K_G$  e  $R_G$  são ganho da caixa de engrenagens e raio da engrenagem que prende o robô ao trilho, respectivamente. A obtenção da função de transferência (FT) do motor foi feita utilizando um modelo de um motor de corrente contínua excitado separadamente [17], já o valor de  $K_G$  e  $R_G$  foram obtidos através de dados do fabricante. A FT obtida é descrita em (7), que relaciona tensão de entrada no motor CC ( $V_a$ ), em Volts, com a velocidade linear de deslocamento do robô ( $V_o$ ), em milímetros por segundo.

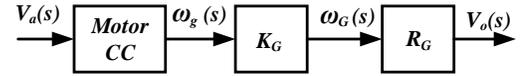


Figura 5. Diagrama de blocos do Módulo *Tractor*

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_a(s)} = \frac{0,06}{s + 16,95} \quad (7)$$

Na próxima Seção é mostrado o projeto de controle deste módulo, que visa diminuir o efeito da folga do sistema através de compensação por modelo inverso da folga na entrada do sistema de controle.

### IV. CONTROLE PID E SIMULAÇÃO

A união das ações de controle proporcional, integral e derivativa é benéfica em muitos aspectos, pois apresenta um bom desempenho, sendo frequentemente utilizada em aplicações industriais, devido à sua simplicidade de implementação que implica em baixo custo computacional [18], [19], [20].

Visando reduzir o erro de estado estacionário à zero, nesse trabalho será aplicado um controle PID para deslocamento do módulo *Tractor*. Primeiramente, será abordado o projeto de controle sem a compensação por modelo inverso, após isso, mostrar-se-á o resultado obtido utilizando da estratégia de compensação na entrada do sistema.

Na Figura 6 é apresentado o diagrama de blocos da estratégia de controle implementada, onde os sinais  $R(s)$ ,

$R'(s)$ ,  $E(s)$ ,  $U(s)$ ,  $V(s)$ ,  $V'(s)$ ,  $X_C(s)$  e  $X_R(s)$ , são a referência na entrada, a referência após passar pelo modelo inverso da folga, erro de rastreamento, sinal de controle, velocidade, velocidade após saturação, deslocamento longitudinal controlado e deslocamento longitudinal real do módulo *Tractor*, respectivamente. Ainda, *MIV*,  $C(s)$ ,  $G(s)$ ,  $\frac{1}{s}$  e *MDF* são o Modelo Inverso da Folga, o controlador PID, a FT do *Tractor*, um integrador para transformar velocidade em posição e modelo direto da folga.

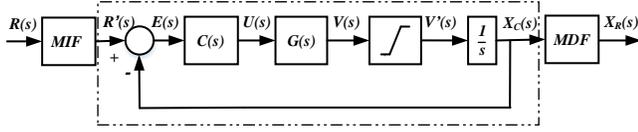


Figura 6. Diagrama de blocos do sistema em malha fechada

Para definir os ganhos do controlador PID, será avaliado o sistema limitado a parte tracejada destacada na Figura 6. Primeiramente, simplificou-se o sistema, utilizando retroação e combinação de blocos [18] em uma equação, mostrada em (8). O sistema simplificado resulta em uma FT de terceira ordem, o que impossibilita a utilização direta do método de sintonia através de parâmetros de desempenho [19], que é aplicado para sistemas de segunda ordem. Dessa forma, buscou-se através de parâmetros de desempenho descobrir o comportamento para dois polos e posteriormente se atribuiu um terceiro polo estável distante, visando não interferir na dinâmica desejada.

$$\frac{X_C(s)}{R'(s)} = \frac{0,06(K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s^3 + (16,95 + 0,06K_D)s^2 + 0,06K_P s + 0,06K_I} \quad (8)$$

Como se trata de um controle de posição, deseja-se precisão, logo foi imposta uma ultrapassagem percentual (U.P.) nula e tempo de acomodação ( $t_s$ ) de 0,2 segundo (critério de 2%) [18], [19]. Atribuindo o valor de ultrapassagem percentual em (9), encontra-se o coeficiente de amortecimento  $\zeta = 1$ , e após isso, aplicando o valor do tempo de acomodação e  $\zeta$  em (10), obtém-se a frequência natural  $\omega_n = 20 \text{ rad/s}$ . Aplicando os valores de  $\zeta$  e  $\omega_n$  na equação padrão de segunda ordem,  $W(s)$ , mostrada em (11) [18], encontram-se dois polos estáveis, localizados em  $-20$ . O terceiro polo, foi projetado para se localizar 5 vezes a distância da origem até os polos dominantes, isto é, localizado em  $-100$ .

$$U.P. = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (9)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (10)$$

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n\zeta s + \omega_n^2} \quad (11)$$

Tendo encontrado os polos que caracterizam o desempenho desejado em malha fechada, foi realizada uma comparação com (8), obtendo os ganhos do controlador, conforme (12).

$$\begin{aligned} K_D &= 2050,83 \\ K_P &= 73333,33 \\ K_I &= 666666,67 \end{aligned} \quad (12)$$

#### A. Simulação sem Compensação por Modelo Inverso

A Figura 7 mostra a simulação do controle proposto sem a inclusão do modelo inverso para compensação da folga, onde  $X_C$  é o deslocamento longitudinal e  $R$  é o sinal de referência. Note que não houve ultrapassagem percentual.

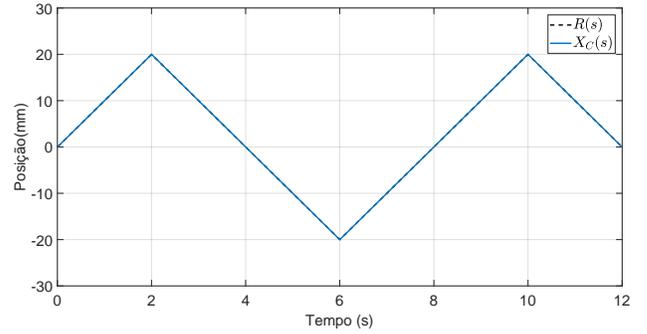


Figura 7. Simulação do comportamento do deslocamento longitudinal controlado

Na Figura 8 é apresentado o deslocamento longitudinal real ( $X_R$ ), utilizando os seguintes parâmetros:  $m = 1$ ,  $Cr = 0,1$  e  $Cl = -1,9$ . Note que na inversão de sentido, há um atraso, promovido pela folga.

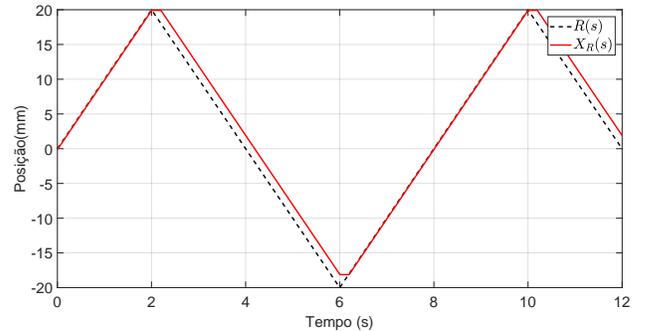


Figura 8. Simulação do comportamento do deslocamento longitudinal real

#### B. Simulação com Compensação por Modelo Inverso

Na Figura 9 é mostrada a simulação considerando a compensação por modelo inverso da folga. Note que com o controle implementado, houve uma inversão de  $X_C$ . Essa mudança tem efeito direto na no deslocamento real  $X_R$ , mostrado na Figura 10.

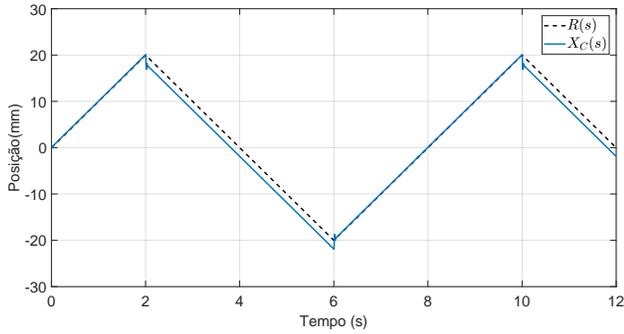


Figura 9. Simulação do comportamento experimental do deslocamento longitudinal controlado com modelo inverso

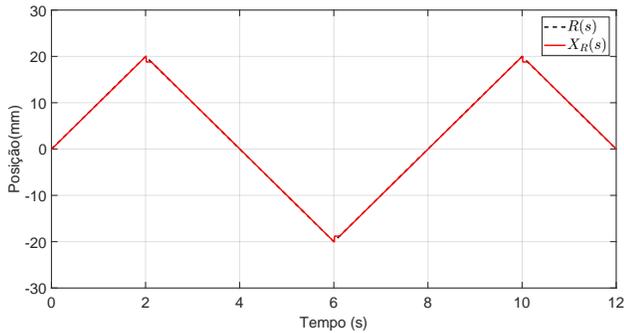


Figura 10. Simulação do comportamento do deslocamento longitudinal real com modelo inverso

Na seção a seguir serão discutidos os resultados experimentais obtidos.

## V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A bancada construída para obter resultados experimentais é mostrada na Figura 11, onde vinculado a estrutura do robô BUG-O se têm o regulador de folga e um motor CC com um *encoder* incremental acoplado ao seu eixo (*encoder* interno), que possibilita medir o deslocamento longitudinal controlado ( $X_C$ ), mas não avaliar a presença da folga, pois esse *encoder* mede diretamente a rotação do eixo do motor, inclusive se o robô nem estiver preso ao trilho. Transcendente a estrutura, como microcontrolador foi utilizado um *Arduino Due* com frequência de acionamento do PWM (*Pulse-Width Modulation*) em  $1\text{kHz}$ , uma ponte H para acionamento do motor e um *encoder* incremental (*encoder* externo) preso à estrutura para que fosse possível fazer a leitura do deslocamento longitudinal real ( $X_R$ ), que de fato, avalia o deslocamento do robô ao longo do trilho. Destaca-se que as medições dos sensores foram feitas a uma taxa de  $1\text{kHz}$ .

Regulou-se a folga e, em todos os testes, a engrenagem do robô foi encostada na cremalheira, no sentido do deslocamento inicial, mantendo o padrão com os seguintes parâmetros:  $m = 1$ ,  $C_r = 0,1$  e  $C_l = -1,9$ .

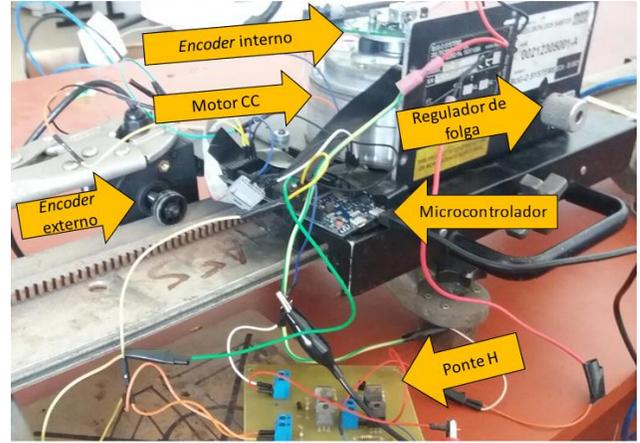


Figura 11. Bancada construída para obtenção dos resultados

### A. Resultado Experimental sem Compensação por Modelo Inverso

Na Figura 12 é mostrado o controle sem compensação por modelo inverso. Note que o controle projetado obteve um bom desempenho, pois  $X_C$  apresentou apenas um pequeno sobressinal. Entretanto, como era esperado, no deslocamento longitudinal real há folga, conforme mostrado na Figura 13.

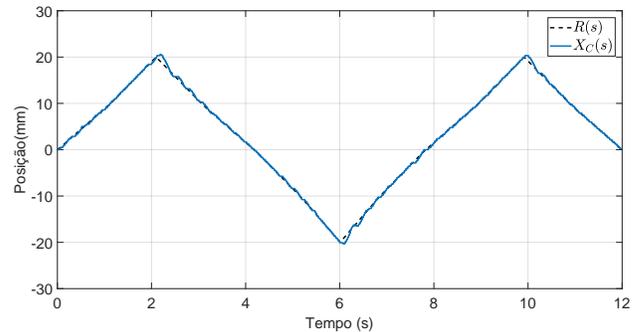


Figura 12. Resultado experimental do deslocamento longitudinal controlado

### B. Resultado experimental utilizado Compensação por Modelo Inverso

Na Figura 14 é mostrado o comportamento de  $X_C$  seguindo a referência após passar pelo modelo inverso. Note que o mesmo efeito discutido na simulação é observado. Assim, consequentemente a folga em  $X_R$  foi devidamente compensada, conforme mostrado na Figura 15.

## VI. CONCLUSÃO

Primeiramente, pode-se afirmar que tanto o modelo direto quanto o modelo inverso da folga utilizados representam de forma muito verossímil o sistema físico. Por fim, pode-se concluir que a estratégia de controle

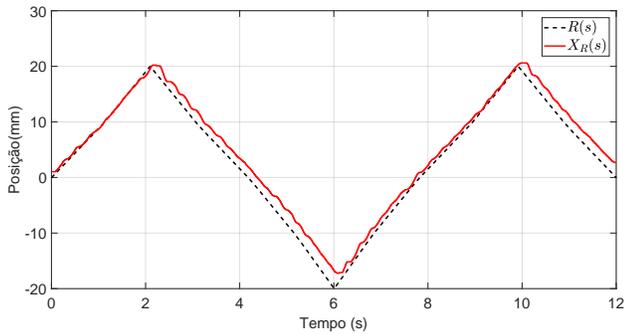


Figura 13. Resultado experimental do deslocamento longitudinal real

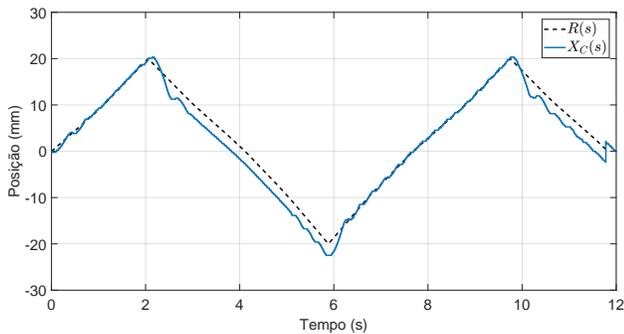


Figura 14. Resultado experimental do deslocamento longitudinal controlado com modelo inverso

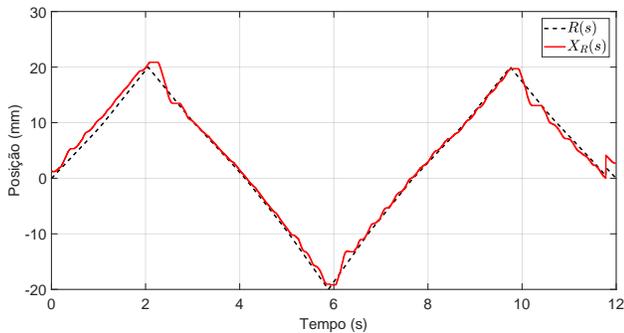


Figura 15. Resultado experimental do deslocamento longitudinal real com modelo inverso

proposta, utilizando o modelo inverso da folga, contribui significativamente para a compensação da folga entre as engrenagens, visto que o atraso gerado pela folga foi devidamente reduzido, conforme aferido experimentalmente.

#### REFERÊNCIAS

[1] A. Djuric, V. Jovanovic, M. Filiovic, and L. Kevac, "Comparison between newton-euler and automatic separation method for scara dynamic modeling," in *proceedings of the SoutheastCon 2016*, Norfolk, VA, USA, March 2016, pp. 1–8.

[2] A. Ali, K. Ishaque, A. Lashin, and N. Al Arifi, "Modeling of a liquid desiccant dehumidification system for close type greenhouse cultivation," *Energy*, vol. 118, pp. 578–589, 2017.

[3] L. K. Gan, J. K. H. Shek, and M. A. Mueller, "Modeling and characterization of downwind tower shadow effects using a wind turbine emulator," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 9, pp. 7087–7097, Sept 2017.

[4] R. V. Petrescu, R. Aversa, A. Apicella, M. Mirsayar, S. Kozaitis, T. Abu-Lebdeh, and F. I. Petrescu, "Analysis and synthesis of mechanisms with bars and gears used in robots and manipulators," vol. 1, pp. 98–108, 2017.

[5] M. Nordin and P.-O. Gutman, "Controlling mechanical systems with backlash—a survey," *Automatica*, vol. 38, no. 10, pp. 1633–1649, 2002.

[6] A. Adeyemi and M. Jouni, "proceedings of the adaptive backlash inverse augmented virtual decomposition control of a hydraulic manipulator," in *2017 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM)*, Ningbo, China, Nov 2017, pp. 322–327.

[7] T. N. Do, T. E. T. Seah, and S. J. Phee, "Design and control of a mechatronic tracheostomy tube for automated tracheal suctioning," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 63, no. 6, pp. 1229–1238, June 2016.

[8] C. Lee, W. Choi, and S. Oh, "Maximum torque generation of sea under velocity control," in *proceedings of the 2016 IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, Auckland, New Zealand, April 2016, pp. 16–23.

[9] Y. Ren, Y. Zhou, Y. Gu, Y. Liu, M. Jin, and H. Liu, "Robust adaptation based backlash and friction compensation for 3-dof robotic head with dynamic uncertainties," in *proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Qingdao, China, Dec 2016, pp. 124–130.

[10] A. F. Fiori, S. B. Viecelli, L. B. Maraschin, I. B. Garlet, A. C. Valdiero, and L. A. Rasia, "Modelagem matemática da transmissão mecânica em uma junta robótica com fuso de esferas," *Blucher Mathematical Proceedings*, vol. 1, no. 1, pp. 472–480, 2015.

[11] E. Padoin, O. Menuzzi, A. C. Valdiero, and L. A. Rasia, "Simulação computacional da não linearidade de folga nas juntas de manipuladores robóticos," in *proceedings of the Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications (DINCON)*, Serra Negra, SP, BR, 2010.

[12] O. Menuzzi, "Modelagem matemática da não linearidade de folga em uma transmissão mecânica tipo fuso. dissertação. 2011. 86p," dissertação (Mestrado em Modelagem matemática). Departamento de Física, Estatística e Matemática. Universidade Regional do Noroeste do Estado Rio Grande do Sul, Ijuí, Rio Grande do Sul.

[13] O. Salas-Peña, H. Castañeda, and J. de León-Morales, "Robust adaptive control for a dc servomotor with wide backlash nonlinearity," *automatika*, vol. 56, no. 4, pp. 436–442, 2015.

[14] E. Padoin, "Modelagem matemática da dinâmica da não linearidade de folga em uma junta rotativa de um robô scara com transmissão por engrenagens," 2011, dissertação (Mestrado em Modelagem matemática). Departamento de Física, Estatística e Matemática. Universidade Regional do Noroeste do Estado Rio Grande do Sul, Ijuí, Rio Grande do Sul.

[15] G. Tao and P. V. Kokotovic, "Adaptive control of system with unknown output backlash," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 2, pp. 326–330, 1995.

[16] "Instructions and parts manual: modular drive system," Bug-O System Corp., Canonsburg, PA, 2014, pp. 1–57.

[17] I. L. Kosow, *Electric machinery and transformers*. Prentice-Hall, 1972, vol. 4.

[18] K. Ogata, P. Á. Maya, and F. Leonardi, *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall, 2003.

[19] R. C. Dorf and R. H. Bishop, "Sistemas de controle modernos," *12ª Edição, Editora LTC*, 2009.

[20] P. Castrucci, A. Bittar, and R. Sales, *Controle Automático*. LTC Gen editora, 2011.