

Uma Abordagem Robusta para Estabilidade de Sistemas Formados por Conversores Estáticos Interconectados

Rodrigo Paz França*, Fabricio Hoff Dupont† e José Renes Pinheiro*

*Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC, Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, Brasil

†Grupo de Desenvolvimento Tecnológico - GDT, Universidade Comunitária Regional de Chapecó - Unochapecó, Chapecó, Brasil

Email: rodrigopazfranca@gmail.com

Resumo—Sistemas de Geração Distribuída (GD) são formados pela conexão de diversos elementos como conversores de energia, motores, inversores, filtros e entre outros. Esses elementos são projetados individualmente para garantir estabilidade e desempenho. Mas, devido à interação entre os elementos conectados o sistema pode se tornar instável. Na literatura a maioria dos trabalhos relacionam esse problema ao comportamento de Carga de Potência Constante de conversores operando em malha fechada. Entretanto, este trabalho mostra que o problema de instabilidade nesse tipo de sistema pode ser representado como incertezas presentes no modelo nominal que representa a planta. Para isso utiliza-se um estudo de caso que é formado por um filtro de entrada LC conectado em cascata com um conversor Buck com um compensador na tensão de saída. Mostra-se que o sistema em cascata apresenta instabilidades caracterizada por oscilações relacionadas com dinâmicas não modeladas (incertezas). Então, apresenta-se uma maneira de identificar essas incertezas através do Teorema do Elemento Extra (TEE), e representa-las como uma incerteza multiplicativa na saída. Por último, através da representação do problema por meio de incertezas é deduzido uma condição de estabilidade robusta, que considera variações paramétricas. Assim, garantindo a estabilidade robusta, mesmo na presença de dinâmicas não-modeladas do sistema.

Palavras-Chave – Geração Distribuída, estabilidade, sistema em cascata, robusto, incertezas.

I. INTRODUÇÃO

O fornecimento de energia elétrica através da Geração Distribuída (GD) é uma abordagem emergente [1]. Esse tipo de sistema é formado pela interconexão de diversos elementos, como por exemplo conversores de energia, filtros, inversores, motores, painéis solares, turbinas eólicas e entre outros. A interconexão entre os diferentes elementos pode ser feita através da conexão em série (cascata), paralelo, configurações híbridas e etc [2]. Os elementos do sistema GD são usualmente projetados individualmente para garantir a estabilidade e desempenho. Mas, a conexão entre os diferentes subsistemas pode tornar o sistema acoplado instável. A instabilidade desse tipo de sistema é caracterizada por oscilações que surgem na tensão dos barramentos de entrada e saída. Na literatura esse problema é relacionado com o comportamento de Carga de Potência Constante (CPL, do inglês *Constant Power Loads*) de conversores operando em malha fechada [3], [4]. Isso induz

um efeito de resistência negativa $-R$ na entrada de conversores operando em malha fechada, porque quando a tensão de entrada é reduzida, a corrente de entrada é aumentada de maneira a garantir que a potência entregue à carga permaneça constante. Logo, é necessário analisar a estabilidade do sistema completo.

Middlebrook foi o primeiro a desenvolver um critério de estabilidade para um sistema em cascata [5]. Seu método divide o sistema em Estágio Fonte (EF) e Estágio Carga (EC). Se ambos os estágios são estáveis individualmente, o sistema em cascata será estável se a impedância de saída do EF $|Z_{o,F}(s)|$ for menor que a impedância de entrada do EC $|Z_{in,C}(s)|$ para todas as frequências. Além disso Middlebrook define que o sistema será estável se o diagrama de Nyquist do *minor loop gain*, que é a razão das impedâncias $Z_{o,F}(s)/Z_{in,C}(s)$, não englobar o ponto -1 , ou seja se $Z_{o,F}(s)/Z_{in,C}(s) \ll 1$. Mas apesar de ser um método de fácil aplicação, já que é preciso apenas $Z_{o,F}(s)$ e $Z_{in,C}(s)$, não foi desenvolvido visando projeto de controladores. Por isso não apresenta informações de forma direta que seriam necessárias para projetar ou reprojeter um controlador capaz de estabilizar o sistema, como por exemplo, qual deve ser a margem de fase e de ganho para que o critério de Middlebrook seja atendido.

Entretanto, diferente do que trata a maioria dos trabalhos encontrados na literatura, pode-se relacionar o problema da estabilidade com dinâmicas não modeladas oriundas do acoplamento entre os sistemas. Um dos poucos trabalhos que aborda o problema dessa maneira é [6], mas limita-se a apresentar uma metodologia de projeto de filtros de entrada para conversores que evitem instabilidades no sistema. Desse modo, pode-se definir as dinâmicas não modeladas como incertezas presentes no modelo nominal da planta ao custo de uma eventual penalização do rendimento.

O termo incerteza se refere a diferenças ou erros entre o modelo e a realidade, e qualquer mecanismo utilizado para representar esses erros é chamado de representação da incerteza [7]. As incertezas podem ser classificadas como estruturadas e não estruturadas. Incerteza estruturada é definida como o não conhecimento exato da localização dos polos e zeros da planta, como por exemplo variação nos

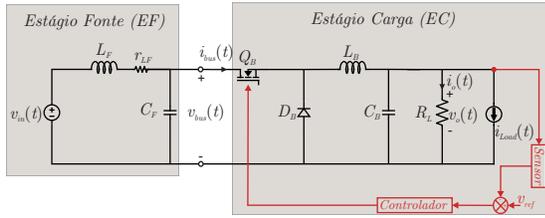


Figura 1. Sistema em cascata

parâmetros. Incerteza não estruturada é definida como o não conhecimento do comportamento da fase e do ganho da planta em frequências de determinada faixa de operação, que por sua vez é causada por polos e zeros não modelados, ou seja, dinâmicas não modeladas. Assim pode-se representar o problema de instabilidade através de incertezas não estruturadas como dinâmicas não modeladas, e incertezas estruturadas como variações paramétricas. Logo, ao representar o problema de estabilidade dessa forma, pode-se utilizar ferramentas da teoria de controle consolidadas para determinar critérios de estabilidade e projetos de controladores.

Frente a esse panorama este trabalho apresenta uma metodologia para determinar uma condição de estabilidade robusta para um sistema em cascata, o qual é composto por um filtro LC e um conversor Buck como é apresentado na Figura 1. Foi escolhido esse estudo de caso porque muitas vezes utilizam-se filtros LC conectados na entrada de conversores DC-DC e a possibilidade do problema de instabilidade ocorrer é alta [8]. Então, mostra-se que o sistema é instável apresentando oscilações na tensão de saída, a partir disso descreve-se que esse problema está relacionado com dinâmicas não modeladas que surgem devido ao acoplamento. Por meio do Teorema do Elemento Extra (TEE) modela-se a dinâmica adicional e identifica-se que causam uma diminuição no amortecimento do sistema e adicionam zeros no semi-plano direito (SPD). Por fim, essa dinâmica é representada através de uma incerteza multiplicativa na saída, e foi adicionado variações paramétricas a essa incerteza. Por meio dessa abordagem é deduzida uma condição de estabilidade robusta para o sistema em cascata.

II. MODELAGEM E CONTROLE

O estágio carga é formado por um conversor Buck controlado em tensão como é apresentado na Figura 2. O conversor Buck possui $P_o = 75$ W, $C_B = 100$ μ F, $L_B = 100$ μ H, $R_L = 3$ Ω , $f_{sw} = 30$ kHz, $v_{in} = 30$ V e $v_o = 15$ V. Por meio da técnica do modelo médio para pequenos sinais [6], e

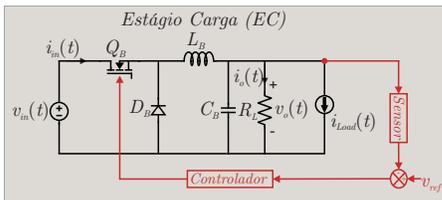


Figura 2. Representação do estágio carga composto pelo conversor Buck controlado em tensão.

por meio da transformada de Laplace, obteve-se as seguintes funções de transferência (FT) do conversor carga em malha aberta:

$$G_{vd,B}(s) = \frac{R_L V_{in}}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (1)$$

$$G_{vg,B}(s) = \frac{R_L D}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (2)$$

$$Z_{o,B}(s) = -\frac{L_B R_L s}{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L} \quad (3)$$

$$Z_{in,B}(s) = \frac{C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L}{D^2 (C_b R_L s + 1)} \quad (4)$$

em que, $G_{vd,B}(s)$, $G_{vg,B}(s)$, $Z_{o,B}(s)$, $Z_{in,B}(s)$ são respectivamente as FT da tensão de saída \bar{v}_o por \bar{d} , da tensão de saída pela tensão de entrada \bar{v}_{in} , impedância de saída e de entrada do estágio carga. Os pontos de equilíbrio utilizados foram $X_{eq,B} = [i_{L,B} v_o] = [5A \ 15V]$ e $Y_{eq,B} = [i_{in,B} v_o i_{L,B}] = [2, 5A \ 5A \ 15V]$.

Foi necessário determinar a FT da impedância de saída $Z_{o,LC}(s)$ do Filtro LC, para utiliza-la no TEE. Para determinar $Z_{o,LC}(s) = V_{bus}(s)/i_{bus}(s)$ do EF (filtro LC) utilizou-se o teorema de Thevenin. Desse modo analisando o circuito chega-se que a impedância equivalente de Thevenin é $Z_{eq} = (L_F + r_{LF}) || C_F$. Logo, aplicando a transformada de Laplace em Z_{eq} e sabendo que $Z_{eq} = v_{bus}(s)/i_{bus}(s)$, chega-se em

$$Z_{o,LC}(s) = \frac{sL_F + r_{LF}}{s^2 L_F C_F + sC_F r_{LF} + 1} \quad (5)$$

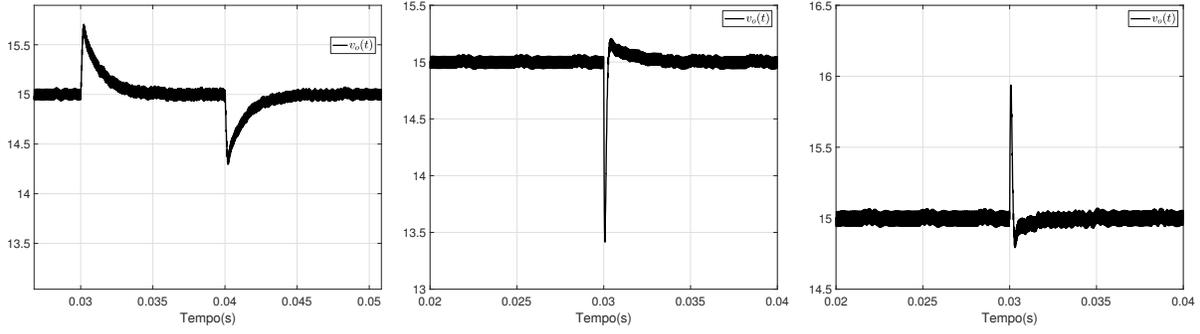
A FT de interesse é a $G_{vd,B}(s)$, já que é a utilizada para projetar o controlador de tensão $G_c(s)$. Para o controlador foi especificado uma margem de fase com aproximadamente 60° , uma frequência de corte de $f_c = f_{sw}/10$, rastreamento assintótico para entradas constantes e distúrbios do tipo degrau. Logo, para alcançar esses objetivos foi utilizado um controlador do tipo PID com a estrutura

$$G_c(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s(s + p_1)} \quad (6)$$

em que, $K = 0,4103$, $z_1 = 5052$, $z_2 = 1884$ e $p_1 = 7,035 \times 10^4$. Já na Figura 3 são apresentados os resultados obtidos por simulação da tensão de saída do conversor Buck. A resposta obtida para variações do tipo degrau na tensão de entrada $v_{in}(t)$ para $\pm 10\%$ do valor nominal. Por último nas Figura 3(b) e 3(c) são descritos os resultados obtidos para variações na carga do tipo degrau de 100% para 50% e 100% para 150% respectivamente. Pode-se notar ao analisar as repostas obtidas que o sistema é estável e possui um desempenho adequado.

Depois de assegurar a estabilidade e um bom desempenho do estágio carga, acopla-se o estágio fonte, formado por um filtro LC. O sistema completo é representado pela Figura 1. Vale salientar que o estágio fonte é naturalmente estável (filtro passivo) e a estabilidade do estágio carga é estabilizado pelo controlador para o ponto de operação considerado.

Na Figura 4 é apresentado o resultado obtido para a tensão



(a) Degrau na tensão de entrada $v_{in}(t)$. (b) Degrau de 100% para 50% da carga. (c) Degrau de 100% para 150% da carga.
 Figura 3. Resultado obtido para tensão de saída $v_o(t)$ para variações do tipo degrau.

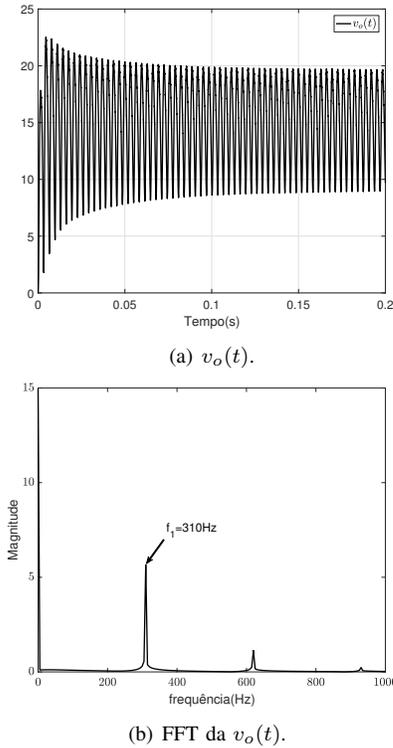


Figura 4. Resultado obtido para o sistema acoplado.

de saída $v_o(t)$ com o sistema acoplado. Pode-se notar pela Figura 4(a) que com o acoplamento dos sistemas a tensão de saída tornou-se oscilatória. A oscilação verificada na tensão de saída corresponde a frequência de 310 Hz, que pode ser confirmado pela transformada de Fourier ilustrada na Figura 4(b). A partir desses resultados pode-se concluir que o sistema acoplado é instável.

O problema das oscilações pode ser relacionado com a modificação da dinâmica do sistema [6], ocasionada pelo acoplamento. Essa nova dinâmica não foi considerada no momento de projetar o controlador $G_c(s)$ (6). Assim, o compensador $G_c(s)$ projetado para garantir a estabilidade e desempenho apenas para o conversor Buck ilustrado pela Figura 2, não garante mais. Conclui-se que o problema de oscilações do sistema em cascata é devido à incertezas, como

dinâmicas não modeladas e variações paramétricas.

III. DETERMINAÇÃO DAS DINÂMICAS NÃO MODELADAS

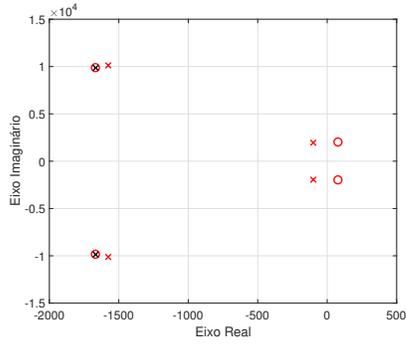
Com o objetivo de determinar essas dinâmicas aplicou-se o Teorema do Elemento Extra (TEE) que permite identificar como a função de transferência original é afetada pela adição de um elemento extra no sistema [9], que pode ser desde um resistor, capacitor, indutor até um novo sistema. O TEE foi aplicado na FT $G_{vd}(s)$ que relaciona a tensão de saída $\bar{v}_o(t)$ pela razão cíclica \bar{d} já que é utilizada para o projeto do controlador. Desse modo, por meio do TEE tem-se:

$$G_{vd,\Delta}(s) = (G_{vd,B}|_{z_o(s)=0}) \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)}, \quad (7)$$

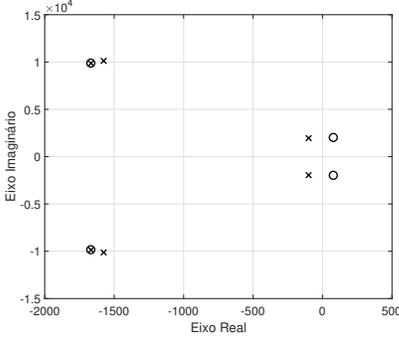
em que, $G_{vd,B}|_{z_o(s)=0}$ é função de transferência original do conversor Buck (1), $Z_D(s) = Z_{in,B}(s)$ (4) e $Z_o(s) = Z_{o,F}(s)$ (5). A grandeza $Z_N(s)$ é igual a impedância de entrada do estágio carga sob a condição de que o controlador *feedback* opere idealmente, ou seja, que varie $\bar{d}(s)$ de maneira ilimitada para manter \bar{v}_o igual a zero. Assim a expressão de $Z_N(s)$ foi retirada de [6] que para o conversor Buck $Z_N(s) = -R_L/D^2$. A equação (7) revela que o conversor Buck é modificado pelo fator de correção

$$\Delta_{vd,LC}(s) \triangleq \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)} \quad (8)$$

em que, $\Delta_{vd,LC}$ de forma analítica é definido por (9). Ao analisar (9) pode-se ver que o acoplamento do sistema adiciona um par de zeros associados com os parâmetros do Filtro LC, outro par de zeros associados com os parâmetros do conversor Buck e dois pares de polos relacionados com os parâmetros de ambos os sistemas. Multiplicando (9) por (1), o par de zeros relacionados com os parâmetros do Buck são cancelados. Conclui-se que a dinâmica resultante para $G_{vd,\Delta}(s)$ está relacionada a um par de zeros atrelados aos parâmetros do Filtro LC e os dois pares de polos relacionados com os parâmetros de ambos os sistemas.



(a) $G_{vd,B}(s)$ (preto) e $\Delta_{vd,LC}(s)$ (vermelho).



(b) $G_{vd,\Delta}(s)$.

Figura 5. Mapa de polos e zeros das $G_{vd,B}(s)$, $G_{vd,\Delta}(s)$ e $\Delta_{vd,LC}(s)$.

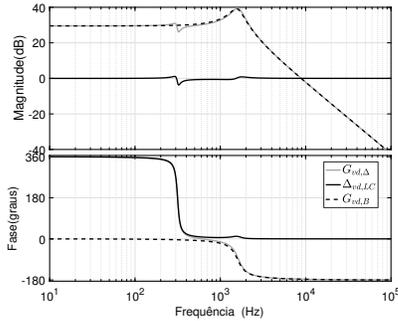
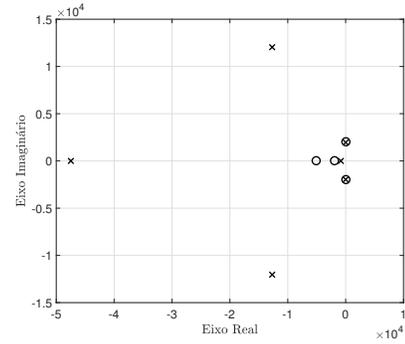


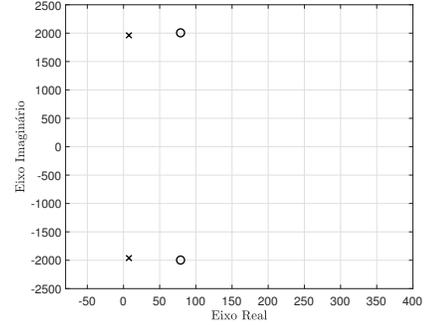
Figura 6. Diagrama de Bode da $G_{vd,B}(s)$, $G_{vd,\Delta}(s)$ e $\Delta_{vd,LC}(s)$.

Isso é confirmado analisando as Figuras 5 e 6. Em que, na Figura 5(a) pode-se ver que a FT $G_{vd,B}(s)$ original possui apenas um par de polos complexos. Já a $G_{vd,\Delta}(s)$ (Figura 5(b)) possui dois pares de zeros complexos sendo que um par está localizado no SPD e dois pares de polos complexos. Na Figura 6 é apresentado os diagramas de Bode de $G_{vd,B}(s)$, $G_{vd,\Delta}(s)$ e $\Delta_{vd,LC}(s)$, e pode-se ver como as dinâmicas de $G_{vd,B}(s)$ são alteradas por $\Delta_{vd,LC}(s)$.

Como foi discutido a dinâmica do acoplamento $\Delta_{vd,LC}$ modifica a $G_{vd,B}(s)$ original de tal forma que diminui o seu amortecimento e a torna de fase não mínima. Assim na Figura 7 é apresentado os polos e zeros da FT do sistema acoplado em malha fechada $G_{vd,\Delta,MF}(s)$ com o controlador $G_c(s)$. Pode-se ver que o sistema se torna instável em malha fechada, já que apresenta polos no SPD como é apresentado na Figura 7(b). Esses polos do SPD estão localizados na



(a) $G_{vd,\Delta,MF}(s)$ em malha fechada.



(b) Zoom dos polos instáveis

Figura 7. Mapa de polos e zeros da $G_{vd,\Delta,MF}(s)$ em malha fechada com o controlador $G_c(s)$.

frequência $f = 312\text{Hz}$ que é aproximadamente a frequência de ressonância da oscilação apresentada na Figura 4. Conclui-se que o sistema se torna instável devido a presença de zeros de fase não mínima e a malha fechada. Porque se o ganho K do controlador (6) for muito alto, os polos em malha fechada vão tender a localização dos zeros do SPD.

O sistema apresentou uma oscilação sustentada ao contrario de uma oscilação tendendo ao infinito como mostrou a análise dos polos e zeros do sistema. Devido que a saturação da ação de controle $u(t)$ está originando efeitos não representados, já que o modulador PWM é capaz de representar fisicamente apenas um sinal limitado no intervalo $[0 \ 1]$, e não um sinal ilimitado, conforme e assumido para os modelos SISO LTI.

IV. ANÁLISE DA ESTABILIDADE ROBUSTA

Como foi descrito na seção anterior, as oscilações que surgem no sistema em cascata é devido à mudança do modelo original ocasionado pelo acoplamento do sistema. Mostrou-se que o modelo utilizado para realizar o projeto do controlador $G_{vd,B}(s)$ é alterado pela dinâmica $\Delta_{vd,LC}(s)$. Em que $\Delta_{vd,LC}$ provoca uma mudança na estrutura do sistema como diminuição do amortecimento e adição de zeros de fase não mínima. Como o controlador de tensão $G_c(s)$ foi projetado através do método clássico para garantir estabilidade e desempenho, foi considerado apenas a $G_{vd,B}(s)$ original. Quando o sistema é acoplado, o compensador $G_c(s)$ não garante mais a estabilidade e desempenho.

Nesta situação, o modelo utilizado para projeto é uma aproximação do modelo real em que omite-se as incerte-

$$\Delta_{vd,LC} = \frac{(C_F L_F R_L s^2 - r_{L_F} D^2 - L_F D^2 s + C_F R_L r_{L_F} s + R_L)(C_B L_B R_L s^2 + L_B s + R_L)}{C_B C_F L_B L_F R_L^2 s^4 + R_L(C_F L_B L_F + C_B C_F L_B R_L r_{L_F})s^3 + R_L(C_B L_F R_L D^2 + C_B L_B R_L + C_F L_F R_L + C_F L_B r_{L_F})s^2 + R_L(L_B + D^2 L_F + C_F R_L r_{L_F} + C_B D^2 R_L r_{L_F})s + R_L(r_{L_F} D^2 + R_L)} \quad (9)$$

zas associadas a variações de parâmetros, dinâmicas não-modeladas, saturação, limitadores, não linearidades, elementos intrínsecos e parasitas que compõe a planta. Desse modo, pode-se definir a mudança da planta devido ao acoplamento como uma incerteza não estruturada. Também pode-se agregar que dentro dessa incerteza não estruturada existem incertezas paramétricas, já que R_L pode variar, C_F e L_F podem ser desconhecidos. Existem diversas formas de representar uma incerteza não estruturada que depende do tipo de incerteza que deseja-se caracterizar. Para o caso em estudo deseja-se representar dinâmicas em altas frequências negligenciadas e zeros no semiplano direito incertos. Logo, utilizou-se a incerteza multiplicativa na saída [7]. Assim a nova planta descrita através da incerteza é definida por

$$G(s) = G_0(s) \times (1 + \tilde{W}_2(s)) \quad (10)$$

em que, $G_0(s)$ denota a FT da planta nominal, assim $G_0(s) = G_{vd,B}(s)$. Já $\tilde{W}_2(s)$ é uma função de transferência que quantifica as variações da planta em frequência. Desse modo pode-se representar o sistema real em malha fechada pelo diagrama de blocos da Figura 8.

Como a dinâmica adicionada na FT $G_{vd,B}(s)$ pelo acoplamento é definida por $\Delta_{vd,LC}(s)$, utilizou-se $\Delta_{vd,LC}(s)$ para determinar a incerteza $\tilde{W}_2(s)$. Já que $G(s) = G_{vd,B}(s)\Delta_{vd,LC}(s)$, substitui-se essa expressão em (10) resultando em

$$G_{vd,B}(s)\Delta_{vd,LC}(s) = G_{vd,B}(s)(1 + \tilde{W}_2(s)) \quad (11)$$

em que, isolando \tilde{W}_2 chega-se em

$$\tilde{W}_2(s) = 1 - \Delta_{vd,LC}(s) \quad (12)$$

A incerteza não estruturada \tilde{W}_2 possui parâmetros incertos como é o caso da carga R_L , C_F e L_F . Assim pode-se realizar uma análise para variação desses parâmetro, que no caso limita-se aos intervalos

$$\begin{aligned} \delta_{R_L,max} &\leq R_L \leq \delta_{R_L,min} \\ \delta_{C_F,max} &\leq C_f \leq \delta_{C_F,min} \\ \delta_{L_F,max} &\leq L_f \leq \delta_{L_F,min} \end{aligned} \quad (13)$$

em que $\delta_{R_L,max} = 2$ representa a carga para uma variação de

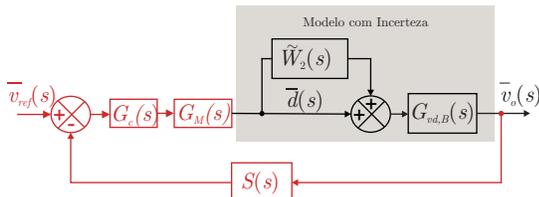


Figura 8. Representação do modelo com incerteza não estruturada.

50% de seu valor nominal, $\delta_{R_L,min} = 6$ é o valor da carga para um aumento de 150% de seu valor nominal, $\delta_{C_f,max} = C_f + (0.1C_f)$ e $\delta_{C_f,min} = C_f - (0.1C_f)$ representam uma variação de $\pm 10\%$ da capacitância do filtro LC, $\delta_{L_f,min} = L_f - (0.1L_f)$ e $\delta_{L_f,max} = L_f + (0.1L_f)$ determinam uma variação de $\pm 10\%$ da indutância do filtro LC. Na Figura 9 mostra-se o diagrama de Bode de $\tilde{W}_2(s)$ para variações de R_L , C_f e L_f nos extremo dos vértices. Com isso define-se um limitante superior $W_2(s)$ para $\tilde{W}_2(s)$ que engloba todas as variações de parâmetros, desse modo tem-se

$$|\tilde{W}_2| \leq |W_2| \quad (14)$$

O limitante superior $W_2(s)$ foi descrito por um filtro passa alta como é apresentado na Figura 9. Logo, $W_2(s)$ é descrito por

$$W_2(s) = \frac{\tau s + r_0}{\left(\frac{\tau}{r_\infty}\right)s + 1} \quad (15)$$

em que, r_0 indica a incerteza relativa em estado estacionário, $1/\tau$ é aproximadamente a frequência na qual a resposta tem magnitude 1, r_∞ é a magnitude da ponderação em altas frequências (valores típicos, $r_\infty \geq 2$). Assim utilizou-se $r_0 = 0$, $1/\tau = 311$ Hz que é a frequência com maior magnitude de $\tilde{W}_2(s)$ e $r_\infty = 2$.

Com isso pode-se definir um critério de estabilidade robusta baseado no teorema do pequeno ganho [7] e em [10]. Logo, considerando o controlador $G_C(s)$ (4) obtido usando como referência a planta nominal $G_0(s)$, e que o sistema é estável em malha fechada. Assim, o diagrama de Nyquist de $G_C(s)G_0(s)$ não cruza o ponto -1 . Por isso a equação característica

$$1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega) = 0 \quad (16)$$

nunca será satisfeita para qualquer valor de ω . Por outro lado para que a planta incerta descrita pela equação (10) possa ser robustamente estável, a equação característica $1 + G_C(s)G(s) = 0$ não deve se anular para qualquer frequência ω , e quaisquer valor de $\tilde{W}_2(s)$. Com isso, pode-se obter o requisito para satisfazer o critério de estabilidade robusta considerando que

$$1 + G_C(j\omega)G(j\omega) \neq 0, \quad \forall \omega \quad (17)$$

$$1 + G_C(j\omega)[G_0(j\omega)(1 + \tilde{W}_2(j\omega))] \neq 0 \quad (18)$$

em que, coloca-se o termo $1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)$ em evidência

$$(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)) \left(1 + \frac{G_C(j\omega)G_0(j\omega)}{1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)} \tilde{W}_2(j\omega) \right) \neq 0 \quad (19)$$

Defini-se τ como senso a função de sensibilidade complemen-

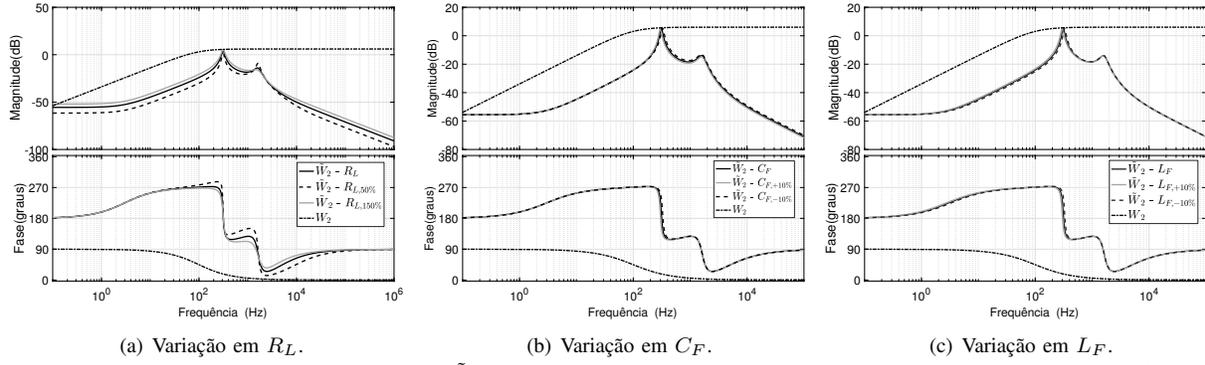


Figura 9. Diagrama de Bode da incerteza $\tilde{W}_2(s)$ perante a variações nos parâmetros do sistema e o limite superior $W_2(s)$.

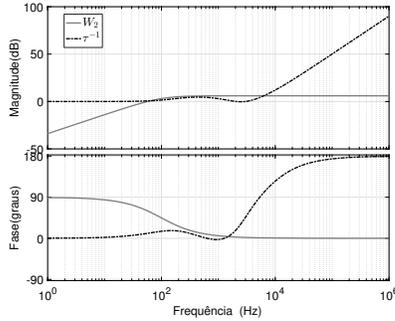


Figura 10. Diagrama de Bode do limite superior $W_2(s)$ e da função de ponderação $\mathcal{T}^{-1}(s)$.

tar

$$\mathcal{T}(j\omega) \triangleq \frac{G_C(j\omega)G_0(j\omega)}{1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)} \quad (20)$$

logo,

$$(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega))(1 + \mathcal{T}(j\omega)\tilde{W}_2(j\omega)) \neq 0 \quad (21)$$

Como o sistema nominal é estável, então necessariamente $(1 + G_C(j\omega)G_0(j\omega)) \neq 0$ para qualquer frequência ω , e quaisquer $\tilde{W}_2(j\omega)$. Então a partir de (21) chega-se a

$$|\mathcal{T}(j\omega)||\tilde{W}_2(j\omega)| < 1 \quad (22)$$

logo, considerando o limitante superior $|\tilde{W}_2(j\omega)| \leq |W_2(j\omega)|$ chega-se na condição de estabilidade robusta (ER)

$$\mathbf{ER} \Leftrightarrow |W_2(j\omega)| < |\mathcal{T}^{-1}(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (23)$$

Assim o sistema será **ER** se (23) for satisfeita. Se a condição de estabilidade robusta com o limitante $W_2(s)$ não for satisfeita, o sistema em malha fechada pode ou não ser estável. Para o caso da Figura 10 verifica-se que a condição **ER** da equação (23) não é satisfeita para o sistema em cascata da Figura 1. Já que $|W_2(j\omega)|$ não é menor que $|\mathcal{T}^{-1}(j\omega)|$ para todas as frequências. Esse método de análise da estabilidade traz como vantagem a possibilidade de ser empregada como uma metodologia de auxílio ao reprojetado do controlador $G_c(s)$. Com isso, pode-se incluir no projeto de $G_c(s)$ a variação de parâmetros do filtro LC, o que não é possível pelo método clássico utilizado.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho foi capaz de detectar que a presença de dinâmicas não modeladas oriundas do acoplamento, identificadas por meio do TEE, foram responsáveis por oscilações na tensão de saída com frequência de 310Hz (instabilidade) no sistema em cascata estudado; Alcançar uma condição de estabilidade robusta (**ER**), considerando incertezas estruturadas e não estruturadas, por meio de um novo modelo que representou as dinâmicas não modeladas encontradas no formato de incertezas multiplicativas na saída e oferecer uma ferramenta alternativa para projeto de controladores robustos, diferente do critério de Middlebrook que é uma excelente ferramenta para análise da estabilidade.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao PPGEE-PROEX/CAPES e ao projeto INCT-GD e aos órgãos financiadores (CNPq processo 465640/2014-1, CAPES processo no. 23038.000776/2017-54 e FAPERGS 17/2551-0000517-1).

REFERÊNCIAS

- [1] W. El-Khattam and M. M. Salama, "Distributed generation technologies, definitions and benefits," *Electric power systems research*, vol. 71, no. 2, pp. 119–128, 2004.
- [2] S. Luo, "A review of distributed power systems part i: Dc distributed power system," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 20, no. 8, pp. 5–16, 2005.
- [3] X. Feng, J. Liu, and F. C. Lee, "Impedance specifications for stable dc distributed power systems," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, no. 2, pp. 157–162, 2002.
- [4] S. Singh, A. R. Gautam, and D. Fulwani, "Constant power loads and their effects in dc distributed power systems: A review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 72, pp. 407–421, 2017.
- [5] R. D. Middlebrook, "Input filter considerations in design and application of switching regulators," *IAS'76*, 1976.
- [6] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of power electronics*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [7] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essentials of robust control*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998, vol. 104.
- [8] R. Weichel, G. Wang, J. Mayer, and H. Hofmann, "Active stabilization of dc-dc converters with input lc filters via current-mode control and input voltage feedback," in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*. IEEE, 2010, pp. 3409–3413.
- [9] R. Middlebrook, "Null double injection and the extra element theorem," *IEEE Transactions on Education*, vol. 32, no. 3, pp. 167–180, 1989.
- [10] R. M. Palhares, "Notas de aula," <http://www.cpdee.ufmg.br/palhares/>, 2011a,b, acessado: 20-4-2018.