

IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO DE PLASTICIDADE COM ENDURECIMENTO MISTO

Pedro Fellipe M. Pires

Tiago dos Santos

Universidade Federal de Santa Maria, Av. Roraima N°1000 – Santa Maria, RS
pedro.pires@acad.ufsm.br, tiago.santos@ufsm.br

Resumo. Neste trabalho é demonstrada a modelagem constitutiva de um material elastoplástico com endurecimento misto. Uma breve introdução a respeito dos principais aspectos fenomenológicos envolvidos é descrita. São apresentadas a função de escoamento e as regras de evolução para cada parâmetro envolvido. São ilustrados exemplos dos tipos de endurecimento capturados pelo modelo.

Palavras chave: Plasticidade, Modelagem constitutiva, Mecânica computacional, Mecânica não-linear

1. INTRODUÇÃO

A teoria da plasticidade se preocupa com o estudo de sólidos que, após serem sujeitos a uma série de carregamentos, sustentam deformações permanentes (chamadas deformações plásticas) quando completamente descarregados. Em particular, a teoria lida com materiais para os quais as deformações permanentes independem da taxa de aplicação dos esforços (SOUZA NETO, 2008). Considere uma curva tensão vs. deformação típica de um ensaio de tração uniaxial de um metal dúctil, como alumínio ou aço, por exemplo. É possível notar que há duas regiões de comportamento distintos: uma primeira faixa aproximadamente linear é observada até ser atingido um ponto crítico, σ_{Y_0} , normalmente nomeado de limite elástico, de proporcionalidade ou, mais comumente, tensão de escoamento. Até esse ponto é válida a relação:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad \sigma_x < \sigma_{Y_0} \quad (1)$$

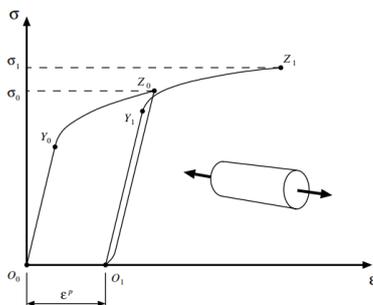


Figura 1. Ensaio de tração uniaxial de um metal dúctil.
Fonte: Souza Neto et. al. (2008).

onde σ_x é a tensão normal no sentido longitudinal da barra, E é o módulo de elasticidade, ε_x a deformação normal e σ_{Y_0} é a tensão de escoamento inicial. Essa região é denominada domínio elástico. A partir desse ponto se observa um comportamento não linear entre tensão e deformação. Considere que o carregamento continue a evoluir até ser atingido um nível de tensão σ_{Y_1} contido na região após o limite elástico. Ao se reduzir o nível de carregamento a partir desse ponto, caso seja monitorada a curva de descarregamento, será notado que durante o processo o material se comportará novamente de forma linear, com mesmo módulo de elasticidade (segmento σ_{Y_1} a O_1). Ao fim do descarregamento será obtido um estado nulo de tensões, mas que apresentará deformações não nulas, ou seja, o material acumulou uma deformação plástica, ε^p . Ao se carregar novamente o corpo o comportamento elástico será observado em uma faixa maior de tensão até se atingir σ_{Y_1} , ou seja, houve uma evolução da tensão de escoamento e uma expansão do domínio elástico. Neste trabalho será mostrada como se dá a modelagem dos principais fenômenos descritos em um modelo de plasticidade.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Segundo Souza Neto et. al. (2008), tradicionalmente um modelo de plasticidade deve conter alguns ingredientes básicos, sintetizados no Quadro 1.

1 – Decomposição aditiva de deformação, e relação tensão-deformação elástica:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$$

$$\sigma = E \varepsilon^e = E(\varepsilon - \varepsilon^p)$$

2 – Potencial de energia livre:

$\psi = \psi(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha)$

3 – Equação constitutiva para σ e para as forças termodinâmicas de endurecimento A_k :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon}; A_k \equiv \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k}$$

4 – Função de escoamento:

$$f(\sigma, \sigma_y) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0$$

5 – Regra de fluxo e lei de endurecimento:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma}; \dot{\alpha}_k = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial A_k}$$

6 – Condições de Karush-Kuhn-Tucker e de consistência:

$$f(\sigma, \sigma_y) \leq 0; \dot{\gamma} \geq 0; f(\sigma, \sigma_y) \dot{\gamma} = 0$$

$$\dot{f}(\sigma, \sigma_y) \dot{\gamma} = 0, \text{ para } \sigma \in \partial \varepsilon_\sigma$$

Quadro 1. Ingredientes básicos de um modelo elastoplástico.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo descrito na seção anterior foi implementado em um código Python. Nesta seção serão mostrados alguns gráficos obtidos, ilustrando os tipos de endurecimento considerados.

3.1. Plasticidade Perfeita

A Figura 2 mostra a resposta de um material perfeitamente plástico para três tipos de carregamentos distintos: em azul: monotônico com taxa de 0,1 [mm/mm/s], em laranja: monotônico com taxa de 0,05 [mm/mm/s] e em verde um carregamento cíclico com amplitude de deformação de 0,01 [mm/mm] e período de 2 s. Nota-se que taxas de deformação distintas não produzem respostas diferentes (o aspecto da curva é sempre o mesmo), mas o nível de deformação acumulada que determina a resposta do material em nível de tensão. Note que na parte de descarga do carregamento cíclico o comportamento elástico da curva de retorno é evidenciado, e que o nível de tensão satura assim que é alcançada a tensão de escoamento, ou seja, de fato não há endurecimento. Esse comportamento é obtido fazendo-se $\delta = 0$ e $H = 0$.

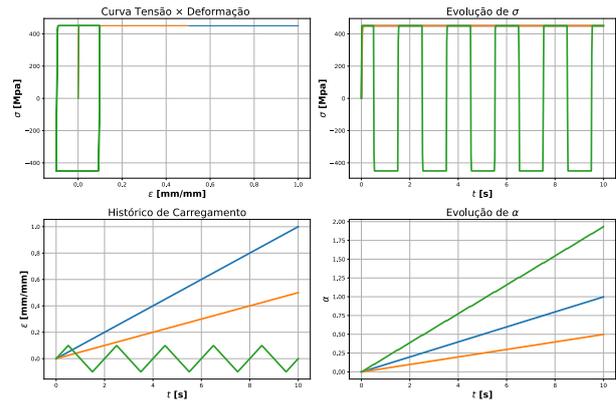


Figura 2. Modelo de plasticidade perfeita.

3.2. Endurecimento Linear

Na Figura 3 é mostrada a resposta de um material com modelo de endurecimento isotrópico linear sujeito aos mesmos carregamentos do caso anterior. Fica claro que a expansão da região elástica é capturada, inclusive em fase de compressão, como mostra a curva tensão vs. deformação do carregamento cíclico. Esse comportamento de endurecimento é obtido para $\delta = 0$ e $H > 0$.

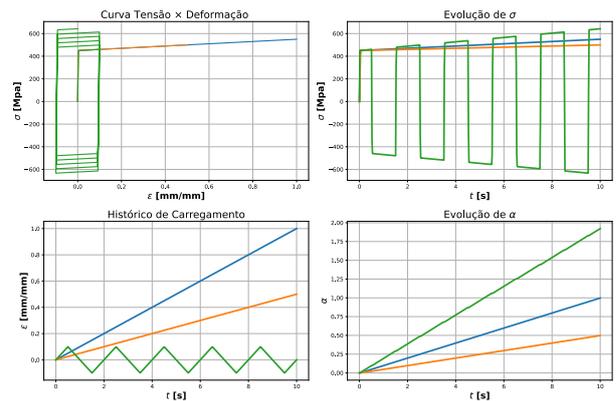


Figura 3. Modelo de endurecimento linear.

3.3. Endurecimento Exponencial e Linear

Na Figura 4 é mostrada a resposta de um material com modelo de endurecimento isotrópico exponencial durante a fase inicial de endurecimento e linear a partir de um certo nível de tensão, sujeito aos mesmos carregamentos do caso anterior. Nota-se que o comportamento não linear resultante é semelhante ao esperado para materiais metálicos dúcteis, sendo assim um bom modelo para caracterização desse tipo de material. Esse comportamento de endurecimento é obtido para $\delta > 0$ e $H > 0$.

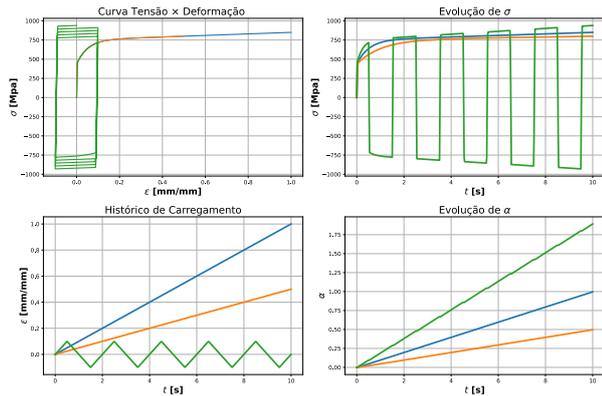


Figura 4. Modelo de endurecimento exponencial.

3. CONCLUSÕES

em branco, 10)

No presente trabalho apresentou-se um modelo de plasticidade capaz de descrever o endurecimento isotrópico com características lineares e não lineares. Tal modelo serviu de base para demonstrar os principais aspectos envolvidos na modelagem do comportamento de materiais elastoplásticos com endurecimento por deformação. Mostrou-se que o modelo é capaz de caracterizar a resposta elástica e plástica de materiais metálicos dúcteis.

SOUZA NETO, Eduardo A. de et al. Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. 1^a ed. Alemanha, Wiley, 2008.

HUGHES, T.J.R., and Simo, J.C.. Computational Inelasticity. Ucrânia, Springer, Nova Iorque, 2006.