

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE MESTRADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA CIVIL

Leonardo Luiz Fritzen

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE NÓ DE PÓRTICO EM  
CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO DANO E PLASTICIDADE**

Santa Maria, RS  
2024

Leonardo Luiz Fritzen

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE NÓ DE PÓRTICO EM CONCRETO  
ARMADO CONSIDERANDO DANO E PLASTICIDADE**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração em Construção Civil e Preservação Ambiental, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. René Quispe Rodríguez

Coorientador: Prof. Dr. Almir Barros da S. Santos Neto

Santa Maria, RS  
2024

Fritzen, Leonardo Luiz  
Análise numérica de estruturas de nó de pórtico em  
concreto armado considerando dano e plasticidade /  
Leonardo Luiz Fritzen.- 2024.  
147 p.; 30 cm

Orientador: René Quispe Rodríguez  
Coorientador: Almir Barros da S. Santos Neto  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil, RS, 2024

1. Nós de pórtico 2. Modelo concrete damaged plasticity  
3. Método dos elementos finitos 4. Concreto armado I.  
Rodríguez, René Quispe II. Neto, Almir Barros da S.  
Santos III. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, LEONARDO LUIZ FRITZEN, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

**Leonardo Luiz Fritzen**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE NÓ DE PÓRTICO EM CONCRETO  
ARMADO CONSIDERANDO DANO E PLASTICIDADE**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração em Construção Civil e Preservação Ambiental, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

**Aprovado em 21 de maio de 2024:**

---

**René Quispe Rodríguez, Dr. (UFSM)**  
**(Presidente/Orientador)**

---

**Almir Barros da S. Santos Neto, Dr. (UFSM)**  
**(Coorientador)**

---

**André Lübeck, Dr. (UFSM)**

---

**Luis Eduardo Kostascki, Dr. (UNIPAMPA)**

Santa Maria, RS  
2024

## RESUMO

### ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE NÓ DE PÓRTICO EM CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO DANO E PLASTICIDADE

AUTOR: Leonardo Luiz Fritzen  
ORIENTADOR: René Quispe Rodríguez  
COORIENTADOR: Almir Barros da S. Santos Neto

Nós de pórtico são volumes situados na região de concorrência entre vigas e pilares. Participam da distribuição das cargas verticais e horizontais, sendo alvo de elevadas forças cortantes e elevados momentos fletores. Seu dimensionamento é complexo e depende de diversas variáveis. Desta forma, foi realizado um estudo sobre a aplicação do modelo *concrete damaged plasticity* em simulações de nós de pórtico externos de cobertura em concreto armado, submetidos a momento de abertura (momento positivo) de forma monotônica no programa ABAQUS que utiliza o método dos elementos finitos. A principal vantagem do modelo *concrete damaged plasticity* é a capacidade de capturar o comportamento não linear e a propagação de fissuras no concreto. As variáveis de dano para tração e compressão foram definidas através da metodologia de Alfarah et al. (2017) e a modelagem foi representativa aos corpos de provas RV9, RV10 e RV11 do estudo experimental de Johansson (2001). As simulações foram realizadas de modo a definir a influência do parâmetro de viscosidade, do ângulo de dilatação e do tamanho da malha de elementos finitos na convergência numérica e nos resultados relativos à resistência e ao padrão de fissuração. A regularização viscoplástica se mostrou de grande importância para a convergência das simulações numéricas e o valor do parâmetro de viscosidade que proporcionou os resultados mais adequados foi 0,00005. Quanto ao ângulo de dilatação, ocorreu um aumento sutil da resistência apresentada nas simulações quanto maior o valor desse parâmetro. A malha de elementos finitos que se mostrou mais adequada foi de 1 cm, pois proporcionou um padrão de dano semelhante com as fissuras dos testes experimentais em um tempo de processamento computacional viável. Após definir os parâmetros mais adequados para as simulações numéricas, os resultados variaram em média 29% em relação a resistência máxima dos ensaios experimentais que são representativos, mas foram muito precisos em relação ao deslocamento em que a força máxima ocorre.

**Palavras-chave:** Nós de pórtico. Modelo *concrete damaged plasticity*. Método dos elementos finitos. Concreto armado.

## ABSTRACT

### NUMERICAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE JOINT STRUCTURES CONSIDERING DAMAGE AND PLASTICITY

AUTHOR: Leonardo Luiz Fritzen  
ADVISOR: René Quispe Rodríguez  
CO-ADVISOR: Almir Barros da S. Santos Neto

Joints are volumes located in the region of competition between beams and columns. They participate in the distribution of vertical and horizontal loads, being subject to high shear forces and high bending moments. Its sizing is complex and depends on several variables. In this way, a study was carried out on the application of the concrete damaged plasticity model in simulations of external joints of reinforced concrete, subjected to opening moment (positive moment) in a monotonic way in the ABAQUS program that uses the finite element method. The main advantage of the concrete damaged plasticity model is the ability to capture the nonlinear behavior and propagation of cracks in concrete. The damage variables for traction and compression were defined using the Alfarah et al. (2017) methodology and the modeling was representative of the RV9, RV10 and RV11 specimens from the Johansson (2001) experimental study. The simulations were carried out in order to define the influence of the viscosity parameter, the dilatation angle and the size of the finite element mesh on numerical convergence and results relating to resistance and cracking pattern. Viscoplastic regularization proved to be of great importance for the convergence of numerical simulations and the value of viscosity parameter that provided the most appropriate results was 0.00005. As for the dilatation angle, there was a subtle increase in resistance the higher the value of this parameter. The finite element mesh that proved to be most suitable was 1 cm, as it provided a similar damage pattern to the cracks in the experimental tests in a viable computational processing time. After defining the most appropriate parameters for the numerical simulations, the results varied on average by 29% in relation to the maximum resistance of the experimental tests, which are representative, but were very precise in relation to the displacement at which the maximum force occurs.

**Keywords:** Joints. Concrete damaged plasticity model. Finite element method. Reinforced concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Nós de pórtico - delimitação da região nodal em linhas vermelhas. ....	13
Figura 2 – Configuração de nós internos. ....	14
Figura 3 – Configuração de nós externos. ....	14
Figura 4 – Classificação dos nós de pórtico de acordo com a existência da continuidade do pilar. ....	15
Figura 5 – Análise elástica linear de tensões no nó. ....	19
Figura 6 – Esforços e falhas em diferentes tipos de ligação viga-pilar. ....	21
Figura 7 – Detalhe de arranjos de armadura longitudinal de viga de Scott (1996). ....	22
Figura 8 – Detalhe de arranjos de armadura longitudinal de viga de Murty et al. (1998). .....	23
Figura 9 – Estribos efetivos em nó de pórtico externo. ....	24
Figura 10 – Estribos comuns (a) e armadura helicoidal retangular (b). ....	25
Figura 11 – Barras diagonais ancoradas mecanicamente em vigas como armadura transversal em nós de pórtico internos. ....	26
Figura 12 – Aderência por adesão(a), por atrito(b) e aderência mecânica(c). ....	27
Figura 13 – Curva experimental tensão de aderência-deslizamento para ação cíclica alternada em uma barra de 8mm de diâmetro. ....	28
Figura 14 – Ligação viga-pilar dos ensaios experimentais de Paultre et al. (1989). ....	30
Figura 15 – Idealização de treliça de nó de pórtico submetido a momento positivo. ....	34
Figura 16 – Detalhe 1 de armadura em nó de pórtico. ....	35
Figura 17 – Detalhe 2 de armadura em nó de pórtico. ....	35
Figura 18 – Detalhe 3 de armadura em nó de pórtico. ....	35
Figura 19 – Detalhe 4 de armadura em nó de pórtico. ....	36
Figura 20 – Detalhe 5 de armadura em nó de pórtico. ....	37
Figura 21 – Detalhe 6 de armadura em nó de pórtico. ....	38
Figura 22 – Detalhe 7 de armadura em nó de pórtico. ....	38
Figura 23 – Padrão de fissura do nó de pórtico com barra diagonal em carga de trabalho. ....	39
Figura 24 – Padrão de fissura do nó de pórtico com barra diagonal em carga de ruptura. ....	39
Figura 25 – Modelo de bielas e tirantes e detalhe de armadura de nó de pórtico. ....	40
Figura 26 – Detalhe de armadura recomendado para nó de pórtico e seu respectivo modelo de bielas e tirantes. ....	41
Figura 27 – Modelo de bielas e tirantes de um nó de pórtico com detalhe de armadura simples. ....	42
Figura 28 – Forças atuantes em nós externos sob carregamento monotônico. ....	43

Figura 29 – Largura máxima da biela diagonal. ....	45
Figura 30 – Mecanismo de biela diagonal. ....	47
Figura 31 – Mecanismo de treliça horizontal. ....	48
Figura 32 – Mecanismo de treliça vertical. ....	49
Figura 33 – Relação entre as taxas de força cortante horizontal resistida por cada mecanismo e o ângulo da biela diagonal. ....	51
Figura 34 – Rigidez do concreto em estado uniaxial e biaxial de tensões. ....	52
Figura 35 – Detalhe de armadura para (a) momento de fechamento, (b) momento de abertura e a (c) nova proposta. ....	55
Figura 36 – Dimensões e montagem dos ensaios da (a) primeira e segunda séries de testes (momento de fechamento); e (b) terceira série de testes (momento de abertura). Dimensões em milímetros. ....	56
Figura 37 – Relações carga-deslocamento para os nós de pórtico submetidos a momento de fechamento: (a) elevada taxa de armadura; (b) baixa taxa de armadura. ....	58
Figura 38 – Padrões de fissura dos corpos de prova da segunda série: (a)RV6; (b)RV7. 59	
Figura 39 – Relações carga-deslocamento para os nós de pórtico submetidos a momento de abertura. ....	60
Figura 40 – Padrões de fissuras em nós de pórtico sujeitos a momento de abertura: (a) esboço esquemático da propagação de fissuras; (b) corpo de prova RV9; (c) corpo de prova RV10; e (d) corpo de prova RV11. ....	61
Figura 41 – Notações da região do nó de pórtico interno. ....	69
Figura 42 – Altura efetiva da seção do nó de pórtico. ....	70
Figura 43 – Mecanismo de transferência de forças. ....	71
Figura 44 – Distribuição de forças para estimativa da resistência ao cisalhamento do nó de pórtico no novo modelo. ....	72
Figura 45 – Exemplo de barra de cabeça. ....	74
Figura 46 – Resposta do concreto ao carregamento uniaxial em: (a) compressão; (b) tração. ....	76
Figura 47 – (a) Relação tensão-deslocamento pós-falha. (b) Relação entre tensão e energia de fratura pós-falha. ....	78
Figura 48 – Função hiperbólica de Druger-Prager e sua projeção linear. ....	79
Figura 49 – Influência do ângulo de dilatação no modelo CDP. ....	80
Figura 50 – Superfície de escoamento do concreto em tensão plana. ....	82
Figura 51 – Superfície de escoamento no plano desviador para valores de $K_c$ . ....	83
Figura 52 – Relação entre tensão e deslocamento obtida para diferentes valores de tempo de relaxamento. ....	84
Figura 53 – Relação entre tensão e deslocamento obtida para diferentes valores de	

tempo de carregamento. ....	84
Figura 54 – Comportamento do modelo assumido para o concreto em compressão uniaxial. ....	89
Figura 55 – Comportamento do modelo assumido para o concreto em tração uniaxial. ....	90
Figura 56 – Curva de tensão x deformação adotada para o material aço. ....	93
Figura 57 – Representação dos corpos de prova e das condições de contorno (dimensões em centímetros). ....	93
Figura 58 – Configuração das armaduras nos modelos numéricos. ....	95
Figura 59 – Partições para criação da malha (dimensões em centímetros). ....	96
Figura 60 – Modelo numérico com malha de 0,5 cm. ....	96
Figura 61 – Modelo numérico com malha de 1 cm. ....	97
Figura 62 – Modelo numérico com malha de 2 cm. ....	97
Figura 63 – Corpo de prova submetido a tração uniaxial; dimensões em milímetros. .	99
Figura 64 – Relação entre largura de fissura e tensão de tração em ensaio de tração uniaxial. ....	99
Figura 65 – Curvas tensão-deslocamento correspondente ao Modelo 1. ....	100
Figura 66 – Curvas tensão-deslocamento correspondente ao Modelo 2. ....	101
Figura 67 – Comparação entre as curvas tensão-deslocamento do Modelo 1 e Modelo 2. a) $\mu = 0$ ; b) $\mu = 0,0001$ ; c) $\mu = 0,001$ ; d) $\mu = 0,01$ . ....	101
Figura 68 – Padrões de deformação equivalente. a) $\mu = 0$ ; b) $\mu = 0,0001$ ; c) $\mu = 0,001$ ; d) $\mu = 0,01$ . ....	103
Figura 69 – Curvas força x deslocamento das simulações M1, M2, M3 e M4. ....	107
Figura 70 – Resultados para a simulação M2. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo. ....	108
Figura 71 – Resultados para a simulação M3. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo. ....	109
Figura 72 – Resultados para a simulação M4. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo. ....	110
Figura 73 – Padrão de deformação plástica (a) e dano à tração (b) correspondente à carga de 52,2 kN para a simulação M2. ....	111
Figura 74 – Padrão de deformação plástica (a) e dano à tração (b) correspondente à carga de 89,6 kN para a simulação M2. ....	112
Figura 75 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M2 com a	

fissuração do ensaio experimental RV10. ....	113
Figura 76 – Curvas força x deslocamento das simulações M2, M7, e M10. ....	115
Figura 77 – Mapas de dano à tração na força máxima. a) M10. b) M2. C) M7. ....	116
Figura 78 – Padrão de deformação plástica e dano à tração correspondente ao deslocamento máximo para a simulação M7. ....	117
Figura 79 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M10 com a fissuração do ensaio experimental RV10. ....	118
Figura 80 – Curvas força x deslocamento das simulações M2, M5, e M6. ....	119
Figura 81 – Curvas força x deslocamento das simulações M7, M8, e M9. ....	120
Figura 82 – Curvas força x deslocamento da simulação M2. ....	121
Figura 83 – Curvas força x deslocamento da simulação M11. ....	123
Figura 84 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força de 63 kN. ....	123
Figura 85 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força de 102 kN. ....	124
Figura 86 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força máxima. ....	124
Figura 87 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M11 com a fissuração do ensaio experimental RV11. ....	124
Figura 88 – Curvas força x deslocamento da simulação M12. ....	125
Figura 89 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força de 71 kN. ....	126
Figura 90 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força de 97 kN. ....	126
Figura 91 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força máxima. ....	127
Figura 92 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M12 com a fissuração do ensaio experimental RV9. ....	127
Figura 93 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	136
Figura 94 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	137
Figura 95 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	138
Figura 96 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	139
Figura 97 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	140
Figura 98 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do con-	

creto para elementos finitos de 1 cm. ....	141
Figura 99 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	142
Figura 100 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	143
Figura 101 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	144
Figura 102 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	145
Figura 103 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	146
Figura 104 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	147

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Quantidade de reforço e detalhamento nos nós de pórtico testados.....	57
TABELA 2 – Resultados das três séries de testes. ....	61
TABELA 3 – Valores sugeridos para $\alpha_2$ .....	65
TABELA 4 – Valores dos parâmetros plásticos do modelo CDP mantidos fixos. ....	98
TABELA 5 – Valores dos parâmetros plásticos do modelo CDP submetidos a avaliação. ....	98
TABELA 6 – Características das simulações numéricas realizadas. ....	104
TABELA 7 – Simulações apresentadas para estudar a influência do parâmetro de viscosidade. ....	106
TABELA 8 – Simulações apresentadas para estudar a influência do tamanho dos elementos finitos. ....	114
TABELA 9 – Simulações apresentadas para estudar a influência do ângulo de dilatação. ....	118
TABELA 10 – Simulações apresentadas para estudar a aplicação das variáveis definidas. ....	122
TABELA 11 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	135
TABELA 12 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	136
TABELA 13 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	137
TABELA 14 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm. ....	138
TABELA 15 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	139
TABELA 16 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	140
TABELA 17 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	141
TABELA 18 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 1 cm. ....	142
TABELA 19 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	143
TABELA 20 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	144
TABELA 21 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	145
TABELA 22 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 2 cm. ....	146

## SUMÁRIO

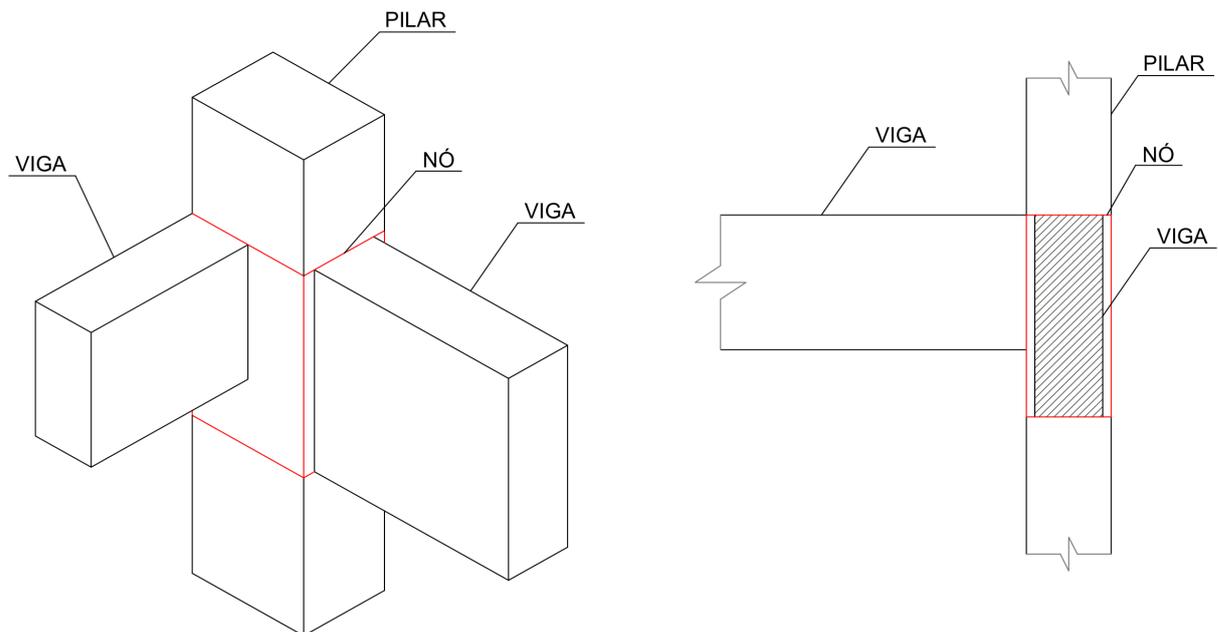
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS .....	16
1.1.1	<b>Objetivo geral</b> .....	<b>17</b>
1.1.2	<b>Objetivos específicos</b> .....	<b>17</b>
1.2	JUSTIFICATIVA .....	17
<b>2</b>	<b>NÓS DE PÓRTICO</b> .....	<b>19</b>
2.1	RUPTURA EM NÓS DE PÓRTICO .....	19
2.2	FATORES QUE INFLUENCIAM O COMPORTAMENTO DOS NÓS DE PÓRTICO .....	22
2.2.1	<b>Arranjo e taxa da armadura longitudinal da viga</b> .....	<b>22</b>
2.2.2	<b>Armadura transversal</b> .....	<b>23</b>
2.2.3	<b>Aderência</b> .....	<b>27</b>
2.2.4	<b>Ancoragem das barras longitudinais</b> .....	<b>28</b>
2.2.5	<b>Carga axial nos pilares</b> .....	<b>29</b>
2.2.6	<b>Elementos transversais</b> .....	<b>30</b>
2.2.7	<b>Características do concreto</b> .....	<b>31</b>
2.2.8	<b>Geometria dos elementos</b> .....	<b>32</b>
2.3	ESTUDOS EXPERIMENTAIS E MODELOS TEÓRICOS .....	32
2.3.1	<b>Nilson e Losbert (1976)</b> .....	<b>33</b>
2.3.2	<b>Schlaich e Schâfer (1989)</b> .....	<b>40</b>
2.3.3	<b>Ortiz (1993)</b> .....	<b>42</b>
2.3.4	<b>Parker e Bullman (1997)</b> .....	<b>45</b>
2.3.5	<b>Hwang e Lee (1999)</b> .....	<b>47</b>
2.3.6	<b>Johansson (2001)</b> .....	<b>54</b>
2.3.7	<b>Bakir e Boduroglu (2002)</b> .....	<b>62</b>
2.3.8	<b>Hegger et al. (2003)</b> .....	<b>64</b>
2.3.9	<b>Vollum e Parker (2008)</b> .....	<b>65</b>
2.3.10	<b>Muhsen e Umemuma (2011)</b> .....	<b>68</b>
2.3.11	<b>Tran e Hadi (2017)</b> .....	<b>74</b>
<b>3</b>	<b>MODELO <i>CONCRETE DAMAGED PLASTICITY</i></b> .....	<b>76</b>
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO</b> .....	<b>86</b>
4.1	PROPRIEDADE DOS MATERIAIS .....	86
4.1.1	<b>Modelo constitutivo do concreto</b> .....	<b>86</b>
4.1.1.1	Alfarah et al. (2017) .....	86
4.1.1.2	Aplicação da metodologia de Alfarah et al. (2017) .....	91
4.1.2	<b>Modelo constitutivo do aço</b> .....	<b>92</b>

4.2	GEOMETRIA E MALHAS ADOTADAS PARA AS SIMULAÇÕES .....	93
4.3	PARÂMETROS PLÁSTICOS DO MODELO CDP .....	98
4.4	ANÁLISE PRELIMINAR DO COMPORTAMENTO VISCOPLÁSTICO .....	98
4.5	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS ANALISADAS.....	104
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>106</b>
5.1	ANÁLISE DO PARÂMETRO DE VISCOSIDADE .....	106
<b>5.1.1</b>	<b>Parâmetro de viscosidade e o resultado experimental .....</b>	<b>112</b>
5.2	ANÁLISE DO TAMANHO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	114
<b>5.2.1</b>	<b>Tamanho dos elementos finitos e o resultado experimental .....</b>	<b>117</b>
5.3	ANÁLISE DO ÂNGULO DE DILATAÇÃO .....	118
<b>5.3.1</b>	<b>Ângulo de dilatação e o resultado experimental.....</b>	<b>120</b>
5.4	SIMULAÇÃO M2 E O ENSAIO EXPERIMENTAL RV10 .....	121
5.5	SIMULAÇÕES REPRESENTATIVAS AO ENSAIO EXPERIMENTAL RV9 E RV11 .....	122
<b>5.5.1</b>	<b>Simulação M11 e o ensaio experimental RV11 .....</b>	<b>122</b>
<b>5.5.2</b>	<b>Simulação M12 e o ensaio experimental RV9 .....</b>	<b>125</b>
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>128</b>
6.1	CONCLUSÃO.....	128
6.2	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS .....	129
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>130</b>
	<b>APÊNDICE A – VARIÁVEIS UTILIZADAS NO MODELO CDP .....</b>	<b>135</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os nós de pórticos são volumes situados na região de concorrência entre vigas e pilares, portanto correspondem a uma parte do pilar com altura igual a da maior viga adjacente, como pode ser visto na Figura 1. É comum se referir ao nó de pórtico empregando o termo ligação, porém a ligação se refere ao conjunto do nó, pilar, vigas e lajes adjacentes.

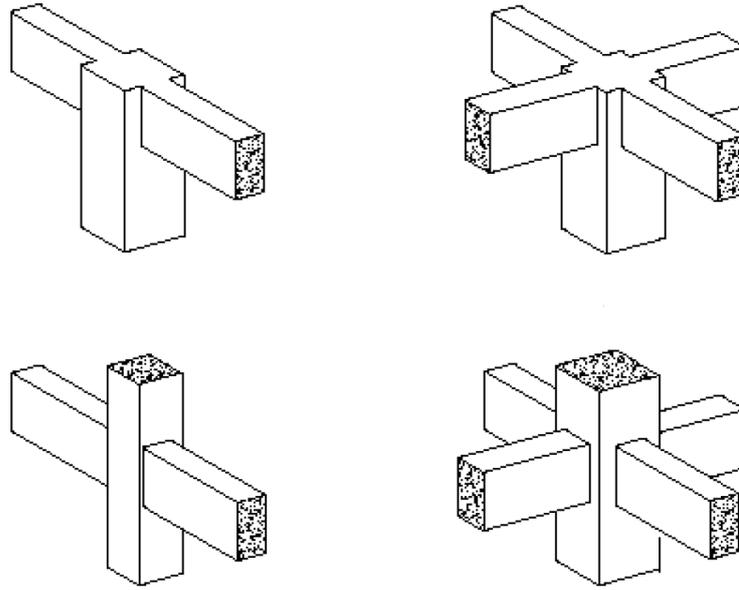
Figura 1 – Nós de pórtico - delimitação da região nodal em linhas vermelhas.



Fonte: autor.

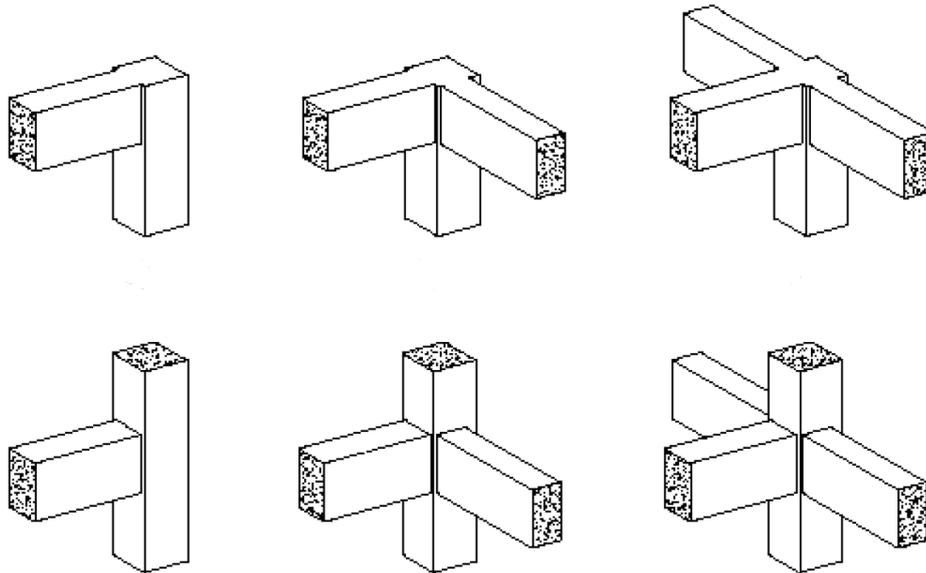
Paulay e Priestley (1992) sugerem classificar os nós de pórtico de acordo com os mecanismos de ancoragem da armadura da viga, formando o grupo dos nós internos (Figura 2) e o grupo dos nós externos (Figura 3). De maneira mais explícita, os nós de pórtico internos são formados por ligações viga-pilar em que as vigas apresentam continuidade e os nós de pórtico externos são formados por ligações viga-pilar em que ao menos uma das vigas não apresenta continuidade.

Figura 2 – Configuração de nós internos.



Fonte: adaptado de Paulay e Priestley (1992).

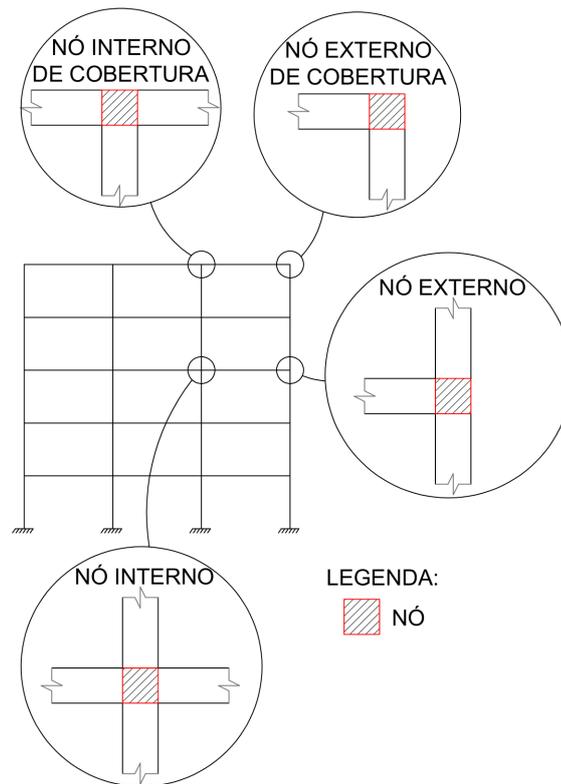
Figura 3 – Configuração de nós externos.



Fonte: adaptado de Paulay e Priestley (1992).

De um ponto de vista geométrico das configurações das ligações viga-pilar em edifícios, os nós internos e externos ainda podem ser divididos com relação à existência da continuidade do pilar. Desta forma a classificação dos nós de pórtico passa a ser interno, externo, interno de cobertura e externo de cobertura, como ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Classificação dos nós de pórtico de acordo com a existência da continuidade do pilar.



Fonte: autor.

Park e Paulay (1975) afirmam que até os anos 70 os engenheiros estruturais mantinham o foco apenas no dimensionamento de vigas e pilares, pois acreditava-se que a resistência do nó de pórtico fosse pelo menos igual a da peça com menor capacidade resistente. Porém, com a otimização do processo de cálculo e a crescente utilização de concretos com maior resistência, tem sido prática o dimensionamento de estruturas formadas por vigas e pilares com dimensões cada vez menores, implicando na diminuição dos nós de pórtico formados por esses elementos. Dessa forma, após diversas observações reais de ruptura de estruturas devido a falha na região nodal da ligação entre as vigas e pilares, os estudos de investigação experimental em nós de pórtico foram intensificados e foi observado que em muitos casos os nós de pórtico são as regiões críticas da estrutura. De acordo com Park e Paulay (1975), um nó de pórtico que apresenta um comportamento satisfatório deve resistir a combinação de cargas mais desfavorável proporcionada pelos elementos estruturais que o constituem, permitir o desenvolvimento da capacidade máxima dos pilares e vigas, apresentar o mesmo comportamento dos elementos adjacente quando submetido a carga de serviço e o arranjo das armaduras não deve prejudicar a concretagem durante a execução. Entretanto, seu dimensionamento é complexo e depende de diversas variáveis, como a disposição e taxa da armadura longitudinal e transversal no interior do nó, a carga axial nos pilares, a proporção entre os elementos constituintes do nó de pórtico, a participação de elementos transversais, as características

do concreto, entre outras variáveis. Embora exista uma vasta gama de pesquisas experimentais, que até mesmo analisaram algumas variáveis de forma individual, o assunto não está totalmente esclarecido e os pesquisadores entram em divergência quanto a influência de algumas variáveis, tais como, a força normal nos pilares e a disposição de armaduras em nós sujeitos a momento de abertura (momento positivo), tanto nas situações de carga monotônica quanto cíclica.

O aumento do poder de processamento de dados aliado a interfaces gráficas e programas computacionais cada vez mais sofisticados consolidou os métodos numéricos. Um deles é o método dos elementos finitos que consiste em discretizar o meio contínuo em elementos menores. A utilização desse método na engenharia de estruturas exerce um papel de grande importância em problemas que o método analítico é inviável, que antes só eram possíveis de serem analisados através de ensaios experimentais. Com relação a simulação do comportamento do concreto em modelos numéricos, existem dificuldades intrínsecas à complexidade do material e dos fenômenos envolvidos. Uma das principais dificuldades reside na modelagem do comportamento não linear do concreto, cujas propriedades mecânicas, como resistência e rigidez, variam com a deformação. Além disso, o concreto é anisotrópico e heterogêneo, o que significa que suas propriedades mecânicas variam com a direção e a posição no material, exigindo técnicas avançadas de discretização e modelagem. A incorporação de fissuras e falhas também é crucial, pois o concreto é propenso a esses efeitos. Modelar o desenvolvimento e a propagação dessas fissuras requer abordagens sofisticadas. Dessa forma, o modelo *concrete damaged plasticity* tem sido amplamente adotado para simular o comportamento do concreto em modelos numéricos. Este modelo é empregado em análises de elementos finitos e combina conceitos da teoria da plasticidade e da mecânica do dano para descrever o comportamento não linear e a evolução das fissuras no concreto. A principal vantagem é sua capacidade de capturar o comportamento não linear e a propagação de fissuras no concreto de forma realista. Embora apresente dificuldades na definição das variáveis relativas ao dano, esse modelo tem permitido avanços significativos na capacidade de prever o desempenho de estruturas de concreto sob diferentes condições de carga.

## 1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho classifica os objetivos como geral e específicos, os quais são apresentados a seguir.

### 1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar um estudo sobre simulação numérica com o modelo *concrete damaged plasticity* aplicado a nós de pórtico externos de cobertura submetidos de forma monotônica a momento de abertura com o auxílio do programa ABAQUS.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são descritos a seguir:

- Avaliar a aplicação do método de Alfarah et al. (2017) para calcular a evolução das variáveis de dano no modelo *concrete damaged plasticity*.
- Avaliar a influência da regularização viscoplástica e do ângulo de dilatação na aplicação do modelo numérico.
- Representar, através da simulação numérica, a propagação de fissuras nos nós de pórtico analisados.
- Definir o tamanho de malha ideal para a simulação numérica.
- Representar, através da simulação numérica, as forças que ocorrem ao longo da aplicação da carga nos nós de pórtico analisados, com ênfase na resistência máxima e no deslocamento em que a força máxima ocorre.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Os nós de pórtico constituem uma região de grande complexidade nas estruturas de concreto armado, pois é onde ocorre a solidarização entre vigas e pilares. Dessa forma, apresentam elevados momentos fletores, elevadas forças cortantes, perda de rigidez, inversão de esforços e dificuldades de concretagem devido à concentração de armaduras, o que pode ser atenuado quando as vigas e pilares apresentam dimensões reduzidas. A integridade dos nós de pórtico em estruturas de concreto armado é de extrema importância para garantir a estabilidade global, a durabilidade, o funcionamento dentro dos limites de serviço e a adequada transferência de carga entre os elementos. Diversos modelos de cálculo, disposições de armadura e estudos experimentais para nós de pórtico de concreto

armado já foram documentados, porém, devido ao grande número de variáveis que influenciam essa região da estrutura, o assunto não foi totalmente elucidado, apresentando pontos de discordância entre os pesquisadores.

As simulações numéricas desempenham um papel crucial na engenharia de estruturas, oferecendo uma variedade de vantagens. Elas permitem analisar o comportamento estrutural sob cargas e condições difíceis de replicar em testes físicos, além de reduzir significativamente a necessidade de experimentos custosos, proporcionando economia de tempo e recursos. Outra função das simulações numéricas é a combinação com a investigação experimental, pois a partir de um modelo numérico validado, é possível realizar análises prévias de parâmetros e otimizar a investigação experimental. Para definir o comportamento do material concreto, o modelo numérico baseado em plasticidade e dano é uma abordagem avançada que leva em consideração a resposta não-linear e o processo de dano do material. Esta técnica oferece uma representação mais precisa do comportamento do concreto onde o material pode sofrer danos significativos antes da falha total, portanto, a simulação de um nó de pórtico aplicando o modelo supracitado possibilita obter, além da resistência, o padrão de fissuração.

Portanto, o desenvolvimento de estudos relativos a simulação numérica de nós de pórtico de concreto armado apresenta-se como uma contribuição significativa para o campo da engenharia estrutural, fornecendo uma ferramenta eficaz para a análise destas regiões, além de contribuir para a aplicação do modelo *concrete damaged plasticity* em outras regiões das estruturas.

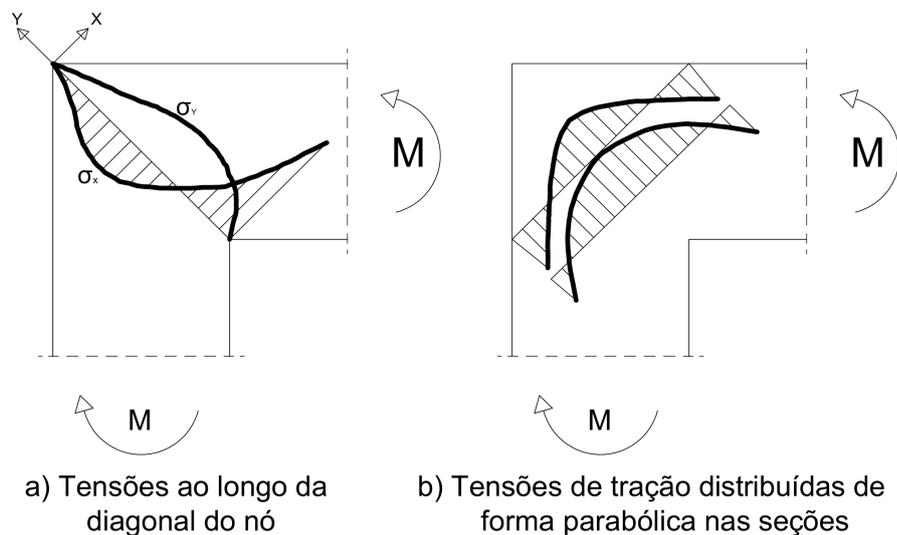
## 2 NÓS DE PÓRTICO

O presente capítulo aborda questões relacionadas aos nós de pórtico em estruturas de concreto armado, dividindo-se em três sessões distintas. Inicialmente, são discutidos os tipos de ruptura que podem ocorrer nos nós de pórtico, destacando suas características e mecanismos de falha. Em seguida, são analisados os fatores que exercem influência sobre o comportamento desses nós, compreendendo desde as propriedades dos materiais utilizados até as condições de carregamento e geometria estrutural. Por fim, uma revisão abrangente das principais referências sobre o tema é apresentada, consolidando o embasamento teórico e para o entendimento e análise dos nós de pórtico em estruturas.

### 2.1 RUPTURA EM NÓS DE PÓRTICO

Utilizando o método dos elementos finitos, Nilsson e Losberg (1976) realizaram uma análise elástica em nó de pórtico com ângulo reto, sujeito a momento de abertura (momento positivo) e traçaram a distribuição de tensões ao longo da diagonal e da bissetriz do nó, como ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Análise elástica linear de tensões no nó.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

A Figura 5.a ilustra um pico de tensão  $\sigma_x$  que justifica a fissuração da região interna do nó, mesmo quando sujeito a momentos fletores de abertura de pequena magnitude. Quanto as tensões  $\sigma_y$ , são consideradas distribuídas de forma parabólica na perpendicular com a diagonal do nó como ilustrado na Figura 5.b. A tensão  $\sigma_y$  causa uma fissuração

na diagonal do nó, e pode causar ruptura repentina se não combatida com armadura adequada. Apesar da análise elástica ser válida apenas até o momento da fissuração, é de grande importância para orientar o estudo sobre a disposição de armaduras de tração na ligação e nó.

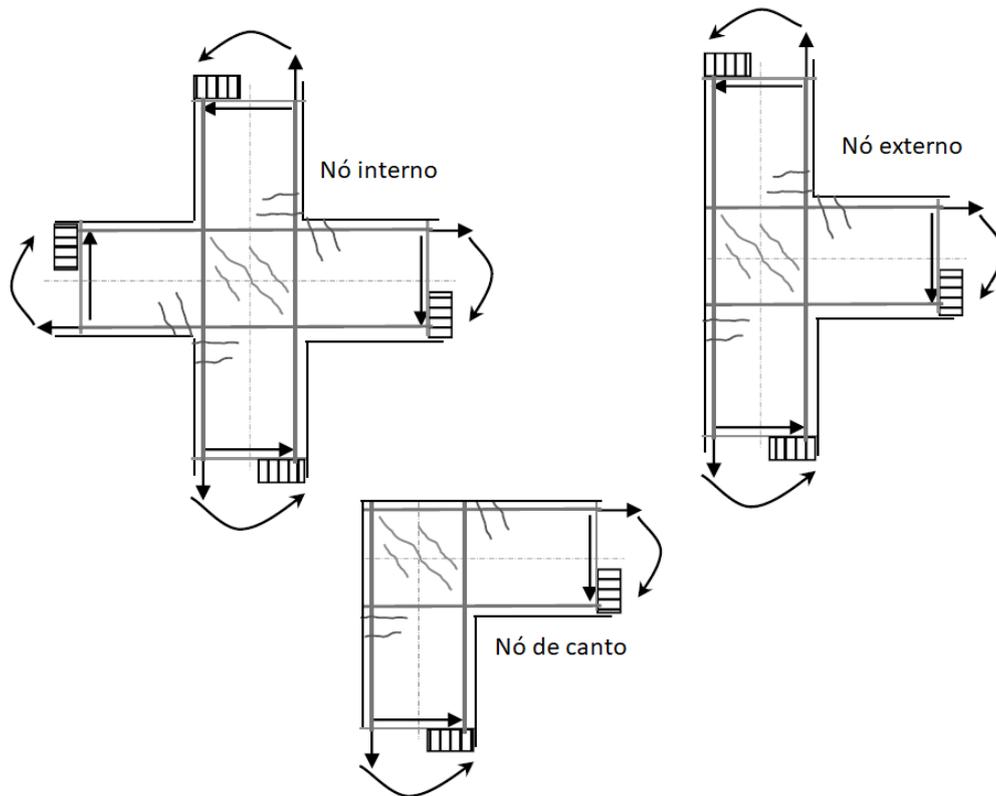
Segundo Silva e Giongo (2000), os projetos de ligações devem ser realizados com base nos seus modos de ruína, sendo eles:

- ruína frágil por tensão de tração diagonal, que surgem em função da mudança de direção dos esforços internos longitudinais;
- ruína frágil por tensões de tração normais às armaduras principais;
- ruína por escoamento das armaduras principais. Esse tipo de ruína ocorre após grandes deformações;
- ruína por ancoragem inadequada das armaduras;
- ruína por esmagamento do concreto nas bielas ou regiões nodais.

A ruína frágil, citada nos dois primeiros itens, pode ser evitada desde que armaduras adicionais sejam dispostas de forma conveniente na região da ligação. Para garantir a segurança com relação aos últimos três modos de ruptura citados, é necessário verificar as tensões de compressão nos nós e garantir o adequado dimensionamento e ancoragem das armaduras.

Abdelwahed (2020) cita, como os causadores de falhas em ligações viga-pilar, a falta de armadura de cisalhamento adequado na região nodal e a falta de capacidade de flexão dos elementos adjacentes. A Figura 6 ilustra os esforços causados em diferentes tipos de nós de pórtico como resultado de ação horizontal, além de apresentar os prováveis modos de falhas na região nodal ou nas faces do nó com os elementos adjacentes.

Figura 6 – Esforços e falhas em diferentes tipos de ligação viga-pilar.



Fonte: adaptado de Abdelwahed (2020).

Para evitar danos locais e até mesmo o colapso da estrutura, diversos autores apontam para a importância da aplicação do dimensionamento de pilar forte e viga fraca, que consiste em dimensionar a estrutura de forma que as vigas alcancem o estado limite último antes que os pilares. De acordo com Vafaei et al. (2019), a resistência relativa entre o pilar e a viga é um parâmetro chave na degradação da rigidez do nó de pórtico nas etapas iniciais do carregamento. Mondal et al. (2013) realizaram análises do comportamento global em estruturas realistas e concluíram que a resistência viga/pilar apresenta uma relação direta com resposta global da estrutura. Surana et al. (2018) propuseram o uso de relações variáveis de resistência pilar/viga ao longo da altura do edifício para melhorar sua resistência ao colapso global em casos de edifícios com fundações em diferentes níveis devido a topologia do terreno.

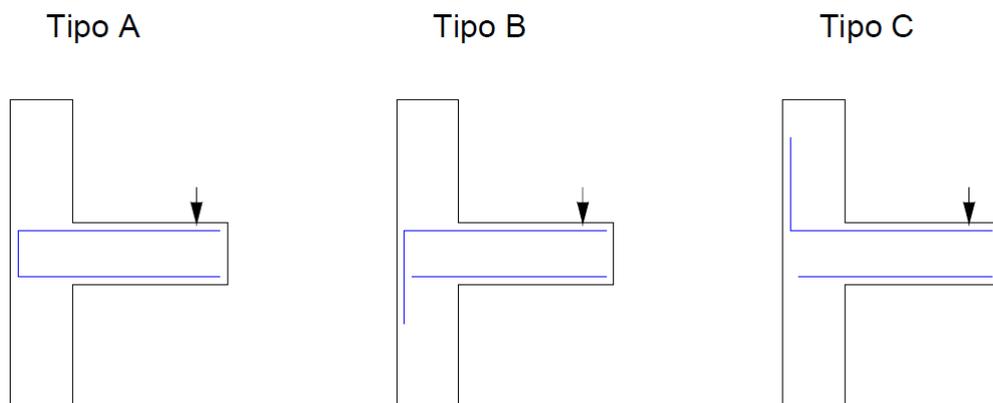
## 2.2 FATORES QUE INFLUENCIAM O COMPORTAMENTO DOS NÓS DE PÓRTICO

### 2.2.1 Arranjo e taxa da armadura longitudinal da viga

Bakir e Boduroğlu (2002) e Kim et al. (2009) afirmam em seus trabalhos que o aumento da taxa de armadura longitudinal da viga aumenta a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico. Dessa forma, em seus respectivos modelos teóricos foi inserido um parâmetro que representasse esse comportamento para o cálculo da resistência ao cisalhamento.

Com relação ao arranjo da armadura longitudinal da viga, Scott (1996) realizou ensaios com três tipos diferentes de detalhe, como mostra a Figura 7. Antes da fissuração, a transferência de carga entre a armadura e o concreto nos três detalhes é pequena e ocorre na região vertical e na dobra da barra. No detalhe do Tipo A a dobra inferior da armadura permite maior transferência de cargas para o concreto após a fissuração, pois a dobra inferior também participa da transferência de tensões conforme ocorre o aumento da tração na barra. No detalhe do Tipo B a dobra da barra perde a capacidade de desenvolver tensões de aderência após a fissuração do nó, aumentando gradualmente o nível de transferência da parte vertical. Após a fissuração, a flexão do pilar impede a transferência de cargas na região vertical da barra no detalhe do Tipo C, proporcionando maiores tensões de aderência na dobra. Dessa forma, quando o concreto chega ao ponto de não resistir a essas tensões, ocorre uma propagação de tensões ao longo do trecho vertical e uma ruptura repentina, enquanto que os detalhes do Tipo A e B apresentam uma grande diferença nos valores de carregamento de fissuração e ruptura.

Figura 7 – Detalhe de arranjos de armadura longitudinal de viga de Scott (1996).



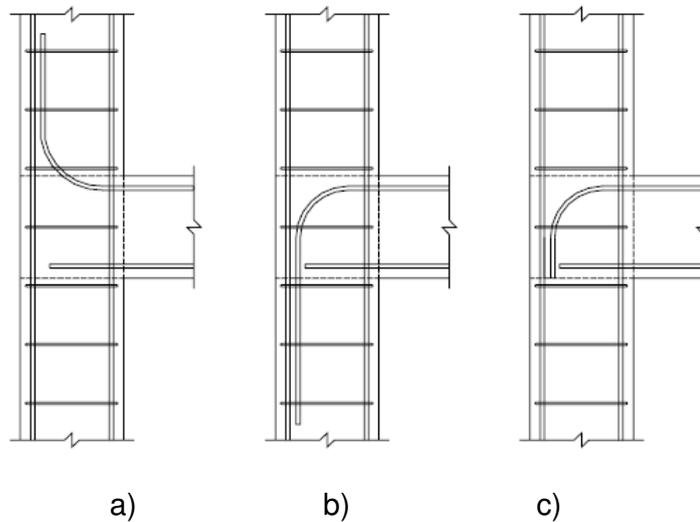
Fonte: adaptado de Scott (1996).

Na continuação dos estudos de nós de pórtico, Scott et al. (1999) compararam os detalhes dos Tipos A e B e concluíram que o arranjo que apresenta o melhor comportamento é o do Tipo B, pois proporciona uma transferência de carga ao pilar mais adequada do ponto de vista estrutural. O arranjo do Tipo A deixa o nó mais rígido e sua fissuração é

mais controlada e tardia, entretanto esse aumento de rigidez faz com que ocorram tensões excessivas no nó e penaliza a distribuição para o pilar.

No estudo realizado por Murty et al. (1998) foram ensaiados três arranjos de armadura longitudinal em nós de pórtico externos submetidos a momento negativo, como ilustrado na Figura 8. O detalhe com dobra da armadura para cima (Figura 8.a) apresentou o pior comportamento e menor resistência à ruína, enquanto que o arranjo em que a armadura da viga segue além da região nodal (Figura 8.b) apresentou a maior resistência a fissuração e a ruína.

Figura 8 – Detalhe de arranjos de armadura longitudinal de viga de Murty et al. (1998).



Fonte: adaptado de Murty et al. (1998).

### 2.2.2 Armadura transversal

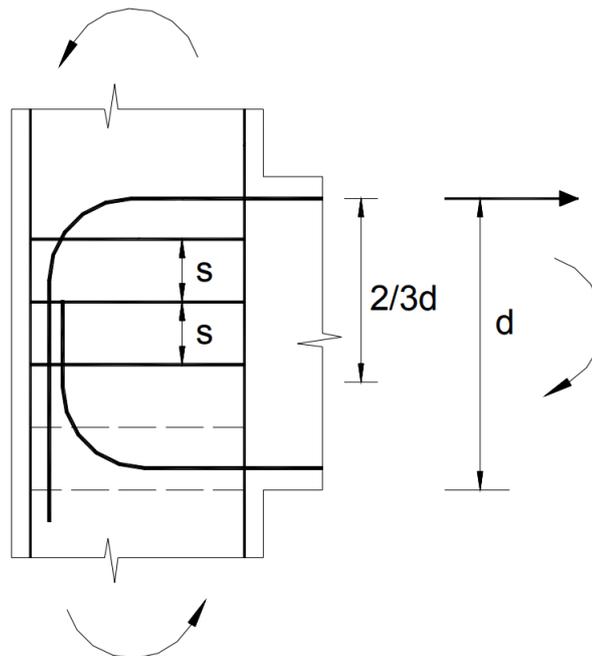
Alva (2004) realizou um estudo de diversos ensaios experimentais de forma a analisar a influência dos estribos nos nós de pórtico sujeitos a ações cíclicas e monotônicas. Em ambos os casos foi observado que a resistência do nó aumenta com o acréscimo dos estribos, porém existe um limite onde o aumento desta armadura proporciona um aumento desprezível de resistência ao cisalhamento.

Os estribos localizados no interior do nó são fundamentais para o adequado comportamento da estrutura e sua falta resulta em fissuras ao longo da biela diagonal que proporcionam uma mudança nas forças internas do nó quando a resistência a tração do concreto é superada pelas tensões transversais. Nesse ponto do carregamento são formadas novas fissuras na biela diagonal, que posteriormente levam à separação do cobrimento das barras externas do pilar, levando a estrutura à ruína. A presença adequada de estribos no nó restringe a abertura de fissuras descontroladas e proporciona o adequado

rompimento através do escoamento das barras longitudinais da viga. Devido ao controle de fissuração, os estribos melhoram as condições de ancoragem do trecho vertical das barras das vigas e das barras externas do pilar.

Jirsa e Marques (1975) afirmam, em seu estudo experimental sobre nós de pórtico externos, que os estribos aumentam a capacidade de ancoragem das barras longitudinais das vigas desde que a distância entre eles seja menor que o raio de dobra das barras longitudinais da viga. Isso ocorre devido ao confinamento da região. Park e Paulay (1975) concluem em seu trabalho que apenas os estribos localizados nos dois terços superiores da altura útil da viga (Figura 9) são solicitados e, portanto, podem ser considerados efetivos. Ortiz (1993) afirma que apenas os estribos acima da região comprimida da viga são solicitados e que os estribos efetivos tem a capacidade de apenas alargar a biela diagonal. Portanto, uma alta taxa de estribos pode proporcionar a ruína do nó devido ao esmagamento do concreto antes do escoamento dos estribos.

Figura 9 – Estribos efetivos em nó de pórtico externo.

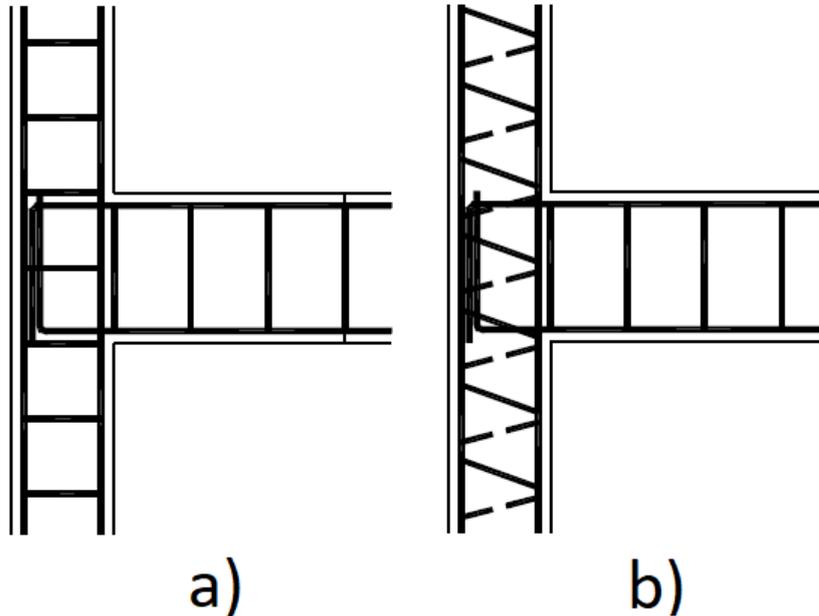


Fonte: (PARK; PAULAY, 1975).

Karayannis (2015) analisou a tecnologia de armadura helicoidal retangular contínua aplicada como armadura de cisalhamento em pilares de nós de pórtico de concreto armado ao invés dos estribos comumente usados. Foram ensaiados quatro corpos de prova divididos em dois grupos. O primeiro grupo apresentava seção transversal dos pilares com 20 x 20 cm enquanto que o segundo grupo apresentava seção transversal dos pilares com 20 x 30 cm. Quanto à armadura transversal do pilar, um corpo de prova de cada grupo possuía estribos comuns enquanto que o outro possuía armadura helicoidal retangular, sendo que em todos os corpos de prova os estribos são de 8 mm de diâmetro espaçados a cada 15 cm. É importante destacar que a armadura transversal referida é contínua de um lance do

pilar ao outro, portanto ela passa no interior do nó, como mostra a Figura 10.

Figura 10 – Estribos comuns (a) e armadura helicoidal retangular (b).

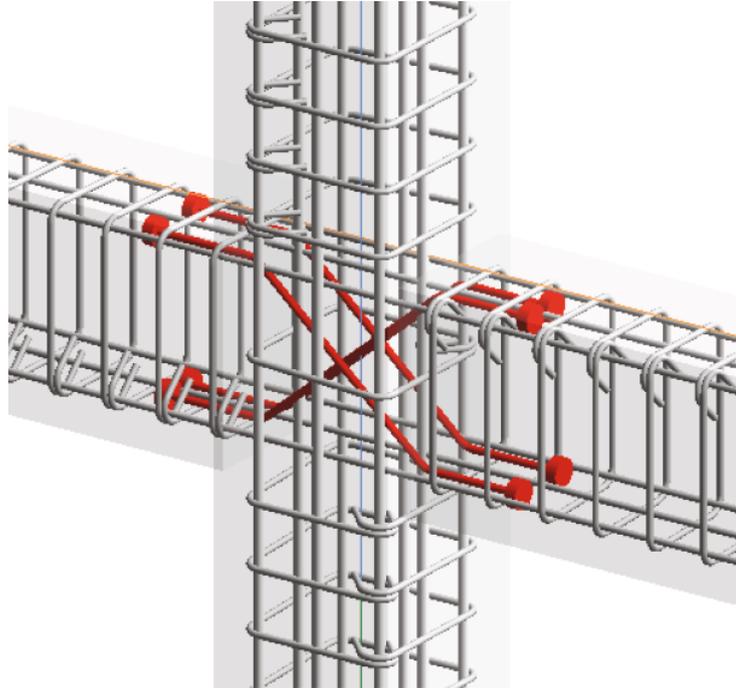


Fonte: adaptado de Karayannis (2015).

Todos os corpos de prova foram submetidos ao mesmo carregamento cíclico e deformação crescente. No grupo com seção do pilar de 20 x 20 cm, o corpo de prova com estribos comuns apresentou dano na região do nó de pórtico, enquanto que o corpo de prova com armadura helicoidal retangular contínua apresentou formação de rótula plástica na viga. Nesse grupo, o corpo de prova com armadura helicoidal contínua também apresentou uma resposta superior em 34% na absorção de energia com relação ao corpo de prova de estribos comuns. No grupo com seção do pilar de 20 x 30 cm, ambos os corpos de prova romperam por falha na viga, porém o corpo de prova de armadura helicoidal contínua apresentou um comportamento superior em termos de absorção de energia e cargas máximas por etapa de carregamento.

Shen et al. (2022) estudaram a utilização de barras diagonais ancoradas mecanicamente em vigas (Figura 11) como armadura transversal em nós de pórtico internos, submetidos a carregamento cíclico. Foram ensaiados quatro corpos de prova, todos com as mesmas propriedades geométricas e mesmas armaduras nos elementos adjacentes ao nó. Um dos corpos de prova é armado com estribos convencionais para controle dos resultados. Dois corpos de prova possuíam tubos de plástico na região inclinada das barras diagonais de forma a impedir a aderência entre o aço e o concreto nessa região, sendo que em um desses corpos de prova o diâmetro das barras diagonais eram de 12 mm e no outro 14 mm. O outro corpo de prova possuía barras diagonais de 12 mm em contato com o concreto ao longo de todo o seu comprimento.

Figura 11 – Barras diagonais ancoradas mecanicamente em vigas como armadura transversal em nós de pórtico internos.



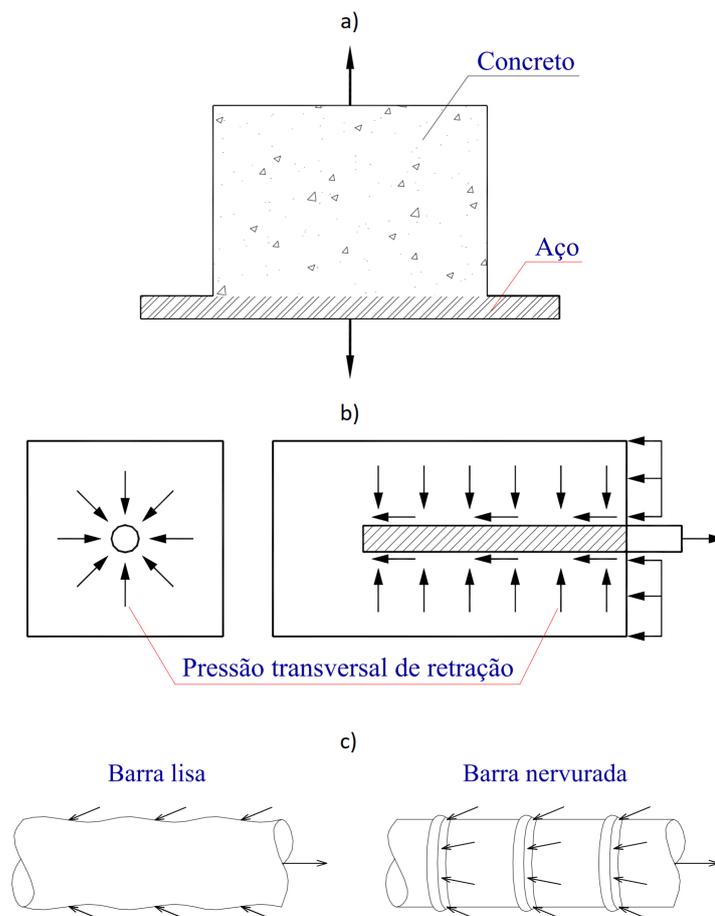
Fonte: adaptado de Shen et al. (2022).

Os resultados dos ensaios mostram que o corpo de prova de controle que apresentava armadura de cisalhamento do nó formada por estribos convencionais falha com rótulas plásticas na interface entre a viga e a região nodal, enquanto que os corpos de prova com armadura de cisalhamento da região nodal composta por barras diagonais falharam com rótulas plásticas posicionadas na região de ancoragem das barras diagonais. A utilização de barras diagonais, ao comparar com os resultados do corpo de prova de controle, proporcionou respostas positivas como a redução de danos na região nodal, melhor capacidade de carga, maior dissipação de energia, a degradação da rigidez mais lenta e menor distorção do nó. Ao comparar os resultados dos corpos de prova com barras diagonais parcialmente sem aderência com o concreto e com diâmetros diferentes, se conclui que a utilização de diâmetros maiores melhora a ductibilidade e a dissipação de energia das ligações, pois as barras de diâmetro maior são mais resistentes a flambagem. Porém, existe um limite em que o aumento do diâmetro da barra diagonal proporciona uma resposta irrisória. Também se conclui que a utilização de barras diagonais sem aderência com o concreto na região diagonal pode diminuir as fissuras na região nodal, porém a resposta ao carregamento cíclico é semelhante.

### 2.2.3 Aderência

A aderência permite o trabalho solidário entre o aço e o concreto de forma a não ocorrer movimento relativo entre os materiais. Com relação aos esforços que atuam em nós de pórtico, toda a sua transmissão é dependente da resistência de aderência. Entre os parâmetros que influenciam o comportamento da aderência aço-concreto em nós de pórtico está o diâmetro e espaçamento das barras de aço transversais e longitudinais, a resistência do concreto, o confinamento do nó e o tipo de carregamento (monotônico ou cíclico). A aderência é composta por três componentes denominadas aderência por adesão, atrito e mecânica. A aderência por adesão (Figura 12.a) ocorre devido às ligações físico-químicas na interface aço-concreto e as reações que surgem devido ao atrito entre o aço e o concreto são denominadas aderência por atrito (Figura 12.b). A aderência mecânica (Figura 12.c) corresponde a maior parcela e ocorre devido a tensões de compressão que surgem perpendicularmente às saliências da barra no momento em que a barra tracionada começa a deslizar.

Figura 12 – Aderência por adesão(a), por atrito(b) e aderência mecânica(c).

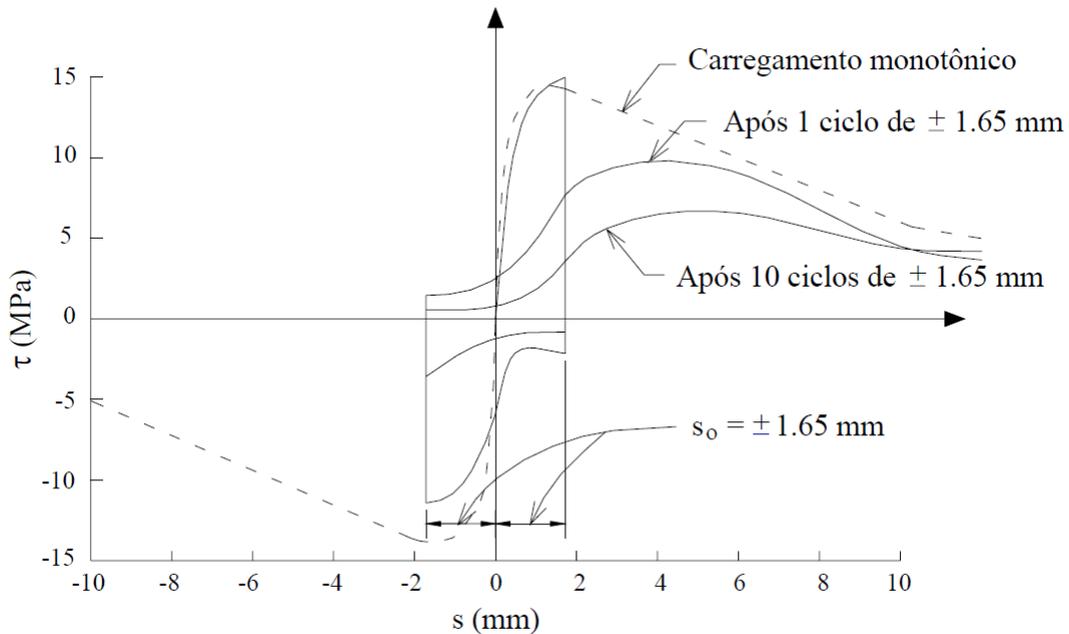


Fonte: adaptado de Fusco (1995).

Popov (1984) realizou uma série de experimentos para estudar a influência de di-

versos parâmetros na aderência aço-concreto nos nós de pórtico. Em suas conclusões ele aponta que o carregamento cíclico propicia problemas relacionados à aderência maiores em relação a carregamentos monotônicos devido a deterioração da aderência nos primeiros ciclos de inversão do carregamento. Analisando o gráfico da Figura 13 é interessante notar que após apenas um ciclo, a resistência de aderência é bruscamente afetada.

Figura 13 – Curva experimental tensão de aderência-deslizamento para ação cíclica alternada em uma barra de 8mm de diâmetro.



Fonte: (POPOV, 1984).

#### 2.2.4 Ancoragem das barras longitudinais

O congestionamento de armaduras na região nodal e a deficiência da aderência aço-concreto em regiões de elevada tensão de tração, além da possibilidade de inversão do esforço quando o carregamento é cíclico, torna a ancoragem das barras longitudinais das vigas de grande relevância para o estudo dos nós de pórtico. Jirsa e Marques (1975) apontam que em todos os seus 22 modelos de nós de pórtico externos ensaiados só ocorreu escorregamento significativo da barra no trecho horizontal enquanto que na dobra as tensões são baixas e apresentam um aumento de tensão apenas no momento da ruptura seguido de um pequeno escorregamento. Nesse estudo também foi observado que dobras apresentam um escorregamento menor que os ganchos. Soroushian et al. (1988) apontam que as dobras evitam grandes rotações, resistem a força de arrancamento e a resistência do concreto exerce influência no comportamento da dobra apenas em situação de confinamento. Com relação ao diâmetro da barra, o aumento proporciona maior resistência ao

arrancamento, mas não proporcionalmente ao aumento da força de escoamento da barra. Ortiz (1993) aponta que a dobra não apresenta influência confiável para ser considerada na resistência ao arrancamento devido ao alto nível de fissuração do nó próximo a ruína.

### 2.2.5 Carga axial nos pilares

A influência da carga axial dos pilares no comportamento dos nós de pórtico não é um consenso entre os pesquisadores. Alva (2004) afirma que devido a resistência ao cisalhamento depender de um grande número de variáveis, a resposta do nó pode ser suscetível a interferências mesmo se o estudo focar em uma variável específica. De qualquer forma, os estudos experimentais realizados até então certamente contribuem para o melhor entendimento da questão.

Entre os autores que afirmam que a força axial no pilar exerce um efeito benéfico no nó de pórtico, está Paulay e Priestley (1992) e Hwang e Lee (1999). Eles apontam através de seus modelos que o aumento da força axial no pilar proporciona um aumento da região comprimida e conseqüentemente da área da biela diagonal. Tasligedik (2022) afirma que a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico aumenta a medida que aumenta a carga axial no pilar até um limite em que maiores cargas axiais diminuem a resistência ao cisalhamento.

Scott et al. (1999), em seus ensaios experimentais, apontam um acréscimo de 40% na resistência dos modelos quando sujeito a uma tensão axial de 40% do valor da resistência do concreto e Hegger et al. (2003) afirmam que ocorre uma perda de resistência no nó quando a tensão axial do pilar for maior que 40% da resistência do concreto. Em contrapartida, Vollum e Newman (1999) e Bakir e Bodurođlu (2002) afirmam que a força normal no pilar em situação de carregamento monotônico não apresenta influência na resistência ao cisalhamento, com exceção aos casos em que é formado rótula na parte superior do pilar, mas Bakir e Bodurođlu (2002) afirmam que a força axial no pilar pode alterar o modo de ruptura da estrutura. Parker e Bullman (1997) chegam na mesma conclusão com relação à influência sobre o modo de ruptura. Com relação aos carregamento cíclicos, Kazuhiro et al. (1991) afirmam que tensões axiais elevadas provenientes do pilar podem acelerar a degradação do nó após as armaduras longitudinais da viga entrarem em patamar de escoamento.

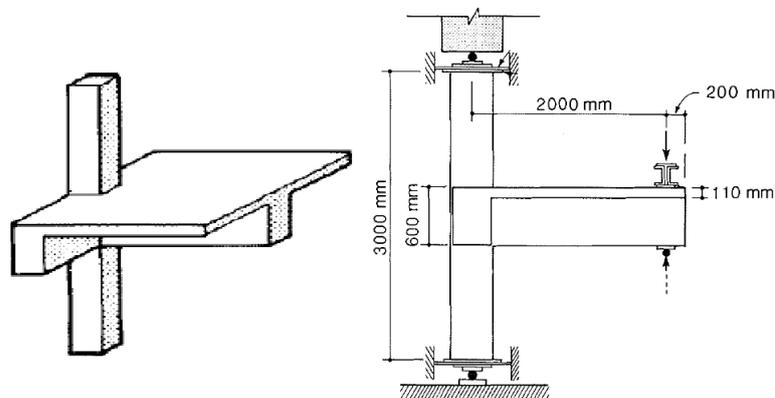
Haach et al. (2014) realizaram um trabalho experimental com o objetivo exclusivo de investigar a influência de cargas axiais elevadas em nós de pórtico externos. Foram testados três corpos de prova de nó de pórtico externo com as mesmas características geométricas e alterando apenas a carga axial no pilar. É interessante destacar que os resultados dos ensaios mostram que a variação das cargas axiais não acarretam em diferença nos deslocamentos do nó de pórtico, portanto não influenciam o comportamento

global da estrutura. Em suas conclusões, os autores afirmam que a carga axial influencia a resistência do nó de pórtico e que o mapa de fissuração demonstra que maiores cargas axiais do pilar tornam a junta menos dúctil, retardando a deformação do estribo e proporcionando o rompimento do cobrimento na face externa do nó. Quanto a ancoragem, as altas cargas axiais proporcionam melhores condições. Os autores destacam que é provável uma ruptura do nó sem que todos os mecanismos de transferência de cisalhamento atinjam sua resistência. Portanto, é necessário verificar a resistência da biela antes de considerar a colaboração dos estribos na resistência do nó.

### 2.2.6 Elementos transversais

Paultre et al. (1989) realizaram ensaios em ligações viga-pilar em que o corpo de prova era dotado de laje e vigas transversais (Figura 14) para estudar a influência da laje no comportamento da estrutura perante a atividades sísmicas. Ele afirma que a armadura da laje contribuiu significativamente para a resistência da viga de forma a reduzir a ductilidade ao momento negativo. Se esse aumento de resistência for negligenciado, a relação de rigidez entre vigas e pilares pode ser diferente da assumida em projeto, correndo o risco de proporcionar um modo de falha indesejado, reduzindo a ductilidade da estrutura.

Figura 14 – Ligação viga-pilar dos ensaios experimentais de Paultre et al. (1989).



Fonte: adaptado de Paultre et al. (1989).

Durrani e Zerbe (1987), em seu estudo experimental, concluíram que a presença da laje nas ligações viga-pilar externo proporciona um aumento da resistência ao momento negativo na viga de até 70% e a capacidade de confinamento do nó diminui no momento em que ocorre a fissuração por torção das vigas transversais. Outra questão apontada é que a presença da laje proporciona uma introdução de tensões de cisalhamento torcionais no nó devido a torção das vigas transversais. Ambos os autores apontaram para a necessidade de considerar a rigidez proporcionada pela laje à viga de modo a não ocorrer o surgimento de rótulas plásticas no pilar e subestimar as forças cortantes na região nodal.

Ahmed e Gunasekaran (2013) analisaram o desempenho de nós de pórticos internos com e sem a presença de laje sob carregamento cíclico através de ensaios experimentais. Os resultados mostram que a presença da laje aumentou a resistência ao arqueamento da viga em 53% e a rigidez da viga em 18%. Segundo os autores, o ganho de resistência é benéfico, porém, o acréscimo de resistência da viga provoca uma maior exigência do pilar, e isso pode ser prejudicial, pois pode aumentar a possibilidade de um mecanismo de falha indesejado.

### **2.2.7 Características do concreto**

As características do concreto exercem função direta no comportamento do nó, visto que, junto com as armaduras, são materiais constituintes do elemento. A resistência é uma das características principais do concreto pois além de garantir a integridade perante as tensões solicitantes, exerce função direta na aderência com as armaduras e, conseqüentemente, na ancoragem das barras. Tran (2016) realizou uma análise de diversos ensaios de nós de pórtico internos e externos com o intuito de classificar e avaliar os parâmetros que definem a resistência ao cisalhamento dos nós. A conclusão sobre a análise de correlação aponta que a resistência a compressão do concreto é o fator mais importante na resistência ao cisalhamento dos nós de pórtico, sendo ainda mais influente nos nós internos se comparado com os nós externos. Barbosa (1997) afirma que, além de proporcionar maior resistência da biela comprimida, o uso de concreto de alto desempenho possibilita a utilização de diâmetros de dobramento das barras menores que os prescritos. Isso se deve a maior resistência a tração e compressão. Ehsani e Alameddine (1991) ressaltam a importância da ductilidade em nós de canto submetidos a carregamentos cíclicos quando a estrutura é constituída por concretos de alta resistência. Scott et al. (1999) concluíram, através de uma comparação de estudos experimentais utilizando concretos usuais e de alta resistência, que a utilização de concretos de alta resistência aumenta a resistência ao cisalhamento do nó. Em seu estudo experimental sobre a aplicação de concreto autoadensável de alta resistência em nós de pórtico, Ashtiani et al. (2014) ensaiaram seis corpos de prova de ligações viga-pilar, sendo que três são compostos por concreto autoadensável de alta resistência, um é composto por concreto de alta resistência vibrado de forma convencional, um composto por concreto convencional e o último também é composto por concreto convencional porém a região nodal é composta de concreto autoadensável de alta resistência. Todos os corpos de prova foram submetidos a carregamento cíclico. Os autores concluem que em todos os casos o concreto apresentou um comportamento dúctil se opondo a noção geral de falha frágil em concreto de alta resistência. Quanto ao amortecimento histórico, os corpos de prova que a região nodal é composta por concreto de alta resistência apresentaram os melhores resultados. Os concretos de alta

resistência apresentaram um comportamento sísmico muito semelhante, apontando para a indiferença com relação ao tipo de adensamento. O uso de concreto autoadensável de alta resistência na região nodal da ligação viga-pilar melhorou as características sísmicas, mesmo os elementos adjacentes sendo constituídos de concreto convencional. O uso de concreto autoadensável na região nodal de uma ligação viga-pilar é uma técnica muito interessante, visto que são regiões de congestionamento de armaduras.

Outra tecnologia do concreto que pode influenciar o comportamento dos nós de pórtico é a adição de fibras curtas. Proporcionando ao concreto maior resistência ao cisalhamento, maior resistência pós-pico e maior ductilidade (BALAGURU; SHAH, 1992). De acordo com Jun et al. (2021), a adição de fibras de aço no concreto armado pode limitar em grande parte a deformação por cisalhamento da região do núcleo do nó de pórtico, mantendo a mesma seção e tipo de falha ao comparar com o mesmo nó sem a adição de fibras de aço.

### **2.2.8 Geometria dos elementos**

O comportamento dos nós de pórtico é, evidentemente, diretamente condicionado a sua geometria, sendo de grande importância que as vigas e pilares apresentem uma adequada relação entre a altura de suas respectivas seções. Situações em que os nós de pórtico são formados por vigas que apresentam altura desproporcionalmente mais altas que a altura das seções dos pilares, pode ocorrer, sob ação cíclica, a formação de rótulas plásticas nos pilares antes que nas vigas. Para evitar esse comportamento indesejável algumas normas apresentam recomendações com relação aos momentos resistentes nominais dos pilares e das vigas (ALVA, 2004).

Park e Mosalam (2012) realizaram estudos paramétricos em uma grande base de dados de ensaios de nós de pórtico externos. Em suas conclusões os autores afirmam que a resistência de nós de pórtico externos não armados ao cisalhamento diminui a medida com o aumento da razão de aspecto do nó, que corresponde a divisão da altura da viga pela altura da seção do pilar. Isso ocorre pois a medida que aumenta a razão de aspecto do nó a biela diagonal aumenta a angulação, sendo menos eficaz para combater a força cortante horizontal.

## **2.3 ESTUDOS EXPERIMENTAIS E MODELOS TEÓRICOS**

Nesta seção são apresentados estudos experimentais e teóricos sobre nós de pórtico, organizados de forma cronológica. Vale ressaltar que o trabalho de Johansson (2001) possui importância especial nesta seção, pois seu estudo experimental serve de base para

o desenvolvimento das simulações numéricas do presente trabalho. Essa escolha foi motivada por diversos aspectos: em primeiro lugar, seus ensaios foram realizados de forma monotônica e o estudo abordou uma variedade de arranjos de armaduras para nós de pórtico submetidos a momento de abertura. Por fim, a análise dos resultados de Johansson (2001) não concentrou-se apenas na resistência estrutural, mas também na relação entre a fissuração e a degradação da resistência.

### 2.3.1 Nilsson e Losbert (1976)

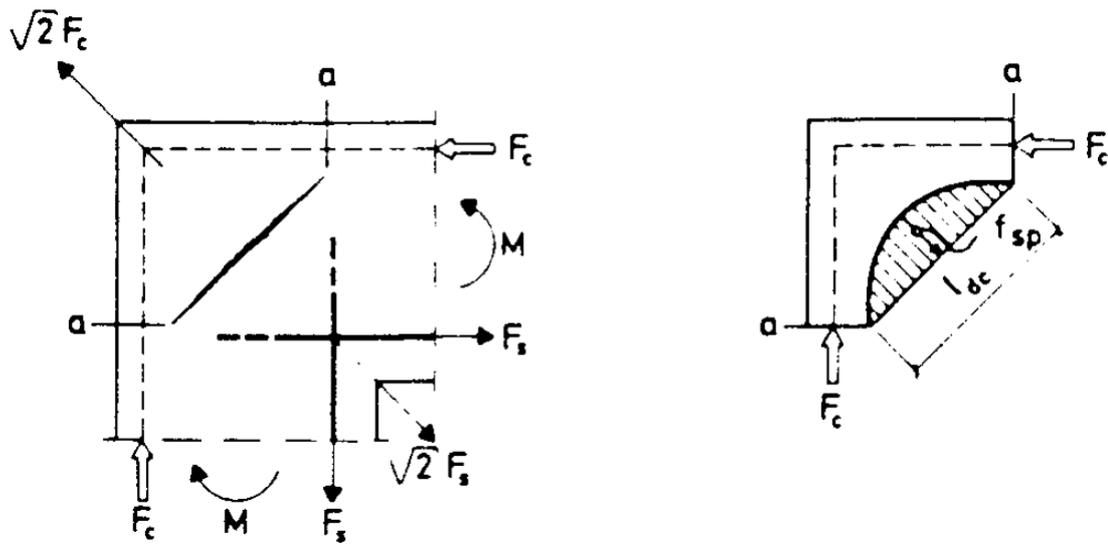
Nilsson e Losberg (1976) realizaram um estudo sobre o comportamento de nós de pórtico de cobertura sob carregamento monotônico de abertura, ou seja, momento positivo que proporciona tração no interior do nó. O estudo tem ênfase na forma em que as barras de aço são posicionadas no nó de pórtico, buscando um detalhe que proporcione os seguintes requisitos:

- O nó de pórtico deve resistir a um momento pelo menos tão grande quanto o momento de ruptura calculado nas seções transversais adjacentes.
- Se não for possível cumprir o primeiro requisito, então a disposição das armaduras deve proporcionar a ductilidade necessária para o nó de pórtico suportar grandes deformações, de modo que a redistribuição das forças na estrutura seja possível sem falhas frágeis.
- As fissuras que ocorrem no interior do nó de pórtico devido as altas tensões devem ser limitadas a um valor aceitável.
- Os detalhes das armaduras devem ser fáceis de dobrar e posicionar na estrutura.

Nilsson e Losberg (1976) citam a falha de fissuração por tensão diagonal em nós de pórtico submetido a momento positivo como sendo uma das principais questões do trabalho. Essa falha é analisada com o auxílio de modelos de bielas e tirantes. Na análise, a resistência a tração do concreto considerada ( $f_{sp}$ ) é determinada por testes de tração por fendilhamento. A Figura 15 ilustra a configuração de forças em um nó submetido a momento fletor positivo, e a força diagonal resultante é  $F_s\sqrt{2}$  ou  $F_c\sqrt{2}$  sendo que  $F_s$  é força que ocorre na parte tracionada e  $F_c$  a força que ocorre na parte comprimida. Seguindo a teoria da elasticidade, a força de tração imediatamente antes da fissuração por tração diagonal pode ser considerada como uma distribuição parabólica, portanto:

$$F_s\sqrt{2} = \frac{2}{3}f_{sp} * b * l_{dc}. \quad (2.1)$$

Figura 15 – Idealização de treliça de nó de pórtico submetido a momento positivo.



Fonte: (NILSSON; LOSBERG, 1976).

Sendo que  $f_{sp}$  é a resistência a tração por fendilhamento,  $b$  é a largura do nó de pórtico e  $l_{dc}$  é o comprimento da distribuição de tensões de tração na diagonal. O momento no nó de pórtico é igual a  $F_s$  multiplicado pelo braço de alavanca  $z = 0,8d$ , sendo que  $d$  é a profundidade efetiva da barra de aço, dessa forma:

$$M = F_s 0,8d. \quad (2.2)$$

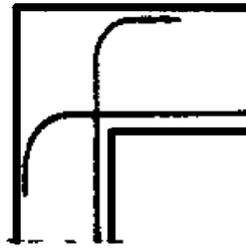
Substituindo o valor de  $F_s$  na Equação 2.1, obtemos:

$$M_{dc} = \frac{\sqrt{2}}{3} 0,8d * b * l_{dc} * f_{sp}. \quad (2.3)$$

Sendo que  $M_{dc}$  é o momento imediatamente antes da fissuração da diagonal.

Na análise experimental de Nilsson e Losberg (1976), inicialmente foi testado quatro detalhes simples de disposição de armaduras em nós de pórticos sob momento de abertura, sendo que para cada detalhe foi realizado três testes alterando apenas o percentual de armaduras longitudinais. O primeiro detalhe testado é mostrada na Figura 16 e apresenta apenas uma ancoragem da barra longitudinal no elemento adjacente. A falha ocorreu por fissuração por tensão diagonal e a parte do canto fora da armadura dobrada foi lascada. A ruptura ocorreu de forma repentina e a carga de ruptura não teve variação relevante ao comparar os corpos de prova com diferentes percentuais de armaduras longitudinais.

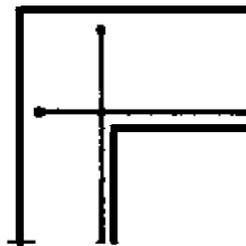
Figura 16 – Detalhe 1 de armadura em nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

O segundo detalhe ensaiado é mostrado na Figura 17 e possui armaduras em formato de grampos com planos perpendiculares a superfície superior da amostra. A ruptura ocorreu novamente por fissuração por tensão diagonal e também ocorreu o lascamento da região superior do nó.

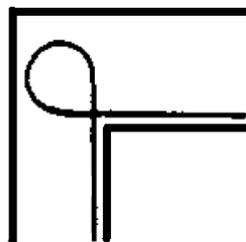
Figura 17 – Detalhe 2 de armadura em nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

O terceiro detalhe consiste em posicionar a armadura nodal em um formato de laço. Com esse tipo de detalhe o nó apresentou uma ampla fissuração. O nó começa a se dividir na parte interna tracionada até que o ponto em que a fissura circundou o nó e ocorreu o lascamento do concreto às margens do laço, como pode ser observado na Figura 18.

Figura 18 – Detalhe 3 de armadura em nó de pórtico.

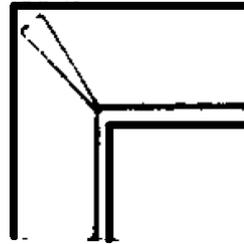


Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

O quarto detalhe é ilustrado na Figura 19 e consiste em posicionar estribos no interior do nó buscando evitar o lascamento do canto. Os autores relataram uma grande dificuldade no posicionamento dos estribos e na concretagem das amostras e devido a

isso afirmam que não é uma solução tecnicamente desejável. Os estribos aumentaram a resistência e ductibilidade do nó, porém a ruptura ocorreu por deslocamento do concreto sem o escoamento das armaduras.

Figura 19 – Detalhe 4 de armadura em nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

Para comparar os resultados obtidos nos diferentes detalhes testados foi calculado a eficiência do nó ( $e$ ) utilizando a Equação 2.4.

$$e = \frac{M_{ut}}{M_{uc}}. \quad (2.4)$$

Sendo que  $M_{ut}$  é o momento último medido pelo ensaio e  $M_{uc}$  é o momento último dos elementos adjacentes ao nó calculado a partir da teoria da flexão, ou seja, quando a eficiência do nó de pórtico for maior que 1 a ruptura nos elementos adjacentes ao nó. O detalhe 3 que consiste em posicionar a armadura em forma de laço apresentou a maior eficiência, em seguida o detalhe 2, detalhe 4 e por último detalhe 1. Em todos os detalhes o aumento da porcentagem de armadura longitudinal na seção diminuiu a eficiência do nó e em todos os testes a eficiência foi menor que 1.

Com o objetivo de aplicar a análise da falha por fissura por tensão diagonal, Nilsson e Losberg (1976) calcularam o momento em que ocorre a falha utilizando a Equação 2.3 nos nós de pórtico com detalhes do tipo 1 e compararam com os resultados obtidos nos testes experimentais. A variação média nos resultados comparados foi de 9% e a máxima foi de 19%. Visto que a ruptura ocorre de forma frágil e depende fundamentalmente da resistência do concreto a tração, a variação dos resultados teóricos e experimentais é pequena.

Para que o nó de pórtico seja capaz de suportar deformações plásticas, a armadura de tração deve atingir sua tensão de escoamento antes da ocorrência a falha por fissura diagonal. Isso significa que a força de tração  $F_s$  deve satisfazer a seguinte condição:

$$F_s \geq A_s f_y. \quad (2.5)$$

Sendo que  $A_s$  é a área de aço e  $f_y$  é a tensão última do aço. Substituindo a Equação 2.5 na equação da fissura por tração diagonal (Equação 2.1), obtemos:

$$A_s f_y \leq \frac{\sqrt{2}}{3} f_{sp} * b * l_{dc}. \quad (2.6)$$

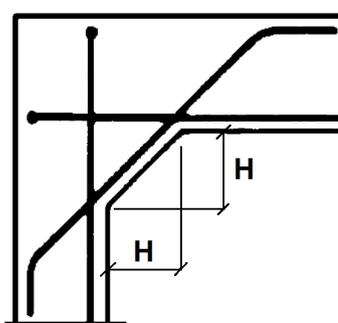
A Equação 2.6 pode ser expressa em função do percentual de armadura na seção ( $\rho$ ).

$$\rho \leq \frac{\sqrt{2} f_{sp} l_{dc}}{3 f_y d}. \quad (2.7)$$

Ou seja, se a porcentagem de armadura  $\rho$  satisfaz a condição apresentada na Equação 2.7, a armadura de tração vai escoar antes que ocorra a fissura diagonal.

A partir da análise teórica e experimental realizada, fica evidente que nós de pórtico sujeitos a momentos de abertura apresentam duas fragilidades, o interior do nó onde ocorre o pico de tensão de tração e a região superior do nó onde as tensões de tração diagonais proporcionam a fissura diagonal e a tendência de lascamento do canto. Na sequência do estudo, Nilsson e Losberg (1976) testaram uma nova geometria de nó de pórtico com maior esquadro e com uma nova configuração de armadura que consiste em posicionar uma barra na região de concreto adicionada, como mostra a Figura 20. De acordo com a teoria da elasticidade, se o tamanho do esquadro do nó de pórtico aumenta, a magnitude das tensões críticas diminuem.

Figura 20 – Detalhe 5 de armadura em nó de pórtico.

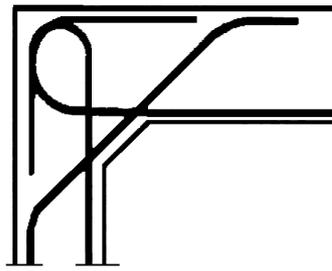


Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

No carregamento até a ruptura, ocorreu pequenas fissuras na parte interna do nó de pórtico, enquanto que as tensões diagonais causaram o lascamento da parte superior do nó que não estava coberto pela armadura.

Para evitar o lascamento da parte superior do nó de pórtico, os autores testaram a configuração de nó de pórtico e detalhe de armadura ilustrado na Figura 21, que consiste em ancorar as armadura longitudinais dos elementos adjacentes ao nó na região comprimida da mesma seção transversal. O resultado do teste foi que a falha ocorreu fora da região nodal, dessa forma, esse detalhe foi estudado de forma ampla na sequência do trabalho.

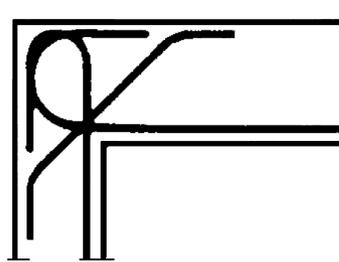
Figura 21 – Detalhe 6 de armadura em nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

Nilsson e Losberg (1976) realizaram novos testes com o detalhe 6 de armadura com diferentes tamanhos de esquadros e chegaram a conclusão que é possível obter nós de pórtico com resistência suficiente sem o aumento da região nodal. Portanto, na sequência do trabalho, os autores realizaram testes em nós de pórtico com a geometria e detalhes de armadura ilustradas na Figura 22.

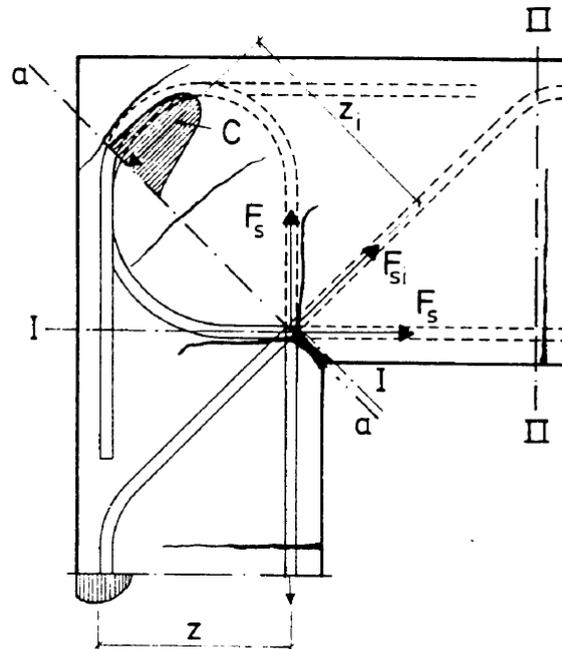
Figura 22 – Detalhe 7 de armadura em nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Nilsson e Losberg (1976).

Os autores concluíram que a área da armadura diagonal deve ser próximo a metade da área da armadura principal, pois dessa forma a armadura diagonal entra em estado de escoamento ao mesmo tempo que ocorre a falha em um dos elementos adjacentes ao nó de pórtico. A Figura 23 ilustra o padrão de fissura do nó de pórtico com armadura adicional diagonal antes da falha em seu estado de trabalho. pode se observar duas fissuras diagonais, sendo uma na parte superior externa do nó e a outra dentro das barras curvas das barras principais. Nilsson e Losberg (1976) afirmam que, como consequência do padrão de fissuras, a zona de compressão está localizada entre as duas fissuras diagonais dentro das curvas. As dobras proporcionam a ancoragem da armadura principal a fazem a costura da fissura diagonal de forma a "unir" as seções e a armadura diagonal atua diretamente na porção tracionada do nó de pórtico de forma a condicionar a abertura de fissura no interior do nó.

Figura 23 – Padrão de fissura do nó de pórtico com barra diagonal em carga de trabalho.

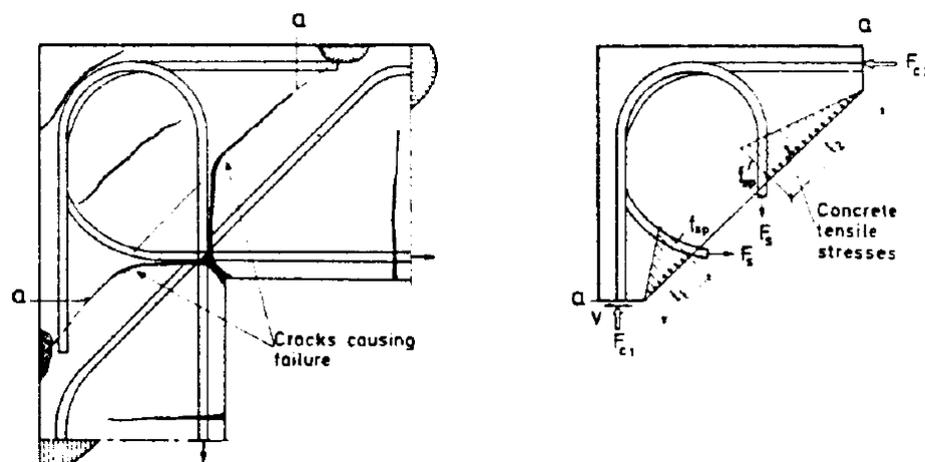


Ativar

Fonte: (NILSSON; LOSBERG, 1976).

Ao chegar na carga de ruptura do nó de pórtico, as fissuras da região tracionada, que ocorrem na margem das barras longitudinais, começam a se propagar na diagonal em paralelo com a armadura diagonal em direção a região comprimida, provocando a ruptura, como mostra a Figura 24.

Figura 24 – Padrão de fissura do nó de pórtico com barra diagonal em carga de ruptura.



Fonte: (NILSSON; LOSBERG, 1976).

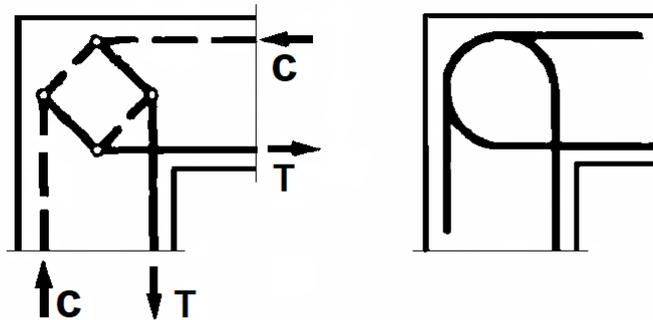
Com a análise de todos os corpos de prova testados, Nilsson e Losberg (1976) ressaltam que as deformações nos nós de pórticos submetidos a momentos positivos podem ser muito elevadas dependendo do detalhe de armadura utilizado, mas que utilizando o

detalhe proposto, ou seja, armadura diagonal com metade da área de aço da armadura de tração principal, as deformações são pequenas e podem até ser desconsideradas.

### 2.3.2 Schlaich e Schâfer (1989)

Schlaich e Schâfer (1989) desenvolveram modelos de bielas e tirantes para o cálculo de estruturas de concreto armado. Com relação aos nós de pórtico sujeitos a momento positivo, os autores ressaltam a necessidade de encontrar um modelo de cálculo preciso que esteja de acordo com as armaduras e sua devida ancoragem. Para evitar o fendilhamento das bielas de compressão causadas pelas forças de tração radiais, Schlaich e Schâfer (1989) recomendam a utilização de laços na ancoragem nas barras longitudinais de forma a contornar todo o canto e apresentam um modelo de bielas e tirantes para representar o nó de pórtico com esse detalhe de armadura com ação de momento positivo (Figura 25).

Figura 25 – Modelo de bielas e tirantes e detalhe de armadura de nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Schlaich e Schâfer (1989).

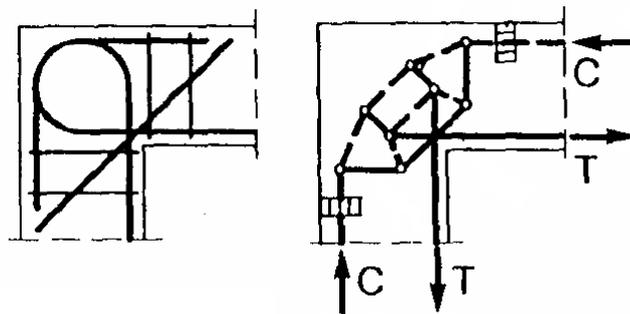
O modelo apresentado deixa claro o curso das forças internas e mostra onde as forças de tração na armadura estão ancoradas. Devido a deflexão que ocorre na biela de compressão que está localizada fora da região nodal no modelo assumido, a resistência do concreto máxima de projeto ( $f_{cd,eff}$ ) que deve ser utilizada para verificar essa biela é dada por:

$$f_{cd,eff} = 0,75f_{cd}. \quad (2.8)$$

Sendo que  $f_{cd}$  é a resistência à compressão do concreto de projeto. Schlaich e Schâfer (1989) ressaltam que a utilização do detalhe da Figura 25 proporciona nós de pórtico que chegam a ruína antes que os elementos adjacentes e aumentar a taxa de armadura não resolve essa situação, pois mesmo que aumente a capacidade de carga da região nodal, adicionar mais armadura nas barras longitudinais também aumenta a capacidade de carga dos elementos adjacentes. Uma grande desvantagem de utilizar

apenas o detalhe da Figura 25 é que as barras longitudinais desviam em  $45^\circ$  a direção das maiores tensões de tração na parte interna do nó, podendo levar a uma falha devido a abertura de uma fissura diagonal na parte interna do nó de pórtico. A solução mais viável é a utilização de barras diagonais posicionadas na parte interior do nó de pórtico, pois dessa forma, a direção das barras diagonais coincidem com a direção das maiores forças de tração. A Figura 26 ilustra esse detalhe e seu respectivo modelo de bielas e tirantes.

Figura 26 – Detalhe de armadura recomendado para nó de pórtico e seu respectivo modelo de bielas e tirantes.



Fonte: adaptado de Schlaich e Schâfer (1989).

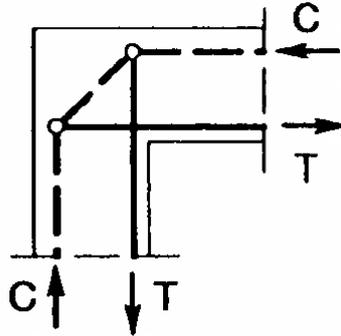
O desvio gradativo da biela de compressão para fora da região nodal ocorre devido a ancoragem das forças de tração nas barras diagonais, o que justifica o maior aproveitamento do concreto e nesse caso a resistência máxima do concreto à compressão de projeto ( $f_{cd,eff}$ ) que pode ser utilizado no cálculo dessa biela é expressa na Equação 2.9 e se a altura da linha neutra da seção transversal for menor ou igual a um quarto da altura útil do elemento adjacente, a resistência máxima do concreto à compressão de projeto pode ser expresso pela Equação 2.10

$$f_{cd,eff} = 0,85f_{cd}. \quad (2.9)$$

$$f_{cd,eff} = 1f_{cd}. \quad (2.10)$$

De acordo com os autores, ao adotar detalhes de armaduras sem a presença de barras longitudinais e em que as barras longitudinais não envolvem o nó e sem a presença de barras adicionais, os nós de pórticos submetidos a momentos positivos tem pouca capacidade de carga em relação aos elementos adjacentes, pois o fendilhamento da biela de compressão diagonal proporciona o lascamento da região externa do canto do nó. O modelo de bielas e tirantes de um nó de pórtico com detalhe de armadura simples é ilustrado na Figura 27, o fluxo de forças exibido desvia muita da teoria da elasticidade.

Figura 27 – Modelo de bielas e tirantes de um nó de pórtico com detalhe de armadura simples.

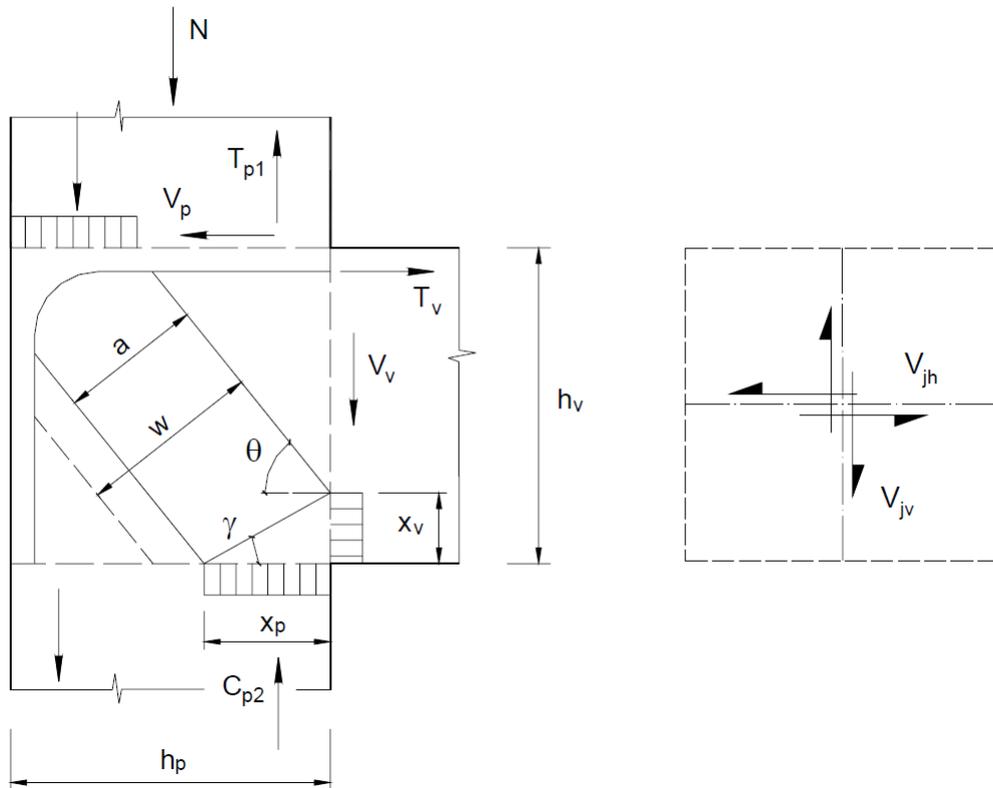


Fonte: adaptado de Schlaich e Schâfer (1989).

### 2.3.3 Ortiz (1993)

Ortiz (1993) desenvolveu um modelo de biela e tirante com base em resultados de ensaios experimentais de ligações viga-pilar de extremidade submetidos a ações monotônicas com o objetivo de calcular a quantidade de estribos no nó, a fim de desenvolver a maior resistência. O modelo considera que a armadura longitudinal superior da viga através da ancoragem na dobra e as solicitações nos estribos após a fissuração do nó proporcionam a força de compressão na biela diagonal do nó.

Figura 28 – Forças atuantes em nós externos sob carregamento monotônico.



Fonte: (ALVA, 2004).

O ângulo de inclinação da biela comprimida de concreto ( $\theta$ ) em relação a horizontal é dado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{V_{jv}}{V_{jh}}\right). \quad (2.11)$$

Sendo que  $V_{jv}$  e  $V_{jh}$  são as forças verticais e horizontais solicitantes no nó, respectivamente. A força cortante horizontal pode ser encontrada através da seguinte equação:

$$V_{jh} = T_v - V_p, \quad (2.12)$$

onde  $T_v$  é a força resultante da armadura tracionada da viga e  $V_p$  é a força cortante no pilar. A força cortante horizontal ( $V_{jh}$ ) e a força diagonal na biela ( $D$ ) são relacionadas através da expressão a seguir:

$$D \cdot \cos\theta = V_{jh}. \quad (2.13)$$

Sendo que a força diagonal é dada por:

$$D = Wb_j\sigma_{c,m\acute{a}x}. \quad (2.14)$$

Sendo que  $b_j$  é a largura do nó,  $\sigma_{c,máx}$  é a tensão máxima na biela e  $W$  é a largura da biela de forma que a tensão na biela respeite a sua máxima, portanto:

$$W = \frac{D}{b_j \sigma_{c,máx}} = \frac{V_{jh}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} . \quad (2.15)$$

A força diagonal na biela é formada por duas parcelas, uma correspondente à resistência do concreto e uma correspondente a resistência dos estribos horizontais. Dessa forma, a largura da biela é a soma da contribuição dessas parcelas, como mostra a Equação 2.16.

$$W = W_c + W_s = \frac{D_1}{b_j \sigma_{c,máx}} + \frac{D_2}{b_j \sigma_{c,máx}} = \frac{V_{ch}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} + \frac{V_{sh}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} , \quad (2.16)$$

onde  $W_c$  e  $W_s$  é a largura da biela diagonal sem a consideração dos estribos e o acréscimo da largura da biela devido aos estribos, respectivamente.  $D_1$  e  $D_2$  são as parcelas da força diagonal da biela correspondentes a contribuição apenas do concreto e do acréscimo decorrente dos estribos, respectivamente.  $V_{ch}$  e  $V_{sh}$  são a força cortante horizontal resistente devido ao concreto e devido aos estribos, respectivamente. Portanto o acréscimo da largura da biela que ocorre devido aos estribos é dada pela seguinte equação:

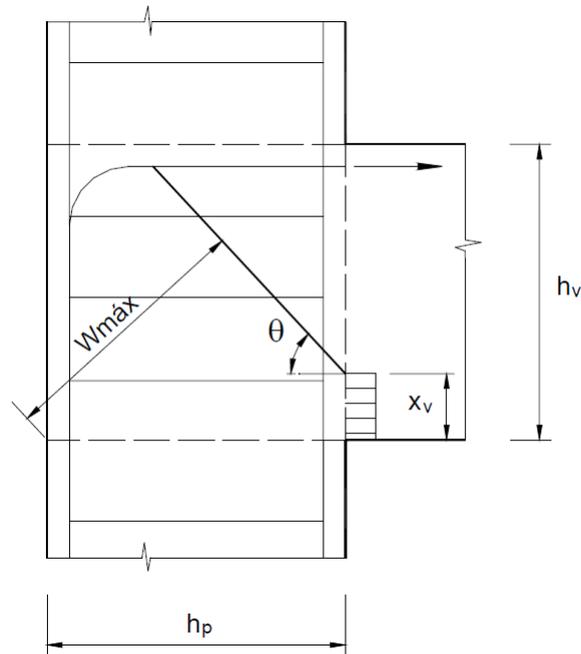
$$W_s = \frac{V_{sh}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} = \frac{A_{sh} f_{yh}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} , \quad (2.17)$$

onde  $A_{sh}$  é a área de estribos horizontais e  $f_{yh}$  é a resistência ao escoamento do aço desses estribos.

Devido ao limite dimensional do nó, a biela diagonal apresenta uma largura limite dada pela Equação 2.18 que é deduzida de forma geométrica, como ilustrado na Figura 28. Portanto, a inserção de estribos em excesso não proporciona um aumento na resistência do nó devido a tal limite. É interessante destacar também que não é possível que a largura da biela atinja seu limite devido a posição das armaduras do pilar.

$$W_{máx} = h_p \sin \theta + X_v \cos \theta . \quad (2.18)$$

Figura 29 – Largura máxima da biela diagonal.



Fonte: (ALVA, 2004).

Analisando os resultados dos ensaios experimentais, Ortiz (1993) destacou que a largura da biela de um nó sem estribos equivale a 45% da largura máxima possível da biela para esse nó. Esse efeito ocorre devido ao maior confinamento do concreto proporcionado pelos estribos. Dessa forma o cálculo da largura da biela diagonal dos nós é dado por:

$$W = 0,45 * W_{máx} + \frac{A_{sh} f_{yh}}{b_j \sigma_{c,máx} \cos \theta} < W_{máx} . \quad (2.19)$$

Buscando encontrar a área de estribos que proporcione a maior largura possível da biela e conseqüentemente a maior resistência do nó, a Equação 2.19 pode ser expressa isolando a área de estribos.

$$A_{sh} = \frac{0,55 * b_j \sigma_{c,máx} * (h_p \text{sen} \theta + X_v \text{cos} \theta) * \text{cos} \theta}{f_{yh}} . \quad (2.20)$$

### 2.3.4 Parker e Bullman (1997)

Enquanto outros pesquisadores adotam inclinações para as bielas baseadas na geometria dos elementos ou nos esforços solicitantes, Parker e Bullman (1997) adotam uma inclinação crítica para a biela de modo em que sua rigidez ao cisalhamento seja máxima para nós sem estribos. Tal inclinação é dada pelas seguintes equações:

$$\text{Para } \gamma > 0,5, \tan\theta_{\text{crít}} = \frac{1}{2\gamma} + \frac{\gamma^2 - 0,75}{6\gamma^3 + 2,5\gamma}, \quad (2.21)$$

$$\text{Para } \gamma < 0,5, \tan\theta_{\text{crít}} = 1 - \frac{\gamma}{2}, \quad (2.22)$$

$$\gamma = \frac{a_v}{d_p}, \quad (2.23)$$

$$a_v = 0,8d_v - 0,8R. \quad (2.24)$$

Sendo que  $d_p$  é a altura útil do pilar,  $d_v$  é a altura efetiva da viga e  $R$  é o raio das dobras das armaduras longitudinais da viga. Após a determinação da inclinação da biela é realizado o cálculo de resistência do nó e suas limitações. Em uma situação de nós sem estribos a Equação 2.25 limita a resistência do nó pela resistência da biela de concreto.

$$V_2 = \alpha\beta f_c b_p d_p, \quad (2.25)$$

$$\alpha = \frac{1 - \tan\theta_{\text{crít}}}{\tan\theta_{\text{crít}} + (1/\tan\theta_{\text{crít}})}, \quad (2.26)$$

$$\beta = 0,7 - \frac{f_c}{200} \geq 0,5. \quad (2.27)$$

Sendo que  $f_c$  é a resistência do concreto e  $b_p$  é a base do pilar.

Em nós de pórtico com a presença de estribos a resistência aumenta e passa a ser limitada pelas seguinte equação:

$$V_3 = V_2 + A_{sh} f_{yh} \left( \frac{a_v}{s_v} - 1 \right), \quad (2.28)$$

$$V_4 = xV_2, \quad (2.29)$$

$$x = \frac{0,9d_p - s_v \tan\theta_{\text{crít}}}{d_p - a_v \tan\theta_{\text{crít}}} \geq 1, \quad (2.30)$$

onde  $A_{sh}$  é a área de aço dos estribos,  $f_{yh}$  é a resistência do aço e  $s_v$  é o espaçamento entre os estribos. É interessante destacar que a Equação 2.29 é baseada na resistência da biela entre os estribos.

Sabendo os valores limitantes para a força cisalhante atuante no nó em casos de nós com e sem estribos, a resistência do nó para ambos os casos é dada por:

$$V_1 = (A_{sp} f_{yh} + N) \tan\theta_{\text{crít}}, \quad (2.31)$$

onde  $A_{sp}$  é a área de aço das armaduras tracionadas do pilar e  $N$  é força normal no pilar.

### 2.3.5 Hwang e Lee (1999)

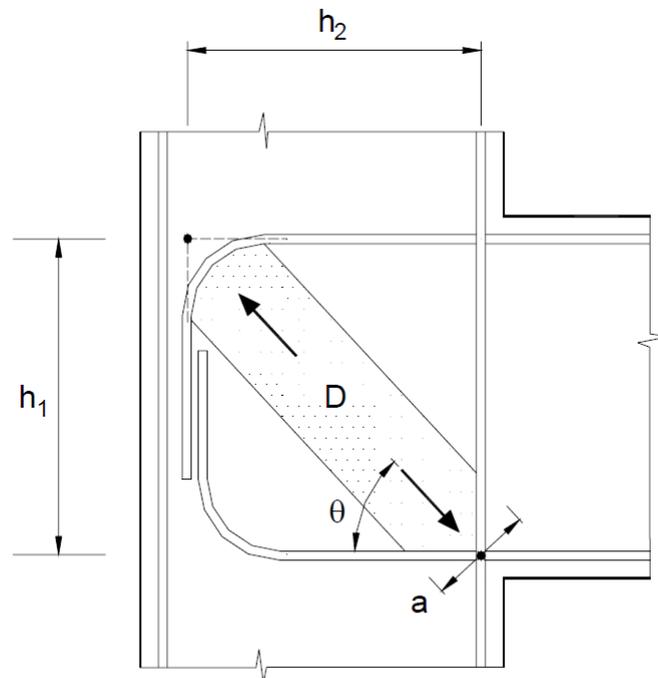
O modelo proposto por Hwang e Lee (1999) é baseado em três mecanismos: biela diagonal, treliça com mecanismo horizontal e treliça com mecanismo vertical. Os resultados obtidos com o modelo apresentam uma boa proximidade com os resultados obtidos em diversas pesquisas experimentais visto que, além do equilíbrio de forças, o modelo considera a compatibilidade dos deslocamentos e as leis constitutivas do concreto após a fissuração.

O mecanismo de biela diagonal é formada por uma única biela resistente de inclinação dada pela seguinte equação:

$$\theta = \arctg\left(\frac{h_1}{h_2}\right), \quad (2.32)$$

onde  $h_1$  é a distância entre os centros geométricos da armadura superior e inferior da viga e  $h_2$  é a distância entre o centro geométrico da armadura da face interna do pilar e a armadura da viga na parte da dobra (Figura 30).

Figura 30 – Mecanismo de biela diagonal.



Mecanismo Diagonal

Fonte: adaptado de Alva (2004).

A área efetiva da biela diagonal ( $A_b$ ) é o produto da largura da biela ( $a$ ) pela largura efetiva do nó ( $b_{eff}$ ), como mostra a Equação 2.33.

$$A_b = a \cdot b_{eff} . \quad (2.33)$$

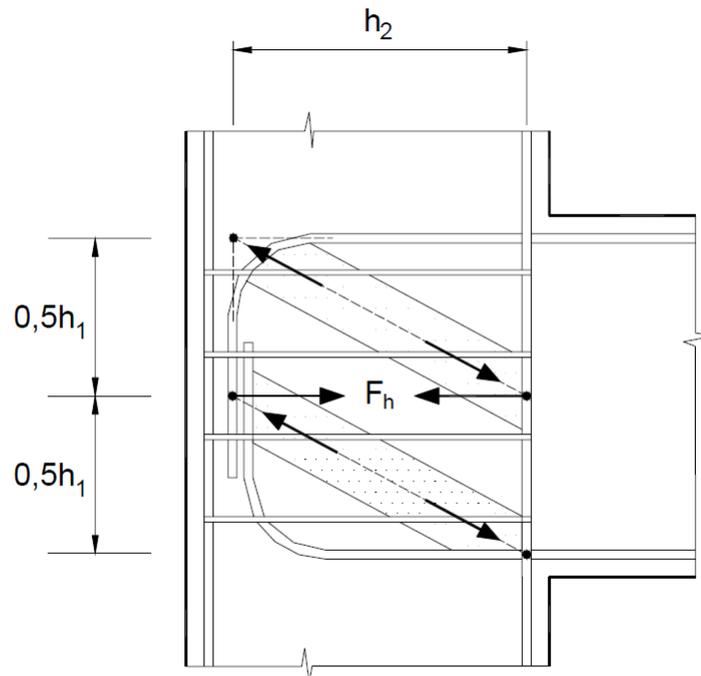
A largura da biela pode ser encontrada utilizando a seguinte equação:

$$a = \left( 0,25 + 0,85 \frac{N}{A_p f_c} \right) \cdot h_p , \quad (2.34)$$

onde  $N$  é a força normal no pilar,  $f_c$  é a resistência a compressão do concreto,  $A_p$  é a área da seção do pilar e  $h_p$  é a altura da seção do pilar. A largura efetiva do nó ( $b_{eff}$ ) deve ser calculada como disposto na norma americana ACI-318.

O mecanismo de treliça horizontal, ilustrado na Figura 31, é formado por um tirante horizontal construído pelos estribos e duas bielas comprimidas com ângulo de inclinação menor que o ângulo da biela diagonal.

Figura 31 – Mecanismo de treliça horizontal.



Mecanismo Horizontal

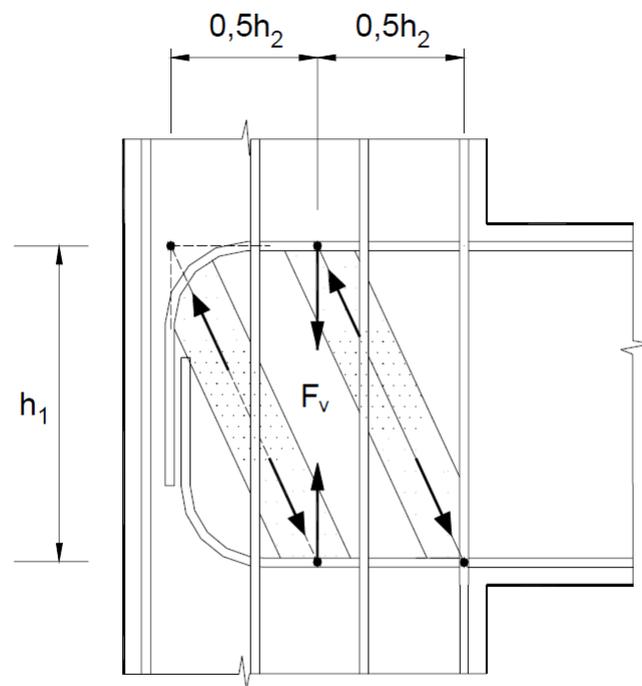
Fonte: adaptado de Alva (2004).

Hwang e Lee (1999) recomendam que seja aplicado uma minoração de 50% na computação da área dos estribos posicionados abaixo da metade da altura do nó, pois estudos mostram que apenas os estribos posicionados acima da meia altura são efetivos no mecanismo de treliça horizontal.

Quanto ao mecanismo de treliça vertical, ilustrado na Figura 32, as bielas comprimi-

das apresentam um ângulo de inclinação maior que o da biela diagonal e o tirante vertical é constituído pelas barras longitudinais do pilar posicionadas na região central, portanto não é possível contar com o mecanismo em nós de pórtico onde os pilares não apresentam barras longitudinais próximas ao centro.

Figura 32 – Mecanismo de treliça vertical.



Mecanismo Vertical

Fonte: adaptado de Alva (2004).

Aplicando o equilíbrio de forças no modelo de bielas e tirantes proposto, a força cortante horizontal ( $V_{jh}$ ) e vertical ( $V_{jv}$ ) a ser resistida pelo nó é dada por:

$$V_{jh} = D \cos(\theta) + F_h + F_v \cotg(\theta) , \quad (2.35)$$

$$V_{jv} = D \sin(\theta) + F_h \tg(\theta) + F_v , \quad (2.36)$$

onde  $F_h$  e  $F_v$  são as forças de tração no tirante horizontal e vertical respectivamente e são dadas pelas Equações 2.37 e 2.38, respectivamente.  $D$  é a força resultante de compressão na biela.

$$F_h = \gamma_h \cdot V_{jh}, \text{ sendo que } \gamma_h = \frac{2 \cdot \tg(\theta) - 1}{3} \rightarrow 0 \leq \gamma_h \leq 1 , \quad (2.37)$$

$$F_v = \gamma_v \cdot V_{jv}, \text{ sendo que } \gamma_v = \frac{2 \cdot \cotg(\theta) - 1}{3} \rightarrow 0 \leq \gamma_v \leq 1 , \quad (2.38)$$

onde  $\gamma_h$  é a parcela da força cisalhante horizontal resistida pelo mecanismo de treliça horizontal na ausência de mecanismo de treliça vertical, da mesma forma que  $\gamma_v$  é a parcela da força cisalhante vertical resistida pelo mecanismo de treliça vertical na ausência de mecanismo de treliça horizontal.

É conveniente expressar as forças resistidas por cada mecanismo ( $D$ ,  $F_h$  e  $F_v$ ) em função da força cortante horizontal ( $V_{jh}$ ) com base nas Equações 2.35, 2.37 e 2.38, portanto:

$$D = \frac{1}{\cos\theta} \left( \frac{R_d}{R_d + R_h + R_v} \right) V_{jh} , \quad (2.39)$$

$$F_h = \left( \frac{R_h}{R_d + R_h + R_v} \right) V_{jh} , \quad (2.40)$$

$$F_v = \frac{1}{\cotg\theta} \left( \frac{R_v}{R_d + R_h + R_v} \right) V_{jh} , \quad (2.41)$$

onde  $R_d$ ,  $R_h$  e  $R_v$  são termos adimensionais que expressam as taxas da força cortante horizontal resistida pelo mecanismo de biela diagonal, treliça horizontal e treliça vertical respectivamente e são dados pelas seguintes equações:

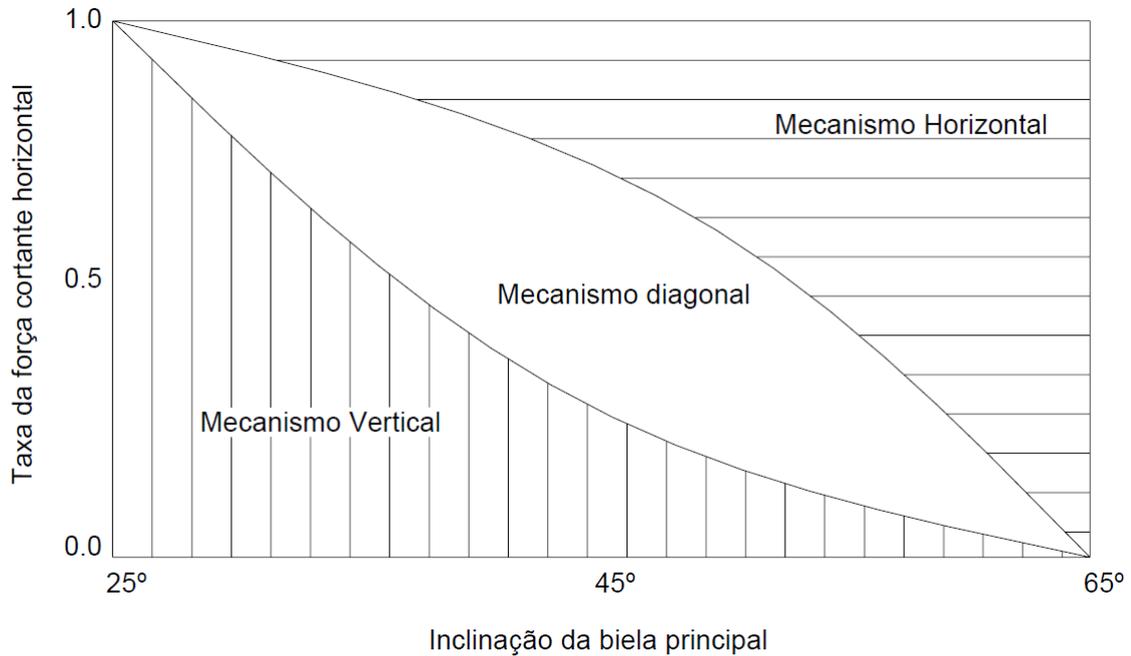
$$R_d = \frac{(1 - \gamma_h)(1 - \gamma_v)}{1 - \gamma_h\gamma_v} , \quad (2.42)$$

$$R_h = \frac{\gamma_h(1 - \gamma_v)}{1 - \gamma_h\gamma_v} , \quad (2.43)$$

$$R_v = \frac{\gamma_v(1 - \gamma_h)}{1 - \gamma_h\gamma_v} . \quad (2.44)$$

A Figura 33 ilustra a relação entre as taxas de resistência à força cortante horizontal de cada mecanismo em função do ângulo da biela diagonal ( $\theta$ ).

Figura 33 – Relação entre as taxas de força cortante horizontal resistida por cada mecanismo e o ângulo da biela diagonal.



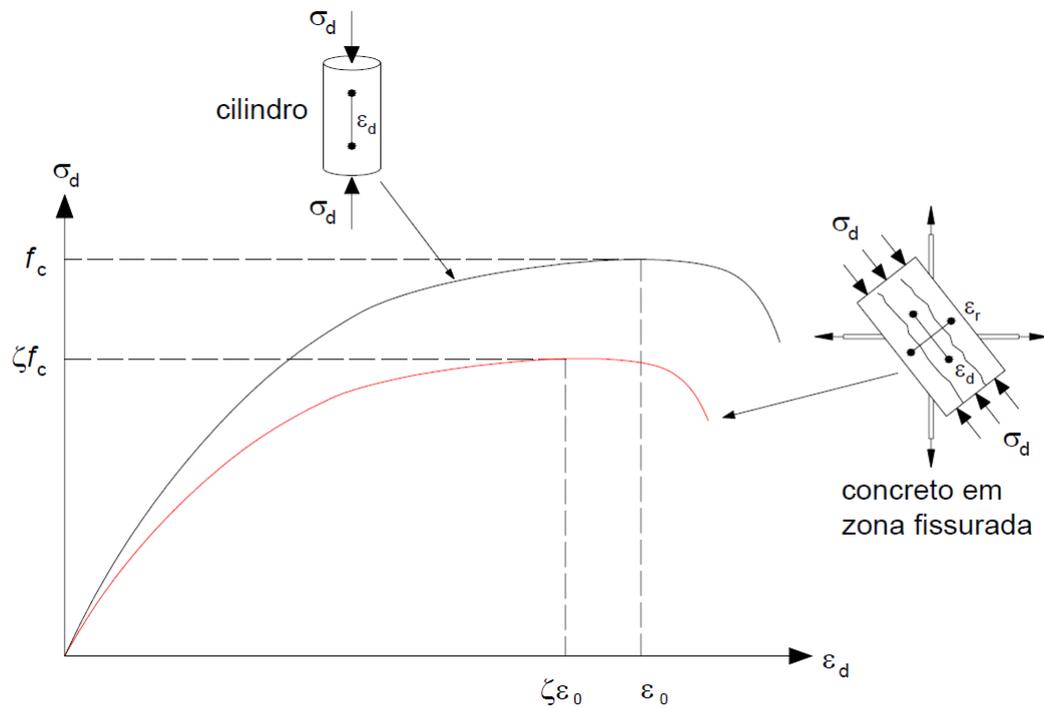
Fonte: (HWANG; LEE, 1999).

Hwang e Lee (1999) afirmam que a máxima tensão normal de compressão atuante no nó de pórtico ( $\sigma_{d,máx}$ ) coincide com a direção da biela diagonal e é dada por:

$$\sigma_{d,máx} = \frac{1}{A_b} \left( D + \frac{\cos(\theta - \arctg(\frac{h_1}{2h_2}))}{\cos(\arctg(\frac{h_1}{2h_2}))} F_h + \frac{\cos(\arctg(\frac{2h_1}{h_2}) - \theta)}{\text{sen}(\arctg(\frac{2h_1}{h_2}))} F_v \right). \quad (2.45)$$

Sabe-se que a rigidez do concreto em regiões fissuradas é menor do que a rigidez em regiões íntegras. A Figura 34 ilustra esse comportamento através de duas curvas tensão-deformação. A curva traçada em cor preta representa o material concreto submetido a um estado uniaxial de tensões e a linha de cor vermelha representa o material concreto em estado fissurado devido a um estado biaxial de tensões.

Figura 34 – Rigidez do concreto em estado uniaxial e biaxial de tensões.



Fonte: (ALVA, 2004).

Essa perda de rigidez deve ser considerada na análise de nós de pórtico. O ramo ascendente da curva tensão-deformação do concreto fissurado é dado pela Equação 2.46. Para simplificar o cálculo é considerado que a direção da biela e uma das direções principais são coincidentes.

$$\sigma_d = \zeta f_c \left( 2 \left( \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right), \text{ para } \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \leq 1, \quad (2.46)$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c \sqrt{1 + 400 \varepsilon_r}}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \varepsilon_r}}, \quad (2.47)$$

onde  $\sigma_d$  é a tensão principal de compressão na direção  $d$  (mesma direção da biela diagonal),  $\zeta$  é o coeficiente de redução da resistência,  $\varepsilon_d$  e  $\varepsilon_r$  são, respectivamente, as deformações principais médias nas direções  $d$  e  $r$ , e  $\varepsilon_0$  é a deformação correspondente à tensão de compressão uniaxial, medida em corpo de prova cilíndrico, e pode ser estimada utilizando a Equação 2.48.

$$\varepsilon_0 = -0,002 - 0,001 \left( \frac{F_c - 20}{80} \right), \text{ para } 20 \text{ MPa} \leq f_c \leq 100 \text{ MPa}. \quad (2.48)$$

Portanto, a resistência máxima ao cisalhamento ocorre quando a tensão de compressão e a deformação na direção  $d$  (biela diagonal) atingem os valores máximos, ou seja:

$$\sigma_d = \zeta f_c . \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_d = \zeta \varepsilon_0 . \quad (2.50)$$

Hwang e Lee (1999) propõem o modelo elásto-plástico perfeito para o aço, portanto as relações entre as tensões nas armaduras e as deformações de tração são dadas por:

$$f_s = E_s \varepsilon_s, \text{ para } \varepsilon_s < \varepsilon_y , \quad (2.51)$$

$$f_s = f_y, \text{ para } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y , \quad (2.52)$$

onde  $f_s$  e  $\varepsilon_s$  são a tensão e a deformação do aço no regime elástico, respectivamente;  $f_y$  e  $\varepsilon_y$  são a tensão e a deformação do aço no regime plástico, respectivamente;  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço.

Com base nas equações constitutivas do aço, a relação entre as forças e as deformações nos tirantes é dada por:

$$F_h = A_{sh} E_s \varepsilon_h \leq F_{yh} , \quad (2.53)$$

$$F_v = A_{sv} E_s \varepsilon_v \leq F_{yv} . \quad (2.54)$$

Sendo que  $\varepsilon_h$  e  $\varepsilon_v$  são as deformações no tirante horizontal (estribos) e no tirante vertical (armadura do pilar), respectivamente;  $F_{yh}$  e  $F_{yv}$  são as forças de escoamento do tirante horizontal e vertical, respectivamente;  $A_{sh}$  e  $A_{sv}$  são a área do tirante horizontal e vertical, respectivamente.

As deformações médias nos diferentes sistemas de coordenadas são relacionadas através de equações de compatibilidade. Adotando  $r$  como a direção principal das tensões de compressão, a deformação horizontal ( $\varepsilon_h$ ), a deformação vertical ( $\varepsilon_v$ ) e a magnitude da deformação de compressão principal ( $\varepsilon_d$ ) podem ser relacionadas com a deformação de tração principal ( $\varepsilon_r$ ), através das seguintes expressões:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_h + (\varepsilon_h - \varepsilon_d)(\cot\theta)^2 , \quad (2.55)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_v + (\varepsilon_v - \varepsilon_d)(\text{tg}\theta)^2 . \quad (2.56)$$

Hwang e Lee (1999) propõem um algoritmo de convergência que inicia com a adoção de um valor para a força cortante horizontal ( $V_{jh}$ ) e pode ser dividido em três passos. O primeiro passo é aplicar as equações do equilíbrio para encontrar  $\sigma_{d,\text{máx}}$ . Assumindo

que é atingida a resistência da biela de concreto, obtêm-se um valor para o coeficiente de redução da resistência ( $\zeta$ ) através da seguinte equação:

$$\zeta = \frac{\sigma_{d,m\acute{a}x}}{f_c} . \quad (2.57)$$

A segunda etapa consiste em calcular as deformações das bielas e tirantes com base nas leis constitutivas dos materiais. O terceiro passo é aplicar as condições de compatibilidade para calcular um novo valor de  $\zeta$ . Se o valor de  $\zeta$  assumido estiver próximo do valor calculado, o valor de  $V_{jh}$  adotado é a resistência ao cisalhamento do nó, caso o contrário, é necessário voltar a realizar iterações.

O procedimento analítico proposto contém 10 variáveis desconhecidas, sendo elas quatro forças ( $V_{jh}$ ,  $D$ ,  $F_h$ ,  $F_v$ ), uma tensão ( $\sigma_{d,m\acute{a}x}$ ), um coeficiente ( $\zeta$ ) e quatro deformações ( $\varepsilon_d$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_h$ ,  $\varepsilon_v$ ). Devido as várias formas de escoamento dos tirantes até o instante em que a biela atinge a sua resistência máxima, existem 5 comportamentos de ruptura, sendo eles:

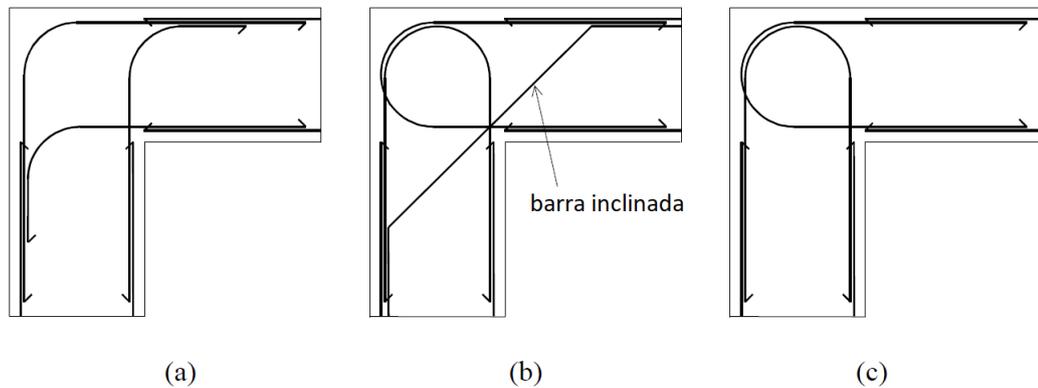
- Tipo E: a biela comprimida atinge a resistência máxima enquanto que os tirantes estão no regime elástico.
- Tipo YH: ocorre o escoamento do tirante horizontal, distribuindo as forças para os outros mecanismos até a biela comprimida atingir a resistência máxima.
- Tipo YV: ocorre o escoamento do tirante vertical, distribuindo as forças para os outros mecanismos até a biela comprimida atingir a resistência máxima.
- Tipo YHV: ocorre o escoamento do tirante horizontal, depois ocorre o escoamento do tirante vertical e, por fim, a biela atinge a sua resistência máxima.
- Tipo YVH: ocorre o escoamento do tirante vertical, depois ocorre o escoamento do tirante horizontal e, por fim, a biela atinge a sua resistência máxima.

### 2.3.6 Johansson (2001)

Johansson (2001) realizou um estudo experimental sobre o detalhamento de nós de pórtico de canto em estruturas de concreto armado. Foram testados 11 corpos de prova submetidos a carregamento monotônico, sendo que em oito foi aplicado momento de fechamento (negativo) e em três momento de abertura (positivo). O objetivo do trabalho foi avaliar o uso de um novo detalhamento de armadura constituída de laços emendados no nó de pórtico para substituir detalhamentos convencionais em que o posicionamento da armadura no interior do nó se tornava de difícil execução e muito custoso. A Figura 35 ilustra os três detalhes de armadura ensaiados, sendo que os detalhes (a) e (b) são convencionais e usados para momento de fechamento e abertura, respectivamente, enquanto

que o detalhamento (c) é a nova proposta que tem o intuito de servir tanto para momentos de abertura quanto para momentos de fechamento.

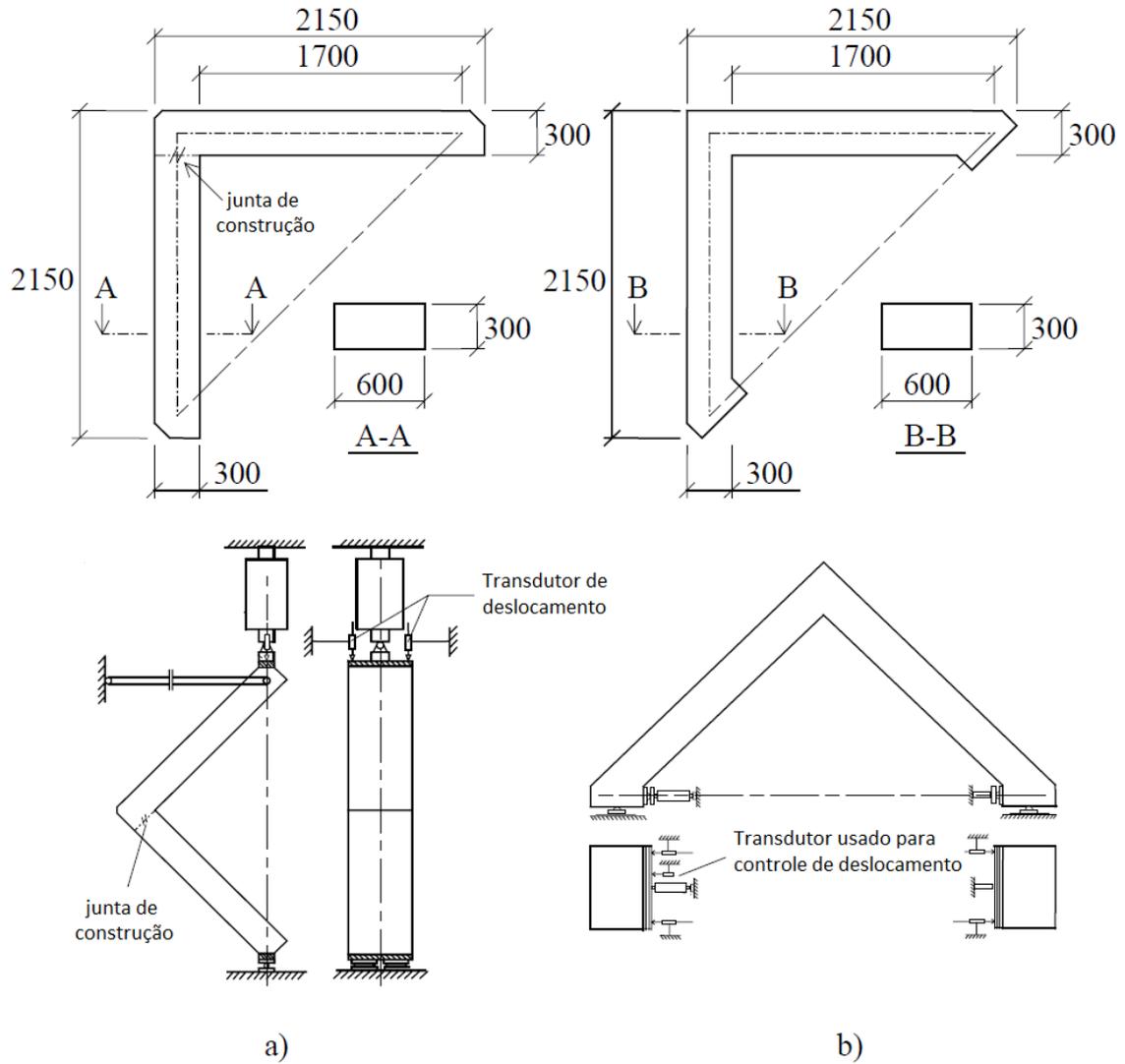
Figura 35 – Detalhe de armadura para (a) momento de fechamento, (b) momento de abertura e a (c) nova proposta.



Fonte: adaptado de Johansson (2001).

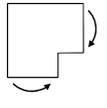
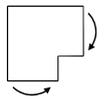
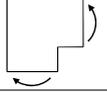
As dimensões dos corpos de provas e as configuração dos ensaios são ilustradas na Figura 36. Os ensaios foram divididos em três séries de testes, sendo que as duas primeiras séries apresentam quatro ensaios cada, todos com momento de fechamento, e a terceira série de testes apresenta três ensaios, todos com momento de abertura. Para facilitar o entendimento, a Tabela 2 descreve de forma detalhada as características de cada corpo de prova com relação a sua armadura e resistência do concreto.

Figura 36 – Dimensões e montagem dos ensaios da (a) primeira e segunda séries de testes (momento de fechamento); e (b) terceira série de testes (momento de abertura). Dimensões em milímetros.



Fonte: adaptado de Johansson (2001).

Tabela 1 – Quantidade de reforço e detalhamento nos nós de pórtico testados.

Tipo de momento	Detalhe <sup>1</sup>	Corpo de prova	Armadura		$f_{sy}$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\rho$ [%]	$\omega_s$
			Elementos adjacentes	Nó de pórtico				
	a	RV1	6 $\phi$ 16	8 $\phi$ 16	473	29,7	1,00	0,159
	c	RV2	6 $\phi$ 16	6 $\phi$ 16 <sup>2</sup>	473	29,7	0,75	0,119
	a	RV3	4 $\phi$ 10	5 $\phi$ 10	504	28,7	0,23	0,041
	c	RV4	4 $\phi$ 10	4 $\phi$ 10 <sup>3</sup>	504	28,7	0,19	0,033
	c	RV5	5 $\phi$ 16	7 $\phi$ 16	567	30,6	0,88	0,162
	c	RV6	5 $\phi$ 16	7 $\phi$ 16	567	30,6	0,88	0,162
	c	RV7	3 $\phi$ 10	4 $\phi$ 10	573	33,8	0,19	0,032
	c	RV8	3 $\phi$ 10	4 $\phi$ 10	573	33,8	0,19	0,032
	b	RV9	5 $\phi$ 16	5 $\phi$ 16 <sup>4</sup>	570	32,2	0,63 <sup>5</sup>	0,11 <sup>5</sup>
	c	RV10	5 $\phi$ 16	5 $\phi$ 16	570	32,2	0,63	0,11
	c	RV11	5 $\phi$ 16	7 $\phi$ 16	570	32,2	0,88	0,155

<sup>1</sup> Notação referente à ilustração dos tipos de detalhe de armaduras.

<sup>2</sup> Quantidade desigual em seções adjacentes; 8 $\phi$ 16 cruzou a junta de construção.

<sup>3</sup> Quantidade desigual em seções adjacentes; 5 $\phi$ 10 cruzou a junta de construção.

<sup>4</sup> Também barras inclinadas 3 $\phi$ 16.

<sup>5</sup>  $\rho=0,89$  e  $\omega_s=0,158$  se as barras inclinadas forem levadas em consideração.

Fonte: adaptado de Johansson (2001).

$\rho$  corresponde a taxa de armadura na seção transversal, enquanto que  $\omega_s$  corresponde a taxa mecânica de armadura, que leva em consideração a resistência média do concreto ( $f_c$ ) e a resistência média ao escoamento da armadura ( $f_{sy}$ ), como pode ser visto na Equação 2.58.

$$\omega_s = \frac{A_s f_{sy}}{b d f_c} \quad (2.58)$$

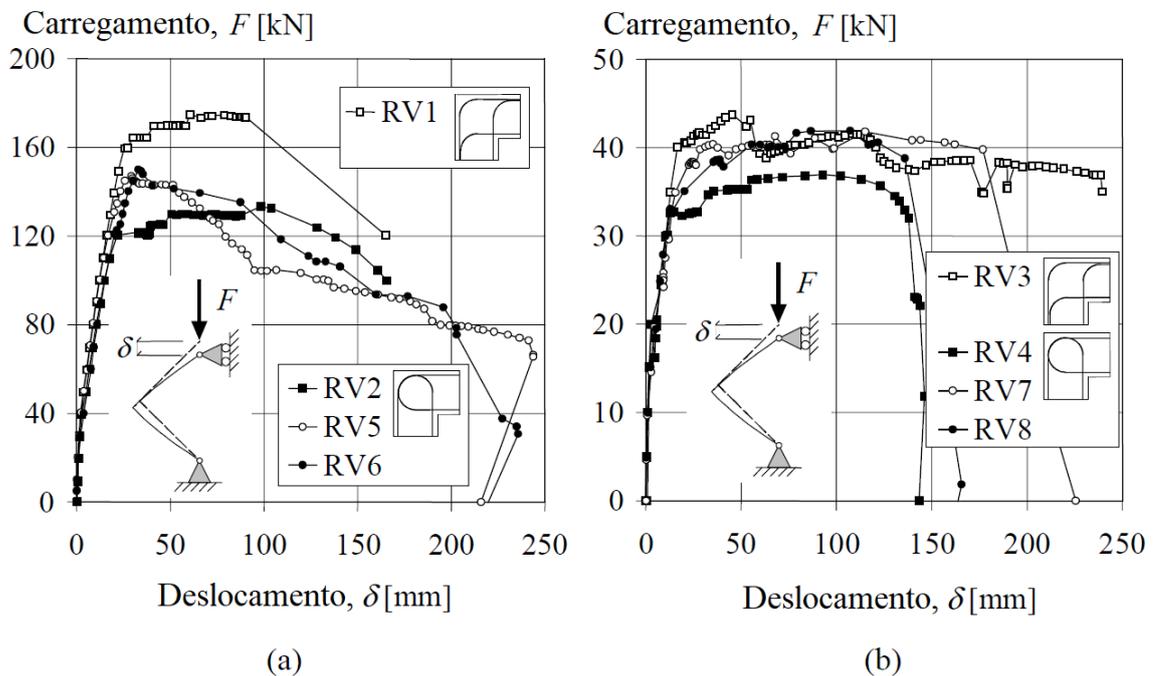
Sendo que  $A_s$  é a área de armadura na seção transversal,  $b$  a largura do nó de pórtico e  $d$  é a altura efetiva.

A quantidade de armadura nos corpos de provas da primeira e segunda série correspondem a aproximadamente o máximo (RV1, RV2, RV5 e RV6) e ao mínimo (RV3, RV4, RV7 e RV8) possível de armadura de acordo com o dimensionamento feito por Johansson (2001). Na terceira série de teste foi utilizado aproximadamente a taxa máxima de armadura em todos os corpos de prova. Os corpos de prova da primeira e segunda série de testes apresentavam juntas de construção, sendo que nos corpos de prova RV2 e RV4 a taxa de armadura difere nos elementos adjacentes. O cobrimento de concreto foi 1,5 vezes o diâmetro das barras utilizadas, que foram dispostas em apenas uma camada em todos os corpos de prova.

A Figura 37 mostra as relações carga-deslocamento dos ensaios de nós de pórtico submetidos a momentos de fechamento, que em todos os casos apresentaram uma fissura primária em cada elemento adjacente na região próxima ao nó de pórtico no começo do carregamento, como era esperado. Na sequência do ensaio, a região onde é formado

essas fissuras primárias passam a ser dobradiças plásticas, porém, nos corpos de prova RV2 e RV4 os elementos adjacentes apresentam uma quantidade desigual de armadura nas seções adjacentes, proporcionando que a deformação se concentra-se apenas na dobradiça plástica menos armada. O autor afirma que esse foi o motivo pelo qual os corpos de prova RV2 e RV4 apresentaram menor capacidade de carga comparado com os corpos de prova RV1 e RV3. Todos os outros corpos de prova apresentaram dobradiças plásticas em ambos os lados do nó de pórtico.

Figura 37 – Relações carga-deslocamento para os nós de pórtico submetidos a momento de fechamento: (a) elevada taxa de armadura; (b) baixa taxa de armadura.

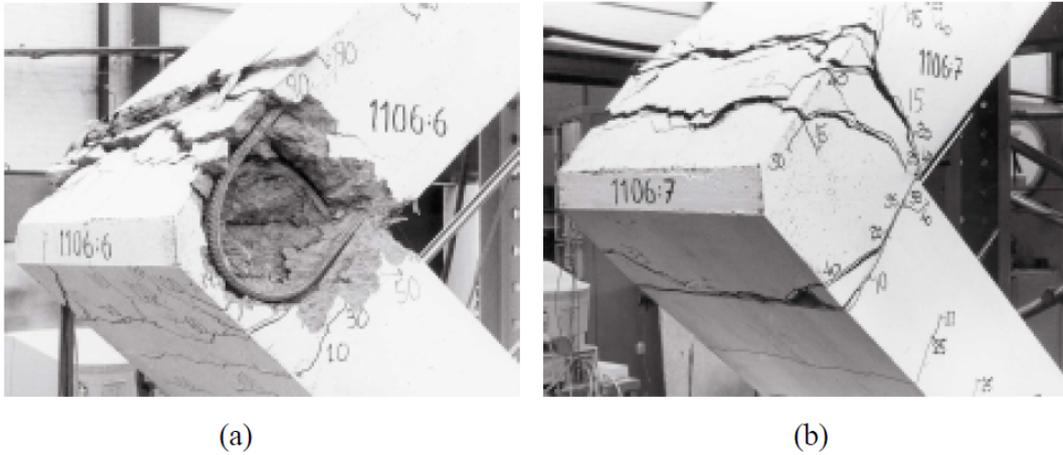


Fonte: adaptado de Johansson (2001).

Os corpos de prova RV5 e RV6 apresentaram resultados praticamente iguais, sendo que a carga máxima ocorreu com o lascamento do cobrimento lateral da região nodal dos corpos de prova, mas parte da armadura já estava em escoamento. Antes de ocorrer o lascamento, as maiores fissuras correspondiam as duas fissuras primárias que foram se desenvolvendo. Para os corpos de prova RV7 e RV8 a fissura inicial apareceu na junta de construção com nível de carga menor que o esperado, porém, na sequência do ensaio, os resultados não indicaram qualquer influência da junta de construção no comportamento da estrutura. As fissuras que levaram a falha do corpo de prova RV7 e RV8 foram localizados na interface entre a região nodal e o elemento superior adjacente e na interface entre a região nodal e a junta de construção, respectivamente. Em todos os corpos de prova com baixa taxa de armadura ocorreu fissuras nos elementos adjacentes com distância de 20 cm. A Figura 38 apresenta apenas o padrão de fissura dos corpos de prova RV6 e RV7, pois os padrões de fissura do RV6 são muitos semelhantes aos do RV5, e os padrões de

fissura do RV7 são muito semelhantes aos do RV8.

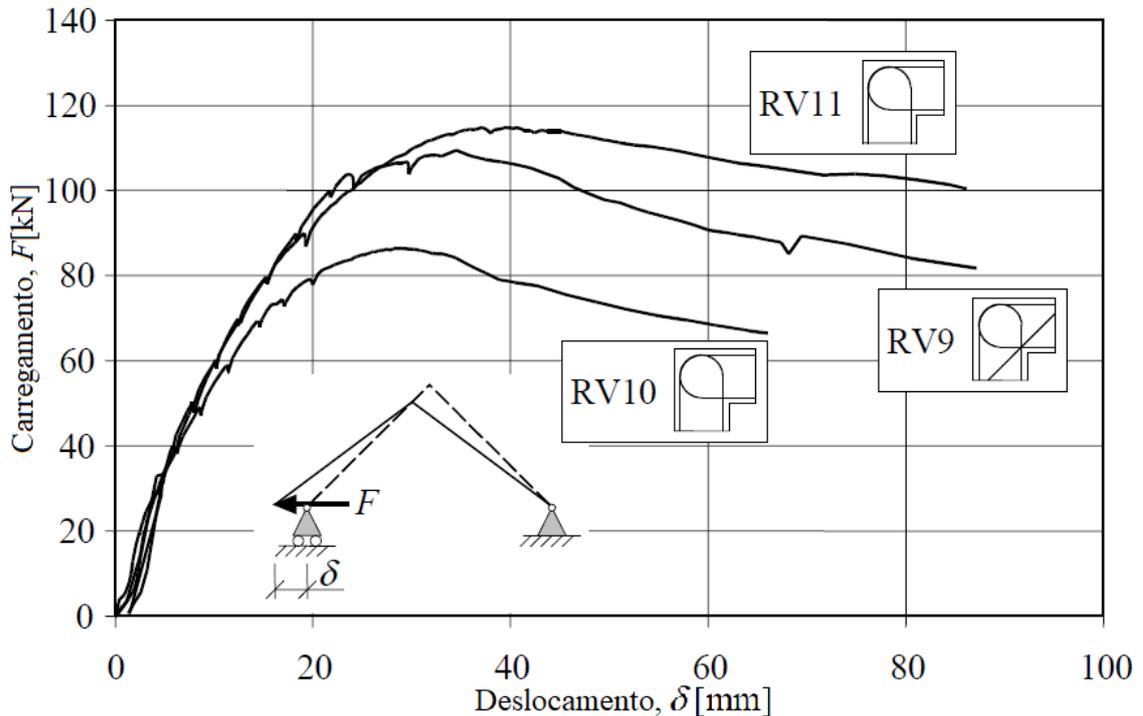
Figura 38 – Padrões de fissura dos corpos de prova da segunda série: (a)RV6; (b)RV7.



Fonte: adaptado de Johansson (2001).

Com relação aos ensaios da terceira série (momento de abertura), a Figura 39 consiste na comparação dos gráficos de carga-deslocamento para cada corpo de prova. As pequenas irregularidades nas curvas são devidas a paradas feitas durante o carregamento para marcar a propagação da fissura no corpo de prova. Nos corpos de prova RV9 e RV10 o carregamento foi interrompido ao atingir uma carga pós-pico de 80% da carga máxima e no corpo de prova RV11 o carregamento foi interrompido devido a grandes deformações no nó de pórtico que mudaram a configuração do teste.

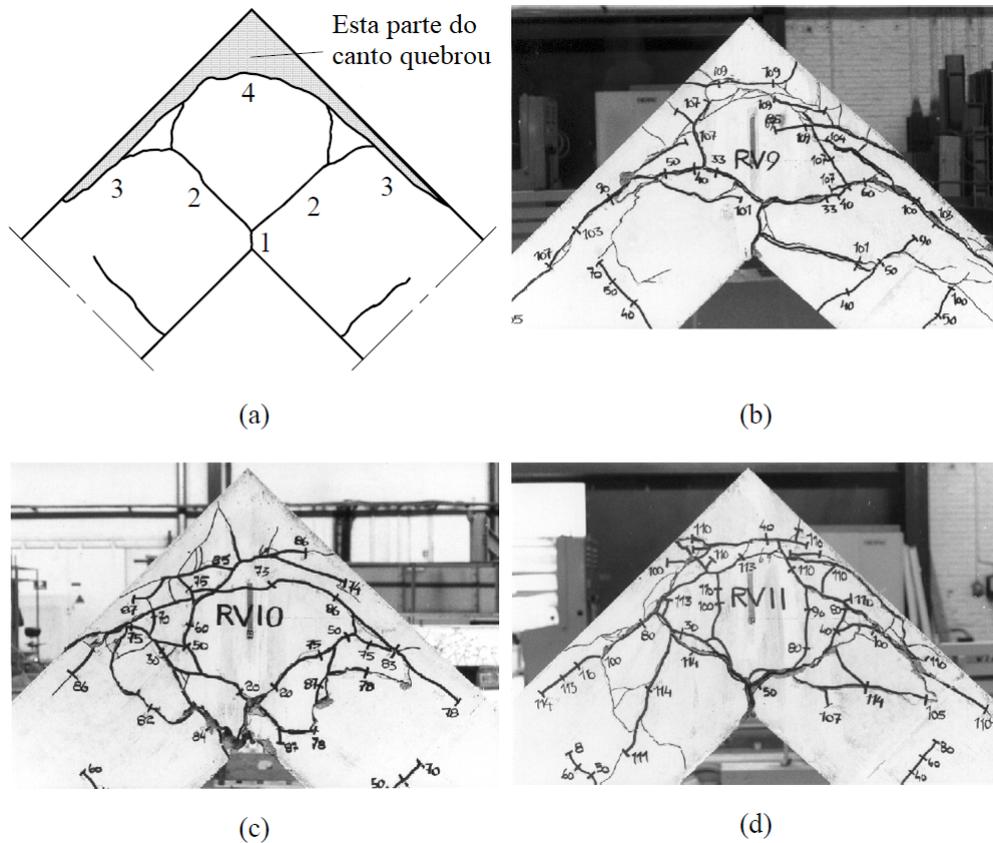
Figura 39 – Relações carga-deslocamento para os nós de pórtico submetidos a momento de abertura.



Fonte: adaptado de Johansson (2001).

A Figura 40 ilustra o esboço esquemático de propagação de fissuras semelhante ao obtido nos corpos de prova RV9, RV10 e RV11 e os padrões de fissuras desses corpos de prova. A primeira fissura surgiu no vértice interno do nó de pórtico (1) e se propagou pela armadura até a região compressiva (2) sendo que o carregamento estava por volta de 40% da carga máxima. As fissuras internas foram aumentando de espessura sem novas propagações até por volta de 80% da carga máxima, quando as fissuras desviaram a direção para os elementos adjacentes (3), e próximo a carga máxima, as fissuras se propagaram em volta do laço de armadura (4), desprendendo a parte de concreto da parte superior externa do nó de pórtico. A Tabela 3 descreve a relação entre o momento obtido em cada ensaio ( $M_{ut}$ ) e o momento resistente teórico estimado ( $M_{uc}$ ) para todos os onze corpos de prova testados.

Figura 40 – Padrões de fissuras em nós de pórtico sujeitos a momento de abertura: (a) esboço esquemático da propagação de fissuras; (b) corpo de prova RV9; (c) corpo de prova RV10; e (d) corpo de prova RV11.



Fonte: adaptado de Johansson (2001).

Tabela 2 – Resultados das três séries de testes.

Tipo de momento	Detalhe <sup>1</sup>	Corpo de prova	$\omega_s$	Carga em teste F [kN]	Momento em teste $M_{ult}$ [kNm]	Estimativa de capacidade $M_{uc}$ [kNm]	$\frac{M_{ult}}{M_{uc}}$ [%]
	a	RV1	0.159	175	210	193	109
	c	RV2	0.119	133	161	145	128
	a	RV3	0.041	44	53	50	107
	c	RV4	0.033	37	45	38	116
	c	RV5	0.162	147	178	203	87
	c	RV6	0.162	150	180	203	89
	c	RV7	0.032	42	50	45	112
	c	RV8	0.032	42	50	45	112
	b	RV9	0.11 <sup>2</sup>	109	133	136/192 <sup>3</sup>	98/70 <sup>3</sup>
	c	RV10	0.11	87	107	136	79
	c	RV11	0.155	115	141	187	75

<sup>1</sup> Notação referente à ilustração dos tipos de detalhe de armadura.

<sup>2</sup>  $\omega_s=0,158$  se as barras inclinadas entrarem na conta.

<sup>3</sup> Se as barras inclinadas entrarem na conta / se as barras inclinadas não entrarem na conta.

Fonte: adaptado de Johansson (2001).

Todos os corpos de prova da primeira série de testes apresentaram ductibilidade

semelhante e eficiências maiores que 100%, porém não é possível fazer uma comparação direta entre os corpos de prova pois os elementos adjacentes apresentam capacidade de carga diferente. Todos os corpos de prova com baixa taxa de armadura e submetidos a momento de fechamento apresentaram capacidade de carga próximo e um grande platô na relação carga-deslocamento. Os corpos de prova RV5 e RV6 apresentaram uma eficiência menor 100%, isso ocorreu devido ao lascamento do cobrimento lateral de concreto que proporcionou o aumento da deformação das barras internas da armadura próximo a carga máxima para compensar a perda das barras que ficaram externas. Os autores apontam que a ruptura não ocorreu de forma frágil, pois as barras internas estavam ativas no momento da ruptura do cobrimento lateral. Johansson (2001) afirmam que a utilização do detalhe de armadura proposto proporciona um maior risco de lascamento do cobrimento lateral para momento de fechamento ao comparar com o detalhe convencional, porém concluem que pode ser utilizado para substituir o detalhe convencional em nós de pórtico em que existe confinamento da parte lateral, ou quando o lascamento do cobrimento lateral não proporcione um grande risco imediato a estrutura.

Quanto aos resultados dos ensaios da terceira série de testes (momento de abertura), Johansson (2001) afirma que, embora o corpo de prova com barras inclinadas (RV9) apresentou maior capacidade de carga em comparação com o RV10, a resposta estrutural foi muito semelhante para todos os três corpos de prova. Ao comparar os corpos de prova RV9 e RV11 é interessante notar que a rigidez até a carga máxima é praticamente a mesma. A carga máxima foi governada pelo lascamento do concreto fora dos laços de armadura, que proporcionou uma deficiência de ancoragem nas barras proporcionando o deslizamento. Os laços da armadura cederam na região da fissura inicial para os corpos de prova RV9 e RV11. Os corpos de prova apresentaram fissuras longitudinais próximas à lateral do nó de pórtico, indicando que a capacidade de carga foi afetada pelo lascamento do cobrimento lateral do concreto. Johansson (2001) afirma que se tivesse sido evitado o lascamento do cobrimento lateral de concreto, também teria sido obtida uma maior capacidade de carga nos ensaios. Como conclusão final do artigo para os nós de pórtico submetidos a momento de abertura, o autor afirma que mesmo apresentando uma eficiência menor que 100%, é possível que a estrutura apresente um comportamento dúctil e que as barras inclinadas proporcionam uma influência pequena no comportamento estrutural do nó de pórtico.

### **2.3.7 Bakir e Boduroglu (2002)**

Bakir e Boduroğlu (2002) analisaram diversas variáveis no comportamento de nós de pórtico através de estudos paramétricos a partir de um grande número de ensaios. A fim de prever a resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos carregados mo-

notomicamente, é proposta a Equação 2.59 que apresenta três novidades teóricas, sendo elas: a consideração da influência da armadura longitudinal da viga, a consideração da relação entre dimensões dos elementos e a influência dos estribos é considerada de forma diferente para nós de pórtico com baixa, média e alta relação de estribos. A resistência ao cisalhamento do nó é dada por:

$$V_j = \frac{0,71\beta\gamma(100\frac{A_{s,viga}}{b_v d_v})^{0,4289} \cdot (\frac{b_p + b_v}{2})h_p\sqrt{f_c}}{(\frac{h_v}{h_p})^{0,61}} + \alpha A_{sh}f_{yh} , \quad (2.59)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros relacionados a ancoragem das barras longitudinais da viga.  $\beta$  assume o valor de 0,85 para barras ancoradas em formato de U e 1 para barras ancoradas em L.  $\gamma$  assume o valor de 1 para barras inclinadas no nó e 1,37 para os demais casos.  $A_{s,viga}$  e  $A_{sh}$  são, respectivamente, a área de aço tracionada da viga que entra no interior do nó e a área de aço de estribos contidos no interior do nó acima do banzo comprimido da viga, ambos em mm<sup>2</sup>.  $f_{yh}$  e  $f_c$  são, respectivamente, a tensão de escoamento dos estribos e a resistência a compressão do concreto, ambos em MPa.  $b_v$  e  $h_v$  são, respectivamente, a largura e a altura da viga;  $b_p$  e  $h_p$  são a largura e a altura do pilar, respectivamente, todos em mm.  $\alpha$  é um coeficiente relacionado à taxa de estribos no nó, assumindo o valor de: 0,664 para uma baixa taxa de estribos; 0,6 para uma média taxa de estribos; 0,37 para uma alta taxa de estribos. Para classificar o nó com relação à taxa de estribos é necessário utilizar o seguinte parâmetro:

$$\rho_{sh} = \frac{1000A_{sh}}{h_p} \cdot \frac{2}{b_p + b_v} . \quad (2.60)$$

Se  $\rho_{sh}$  for menor que 3 o nó é considerado de baixa taxa de estribos, se estiver entre 3 e 5,5 é considerado de média taxa de estribos e se for maior que 5,5 é considerado de alta taxa de estribos.

Bakir e Boduroğlu (2002) também desenvolveram uma rotina de cálculo a fim de prever o modo de ruptura da ligação viga-pilar, sendo elas o escorregamento da armadura da viga, ruína do pilar, ruína da viga e ruína por cisalhamento do nó. Estimar a forma de ruptura é de grande importância visto que a participação de mecanismos de resistência em um nó depende da distribuição interna de forças. Por exemplo, para nós com ruptura por cisalhamento, Bakir e Boduroğlu (2002) observaram que a taxa de armadura do pilar não influencia a resistência do nó ao cisalhamento, mas nos casos em que o pilar possui menores taxas de armadura e existe uma tensão axial aplicada, a chance de formação de rótula plástica no pilar é maior.

### 2.3.8 Hegger et al. (2003)

Hegger et al. (2003) desenvolveram um modelo semi-empírico para cálculo da resistência ao cisalhamento dos nós de pórtico e previsão do modo de ruptura. Para isso foi realizado uma análise de diversos fatores que estão atrelados às ligações viga-pilar. Os autores chegaram na seguinte equação para o cálculo da força resistente de cisalhamento do nó ( $V_{jh}$ ):

$$V_{jh} = V_{cc} + V_{sh} . \quad (2.61)$$

Sendo que  $V_{cc}$  é a parcela resistente devido ao concreto e  $V_{sh}$  é a parcela resistente devido a armadura transversal.  $V_{cc}$  é dado por:

$$V_{cc} = \alpha_1 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot b_{eff} \cdot h_p, \quad (2.62)$$

onde  $\alpha_1$  é um fator atrelado a capacidade de ancoragem das barras longitudinais da viga na região do nó, assumindo o valor de 0,85 para gancho à 180° e 0,95 para gancho à 90°.  $b_{eff}$  é a espessura do nó. A variável  $A$  está atrelado a geometria dos elementos que constituem o nó e é encontrado através da Equação 2.63, sendo que  $h_v$  e  $h_p$  é a altura da viga e do pilar respectivamente.

$$A = 1,2 - 0,3 \frac{h_v}{h_p}, \text{ para } 0,75 \leq \frac{h_v}{h_p} \leq 2, \quad (2.63)$$

onde  $B$  é um fator que leva em consideração a taxa de armadura longitudinal do pilar ( $\rho_p$ ) e é dado pela seguinte equação:

$$B = 1 + \frac{\rho_p - 0,5}{7,5}, \text{ para } 0,5\% \leq \rho_p \leq 2\% . \quad (2.64)$$

O valor do fator  $C$  é dado em função da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), como pode ser visto na Equação 2.65.

$$C = 2 \sqrt[3]{f_c}, \text{ para } 20 \text{ MPa} \leq f_c \leq 100 \text{ MPa}. \quad (2.65)$$

A parcela de resistência do nó proveniente dos estribos ( $V_{sh}$ ) é dada por:

$$V_{sh} = \alpha_2 \cdot A_{sh} \cdot f_{yh} . \quad (2.66)$$

Sendo que  $A_{sh}$  é a área de aço de estribos efetivos, ou seja, estribos localizados acima da região comprimida da viga,  $f_{yh}$  é a tensão de escoamento do aço e  $\alpha_2$  é uma variável que depende das características de ancoragem das armaduras transversais e os valores assumidos em cada caso são expressos na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores sugeridos para  $\alpha_2$ .

Detalhe	Estribos fechados	Estribos abertos
Gancho à 90°	0,6	0,7
Gancho à 180°	0,5	0,6

Fonte: (HEGGER et al., 2003).

Hegger et al. (2003) afirmam que a resistência do nó de pórtico pode ser reduzida devido a alguns outros fatores não contemplados na equação principal. Portanto, a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico dada pela Equação 2.61, possui um limite dado pela Equação 2.67.

$$V_{\text{máx}} = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot 0,25 \cdot f_c \cdot b_{eff} \cdot h_p \leq 2V_{cc} . \quad (2.67)$$

Sendo que o fator  $\gamma_1$  está relacionado à ancoragem da barra longitudinal da viga e assume o valor de 1 para ancoragem com gancho e 1,2 para ancoragem com placa.  $\gamma_2$  depende da força axial no pilar e da resistência a compressão do concreto, seu valor é expresso pela Equação 2.68 em que  $N$  é a força axial no pilar e  $A_p$  é a área da seção transversal do pilar.

$$\gamma_2 = 1,5 - 1,2 \frac{N}{A_p f_c} \leq 1 . \quad (2.68)$$

O  $\gamma_3$  é expresso através da Equação 2.69 e está relacionado com a esbelteza do nó, de forma semelhante ao fator  $A$ .

$$\gamma_3 = 1,9 - 0,6 \frac{h_v}{h_p} \leq 1 . \quad (2.69)$$

### 2.3.9 Vollum e Parker (2008)

Vollum e Parker (2008) apresentam um modelo simples de bielas e tirantes para a análise e dimensionamento de nós de pórtico externos de concreto armado submetidos a carregamentos monotônicos. Os princípios do modelo são baseados no Eurocode 2 e a novidade da análise dos autores é a relação entre a resistência do nó e a capacidade de flexão da viga na face do pilar.

A força de cisalhamento que atua em um nó de pórtico externo ( $V_j$ ) é a diferença entre a força de projeto na armadura de flexão da viga ( $T_b$ ) e a força de cisalhamento do pilar ( $V_{col}$ ).

$$V_j = T_b - V_{col} . \quad (2.70)$$

A resistência ao cisalhamento da junta pode ser expressa em termos das dimen-

sões do nó, como descrito na Equação 2.71.

$$V_j = b_e k \nu' f_{cd} (x - y) . \quad (2.71)$$

Sendo que  $k \nu' f_{cd}$  é a resistência de projeto do concreto de acordo com o Eurocode 2, e seu valor é definido através da Equação 2.72.

$$k \nu' f_{cd} = k (1 - f_{ck}/250) f_{ck} / \gamma_c . \quad (2.72)$$

$\gamma_c$  tem o valor de 1,5 e corresponde ao fator de segurança do concreto de acordo com o Eurocode 2.  $f_{ck}$  é a resistência característica do concreto. O parâmetro  $k$  está relacionado aos esforços que ocorrem na região do nó e os autores consideram que  $k = 0,6$  e  $k \nu'$  é substituído por  $\nu = 0,6(1 - f_{ck}/250)$ . Quanto a largura efetiva do nó ( $b_e$ ), é considerado a média entre a largura do pilar e da viga sendo limitada por  $0,85/0,6$  da largura da viga para limitar a tensão de compressão na viga a  $0,85(1 - f_{ck}/250) f_{ck} / \gamma_c$  como recomendado no Eurocode 2. As variáveis  $x$  e  $y$  são relacionadas às dimensões da biela e podem ser determinados por meio das Equações 2.78 e 2.79, respectivamente. Vollum e Parker (2008) afirmam que as principais dificuldades em obter a resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos está em determinar as dimensões dos nós e as resistências de projeto do concreto nos limites do nó.

No modelo apresentado pelos autores, de forma a maximizar o momento transferido para os lances dos pilares através do nó de pórtico, é considerado que a largura da biela ( $x_c$ ) é a metade da altura da seção do pilar ( $h_c$ ). Também é assumido que as transferências de forças verticais entre as barras do pilar e as bielas ocorrem apenas na região nodal. Considerando a ausência de armadura de cisalhamento no nó e que os momentos que ocorrem nos limites entre o pilar e nó de pórtico são iguais na região superior e inferior, o máximo momento ( $M_{col}$ ) que pode ser transferido através do nó de pórtico para os pilares acima e abaixo da viga é dado por:

$$M_{col} = 0,125 b_e h_c^2 \nu f_{cd} . \quad (2.73)$$

É suposto que a força cortante da viga ( $V_b$ ) é transferida ao nó na face inferior da ligação proporcionando um momento devido a excentricidade com a linha central do pilar. Esse momento é equilibrado por forças de cisalhamento iguais e opostas nas porções superior e inferior do pilar com valor de  $0,5 V_b h_c / L_c$  (onde  $L_c$  é a distância entre os pontos de contra-flexão nos lances do pilar). Esse momento de desbalanceamento introduz forças verticais dentro da região nodal, que se supõe atuar no centroide das barras da coluna. A carga axial dos pilares não influencia na geometria do modelo de bielas e tirantes pois o equilíbrio axial é mantido ajustando as forças nas barras do pilar. Vollum e Parker (2008) apontam que tal suposição é consistente pois diversos dados experimentais não mostram relação direta entre o carga axial do pilar e a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico.

Com isso é possível determinar a profundidade do nó e conseqüentemente a resistência ao cisalhamento considerando a geometria e o equilíbrio de forças. A novidade da análise de Vollum e Parker (2008) é que a resistência ao cisalhamento da junta está relacionada ao momento máximo que pode se desenvolver na viga na face do pilar, que é definido em termos do momento máximo que pode ser transferido através do nó para os lances superior e inferior do pilar.

Vollum e Parker (2008) afirmam que para considerar os estribos eficazes na resistência ao cisalhamento do nó de pórtico, eles devem ser posicionados nos 5/8 superiores da altura útil da viga. Os estribos aumentam o momento máximo que pode ser transferido para o pilar através da mobilização das barras do pilar. A fim de simplificar o modelo, o centroide dos estribos efetivos é considerado no meio da altura da viga. Essa adaptação é adequada visto que a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico é quase incessível a posição do centroide dos estribos efetivos. A Equação 2.74 quantifica o quanto a presença de estribos efetivos aumentam a capacidade do nó de pórtico de transferir momento ao lance superior e inferior do pilar ( $\Delta M$ ).

$$\Delta M = (2d_c - h_c)\Delta T . \quad (2.74)$$

Sendo que  $d_c$  é a altura útil da seção do pilar,  $h_c$  é a altura da seção do pilar e  $\Delta T$  é a metade da força vertical transferida a partir da biela diagonal para as barras internas e externas do pilar. Dessa forma, as transferências de esforços são simétricas e  $\Delta T$  é dado pela Equação 2.75.

$$\Delta T = 0,5(T_{syd})\cot\phi . \quad (2.75)$$

Sendo que  $T_{syd}$  é a força máxima nos estribos e pode ser encontrado através da multiplicação entre a área de estribos efetivos ( $A_{sw}$ ) e a resistência de projeto dos estribos ( $f_{yd}$ ) como mostra a Equação 2.76.

$$T_{syd} = A_{sw}f_{yd} . \quad (2.76)$$

O valor de  $\cot\phi$  é determinado através da Equação 2.77.

$$\cot\phi = (d_b + 0,5x - 2y - z)/(2d_c - h_c + w) , \quad (2.77)$$

onde:

$$x = d_b(1 - \sqrt{(1 - 2M_b/(b_e d_b^2 \nu f_{cd}))}) \leq 0,5h_b , \quad (2.78)$$

$$y = M_b(1 + 0,5h_c/L_b)/(L_c b_e \nu f_{cd}) , \quad (2.79)$$

$$w = 2\Delta T / (b_e \nu f_{cd}) \leq 0,5h_c, \quad (2.80)$$

$$z = T_{syd} / (b_e \nu f_{cd}). \quad (2.81)$$

Sendo que  $d_b$  é a altura útil da viga,  $h_b$  é a altura da viga,  $M_b$  é o momento da viga na face do pilar,  $L_b$  é a distancia de contra-flexão na viga partindo da face entre o pilar. É importante destacar que  $x$ ,  $y$ ,  $w$  e  $z$  são variáveis geométricas da biela do nó de pórtico.

### 2.3.10 Muhsen e Umemuma (2011)

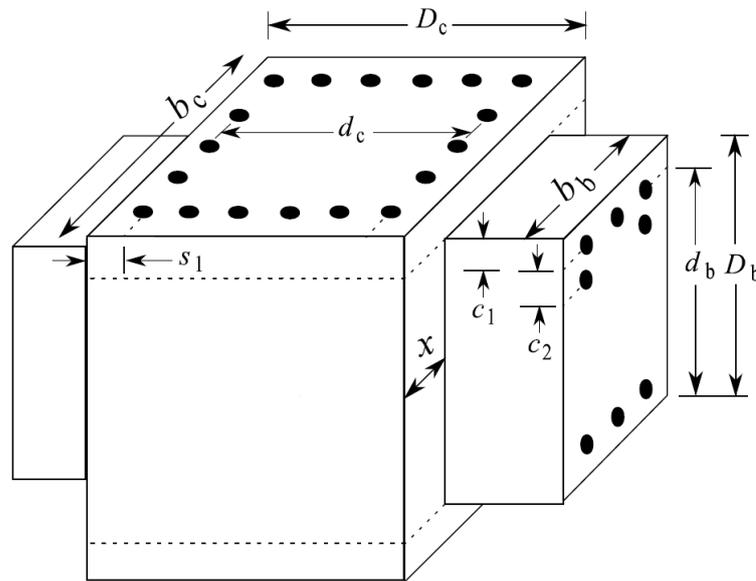
Muhsen e Umemura (2011) desenvolveram um novo modelo com base nos códigos ACI e AIJ com modificação nas formulações da área efetiva do nó de pórtico e da resistência efetiva do concreto. O objetivo do modelo é estimar a resistência ao cisalhamento de nós de pórtico internos de concreto armado. Os autores também incluíram no modelo a influência da armadura transversal no nó e as cargas axiais nos pilares com base em um banco de dados de estudos experimentais.

A área efetiva do nó de pórtico ( $A_j$ ) é o produto da largura efetiva ( $b_j$ ) e altura efetiva da seção ( $D_j$ ) do nó, como descrito na Equação 2.82.

$$A_j = b_j D_j. \quad (2.82)$$

Nos códigos ACI e AIJ, a altura efetiva da seção do nó é a própria altura da seção do pilar ( $D_c$ ) e a largura efetiva do nó é definida de forma diferente nos códigos. A Figura 41 apresenta as notações necessárias para a formulação do modelo.

Figura 41 – Notações da região do nó de pórtico interno.



Fonte: (MUHSEN; UMEMURA, 2011).

No código ACI, a largura efetiva do nó é expressa por meio da Equação 2.83.

$$b_j = b_b + 2x \leq b_c + D_c . \quad (2.83)$$

Sendo que  $x$  é a menor das distâncias medidas de cada face lateral da viga até a face lateral correspondente do pilar.  $b_b$  e  $b_c$  são a largura da viga e do pilar, respectivamente.

No código AIJ, a largura efetiva do nó é expressa por meio da Equação 2.84.

$$b_j = b_b + b_{a1} + b_{a2} . \quad (2.84)$$

Sendo que  $b_{a1}$  corresponde a um quarto da altura da seção do pilar como mostra a Equação 2.85, e  $b_{a2}$  corresponde metade do valor de  $x$ , como descrito na Equação 2.86.

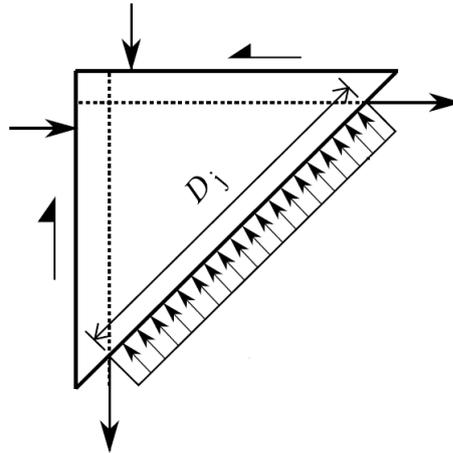
$$b_{a1} = D_c/4 . \quad (2.85)$$

$$b_{a2} = x/2 . \quad (2.86)$$

Nas diretrizes dos códigos ACI e AIJ, apenas as forças horizontais são consideradas na seção transversal do nó, partindo do pressuposto de que a força vertical é aproximadamente proporcional à força horizontal pela relação de aspecto nó, portanto, é utilizado a área da seção horizontal do nó como base para determinar a área efetiva do nó. O modelo proposto pelos autores considera que a área efetiva do nó é a área compressiva do nó de pórtico. Dessa forma, o valor da altura efetiva da seção do nó ( $D_j$ ) corresponde a distância

entre os pontos de intersecção das barras da viga e do pilar, como mostra a Figura 42.

Figura 42 – Altura efetiva da seção do nó de pórtico.



Fonte: adaptado de Muhsen e Umemura (2011).

No modelo proposto pelos autores, a largura efetiva é considerada igual à definida no código AIJ, ou seja, por meio da Equação 2.86.

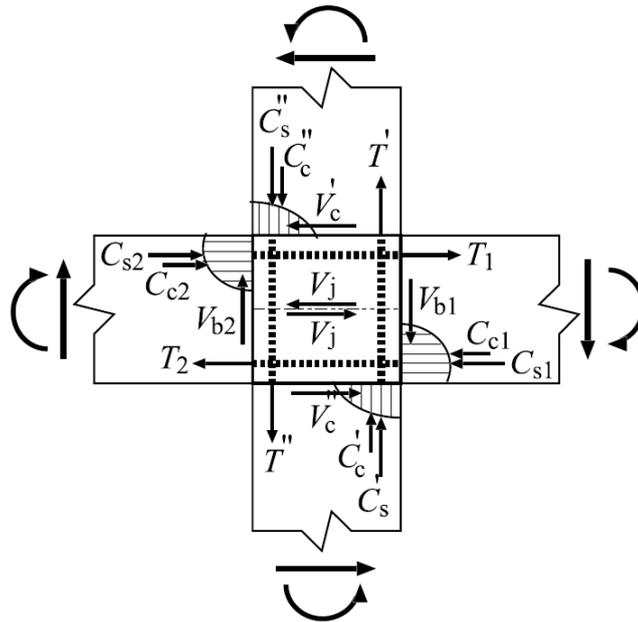
A Figura 43 ilustra como é realizada a transferência de forças de pilares e vigas na região nodal de acordo com as diretrizes dos códigos ACI e AIJ. Como já comentado anteriormente, apenas as forças horizontais são consideradas na seção horizontal da junta, dessa forma a força de cisalhamento ( $V_j$ ) é definida através das Equações 2.87 e 2.88.

$$V_j = T_1 + C_{s2} + C_{c2} - V_c . \quad (2.87)$$

$$V_j = 2T_1 - V_c . \quad (2.88)$$

Sendo que as variáveis  $T$  correspondem a tração,  $C$  corresponde a compressão e  $V$  ao cisalhamento, portanto,  $T_1$  é a força de tração da barra superior direita da viga,  $C_{s2}$  é a força de compressão das barras principais da viga,  $C_{c2}$  é a força de compressão do concreto na seção transversal da viga e  $V_c$  é a força horizontal no pilar.

Figura 43 – Mecanismo de transferência de forças.



Fonte: (MUHSEN; UMEMURA, 2011).

A resistência ao cisalhamento do nó de pórtico, no plano horizontal, pode ser determinada a partir da Equação 2.89, de acordo com o ACI ou através da Equação 2.90, de acordo com o AIJ.

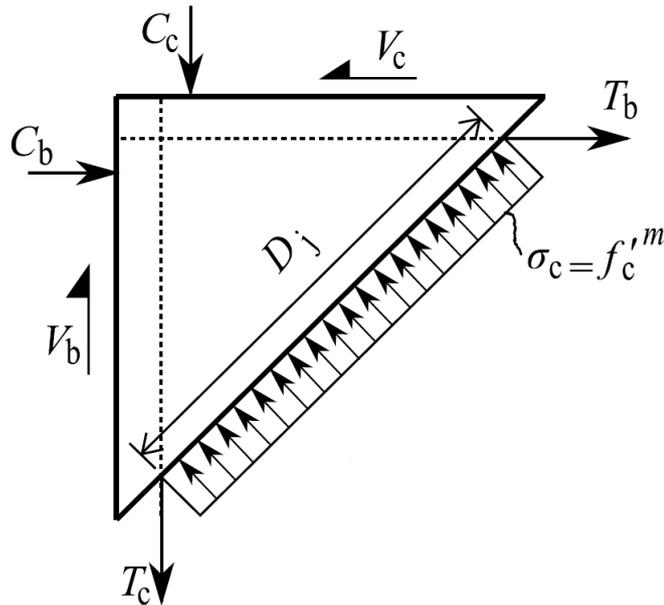
$$V_n = \gamma(f'_c)^{0,5}A_j . \quad (2.89)$$

$$V_n = k\phi 0,8(f'_c)^{0,7}A_j . \quad (2.90)$$

Onde  $f'_c$  é a resistência a compressão do concreto,  $\Phi$  é um fator que se propõem a contabilizar o efeito de vigas transversais e os fatores  $\gamma$  e  $k$  são fatores empíricos de acordo com os códigos.

No modelo proposto por Muhsen e Umemura (2011), o nó é dividido em duas partes e a força de compressão equivalente uniformemente distribuída ( $\sigma_c$ ) é considerada ao longo da seção diagonal do nó para o equilíbrio da metade superior da junta. Dessa forma, a transferência de esforços ocorre como ilustrado na Figura 44.

Figura 44 – Distribuição de forças para estimativa da resistência ao cisalhamento do nó de pórtico no novo modelo.



Fonte: (MUHSEN; UMEMURA, 2011).

As Equações 2.91, 2.92 e 2.93 são obtidas por meio das equações de equilíbrio, sendo respectivamente, equilíbrio horizontal, vertical e de momentos fletores.

$$\sigma_c A_j D_b / L = C_b + T_b - V_c . \quad (2.91)$$

$$\sigma_c A_j D_c / L = C_c + T_c - V_b . \quad (2.92)$$

$$V_b L_b = V_c L_c . \quad (2.93)$$

As variáveis  $D_b$  e  $D_c$  correspondem a altura da seção da viga e do pilar, respectivamente.  $L$  é a diagonal da face do nó de pórtico, portanto, é definida através da Equação 2.94.

$$L = \sqrt{D_b^2 + D_c^2} . \quad (2.94)$$

$C_b$ ,  $T_b$  e  $V_b$  são, respectivamente, as forças de compressão, tração e cisalhamento provenientes da viga, enquanto que  $C_c$ ,  $T_c$  e  $V_c$  são, respectivamente, as forças de compressão, tração e cisalhamento provenientes do pilar.  $L_b$  e  $L_c$  correspondem, respectivamente, ao comprimento da viga e do pilar do ponto em contato com o elemento adjacente até o centro do nó em questão, ou seja, o vão livre do elemento mais a metade da altura da seção. Partindo do equilíbrio de forças é obtida a seguintes igualdades:

$$C_b = T_b . \quad (2.95)$$

$$C_c = T_c . \quad (2.96)$$

Sendo que:

$$T_b = V_b l_b / j d_b . \quad (2.97)$$

$$T_c = V_c l_c / j d_c . \quad (2.98)$$

Sendo que  $l_b$  e  $l_c$  são o vão livre da viga e a altura do pilar, respectivamente, e  $d_b$  e  $d_c$  são a altura útil da viga e do pilar, respectivamente. O coeficiente  $j$  tem o valor de 0,8 com base nas teorias de flexão. Manipulando as equações do modelo, a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico interno ( $V_n$ ) pode ser expressa com relação à força horizontal proveniente da coluna ( $V_c$ ), como descrito na Equação 2.99.

$$V_n = \sigma_j A_j = \frac{2(L_b d_b l_c + L_c d_c l_b) - K(L_b + L_c)}{K L_b (D_b + D_c) / L} V_c . \quad (2.99)$$

Sendo que:

$$K = j d_b d_c . \quad (2.100)$$

No modelo proposto por Muhsen e Umemura (2011), a resistência equivalente do concreto ( $\sigma_c$ ) é definida como:

$$\sigma_c = (f_c)^m . \quad (2.101)$$

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto e o índice  $m$  tem valor de 0,67 após ser determinado empiricamente com base no banco de dados.

Muhsen e Umemura (2011) apontam, através de análises de um banco de dados, que a armadura transversal e a carga axial proporciona uma correlação positiva na resistência do nó de pórtico. Dessa forma, a equação que determina a resistência do nó de pórtico é modificada resultando na Equação 2.102.

$$V_n = f_c^{0,67} A_j + 0,7 A_t f_t + 0,05 P_{col} . \quad (2.102)$$

Sendo que  $A_t$  é a área de estribos na região do nó,  $f_t$  é a resistência do aço e  $P_{col}$  é a carga axial no pilar.

### 2.3.11 Tran e Hadi (2017)

Tran e Hadi (2017) propõem uma nova equação empírica para prever a resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos em estruturas de concreto armado, onde as armaduras longitudinais de vigas usam barras de cabeça (Figura 45) para a ancoragem. Os autores argumentam que a ancoragem através de barras de cabeça é uma prática utilizada em regiões de congestionamento de armaduras, portanto, o estudo é justificado visto que os nós de pórtico em geral são regiões de concorrência de armaduras.

Figura 45 – Exemplo de barra de cabeça.



Fonte: (TRAN; HADI, 2017).

A equação foi formulada partindo das informações de uma base de dados de ensaios experimentais de ligações viga-pilar em que as barras da viga são ancoradas através de barras de cabeça e o carregamento do tipo cíclico quase estático. Todos os corpos de prova foram submetidos a carga lateral cíclica quase estática e não apresentavam excentricidade entre a viga e o pilar, além de não possuir lajes ou vigas transversais.

Tran e Hadi (2017) realizaram análises de correlação entre características dos corpos de prova do banco de dados definido e a resistência ao cisalhamento do nó de pórtico e concluíram que os parâmetros mais influentes são, começando do mais relevante, a resistência a compressão do concreto ( $f'_c$ ), o índice de detalhes das barras da viga ( $\lambda_b$ ) e a armadura normalizada de cisalhamento do nó de pórtico ( $X_j$ ).

A forma universal da resistência ao cisalhamento ( $V_j$ ) do nó de pórtico no modelo proposto é esperada como a soma de todos os principais parâmetros de influência, como descrito na Equação 2.103.

$$V_j = b_j h_c \sqrt{f'_c} \left( \sum_{i=1}^n a_i x_i + c \right). \quad (2.103)$$

Sendo que  $b_j$  é a largura efetiva do nó,  $h_c$  é a altura da seção do pilar,  $x_i$  representa os parâmetros de influência de entrada,  $n$  é o número de parâmetros de influência,  $a_i$  são coeficientes e  $c$  é uma constante.  $a_i$  e  $c$  são identificados com base em uma análise de regressão dos dados experimentais. Dessa forma os autores propõem a Equação 2.104 para

resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos, onde as armaduras longitudinais de vigas usam barras de cabeça para ancoragem.

$$V_j = b_j h_c \sqrt{f'_c} (0,02\lambda_b + 0,06X_j + 0,55) . \quad (2.104)$$

Como apresentado anteriormente,  $\lambda_b$  é o índice de detalhes das barras da viga.  $\lambda_b$  é definido através da Equação 2.105.

$$\lambda_b = \frac{l_p c_{cb}}{d_b c_s} . \quad (2.105)$$

Sendo que  $l_p$  é o comprimento de desenvolvimento previsto das barras da viga,  $c_{cb}$  é o cobrimento das barras da viga,  $d_b$  é o diâmetro da barra e  $c_s$  é o espaçamento entre barras.

Como apresentado anteriormente,  $X_j$  é a armadura normalizada de cisalhamento do nó de pórtico.  $X_j$  é a soma da armadura normalizada de cisalhamento horizontal ( $X_{jh}$ ) e vertical ( $X_{jv}$ ) do nó de pórtico, como mostra as Equações 2.106, 2.107 e 2.108.

$$X_j = X_{jh} + X_{jv} . \quad (2.106)$$

$$X_{jh} = \frac{A_{sjh} f_{jy}}{b_j h_c \sqrt{f'_c}} . \quad (2.107)$$

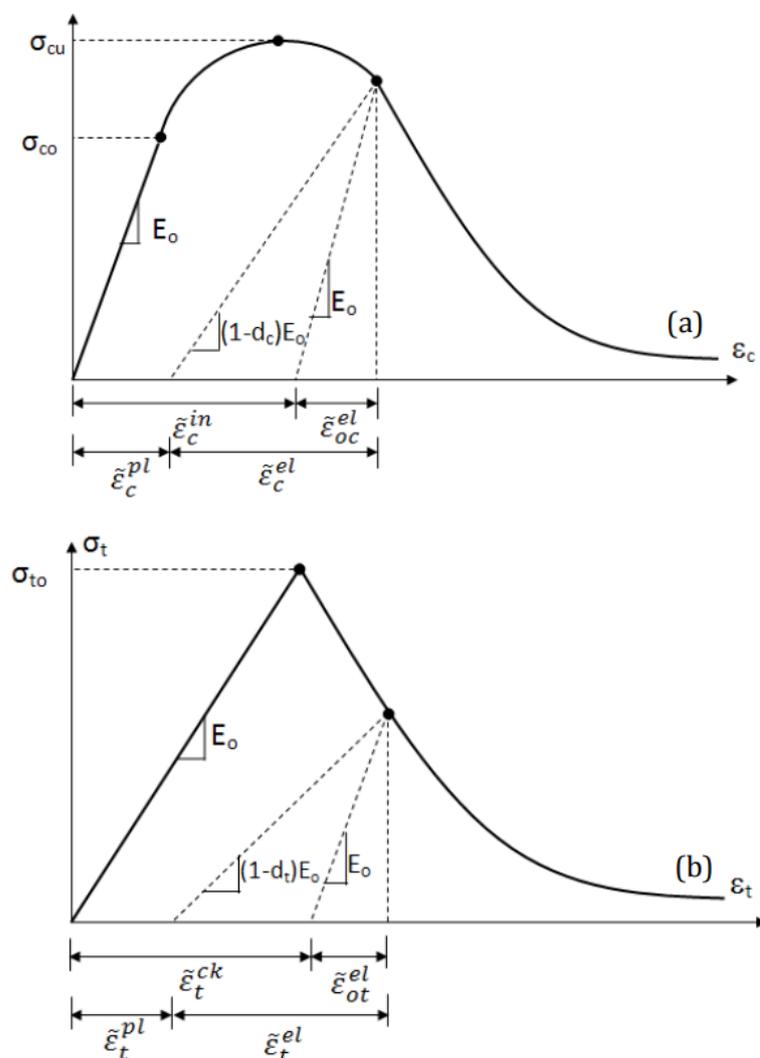
$$X_{jv} = \frac{A_{sjv} f_{jy}}{b_j h_c \sqrt{f'_c}} . \quad (2.108)$$

Sendo que  $A_{sjh}$  e  $A_{sjv}$  correspondem respectivamente à área de estribos horizontais e verticais no interior do nó de pórtico e  $f_{jy}$  é a tensão de escoamento da armadura.

### 3 MODELO CONCRETE DAMAGED PLASTICITY

O modelo *concrete damaged plasticity* ou apenas modelo CDP, é um dos modelos possíveis para prever o comportamento constitutivo do concreto. O CDP é um modelo de dano contínuo que é baseado na plasticidade e na mecânica do dano. Os mecanismos principais de falha e evolução da falha do material é a fissuração por tração e o esmagamento por compressão. O comportamento do concreto através do modelo CDP é representado na Figura 46 através da curva tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) de compressão e tração do concreto, respectivamente.

Figura 46 – Resposta do concreto ao carregamento uniaxial em: (a) compressão; (b) tração.



Fonte: (SÜMER; AKTAŞ, 2015).

Sendo que  $E_0$  é a rigidez elástica antes da falha,  $\sigma_{co}$  é a tensão de falha por compressão,  $\sigma_{cu}$  é a tensão última de compressão e  $\sigma_{to}$  é a tensão de tração de ruptura. Na Figura 46(a),  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ ,  $\tilde{\varepsilon}_c^{el}$ ,  $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$  e  $\tilde{\varepsilon}_{oc}^{el}$  são variáveis correspondentes ao comportamento do

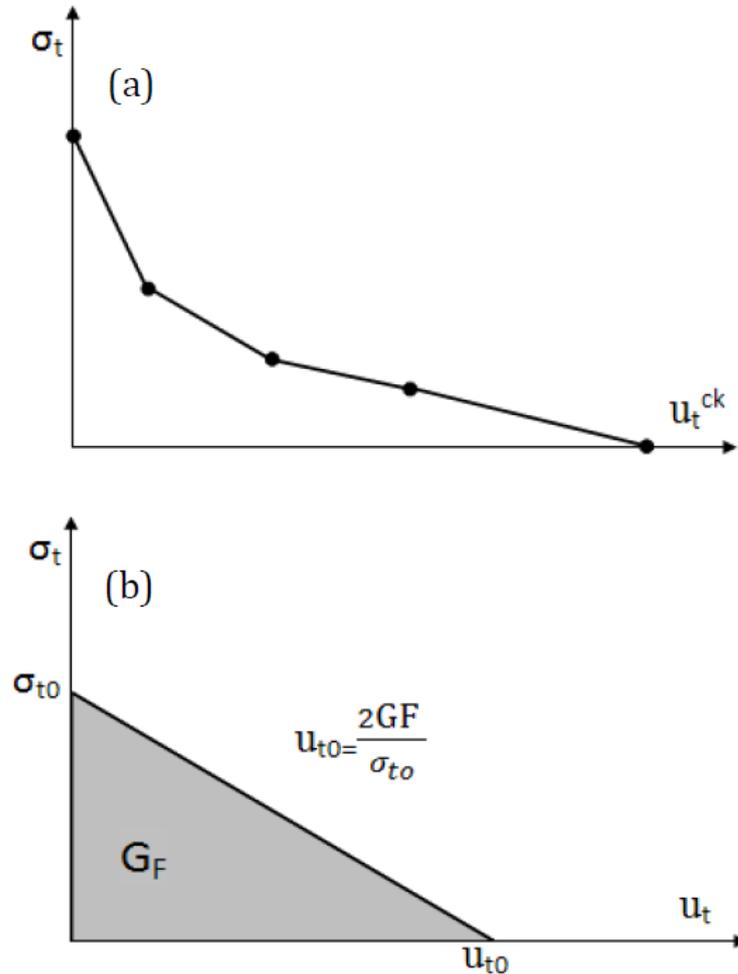
concreto sujeito à compressão uniaxial e representam, respectivamente, a deformação plástica, a deformação elástica, a deformação inelástica e a deformação elástica correspondente ao material não danificado. Na Figura 46(b),  $\varepsilon_t^{\sim pl}$ ,  $\varepsilon_t^{\sim el}$ ,  $\varepsilon_t^{\sim ck}$  e  $\varepsilon_{0t}^{\sim el}$  são variáveis correspondentes ao comportamento do concreto sujeito a tração uniaxial e representam, respectivamente, a deformação plástica, a deformação elástica, a deformação de fissuração e a deformação elástica correspondente ao material não danificado.  $d_t$  e  $d_c$  são variáveis de dano que caracterizam a degradação da rigidez na região plástica da curva tensão-deformação e assumem valores entre zero e um, sendo que zero representa o material não danificado e um representa a perda total de resistência. As Equações 3.1 e 3.2 relacionam a tensão e a deformação de tração uniaxial e compressão uniaxial do concreto respectivamente.

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{\sim pl}), \quad (3.1)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{\sim pl}). \quad (3.2)$$

No modelo CDP, o comportamento pós-falha para deformação direta é modelado implementando a rigidez à tração, permitindo que os efeitos da interação da armadura com o concreto sejam simulados de forma simples. O programa ABAQUS permite especificar a rigidez à tração através da relação tensão-deformação pós-ruptura ou pela aplicação de um critério de ruptura por energia de fratura. Quando as fissuras não são distribuídas uniformemente, ocorre um problema de sensibilidade da malha. Esse problema é comum quando não há reforço em regiões significativas do modelo. Para superar este problema de sensibilidade da malha, poder ser utilizada a abordagem de energia de fratura em vez da relação tensão-deformação pós-falha. Na abordagem de energia de fratura é atribuído ao material uma nova propriedade que corresponde a energia necessária para propagar uma unidade de área de trinca. Dessa forma, o comportamento frágil do concreto é definido através da curva tensão-deslocamento pós-falha em vez da curva tensão-deformação pós-falha. A Figura 47(a) ilustra que, para esta abordagem, é necessário apenas especificar a tensão pós-ruptura ( $\sigma_t$ ) com relação a o deslocamento de fissura correspondente ( $u_t^{ck}$ ).

Figura 47 – (a) Relação tensão-deslocamento pós-falha. (b) Relação entre tensão e energia de fratura pós-falha.



Fonte: (SÜMER; AKTAŞ, 2015).

Também é possível atribuir a energia de fratura diretamente como propriedade do material, dessa forma assume-se uma perda linear de resistência após a fissuração, como ilustra a Figura 47(b), onde  $\sigma_{t0}$  é a tensão de ruptura,  $G_F$  é a propriedade do material denominada energia de fratura ou também denominada taxa de liberação de energia por fratura e  $u_{t0}$  é o deslocamento da fissura quando a tensão for nula.

O cálculo dos valores de deslocamento plástico é feito através das seguintes equações:

$$u_t^{pl} = u_t^{ck} - \frac{d_t}{(1 - d_t)} \frac{\sigma_t l_0}{E_0}, \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_c^{\sim pl} = \varepsilon_c^{\sim in} - \frac{d_c}{(1 - d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (3.4)$$

Sendo que  $u_t^{pl}$  é o deslocamento plástico por tração que é obtido em função do deslocamento da fissura ( $u_t^{ck}$ ).  $l_0$  é o comprimento do corpo de prova e seu valor é assumido

como uma unidade de comprimento, portanto  $l_0 = 1$ . A partir dessas equações, as tensões de coesão de tração e compressão “efetivas” podem ser definidas como:

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0(u_t - u_t^{pl}), \quad (3.5)$$

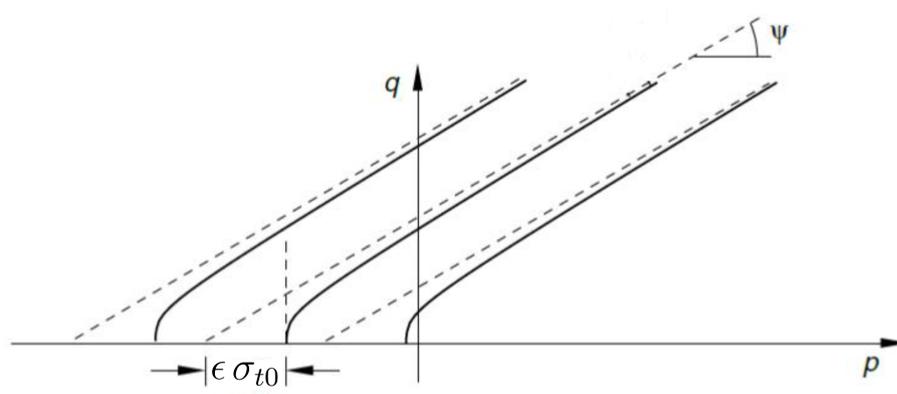
$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}). \quad (3.6)$$

O modelo CDP assume um fluxo potencial de plastificação não associativo pois o tensor de deformações plásticas é obtido através do potencial plástico. Para ser considerado associativo, esse tensor é derivado a partir da função critério de plastificação. O potencial plástico ( $G$ ) utilizado para o modelo CDP é descrito na Equação 3.7 e corresponde a função hiperbólica de Drucker-Prager.

$$G = \sqrt{(\epsilon \cdot \sigma_{t0} \cdot \tan\psi)^2 + (\bar{q})^2} - \bar{p} \cdot \tan\psi \quad (3.7)$$

Sendo que  $\epsilon$  é a excentricidade,  $\sigma_{t0}$  é tensão de tração uniaxial na falha,  $\psi$  é o ângulo de dilatação,  $\bar{q}$  é a tensão efetiva equivalente de Von Mises e  $\bar{p}$  é a tensão hidrostática. Com o intuito de auxiliar o entendimento das variáveis que condicionam o potencial de fluxo, a Figura 48 ilustra a hipérbole de Drucker-Prager (linha contínua) e a sua projeção reta (linhas tracejada).

Figura 48 – Função hiperbólica de Drucker-Prager e sua projeção linear.

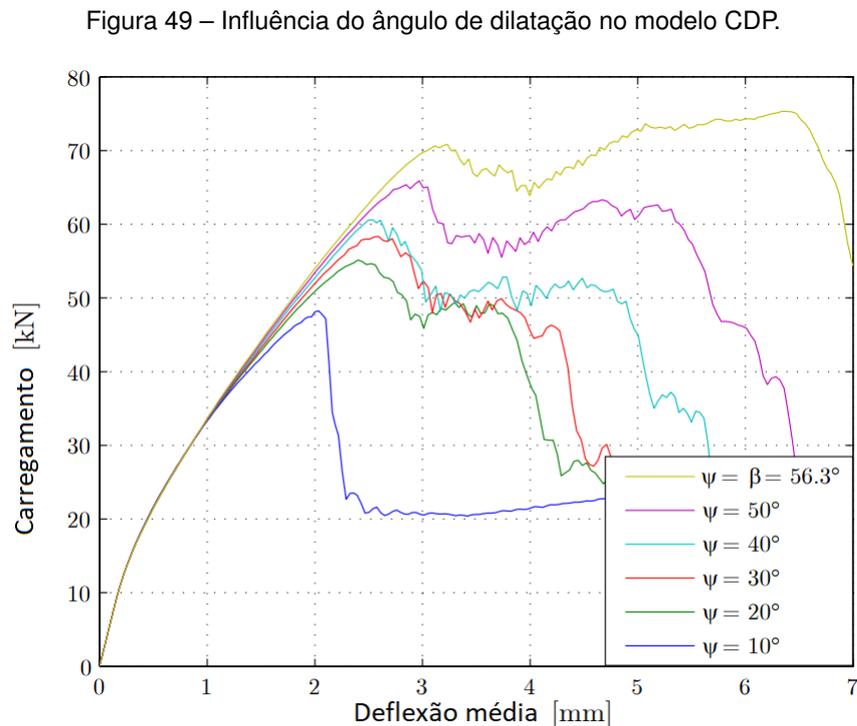


Fonte: adaptado de Lira et al. (2020).

Como pode ser visto, a excentricidade está relacionada com a proximidade no eixo das abscissas entre a função hiperbólica de Drucker-Prager e sua respectiva projeção. Portanto, se a excentricidade for zero, a hipérbole e sua projeção linear coincidem. O valor padrão do parâmetro excentricidade é 0,1, o que implica que o material apresenta um ângulo de dilatação muito semelhante para uma grande faixa de pressões confinantes. Valores maiores para o parâmetro excentricidade proporcionam uma curvatura da hipérbole maior e, dessa forma, o ângulo de dilatação aumenta mais rápido à medida que a pressão de confinamento diminui. Utilizar valores significativamente menores que o valor

padrão para o parâmetro de excentricidade pode levar a problemas de convergência se o material for submetido a baixas pressões de confinamento. De acordo com Jankowiak e Lodygowski (2005), o parâmetro de Excentricidade pode ser calculado através da relação entre as resistências a compressão e tração do concreto.

Kmieciak e Kamiński (2011) explicam que do ponto de vista físico o ângulo de dilatação ( $\psi$ ) é interpretado como um ângulo de atrito interno do concreto. No ponto de vista geométrico, o ângulo de dilatação é o ângulo de inclinação da superfície de ruptura em direção ao eixo hidrostático, medido no plano meridional. O coeficiente de Poisson governa as mudanças de volumes no concreto tensionado, porém após o início do comportamento inelástico o concreto apresenta um aumento no volume plástico sob pressão. Esse comportamento é levado em consideração definindo o parâmetro denominado Ângulo de dilatação que é medido em alta pressão de confinamento e utilizado para definir o potencial de fluxo. Os pesquisadores divergem entre si com grande variação com relação ao valor do ângulo de dilatação que deve ser utilizado. Malm (2006) realizou ensaios experimentais e numéricos de uma viga submetida a flexão aplicando valores de ângulo de dilatação de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  e  $56,3^\circ$ . A Figura 49 ilustra os resultados numéricos em um gráfico.



Fonte: adaptado de Malm (2006).

O autor conclui que valores baixos de ângulo de dilatação produzem um comportamento frágil, enquanto que valores próximos ao ângulo de atrito do material ( $\beta = \arctan(3/2) \approx 56,3^\circ$ ) produzem um comportamento dúctil, além de apontar que os resultados numéricos mais próximos aos experimentais foram obtidos com os ângulos de

dilatação de 30° e 40°. Lee e Fenves (1998) definem o ângulo de dilatação em 25° para descrever a falha por compressão biaxial e 31° para descrever a ruptura por tração uniaxial e compressão uniaxial. Vermeer e Borst (1984) afirmam que a dilatação do concreto desaparece em altas pressões de confinamento, e com base nos ensaios de tensão triaxial realizados por Green e Swanson (1973), sugerem a utilização de  $\psi = 13^\circ$ . Michał e Andrzej (2015) realizaram testes numéricos de compressão uniaxial e biaxial com valores de 0°, 5°, 15° e 30° para o ângulo de dilatação, afim de comparar as deformações com valores experimentais. Em suas análises, os autores afirmam que para todos os valores assumidos de ângulo de dilatação, as deformações volumétricas são maiores ao comparar com os resultados experimentais obtidos por Kupfer (1973), e que em todos os resultados experimentais de compressão uniaxial e biaxial as deformações volumétricas são negativas, enquanto que para os mesmos ensaios numéricos, as deformações volumétricas são negativas apenas quando o ângulo de dilatação assume valores entre 0° e 15°. Michał e Andrzej (2015) recomendam a utilização de valores baixos para o ângulo de dilatação, pois no ensaio numérico realizado com  $\psi = 30^\circ$  o concreto apresentou grandes deformações volumétricas positivas na faixa pós-crítica, podendo proporcionar resultados muito otimistas para a rigidez e capacidade de carga.

Ao definir o potencial de fluxo e as tensões de coesão efetivas é possível definir a superfície de escoamento do concreto em tensão plana, utilizando a Equação 3.8 proposta por Lubliner et al. (1989) com as modificações de Lee e Fenves (1998), como ilustrado na Figura 50.

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\varepsilon_c^{\sim pl}) \langle \hat{\sigma}_{\text{máx}} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{\text{máx}} \rangle) - \bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl}) = 0. \quad (3.8)$$

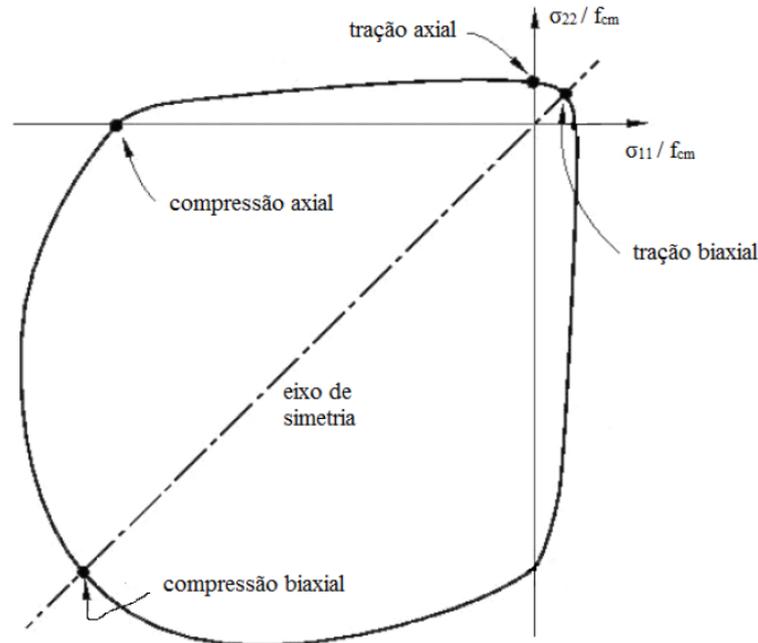
Como descrito anteriormente,  $\bar{q}$  e  $\bar{p}$  são, respectivamente, a tensão de pressão hidrostática efetiva e a tensão efetiva equivalente de Von Mises obtidas através do potencial de fluxo plástico.  $\hat{\sigma}_{\text{máx}}$  é a máxima tensão efetiva principal,  $\bar{\sigma}_c$  é a tensão de compressão efetiva e  $\varepsilon_c^{\sim pl}$  é a deformação plástica de compressão.  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são constantes adimensionais determinadas a partir das seguintes equações:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0}) - 1}{2(\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0}) - 1}, \text{ sendo que } 0 \leq \alpha \leq 0,5, \quad (3.9)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl})}{\bar{\sigma}_t(\varepsilon_t^{\sim pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha), \quad (3.10)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}. \quad (3.11)$$

Figura 50 – Superfície de escoamento do concreto em tensão plana.



Fonte: (MARQUES; ARAÚJO, 2016).

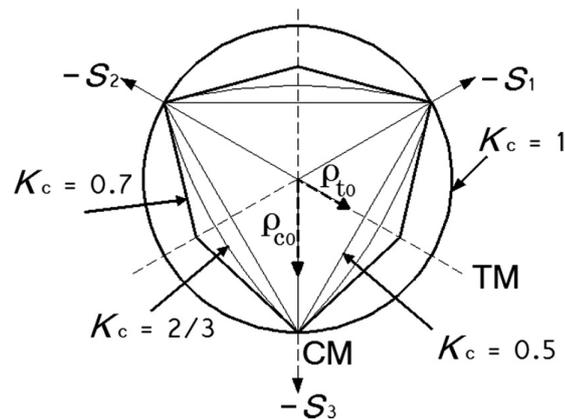
Na Equação 3.9,  $\sigma_{bc0}$  é a tensão de escoamento de compressão biaxial e  $\sigma_{uc0}$  é a tensão de escoamento de compressão uniaxial. Dessa forma, a fim de obter o valor da constante  $\alpha$  é necessário definir o valor do parâmetro  $\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0}$ . De acordo com Kmiecik e Kamiński (2011), os resultados mais confiáveis com relação a razão entre a tensão de escoamento de compressão biaxial e a tensão de escoamento de compressão uniaxial são obtidos por Kupfer et al. (1969) que indicam um aumento de 16% na tensão de escoamento de compressão biaxial, portanto  $\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0} = 1,16$ , valor utilizado como padrão no programa ABAQUS. Como descrito na Equação 3.10, a constante  $\beta$  é definida relacionando a constante  $\alpha$ , as tensões de coesão efetivas ( $\bar{\sigma}_c, \bar{\sigma}_t$ ) e as deformações plásticas ( $\varepsilon_c^{pl}, \varepsilon_t^{pl}$ ). A constante  $\gamma$  define o formato do carregamento na superfície de escoamento e, como descrito na Equação 3.11, é exclusivamente dependente do parâmetro  $K_c$  que é expresso na Equação 3.12 e representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador para qualquer valor dado da invariante de pressão, de modo que a tensão principal efetiva mínima seja positiva.

$$K_c = \frac{(\sqrt{J_2})_{TM}}{(\sqrt{J_2})_{CM}}. \quad (3.12)$$

Nesta equação,  $J_2$  é a segunda invariante de tensão no plano desviador para o meridiano de tração (subscrito  $TM$ ) ou meridiano de compressão (subscrito  $CM$ ). De acordo com Seow e Swaddiwudhipong (2005), valores experimentais de  $K_c$  estão entre 0,5 e 1, enquanto que Lubliner et al. (1989) afirmam que os valores típicos estão entre 0,64 e 0,8. Alfarah et al. (2017) calculam o valor de  $K_c$  pelo método de superfície de escoamento de Mohr-Coulomb em coordenadas cilíndricas e encontram o valor de 0,7.

O valor padrão recomendado no programa ABAQUS e adotado por diversos autores é  $K_c = 2/3$ . Hany et al. (2016) afirmam que o  $K_c$  controla a magnitude da tensão de pico do concreto confinado, onde valores mais altos de  $K_c$  levam a tensões de pico menores. A Figura 51 ilustra a superfície de escoamento no plano desviador para diferentes valores de  $K_c$ .

Figura 51 – Superfície de escoamento no plano desviador para valores de  $K_c$ .



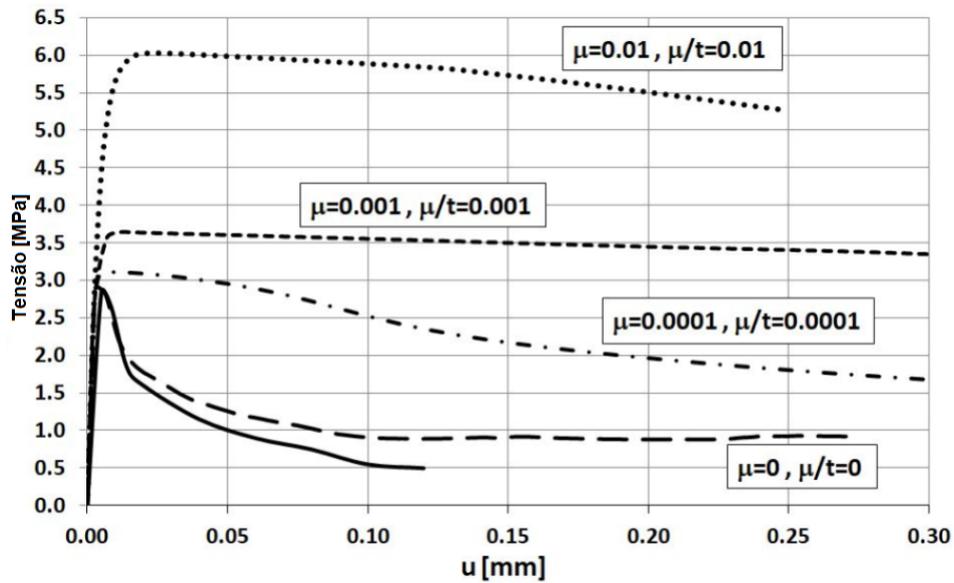
Fonte: (ALFARAH et al., 2017).

Sendo que  $-S_1$ ,  $-S_2$  e  $-S_3$  são os eixos meridianais,  $TM$  é o eixo meridional de tração,  $CM$  é o eixo meridional de compressão,  $\rho_{t0}$  é a magnitude da tensão desviante de escoamento por tração e  $\rho_{c0}$  é a magnitude da tensão desviante de compressão uniaxial.

Modelos de materiais que exibem comportamento de amolecimento e degradação de rigidez geralmente levam a sérias dificuldades de convergência.

De acordo Demir et al. (2018), o valor padrão do parâmetro de viscosidade no programa ABAQUS é 0, no entanto é altamente recomendado para superar problemas de convergência e sua definição de forma adequada é crucial para garantir a estabilidade numérica e a representação precisa do comportamento do material. Este parâmetro é responsável pela deformação plástica e pelo acúmulo de danos pois representa a taxa na qual o dano se acumula no material. Um parâmetro de viscosidade mais elevado implica uma acumulação de danos mais lenta, enquanto um parâmetro de viscosidade mais baixo resulta numa evolução de danos mais rápida. Ren et al. (2015) afirmam que valores mais baixos do parâmetro viscosidade aumentaram a precisão do cálculo mas aumentam o tempo de processamento, portanto, deve ser ajustado. Szczecina e Winnicki (2021) obtiveram curvas tensão-deslocamento em um ensaio de tração direta para diferentes valores de tempo de relaxação (parâmetro de viscosidade) a fim de comparar com a curva experimental encontrada por Woliński (1991), como mostra a Figura 52. Esses resultados são obtidos mantendo um tempo de carregamento ( $t$ ) fixo em 1 segundo.

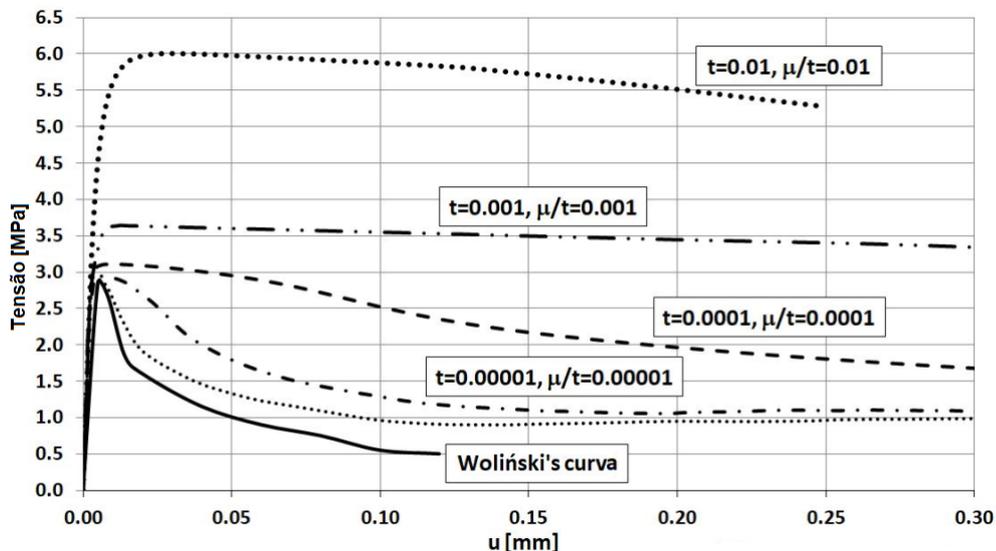
Figura 52 – Relação entre tensão e deslocamento obtida para diferentes valores de tempo de relaxamento.



Fonte: (SZCZECINA; WINNICKI, 2021).

Szczecina e Winnicki (2021) obtiveram novas curvas tensão-deformação para o mesmo ensaio, porém dessa vez, para diferentes valores de tempo de carregamento e o valor de 0,0001 fixado para o parâmetro de viscosidade. Essas curvas são ilustradas na Figura 53.

Figura 53 – Relação entre tensão e deslocamento obtida para diferentes valores de tempo de carregamento.



Fonte: (SZCZECINA; WINNICKI, 2021).

Comparando as Figuras 24 e 25 é evidenciado que os mesmos resultados são obtidos para ensaios em que a razão entre o parâmetro de viscosidade e o tempo de carregamento são iguais. Portanto, pode-se concluir que um fator chave na regularização viscoplástica não é o valor do tempo de relaxação em si, mas a razão entre ele e o tempo

de carregamento.

## 4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO

### 4.1 PROPRIEDADE DOS MATERIAIS

#### 4.1.1 Modelo constitutivo do concreto

Foi utilizado o modelo CDP como modelo constitutivo para o concreto de forma a considerar as propriedades não-lineares do material e a metodologia descrita por Alfarah et al. (2017), que fornece expressões fechadas das variáveis de dano por compressão e tração em termos das deformações correspondentes. Esta metodologia não requer calibração do material com resultados experimentais e incorpora uma estratégia para evitar a sensibilidade da malha.

##### 4.1.1.1 Alfarah et al. (2017)

O cálculo das variáveis de dano parte da definição das variáveis de compressão e tração como a parcela da energia normalizada dissipada pelo dano, como pode ser visto nas Equações 4.1 e 4.2.

$$d_c = \frac{1}{g_c} \int_0^{\varepsilon_c^{\sim in}} \sigma_c d\varepsilon_c^{\sim in}, \quad (4.1)$$

$$d_t = \frac{1}{g_t} \int_0^{\varepsilon_t^{\sim ck}} \sigma_t d\varepsilon_t^{\sim ck}, \quad (4.2)$$

onde  $g_c$  e  $g_t$  representam a energia dissipada pelo dano por unidade de volume ao longo do processo de deterioração, como pode ser visto nas Equações 4.3 e 4.4.

$$g_c = \int_0^{\infty} \sigma_c d\varepsilon_c^{\sim in}, \quad (4.3)$$

$$g_t = \int_0^{\infty} \sigma_t d\varepsilon_t^{\sim ck}. \quad (4.4)$$

As energias dissipadas pelo dano por unidade de volume ( $g_c$  e  $g_t$ ) e unidade de área ( $G_{ch}$  e  $G_f$ ) são relacionadas através das Equações 4.5 e 4.6.

$$g_c = \frac{G_{ch}}{l_{eq}}, \quad (4.5)$$

$$g_t = \frac{G_f}{l_{eq}}, \quad (4.6)$$

onde  $G_{ch}$  e  $G_f$  são propriedades denominadas energia de britagem e energia de fratura, respectivamente, e  $l_{eq}$  é o comprimento característico do elemento.

A relação entre a tensão de compressão e a deformação plástica de compressão é apresentada na Equação 4.7 enquanto que a relação entre a tensão de tração e a deformação de fissuração é apresentada na Equação 4.8.

$$\sigma_c = f_{c0}[(1 + a_c)e^{(-b_c \tilde{\varepsilon}_c^{in})} - a_c e^{(-2b_c \tilde{\varepsilon}_c^{in})}], \quad (4.7)$$

$$\sigma_t = f_{t0}[(1 + a_t)e^{(-b_t \tilde{\varepsilon}_t^{ck})} - a_t e^{(-2b_t \tilde{\varepsilon}_t^{ck})}]. \quad (4.8)$$

Sendo que  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$  são constantes adimensionais a serem determinadas.  $f_{c0}$  e  $f_{t0}$  correspondem respectivamente a tensão de compressão e tração imediatamente antes de começar a ocorrer dano no material. Relacionando as Equações 4.7 e 4.8, respectivamente, com as Equações 4.3 e 4.4, é possível obter os valores de  $g_c$  e  $g_t$  em função das constantes adimensionais, como pode ser visto nas Equações 4.9 e 4.10.

$$g_c = \frac{f_{c0}}{b_c} \left(1 + \frac{a_c}{2}\right), \quad (4.9)$$

$$g_t = \frac{f_{t0}}{b_t} \left(1 + \frac{a_t}{2}\right). \quad (4.10)$$

Igualando as Equações 4.5 e 4.6, respectivamente, com as Equações 4.9 e 4.10, é possível expressar os valores de  $b_c$  e  $b_t$  da seguinte forma:

$$b_c = \frac{f_{c0} l_{eq}}{G_{ch}} \left(1 + \frac{a_c}{2}\right), \quad (4.11)$$

$$b_t = \frac{f_{t0} l_{eq}}{G_f} \left(1 + \frac{a_t}{2}\right). \quad (4.12)$$

Substituindo os resultados das Equações 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 nas Equações 4.1 e 4.2, as funções de dano podem ser expressas como:

$$d_c = 1 - \frac{1}{2 + a_c} [2(1 + a_c)e^{(-b_c \tilde{\varepsilon}_c^{in})} - a_c e^{(-2b_c \tilde{\varepsilon}_c^{in})}], \quad (4.13)$$

$$d_t = 1 - \frac{1}{2 + a_t} [2(1 + a_t)e^{(-b_t \tilde{\varepsilon}_t^{ck})} - a_t e^{(-2b_t \tilde{\varepsilon}_t^{ck})}]. \quad (4.14)$$

Dessa forma, desde que os coeficientes  $a_c$  e  $a_t$  não sejam zero:

$$e^{(-b_c \varepsilon_c^{\sim in})} = \frac{1}{a_c} [1 + a_c - \sqrt{1 + a_c(2 + a_c)d_c}], \quad (4.15)$$

$$e^{(-b_t \varepsilon_t^{\sim ck})} = \frac{1}{a_t} [1 + a_t - \sqrt{1 + a_t(2 + a_t)d_t}]. \quad (4.16)$$

Para obter os valores máximos da tensão média de compressão ( $f_{cm}$ ) e da tensão média de tração ( $f_{tm}$ ), é necessário zerar as derivadas de  $\sigma_c$  e  $\sigma_t$  em relação a  $\varepsilon_c^{\sim in}$  e  $\varepsilon_t^{\sim ck}$ , respectivamente.

$$f_{cm} = \frac{f_{c0}(1 + a_c)^2}{4a_c}, \quad (4.17)$$

$$f_{tm} = \frac{f_{t0}(1 + a_t)^2}{4a_t}. \quad (4.18)$$

Dessa forma, podemos isolar os coeficientes  $a_c$  e  $a_t$ :

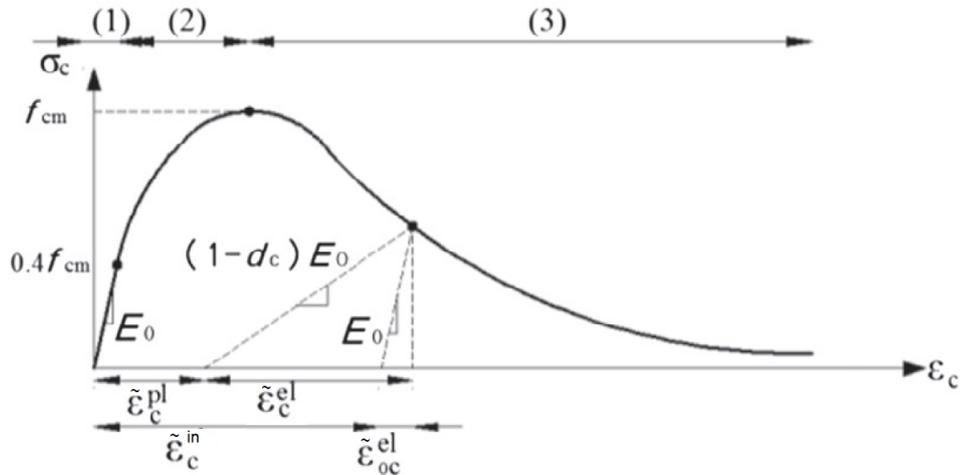
$$a_c = 2\left(\frac{f_{cm}}{f_{c0}}\right) - 1 + 2\sqrt{\left(\frac{f_{cm}}{f_{c0}}\right)^2 - \left(\frac{f_{cm}}{f_{c0}}\right)}, \quad (4.19)$$

$$a_t = 2\left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}}\right) - 1 + 2\sqrt{\left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}}\right)^2 - \left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}}\right)}. \quad (4.20)$$

Portanto, é possível determinar os coeficientes adimensionais  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$  com as Equações 4.19, 4.20, 4.11 e 4.12 conhecendo os valores das constantes  $f_{cm}$ ,  $f_{c0}$ ,  $f_{tm}$ ,  $f_{t0}$ ,  $l_{eq}$ ,  $G_c$  e  $G_f$ . As Equações 4.13 e 4.14 devem ser usadas para calcular o dano em função das variáveis  $\varepsilon_c^{\sim in}$  e  $\varepsilon_t^{\sim ck}$  após determinar os valores das constantes  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$ .

A Figura 54 representa o comportamento do modelo assumido para o concreto em compressão uniaxial, a relação tensão-deformação começa de forma linear (Trecho (1)) até que a tensão atinge 40% do valor de  $f_{cm}$ . Esse trecho é determinado pela Equação 4.21.

Figura 54 – Comportamento do modelo assumido para o concreto em compressão uniaxial.



Fonte: adaptado de Alfarah et al. (2017).

$$\sigma_{c(1)} = E_0 \varepsilon_c . \quad (4.21)$$

De acordo com CEB-FIP (2010), o valor de  $f_{cm}$  pode ser determinado em função de  $f_{ck}$  como mostra a Equação 4.22 e o valor  $E_0$  pode ser determinado em função de  $f_{cm}$  e de  $E_{ci}$ , que corresponde ao módulo de elasticidade inicial do concreto. Os valores são expressos em MPa.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 , \quad (4.22)$$

$$E_0 = 0,8 + 0,2 \frac{f_{cm}}{88} E_{ci} , \quad (4.23)$$

$$E_{ci} = 10000(f_{cm})^{(1/3)} . \quad (4.24)$$

O segundo segmento da curva tensão-deformação de compressão (trecho 2) é quadrático e começa em  $0,4f_{cm}$  e vai até  $f_{cm}$ . Esse trecho é determinado pela Equação 4.25.

$$\sigma_{c(2)} = \frac{E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}\right)^2}{1 + \left(E_{ci} \frac{\varepsilon_{cm}}{f_{cm}} - 2\right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}} f_{cm} , \quad (4.25)$$

onde  $\varepsilon_{cm}$  é a deformação de compressão do concreto quando a tensão atinge  $f_{cm}$ . Assume-se que o valor de  $\varepsilon_{cm}$  é 0,0022. O terceiro segmento da curva tensão-deformação de compressão é regido pela Equação 4.26.

$$\sigma_{c(3)} = \left( \frac{2 + \gamma_c f_{cm} \varepsilon_{cm}}{2 f_{cm}} - \gamma_c \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2 \gamma_c}{2 \varepsilon_{cm}} \right)^{-1} , \quad (4.26)$$

$$\gamma_c = \frac{\pi^2 f_{cm} \varepsilon_{cm}}{2 \left[ \frac{G_{ch}}{l_{eq}} - 0,5 f_{cm} (\varepsilon_{cm} (1-b) + b \frac{f_{cm}}{E_0}) \right]^2}, \quad (4.27)$$

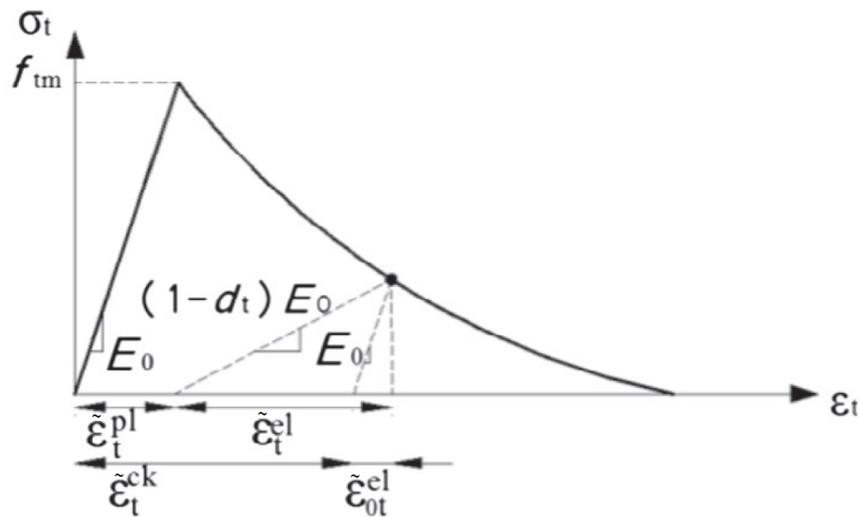
$$b = \frac{\varepsilon_c^{\sim pl}}{\varepsilon_c^{\sim in}}. \quad (4.28)$$

A variável  $b$  pode assumir inicialmente o valor de 0,9, porém, após o cálculo da variáveis de dano, deve-se calcular o valor médio de  $b$  ao longo da faixa de deformação relevante e realizar cálculos iterativos até a convergência. A deformação deve ser limitada de forma a respeitar a condição de que a energia de britagem ( $G_{ch}$ ) seja alcançada.

A Figura 55 ilustra o comportamento do modelo assumido para o concreto em tração uniaxial. O segmento linear da curva é definido através da Equação 4.29. A relação entre a tensão de tração em função da largura de fissura ( $\sigma_t(W)$ ) e a resistência máxima a tração ( $f_{tm}$ ) é descrita pela Equação 4.30. De acordo com CEB-FIP (2010), a resistência máxima a tração pode ser definida em função da resistência característica do concreto a compressão, como mostra a Equação 4.31, sendo que os valores são expressos em MPa.

$$\sigma_{t(1)} = E_0 \varepsilon_t. \quad (4.29)$$

Figura 55 – Comportamento do modelo assumido para o concreto em tração uniaxial.



Fonte: adaptado de Alfarah et al. (2017).

$$\frac{\sigma_t(W)}{f_{tm}} = \left[ 1 + \left( 3 \frac{W}{W_c} \right)^3 \right] e^{-6,93 \frac{W}{W_c}} - 28 \frac{W}{W_c} e^{-6,93}, \quad (4.30)$$

$$f_{tm} = 0,3016 (f_{ck})^{2/3}, \quad (4.31)$$

sendo que  $W_c$  é a abertura de fissura crítica, quando a tensão resistente passa a ser

nula. A Equação 4.32 relaciona a fissura crítica ( $W_c$ ) com a resistência média a tração ( $f_{tm}$ ) e a energia de fratura por unidade de área ( $G_f$ ) que pode ser calculada através da Equação 4.33, sendo que  $f_{cm}$  deve ser expresso em MPa e  $G_f$  em N/mm.

$$W_c = 5,14 \frac{G_f}{f_{tm}}, \quad (4.32)$$

$$G_f = 0,073 f_{cm}^{0,18}. \quad (4.33)$$

A curva tensão-deformação de tração pode ser definida em função da abertura de fissura, como mostra a Equação 4.34.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{tm} + \frac{W}{l_{eq}}, \quad (4.34)$$

sendo que  $\varepsilon_{tm}$  é a deformação no momento em que a tensão atinge  $f_{tm}$ . A energia de britagem pode ser definida em função da energia de fratura e das resistências de tração e compressão do concreto.

$$G_{ch} = \left( \frac{f_{cm}}{f_{tm}} \right)^2 G_f. \quad (4.35)$$

#### 4.1.1.2 Aplicação da metodologia de Alfarah et al. (2017)

O primeiro passo para encontrar as variáveis que definem o modelo CDP através da metodologia sugerida por Alfarah et al. (2017), é adotar um valor para a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), definir a malha de elementos finitos ( $l_{eq}$ ) e supor um valor inicial para a razão  $b$ , sendo que é recomendado utilizar  $b$  inicial igual a 0,9. Dessa forma, é possível definir os valores de  $f_{cm}$ ,  $f_{tm}$ ,  $E_0$ ,  $E_{ci}$ ,  $G_f$ ,  $G_{ch}$ ,  $g_c$ ,  $g_f$  e  $W_c$  através das Equações 4.22, 4.31, 4.23, 4.24, 4.33, 4.35, 4.9, 4.10 e 4.32, respectivamente.

O próximo passo é montar a curva tensão-deformação de compressão uniaxial através das Equações 4.21, 4.25 e 4.26 e a curva tensão-deformação de tração uniaxial através das Equações 4.29, 4.34 e 4.30. O comportamento idealizado para o concreto define que  $f_{c0} = 0,4f_{cm}$  e que  $f_{t0} = f_{tm}$ . Dessa forma, substituindo os valores de  $f_{c0}$  e  $f_{t0}$  nas Equações 4.19, 4.20, 4.11 e 4.12, as variáveis  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$  são definidas como:

$$a_c = 7,873, \quad (4.36)$$

$$a_t = 1, \quad (4.37)$$

$$b_c = 4,9365 \frac{f_{cm} l_{eq}}{G_{ch}}, \quad (4.38)$$

$$b_t = 1,5 \frac{f_{tm} l_{eq}}{G_f}. \quad (4.39)$$

Após calcular os valores de  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$  devem ser calculadas as variáveis de dano por compressão e tração através das Equações 4.13 e 4.14. As deformações plásticas de compressão e tração ( $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$  e  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ ) devem ser calculadas através das seguintes equações, respectivamente:

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{\sigma_c d_c}{(1 - d_c) E_0}, \quad (4.40)$$

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{\sigma_t d_t}{(1 - d_t) E_0}. \quad (4.41)$$

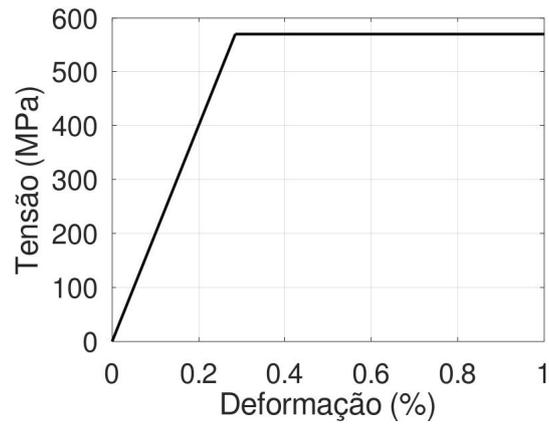
Por fim, o último passo é calcular o valor médio de  $b$  ao longo da curva tensão-deformação e realizar a iteração até a convergência.

No presente trabalho, o valor de  $f_{ck}$ , utilizado como parâmetro de entrada para o cálculo das variáveis de dano, é 24,2 MPa de modo a representar o valor da resistência média do concreto exposto por Johansson (2001) para os corpos de prova RV9, RV10 e RV11. As variáveis do modelo CDP definidas para as diferentes malhas utilizadas nesse trabalho são listadas no Apêndice A.

#### 4.1.2 Modelo constitutivo do aço

Foi adotado o modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para o aço, em que o comportamento elástico linear ocorre até o momento em que o material atinge a tensão de escoamento, marcando o início das deformações plásticas. O módulo de elasticidade utilizado é de 200 GPa, o coeficiente de Poisson é 0,3 e a resistência média ao escoamento da armadura é de 570 MPa com base nos ensaios descritos por Johansson (2001). O valor da tensão se mantém após a entrada no regime plástico como ilustra a Figura 56.

Figura 56 – Curva de tensão x deformação adotada para o material aço.

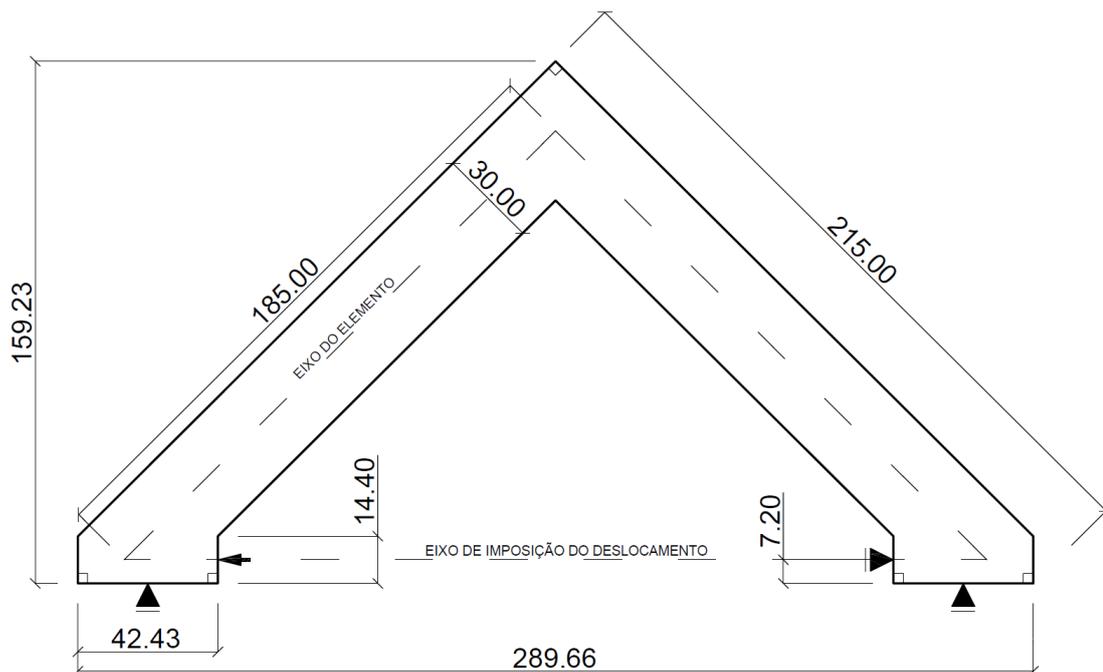


Fonte: autor.

#### 4.2 GEOMETRIA E MALHAS ADOTADAS PARA AS SIMULAÇÕES

As simulações desenvolvidas são uma representação numérica dos ensaios realizados por Johansson (2001), para os corpos de provas RV9, RV10 e RV11, em que os nós de pórtico de concreto armado são submetidos a carregamentos monotônicos, como apresentado no Capítulo 2. As características geométricas do material concreto e as condições de contorno das simulações numéricas são representados na Figura 57.

Figura 57 – Representação dos corpos de prova e das condições de contorno (dimensões em centímetros).

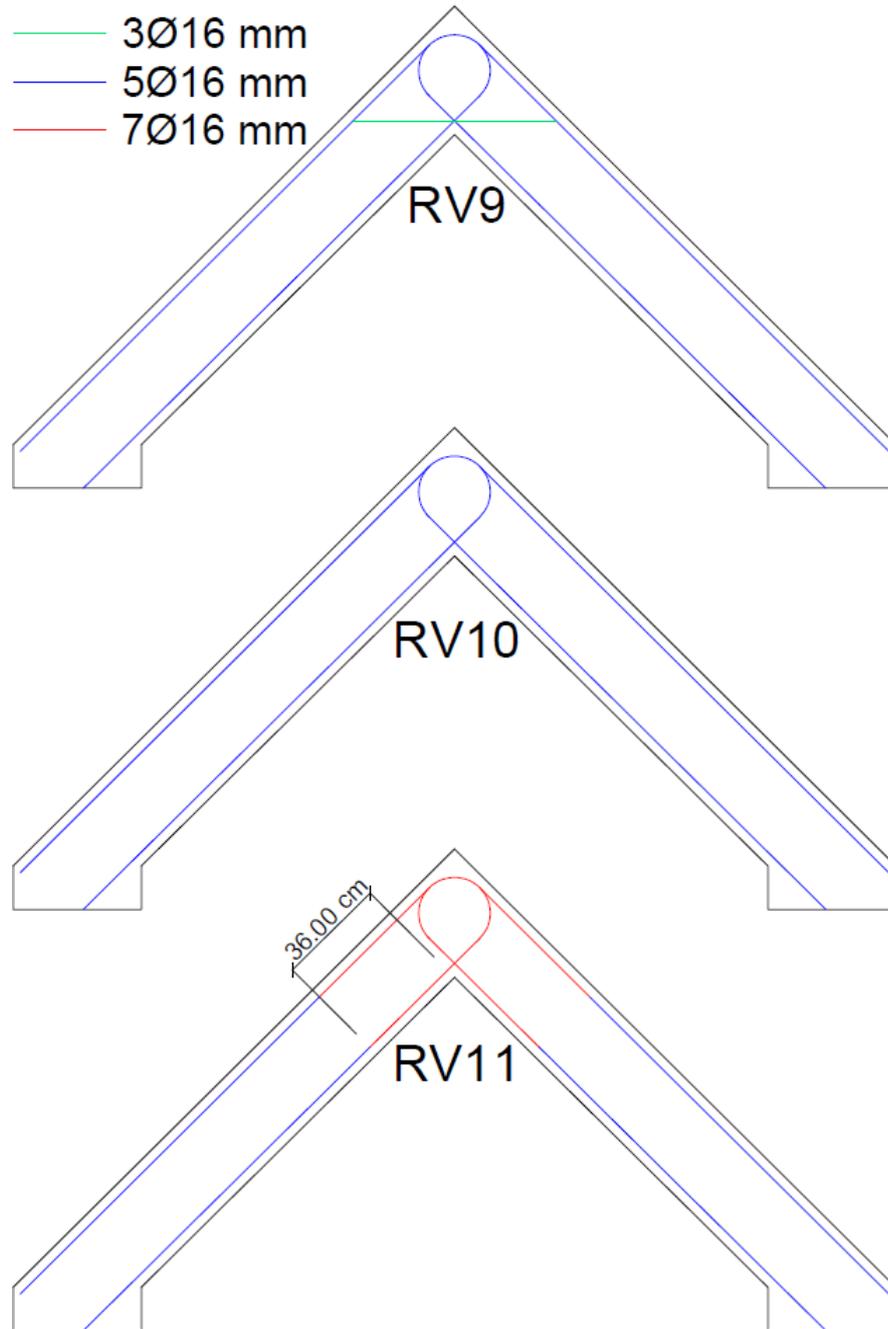


Fonte: autor.

A modelagem foi desenvolvida em duas dimensões, portanto a informação com relação a espessura do material concreto ( $t = 60$  cm) não foi representada de forma geométrica, mas sim informada através das definições da seção transversal. As condições de contorno do modelo são constituídas por duas restrições de deslocamento vertical, uma restrição de deslocamento horizontal e uma imposição de deslocamento horizontal, sendo que todas são aplicadas de forma nodal, ou seja, são aplicadas de forma pontual em nós que conectam os elementos finitos. Cada restrição de deslocamento vertical é aplicada no ponto médio da face inferior de uma das bases. A restrição de deslocamento horizontal é aplicada na base direita, enquanto que a imposição do deslocamento horizontal é aplicado na base esquerda, sendo que ambas são posicionadas no ponto médio da face lateral da parte de dentro da base. O deslocamento horizontal imposto ocorre de forma linear em função do tempo de carregamento da simulação e seu sentido de aplicação proporciona momento de abertura. O deslocamento horizontal imposto no modelo será alvo de diversas análises nas seções posteriores, portanto será chamado apenas de deslocamento, de forma a deixar a leitura do texto mais fluida, visto que o termo será utilizado diversas vezes.

Com relação à armadura de aço, os modelos numéricos são testados com três configurações, denominadas RV9, RV10 e RV11, que são ilustradas através da Figura 58. Na configuração RV10, o aço possui área correspondente a  $5\phi 16$  mm (linha azul) em toda a extensão da armadura. A configuração RV9 difere da RV10 apenas por apresentar uma barra inclinada no interior do nó com área correspondente a  $3\phi 16$  mm (linha amarela), enquanto que a configuração RV11 difere da RV10 apenas por ter área de aço correspondente a  $7\phi 16$  mm (linha vermelha) na região do nó e essa armadura se estende por 36 cm nos elementos adjacentes. Johansson (2001) não deixa claro se foi utilizada armadura transversal nos corpos de prova, entretanto, no trabalho de Johansson (1996), de mesma autoria, foi realizada uma análise numérica de corpos de prova submetidos a momento de fechamento e os modelos numéricos foram simulados sem qualquer armadura transversal. Dessa forma, optou-se por não usar armaduras transversais nas simulações numéricas.

Figura 58 – Configuração das armaduras nos modelos numéricos.



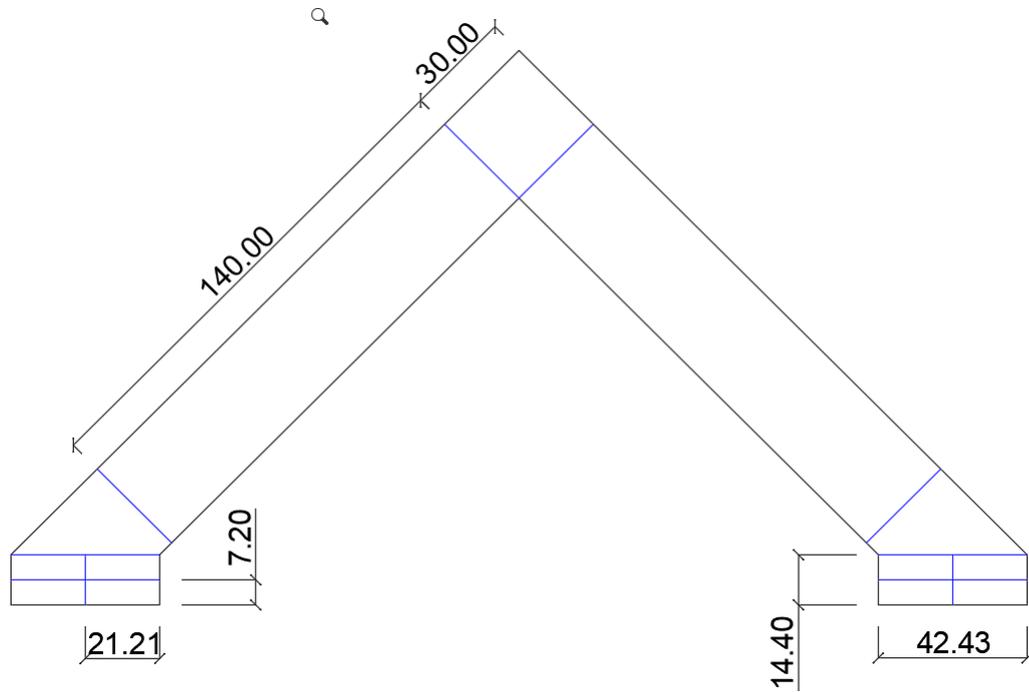
Fonte: autor.

A representação do aço nas simulações numéricas foi realizada através de elementos sujeitos apenas a cargas axiais. O cobrimento utilizado nos testes experimentais de Johansson (2001) foi de 2,4 cm e as barras de aço no modelo foram posicionadas no eixo das barras do ensaio experimental, portanto, o cobrimento utilizado nos modelos é de 3,2 cm, visto que o aço não apresenta espessura. A área de aço é informada através das propriedades da seção.

Quanto à malha de elementos finitos, para o concreto foram utilizados elementos quadriláteros bidimensionais em tensão plana com integração reduzida (CPS4R) e as par-

tições para sua criação são ilustradas na Figura 59.

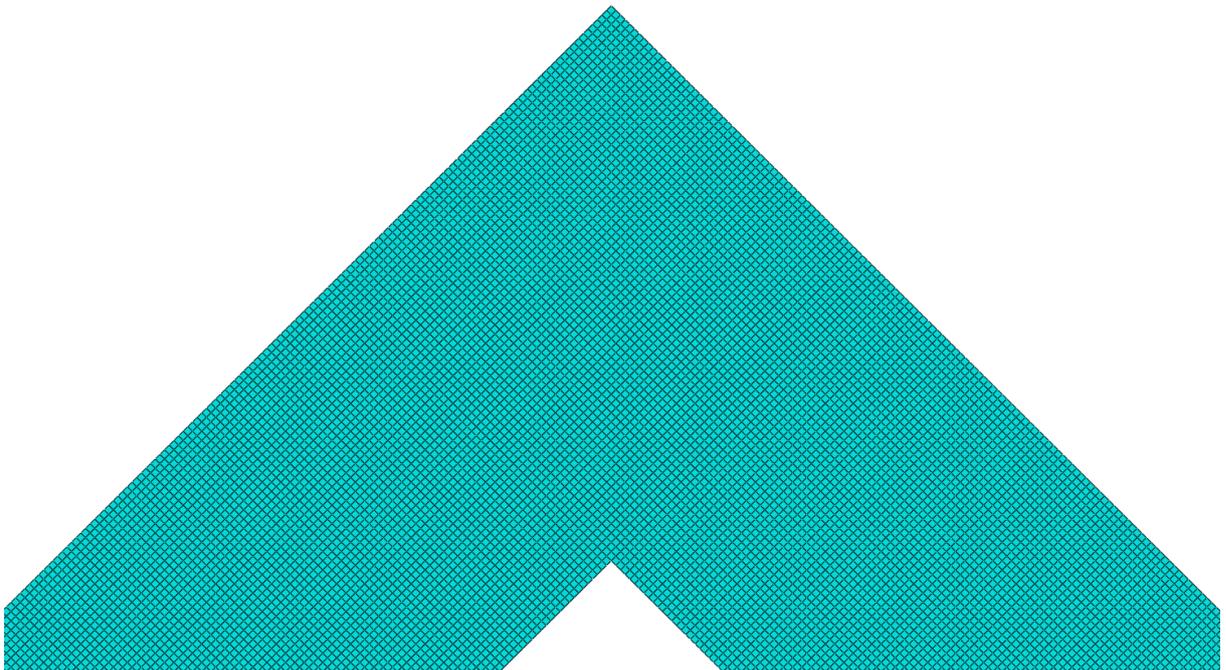
Figura 59 – Partições para criação da malha (dimensões em centímetros).



Fonte: autor.

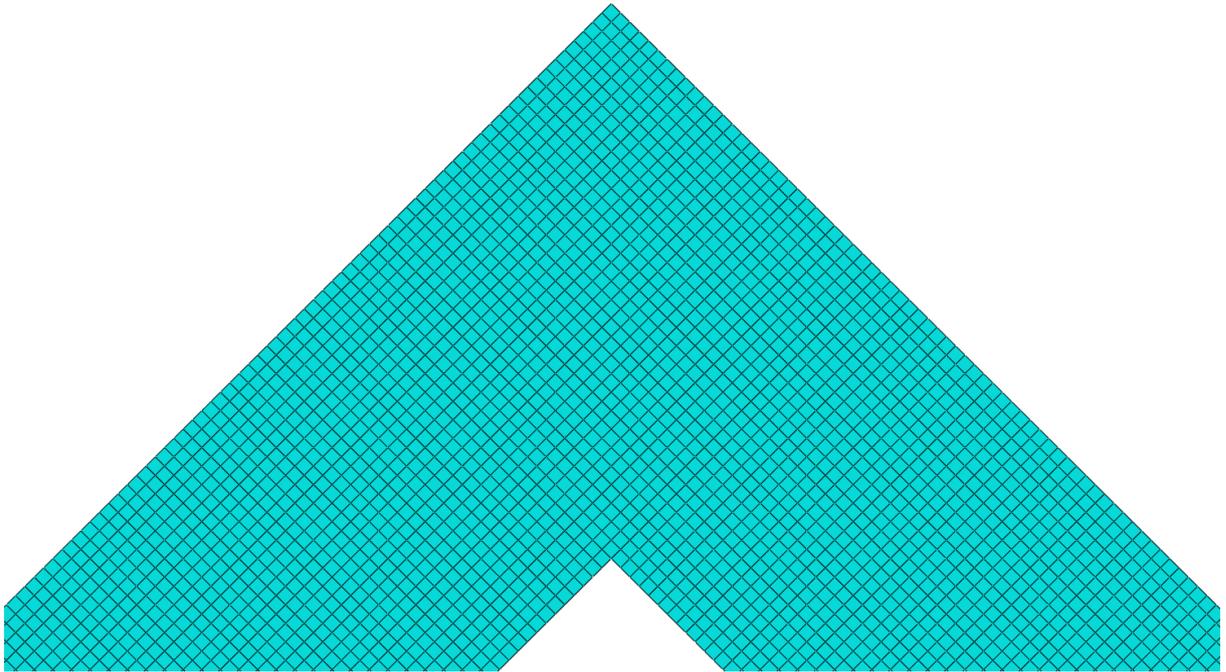
As simulações foram realizadas com elementos finitos com dimensões ( $l_{eq}$ ) de 0,5 cm, 1 cm e 2 cm para o concreto, como exposto nas Figuras 60, 61 e 62, respectivamente.

Figura 60 – Modelo numérico com malha de 0,5 cm.



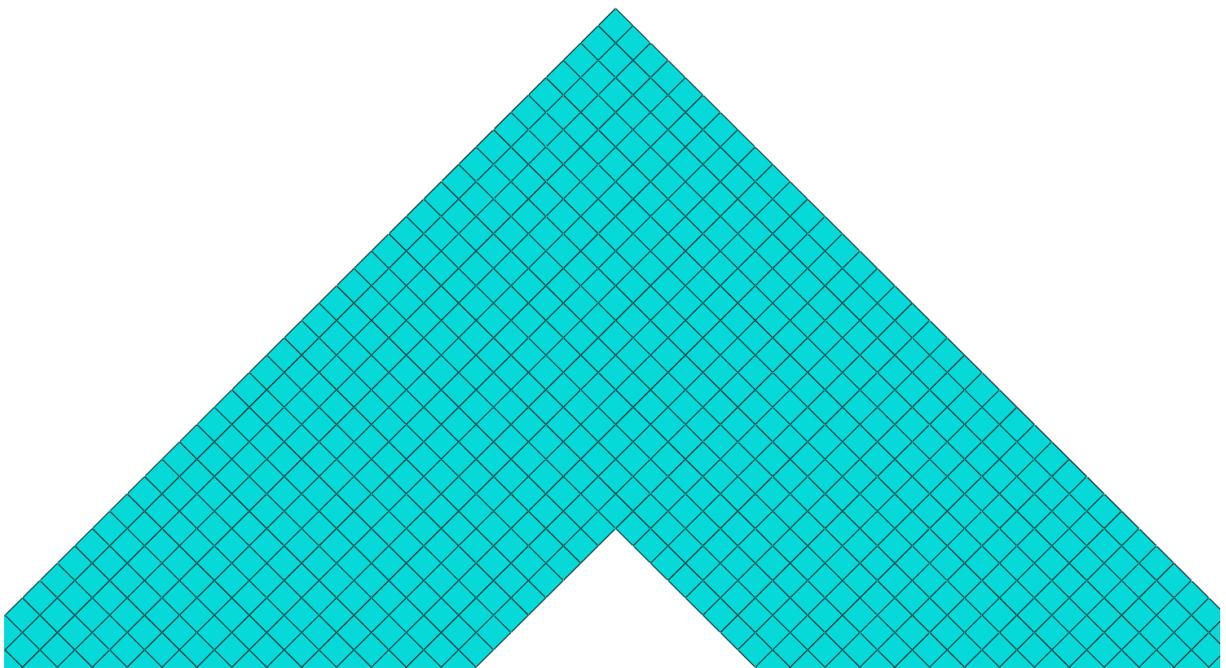
Fonte: autor.

Figura 61 – Modelo numérico com malha de 1 cm.



Fonte: autor.

Figura 62 – Modelo numérico com malha de 2 cm.



Fonte: autor.

Para o aço, a malha de elementos finitos é de 1 cm e do tipo treliça bidimensional com dois nós (T2D2). É aplicada uma restrição para incorporar o aço ao concreto.

### 4.3 PARÂMETROS PLÁSTICOS DO MODELO CDP

Na presente seção, são apresentados os parâmetros plásticos do modelo CDP utilizado nas simulações numéricas desenvolvidas no trabalho. Entre os parâmetros, os valores adotados para a excentricidade ( $e$ ), a relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial ( $\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0}$ ) e o fator de forma ( $K_c$ ) são apresentados na Tabela 4 e seus valores são mantidos para todos os testes.

Tabela 4 – Valores dos parâmetros plásticos do modelo CDP mantidos fixos.

$e$	$\sigma_{bc0}/\sigma_{uc0}$	$K_c$
0,1	1,16	2/3

Fonte: autor.

Com o objetivo de avaliar o impacto nas simulações numéricas e obter melhores resultados, foi aplicado diferentes valores para o ângulo de dilatação ( $\psi$ ) e para o parâmetro de viscosidade ( $\mu$ ). Tais valores são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores dos parâmetros plásticos do modelo CDP submetidos a avaliação.

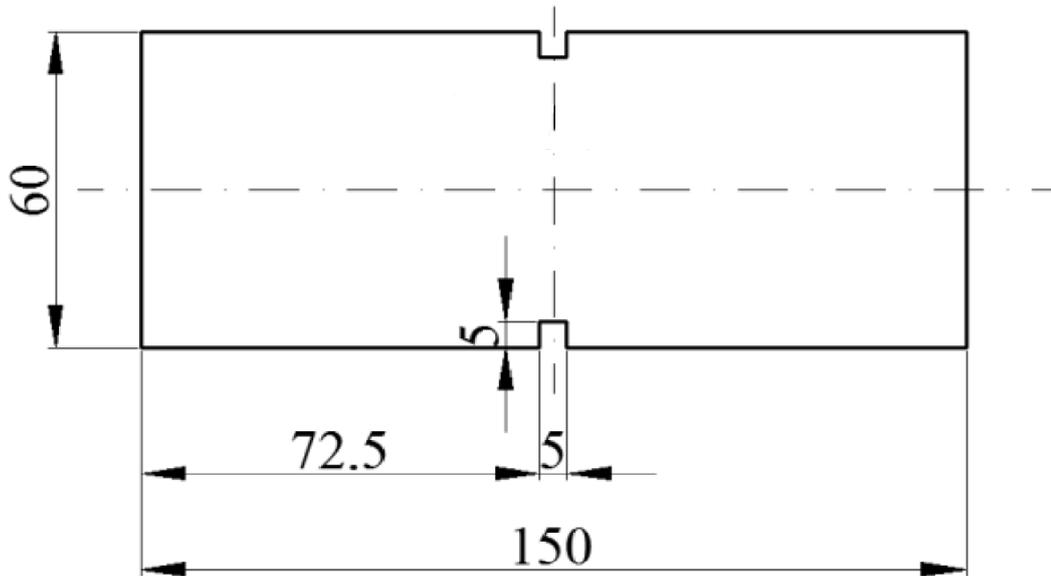
$\psi$	$\mu$
10°; 20°; 30°	0,001; 0,0001; 0,00005; 0,00001

Fonte: autor.

### 4.4 ANÁLISE PRELIMINAR DO COMPORTAMENTO VISCOPLÁSTICO

Foi realizada uma série de simulações de tração uniaxial com a intenção de entender o funcionamento e a influência da regularização viscoplástica no modelo CDP. As simulações foram baseados no artigo de Szczecina e Winnicki (2021). A geometria do corpo de prova é ilustrada na Figura 63. As condições de contorno do ensaio consistem na imposição de um deslocamento na borda direita enquanto que a borda esquerda permanece fixa. As propriedades definidas para o concreto foram as mesmas de Szczecina e Winnicki (2021), que são: resistência a compressão de 34,3 MPa, módulo de elasticidade de 35 GPa e coeficiente de Poisson de 0,167.

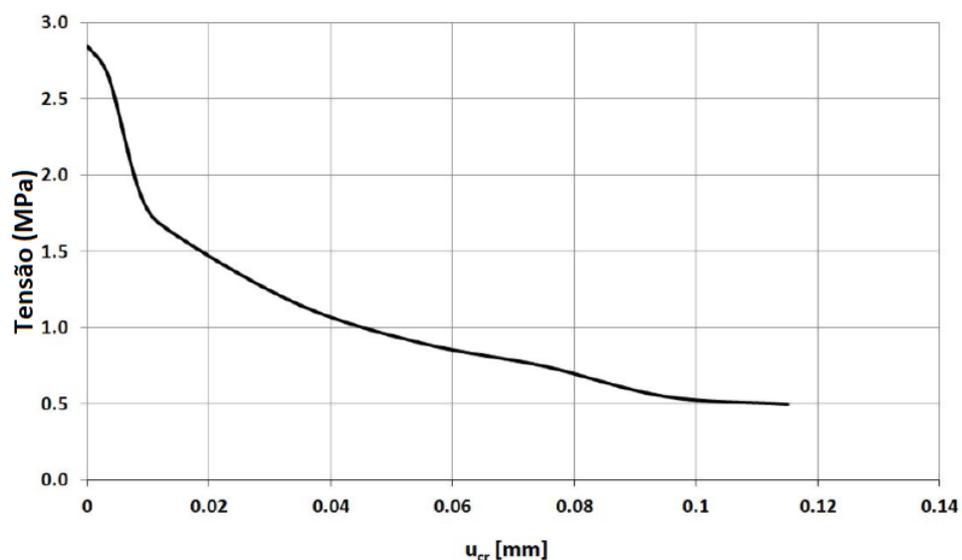
Figura 63 – Corpo de prova submetido a tração uniaxial; dimensões em milímetros.



Fonte: (SZCZECINA; WINNICKI, 2021).

O comportamento à tração foi implementado através do critério de ruptura por energia de fratura. Esse critério pode ser implementado através de duas maneiras e ambas serão analisadas. A primeira consiste em informar um conjunto de coordenadas de uma curva que relaciona a tensão de tração e a largura de fissura. No presente trabalho, a curva tensão x largura de fissura utilizada é ilustrada na Figura 64 que foi obtida no ensaio experimental de tração uniaxial de Woliński (1991).

Figura 64 – Relação entre largura de fissura e tensão de tração em ensaio de tração uniaxial.



Fonte: adaptado de Szczecina e Winnicki (2021).

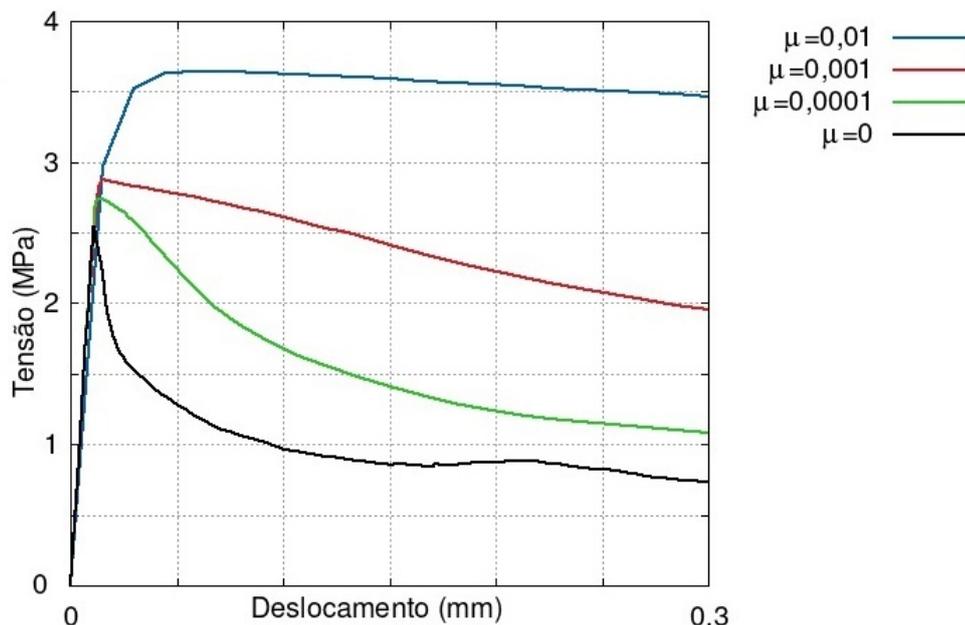
A segunda maneira de implementar o comportamento à tração do concreto pelo

critério de ruptura por energia de fratura com o modelo CDP consiste em utilizar a tensão de escoamento ( $\sigma_{t0}$ ) e a Energia de fratura ( $G_f$ ) para descrever a curva tensão x largura de fissura. Os valores de  $\sigma_{t0}$  e  $G_f$  utilizados são, respectivamente, 2,84 MPa e 146,5 N/m.  $\sigma_{t0}$  é utilizado com base na Figura 64 e  $G_f$  apresenta o mesmo valor utilizado por Woliński (1991). A fim de facilitar a descrição dos resultados, os modelos em que a tração é implementada através das coordenadas da curva tensão x abertura de fissura são denominados Modelo 1, enquanto que os modelos em que a tração é implementada através da energia de fratura e tensão de ruptura são denominados Modelo 2.

Quanto aos parâmetros plásticos do modelo CDP, foi definido  $15^\circ$  para o ângulo de dilatação, 0,1 para a excentricidade, 1,16 para a razão  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$ ,  $2/3$  para o coeficiente  $K_c$  e para o parâmetro de Viscosidade foram comparados os resultados para os seguintes valores: 0; 0,0001; 0,001 e 0,01. O tempo de carregamento foi de 1 segundo para todos os casos.

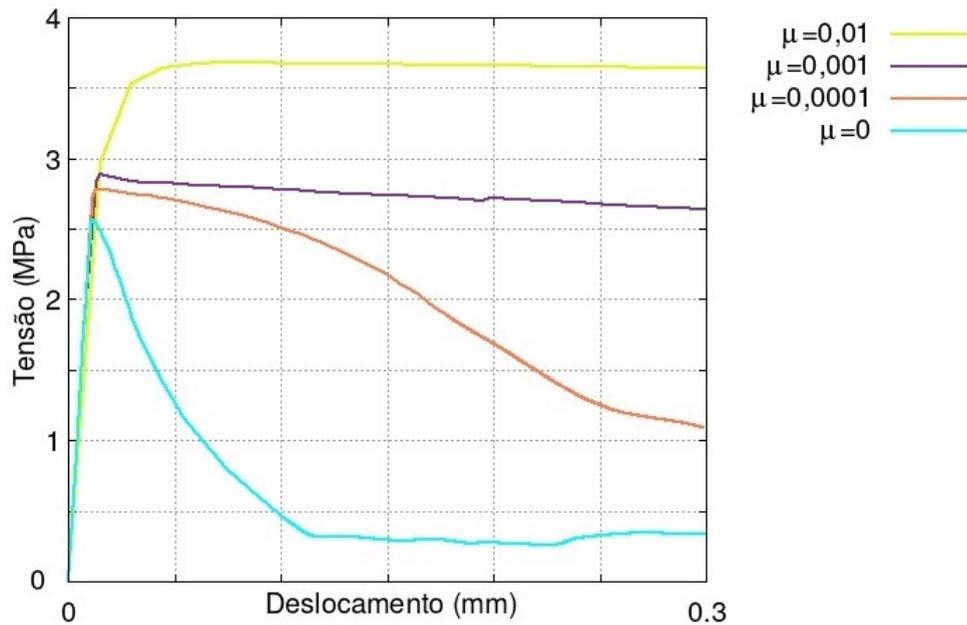
As curvas tensão-deslocamento obtidas para os diferentes valores de viscosidade são apresentadas na Figura 65 e na Figura 66, sendo que correspondem ao Modelo 1 e ao Modelo 2, respectivamente. A comparação entre as curvas demonstra que quanto maior o valor do parâmetro de viscosidade ( $\mu$ ) maior é a tensão de ruptura e a tensão resistente no trecho pós-falha.

Figura 65 – Curvas tensão-deslocamento correspondente ao Modelo 1.

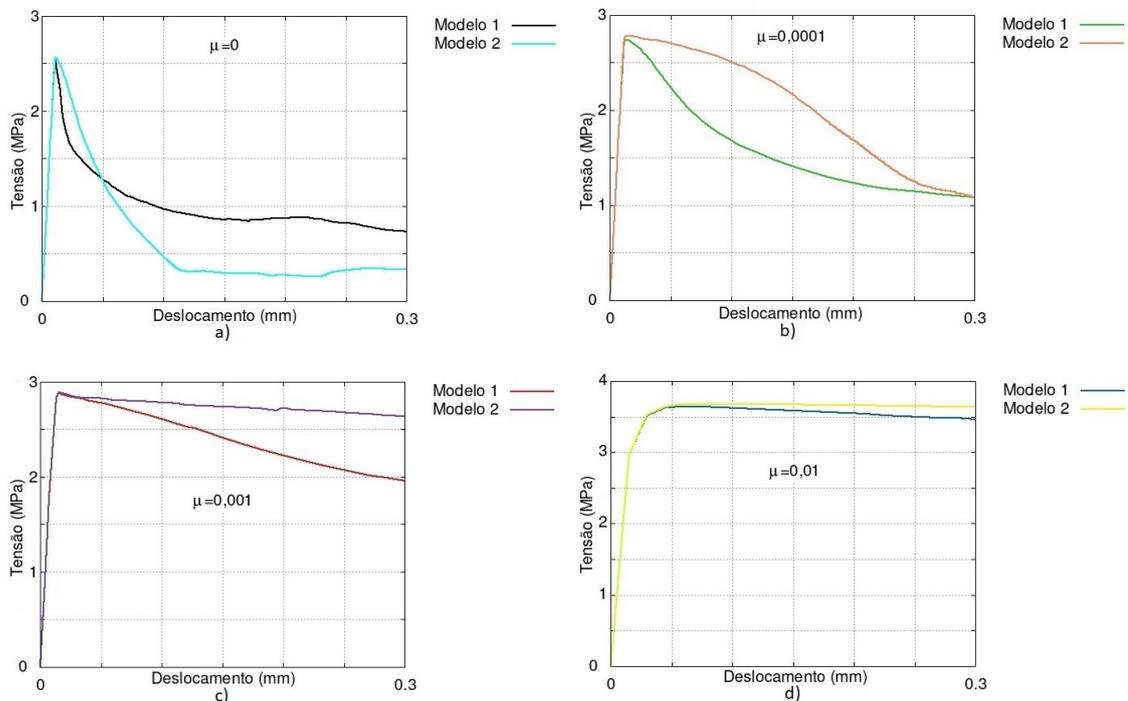


Fonte: autor.

Figura 66 – Curvas tensão-deslocamento correspondente ao Modelo 2.



Fonte: autor.

Figura 67 – Comparação entre as curvas tensão-deslocamento do Modelo 1 e Modelo 2. a)  $\mu = 0$ ; b)  $\mu = 0,0001$ ; c)  $\mu = 0,001$ ; d)  $\mu = 0,01$ .

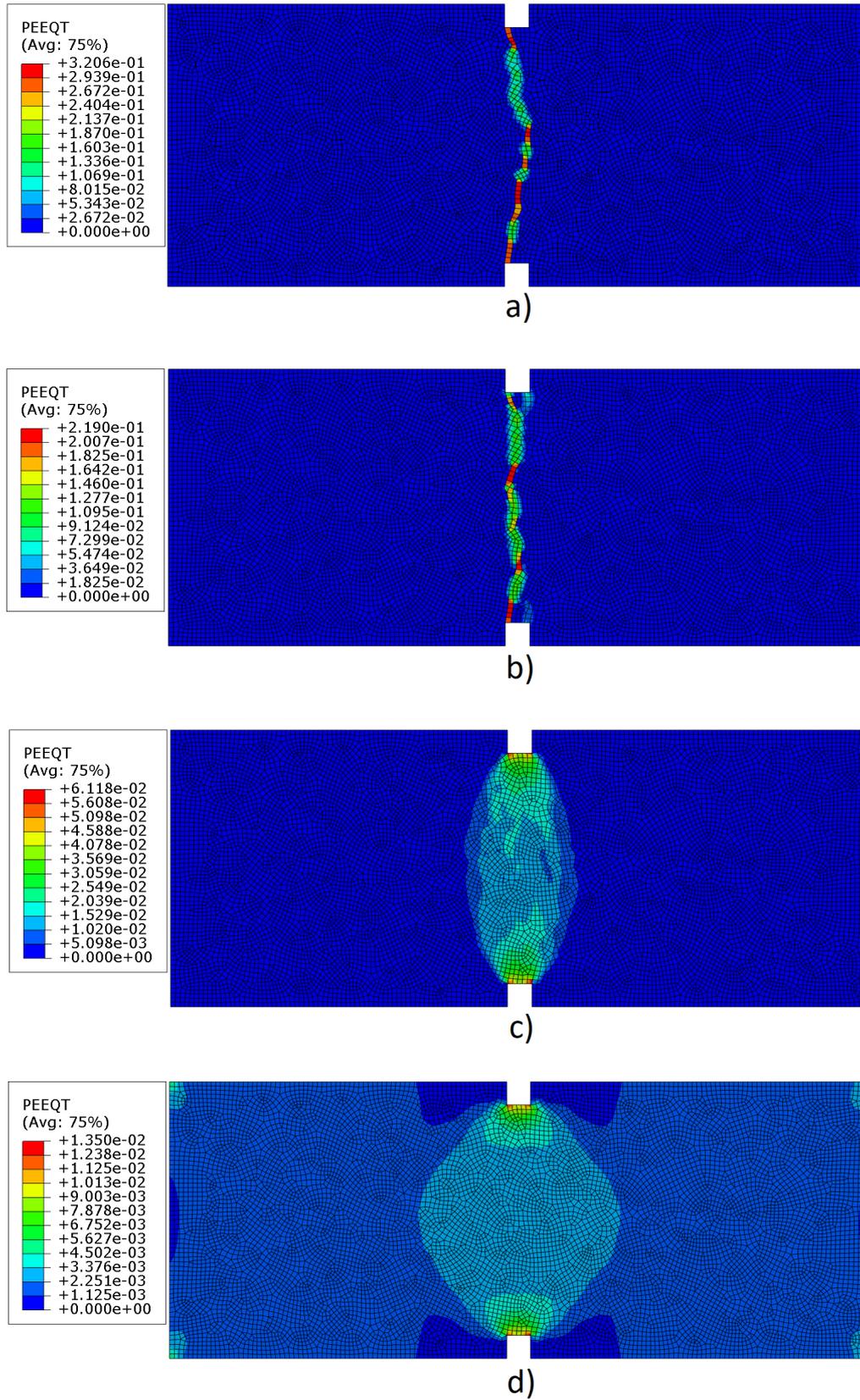
Fonte: autor.

A Figura 67 ilustra a comparação direta entre as curvas tensão x deslocamento do Modelo 1 e Modelo 2 para o mesmo valor de parâmetro de viscosidade. Dessa forma, é possível observar que o comportamento do material no período pré-falha é muito seme-

lhante em ambos os modelos quando aplicada a mesma regularização viscoplástica. No período pós-falha, a comparação entre os Modelos 1 e 2 com parâmetro de viscosidade de 0,01 e 0,001 demonstra uma perda de resistência proporcional ao deslocamento, porém de forma mais acentuada no Modelo 1. Nos casos sem regularização viscoplástica ( $\mu = 0$ ), ambos os modelos apresentam curvas muito próximas às definidas nas propriedades do material, o que já era esperado. As duas maneiras de implementar o comportamento à tração através do critério de ruptura foram eficientes e apresentaram valores muito próximos. E por fim, a comparação entre os Modelos 1 e 2 com parâmetro de viscosidade de 0,0001 demonstra que o Modelo 1 apresenta uma maior perda de resistência no trecho inicial pós-falha, mas ambas as curvas se aproximam a medida que o deslocamento aumenta.

Os Modelos 1 e 2 apresentam padrões de deformação plástica muito próximos quando possuem o mesmo parâmetro de viscosidade, portanto, será apresentado apenas os padrões correspondentes ao Modelo 1 que estão ilustrados na Figura 68. Nas simulações com  $\mu = 0,01$  e  $\mu = 0,001$ , as deformações plásticas se estendem para fora do entalhe enquanto que nas simulações com  $\mu = 0,0001$  e  $\mu = 0$  as deformações plásticas permanecem dentro do entalhe e em linhas com espessura de um único elemento finito nos pontos de deformação plástica mais alta. Portanto,  $\mu = 0,0001$  e  $\mu = 0$  apresentaram resultados mais próximos ao comportamento real do concreto em tensão uniaxial.

Figura 68 – Padrões de deformação equivalente. a)  $\mu = 0$ ; b)  $\mu = 0,0001$ ; c)  $\mu = 0,001$ ; d)  $\mu = 0,01$ .



Fonte: autor.

#### 4.5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS ANALISADAS

Esta seção destina-se a apresentar um resumo das características de cada simulação numérica analisada, assim como a nomenclatura adotada, com intuito de facilitar a descrição e análise dos resultados. No total foram realizadas 12 simulações numéricas, em que foi variado o corpo de prova experimental representativo, o tamanho da malha de elementos finitos, o ângulo de dilatação e o parâmetro de viscosidade. Como apresentado no Capítulo 3, não existe um consenso entre o valor ideal para o ângulo de dilatação no modelo CDP, mas a maioria dos pesquisadores apontam valores entre 10° e 30°. Devido a isso, optou-se por testar valores dentro dessa faixa de modo a criar uma previsibilidade das mudanças proporcionadas por essa variável. O estudo de Szczecina e Winnicki (2021) demonstrou resultados positivos na modelagem numérica do corpo de prova RV9 de Johansson (2001) com o intuito de reproduzir o padrão de fissuração observado no ensaio, empregando uma malha de 0,5 cm na região nodal. Assim, foi estabelecido que o valor de 0,5 cm seria adotado como limite inferior, indicando que, para os propósitos deste trabalho, não seria necessário investigar malhas mais finas do que essa. Para avaliar a metodologia proposta por Alfarah et al. (2017) e examinar a viabilidade de malhas mais espessas, também foram conduzidas simulações com malhas de 1 e 2 cm. Com base na análise preliminar do parâmetro de viscosidade, as simulações foram executadas com os valores de 0,001 e 0,0001 para o parâmetro de viscosidade de forma a avaliar se o padrão de deformação plástica apresentado na seção anterior era mantido. Embora a simulação com  $\mu = 0$ , descrita na seção anterior, tenha apresentado boa convergência, esse valor não foi utilizado nas simulações representativas a nós de pórtico, pois se trata de modelos mais complexos em que a regularização viscoplástica é recomendada. Dessa forma, foram testados os valores de 0,00005 e 0,00001 para  $\mu$  que são relativamente baixos. A Tabela 6 apresenta um resumo das características de cada simulação numérica.

Tabela 6 – Características das simulações numéricas realizadas.

Denominação	Corpo de prova	Malha	Ângulo de dilatação	Viscosidade
M1	RV10	1 cm	10°	0,00001
M2	RV10	1 cm	10°	0,00005
M3	RV10	1 cm	10°	0,0001
M4	RV10	1 cm	10°	0,001
M5	RV10	1 cm	20°	0,00005
M6	RV10	1 cm	30°	0,00005
M7	RV10	2 cm	10°	0,00005
M8	RV10	2 cm	20°	0,00005
M9	RV10	2 cm	30°	0,00005
M10	RV10	0,5 cm	10°	0,00005
M11	RV 11	1 cm	10°	0,00005
M12	RV 9	1 cm	10°	0,00005

Fonte: autor.

As informações correspondentes a cada simulação são rerepresentadas em cada

seção do Capítulo 5 que for dedicada a sua análise.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

De modo a entender a influência do parâmetro de viscosidade, do ângulo de dilatação e da malha de elementos finitos nos resultados obtidos através das simulações numéricas, foram realizadas simulações em que todas as variáveis se mantiveram fixas, com exceção da variável alvo. Essa avaliação foi realizada em simulações numéricas representativas do ensaio experimental RV10 de Johansson (2001). Após identificar os valores das variáveis que produziram resultados mais consistentes com o experimento, esses mesmos valores foram aplicados em simulações numéricas que representam os ensaios experimentais RV9 e RV11.

### 5.1 ANÁLISE DO PARÂMETRO DE VISCOSIDADE

Esta seção aborda a análise do parâmetro de viscosidade. São apresentados os resultados das simulações numéricas M1, M2, M3 e M4 que são representativas do ensaio experimental RV10, com uma malha de elementos finitos de 1 cm, o ângulo de dilatação de 10°, e variações do parâmetro de viscosidade entre os seguintes valores em cada simulação: 0,001; 0,0001; 0,00005; 0,00001. A Tabela 7 apresenta um resumo das simulações comparados nesta seção.

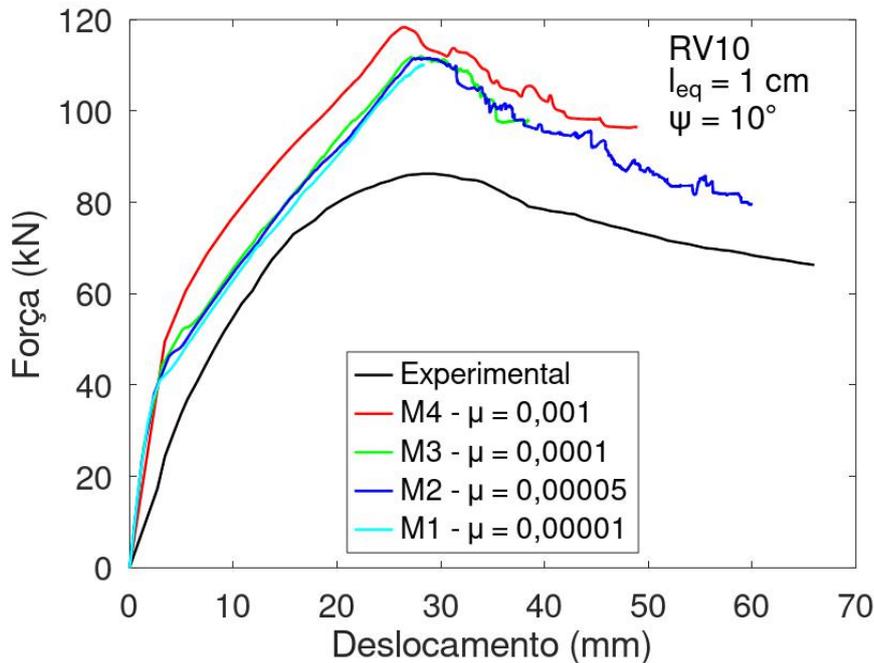
Tabela 7 – Simulações apresentadas para estudar a influência do parâmetro de viscosidade.

Denominação	Corpo de prova	Malha	Ângulo de dilatação	Viscosidade
M1	RV10	1 cm	10°	0,00001
M2	RV10	1 cm	10°	0,00005
M3	RV10	1 cm	10°	0,0001
M4	RV10	1 cm	10°	0,001

Fonte: autor.

A convergência é um dos principais desafios para a modelagem de estruturas de concreto através do modelo CDP e todas as simulações analisadas nesta seção foram abortadas devido a falta de convergência, com exceção da simulação M2 que foi interrompida de forma manual, visto que já havia atingido um deslocamento adequado. A simulação M1 apresentou a pior convergência, sendo abortada antes de apresentar declínio de resistência, portanto, não é possível identificar a força máxima. A Figura 69 ilustra as curvas força x deslocamento do ensaio experimental e das simulações M1, M2, M3 e M4.

Figura 69 – Curvas força x deslocamento das simulações M1, M2, M3 e M4.

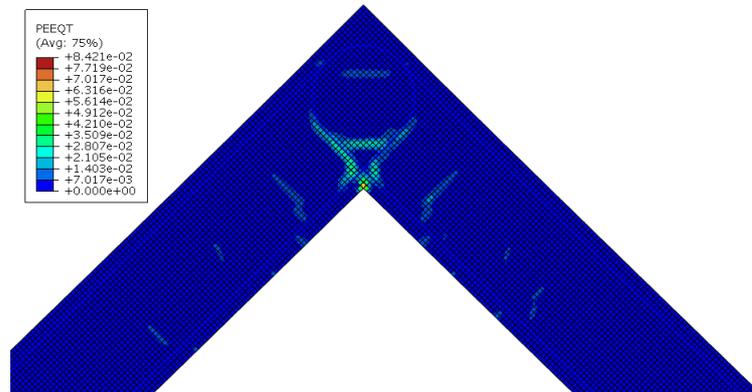


Fonte: autor.

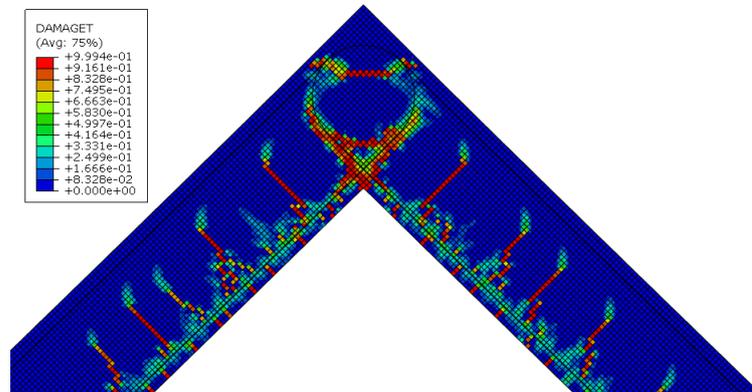
As simulações M2 e M3 apresentaram resultados muito similares. Em ambas a força máxima foi de 112 kN e ocorreu para o deslocamento de 29 mm e 28 mm, respectivamente. Além de apresentar curvas força x deslocamento similares, as simulações M2 e M3 também coincidiram no desenvolvimento de deformações plásticas e dano à tração, como pode ser visto comparando as Figuras 70 e 71. Em termos de convergência, o desenvolvimento do deslocamento na simulação M3 foi abortado em torno de 40 mm, enquanto que a simulação M2 foi interrompida após atingir os 60 mm.

Ao comparar as Figuras 70, 71 e 72 é possível perceber que o desenvolvimento das deformações plásticas do dano à tração ocorre de forma diferente na simulação M4. As regiões onde se desenvolve as deformações plásticas e o dano à tração são as mesmas, entretanto, são distribuídas em mais de uma fileira de elementos finitos, o que vai de encontro com a análise realizada na Seção 4.4 para  $\mu=0,001$ . A simulação M4 demonstrou uma convergência satisfatória, sendo abortada no deslocamento de 49 mm. Sua força máxima foi de 118 kN, registrada no deslocamento de 26 mm. Notavelmente, esta simulação exibiu maior resistência para um deslocamento equivalente em comparação com as outras simulações, as quais tinham valores menores para o parâmetro de viscosidade.

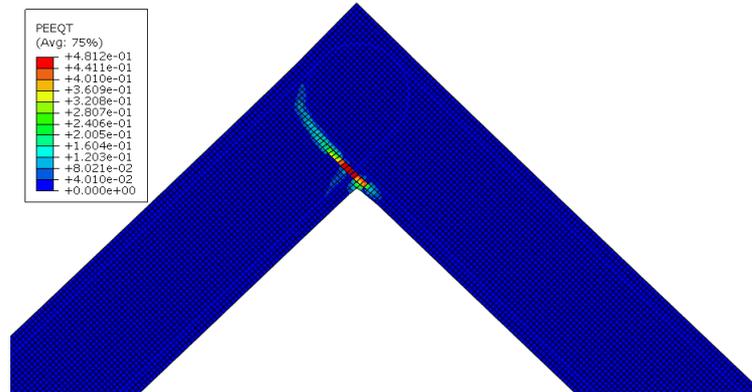
Figura 70 – Resultados para a simulação M2. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo.



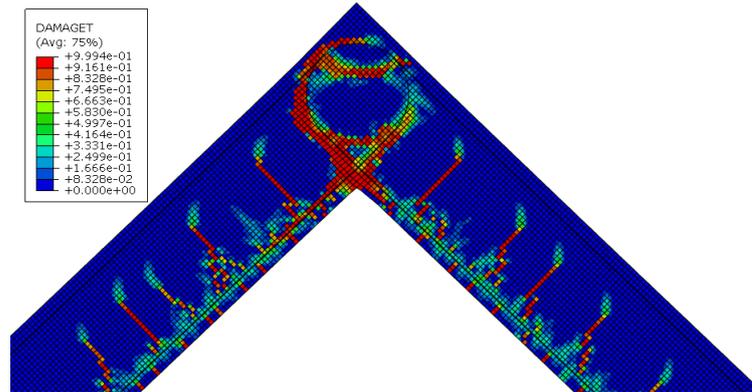
a)



b)



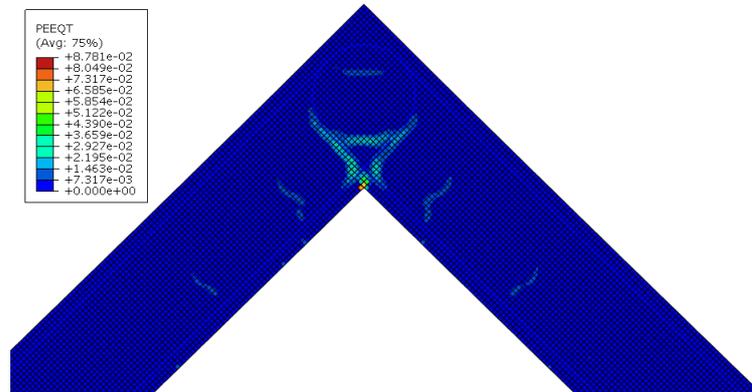
c)



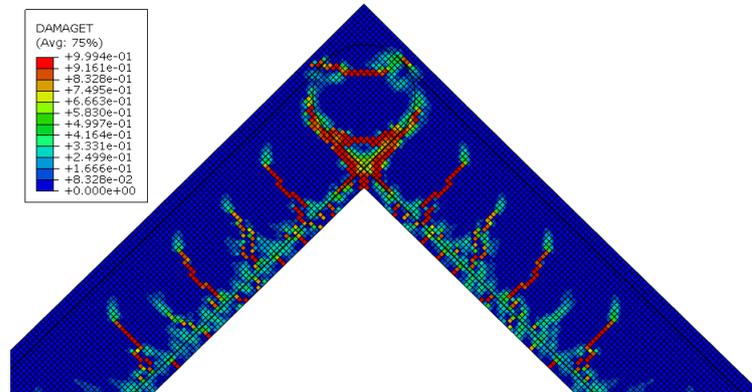
d)

Fonte: autor.

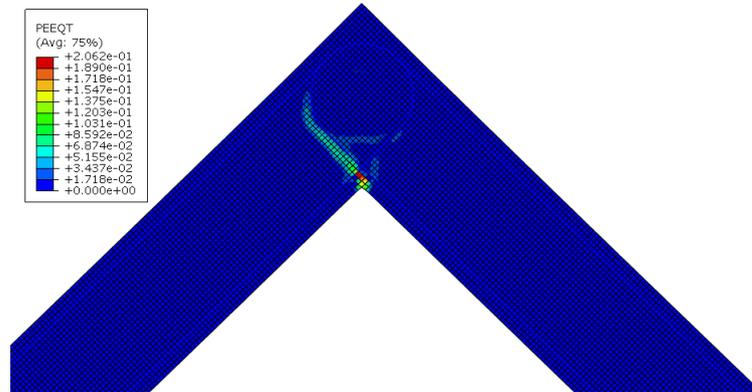
Figura 71 – Resultados para a simulação M3. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo.



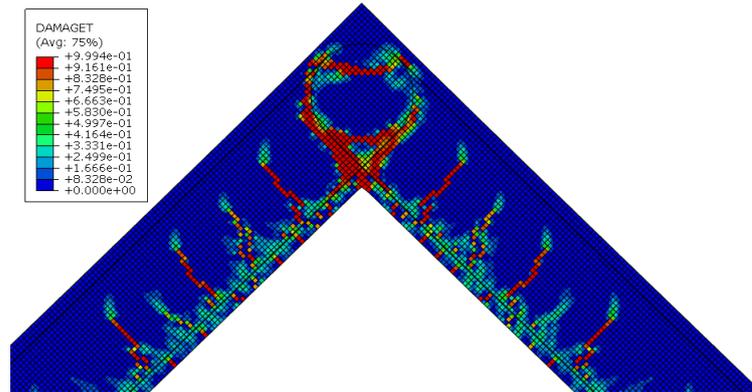
a)



b)



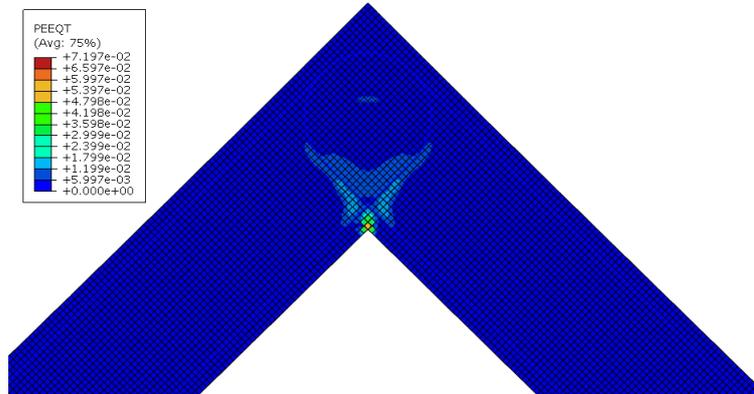
c)



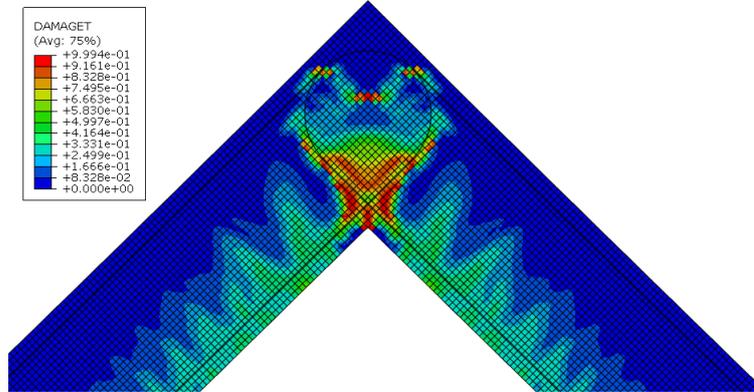
d)

Fonte: autor.

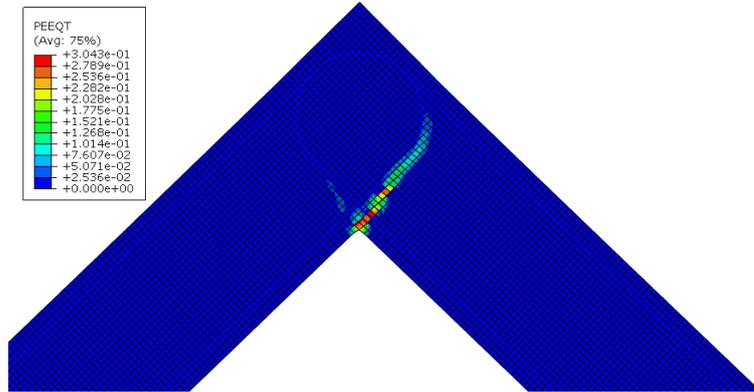
Figura 72 – Resultados para a simulação M4. a) Deformação plástica de tração na força máxima. b) Dano à tração na força máxima. c) Deformação plástica de tração no deslocamento máximo. d) Dano à tração no deslocamento máximo.



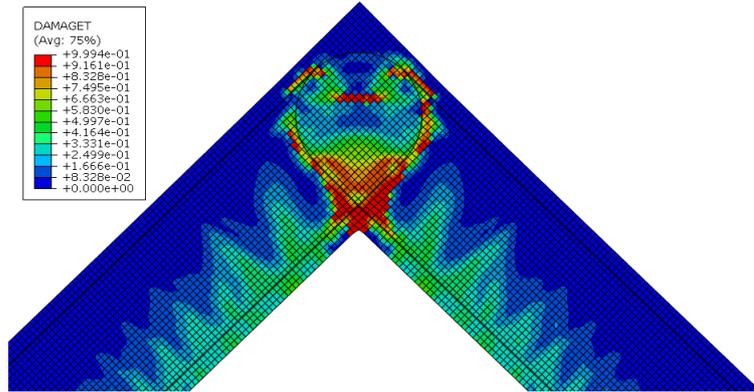
a)



b)



c)



d)

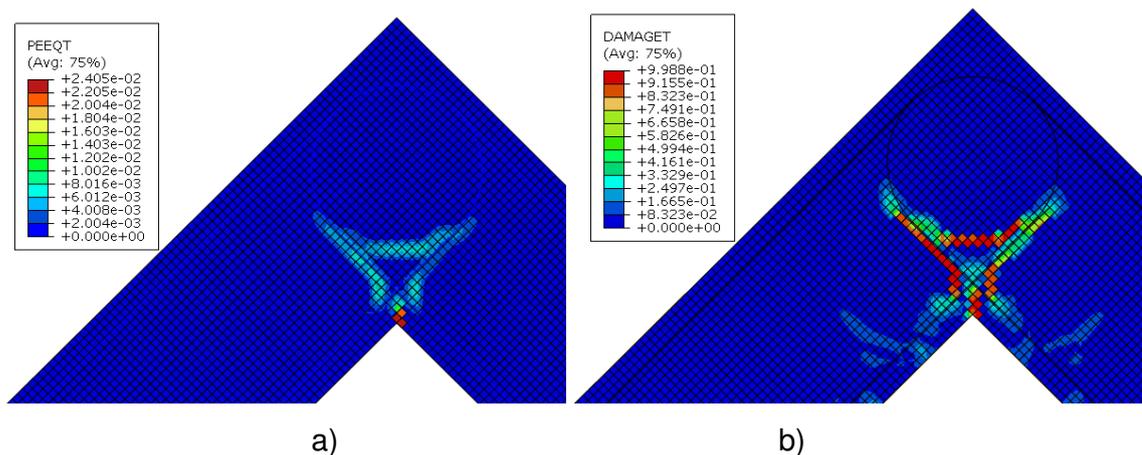
Fonte: autor.

Analisando o padrão de deformação plástica de tração no deslocamento máximo, é possível perceber que nas três simulações o declínio de resistência ocorreu devido a grandes deformações plásticas na região entre a armadura e a interface do nó de pórtico com o elemento adjacente. Quanto ao dano à tração após a carga máxima até atingir o deslocamento máximo, a propagação ocorre de forma a circundar a parte externa da armadura na região da curvatura, além de abranger mais elementos finitos nas regiões de maiores deformações plásticas.

A simulação M4 mostrou-se incapaz de representar o desenvolvimento da fissuração devido a forma que a tensão abrange vários elementos finitos. Já as simulações M2 e M3 representaram de forma satisfatória a fissuração de materiais frágeis como o concreto. Como ambos apresentam resultados muito semelhantes, será analisado o desenvolvimento de deformações plásticas e dano à tração da simulação M2, visto que apresentou melhor convergência.

Inicialmente, a simulação M2 apresentou dano na região interna do canto até a região de intersecção das armaduras longitudinais dos elementos adjacentes. Com o aumento da carga, o dano se propagou através das linhas das armaduras longitudinais até a região de compressão, além de apresentar uma linha de dano diagonal na região interna do nó. A Figura 73 apresenta os padrões de deformação plástica e dano à tração descritos nessa fase, em que o carregamento corresponde a 46% da força máxima, ou seja, 52,2 kN e ocorre no deslocamento de 6 mm.

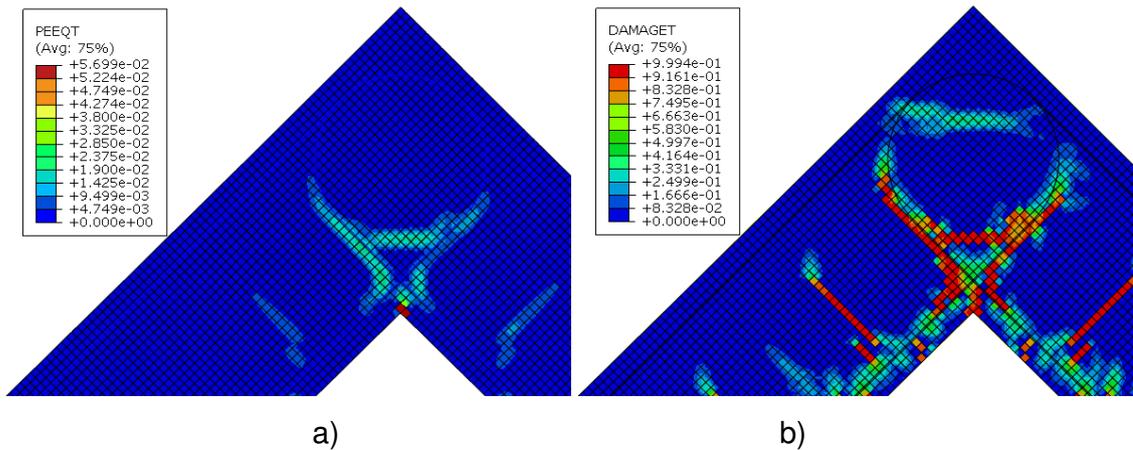
Figura 73 – Padrão de deformação plástica (a) e dano à tração (b) correspondente à carga de 52,2 kN para a simulação M2.



Fonte: autor.

Na continuidade do carregamento, apenas ocorre aparição de nova linha de dano no deslocamento de 19 mm quando atinge cerca de 89,6 kN, que corresponde a 80% da força máxima, como mostra a Figura 74.b. Entretanto, a deformação plástica de tração, nesse período, mais que dobrou nas regiões onde já havia ocorrido dano por tração, como pode ser percebido ao comparar as Figuras 73.a e 74.a.

Figura 74 – Padrão de deformação plástica (a) e dano à tração (b) correspondente à carga de 89,6 kN para a simulação M2.



Fonte: autor.

A linha de dano iniciada na parte superior do nó, ilustrada na Figura 74.b, na continuidade do carregamento, se propaga até alcançar as armaduras do nó, instante correspondente a força máxima, como mostra a Figura 70.b. Por fim, as deformações plásticas se concentram, o dano abrange mais elementos finitos e se estender pela armadura longitudinal e começa a se propagar na região do laço da armadura, como mostra a Figura 70.d. As linhas de dano à tração por flexão nos elementos adjacentes, exibidas nas Figuras 70.b e 70.d, começaram a se desenvolver por volta do carregamento de 60 kN e se estabilizaram após a força máxima. A distância média entre essas linhas de dano é de 15 cm.

### 5.1.1 Parâmetro de viscosidade e o resultado experimental

A força máxima do resultado experimental RV10 foi 86 kN e ocorreu no deslocamento de 28,5 mm. A simulação M4 apresentou resistência máxima superior ao ensaio experimental em 37% e o deslocamento correspondente ocorreu 2,5 mm antes, enquanto que as simulações M2 e M3 apresentaram resistência máxima superior em 30%, mas foram muito precisas ao variar apenas 0,5 mm no deslocamento em que a ocorre. A curva força x deslocamento da simulação M2, que apresenta melhor convergência, e, portanto, maior deslocamento, apresenta muitas semelhanças com o resultado experimental no trecho após a força máxima, visto que ambas apresentam uma queda quase linear da resistência.

Recapitulando partes do trabalho de Johansson (2001), apresentado na Subseção 2.3.6, o ensaio experimental do corpo de prova RV10 apresentou os seguintes comportamentos com relação a fissuração:

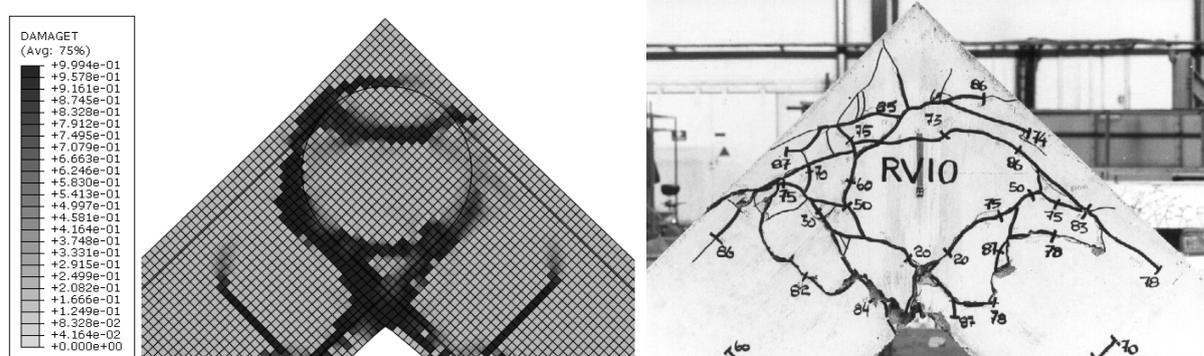
1. A primeira fissura surgiu na parte interna do canto e foi até a intersecção das ar-

maduras longitudinais, onde se dividiu e se propagou através das armaduras até se aproximar da região de compressão. Nessa fase o carregamento estava entre 30 e 40 kN, ou seja, entre 35% e 47% da força máxima.

2. A formação de novas fissuras na região interna do nó parou, enquanto que as já existentes aumentaram de tamanho.
3. Somente após uma carga de 80% da força máxima que a fissuração interna do nó se intensificou. As fissuras foram desviadas para os elementos adjacentes e pouco antes da força máxima, as fissuras se propagaram em torno do laço de reforço.
4. As fissuras de flexão observadas fora da região do nó apresentaram espaçamento médio de 21 cm entre os elementos adjacentes.

Com relação aos itens 1, 2 e 3, as simulações M2 e M3 apresentaram exatamente o mesmo comportamento do ensaio experimental, com exceção de uma linha de dano diagonal à tração na região interna do nó que apareceu somente na simulação numérica e das fissuras desviadas para os elementos adjacentes, que ocorreu apenas no ensaio experimental. Com relação ao item 4, a diferença entre o espaçamento médio das linhas de dano à tração das simulações e da fissuração do ensaio experimental foi de 5 cm. A Figura 75 apresenta uma comparação entre os padrões de dano à tração da simulação M2 e a fissuração do ensaio experimental, ambas no deslocamento máximo alcançado. Embora a simulação seja capaz de representar, através do dano à tração, de forma satisfatória a fissuração que ocorre até o carregamento máximo, após a força de pico o ensaio experimental apresenta uma fissuração quase randômica, enquanto que na simulação o dano se propaga de forma bem definida através da armadura.

Figura 75 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M2 com a fissuração do ensaio experimental RV10.



Fonte: autor.

O valor do parâmetro de viscosidade que proporcionou os melhores resultados para o modelo é o 0,00005, pois a simulação M2 apresentou melhor convergência com relação

às simulações com outros valores para  $\mu$  e apresentou um padrão de deformações plásticas e dano à tração adequado à um material frágil como o concreto.

## 5.2 ANÁLISE DO TAMANHO DOS ELEMENTOS FINITOS

Esta seção aborda a influência do tamanho dos elementos finitos através dos resultados das simulações numéricas M2, M7 e M10 que são representativas do ensaio experimental RV10, com ângulo de dilatação de  $10^\circ$ , parâmetro de viscosidade de 0,00005 e variações da malha de elementos finitos entre os seguintes valores em cada simulação: 0,5 cm; 1 cm e 2 cm. A Tabela 8 apresenta um resumo das simulações comparados nesta seção.

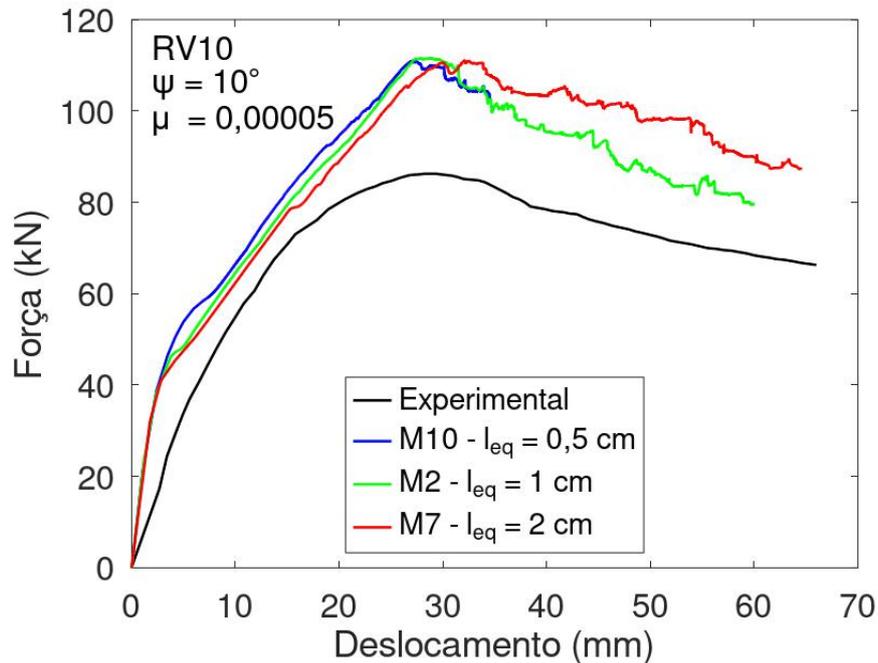
Tabela 8 – Simulações apresentadas para estudar a influência do tamanho dos elementos finitos.

Denominação	Corpo de prova	Malha	Ângulo de dilatação	Viscosidade
M2	RV10	1 cm	$10^\circ$	0,00005
M7	RV10	2 cm	$10^\circ$	0,00005
M10	RV10	0,5 cm	$10^\circ$	0,00005

Fonte: autor.

Os resultados da simulação M2 foram explanados na seção anterior. A simulação M7 apresentou ótima convergência, apresentando deslocamento máximo próximo a 65 mm. A força máxima foi de 111 kN e ocorreu no deslocamento de 32 mm. A simulação M10 apresentou força máxima de 111 kN no deslocamento de 27 mm e foi interrompido de forma manual em deslocamento de 34,5 mm devido ao demasiado tempo de processamento, portanto, não é possível qualificar a convergência dessa simulação. A Figura 76 ilustra as curvas força x deslocamento do ensaio experimental e das simulações M2, M7 e M10.

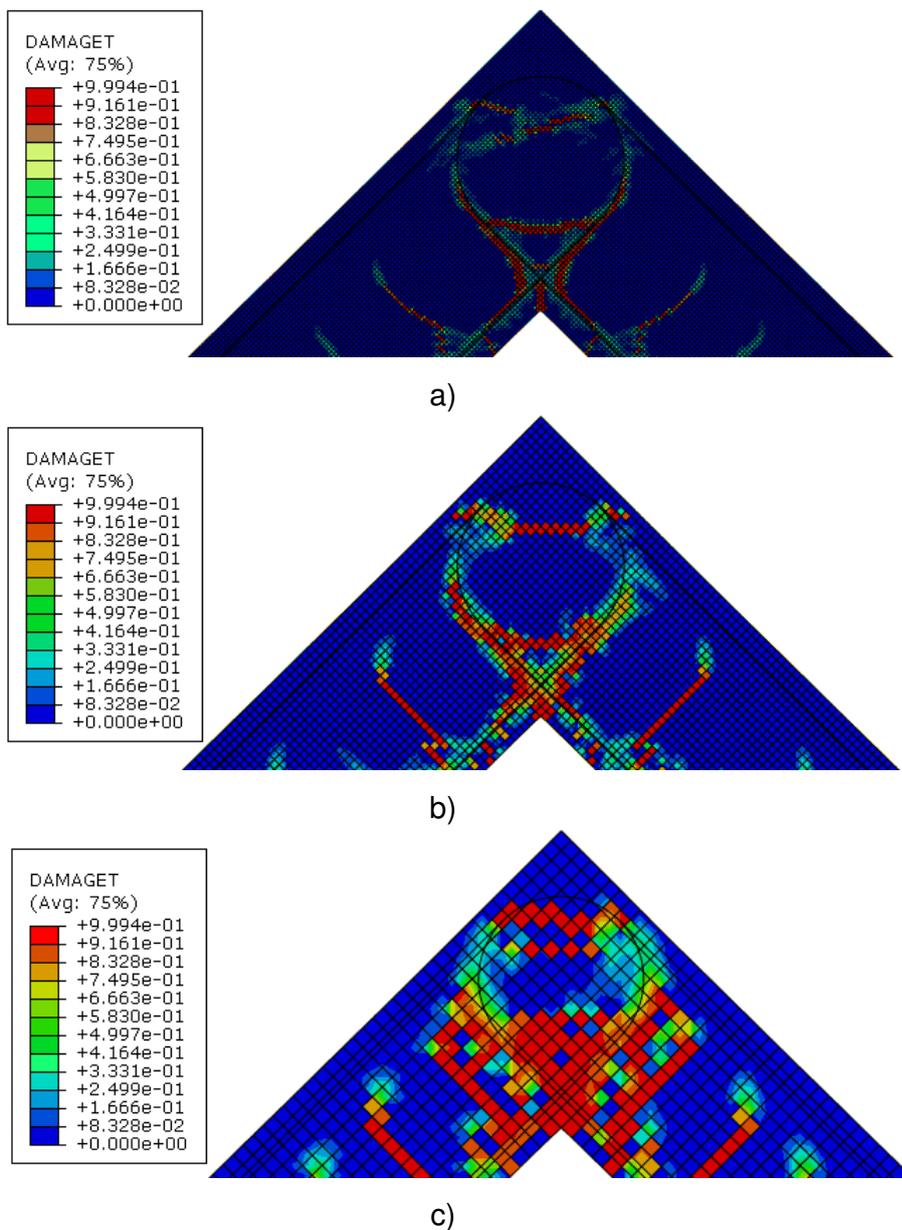
Figura 76 – Curvas força x deslocamento das simulações M2, M7, e M10.



Fonte: autor.

As três simulações apresentaram curva força x deslocamento sobrepostas até a carga de 40 kN, momento em que as simulações com malhas menores apresentaram maior resistência para o mesmo deslocamento antes da força máxima, e menor resistência após a força máxima. Com relação aos padrões de deformação plástica e dano à tração, a simulação M7 apresentou resultados com diferenças significativas em relação às simulações M2 e M10. A Figura 77 mostra os padrões de dano à tração referentes à força máxima nas simulações M10, M2 e M7, em que os elementos finitos tem as dimensões de 0,5 cm, 1 cm e 2 cm, respectivamente.

Figura 77 – Mapas de dano à tração na força máxima. a) M10. b) M2. C) M7.



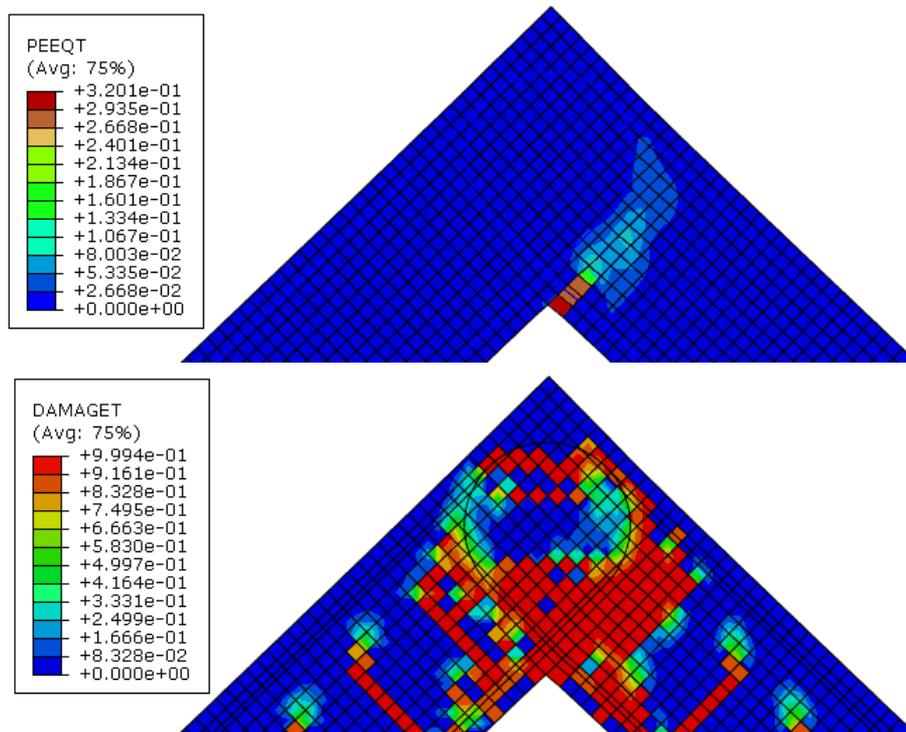
Fonte: autor.

As Figuras 77.a e 77.b evidenciam que as regiões dos modelos onde ocorre o dano à tração são consistentes entre as simulações M2 e M10. Esse padrão se manteve em todas as etapas de carregamento, o que implica que a descrição da evolução dos padrões de deformação plástica e dano à tração apresentada na seção anterior, referente à simulação M2, é igualmente aplicável à simulação M10. A diferença mais notável entre os padrões de deformação plástica e dano à tração das simulações M2 e M10 reside na capacidade de representar as fissuras com maior precisão devido ao fato da simulação M10 possuir uma malha mais refinada, permitindo uma representação mais precisa das fissuras em relação à sua espessura.

A simulação M7 apresentou uma linha de dano nos elementos adjacentes que dista

cerca de 4 cm do nó, o que não ocorreu nas simulações com malhas mais finas. Além disso, após a força máxima, a deformação plástica localizada proporcionou um aumento do dano à tração nessa região, formando uma linha de dano com espessura de 3 elementos (6 cm) fora da região nodal, como mostra a Figura 78.

Figura 78 – Padrão de deformação plástica e dano à tração correspondente ao deslocamento máximo para a simulação M7.

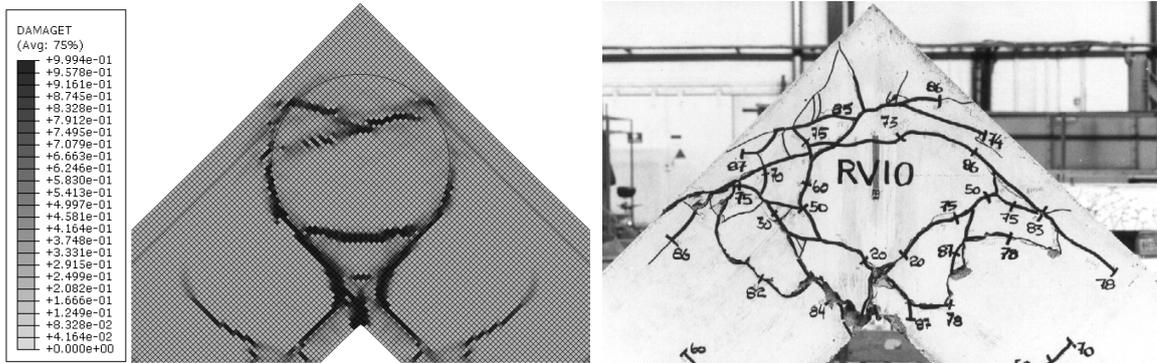


Fonte: autor.

### 5.2.1 Tamanho dos elementos finitos e o resultado experimental

As simulações M7 e M10 apresentaram resistência máxima superior ao ensaio experimental em 29%, ou seja, 1% mais próximo ao resultado experimental que a simulação M2. Entretanto, o deslocamento correspondente à força máxima das simulações M7 e M10 ocorreu 3,5 mm depois e 1,5 mm antes, respectivamente, em comparação com o deslocamento correspondente à força máxima do resultado experimental, enquanto que a simulação M2 apresentou uma variação de apenas 0,5 mm. A simulação M7 proporcionou um padrão de dano à tração grosseiro devido ao tamanho dos elementos finitos o que proporcionou linhas de dano em regiões não condizentes com o resultado experimental. Por outro lado, a simulação M10 proporcionou uma ótima representação das fissuras do ensaio experimental através do padrão de dano à tração, como pode ser visto na Figura 79. A comparação da simulação M2 com o resultado experimental foi explanado na Seção 5.1.

Figura 79 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M10 com a fissuração do ensaio experimental RV10.



Fonte: autor.

Portanto, a simulação M7, que possui malha de 2 cm, apresentou um padrão de desenvolvimento de deformações plásticas e dano à tração menos consistente com o resultado experimental ao comparar com as simulações M2 e M10 que possuem malha de 1 cm e 0,5 cm, respectivamente. As simulações M2 e M10 apresentam desenvolvimento de deformações plásticas e dano à tração nas mesmas regiões, com a diferença de que a simulação M10, por ser constituída de uma malha mais fina, proporcionou uma estática de linha de dano à tração que se assemelha muito à fissuração que ocorre no concreto. Entretanto, a simulação M10 se mostrou inviável devido ao demasiado tempo de processamento. Dessa forma, a malha de 1 cm para os elementos finitos se apresenta como a opção mais viável.

### 5.3 ANÁLISE DO ÂNGULO DE DILATAÇÃO

Esta seção apresenta a análise do ângulo de dilatação. É comparado os resultados das simulações numéricas M2, M5, M6, M7, M8, M9 que são representativas do ensaio experimental RV10 e o parâmetro de viscosidade foi de 0,00005 em todos os casos. Para o ângulo de dilatação, foi testado os valores de 10°, 20° e 30° para as malhas de elementos finitos de 1 cm e 2 cm. A Tabela 9 apresenta um resumo das simulações comparados nesta seção.

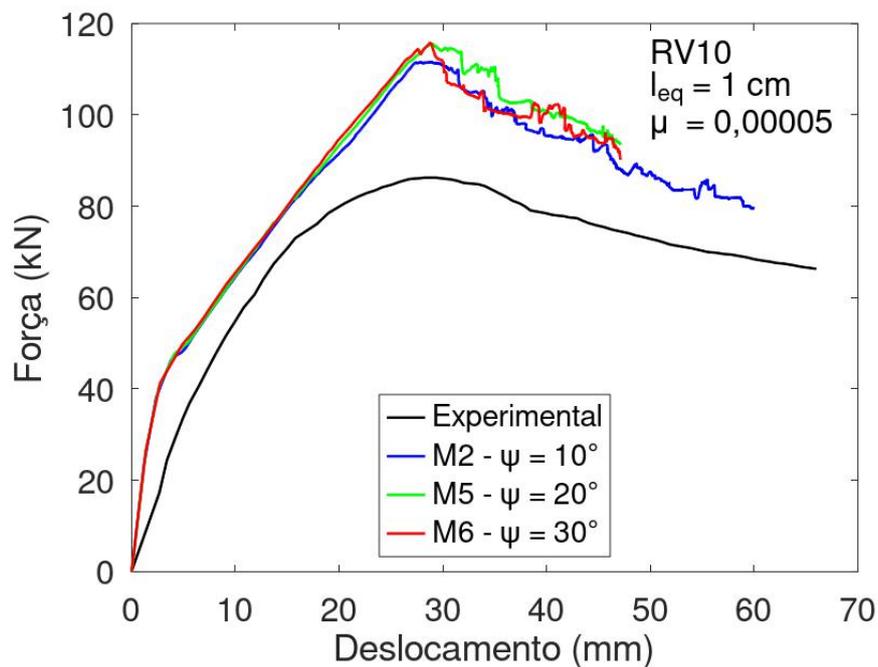
Tabela 9 – Simulações apresentadas para estudar a influência do ângulo de dilatação.

Denominação	Corpo de prova	Malha	Ângulo de dilatação	Viscosidade
M2	RV10	1 cm	10°	0,00005
M5	RV10	1 cm	20°	0,00005
M6	RV10	1 cm	30°	0,00005
M7	RV10	2 cm	10°	0,00005
M8	RV10	2 cm	20°	0,00005
M9	RV10	2 cm	30°	0,00005

Fonte: autor.

Como já foi visto nas seções anteriores, a simulação M2 apresentou ótima convergência e foi interrompido de forma manual. As simulações M5 e M6, que diferem da simulação M2 apenas no ângulo de dilatação, foram abortadas devido a falta de convergência. Embora pareça contraditório, as simulações M5 e M6 apresentaram boa convergência visto que o deslocamento chegou próximo a 47 mm. Ambas apresentaram força máxima de 116 kN no deslocamento correspondente de 29 mm, portanto, apresentaram carga máxima 4% maior que a simulação M2. A Figura 80 apresenta a curva força x deslocamento do ensaio experimental e das simulações M2, M5 e M6.

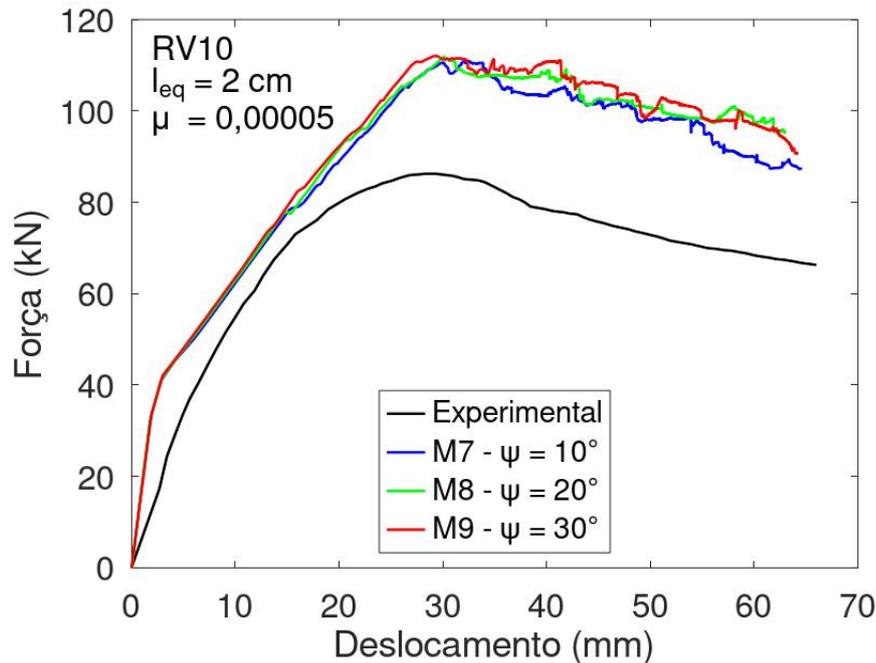
Figura 80 – Curvas força x deslocamento das simulações M2, M5, e M6.



Fonte: autor.

As simulações com malha de 2 cm demonstraram uma excelente convergência, todas alcançando deslocamentos superiores a 60 mm. A força máxima das simulações M8 e M9 foi de 112 kN (1 % maior que M7) e ocorreu com deslocamento de 30 mm e 29,5 mm, respectivamente. A Figura 81 apresenta a curva força x deslocamento do ensaio experimental e das simulações M7, M8 e M9.

Figura 81 – Curvas força x deslocamento das simulações M7, M8, e M9.



Fonte: autor.

Como esperado, o ângulo de dilatação não apresentou influência nos padrões de deformação plástica e dano à tração, tanto nos testes com malha de 2 cm, quanto nos testes com malha de 1 cm. As Figuras 80 e 81 mostram que as diferenças nos resultados das simulações analisadas nesta seção começaram a aparecer após a carga de 80 kN. A diferença é sutil, mas é evidente que as simulações com menor ângulo de dilatação apresentaram menor força para o mesmo deslocamento com exceção das simulações M5 e M6, em que ocorreu o inverso no segmento após a força máxima.

### 5.3.1 Ângulo de dilatação e o resultado experimental

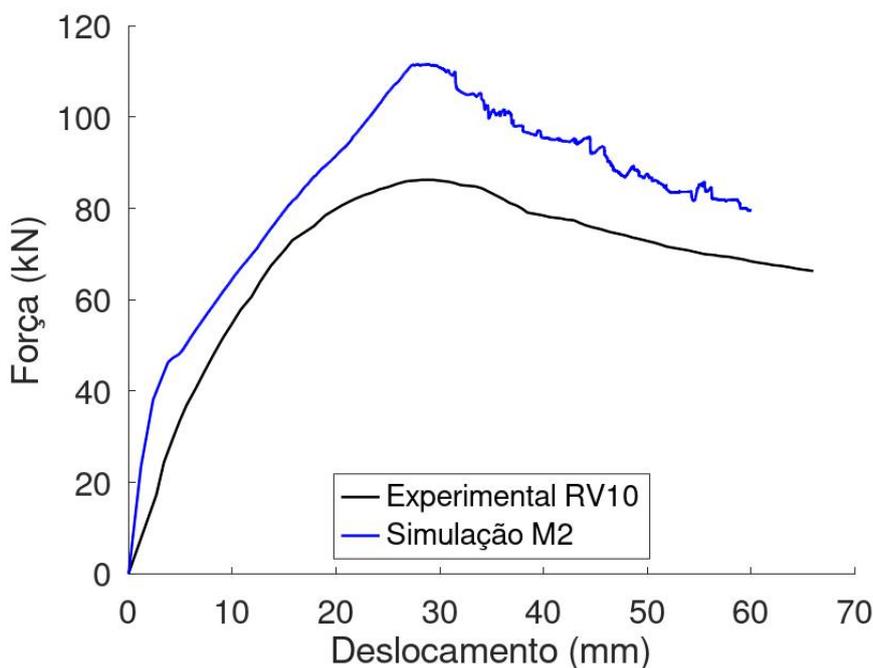
A força máxima das simulações M5 e M6 foi 35% maior em relação ao resultado experimental e ocorreu em deslocamento posterior em 0,5mm, ou seja, a simulação M2 apresentou a força máxima mais próximo ao resultado experimental, porém, as três simulações apresentaram a mesma precisão com relação ao deslocamento em que a força máxima ocorreu. Quanto aos modelos com malha de 2cm, a força máxima das simulações M8 e M9 foi 30% maior em relação ao resultado experimental e ocorreu em deslocamento posterior em 1,5 mm e 1 mm, respectivamente. Portanto, a simulação M7 apresentou força máxima um pouco mais próxima ao resultado experimental do que as simulações M8 e M9, mas mais distante com relação ao deslocamento em que a força máxima ocorre no ensaio experimental. Com relação a capacidade das simulações de representar a fissuração do

ensaio experimental, o ângulo de dilatação não apresentou qualquer influência. Dessa forma, o valor de  $\psi$  mais adequado é o que proporciona uma curva força x deslocamento mais próxima ao ensaio experimental. Visto que a simulação M2 apresentou curva força x deslocamento mais próxima ao experimental que as simulações M5 e M6, o valor de  $10^\circ$  para o ângulo de dilatação se mostrou o mais adequado.

#### 5.4 SIMULAÇÃO M2 E O ENSAIO EXPERIMENTAL RV10

A presente seção destina-se a complementar e rerepresentar os resultados da simulação M2, visto que entre todas as simulações representativas ao ensaio experimental RV10, foi a que apresentou o resultado mais consistente com o experimental. A Figura 82 ilustra novamente a curva força x deslocamento obtido na simulação M2 comparada com o ensaio experimental RV10.

Figura 82 – Curvas força x deslocamento da simulação M2.



Fonte: autor.

A simulação M2 apresentou resistência média 20% maior que a obtida pelo ensaio experimental.

## 5.5 SIMULAÇÕES REPRESENTATIVAS AO ENSAIO EXPERIMENTAL RV9 E RV11

Nesta seção é descrito as simulações representativas aos corpos de prova RV9 e RV11 do estudo experimental de Johansson (2001). Os valores utilizados para o parâmetro de viscosidade, tamanho dos elementos finitos e ângulo de dilatação são respectivamente 0,00005, 1 cm e 10° e foram definidos a partir das simulações representativas ao corpo de prova RV10. A Tabela 10 apresenta um resumo das simulações analisadas nesta seção.

Tabela 10 – Simulações apresentadas para estudar a aplicação das variáveis definidas.

Denominação	Corpo de prova	Malha	Ângulo de dilatação	Viscosidade
M11	RV 11	1 cm	10°	0,00005
M12	RV 9	1 cm	10°	0,00005

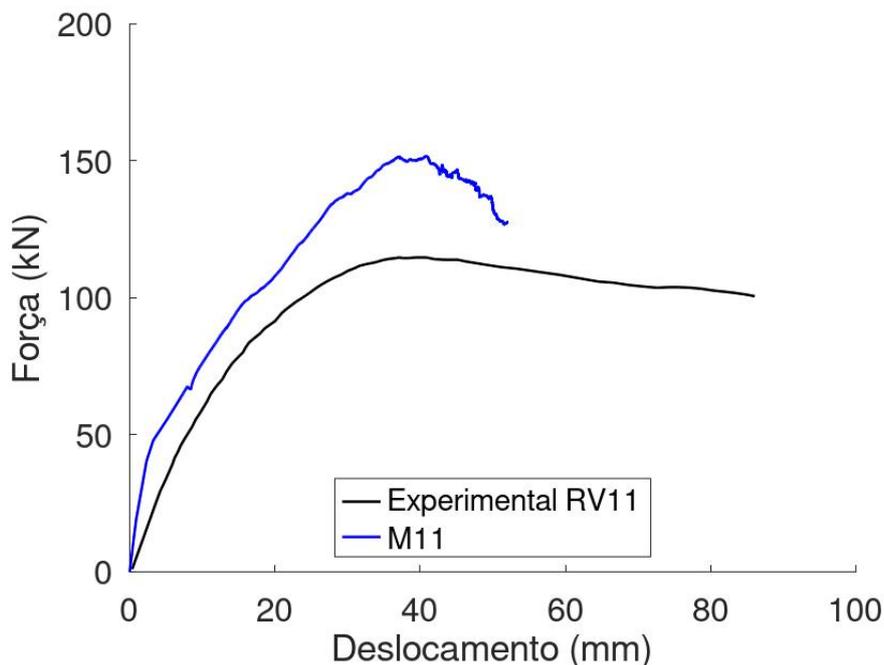
Fonte: autor.

Como visto na Subseção 2.3.6, Johansson (2001) descreveu um esquema de propagação de fissuração para os três ensaios de nós de pórtico submetidos a momento de abertura, pois, segundo o autor, a propagação da fissuração foi semelhante nos ensaios RV9, RV10 e RV11. Esse esquema foi recapitulado na Subseção 5.1.1 para comparação das simulações com o ensaio RV10 e deve ser usado na presente seção para comparar com as simulações representativas aos ensaios RV9 e RV11.

### 5.5.1 Simulação M11 e o ensaio experimental RV11

O ensaio experimental RV11 e a simulação M11 apresentaram força máxima de 115 kN e 151 kN, respectivamente, nos deslocamentos correspondentes a 40 mm e 40,5 mm, respectivamente. Portanto, a simulação M11 apresentou força máxima 31% maior e 0,5 mm depois em relação ao ensaio experimental. A simulação foi abortada por falta de convergência no deslocamento de 52 mm. A Figura 83 ilustra a curva força x deslocamento obtido na simulação M11 e no ensaio experimental RV11.

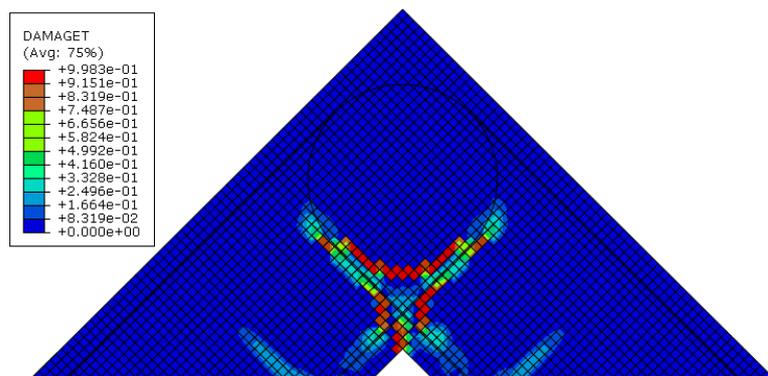
Figura 83 – Curvas força x deslocamento da simulação M11.



Fonte: autor.

A simulação M11 apresentou resistência média 23% maior que a obtida pelo ensaio experimental. O desenvolvimento de linhas de dano na simulação M11 é muito semelhante ao que ocorreu na simulação M2. Começou no canto interno do nó até a intersecção das barras longitudinais e se propagou ao longo das armaduras. A Figura 84 ilustra o padrão de dano à tração nesta etapa do carregamento, que corresponde à força de 63 kN (42% da carga máxima) e deslocamento de 7 mm.

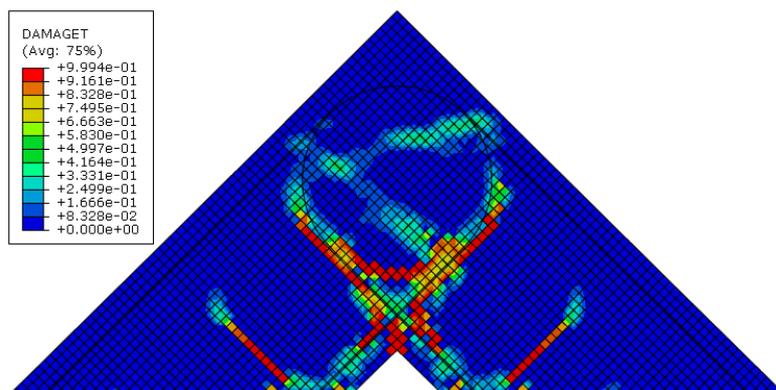
Figura 84 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força de 63 kN.



Fonte: autor.

A propagação de novas linhas de dano se estabilizou, enquanto que nas regiões das linhas existentes ocorreu um aumento das deformações plásticas. Iniciou-se a fissuração no centro do nó quando a força atingiu 102 kN (68% da carga máxima) correspondente ao deslocamento de 18 mm, como mostra a Figura 85.

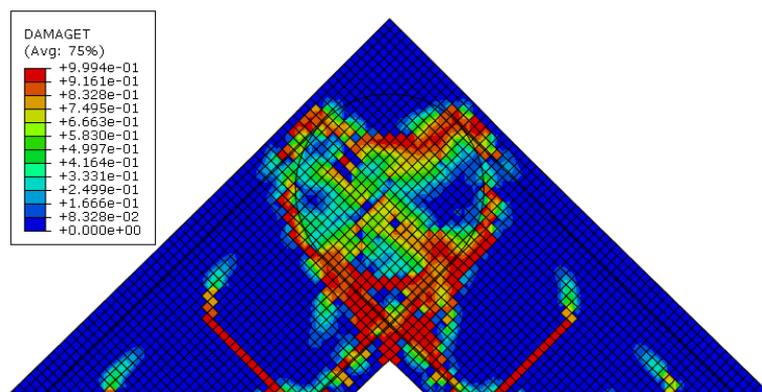
Figura 85 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força de 102 kN.



Fonte: autor.

A fissura iniciada na parte superior direita do nó se propaga até alcançar a armadura do outro lado, momento em que ocorre a força máxima, como mostra a Figura 86.

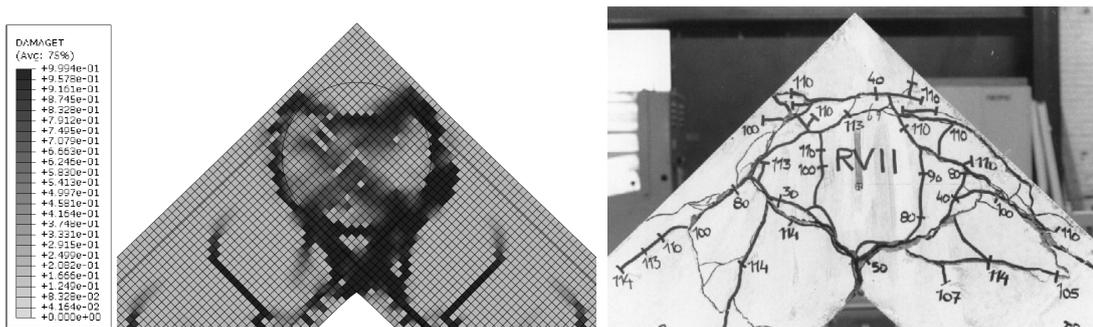
Figura 86 – Mapa de dano à tração da simulação M11 correspondentes à força máxima.



Fonte: autor.

Após a carga máxima, o dano e as deformações plásticas se concentraram ao longo da armadura longitudinal. A Figura 87 apresenta a comparação entre a fissuração do ensaio experimental RV11 e o padrão de dano da simulação M11 no deslocamento máximo.

Figura 87 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M11 com a fissuração do ensaio experimental RV11.



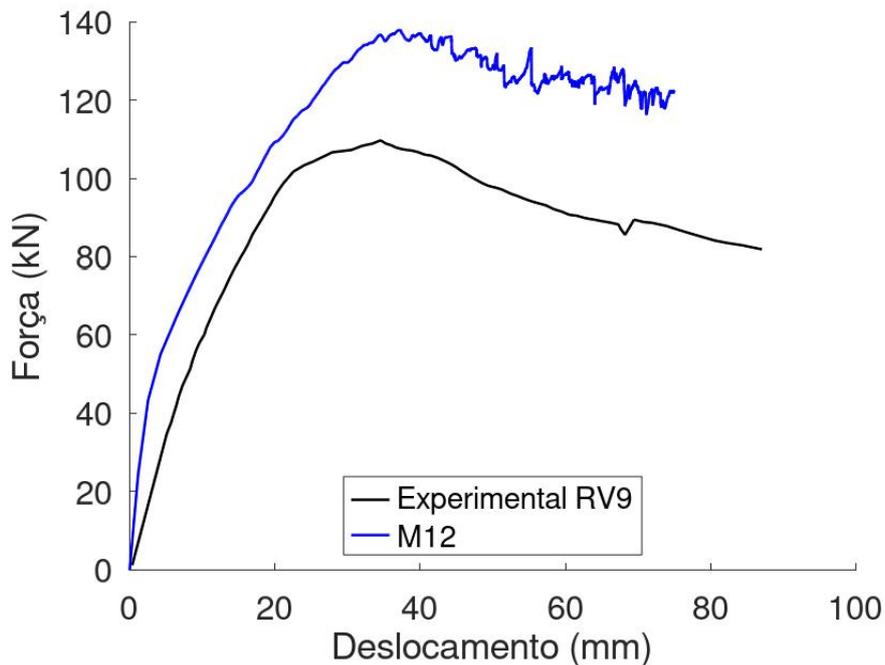
Fonte: autor.

As diferenças entre a comparação da simulação M11 como a fissuração do ensaio RV11 é a mesma que ocorre entre a simulação M2 e o ensaio RV10, com exceção da aparição de dano na região interna do nó que ocorreu apenas na simulação M11 devido a suportar um maior carregamento.

### 5.5.2 Simulação M12 e o ensaio experimental RV9

O ensaio experimental RV9 e a simulação M12 apresentaram força máxima de 110 kN e 138 kN, respectivamente, nos deslocamentos correspondente a 34,5 mm e 37 mm, respectivamente. Portanto, a simulação M12 apresentou força máxima 25% maior e 2,5 mm depois em relação ao ensaio experimental. A simulação apresentou boa convergência e foi interrompida de forma manual no deslocamento de 65 mm. A Figura 88 ilustra a curva força x deslocamento obtido na simulação M12 e no ensaio experimental RV9.

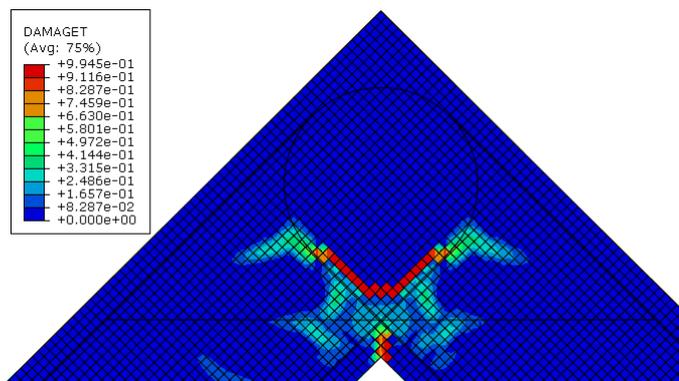
Figura 88 – Curvas força x deslocamento da simulação M12.



Fonte: autor.

A simulação M12 apresentou resistência média 27% maior que a obtida pelo ensaio experimental. O início do desenvolvimento de linhas de dano na simulação M12 ocorreu na parte interna do canto até a intersecção das barras longitudinais. Na sequência do carregamento, surgiu linhas de dano ao longo da armadura longitudinal na parte interna do nó e essas fissuras se desviaram para os elementos adjacente. A Figura 89 ilustra o padrão de dano à tração nesta etapa do carregamento, que corresponde à força de 71 kN (51% da carga máxima) e deslocamento de 8 mm.

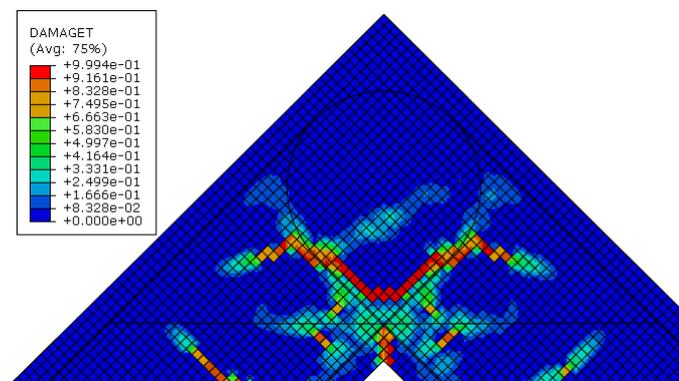
Figura 89 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força de 71 kN.



Fonte: autor.

A propagação de novas linhas de dano se estabilizou, enquanto que nas regiões das linhas existentes ocorreu um aumento das deformações plásticas. Iniciou-se a fissuração no centro do nó quando a força atingiu 97 kN (70% da carga máxima) correspondente ao deslocamento de 16 mm, como mostra a Figura 90.

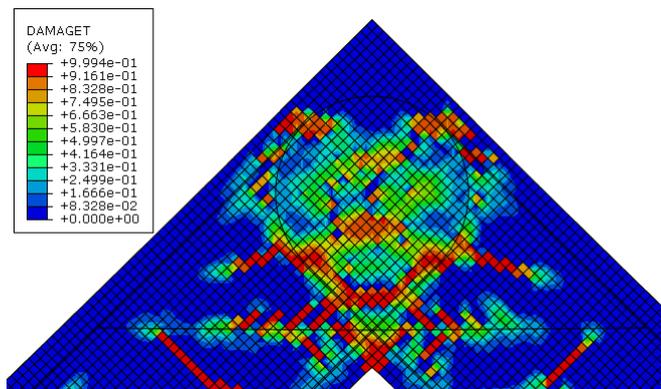
Figura 90 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força de 97 kN.



Fonte: autor.

A propagação de dano na região interna do nó se intensificou, e novas linhas surgiram na barra diagonal e no início da curvatura das barras longitudinais até o momento que atinge a carga máxima, como mostra a Figura 91.

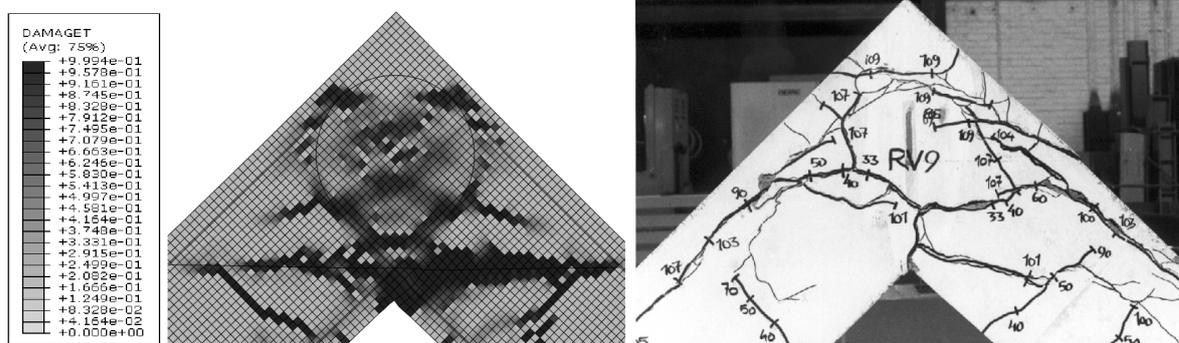
Figura 91 – Mapas de dano à tração da simulação M12 correspondentes à força máxima.



Fonte: autor.

Após a carga máxima, o dano e as deformações plásticas se concentraram ao longo da barra diagonal em direção à armadura de compressão. A Figura 92 apresenta a comparação entre a fissuração o ensaio experimental RV9 e o padrão de dano da simulação M12 no deslocamento máximo.

Figura 92 – Comparação entre o padrão de dano à tração da simulação M12 com a fissuração do ensaio experimental RV9.



Fonte: autor.

O desenvolvimento das linhas de dano à tração na simulação numérica foi muito semelhante ao desenvolvimento de fissuras no ensaio experimental na parte inicial do carregamento, visto que ambas começaram no canto inferior do nó, se desenvolveram ao longo da armadura longitudinal e desviaram na direção dos elementos adjacentes. Entretanto, na continuidade do carregamento, a simulação M12 apresentou dano na região interna do nó e grandes deformações plásticas ao longo da barra diagonal, o que não ocorreu no ensaio experimental.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção são apresentadas algumas conclusões obtidas através da análise dos resultados e um direcionamento para trabalhos futuros.

### 6.1 CONCLUSÃO

O presente trabalho destinou-se ao estudo dos nós de pórtico e da modelagem numérica através do método dos elementos finitos aplicando o modelo CDP, resultando em simulações para cálculo de resistência e análise de desenvolvimento de fissuras em nós de pórtico externos de cobertura submetidos a momento de abertura.

Constatou-se que devido às dificuldades de convergência numérica, é de grande importância obter variáveis de dano de metodologias específicas para esse fim. Dessa forma foi aplicada a metodologia descrita por Alfarah et al. (2017) que calcula as deformações do material com base na resistência característica do concreto e incorpora uma estratégia para evitar a sensibilidade da malha. Analisando a aplicação do modelo para diferentes malhas de elementos finitos, se conclui que essa metodologia de obtenção das variáveis do dano é adequada ao fim proposto, porém, existe um limite em que o tamanho da malha começa a influenciar o modelo devido a região onde as linhas de dano ocorrem, como destacado na comparação da simulação M7 com as simulações M2 e M10, ou seja, a metodologia de Alfarah et al. (2017) para evitar a sensibilidade da malha perde sua capacidade ao utilizar malhas mais grossas.

A regularização viscoplástica foi analisada em simulações de tração uniaxial e em simulações representativas ao ensaio RV10. Pode-se concluir que um adequado valor de  $\mu$  é de fundamental importância para a convergência da simulação e para proporcionar resultados condizentes com o comportamento do concreto. Valores muito grandes para o parâmetro de viscosidade, como  $\mu = 0,001$ , proporcionam um acúmulo de dano muito lento que não condiz com a realidade de um material frágil. O valor de  $\mu$  que proporcionou a melhor convergência foi 0,00005, sendo aplicado com eficiência nas simulações relativas aos ensaios RV9, RV10 e RV11. Quanto ao ângulo de dilatação do material, ao analisar as curvas força x deslocamento das simulações, é notável que trata-se de um parâmetro com pouca influência em modelos de duas dimensões, mas fica evidente que valores mais altos de  $\psi$  proporcionam um aumento na resistência do material. Como o modelo apresentou resultados superiores em relação ao ensaio experimental, o ângulo de dilatação que proporcionou resultados mais próximos foi  $\psi = 10^\circ$ .

A representação da fissuração dos ensaios experimentais através das linhas de dano à tração dos modelos numéricos proporcionou bons resultados, visto que, além de apre-

sentar boa consistência relativa ao local das fissuras, o modelo apresentou relação muito similar com as etapas de carregamento em que elas ocorrem. Entretanto, as simulações não representaram de forma satisfatória as fissuras que ocorrem em regiões de elevada força de compressão. Quanto ao tamanho de elementos finitos aplicado à análise da fissuração, a malha de 2 cm se mostrou muito grosseira, porém proporcionou uma ótima convergência. As simulações com malhas de 1 cm e 0,5 cm apresentaram fissuração nas mesmas regiões, entretanto, ao utilizar malha de 0,5 cm se obtém um padrão de fissuração com uma estética mais semelhante às fissuras que ocorrem no concreto a um custo de processamento computacional muito maior. Portanto, a malha mais adequada aos modelos propostos é de 1 cm.

O deslocamento em que ocorre a força máxima das simulações M2, M11 e M12 variou, respectivamente, 2%, 1%, e 7%, em relação ao deslocamento em que ocorre a força máxima dos corpos de prova RV10, RV11 e RV9, respectivamente. Portanto, o modelo apresentou resultados muito semelhantes ao ensaio experimental em relação ao deslocamento em que ocorre a força máxima. Entretanto, as simulações M2, M11 e M12 apresentaram, respectivamente, em relação aos ensaios experimentais alvos, força máxima 30%, 25%, e 31% maior e rigidez 20%, 27% e 23% maior, evidenciando uma limitação na representação numérica. Para contornar essa limitação, seria necessário ajustar o modelo de forma a considerar a falta de confinamento do concreto nas laterais do corpo de prova, ajustar o modelo constitutivo do aço de forma a considerar a perda de resistência após o escoamento e ajustar a forma que o aço é embutido no concreto para simular com maior precisão a perda de ancoragem.

## 6.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Considerando as conclusões e os resultados obtidas, existe uma grande quantidade de análises que devem ser realizadas com relação aos nós de pórtico e a modelagem numérica de estruturas de concreto armado utilizando o modelo CDP. Dessa forma, segue algumas indicações de continuidade do estudo realizado no presente trabalho:

- Aplicar o modelo proposto para outros ensaios experimentais de nós de pórtico, inclusive os submetidos a momento de fechamento.
- Visto que o modelo proposto apresentou resultados mais altos para a resistência do que o resultado experimental, o modelo está aberto para o desenvolvimento de melhorias.
- Aplicar o estudo realizado sobre os parâmetros do modelo CDP em modelos numéricos com três dimensões.

## REFERÊNCIAS

- ABDELWAHED, B. A review on reinforced concrete beam column joint: Codes, experimental studies, and modeling. **Journal of Engineering Research**, v. 8, n. 4, p. 63–79, 2020.
- AHMED, S. M.; GUNASEKARAN, U. Performance of an interior beam-column joint with and without a slab under cyclic load. In: TRANS TECH PUBL. **Advanced Materials Research**. [S.l.], 2013. v. 680, p. 211–216.
- ALFARAH, B.; LÓPEZ-ALMANSA, F.; OLLER, S. New methodology for calculating damage variables evolution in plastic damage model for rc structures. **Engineering structures**, Elsevier, v. 132, p. 70–86, 2017.
- ALVA, G. M. S. Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas. **São Carlos. 218p. Tese (Doutorado)–Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo**, 2004.
- ASHTIANI, M. S.; DHAKAL, R. P.; SCOTT, A. N. Seismic performance of high-strength self-compacting concrete in reinforced concrete beam-column joints. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 140, n. 5, p. 04014002, 2014.
- BAKIR, P.; BODUROĞLU, H. A new design equation for predicting the joint shear strength of monotonically loaded exterior beam-column joints. **Engineering structures**, Elsevier, v. 24, n. 8, p. 1105–1117, 2002.
- BALAGURU, P. N.; SHAH, S. P. **Fiber-reinforced cement composites**. [S.l.: s.n.], 1992.
- BARBOSA, L. A. G. Nos de porticos de concreto de alta resistencia. [sn], 1997.
- CEB-FIP, C. Model code 2010. **Comité euro-international du beton**, v. 594, 2010.
- DEMIR, A. et al. Effect of viscosity parameter on the numerical simulation of reinforced concrete deep beam behavior. **The Online Journal of Science and Technology**, v. 8, n. 3, p. 50–56, 2018.
- DURRANI, A. J.; ZERBE, H. E. Seismic resistance of r/c exterior connections with floor slab. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 113, n. 8, p. 1850–1864, 1987.
- EHSANI, M. R.; ALAMEDDINE, F. Design recommendations for type 2 high-strength reinforced concrete connections. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 3, p. 277–291, 1991.
- FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. [S.l.]: Pini, 1995.
- GREEN, S.; SWANSON, S. **Static constitutive relations for concrete**. [S.l.], 1973.
- HAACH, V. G. et al. Influence of high column axial loads in exterior r/c beam-column joints. **KSCCE Journal of Civil Engineering**, Springer, v. 18, n. 2, p. 558–565, 2014.

HANY, N. F.; HANTOUCHE, E. G.; HARAJLI, M. H. Finite element modeling of frp-confined concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 125, p. 1–14, 2016.

HEGGER, J.; SHERIF, A.; ROESER, W. Nonseismic design of beam-column joints. **Structural Journal**, v. 100, n. 5, p. 654–664, 2003.

HWANG, S.-J.; LEE, H.-J. Analytical model for predicting shear strengths of exterior reinforced concrete beam-column joints for seismic resistance. **ACI Structural Journal**, AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, v. 96, p. 846–857, 1999.

JANKOWIAK, T.; LODYGOWSKI, T. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. **Foundations of civil and environmental engineering**, Publishing House of Poznań University of Technology, v. 6, n. 1, p. 53–69, 2005.

JIRSA, J. O.; MARQUES, J. A study of hooked bar anchorages in beam-column joints. In: **ACI Journal, Proceedings**. [S.l.: s.n.], 1975. v. 72, n. 5, p. 210–217.

JOHANSSON, M. **New reinforcement detailing in concrete frame corners of civil defence shelters: Non-linear finite element analyses and experiments**. [S.l.]: Chalmers University of Technology, 1996.

\_\_\_\_\_. Reinforcement detailing in concrete frame corners. **Structural Journal**, v. 98, n. 1, p. 105–115, 2001.

JUN, W. et al. Performance comparison of beam-column joints with different concretes. In: EDP SCIENCES. **E3S Web of Conferences**. [S.l.], 2021. v. 283, p. 01007.

KARAYANNIS, C. G. Mechanics of external rc beam-column joints with rectangular spiral shear reinforcement: experimental verification. **Meccanica**, Springer, v. 50, n. 2, p. 311–322, 2015.

KAZUHIRO, K.; SHUNSUKE, O.; HIROYUKI, A. Development of design criteria for rc interior beam-column joints. **Special Publication**, v. 123, p. 97–124, 1991.

KIM, J.; LAFAVE, J. M.; SONG, J. Joint shear behaviour of reinforced concrete beam-column connections. **Magazine of concrete research**, Thomas Telford Ltd, v. 61, n. 2, p. 119–132, 2009.

KMIECIK, P.; KAMIŃSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of civil and mechanical engineering**, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 623–636, 2011.

KUPFER, H. Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger kurzzeitbeanspruchung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsialen Beanspruchung. **DAfStb H**, Ernst & Sohn Berlin, v. 229, 1973.

KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. Behavior of concrete under biaxial stresses. In: **Journal proceedings**. [S.l.: s.n.], 1969. v. 66, n. 8, p. 656–666.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of engineering mechanics**, American Society of Civil Engineers, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LIRA, I. d. S. et al. Análise não linear de bielas isoladas de concreto em forma de garrafa deterioradas por reações internas de expansão. Universidade Católica de Pernambuco, 2020.

LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of solids and structures**, Elsevier, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MALM, R. **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses**. 2006. Tese (Doutorado) — KTH, 2006.

MARQUES, E. A. d. F.; ARAÚJO, T. D. P. d. Modelagem numérica do comportamento de pilares de concreto armado reforçados com prfc usando o modelo constitutivo concrete damaged plasticity. Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia (RIPE)-[https://periodicos ...](https://periodicos...), 2016.

MICHAŁ, S.; ANDRZEJ, W. Calibration of the cdp model parameters in abaqus. In: **The 2015 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM15)**. [S.l.: s.n.], 2015.

MONDAL, A.; GHOSH, S.; REDDY, G. Performance-based evaluation of the response reduction factor for ductile rc frames. **Engineering Structures**, v. 56, p. 1808–1819, 2013. ISSN 0141-0296. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613003623>.

MUHSEN, B. A.; UMEMURA, H. New model for estimation of shear strength of reinforced concrete interior beam-column joints. **Procedia Engineering**, Elsevier, v. 14, p. 2151–2159, 2011.

MURTY, D. et al. Adequacy of development lengths of beam bars in end column–beam junctions. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INNOVATIVE WORLD OF CONCRETE, Calcutta B**. [S.l.: s.n.], 1998. v. 199, p. 4–99.

NILSSON, I. H.; LOSBERG, A. Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment. **Journal of the Structural Division**, American Society of Civil Engineers, v. 102, n. 6, p. 1229–1254, 1976.

ORTIZ, I. Strut-and-tie modelling of reinforced concrete. **Short beams and beam-column joints**, 1993.

PARK, R.; PAULAY, T. **Beam-Column Joints**. [S.l.]: Reinforced concrete structures, 1975.

PARK, S.; MOSALAM, K. M. Parameters for shear strength prediction of exterior beam–column joints without transverse reinforcement. **Engineering structures**, Elsevier, v. 36, p. 198–209, 2012.

PARKER, D. E.; BULLMAN, P. Shear strength within reinforced concrete beam-column joints. **Structural engineer**, v. 75, n. 4, 1997.

PAULAY, T.; PRIESTLEY, M. N. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings. Wiley New York, 1992.

PAULTRE, P. et al. Seismic response of reinforced concrete frame subassemblages—a canadian code perspective. **Canadian Journal of Civil Engineering**, NRC Research Press Ottawa, Canada, v. 16, n. 5, p. 627–649, 1989.

POPOV, E. P. Bond and anchorage of reinforcing bars under cyclic loading. In: **Journal Proceedings**. [S.l.: s.n.], 1984. v. 81, n. 4, p. 340–349.

REN, W. et al. Numerical simulation of prestressed precast concrete bridge deck panels using damage plasticity model. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, Springer, v. 9, p. 45–54, 2015.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. **Konstruieren im Stahlbetonbau, Beton-Kalender**. [S.l.]: Teil II, Ernst and Sohn Berlin, 1989.

SCOTT, R.; HAMIL, S.; BAGLIN, P. Behavior of high-strength concrete. **Special Publication**, v. 186, p. 699–714, 1999.

SCOTT, R. H. Intrinsic mechanisms in reinforced concrete beam-column connection behavior. **Structural Journal**, v. 93, n. 3, p. 336–346, 1996.

SEOW, P. E. C.; SWADDIWUDHIPONG, S. Failure surface for concrete under multiaxial load—a unified approach. **Journal of materials in civil engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 17, n. 2, p. 219–228, 2005.

SHEN, X. et al. Experimental and numerical study on reinforced concrete beam-column joints with diagonal bars: Effects of bonding condition and diameter. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2022. v. 37, p. 905–918.

SILVA, R. C. da; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. [S.l.]: EESC-USP, 2000.

SOROUSHIAN, P. et al. Pullout behavior of hooked bars in exterior beam-column connections. **Structural Journal**, v. 85, n. 3, p. 269–276, 1988.

SÜMER, Y.; AKTAŞ, M. Defining parameters for concrete damage plasticity model. **Challenge Journal of Structural Mechanics**, v. 1, n. 3, p. 149–155, 2015.

SURANA, M.; SINGH, Y.; LANG, D. H. Effect of strong-column weak-beam design provision on the seismic fragility of rc frame buildings. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, Springer, v. 10, n. 2, p. 131–141, 2018.

SZCZECINA, M.; WINNICKI, A. Rational choice of reinforcement of reinforced concrete frame corners subjected to opening bending moment. **Materials**, MDPI, v. 14, n. 12, p. 3438, 2021.

TASLIGEDIK, A. S. Shear capacity nm interaction envelope for rc beam-column joints with transverse reinforcement: A concept derived from strength hierarchy. **Journal of Earthquake Engineering**, Taylor & Francis, v. 26, n. 5, p. 2194–2224, 2022.

TRAN, M. T. Influence factors for the shear strength of exterior and interior reinforced concrete beam-column joints. **Procedia engineering**, Elsevier, v. 142, p. 63–70, 2016.

TRAN, T. M.; HADI, M. N. Shear strength model of reinforced-concrete exterior joint under cyclic loading. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, Thomas Telford Ltd, v. 170, n. 8, p. 603–617, 2017.

VAF AEI, M.; BANIAHMADI, M.; ALIH, S. C. The relative importance of strong column-weak beam design concept in the single-story rc frames. **Engineering Structures**, v. 185, p. 159–170, 2019. ISSN 0141-0296.

VERMEER, P. A.; BORST, R. D. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. **HERON**, 29 (3), 1984, Delft University of Technology, 1984.

VOLLUM, R.; NEWMAN, J. Strut and tie models for analysis/design of external beam—column joints. **Magazine of concrete research**, Thomas Telford Ltd, v. 51, n. 6, p. 415–425, 1999.

VOLLUM, R.; PARKER, D. External beam—column joints: design to eurocode 2. **Magazine of concrete research**, Thomas Telford Ltd, v. 60, n. 7, p. 511–521, 2008.

WOLIŃSKI, S. Własności betonu rozciąganego i ich zastosowania w nieliniowej mechanice pęknięcia (properties of concrete under tension and their use in non-linear fracture mechanics). **Rzeszów University of Technology, Rzeszów**, 1991.

## APÊNDICE A – VARIÁVEIS UTILIZADAS NO MODELO CDP

### A.1 – GENERALIDADES

Nesta seção, é apresentado as variáveis que definem o comportamento a compressão e a tração do concreto e as variáveis de dano. Essas variáveis são calculadas através das formulações apresentadas no Capítulo 4. O valor de  $f_{ck}$  utilizado é de 24,2 MPa para todas as malhas.

### A.2 – MALHA DE 0,5 CM.

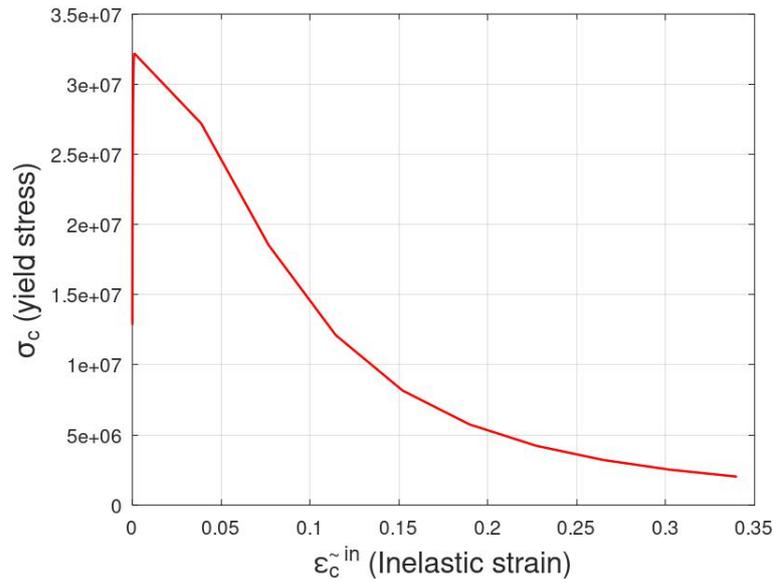
Valor calculado de b: 0,9909.

Tabela 11 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.

Yield stress	Inelastic strain
12850000	0
17130000	3.984E-05
20830000	9.972E-05
23960000	0.0001798
26560000	0.0002793
28640000	0.0003973
30220000	0.0005332
31330000	0.0006862
31990000	0.0008556
32200000	0.001041
27190000	0.03875
18540000	0.0766
12110000	0.1144
8156000	0.152
5744000	0.1897
4218000	0.2272
3211000	0.2648
2517000	0.3024
2022000	0.3399

Fonte: autor.

Figura 93 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.



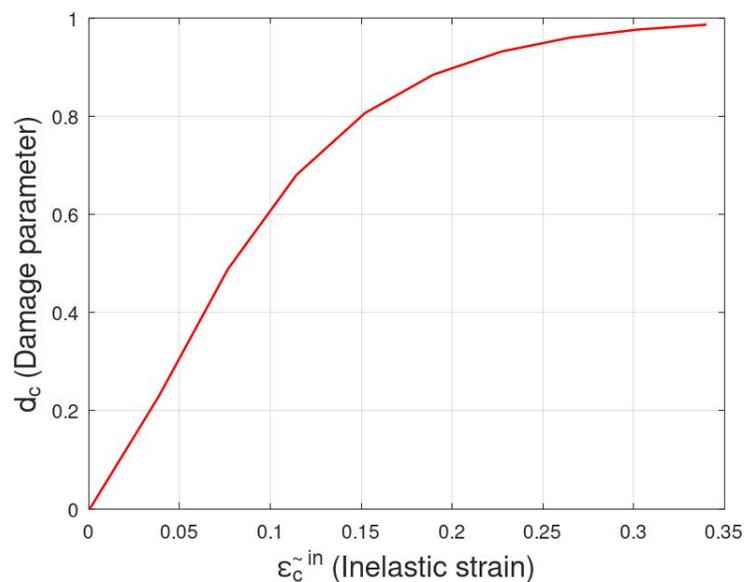
Fonte: autor.

Tabela 12 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.

Damage parameter	Inelastic strain
0	0
0.0001158	3.984E-05
0.0002906	9.972E-05
0.0005261	0.0001798
0.000821	0.0002793
0.001175	0.0003973
0.001586	0.0005332
0.002056	0.0006862
0.002584	0.0008556
0.003171	0.001041
0.2308	0.03875
0.4886	0.0766
0.6805	0.1144
0.8064	0.152
0.8845	0.1897
0.9317	0.2272
0.9598	0.2648
0.9764	0.3024

Fonte: autor.

Figura 94 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.



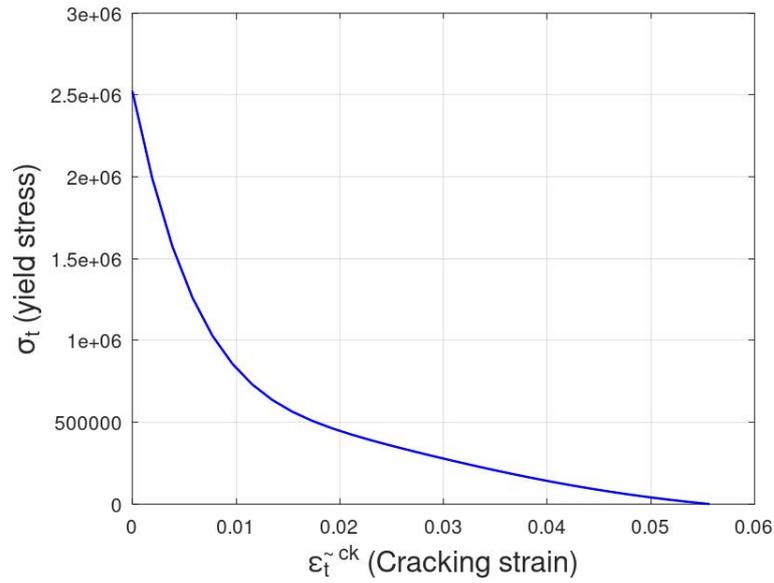
Fonte: autor.

Tabela 13 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.

Damage parameter	Inelastic strain
2523000	0
1987000	0.001935
1574000	0.003866
1262000	0.005793
1029000	0.007717
857800	0.009639
731100	0.01156
636900	0.01348
565400	0.0154
509300	0.01731
463500	0.01923
424300	0.02115
389200	0.02307
356600	0.02498
325700	0.0269
295900	0.02882
267100	0.03073
239100	0.03265
212000	0.03457
186100	0.03648
161300	0.0384
137800	0.04032
115700	0.04223
94980	0.04415
75710	0.04607
57880	0.04798
41450	0.0499
26370	0.05182
12580	0.05373

Fonte: autor.

Figura 95 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.



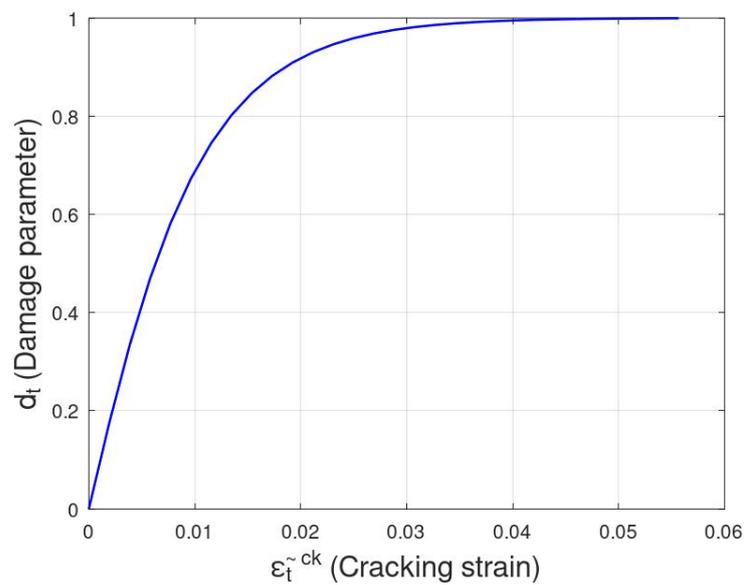
Fonte: autor.

Tabela 14 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.

Damage parameter	Inelastic strain
0	0
0.1755	0.001935
0.3343	0.003866
0.47	0.005793
0.5822	0.007717
0.673	0.009639
0.7454	0.01156
0.8025	0.01348
0.8472	0.0154
0.8821	0.01731
0.9092	0.01923
0.9301	0.02115
0.9463	0.02307
0.9587	0.02498
0.9683	0.0269
0.9757	0.02882
0.9813	0.03073
0.9857	0.03265
0.989	0.03457
0.9916	0.03648
0.9935	0.0384
0.995	0.04032
0.9962	0.04223
0.9971	0.04415
0.9978	0.04607
0.9983	0.04798
0.9987	0.0499
0.999	0.05182
0.9992	0.05373
0.9994	0.05565

Fonte: autor.

Figura 96 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 0,5 cm.



Fonte: autor.

### A.3 – MALHA DE 1 CM.

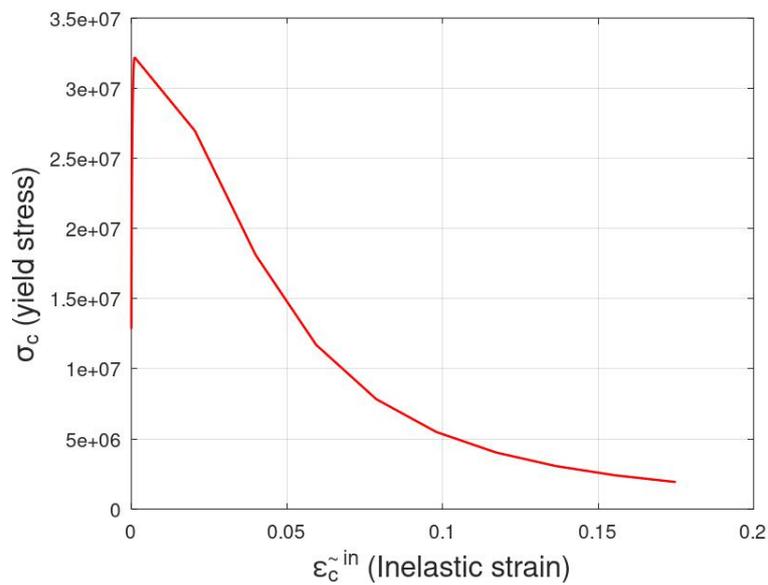
Valor calculado de b: 0,9813.

Tabela 15 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm.

Yield stress	Inelastic strain
12850000	0
17130000	3.984E-05
20830000	9.972E-05
23960000	0.0001798
26560000	0.0002793
28640000	0.0003973
30220000	0.0005332
31330000	0.0006862
31990000	0.0008556
32200000	0.001041
26960000	0.02043
18110000	0.03995
11710000	0.05938
7830000	0.07872
5492000	0.098
4023000	0.1173
3057000	0.1365
2394000	0.1557
1921000	0.1749

Fonte: autor.

Figura 97 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm.



Fonte: autor.

Tabela 16 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm.

Damage Parameter	Inelastic strain
0	0
0.000232	3.984E-05
0.000584	9.972E-05
0.001061	0.0001798
0.001664	0.0002793
0.002393	0.0003973
0.003252	0.0005332
0.004243	0.0006862
0.005369	0.0008556
0.006635	0.001041
0.2461	0.02043
0.5083	0.03995
0.6983	0.05938
0.8201	0.07872
0.8943	0.098
0.9384	0.1173
0.9642	0.1365
0.9793	0.1557
0.988	0.1749

Fonte: autor.

Figura 98 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 1 cm.

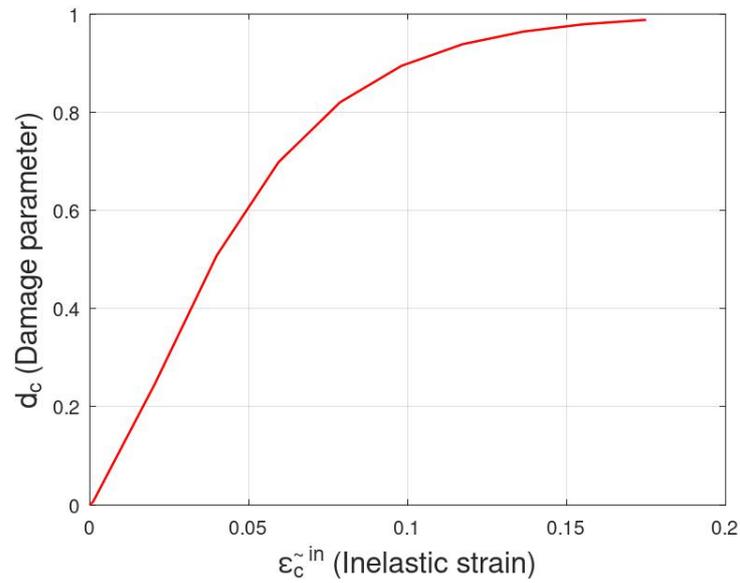


Tabela 17 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 1 cm.

Yield Stress	Cracking Strain
2523000	0
1987000	0.0009772
1574000	0.00195
1262000	0.002919
1029000	0.003885
857800	0.00485
731100	0.005812
636900	0.006773
565400	0.007734
509300	0.008694
463500	0.009653
424300	0.01061
389200	0.01157
356600	0.01253
325700	0.01349
295900	0.01445
267100	0.01541
239100	0.01637
212000	0.01733
186100	0.01828
161300	0.01924
137800	0.0202
115700	0.02116
94980	0.02212
75710	0.02308
57880	0.02404
41450	0.025
26370	0.02595
12580	0.02691

Fonte: autor.

Figura 99 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 1 cm.

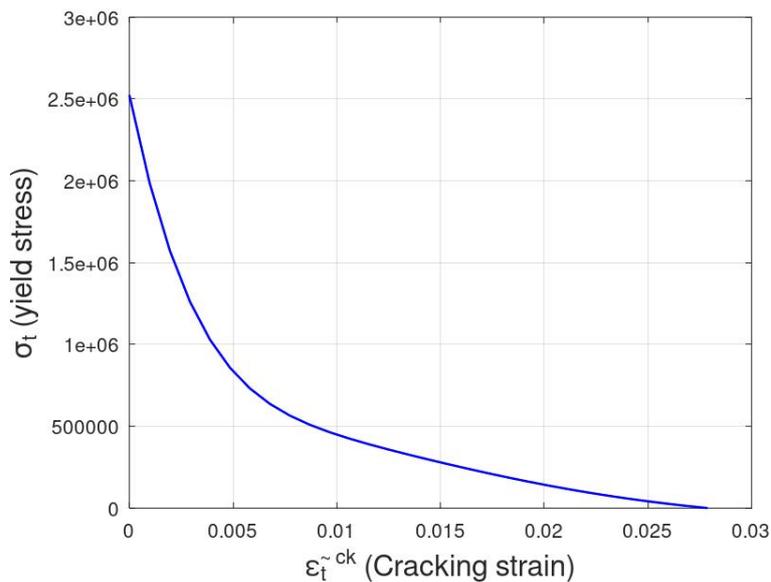
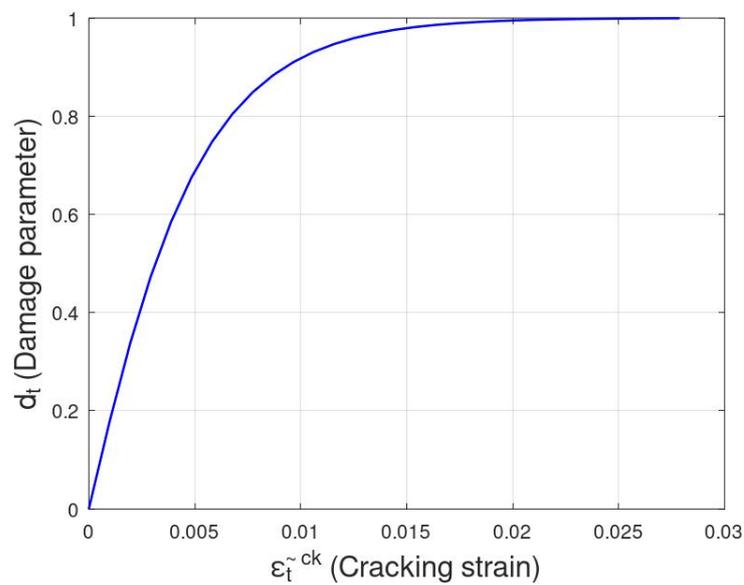


Tabela 18 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 1 cm.

Damage Parameter	Cracking Strain
0	0
0.1772	0.0009772
0.3369	0.00195
0.4729	0.002919
0.585	0.003885
0.6755	0.00485
0.7475	0.005812
0.8043	0.006773
0.8487	0.007734
0.8833	0.008694
0.9101	0.009653
0.9308	0.01061
0.9468	0.01157
0.9592	0.01253
0.9686	0.01349
0.9759	0.01445
0.9815	0.01541
0.9858	0.01637
0.9891	0.01733
0.9917	0.01828
0.9936	0.01924
0.9951	0.0202
0.9963	0.02116
0.9971	0.02212
0.9978	0.02308
0.9983	0.02404
0.9987	0.025
0.999	0.02595
0.9992	0.02691
0.9994	0.02787

Fonte: autor.

Figura 100 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 1 cm.



Fonte: autor.

#### A.4 – MALHA DE 2 CM.

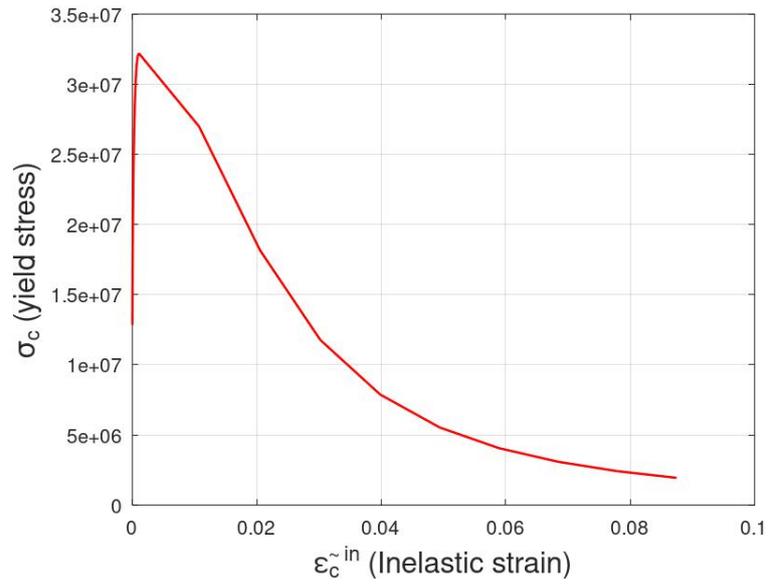
Valor calculado de b: 0,962.

Tabela 19 – Comportamento à compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm.

Yield stress	Inelastic strain
12850000	0
17130000	3.984E-05
20830000	9.972E-05
23960000	0.0001798
26560000	0.0002793
28640000	0.0003973
30220000	0.0005332
31330000	0.0006862
31990000	0.0008556
32200000	0.001041
26990000	0.01071
18170000	0.0205
11760000	0.03021
7875000	0.03983
5527000	0.04939
4051000	0.05892
3079000	0.06843
2411000	0.07794
1935000	0.08743

Fonte: autor.

Figura 101 – Curva tensão x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm.



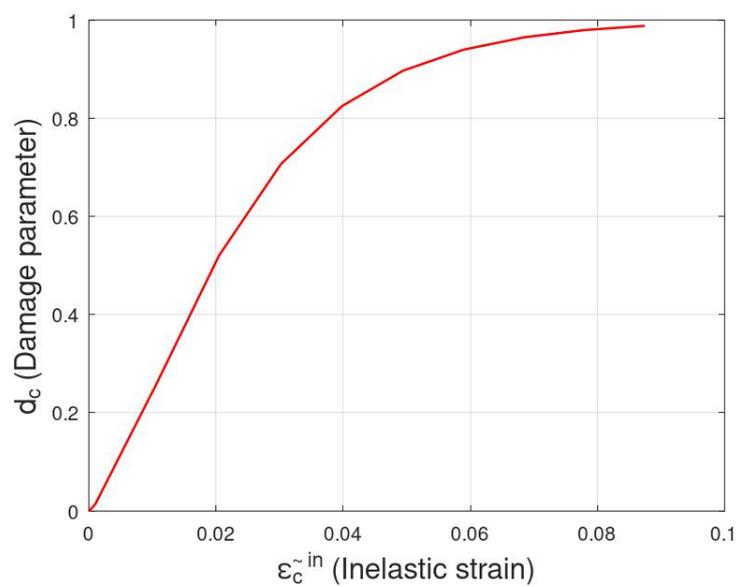
Fonte: autor.

Tabela 20 – Dano à compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm.

Damage Parameter	Inelastic strain
0	0
0.0004658	3.984E-05
0.001179	9.972E-05
0.002159	0.0001798
0.003415	0.0002793
0.00496	0.0003973
0.006813	0.0005332
0.008989	0.0006862
0.01151	0.0008556
0.01439	0.001041
0.2603	0.01071
0.5205	0.0205
0.7064	0.03021
0.8246	0.03983
0.8965	0.04939
0.9394	0.05892
0.9646	0.06843
0.9794	0.07794

Fonte: autor.

Figura 102 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de compressão do concreto para elementos finitos de 2 cm.



Fonte: autor.

Tabela 21 – Comportamento à tração do concreto para elementos finitos de 2 cm.

Yield stress	Cracking strain
2523000	0
1987000	0.0004983
1574000	0.0009921
1262000	0.001482
1029000	0.00197
857800	0.002455
731100	0.002938
636900	0.003421
565400	0.003902
509300	0.004383
463500	0.004864
424300	0.005344
389200	0.005824
356600	0.006304
325700	0.006785
295900	0.007265
267100	0.007745
239100	0.008225
212000	0.008704
186100	0.009184
161300	0.009664
137800	0.01014
115700	0.01062
94980	0.0111
75710	0.01158
57880	0.01206
41450	0.01254
26370	0.01302
12580	0.0135

Fonte: autor.

Figura 103 – Curva tensão x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 2 cm.

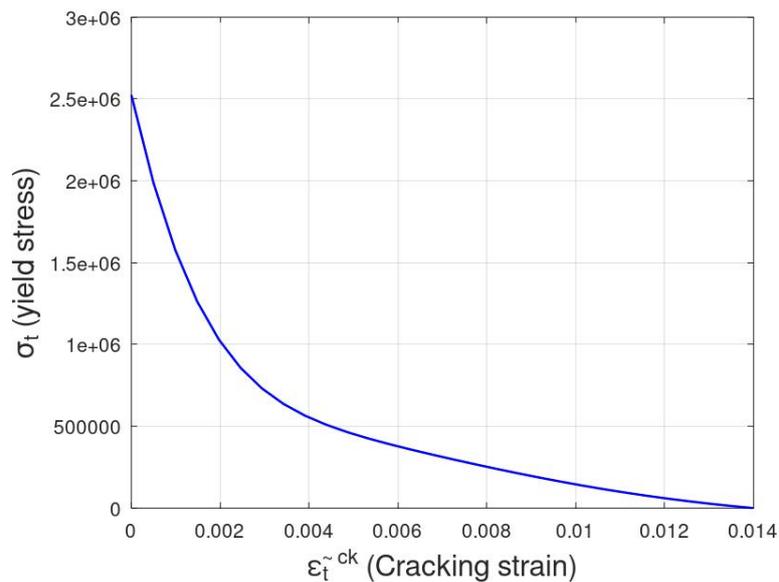
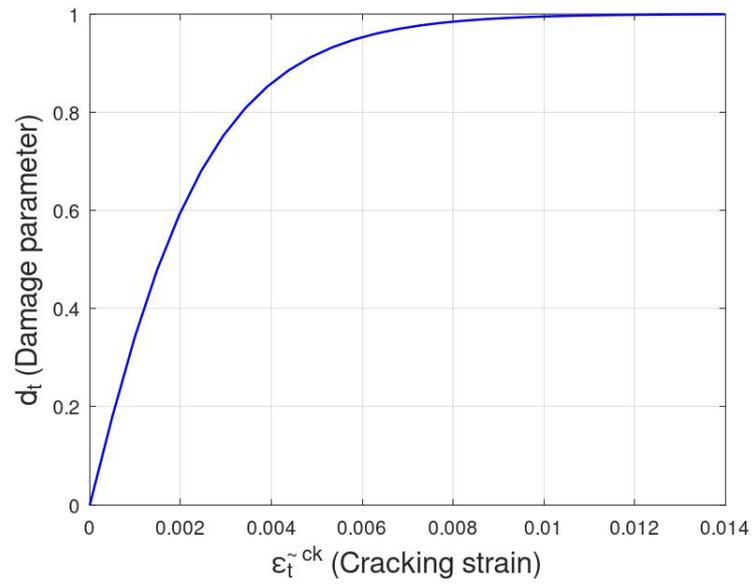


Tabela 22 – Dano à tração do concreto para elementos finitos de 2 cm.

Damage Parameter	Cracking strain
0	0
0.1805	0.0004983
0.3421	0.0009921
0.4787	0.001482
0.5906	0.00197
0.6805	0.002455
0.7518	0.002938
0.8078	0.003421
0.8515	0.003902
0.8855	0.004383
0.9119	0.004864
0.9322	0.005344
0.9479	0.005824
0.96	0.006304
0.9693	0.006785
0.9765	0.007265
0.9819	0.007745
0.9862	0.008225
0.9894	0.008704
0.9919	0.009184
0.9938	0.009664
0.9952	0.01014
0.9963	0.01062
0.9972	0.0111
0.9979	0.01158
0.9984	0.01206
0.9987	0.01254
0.999	0.01302
0.9993	0.0135
0.9994	0.01398

Fonte: autor.

Figura 104 – Curva parâmetro de dano x deformação inelástica de tração do concreto para elementos finitos de 2 cm.



Fonte: autor.