UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE TECNOLOGIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

João Vitor Horszczaruk Centenaro

ESTUDO COMPARATIVO DE UM FLUXO TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS ESTUDO COMPARADO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODO DOS PAINÉIS E MÉTODO *CFD*

> Santa Maria, RS 2024

João Vitor Horszczaruk Centenaro

ESTUDO COMPARATIVO DE UM FLUXO TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS ESTUDO COMPARADO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODO DOS PAINÉIS E MÉTODO *CFD*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharelado em Engenharia Aeroespacial**. Defesa realizada por videoconferência.

Orientador: Prof. Carlos Eduardo Guex Falcão

Santa Maria, RS 2024

João Vitor Horszczaruk Centenaro

ESTUDO COMPARATIVO DE UM FLUXO TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS

ESTUDO COMPARADO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODO DOS PAINÉIS E MÉTODO *CFD*

> Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharelado em Engenharia Aeroespacial**.

Aprovado em 19 de julho de 2024:

Carlos Eduardo Guex Falcão, Dr. (UFSM) (Presidente/Orientador)

Giuliano Demarco, Dr. (UFSM)

Cesar Addis Valverde Salvador, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS 2024

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de dedicar esse trabalho as pessoas que me deram a base necessária para ser a pessoa que sou hoje, dessa forma, meus primeiros agradecimentos serão sempre voltados aos meus pais, Paulo e Sandra. Não obstante, agradeço ao apoio ao restante da minha família, minha irmã Maria e minha namorada Andréia, que me deram suporte e auxílio para execução do projeto e escrita do relatório.

Gostaria de agradecer também aos dois professores que me orientaram na concepção do projeto, o professor João Martos e o professor Carlos Falcão, me guiando no processo. Também, aos meus colegas da área acadêmica da *ESSS*, que disponibilizaram as ferramentas *ANSYS* para as simulações necessárias, e além disso, me agraciaram com sua companhia e orientação durante meu período de estágio.

Por último agradecer a todos os companheiros de aeroespacial, que, junto comigo, passaram anos de amizade e companheirismo. Junto deles, construí amizades que durarão por muitos anos.

RESUMO

ESTUDO COMPARATIVO DE UM FLUXO TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS ESTUDO COMPARADO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO MÉTODO DOS PAINÉIS E MÉTODO *CFD*

AUTOR: João Vitor Horszczaruk Centenaro Orientador: Carlos Eduardo Guex Falcão

A utilização de softwares computacionais de aerodinâmica externa, é uma disciplina fundamental na engenharia aeronáutica, que abrange o estudo das forças e dos movimentos de aeronaves no ar. O objetivo principal do trabalho é comparar valores de coeficiente de arrasto e sustentação obtidos de maneira computacional, com os valores experimentais para um aerofólio do tipo NACA 0012. O projeto foi desenvolvido a partir de simulações, utilizando o método de resolução da dinâmica dos fluidos computacional (*CFD*) e o método dos painéis. Os resultados obtidos mostram que embora ambos os métodos sejam suficientemente precisos, em comparação com o resultado experimental, o método *CFD* mostra-se mais preciso, embora mais custoso.

Palavras-chave: Aerodinâmica externa, Método dos Painéis, CFD

ABSTRACT

COMPARATIVE STUDY OF A TRANSIENT LAMINAR-TURBULENT FLOW USING COMPUTATIONAL METHODS COMPARATIVE STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF A TRANSIENT LAMINAR-TURBULENT FLOW USING PANEL METHOD AND CFD METHOD

AUTHOR: João Vitor Horszczaruk Centenaro ADVISOR: Carlos Eduardo Guex Falcão

The use of computational software for external aerodynamics is a fundamental discipline in aeronautical engineering, encompassing the study of forces and movements of aircraft in the air. The main objective of this work is to compare drag and lift coefficient values obtained computationally with experimental values for a NACA 0012 airfoil. The project was developed using simulations, employing the Computational Fluid Dynamics (CFD) method and the panel method. The results obtained show that although both methods are sufficiently accurate compared to the experimental results, the CFD method proves to be more precise, albeit more costly.

Keywords: External aerodynamics, Panel Method, CFD

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Separação do aerofólio em painéis	18
Figura 2 – Tipos de domínio de fluído, para um aerofólio genérico.	32
Figura 3 – Modelos adaptados.	32
Figura 4 – Modelo final da malha	35
Figura 5 – Inlets, outlets e walls do sistema	37
Figura 6 – Camada limite para $Re = 200 \times 10^3$.	43
Figura 7 – Camada limite para $Re = 2 \times 10^6$.	43

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Referência Experimental.	17
Gráfico 2 – Comparação de coeficientes de sustentação	34
Gráfico 3 – Comparação de coeficientes de arrasto.	34
Gráfico 4 – Valores obtidos com o método dos painéis	40
Gráfico 5 – Valores obtidos com o método <i>CFD</i>	41
Gráfico 6 – Resultados obtidos para $Re = 10 \times 10^3$.	77
Gráfico 7 – Resultados obtidos para $Re = 20 \times 10^3$.	77
Gráfico 8 – Resultados obtidos para $Re = 40 \times 10^3$.	78
Gráfico 9 – Resultados obtidos para $Re = 80 \times 10^3$.	78
Gráfico 10 – Resultados obtidos para $Re = 160 \times 10^3$.	78
Gráfico 11 – Resultados obtidos para $Re = 360 \times 10^3$.	79
Gráfico 12 – Resultados obtidos para $Re = 700 \times 10^3$	79
Gráfico 13 – Resultados obtidos para $Re = 1 \times 10^6$.	79
Gráfico 14 – Resultados obtidos para $Re = 2 \times 10^6$	80
Gráfico 15 – Resultados obtidos para $Re = 5 \times 10^6$	80
Gráfico 16 – Resultados obtidos para $Re = 10 \times 10^6$.	80

LISTA DE TABELAS

TABELA	1 – Características do material de escoamento (Ar)	35
TABELA	2 – Propriedades do escoamento nos contornos de <i>inlet</i>	37
TABELA	3 – Propriedades do escoamento nos contornos de <i>outlet</i>	37
TABELA	4 – Resultados obtidos para pelos diferentes métodos de turbulência CFD	38
TABELA	5 – Independência de malha do domínio tipo C	48
TABELA	6 – Independência de malha para o domínio tipo H	48
TABELA	7 – Independência de malha do domínio tipo O	49
TABELA	8 – Valores experimentais para $Re = 10 \times 10^3$	50
TABELA	9 – Valores experimentais para $Re = 20 \times 10^3$	51
TABELA	10 – Valores experimentais para $Re = 40 \times 10^3$	52
TABELA	11 – Valores experimentais para $Re = 80 \times 10^3$	53
TABELA	12 – Valores experimentais para $Re = 160 \times 10^3$	54
TABELA	13 – Valores experimentais para $Re = 360 \times 10^3$	55
TABELA	14 – Valores experimentais para $Re = 700 \times 10^3$	56
TABELA	15 – Valores experimentais para $Re = 1 \times 10^6$	57
TABELA	16 – Valores experimentais para $Re = 2 \times 10^6$	58
TABELA	17 – Valores experimentais para $Re = 5 \times 10^6$	59
TABELA	18 – Valores experimentais para $Re = 10 \times 10^6$	60
TABELA	19 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 10 \times 10^3$	61
TABELA	20 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 20 \times 10^3$	62
TABELA	21 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 40 \times 10^3$	63
TABELA	22 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 80 \times 10^3$	64
TABELA	23 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 160 \times 10^3$	65
TABELA	24 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 360 \times 10^3$	66
TABELA	25 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 700 \times 10^3$	67
TABELA	26 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 1 \times 10^6$	68
TABELA	27 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 2 \times 10^6$	69
TABELA	28 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 5 \times 10^6$	70
TABELA	29 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 10 \times 10^{6}$	71
TABELA	30 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 10 \times 10^3$	72
TABELA	31 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 20 \times 10^3$	72
TABELA	32 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 40 \times 10^3$	72
TABELA	33 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 80 \times 10^3$	73
TABELA	34 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 160 \times 10^3$	73
TABELA	35 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 360 \times 10^3$	74
TABELA	36 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 700 \times 10^3$	74

TABELA	37 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 1 \times 10^6$	75
TABELA	38 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 2 \times 10^6$	75
TABELA	39 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 5 \times 10^6$	76
TABELA	40 – Valores obtidos com método <i>CFD</i> para $Re = 10 \times 10^{6}$	76

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque
C_D	Coeficiente de arrasto
C_L	Coeficiente de sustentação
ρ	Densidade do fluido
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
Re	Número de Reynolds
U	Velocidade do escoamento
У ⁺	Unidade adimensional de distância
k	Energia cinética turbulenta
ω	Taxa de dissipação específica de energia cinética turbulenta
x	Coordenada no eixo longitudinal
у	Coordenada no eixo vertical
ν	Viscosidade cinemática
р	Pressão
au	Tensão de cisalhamento
δ	Espessura da camada limite
θ	Ângulo de torção
Δt	Intervalo de tempo
Φ	Potencial de velocidade
ψ	Função de corrente
ξ	Coordenada ao longo do escoamento
Н	Razão entre a espessura de deslocamento e a espessura de quantidade de movimento

M_e Número de Mach

- U_e Velocidade na borda da camada limite
- C_f Coeficiente de atrito na parede
- C_{τ} Coeficiente de cisalhamento
- δ^* Espessura de deslocamento
- n Unidade normal
- γ Vorticidade local
- σ Força da fonte
- m Defeito de massa
- $\overline{u_i}$ Velocidade média
- U' Velocidade flutuante
- v Vetor velocidade
- g Vetor gravidade
- F Forças externas do corpo
- μ_t Viscosidade turbulenta
- h_{TE} Espessura da borda de fuga
- $C_{ au,wake}$ Coeficiente de cisalhamento da esteira
- u_∞ Velocidade do escoamento livre
- ∇ Operador nabla (gradiente)
- S_m Termo fonte de massa
- n Vetor normal unitário
- \overline{p} Pressão média
- u' Flutuações de velocidade
- δ_{ij} Delta de Kronecker
- au_{ij} Tensor de estresse
- v_∞ Velocidade do escoamento livre

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	OBJETIVO	14
2.1	GERAL	14
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
4	REFERÊNCIA EXPERIMENTAL	17
5	MODELAGEM MÉTODO DOS PAINÉIS	18
5.1	EQUACIONAMENTO	18
5.2	SIMULAÇÃO	22
6	MODELAGEM CFD	23
6.1	EQUACIONAMENTO	23
6.1.1	Turbulência	24
6.1.2	Modelo Spalart-Almares	25
6.1.3	Modelo $k - \omega$ Shear Stress Transport	28
6.2	ESCOLHA DO DOMÍNIO	31
6.3	MODELO FÍSICO	34
6.3.1	Modelo de turbulência	38
7	RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
7.1	COMPARAÇÃO <i>CFD</i> E MÉTODO DOS PAÍNEIS	42
8	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46
	APÊNDICE A – VALORES DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA TABELADOS	48
	APÊNDICE B – VALORES DAS REFERÊNCIAS EXPERIMENTAIS TABELA-	
	DOS	50
	APÊNDICE C – VALORES OBTIDOS COM O <i>XFOIL</i> TABELADOS	61
	APÊNDICE D – VALORES OBTIDOS COM O <i>FLUENT</i> TABELADOS	72
	APÊNDICE E – GRÁFICOS DAS COMPARAÇÕES	77

1 INTRODUÇÃO

Como visto nos primeiros aviões utilizados na primeira e segunda guerra mundial, ou o formato aerodinâmico desenvolvidos para os foguetes durante a guerra fria, o conhecimento sobre aerodinâmica sempre foi sinônimo de desempenho e sucesso. Nos dias atuais, embora mais pacíficos, essa máxima não deixou de ser verdade. Seja no campo militar ou no campo civil, aeronaves que dispõe de maior eficiência, tornam-se líderes em suas respectivas áreas.

Dada a importância desse assunto, é necessário que durante a capacitação de um engenheiro, atuante na industria aeroespacial brasileira e mundial, seja apto a compreender e se adaptar ao comportamento dos ventos no entorno dos aviões e veículos lançadores. Com esse intuito, no decorrer desse trabalho, propõem-se a modelagem e apresentação dos resultados do método dos painéis e do *CFD*, comparando-os a dados obtidos experimentalmente.

Dessa forma, pretende-se não apenas identificar a precisão de cada método de simulação computacional como também avaliar os recursos demandados por cada um deles. Esta análise envolverá uma investigação detalhada sobre o desempenho computacional para a execução dos modelos *CFD* e do Método dos Painéis. Essa abordagem permitirá determinar a viabilidade de cada método em diferentes cenários de engenharia aeronáutica, considerando as limitações de recursos e necessidades específicas, garantindo assim uma escolha e estratégia dos métodos de simulação que possam ser utilizados.

Para abordar estas questões, será realizada uma comparação qualitativa entre resultados obtidos com a utilização do método dos painéis e com o uso de *CFD*, com experimentos realizados em túneis de vento pela Universidade Estadual de *Wichita* e publicados em (SHELDAHL; KLIMAS, 1981).

Este trabalho está divido em objetivo, apresentação e modelagem do equacionamento matemático e físico do método dos painéis, bem como do método *CFD*, após, apresentação e breve resumo do artigo de referência e por último, apresentação e discussão dos resultados obtidos e conclusão.

2 OBJETIVO

2.1 GERAL

O objetivo principal do trabalho é a comparação entre os valores de coeficiente de arrasto e sustentação obtidos de maneira computacional, pelo método dos painéis e método *CFD* com os valores experimentais obtidos por *Robert Sheldahl* e *Paul Klimas* em (SHELDAHL; KLIMAS, 1981) para um aerofólio do tipo NACA 0012.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Demonstração do equacionamento utilizado por cada um dos métodos computacionais;
- Seleção e modelagem do volume de controle no software CFD;
- Realização da comparação para diferentes números de Reynolds;
- Analise de características exclusivas e vantagens sobre cada um dos métodos computacionais;
- Avaliação da complexidade de implementação de uma mesma simulação em cada um dos modelos;

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inspirou-se no artigo de *Samuel Victor Soares Maia* e *Luís Morão Cabral Ferro* (MAIA; FERRO, 2023), que realizou uma comparação entre o método dos painéis e o método *CFD*, para diversos aerofólios e para o número de *Reynolds* próximo da transição de camada limite de laminar para turbulenta. Ressalta-se que no trabalho em questão, o objetivo não estava relacionado com uma comparação dos valores obtidos com valores experimentais.

Procurou-se embasar o trabalho em outros artigos e reportes científicos para me-Ihor compreensão de aspectos analíticos ou computacionais. Para compreender melhor como funcionaria a aerodinâmica de um aerofólio utiliza-se principalmente o livro de Ira Abbott e Albert Von Doenhoff (ABBOTT; DOENHOFF, 1959). No livro, é abordado de maneira geral, aspectos analíticos da fluido dinâmica, como escoamento potencial, vorticidade e circulação em torno de um aerofólio, análises de coeficientes de sustentação, arrasto e momentum, efeitos da variação do ângulo de ataque e do número de Reynolds sobre as características aerodinâmicas dos aerofólios e discussões sobre a transicão do escoamento laminar para o escoamento turbulento e seus efeitos nos coeficientes aerodinâmicos. Para compreendimento das equações, utilizou-se o livro de Paul Tucker (TUCKER, 1989), que traz um olhar mais voltado a implementação das equações de Navier-Stokes para os modelos de CFD. Por fim, utilizou-se o livro de John Bertin e Russel Cummings (BERTIN; CUMMINGS, 2009), este, acrescendo um importante conhecimento sobre camada limite, introduzindo o modulamento e a conversão das da equação de Navier-Stokes para as equações de Prandtl em zonas limiares entre aerofólio e fluido, para regimes turbulentos e laminares.

Ainda, é necessário o conhecimento sobre como esse sistema analítico é passado para o ambiente computacional, focando-se na transformação das equações em modelos numéricos. Para o método dos painéis, o trabalho desenvolvido por *Mark Drela* resume bem como o ambiente computacional utilizado no *software XFOIL* é modelado. Em (DRELA, 1989a) são discretizadas as equações utilizadas para cálculo das forças resultantes no aerofólio a partir do método dos painéis e em (DRELA, 1988), é definida a integração de modelos de camada limite laminar e turbulenta com o método dos painéis.

Com relação a bibliografia utilizada para modelagem *CFD*, o equacionamento de conversão das equações de *Navier-Stokes* para as equações *RANS* e as adaptações de viscosidade turbulenta, foram extraídas do manual de usuário do *Ansys Fluent* versão 2021 (ANSYS Inc., 2021). Ainda, ressalta-se a importância do material original em que são descritas as equações da física por trás dos métodos de cálculo de turbulência *Spalart-Allmaras* (SPALART; ALLMARAS, 1992) e *Shear Stress Transport* (MENDER, 1994). Com relação a modelagem do domínio, foi-se vastamente inspirado pelo artigo de *Suli Lu, Jialun*

Liu e *Robert Hekkenberg* (LU; LIU; HEKKENBERG, 2021) em que são tratados três tipos de domínio de enclausuramento de aerofólio, esses, tipo O-*Liseikin*, H-*Liseikin* e C-*Liseikin* e discutidos os resultados, denotando o mais satisfatório para cada tipo de simulação. Para modelagem da malha, baseou-se em trabalhos como o de *Yasin Furkan Görgülü* (GöRGüLü; ÖZGüR; KöSE, 2021) e *S. Jebarose Juliyana* (JULIYANA et al., 2023), mas principalmente nos estudos realizados pelo Centro de Pesquisa *Langley* (CENTER, 2024), onde é abordada a validação do método *CFD* para um aerofólio NACA 0012, para os modelos de turbulência *SST* e *Spalart-Allmaras* em um regime de *Reynolds* de 6×10^6 .

Embora os resultados obtidos com a utilização de *softwares* sejam suficientemente precisos para argumentar a cerca da transição entre o laminar e o turbulento, pode-se dar maior robustez ao projeto com ajuda de simulações reais. Dessa forma buscou-se embasamento em simulações realizadas utilizando túneis de vento, com aerofólios NACA 0012 para obtenção dos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação em diversos ângulos de ataque, abrangendo diversas escalas de números de *Reynolds*. Os valores obtidos em (SHELDAHL; KLIMAS, 1981) foram alcançados a partir da simulação em um túnel de vento da Universidade Estadual de *Wichita* nos Estados Unidos. Os aerofólios utilizados são construídos de alumínio e tem cordas de 6 polegadas (15,24 centímetros) com uma envergadura de 3 pés, 0,91 m. No relatório são apresentados valores de coeficientes de arrasto e sustentação para ângulos de 0° até 180° e para números de *Reynolds* de 10×10^{3} até 10×10^{6} .

4 REFERÊNCIA EXPERIMENTAL

Como citado anteriormente, os valores logrados em (SHELDAHL; KLIMAS, 1981) são utilizados como comparação aos resultados obtidos via métodos computacionais, para corroborar com a validação dos mesmos. No artigo, são dados os valores de coeficientes de arrasto e sustentação para os primeiros 180° de rotação, contudo, para o projeto desenvolvido aqui, valores maiores que o primeiro estol do aerofólio não são relevantes, e dessa forma, serão aproveitados somente os primeiros ângulos de ataque, de 0° até 20°.

Nota-se nos gráficos 1a e 1b certo comportamento de curva, tanto para a variação dos coeficientes de arrasto, quanto de sustentação para uma variação de *Reynolds*. Embora muda-se os picos dos gráficos, o formato tende a ser suavizado, havendo, para o arrasto, uma manutenção dos valores, seguido por uma aumento brusco. Até essa primeira queda, denotada pelo angulo de estol, os valores representam o espaço que mais se pode extrair informações na aeronáutica, pois é, onde normalmente as aeronaves operam. Para a sustentação, há incremento nos coeficientes quase linear nos coeficientes, em relação ao ângulo de ataque, seguido de uma rápida queda.





Fonte: (SHELDAHL; KLIMAS, 1981).

5 MODELAGEM MÉTODO DOS PAINÉIS

O método dos painéis é uma técnica numérica para calcular o escoamento em torno de um aerofólio. O método divide a superfície do aerofólio em um número finito de painéis, cada um com uma distribuição de singularidades que representam o escoamento. A solução para o escoamento global é obtida pela superposição das soluções para cada painel. Cada painel é tipicamente uma linha reta que conecta dois pontos adjacentes na superfície do corpo. A distribuição de singularidades dentro de cada painel também é escolhida arbitrariamente, sendo, as mais comuns fontes, sumidouros e vórtices.

Existem uma gama de *softwares* muito robustos que são aptos a realizarem o cálculo de forças aerodinâmica utilizando métodos dos painéis, sendo os principais, *XFOIL*, *AVL* e *OpenFOAM*.

5.1 EQUACIONAMENTO

Após definida a formatação e o modulamento dos painéis e singularidades, aplicamse as equações integrais que governa o escoamento em torno do aerofólio para cada um dos painéis. Uma vez que as forças de singularidade são conhecidas, a força aerodinâmica total no aerofólio pode ser calculada. Segue-se a formulação dada por Mark Drela, em (DRELA, 1989b), que dita o funcionamento do *software XFOIL*.





Fonte: Adaptado de (DRELA, 1989b).

As equações aqui adaptadas, foram, majoritariamente extraídas de (DRELA; GI-LES, 1987). A formulação viscosa emprega os seguintes parâmetros de forma padrão de momento integral compressível e equações de energia cinética. A coordenada ao longo do escoamento é dada por ξ , tem-se então que:

$$\frac{d\theta}{d\xi} + \left(2 + H - M_e^2\right)\frac{\theta}{u_e}\frac{du_e}{d\xi} = \frac{C_f}{2}$$
(5.1)

$$\theta \frac{dH^*}{d\xi} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} = 2C_D - H^* \frac{C_f}{2}$$
(5.2)

As equações 5.1 e 5.2, são utilizadas para modelar a evolução da camada limite sobre um aerofólio, levando em consideração a interação entre o escoamento viscoso e invíscido. Nas equações, θ é a espessura de deslocamento da camada limite, H é a razão entre a espessura de deslocamento e a espessura de quantidade de movimento, M_e é o número de *Mach* dado pela espessura de deslocamento, u_e a velocidade na borda da camada limite, $\frac{du_e}{d\xi}$ o gradiente da velocidade na borda da camada limite ao longo da direção do escoamento, por fim C_f e C_d são os coeficiente de atrito e arrasto na parede, respectivamente.

Além disso, segundo (GREEN; WEEKS; BROOMAN, 1977), uma equação de taxa para o coeficiente máximo de tensão de cisalhamento C_{τ} é usada para contabilizar as variações do coeficiente de dissipação da camada externa C_D a partir do valor de equilíbrio local.

$$\frac{\delta}{C_{\tau}} \left(\frac{dC_{\tau}}{d\xi} \right) = 5, 6 \left(C_{\tau_{EQ}}^{1/2} - C_{\tau}^{1/2} \right) + 2\delta \left[\frac{4}{3\delta^*} \left[\frac{C_f}{2} - \left(\frac{H_k - 1}{6, 7H_k} \right)^2 \right] - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} \right]$$
(5.3)

Onde, $C_{f,eq}$ é o coeficiente de atrito na parede em estado de equilíbrio e H_k , fator de espessura de forma. Para regiões laminares, a equação de atraso da tensão de cisalhamento 5.3, é substituída por uma equação de taxa que modela o crescimento da amplitude da onda de *Tollmien-Schlichting*, dada por \tilde{n} . Essa, pode ser observada na equação 5.4.

$$\frac{d\tilde{n}}{d\xi} = \frac{d\tilde{n}}{dRe_{\theta}}(H_k)\frac{dRe_{\theta}}{d\xi}(H_k,\theta)$$
(5.4)

A relação $\frac{d\tilde{n}}{dRe_{\theta}}(H_k)$ é uma correlação das taxas de crescimento espacial computadas a partir de soluções da equação de *Orr-Sommerfeld*, e $\frac{dRe_{\theta}}{d\xi}(H_k, \theta)$ é obtida a partir das propriedades da família de perfis de *Falkner-Skan*, essas relações podem ser observadas em (DRELA; GILES, 1987) fornecendo mais detalhes.

As variáveis fundamentais governadas pelas equações da camada limite são θ , δ^* e C_{τ} . Nas regiões laminares, a variável de amplificação \tilde{n} substitui C_r . Para fechar as equações integrais da camada limite, variáveis auxiliares são definidas em termos de θ , δ^* , C_r , u_e ou suas combinações adequadas com as seguintes dependências funcionais. Essas são dadas por:

$$H_k = H_k(H, M_e) \tag{5.5}$$

$$H^* = H^*(H_k, M_e, Re_\theta) \tag{5.6}$$

$$H^{**} = H^{**}(H_k, M_e;)$$
(5.7)

$$U_S = U_S(H^*, H, H_k)$$
 (5.8)

$$C_{\tau_{EQ}} = C_{\tau_{EQ}}(H^*, H, H_k, U_S)$$
(5.9)

$$C_f = C_f(H_k, M_e, Re_\theta) \tag{5.10}$$

$$C_D = \frac{C_f}{2} U_S + C_\tau (1 - U_S)$$
(5.11)

As expressões reais para as formas funcionais acima são dadas completamente nas referências (DRELA; GILES, 1987), (DRELA, 1988), (MCGHEE; JONES; JOUTY, 1988), (SOINNE; LAINE, 1985), (KENNEDY; MARSDEN, 1978), (EPPLER; SOMERS, 1980) e (DRELA, 1989a).

A esteira é tratada como uma única camada viscosa de modo que apenas uma variável θ e uma variável δ^* sejam necessárias para modelagem da esteira, com as seguintes condições iniciais na borda de fuga:

$$\theta_{wake} = \theta_{upper} + \theta_{lower} \tag{5.12}$$

$$\delta_{wake}^* = \delta_{upper}^* + \delta_{lower}^* + h_{TE}$$
(5.13)

Isso produz um corpo de deslocamento contínuo, mesmo com uma borda de fuga de espessura h_{TE} . O coeficiente de cisalhamento da esteira inicial é calculado como a média de θ das velocidades das superfícies superior e inferior.

$$C_{\tau_{wake}} = \frac{C_{\tau \ upper} \theta_{upper} + C_{\tau \ lower} \theta_{lower}}{\theta_{upper} + \theta_{lower}}$$
(5.14)

Nas equações governantes, as variáveis da camada limite θ , δ^* , C_r ou \tilde{n} , e u_e são definidas para serem localizadas nos nós dos painéis. Cada aerofólio e painel de esteira, portanto, tem três equações não lineares acopladas associadas a ele, que são resolvidas da seguinte maneira.

Para o acoplamento viscoso, como o escoamento próximo do aerofólio está estagnado, na superfície do aerofólio u_e é simplesmente igual à vorticidade local $+\gamma$ no lado de sucção, e $-\gamma$ no lado de pressão. Na esteira, é necessário relacionar u_e ao escoamento livre e a soma de todas as vorticidades e fontes no aerofólio, o texto acima, pode ser descrito matematicamente nas equações 5.15 e 5.16.

$$u_{e_i} = \pm \gamma_i; \quad 1 \le i \le N \tag{5.15}$$

$$u_{e_i} = \nabla \Psi \cdot \hat{n} = u_{\infty} \hat{n}_y - v_{\infty} \hat{n}_x + \sum_{j=1}^{N} c_{ij}^{\gamma} \gamma_j + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} c_{ij}^{\sigma} \sigma_j; \quad N+1 \le i \le N+N_w$$
(5.16)

Nas equações anteriores, \hat{n} é um vetor unitário normal à esteira, γ_j representa a intensidade de vorticidade no painel j, c_{ij} são os coeficientes de influência que relacionam a vorticidade ou a força da fonte em um painel j com a velocidade induzida no painel i e σ_j representa a força da fonte no painel j. A influência da camada viscosa no escoamento potencial é modelada pelo conceito de transpiração da parede, se a força da fonte local for igual ao gradiente local do defeito de massa $m = u_e \delta^*$.

$$\sigma_i = \frac{dm}{d\xi} = \frac{m_{i+1} - m_i}{s_{i+1} - s_i}$$
(5.17)

Substituindo a expressão para a vorticidade de superfície γ dada na equação 5.18, nas expressões 5.15 e 5.16, e eliminando a força da fonte σ em termos do defeito de massa m como dado em 5.17, produz-se a equação 5.19.

$$\gamma_i = \gamma_{0_i} \cos \alpha + \gamma_{90_i} \sin \alpha + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b'_{ij} \sigma_j; \qquad 1 \le i \le N$$
(5.18)

$$u_{ei} = u_{INV_i} + \sum_{j=1}^{N+N_w - 1} d_{ij}m_j; \quad 1 \le i \le N + N_w$$
(5.19)

Esta expressão muito geral fornece a solução do escoamento potencial ao redor do aerofólio para qualquer distribuição de defeito de massa no aerofólio e na esteira. A distribuição de velocidade na borda invíscida, dada por $u_{\infty,INV}$, e a matriz de influência de massa, dada por d_{ij} , são determinadas pela geometria do aerofólio e pelo ângulo de ataque do escoamento, e são determinadas independentemente da solução viscosa. É importante notar que d_{ij} incorpora o efeito do defeito local de massa m_j próximo à borda de fuga na distribuição global u_{ei} via seu efeito na condição de *Kutta*. Este efeito é significativo principalmente para escoamentos de baixo número de *Reynolds*, especialmente perto do estol.

A expressão explícita para u_{ei} dada ela equação 5.19, em termos das variáveis da camada limite fecha as equações discretas da camada limite. Este sistema não linear é possível de ser resolvido por um método de *Newton* completo.

As variáveis de *Newton* são definidas como $\delta\theta_i$, δm_i e, ou $\delta\tilde{n}_i$ ou δC_{r_i} , dependendo se a estação *i* é laminar ou turbulenta. O sistema de *Newton* tem a seguinte forma:

$$J_{ij} \begin{pmatrix} \delta \theta_j \\ \delta m_j \\ \delta \tilde{n}_j, \delta C_{\tau j} \end{pmatrix} = -R_i \quad 1 \le i \le N + N_w$$
(5.20)

5.2 SIMULAÇÃO

Utilizando o *XFOIL* são cruciais certos *inputs* para modelagem do problema. Primeiramente, é imperativo ressaltar que não é necessária a modelagem do aerofólio, pois o próprio *software* faz a importação da geometria. Segundo, é indispensável habilitar a viscosidade e após, definir as características do escoamento, essas, número de *Reynolds* e número de *Mach*. Pode-se optar por alterar também o número de iterações do sistema, para uma resposta mas precisa. Demais informações e linhas de comando sobre o *XFOIL* podem ser obtidas em (DRELA, 2013), na guia de documentações.

Com esse tipo de simulação busca-se encontrar o valor das forças aerodinâmicas atuantes no aerofólio, e a partir delas, deduzir os coeficientes atrelados a sustentação e ao arrasto.

6 MODELAGEM CFD

O *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) é uma segunda abordagem para resolução de problemas aerodinâmicos, sendo especificamente útil quando tratamos de modelos muito complexos, onde, tratam-se de viscosidade e turbulência. Com o *CFD*, é possível resolver as equações que governam os fluidos, e obter informações detalhadas sobre o escoamento, como velocidade, temperatura, pressão e as forças atuantes do fluido em cada ponto do volume de controle.

Assim como para o método dos painéis, existem diferentes *softwares* capazes de resolver problemas relacionados a fluido dinâmica, como o *Fluent*, *CFX*. *Console*, *Open-FOAM* e etc.

6.1 EQUACIONAMENTO

A solução da simulação dentro do *Ansys Fluent* é dada pela resolução das equações de *Navier-Stokes* e para o problema em questão, será utilizada uma modelagem em duas dimensões abordadas no guia de teoria do *Ansys Fluent* (ANSYS Inc., 2021). Tem-se então, definidas as equações de conservação, tanto de massa quanto de *momentum*. A primeira é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \, \vec{v} \right) = S_m \tag{6.1}$$

A equação 6.1 é a forma geral da equação de conservação de massa para escoamentos compressíveis e incompressíveis. Nesse caso, o termo S_m é dado para casos de uma ou mais fases dispersas na fase principal. Como no problema em questão, não se estará trabalhando com mais de uma fase, o termo é nulo. A equação de conservação de *momentum* é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \, \vec{v} \right) + \nabla \cdot \left(\rho \, \vec{v} \, \vec{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \, \vec{g} + \vec{F}$$
(6.2)

A equação 6.2 denota a conversação do *momentum* para um sistema de referência inercial. Na referida equação, o termo p é a pressão estática, $\vec{\tau}$ é o tensor de estresse e $\rho \vec{g} + \vec{F}$ é a soma das forças gravitacionais com as forças externas do corpo. O tensor de estresse mencionado, é dado por:

$$\bar{\vec{\tau}} = \mu \left[\left(\bigtriangledown \vec{v} + \bigtriangledown \vec{v}^T \right) - \frac{2}{3} \bigtriangledown \vec{v} I \right]$$
(6.3)

Onde μ é viscosidade molecular e I é o tensor unidade. A resolução de um pro-

blema dentro do *CFD* é dada de maneira geral pela adaptação das equações de *Navier-Stokes*. Uma possibilidade para formulação, é utilizar o método *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* ou *RANS*. Nesse método, a solução da equação de *Navier-Stokes* é decomposta em componentes médios e flutuantes. Por exemplo, para as componentes de velocidade, tem-se:

$$u_i = \bar{u_i} + u_i' \tag{6.4}$$

Os termos $\bar{u_i}$ e u'_i , mostrados na equação 6.4 são, a velocidade média e a velocidade flutuante, para determinado componente (i = 1, 2, 3). A mesma decomposição acontece para a pressão. Substituindo os temos, pela decomposição em médias e flutuantes nas equações 6.1 e 6.2, tem-se as equações de *RANS*.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \tag{6.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j})$$
(6.6)

As equações 6.5 e 6.6 tem a mesma forma geral que as equações de *Navier-Stokes* instantâneas, apenas com sua velocidade e pressão representadas de maneira média.

6.1.1 Turbulência

A turbulência é um fenômeno natural que ocorre no escoamento de ar. Ela é caracterizada por movimentos irregulares, com rápidas mudanças na velocidade, pressão e temperatura. Quanto trabalha-se com softwares de simulação de fluidodinâmica numérica, torna-se possível introduzir uma aproximação dos efeitos turbulentos citados acima, no resultado obtido. Existem diversos modelos de turbulência possíveis de serem utilizados no *Fluent* variando de uma, até sete equações. Embora a vasta gama de possibilidades para modelagem da turbulência do problema, existem dois modelos que são mais usuais na simulação aeronáutica: o modelo *Spalat-Almares* e o modelo $k - \omega$ *Shear Stress Transport*.

Para modelar os modelos em questão, é necessário um estudo dos termos adicionais da equação 6.6, $-\rho \overline{u'_i u'_j}$. Eles representam os efeitos da turbulência na conservação do *momentum* do escoamento e uma primeira maneira de resolvê-lo é utilizando a aproximação de *Boussinesq*, dada por:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij}$$
(6.7)

A equação 6.7 é importante, pois a aproximação de *Boussinesq* é utilizada nos modelos que serão abordados no decorrer do projeto, esses, *Spalat-Almares* e $k - \omega$ *SST*. No caso do modelo de *Spalart-Allmaras*, apenas uma equação de transporte adicional, representando a viscosidade turbulenta é resolvida. No caso do modelo *SST*, são necessárias duas equações de transporte adicionais, uma para a energia cinética da turbulência e outra para a taxa de dissipação específica, são resolvidas.

6.1.2 Modelo Spalart-Almares

O método *Spalart-Allmaras* foi desenvolvido por *Philippe Spalart* e *Steve Allmaras*. Este modelo foi criado enquanto eles trabalhavam na Boeing e foi publicado pela primeira vez em 1992 em (SPALART; ALLMARAS, 1992). É um modelo de apenas uma equação que resolve a viscosidade cinemática para o equacionamento *RANS*. O modelo é utilizado especialmente para aplicações aeroespaciais, envolvendo escoamentos limitados por paredes e demonstrou fornecer bons resultados para camadas limite sujeitas a gradientes de pressão adversos.

A variável de transporte no modelo *Spalart-Allmaras* é dada por $\tilde{\nu}$ e identifica a viscosidade turbulenta cinemática. Em regiões não próximas a parede, onde os efeitos da turbulência são quase nulos, a equação 6.8 não necessita ser modificada, e é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_{\nu} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_{\nu} + S_{\tilde{\nu}} \quad (6.8)$$

Na equação 6.8, $G_{\nu} \in Y_{\nu}$ são a produção e a destruição de viscosidade turbulenta, respectivamente que ocorre na região próxima à parede devido ao bloqueio da parede e ao amortecimento viscoso. Ademais, ν é a viscosidade cinemática molecular. Por último $S_{\tilde{\nu}}$ é um termo fonte relacionado a energia cinética da turbulência, no modelo em questão, essa não é calculada e por tanto, pode ser ignorada na estimativa das tensões de *Reynolds*. Para utilização da equação 6.8 em regiões mais próximas as paredes, é necessário adapta-la, e por conseguinte, necessita-se trabalhar as variáveis de viscosidade como turbulentas.

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1} \tag{6.9}$$

A função $f_{\nu 1}$ é chamada de função de amortecimento viscoso e dependente da turbulência local, garantindo que ν_t se comporte de maneira correta próxima as paredes, ela é dada por:

$$f_{\nu 1} = \frac{\mathcal{X}^3}{\mathcal{X}^3 + c_{\nu 1}^3}$$
(6.10)

enquanto,

$$\mathcal{X} \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{6.11}$$

De forma semelhante, o temo de produção de turbulência G_{ν} , é modelado como:

$$G_{\nu} = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu} \tag{6.12}$$

dado que, \tilde{S} é a medida escalar do tensor de deformação adaptada, em razão da distância da parede mais próxima, representada por d. A mesma pode ser apresentada como na equação 6.13.

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^3 d^2} f_{\nu 2} \tag{6.13}$$

Na equação 6.13, $f_{\nu 2}$ tem função semelhante a $f_{\nu 1}$ na equação 6.9, e garante um bom resultado próximo as paredes. A equação da função $f_{\nu 2}$ é dada por:

$$f_{\nu 2} = 1 - \frac{\mathcal{X}}{\mathcal{X}f_{\nu 1} + 1}$$
(6.14)

Por padrão, o *Ansys Fluent* utiliza o valor da magnitude da vorticidade para o escalar do tensor de deformação *S*.

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{6.15}$$

no qual, Ω_{ij} é a média do tensor de razão de rotação.

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(6.16)

A justificativa para a expressão padrão de S é que, para fluxos de cisalhamento, a vorticidade e a taxa de deformação são idênticas. A vorticidade tem a vantagem de ser zero em regiões de fluxo inviscido, como linhas de estagnação, onde a produção de turbulência devido à taxa de deformação pode ser não física. Esta modificação combina as medidas de ambas a vorticidade e os tensores de deformação na definição de S:

$$S \equiv |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min\left(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|\right)$$
(6.17)

Onde,

$$C_{prod} = 2, \ |\Omega_{ij}| \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \ |S_{ij}| \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$
(6.18)

Com a taxa de deformação média, S_{ij} , definida como:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Incluir tanto os tensores de rotação quanto de deformação reduz a produção de vis-

cosidade turbulenta e, contabiliza mais precisamente os efeitos da rotação na turbulência. A opção padrão, incluindo apenas o tensor de rotação tende a superestimar a produção de viscosidade turbulenta e, portanto, superestima a própria viscosidade turbulenta dentro de vórtices. Análogo ao caso da produção de turbulência, a destruição precisa ser remodelada, e para tal:

$$Y_{\nu} = C_{\omega 1} \rho f_{\omega} \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \tag{6.19}$$

Ainda, é necessário modelar a equação f_{ω} , responsável pela dissipação de turbulência perto das paredes.

$$f_{\omega} = g \left[\frac{1 + c_{\omega 3}^6}{g^6 + c_{\omega 3}^6} \right]^{\frac{1}{6}}$$
(6.20)

Na equação 6.20, é possível observar-se a variável g. Essa é uma é função que modula a dissipação f_{ω} , por meio da variável r, essa, relaciona a viscosidade turbulenta modificada com a vorticidade e a distância à parede

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \tag{6.21}$$

$$r = \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}\right) \tag{6.22}$$

0

As constantes do modelo são C_{b1} , C_{b2} , $\sigma_{\tilde{\nu}}$, $C_{\nu 1}$, $C_{\omega 1}$, $C_{\omega 2}$, $C_{\omega 3}$ e κ têm os seguintes valores padrão:

$$C_{b1} = 0,1355; \quad C_{b2} = 0,622; \quad \sigma_{\tilde{\nu}} = \frac{2}{3}; \quad C_{\nu 1} = 7,1$$
$$C_{\omega 1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \left(\frac{1+C_{b2}}{\sigma}\right); \quad C_{\omega 2} = 0,3; \quad C_{\omega 3} = 2,0; \quad \kappa = 0,41$$

O modelo de *Spalart-Allmaras* é, ainda, aprimorado dentro do *Ansys Fluent* com um tratamento de parede adaptável ao y^+ , que automaticamente mescla todas as variáveis de solução de sua formulação de subcamada viscosa para os valores correspondentes da camada logarítmica dependendo de y^+ .

$$\frac{u}{u_{\tau}} = \frac{1}{\kappa} \ln E\left(\frac{\rho u_{\tau} y}{\mu}\right)$$
(6.23)

na qual, u é a velocidade paralela à parede, u_{τ} é a velocidade de fricção, y é a distância da parede, κ é a constante de *von Kármán*, e E = 9,793. A mescla é adaptada para também cobrir valores intermediários de y^+ na faixa de $1 < y^+ < 30$.

6.1.3 Modelo $k - \omega$ Shear Stress Transport

O método *SST* é um modelo de simulação de turbulência para o equacionamento *RANS* amplamente adotado em softwares *CFD*. Sua principal vantagem é a mescla entre dois métodos com qualidades distintas, esses, os métodos $k - \omega e k - \epsilon$ em apenas duas equações. O primeiro de destaca por sua excelente modelagem da turbulência próxima a parede, apresentando resultados ideais para simulações do tipo aerodinâmica externa, onde tem-se interesse nos efeitos de parede, o segundo, traz a acurácia na simulação de escoamento livre. A união desses dois modelos, provê um método muito confiável para avaliação das forças atuantes nas paredes do aerofólio, bem como para as pressões e velocidades do escoamento livre.

O equacionamento do modelo *SST* segue a modelagem do modelo $k - \omega$ padrão, sendo necessária uma adaptação na modelagem da dissipação de turbulência ϵ . No Ansys Fluent é baseado em um modelo $k - \omega$ proposto por David Wilcox em (WILCOX, 2006), que incorpora modificações para efeitos de número de *Reynolds* baixos, compressibilidade e espalhamento de fluxo de cisalhamento. O modelo padrão $k - \omega$ é um modelo empírico baseado em equações de transporte para a energia cinética da turbulência k e a taxa de dissipação específica ω , esses termos são encontrados pelas equações 6.24 e 6.25.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + G_k - Y_k + S_k + G_b$$
(6.24)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega \frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega + G_{\omega b} + D_\omega$$
(6.25)

Nestas equações, G_k representa a geração de energia cinética da turbulência devido a gradientes de velocidade médios. G_{ω} representa a geração de ω . Γ_k e Γ_{ω} representam a difusividade efetiva, Y_k e Y_{ω} representam a dissipação devido à turbulência. S_k e S_{ω} são termos fontes. G_b e $G_{\omega b}$ contabilizam os termos de flutuabilidade. As difusividades efetivas para o modelo *SST* $k - \omega$ são dadas por

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{6.26}$$

$$\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \tag{6.27}$$

Onde σ_k e σ_{ω} são os números de *Prandtl* turbulentos para k e ω , respectivamente.

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{(1-F_1)}{\sigma_{k,2}}}$$
(6.28)

$$\sigma_{\omega} = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{(1-F_1)}{\sigma_{\omega,2}}}$$
(6.29)

A função de mistura F_1 dita a relação entre o equacionamento de $k - \epsilon$ e $k - \omega$. O valor do termo varia entre zero e um e é calculado através de uma série de critérios, dado por:

$$F_1 = \tanh\left(\Phi_1^4\right) \tag{6.30}$$

$$\Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega d},\frac{500\mu}{\rho d^2\omega}\right),\frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2}D_{\omega}^+ d^2}\right]$$
(6.31)

$$D_{\omega}^{+} = \max\left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right]$$
(6.32)

Onde *d* é a distância até a próxima superfície e D_{ω}^+ é a porção positiva do termo de difusão cruzada. A viscosidade turbulenta, μ_t , é calculada combinando $k \in \omega$ da seguinte forma:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega}\right]}$$
(6.33)

O coeficiente α^* amortece a viscosidade turbulenta resultando em uma correção para números de *Reynolds* baixos. Ele é dado por:

$$\alpha^* = \alpha^*_{\infty} \left(\frac{\alpha^*_0 + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}} \right)$$
(6.34)

Onde, $Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$, $R_k = 6$, $\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} e \beta_i^* = 0,072$. Para um alto número de *Reynolds* o modelo considera que $\alpha^* = \alpha_{\infty}^* = 1$. F_2 é dado por:

$$F_2 = tanh(\Phi_2^2) \tag{6.35}$$

E;

$$\Phi_2^2 = max \left[2\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega d}, \frac{500\mu}{\rho d^2\omega} \right]$$
(6.36)

Semelhante ao caso modelado para o método *Spallart-Almares*, tem-se a modelagem para os termos de produção, neste caso, o termo G_k representa a produção de energia cinética da turbulência e pode ser definido como:

$$G_k = -\overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}$$
(6.37)

Remodelando G_k para se adaptar de uma maneira consistente com a hipótese de *Boussinesq*, pode-se reescreve-lo como na equação 6.38.

$$G_k = \mu_t S^2 \tag{6.38}$$

Na equação 6.38, S é o módulo do tensor de taxa de deformação média. A produção de ω é dada por:

$$G_{\omega} = \frac{\alpha \alpha^*}{\nu_t} G_k \tag{6.39}$$

O coeficiente α é dado por:

$$\alpha = \frac{\alpha_{\infty}}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_{\omega}}}{1 + \frac{Re_t}{R_{\omega}}} \right)$$
(6.40)

Os valores de α^* e Re_t foram dados anteriormente e $R_{\omega} = 2,95$. Para altos números de *Reynolds* $\alpha = \alpha_{\infty}$, e é calculado por:

$$\alpha_{\infty} = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2}$$
(6.41)

E;

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1}\sqrt{\beta_{\infty}^*}}$$
(6.42)

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta_{\infty}^*}}$$
(6.43)

Análogo a produção, a dissipação de k e ω são dadas por:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \tag{6.44}$$

$$Y_{\omega} = \rho \beta f_{\beta} \omega^2 \tag{6.45}$$

Na equação 6.45, o termo β é:

$$\beta = F_1 \beta_{i,1} \left[1 - F_1 \right] \beta_{i,2} \tag{6.46}$$

O modelo $k - \omega$ *SST* é baseado tanto no modelo padrão $k - \omega$ quanto no modelo padrão $k - \epsilon$. Para combinar esses dois modelos, o modelo padrão $k - \epsilon$ foi transformado em equações baseadas em $k \in \omega$, o que leva à introdução de um termo de difusão cruzada D_{ω} que aparece na equação 6.25. Ele é definido pela equação 6.47.

$$D_{\omega} = 2(1 - F_1) \frac{1}{\rho \omega \sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$
(6.47)

Tem-se então definidas as constantes do modelo $k - \omega$, dadas por:

$$\alpha_{\infty}^{*} = 1; \quad \alpha_{\infty} = 0, 42; \quad \alpha_{0} = \frac{1}{9}; \quad \beta_{\infty}^{*} = 0, 09; \quad R_{\beta} = 8;$$
$$R_{k} = 6; \quad R_{\omega} = 2, 95; \quad \zeta_{i}^{*} = 1, ; \quad M_{t0} = 0, 25;$$
$$\sigma_{k,1} = 1, 176; \quad \sigma_{\omega,1} = 2, 0; \quad \sigma_{k,2} = 1, 0; \quad \sigma_{\omega,2} = 1, 168;$$
$$\alpha_{1} = 0, 31; \quad \beta_{i,1} = 0, 075; \quad \beta_{i,2} = 0, 0828$$

Os efeitos da flutuabilidade podem ser incluídos nas equações 6.25 e 6.24. O termo de flutuabilidade $G_{\omega b}$ é derivado das equações k e ϵ e é dado pela equação de *Buoyancy*:

$$G_{\omega b} = \frac{\omega}{k} \left[(1+\alpha)C_{3\epsilon}G_b - G_b \right]$$
(6.48)

Onde $C_{3\epsilon}$ é dado por:

$$C_{3\epsilon} = tanh \left| \frac{\nu}{u} \right| \tag{6.49}$$

6.2 ESCOLHA DO DOMÍNIO

O primeiro passo para uma simulação fluido dinâmica de um aerofólio é a criação do domínio, e para isso, deve-se realizar três principais passos:

- Modelagem do aerofólio.
- Modelagem do fluido de controle.
- Adaptação e modificação do domínio.

O primeiro passo pode ser realizado por importação de pontos, disponibilizados pelo *website Airfoil Tools*, em (TOOLS, 2024). A medida total da corda, foi adotada como um metro.

Após foram selecionados três tipos de domínio a serem estudados, baseados em (LU; LIU; HEKKENBERG, 2021), estes, os modelos *O-Liseikin*, *C-Liseikin* e *H-Liseikin*. As mesmas podem ser observadas na figura 2.

Ainda, é possível adaptar os domínios a fim de facilitar a construção de uma malha ordenada. As modificações realizadas envolvem a criação de novas divisões entre as faces para modelagem ordenada da malha, possibilitando refino em partes específicas





Fonte: (LU; LIU; HEKKENBERG, 2021).

do problema, como por exemplo, uma robustez maior no contorno do aerofólio. São observados os novos domínios adaptados em 3a, 3b e 3c. As duas referências que serão utilizadas para avaliação da malha, tanto (LANDSON, 1988), quanto (LU; LIU; HEKKEN-BERG, 2021), realizaram suas validações com um domínio consideravelmente maior. O primeiro, com uma escala de mil vezes o tamanho de corda, e o segundo, sessenta vezes. Como pode ser visto, o domínio apresentado por este trabalho é construído dentro de 20 metros de comprimento por 20 de altura, tendo alterações na área de acordo com a geometria. É necessário portanto, avaliar com cuidado redobrado qual tipo de geometria apresenta melhor resultado.





Fonte: Autoral.

Dado os pontos anteriores, priorizou-se três pontos, na decisão da geometria final:

- Convergência com menos elementos de malha.
- Melhor aproximação do coeficiente de sustentação.
- Melhor aproximação do coeficiente de arrasto.

Nota-se que foram propositalmente criadas linhas guias que funcionam como os raios e diagonais interiores das faces, e, essas, são utilizadas para definição do tamanho da malha, variando de vinte a cento e cinquenta elementos por linha. É necessário então, avaliar qual dos modelos performará melhor para as características do problema, uma vez que, esse tipo de análise se faz imprescindível quando se trabalha com domínios menores, no qual, cada grau de robustez de refino melhora significativamente o resultado final. Contudo, devido a limitações de *hardware*, trabalhar com refino de malha extremamente altos é uma tarefa custosa. Assim, é necessário um estudo da curva de coeficiente por elementos de malha no domínio, e a seleção de um valor, que ao mesmo tempo, entregue valores satisfatórios e não torne o modelo impossível de trabalhar.

Ressalta-se que todos os modelos foram testados com os mesmos parâmetros de número de *Reynolds* $Re = 2 \times 10^6$ e ângulo de ataque $\alpha = 10^\circ$. Após realizado um teste de coeficientes por número de elementos, é necessário comparar todas as opções anteriores pelos seguintes critérios:

- Melhor aproximação do coeficiente de sustentação.
- Melhor aproximação do coeficiente de arrasto.
- Menor número de elementos de malha.

Dessa forma, a melhor formatação para o problema em questão seria o domínio em que, tem-se um resultado bastante próximo ao da referência, dada em (CENTER, 2024), e para se avaliar o menor tamanho de malha, decidiu-se por adotar a métrica de uma variação necessária menor a 0, 25% em razão do resultado anterior.

Assim observa-se os resultados anteriores em comparação. Para o coeficiente de sustentação C_l temos o gráfico 2 e para o de arrasto C_d , o gráfico 3.

Analisando, é possível verificar que para um número de elementos de malha maior que 20000, a formatação que mais se aproxima do resultado desejado é a formatação do tipo C. Entretanto, malhas do tipo H não apresentam diferenças muito grandes em comparação. Por último, o tipo O, claramente apresenta problemas para a convergência, não apresentando resultados satisfatórios nem para os valores de coeficiente de sustentação, quanto para os valores de coeficiente de arrasto.

O número de elementos de malha que será escolhido, baseia-se no critério apresentado anteriormente, variação de 0, 25% em razão ao resultado anterior. Para domínio tipo C, esse critério é alcançado com 50000 elementos, para domínio tipo H com 45000 elementos e para tipo O esse critério não pôde ser alcançado. Dessa forma, o formato adotado para o restante do projeto será a configuração do tipo C, por se aproximar mais da referência, embora a configuração tipo H possa funcionar melhor em problemas menos refinados. Por conseguinte, adota-se um número de malha de 50000 elementos. O modelo final tem um valor máximo de Y^+ de aproximadamente 0, 25.



Gráfico 2 - Comparação de coeficientes de sustentação.



Gráfico 3 - Comparação de coeficientes de arrasto.



Fonte: Autoral.

6.3 MODELO FÍSICO

Ao final da etapa anterior definiu-se qual o melhor formato para modelagem do domínio e qual nível de refino aplicariam-se para simulação. Dessa forma, a próxima etapa, é a caracterização física do sistema e suas condições de contorno.
Figura 4 – Modelo final da malha.



Fonte: Autoral.

Precisa-se caracterizar as propriedades do fluído para que corresponda aos mesmos valores da referência empírica. Nesse caso, trata-se de um problema apenas dinâmico, e dessa forma, características do ar de ordem termal ou de multifásica não precisam ser consideradas, e, assim, as únicas propriedades necessárias no sistema são densidade e viscosidade. Os valores e demais informações podem ser observadas na tabela 1.

Propriedade	Tipo	Valor	Unidade de medida
Densidade	Constante	$1,2250 \times 10^{0}$	kg/m^3
Viscodidade	Cosntante	$1,7894 \times 10^{-5}$	kg/ms

Tabela 1 - Características do material de escoamento (A	٩r).
---	------

Também, é necessário a caracterização do escoamento do fluido e para isso, é preciso definir os tipos de condições de contorno. O problema apresentado possui três tipos de condições a serem definidas, no qual é essencial selecionar qual dos três tipos cada uma das "paredes"do sistema representa. Os tipos são *"inlet"*, *"outlet"* e *"wall"*.

- Inlets são contornos caracterizados pela "entrada"de escoamento, onde é preciso definir material, velocidade e direção, além de propriedades turbulentas, que serão exploradas mais adiante.
- Outlets são contornos caracterizados pela "saída"de escoamento. Nesse caso é preciso definir características como pressão manométrica e propriedades de retorno de escoamento.
- Walls são contornos caracterizados como paredes, é preciso nesse caso, definir características envolvendo sua movimentação, selecionando entre paredes estacionárias ou com movimento, velocidade e direção.

No projeto, os contornos foram definidos da forma como podem ser observados na figura 5, onde os contornos com setas azuis com direção a parte interna do sistema são *inputs*, com setas vermelhas com sentido a parte externa do sistema são *outputs* e a parede do aerofólio, no centro, como *wall*.



Figura 5 – *Inlets, outlets* e *walls* do sistema.

Fonte: Autoral.

Definidos os tipos de contornos precisa-se definir as propriedades de cada tipo. São apresentadas as informações de entrada, na tabela 2 e de saída na tabela 3. Paredes são apenas definidas como estacionárias.

Propriedades Inlet	Valor	Unidade de medida
Velocity Magnitude	Varia de acordo com o Re	m/s
X-Component flow direction	cos(lpha)	Adimensional
Y - Component flow direction	$sin(\alpha)$	Adimensional

Tabela 2 – Propriedades do escoamento nos contornos de inlet.

Propriedades Outlet	Valor	Unidade de medida
Gauge Pressure	0,00	Pa
Prevent reverse flow	Habilitado	_

Tabela 3 – Propriedades do escoamento nos contornos de outlet.

Vale ressaltar que, optou-se por simular a movimentação e incremento do ângulo de ataque, do vento em relação ao aerofólio, e não o aerofólio se movimentando em relação ao vento, pois, possibilita a variação de ângulo de ataque de forma simples, sem haver necessidade de recriação de malha, com os mesmos resultados. É importante destacar também que tal adaptação só é válida para simulações estáticas e que necessita-se alterar os vetores relativos ao arrasto e a sustentação no aerofólio, em razão do incremento do ângulo de ataque.

6.3.1 Modelo de turbulência

O *Fluent* proporciona a utilização de diversos métodos de modelagem turbulenta no sistema, de modelos mais simples, com apenas uma equação, até modelos muito complexos com sete equações. Vale notar que é possível trabalhar também como modelos laminares ou invíscidos. Nessa expécie de problema, normalmente tem-se dois tipos de abordagens turbulentas mais usuais, esses, os modelos *Spalart-Allmaras* ou $k - \omega$ *SST*.

O modelo $k - \omega$ *SST* resolve duas equações, uma para a energia cinética turbulenta (k) e a taxa específica de dissipação (ω), enquanto o modelo *Spalart-Allmaras* resolve uma equação, a de transporte da viscosidade cinemática (ν_t), relacionada à turbulência. Dada essa natureza, o primeiro modelo é mais preciso, porém, mais custoso computacionalmente.

Para comparar os resultados, foi realizado duas simulações distintas, uma com cada modelo, para $\alpha = 10, 12^{\circ}$ e $Re = 6 \times 10^{6}$. Por fim comparou-se ao resultado experimental, obtido em (CENTER, 2024).

Método de turbulência	C_l	Erro
Experimetal	$1,0707\times 10^{0}$	_
$k - \omega \ SST$	$1,0551\times10^{0}$	1,46%
Spallart - Almares	$1,0621\times10^{0}$	0,8%

Tabela 4 – Resultados obtidos para pelos diferentes métodos de turbulência CFD.

Como observado na tabela 4, para ambas as simulações realizadas, existe um erro associado muito baixo, de cerca de 1%, e devido a nenhum dos métodos apresentar valores muito discrepantes do experimento, optou-se pela utilização do mais simples, o método *Spalart-Allmaras*.

Por fim, configura-se o solucionador. O método utilizado será transiente, baseado em pressão, com formulação da velocidade absoluta. O acoplamento entre pressão e velocidade é realizado usando o método *Coupled*. Para a discretização espacial, a pressão, o *momentum* e a turbulência serão discretizadas pelo método de segunda ordem. O fator de sub-relaxação é definido como 0,5 para pressão e *momentum*, e 0,8 para energia. Os resíduos absolutos foram determinados para atingir valores menores que 1×10^{-6} , antes da convergência.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram simulados os casos encontrados na referência, utilizando os métodos dos painéis, com o uso do *software XFOIL* e com o uso do método *CFD*, utilizando o *Fluent*. Dessa forma, para cada um dos casos, diferenciando-se entre si pelo número de *Reynolds*, três curvas de sustentação e três curvas de arrasto. Dessa forma foi possível observar como os dois diferentes métodos simulam o mesmo experimento, cada um com suas características. Os valores dispostos de maneira gráfica, podem ser observados dos gráficos 6a até 16b, no apêndice E e de maneira tabelada, nos apêndices C e D.

Primeiramente comparamos a tendência das curvas obtidas via *CFD* e método dos painéis, com o formato obtido experimentalmente, dados pelos gráficos 1a e 1b. Quando se trabalha com o método dos painéis, para tornar as equações diferenciais plausíveis de serem resolvida, adota-se um modelo não turbulento e essa escolha afeta o a tendência das curvas. Para os primeiros graus de ângulo de ataque, ambas curvas tem um comportamento bastante semelhante, mas com o incremento, do mesmo, o método computacional tem a tendência de postergar o estol e tornar a curva mais estável, o que, na pratica não se confirma. Ressalta-se também, que, para baixos número de *Reynolds*, de forma geral o método dos painéis se mostra não preciso, havendo divergências não somente para os valores, quanto para o formato geral das curvas de sustentação e para as curvas de arrasto. As curvas podem ser observadas nos gráficos 4a e 4b.



Gráfico 4 – Valores obtidos com o método dos painéis.

(a) Coeficiente de sustentação.

(b) Coeficiente de arrasto.

Fonte: Autoral.

Trabalhando-se com simulações *CFD*, tem-se uma características um pouco diferentes para as curvas, tanto de sustentação quanto de arrasto. Após incremento do ângulo de ataque, quando o aerofólio entraria em ponto de estol, o método tem dificuldades para encontrar a convergência e, dessa forma, tem-se os valores mapeados até esse ponto, e, uma vez que, os valores encontrados são muito mais significativos na área aeronáutica que os valores pós estol seriam, tratam-se tais como satisfatórios.

O *CFD* tem a turbulência vastamente documentada e calculada pois, o mesmo se propõem a ser mais acertivo em simulações turbulentas. Dessa forma, nota-se que para as curvas com valores maiores de *Reynolds*, são, além de mais estáveis, mais próximas ao experimental que o método dos painéis. Os valores de *Reynolds* menores, tendem a se ainda mais desconexos, pois tratam-se de valores laminares, enquanto a simulação é turbulenta.







Observa-se nos gráficos 6a até 16b as curvas de sustentação e arrasto dadas por diversos números de *Reynolds*, e assim, é apresentado de maneira mais simples como o escoamento é alterado, dado incremento da velocidade. Os primeiros dois valores, de $Re = 10 \times 10^3$ até $Re = 80 \times 10^3$, devido a terem valores de velocidade extremamente baixos, de 0, 30 e 0, 60 metros por segundo, encontraram certa desconexão com os valores experimentais de sustentação obtidos. Notam-se nos gráficos 6a e 7a que a linha verme-lha, representando o método dos painéis, está relativamente distante da linha azul, que representa os valores experimentais, indicando a má convergência para valores de *Reynolds* mais baixos. Por outro lado, o método *CFD* apresenta valores bastante próximos, mas, não consegue, para valores baixos de Re, modelar corretamente o ponto de estol, encontrando-o com uma diferença de 3 graus em relação aos valores experimentais.

Observando o arrasto, a modelagem apresenta valores muito próximos para os três métodos. Embora os valores computacionais pareçam um pouco distinto dos valores experimentais, vale a ressalva que a ordem de escala está cerca de 4 vezes menor que o gráfico de sustentação.

Conforme há crescimento dos valores de Re para números intermediários, de 160×10^3 até 700×10^3 , nota-se que as curvas de sustentação passam cada vez mais a representar o escoamento de maneira adequada capturando muito bem os valores para ângulos de ataque menores. Uma importante característica que se ressalta é a posição da curva

experimental em relação as curvas obtidas utilizando método dos painéis e *CFD*, observarvamos que a primeira encontra-se sempre entre as computacionais, denotando assim o comportamento intermediário entre o fluxo laminar, representado pelo método dos painéis e o comportamento turbulento, representado pelo método *CFD*. Esse comportamento é esperado pois, tratando-se de valores intermediários de *Reynolds* espera-se que o fluxo não se porte completamente como laminar ou como turbulento, apresentado um comportamento intermediário.

Os valores teóricos para essa zona de transição foram vastamente discutidos por autores como *John D. Anderson Jr.* em (ANDERSON, 1991), *Joseph Katz* e *Allen Plotkin* em (KATZ; PLOTKIN, 2001), *Hermann Schlichting* em (SCHLICHTING; GERSTEN, 2000) e *Ira H. Abbott* e *Albert E. von Doenhoff* em (ABBOTT; DOENHOFF, 1959), mas de forma geral, concorda-se que a transição é um fenômeno que acontece por volta de 500×10^3 e 1×10^6 *Reynolds*. Nesse regime, o fluxo pode começar como laminar próximo ao bordo de ataque do aerofólio e, devido ao crescimento de instabilidades, tornar-se turbulento em algum ponto ao longo da superfície do aerofólio. Esses intervalos são apenas valores aproximados e podem variar dependendo da forma do aerofólio, da rugosidade da superfície, da velocidade do ar, e das condições ambientais, podendo ser antecipado ou postegado.

Para valores maiores de *Reynolds*, ambas as curvas se comportam de maneira adequada e precisa, e dessa forma, o resultado apresentado é bastante satisfatório para ambos os métodos computacionais. Ressalta-se que para tais valores, o escoamento se comporta de maneira completamente turbulento.

7.1 COMPARAÇÃO CFD E MÉTODO DOS PAÍNEIS

Após comparação dos métodos, observou-se que ambos tem capacidade de demonstrar como a velocidade e a viscosidade do escoamento interferem no arrasto e na sustentação do aerofólio de maneira suficientemente precisas, embora, nota-se maior precisão no método *CFD*. A introdução da turbulência em uma simulação, tem, de modo geral o resultado de amortecimento da sustentação e o acréscimo do arrasto, e dessa forma, torna-se subentendido os motivos que levam as simulações via método dos painéis a serem menos precisas que simulações mais elaboradas com *CFD*.

Ainda, percebe-se que para *softwares* como o *Fluent*, utilizado para esse projeto, a capacidade de obtenção de maneira visual, do comportamento do ar, no entorno do aerofólio e, dessa forma, constata-se nuanças exclusivas desse método, como por exemplo, a distribuição de pressão e velocidade do ar sobre o aerofólio ou o desprendimento da camada limite, que se faz mais evidente, com a mudança do número de *Reynolds*.

Embora essas habilidades lúdico visuais dos *softwares CFD* sejam bastante interessantes para a formação do conhecimento sobre a aerodinâmica, tem-se um revez tão



Fonte: Autoral.

Figura 7 – Camada limite para $Re = 2 \times 10^6$.





importante quanto. A simulação em um ambiente *CFD* é muito mais complexa, que a mesma simulação, executada por um *software* que utiliza o método dos painéis.

Na realização do projeto, para cada um dos gráficos, de ângulo de ataque por coeficientes de sustentação e arrasto, despendeu-se um tempo de apenas minutos, quando realizado com método dos painéis. Com quantidades de informações mínimas, não sendo necessário a modelagem do aerofólio, nem das condições de contorno. Quanto utilizando o método *CFD*, além do tempo muito mais expressivo, necessário para a convergência do sistema, ainda, necessita-se de conhecimento muito mais aprofundado sobre modelagem, turbulência e características computacionais de engenharia. Além de tudo, são necessárias informações muito mais precisas sobre o aerofólio para obter respostas precisas, como o tamanho da corda, densidade, viscosidade e velocidade do ar. De forma geral, a comparação pode ser definida de maneira bem clara. Quando realizada uma simulação bastante simples, sem que haja a necessidade de uma precisão extrema, ou de obtenção de conhecimento visual do sistema, como *reports* de velocidade ou pressão, o método dos painéis é indicado. Com ele,pode-se realizar uma simulação rápida com o menor conjunto de informações prévias, basta saber com que aerofólio e número de *Reynolds* deseja-se trabalhar, e com alguns minutos, tem-se uma simulação que dará o coeficiente de arrasto e sustentação de maneira satisfatória.

Por outro lado, quando se dispõe de um maior conhecimento sobre aerodinâmica e modelagem física-computacional, é indicado a modelagem via método *CFD*. Além de maior precisão, o *CFD* é capaz de prover *reports* detalhados sobre qualquer ponto definido dentro do domínio, obtendo informações como variação de pressão, velocidade, temperatura e até viscosidade. Além disso, a disponibilidade de uma reposta visual torna o conhecimento possível se ser entendido de outras formas.

8 CONCLUSÃO

Concluiu-se, portanto, que o principal objetivo, que motivou o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso foi alcançado. Da mesma maneira que atividades práticas, possibilitaram observar como um escoamento se comporta durante o acréscimo do número de *Reynolds* em um túnel de vento. Dessa forma, pode-se afirmar que ferramentas computacionais entregam um nível semelhante de qualidade e demonstram de maneira bastante visual, como o escoamento se comporta, facilitando o aprendizado dos alunos, mesmo em ambientes menos estruturados.

Evidenciou-se também, como o método dos painéis e o método *CFD* se diferem um do outro, apresentando qualidades exclusivas, que, de uma ou outra maneira, corroboram para a construção do conhecimento do estudante. Como demonstrado, nos resultados e discussões, ambas as simulações, são suficientemente precisa, para a maioria dos casos, e tem a capacidade de introduzir o estudante, no universo da aerodinâmica aeronáutica. Mesmo com um caso de fácil modelagem, é possível entender como, um fenômeno bastante comum, como as variações de velocidade e pressão sob a asa do avião, funcionam e possibilitam o voo.

Ademais, provou-se a capacidade dos *softwares* de interpretar e reconhecer efeitos mais complexos, que dificilmente seriam observados durante um teste prático, em um túnel de vento, estes, relacionados a perda de sustentação e o acréscimo exponencial do arrasto no ponto de estol, e, como diferentes velocidades de escoamento atuam sobre o regime de voo. Acrescenta-se a importância deste conhecimento, em união com diversas outras áreas, mais exploradas durante os cursos de engenharia espacial, como controle, para manter sempre as melhores condições de arrasto e sustentação, propulsão, cuja, majoritariamente é responsável pelas forças atuantes em uma aeronave, ou projeto de aeronaves, que une o conhecimento previamente estabelecido, afim de permitir a união de otimização dessas diversas áreas com o intuito de prover projetos cada vez mais robustos e eficientes.

Para futuros trabalhos e implementação dos conhecimentos de maneira letiva, sugerese a realização da mesma comparação, mas com o uso do túnel de ventos, podendo-se dessa forma obter, valores experimentais e computacionais, completamente autoral, e nessas condições, ser capaz de controlar parâmetros específicos do sistema, como o tamanho de corda, a velocidade e a viscosidade do escoamento entre outras métricas, uma vez que, essas podem alterar de maneira significativa os resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

ABBOTT, I. H.; DOENHOFF, A. E. V. Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data. [S.I.]: Dover Publications, 1959.

ANDERSON, J. J. D. FUNDAMENTALS OF AERODYNAMICS. Maryland: University of Maryland, 1991. 772 p.

ANSYS Inc. ANSYS Theory Guide. Canonsburg, PA, USA, 2021. Versão 2021.

BERTIN, J. J.; CUMMINGS, R. M. Aerodynamics for Engineers. 5th. ed. [S.I.]: Pearson Prentice Hall, 2009.

CENTER, L. R. **NACA 0012 Airfoil Validation Cases**. 2024. Acesso em 2 fevereiro. 2024. Disponível em: https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val.html.

DRELA, M. Low-reynolds number airfoil design for the mit daedalus prototype: A case study. **Journal of Aircraft**, v. 25, n. 8, p. 724–732, Aug 1988.

. An Integral Boundary Layer Formulation for Blunt Trailing Edges. [S.I.], 1989.

_____. Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils. University of Notre Dame, 1989. Publicado também em: "Low Reynolds Number Aerodynamics," T.J. Mueller (Editor), Lecture Notes in Engineering, No. 54, Springer Verlag, 1989.

. XFOIL Subsonic Airfoil Development System. 2013. https://web.mit.edu/drela/ Public/web/xfoil/. Acesso em 28 maio. 2024.

DRELA, M.; GILES, M. B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils. **AIAA Journal**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 25, n. 10, p. 1347–1355, 1987.

EPPLER, R.; SOMERS, D. M. A Computer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Airfoils. [S.I.], 1980.

GREEN, J. E.; WEEKS, D. J.; BROOMAN, J. W. F. Reports and Memoranda, **Prediction of Turbulent Boundary Layers and Wakes in Compressible Flows**. 1977.

GöRGüLü, Y. F.; ÖZGüR, M. A.; KöSE, R. Cfd analysis of a naca 0009 aerofoil at a low reynolds number. **Research Article**, 2021.

JULIYANA, S. J. et al. Design and analysis of naca4420 wind turbine aerofoil using cfd. **IAEME Publication**, 2023.

KATZ, J.; PLOTKIN, A. Low-Speed Aerodynamics. 2nd. ed. [S.I.]: Cambridge University Press, 2001.

KENNEDY, J. L.; MARSDEN, D. J. A potential flow design method for multicomponent airfoil. **Journal of Aircraft**, v. 15, n. 1, p. 47–52, Jan 1978.

LANDSON, C. L. Effects of independent variation of mach and reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the naca 0012 airfoil section. 1988.

LU, S.; LIU, J.; HEKKENBERG, R. Mesh properties for rans simulations of airfoil-shaped profiles: A case study of rudder hydrodynamics. **Journal of Marine Science and Engineering**, v. 9, n. 10, p. 1062, 2021. Disponível em: https://www.mdpi.com/2077-1312/9/10-/1062.

MAIA, S. V. S.; FERRO, L. M. C. Computation of flow about airfoils comparison of panel method and cfd method. **Revista Científica**, v. 3, n. 6, p. 105, 2023.

MCGHEE, R. J.; JONES, G. S.; JOUTY, R. Performance Characteristics from Wind-Tunnel Tests of a Low-Reynolds-Number Airfoil. [S.I.], 1988.

MENDER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **Aerospace Research Center**, 1994. Acesso em 9 maio. 2024. Disponível em: https://doi.org/10.2514/3.12149/>.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. Boundary-Layer Theory. 8th. ed. [S.I.]: Springer, 2000.

SHELDAHL, R. E.; KLIMAS, P. C. Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil Sections Through 180-Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines. Albuquerque, New Mexico, 1981. Robert E. Sheldahl, Paul C. Klimas.

SOINNE, E.; LAINE. An inverse boundary element method for single component airfoil design. **Journal of Aircraft**, v. 22, n. 6, p. 541–543, Jun 1985.

SPALART, P. R.; ALLMARAS, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. n. AIAA Paper 92-0439, 1992. Acesso em 9 maio. 2024. Disponível em: https://turbmodels.larc.nasa.gov/Papers/RechAerosp_1994_SpalartAllmaras.pdf>.

TOOLS, A. **NACA 4-Digit Airfoil Generator**. 2024. http://airfoiltools.com/airfoil/naca4digit. Acesso em 2 fevereiro. 2024.

TUCKER, P. G. **Unsteady Computational Fluid Dynamics in Aeronautics**. Cambridge: Springer Science Business Media, 1989. 413 p.

WILCOX, D. C. Turbulence Modeling for CFD. 3rd. ed. [S.I.]: DCW Industries, Inc., 2006.

APÊNDICE A – VALORES DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA TABELADOS

Elementos de malha	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
10000	$9,6522 \times 10^{-1}$	$2,7066 \times 10^{-2}$
15000	$1,0036 \times 10^{0}$	$2,1611 \times 10^{-2}$
20000	$1,0192 \times 10^{0}$	$2,0128 \times 10^{-2}$
25000	$1,0266 \times 10^{0}$	$1,9570 \times 10^{-2}$
30000	$1,0306 \times 10^{0}$	$1,9325 \times 10^{-2}$
35000	$1,0331 \times 10^{0}$	$1,9203 \times 10^{-2}$
40000	$1,0351 \times 10^{0}$	$1,9134 \times 10^{-2}$
45000	$1,0365 \times 10^{0}$	$1,9096 \times 10^{-2}$
50000	$1,0377 \times 10^{0}$	$1,9073 \times 10^{-2}$
55000	$1,0388 \times 10^{0}$	$1,9064 \times 10^{-2}$
60000	$1,0397 \times 10^{0}$	$1,9058 \times 10^{-2}$
65000	$1,0405 \times 10^{0}$	$1,9054 \times 10^{-2}$
70000	$1,0413 \times 10^{0}$	$1,9054 \times 10^{-2}$
75000	$1,0421 \times 10^{0}$	$1,9053 \times 10^{-2}$
80000	$1,0430 \times 10^{0}$	$1,9061 \times 10^{-2}$

Tabela 5 – Independência de malha do domínio tipo C

Fonte: Autoral.

Elementos de malha	Coeficiente de Sustentação	Coeficiente de Arrasto
10000	$9,6804 \times 10^{-1}$	$2,7178 \times 10^{-2}$
15000	$1,0290 \times 10^{0}$	$2,2661 \times 10^{-2}$
20000	$1,0160 \times 10^{0}$	$2,1432 \times 10^{-2}$
25000	$1,0224 \times 10^{0}$	$2,0952 \times 10^{-2}$
30000	$1,0260 \times 10^{0}$	$2,0736 \times 10^{-2}$
35000	$1,0282 \times 10^{0}$	$2,0625 \times 10^{-2}$
40000	$1,0300 \times 10^{0}$	$2,0564 \times 10^{-2}$
45000	$1,0315 \times 10^{0}$	$2,0532 \times 10^{-2}$
50000	$1,0326 \times 10^{0}$	$2,0532 \times 10^{-2}$
55000	$1,0336 \times 10^{0}$	$2,0501 \times 10^{-2}$
60000	$1,0345 \times 10^{0}$	$2,0497 \times 10^{-2}$
65000	$1,0351 \times 10^{0}$	$2,0499 \times 10^{-2}$
70000	$1,0361 \times 10^{0}$	$2,0497 \times 10^{-2}$
75000	$1,0368 \times 10^{0}$	$2,0499 \times 10^{-2}$
80000	$1,0367 \times 10^{0}$	$2,0500 \times 10^{-2}$

Tabela 6 – Independência de malha para o domínio tipo H.

Elementos de malha	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
10000	$8,8123 \times 10^{-1}$	$3,5598 \times 10^{-2}$
15000	$9,1174 \times 10^{-1}$	$3,2005 \times 10^{-2}$
20000	$9,2055 \times 10^{-1}$	$3,0928 \times 10^{-2}$
25000	$9,3016 \times 10^{-1}$	$3,0738 \times 10^{-2}$
30000	$9,3559 \times 10^{-1}$	$3,0482 \times 10^{-2}$
35000	$9,3900 \times 10^{-1}$	$2,9701 \times 10^{-2}$
40000	$9,4055 \times 10^{-1}$	$3,0208 \times 10^{-2}$
45000	$9,4483 \times 10^{-1}$	$2,9644 \times 10^{-2}$
50000	$9,4851 \times 10^{-1}$	$2,9712 \times 10^{-2}$
55000	$9,4934 \times 10^{-1}$	$2,9373 \times 10^{-2}$
60000	$9,5128 \times 10^{-1}$	$2,8276 \times 10^{-2}$
65000	$9,5314 \times 10^{-1}$	$2,9150 \times 10^{-2}$
70000	$9,5463 \times 10^{-1}$	$2,9001 \times 10^{-2}$
75000	$9,5619 \times 10^{-1}$	$2,8987 \times 10^{-2}$
80000	$9,5746 \times 10^{-1}$	$2,7888 \times 10^{-2}$

Tabela 7 – Independência de malha do domínio tipo O.

APÊNDICE B – VALORES DAS REFERÊNCIAS EXPERIMENTAIS TABELADOS.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$3,37 \times 10^{-2}$
1°	$8,30 \times 10^{-2}$	$3,38 \times 10^{-2}$
2°	$1,53 \times 10^{-1}$	$3,43 \times 10^{-2}$
3°	$2,01 \times 10^{-1}$	$3,51 \times 10^{-2}$
4°	$2,00 \times 10^{-1}$	$3,59 \times 10^{-2}$
5°	$3,28 \times 10^{-2}$	$3,51 \times 10^{-2}$
6°	$-1,41 \times 10^{-1}$	$4,60 \times 10^{-2}$
7°	$-1,14 \times 10^{-1}$	$5,80 \times 10^{-2}$
8°	$-7,03 \times 10^{-2}$	$7,20 \times 10^{-2}$
9°	$-2,15 \times 10^{-2}$	$8,60 \times 10^{-2}$
10°	$3,11 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-1}$
11°	$8,48 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-1}$
12°	$1,39 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-1}$
13°	$1,93 \times 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-1}$
14°	$2,47 \times 10^{-1}$	$1,71 \times 10^{-1}$
15°	$3,01 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-1}$
16°	$3,55 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,08 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$4,60 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,12 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$5,84 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 8 – Valores experimentais para $Re = 10 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$2,45 \times 10^{-2}$
1°	$1,06 \times 10^{-1}$	$2,47 \times 10^{-2}$
2°	$2,07 \times 10^{-1}$	$2,51 \times 10^{-2}$
3°	$3,03 \times 10^{-1}$	$2,59 \times 10^{-2}$
4°	$3,93 \times 10^{-1}$	$2,70 \times 10^{-2}$
5°	$4,78 \times 10^{-1}$	$2,82 \times 10^{-2}$
6°	$-2,98 \times 10^{-2}$	$4,60 \times 10^{-2}$
7°	$-1,09 \times 10^{-1}$	$5,80 \times 10^{-2}$
8°	$-6,99 \times 10^{-2}$	$7,20 \times 10^{-2}$
9°	$-1,93 \times 10^{-2}$	$8,60 \times 10^{-2}$
10°	$3,20 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-1}$
11°	$8,56 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-1}$
12°	$1,89 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-1}$
13°	$1,93 \times 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-1}$
14°	$2,47 \times 10^{-1}$	$1,71 \times 10^{-1}$
15°	$3,01 \times 10^{-1}$	$1,91 \times 10^{-1}$
16°	$3,55 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,09 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$4,62 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,15 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$5,66 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 9 – Valores experimentais para $Re = 20 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$1,75 \times 10^{-2}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$1,77 \times 10^{-2}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$1,81 \times 10^{-2}$
3°	$3,38 \times 10^{-1}$	$1,89 \times 10^{-2}$
4°	$4,65 \times 10^{-1}$	$1,99 \times 10^{-2}$
5°	$5,28 \times 10^{-1}$	$2,18 \times 10^{-2}$
6°	$6,12 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-2}$
7°	$-2,11 \times 10^{-1}$	$5,80 \times 10^{-2}$
8°	$-6,15 \times 10^{-2}$	$7,20 \times 10^{-2}$
9°	$-1,60 \times 10^{-2}$	$8,60 \times 10^{-2}$
10°	$3,44 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-1}$
11°	$8,69 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-1}$
12°	$1,41 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-1}$
13°	$1,95 \times 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-1}$
14°	$2,48 \times 10^{-1}$	$1,71 \times 10^{-1}$
15°	$3,02 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-1}$
16°	$3,56 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,11 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$4,64 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,18 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$5,71 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 10 – Valores experimentais para $Re = 40 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$1,35 \times 10^{-2}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-2}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$1,38 \times 10^{-2}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$1,48 \times 10^{-2}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$1,55 \times 10^{-2}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$1,70 \times 10^{-2}$
6°	$6,38 \times 10^{-1}$	$1,89 \times 10^{-2}$
7°	$7,23 \times 10^{-1}$	$2,04 \times 10^{-2}$
8°	$6,93 \times 10^{-1}$	$2,22\times 10^{-2}$
9°	$-1,00 \times 10^{-3}$	$6,00 \times 10^{-2}$
10°	$4,13 \times 10^{-2}$	$6,00 \times 10^{-2}$
11°	$9,11 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-1}$
12°	$1,43 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-1}$
13°	$1,97 imes 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-1}$
14°	$2,50 \times 10^{-1}$	$1,71 \times 10^{-1}$
15°	$3,04 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-1}$
16°	$3,58 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,14 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$4,69 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,23 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$5,77 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 11 – Valores experimentais para $Re = 80 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$1,03 \times 10^{-2}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$1,04 \times 10^{-2}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$1,08 \times 10^{-2}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$1,14 \times 10^{-2}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$1,24 \times 10^{-2}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$1,40 \times 10^{-2}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-2}$
7°	$7,46 \times 10^{-1}$	$1,70 \times 10^{-2}$
8°	$8,27 \times 10^{-1}$	$1,85 \times 10^{-2}$
9°	$8,53 \times 10^{-1}$	$2,03 \times 10^{-2}$
10°	$1,33 \times 10^{0}$	$1,88 \times 10^{-2}$
11°	$1,10 \times 10^{0}$	$7,60 \times 10^{-2}$
12°	$1,53 \times 10^{0}$	$1,34 \times 10^{-1}$
13°	$2,03 \times 10^{0}$	$1,52 \times 10^{-1}$
14°	$2,55 \times 10^{0}$	$1,71 \times 10^{-1}$
15°	$3,08 \times 10^{0}$	$1,90 \times 10^{-1}$
16°	$3,62 \times 10^{0}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,15 \times 10^{0}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$4,77 \times 10^{0}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,32 \times 10^{0}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$5,87 \times 10^{0}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 12 – Valores experimentais para $Re = 160 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	0.00×10^{0}	$7,90 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$8,00 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$8,40 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$8,90 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$9,80 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$1,13 \times 10^{-2}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$1,25 \times 10^{-2}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$1,35 \times 10^{-2}$
8°	$8,54 \times 10^{-1}$	$1,53 \times 10^{-2}$
9°	$9,35 \times 10^{-1}$	$1,67 \times 10^{-2}$
10°	$9,81 \times 10^{-1}$	$1,84 \times 10^{-2}$
11°	$9,13 \times 10^{-1}$	$2,04 \times 10^{-2}$
12°	$8,43 \times 10^{-1}$	$2,17 \times 10^{-2}$
13°	$2,76 \times 10^{-1}$	$2,22 \times 10^{-2}$
14°	$2,89 \times 10^{-1}$	$1,06 \times 10^{-1}$
15°	$3,30 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-1}$
16°	$3,79 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$4,45 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
18°	$5,05 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$5,59 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$6,12 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 13 – Valores experimentais para $Re = 360 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	0.00×10^{0}	$6,70 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$7,00 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$7,50 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$8,30 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$9,70 \times 10^{-3}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$1,08 \times 10^{-2}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$1,18 \times 10^{-2}$
8°	$8,80 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-2}$
9°	$9,60 \times 10^{-1}$	$1,44 \times 10^{-2}$
10°	$1,03 \times 10^{0}$	$1,59 \times 10^{-2}$
11°	$1,07 \times 10^{0}$	$1,75 \times 10^{-2}$
12°	$1,04 \times 10^{0}$	$1,95 \times 10^{-2}$
13°	$8,74 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-2}$
14°	$6,28 \times 10^{-1}$	$2,36 \times 10^{-2}$
15°	$4,91 \times 10^{-1}$	$1,17 \times 10^{-1}$
16°	$4,70 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
17°	$5,17 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-1}$
18°	$5,58 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$6,03 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$6,47 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 14 – Valores experimentais para $Re = 700 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	0.00×10^{0}	$6,50 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$6,60 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$7,10 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$7,80 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$9,10 \times 10^{-3}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$1,01 \times 10^{-2}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$1,10 \times 10^{-2}$
8°	$8,80 \times 10^{-1}$	$1,19 \times 10^{-2}$
9°	$9,66 \times 10^{-1}$	$1,34 \times 10^{-2}$
10°	$1,05 \times 10^{0}$	$1,47 \times 10^{-2}$
11°	$1,11 \times 10^{0}$	$1,62 \times 10^{-2}$
12°	$1,12 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{-2}$
13°	$8,85 \times 10^{-1}$	$2,22 \times 10^{-2}$
14°	$8,85 \times 10^{-1}$	$2,45 \times 10^{-2}$
15°	$6,06 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-1}$
16°	$7,18 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
17°	$5,91 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
18°	$6,03 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
19°	$6,33 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$
20°	$6,72 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 15 – Valores experimentais para $Re = 1 \times 10^6$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$6,40 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$6,40 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$6,60 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$6,90 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$7,30 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$8,10 \times 10^{-3}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$9,00 \times 10^{-3}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$9,70 \times 10^{-3}$
8°	$8,80 \times 10^{-1}$	$1,05 \times 10^{-2}$
9°	$9,90 \times 10^{-1}$	$1,13 \times 10^{-2}$
10°	$1,07 \times 10^{0}$	$1,28 \times 10^{-2}$
11°	$1,15 \times 10^{0}$	$1,40 \times 10^{-2}$
12°	$1,21 \times 10^{0}$	$1,55 \times 10^{-2}$
13°	$1,22 \times 10^{0}$	$1,72 \times 10^{-2}$
14°	$1,16 \times 10^{0}$	$1,91 \times 10^{-2}$
15°	$1,05 \times 10^{0}$	$2,13 \times 10^{-2}$
16°	$9,22 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-2}$
17°	$7,83 \times 10^{-1}$	$1,38 \times 10^{-1}$
18°	$7,16 \times 10^{-1}$	$2,52 \times 10^{-1}$
19°	$7,09 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$7,27 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 16 – Valores experimentais para $Re = 2 \times 10^6$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	0.00×10^{0}	$6,40 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$6,40 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$5,60 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$7,20 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$7,60 \times 10^{-3}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$8,10 \times 10^{-3}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$8,60 \times 10^{-3}$
8°	$8,80 \times 10^{-1}$	$9,20 \times 10^{-3}$
9°	$9,90 \times 10^{-1}$	$9,80 \times 10^{-3}$
10°	$1,10 \times 10^{0}$	$1,06 \times 10^{-2}$
11°	$1,18 \times 10^{0}$	$1,18 \times 10^{-2}$
12°	$1,27 \times 10^{0}$	$1,30 \times 10^{-2}$
13°	$1,32 \times 10^{0}$	$1,43 \times 10^{-2}$
14°	$1,34 \times 10^{0}$	$1,59 \times 10^{-2}$
15°	$1,31 \times 10^{0}$	$1,77 \times 10^{-2}$
16°	$1,22 \times 10^{0}$	$1,98 \times 10^{-2}$
17°	$1,04 \times 10^{0}$	$2,29 \times 10^{-2}$
18°	$9,05 \times 10^{-1}$	$1,48 \times 10^{-1}$
19°	$8,41 \times 10^{-1}$	$2,74 \times 10^{-1}$
20°	$8,23 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 17 – Valores experimentais para $Re = 5 \times 10^6$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,40 \times 10^{-3}$
1°	$1,10 \times 10^{-1}$	$6,40 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$6,60 \times 10^{-3}$
3°	$3,30 \times 10^{-1}$	$6,80 \times 10^{-3}$
4°	$4,40 \times 10^{-1}$	$7,10 \times 10^{-3}$
5°	$5,50 \times 10^{-1}$	$7,40 \times 10^{-3}$
6°	$6,60 \times 10^{-1}$	$7,80 \times 10^{-3}$
7°	$7,70 \times 10^{-1}$	$8,20 \times 10^{-3}$
8°	$8,80 \times 10^{-1}$	$8,60 \times 10^{-3}$
9°	$9,90 \times 10^{-1}$	$9,10 \times 10^{-3}$
10°	$1,10 \times 10^{0}$	$9,70 \times 10^{-3}$
11°	$1,21 \times 10^{0}$	$1,04 \times 10^{-2}$
12°	$1,29 \times 10^{0}$	$1,16 \times 10^{-2}$
13°	$1,37 \times 10^{0}$	$1,27 \times 10^{-2}$
14°	$1,42 \times 10^{0}$	$1,41 \times 10^{-2}$
15°	$1,42 \times 10^{0}$	$1,57 \times 10^{-2}$
16°	$1,29 \times 10^{0}$	$1,82 \times 10^{-2}$
17°	$1,12 \times 10^{0}$	$2,10 \times 10^{-2}$
18°	$9,79 \times 10^{-1}$	$2,41 \times 10^{-2}$
19°	$8,98 \times 10^{-1}$	$1,61 \times 10^{-1}$
20°	$8,67 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-1}$

Tabela 18 – Valores experimentais para $Re = 10 \times 10^6$.

APÊNDICE C – VALORES OBTIDOS COM O *XFOIL* TABELADOS.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$3,95 \times 10^{-2}$
1°	$2,85 \times 10^{-2}$	$4,00 \times 10^{-2}$
2°	$6,00 \times 10^{-2}$	$4,17 \times 10^{-2}$
3°	$9,54 \times 10^{-2}$	$4,46 \times 10^{-2}$
4°	$1,32 \times 10^{-1}$	$4,91 \times 10^{-2}$
5°	$1,66 \times 10^{-1}$	$5,54 \times 10^{-2}$
6°	$1,97 \times 10^{-1}$	$6,35 \times 10^{-2}$
7°	$2,27 \times 10^{-1}$	$7,32 \times 10^{-2}$
8°	$2,56 \times 10^{-1}$	$8,44 \times 10^{-2}$
9°	$2,86 \times 10^{-1}$	$9,66 \times 10^{-2}$
10°	$3,18 \times 10^{-1}$	$1,09 \times 10^{-1}$
11°	$3,51 \times 10^{-1}$	$1,22 \times 10^{-1}$
12°	$3,87 \times 10^{-1}$	$1,36 \times 10^{-1}$
13°	$4,24 \times 10^{-1}$	$1,49 \times 10^{-1}$
14°	$4,63 \times 10^{-1}$	$1,63 imes 10^{-1}$
15°	$5,03 \times 10^{-1}$	$1,76 \times 10^{-1}$
16°	$5,97 \times 10^{-1}$	$2,03 \times 10^{-1}$
17°	$6,63 imes 10^{-1}$	$2,24 \times 10^{-1}$
18°	$7,08 \times 10^{-1}$	$2,36 \times 10^{-1}$
19°	$7,57 \times 10^{-1}$	$2,49 \times 10^{-1}$
20°	$7,99 \times 10^{-1}$	$2,65 \times 10^{-1}$

Tabela 19 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 10 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$2,93 \times 10^{-2}$
1°	$1,01 \times 10^{-2}$	$3,00 \times 10^{-2}$
2°	$3,46 \times 10^{-2}$	$3,20 \times 10^{-2}$
3°	$7,05 \times 10^{-2}$	$3,55 \times 10^{-2}$
4°	$1,09 \times 10^{-1}$	$4,08 \times 10^{-2}$
5°	$2,52 \times 10^{-1}$	$5,26 \times 10^{-2}$
6°	$4,49 \times 10^{-1}$	$6,60 \times 10^{-2}$
7°	$5,15 \times 10^{-1}$	$7,85 imes10^{-2}$
8°	$5,42 \times 10^{-1}$	$9,40 \times 10^{-2}$
9°	$7,58 \times 10^{-1}$	$9,28 \times 10^{-2}$
10°	$4,30 \times 10^{-1}$	$1,22 \times 10^{-1}$
11°	$4,80 \times 10^{-1}$	$1,37 \times 10^{-1}$
12°	$5,25 \times 10^{-1}$	$1,53 \times 10^{-1}$
13°	$5,69 \times 10^{-1}$	$1,69 \times 10^{-1}$
14°	$6,06 \times 10^{-1}$	$1,83 \times 10^{-1}$
15°	$6,41 \times 10^{-1}$	$1,96 \times 10^{-1}$
16°	$6,83 \times 10^{-1}$	$2,12 \times 10^{-1}$
17°	$7,12 \times 10^{-1}$	$2,23 \times 10^{-1}$
18°	$7,48 \times 10^{-1}$	$2,36 \times 10^{-1}$
19°	$7,82 \times 10^{-1}$	$2,48 \times 10^{-1}$
20°	$8,19 \times 10^{-1}$	$2,63 \times 10^{-1}$

Tabela 20 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 20 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$2,25 \times 10^{-2}$
1°	$-1,77 \times 10^{-2}$	$2,33 \times 10^{-2}$
2°	$6,80 \times 10^{-3}$	$2,58 \times 10^{-2}$
3°	$3,48 \times 10^{-1}$	$2,97 \times 10^{-2}$
4°	$5,35 \times 10^{-1}$	$2,79 \times 10^{-2}$
5°	$6,19 \times 10^{-1}$	$2,85 \times 10^{-2}$
6°	$6,93 \times 10^{-1}$	$3,20 \times 10^{-2}$
7°	$7,64 imes 10^{-1}$	$3,88 \times 10^{-2}$
8°	$8,18 \times 10^{-1}$	$4,95 \times 10^{-2}$
9°	$8,09 \times 10^{-1}$	$6,68 \times 10^{-2}$
10°	$6,79 \times 10^{-1}$	$1,03 \times 10^{-1}$
11°	$5,69 \times 10^{-1}$	$1,35 \times 10^{-1}$
12°	$5,96 \times 10^{-1}$	$1,50 \times 10^{-1}$
13°	$6,10 \times 10^{-1}$	$1,63 \times 10^{-1}$
14°	$6,35 \times 10^{-1}$	$1,76 \times 10^{-1}$
15°	$6,70 \times 10^{-1}$	$1,92 \times 10^{-1}$
16°	$6,96 \times 10^{-1}$	$2,04 \times 10^{-1}$
17°	$7,32 imes 10^{-1}$	$2,20 \times 10^{-1}$
18°	$7,53 \times 10^{-1}$	$2,29 \times 10^{-1}$
19°	$7,64 imes 10^{-1}$	$2,41 \times 10^{-1}$
20°	$8,19 \times 10^{-1}$	$2,59 \times 10^{-1}$

Tabela 21 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 40 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{-2}$
1°	$1,74 \times 10^{-1}$	$1,83 \times 10^{-2}$
2°	$3,76 \times 10^{-1}$	$1,67 \times 10^{-2}$
3°	$4,59 \times 10^{-1}$	$1,63 \times 10^{-2}$
4°	$5,39 \times 10^{-1}$	$1,69 \times 10^{-2}$
5°	$6,15 \times 10^{-1}$	$1,86 \times 10^{-2}$
6°	$6,86 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-2}$
7°	$7,65 imes 10^{-1}$	$2,62 \times 10^{-2}$
8°	$8,49 \times 10^{-1}$	$3,19 \times 10^{-2}$
9°	$9,14 \times 10^{-1}$	$4,08 \times 10^{-2}$
10°	$9,50 \times 10^{-1}$	$5,27 \times 10^{-2}$
11°	$8,95 \times 10^{-1}$	$7,04 \times 10^{-2}$
12°	$6,36 \times 10^{-1}$	$1,38 \times 10^{-1}$
13°	$6,67 \times 10^{-1}$	$1,55 \times 10^{-1}$
14°	$6,56 \times 10^{-1}$	$1,68 \times 10^{-1}$
15°	$6,73 \times 10^{-1}$	$1,82 \times 10^{-1}$
16°	$6,99 \times 10^{-1}$	$1,96 \times 10^{-1}$
17°	$7,29 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-1}$
18°	$7,84 \times 10^{-1}$	$2,31 \times 10^{-1}$
19°	$7,89 \times 10^{-1}$	$2,36 \times 10^{-1}$
20°	$8,18 \times 10^{-1}$	$2,49\times10^{-1}$

Tabela 22 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 80 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$1,23 \times 10^{-2}$
1°	$1,92 \times 10^{-1}$	$1,20 \times 10^{-2}$
2°	$3,60 \times 10^{-1}$	$1,17 \times 10^{-2}$
3°	$4,48 \times 10^{-1}$	$1,19 \times 10^{-2}$
4°	$5,35 \times 10^{-1}$	$1,26 \times 10^{-2}$
5°	$6,17 \times 10^{-1}$	$1,40 \times 10^{-2}$
6°	$6,93 \times 10^{-1}$	$1,63 \times 10^{-2}$
7°	$7,67 imes 10^{-1}$	$1,93 \times 10^{-2}$
8°	$8,45 \times 10^{-1}$	$2,32 \times 10^{-2}$
9°	$9,28 \times 10^{-1}$	$2,75 \times 10^{-2}$
10°	$1,00 \times 10^{0}$	$3,37 \times 10^{-2}$
11°	$1,05 \times 10^{0}$	$4,21 \times 10^{-2}$
12°	$1,01 \times 10^{0}$	$5,50 \times 10^{-2}$
13°	$8,84 \times 10^{-1}$	$8,15 \times 10^{-2}$
14°	$4,92 \times 10^{-1}$	$1,44 \times 10^{-1}$
15°	$5,34 \times 10^{-1}$	$1,57 \times 10^{-1}$
16°	$4,99 \times 10^{-1}$	$1,64 \times 10^{-1}$
17°	$4,98 \times 10^{-1}$	$1,74 \times 10^{-1}$
18°	$5,17 \times 10^{-1}$	$1,85 \times 10^{-1}$
19°	$5,29 \times 10^{-1}$	$1,95 \times 10^{-1}$
20°	$5,37 \times 10^{-1}$	$2,06 \times 10^{-1}$

Tabela 23 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 160 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$6,9900 \times 10^{-3}$
1°	$1,03 \times 10^{-1}$	$7,2700 \times 10^{-3}$
2°	$2,20 \times 10^{-1}$	$8,0000 \times 10^{-3}$
3°	$3,71 \times 10^{-1}$	$8,9700 \times 10^{-3}$
4°	$5,25 \times 10^{-1}$	$1,0000 \times 10^{-2}$
5°	$6,23 \times 10^{-1}$	$1,1300 \times 10^{-2}$
6°	$7,13 \times 10^{-1}$	$1,2700 \times 10^{-2}$
7°	$7,93 imes 10^{-1}$	$1,4500 \times 10^{-2}$
8°	$8,71 \times 10^{-1}$	$1,6400 \times 10^{-2}$
9°	$9,24 \times 10^{-1}$	$1,94 \times 10^{-2}$
10°	$1,04 \times 10^{0}$	$2,27 \times 10^{-2}$
11°	$1,09 \times 10^{0}$	$2,63 \times 10^{-2}$
12°	$1,15 \times 10^{0}$	$3,03 imes 10^{-2}$
13°	$1,18 \times 10^{0}$	$3,68 \times 10^{-2}$
14°	$1,18 \times 10^{0}$	$4,53 \times 10^{-2}$
15°	$1,16 \times 10^{0}$	$5,79 \times 10^{-2}$
16°	$1,10 \times 10^{0}$	$8,11 \times 10^{-2}$
17°	$5,37 \times 10^{-1}$	$1,67 \times 10^{-1}$
18°	$5,76 \times 10^{-1}$	$2,15 \times 10^{-1}$
19°	$5,29 \times 10^{-1}$	$1,92 \times 10^{-1}$
20°	$5,54 \times 10^{-1}$	$2,01 \times 10^{-1}$

Tabela 24 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 360 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,69 \times 10^{-3}$
1°	$1,05 \times 10^{-1}$	$5,68 \times 10^{-3}$
2°	$2,10 \times 10^{-1}$	$6,26 \times 10^{-3}$
3°	$3,16 \times 10^{-1}$	$6,96 \times 10^{-3}$
4°	$4,46 \times 10^{-1}$	$8,06 \times 10^{-3}$
5°	$5,88 \times 10^{-1}$	$9,39 \times 10^{-3}$
6°	$7,29 \times 10^{-1}$	$1,05 \times 10^{-2}$
7°	$8,15 \times 10^{-1}$	$1,12 \times 10^{-2}$
8°	$9,08 \times 10^{-1}$	$1,31 \times 10^{-2}$
9°	$9,90 \times 10^{-1}$	$1,41 \times 10^{-2}$
10°	$1,07 \times 10^{0}$	$1,51 \times 10^{-2}$
11°	$1,14 \times 10^{0}$	$1,75 \times 10^{-2}$
12°	$1,21 \times 10^{0}$	$2,23 \times 10^{-2}$
13°	$1,25 \times 10^{0}$	$2,65 \times 10^{-2}$
14°	$1,28 \times 10^{0}$	$3,15 \times 10^{-2}$
15°	$1,31 \times 10^{0}$	$4,04 \times 10^{-2}$
16°	$1,28 \times 10^{0}$	$5,54 \times 10^{-2}$
17°	$1,24 \times 10^{0}$	$7,58 \times 10^{-2}$
18°	$1,17 \times 10^{0}$	$1,03 \times 10^{-1}$
19°	$1,0776 \times 10^{0}$	$1,3788 \times 10^{-1}$
20°	$9,57 \times 10^{-1}$	$2,19 \times 10^{-1}$

Tabela 25 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 700 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,4000 \times 10^{-3}$
1°	$1,07 \times 10^{-1}$	$5,49 \times 10^{-3}$
2°	$2,11 \times 10^{-1}$	$5,81 \times 10^{-3}$
3°	$3,20 \times 10^{-1}$	$6,46 \times 10^{-3}$
4°	$4,28 \times 10^{-1}$	$7,28 \times 10^{-3}$
5°	$5,57 \times 10^{-1}$	$8,86 \times 10^{-3}$
6°	$6,94 \times 10^{-1}$	$9,73 \times 10^{-3}$
7°	$8,26 \times 10^{-1}$	$1,09 \times 10^{-2}$
8°	$9,10 \times 10^{-1}$	$1,21 \times 10^{-2}$
9°	$9,58 \times 10^{-1}$	$1,24 \times 10^{-2}$
10°	$1,07 \times 10^{0}$	$1,31 \times 10^{-2}$
11°	$1,17 \times 10^{0}$	$1,49 \times 10^{-2}$
12°	$1,25 \times 10^{0}$	$1,93 \times 10^{-2}$
13°	$1,32 \times 10^{0}$	$2,20 \times 10^{-2}$
14°	$1,35 \times 10^{0}$	$2,60 \times 10^{-2}$
15°	$1,37 \times 10^{0}$	$3,16 \times 10^{-2}$
16°	$1,37 \times 10^{0}$	$4,19 \times 10^{-2}$
17°	$1,33 \times 10^{0}$	$6,25 \times 10^{-2}$
18°	$1,29 \times 10^{0}$	$8,77 \times 10^{-2}$
19°	$1,19 \times 10^{0}$	$1,17 \times 10^{-1}$
20°	$1,18 \times 10^{0}$	$1,48 \times 10^{-1}$

Tabela 26 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 1 \times 10^6.$

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,40 \times 10^{-3}$
1°	$1,07 \times 10^{-1}$	$5,49 \times 10^{-3}$
2°	$2,11 \times 10^{-1}$	$5,81 \times 10^{-3}$
3°	$3,20 \times 10^{-1}$	$6,46 \times 10^{-3}$
4°	$4,80 \times 10^{-1}$	$7,28 \times 10^{-3}$
5°	$5,57 \times 10^{-1}$	$8,86 \times 10^{-3}$
6°	$6,94 \times 10^{-1}$	$9,73 \times 10^{-3}$
7°	$8,26 \times 10^{-1}$	$1,09 \times 10^{-2}$
8°	$9,58 \times 10^{-1}$	$1,24 \times 10^{-2}$
9°	$1,07 \times 10^{0}$	$1,31 \times 10^{-2}$
10°	$1,17 \times 10^{0}$	$1,49 \times 10^{-2}$
11°	$1,25 \times 10^{0}$	$1,93 \times 10^{-2}$
12°	$1,32 \times 10^{0}$	$2,20 \times 10^{-2}$
13°	$1,35 \times 10^{0}$	$2,61 \times 10^{-2}$
14°	$1,37 \times 10^{0}$	$3,16 \times 10^{-2}$
15°	$1,39 \times 10^{0}$	$4,19 \times 10^{-2}$
16°	$1,33 \times 10^{0}$	$6,26 \times 10^{-2}$
17°	$1,29 \times 10^{0}$	$8,77 \times 10^{-2}$
18°	$1,19 \times 10^{0}$	$1,17 \times 10^{-1}$
19°	$1,18 \times 10^{0}$	$1,48 \times 10^{-1}$
20°	$1,18 \times 10^{0}$	$1,17 \times 10^{-1}$

Tabela 27 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 2 \times 10^6$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,08 \times 10^{-3}$
1°	$1,13 \times 10^{-1}$	$5,14 \times 10^{-3}$
2°	$2,25 \times 10^{-1}$	$5,32 \times 10^{-3}$
3°	$3,37 \times 10^{-1}$	$5,61 \times 10^{-3}$
4°	$4,48 \times 10^{-1}$	$5,96 \times 10^{-3}$
5°	$5,58 \times 10^{-1}$	$6,42 \times 10^{-3}$
6°	$6,67 \times 10^{-1}$	$6,95 \times 10^{-3}$
7°	$7,74 \times 10^{-1}$	$7,55 \times 10^{-3}$
8°	$8,78 \times 10^{-1}$	$8,22 \times 10^{-3}$
9°	$9,74 \times 10^{-1}$	$8,86 \times 10^{-3}$
10°	$1,07 \times 10^{0}$	$9,62 \times 10^{-3}$
11°	$1,17 \times 10^{0}$	$1,05 \times 10^{-2}$
12°	$1,26 \times 10^{0}$	$1,12 \times 10^{-2}$
13°	$1,32 \times 10^{0}$	$1,22 \times 10^{-2}$
14°	$1,41 \times 10^{0}$	$1,36 \times 10^{-2}$
15°	$1,50 \times 10^{0}$	$1,51 \times 10^{-2}$
16°	$1,59 \times 10^{0}$	$1,87 \times 10^{-2}$
17°	$1,66 \times 10^{0}$	$1,89 \times 10^{-2}$
18°	$1,71 \times 10^{0}$	$2,61 \times 10^{-2}$
19°	$1,74 \times 10^{0}$	$2,62 \times 10^{-2}$
20°	$1,75 \times 10^{0}$	$4,50 \times 10^{-2}$

Tabela 28 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 5 \times 10^6$.
Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$0,00 \times 10^{0}$	$5,09 \times 10^{-3}$
1°	$1,14 \times 10^{-1}$	$5,14 \times 10^{-3}$
2°	$2,27 \times 10^{-1}$	$5,28 \times 10^{-3}$
3°	$3,40 \times 10^{-1}$	$5,53 \times 10^{-3}$
4°	$4,53 \times 10^{-1}$	$5,79 \times 10^{-3}$
5°	$5,66 \times 10^{-1}$	$6,10 \times 10^{-3}$
6°	$6,78 \times 10^{-1}$	$6,44 \times 10^{-3}$
7°	$7,88 \times 10^{-1}$	$6,86 \times 10^{-3}$
8°	$8,99 \times 10^{-1}$	$7,40 \times 10^{-3}$
9°	$1,00 \times 10^{0}$	$8,03 \times 10^{-3}$
10°	$1, 11 \times 10^{0}$	$8,82 \times 10^{-3}$
11°	$1,23 \times 10^{0}$	$9,76 \times 10^{-3}$
12°	$1,33 \times 10^{0}$	$1,07 \times 10^{-2}$
13°	$1,43 \times 10^{0}$	$1,19 \times 10^{-2}$
14°	$1,53 \times 10^{0}$	$1,30 \times 10^{-2}$
15°	$1,62 \times 10^{0}$	$1,45 \times 10^{-2}$
16°	$1,70 \times 10^{0}$	$1,62 \times 10^{-2}$
17°	$1,77 \times 10^{0}$	$1,79 \times 10^{-2}$
18°	$1,82 \times 10^{0}$	$2,04 \times 10^{-2}$
19°	$1,86 \times 10^{0}$	$2,46 \times 10^{-2}$
20°	$1,87 \times 10^{0}$	$3,13 \times 10^{-2}$

Tabela 29 – Valores obtidos com método dos painéis para $Re = 10 \times 10^6$.

APÊNDICE D – VALORES OBTIDOS COM O FLUENT TABELADOS

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$3,89 \times 10^{-4}$	$3,84 \times 10^{-2}$
1°	$5,99 \times 10^{-2}$	$3,87 \times 10^{-2}$
2°	$1,21 \times 10^{-1}$	$3,98 \times 10^{-2}$
3°	$1,85 \times 10^{-1}$	$4,19 \times 10^{-2}$
4°	$2,50 \times 10^{-1}$	$4,54 \times 10^{-2}$
5°	$3,06 \times 10^{-1}$	$5,10 \times 10^{-2}$
6°	$3,38 \times 10^{-1}$	$5,94 \times 10^{-2}$
7°	$3,51 \times 10^{-1}$	$7,03 \times 10^{-2}$

Tabela 30 – Valores obtidos com método *CFD* para $Re = 10 \times 10^3$.

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$3,80 \times 10^{-4}$	$2,79 \times 10^{-2}$
1°	$9,26 \times 10^{-2}$	$2,81\times10^{-2}$
2°	$1,85 \times 10^{-1}$	$2,87 \times 10^{-2}$
3°	$2,76 \times 10^{-1}$	$2,99\times10^{-2}$
4°	$3,65 \times 10^{-1}$	$3,16 \times 10^{-2}$
5°	$4,51 \times 10^{-1}$	$3,41 \times 10^{-2}$
6°	$5,31 \times 10^{-1}$	$3,77 \times 10^{-2}$

Tabela 31 – Valores obtidos com método *CFD* para $Re = 20 \times 10^3$.

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$2,27 \times 10^{-4}$	$2,10 \times 10^{-2}$
1°	$9,97 \times 10^{-2}$	$2,12 \times 10^{-2}$
2°	$1,97 \times 10^{-1}$	$2,17 \times 10^{-2}$
3°	$2,94 \times 10^{-1}$	$2,25 \times 10^{-2}$
4°	$3,89 \times 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-2}$
5°	$4,82 \times 10^{-1}$	$2,54 \times 10^{-2}$
6°	$5,35 \times 10^{-1}$	$3,13 \times 10^{-2}$
7°	$6,53 \times 10^{-1}$	$3,07 \times 10^{-2}$
8°	$7,19 \times 10^{-1}$	$3,58 \times 10^{-2}$

Tabela 32 – Valores obtidos com método *CFD* para $Re = 40 \times 10^3$.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$1,55 \times 10^{-4}$	$1,69 \times 10^{-2}$
1°	$1,02 \times 10^{-1}$	$1,70 \times 10^{-2}$
2°	$2,02 \times 10^{-1}$	$1,74 \times 10^{-2}$
3°	$3,02 \times 10^{-1}$	$1,81 \times 10^{-2}$
4°	$3,99 \times 10^{-1}$	$1,91 \times 10^{-2}$
5°	$4,93 \times 10^{-1}$	$2,05 \times 10^{-2}$
6°	$5,82 \times 10^{-1}$	$2,23 \times 10^{-2}$
7°	$6,80 \times 10^{-1}$	$2,46 \times 10^{-2}$
8°	$7,33 imes 10^{-1}$	$3,27 \times 10^{-2}$
9°	$8,30 \times 10^{-1}$	$3,24 \times 10^{-2}$

Tabela 33 – Valores obtidos com método *CFD* para $Re = 80 \times 10^3$.

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$1,10 \times 10^{-4}$	$1,43 \times 10^{-2}$
1°	$1,02 \times 10^{-1}$	$1,45 \times 10^{-2}$
2°	$2,04 \times 10^{-1}$	$1,48 \times 10^{-2}$
3°	$3,06 \times 10^{-1}$	$1,54 \times 10^{-2}$
4°	$4,06 \times 10^{-1}$	$1,63 \times 10^{-2}$
5°	$5,06 \times 10^{-1}$	$1,75 \times 10^{-2}$
6°	$6,03 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-2}$
7°	$6,97 \times 10^{-1}$	$2,10 \times 10^{-2}$
8°	$7,88 \times 10^{-1}$	$2,34 \times 10^{-2}$
9°	$8,72 \times 10^{-1}$	$2,64 \times 10^{-2}$
10°	$9,47 \times 10^{-1}$	$3,04 \times 10^{-2}$
11°	$1,00 \times 10^{0}$	$3,61 \times 10^{-2}$

Tabela 34 – Valores obtidos com método CFD para $Re=160\times 10^3.$

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$8,72 \times 10^{-5}$	$1,23 \times 10^{-2}$
1°	$1,03 \times 10^{-1}$	$1,25 \times 10^{-2}$
2°	$2,07 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-2}$
3°	$3,10 \times 10^{-1}$	$1,33 \times 10^{-2}$
4°	$4,12 \times 10^{-1}$	$1,41 \times 10^{-2}$
5°	$5,13 \times 10^{-1}$	$1,52 \times 10^{-2}$
6°	$6,14 \times 10^{-1}$	$1,66 \times 10^{-2}$
7°	$7,12 imes 10^{-1}$	$1,82 \times 10^{-2}$
8°	$8,08 \times 10^{-1}$	$2,03 \times 10^{-2}$
9°	$9,00 \times 10^{-1}$	$2,27 \times 10^{-2}$
10°	$9,88 \times 10^{-1}$	$2,56 \times 10^{-2}$
11°	$1,05 \times 10^{0}$	$3,66 \times 10^{-2}$
12°	$1,14 \times 10^{0}$	$3,35 \times 10^{-2}$
13°	$1,20 \times 10^{0}$	$3,92 \times 10^{-2}$

Tabela 35 – Valores obtidos com método CFD para $Re=360\times 10^3.$

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$7,73 \times 10^{-5}$	$1,11 \times 10^{-2}$
1°	$1,04 \times 10^{-1}$	$1,12 \times 10^{-2}$
2°	$2,09 \times 10^{-1}$	$1,15 \times 10^{-2}$
3°	$3,12 \times 10^{-1}$	$1,20 \times 10^{-2}$
4°	$4,16 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-2}$
5°	$5,19 \times 10^{-1}$	$1,38 \times 10^{-2}$
6°	$6,21 \times 10^{-1}$	$1,51 \times 10^{-2}$
7°	$7,21 \times 10^{-1}$	$1,66 \times 10^{-2}$
8°	$8,20 \times 10^{-1}$	$1,85 \times 10^{-2}$
9°	$9,16 \times 10^{-1}$	$2,07 \times 10^{-2}$
10°	$1,01 \times 10^{0}$	$2,32 \times 10^{-2}$
11°	$1,10 \times 10^{0}$	$2,63 \times 10^{-2}$
12°	$1,18 \times 10^{0}$	$2,98 \times 10^{-2}$
13°	$1,25 \times 10^{0}$	$3,41 \times 10^{-2}$
14°	$1,31 \times 10^{0}$	$3,96 \times 10^{-2}$

Tabela 36 – Valores obtidos com método CFD para $Re=700\times 10^3.$

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$7,77 \times 10^{-5}$	$1,05 \times 10^{-2}$
1°	$1,05 \times 10^{-1}$	$1,06 \times 10^{-2}$
2°	$2,09 \times 10^{-1}$	$1,09 \times 10^{-2}$
3°	$3,14 \times 10^{-1}$	$1,14 \times 10^{-2}$
4°	$4,18 \times 10^{-1}$	$1,22 \times 10^{-2}$
5°	$5,22 \times 10^{-1}$	$1,31 \times 10^{-2}$
6°	$6,24 \times 10^{-1}$	$1,44 \times 10^{-2}$
7°	$7,26 \times 10^{-1}$	$1,59 \times 10^{-2}$
8°	$8,25 \times 10^{-1}$	$1,77 \times 10^{-2}$
9°	$9,23 \times 10^{-1}$	$1,98 \times 10^{-2}$
10°	$1,02 \times 10^{0}$	$2,22 \times 10^{-2}$
11°	$1, 11 \times 10^{0}$	$2,51 \times 10^{-2}$
12°	$1,19 \times 10^{0}$	$2,84 \times 10^{-2}$
13°	$1,27 \times 10^{0}$	$3,24 \times 10^{-2}$
14°	$1,34 \times 10^{0}$	$3,72 \times 10^{-2}$
15°	$1,39 \times 10^{0}$	$4,35 \times 10^{-2}$

Tabela 37 – Valores obtidos com método CFD para $Re=1\times 10^6.$

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$3,30 \times 10^{-5}$	$9,46 \times 10^{-3}$
1°	$1,05 \times 10^{-1}$	$9,56 \times 10^{-3}$
2°	$2,10 \times 10^{-1}$	$9,85 \times 10^{-3}$
3°	$2,27 \times 10^{-1}$	$1,03 \times 10^{-2}$
4°	$4,20 \times 10^{-1}$	$1,15 \times 10^{-2}$
5°	$5,25 \times 10^{-1}$	$1,20 \times 10^{-2}$
6°	$6,29 \times 10^{-1}$	$1,31 \times 10^{-2}$
7°	$7,31 \times 10^{-1}$	$1,45 \times 10^{-2}$
8°	$8,32 \times 10^{-1}$	$1,62 \times 10^{-2}$
9°	$9,31 \times 10^{-1}$	$1,82 \times 10^{-2}$
10°	$1,03 \times 10^{0}$	$2,05 \times 10^{-2}$
11°	$1,12 \times 10^{0}$	$2,31 \times 10^{-2}$
12°	$1,21 \times 10^{0}$	$2,62 \times 10^{-2}$
13°	$1,29 \times 10^{0}$	$2,97 \times 10^{-2}$
14°	$1,36 \times 10^{0}$	$3,37 \times 10^{-2}$
15°	$1,41 \times 10^{0}$	$3,88 \times 10^{-2}$

Tabela 38 – Valores obtidos com método CFD para $Re=2\times 10^6.$

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$-2,70 \times 10^{-5}$	$8,28 \times 10^{-3}$
1°	$1,06 \times 10^{-1}$	$8,40 \times 10^{-3}$
2°	$2,13 \times 10^{-1}$	$8,69 \times 10^{-3}$
3°	$3,19 \times 10^{-1}$	$9,15 \times 10^{-3}$
4°	$3,78 \times 10^{-1}$	$1,07 \times 10^{-2}$
5°	$5,31 \times 10^{-1}$	$1,25 \times 10^{-2}$
6°	$6,37 \times 10^{-1}$	$1,19 \times 10^{-2}$
7°	$6,99 \times 10^{-1}$	$1,87 \times 10^{-2}$
8°	$8,44 \times 10^{-1}$	$1,49 \times 10^{-2}$
9°	$9,46 \times 10^{-1}$	$1,68 \times 10^{-2}$
10°	$1,05 \times 10^{0}$	$1,90 \times 10^{-2}$
11°	$1,14 \times 10^{0}$	$2,15 \times 10^{-2}$
12°	$1,21 \times 10^{0}$	$3,36 \times 10^{-2}$
13°	$1,33 \times 10^{0}$	$2,76 \times 10^{-2}$
14°	$1,41 \times 10^{0}$	$3,14 \times 10^{-2}$

Tabela 39 – Valores obtidos com método CFD para $Re=5\times10^6.$

Fonte: Autoral.

Ângulo de ataque	Coeficiente de sustentação	Coeficiente de arrasto
0°	$-2,17 \times 10^{-5}$	$7,53 \times 10^{-3}$
1°	$1,07 \times 10^{-1}$	$7,62 \times 10^{-3}$
2°	$2,15 \times 10^{-1}$	$7,90 \times 10^{-3}$
3°	$3,22 \times 10^{-1}$	$8,36 \times 10^{-3}$
4°	$4,28 \times 10^{-1}$	$9,02 \times 10^{-3}$
5°	$5,35 \times 10^{-1}$	$9,90 \times 10^{-3}$
6°	$6,41 \times 10^{-1}$	$1,10 \times 10^{-2}$
7°	$7,47 \times 10^{-1}$	$1,24 \times 10^{-2}$
8°	$8,51 \times 10^{-1}$	$1,40 \times 10^{-2}$
9°	$9,54 \times 10^{-1}$	$1,58 \times 10^{-2}$
10°	$1,05 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{-2}$
11°	$1,15 \times 10^{0}$	$2,04 \times 10^{-2}$

Tabela 40 – Valores obtidos com método CFD para $Re=10\times 10^6.$

APÊNDICE E – GRÁFICOS DAS COMPARAÇÕES



Gráfico 6 – Resultados obtidos para $Re = 10 \times 10^3$.





Gráfico 7 – Resultados obtidos para $Re = 20 \times 10^3$.



Gráfico 8 – Resultados obtidos para $Re = 40 \times 10^3$.















Gráfico 11 – Resultados obtidos para $Re = 360 \times 10^3$.

Fonte: Autoral.













Gráfico 14 – Resultados obtidos para $Re = 2 \times 10^6$.

Fonte: Autoral.









