

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Mathias Luis Diettrich

**PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO COM
IMPULSO TOTAL MÁXIMO DE 1300 N · S**

Santa Maria, RS
2024

Mathias Luis Diettrich

**PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO COM IMPULSO TOTAL
MÁXIMO DE 1300 N · S**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial, Área de Concentração em , da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **em Engenharia Aeroespacial**. Defesa realizada por videoconferência.

Orientador: Prof. Carlos Eduardo Guex Falcão

Santa Maria, RS
2024

Mathias Luis Diettrich

**PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO COM IMPULSO TOTAL
MÁXIMO DE 1300 N · S**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial, Área de Concentração em , da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **em Engenharia Aeroespacial**.

Aprovado em 18 de julho de 2024:

Carlos Eduardo Guex Falcão, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Cesar Valverde Salvador, Dr. (UFSM)

Rogério Pirk, Dr. (ITA)

Santa Maria, RS
2024

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de expressar minha profunda gratidão às pessoas que me proporcionaram a base necessária para alcançar meus objetivos. Agradeço especialmente aos meus pais, Luis e Lucia, e ao meu irmão Matheus, pelo apoio contínuo e encorajamento ao longo desta jornada.

Gostaria também de agradecer ao meu orientador, professor Eduardo Falcão, cuja orientação e suporte foram imprescindíveis para a realização deste projeto. Sua expertise e conselhos foram fundamentais para direcionar meu trabalho e superar os desafios encontrados.

Por último, gostaria de agradecer a todos os colegas do curso de Engenharia Aeroespacial, com quem compartilhei momentos de amizade e companheirismo ao longo dos anos. Juntos, construímos amizades que certamente perdurarão por muitos anos e que enriqueceram minha experiência universitária de maneira inesquecível.

RESUMO

PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO COM IMPULSO TOTAL MÁXIMO DE 1300 N · S

AUTOR: Mathias Luis Diettrich

Orientador: Carlos Eduardo Guex Falcão

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo para o projeto de um propulsor a propelente sólido, direcionado a dispositivos com impulso total máximo de 1300 N · s. O modelo integra teorias fundamentais de dimensionamento e recomendações de projeto, com ênfase na segurança e viabilidade de fabricação. Implementado em *Python*, seguindo os princípios da programação orientada a objetos (POO), o modelo garante modularidade, reutilização de código e facilidade de expansão. Inclui análises críticas, como transferência de calor, pressão na câmara de combustão e dimensionamento estrutural, reduzindo a necessidade de softwares externos. Embora o código não tenha sido disponibilizado, ele gera toda a geometria necessária a partir de poucas entradas, facilitando a aplicação de algoritmos de otimização. Os resultados indicam uma boa acurácia em comparação com resultados experimentais e dados da literatura. No entanto, a validação completa requer a fabricação do propulsor. O trabalho resultou em um modelo eficaz, preparado para futuras expansões e integrações com algoritmos de otimização. Recomenda-se a fabricação do propulsor projetado para validação empírica e a exploração de geometrias mais eficientes através de otimizações futuras.

Palavras-chave: Propulsor. Propelente sólido. Projeto de propulsor a propelente sólido. Transferência de calor. Dimensionamento estrutural.

ABSTRACT

DESIGN OF A SOLID PROPELLANT THRUSTER WITH A MAXIMUM TOTAL IMPULSE OF 1300 N · S

AUTHOR: Mathias Luis Diettrich

ADVISOR: Carlos Eduardo Guex Falcão

This work presents the development of a model for the design of a solid propellant thruster, aimed at devices with a maximum total impulse of 1300 N · s. The model integrates fundamental sizing theories and design recommendations, with an emphasis on safety and manufacturability. Implemented in *Python*, following object-oriented programming (OOP) principles, the model ensures modularity, code reuse, and ease of expansion. It includes critical analyses such as heat transfer, combustion chamber pressure, and structural sizing, reducing the need for external software. Although the code has not been made available, it generates all the necessary geometry from a few inputs, facilitating the application of optimization algorithms. The results indicate good accuracy compared to experimental results and literature data. However, complete validation requires the fabrication of the motor. The work resulted in an effective model, prepared for future expansions and integrations with optimization algorithms. It is recommended to fabricate the designed motor for empirical validation and to explore more efficient geometries through future optimizations.

Keywords: Rocket motor. Solid propellant. Solid propellant motor design. Heat transfer. Structural sizing.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Layout de um foguete V-2	15
FIGURA 2 – Teste estático do motor S50	16
FIGURA 3 – Partes de um propulsor a propelente sólido	23
FIGURA 4 – Volume de controle (VC) com fronteiras reais e imaginárias	25
FIGURA 5 – Bocal convergente-divergente	27
FIGURA 6 – Tipos de escoamentos na saída da tubeira com base nas pressões ao longo da tubeira	29
FIGURA 7 – Efeito da temperatura na tensão de escoamento de alguns metais	34
FIGURA 8 – Influência do tamanho do propulsor e das partículas em c^*	41
FIGURA 9 – Influência da relação L/D no pico de pressão interna para uma queima erosiva	42
FIGURA 10 – Influência da temperatura na taxa de queima	44
FIGURA 11 – Diagrama do contorno das sucessivas superfícies de queima espaçadas por um instante de tempo fixo.	45
FIGURA 12 – Classificação dos grãos de acordo com as características da curva pressão-tempo	46
FIGURA 13 – Diagrama de diferentes geometrias de grãos	47
FIGURA 14 – Definição do tempo de queima e tempo de ação.	48
FIGURA 15 – Dimensionamento do rasgo de <i>O-ring</i> estático.	54
FIGURA 16 – Modelo de ignitor	56
FIGURA 17 – Sistemas de coordenadas do planeta	57
FIGURA 18 – Sistemas de coordenadas fixo	57
FIGURA 19 – Sistemas de coordenadas do vento	58
FIGURA 20 – Resultado de (Richard Nakka, 2023) da pressão e empuxo em função do tempo do motor <i>Paradigm</i>	74
FIGURA 21 – Resultado do modelo desenvolvido para a pressão e o empuxo em função do tempo do motor <i>Paradigm</i>	75
FIGURA 22 – Temperatura dos nós em um determinado tempo para o foguete de (Richard Nakka, 2023)	77
FIGURA 23 – Temperatura dos nós em um determinado tempo para o foguete de (Richard Nakka, 2023), modelo próprio	78
FIGURA 24 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo sem proteção térmica, experimento de (Richard Nakka, 2023)	79
FIGURA 25 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo sem proteção térmica, modelo próprio	80
FIGURA 26 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo com	

proteção térmica, experimento de (Richard Nakka, 2023)	80
FIGURA 27 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo com proteção térmica, modelo próprio	81
FIGURA 28 – Tubeira CAD	82
FIGURA 29 – Tubeira Modelo	83
FIGURA 30 – Rastreamento de solo de um voo de cruzeiro longo de uma aeronave	85
FIGURA 31 – Rastreamento de solo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave	86
FIGURA 32 – Velocidade relativa e altitude em função do tempo para um voo de cru- zeiro de longo alcance de uma aeronave	87
FIGURA 33 – Velocidade relativa e altitude em função do tempo para um voo de cru- zeiro de longo alcance de uma aeronave	88
FIGURA 34 – Variação do ângulo de caminho de voo e azimute da velocidade em fun- ção do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave	89
FIGURA 35 – Variação do ângulo de caminho de voo e azimute da velocidade em fun- ção do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave	90
FIGURA 36 – Desenho da tubeira	94
FIGURA 37 – Desenho do <i>Bulkhead</i>	95
FIGURA 38 – Desenho do ignitor	96
FIGURA 39 – Desenho da câmara de combustão	97
FIGURA 40 – Desenho do suporte e do propelente	98
FIGURA 41 – Pressão e empuxo na câmara de combustão	98
FIGURA 42 – Variações de massa e taxa de queima	99
FIGURA 43 – Resultados do modelo de transferência de calor	100
FIGURA 44 – Altitude e velocidade do veículo	101
FIGURA 45 – Latitude e longitude	101

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Fator de correção para ângulo de divergência em tuberias cônicas	32
TABELA 2 – Propriedades do Propelente RNX-71V (razão 68/24/8)	39
TABELA 3 – Coeficientes da taxa de queima para o propelente RNX-71V	43
TABELA 4 – Fatores de torque K para uso com a Equação 4.46	52
TABELA 5 – Composição e Taxa de Queima do Propelente RNX-71V	67
TABELA 6 – Características da proteção térmica	68
TABELA 7 – Massas dos conjuntos de parafusos	71
TABELA 8 – Parâmetros do modelo do motor foguete <i>Paradigm</i>	74
TABELA 9 – Constantes e parâmetros para verificação do modelo de transferência de calor segundo (Richard Nakka, 2023) para o motor foguete	76
TABELA 10 – Constantes e parâmetros para verificação do modelo de transferência de calor segundo dados experimentais de (Richard Nakka, 2023)	79
TABELA 11 – Parâmetros da simulação de voo intercontinental	84
TABELA 12 – Parâmetros do modelo do motor foguete	92
TABELA 13 – Parâmetros gerais do modelo para o propulsor	102

LISTA DE SÍMBOLOS

I_t	Impulso total
F	Força de propulsão
t_{queima}	Tempo de queima
I_s	Impulso específico
g_0	Aceleração da gravidade de referência
\dot{m}	Fluxo mássico
dt	Diferencial de tempo
\dot{m}_e	Fluxo mássico de entrada
\dot{m}_s	Fluxo mássico de saída
dm_{VC}	Diferencial de massa do volume de controle
M	Número de Mach
v	Velocidade
a	Velocidade do som
k	Razão de calores específicos
R'	Constante universal dos gases
T	Temperatura
P	Pressão
C_F	Coefficiente de empuxo
V	Volume específico
A	Área
α	Ângulo de divergência
λ	Fator de correção do ângulo de divergência
η	Fator de correção de tubeira
A	Área

C	Coeficiente C
h	Coeficiente de transferência de calor por convecção
G	Vazão mássica por unidade de área
C_p	Calor específico da mistura de combustão
S	Área da entrada da tubeira
D_i	Diâmetro interno da câmara de combustão
L	Comprimento da câmara de combustão
α_t	Difusividade térmica
κ	Condutividade térmica
N	Número de nós da malha de transferência de calor
L_p	Espessura da parede
Δx	Comprimento dos elementos de malha
τ	Número adimensional de Fourier da malha
Δt	Passo de tempo
ρ	Densidade
C^*	Velocidade característica de exaustão
$T_{combusto}$	Temperatura de combustão
M_{mol}	Massa molar
R	Constante do gás
a	Coeficiente da taxa de queima
n	Expoente da taxa de queima
r	Taxa de queima
σ	Tensão
P_r	Pressão radial
t	Espessura da parede do vaso de pressão
P_i	Pressão interna aplicada no raio interno

P_o	Pressão externa aplicada no raio externo
r_i	Raio interno do vaso de pressão
r_o	Raio externo do vaso de pressão
S_{sy}	Limite de escoamento em cisalhamento
n	Coeficiente de segurança
S_y	Limite de escoamento

SUMÁRIO

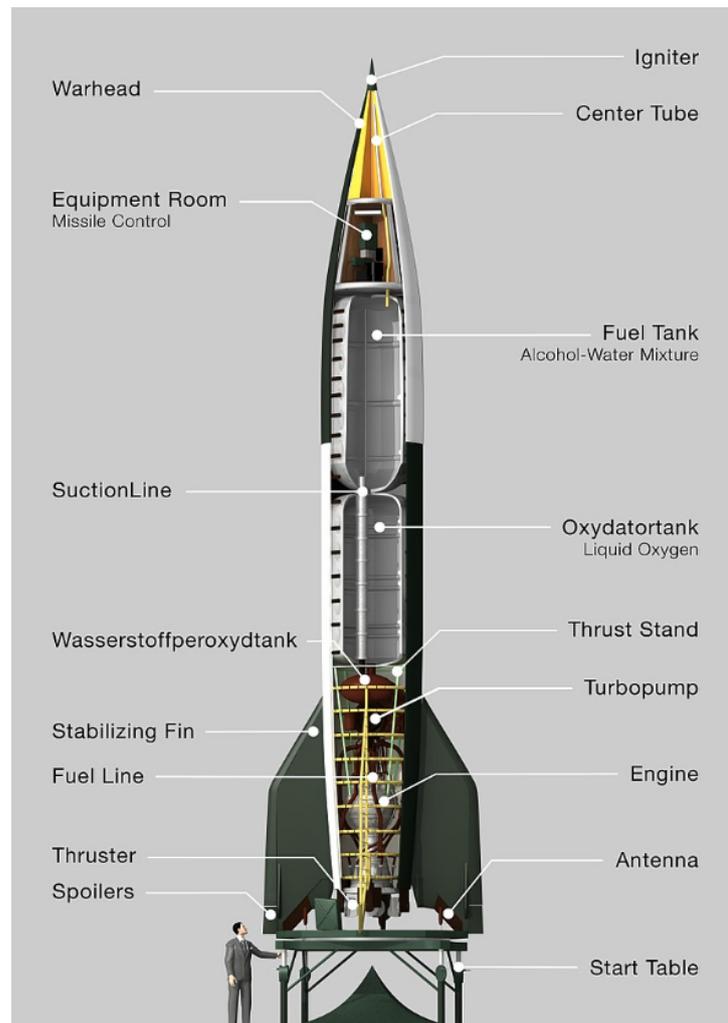
1	INTRODUÇÃO	14
2	OBJETIVOS	18
2.1	OBJETIVO GERAL	18
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
4	REFERENCIAL TEÓRICO	21
4.1	PARTES DE UM PROPULSOR	21
4.2	PROPULSÃO	24
4.2.1	Impulso	24
4.2.2	Volume de Controle	24
4.2.3	Conservação da Massa	25
4.2.4	Número de Mach	26
4.2.5	Escoamento Quasi-Uni-Dimensional	26
4.2.6	Teoria de Bocais e Cálculo do Empuxo	27
4.2.6.1	Pressões de Entrada e Saída da Tubeira	28
4.2.6.2	Propriedades na Entrada da Tubeira	30
4.2.6.3	Propriedades na Garganta.....	30
4.2.6.4	Propriedades na Saída da Tubeira	31
4.2.6.5	Ângulos de Convergência e Divergência	32
4.2.6.6	Empuxo	33
4.2.7	Inibidores	33
4.2.8	Proteção Térmica	34
4.2.9	Propelente	38
4.2.10	Escoamento de Duas Fases	39
4.2.11	Queima Erosiva	41
4.2.12	Taxa de Queima	42
4.2.13	Geometrias do Grão Propelente	44
4.2.14	Pressão na Câmara de Combustão	48
4.3	ESTRUTURA	49
4.3.1	Vasos de Pressão	49
4.3.2	Dimensionamento dos Parafusos	50
4.3.3	Dimensionamento e Seleção de <i>O-rings</i>	53
4.3.4	Tolerâncias	54
4.4	IGNITOR	55
4.5	MECÂNICA DE VOO.....	56
4.5.1	Modelo Atmosférico	59

4.5.2	Modelo Gravitacional	59
4.5.3	Modelo Aerodinâmico	59
4.6	MÉTODOS NUMÉRICOS	59
4.6.1	Resolução de Sistemas de Equações Lineares	60
4.6.2	Solução das Equações Diferenciais	60
5	DESENVOLVIMENTO	62
5.1	DESCRIÇÃO GERAL DO ALGORITMO	62
5.1.1	Otimização	63
5.1.2	Modificação no Módulo de Parâmetros	63
5.1.3	Objetivo do Código	63
5.2	MODELO PROPULSIVO	63
5.2.1	Tubeira	64
5.2.2	Pressão na Câmara de Combustão	64
5.2.3	Propelente	66
5.3	MODELO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR	67
5.3.1	Proteção Térmica	68
5.4	MODELO ESTRUTURAL	68
5.4.1	Otimização	69
5.4.2	Bulkhead	70
5.4.3	Câmara de Combustão	70
5.4.4	Ignitor	70
5.5	CÁLCULO DA MASSA	71
5.6	MODELO DE MECÂNICA DE VOO	72
6	VERIFICAÇÕES	73
6.1	VERIFICAÇÃO DO MODELO DE PRESSÃO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO	73
6.2	VERIFICAÇÃO DO MODELO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR	76
6.3	VERIFICAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE MASSA	81
6.4	VERIFICAÇÃO DO MODELO DE MECÂNICA DE VOO	83
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	91
7.1	PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO	91
8	CONCLUSÕES	103
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105

1 INTRODUÇÃO

A história da propulsão de foguetes remonta ao início do século XIII, quando os chineses usavam foguetes para fins recreativos, como fogos de artifício. No entanto, foi somente no século XX que os foguetes evoluíram significativamente para serem utilizados em aplicações práticas, tanto militares quanto espaciais. O primeiro foguete comercialmente bem-sucedido foi o V-2, desenvolvido pela Alemanha durante a Segunda Guerra Mundial, como ilustrado na Figura 1. Este foguete serviu como base para a tecnologia de foguetes moderna. Desde então, a propulsão de foguetes tem sido continuamente aperfeiçoada, permitindo missões cada vez mais longas e precisas, tanto na órbita terrestre quanto além. Até o dia 1 de junho de 2024, a empresa aeroespacial norte-americana *SpaceX* realizou o lançamento de 57 foguetes Falcon 9, transportando desde satélites até pessoas para a Estação Espacial Internacional, com foco constante em foguetes mais econômicos e confiáveis.

Figura 1 – Layout de um foguete V-2



Fonte: (Wikipedia, 2023)

No Brasil, o programa espacial foi iniciado em 1960 pelo presidente Jânio Quadros, com o objetivo de desenvolver pesquisas e explorar o setor aeroespacial brasileiro. O primeiro foguete desenvolvido foi o Sonda I, lançado em 1967, seguido pelo Sonda II em 1969, Sonda III em 1976 e Sonda IV em 1984. Outro projeto significativo foi o VLS-1, iniciado em 1985, que, apesar de nunca ter sido lançado devido a falhas e acidentes, teve um impacto considerável no programa espacial brasileiro. O programa sofreu um grande revés em 2003, quando uma explosão resultou na morte de 21 pessoas. O projeto VLS-1 foi oficialmente cancelado em 2016. Atualmente, o Brasil está desenvolvendo o Veículo Lançador de Microsatélites (VLM-1), que teve seu primeiro teste estático do motor S50, conforme mostrado na Figura 2, em outubro de 2021. A propulsão de foguetes no Brasil ainda necessita de muitos avanços para que o sonho de um veículo lançador de satélites nacional se torne realidade.

Figura 2 – Teste estático do motor S50



Fonte: (Defesanet, 2021)

A propulsão de foguetes é uma classe de propulsão a jato que produz empuxo através da ejeção de massa armazenada, chamada de propelente (SUTTON; BIBLARZ, 2016). Os sistemas de propulsão de foguetes podem fornecer energia de diversas formas, sendo as mais comuns a propulsão elétrica e a propulsão química. A propulsão elétrica utiliza energia elétrica para acelerar íons a altas velocidades, cerca de 30 km/s, gerando empuxo. No entanto, devido à baixa massa dos íons ejetados, o empuxo resultante é pequeno, tornando-a impraticável para lançar veículos pesados da superfície da Terra. Assim, a propulsão elétrica é utilizada principalmente no espaço, para missões não tripuladas onde a magnitude da força não é tão crítica.

A propulsão química, por outro lado, é o tipo mais comum utilizado em veículos de lançamento. Produz empuxos de dezenas a centenas de milhares de Newtons, embora a velocidade de ejeção dos gases seja menor, em torno de 2 km/s. Funciona ao queimar um combustível e um oxidante em uma câmara de combustão, produzindo gases quentes e pressurizados que são ejetados pelo propulsor para gerar impulso. A propulsão química pode ser subdividida em dois tipos principais: propelente líquido e propelente sólido. Os foguetes a propelente líquido armazenam combustíveis líquidos e oxidantes em tanques separados, misturando-os antes da combustão. Já os foguetes a propelente sólido combinam combustível e oxidante em um único motor.

Os foguetes a propelente líquido são conhecidos por sua alta eficiência e flexibilidade, permitindo ajustes durante o voo para controlar a velocidade e a trajetória e, devido à necessidade de lançamentos cada vez mais eficientes, estão substituindo os de propelente sólido até mesmo em *boosters* devido à possibilidade de pouso e recuperação. No entanto, são mais complexos devido à presença de componentes como turbobombas e

válvulas. Em contraste, os foguetes a propelente sólido utilizam uma mistura sólida de combustíveis e oxidantes armazenados em um propulsor. Quando acionados, o propelente queima rapidamente para produzir impulso. Estes foguetes são mais simples que os a propelente líquido, mas oferecem um controle limitado para pouso ou para manobras efetuadas após o desligamento do motor devido à impossibilidade de re-ignição.

Este trabalho visa desenvolver o projeto de um propulsor a propelente sólido, que sirva como base para futuros estudos de otimização e potencial desenvolvimento de um produto. Devido à sua simplicidade, confiabilidade, menor custo de fabricação e às diversas aplicações onde esta classe de motores pode operar, o motor a propelente sólido foi escolhido para este estudo. A análise do escoamento dos gases de combustão é a maior complexidade deste projeto. Para essa análise, podem ser utilizados softwares avançados de fluidodinâmica computacional (CFD), porém devido, deve-se optar por modelos analíticos simplificados com o intuito de mitigar a necessidade de softwares externos.

O objetivo é criar um modelo que permita investigações futuras de otimização utilizando tanto métodos tradicionais quanto técnicas de aprendizado de máquina. O modelo deverá ser programado de maneira eficiente, com poucas variáveis de entrada, para facilitar a implementação de algoritmos de otimização.

2 OBJETIVOS

Neste capítulo, são apresentados os objetivos gerais e específicos do trabalho, detalhando as metas a serem alcançadas no desenvolvimento do modelo para o projeto de propulsores a propelente sólido.

2.1 OBJETIVO GERAL

Desenvolver um modelo de fácil utilização para o projeto completo de um propulsor a propelente sólido com impulso total máximo de $1300 \text{ N} \cdot \text{s}$.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver um modelo em *Python* para o projeto completo de um propulsor a propelente sólido, seguindo os princípios da programação orientada a objetos (POO) para promover a modularidade, a reutilização de código, a facilidade de manutenção e a expansão do sistema.
- Minimizar o número de entradas necessárias para gerar toda a geometria, facilitando a implementação de algoritmos de otimização.
- Incluir análises críticas para um propulsor a propelente sólido, como transferência de calor, pressão na câmara de combustão e modelo estrutural.
- Reduzir ao máximo a necessidade de utilização de softwares externos, tanto para os desenhos quanto para o cálculo de massa da geometria a ser fabricada.
- Incorporar pequenas otimizações internas para alcançar parâmetros ótimos, mesmo sem a utilização de ferramentas externas de otimização.
- Possuir uma análise de voo geral que possa ser aplicada a diferentes condições de lançamento.
- Utilizar configurações prévias que propiciem um desempenho mais eficiente.
- Garantir a segurança de operação, realizando análises conservadoras quando necessário.
- Desenvolver um projeto final que esteja de acordo com a realidade de fabricação quanto à complexidade de geometria, tolerâncias e materiais.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O projeto de propulsores a propelente sólido para modelismo é amplamente fundamentado na obra de (Richard Nakka, 2023), que fornece uma vasta gama de dados sobre a fabricação e os testes desses dispositivos. Este recurso é valioso para compreender os aspectos práticos do desenvolvimento de propulsores a propelente sólido em pequena escala.

Para um entendimento mais abrangente e teórico, (SUTTON; BIBLARZ, 2016) oferece uma base sólida sobre o projeto de propulsores em geral. Em seu trabalho é abordado o dimensionamento das principais partes, como a câmara de combustão, o propelente e a tubeira, além de fornecer recomendações detalhadas de projeto e análise de missão. Este texto é essencial para a compreensão dos princípios fundamentais e das melhores práticas no projeto de propulsores.

No contexto da nova geração de mísseis e foguetes, (MIAO et al., 2022) destaca a necessidade de otimização de parâmetros de performance. A busca por geometrias otimizadas é crucial para melhorar a eficiência e a eficácia dos propulsores. Diversos algoritmos de otimização, com suas respectivas vantagens e desvantagens, podem ser aplicados a essa tarefa. No entanto, todos eles requerem um modelo adequado para otimização.

Embora os propulsores a propelente líquido estejam ganhando um maior destaque devido ao sucesso dos veículos espaciais da SpaceX, até mesmo em aplicações como *side boosters*, os propulsores a propelente sólido continuam a ter diversas aplicações devido principalmente à sua confiabilidade e simplicidade. Uma aplicação atual é a de propulsores para cubesats que deverão pousar na Lua, conforme descrito por (MORISHITA et al., 2020), onde um propulsor a propelente líquido não atenderia às pequenas dimensões e um propulsor elétrico não forneceria o empuxo necessário. Devido ao espaço limitado disponível, possuir um propulsor altamente otimizado é crucial.

(NOWAKOWSKI et al., 2017) utiliza pequenos propulsores a propelente sólido para um veículo suborbital de pesquisas com apogeu de 100 km. São dois propulsores com pico de empuxo de 6000 N e impulso total de 15000 N · s. O objetivo foi produzir um propulsor confiável, de fácil e rápida manufatura e possivelmente reutilizável.

Ainda existem aplicações para veículos aéreos não tripulados que operam em regime transônico, como demonstrado por (VERNACCHIA; MATHESIUS; HANSMAN, 2022). É investigada a aplicação de propulsores a propelente sólido de pequeno empuxo, porém de longo tempo de queima. Essas condições exigem, além de um propelente com baixa taxa de queima, uma análise térmica para avaliar a efetividade da proteção térmica e a necessidade de materiais ablativos, por exemplo.

Outro problema crescente é o lixo espacial em órbita. (OKNINSKI, 2022) demonstra

a utilização de propulsores a propelente sólido para a retirada de órbita de satélites após o fim da sua vida útil. Esse tipo de propulsão é utilizado principalmente devido à sua alta confiabilidade, pequenas dimensões para um alto empuxo e possibilidade de pequenas taxas de queima que permitem um maior tempo para a realização de manobras.

Apesar de ser uma tecnologia que vem perdendo espaço, a propulsão a propelente sólido continua a ser amplamente utilizada, necessitando de projetos cada vez mais otimizados para maximizar suas vantagens. (MAHJUB et al., 2020) oferece uma revisão abrangente sobre a otimização do design de propulsores a propelente sólido ao longo dos últimos 70 anos, demonstrando que esta sempre foi uma preocupação central. O estudo também revela que o problema do propulsor a propelente sólido é altamente multidisciplinar, exigindo um elevado nível de integração entre seus módulos. Destaca-se, assim, que um modelo geral confiável do foguete é tão importante quanto a investigação de métodos de otimização, que também são complexos devido ao elevado número de variáveis envolvidas.

A utilização de softwares para análises complexas, como modelos de análise por elementos finitos (FEA) ou dinâmica de fluidos computacional (CFD), envolve um alto custo computacional e é geralmente reservada para etapas mais avançadas do projeto. Estudos como os de (MATHIAS; RIBEIRO; JÚNIOR, 2012) e (CASTRO et al., 2019) mostram que modelos baseados em equações mais simples, como a teoria de bocais, podem fornecer resultados acurados com um custo computacional significativamente menor. Esses estudos demonstraram uma boa acurácia, com erros inferiores a 5% em comparação com dados experimentais, conforme reportado por (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

Apesar dessas contribuições, a maioria dos trabalhos desenvolvidos até agora utiliza apenas a teoria de bocais ou depende de softwares externos, resultando na ausência de um modelo mais completo que integre os principais aspectos do projeto do propulsor em um único ambiente. Alguns projetos fazem essa integração, mas há poucas publicações que apresentam de maneira detalhada um modelo com mais análises. Portanto, há uma necessidade clara de desenvolver um modelo abrangente que considere não apenas a teoria de bocais, mas também outras variáveis críticas do projeto, como o modelo estrutural e de transferência de calor.

Assim, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo com as principais análises necessárias para o projeto de propulsores a propelente sólido com impulso total máximo de $1300 \text{ N} \cdot \text{s}$. Este modelo visa fornecer um projeto executável, utilizando entradas geométricas básicas como o raio do grão propelente e sua altura. Além disso, o modelo deve ser de fácil expansão, assim como ser capaz de integrar algoritmos de otimização de maneira eficiente, facilitando futuras investigações e aprimoramentos.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, será detalhada a teoria base para o projeto, como as equações, as hipóteses adotadas e as recomendações de projeto utilizadas no desenvolvimento do modelo de propulsor a propelente sólido. Além disso, serão descritos os componentes do propulsor.

4.1 PARTES DE UM PROPULSOR

Para facilitar a compreensão, serão detalhadas brevemente as partes de um propulsor a propelente sólido e suas principais funções. Vale destacar que estas partes são específicas para este modelo e podem variar em outras aplicações. A nomenclatura utilizada neste trabalho segue (Richard Nakka, 2023), com alguns termos traduzidos para o português. As partes do propulsor que será desenvolvido estão ilustradas na Figura 3 e suas funções são:

- **Ignitor:** Dispositivo composto por material de fácil e rápida inflamabilidade, responsável por gerar a chama necessária para iniciar a combustão do grão propelente.
- **Bulkhead:** Atua como uma parede para vedação da parte superior da câmara de combustão e, neste caso específico, serve como suporte para a inserção do ignitor.
- **Suporte do grão propelente:** Suporte necessário para unir as partes do grão propelente, utilizado somente para algumas geometrias de grão propelente. Precisa ser de um material de difícil inflamabilidade, porém leve.
- **Grão propelente:** Propelente em formato sólido, podendo possuir diferentes geometrias.
- **Proteção térmica:** Camada de material isolante aderida à câmara de combustão com o objetivo de dificultar a transferência de calor entre os gases de combustão e a parede da câmara de combustão.
- **Câmara de Combustão:** Estrutura que contém o propelente sólido e onde ocorre a combustão, gerando os gases de alta pressão que serão expelidos pela tubeira.
- **Tubeira:** A tubeira é um bocal convergente-divergente responsável por acelerar os gases de combustão a velocidades supersônicas a fim de produzir empuxo.

- **Vedação:** Componente utilizado para vedar a interface entre a tubeira e a câmara de combustão, bem como entre o bulkhead e a câmara de combustão, garantindo que os gases de combustão sejam expelidos pela tubeira.

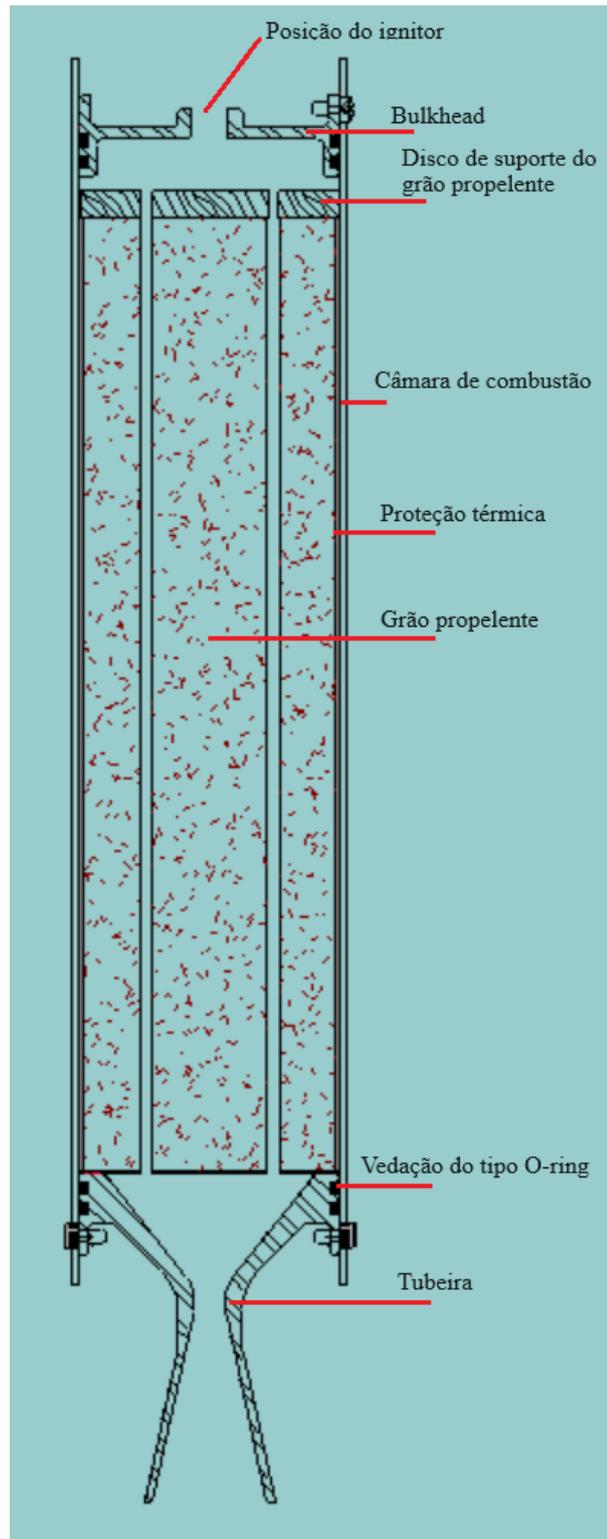


Figura 3 – Partes de um propulsor a propelente sólido

Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

4.2 PROPULSÃO

Nesta seção, desenvolve-se a teoria necessária para modelar de maneira simplificada o comportamento dos gases de combustão. É importante salientar que este trabalho não visa realizar uma análise quantitativa detalhada da combustão. Ao invés disso, prioriza-se uma abordagem qualitativa, com o intuito de entender o processo e os fenômenos relacionados. Esta metodologia é crucial para garantir uma compreensão adequada dos aspectos fundamentais do funcionamento do propulsor, prevenindo assim erros significativos na sua aplicação.

4.2.1 Impulso

O impulso é uma medida da quantidade de movimento transmitido por uma força durante um período de tempo. De maneira simples, quanto maior o impulso, maior será a velocidade máxima do foguete. A escala de impulso é uma medida da eficiência de um propulsor, que leva em consideração não apenas a magnitude da força aplicada, mas também o tempo de duração da sua aplicação.

Dois tipos de impulso serão considerados nesta análise: o impulso total e o impulso específico. O impulso total I_t é a integral da força de propulsão F durante o tempo de queima t_{queima} , conforme a equação 4.1. Ambos são parâmetros de performance.

$$I_t = \int_0^{t_{\text{queima}}} F dt \quad (4.1)$$

Já o impulso específico I_s é o impulso total por unidade de peso de propelente. Esse parâmetro é de extrema importância para a medida de performance do sistema de propulsão. Um sistema com baixo impulso específico, por exemplo, não é capaz de acelerar um veículo a velocidades muito altas com apenas um estágio de propulsão. I_s é dado pela equação 4.2 na sua forma integral.

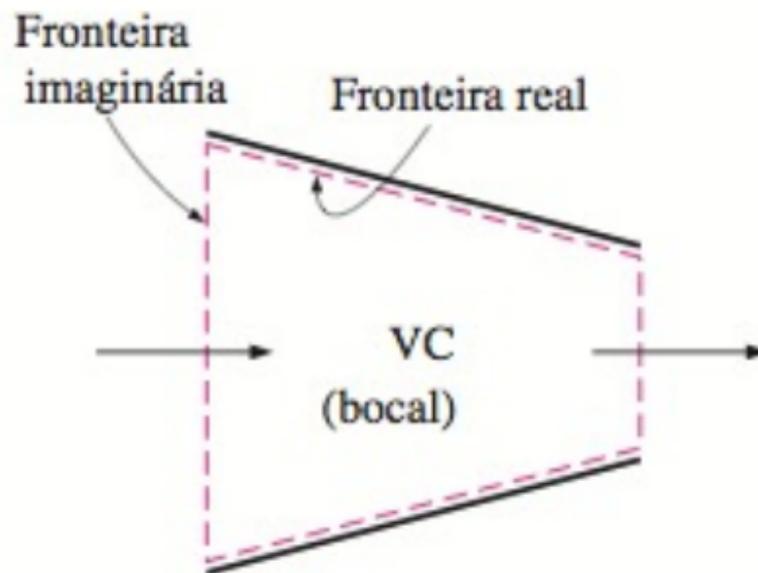
$$I_s = \frac{\int_0^{t_{\text{queima}}} F dt}{g_0 \int \dot{m} dt} \quad (4.2)$$

4.2.2 Volume de Controle

Um sistema aberto, ou volume de controle, é uma região do espaço selecionada apropriadamente para estudo. Em geral, essa região compreende um dispositivo que inclui escoamento de massa, como uma tubeira (ÇENGEL, 2012). O volume de controle é geralmente delimitado por fronteiras fixas ou móveis, como as paredes de um recipiente ou

as superfícies de separação de fluidos. Nas fronteiras de um sistema aberto, pode ocorrer tanto fluxo de massa quanto de energia. Essa abordagem é fundamental para entender como os fluidos se comportam e interagem com o ambiente. Um volume de controle pode ser fixo em tamanho e forma, como no caso de um bocal, conforme ilustrado na Figura 4, ou pode incluir uma fronteira móvel, como a regressão do grão propelente em um foguete de propelente sólido.

Figura 4 – Volume de controle (VC) com fronteiras reais e imaginárias



Fonte: (ÇENGEL, 2012)

4.2.3 Conservação da Massa

A lei da conservação da massa é uma das leis fundamentais da mecânica dos fluidos. Esta lei baseia-se no princípio da conservação da quantidade de matéria em um sistema fechado. Em outras palavras, a quantidade total de massa em um fluido, em um dado instante, permanece constante, a menos que haja adição ou remoção de massa do sistema. Para um volume de controle, a conservação de massa é expressa pela equação 4.3.

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \frac{dm_{VC}}{dt} \quad (4.3)$$

4.2.4 Número de Mach

O número de Mach é um parâmetro adimensional que relaciona a velocidade do som com a velocidade do escoamento, conforme a equação 4.4. Ele é amplamente utilizado em mecânica dos fluidos, pois pode fornecer relações entre propriedades sem especificar o sistema de unidades. A velocidade do som é dada pela equação 4.5. Escoamentos subsônicos são aqueles onde o número de Mach é menor que 1, sônicos quando $M = 1$ e supersônicos quando $M > 1$.

$$M = \frac{v}{a} \quad (4.4)$$

$$a = \sqrt{kRT} \quad (4.5)$$

4.2.5 Escoamento Quasi-Uni-Dimensional

De acordo com (SUTTON; BIBLARZ, 2016), o conceito de sistema de propulsão de foguete ideal é fundamental, pois os princípios termodinâmicos podem ser expressos através de relações matemáticas simples. Essas equações descrevem um escoamento quasi-uni-dimensional. Aproximações desse tipo resultam em um erro de desempenho para foguetes químicos entre 1% e 6% abaixo do ideal. O foguete ideal assume as condições impostas a seguir:

- A reação química é homogênea;
- Todos os produtos da combustão são gasosos, e qualquer fase condensada, líquida ou sólida adiciona uma quantidade desprezível à massa total;
- O fluido de trabalho é um gás perfeito;
- Não há troca de calor do fluido com as paredes da câmara de combustão, ou seja, o escoamento é adiabático;
- O atrito nas paredes é desprezível e nenhum efeito de camada limite é considerado;
- Não há ocorrência de ondas de choque ou descontinuidades no escoamento da tubeira;
- O escoamento do propelente é permanente e constante. A expansão do fluido de trabalho é uniforme e sem vibrações. Qualquer efeito transitório, como início e fim da combustão, é muito rápido e será desconsiderado;
- Todos os gases de exaustão possuem a direção da velocidade axial ao propulsor;

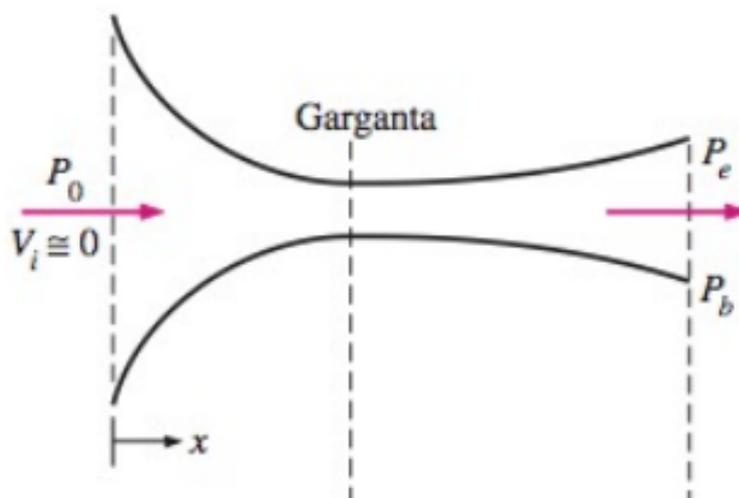
- A velocidade, a pressão, a temperatura e a densidade são uniformes ao longo de uma seção transversal normal ao eixo da tubeira;
- O equilíbrio químico é atingido dentro da câmara de combustão e a composição do gás é constante na tubeira (escoamento congelado);
- Os propelentes armazenados estão à temperatura ambiente.

Essas considerações permitem o desenvolvimento de uma teoria quasi-uni-dimensional. Esse tipo de escoamento é importante, pois a solução das equações torna-se mais simples, sua implementação é mais fácil e o custo computacional é menor.

4.2.6 Teoria de Bocais e Cálculo do Empuxo

Um dos elementos cruciais de um propulsor é a tubeira, também conhecida como bocal convergente-divergente ou bocal de Laval. A Figura 5 ilustra uma tubeira, na qual a seção convergente acelera o fluxo subsônico até atingir o número de Mach $M = 1$ na garganta. Posteriormente, a seção divergente continua acelerando o fluxo até que a pressão de saída da tubeira iguale-se à pressão externa. Sob essas condições, o escoamento mássico é maximizado. Qualquer variação desta condição resultará em um escoamento mássico reduzido e, conseqüentemente, em uma eficiência menor da tubeira.

Figura 5 – Bocal convergente-divergente



Fonte: (ÇENGEL, 2012)

Assumindo que o escoamento é quasi-unidimensional e isentrópico, é possível determinar as características do escoamento na tubeira. Alternativamente, ao definir algumas dessas características como requisitos de projeto, pode-se obter as dimensões da tubeira. As relações necessárias para estas determinações serão baseadas nos conceitos

apresentados em (SUTTON; BIBLARZ, 2016), (ÇENGEL, 2012) e (Richard Nakka, 2023). Além disso, é fundamental estabelecer um sistema para identificar as diversas regiões e condições no escoamento, que será feito através dos seguintes subscritos:

- Subscrito 0: Propriedades de estagnação;
- Subscrito c: Propriedades na câmara de combustão;
- Subscrito 1: Propriedades no início da seção convergente da tubeira;
- Subscrito t: Propriedades na garganta;
- Subscrito 2: Propriedades no final da seção divergente da tubeira;
- Subscrito atm: Propriedades atmosféricas.

4.2.6.1 Pressões de Entrada e Saída da Tubeira

O primeiro passo no projeto da tubeira é a determinação da pressão interna na câmara de combustão, fator importante para definir a geometria da tubeira. Considerando a baixa velocidade do escoamento na entrada da tubeira, a pressão na câmara de combustão é equiparada à pressão de estagnação, ou seja, $P_c = P_1 = P_0$. Este parâmetro influencia diretamente o empuxo e a espessura da câmara de combustão. Por isso, essa pressão não deve ser excessivamente alta, a fim de evitar uma estrutura pesada, nem muito baixa, para não reduzir o empuxo. Além disso, a fim de assegurar o escoamento supersônico na tubeira, a razão entre P_1 e a pressão de saída da tubeira, P_2 , deve ser maior que um valor crítico, conforme descrito na equação 4.6.

$$\frac{p_1}{p_2} > \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (4.6)$$

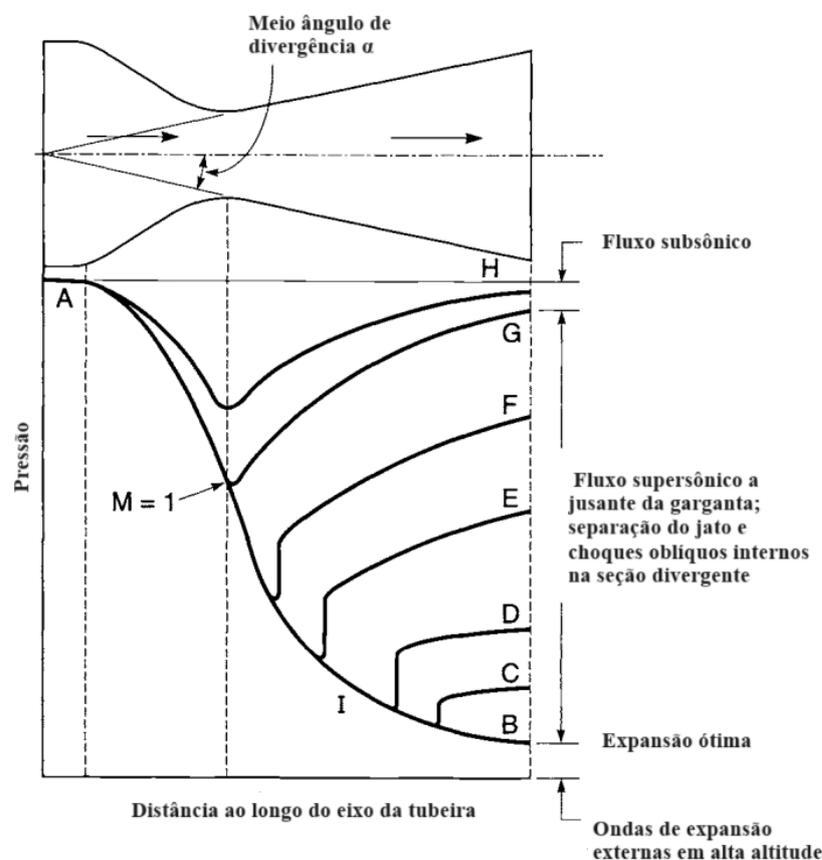
A pressão de saída precisa ser definida para determinar a geometria da tubeira, sendo o escoamento impulsionado pela diferença entre P_1 e P_2 . Além da necessidade da razão entre as pressões ser maior que o valor crítico, idealmente P_2 deve ser igual à pressão atmosférica. Contudo, com a variação da altitude do foguete, a pressão atmosférica também varia, resultando em diferentes tipos de escoamentos, conforme ilustrado na Figura 6. Preferencialmente, deseja-se que a tubeira opere conforme a curva AB para máxima eficiência, mas nem sempre isso é possível. Quando a operação ideal não ocorre, quatro condições de escoamento em tubeiras supersônicas podem ser observadas:

1. Com P_{atm} menor que P_2 , a tubeira estará totalmente preenchida pelo escoamento, mas ocorrerão ondas de expansão externa na saída, caracterizando uma condição

subexpandida. Neste caso, a expansão do gás na tubeira é incompleta, resultando em valores de C_F e I_s inferiores ao ideal.

2. Quando P_2 é ligeiramente menor que P_{atm} , com valores entre 25% e 40% de P_{atm} , a tubeira ainda estará completamente preenchida pelo escoamento. A expansão continua ineficiente, e C_F e I_s permanecem abaixo do ideal, com ondas de choque após a saída da tubeira.
3. Para P_{atm} significativamente maior, ocorre separação do escoamento dentro da seção divergente da tubeira, com o diâmetro do jato supersônico menor que o diâmetro de saída. O ponto de separação desloca-se à medida que a pressão externa diminui, com o escoamento central permanecendo supersônico, porém circundado por um escoamento subsônico. As perdas são substanciais e ondas de choque formam-se na parte externa da tubeira.
4. Em tubeiras onde P_{atm} é apenas um pouco menor que P_1 , e a razão entre P_1 e P_2 está abaixo do crítico, todo o escoamento na tubeira será subsônico. Isso acontece por um curto período durante os transientes de ignição e extinção da combustão.

Figura 6 – Tipos de escoamentos na saída da tubeira com base nas pressões ao longo da tubeira



4.2.6.2 Propriedades na Entrada da Tubeira

As propriedades do escoamento na entrada da tubeira são equivalentes às da câmara de combustão, pois a velocidade do escoamento na câmara de combustão é praticamente nula. Assim, considera-se que as propriedades na câmara de combustão são de estagnação e, portanto, são as mesmas na entrada da tubeira.

Dessa forma, tem-se $v_1 = v_c = 0$, $V_1 = V_c$, $T_1 = T_c$ e $P_1 = P_c$. Conforme relatado por (SUTTON; BIBLARZ, 2016), a razão entre a área da entrada da tubeira e a da garganta varia normalmente entre 3 e 6.

4.2.6.3 Propriedades na Garganta

As propriedades na garganta são determinadas utilizando as propriedades da entrada da tubeira, as constantes do gás e o raio da garganta. Para que o escoamento se torne supersônico na seção divergente, o número de Mach deve ser igual a 1 na garganta, assegurando assim o fluxo mássico máximo através da tubeira. Esta condição é fundamental, pois permite determinar todas as propriedades do escoamento na garganta e pode ser utilizada para calcular a área da garganta com base em outros requisitos específicos.

Em um bocal convergente-divergente supersônico, a vazão mássica é determinada pelas condições na entrada da seção convergente e na garganta, não sendo influenciada pelas características da seção divergente. As modificações na saída da seção divergente não afetam a velocidade ou o fluxo mássico na garganta. Esse fenômeno é conhecido como estrangulamento. Quando o número de Mach atinge 1 na garganta, o fluxo mássico máximo é alcançado e o escoamento é então considerado estrangulado.

As propriedades na garganta são descritas pelas seguintes equações, que representam, respectivamente, o volume específico 4.7, a temperatura 4.8, a pressão 4.9 e a velocidade 4.10 na garganta:

$$V_t = V_1 \left[\frac{(k+1)}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (4.7)$$

$$T_t = \frac{2T_1}{k+1} \quad (4.8)$$

$$\frac{P_t}{P_1} = \left(\frac{2}{(k+1)} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (4.9)$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_1} \quad (4.10)$$

Com as equações 4.7, 4.10 e a equação 4.3, o fluxo mássico na tubeira pode ser

obtido e é representado pela equação 4.11.

$$\dot{m} = \frac{A_t v_t}{V_t} \quad (4.11)$$

4.2.6.4 Propriedades na Saída da Tubeira

Por fim, o cálculo das propriedades na saída da seção divergente é realizado. Primeiramente, determina-se a velocidade de saída conforme a equação 4.12. A área de saída é determinada utilizando o volume específico na saída (equação 4.13), a velocidade de saída para uma expansão ótima e o fluxo mássico na garganta (equação 4.11), na equação da continuidade. A temperatura na saída pode ser calculada com base nas relações isentrópicas.

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (4.12)$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (4.13)$$

Como a área de saída é constante, a razão entre a área da garganta e a área de saída também é constante. Porém, a pressão na câmara de combustão varia, e dessa forma, a pressão de saída não será sempre igual à atmosférica. É necessário, então, determinar a pressão de saída utilizando duas equações. A equação 4.14 traz a relação entre as razões A_t/A_2 e M_2/M_t , enquanto a equação 4.15 relaciona a pressão de estagnação com a pressão de saída.

$$\frac{A_2}{A_t} = \frac{1}{M_2} \sqrt{\left\{ \frac{1 + \left[\frac{(k-1)}{2} \right] M_2^2}{1 + \left[\frac{(k-1)}{2} \right]} \right\}^{\frac{(k+1)}{(k-1)}}} \quad (4.14)$$

$$P_0 = P_2 \left[1 + \frac{1}{2} (k-1) M_2^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (4.15)$$

A tubeira também possui um valor de eficiência relacionado a perdas por atrito, transferência de calor e geometria da garganta. A geometria da garganta pode gerar perdas se apresentar uma forma pontiaguda; uma transição entre a seção convergente e a divergente com uma garganta mais arredondada diminui essa perda. O fator de correção de tubeira, η , segundo (Richard Nakka, 2023), está entre 0,9 e 0,97.

4.2.6.5 Ângulos de Convergência e Divergência

Os últimos parâmetros a serem definidos para completar a geometria da tubeira são os ângulos de convergência e divergência. Em relação ao ângulo de convergência, não há uma regra definida, mas é recomendado que não seja nem muito pequeno, nem muito grande. Quanto ao ângulo de divergência, α , a natureza não uniaxial do escoamento resulta na decomposição da velocidade, gerando uma velocidade de exaustão na direção axial da tubeira menor do que a prevista. Para compensar isso, utiliza-se um fator multiplicador que considera o meio ângulo de divergência. Este fator de correção é igual a 1 para $\alpha = 0$, diminui conforme α aumenta e é aplicado conforme a equação 4.16. A Tabela 1 apresenta essa relação para diferentes ângulos.

$$v_2' = v_2 \lambda \quad (4.16)$$

Tabela 1 – Fator de correção para ângulo de divergência em tubeias cônicas

Meio ângulo de divergência α (°)	Fator de correção λ
0	1,0000
2	0,9997
4	0,9988
6	0,9972
8	0,9951
10	0,9924
12	0,9890
14	0,9851
15	0,9830
16	0,9806
18	0,9755
20	0,9698
22	0,9636
24	0,9567

Fonte: Adaptado de (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

Observa-se que o fator de correção necessário aumenta com o aumento do ângulo α . Assim, a escolha do ângulo deve considerar um equilíbrio entre a facilidade de fabricação e a minimização da perda de velocidade. Conforme (Richard Nakka, 2023), um semiângulo de convergência de 30° é utilizado em alguns de seus propulsores, devido à facilidade de fabricação, e será adotado neste projeto. Para o semiângulo de divergência, (Richard Nakka, 2023) recomenda consistentemente 12° , o que também será aplicado neste projeto. A velocidade de saída com a correção do ângulo de divergência e do fator

da tubeira é então dada pela equação 4.17.

$$v_2' = v_2 \lambda \eta \quad (4.17)$$

4.2.6.6 Empuxo

O empuxo é a força produzida pelo sistema de propulsão de um foguete, agindo sobre o veículo, ou seja, a reação da estrutura devido à ejeção de massa a altas velocidades, conforme a terceira lei de Newton. O cálculo do empuxo é fundamental para a determinação do desempenho de um propulsor.

O empuxo (F) gerado por um propulsor é calculado pela soma de duas componentes: a primeira componente é devido ao fluxo de massa de gases que sai pelo bocal, e a segunda é devido à diferença de pressão entre a saída do bocal e a pressão atmosférica. A equação do empuxo é dada por 4.18.

$$F = \dot{m}v_2 + (P_2 - P_{\text{atm}})A_2 \quad (4.18)$$

4.2.7 Inibidores

Quando o grão propelente é ignitado, todas as superfícies expostas começam a sofrer combustão, de modo que a área total de queima é dada pela soma de todas as áreas expostas. O inibidor é uma camada de material de difícil inflamabilidade e com propriedades isolantes, aplicada em partes da superfície do grão propelente para evitar que essas partes queimem em um momento indesejado. Ao evitar que determinadas superfícies sejam ignitadas, é possível controlar a área inicial de queima, conseqüentemente reduzindo-a. Também é essencial garantir que o inibidor esteja aderido de forma adequada ao propelente para evitar a separação dos materiais.

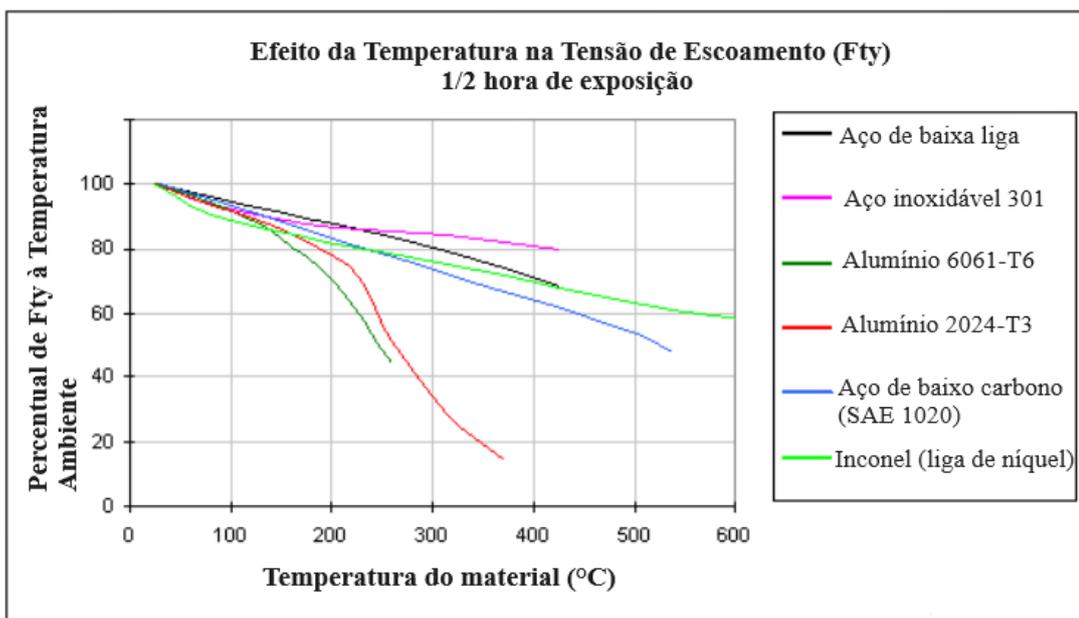
(Richard Nakka, 2023) realizou um estudo com diferentes tipos de inibidores que podem ser produzidos facilmente. O estudo compara a espessura do inibidor e o tempo necessário para impedir que o propelente seja ignitado por uma chama. O material que apresentou o melhor desempenho foi o tecido de algodão com resina poliéster, por ser de fácil acesso e pelo fato de a própria resina garantir a aderência ao grão propelente, este material será utilizado.

4.2.8 Proteção Térmica

Em câmaras de combustão de propulsores a propelente sólido, as temperaturas adiabáticas da chama podem ultrapassar 1400°C . Dada a ausência de sistemas de resfriamento na maioria dessas câmaras, torna-se imperativo o uso de uma proteção térmica. A inserção de uma camada isolante interna, caracterizada por sua resistência à inflamabilidade e atributos isolantes, é realizada entre a superfície do grão propelente e a superfície interna da câmara de combustão. Essa camada, comumente aderida à estrutura da câmara, desempenha o papel fundamental de mitigar a transferência de calor para esta última, diminuindo assim o risco de elevação excessiva de temperatura durante o processo operacional. A importância desse material isolante é particularmente evidenciada em câmaras de combustão fabricadas a partir de alumínio ou naquelas expostas a longos períodos de queima. Esta necessidade surge do fato de que o aumento da temperatura pode levar à diminuição acentuada do limite de escoamento dos materiais.

Considerando-se a temperatura da parede como um parâmetro de projeto crítico, observa-se na Figura 7 a diminuição da tensão de escoamento do aço SAE 1020 para 80% do seu valor em temperatura ambiente quando atinge 240°C . Portanto, uma análise detalhada de transferência de calor será efetuada com o objetivo de atualizar a tensão de escoamento do aço conforme as variações de temperatura na câmara de combustão. Como o aço escolhido é o 1020, a determinação do percentual de perda de resistência mecânica será feita com a aproximação linear da curva com pontos em 100% em 20°C e 80% em 240°C . Importante ressaltar que, caso a temperatura seja maior que 240°C , a utilização da curva deve ser repensada.

Figura 7 – Efeito da temperatura na tensão de escoamento de alguns metais



Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Conforme (Richard Nakka, 2023), o principal mecanismo de transferência de calor na câmara de combustão ocorre por meio da convecção, sendo o início da tubeira o foco do estudo devido ao elevado coeficiente de transferência de calor, atribuído à maior velocidade do escoamento. As condições de contorno serão estabelecidas visando um equilíbrio entre a simplicidade e a adequação à realidade. A temperatura inicial é definida como a temperatura ambiente, refletindo o cenário considerado mais adverso. Quanto à superfície em contato com o ambiente externo, esta poderá ser modelada tanto como isolada quanto sujeita à convecção, uma decisão que dependerá substancialmente dos resultados advindos da verificação do modelo. Em paralelo, os gases de combustão serão modelados de modo a manter uma temperatura constante, correspondente à temperatura de combustão, garantindo assim a consistência do modelo com as condições operacionais esperadas.

Um aspecto crítico e particular de cada situação é o coeficiente de transferência de calor, h , cujo cálculo será realizado utilizando a equação 4.19, disponibilizada por (AVAL-LONE; BAUMEISTER; SADEGH, 2006). É crucial salientar que a vazão mássica por unidade de área não é constante, dado que o fluxo mássico dos gases de exaustão sofre variações ao longo do tempo. Embora (Richard Nakka, 2023) recomende o emprego de um valor médio para h nessa situação, a dinâmica temporal do fluxo mássico é conhecida e possibilita a determinação do coeficiente de transferência de calor h para cada instante específico. O coeficiente C é fornecido por (Richard Nakka, 2023) e tem seu valor igual a 3,075, sendo a unidade de medida não especificada; porém, os demais parâmetros da equação devem ser fornecidos no SI.

$$h = C \frac{C_p G^{0,8}}{D_i^{0,2}} \left[1 + \left(\frac{D_i}{L} \right)^{0,7} \right] \quad (4.19)$$

Com o coeficiente de transferência de calor devidamente determinado, procede-se à modelagem do problema de transferência de calor. Baseando-se nas premissas já estabelecidas e utilizando como referência (CENGEL; GHAJAR, 2009), optou-se por uma abordagem transiente e o emprego de métodos numéricos. Para simplificar a modelagem matemática, adotou-se um modelo unidimensional, tratado como uma placa plana. Adicionalmente, considera-se que os materiais são homogêneos e suas propriedades, invariantes com o tempo.

Embora tais simplificações possam inicialmente parecer exageradas, elas tendem a superestimar o valor da temperatura. Por exemplo, o processo de combustão do propelente ocorre do centro para as extremidades, atuando o próprio propelente como um isolante. Assim, em uma análise bidimensional, a região isolante absorveria o calor excedente, resultando em uma diminuição da temperatura superficial.

Para a modelagem, adota-se o método de balanço de energia, utilizando a formulação de diferenças finitas. Existem, contudo, duas estratégias para resolver as equações: os métodos explícito e implícito. O método explícito determina a temperatura do nó em

análise para o próximo intervalo de tempo com base nos nós do intervalo de tempo atual. Por outro lado, o método implícito estabelece a temperatura dos nós para o próximo intervalo de tempo utilizando a temperatura do nó em análise no intervalo atual, exigindo o cálculo simultâneo de todos os nós para obter uma solução, o que gera um sistema de equações. A principal limitação do método explícito reside na sua potencial instabilidade caso o passo de tempo não seja suficientemente pequeno, enquanto o método implícito é incondicionalmente estável. Dado o caráter simples do problema e as pequenas dimensões envolvidas, que poderiam resultar em um passo de tempo muito curto para o método explícito, optou-se exclusivamente pela formulação do método implícito devido à sua estabilidade.

A determinação de três parâmetros torna-se necessária: a difusividade térmica, conforme a equação 4.20; o número de nós, equação 4.21; e o número adimensional de Fourier da malha, equação 4.22.

$$\alpha_t = \frac{\kappa}{\rho C_p} \quad (4.20)$$

$$N = \frac{L_p}{\Delta x} \quad (4.21)$$

$$\tau = \alpha_t \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (4.22)$$

O propósito desta análise é avaliar a efetiva necessidade de aplicação de proteção térmica, requerendo, para tanto, a investigação de dois cenários distintos: inicialmente, considera-se apenas a parede da câmara de combustão; em sequência, analisa-se a inclusão de um material isolante interposto entre os gases de combustão e a parede da câmara. A disposição das equações adota como referência que o primeiro nó, posicionado à esquerda, esteja em contato direto com os gases de combustão, enquanto o último nó, localizado à direita, seja considerado isolado ou em contato com o ar atmosférico, a depender do caso em análise. A notação empregada para a numeração dos nós utiliza o subscrito m , ao passo que o sobrescrito i é destinado à indicação dos passos de tempo. Sob esta premissa, estabelece-se a primeira condição de contorno relativa à convecção dos gases de combustão para a parede ou para o material isolante, conforme descrito pela equação 4.23.

$$-\left(\frac{2h\Delta x\tau}{\kappa} + 2\tau + 1\right)T_m^{i+1} + 2\tau T_{m+1}^{i+1} = -\frac{2h\Delta x\tau}{\kappa}T_{combusto} - T_m^i \quad (4.23)$$

O subsequente estágio das análises consiste na definição da condução de calor no material, processo descrito pela equação 4.24. No caso em que se emprega um material isolante, torna-se imprescindível a modelagem da transferência de calor pela interface entre o material isolante e o condutor. Para tal, são estabelecidas as seguintes premissas e

restrições:

- Assume-se que o contato térmico entre os materiais é ideal, sem a presença de espaços vazios entre eles;
- O incremento de distância, Δx , deve ser idêntico para ambos os materiais;
- É imperativo que exista um nó situado precisamente na interface entre os materiais.

Com base nesses critérios, a temperatura na interface é determinada pela equação 4.25, onde o subscrito A refere-se ao material posicionado à esquerda e o B , ao material à direita.

$$\tau T_{m-1}^{i+1} - (1 + 2\tau)T_m^{i+1} + \tau T_{m+1}^{i+1} = -T_m^i \quad (4.24)$$

$$\frac{2\Delta t}{\Delta x^2(\rho_A C_{P_A} + \rho_B C_{P_B})} (\kappa_A T_{m-1}^{i+1} + \kappa_B T_{m+1}^{i+1} - (\kappa_A + \kappa_B)T_m^{i+1}) - T_m^{i+1} = -T_m^i \quad (4.25)$$

Por fim, a condição de contorno correspondente à superfície isolada no lado direito é expressa pela equação 4.26. Simultaneamente, a condição de contorno que descreve a convecção em contato com o ar atmosférico é detalhada na equação 4.27.

$$2\tau T_{m-1}^{i+1} - (2\tau + 1)T_m^{i+1} = -T_m^i \quad (4.26)$$

$$2\tau T_{m-1}^{i+1} - \left(\frac{2h\Delta x\tau}{\kappa} + 2\tau + 1 \right) T_m^{i+1} = -\frac{2h\Delta x\tau}{\kappa} T_{atm} - T_m^i \quad (4.27)$$

Para a definição da proteção térmica, em um dos experimentos conduzidos por (Richard Nakka, 2023), dois tipos de proteção térmica foram utilizados: “papel postal marrom”, para o qual se encontrou uma boa correspondência com o “papel pardo” brasileiro, e resina poliéster. A resina poliéster foi aplicada diretamente na parte interna da câmara de combustão, formando uma camada fina e uniforme de aproximadamente $0,11 \text{ mm}$ de espessura. O método de posicionamento do papel na câmara de combustão, bem como o uso de materiais adesivos, não foram especificados detalhadamente; no entanto, é mencionado que 2 camadas de papel resultaram em uma espessura total de $0,29 \text{ mm}$. É crucial enfatizar que o incremento no número de camadas de papel pode influenciar a condutividade térmica do material. Para facilitar o cálculo e diminuir o número de nós necessários, a espessura do papel será considerada de $0,28 \text{ mm}$. Essa simplificação deve resultar em uma temperatura maior na interface, não sendo um problema.

4.2.9 Propelente

O propelente utilizado será o RNX-71V, uma mistura de resina epóxi, nitrato de potássio e óxido de ferro. A escolha do propelente influencia diretamente na performance do propulsor e, portanto, deve ser feita com cuidado. Neste caso específico, foram considerados fatores como segurança de operação, facilidade de obtenção dos componentes, simplicidade de manufatura, custo e disponibilidade de dados sobre as características físico-químicas e a taxa de queima.

O RNX-71V apresenta certos desafios de fabricação, como a necessidade de aplicação de vácuo para remover os gases formados durante a mistura dos componentes. No entanto, a escolha desse propelente foi feita por sua baixa taxa de queima, 5 mm/s a 1000 psi, em comparação com a taxa de queima de um propelente como o KNSU, 15 mm/s a 1000 psi. O propelente é composto, em massa, por 68% de nitrato de potássio (KNO_3), 24% de resina epóxi e 8% de óxido de ferro (Fe_2O_3). A relação de massa da resina epóxi para endurecedor utilizada é de 18,9% de resina e 3,1% de endurecedor. Cada componente desempenha uma função específica:

- Nitrato de Potássio (KNO_3)
 - **Função:** Atuar como oxidante.
 - **Explicação:** O oxidante é uma substância que fornece oxigênio necessário para a combustão do combustível. No RNX-71V, o KNO_3 decompõe-se ao ser aquecido, liberando oxigênio que facilita a combustão da resina epóxi, fornecendo o oxigênio necessário para sustentar a reação de queima.
- Resina Epóxi
 - **Função:** Atuar como combustível e aglutinante.
 - **Explicação:** A resina epóxi, na presença do oxigênio liberado pelo KNO_3 , queima gerando gases quentes que são expelidos para produzir impulso. Além disso, a resina epóxi mantém a mistura do propelente coesa e estável.
- Óxido de Ferro (Fe_2O_3)
 - **Função:** Atuar como catalisador.
 - **Explicação:** O óxido de ferro não participa diretamente da reação de combustão, mas acelera a decomposição do nitrato de potássio, aumentando a taxa de liberação de oxigênio e, conseqüentemente, a velocidade de queima do combustível.

Vale ressaltar que a taxa de queima desse propelente pode ser ajustada variando-se a proporção dos componentes, principalmente de óxido de ferro, permitindo adaptações fáceis para diferentes aplicações.

As propriedades deste propelente encontram-se na Tabela 2, onde os valores já consideram o escoamento em duas fases.

Tabela 2 – Propriedades do Propelente RNX-71V (razão 68/24/8)

Parâmetro	Valor	Unidade de medição
Impulso Específico, entregue (típico)	105-115	s
Velocidade característica de exaustão, teórica	779	m/s
Temperatura de combustão, medida a 6,9 MPa	1268	K
Densidade (típica)	1,756	g/cm^3
Razão dos calores específicos, mistura	1,18	-
Massa molar efetiva dos produtos de exaustão	41,83	kg/kmol
Comportamento da taxa de queima	de St. Robert	
Calor específico	1,382	J/kg K

Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

4.2.10 Escoamento de Duas Fases

Muitos propelentes sólidos de foguete geram produtos de combustão que são uma mistura de gases e partículas em fase condensada, que podem ser líquidas ou sólidas. Conforme (Richard Nakka, 2023) essa fase condensada é evidenciada pela presença de uma fumaça densa na pluma de exaustão. No caso do nitrato de potássio, são gerados produtos de fase condensada de alta massa molar.

$$R = \frac{R'}{M} \quad (4.28)$$

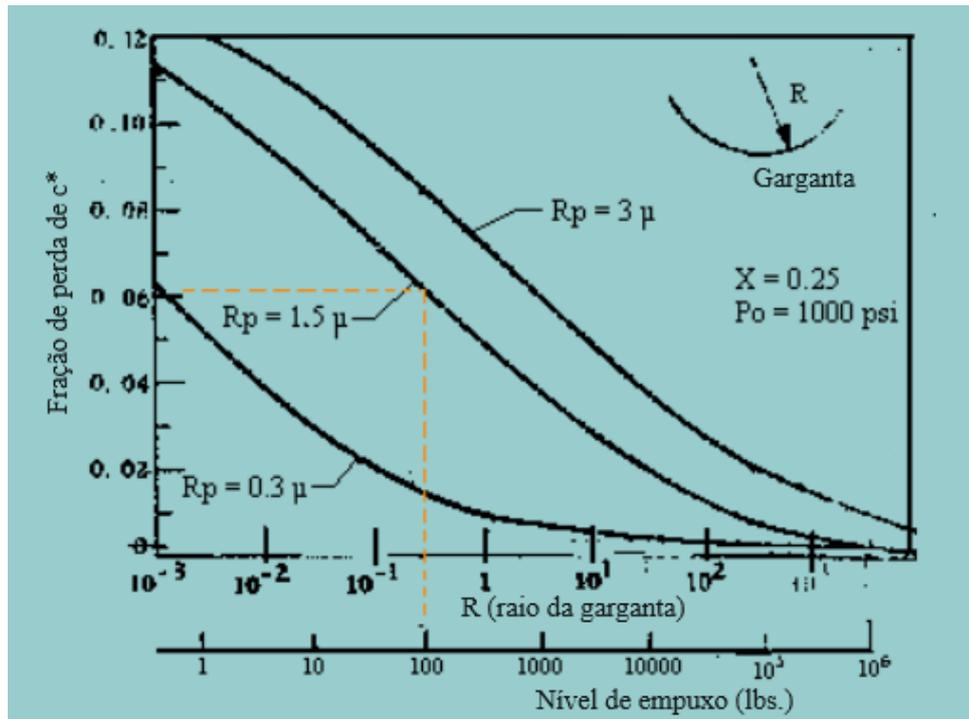
A Equação 4.12 mostra que, à medida que a massa molar aumenta, ocorre uma redução correspondente em R , conforme estabelecido pela Equação 4.28. Isso acarreta uma diminuição na velocidade de exaustão dos gases, provocando uma perda de empuxo, conforme indicado pela Equação 4.18. Especificamente, propelentes baseados em nitrato de potássio e sacarose produzem uma densa fumaça de carbonato de potássio, com cerca de 42% dos produtos de exaustão em fase condensada.

Adicionalmente, o incremento da massa molar dos produtos de exaustão influencia negativamente o desempenho devido à fase condensada. Os fatores que contribuem para esta perda incluem:

- A massa em fase condensada, que é expelida sem participar das reações químicas, não contribui para o trabalho de expansão, diminuindo a aceleração dos gases;
- A significativa massa molar efetiva dos produtos diminui o valor da velocidade característica c^* ;
- Devido à inércia térmica, parte do calor da fase condensada é ejetada através da tubeira antes que a transferência de calor para os gases adjacentes possa ocorrer, resultando em uma não conversão em energia cinética, conhecido como atraso térmico da partícula;
- A massa relativamente grande das partículas, em comparação com os gases, resulta em uma aceleração mais lenta, especialmente na região da garganta da tubeira, onde a aceleração é mais intensa. A aceleração das partículas depende do arrasto friccional do escoamento, que é função da diferença de velocidade entre partículas e gás. Consequentemente, as partículas de fase condensada apresentam uma velocidade menor na saída da tubeira do que os gases, o que é conhecido como atraso de velocidade da partícula.

Existem múltiplos fatores que influenciam a magnitude das perdas associadas ao escoamento bifásico. Um fator prático de notável importância é o contorno da tubeira, especialmente na região da garganta, onde ocorre alta aceleração do escoamento. Uma transição mais gradual na aceleração nas proximidades da garganta pode assegurar uma redução nas perdas de empuxo. Portanto, é crucial manter um perfil suave do contorno e evitar alterações abruptas na geometria dessa área.

A Figura 8 ilustra a influência do tamanho do propulsor, do empuxo e do tamanho das partículas no valor de c^* . Nota-se que, quanto maior o propulsor e menor o tamanho das partículas, menor é a interferência do escoamento bifásico em c^* . Considerando que o foguete projetado pertence à classe J, é improvável que o empuxo máximo exceda 3 kN ou $674,4\text{ lbs}$, indicando que a perda em c^* devido ao escoamento bifásico é considerável.

Figura 8 – Influência do tamanho do propulsor e das partículas em c^* 

Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Os cálculos para os parâmetros ajustados de acordo com o escoamento bifásico não serão detalhados, visto que o escopo deste trabalho não inclui a análise detalhada da combustão do propelente. Assim, os valores de k , R e M , já ajustados para o escoamento bifásico, serão adotados conforme fornecidos por (Richard Nakka, 2023). As equações e a metodologia para a obtenção desses valores podem ser encontradas em (Richard Nakka, 2023).

4.2.11 Queima Erosiva

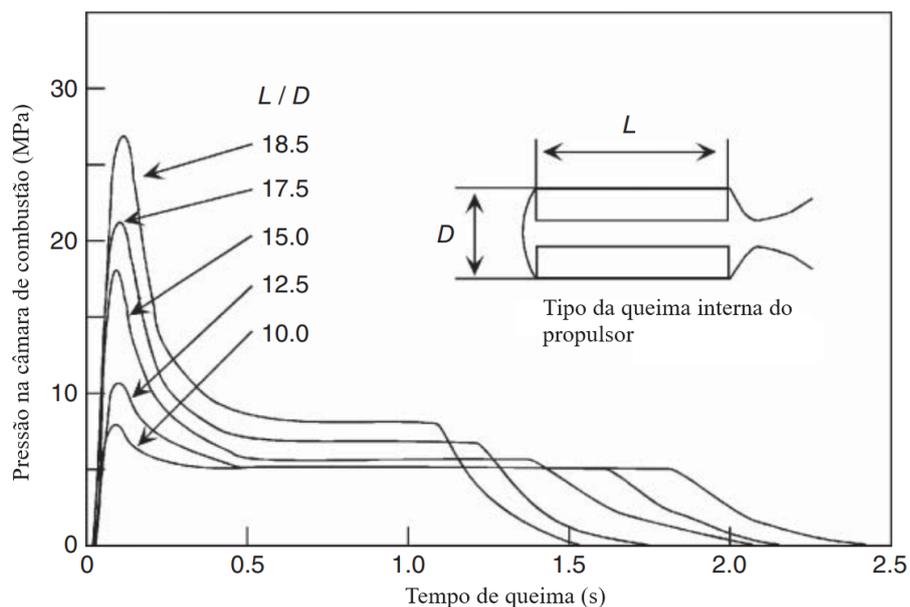
A combustão de um grão propelente em um propulsor foguete de propelente sólido ocorre com o escoamento dos gases de combustão ao longo da superfície de queima. A regressão desta superfície, na direção perpendicular ao escoamento, faz com que a velocidade do escoamento na saída do grão propelente aumente a transferência de calor para as superfícies de queima, intensificando a taxa de queima e, conseqüentemente, dando origem à queima erosiva.

A Figura 9 apresenta uma curva experimental da pressão na câmara de combustão em função do tempo para um propelente do tipo estrela de cinco pontas com queima neutra. Nota-se um pico de pressão no início da queima, para $t < 0.5s$, sendo este pico tanto mais elevado quanto maior for a relação L/D . Dado que a velocidade na garganta é

sempre sônica, a reduzida área na saída do grão propelente, no início da queima, requer que a velocidade do escoamento seja maior para que se atinja a conservação de massa. Este fenômeno resulta na queima erosiva e em um pico de pressão que pode ser até três vezes superior à pressão da câmara de combustão em regime permanente.

Portanto, é essencial que o projeto considere uma relação L/D reduzida, bem como a variação no pico de pressão. Neste projeto, será mantida a relação L/D inferior a 10. Em propulsores a propelente sólido de menor porte, é aconselhável manter a área interna do grão propelente no início da queima próxima à área da garganta, a fim de prevenir um aumento drástico na velocidade do escoamento.

Figura 9 – Influência da relação L/D no pico de pressão interna para uma queima erosiva



Fonte: Adaptado de (KUBOTA, 2015)

Este efeito pode ser calculado por métodos semi-empíricos, como o método proposto por Lenoir e Robillard, conforme descrito em (KUBOTA, 2015). Embora este trabalho não foque no cálculo da queima erosiva nem detalhe efeitos de combustão, é crucial compreender este fenômeno e adotar boas práticas de projeto para mitigar sua ocorrência e evitar picos de pressão indesejados. O fenômeno pode ser desconsiderado nos cálculos se tais práticas forem observadas, o que geralmente se aplica a propulsores foguete de menor porte.

4.2.12 Taxa de Queima

A taxa de queima de um propelente sólido é uma função de diversos fatores, como temperatura, composição do propelente, propriedades de combustão e pressão. Existe,

entretanto, uma relação empírica que relaciona a taxa de queima à pressão, conforme a equação 4.29. O coeficiente a e o expoente n são específicos para cada tipo de propelente e podem ser determinados experimentalmente utilizando um dispositivo onde o propelente é inserido, ignitado e os dados de pressão e da posição da superfície de queima no tempo são coletados. Devido à utilização de um propelente estudado por (Richard Nakka, 2023), os valores de a e n são fornecidos conforme a Tabela 3 a uma temperatura de $20^{\circ}C$. Esses valores são para uma pressão em MPa e resultam em uma taxa de queima em mm/s .

$$r = aP_1^n \quad (4.29)$$

Tabela 3 – Coeficientes da taxa de queima para o propelente RNX-71V

Símbolo	Valor
a	2,57
n	0,371

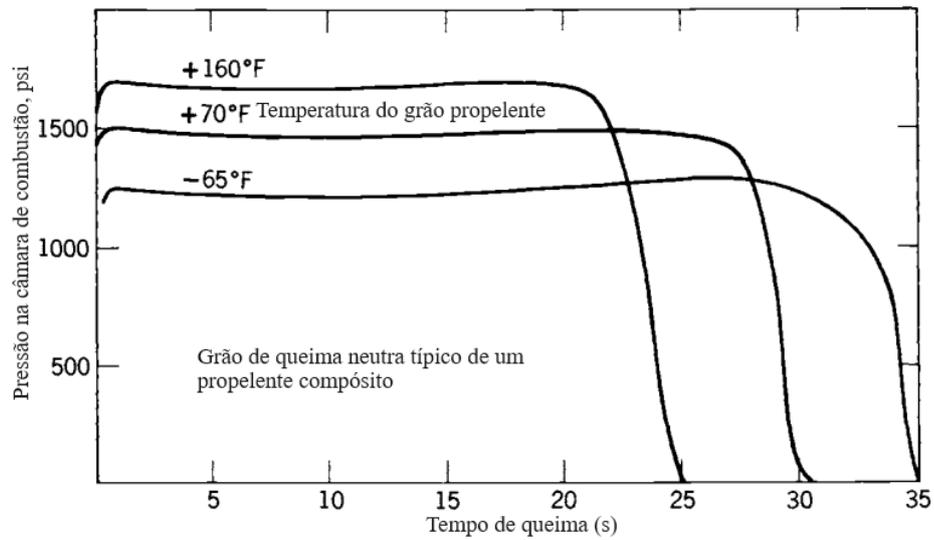
Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Assume-se que todas as superfícies sem inibidores queimam na direção perpendicular à superfície exposta. Conhecendo a área da superfície e levando em conta a densidade do grão propelente, supondo escoamento de duas fases conforme descrito anteriormente, é possível determinar o fluxo mássico da queima do propelente, conforme a Equação 4.30. As características da mistura gasosa são influenciadas pelo tipo de propelente e foram descritas anteriormente. É importante ressaltar que, neste trabalho, a combustão foi tratada de forma qualitativa. Assim, aspectos como reações químicas, variações na razão de calores específicos ou na temperatura de combustão não são considerados.

$$\dot{m}_{queima} = A_{queima} r \rho_{gases} \quad (4.30)$$

Também é importante notar que a taxa de queima é influenciada pela temperatura inicial do grão propelente, conforme a Figura 10. A área sob as curvas é a mesma, resultando em um mesmo impulso total, apenas alterando a velocidade com que a reação ocorre. Por isso, é crucial observar a temperatura do propelente antes da queima para prevenir acidentes.

Figura 10 – Influência da temperatura na taxa de queima

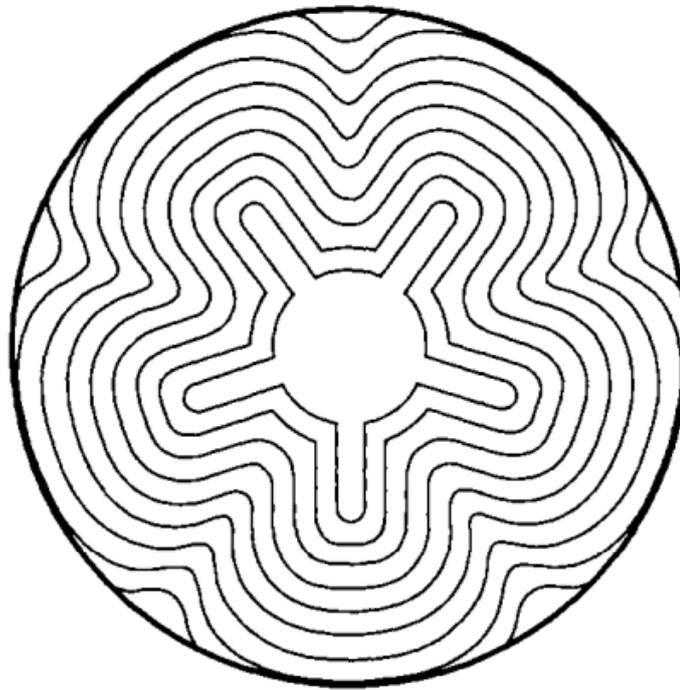


Fonte: Adaptado de (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

4.2.13 Geometrias do Grão Propelente

A geometria do grão propelente determina diretamente a curva de pressão-tempo. Uma vez ignitado, todas as superfícies expostas queimam, gerando gases que são expelidos pela tubeira. Devido ao processo de combustão e à regressão da superfície de queima, a área exposta pode variar. A Figura 11 ilustra essa variação através de contornos espaçados em intervalos de tempo iguais. Esta figura representa um tipo de geometria de grão que mantém o comprimento dessas linhas praticamente constante, fazendo com que a área de queima permaneça quase inalterada.

Figura 11 – Diagrama do contorno das sucessivas superfícies de queima espaçadas por um instante de tempo fixo.

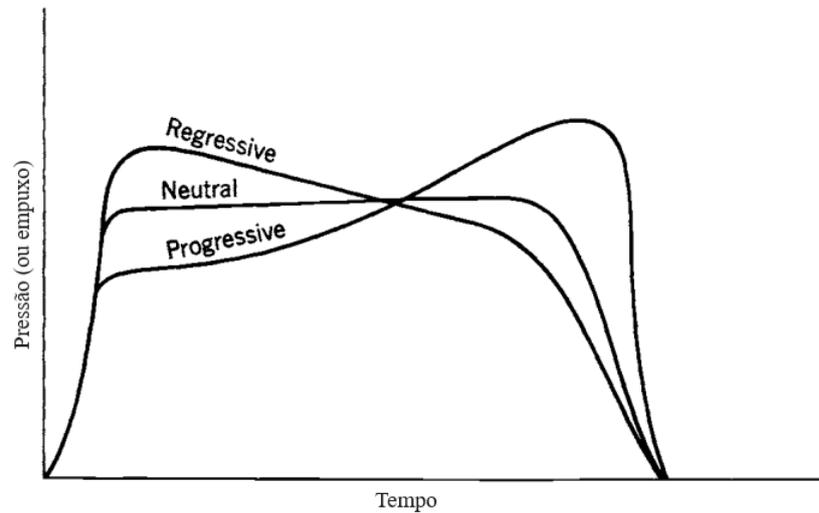


Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

Diferentes geometrias de grãos geram contornos variados, alterando significativamente a área de queima e, conseqüentemente, a curva de pressão-tempo. Os grãos são classificados conforme o perfil dessa curva, sendo as categorias mais comuns: Regressiva, Neutra e Progressiva. A Figura 12 ilustra esses perfis.

É perceptível que as curvas de comportamento Regressiva e Progressiva apresentam picos de pressão, que podem não ser ideais para a performance ótima da tubeira. Esta limitação decorre do fato de a tubeira ser otimizada para funcionar sob uma pressão interna específica, implicando em operar com máxima eficiência apenas durante um período restrito. Do ponto de vista estrutural, a presença desses picos de pressão demanda uma estrutura mais robusta para resistir aos esforços mecânicos. Assim, o perfil de queima mais adequado tende a ser aquele que mais se aproxima do Neutro, pois permite que a tubeira opere perto de seu ponto ótimo, reduzindo a necessidade de reforços estruturais em razão da menor ocorrência de picos de pressão. No entanto, grãos com perfil de queima Neutra geralmente apresentam uma geometria mais complexa, dificultando sua fabricação.

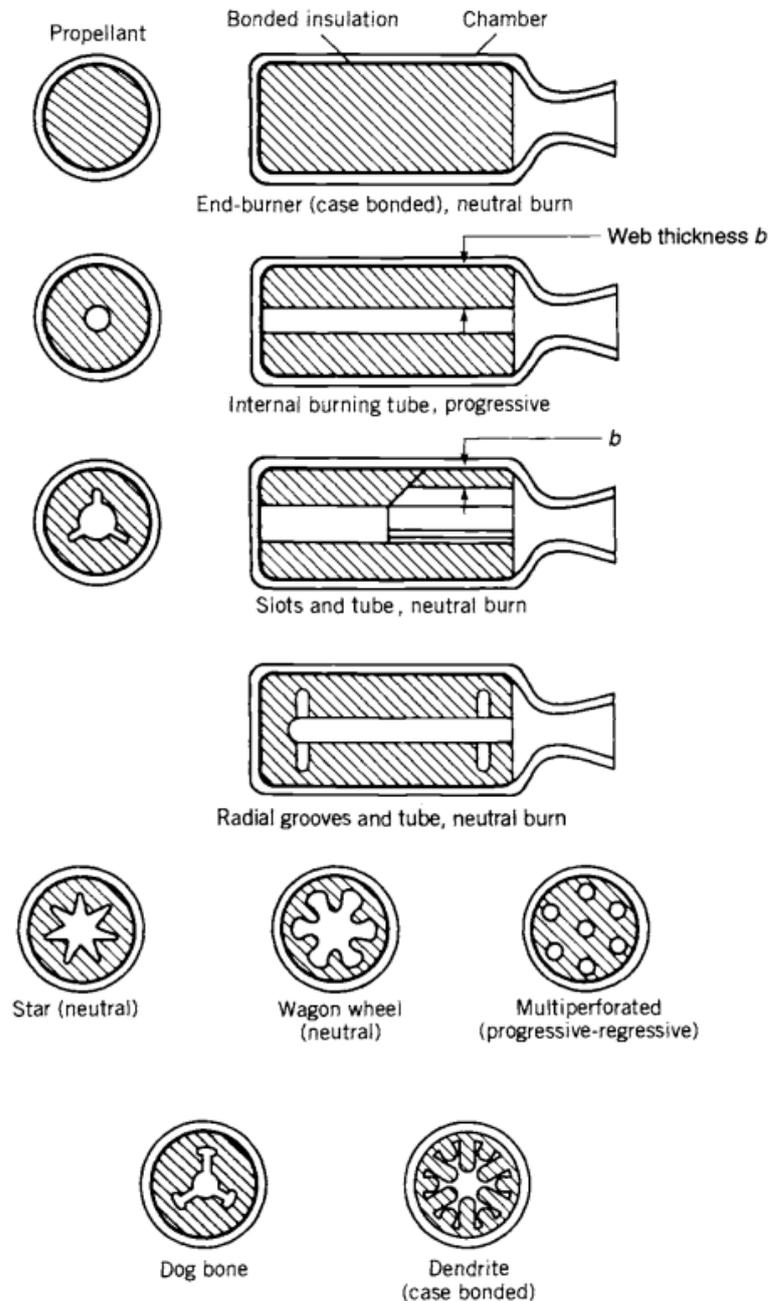
Figura 12 – Classificação dos grãos de acordo com as características da curva pressão-tempo



Fonte: Adaptado de (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

A Figura 13 apresenta diferentes geometrias de grãos propelente e sua classificação de acordo com o comportamento da curva de pressão-tempo. A escolha da geometria do grão propelente pode ser complexa, dependendo dos requisitos do motor, como alta eficiência volumétrica (maximização do espaço ocupado pelo grão), perfil adequado da superfície de queima ao longo do tempo para atingir a curva de empuxo desejada, e mínima variação do centro de gravidade, entre outros fatores. Para este trabalho específico, dois pontos principais serão considerados: facilidade de fabricação e obtenção de um perfil de queima o mais próximo possível do Neutro.

Figura 13 – Diagrama de diferentes geometrias de grãos



Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

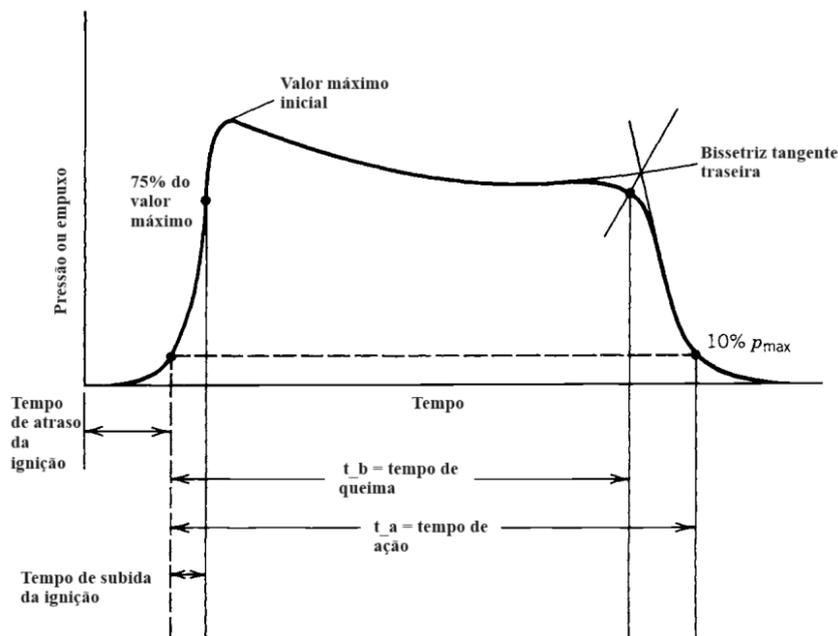
O propelente escolhido foi o de dois cilindros concêntricos, onde o raio do cilindro interno deverá ser igual à espessura do cilindro externo e a área entre os cilindros deverá ser maior que duas vezes a área da garganta para garantir que não ocorra a queima erosiva. Esta geometria de grão é de fácil manufatura e apresenta uma queima neutra. Esta geometria necessita de uma estrutura que manterá os dois cilindros fixos na câmara de combustão; neste caso específico, será utilizado o mesmo aparato empregado por (Richard Nakka, 2023) no motor *Paradigm*, que consiste em um disco de madeira colado ao grão propelente com furos que permitem a passagem da chama do ignitor. O propelente

também deverá possuir inibidores nas suas superfícies superior e inferior, bem como na superfície em contato com a câmara de combustão. Além disso, recomenda-se que o grão propelente seja colado à superfície da câmara de combustão utilizando silicone para altas temperaturas.

4.2.14 Pressão na Câmara de Combustão

No contexto do modelo propulsivo abordado, a Figura 14 ilustra a curva $P_c \times t$, característica da operação das câmaras de combustão em motores a propelente sólido, e define os períodos cruciais durante o funcionamento do motor. Este modelo enfoca os tempos de queima e de ação, optando deliberadamente por não incluir os fenômenos de ignição e extinção. A omissão desses fenômenos se justifica pela complexidade adicional que os modelos de combustão necessários para sua análise trariam ao estudo. Esta decisão metodológica, embora simplifique o modelo, é considerada adequada e não deve introduzir erros significativos na compreensão global do comportamento do modelo propulsivo principalmente devido a faixa de impulso total em análise.

Figura 14 – Definição do tempo de queima e tempo de ação.



Fonte: Adaptado de (SUTTON; BIBLARZ, 2016)

4.3 ESTRUTURA

Esta seção apresentará o equacionamento e as considerações relevantes para o dimensionamento estrutural do propulsor, bem como a seleção e o dimensionamento dos elementos de vedação. O objetivo é assegurar que todos os componentes sejam adequadamente projetados para suportar as condições operacionais, garantindo a integridade e a segurança do sistema.

4.3.1 Vasos de Pressão

Um vaso de pressão é um recipiente fechado projetado para conter gases ou líquidos sob pressão significativamente diferente da pressão ambiente. A segurança e a integridade estrutural desses vasos são de extrema importância, pois falhas podem resultar em vazamentos perigosos ou explosões. A câmara de combustão de um foguete pode ser considerada um tipo específico de vaso de pressão devido às altas pressões internas geradas durante a combustão dos propelentes. O dimensionamento adequado desta câmara é crucial para garantir a eficiência e a segurança do motor de foguete.

Existem duas classificações para os vasos de pressão: de paredes finas e de paredes espessas. Segundo (PHILPOT, 2013), um vaso de pressão pode ser descrito como de paredes finas quando a razão entre o raio interno e a espessura da parede for suficientemente grande, de modo que a tensão normal na direção radial seja essencialmente uniforme ao longo da parede do vaso. Assim, um vaso pode ser classificado como de paredes finas se a razão entre o raio interno e a espessura da parede for maior do que 10, conforme a Equação 4.31.

$$\frac{r}{t} > 10 \quad (4.31)$$

Satisfeita essa condição, as tensões no cilindro podem ser calculadas. Devido às características do material do cilindro, para efeitos de projeto, será considerada apenas a maior tensão, que é a tangencial, dada pela Equação 4.32. As equações para o cálculo das demais tensões encontram-se em (PHILPOT, 2013).

$$\sigma_{\text{tang}} = \frac{P_r}{t} \quad (4.32)$$

Para os vasos de pressão de paredes espessas, será utilizado como referência o livro (POPOV, 1990). É importante determinar a tensão radial σ_r (Equação 4.33), a tensão tangencial σ_t (Equação 4.34), as constantes C_1 (Equação 4.35) e C_2 (Equação 4.36), e a

tensão cisalhante máxima dada pela Equação 4.37.

$$\sigma_r = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (4.33)$$

$$\sigma_t = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (4.34)$$

$$C_1 = \frac{P_i r_i^2 - P_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (4.35)$$

$$C_2 = \frac{(P_i - P_o) r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (4.36)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} \quad (4.37)$$

Onde:

- r : Raio variável dentro do material do vaso de pressão.
- r_i : Raio interno do vaso de pressão.
- r_o : Raio externo do vaso de pressão.
- P_i : Pressão interna aplicada no raio interno r_i .
- P_o : Pressão externa aplicada no raio externo r_o .

A tensão radial máxima ocorre quando $r = r_o$ e a tensão tangencial máxima ocorre quando $r = r_i$.

4.3.2 Dimensionamento dos Parafusos

A junção do cilindro da câmara de combustão com a tubeira e o bulkhead será realizada utilizando parafusos. Essa escolha se deve à simplicidade da conexão e ao fato de não ser uma junta permanente, permitindo a troca de componentes e facilitando a inserção de sensores, propelente e dispositivos de ignição. Será utilizada a bibliografia de (BUDYNAS; NISBETH, 2016), adotando a forma de carregamento de cisalhamento de juntas parafusadas.

Para esse carregamento, sendo F a força perpendicular ao eixo dos parafusos, existem quatro modos de falha:

1. Falha Cortante nos Parafusos

A falha cortante nos parafusos é analisada considerando a área de cisalhamento dos parafusos (A_s) e a tensão de cisalhamento (τ), conforme a Equação 4.38. O fator de segurança (n) é então calculado usando o limite de escoamento em cisalhamento (S_{sy}), conforme a Equação 4.39.

$$\tau = \frac{F}{A_s} \quad (4.38)$$

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau} \quad (4.39)$$

2. Falha por Contato nos Parafusos

A falha por contato nos parafusos envolve a análise da área de contato dos parafusos (A_b) e a tensão de esmagamento (σ_b), conforme a Equação 4.40. O fator de segurança é calculado utilizando o limite de escoamento (S_y), conforme a Equação 4.41.

$$\sigma_b = \frac{F}{A_b} \quad (4.40)$$

$$n = \frac{S_y}{|\sigma_b|} \quad (4.41)$$

3. Falha por Contato nos Elementos

Para a falha por contato nos elementos, é necessário considerar o limite de escoamento do material dos elementos (S_{yc}). O fator de segurança é calculado com base na tensão de compressão nos elementos (σ_b), conforme a Equação 4.42.

$$n = \frac{S_{yc}}{|\sigma_b|} \quad (4.42)$$

4. Falha por Tensões nos Elementos

A falha por tensões nos elementos considera a área de tensão nos elementos (A_t) e a tensão resultante (σ_t), conforme a Equação 4.43. O fator de segurança é então calculado utilizando o limite de escoamento do material (S_y), conforme a Equação 4.44.

$$\sigma_t = \frac{F}{A_t} \quad (4.43)$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_t} \quad (4.44)$$

Conforme (BUDYNAS; NISBETH, 2016), a resistência mínima ao escoamento é aproximadamente igual a 0,577 vezes a tensão de escoamento. Ainda é necessário determinar a distância do parafuso à borda; (BUDYNAS; NISBETH, 2016) recomenda que essa distância seja igual ou maior a 1,5 vezes o diâmetro do parafuso. O comprimento ideal de parafuso é aquele em que apenas uma ou duas roscas se projetam da porca após o aperto. Furos para os parafusos podem ter rebarbas ou arestas afiadas após o processo, as quais podem cortar revestimentos e aumentar a concentração de tensão. Portanto, para prevenir isso, devem ser sempre usadas arruelas sob a cabeça dos parafusos, de aço endurecido, de modo que a borda arredondada do furo estampado encontre a face da arruela do parafuso.

Para uma conexão parafusada, é importante determinar o torque (T) necessário para o aperto correto dos parafusos. Define-se que a pré-carga (F_i) é igual a 75% da carga de prova, devido à necessidade de reutilização dos parafusos. A carga de prova (F_p) é dada pela Equação 4.45, onde A_t é a área de tração e S_p é a resistência de prova obtida de acordo com a classe do parafuso. Para determinar o torque necessário, utiliza-se a Equação 4.46, onde K é o fator de torque, conforme a Tabela 4, e d é o diâmetro nominal do parafuso.

$$F_p = A_t S_p \quad (4.45)$$

$$T = K F_i d \quad (4.46)$$

Tabela 4 – Fatores de torque K para uso com a Equação 4.46

Condição do Parafuso	K
Não revestido, acabamento negro	0,30
Revestido de zinco (zincagem)	0,20
Lubrificado	0,18
Revestido de cádmio (cadmiagem)	0,16
Com antiaderente da Bowman	0,12
Com porcas de pega da Bowman	0,09

Fonte: Adaptado de (BUDYNAS; NISBETH, 2016)

Ainda é necessário determinar o diâmetro do furo dos parafusos e a distância entre furos e furos e bordas. O diâmetro do furo dos parafusos deve ser igual ao diâmetro do parafuso acrescido de 0,3 mm. (BUDYNAS; NISBETH, 2016) recomenda que a distância entre os centros dos furos seja de 1,5 vezes o diâmetro do furo, porém, por motivos de conservadorismo, será utilizado 2 vezes o diâmetro e o mesmo valor para a distância do centro do furo a qualquer borda da peça.

4.3.3 Dimensionamento e Seleção de *O-rings*

As vedações de *O-ring* são amplamente utilizadas devido à sua eficácia em selar sob diversas condições de pressão e temperatura. Sua instalação é facilitada pelo fato de não requererem reapertos ou ajustes críticos de torque, minimizando o risco de danos estruturais. Além disso, os *O-rings* ocupam pouco espaço, são leves e, em muitos casos, reutilizáveis, o que representa uma vantagem em relação a selos não elásticos e juntas esmagáveis.

Os selos estáticos, onde não há movimento relativo entre as partes, exceto pela expansão térmica ou separação pela pressão do fluido, são exemplos de onde os *O-rings* são eficazes. Estes incluem conexões entre cilindros e pistões estáticos, como no presente trabalho. Para uma selagem adequada, os *O-rings* devem ser comprimidos radialmente entre o fundo do sulco de vedação e a parede do cilindro. A lubrificação dos *O-rings* é crucial para o assentamento correto dos selos estáticos, sendo especialmente benéfica durante a instalação inicial.

Segundo (PARKER; HANDBOOK,), no que tange ao dimensionamento, é recomendável selecionar um *O-ring* com a maior seção transversal possível dentro das limitações de design. O estiramento da circunferência do *O-ring* não deve exceder 6% e a compressão deve ficar entre 1 e 3% quando instalado. A dureza do *O-ring* deve ser escolhida de acordo com a pressão aplicada, as tolerâncias e o acabamento superficial dos elementos a serem selados. A rugosidade superficial para aplicações de *O-rings* não deve exceder $0,813 \mu\text{m}$ para garantir uma vedação eficaz.

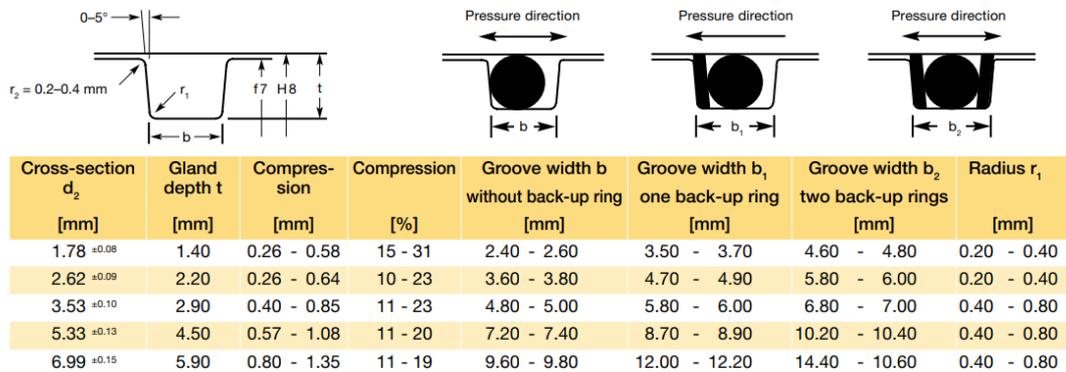
Os *O-rings* serão usados tanto para a vedação do *bulkhead* quanto da tubeira, com dois *O-rings* em cada peça, ambos com *back-up ring*, conforme recomendado por (PARKER; HANDBOOK,) para altas pressões. Como o valor exato da pressão não é conhecido, considera-se o pior caso.

A escolha do material do *O-ring* deve levar em consideração os produtos de combustível e a compatibilidade do *O-ring*. Durante a análise do material conforme (PARKER; HANDBOOK,), o componente mais restritivo dos gases de exaustão foi o vapor de água a alta temperatura. Segundo as recomendações, o componente a ser utilizado é o de código E0962-90, que atende a todas as condições. Existem outras opções de *O-rings* que atendem às condições, e estas devem ser avaliadas de acordo com o custo do modelo selecionado. A escolha detalhada do componente deve ser feita após a definição final da configuração, pois a pressão suportada pelos *O-rings* pode variar de 7 MPa a 200 MPa, dependendo da classe escolhida e das dimensões do diâmetro externo da tubeira.

O dimensionamento do rasgo para o posicionamento do *O-ring* pode ser feito imediatamente, seguindo a Figura 15. As dimensões necessárias são a profundidade e a largura do rasgo, que são padronizadas de acordo com a espessura do *O-ring* e a necessidade de *back-up ring*. Como a espessura da parede é relativamente pequena e dificilmente será maior que 5 mm conforme análises dos modelos de (Richard Nakka, 2023), será escolhido

o *O-ring* com seção transversal de 2,62 mm de diâmetro. Assim, a largura do rasgo será de 4,8 mm e a profundidade de 2,2 mm. Por último, o formato do rasgo de *O-ring* deve ser feito conforme as orientações do fabricante, atentando-se para raios e tolerâncias.

Figura 15 – Dimensionamento do rasgo de *O-ring* estático.



Fonte: (PARKER; HANDBOOK,)

4.3.4 Tolerâncias

O modelo foi desenvolvido com a intenção de facilitar a futura fabricação, considerando tolerâncias de fabricação e montagem baseadas na experiência do autor. A tolerância geométrica adotada é de $\pm 0,1$ mm, que é uma das menores tolerâncias alcançáveis com métodos de fabricação convencionais de fácil acesso.

Para os parafusos, os furos devem ter um diâmetro de 0,3 mm maior que o diâmetro nominal do parafuso. A câmara de combustão deverá possuir uma folga de 0,2 mm em relação ao diâmetro da tubeira e do *bulkhead*. Essa folga é baseada na recomendação de (PARKER; HANDBOOK,), que sugere a tolerância de eixo f7 e furo H8. Para um eixo e um furo de 50 mm, o ajuste resultaria em uma folga mínima de 0,025 mm e máxima de 0,093 mm, tornando tal fabricação inviável por métodos convencionais comumente disponíveis.

O código, ao fornecer parâmetros geométricos como raio e altura total, deve retornar os valores já ajustados para a tolerância correta, ou seja, com no máximo uma casa decimal em mm. Parâmetros estruturais, como a espessura da parede, devem ser arredondados para cima para garantir a integridade estrutural.

No que tange às tolerâncias, os desenhos gerados pelo código retornarão, por exemplo, a câmara de combustão com 0,2 mm a mais de diâmetro que a tubeira. No entanto, o desenho técnico final deverá especificar a tolerância da tubeira para ser 50 mm $-0,1$ mm e da câmara de combustão para ser 50,1 mm $+0,1$ mm. Isso resultará em uma folga mínima de 0,1 mm e máxima de 0,3 mm, sendo o mínimo alcançável de forma realista.

Para o caso específico da vedação com *O-ring*, é importante a realização de testes prévios ou ter em mente que este dispositivo poderá falhar devido à tolerância não ser condizente com a recomendada pelo fabricante. Caso a falha ocorra, métodos de fabricação mais refinados devem ser considerados a fim de garantir as recomendações de (PARKER; HANDBOOK,).

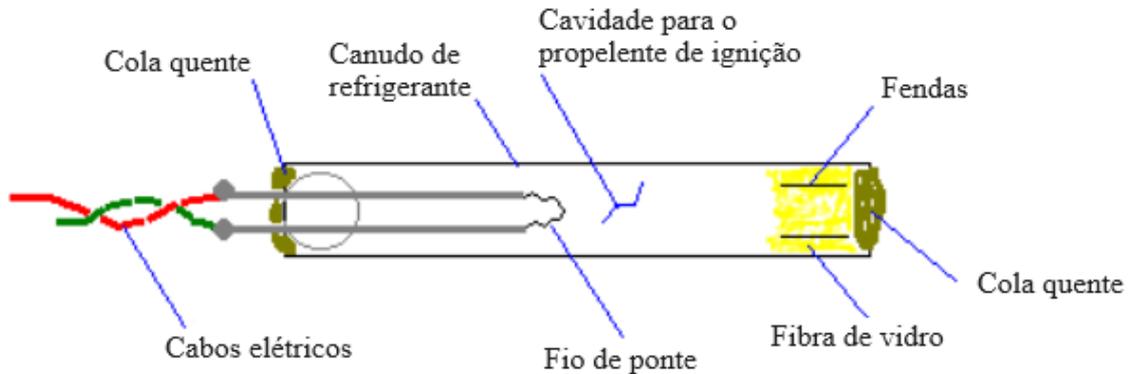
4.4 IGNITOR

Conforme (Richard Nakka, 2023), a confiança e a performance de um propulsor a propelente sólido dependem particularmente da composição e do design do ignitor elétrico. Para propulsores com propelentes à base de açúcar, os ignitores com pólvora negra, uma mistura de carvão vegetal e nitrato de potássio, são suficientes, mas esse tipo de ignitor falha quando utilizado em propelentes compósitos como o RNX, que têm ignição mais difícil.

Para o ignitor, será utilizado um modelo adaptado de (Richard Nakka, 2023), baseado em uma mistura de pólvora negra e o próprio propelente RNX. A ideia é aproveitar a fácil ignição da pólvora negra e o longo tempo de queima do RNX para proporcionar um período maior de ação do ignitor, permitindo uma transferência de calor mais lenta, porém mais abrangente, por um tempo maior, facilitando a ignição rápida do motor. A pólvora negra é composta em massa por 80% de nitrato de potássio e 20% de carvão vegetal, ambos moídos e misturados de maneira uniforme. Por fim, a mistura que deverá ser inserida no ignitor é composta de 50% em massa de pólvora negra e 50% de RNX granulado. Essa proporção pode ser variada a fim de melhorar o desempenho do ignitor.

A Figura 16 apresenta o modelo de ignitor desenvolvido por (Richard Nakka, 2023). A composição do ignitor desenvolvido será similar, porém com algumas adaptações. O projeto de um ignitor é muito particular; um ignitor pode não funcionar para o mesmo propelente caso a geometria seja diferente. Dessa forma, é extremamente recomendado que o ignitor seja fabricado e testado para garantir sua funcionalidade e confiabilidade.

Figura 16 – Modelo de ignitor



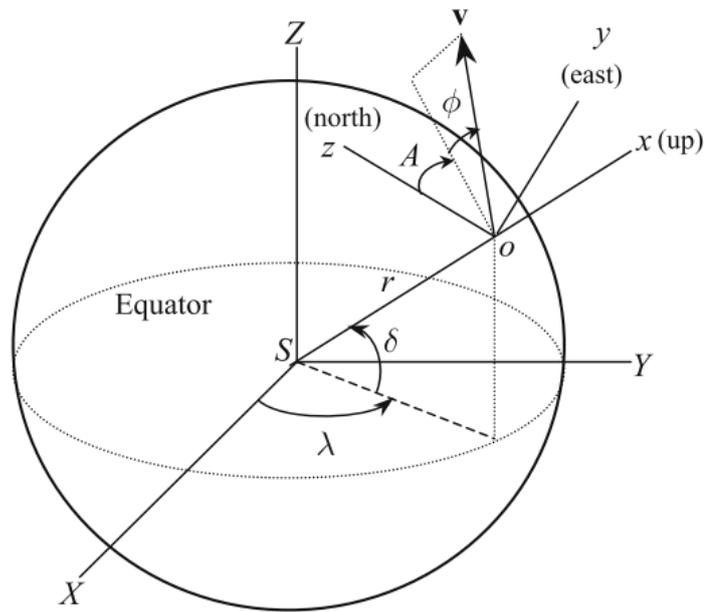
Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

4.5 MECÂNICA DE VOO

Para descrever o movimento do foguete e, por consequência, determinar parâmetros como apogeu, empuxo necessário e massa de propelente, é necessário definir as equações que regem esse movimento. Para isso, foi utilizado o equacionamento para o voo atmosférico com 3 graus de liberdade segundo (TEWARI, 2007). Não foi adotado o modelo de 6 graus de liberdade, pois não é necessário um estudo mais detalhado acerca da dinâmica de rotação do veículo. Embora o modelo de 6 graus de liberdade aumentasse a acurácia, acarretaria uma complexidade desnecessária no momento. Assim, o modelo considerado foi o mais genérico dentro das considerações mencionadas, incluindo dinâmicas de rotação da Terra e modelos mais completos de atmosfera e gravidade.

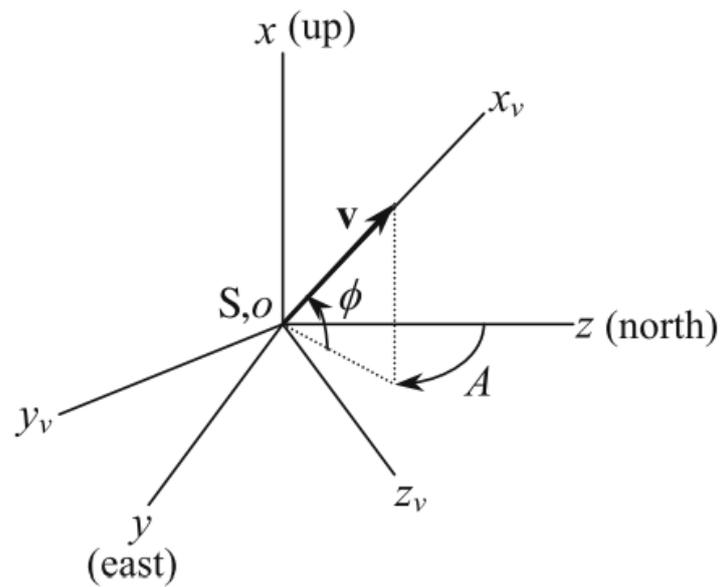
Para o desenvolvimento das equações, três sistemas de coordenadas são utilizados para descrever o sistema, conforme as Figuras 17, 18 e 19. Os sistemas são dados em coordenadas cilíndricas, e transformações entre os eixos são necessárias para escrever as equações com base na segunda lei de Newton, que só pode ser aplicada a um referencial inercial.

Figura 17 – Sistemas de coordenadas do planeta



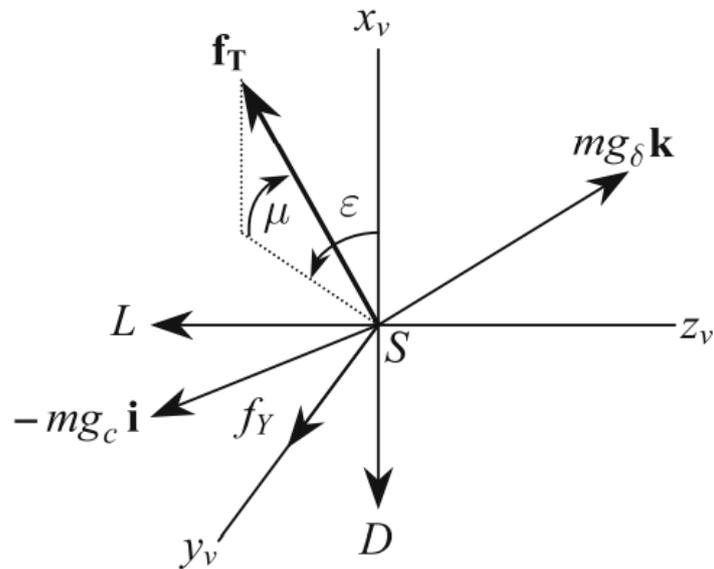
Fonte: (TEWARI, 2007)

Figura 18 – Sistemas de coordenadas fixo



Fonte: (TEWARI, 2007)

Figura 19 – Sistemas de coordenadas do vento



Fonte: (TEWARI, 2007)

A partir dessas considerações, as três equações da cinemática de translação, 4.47, 4.48 e 4.49, e as três equações da dinâmica, 4.50, 4.51 e 4.52, para 3 graus de liberdade são apresentadas. A dedução dessas equações encontra-se em (TEWARI, 2007).

$$\dot{r} = v \sin \phi \quad (4.47)$$

$$\dot{\delta} = \frac{v}{r} \cos \phi \cos A \quad (4.48)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v \cos \phi \sin A}{r \cos \delta} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} m\dot{v} = & f_T \cos \epsilon \cos \mu - D - mg_c \sin \phi + mg_\delta \cos \phi \cos A \\ & - m\omega^2 r \cos \delta (\cos \phi \cos A \sin \delta - \sin \phi \cos \delta) \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} mv \cos \phi \dot{A} = & m \frac{v^2}{r} \cos^2 \phi \sin A \tan \delta + f_T \sin \mu + f_Y - mg_\delta \sin A \\ & + m\omega^2 r \sin A \sin \delta \cos \delta - 2m\omega v (\sin \phi \cos A \cos \delta - \cos \phi \sin \delta) \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned}
mv \cos \phi \dot{A} &= m \frac{v^2}{r} \cos^2 \phi \sin A \tan \delta + f_T \sin \mu + f_Y - mg_\delta \sin A + m\omega^2 r \sin A \sin \delta \cos \delta \\
&- 2m\omega v (\sin \phi \cos A \cos \delta - \cos \phi \sin \delta)
\end{aligned} \tag{4.52}$$

4.5.1 Modelo Atmosférico

O modelo atmosférico, como mencionado, será o mais genérico possível, sendo este o modelo de 21 camadas *U.S Standard Atmosphere of 1976 for Earth*. As equações que descrevem o modelo não serão apresentadas aqui devido ao seu tamanho, mas podem ser consultadas na referência (TEWARI, 2007). Os dados de atmosfera são válidos para altitude $0 \text{ km} \leq h \leq 200 \text{ km}$.

4.5.2 Modelo Gravitacional

Assim como o modelo atmosférico, foi considerado o modelo mais genérico para a gravidade, sendo o de planeta não esférico. As equações do modelo também não serão apresentadas e podem ser consultadas em (TEWARI, 2007).

4.5.3 Modelo Aerodinâmico

O modelo aerodinâmico é simplificado, sendo considerada somente a força de arrasto. Forças laterais foram consideradas nulas para simplificar o modelo. Na ausência de vento, essas forças não influenciam de maneira significativa a dinâmica do veículo. O coeficiente de arrasto utilizado foi retirado de (Richard Nakka, 2023), sendo típico para modelos de foguete subsônicos com ponto ogival igual a 0,7 e 1 para o regime transônico.

4.6 MÉTODOS NUMÉRICOS

A implementação dos modelos e simulações descritos neste trabalho exige o uso de métodos numéricos eficientes e robustos. Esta seção aborda a resolução de sistemas de equações lineares, fundamentais para a aplicação de métodos implícitos, e a solução de equações diferenciais ordinárias (EDOs), essenciais para modelar a dinâmica do foguete.

4.6.1 Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Para a utilização do método implícito, faz-se necessária a resolução de sistemas de equações lineares. Um sistema de equações lineares consiste em várias equações lineares que possuem variáveis comuns. Matematicamente, um sistema com n equações e m variáveis pode ser representado na forma

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_m &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_m &= b_2, \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nm}x_m &= b_n, \end{aligned}$$

onde a_{ij} são os coeficientes das variáveis, x_j são as variáveis, e b_i são os termos constantes.

Este sistema pode ser representado de forma compacta utilizando a notação matricial como $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, onde

- \mathbf{A} é a matriz de coeficientes de dimensão $n \times m$,
- \mathbf{x} é o vetor coluna das variáveis de dimensão $m \times 1$,
- \mathbf{b} é o vetor coluna dos termos constantes de dimensão $n \times 1$.

A solução deste sistema de equações busca encontrar o vetor \mathbf{x} que satisfaz a equação matricial dada. Em contextos de engenharia, é comum a utilização de ferramentas computacionais para encontrar soluções de sistemas de equações lineares, especialmente para sistemas de grande escala.

Neste trabalho, utiliza-se a biblioteca NumPy, uma biblioteca de álgebra linear para Python, para resolver o sistema linear. A função `np.linalg.solve(A, B)` é empregada para encontrar o vetor \mathbf{x} , dada a matriz de coeficientes \mathbf{A} e o vetor de termos constantes \mathbf{b} . Especificamente, o comando

```
T[:, j+1] = np.linalg.solve(A, B)
```

resolve o sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$ para cada passo de tempo j , atualizando a matriz de temperaturas T com os valores calculados para o próximo passo de tempo.

4.6.2 Solução das Equações Diferenciais

Para sistemas de equações diferenciais ordinárias (EDOs), será utilizada a função `solve_ivp` (solve initial value problem) do módulo `scipy.integrate` do Python. Essa

função é empregada para resolver problemas de valor inicial (IVP) de maneira versátil e eficiente, suportando diferentes métodos de integração numérica e oferecendo controle detalhado sobre o processo de solução.

Por padrão, esta função utiliza o método RK45, um método de passo adaptativo baseado nos coeficientes de Butcher para o esquema de Runge-Kutta de ordem 5(4). Isso significa que ele calcula duas aproximações da solução em cada passo: uma de quinta ordem e outra de quarta ordem. A diferença entre essas duas aproximações é usada para estimar o erro e ajustar dinamicamente o tamanho do passo.

O método ajusta o tamanho do passo de integração de forma adaptativa, visando manter o erro de truncamento dentro de um limite especificado. Se o erro for maior do que o desejado, o passo é reduzido; se o erro for menor, o passo pode ser aumentado. Isso permite que o método seja eficiente, adaptando-se às características da solução ao longo do tempo.

5 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo, serão detalhadas as implementações dos modelos, assim como alguns detalhes do projeto dos componentes do propulsor. Também será apresentada a organização geral do algoritmo desenvolvido.

5.1 DESCRIÇÃO GERAL DO ALGORITMO

No desenvolvimento deste trabalho, foi elaborado um código em Python para realizar diversas tarefas relacionadas ao projeto de um propulsor de foguete a propelente sólido. Este código está organizado em módulos, seguindo os princípios da programação orientada a objetos (POO) para promover a modularidade, a reutilização de código, a facilidade de manutenção e a expansão do sistema. A estrutura do código é composta por um módulo principal que coordena a execução dos módulos secundários, incluindo:

- **Módulo Principal:** Responsável por integrar e coordenar a execução de todos os módulos secundários.
- **Módulo Propulsivo:** Contém os cálculos e simulações relacionados ao funcionamento do propulsor.
- **Módulo de Transferência de Calor:** Responsável por calcular a transferência de calor e determinar a temperatura máxima da estrutura.
- **Módulo Estrutural:** Encarregado do dimensionamento estrutural dos componentes do propulsor.
- **Módulo de Cálculo de Massa:** Realiza os cálculos de massa e o desenho dos componentes do propulsor.
- **Módulo de Mecânica de Voo:** Simula a mecânica de voo do foguete.
- **Módulo de Plots:** Gera gráficos e visualizações dos resultados.
- **Módulo de Parâmetros:** Armazena os parâmetros utilizados em todos os cálculos, facilitando a configuração e a modificação dos dados de entrada.

5.1.1 Otimização

Algumas otimizações são realizadas dentro do algoritmo, visando obter um projeto ótimo para o propulsor. A otimização busca encontrar a combinação de parâmetros que resulta na menor massa total do propulsor, mantendo a integridade estrutural e a segurança. Este processo envolve a variação incremental dos parâmetros e a avaliação das diferentes combinações possíveis. Por exemplo, funções que calculam a quantidade de parafusos necessários e otimizam a espessura da parede do propulsor para buscar o melhor conjunto de parafusos.

5.1.2 Modificação no Módulo de Parâmetros

O módulo de parâmetros centraliza todas as constantes e valores utilizados nos cálculos, permitindo fácil modificação e ajuste dos dados de entrada. Isso torna o código mais flexível e facilita a atualização dos parâmetros sem a necessidade de alterar diretamente os algoritmos principais. Apenas modificando alguns parâmetros, o usuário pode obter um novo projeto de propulsor a propelente sólido.

5.1.3 Objetivo do Código

O objetivo do código é permitir que, com a modificação apenas do módulo de parâmetros e do módulo principal pelo usuário, seja possível retornar o projeto de um propulsor a propelente sólido. A modularidade e a estrutura orientada a objetos garantem que o sistema seja robusto, flexível e capaz de ser modificado de forma fácil apenas em uma seção de um módulo, sem afetar o restante do código, permitindo aprimoramentos contínuos.

5.2 MODELO PROPULSIVO

Nesta seção, desenvolve-se o modelo propulsivo, um componente fundamental para compreender a dinâmica e o desempenho do propulsor. O modelo é estruturado para determinar a geometria da tubeira, o empuxo, o fluxo mássico através da tubeira e a pressão na câmara de combustão. Esses elementos são cruciais para o cálculo dos demais modelos. De forma resumida, o modelo implementa as equações e recomendações desenvolvidas anteriormente para a propulsão.

5.2.1 Tubeira

É essencial determinar a geometria da tubeira para realizar os cálculos das propriedades do escoamento. Várias abordagens podem ser adotadas, porém, o código implementado pode ser configurado de duas maneiras. A primeira consiste em fornecer uma pressão desejada na câmara de combustão, assim como um empuxo desejado para essa pressão. Dessa forma, determina-se a velocidade de saída dos gases por meio de uma expansão ótima, $P_2 = P_{atm}$, utilizando a Equação 4.12. Em seguida, calcula-se o fluxo mássico através da Equação 4.18 e, finalmente, obtém-se a área da garganta necessária para alcançar esse fluxo mássico pela Equação 4.11.

A segunda opção é mais conveniente para a aplicação de algoritmos de otimização, sendo a determinação do raio da garganta de maneira arbitrária, com os demais parâmetros obtidos da mesma forma que no método anterior.

Para fins de projeto, a pressão na câmara de combustão será inicialmente adotada como 1000 psi $\approx 6,89$ MPa, valor para o qual existem dados disponíveis sobre a mistura gasosa resultante da combustão do propelente. A pressão de saída para o projeto da tubeira será a atmosférica na altitude de lançamento, garantindo uma expansão ótima. Essa condição de projeto poderá ser alterada para que a tubeira opere em condições ótimas em diferentes altitudes. Para fins de cálculo de empuxo, a pressão de saída será ajustada conforme a mudança da pressão na câmara de combustão, e a pressão atmosférica irá variar de acordo com a altitude do veículo. Essa decisão visa simplificar o modelo, evitando o aumento desnecessário de sua complexidade.

Como a pressão de saída varia com P_1 , é necessário determinar P_2 , o que pode ser feito resolvendo-se a Equação 4.14 utilizando algum método numérico; neste trabalho, será utilizado o método da bisseção. O valor de M_2 encontrado é então substituído na Equação 4.15, sabendo que a pressão de estagnação é P_1 . Por fim, utilizam-se essas propriedades para determinar o empuxo conforme a Equação 4.18.

A tubeira deverá conter o furo dos parafusos que serão utilizados para a fixação na câmara de combustão, assim como os dois rasgos para a inserção da vedação com O-rings.

5.2.2 Pressão na Câmara de Combustão

Para o cálculo da pressão na câmara de combustão, será criada uma função que funcionará de forma iterativa, projetada para simular o comportamento dos gases de combustão durante o processo de queima de um propelente. A metodologia utiliza equações fundamentais da termodinâmica e da mecânica dos fluidos, sem tratar das reações químicas. A ideia geral é aproximar esse fenômeno transiente através de vários pontos permanentes onde ocorrerá a liberação de um volume de gases provenientes do grão propelente,

seguindo a taxa de queima, que instantaneamente irão ocupar todo o volume disponível da câmara de combustão enquanto uma parcela irá sair através do bocal, seguindo as relações isentrópicas já desenvolvidas.

Inicialmente, considera-se que os gases de combustão se comportam como um gás ideal. A lei dos gases ideais é uma equação que descreve o comportamento de gases perfeitamente ideais em termos de pressão, volume e temperatura. Ela foi formulada por vários cientistas, incluindo o físico francês Joseph Louis Gay-Lussac e o químico britânico John Dalton. A lei dos gases ideais é representada pela Equação 5.1. A equação dos gases ideais é uma aproximação útil para descrever o comportamento de muitos gases reais, mas não é exata para todos os gases. Porém, fornece uma boa aproximação, para as condições deste trabalho, com uma equação simples.

$$PV = RT \quad (5.1)$$

Onde P é a pressão, V é o volume, R é a constante do gás e T é a temperatura absoluta.

A função começa com a estabilização da pressão interna, assumindo inicialmente que a pressão é igual à pressão atmosférica P_{atm} . O volume específico inicial dos gases é calculado conforme a Equação 5.2:

$$V = \frac{RT_1}{P} \quad (5.2)$$

Onde T_1 é a temperatura de combustão. O volume vazio na câmara de combustão é então determinado considerando a geometria específica do grão propelente. Este volume é essencial para calcular a massa de gases presentes na câmara, conforme a Equação 5.3:

$$\text{massa}_{\text{residente}} = \frac{\text{Volume}_{\text{câmara}}}{V} \quad (5.3)$$

Durante a queima do propelente, a taxa de queima r é uma função da pressão. A regressão do grão propelente, ou seja, a mudança no raio interno do grão r_{igp} , é atualizada em cada passo de tempo com base na taxa de queima, conforme a Equação 5.4:

$$r_{igp}(t) = r_{igp}(t-1) + r(t-1) \cdot \text{passo} \quad (5.4)$$

O fluxo mássico de queima \dot{m}_{queima} e o fluxo mássico de saída $\dot{m}_{\text{saída}}$ são calculados a cada instante. O fluxo mássico de queima depende da densidade do grão propelente, da taxa de queima e da área exposta do grão, conforme a Equação 5.5, enquanto o fluxo mássico de saída é determinado pelas relações isentrópicas para bocais, conforme a Equação

5.6:

$$\dot{m}_{\text{queima}} = \rho_b \cdot \text{Área} \cdot r \quad (5.5)$$

$$\dot{m}_{\text{saida}} = f(P, T, V, A_t, R, k) \quad (5.6)$$

Onde ρ_b é a densidade do grão propelente. A massa residente na câmara é então ajustada considerando os fluxos de massa de entrada e saída, conforme a Equação 5.7:

$$\text{massa}_{\text{residente}}(t) = \dot{m}_{\text{queima}} \cdot \text{passo} - \dot{m}_{\text{saida}} \cdot \text{passo} + \text{massa}_{\text{residente}}(t - 1) \quad (5.7)$$

Finalmente, a pressão na câmara de combustão é recalculada utilizando a equação dos gases ideais, atualizando o volume específico com base no novo volume da câmara e na massa de gases presente, conforme a Equação 5.8:

$$P(t) = \frac{RT_1}{V(t)} \quad (5.8)$$

Esta metodologia permite uma simulação dinâmica da pressão na câmara de combustão, levando em consideração a geometria da câmara, a queima do propelente, a geometria do grão e as condições termodinâmicas dos gases. No entanto, assim como ocorre com o modelo de transferência de calor, as simplificações adotadas podem resultar em erros significativos para modelos de maiores dimensões. Nessas situações, as equações devem ser aprimoradas para incluir tais fenômenos ou deve-se evitar geometrias cujas dimensões elevem os erros a níveis inadmissíveis.

5.2.3 Propelente

O propelente utilizado será o RNX-71V, cujas principais propriedades estão descritas na Tabela 5.

Tabela 5 – Composição e Taxa de Queima do Propelente RNX-71V

Parâmetro	Valor
Nome do Propelente	RNX-71V
Composição do Oxidante	Nitrato de Potássio (KNO_3) - 68%
Composição do Catalisador	Óxido de Ferro (Fe_2O_3) - 8%
Composição do Combustível	Resina Epóxi - 24%
Taxa de Queima a 1000 psi	5 mm/s
Coeficiente a da Taxa de Queima	2,57
Coeficiente n da Taxa de Queima	0,371

Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

A geometria escolhida foi a de dois cilindros concêntricos, onde o raio do cilindro interno deve ser igual à espessura do cilindro externo e a área da seção transversal entre os cilindros deve ser maior que duas vezes a área da garganta para garantir que não ocorra a queima erosiva. Esta geometria de grão é de fácil manufatura e apresenta uma queima neutra. Esta configuração necessita de uma estrutura que manterá os dois cilindros fixos na câmara de combustão; neste caso específico, será utilizado um disco de madeira colado ao grão propelente com furos que permitem a passagem da chama do ignitor. Além disso, o grão propelente deve ser colado à superfície da câmara de combustão utilizando silicone para altas temperaturas.

Devido à geometria escolhida, é necessária a utilização de inibidores na superfície em contato com a câmara de combustão e nas superfícies superior e inferior. O inibidor utilizado é o sistema citado anteriormente, composto de tecido de algodão com resina poliéster. O processo de fabricação deve ser realizado colocando o tecido nas superfícies desejadas, posteriormente adicionando a resina poliéster suficiente para cobrir o tecido e, se possível, fazendo a cura em um sistema a vácuo para melhorar a adesão.

5.3 MODELO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O modelo de transferência de calor implementa as equações desenvolvidas na seção de proteção térmica do referencial teórico, com o objetivo principal de determinar a temperatura máxima que as paredes da câmara de combustão irão atingir e, assim, determinar a tensão de escoamento do material utilizado, neste caso, o aço 1020, para essa temperatura.

5.3.1 Proteção Térmica

Além de determinar a distribuição da temperatura nas paredes da câmara de combustão, é necessário definir o material a ser utilizado como proteção térmica. Optou-se pela utilização de duas camadas de papel pardo devido ao seu conhecimento prévio e propriedades adequadas. Um dos pontos mais críticos da proteção térmica é a adesão à superfície da câmara de combustão, pois defeitos como má aderência ou bolhas podem causar falhas catastróficas. Assim, as duas camadas de papel pardo serão coladas à superfície da câmara de combustão com resina poliéster, em quantidade necessária apenas para garantir uma boa adesão. A cura deverá ser feita sob um sistema de vácuo para minimizar a ocorrência de bolhas e melhorar a adesão à superfície metálica. As características da proteção térmica encontram-se na Tabela 6.

Tabela 6 – Características da proteção térmica

Parâmetro	Valor	Unidade de medida
Material	Papel pardo e resina poliéster	
Densidade da proteção térmica	646	kg/m^3
Difusividade térmica da proteção térmica	1	m^2/s
Espessura da proteção térmica	0,00028	m
Condutividade térmica da proteção térmica	1	$W/m \cdot K$

Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Os cálculos do modelo de transferência de calor deverão ser realizados após o cálculo estrutural devido à necessidade de determinar a espessura da parede. No entanto, como a resistência do aço é afetada pela temperatura, o modelo estrutural deverá ser atualizado com a nova tensão de escoamento.

5.4 MODELO ESTRUTURAL

O objetivo do modelo estrutural é assegurar que todos os componentes sejam adequadamente projetados para suportar as condições operacionais, garantindo a integridade e a segurança do sistema. A principal carga do modelo é a pressão na câmara de combustão, que além de fornecer a pressão de trabalho do vaso de pressão, resultará na força de cisalhamento dos parafusos.

A pressão que será considerada é a pressão máxima do modelo de pressão multiplicada por 1,3 a fim de garantir que possíveis variações de pressão não causem uma falha catastrófica, esse fator pode ser mudado com futuros dados experimentais obtidos. Para a força de cisalhamento, será considerado o mesmo valor de pressão anterior, porém

multiplicado pela área interna do vaso de pressão. Além disso, a tensão de escoamento do aço deverá ser aquela corrigida de acordo com a temperatura máxima encontrada pelo modelo de transferência de calor.

O coeficiente de segurança para dispositivos aeroespaciais tem seu valor típico entre 1,05 e 1,1, porém os materiais utilizados não são de classe aeroespacial e ainda podem haver incertezas quanto à magnitude das cargas. Dessa forma, para garantir uma segurança maior, o valor de 1,2 será adotado. O critério de falha será as tensões de Von Mises. Como não serão realizadas análises de fadiga, recomenda-se cautela na reutilização do propulsor.

5.4.1 Otimização

A eficiência estrutural de propulsores de foguete é um aspecto crítico no projeto de veículos aeroespaciais. Ela se refere à capacidade do propulsor de suportar as cargas e tensões geradas durante a operação, enquanto minimiza a massa estrutural para maximizar o desempenho do veículo. Para isso, algumas otimizações serão realizadas dentro do modelo estrutural.

A primeira otimização está relacionada com a espessura da parede, que deverá, em um primeiro momento, ser a mínima possível para garantir a integridade estrutural do propulsor. Após isso, o modelo desenvolvido deve levar em consideração dois fatores essenciais para uma otimização prévia: a espessura da parede e o diâmetro dos parafusos. A espessura da parede calculada para suportar a pressão interna pode não ser suficiente para resistir às cargas geradas pela conexão parafusada devido à limitação geométrica da quantidade de parafusos que pode ser utilizada. Dessa forma, a espessura deve ser incrementada conforme necessário até que seja possível a utilização de algum conjunto de parafusos.

O diâmetro dos parafusos também será variado para avaliar diferentes combinações de espessura de parede e diâmetro de parafuso. O objetivo é identificar o conjunto que resulta no menor valor de massa, mantendo a integridade estrutural e a segurança do propulsor.

A metodologia envolverá a variação incremental da espessura da parede e do diâmetro dos parafusos, avaliando cada combinação quanto à sua capacidade de suportar as cargas atuantes e minimizando o peso total. Este processo permitirá otimizar o projeto estrutural, garantindo que os componentes sejam adequadamente dimensionados para as condições operacionais esperadas.

5.4.2 Bulkhead

A estrutura do bulkhead é simples, formada por um disco com uma rosca central, tendo essa rosca um cilindro com as dimensões de uma porca M8 a fim de comportar o ignitor. Além disso, o bulkhead deverá conter os furos para a inserção dos parafusos e os rasgos para o posicionamento dos 2 O-rings que farão a vedação desse dispositivo.

5.4.3 Câmara de Combustão

A câmara de combustão é um cilindro oco somente com os furos para receber os parafusos de conexão com a tubeira e o bulkhead. É importante que a câmara de combustão comporte o propelente e a proteção térmica e ainda mantenha a folga de montagem de 0,1 mm com a tubeira e o bulkhead. No comprimento, uma folga de 15 mm deverá ser deixada entre o final do ignitor e o início do grão propelente.

5.4.4 Ignitor

A estrutura do ignitor será descrita nesta seção. Ele será formado por um cilindro usinado com sextavado externo em uma extremidade, uma rosca M8 que será utilizada para a fixação do ignitor no bulkhead e uma cápsula para acomodação do propelente, que é uma mistura de 50% de propelente RNX com 50% de pólvora negra. O comprimento da rosca será igual ao de uma porca M8, acrescida da espessura da parede. O sextavado externo terá as mesmas dimensões de uma porca M8.

O tamanho da cápsula de ignição é influenciado pela quantidade de propelente necessária, que, por sua vez, depende do tamanho do propulsor e das características do propelente. Como estimativa inicial, a cápsula deverá possuir 7 mm de diâmetro e 45 mm de comprimento. A princípio, o diâmetro não pode ser maior devido ao sextavado externo, porém, se for necessário, pode-se substituir o sextavado externo por um interno para garantir que o ignitor possa ser inserido no bulkhead.

Para acionamento do ignitor serão necessários dois fios elétricos que serão inseridos pela parte superior do ignitor e deverão ter suas extremidades posicionadas dentro do propelente. As extremidades devem ser conectadas por um fio mais fino que, quando uma corrente elétrica passar, irá aquecer a ponto de ignitar o propelente. Tanto o orifício de passagem dos fios quanto o orifício da cápsula deverão ser vedados com cola quente, sendo o orifício da cápsula acrescentado fibra de vidro à cola quente. Por último, para garantir que não ocorra uma queima muito rápida devido ao aumento da pressão da cápsula, devem ser realizados pequenos cortes na cápsula para permitir que haja um escape dos gases de combustão.

Para o cálculo da massa, será desconsiderado o sistema de acionamento e a cola de vedação, considerando apenas a peça de aço e o propelente inserido. A densidade do propelente deve ser calculada pelo algoritmo com base nas proporções da mistura.

5.5 CÁLCULO DA MASSA

O cálculo de massa foi realizado utilizando o método dos discos para determinar o volume. O volume V de um sólido de revolução gerado pela rotação de uma função $f(x)$ em torno do eixo x , de a até b , é dado pela Equação 5.9, onde $f(x)$ é uma função que retorna o valor do raio do disco considerado.

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \quad (5.9)$$

Com os volumes das geometrias determinados, multiplica-se pelo valor da densidade do material escolhido, neste caso, o aço. Para os parafusos, considera-se a massa do conjunto, incluindo arruela, parafuso e porca. Esses parafusos são utilizados para espessuras de parede entre 0,5 mm e 3 mm, conforme apresentado na Tabela 7.

Tabela 7 – Massas dos conjuntos de parafusos

Parafuso	Massa (g)
M3	1.6
M4	3.2
M5	5.5
M6	8.5
M8	19.5

Fonte: Autor, 2024

Além do cálculo de massa, este módulo também realiza o desenho das partes que compõem o foguete, fornecendo representações visuais fiéis à geometria projetada e submetida às demais análises. É importante ressaltar que os desenhos são elaborados com o intuito de proporcionar uma compreensão visual do projeto e facilitar a realização do desenho em CAD do modelo final. Assim, não se trata de desenhos técnicos detalhados, e algumas boas práticas de projeto, como a substituição de ângulos muito pequenos ou retos por filetes, devem ser consideradas. Essa simplificação não foi implementada no modelo devido à alta complexidade que geraria, trazendo poucos benefícios em comparação ao esforço necessário.

5.6 MODELO DE MECÂNICA DE VOO

O modelo de mecânica de voo soluciona o sistema de equações diferenciais e retorna a trajetória do veículo. Para garantir a força de empuxo correta, o modelo receberá os parâmetros necessários e realizará o cálculo da força de empuxo conforme a equação 4.18, pois ela irá variar com a variação da altitude.

6 VERIFICAÇÕES

A fim de garantir a confiabilidade do modelo desenvolvido, foram realizadas as verificações dos módulos de acordo com exemplos da bibliografia ou com resultados experimentais de outros autores. Essa parte é extremamente importante pois permite analisar se os resultados estão de acordo com trabalhos já realizados, tendo em vista que não será feito um teste experimental de um projeto desenvolvido com esse modelo. As verificações realizadas incluem a verificação do modelo de pressão na câmara de combustão, do modelo de mecânica de voo, do modelo de transferência de calor e do modelo de massa. As verificações do modelo estrutural que abrange o cálculo da espessura das paredes e do dimensionamento dos parafusos não foi realizada por ser a aplicação direta das equações da bibliografia de referência.

6.1 VERIFICAÇÃO DO MODELO DE PRESSÃO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO

Para a verificação do modelo de pressão na câmara de combustão, foram utilizados os dados de teste experimental do motor foguete a propelente sólido *Paradigm* descrito por (Richard Nakka, 2023). As dimensões da tubeira e do propelente, bem como as propriedades do propelente, foram introduzidas no modelo. Os valores estão listados na Tabela 8. A geometria do grão propelente consiste em dois cilindros concêntricos espaçados entre si, de modo a gerar um perfil de queima neutro. O propelente utilizado foi o RNX-71V, já descrito anteriormente.

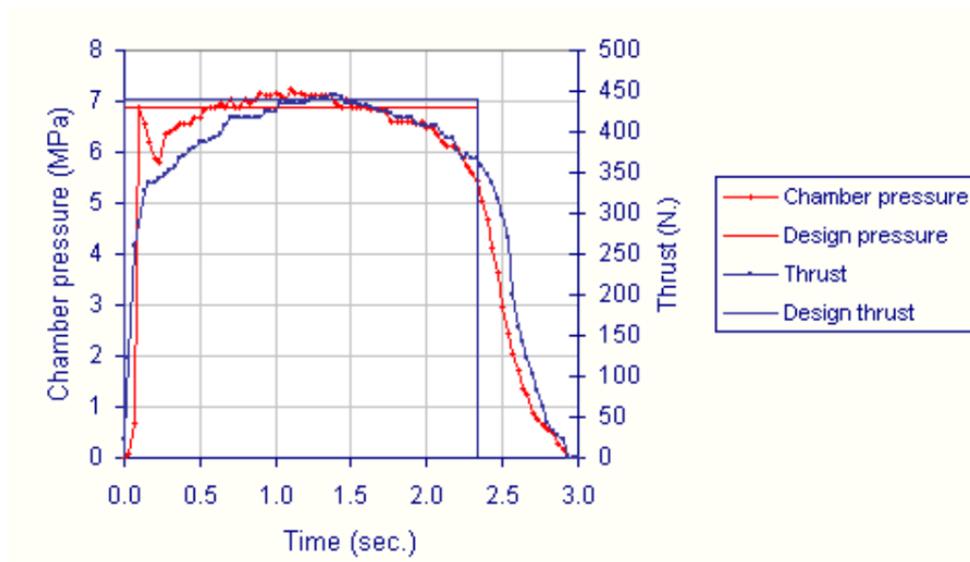
A Figura 20 mostra os resultados teóricos e experimentais obtidos por (Richard Nakka, 2023) para o motor foguete *Paradigm*. Observa-se na curva teórica o perfil de queima neutro, com um tempo de queima aproximado de 2,4 s, pressão na câmara de combustão de aproximadamente 6,9 MPa e empuxo de 450 N. O modelo teórico consegue prever bem o comportamento da pressão e do empuxo, com um erro aceitável devido principalmente aos transientes da combustão do propelente.

Parâmetro	Valor	Unidade de Medida
Raio da garganta	3,75	mm
Raio externo do cilindro externo do grão propelente	29,2	mm
Raio interno do cilindro externo do grão propelente	16	mm
Raio do cilindro interno do grão propelente	13,2	mm
Altura do grão propelente	222	mm
Raio da seção divergente da tubeira	13,075	mm
Expoente da taxa de queima	0,371	-
Constante da taxa de queima	2,57	mm/s.MPa
Constante universal dos gases	8,314	J/mol K
Temperatura de combustão dos propelentes	1260	K
Razão de calores específicos	1,18	-
Massa molar dos produtos da combustão	41,83	kg/kmol
Fator de correção para a velocidade de saída	0,99	-
Fator de correção da tubeira	0,94	-
Geometria do grão propelente	Cilindros concêntricos	-
Densidade do grão propelente	1,756	g/cm ³

Tabela 8 – Parâmetros do modelo do motor foguete *Paradigm*

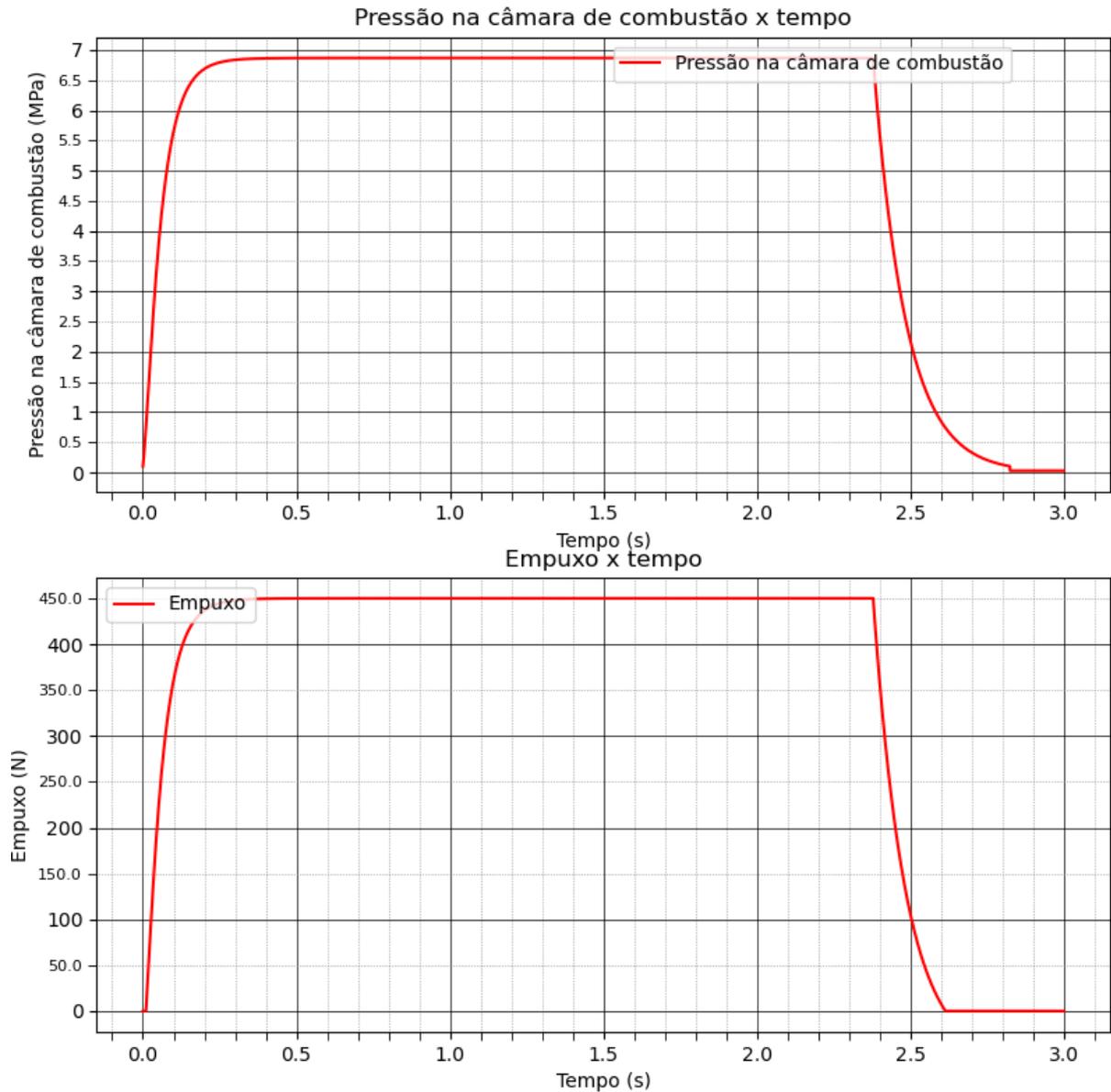
Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Figura 20 – Resultado de (Richard Nakka, 2023) da pressão e empuxo em função do tempo do motor *Paradigm*



Fonte: (Richard Nakka, 2023)

Figura 21 – Resultado do modelo desenvolvido para a pressão e o empuxo em função do tempo do motor *Paradigm*



Fonte: Autor, 2024

Para o modelo desenvolvido, os resultados estão apresentados na Figura 21. Nota-se que o modelo desenvolvido apresenta resultados de pressão e empuxo muito próximos aos resultados do teste do propulsor realizado por (Richard Nakka, 2023), conseguindo aproximar levemente até mesmo o comportamento da pressão e do empuxo no início e no final da combustão. O tempo de queima também ficou muito próximo ou até igual, e ao final da combustão tanto a pressão quanto o empuxo mostraram uma aproximação mais fiel ao resultado experimental do que o modelo de (Richard Nakka, 2023).

6.2 VERIFICAÇÃO DO MODELO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A verificação do modelo de transferência de calor será realizada com base nas análises numéricas e experimentais disponibilizadas por (Richard Nakka, 2023) e por (VICENTIN et al., 2019). Os dados serão inseridos no modelo numérico desenvolvido, e os resultados comparados.

(Richard Nakka, 2023) disponibiliza dados numéricos e experimentais, embora com uma caracterização incompleta do problema, o que exige a assunção de alguns parâmetros e condições de contorno. São fornecidos dados numéricos obtidos pelo programa desenvolvido por ele para uma câmara de combustão de aço, outra de alumínio e outra de PVC.

A validação do programa é realizada através de um método experimental que consiste em expor a parede de um cilindro a uma chama direta e medir a temperatura na superfície externa utilizando um termopar. Com a previsão da temperatura, estima-se o coeficiente de convecção e determina-se o perfil de temperatura ao longo do tempo. O objetivo principal desse experimento é determinar a condutividade térmica dos materiais de proteção térmica.

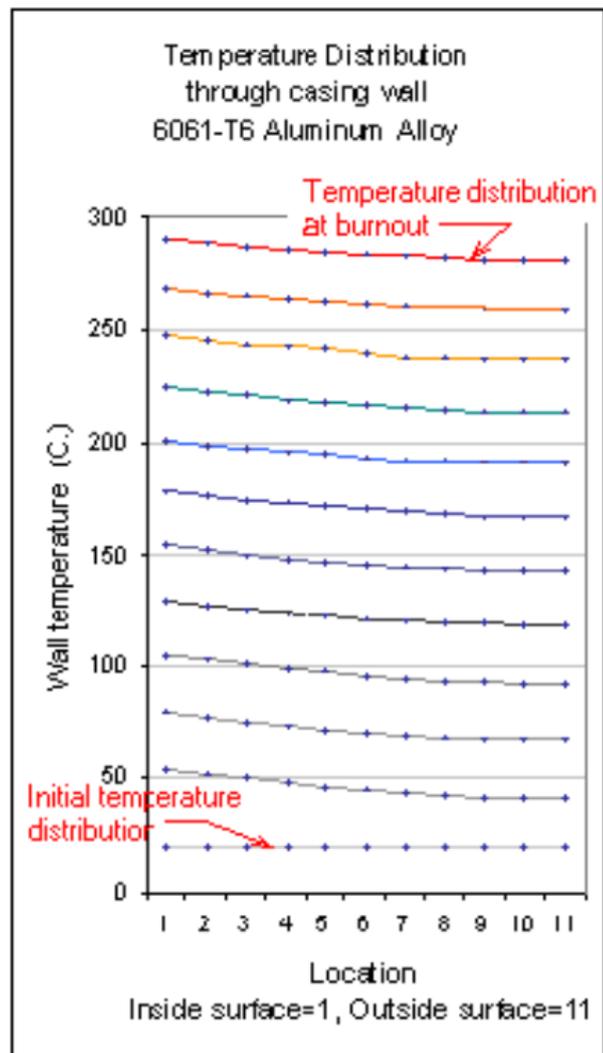
As condições de contorno impostas na análise numérica não são bem determinadas, portanto, serão realizadas duas análises: uma isolada e outra considerando a convecção natural da superfície externa com o ar. O coeficiente de convecção com o ar adotado foi baseado nos artigos de (MARANZANA et al., 2002) e (DIA et al., 2023), sendo escolhida uma média entre os valores fornecidos. Os dados utilizados para a análise da simulação do motor foguete estão na Tabela 9, sendo o material da parede a liga de alumínio 6061-T6511. Como algumas propriedades não são fornecidas, dados de fabricantes de metais foram utilizados.

Tabela 9 – Constantes e parâmetros para verificação do modelo de transferência de calor segundo (Richard Nakka, 2023) para o motor foguete

Parâmetro	Valor	Unidade de Medição
Difusividade térmica do alumínio	690×10^{-7}	m^2/s
Condutividade térmica do alumínio	150	$W/m \cdot K$
Temperatura inicial	293,15	K
Coeficiente de convecção	1000	$W/m^2 \cdot K$
Temperatura da chama	1723,15	K
Densidade do alumínio	2690	kg/m^3
Coeficiente de convecção com o ar	7	$W/m^2 \cdot K$
Espessura da parede	0,0025	m
Tempo de queima	1,5	s

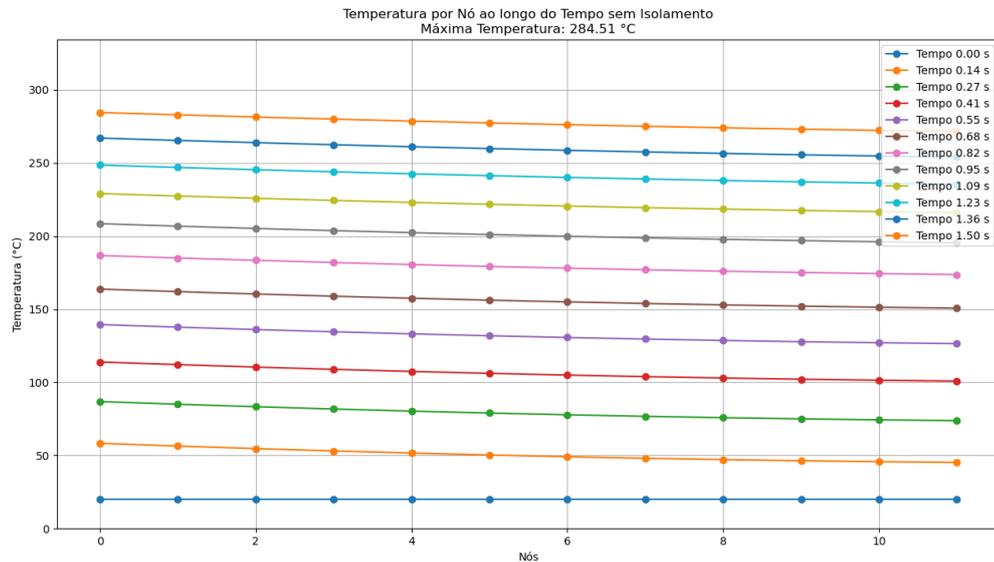
Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Figura 22 – Temperatura dos nós em um determinado tempo para o foguete de (Richard Nakka, 2023)



Fonte: (Richard Nakka, 2023)

Figura 23 – Temperatura dos nós em um determinado tempo para o foguete de (Richard Nakka, 2023), modelo próprio



Fonte: Autor, 2024

As Figuras 22 e 23 mostram, respectivamente, o resultado do modelo de (Richard Nakka, 2023) e o resultado do modelo desenvolvido para a temperatura na parede da câmara de combustão. Observa-se uma coerência entre os modelos, tanto no comportamento quanto nos valores numéricos, demonstrando a consistência do modelo para esse caso.

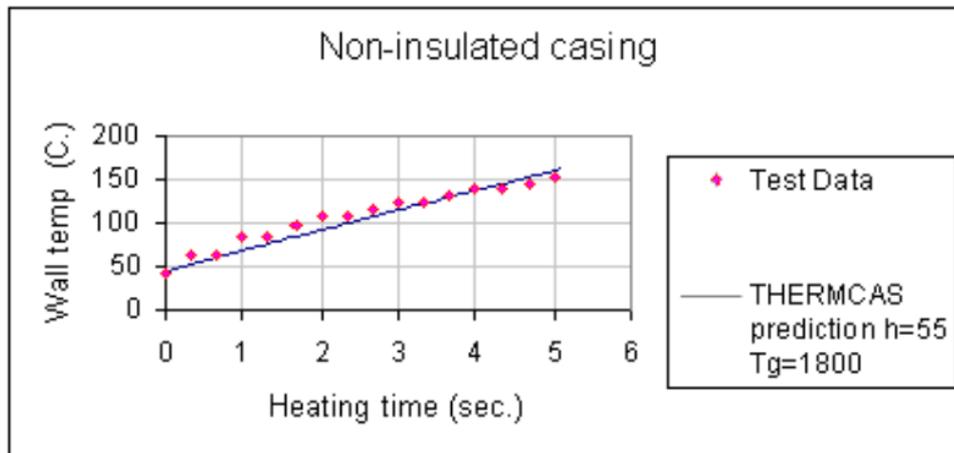
Para a verificação do modelo com os dados do experimento de (Richard Nakka, 2023), a Tabela 10 é utilizada. Duas condições serão analisadas: uma com a proteção térmica e outra sem a proteção térmica, para verificar se ambos os casos correspondem aos valores fornecidos.

Tabela 10 – Constantes e parâmetros para verificação do modelo de transferência de calor segundo dados experimentais de (Richard Nakka, 2023)

Parâmetro	Valor	Unidade de Medida
Difusividade térmica do alumínio	690×10^{-7}	m^2/s
Temperatura inicial	293,15	K
Coeficiente de convecção	55	$W/m^2 \cdot K$
Temperatura da chama	2073,15	K
Densidade do alumínio	2690	kg/m^3
Condutividade térmica do alumínio	150	$W/m \cdot K$
Espessura do alumínio	0,00165	m
Densidade da proteção térmica	646	kg/m^3
Difusividade térmica da proteção térmica	1	m^2/s
Espessura da proteção térmica	0,00029	m
Condutividade térmica da proteção térmica	1	$W/m \cdot K$
Tempo de simulação com proteção térmica	7	s
Tempo de simulação sem proteção térmica	5	s

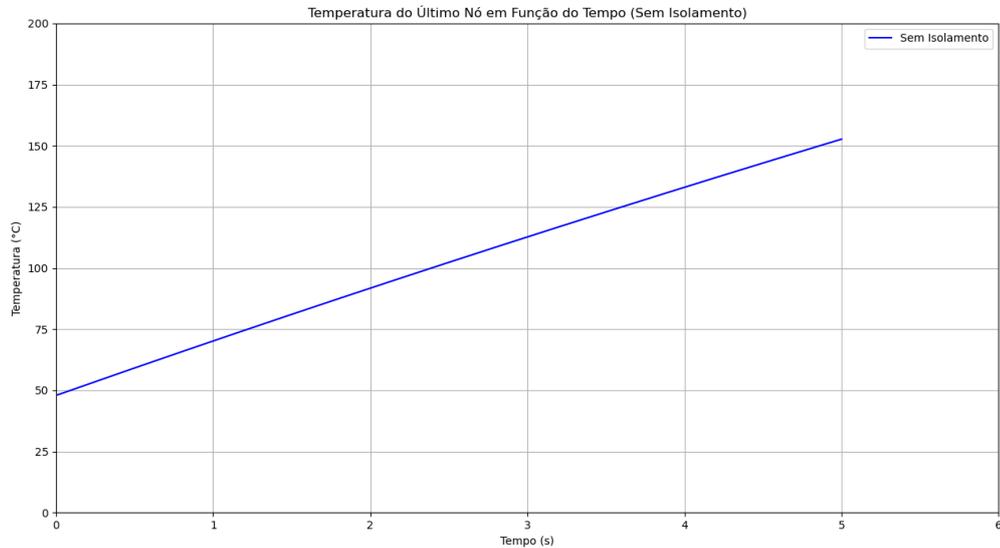
Fonte: Adaptado de (Richard Nakka, 2023)

Figura 24 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo sem proteção térmica, experimento de (Richard Nakka, 2023)



Fonte: (Richard Nakka, 2023)

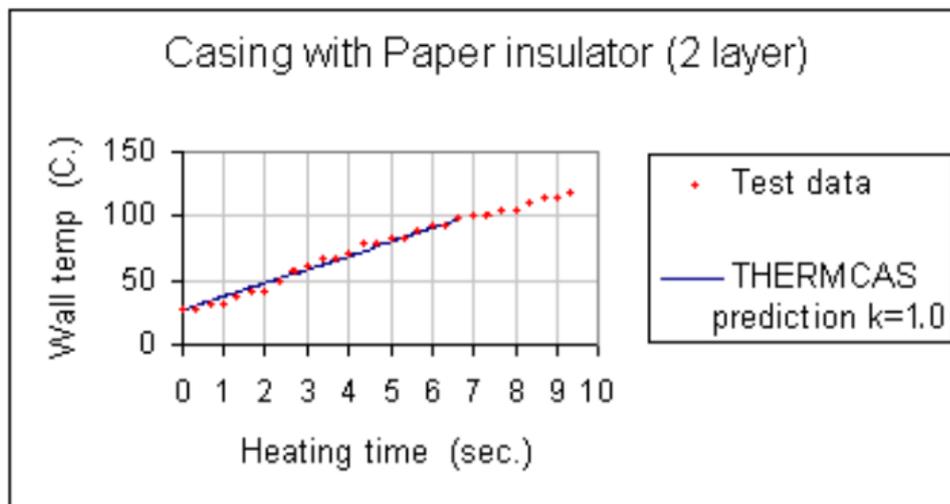
Figura 25 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo sem proteção térmica, modelo próprio



Fonte: Autor, 2024

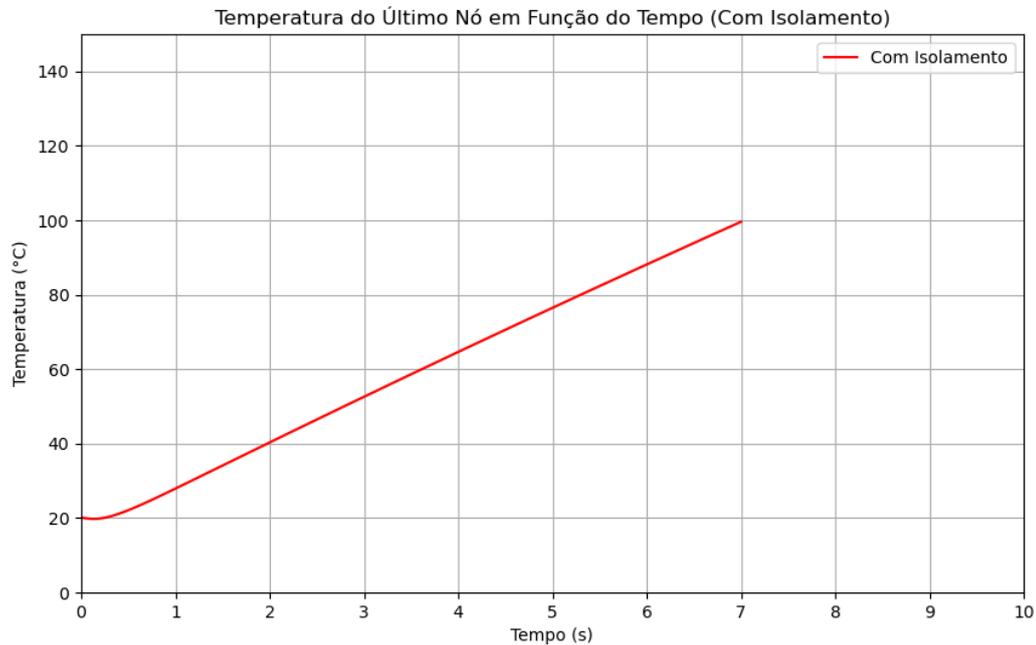
Para o caso sem proteção térmica, observa-se que os resultados do modelo desenvolvido (Figura 25) se assemelham muito aos obtidos por (Richard Nakka, 2023) (Figura 24). As características do material e a condição de contorno de convecção com o ar foram mantidas iguais ao problema anterior, demonstrando coerência. A temperatura inicial foi ajustada para 48°C, valor próximo ao observado no gráfico da Figura 24.

Figura 26 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo com proteção térmica, experimento de (Richard Nakka, 2023)



Fonte: (Richard Nakka, 2023)

Figura 27 – Temperatura da superfície externa do cilindro em função do tempo com proteção térmica, modelo próprio



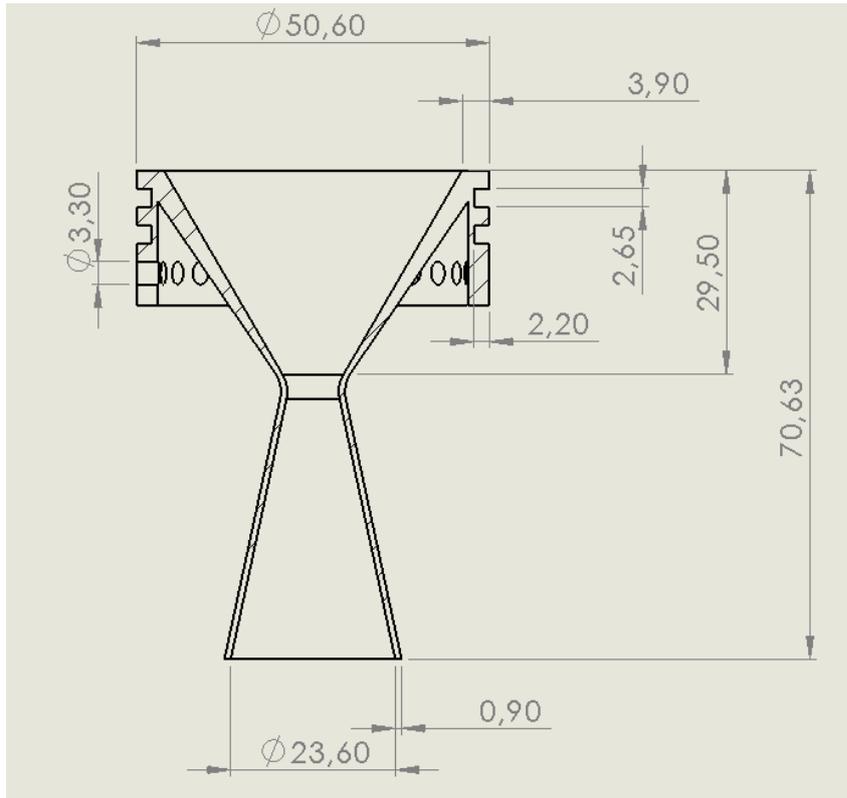
Fonte: Autor, 2024

As Figuras 26 e 27 mostram, respectivamente, os resultados obtidos por (Richard Nakka, 2023) e pelo modelo próprio para o caso com proteção térmica. Os resultados estão coerentes e a temperatura inicial foi mantida em 20°C. Esses resultados demonstram que o modelo é consistente quando comparado com um modelo pré-existente e com resultados experimentais prévios.

6.3 VERIFICAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE MASSA

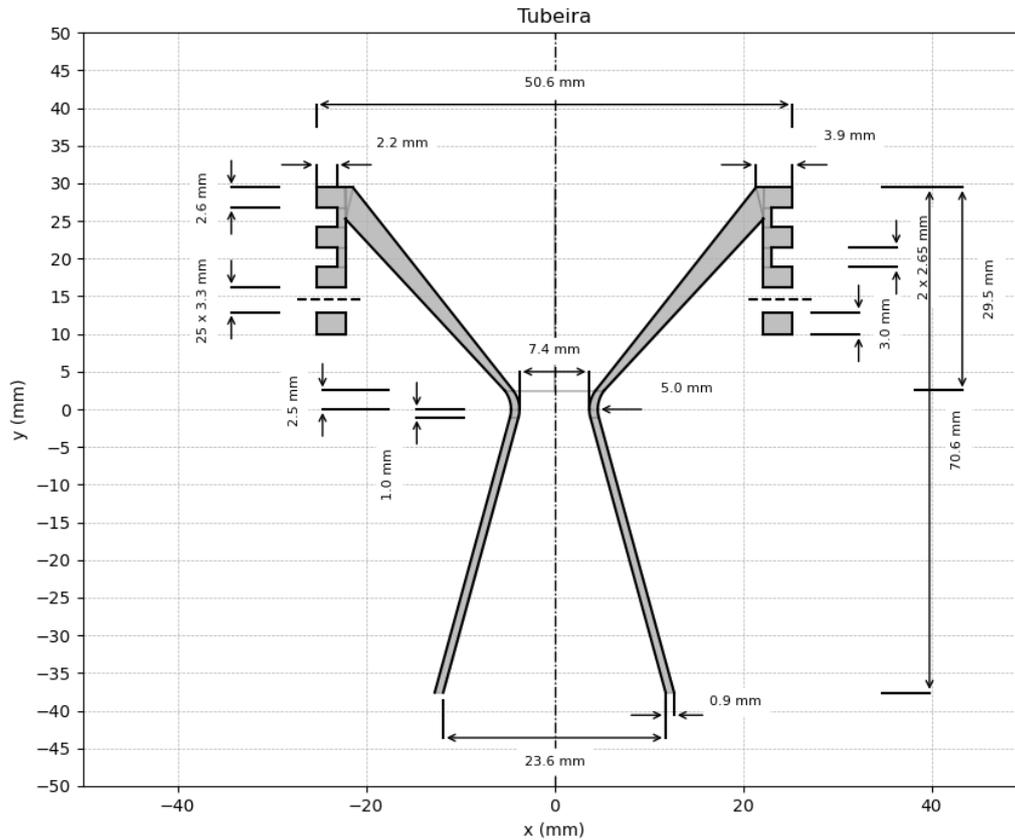
A verificação do modelo de massa é realizada para confirmar se a previsão de massa coincide com os valores apresentados por softwares de desenho assistido por computador (CAD). O software CAD utilizado foi o *CREO Parametric* da *PTC*. A Figura 28 mostra o desenho técnico no CAD, com apenas algumas cotas gerais para evitar excesso de informações no desenho. As dimensões no desenho CAD e no modelo próprio são idênticas, faltando apenas os ângulos de convergência, 30°, e divergência, 12°. O desenho do modelo está contido na Figura 29.

Figura 28 – Tubeira CAD



Fonte: Autor, 2024

Figura 29 – Tubeira Modelo



Fonte: Autor, 2024

A massa obtida pelo CAD foi de 114g, valor que coincide com a massa gerada pelo modelo. Não serão feitas verificações das outras partes do foguete, pois utilizam-se as mesmas equações, apenas com dimensões diferentes.

6.4 VERIFICAÇÃO DO MODELO DE MECÂNICA DE VOO

O modelo de mecânica de voo, em conjunto com os modelos adicionais de gravidade e atmosfera, foi implementado conforme descrito em (TEWARI, 2007), sem modificações. No entanto, ao comparar o modelo com os resultados apresentados no Exemplo 12.1 do livro, observou-se uma inconsistência nos valores. Em resposta, os códigos foram ajustados, utilizando as equações de (TEWARI, 2007) e os materiais do curso de mecânica de voo espacial de (SILVA, 2023) como referências, mais especificamente os modelos atmosférico e gravitacional.

O exemplo 12.1 demonstra a simulação de um voo intercontinental de longa distância de um jato de grande porte. O voo inicia-se a uma altitude padrão de 11 km sobre o aeroporto de Londres *Heathrow* (latitude $\phi = 51,5^\circ\text{N}$). Os dados da simulação encontram-se na tabela 11.

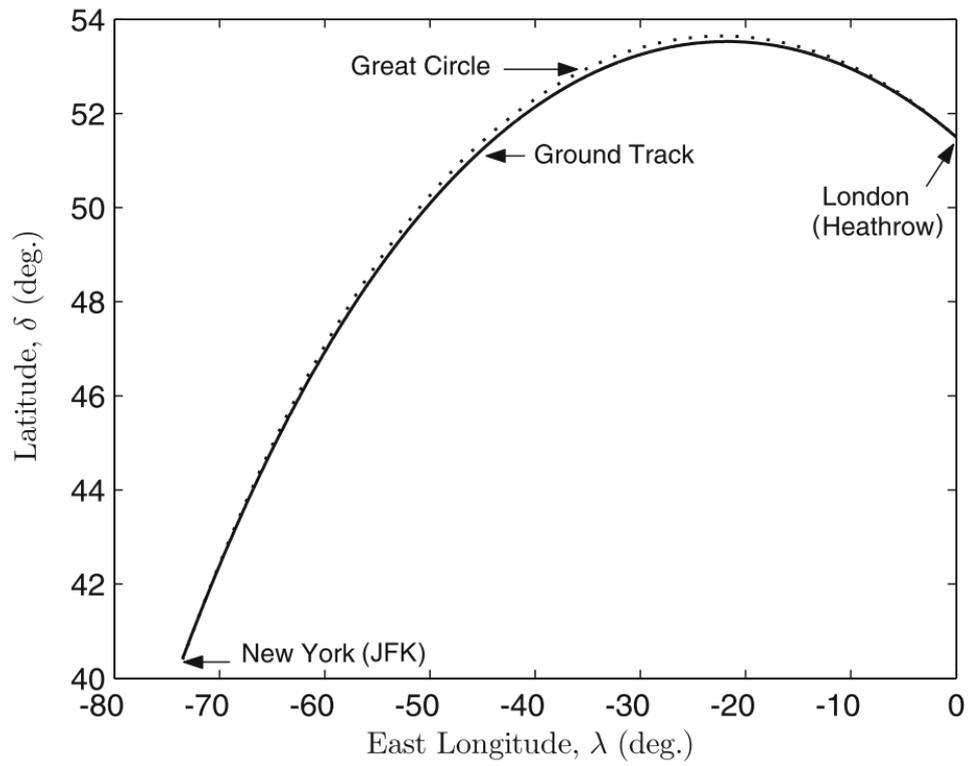
Tabela 11 – Parâmetros da simulação de voo intercontinental

Parâmetro	Valor
Área de asa total	223,0315 m ²
Coefficiente aerodinâmico (C_D)	0,52
Altitude inicial	11 km
Velocidade inicial	270 m/s
Massa inicial	48090,99 kg
Ângulo de trajetória inicial	2,87 $\dot{\text{r}}$
Coefficiente de arrasto (C_{D0})	0,015
Fator de correção (K)	0,08
Coefficiente de sustentação (C_L)	0,2783
Empuxo específico de cruzeiro (TSFC)	Reduzido em 10%
Combustível necessário	21222,66 kg
Tempo de simulação	6,75 horas

Fonte: Adaptado de (TEWARI, 2007)

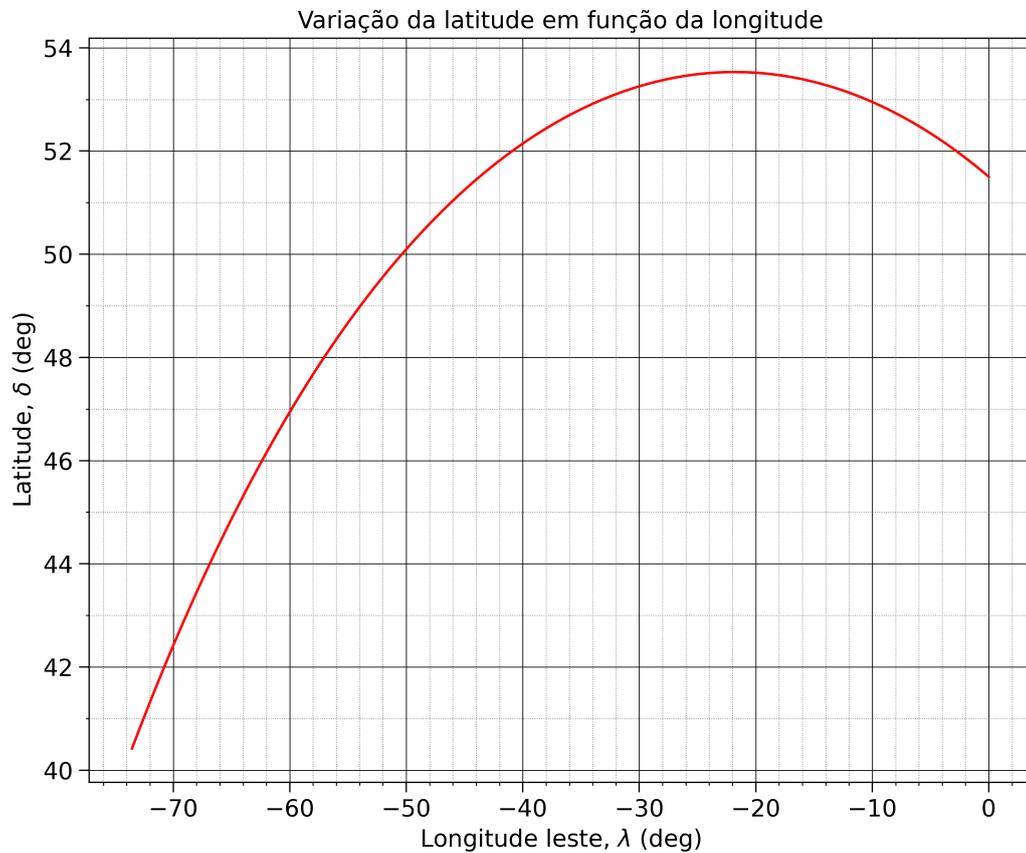
A Figura 30 ilustra o resultado obtido por (TEWARI, 2007) para o rastreamento terrestre do Exemplo 12.1. Em contraste, a Figura 31 mostra a reprodução desse exemplo utilizando o código desenvolvido. Ambos os gráficos apresentam configurações semelhantes e resultados praticamente idênticos, porém uma comparação direta é limitada pela ausência de valores numéricos específicos no livro.

Figura 30 – Rastreo de solo de um voo de cruzeiro longo de uma aeronave



Fonte: (TEWARI, 2007)

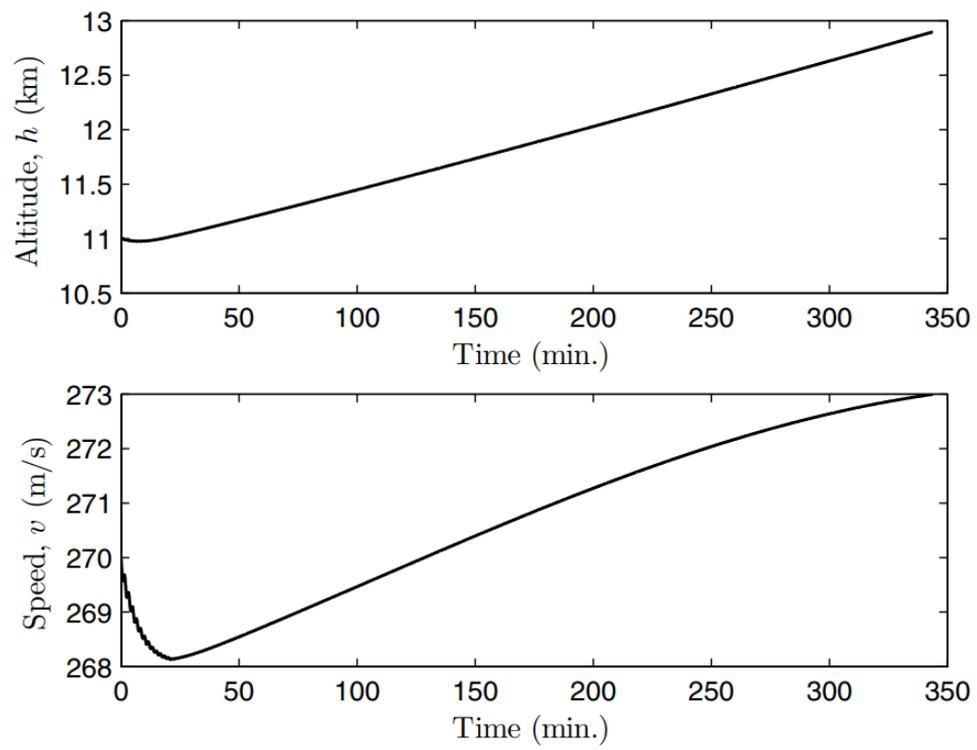
Figura 31 – Rastreo de solo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave



Fonte: Autor, 2024

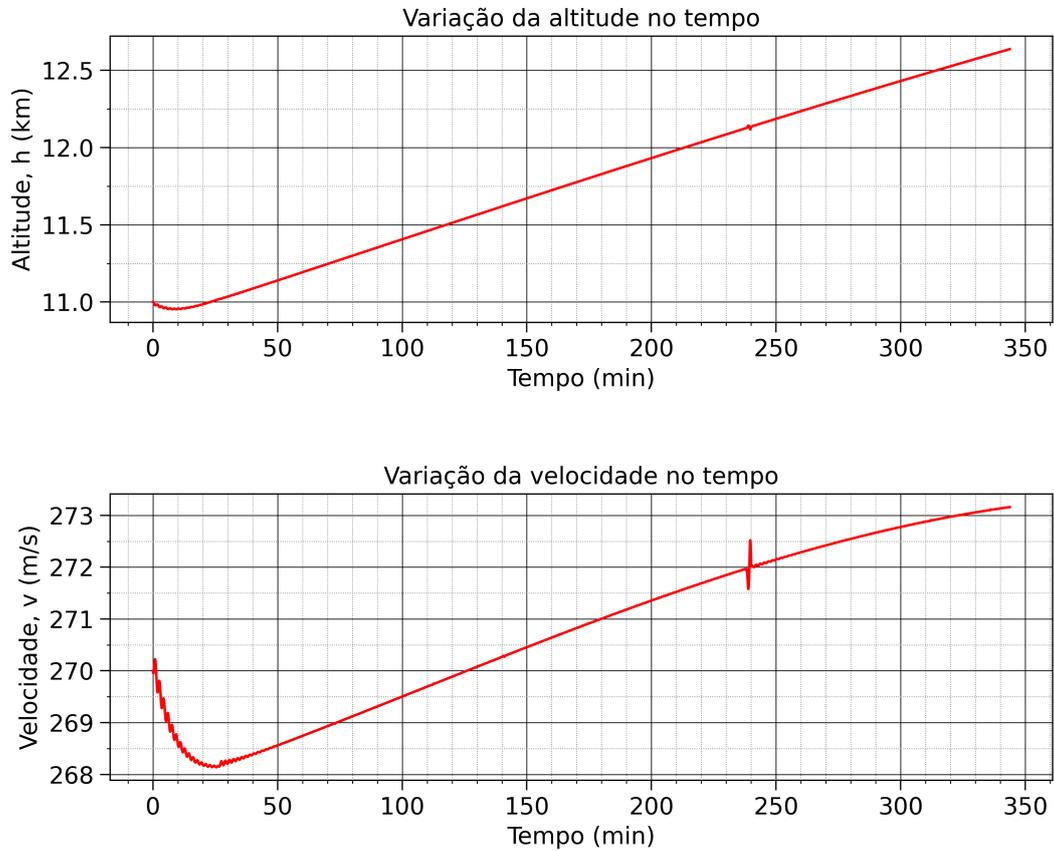
As variações de velocidade e altitude ao longo do tempo, conforme apresentadas no exemplo, são ilustradas na Figura 32 para o modelo de (TEWARI, 2007), e na Figura 33 para o código desenvolvido. Ambas as representações mostram resultados praticamente idênticos, em linha com os achados do rastreamento terrestre. Observa-se uma aparente discrepância no valor inicial da altitude nas representações gráficas; contudo, essa divergência é atribuída à representação gráfica em si, uma vez que os cálculos numéricos confirmam a altitude correta de 11 km no instante $t = 0$.

Figura 32 – Velocidade relativa e altitude em função do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave



Fonte: (TEWARI, 2007)

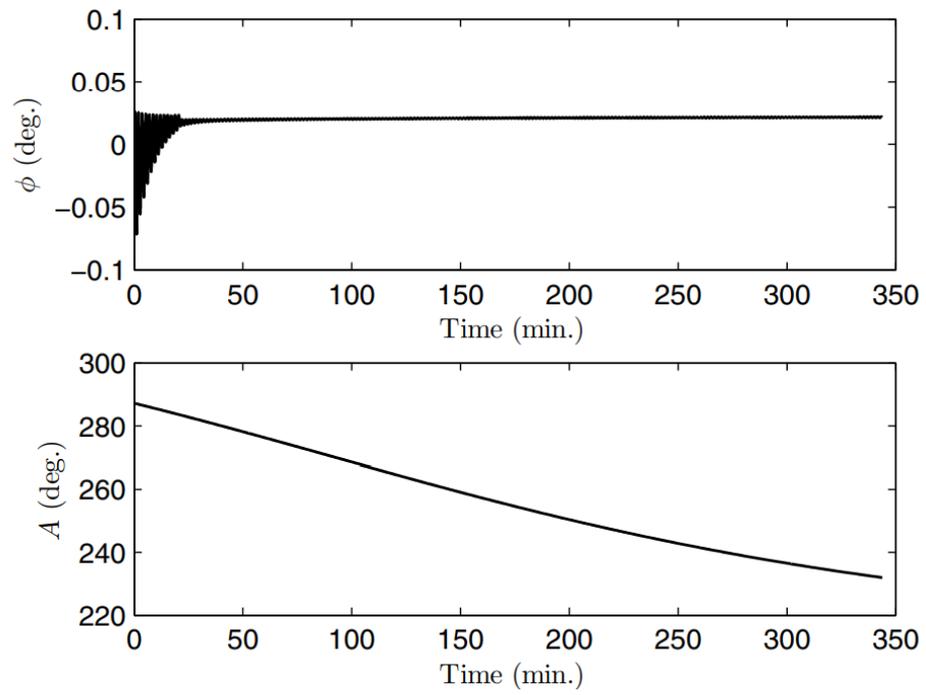
Figura 33 – Velocidade relativa e altitude em função do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave



Fonte: Autor, 2024

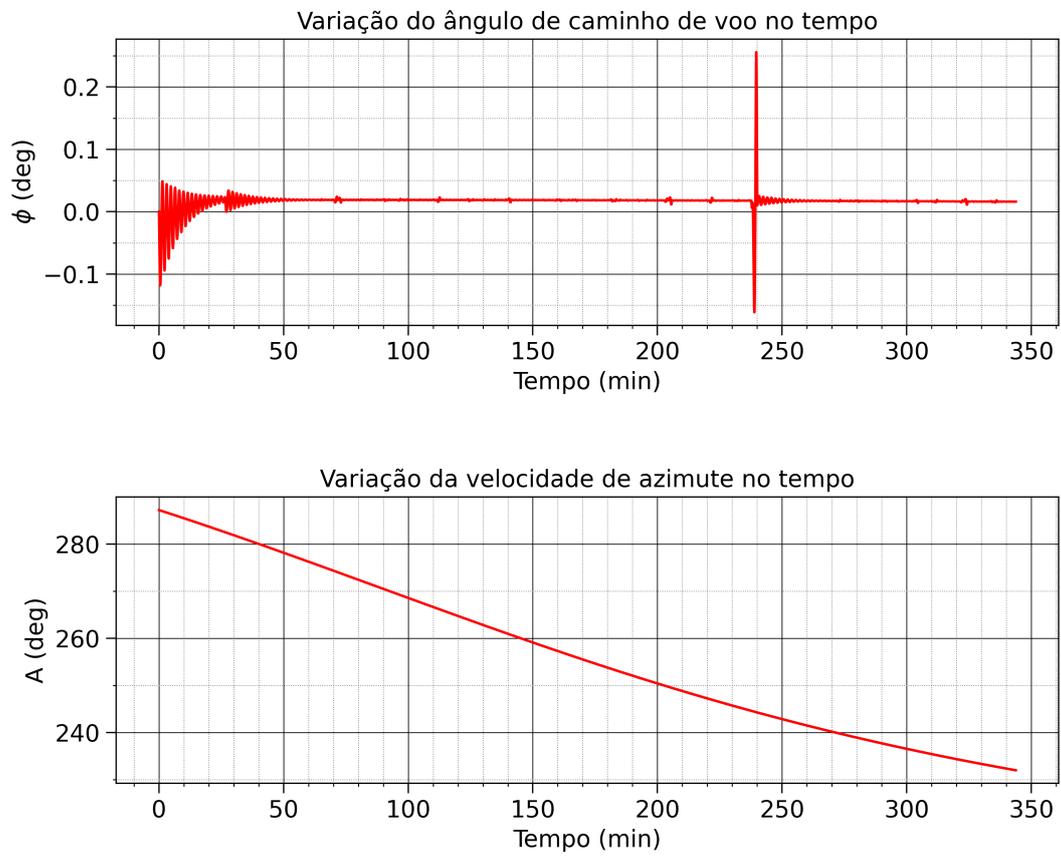
As variações do ângulo de caminho de voo (ϕ) e do azimute da velocidade (A) ao longo do tempo, conforme o exemplo, são representadas na Figura 34 para o modelo de (TEWARI, 2007) e na Figura 35 para o código desenvolvido. Na análise de ϕ , um ruído numérico foi identificado, mas o comportamento geral é bastante similar ao resultado obtido por (TEWARI, 2007). Em relação ao azimute da velocidade (A), observa-se uma correspondência tanto no comportamento quanto nos valores entre os dois conjuntos de resultados.

Figura 34 – Variação do ângulo de caminho de voo e azimute da velocidade em função do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave



Fonte: (TEWARI, 2007)

Figura 35 – Variação do ângulo de caminho de voo e azimute da velocidade em função do tempo para um voo de cruzeiro de longo alcance de uma aeronave



Fonte: Autor, 2024

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão apresentados os resultados de um projeto realizado pelo algoritmo, com a inserção dos parâmetros geométricos do grão propelente e as constantes necessárias. O intuito desse projeto é ilustrar a capacidade e a aplicabilidade do modelo desenvolvido. Este exemplo prático servirá para demonstrar a agilidade e facilidade das análises realizadas, bem como a eficácia dos métodos empregados.

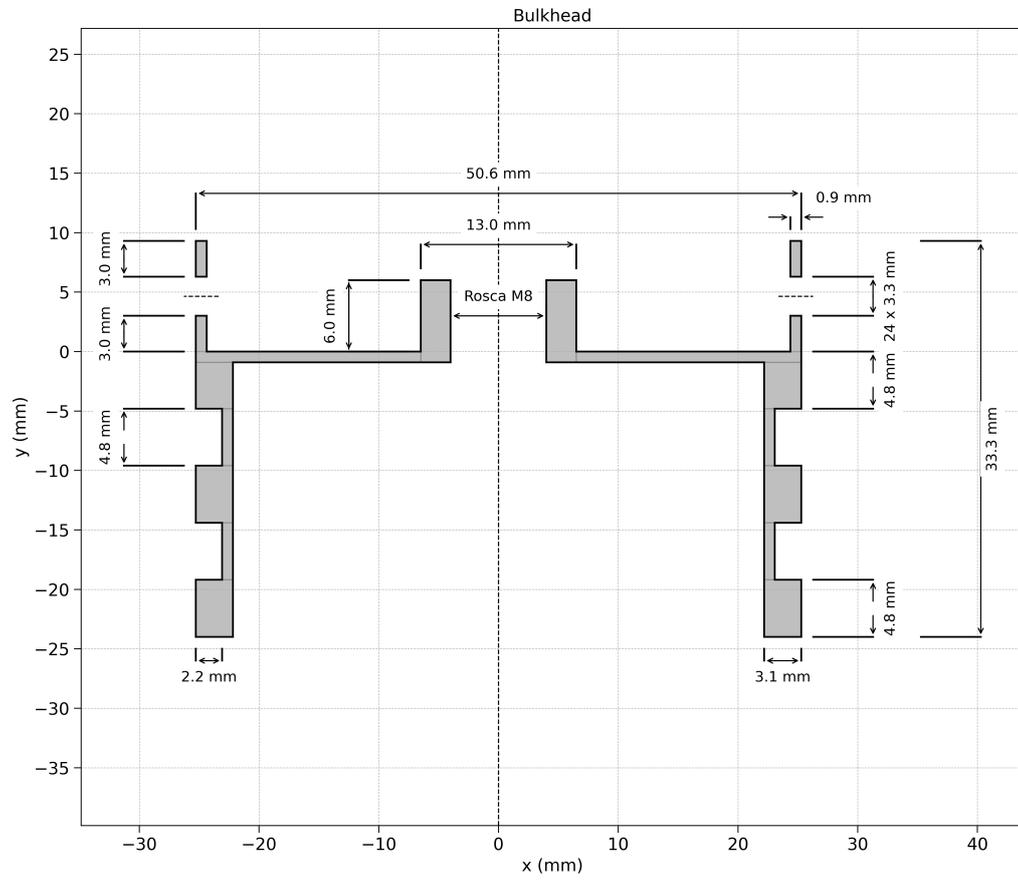
7.1 PROJETO DE UM PROPULSOR A PROPELENTE SÓLIDO

Para demonstrar o modelo desenvolvido, um projeto será criado e os principais resultados apresentados. As entradas do modelo estão resumidas na Tabela 12. Foi escolhida a localização de Santa Maria, Rio Grande do Sul, para a referência de lançamento. A carga útil é somente uma adição de massa a fim de demonstrar a possibilidade de sua inclusão.

Parâmetro	Valor	Unidade de Medida
Raio da Terra	6378140	m
Velocidade de rotação da Terra	$7,2921159 \times 10^{-5}$	rad/s
Área frontal aproximada do foguete	0,1884	m ²
Coeficiente de arrasto aerodinâmico (subsônico)	0,7	-
Coeficiente de arrasto aerodinâmico (supersônico)	1	-
Longitude do lançamento	-29,68	°
Latitude do lançamento	-53,8	°
Raio de lançamento	6378253	m
Velocidade inicial	0,01	m/s
Ângulo de trajetória de voo	89	°
Velocidade de azimute	0	°
Carga útil	0,3	kg
Constante universal dos gases	8,314	J/mol K
Temperatura de combustão do propelente	1260	K
Razão de calores específicos	1,18	-
Massa molar dos produtos de exaustão	0,04183	kg/mol
Fator de correção para a velocidade de saída	0,93	-
Calor específico dos gases de combustão	1,382	J/kg K
Distância entre cilindros do propelente	0,0028	m
Densidade do grão propelente	1,756	g/cm ³
Coeficiente de segurança mínimo	1,3	-
Densidade do aço	7860	kg/m ³
Tensão de escoamento do aço	300×10^6	Pa
Espessura do material de proteção térmica	0,00028	m
Resistência ao escoamento parafuso classe 12,8	1080×10^6	Pa
Resistência mínima ao escoamento parafuso classe 12,8	$623,4 \times 10^6$	Pa
Ângulo de convergência	30,0	°
Ângulo de divergência	12,0	°
Tolerância dimensional	1×10^{-4}	-
Capacidade térmica específica do aço 1020	486	J/kg K
Condutividade térmica do aço 1020	51,9	W/m K
Difusividade térmica do material de proteção térmica	1×10^{-7}	m ² /s
Espessura do material de proteção térmica	0,00028	m
Densidade do material de proteção térmica	646	kg/m ³
Condutividade térmica do material de proteção térmica	1	W/m K
Coeficiente de transferência de calor por convecção no ar	7	W/m ² K
Temperatura da resistência 100% do aço 1020	20	°C
Temperatura da resistência 80% do aço 1020	240	°C
Coeficiente C	3,075	-
Pressão desejada na câmara de combustão	7×10^6	Pa
Altura do grão propelente	0,22	m

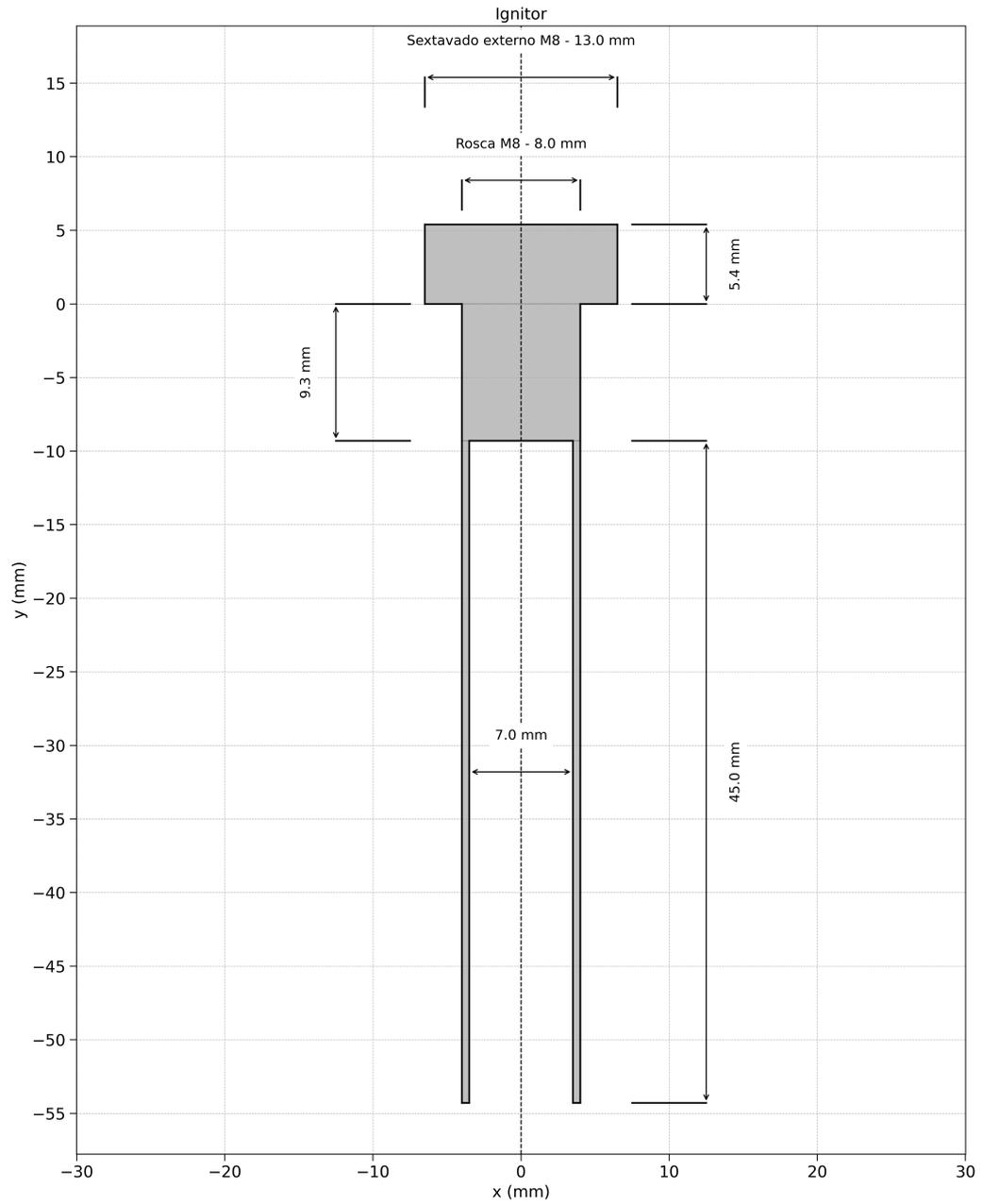
Tabela 12 – Parâmetros do modelo do motor foguete

As figuras 36, 37, 38 e 39 mostram respectivamente os desenhos da tubeira, do *bulkhead*, do ignitor e da câmara de combustão. Eles apresentam os resultados geométricos suficientes para a realização de um desenho técnico de engenharia, permitindo a fabricação completa do modelo. A leitura do desenho requer que o usuário saiba que as geometrias são simétricas e repetitivas, pois algumas cotas foram omitidas para preservar a legibilidade do desenho. O último desenho é demonstrado pela figura 40, que traz o desenho do suporte e da seção transversal do propelente já com a espessura e diâmetros. O furo central do suporte permite a inserção de um pino de madeira no propelente central, visando melhorar sua fixação ao suporte. Os demais furos do suporte permitem a ignição do propelente.

Figura 37 – Desenho do *Bulkhead*

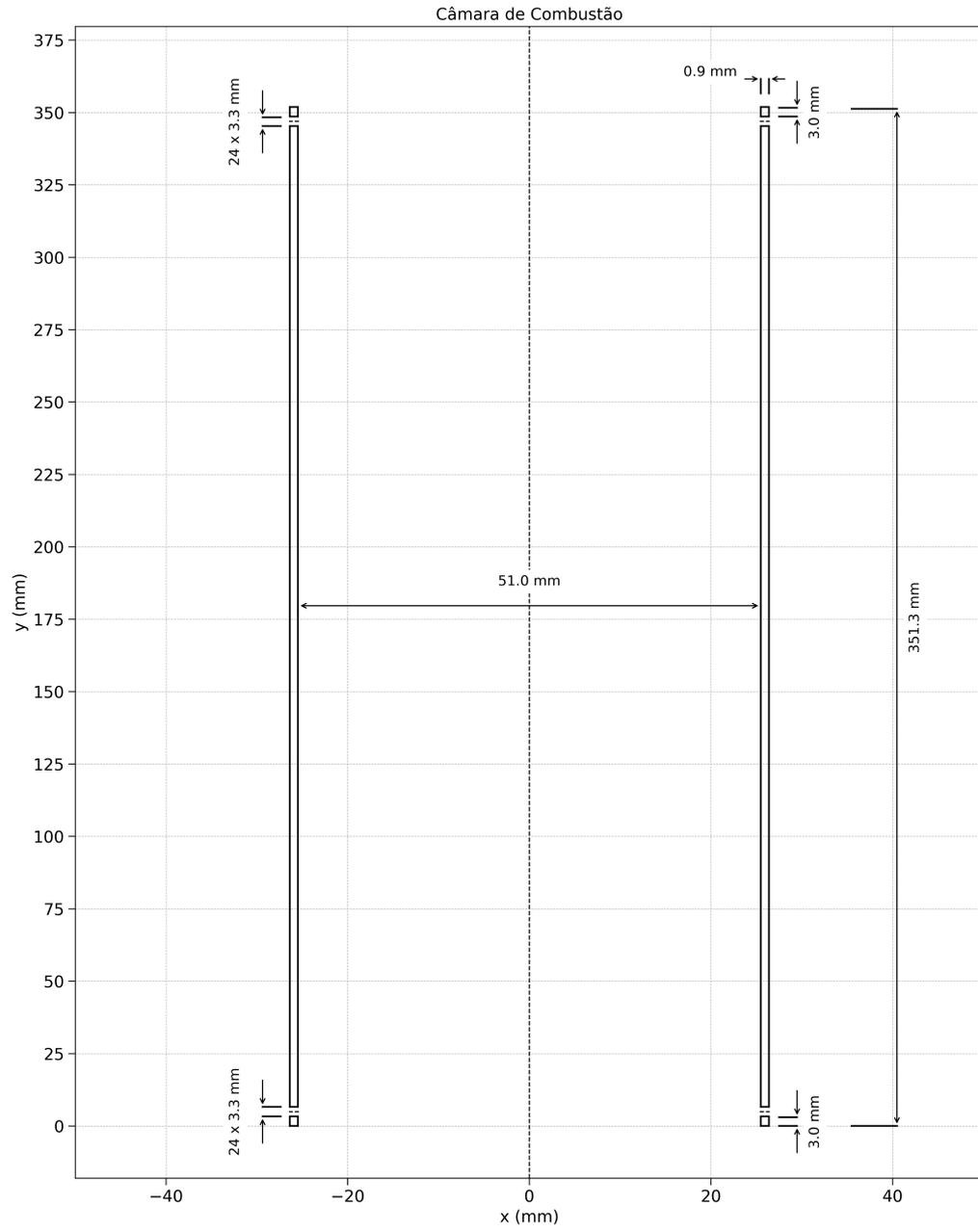
Fonte: Autor, 2024

Figura 38 – Desenho do ignitor



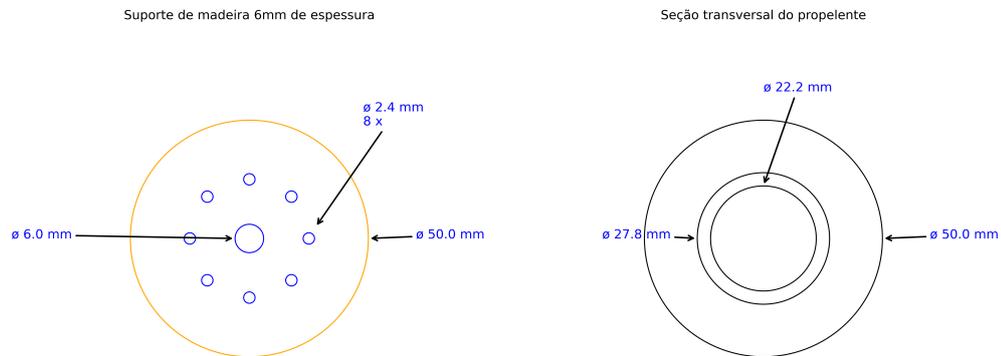
Fonte: Autor, 2024

Figura 39 – Desenho da câmara de combustão



Fonte: Autor, 2024

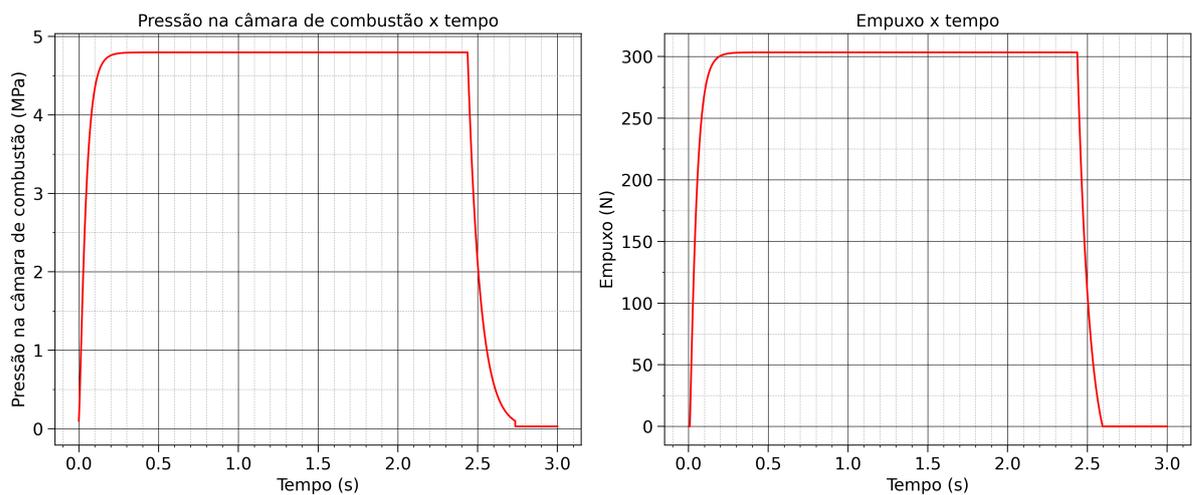
Figura 40 – Desenho do suporte e do propelente



Fonte: Autor, 2024

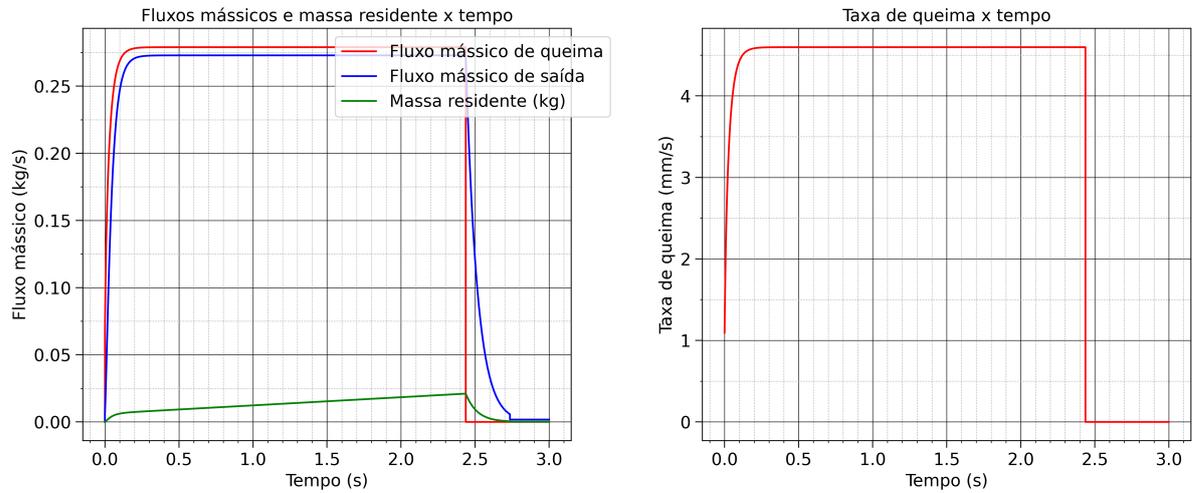
As Figuras 41 e 42 apresentam os resultados do modelo de pressão, onde se observa claramente o perfil de queima neutra do propelente, a variação correta de massa na câmara de combustão e a taxa de queima baixa do propelente, conforme esperado.

Figura 41 – Pressão e empuxo na câmara de combustão



Fonte: Autor, 2024

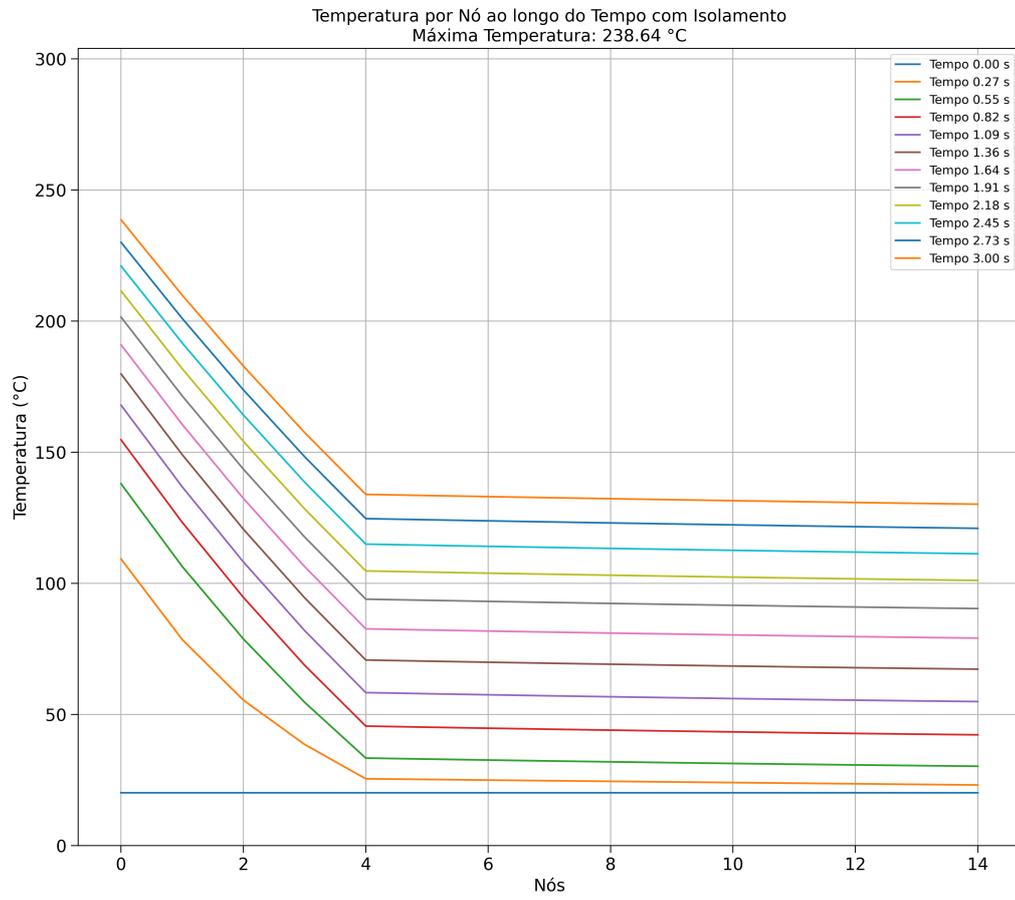
Figura 42 – Variações de massa e taxa de queima



Fonte: Autor, 2024

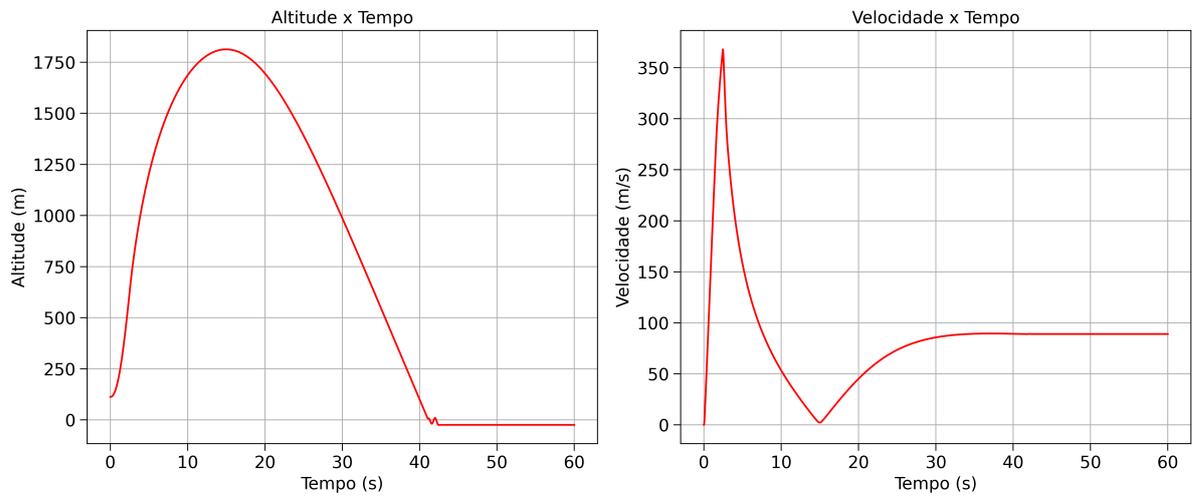
A Figura 43 apresenta o resultado do modelo de transferência de calor, destacando o bom desempenho do material de proteção térmica, resultando em uma temperatura máxima na interface de 136,7 °C. Já as Figuras 44 e 45 mostram os resultados do modelo de mecânica de voo, demonstrando um apogeu coerente, bem como a velocidade e variações na longitude e latitude.

Figura 43 – Resultados do modelo de transferência de calor



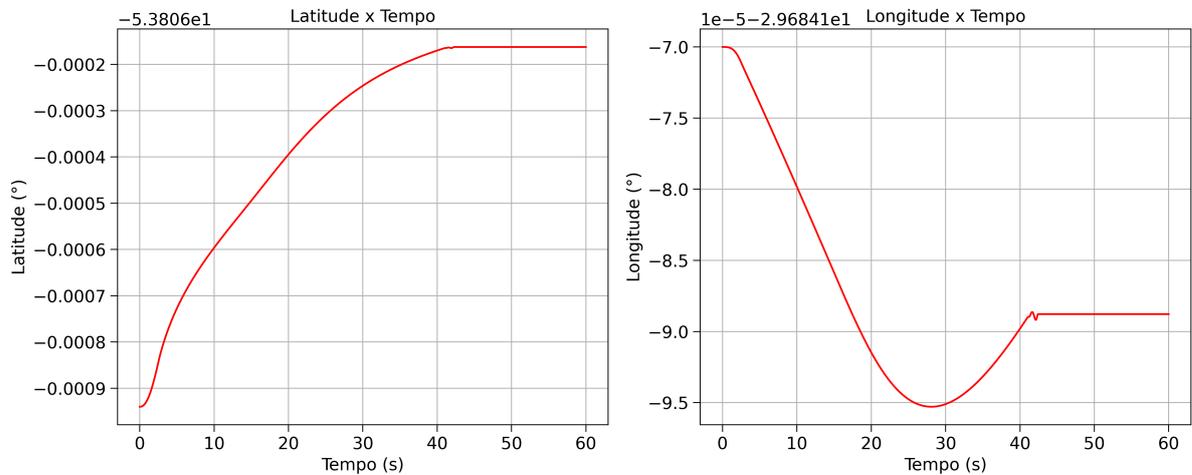
Fonte: Autor, 2024

Figura 44 – Altitude e velocidade do veículo



Fonte: Autor, 2024

Figura 45 – Latitude e longitude



Fonte: Autor, 2024

A Tabela 13 resume alguns resultados, como massas, apogeu, impulsos e deslocamentos no plano. A massa final teórica é simplesmente a massa do propelente subtraída da massa total, enquanto a massa final da simulação utiliza o fluxo mássico do modelo de pressão aplicado ao modelo de mecânica de voo, demonstrando que a equação da continuidade é satisfeita durante toda a simulação. O impulso específico foi de 112,87 s, o que está dentro do intervalo esperado de 105 s a 115 s. Os deslocamentos no plano estão dentro do esperado, considerando o apogeu e os ângulos de lançamento.

Tabela 13 – Parâmetros gerais do modelo para o propulsor

Parâmetro	Valor	Unidade de Medida
Massa total inicial	1,694	kg
Massa de propelente	0,674	kg
Massa estrutural	0,72	kg
Massa no final da simulação	1,02	kg
Massa teórica final	1,02	kg
Força de empuxo máxima	309,398	N
Impulso total	743,79	N,s
Impulso específico	112,87	s
Espessura da parede	0,9	mm
Tipo de parafuso	M3	-
Quantidade de parafusos por fileira	25	-
Apogeu	1842,107	m
Varição da latitude	0,001	°
Deslocamento da latitude no plano	89,572	m
Varição da longitude	-0,00002	°
Deslocamento da longitude no plano	-2,260	m
Velocidade máxima	365,506	m/s

Fonte: Autor, 2024

8 CONCLUSÕES

A partir das análises realizadas, verificou-se que o modelo desenvolvido cumpre satisfatoriamente sua função de desenvolver a geometria do propulsor, analisar a performance e fornecer parâmetros críticos sobre seu funcionamento. Todas as análises foram conduzidas conforme as recomendações da literatura, assegurando um projeto seguro.

O modelo de cálculo de massa foi validado utilizando uma ferramenta de CAD amplamente reconhecida, apresentando o mesmo resultado. Os demais modelos foram comparados com resultados experimentais, demonstrando a confiabilidade na reprodução fiel desses resultados.

Contudo, o projeto completo ainda não foi validado experimentalmente, pois requer a fabricação do motor-foguete resultante do algoritmo, especialmente no que diz respeito à geometria do ignitor, que é altamente específica e pode necessitar de ajustes. Recomenda-se que, caso o modelo seja fabricado, sejam realizados testes preliminares do propelente, do ignitor e das vedações antes da execução dos testes finais do propulsor.

Outro ponto de atenção refere-se às simplificações realizadas no modelo, que podem acarretar em erros significativos dependendo das dimensões da geometria. Para modelos maiores, deve-se tomar cuidado adicional, pois os erros decorrentes do modelo de pressão e do modelo de transferência de calor podem se tornar significativos. Recomenda-se a fabricação de um modelo com maior empuxo e impulso total, em comparação ao caso já analisado, para validar o comportamento em maiores escalas e determinar os limites deste modelo. Além disso, é importante ressaltar que os desenhos fornecidos não são desenhos técnicos finais para fabricação, e algumas boas práticas de projeto, como a adição de filetes, devem ser consideradas.

O algoritmo foi desenvolvido com foco na viabilidade de fabricação, utilizando análises conservadoras que resultaram em um projeto seguro e viável. Esta abordagem garante que, mesmo nas fases iniciais de desenvolvimento, protótipos simples possam ser fabricados com segurança e eficiência, minimizando riscos e custos associados a falhas de projeto.

No geral, todos os objetivos propostos foram alcançados. Este trabalho resultou em um modelo com as principais análises e de fácil utilização, adequado para a aplicação de algoritmos de otimização. A modularidade e a organização do código facilitam futuras expansões e ajustes, permitindo a adaptação do modelo a novas exigências e avanços tecnológicos.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a fabricação do propulsor projetado a fim de validar empiricamente o modelo desenvolvido. Além disso, a integração com algoritmos de otimização poderá aprimorar significativamente o desempenho do motor, permitindo a exploração de geometrias e configurações mais eficientes. Este próximo passo é crucial para

avançar no desenvolvimento de propulsores a propelente sólido, garantindo não apenas a confiabilidade, mas também a maximização da performance.

REFERÊNCIAS

AVALLONE, E.; BAUMEISTER, T.; SADEGH, A. **Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers. 10.** [S.l.]: Citeseer, 2006.

BUDYNAS, R. G.; NISBETH, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley-10ª Edição.** [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2016.

CASTRO, V. G. d. et al. Script para o dimensionamento de motores foguete a propelente sólido. Universidade do Estado do Amazonas, 2019.

ÇENGEL, Y. Cimbala. *jm mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações.* **Porto Alegre: AMGH, 2012.**

CENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Tranferência de Calor e Massa.** [S.l.]: AMGH editora, 2009.

Defesanet. **AEB Teste do motor S50 foi um sucesso.** Defesanet, 2021. Acessado em 08 fev 2023. Disponível em: <<https://www.defesanet.com.br/defesa/noticia/42267/aeb-teste-do-motor-s50-foi-um-sucesso/>>.

DIA, M. et al. Measurement of the thermal properties of materials by the hot plate method considering the convection coefficient around the device. **Materials Research Express**, IOP Publishing, v. 10, n. 6, p. 065502, 2023.

KUBOTA, N. **Propellants and explosives: thermochemical aspects of combustion.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.

MAHJUB, A. et al. Design optimization of solid rocket propulsion: a survey of recent advancements. **Journal of Spacecraft and Rockets**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 57, n. 1, p. 3–11, 2020.

MARANZANA, G. et al. Experimental estimation of the transient free convection heat transfer coefficient on a vertical flat plate in air. **International journal of heat and mass transfer**, Elsevier, v. 45, n. 16, p. 3413–3427, 2002.

MATHIAS, M. S.; RIBEIRO, M. V. F.; JÚNIOR, P. C. G. Otimização de um motor de foguete de propelente sólido via simulações numéricas. **Anais**, 2012.

MIAO, Q. et al. Multiobjective optimization method of solid rocket motor finocyl grain based on surrogate model. **Aerospace**, MDPI, v. 9, n. 11, p. 679, 2022.

MORISHITA, N. et al. Development of a super-small solid rocket motor for omotenashi. 2020.

NOWAKOWSKI, P. et al. Development of small solid rocket boosters for the ilr-33 sounding rocket. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 138, p. 374–383, 2017.

OKNINSKI, A. Solid rocket propulsion technology for de-orbiting spacecraft. **Chinese journal of aeronautics**, Elsevier, v. 35, n. 3, p. 128–154, 2022.

PARKER, P. O.; HANDBOOK, O. R. 5700, 2007. **PH Corporation (Ed.). Cleveland, OH.**

PHILPOT, T. A. Mecânica dos materiais. **LTC, 2a edição**, 2013.

POPOV, E. P. Engineering mechanics of solids. **(No Title)**, 1990.

Richard Nakka. **Richard Nakka's Experimental Rocketry Web Site**. 2023. Disponível em: [url=https://www.nakka-rocketry.net/index.html](https://www.nakka-rocketry.net/index.html). Acesso em: 13 de fevereiro 2023.

SILVA, A. L. da. **Mecânica de Voo Espacial**. Santa Maria - RS: UFSM, 2023. 14 p.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket propulsion elements**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.

TEWARI, A. **Atmospheric and space flight dynamics**. [S.l.]: Springer, 2007.

VERNACCHIA, M. T.; MATHESIUS, K. J.; HANSMAN, R. J. Low-thrust solid rocket motors for small, fast aircraft propulsion: Design and development. **Journal of Propulsion and Power**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 38, n. 1, p. 122–134, 2022.

VICENTIN, I. C. F. d. S. et al. Theoretical and experimental heat transfer in solid propellant rocket engine. **Journal of Aerospace Technology and Management**, SciELO Brasil, v. 11, p. e3819, 2019.

Wikipedia. **V-2**. Wikipedia, 2023. Acesso em 07 fev. 2023. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/V-2>.