

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES AO ACIONAMENTO E
CONTROLE *SENSORLESS* APLICADO AO
MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO

TESE DE DOUTORADO

Rodrigo Padilha Vieira

Santa Maria, RS, Brasil

2012

**CONTRIBUIÇÕES AO ACIONAMENTO E CONTROLE
SENSORLESS APLICADO AO MOTOR DE INDUÇÃO
BIFÁSICO ASSIMÉTRICO**

por

Rodrigo Padilha Vieira

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Hilton Abílio Gründling

Santa Maria, RS, Brasil

2012

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Vieira, Rodrigo Padilha

Contribuições ao Acionamento e Controle *Sensorless*
Aplicado ao Motor de Indução Bifásico Assimétrico /

Rodrigo Padilha Vieira. - 2012.

273 p.; 30cm

Orientador: Hilton Abílio Gründling

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria,
Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, RS, 2012.

1. Engenharia Elétrica. 2. Motor de Indução Bifásico
Assimétrico. 3. Controle de Velocidade *Sensorless*.
4. Observador por Modos Deslizantes. I. Gründling, Hilton
Abílio, orient. II. Título.

©2012

Todos os direitos autorais reservados a Rodrigo Padilha Vieira. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, 1000, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, 97.105-900

Fone: 0xx55-9945-4047; Endereço Eletrônico: rodrigovie@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

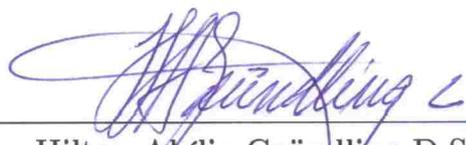
A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Tese de Doutorado

**CONTRIBUIÇÕES AO ACIONAMENTO E CONTROLE
SENSORLESS APLICADO AO MOTOR DE INDUÇÃO
BIFÁSICO ASSIMÉTRICO**

elaborada por
Rodrigo Padilha Vieira

como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica

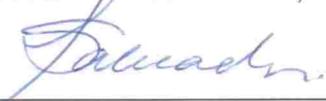
COMISSÃO EXAMINADORA:



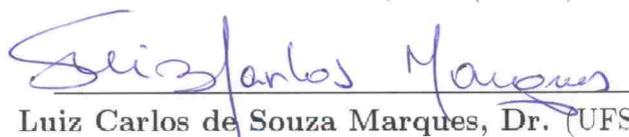
Hilton Abílio Gründling D.Sc.
(Presidente/Orientador)



Emerson Giovanni Carati, Dr. (UTFPR)



Fabiano Salvadori, Dr. (UFPB)



Luiz Carlos de Souza Marques, Dr. (UFMS)



Robinson Figueiredo de Camargo, Dr. (UFMS)

Dedico esta tese,

a Deus, minha fonte de persistência,

aos meus pais Carlos Roberto e Lair Vieira,

ao grande amigo e primo Diego Martins Vieira (*in memoriam*), que com sua partida inesperada nos faz lembrar de cultivar os ótimos momentos com a família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a DEUS, minha fortaleza e fonte de vida.

Um agradecimento especial ao Prof. Hilton Abílio Gründling pela orientação, paciência, profissionalismo, pela oportunidade de iniciação de trabalhos junto ao grupo de pesquisa GEPOC, por fornecer condições adequadas para a realização deste trabalho e também agradeço pela amizade compartilhada nos últimos anos.

Agradeço aos professores Humberto Pinheiro, e Luiz Carlos de Souza Marques pela ajuda na busca da solução dos problemas encontrados durante a realização deste trabalho, com contribuições relevantes para o desenvolvimento do mesmo. Um agradecimento as demais professores do GEPOC, em especial ao professor Hélio Leães Hey e prof. José Renes Pinheiro pelos ensinamentos transmitidos e pelo exemplo de profissionais. Ao prof. Fabiano Salvadori pela oportunidade de ingresso na iniciação científica, pela participação nas bancas e contribuições na realização deste trabalho. Aos professores Emerson Carati, Robinson de Camargo e Vinícius Montagner pelas contribuições apontadas na defesa da Tese.

Um agradecimento especial aos colegas Cristiane Gastaldini e Rodrigo Azzolin pela troca de informações, inúmeras discussões e horas de estudos que proporcionaram ganhos de experiência e conhecimento.

Agradeço:

Aos colegas e grandes amigos Cássio, Celso, Felipe, Fernanda, Ivan, Jean da Costa, Jonas, Jorge Massing, Luis, Márcio Stefanello, Rafael Scapini, Rodrigo Tonin, Rodrigo Varela, Thiago Bernardes, pela agradável convivência no tempo decorrido da realização deste trabalho, e pelo fortalecimento dos laços de amizade.

Ao meus pai Carlos Roberto, a minha mãe Lair, e minha irmã Carolina, pelo suporte, exemplo de pessoas, pelo amor, pela dedicação e pela preocupação que sempre tiveram comigo.

A minha querida e amada Cláucia pelo companheirismo, cumplicidade, amizade, dedicação, amor dispensado e principalmente pela paciência no período de realização deste

Agradecimentos

trabalho.

A Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, e ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC pela oportunidade de ingresso, e qualidade nos cursos oferecidos.

A Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA pelo apoio para conclusão deste trabalho.

A CAPES pelo suporte financeiro.

“ Tudo posso naquele que me fortalece”

Fillipenses 4:13

RESUMO

Tese de Doutorado

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

CONTRIBUIÇÕES AO ACIONAMENTO E CONTROLE *SENSORLESS* APLICADO AO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO

AUTOR: RODRIGO PADILHA VIEIRA

ORIENTADOR: HILTON ABÍLIO GRÜNDLING

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 11 de Maio de 2012.

Esta tese faz o desenvolvimento de técnicas *sensorless* para o controle de velocidade rotórica de motores de indução bifásicos assimétricos. Inicialmente, o modelo matemático deste motor é apresentado. A partir da obtenção deste modelo, dois métodos para realização de ensaios com o intuito de determinar os parâmetros elétricos da máquina são desenvolvidos. O primeiro método é baseado nos ensaios clássicos para estimação de parâmetros de máquinas de indução trifásicas, enquanto o segundo método faz o uso de um algoritmo RLS identificação dos parâmetros elétricos.

Além disso, neste trabalho um método de controle vetorial aplicado a máquinas de indução assimétricas é desenvolvido. É demonstrada a influência que a assimetria da máquina resulta no uso do controle vetorial orientado indiretamente no campo em eixos síncronos. Resultados de simulações mostram o acoplamento e consequentes oscilações nas correntes estatóricas. A estimação da velocidade rotórica é realizada inicialmente a partir do desenvolvimento de um estimador MRAS aplicado a um motor de indução monofásico. São propostos três métodos de estimação da velocidade rotórica a partir de algoritmos por modos deslizantes em tempo contínuo, e três métodos desenvolvidos em tempo discreto. As provas de estabilidade e convergência destes algoritmos são desenvolvidas e apresentadas. Ficam evidentes as diferenças entre os métodos em tempo contínuo e tempo discreto, bem como os limites para os ganhos dos observadores. Ainda, uma técnica de modulação para conversores de três braços acionando carga bifásicas é apresentada. O controle da malha de velocidade rotórica é realizado a partir de dois esquemas, o primeiro usa um controlador PI, enquanto o segundo método faz o uso de um controlador RMRAC. Resultados de simulação e experimentais são apresentados para validação das técnicas propostas.

Palavras-chave: Motor de indução monofásico; controle de velocidade *sensorless*; estimação por modos deslizantes.

ABSTRACT

Doctoral Thesis

Graduate Program in Electrical Engineering
Federal University of Santa Maria, RS, Brazil

CONTRIBUTION TO DEVELOPMENT OF SENSORLESS CONTROL TECHNIQUES APPLIED TO ASYMMETRICAL TWO-PHASE INDUCTION MOTOR DRIVES

AUTHOR: RODRIGO PADILHA VIEIRA

ADVISOR: HILTON ABÍLIO GRÜNDLING

Place and Date: Santa Maria, May 11th, 2012.

This doctoral thesis presents the development of sensorless methods aiming the rotor speed control of asymmetrical two-phase induction motors. Initially, the machine mathematical model is presented. From the machine model, two methods for identification of electrical parameters of the induction machine are presented. The first method is based on the classical tests for electrical parameter estimation on three-phase induction motors, while the second method uses a RLS algorithm for the electrical parameters identification.

Moreover, a vector control scheme applied to asymmetrical induction machines is presented. The influence that the machine asymmetry impacts on the field indirect vector control rotating at synchronous speed is analyzed. Simulation results show the coupling and the oscillations on the stator currents. The rotor speed estimation is carried out firstly by a MRAS estimator applied to single-phase induction motor drive. Furthermore, three rotor speed estimation methods based on continuous and discrete time sliding mode observers are proposed. The proofs of stability and convergence of these algorithms are developed and presented. The limits for the switching gains of the sliding mode observer are presented for continuous and discrete time. These limits are distinct and are highlighted in this study. Besides, a geometric modulation technique for three-leg voltage source inverters driving two-phase machines is presented. The rotor speed control is carried out from two schemes. The first method uses a discrete-time PI controller, while the second scheme uses a RMRAC controller. Simulation and experimental results are presented to validate the proposed techniques.

Keywords: Asymmetrical two-phase induction motor; sensorless speed control; sliding mode observer.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama simplificado da técnica DFOC.	35
Figura 2	Diagrama simplificado da técnica IFOC.	36
Figura 3	Diagrama simplificado da técnica DTC.	37
Figura 4	Circuito equivalente de uma máquina de indução bifásica assimétrica.	48
Figura 5	Circuito equivalente na operação a vazio.	51
Figura 6	Circuito equivalente na operação com rotor bloqueado.	52
Figura 7	Convergência dos Coeficientes.	62
Figura 8	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sq} simulada usando parâmetros determinados pelo algoritmo RLS. (b) Corrente experimental i_{sq} medida no acionamento da máquina. (c) Corrente i_{sq} simulada usando parâmetros obtidos pelo ensaio clássico.	64
Figura 9	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Correntes: simulada com parâmetros RLS e medida. (b) Correntes: simulada com parâmetros do ensaio clássico e medida experimentalmente.	65
Figura 10	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sd} simulada usando parâmetros obtidos via algoritmo RLS. (b) Corrente i_{sd} medida. (c) Corrente i_{sd} simulada usando modelo obtido por ensaios clássicos.	66
Figura 11	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Medição e simulação usando parâmetros obtidos via algoritmo RLS. (b) Corrente i_{sd} medida e simulada usando parâmetros obtidos via ensaio clássico.	66
Figura 12	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sq} medida e simulada (parâmetros RLS). (b) Correntes i_{sq} medida e simulada (parâmetros via ensaio clássico).	66
Figura 13	Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sd} medida e simulada (RLS). (b) Correntes i_{sd} medida e simulada (ensaio clássico).	67

Figura 14	Correntes medidas e simuladas para validação dos parâmetros da máquina WEG. (a) i_{sq} medida, (b) i_{sq} simulada, (c) i_{sd} medida, (d) i_{sd} simulada.	68
Figura 15	Correntes medidas e simuladas para validação dos parâmetros da máquina Weg. (a) Medição e simulação para o enrolamento principal, (b) Medição e simulação para o enrolamento auxiliar.	69
Figura 16	Transformação de Park aplicada as variáveis em quadratura do estator e do rotor.	77
Figura 17	Sistemas de eixos da Transformação de Park. (a) Par de enrolamentos qd girantes. (b) Par de enrolamentos qd estacionários.	79
Figura 18	Sistemas de eixos da Transformação de Park.	79
Figura 19	Diagrama de blocos do controle IFOC.	92
Figura 20	Diagrama de blocos da parte elétrica de uma máquina bifásica assimétrica.	97
Figura 21	Diagrama de blocos do sistema de controle da máquina monofásica simulada.	98
Figura 22	Resposta de velocidade a uma dada referência.	98
Figura 23	Torque eletromagnético simulado.	99
Figura 24	Correntes estatóricas simuladas. (a) i_{sq} , (b) i_{sd} , (c) Zoom de i_{sq} e i_{sd}	99
Figura 25	Correntes estatóricas e fluxos rotóricos no referencial síncrono. (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e , (c) ϕ_{rq}^e , (d) ϕ_{rd}^e	100
Figura 26	Resposta de velocidade.	100
Figura 27	Correntes estatóricas e fluxos rotóricos no referencial síncrono. (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e , (c) ϕ_{rq}^e , (d) ϕ_{rd}^e	101
Figura 28	Resposta de velocidade com compensação de termos referentes a assimetria da máquina. (a) ω_r e ω_r^* , (b) i_{sq}^e , (c) i_{sd}^e	102
Figura 29	Diagrama de blocos do estimador MRAS.	104
Figura 30	Coordenadas do produto vetorial da equação (4.18).	108
Figura 31	Diagrama de blocos da estrutura do estimador MRAS desenvolvido nesse trabalho.	110

Figura 32	Diagrama de Bode para o SVF.	111
Figura 33	Diagrama de blocos do sistema de controle <i>sensorless</i> da máquina monofásica simulada.	112
Figura 34	Resposta de velocidade no acionamento <i>sensorless</i>	113
Figura 35	Erro de estimação de velocidade da Figura 34	113
Figura 36	Correntes estatóricas no referencial síncrono no acionamento <i>sensorless</i> . (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e	113
Figura 37	Esquema de controle através de relé.	117
Figura 38	Diagrama de blocos do sistema simulado.	135
Figura 39	Diagrama de blocos do algoritmo de estimação da velocidade rotórica.	136
Figura 40	Resposta de velocidade.	136
Figura 41	Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (a) i_{sq} simulada. (b) i_{sq} estimada. (c) Comparação entre i_{sq} calculada e estimada.	137
Figura 42	Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (a) i_{sd} simulada. (b) i_{sd} estimada. (c) Comparação entre i_{sd} calculada e estimada.	138
Figura 43	Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_α e \hat{L}_α . (b) L_β e \hat{L}_β	138
Figura 44	Resposta de velocidade utilizando o método do cálculo da <i>fcm</i> e estimação das correntes magnetizantes.	139
Figura 45	Estimação de i_{qM} . (a) i_{qM} . (b) \hat{i}_{qM} . (c) Comparação entre i_{qM} e \hat{i}_{qM}	140
Figura 46	Estimação de i_{dM} . (a) i_{dM} . (b) \hat{i}_{dM} . (c) Comparação entre i_{dM} e \hat{i}_{dM}	140
Figura 47	Estimação das variáveis $U_{\alpha\beta}$. (a) Estimação de U_α . (b) Estimação de U_β	141
Figura 48	Resposta de velocidade do observador desenvolvido na seção 5.5.	141
Figura 49	Estimação das correntes estatóricas e fluxo rotórico. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} . (c) Estimação de ϕ_{rq} . (d) Estimação de ϕ_{rd}	142
Figura 50	Representação da função sigmóide.	178
Figura 51	Representação da função definida por partes.	179
Figura 52	Diagrama do esquema de controle simulado.	180

Figura 53	Resposta de velocidade.	180
Figura 54	Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (a) i_{sq} simulada. (b) i_{sq} estimada. (c) Comparação entre i_{sq} calculada e estimada.	181
Figura 55	Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (a) i_{sd} simulada. (b) i_{sd} estimada. (c) Comparação entre i_{sd} calculada e estimada.	181
Figura 56	Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_{α} e \widehat{L}_{α} . (b) L_{β} e \widehat{L}_{β}	182
Figura 57	Resposta de velocidade utilizando o algoritmo de adaptação do ganho de chaveamento da seção 6.6.1.	182
Figura 58	Estimação das correntes estatóricas utilizando adaptação do ganho de chaveamento. (a) Correntes i_{sq} e \widehat{i}_{sq} . (a) Correntes i_{sd} e \widehat{i}_{sd}	182
Figura 59	Convergência dos ganhos da função descontínua. (a) $V_{0\alpha}$. (b) $V_{0\beta}$	183
Figura 60	Resposta de velocidade utilizando a função sigmóide como função de chaveamento.	183
Figura 61	Estimação das correntes estatóricas utilizando a função sigmóide como função de chaveamento. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd}	183
Figura 62	Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_{α} e \widehat{L}_{α} . (b) L_{β} e \widehat{L}_{β}	183
Figura 63	Resposta de velocidade do observador baseado na estimação das correntes magnetizantes.	184
Figura 64	Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM}	184
Figura 65	Estimação das variáveis U_{α} e U_{β} . (a) Estimação de U_{α} . (b) Estimação de U_{β}	185
Figura 66	Resposta de velocidade do observador de fluxo rotórico e velocidade rotórica.	185
Figura 67	Estimação das correntes estatóricas. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd}	186
Figura 68	Estimação dos fluxos rotóricos. (a) Estimação de ϕ_{rq} . (b) Estimação de ϕ_{rd}	186
Figura 69	Inversor de três braços no acionamento de uma máquina de indução de duas fases.	190

Figura 70	Valores máximos e mínimos de V_0^*	193
Figura 71	Espaço das tensões no plano das tensões de saída.	194
Figura 72	Tensões moduladas pelo conversor. (a) Tensões V_{ag} , V_{bg} , V_{cg} nos braços do conversor, (b) Tensões de linha equilibradas aplicadas a carga bifásica.	195
Figura 73	V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} . (a) para V_0^* igual ao mínimo de $3 + (r1, r2 \text{ e } r3)$, (b) para V_0^* igual ao máximo de $(r1, r2 \text{ e } r3)$	195
Figura 74	Espaço das tensões no plano das tensões de saída do conversor na modulação de tensões assimétricas. (a) $V_{cb} < V_{ab}$, (b) $V_{ab} < V_{cb}$	196
Figura 75	Amplitudes máximas das tensões de linha do conversor com operação na região linear e tensões assimétricas.	198
Figura 76	Limites máximos e mínimos de V_0^* para condição de tensões desequilibradas onde $n = 0.64$	199
Figura 77	Tensões moduladas pelo conversor. (a) V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} para o caso assimétrico, (b) Tensões de linha desequilibradas.	199
Figura 78	Acionamento da máquina com tensões equilibradas. (a) Tensões experimentais V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} para o caso simétrico, (b) Correntes estatóricas medidas com o SPIM alimentado com tensões equilibradas.	200
Figura 79	Acionamento da máquina com tensões desequilibradas. (a) Tensões experimentais V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} , (b) correntes estatóricas medidas.	201
Figura 80	Sistema de controle implementado.	202
Figura 81	Resposta de velocidade na operação sensorless sem carga. (a) Referência de velocidade e ω_{rM} , (b) ω_r e $\hat{\omega}_r$, (c) $\omega_{rM} - \hat{\omega}_r$, (d) $\omega_r - \hat{\omega}_r$	204
Figura 82	Parâmetros da lei de controle no primeiro resultado experimental.	204
Figura 83	Resposta de velocidade na operação sensorless com carga. (a) Referência de velocidade e ω_{rM} , (b) ω_r e $\hat{\omega}_r$, (c) $\omega_{rM} - \hat{\omega}_r$, (d) $\omega_r - \hat{\omega}_r$	205
Figura 84	Parâmetros da lei de controle no segundo experimento.	206
Figura 85	Referência e medições de i_{sq}^e e i_{sd}^e , (a) i_{sq}^{e*} , (b) i_{sq}^e , (c) i_{sd}^{e*} , (d) i_{sd}^e	206
Figura 86	Correntes estatóricas medidas i_{sq} e i_{sd}	207
Figura 87	Zoom das correntes estatóricas i_{sq} e i_{sd}	207

Figura 88	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas sendo $V_{0\alpha\beta}$ constante.	208
Figura 89	Medição e estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd}	209
Figura 90	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas e ganhos de chaveamento adaptativos. . .	209
Figura 91	Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} . . .	210
Figura 92	Ganhos das funções de chaveamento. (a) $V_{0\alpha}$. (b) $V_{0\beta}$	210
Figura 93	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas e a função sigmóide.	211
Figura 94	Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd}	212
Figura 95	Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} . (b) \hat{i}_{sq} . (c) i_{sd} . (d) \hat{i}_{sd} . . .	212
Figura 96	Comportamento das variáveis V_α e V_β . (a) V_α . (b) V_β	212
Figura 97	Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_α e \hat{L}_α . (b) L_β e \hat{L}_β	213
Figura 98	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas.	213
Figura 99	Estimação das correntes estatóricas e variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} . (c) L_α e \hat{L}_α . (d) L_β e \hat{L}_β	214
Figura 100	Comportamento das variáveis $V_{\alpha\beta}$. (a) V_α . (b) V_β	214
Figura 101	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas em uma máquina de indução monofásica.	215
Figura 102	Medição e estimação das correntes estatóricas. (a) Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (b) Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (c) Estimação da variável L_α . (d) Estimação da variável L_β	215
Figura 103	Trajetória das correntes magnetizantes e estatóricas.	217
Figura 104	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da <i>fcem</i>	217
Figura 105	Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM}	218
Figura 106	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da <i>fcem</i>	218

Figura 107	Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM}	219
Figura 108	Estimação das variáveis $U_{\alpha\beta}$. (a) U_α e $\hat{U}_{\alpha eq}$. (b) $\hat{U}_{\beta eq}$	219
Figura 109	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da <i>fcem</i> com distúrbio de carga.	219
Figura 110	Correntes estatórica por fase e magnetizante. (a) Corrente de fase drenada pelo motor de indução trifásico. (b) Corrente magnetizante calculada no experimento.	220
Figura 111	Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método do fluxo rotórico e das correntes estatóricas.	220
Figura 112	Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} . (b) \hat{i}_{sq} . (c) i_{sd} . (d) \hat{i}_{sd}	221
Figura 113	Superfícies de deslizamento. (a) s_μ . (b) s_n	221
Figura 114	Estimação das correntes estatóricas e fluxos rotóricos. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} . (c) Estimação de ϕ_{sq} . (d) Estimação de ϕ_{sd} . .	222
Figura 115	Distribuição dos Enrolamentos em uma Máquina Bifásica Assimétrica.	242
Figura 116	Circuito Equivalente de uma Máquina de Indução Monofásica. . . .	242
Figura 117	Malha mecânica da máquina de indução monofásica.	254
Figura 118	Estrutura de um controlador adaptativo robusto por modelo de referência.	258
Figura 119	Modificação sigma aplicada ao controlador de velocidade RMRAC.	262
Figura 120	Estrutura do sistema de controle proposto.	263
Figura 121	Controle RMRAC. (a) Referência e saída do modelo de referência, (b) Saída do modelo de referência e velocidade simulada, (c) Convergência dos parâmetros do controlador RMRAC.	265
Figura 122	Controle RMRAC no segundo teste. (a) Saída do modelo de referência e velocidade simulada, (b) Convergência dos parâmetros do controlador RMRAC.	265
Figura 123	Diagrama de blocos das principais funções do DSP.	272

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Valores medidos no ensaio a vazio alimentando o SPIM pelo enrolamento principal	52
Tabela 2	Valores medidos no ensaio a vazio alimentando o SPIM pelo enrolamento auxiliar	52
Tabela 3	Medições do ensaio com rotor bloqueado - enrolamento principal	53
Tabela 4	Medições do ensaio com rotor bloqueado - enrolamento auxiliar	53
Tabela 5	Solução da Equação (2.11) - enrolamento principal	54
Tabela 6	Solução da Equação (2.11) - enrolamento auxiliar	55
Tabela 7	Parâmetros da Máquina de Indução Monofásica	56
Tabela 8	Parâmetros elétricos obtidos pelo método clássico.	56
Tabela 9	Coeficientes do enrolamento principal - q	62
Tabela 10	Coeficientes do enrolamento auxiliar - d	62
Tabela 11	Parâmetros elétricos identificados pelo algoritmo RLS.	63
Tabela 12	Parâmetros elétricos obtidos pelo algoritmo RLS e ensaio clássico.	63
Tabela 13	Dados de Placa da Máquina de Indução WEG.	67
Tabela 14	Parâmetros da máquina de indução WEG.	67
Tabela 15	Escolha de ω_x em função do sistema de referência.	78
Tabela 16	Parâmetros do motor de indução trifásico simulado.	138
Tabela 17	Estado dos interruptores e tensões de saída correspondentes.	193
Tabela 18	Parâmetros do controlador RMRAC implementado.	203
Tabela 19	Parâmetros do controlador RMRAC.	264

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

\mathbf{A}_M	Matriz para cálculo das correntes magnetizantes
\mathbf{B}_M	Matriz para cálculo das correntes magnetizantes
B_n	Coefficiente de Atrito
e_{dM}, e_{qM}	Tensão contra-eletromotriz nos enrolamentos auxiliar e principal
G_{SVF}	Função de Transferência do <i>State Variable Filter</i>
$i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$	Correntes estatóricas e rotóricas dos enrolamento auxiliar e principal
i_{dM}	Corrente Magnetizante no enrolamento auxiliar
i_{qM}	Corrente Magnetizante no enrolamento principal
\mathbf{I}_M	Matriz que contém as correntes magnetizantes
J	Momento de Inércia
K_I	Ganho integral controlador PI
K_P	Ganho proporcional controlador PI
K_{TN}	Constante de Torque Nominal
L_{sd}, L_{rd}, L_{md}	Indutâncias estatórica, rotórica e mútua do enrolamento auxiliar
L_{sq}, L_{rq}, L_{mq}	Indutâncias estatórica, rotórica e mútua do enrolamento principal
$L_{lsq}, L_{lrq}, L_{lsd}, L_{lrd}$	Indutâncias próprias dos enrolamentos estatóricos e rotóricos, dos enrolamentos principal e auxiliar

Lista de Símbolos e Abreviaturas

n	Relação do número de espiras entre os enrolamentos
N	Matriz que relaciona o número de espiras entre os enrolamentos principal e auxiliar
N_d, N_q	Número de espiras dos enrolamentos auxiliar e principal
p	Número de pares de pólos
q_M	Potência Reativa
R_{sd}, R_{rd}	Resistências estatórica e rotórica do enrolamento auxiliar
R_{sq}, R_{rq}	Resistências estatórica e rotórica do enrolamento principal
$V_{sd}, V_{sq}, V_{rd}, V_{rq}$	Tensões estatóricas e rotóricas dos enrolamento auxiliar e principal
V_{sf}, i_{sf}	Tensões e correntes filtradas pelo SVF
t_s	Período de Amostragem
T_e	Torque Eletromagnético
T_m	Torque Mecânico
X_{md}, X_{sd}	Reatâncias magnetizante e estatóricas do enrolamento auxiliar
X_{mq}, X_{sq}	Reatâncias magnetizante e estatóricas do enrolamento principal
ζ	Coefficiente de Amortecimento
σ_d	Coefficiente de dispersão magnética referenciado ao enrolamento auxiliar
σ_q	Coefficiente de dispersão magnética referenciado ao enrolamento principal
τ_{rd}	Constante de tempo rotórica referida ao enrolamento auxiliar
τ_{rq}	Constante de tempo rotórica referida ao enrolamento principal

Lista de Símbolos e Abreviaturas

θ	Posição rotórica
ϑ	Vetor de parâmetros - algoritmo RLS
φ	Vetor de estados - algoritmo RLS
$\phi_{sd}, \phi_{sq}, \phi_{rd}, \phi_{rq}$	Fluxos estatóricos e rotóricos dos enrolamento auxiliar e principal
ω	Velocidade do campo girante
ω_r	Velocidade angular rotórica
$\hat{\omega}_r$	Velocidade rotórica estimada
<i>DFOC</i>	<i>Direct Field Oriented Control</i>
<i>IFOC</i>	<i>Indirect Field Oriented Control</i>
<i>MRAS</i>	<i>Model Reference Adaptive System</i>
<i>PWM</i>	<i>Pulse Width Modulation</i>
<i>RLS</i>	<i>Recursive Least Square</i>
<i>SPIM</i>	<i>Single-phase Induction Motor</i>
<i>SVF</i>	<i>State Variable Filter</i>
<i>TPIM</i>	<i>Two-phase Induction Motor</i>

SUMÁRIO

1	Introdução	31
1.1	Motivação e identificação do problema	31
1.2	Escopo do trabalho e objetivos	33
1.3	Revisão da literatura	34
1.3.1	Controle de máquinas de indução	34
1.3.2	Acionamentos e controle de motores de indução bifásicos assimétricos . .	37
1.3.3	Métodos de identificação de parâmetros de motores de indução monofásicos	40
1.3.4	Observadores de estados aplicados a máquinas de indução	41
1.3.5	Técnicas por modos deslizantes em tempo discreto	44
1.4	Contribuições do trabalho	45
1.5	Organização da tese	45
2	Modelo e identificação dos parâmetros elétricos do motor de indução assimétrico	47
2.1	Considerações iniciais	47
2.2	Modelo matemático do motor de indução bifásico assimétrico	47
2.3	Ensaio de obtenção dos parâmetros elétricos	49
2.3.1	Ensaio para determinação de parâmetros do motor monofásico: abor- dagem clássica	49
2.3.2	Ensaio automático para identificação dos parâmetros elétricos	56
2.3.3	Validação do modelo/parâmetros	60
2.4	Considerações finais	68

3 Controle vetorial aplicado a motores de indução bifásicos assimétricos	71
3.1 Considerações iniciais	71
3.2 Modelo matemático para utilização do controle vetorial em máquinas de indução bifásicas assimétricas	72
3.3 Transformação de Park	76
3.4 Controle orientado indiretamente pelo campo aplicado a máquinas de indução bifásicas assimétricas	84
3.5 Resultados de simulação	97
3.6 Considerações finais	101
4 Observador da velocidade rotórica pelo método MRAS	103
4.1 Considerações iniciais	103
4.2 Estimador MRAS	104
4.3 Modelo discreto para implementação do SVF	110
4.3.1 Resultados de simulação do estimador MRAS	112
4.4 Considerações finais	113
5 Observadores da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo contínuo	115
5.1 Considerações iniciais	115
5.2 Sistemas dinâmicos por modos deslizantes	117
5.3 Observador por modos deslizantes baseado na estimação das correntes estatóricas	118
5.4 Observador por modos deslizantes baseado no cálculo da força contra-eletromotriz e estimação das correntes magnetizantes	124
5.5 Observador da velocidade rotórica e fluxos rotóricos	131
5.6 Resultados de simulação	135
5.7 Considerações finais	141

6 Observadores da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto	143
6.1 Considerações iniciais	143
6.2 Condições para a existência de uma superfície por modos deslizantes discreta	144
6.3 Observador por modos deslizantes em tempo discreto baseado na estimação das correntes estatóricas	146
6.3.1 Prova da existência da superfície de deslizamento em tempo discreto . .	147
6.3.2 Desenvolvimento do algoritmo de estimação da velocidade rotórica a partir da estimação das correntes estatóricas	151
6.3.3 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica para uma máquina de indução bifásica simétrica	157
6.4 Observador por modos deslizantes discreto baseado no cálculo da força contra-eletromotriz	158
6.4.1 Prova da existência da superfície de deslizamento discreta	160
6.4.2 Desenvolvimento do algoritmo de estimação da velocidade rotórica a partir do cálculo da f_{cem} e estimação das correntes magnetizantes	163
6.5 Observador por modos deslizantes da velocidade e do fluxo rotórico	169
6.6 Aspectos práticos para redução do <i>chattering</i>	176
6.6.1 Ganho adaptativo da função de chaveamento	176
6.6.2 Função sigmóide	178
6.6.3 Função Definida por Partes	179
6.7 Resultados de simulação	179
6.8 Considerações finais	185
7 Resultados experimentais	189
7.1 Considerações iniciais	189
7.2 Desenvolvimento de uma técnica de modulação aplicada no acionamento de máquinas bifásicas	190
7.2.1 Operação com tensões desequilibradas	195

7.3	Resultados experimentais da técnica de modulação proposta	200
7.4	Resultados experimentais do controlador RMRAC	201
7.5	Resultados experimentais dos algoritmos para estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto	207
7.5.1	Observador da velocidade rotórica baseado na estimação das correntes estatóricas	207
7.5.1.1	Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento constantes	208
7.5.1.2	Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento variantes - ganho adaptativo	209
7.5.1.3	Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento variantes - função sigmóide	211
7.5.1.4	Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto aplicado a um motor de indução monofásico	213
7.5.2	Observador da velocidade rotórica baseado no cálculo da f_{cem} e na estimação das correntes magnetizantes	215
7.5.3	Resultados experimentais utilizando o observador da velocidade rotórica e dos fluxos rotóricos	220
7.6	Considerações finais	222
8	Conclusão	223
8.1	Sugestões de trabalhos futuros	227
	Referências	229
	Apêndice A – Modelo do motor de indução bifásico assimétrico	241
A.1	Modelagem da máquina de indução bifásica assimétrica	241
A.1.1	Modelo corrente estatórica/fluxo-rotórico	248
A.2	Modelagem mecânica da máquina de indução monofásica	251

Apêndice B – Controle de velocidade do motor de indução	253
B.1 Considerações iniciais	253
B.2 Controlador PI	253
B.3 Controlador de velocidade RMRAC	257
B.3.1 Algoritmo de estimação de parâmetros do controlador RMRAC	261
B.3.2 Resultados de simulação do controlador RMRAC	263
B.4 Considerações finais	266
Apêndice C – Projeto dos controladores PIs das malhas de corrente	267
C.1 Projeto dos controladores PIs da malha elétrica	267
Apêndice D – Descrição do ambiente de implementações	271
D.1 Descrição do ambiente de implementação	271

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e identificação do problema

A eficiência energética de equipamentos e sistemas elétricos é uma preocupação preponderante de inúmeras pesquisas em nível mundial. Dentre os equipamentos mais utilizados nos ambientes industriais, comerciais e residenciais estão os motores elétricos. Alguns estudos estimam que 60% da energia gerada no mundo seja consumida por máquinas elétricas, onde destacam-se principalmente as máquinas de indução devido a sua robustez e baixo custo em relação aos demais tipos de máquinas.

Aproximadamente 90% do número total das máquinas elétricas têm potência inferior a 1 kW (WELLS et al., 2004). No Brasil, estima-se que 80% dos motores empregados na indústria e em outros setores sejam motores de indução, podendo ser trifásicos ou monofásicos, os quais consomem aproximadamente 60% da energia elétrica destinada à indústria (GARCIA, 2003). Dentre as máquinas de potência inferior a 1 kW, grande parcela é formada por motores de indução monofásicos, os quais têm como principais aplicações equipamentos de uso residencial como refrigeradores, condicionadores de ar, máquinas de lavar e ferramentas. No Brasil estima-se que 30% da energia consumida em uma residência seja usada para alimentar freezers, refrigeradores e máquinas de lavar.

Além disso, no Brasil, a partir da primeira década de 2000, verifica-se uma demanda crescente de incentivos fiscais para a produção de eletrodomésticos de alta eficiência energética, bem como políticas de inclusão social que resultam no crescimento do mercado de equipamentos de motores elétricos de baixa potência, como freezers, condicionadores de ar e refrigeradores. Dessa forma, existe uma grande gama de aplicações para motores de indução monofásicos que requerem uso mais eficiente da energia elétrica.

Os motores monofásicos frequentemente são conectados diretamente à rede de alimentação monofásica, operando com velocidade constante. Entretanto, operando dessa maneira e ainda sob certas condições de carga essas máquinas apresentam desvantagens

como baixo rendimento, baixo fator de potência e pulsações de torque.

Tais características têm levado muitos pesquisadores a desenvolver trabalhos que aqui são divididos em duas linhas de pesquisa:

- i.* Pesquisas relacionadas a motores de melhor eficiência, tal como: *brushless DC* (motores CC sem escovas), motor síncrono a ímã permanente e motores de passo;
- ii.* Pesquisas relacionadas à operação em velocidade variável aplicadas a máquinas de indução monofásicas;

Quando se trata de pesquisas relacionadas ao primeiro grupo investe-se no desenvolvimento de novos materiais e novos conceitos de aplicações. Porém, esse tipo de aplicação em escala industrial enfrenta restrições em função da já consolidada indústria de base, e função do grande volume já instalado de motores de indução monofásicos (BLAABJERG et al., 2004; JANG, 2007).

Quando a pesquisa é relacionada a operação em velocidade variável de motores de indução monofásicos, diversas linhas têm sido relatadas na literatura, tais como: identificação de parâmetros, tecnologias de *hardwares* e *drives* para acionamentos, controle vetorial aplicado a máquinas monofásicas, desenvolvimento de técnicas robustas e algoritmos *sensorless* (MYERS; BODSON; KHAN, 2011; RAJAEI et al., 2010; JANG, 2007; MONTANARI; PERESADA; TILLI, 2003). Neste trabalho, busca-se o desenvolvimento de tecnologias *sensorless* para o acionamento e controle de motores de indução monofásicos. No entanto, as técnicas aqui desenvolvidas não se restringem a essa gama de aplicações.

Dentre as técnicas de observação da velocidade rotórica objetiva-se desenvolver o esquema MRAS (*Model Reference Adaptive System*) aplicado a motores de indução monofásicos, bem como, procura-se desenvolver esquemas de estimação da velocidade baseados na abordagem por modos deslizantes (*sliding mode*, ou *variable structure*). Os métodos por modos deslizantes apresentados têm seu desenvolvimento realizado em tempo contínuo e tempo discreto. Com isso, é possível confirmar que o desenvolvimento em tempo contínuo não pode ser diretamente estendido a aplicações em tempo discreto, pois as restrições que asseguram a estabilidade dos algoritmos diferem. Além disso, objetiva-se o desenvolvimento de provas de estabilidade para os algoritmos de observação da velocidade rotórica tanto para tempo contínuo como para o tempo discreto.

1.2 Escopo do trabalho e objetivos

Este trabalho apresenta uma contribuição ao controle e observação de estados aplicados a máquinas de indução, com foco principal em motores de indução monofásicos, porém não se restringindo a estes. Os motores monofásicos são geralmente máquinas bifásicas assimétricas, onde um dos enrolamentos é de menor impedância e é chamado de enrolamento principal, enquanto o outro enrolamento no qual se conecta um capacitor em série, seja de partida, ou seja permanente é de maior impedância e é chamado de enrolamento auxiliar. O motor de indução monofásico também pode ser visto como uma máquina de indução bifásica assimétrica sem a presença de capacitor de partida ou permanente. Com isso, o acionamento da máquina pode ser feito através de um conversor estático, e então pode-se variar as frequências e amplitudes das tensões de alimentação. O modelo bifásico obtido a partir de uma máquina de indução trifásica pode ser considerado um caso particular da máquina bifásica assimétrica onde as impedâncias dos enrolamentos são idênticas. Desta forma, os métodos de controle e observação de estados desenvolvidos para máquinas bifásicas assimétricas podem ser estendidos a máquinas de indução trifásicas, ou até mesmo máquinas de indução pentafásicas.

A apresentação das técnicas de controle e estimação de estados desenvolvidas nesta tese é realizada com o intuito de possibilitar a implementação das mesmas. Para tanto, pode-se considerar que a primeira tarefa é a obtenção de um modelo dinâmico da planta em estudo. Aqui, tem-se como objetivo fazer o desenvolvimento deste modelo para possibilitar simulações do mesmo e de técnicas de controle aplicadas para esta máquina. A partir disso, entende-se que para o desenvolvimento de qualquer técnica de controle é de fundamental importância o conhecimento do objeto a ser controlado. Logo, são apresentados dois métodos para a obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução bifásicas assimétricas. O primeiro método é uma adaptação da abordagem clássica de determinação de parâmetros de máquinas de indução trifásicas. Já o segundo esquema proposto é uma metodologia desenvolvida com o uso do algoritmo RLS (*Recursive Least Square*), a qual foi apresentada para esta aplicação em (VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009a; VIEIRA et al., 2010a, 2012).

Quanto ao acionamento, realiza-se o desenvolvimento de uma metodologia para aplicação do controle vetorial a máquinas assimétricas. Aqui, apresenta-se a influência da assimetria dos enrolamentos da máquina na orientação de campo e conseqüentemente nas correntes estatóricas e fluxos rotóricos em um referencial de eixos síncronos. Como é demonstrado no capítulo 3, para o bom desempenho de controladores aplicados a

máquinas assimétricas é de fundamental importância o projeto apropriado de controladores capazes de rejeitar distúrbios, bem como aceitar a presença de dinâmicas não-modeladas. Já para o controle da velocidade rotórica, neste trabalho são apresentados dois esquemas. O primeiro esquema é baseado no uso de um controlador do tipo PI. O segundo esquema é baseado no uso de um controlador RMRAC (*Robust Model Reference Adaptive Controller*) tal como apresentado em (VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009b) com aplicação para máquinas de indução bifásicas assimétricas.

A obtenção da velocidade rotórica se dá através do desenvolvimento de um estimador MRAS aplicado a máquinas de indução bifásicas assimétricas, tal como apresentado em (VIEIRA, 2008; VIEIRA; GRÜNDLING, 2009, 2008). Ainda, são propostos algoritmos de observação baseados na abordagem por modos deslizantes. Os observadores por modos deslizantes são caracterizados pela sua simplicidade de implementação aliada à rejeição de distúrbios e capacidade de operação com dinâmicas não-modeladas. Inicialmente algoritmos de estimação da velocidade rotórica em tempo contínuo são apresentados. Porém, a análise desenvolvida em tempo contínuo não pode ser estendida diretamente aos sistemas onde a implementação discreta é requerida. Com isso, são desenvolvidos algoritmos de estimação da velocidade rotórica em tempo discreto. As diferenças entre os algoritmos desenvolvidos em tempo contínuo e discreto são confirmadas, bem como são apresentadas as restrições e limites de cada esquema de observação.

Ainda, este trabalho tem como escopo o desenvolvimento de uma técnica de modulação simples e eficaz. Assim, é apresentado o desenvolvimento de uma nova técnica de modulação aplicada para o acionamento de máquinas bifásicas a partir do uso de conversor de três braços, tal como em (VIEIRA et al., 2010b, 2010, 2012).

1.3 Revisão da literatura

1.3.1 Controle de máquinas de indução

A partir da década de 1960 foi iniciado o desenvolvimento das técnicas baseadas no princípio do campo orientado. Porém, só a partir da década de 1970, com o desenvolvimento de chaves semicondutoras e dispositivos de processamento de dados, como microprocessadores, foi possível a implementação dessas técnicas em máquinas de indução trifásicas para servomecanismos de alto desempenho. Anteriormente ao desenvolvimento dessa teoria/estratégia, os servos mecanismos utilizavam motores CC, que são mais caros e menos robustos comparados aos motores de indução trifásicos. Fazendo o uso de uma

estratégia vetorial para o controle do motor de indução trifásico, este tem desempenho semelhante aos servomecanismos com motores CC, com controle independente de torque e velocidade. Então, nessa época passaram-se a ser publicados trabalhos desenvolvendo teorias de controle de alto desempenho, que atualmente são amplamente difundidas na literatura, e foram fundamentais para o desenvolvimento da teoria do controle vetorial de motores de indução. Isto é verificado em trabalhos como (BLASCHKE, 1972; TAKAHASHI; NOGUCHI, 1986; NABAE et al., 1980; DEPENBROCK, 1988; LIPO; CHANG, 1986).

Com a publicação destes trabalhos, várias pesquisas desenvolveram esquemas de controle com orientação de campo aplicados a máquinas de indução. Entre os esquemas mais utilizados podem ser listados o Controlador Orientado Diretamente no Campo (DFOC - *Direct Field Oriented Control*), o Controlador Orientado Indiretamente no Campo (IFOC - *Indirect Field Oriented Control*) e o Controle Direto de Conjugado (DTC - *Direct Torque Control*) que podem ser encontrados em (ONG, 1998; LEONHARD, 1997; QUANG; DITTRICH, 2008; CHIASSON, 2005).

O controlador DFOC caracteriza-se pelo controle direto do fluxo do estator ou do rotor, onde a componente de quadratura “ q ” do fluxo é nula ($\phi_{sq} = 0$, ou $\phi_{rq} = 0$). Neste tipo de orientação o fluxo deve ser medido ou estimado a partir do fluxo de entre-ferro, para posterior realimentação. Em aplicações práticas, a realimentação do fluxo apresenta ruídos prejudicando o desempenho do controlador principalmente em baixas frequências, relativo a problemas de estimação devido a baixa excitação. Este é um dos principais desafios a ser resolvido na utilização desta técnica. Um esquema simplificado da técnica DFOC é apresentado na Figura 1.

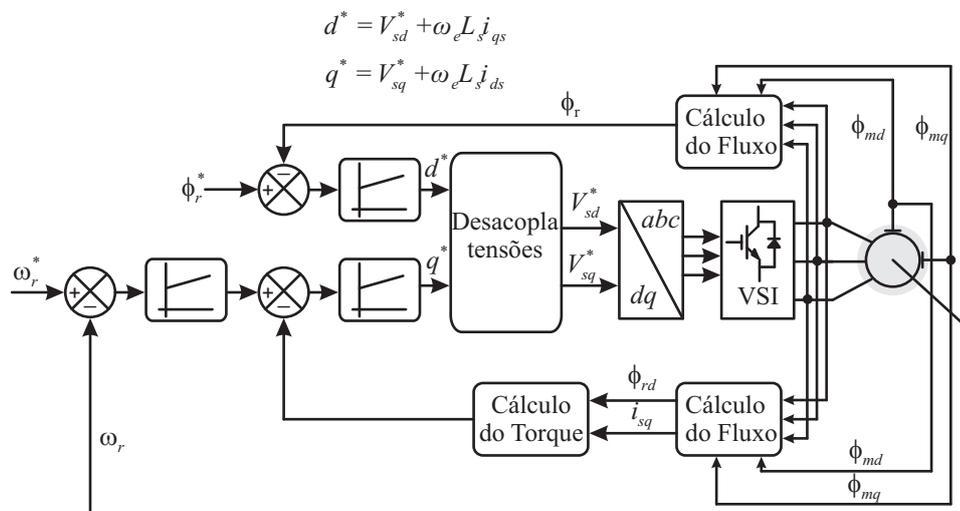


Figura 1: Diagrama simplificado da técnica DFOC.

Na técnica de controle IFOC considera-se que o vetor do fluxo rotórico encontra-se

alinhado ao eixo direto “ d ”, de forma que seja nulo o fluxo rotórico de quadratura no referencial síncrono ($\phi_{rq}^e = 0$). Esta técnica é indicada para aplicações onde a máquina requer operação em baixas velocidades, ou controle de posição. O vetor fluxo rotórico é relacionado com o vetor corrente estatórica, e as equações do motor de indução são utilizadas para calcular o escorregamento entre o campo magnético do estator e do rotor. Este valor é adicionado a velocidade medida do rotor obtendo a velocidade síncrona das variáveis do estator. A Figura 2 ilustra um diagrama básico do esquema IFOC.

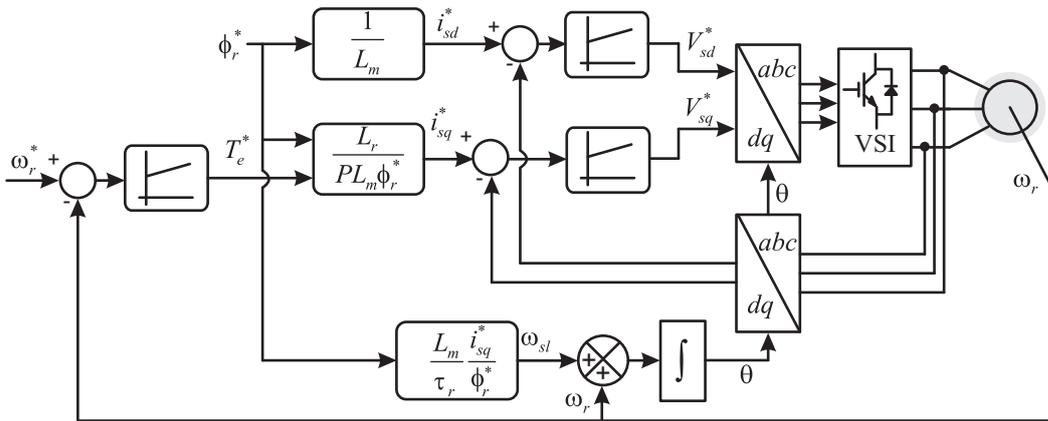


Figura 2: Diagrama simplificado da técnica IFOC.

A estratégia de controle direto de torque (DTC) foi proposta em (TAKAHASHI; NOGUCHI, 1986) e teve sequência em inúmeros trabalhos, tal como (LAI; CHEN, 2001; VAS, 1998; BUJA; KAZMIERKOWSKI, 2004). Nessa técnica os valores de referência de fluxo estatórico e torque são comparados com os valores atuais (medidos ou estimados) em controladores de histerese de fluxo e torque, respectivamente. Desta forma, esta técnica propicia controlar diretamente e independentemente o torque e o fluxo, e selecionar o modo ótimo de comutação do inversor através da seleção dos vetores de tensão estatórica. A Figura 3 apresenta um diagrama da técnica DTC. Vários pesquisadores têm desenvolvido esquemas DTC aplicados a máquinas trifásicas (BUJA; CASADEI; SERRA, 1997; FERREIRA, 2004; SALVADORI; LEANDRO; JACOBINA, 2003; BUJA; KAZMIERKOWSKI, 2004).

Outra linha de pesquisa destacada em muitos trabalhos esta relacionada ao controle de máquinas de indução trifásicas sem o uso de sensores de velocidade ou posição. Desta forma faz-se a estimação de estados da máquina, aliando isso ao uso de técnicas de controle de alto desempenho como pode ser verificado em trabalhos (PENG; FUKAO, 1994; MARTINS; CÂMARA; GRÜNDLING, 2006; CÂMARA, 2007; MARTINS, 2006; HOLTZ, 2002, 2005; JACOBINA et al., 2000; BARUT; BOGOSYAN; GOKASAN, 2007; FINCH; GIAOURIS, 2008; VAS, 1998; GASTALDINI et al., 2010).

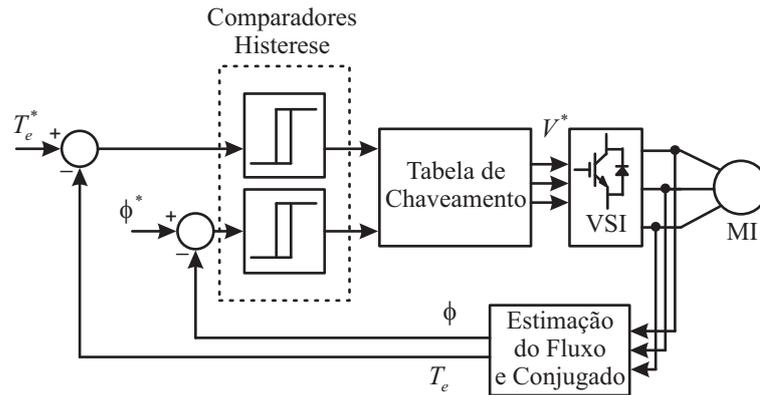


Figura 3: Diagrama simplificado da técnica DTC.

1.3.2 Acionamentos e controle de motores de indução bifásicos assimétricos

Quando consideram-se os acionamentos que utilizam o motor de indução monofásico, verifica-se que estes foram alvos de pesquisas utilizando velocidade variável a partir do final da década de 1980, tal como é apresentado em (COLLINS E.R.; PUTTGEN; SAYLE W.E., 1988). Neste trabalho, os autores obtêm variação da velocidade rotórica a partir da variação de tensão no enrolamento auxiliar, e conseqüente variação no torque eletromagnético. Ainda, na década de 1980 foram publicados trabalhos propondo melhorias na eficiência do acionamento do motor de indução monofásico, como pode ser visto em (HUANG; FUCHS; WHITE, 1988b). A melhor alocação do capacitor de partida em um motor monofásico foi proposta com o trabalho (HUANG; FUCHS; WHITE, 1988a).

No início da década de 1990 com a crescente utilização das chaves semicondutoras alguns trabalhos foram publicados utilizando inversor de três braços para a geração e conseqüente variação de tensões nos enrolamentos auxiliar e principal do motor de indução monofásico, como é o caso de (HOLMES; KOTSOPOULOS, 1993). No trabalho de (HOLMES; KOTSOPOULOS, 1993), além do acionamento em velocidade variável de uma máquina de indução monofásica, os autores desenvolvem uma técnica de modulação PWM de fácil implementação, para atuar em toda faixa da região linear do inversor modulando tensões que podem atingir 0,707 pu da tensão do barramento CC. Esta técnica é análoga a injeção da terceira harmônica para o caso de acionamentos de cargas trifásicas. Ainda na década de 1990 outros trabalhos foram publicados com o objetivo de promover a operação com velocidade variável e melhoria de eficiência em sistemas com motores de indução monofásicos, tal como em (MULJADI et al., 1993; LIU; WANG, 1994; ROCHA et al., 1997; YOUNG; LIU; LIU, 1996; RAHMAN; ZHONG, 1996; WEKHANDE et al., 1999; BENEDICT; LIPO, 2000). Os trabalhos de (MULJADI et al., 1993; LIU; WANG, 1994) apresentam métodos

para variar a capacitância do capacitor de partida em um motor de indução monofásico através de uma chave semicondutora ligada em paralelo ao próprio capacitor, e com isso melhorar o desempenho do motor monofásico. Os trabalhos (ROCHA et al., 1997; YOUNG; LIU; LIU, 1996; RAHMAN; ZHONG, 1996; WEKHANDE et al., 1999; BENEDICT; LIPO, 2000) desenvolvem estratégias de acionamento em malha aberta aplicados a motores monofásicos.

A partir do início da década de 2000 vários estudos buscam a otimização da eficiência em sistemas que utilizam o motores de indução monofásicos. Nesse sentido, alguns trabalhos têm direcionado seus interesses nos métodos de controle, sendo estes com medição da velocidade rotórica ou *sensorless*. Outras pesquisas promovem novas tecnologias de *hardwares* e *drives*, e ainda objetiva-se o investimento no desenvolvimento de estratégias de modulação.

O conceito de modulação vetorial, ou modulação *space vector* e a sua aplicação digital são bem conhecidos em sistemas trifásicos acionando cargas trifásicas (HOLMES; LIPO, 2003). Porém, quando se considera o acionamento de cargas bifásicas, principalmente bifásicas assimétricas, existem poucas publicações na literatura tratando desse assunto (CHARUMIT; KINNARES, 2009). Alguns trabalhos fazem a discussão do uso da modulação *space vector* para o acionamento de máquinas bifásicas, sendo elas simétricas e assimétricas, aplicadas a conversores de dois, três ou até quatro braços (CHARUMIT; KINNARES, 2009; JANG; YOON, 2003; JABBAR; KHAMBADKONE; YANFENG, 2004; CUI; BLAABJERG; ANDERSEN, 2002; MARTINS et al., 2006). Neste trabalho, e em (VIEIRA et al., 2010a, 2010, 2012) é proposto um método geométrico aplicado na modulação de conversores trifásicos de três braços acionando cargas bifásicas simétricas e assimétricas. A estratégia de modulação aqui proposta difere dos demais trabalhos principalmente na sua simplicidade de implementação, enquanto os resultados apresentados com o método proposto podem ser comparados aos resultados obtidos com a modulação *space vector*.

Em complemento ao desenvolvimento de estratégias de controle e modulação de conversores tem-se o desenvolvimento de *hardwares* para tais acionamentos. De acordo com (DONLON et al., 2002) já no ano de 2002, no Japão cerca de 37% das aplicações residenciais que faziam o uso de motores de indução já usavam inversores, enquanto que nos Estados Unidos apenas cerca de 1% das aplicações faziam uso do inversor para acionamento destes motores. Seguindo essa perspectiva alguns trabalhos da última década têm apresentado topologias de conversores para o acionamento de motores de baixo custo (BLAABJERG et al., 2004; BA-THUNYA et al., 2001; BLAABJERG et al., 2002; CHOMAT; LIPO, 2003; DONLON et al., 2002; RAJAEI et al., 2010; ZAHEDI; VAEZ-ZADEH, 2009; SANTOS et al., 2010). Em

(BLAABJERG et al., 2004) são apresentadas topologias de conversores visando o acionamento em velocidade variável de motores de indução monofásicos. Confirma-se neste trabalho que o acionamento em velocidade variável resulta em melhorias na eficiência dos processos.

A partir da realização da modelagem, da revisão das topologias de hardware e modulação de conversores usados no acionamento dos motores bifásicos assimétricos, pode-se realizar o desenvolvimento de estratégias de controle vetorial aplicadas para estas. O controle vetorial proporciona ao sistema alto desempenho dinâmico. Porém, a utilização do controle vetorial aumenta a complexidade de acionamento em relação ao escalar V/f , na medida que requer o conhecimento de alguns parâmetros do motor, e conhecimento da velocidade rotórica. Com isso, há diminuição da robustez deste acionamento. No acionamento em malha aberta V/f , uma razão constante de tensão/frequência é injetada ao motor pelos enrolamentos estatóricos. Isto serve para manter o fluxo magnético do motor com um nível desejado, porém, devido ao sistema estar sujeito a variações de carga pode-se ter um desempenho dinâmico insatisfatório.

Embora o controle vetorial esteja bem sedimentado para o caso de máquinas de indução trifásicas, quando se trata de máquinas assimétricas algumas restrições devem ser consideradas. Nesta máquina, as transformações de referencial não são realizadas de maneira direta e com invariância de parâmetros como acontece com as máquinas simétricas. O estudo que pode ser considerado pioneiro na utilização de controle vetorial em máquinas assimétricas é apresentado em (CORRÊA, 1997; CORRÊA et al., 2000). Os autores deste artigo propõem a utilização de um termo de compensação das assimetrias dos enrolamentos principal e auxiliar da máquina, e com isso é possível a utilização de estratégias de controle vetorial convencionais em máquinas de indução assimétricas. Nesta tese, assume-se que tensões e correntes estatóricas desequilibradas possam ser impostas de forma a compensar a assimetria da máquina, onde o termo que define a relação entre as amplitudes das tensões e correntes é definido pelos valores das indutâncias mútuas dos enrolamentos principal e auxiliar da máquina. Na sequência dos estudos, em (CORRÊA et al., 2004) os autores apresentam estratégias de controle vetorial DFOC e IFOC aplicadas à máquinas assimétricas com medição da velocidade rotórica. No mesmo estudo faz-se a utilização de um termo de compensação para operação com a máquina assimétrica. A partir destas publicações vários pesquisadores têm apresentado estratégias de controle vetorial aplicadas às máquinas de indução monofásicas, tal como em (POPESCU; IONEL; DORRELL, 2001; CECATI et al., 2006; VAEZ-ZADEH; HAROONI, 2005), onde as considerações apresentadas por (CORRÊA et al., 2000) são usadas e um modelo compensado para controle

vetorial é desenvolvido. Por outro lado alguns pesquisadores têm desenvolvido técnicas de controle DTC aplicadas a máquinas monofásicas com o objetivo de melhorar o comportamento dinâmico de sistemas empregando motores monofásicos, como apresentado em (NEVES et al., 2002; CAMPOS et al., 2007).

1.3.3 Métodos de identificação de parâmetros de motores de indução monofásicos

A variação paramétrica motivou o desenvolvimento de muitos trabalhos que fazem a obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução, principalmente as máquinas de indução trifásicas, tal como pode ser verificado em (KOU BAA, 2004; RIBEIRO; JACOBINA; LIMA, 1995; VELEZ-REYES; MINAMI; VERGHESE, 1989; AZZOLIN et al., 2007; TOLIYAT; LEVI; RAINA, 2003). Quando se trata de motores de indução monofásicos, os primeiros artigos apresentados na literatura tratam de métodos de determinação dos parâmetros baseados em ensaios clássicos e realizados quando a máquina não está operando.

No trabalho (OJO; OMOZUSI, 2001) é apresentado um método baseado nos ensaios clássicos aplicados a máquinas de indução trifásicas, a partir de ensaios a vazio e com rotor bloqueado. Recentemente, (MYERS; BODSON; KHAN, 2011) apresentou um método de identificação de parâmetros baseado na resposta em frequência de funções dependentes do modelo de espaço de estados. Tal algoritmo apresentou bom desempenho na determinação dos parâmetros do motor de indução monofásico.

Os trabalhos (VIEIRA et al., 2010a, 2012; VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009a) investem na identificação dos parâmetros de motores de indução monofásicos a partir de um algoritmo RLS. Resultados experimentais são apresentados validando a metodologia proposta. Como desvantagem, o método a partir do algoritmo RLS apresenta a necessidade de filtros para a obtenção das derivadas das correntes estatóricas. Em (AZZOLIN et al., 2010a, 2010b) é apresentado um método que usa um algoritmo RMRAC para identificação dos parâmetros do motor de indução monofásico. Tal método não necessita de filtros no cálculo das derivadas das correntes e tensões estatóricas, no entanto, apresenta uma complexidade maior em relação ao algoritmo RLS. Ambos os esquemas apresentam bom desempenho na obtenção dos parâmetros elétricos do motor monofásico.

1.3.4 Observadores de estados aplicados a máquinas de indução

De acordo com (HOLTZ, 2002), acionamentos com controle de velocidade *sensorless* apresentam vantagens quando se trata de redução da complexidade de hardware, menor custo, tamanho reduzido do sistema de acionamento do motor de indução, além da eliminação do cabo do sensor, melhor imunidade a ruídos, e menor manutenção ao sistema. Como desvantagem, algumas técnicas de estimação de velocidade apresentam dependência paramétrica, e são suscetíveis a variações destes parâmetros. Além disso, algumas técnicas *sensorless* exigem a solução de cálculos numéricos, que necessitam de processadores de alto desempenho para a resolução dos mesmos.

Basicamente, pode-se classificar os métodos de estimação da velocidade rotórica de máquinas de indução em dois grupos: (i) os métodos baseados na injeção de sinais (harmônicos), e, (ii) os métodos baseados no modelo da máquina (HOLTZ, 2005). Os métodos baseados na injeção de sinais operam de forma adequada em todas as faixas de velocidade, incluindo velocidades nulas, porém, necessitam de um complexo sistema de hardware para implementação. Já os métodos baseados no modelo da máquina podem ser implementados a partir de medições de correntes e tensões, porém apresentam a desvantagem de quando a velocidade rotórica se aproxima de zero, pode-se tornar não-observável e o sistema instável.

Dentre os métodos dependentes do modelo da máquina o mais simples usa a equação da tensão estatórica, da forma,

$$V_s = R_s i_s + \frac{d\phi_s}{dt} \quad (1.1)$$

De onde é possível escrever,

$$\phi_s = \int_0^t (V_s - R_s i_s) dt \quad (1.2)$$

O fluxo estatórico ϕ_s é uma função dependente da velocidade e da frequência. Logo, seria possível a partir de algumas relações matemáticas a obtenção da velocidade rotórica, porém em implementações práticas os sinais usados em (1.2) estão sujeitos a presença de ruídos e *offset*, além da quantização de variáveis em aplicações digitais, degradando a qualidade da estimativa. Na literatura, são apresentados métodos que usam filtros passa-baixas no lugar do integrador em (1.2), no entanto, esta troca inviabiliza o controle em baixas velocidades.

Outro método amplamente difundido na literatura é o MRAS. Este método faz o uso da redundância de dois modelos da máquina com diferentes estruturas para estimar uma mesma variável de estado, sendo que um dos modelos é dependente da velocidade rotórica enquanto o outro não. O método MRAS para estimação da velocidade rotórica foi apresentado em (SCHAUDER, 1992) e (PENG; FUKAO, 1994). O método proposto por Schauder (1992) tem como modelo equações dos fluxos da máquina, enquanto o método proposto por (PENG; FUKAO, 1994) os modelos são construídos a partir das equações da força contra-eletromotriz e potência reativa da máquina. Trabalhos recentes ainda vêm apresentando resultados com estimadores MRAS aplicados a máquinas de indução trifásicas como pode ser verificado em (ORLOWSKA-KOWALSKA; DYBKOWSKI, 2010; CARDENAS et al., 2008; RASHED; STRONACH, 2004; CIRRINCIONE; PUCCI, 2005; GASTALDINI et al., 2011). Tais métodos incorporam características de robustez e melhorias de desempenho aos esquemas originalmente propostos por (SCHAUDER, 1992) e (PENG; FUKAO, 1994).

Os métodos de estimação da velocidade rotórica baseados em observadores de Luenberger e Filtro Kalman também são amplamente utilizados na literatura. O Filtro de Kalman Estendido (EKF - *Extended Kalman Filter*) pode usar o modelo completo da máquina possibilitando a estimação de estados como correntes rotóricas ou fluxos rotóricos além da velocidade rotórica. Em (KIM; SUL; PARK, 1994) os autores utilizam o EKF para identificar a velocidade rotórica e os fluxos rotóricos baseados na medição das correntes estáticas e do barramento CC. Já em (BARUT; BOGOSYAN; GOKASAN, 2007) o EKF é desenvolvido com o intuito de minimizar o erro de estimação em transitórios e regime permanente. Neste trabalho o torque da carga é estimado simultaneamente a velocidade rotórica para minimizar os problemas associados a não-observabilidade que ocorre em baixas velocidades. De acordo com (AKIN et al., 2006) os principais problemas relacionados ao EKF estão na complexidade das equações (cálculo das matrizes Jacobianas), instabilidade devido a linearização e erros de parâmetros, erros devido as escolhas dos ganhos das matrizes de covariância. Estimadores que combinam MRAS com EKF com adaptações também são encontrados na literatura.

Além dos métodos previamente citados para controle e estimação de estados de máquinas de indução, na literatura diversos autores descrevem técnicas de estimação por modos deslizantes. Uma das primeiras aplicações de métodos por modos deslizantes em máquinas elétricas é reportada em (SABANOVIC; IZOSIMOV, 1981), da forma que os autores descrevem métodos de controle de posição, velocidade e torque. Posteriormente a publicação do trabalho de (SABANOVIC; IZOSIMOV, 1981) inúmeros métodos por modos

deslizantes foram apresentados na literatura, tal como em (YAN; UTKIN, 2002; LASCU; BOLDEA; BLAABJERG, 2005; COMANESCU; XU, 2005; TRAORE et al., 2008; ORLOWSKA-KOWALSKA; DYBKOWSKI; SZABAT, 2010; ZAKY et al., 2010; GADOUE; GIAOURIS; FINCH, 2010; YAN; JIN; UTKIN, 2000; RAO; BUSS; UTKIN, 2009; UTKIN, 1993; GHANES; ZHENG, 2009; LASCU; BOLDEA; BLAABJERG, 2009; DERDIYOK et al., 2001; CHI; ZHANG; XU, 2009; COMANESCU, 2009).

A partir dos trabalhos com temas análogos a esta tese, verifica-se que em (DERDIYOK et al., 2001) é proposto um algoritmo para estimação da velocidade rotórica e da constante de tempo rotórica para motores de indução. Tal método é realizado sem a necessidade da informação do fluxo rotórico. Ainda, no trabalho de (DERDIYOK et al., 2001) é apresentada a análise de estabilidade usando técnicas de Lyapunov. Já nos trabalhos (DERDIYOK, 2003, 2005) um método de observação da velocidade rotórica baseado na estimação das correntes estatóricas e fluxos rotóricos. A partir destas estimativas um algoritmo é desenvolvido para calcular a resistência rotórica e a velocidade rotórica do motor de indução. Já em (YAN; JIN; UTKIN, 2000) os autores apresentam um observador em tempo contínuo do fluxo rotórico e da velocidade rotórica, sendo que as superfícies de deslizamento são definidas pelo erro de estimação das correntes estatóricas e fluxos rotóricos observados. No entanto, em todos os trabalhos citados, os métodos desenvolvidos bem como as análises de estabilidade são apresentados em tempo contínuo, e dessa forma na implementação digital a metodologia de projeto não pode ser diretamente aplicada. Quando se faz a implementação de tais algoritmos em processadores digitais, o período de amostragem do mesmo pode causar efeitos que levam o sistema a instabilidade, além de causar *chattering*, tal como reportado em (JUNG; TZOU, 1996).

Quando se trata de métodos de controle *sensorless* aplicados a motores de indução monofásicos, verificam-se trabalhos como apresentado em (CORRÊA et al., 2005a, 2005b; VAEZ-ZADEH; REICY, 2005; JEMLI; AZZA; GOSSA, 2009; JEMLI et al., 2009; VAEZ-ZADEH; PAYMAN, 2003; VIEIRA; GRÜNDLING, 2008, 2009; VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009b).

Jemli et al. (2009) propõem um controle indireto pelo fluxo estatórico, aliado a um estimador de velocidade baseado no erro das correntes e controlador de velocidade do tipo PI (proporcional + integral). O trabalho apresenta resultados experimentais, e o controlador proposto tem um bom desempenho, porém o estimador de velocidade apresenta dificuldades de estimação em baixa velocidade.

Outros trabalhos recentes têm proposto métodos de otimização da eficiência energética e controladores aplicados a motores monofásicos como pode ser verificado em (AMIN

et al., 2009) e (GUERREIRO; FOITO; CORDEIRO, 2010). Em (AMIN et al., 2009) os autores propõem um esquema de controle de velocidade baseado no algoritmo PSO (*particle swarn optimization*) sendo que a máxima eficiência energética é obtida pelo cálculo do fluxo rotórico ótimo para cada ponto de operação. Já em (GUERREIRO; FOITO; CORDEIRO, 2010) os autores apresentam um método de controle usando um algoritmo de inversão diametral (“*diametrical inversion*”). Neste algoritmo a lei de controle de inversão diametral que rotaciona o vetor de tensão estatórica é resultado da alteração no sinal da função de chaveamento (neste caso, o erro de velocidade) de uma função por modos deslizantes.

1.3.5 Técnicas por modos deslizantes em tempo discreto

A caracterização das técnicas por modos deslizantes em tempo discreto com a inclusão da análise de estabilidade foi iniciada na década de 1960 com o trabalho de (BAKAKIN; TARAN, 1967, (in Russian) apud SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004), e após um período sem publicações voltou a ser alvo de estudos na década de 1980 com os trabalhos iniciados por (DOTE; HOFT, 1980) e (MILOSAVLJEVIC, 1985). Inicialmente (DOTE; HOFT, 1980) propuseram a extensão do caso contínuo para verificação da existência de um hiperplano de deslizamento. Já (MILOSAVLJEVIC, 1985) sugeriu o conceito de “*quasi-sliding mode*” e verificou que as condições estabelecidas por Dote e Hoft (1980) não eram suficientes para a existência de um hiperplano de deslizamento. A análise e caracterização das estratégias de controle por modos deslizantes ainda foi desenvolvida nos trabalhos de (SARPTURK; ISTEфанOPULOS; KAYNAK, 1987; FURUTA, 1990; GAO; WANG; HOMAIFA, 1995).

Somado aos estudos mencionados anteriormente, o desenvolvimento de processadores de alto desempenho verificado nos últimos anos vem possibilitando a aplicação de técnicas projetadas em tempo discreto de forma rápida e simples. Com isso, contribuições relevantes têm sido reportadas na literatura com respeito a métodos de controle por modos deslizantes em tempo discreto, tal como em (BARTOSZEWICZ, 1998; GAO; WANG; HOMAIFA, 1995; VELUVOLU; SOH, 2009; SARPTURK; ISTEфанOPULOS; KAYNAK, 1987; VESELIC; PERUNICIC-DRAZENOVIC; MILOSAVLJEVIC, 2010; MILOSAVLJEVIC, 1985).

Em (BARTOSZEWICZ, 1998) uma nova definição de “*quasi-sliding mode*”, ou modos deslizantes discreto é apresentada, ainda, uma superfície de deslizamento não-estacionária é proposta com a adição de uma ação integral. O resultado obtido com o trabalho permite que a ação de controle tenha menores valores máximos, e conseqüentemente deve-se reduzir a banda de chaveamento na superfície de deslizamento.

1.4 Contribuições do trabalho

As principais contribuições obtidas com a realização deste trabalho de tese podem ser:

- Desenvolvimento de dois métodos para determinação dos parâmetros elétricos de máquinas de indução bifásicas assimétricas, o primeiro adaptado a partir dos métodos de ensaios clássicos aplicados a máquinas trifásicas, e o segundo, uma proposta de metodologia para ensaio do motor a partir do uso de um algoritmo RLS;
- Obtenção de um modelo para aplicação do controle vetorial considerando as assimetrias da máquina de indução bifásica assimétrica;
- Desenvolvimento de um estimador MRAS baseado no cálculo da potência reativa do motor aplicado a motores de indução bifásicos assimétricos;
- Análise e desenvolvimento de observadores da velocidade rotórica em tempo contínuo e tempo discreto aplicados a máquinas de indução trifásicas e máquinas de indução bifásicas assimétricas. Tais observadores incluem as provas de estabilidade e convergência;
- Desenvolvimento de uma técnica de modulação aplicada a conversores de três braços destinados ao acionamento de cargas bifásicas simétricas e assimétricas.

1.5 Organização da tese

O trabalho está organizado conforme a seguinte descrição:

O capítulo 1 trata da introdução do trabalho. A apresentação do problema é realizada, bem como uma revisão da literatura.

No capítulo 2 é apresentado um esquema baseado na abordagem clássica para estimação dos parâmetros elétricos de um motor de indução monofásico, e também neste capítulo é ilustrado um método desenvolvido para identificação dos parâmetros elétricos a partir do uso de um algoritmo RLS.

O capítulo 3 mostra o desenvolvimento de um modelo para aplicação do controle vetorial a máquinas de indução bifásicas assimétricas. São apresentadas as restrições e vantagens da técnica, bem como são mostrados resultados de simulação que demonstram o desempenho do método.

O projeto do estimador de velocidade MRAS é apresentado no capítulo 4. Neste capí-

tulo além do projeto desse estimador, são apresentadas as equações para implementação do mesmo, e são mostrados resultados de simulação da técnica.

O capítulo 5 trata do desenvolvimento de observadores da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo contínuo. Uma nova técnica baseada na estimação das correntes estatóricas é desenvolvida para observação da velocidade rotórica de máquinas bifásicas assimétricas, e ainda, uma técnica baseada no cálculo e estimação das correntes magnetizantes é apresentada. Por fim, neste capítulo é mostrado um método para observação da velocidade rotórica e dos fluxos rotóricos de máquinas de indução trifásicas. As provas de estabilidade de todos os algoritmos desenvolvidos são apresentadas.

O desenvolvimento de técnicas de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto é realizado no capítulo 6. São apresentados os algoritmos análogos aos desenvolvidos no capítulo 5, porém a análise é realizada considerando tempo discreto. O capítulo 6 mostra que as provas de estabilidade desenvolvidas em tempo contínuo não podem ser diretamente estendidas a sistemas em tempo discreto, com isto os limites de estabilidade dos algoritmos propostos são apresentados. Além disso, técnicas que visam a redução do *chattering* são apresentadas para o uso em conjunto com os observadores desenvolvidos. Resultados de simulação são usados para validação teórica dos algoritmos desenvolvidos.

O capítulo 7 apresenta uma técnica de modulação proposta neste trabalho, além disso, resultados experimentais dos sistemas de estimação e controle de velocidade são apresentados. Corrobora-se a partir de experimentos práticos a análise teórica dos métodos desenvolvidos na tese. No capítulo 8 são apresentadas as conclusões do trabalho desenvolvido, bem como sugestões de trabalhos futuros.

Os apêndices A, B, C e D apresentam a modelagem matemática do motor de indução monofásico, o controle de velocidade aplicado ao motor de indução monofásico através de um controlador PI e um controlador RMRAC, o projeto dos controladores de corrente, e a descrição do ambiente de implementação dos sistemas de controle, respectivamente.

2 *MODELO E IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DO MOTOR DE INDUÇÃO ASSIMÉTRICO*

2.1 Considerações iniciais

O conceito de funcionamento das máquinas de indução foi desenvolvido pelo engenheiro iugoslavo Nicola Tesla em 1881, sendo implementado no ano seguinte em 1882. A primeira aplicação em grande escala da máquina polifásica de Tesla foi completada em 1895, em Niagara Falls (MCPHERSON; LARAMORE, 1990). O grande número de unidades de máquinas de indução em operação atualmente é resultado destas apresentarem vantagens frente a outras máquinas elétricas como: eliminação de todos os contatos deslizantes, construção bastante simples, processo de fabricação dominado pela indústria (LEONHARD, 1997).

Este capítulo apresenta métodos para obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução bifásicas assimétricas. A obtenção do modelo matemático do motor de indução monofásico é mostrada detalhada no apêndice A. Assim, este capítulo tem o intuito de mostrar dois métodos de obtenção dos parâmetros elétricos do motor monofásico. O primeiro método faz a determinação dos parâmetros a partir de ensaios clássicos, já o segundo método propõe a identificação de parâmetros utilizando um algoritmo RLS.

2.2 Modelo matemático do motor de indução bifásico assimétrico

O motor de indução monofásico sem capacitor permanente pode ser visto como uma máquina de indução bifásica assimétrica, tal como o circuito equivalente apresentado

na Figura 4. Nesta figura o índice “ q ” representa o enrolamento principal, enquanto o enrolamento auxiliar é representado pelo índice “ d ”.

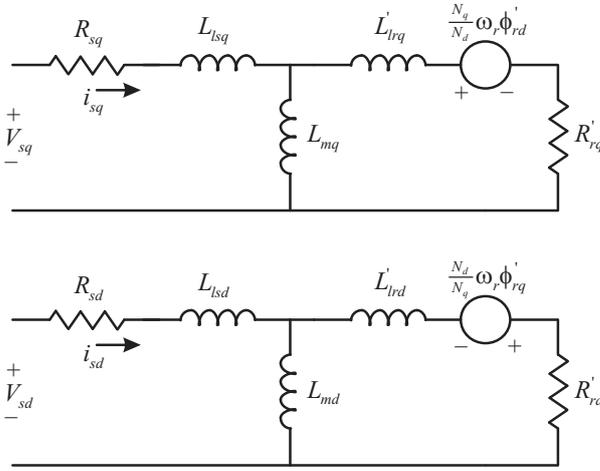


Figura 4: Circuito equivalente de uma máquina de indução bifásica assimétrica.

A partir do circuito equivalente da máquina de indução bifásica assimétrica é possível se obter as equações de estado que descrevem o comportamento dinâmico dessa máquina. A equação (2.1) apresenta o modelo que tem como estados as correntes estatóricas e as correntes rotóricas, enquanto a equação do torque eletromagnético é dada em (2.2).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sq}L_{rq}}{a1} & -p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{mq}L_{md}}{L_{rd}R_{sd}} & \frac{R_{rq}L_{mq}}{a1} & -p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{rd}L_{mq}}{R_{rd}L_{md}} \\ p\omega_r n \frac{L_{md}L_{mq}}{L_{mq}R_{sq}} & -\frac{a2}{L_{rd}R_{sd}} & p\omega_r n \frac{L_{rq}L_{md}}{L_{rq}L_{md}} & \frac{a1}{R_{rd}L_{md}} \\ \frac{L_{mq}R_{sq}}{a1} & p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{sq}L_{md}}{L_{md}R_{sd}} & -\frac{a2}{L_{sq}R_{rq}} & \frac{a2}{L_{sq}L_{rd}} \\ -p\omega_r n \frac{L_{sd}L_{mq}}{a2} & \frac{a1}{L_{md}R_{sd}} & -\frac{a1}{L_{sd}L_{rq}} & p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{sq}L_{rd}}{L_{sd}R_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_{rq}}{a1} & 0 \\ 0 & \frac{L_{rd}}{a2} \\ -\frac{L_{mq}}{a1} & 0 \\ 0 & -\frac{L_{md}}{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$T_e = p(L_{mq}i_{sq}i_{rd} - L_{md}i_{sd}i_{rq}) \quad (2.2)$$

onde p representa o número de pares de pólos e n é a relação entre o número de espiras do enrolamento auxiliar e principal, $n = \frac{N_d}{N_q}$.

A partir do modelo apresentado em (2.1) pode-se definir algoritmos para determinação

dos parâmetros elétricos da máquina bifásica assimétrica como segue.

2.3 Ensaios de obtenção dos parâmetros elétricos

No desenvolvimento de estratégias de controle e observação de estados aplicadas a máquinas elétricas é de fundamental importância o conhecimento do modelo da máquina, e conseqüentemente dos parâmetros da mesma. Entre os métodos mais difundidos em laboratórios de pesquisas está o “método clássico”, o qual é baseado em ensaios a vazio e em curto-circuito para obtenção dos parâmetros elétricos da máquina de indução. Método que pode ser considerado análogo ao ensaio de obtenção dos parâmetros elétricos de transformadores. Além disso, é de conhecimento da comunidade científica que os parâmetros das máquinas variam com temperatura, saturação e frequência (TOLIYAT; LEVI; RAINA, 2003). Com isso, diversos pesquisadores têm investigado técnicas de identificação online de parâmetros. Estes ensaios são baseados no uso de algoritmos tais como o RLS, MRAC, algoritmos Genéticos entre outros. Além disso, a identificação de parâmetros em máquinas bifásicas assimétricas tem sido tema de pesquisas recentes como apresentado em (MYERS; BODSON; KHAN, 2011; HRABOVCOVA et al., 2010; VIEIRA et al., 2010a; AZZOLIN et al., 2010b; VIEIRA et al., 2012). Para resolver esse problema, neste trabalho são propostos dois métodos de determinação dos parâmetros elétricos: o primeiro adaptado a partir da abordagem clássica tradicional usado em sistemas trifásicos, e o segundo baseado na utilização de um algoritmo RLS.

2.3.1 Ensaio para determinação de parâmetros do motor monofásico: abordagem clássica

O ensaio de determinação de parâmetros elétricos baseado na abordagem clássica para máquinas de indução trifásicas é bem conhecido nos meios acadêmicos e pela indústria. Este método pode ser resumido basicamente em três etapas para obtenção dos parâmetros elétricos de uma máquina de indução trifásica, enumeradas como:

- i.* Ensaio CC para obtenção do valor da resistência estatórica;
- ii.* Ensaio a vazio;
- iii.* Ensaio com rotor bloqueado;

Quando se trata de máquina de indução bifásica assimétrica, ou máquina de indução monofásica, alguns trabalhos propõem métodos tal como é apresentado em (OJO;

OMOZUSI, 2001; JIMOH; OMOZUSI; OJO, 1999). Em (VIEIRA, 2008) foi apresentado um método para determinação de parâmetros de máquinas de indução monofásicas baseado na abordagem clássica usada na obtenção de parâmetros de máquinas de indução trifásicas. Nesta seção, esse método é novamente validado, e além disso, no ensaio a vazio acopla-se mecanicamente outra máquina para se fazer o acionamento na velocidade síncrona.

O método de obtenção de parâmetros aqui descrito pode ser dividido em etapas análogas ao método clássico utilizado na determinação dos parâmetros elétricos de máquinas trifásicas. Por conseguinte, tem-se as seguintes etapas:

i. Ensaio CC: Nesta etapa com a utilização de uma fonte de tensão CC regulada aplica-se uma tensão (V_{cc}) em um dos enrolamentos e mede-se a corrente drenada (I_{cc}) no mesmo enrolamento. Quando a corrente atinge o valor nominal identificado na placa do motor gravam-se os valores medidos, de tensão e corrente. Neste caso, a corrente drenada da fonte de tensão CC circula por apenas um enrolamento, logo, para se obter o valor da resistência desse enrolamento faz-se o uso da Lei de Ohm. Assim o valor da resistência do enrolamento é dada pela equação (2.3). Realizada essa etapa em um dos enrolamentos, faz-se ensaio idêntico no outro enrolamento.

$$R_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.3)$$

Para validação do método apresentado nesta seção, um motor comercial de um compressor de condicionador de ar é usado. Os valores obtidos para as resistências dos enrolamentos principal e auxiliar são: $R_{sq} = 3,95 \Omega$ e $R_{sd} = 11,95 \Omega$, respectivamente.

ii. Ensaio a vazio: Quando realizado em máquinas trifásicas usualmente desconsidera-se o ramo referente ao rotor, no circuito equivalente do mesmo. Esta consideração pode ser realizada devido a baixa potência do ramo rotórico a vazio. Para o caso da máquina monofásica, essa aproximação pode ser considerada errônea desde que a potência no rotor tem parcela considerável em relação a potência total, mesmo a vazio. Desta forma, na realização do ensaio a vazio, para garantir escorregamento zero, conecta-se o eixo da máquina a ser ensaiada a outro motor que será acionado na velocidade síncrona através de um conversor estático. Com isso, aplica-se a tensão nominal no enrolamento a ser ensaiado (principal ou auxiliar) enquanto o eixo está girando a velocidade síncrona. Se o rotor é acionado por um mecanismo externo, a potência dissipada no mesmo pode ser considerada nula, assim, desconsidera-se a parte referente ao rotor no circuito equivalente. Logo, a Figura 4 que representa o circuito equivalente por fase pode ser redesenhada conforme a Figura 5.

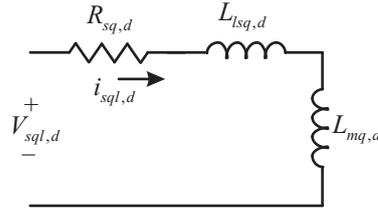


Figura 5: Circuito equivalente na operação a vazio.

onde $V_{s_{ql},d}$ e $i_{s_{ql},d}$ são as tensões e correntes de acionamento em malha aberta, para ambos os enrolamentos.

Alimentando cada um dos enrolamento de forma separada, isto é, considerando que eles sejam independentes entre si, pode-se calcular o valor numérico da reatância equivalente de cada enrolamento, pela equação

$$jX_{l_{s_{q},d}} + jX_{m_{q},d} = \sqrt{\left(\frac{V_{s_{ql},d}}{I_{s_{ql},d}}\right)^2 - R_{s_{q},d}^2} \quad (2.4)$$

Ainda, assumindo que os valores das potências ativa e aparente são medidos, tem-se,

$$Z_{eq,d} = \frac{V_{s_{ql},d} |0|}{I_{s_{ql},d} \left[-a \cos\left(\frac{P_{ativa}}{P_{apar}}\right) \right]} \quad (2.5)$$

$$jX_{l_{s_{q},d}} + jX_{m_{q},d} = |Z_{eq,d}| \operatorname{sen}\left(\cos^{-1}\left(\frac{P_{ativa}}{P_{apar}}\right)\right)$$

onde $Z_{eq,d}$ é a impedância equivalente do circuito da Figura 5, tanto quando considera-se o enrolamento principal, como quando se considera medições no enrolamento auxiliar, P_{ativa} e P_{apar} são as potências ativas e aparentes medidas durante os ensaios, e, $X_{l_{s_{q},d}}$ e $X_{m_{q},d}$ são as reatâncias equivalentes para este circuito.

Na realização do ensaio de obtenção de parâmetros foi utilizado um motor monofásico de um compressor hermético comercial, usado em um equipamento condicionador de ar. Para a realização dos ensaios retirou-se o motor do ambiente hermético do compressor. No acionamento do enrolamento principal têm-se as medidas apresentadas na Tabela 1, enquanto que no acionamento do enrolamento auxiliar têm-se as medidas apresentadas na Tabela 2.

A partir do ensaio a vazio, tem-se a soma da reatância de mútua e reatância estatórica do enrolamento principal a partir das equações (2.4) e (2.5), sendo igual a,

Tabela 1: Valores medidos no ensaio a vazio alimentando o SPIM pelo enrolamento principal

Alimentação pelo Enrolamento Principal - Ensaio a Vazio				
$V_{princ}(V)$	$A_{princ}(A)$	$P_{ativa}(W)$	$P_{reat}(VAr)$	$P_{apar}(VA)$
203	2,34	57	472	476

Tabela 2: Valores medidos no ensaio a vazio alimentando o SPIM pelo enrolamento auxiliar

Alimentação pelo Enrolamento Auxiliar - Ensaio a Vazio				
$V_{aux}(V)$	$A_{aux}(A)$	$P_{ativa}(W)$	$P_{reat}(VAr)$	$P_{apar}(VA)$
178,8	1,175	30	209	212

$$jX_{mq} + jX_{sq} = j86,395 \Omega \quad (2.6)$$

Por outro lado, para o enrolamento auxiliar o valor da soma da reatância mútua e estatórica é igual a,

$$jX_{md} + jX_{sd} = j151,7 \Omega \quad (2.7)$$

iii. Ensaio com rotor bloqueado. O terceiro ensaio considerado para a obtenção dos parâmetros elétricos da máquina de indução bifásica assimétrica, é o ensaio com rotor bloqueado. Neste ensaio bloqueia-se o eixo do motor evitando seu movimento e alimenta-se o motor a partir de seus enrolamentos, um de cada vez, aumentando a tensão da fonte de alimentação CA gradativamente até que se atinja o valor da corrente nominal do motor. O circuito que representa os enrolamentos neste ensaio é mostrado na Figura 6.

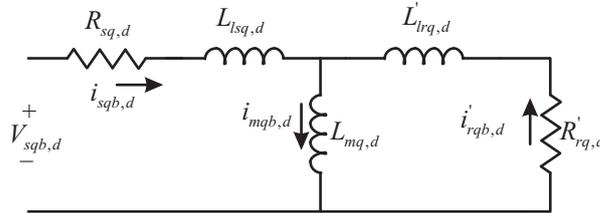


Figura 6: Circuito equivalente na operação com rotor bloqueado.

onde $V_{sqb,d}$ e $i_{sqb,d}$ são as tensões e correntes no ensaio com rotor bloqueado.

A partir da Figura 6, tem-se as seguintes equações de malha,

$$V_{sqb,d} = i_{sqb,d}R_{sq,d} + jX_{lsq,d}i_{sqb,d} + jX_{mq,d}(i_{sqb,d} - i'_{rqb,d}) \quad (2.8)$$

$$V_{sqb,d} = i_{sqb,d}R_{sq,d} + jX_{lsq,d}i_{sqb,d} + R'_{rq,d}i'_{rqb,d} + jX'_{lrq,d}i'_{rqb,d} \quad (2.9)$$

onde $X'_{lrq,d}$ é a reatância rotórica equivalente para ambos os enrolamentos, de forma que o sub-índice “ q ” representa o enrolamento principal enquanto o sub-índice “ d ” representa o enrolamento auxiliar.

Isolando (2.8) em termos da corrente i'_{rqb} , vem,

$$i'_{rqb,d} = -\frac{V_{sqb,d}}{jX_{mq,d}} + \frac{i_{sqb,d}R_{sq,d}}{jX_{mq,d}} + \frac{(jX_{lsq,d} + jX_{mq,d})i_{sqb,d}}{jX_{mq,d}} \quad (2.10)$$

Substituindo (2.10) em (2.9) e isolando em termos de R'_{rq} e jX'_{rq} , então a impedância equivalente do rotor é dada por

$$(R'_{rq,d} + jX'_{lrq,d}) = \frac{jX_{mq,d}V_{sqb,d} - jX_{mq,d}i_{sqb,d}R_{sq,d} - jX_{mq,d}jX_{lsq,d}i_{sqb,d}}{(-V_{sqb,d} + i_{sqb,d}R_{sq,d} + (jX_{lsq,d} + jX_{mq,d})i_{sqb,d})} \quad (2.11)$$

Os valores medidos no ensaio com rotor bloqueado alimentando a máquina de indução monofásica pelo enrolamento principal são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3: Medições do ensaio com rotor bloqueado - enrolamento principal

Alimentação feita pelo Enrolamento Principal - Rotor Bloqueado				
$V_{princ}(V)$	$A_{princ}(A)$	$P_{ativa}(W)$	$P_{reat}(VAr)$	$P_{apar}(VA)$
55,8	4,057	140	181	228

As medições do enrolamento auxiliar com o rotor bloqueado são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4: Medições do ensaio com rotor bloqueado - enrolamento auxiliar

Alimentação feita pelo Enrolamento Auxiliar - Rotor Bloqueado				
$V_{princ}(V)$	$A_{princ}(A)$	$P_{ativa}(W)$	$P_{reat}(VAr)$	$P_{apar}(VA)$
76,3	3,06	185	143	233

Da realização do ensaio a vazio realizado no enrolamento principal tem-se que a soma da reatância mútua e da reatância estatórica é $jX_{mq} + jX_{sq} = j86,395\Omega$. Variando o valor de jX_{mq} de 1 a $86,395\Omega$, pode-se resolver numericamente a equação (2.11). A solução deste cálculo é dado na Tabela 5.

Tabela 5: Solução da Equação (2.11) - enrolamento principal

Alimentação feita pelo Enrolamento Principal - Rotor Bloqueado		
$X_{mq}(\Omega)$	$X_{lsq}(\Omega)$	$R'_{rq} + jX'_{lrq}(\Omega)$
6	80,395	0,028261 - j5,5251
30	56,395	0,70654 - j18,128
54	32,395	2,2892 - j15,534
72	14,395	4,0696 - j3,6156
84	2,395	5,5392 + j9,0787

De acordo com (KOSOW, 2000) o motor de indução monofásico é de classe A ou B, devido à construção do rotor. Neste caso considera-se que a reatância rotórica equivalente e a estatórica são iguais. Logo, os valores para jX_{lsq} , jX_{mq} , jX'_{lrq} e R'_{rq} podem ser determinados para atender a condição em que $jX_{lsq} = jX'_{lrq}$. Neste caso o valor de jX_{lsq} está entre $j14,395$ e $j2,395$, e o valor de jX_{md} está entre $j72$ e $j84$. Desenvolvendo-se um algoritmo para a solução numérica com 1000 passos para variar os valores de jX_{sq} e jX_{mq} entre os valores desejados, para se encontrar a condição de igualdade referida anteriormente, tem-se

$$jX_{mq} = 81,0010 \Omega$$

$$jX_{lsq} = j5,3940 \Omega$$

$$jX'_{lrq} = j5,5489 \Omega, \text{ e}$$

$$R'_{rq} = 5,1506 \Omega$$

O ensaio foi realizado com tensão na frequência de 60 Hz, de onde,

$$jX = 2\pi fL \tag{2.12}$$

Logo

$$L = \frac{X}{2\pi f} \tag{2.13}$$

Substituindo os valores das reatâncias na equação (2.13), vem

$$L_{mq} = 214,9 \text{ mH}$$

$$L_{lsq} = 14,3 \text{ mH}$$

$$L_{lrq} = 14,7 \text{ mH}$$

$$R_{rq} = 5,1506 \Omega$$

Do ensaio a vazio realizado no enrolamento auxiliar tem-se que a soma de $jX_{sd} + jX_{md} = j151,7003\Omega$ e com isso pode-se variar os valores de jX_{lsd} e jX_{md} de 1 a $j151,7003\Omega$ de forma a encontrar qual a faixa de valores satisfaz a igualdade das reatâncias $jX_{lsd} = jX_{lrd}$, a partir do cálculo de (2.11). Então, a Tabela 6 mostra o cálculo numérico da equação (2.11) para variações de valores de jX_{md} e jX_{lsd} .

Tabela 6: Solução da Equação (2.11) - enrolamento auxiliar

Alimentação feita pelo Enrolamento Auxiliar - Rotor Bloqueado		
$X_{mq}(\Omega)$	$X_{lsq}(\Omega)$	$R'_{rq} + jX'_{lrq}(\Omega)$
10	141,17	0,042283 - 9,2672
40	111,17	0,67652 - j28,275
90	61,17	3,4249 - j30,644
130	21,17	7,1457 - j6,1577
150	1,1696	9,5136 + j14,879

De maneira análoga ao cálculo desenvolvido para o enrolamento principal, os cálculos dos valores para jX_{lsd} , jX_{md} , jX'_{lrd} e R'_{rd} podem ser determinados para atender a condição em que $jX_{lsd} = jX'_{lrd}$. Para atender esta condição o valor de jX_{lsd} está entre $j21,17\Omega$ e $j1,1696\Omega$, e o valor de jX_{mq} está entre $j130\Omega$ e $j150\Omega$. Desenvolvendo um algoritmo para a solução numérica com 1000 passos para variar os valores de jX_{lsd} e jX_{md} entre os valores desejados, tem-se

$$jX_{lsd} = j7,1696 \Omega$$

$$jX_{md} = j144 \Omega$$

$$jX_{lrd} = j6,8491 \Omega$$

$$R_{rd} = 8,6463 \Omega$$

Considerando que o ensaio foi realizado com tensão de alimentação de 60 Hz, resulta $jX = 2\pi fL$, e portanto

$$L_{lsd} = 19,0 \text{ mH}$$

$$L_{md} = 382,0 \text{ mH}$$

$$L'_{lrd} = 18,2 \text{ mH}$$

$$R'_{rd} = 8,6463 \Omega$$

Com a metodologia descrita para o ensaio de obtenção de parâmetros são determinados os valores apresentados na Tabela 7.

Tabela 7: Parâmetros da Máquina de Indução Monofásica

Parâmetros obtidos	
R_{sq}	3,95 Ω
R_{sd}	11,95 Ω
L_{sq}	229,2 mH
L_{sd}	401,0 mH
L_{mq}	214,9 mH
L_{md}	382,0 mH
R_{rq}	5,1506 Ω
R_{rd}	8,6463 Ω
L_{rq}	229,6 mH
L_{rd}	400,2 mH

A partir da Tabela 7 verifica-se que os valores de L_{sq} e L_{rq} são ligeiramente diferentes entre si, da mesma forma verifica-se essa diferença entre L_{sd} e L_{rd} . Esta pequena diferença existe em função de o número de interações no algoritmo para variar os valores numéricos de $jX_{lsq,d}$ e $jX_{mq,d}$ ser considerado baixo. Caso esse número de interações fosse maior, teria-se uma melhor aproximação dos valores. Neste trabalho é assumido que os valores das indutâncias rotóricas L_{rq} e L_{rd} são iguais aos valores das indutâncias estatóricas L_{sq} e L_{sd} . Logo os valores apresentados na Tabela 7 são reescritos na Tabela 8.

Tabela 8: Parâmetros elétricos obtidos pelo método clássico.

	R_{sq}	R_{rq}	L_{mq}	$L_{sq} = L_{rq}$
Parâmetros obtidos	3,95 Ω	5,1506 Ω	214,9 mH	229,2 mH
	R_{sd}	R_{rd}	L_{md}	$L_{sd} = L_{rd}$
Parâmetros obtidos	11,95 Ω	8,6463 Ω	382,0 mH	401,0 mH

2.3.2 Ensaio automático para identificação dos parâmetros elétricos

Mesmo que os ensaios clássicos para obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução ainda sejam usados, diversos pesquisadores têm direcionado seus esforços no desenvolvimento de algoritmos e métodos para identificação de parâmetros de forma automática. Vários algoritmos de obtenção têm sido propostos na literatura, principalmente

tratando de identificação de máquinas de indução trifásicas (KOUBAA, 2004; RIBEIRO; JACOBINA; LIMA, 1995; VELEZ-REYES; MINAMI; VERGHESE, 1989; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009; TOLIYAT; LEVI; RAINA, 2003; HE et al., 2012).

Enquanto algumas pesquisas tratam da identificação de parâmetros de forma automática e durante a operação da máquina, outras pesquisas desenvolvem algoritmos de identificação *off-line* com a máquina fora de operação. Em (VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009a; VIEIRA et al., 2010a, 2012) é proposto um método de ensaio automático para identificação dos parâmetros elétricos através de um algoritmo RLS (*Recursive Least Square Algorithm*). O esquema proposto nesses trabalhos será descrita aqui, além disso, serão apresentados resultados experimentais e de validação do mesmo.

Na descrição da metodologia de ensaio para identificação de parâmetros considera-se que o circuito equivalente de uma máquina de indução monofásica seja dado pela Figura 4. A partir desta figura são derivadas as equações de tensões e fluxos dadas apresentadas no apêndice A, em (A.1 - A.10), de onde se obtém as equações diferenciais que modelam o comportamento dinâmico da máquina em um referencial estacionário dadas em (2.1).

A partir de (2.1), e assumindo que o rotor esteja bloqueado, conseqüentemente $\omega_r = 0$, é possível obter duas funções de transferência em eixos q e d , onde estas são desacopladas em relação uma a outra, e são apresentadas em (2.14) e (2.15).

$$H_q(s) = \frac{i_{sq}(s)}{V_{sq}(s)} = \frac{s\bar{\sigma}_q^{-1}L_{rq} + \bar{\sigma}_q^{-1}\tau_{rq}^{-1}L_{rq}}{s^2 + sp_q + \bar{\sigma}_q^{-1}R_{rq}R_{sq}} \quad (2.14)$$

$$H_d(s) = \frac{i_{sd}(s)}{V_{sd}(s)} = \frac{s\bar{\sigma}_d^{-1}L_{rd} + \bar{\sigma}_d^{-1}\tau_{rd}^{-1}L_{rd}}{s^2 + sp_d + \bar{\sigma}_d^{-1}R_{rd}R_{sd}} \quad (2.15)$$

onde $\bar{\sigma}_q = L_{sq}L_{rq} - L_{mq}^2$, $\bar{\sigma}_d = L_{sd}L_{rd} - L_{md}^2$

$p_q = (R_{sq}L_{rq} + R_{rq}L_{sq})/\bar{\sigma}_q$, e

$p_d = (R_{sd}L_{rd} + R_{rd}L_{sd})/\bar{\sigma}_d$.

Neste trabalho, o algoritmo RLS de identificação de parâmetros requer que o modelo da planta esteja na forma discreta de regressão linear. Desta forma, assumindo que a amostra atual seja dada pelo índice k , o modelo de regressão linear é dado por,

$$\hat{\mathbf{Y}}(k) = \varphi^T(k)\vartheta(k) \quad (2.16)$$

onde, $\varphi^T(k)$ é o vetor de estados, e $\vartheta(k)$ é o vetor de parâmetros.

O algoritmo recursivo é realizado como segue

$$e(k) = \mathbf{Y}(k) - \hat{\mathbf{Y}}(k) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)\mathbf{P}(k-1)\varphi(k)} \quad (2.18)$$

$$\vartheta(k) = \vartheta(k-1) + \mathbf{K}(k)e(k) \quad (2.19)$$

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\varphi^T(k)) \mathbf{P}(k-1) \quad (2.20)$$

onde, $\dim [\mathbf{Y}] = \bar{M} \times \bar{N}$, $\dim [\varphi^T(k)] = \bar{M} \times \bar{r}$,

$$\dim [\vartheta(k)] = \bar{r} \times \bar{N}, \quad \dim [e(k)] = \bar{M} \times \bar{N},$$

$$\dim [\mathbf{K}(k)] = \bar{r} \times \bar{M}, \quad \dim [\mathbf{I}] = \dim [\mathbf{P}(k)] = \bar{r} \times \bar{r},$$

$e(k)$ é o erro de predição, $\mathbf{K}(k)$ é a matriz de ganhos, e $\mathbf{P}(k)$ é a matriz de covariância.

A partir das equações (2.14) e (2.15) é possível reformular o problema de identificação de parâmetros baseado no modelo de regressão linear. Aqui, o método de identificação de parâmetros é dividido em duas etapas:

Primeira etapa: estimação dos coeficientes da função de transferência.

Esta etapa consiste na obtenção de um modelo linear invariante no tempo para a máquina de indução bifásica assimétrica. Os coeficientes apresentados em (2.14) e (2.15) são funções dos parâmetros da máquina. A identificação dos coeficientes b_{1j} , b_{0j} , a_{1j} e a_{0j} é realizada através de um teste com o rotor bloqueado. Para se ter simplificação e clareza, as funções de transferência dadas em (2.14) e (2.15) são reescritas em duas funções de transferências dadas como segue,

$$H_q(s) = \frac{i_{sq}(s)}{V_{sq}(s)} = \frac{sb_{1q} + b_{0q}}{s^2 + sa_{1q} + a_{0q}} \quad (2.21)$$

e

$$H_d(s) = \frac{i_{sd}(s)}{V_{sd}(s)} = \frac{sb_{1d} + b_{0d}}{s^2 + sa_{1d} + a_{0d}} \quad (2.22)$$

onde

$$\begin{aligned} b_{1j} &= \frac{L_{rj}}{\bar{\sigma}_j}, & b_{0j} &= \frac{L_{rj}}{\bar{\sigma}_j \tau_{rj}}, \\ a_{1j} &= \frac{R_{sj}L_{rj} + R_{rj}L_{sj}}{\bar{\sigma}_j} & a_{0j} &= \frac{R_{sj}R_{rj}}{\bar{\sigma}_j} \end{aligned} \quad (2.23)$$

e o índice j expressa os eixos q ou d .

Com o objetivo de obter um modelo de regressão linear, as funções de transferência de (2.21) e (2.22) podem ser generalizadas e reescritas como,

$$\frac{d^2 i_{sj}}{dt^2} + a_{1j} \frac{di_{sj}}{dt} + a_{0j} i_{sj} = b_{1j} \frac{dV_{sj}}{dt} + b_{0j} V_{sj} \quad (2.24)$$

Resolvendo (2.24) de forma a isolar o termo referente a segunda derivada da corrente estatórica, advém,

$$\frac{d^2 i_{sj}}{dt^2} = \left[\begin{array}{cccc} -\frac{di_{sj}}{dt} & -i_{sj} & \frac{dV_{sj}}{dt} & V_{sj} \end{array} \right] \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{0j} \\ b_{1j} \\ b_{0j} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

A obtenção dos coeficientes b_{1j} , b_{0j} , a_{1j} e a_{0j} é realizada com o uso do algoritmo RLS de identificação de parâmetros descrito em (2.16)-(2.20). O modelo de regressão linear a partir de (2.16) é dado por,

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(k) &= \frac{d^2 i_{sj}}{dt^2} \\ \varphi_j^T(k) &= \left[\begin{array}{cccc} -\frac{di_{sj}}{dt} & -i_{sj} & \frac{dV_{sj}}{dt} & V_{sj} \end{array} \right] \\ \vartheta^T(k) &= \left[\begin{array}{cccc} a_{1j} & a_{0j} & b_{1j} & b_{0j} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde, aqui é assumido que as derivadas presentes em (2.26) são quantias mensuráveis. Na implementação do algoritmo proposto esses valores são obtidos a partir de Filtros de Variáveis de Estado (*SVF - State Variable Filter*) tal como implementado em (CÂMARA et al., 2006). Neste trabalho quatro SVF foram desenvolvidos pela discretização da função de transferência de tempo contínuo dada por (2.27),

$$\frac{V_{sqf}}{V_{sq}} = \frac{V_{sdf}}{V_{sd}} = \frac{i_{sqf}}{i_{sq}} = \frac{i_{sdf}}{i_{sd}} = G_f(s) = \frac{\omega_c^3}{(s + \omega_c)^3} \quad (2.27)$$

onde $\omega_c = 5\omega$, e $\omega = 2\pi f$ é uma variável dependente da frequência do sinal de entrada,

e os sinais V_{sq} , V_{sd} , i_{sq} e i_{sd} são as variáveis usadas na obtenção dos sinais filtrados V_{sqf} , V_{sdf} , i_{sqf} e i_{sdf} .

Segunda etapa: Identificação dos Parâmetros da Máquina: R_{sq} , R_{sd} , R_{rq} , R_{rd} , L_{mq} , L_{md} , L_{sq} , L_{sd} , L_{rq} e L_{rd} :

Os parâmetros da máquina de indução física assimétrica são obtidos combinando os coeficientes identificados de $\vartheta_j(k)$ em (2.26) com os coeficientes da função de transferência (2.23) depois da convergência do algoritmo RLS, pela equação (2.28). Para a solução numérica faz-se a mesma consideração assumida na realização dos ensaios clássicos, isto é, assume-se que as indutâncias estatóricas e rotóricas têm valores idênticos em cada enrolamento.

$$\begin{aligned}\hat{R}_{sj} &= \frac{a_{0j}}{b_{0j}} \\ \hat{R}_{rj} &= \frac{a_{1j}}{b_{1j}} - \hat{R}_{sj} \\ \hat{L}_{mj} &= \frac{\sqrt{\hat{R}_{rj} (b_{1j}^2 \hat{R}_{rj} - b_{0j})}}{b_{0j}} \\ \hat{L}_{sj} = \hat{L}_{rj} &= \hat{R}_{rj} \frac{b_{1j}}{b_{0j}}\end{aligned}\tag{2.28}$$

2.3.3 Validação do modelo/parâmetros

O algoritmo RLS para identificação de parâmetros foi implementado em uma plataforma experimental a partir do uso do DSP TMS320F2812 e inversor trifásico. Mais detalhes do hardware são descritos no capítulo 7 e apêndice D. A máquina usada na validação das técnicas de determinação de parâmetros é uma máquina monofásica retirada de um compressor hermético de um ar condicionado comercial, a qual foi usada para obtenção dos parâmetros elétricos através do ensaio clássico. Tal máquina possui 1 par de pólos, com tensão nominal de 220 V. Na implementação do algoritmo de identificação de parâmetros o barramento CC do conversor estava limitado em 177V, e a frequência de comutação adotada foi de 2,5 kHz.

Como hipótese do método proposto, o ensaio de identificação de parâmetros deve ser realizado com o rotor bloqueado. Na máquina de indução bifásica assimétrica não é necessário o bloqueio do rotor através de um dispositivo mecânico, já que quando a alimentação é feita por apenas um dos enrolamentos, não há produção de torque de

partida. Desta forma, no ensaio de identificação de parâmetros uma tensão com forma de onda quadrada é modulada nos terminais da máquina. A amplitude e frequência da tensão modulada nos terminais da máquina são variáveis. Um enrolamento é ensaiado por vez, enquanto o ensaio é realizado no enrolamento principal, o enrolamento auxiliar está aberto, e vice-versa.

A corrente drenada pelo enrolamento ensaiado é medida através de um sensor de corrente por efeito hall, já a tensão usada no algoritmo de identificação de parâmetros é estimada pelo produto do índice de modulação pelo valor do barramento CC. O mesmo procedimento é adotado para os enrolamentos principal e auxiliar. A forma de onda quadrada como alimentação é usada devido a melhor excitação da planta, neste caso a máquina monofásica.

A característica do algoritmo RLS implementado é a minimização do erro quadrático entre medição da saída da planta e a estimativa da saída desta planta. Verifica-se que matematicamente infinitas soluções minimizam o erro (2.17). Parte dessas soluções que minimizam o erro são solução matemáticas, mas não são soluções físicas, como por exemplo resistências ou indutâncias negativas. Dessa forma, a solução do algoritmo além de fornecer os parâmetros que minimizam o erro de estimativa, deve fornecer parâmetros fisicamente possíveis.

Nos ensaios de identificação de parâmetros verificou-se experimentalmente que a convergência dos coeficientes a_{1j} , a_{0j} , b_{1j} e b_{0j} pode variar com o nível de excitação da planta, devido a variação nos parâmetros da mesma em função de saturação, aquecimento e dinâmicas não modeladas. Além disso, verificou-se que a convergência dos coeficientes é alterada com o nível de tensão e a frequência da onda de alimentação. No desenvolvimento do trabalho (VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009a) observou-se que os valores dos parâmetros elétricos identificados pelo algoritmo RLS variam com a alteração da frequência da tensão de alimentação. Com isso, é possível verificar que uma frequência adequada para identificação das resistências estatóricas e rotóricas é de 5 Hz, enquanto para identificação das indutâncias da máquina a frequência adequada das tensões do algoritmo RLS é de 30 Hz.

Seguindo a metodologia descrita, em (VIEIRA et al., 2010a) faz-se o ensaio de uma máquina de indução monofásica. Neste ensaio a Figura 7 mostra a convergência dos coeficientes a_{1q} , a_{0q} , b_{1q} e b_{0q} quando a frequência da tensão que alimenta o enrolamento principal é de 5 Hz. Enquanto a Figura 7 (a) mostra os coeficientes a_{1q} e a_{0q} , a Figura 7 (b) mostra os coeficientes b_{1q} e b_{0q} . Como pode ser observado na figura a convergência

dos coeficientes é rápida, e pode ser excitada pelo *reset* da matrix de covariância (\mathbf{P}). Além disso, verifica-se na resposta algumas oscilações as quais são causadas por ruídos nas derivadas das correntes medidas. Os coeficientes usados no cálculo dos parâmetros elétricos são os valores finais da Figura 7. A convergência de parâmetros para o eixo d , bem como a convergência dos coeficientes quando a frequência da tensão de alimentação é 30 Hz têm comportamento semelhante ao apresentado na Figura 7 e aqui serão omitidos. Aqui, essas figuras são omitidas pois o comportamento é semelhante ao apresentado na Figura 7.

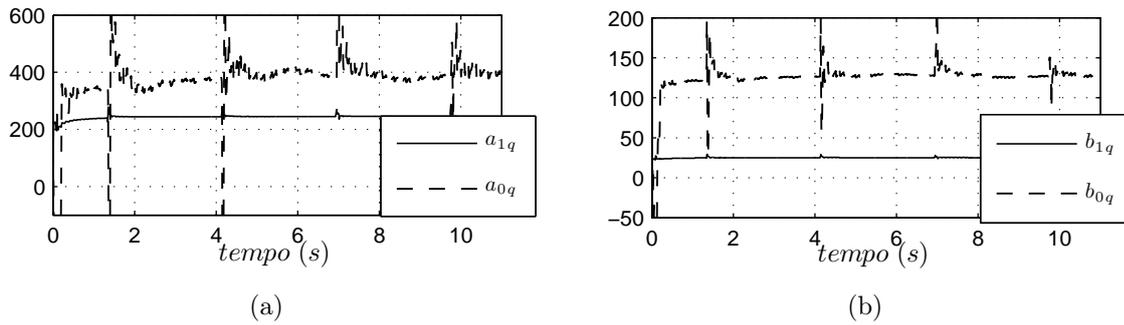


Figura 7: Convergência dos Coeficientes.

A Tabela 9 mostra os coeficientes finais a_{1q} , a_{0q} , b_{1q} , e b_{0q} obtidos para o enrolamento principal (q) quando a tensão de alimentação modulada pelo conversor tem forma de onda quadrada, com frequências em 5 Hz e 30 Hz, e amplitudes de 10 V. A Tabela 10 mostra os coeficientes finais a_{1d} , a_{0d} , b_{1d} , e b_{0d} para o enrolamento auxiliar, para tensões de alimentação com forma de onda quadrada, frequências em 5 Hz e 30 Hz, e amplitude de 12 V.

Tabela 9: Coeficientes do enrolamento principal - q .

	5 Hz	30 Hz
a_{1q}	244,27	707,64
a_{0q}	447,96	8084,14
b_{1q}	24,82	27,73
b_{0q}	128,58	2913,7

Tabela 10: Coeficientes do enrolamento auxiliar - d .

	5 Hz	30 Hz
a_{1d}	246,15	779,65
a_{0d}	559,4	3304,5
b_{1d}	9,83	17,62
b_{0d}	43,67	2448,17

Os parâmetros elétricos da máquina bifásica assimétrica são obtidos substituindo os valores finais dos coeficientes apresentados na Tabela 9 e na Tabela 10 com as equações dadas em (2.28). Os parâmetros elétricos obtidos no ensaio são apresentados na Tabela 11, enquanto os parâmetros determinados pelo método clássico são apresentados na tabela 8.

Tabela 11: Parâmetros elétricos identificados pelo algoritmo RLS.

R_{sq}	R_{rq}	L_{mq}	$L_{sq} = L_{rq}$
3,62 Ω	6,27 Ω	218,6 mH	237,6 mH
R_{sd}	R_{rd}	L_{md}	$L_{sd} = L_{rd}$
12,79 Ω	12,23 Ω	284,9 mH	314,2 mH

Para a validação do modelo obtido são realizados dois experimentos. No ensaio proposto, a máquina é alimentada através de seus enrolamentos principal e auxiliar por uma estratégia V/f durante um tempo fixado em 1,5s, sendo que a frequência de comutação dos interruptores foi estabelecida em 5 kHz. Neste experimento, a velocidade rotórica é medida e além disso, as correntes estatóricas e tensões de referência também são medidas. Estes dados são gravados para que seja possível uma comparação das simulações com as medições.

Com o intuito de se verificar o comportamento dinâmico da máquina com os parâmetros obtidos via algoritmo RLS e via método clássico, apresentados na Tabela 12, são realizadas simulações usando os respectivos parâmetros no modelo da máquina. As correntes estatóricas simuladas são então comparadas com as correntes medidas no acionamento experimental. As equações (2.1) são usadas para simular o comportamento dinâmico da máquina. Tais equações são discretizadas pelo método de Euler na mesma frequência de comutação, 5 kHz, do acionamento experimental. Logo, o ensaio de validação do modelo consiste em alimentar o mesmo com os valores das tensões reais gravadas V_{sq} e V_{sd} , e a velocidade medida ω_r , deixando-o independente do modelo mecânico. As saídas da planta são as correntes estatóricas i_{sq} e i_{sd} que são comparadas com as correntes medidas durante o acionamento da máquina.

Tabela 12: Parâmetros elétricos obtidos pelo algoritmo RLS e ensaio clássico.

	R_{sq}	R_{rq}	L_{mq}	$L_{sq,rq}$	R_{sd}	R_{rd}	L_{md}	$L_{sd,rd}$
RLS	3,62 Ω	6,27 Ω	218,6mH	237,6mH	12,79 Ω	12,23 Ω	284,9mH	314,2mH
clássico	3,95 Ω	5,15 Ω	214,9mH	229,2mH	11,95 Ω	8,64 Ω	382,0mH	401,0mH

No primeiro ensaio realizado, a frequência das tensões impostas a máquina varia de zero até 25 Hz e então é fixada em 25 Hz através de uma estratégia V/f . Na realização da

simulação, os valores adquiridos das tensões são usados para alimentar o modelo. A Figura 8 mostra as correntes simuladas e medidas para o enrolamento principal no primeiro teste. A Figura 8 (a) mostra a simulação da corrente i_{sq} utilizando no modelo os parâmetros identificados pelo algoritmo RLS, enquanto a Figura 8 (b) apresenta a corrente i_{sq} medida no acionamento da máquina, e a Figura 8 (c) apresenta a corrente simulada usando os parâmetros obtidos pelo ensaio clássico no modelo do SPIM. É possível verificar a partir da Figura 8 o comportamento semelhante das correntes simuladas com relação a corrente medida, indicando que o modelo obtido é compatível a planta real.

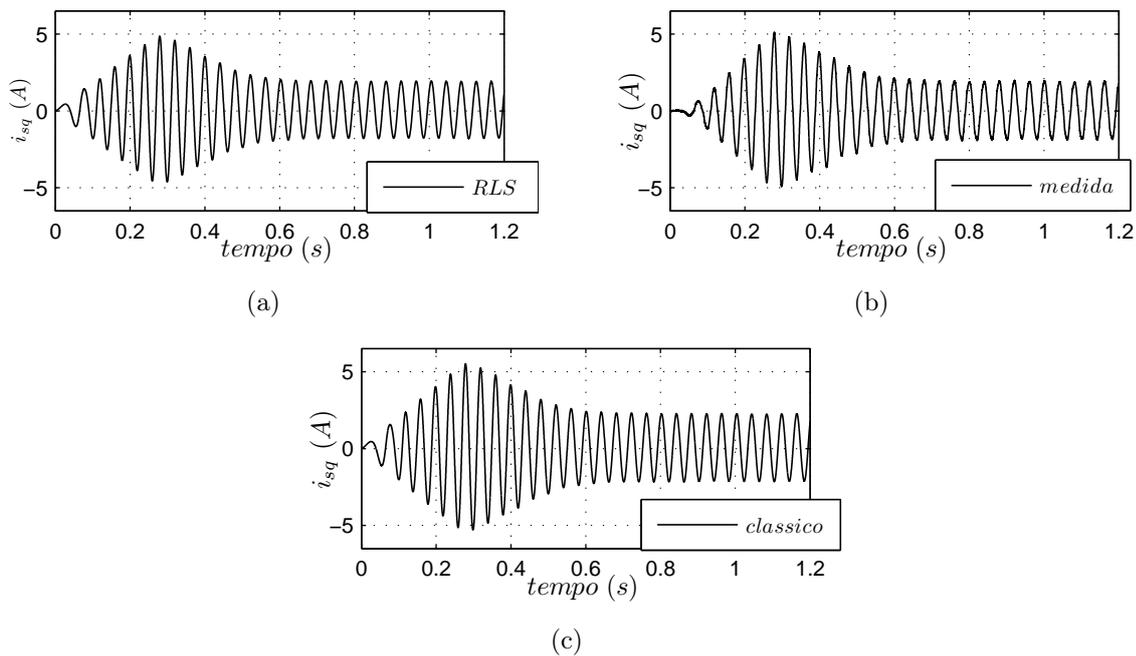


Figura 8: Comportamento das correntes estáticas. (a) Corrente i_{sq} simulada usando parâmetros determinados pelo algoritmo RLS. (b) Corrente experimental i_{sq} medida no acionamento da máquina. (c) Corrente i_{sq} simulada usando parâmetros obtidos pelo ensaio clássico.

A Figura 9 mostra uma ampliação das correntes medida e simulada no acionamento da máquina. Na Figura 9 (a) é apresentado o comportamento da corrente i_{sq} medida e da corrente i_{sq} simulada usando parâmetros identificados pelo método RLS descrito neste trabalho, enquanto a Figura 9 (b) mostra o comportamento das correntes i_{sq} medida e simulada usando parâmetros obtidos via ensaio clássico. A Figura 9 (a) apresenta uma defasagem entre simulação e medição, no entanto, as amplitudes são muito compatíveis. De forma geral, pode-se verificar que o comportamento da corrente simulada é muito próximo do comportamento da corrente medida.

A Figura 10 ilustra o comportamento dinâmico das correntes do enrolamento auxiliar para o mesmo ensaio anterior. Na Figura 10 (a) é mostrada a corrente i_{sd} simulada usando no modelo da máquina os parâmetros identificados pelo algoritmo RLS, já a Figura 10

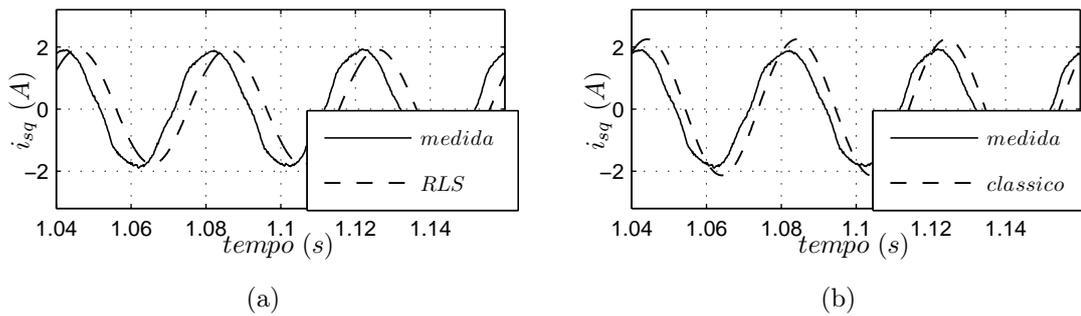


Figura 9: Comportamento das correntes estatóricas. (a) Correntes: simulada com parâmetros RLS e medida. (b) Correntes: simulada com parâmetros do ensaio clássico e medida experimentalmente.

(b) apresenta a corrente do enrolamento auxiliar medida no acionamento da máquina, enquanto a corrente 10 (c) mostra a corrente i_{sd} simulada usando os parâmetros no modelo obtidos a partir do ensaio clássico. Novamente verifica-se que o comportamento das correntes simuladas é análogo ao comportamento experimental.

A Figura 11 mostra um detalhe da Figura 10, enquanto a Figura 11 (a) mostra a medida de i_{sd} e a simulação dessa corrente usando no modelo do SPIM parâmetros obtidos via algoritmo RLS e a Figura 11 (b) mostra a medição de i_{sd} e a simulação desta usando no modelo do SPIM, parâmetros obtidos por ensaios baseados na metodologia clássica. Na Figura 11 verifica-se uma melhor correspondência entre as correntes simuladas e a corrente medida, indicando a obtenção adequada dos parâmetros elétricos do motor de indução monofásico.

No segundo ensaio de validação de parâmetros a frequência da senóide usada para alimentar a máquina monofásica varia de 0 a 30 Hz, e então é fixada em 30 Hz. De maneira análoga ao ensaio anterior, este é um ensaio a vazio, pois não há carga mecânica aplicada ao eixo. As correntes estatóricas e a velocidade do rotor são medidas novamente.

A Figura 12 mostra o comportamento dinâmico para a corrente i_{sq} quando esta em regime. Na Figura 12 (a) é apresentada corrente i_{sq} medida e a simulação dessa mesma corrente usando parâmetros identificados a partir do algoritmo RLS. A Figura 12 (b) mostra a medição da corrente do enrolamento auxiliar e a simulação da mesma corrente usando no modelo da máquina os parâmetros obtidos nos ensaios clássicos. Neste ensaio verifica-se que com uma frequência mais elevada, os parâmetros obtidos com ensaio RLS fazem com que a simulação tenha uma melhor correspondência com a corrente medida, quando comparado a simulação com parâmetros obtidos com o ensaio clássico.

A Figura 13 apresenta o comportamento dinâmicos das correntes do enrolamento auxiliar para o segundo experimento. Verifica-se nesta figura a boa correspondência entre

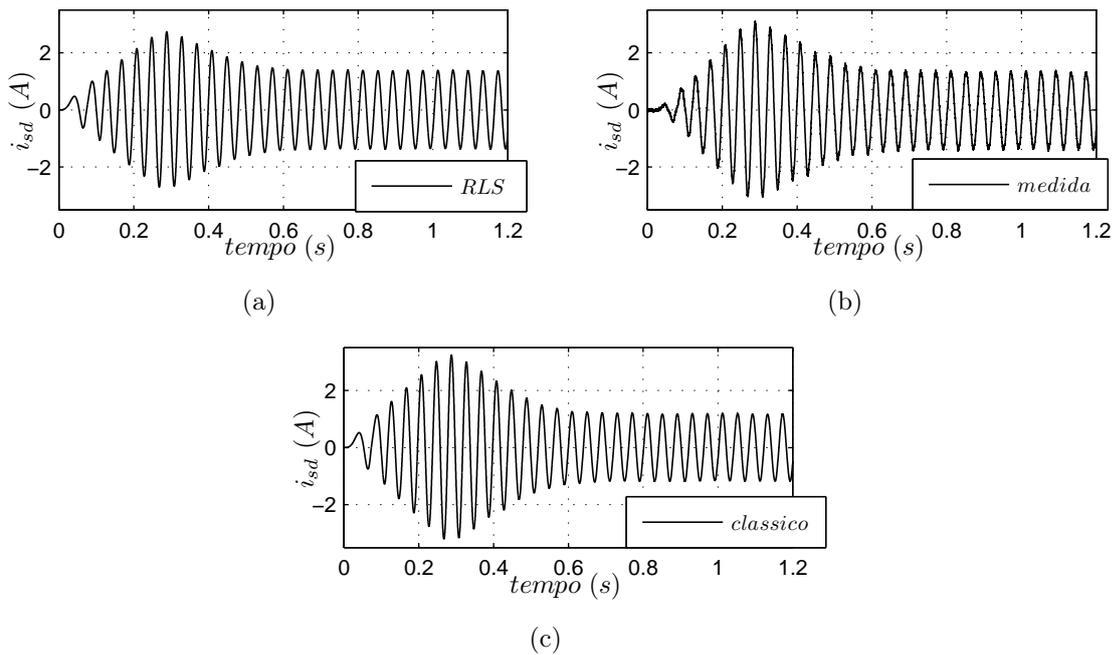


Figura 10: Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sd} simulada usando parâmetros obtidos via algoritmo RLS. (b) Corrente i_{sd} medida. (c) Corrente i_{sd} simulada usando modelo obtido por ensaios clássicos.

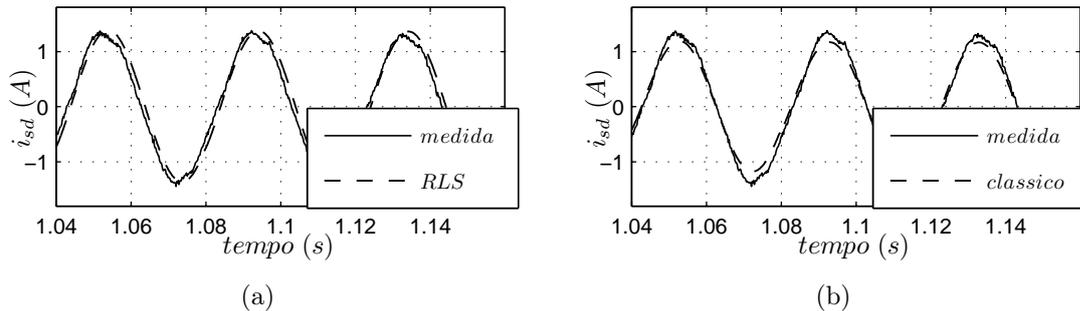


Figura 11: Comportamento das correntes estatóricas. (a) Medição e simulação usando parâmetros obtidos via algoritmo RLS. (b) Corrente i_{sd} medida e simulada usando parâmetros obtidos via ensaio clássico.

os valores simulados e a medição da corrente estatórica i_{sd} , validando ambos os conjuntos de parâmetros obtidos.

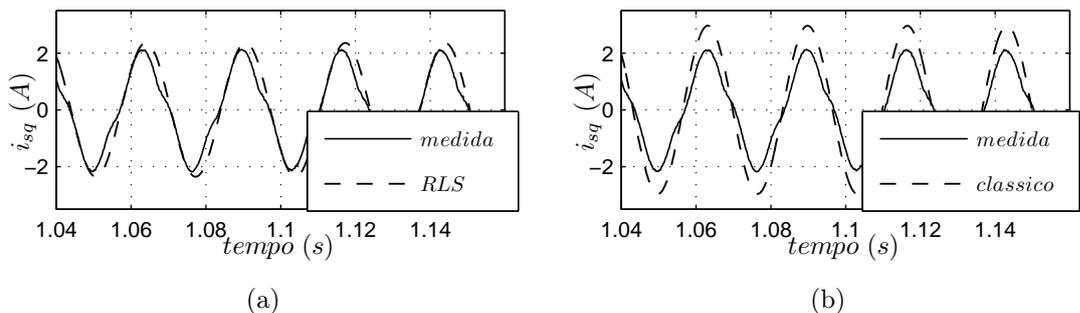


Figura 12: Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sq} medida e simulada (parâmetros RLS). (b) Correntes i_{sq} medida e simulada (parâmetros via ensaio clássico).

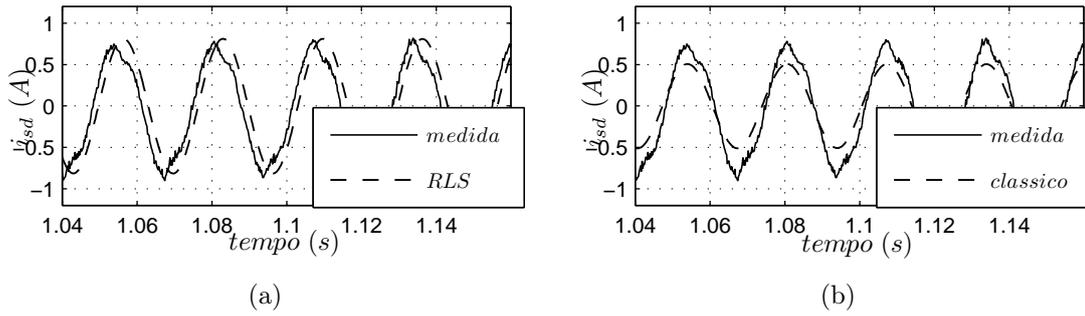


Figura 13: Comportamento das correntes estatóricas. (a) Corrente i_{sd} medida e simulada (RLS). (b) Correntes i_{sd} medida e simulada (ensaio clássico).

As Figuras 8, 9, 10, 11, 12 e 13 ilustram a validação do modelo da máquina de indução bifásica assimétrica de um condicionador de ar. A partir destas figuras verifica-se a boa correspondência entre simulações e medição experimental para ambos os métodos. A metodologia empregando algoritmo RLS tem vantagem pois pode ser implementada sem a necessidade de acoplamentos mecânicos, e sem a necessidade de se retirar a máquina a partir de um compressor, como é o caso do compressor hermético.

Além da máquina de indução obtida a partir do condicionador de ar, uma outra máquina de indução bifásica assimétrica foi ensaiada usando a metodologia de identificação de parâmetros a partir de um algoritmo RLS apresentado nesse trabalho. Esta máquina é ensaiada com o intuito de utiliza-la para validação dos algoritmos de controle e observação de estados propostos neste trabalho de tese. A máquina é fabricada pela WEG[®], onde os dados de placa são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13: Dados de Placa da Máquina de Indução WEG.

f	kW	RPM	V	I
60 Hz	0,37	1610	220 V	3,4 A

A partir da implementação do algoritmo RLS foram obtidos os parâmetros elétricos conforme apresentado na Tabela 14.

Tabela 14: Parâmetros da máquina de indução WEG.

R_{sq}	R_{rq}	L_{mq}	$L_{sq} = L_{rq}$
7,0 Ω	12,26 Ω	214,5 mH	245,9 mH
R_{sd}	R_{rd}	L_{md}	$L_{sd} = L_{rd}$
20,63 Ω	28,01 Ω	337,0 mH	426,4 mH

Na validação do conjunto de parâmetros obtidos via metodologia RLS foram realizados novos testes de acionamento a vazio. Novamente, foram realizadas as leituras de tensão,

corrente e velocidade, com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico das correntes simuladas com relação as correntes medidas experimentalmente. O ensaio clássico não foi realizado para esta máquina. No ensaio a vazio realizado, a tensão de alimentação modulada pelo conversor tem amplitude de 60 V para o enrolamento principal e 84 V para o enrolamento auxiliar, e frequência de 50 Hz. A Figura 14 mostra o comportamento dinâmico das correntes medidas durante o período de acionamento da máquina por 1,5 s. Nesta figura verifica-se a boa correspondência entre as medições realizadas na máquina e a simulação usando parâmetros obtidos via algoritmo RLS.

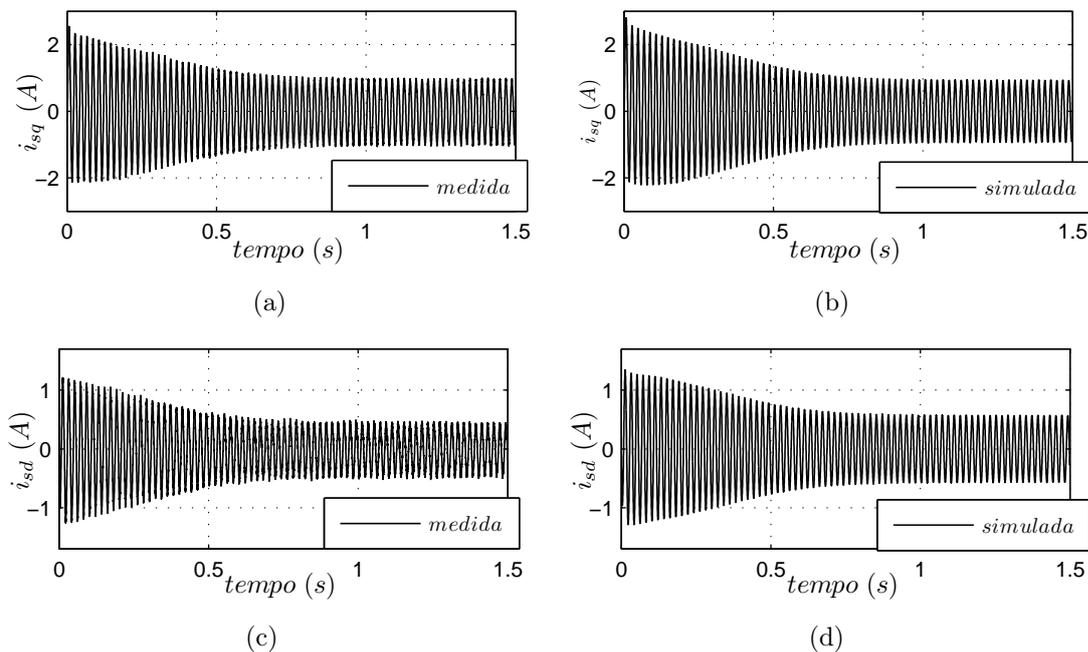


Figura 14: Correntes medidas e simuladas para validação dos parâmetros da máquina WEG. (a) i_{sq} medida, (b) i_{sq} simulada, (c) i_{sd} medida, (d) i_{sd} simulada.

A Figura 15 mostra uma ampliação das correntes medidas e simuladas. Na Figura 15 (a) são apresentadas as correntes medida e simulada do enrolamento principal, enquanto a Figura 15 (b) mostra a aproximação deste ensaio, onde são apresentadas as correntes medida e simulada do enrolamento auxiliar. Novamente verifica-se boa correspondência entre as variáveis simuladas e as medidas. A partir destes resultados pode-se afirmar que o modelo é válido para representar a máquina de indução bifásica assimétrica real.

2.4 Considerações finais

Este capítulo tratou de métodos para determinação dos parâmetros elétricos da máquina de indução monofásica. Inicialmente, um método para obtenção dos parâmetros elétricos do motor de indução monofásico a partir de ensaios clássicos a vazio e com o

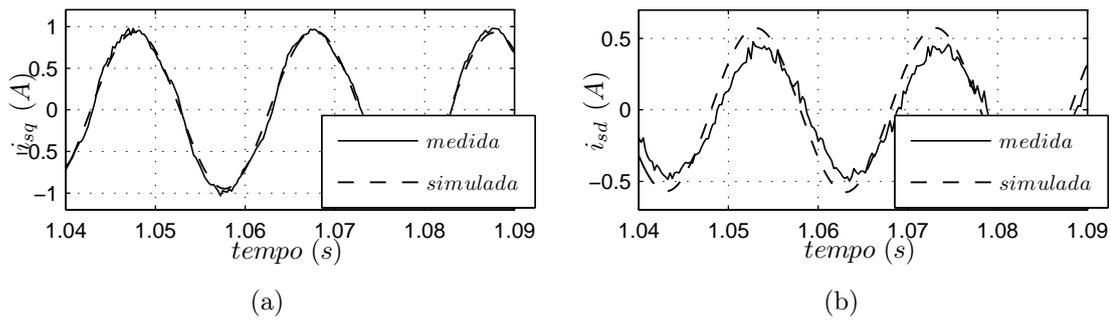


Figura 15: Correntes medidas e simuladas para validação dos parâmetros da máquina Weg. (a) Medição e simulação para o enrolamento principal, (b) Medição e simulação para o enrolamento auxiliar.

rotor bloqueado foi apresentado. Diferente do método clássico aplicado na obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução trifásicas, no método clássico proposto neste capítulo durante o ensaio com rotor bloqueado o ramo de magnetização é considerado, e no ensaio a vazio leva-se o rotor até a velocidade síncrona. Ainda, foi apresentado um método para a identificação dos parâmetros elétricos via algoritmo RLS. Foram realizados ensaios de resposta em frequência para determinação do comportamento dos parâmetros em função da mesma. Resultados experimentais validam ambos os conjuntos de parâmetros, no entanto, os resultados obtidos via algoritmo RLS apresentam melhor resposta dinâmica comparados aos resultados obtidos usando parâmetros determinados via ensaios clássicos. Além disso, o ensaio RLS pode ser facilmente implementado em sistemas hermeticamente selados como os de refrigeradores e condicionadores de ar. A metodologia utilizando algoritmo RLS proposta nesse trabalho pode ser considerada uma boa ferramenta para obtenção dos parâmetros elétricos de máquinas de indução. Em todos os testes realizados ficou evidente a eficácia do método.

3 *CONTROLE VETORIAL APLICADO A MOTORES DE INDUÇÃO BIFÁSICOS ASSIMÉTRICOS*

3.1 *Considerações iniciais*

Um motor de corrente contínua convencional tem características lineares de torque/corrente e velocidade/tensão numa região fora da limitação, isto é, quando este não opera numa região de saturação. Com isso o controle de torque e velocidade pode ser realizado de maneira simples e precisa, onde a excitação de um dos enrolamentos é responsável pelo controle ou imposição de torque, enquanto o outro enrolamento é responsável pela regulação da velocidade. Porém, estes motores são menos robustos e mais caros que os motores de indução (FODOR; KATONA; SZESZTAY,). Com isso, são verificadas aplicações utilizando motores de indução.

Uma solução usada em acionamentos de alto desempenho para motores de indução trifásicos é o controle por orientação de campo, possibilitando o controle desacoplado do fluxo e do torque, de forma análoga ao que acontece no motor de corrente contínua. Vários trabalhos na literatura tratam desse tema, onde os métodos mais difundidos são o controle por orientação direta de campo (*DFOC - Direct Field Oriented Control*), e o controle por orientação indireta pelo campo (*IFOC - Indirect Field Oriented Control*). Esses métodos proporcionam melhor desempenho dinâmico que as técnicas de controle escalar, como o controle V/f que ajusta a tensão de alimentação do motor a uma taxa constante de tensão e frequência através de um controlador *feedforward* (ONG, 1998).

A partir da década de 2000 vários pesquisadores têm publicado trabalhos que utilizam o controle vetorial em máquinas de indução monofásicas (CORRÊA et al., 2000; CECATI et al., 2006; CAMPOS et al., 2007). O objetivo destes é proporcionar acionamento com alto desempenho dinâmico em máquinas monofásicas. As abordagens baseadas na orientação

de campo são uma alternativa interessante, mas devido as assimetrias dos enrolamentos, as transformações básicas de desacoplamento não são realizáveis de maneira direta, devendo seguir algumas restrições como será abordado neste capítulo. Logo, este capítulo tem o intuito de apresentar as condições e restrições para aplicação de técnicas de controle vetorial a máquinas de indução bifásicas assimétricas. Serão apresentados de forma analítica e por simulações as influências que a assimetria entre os enrolamentos resulta na mudança de referencial para aplicação de técnicas de controle vetorial.

3.2 Modelo matemático para utilização do controle vetorial em máquinas de indução bifásicas assimétricas

O capítulo 2 e o apêndice A trataram da modelagem matemática da máquina de indução monofásica. A principal característica desta máquina, que a difere das demais, é a forma construtiva, onde dois enrolamentos chamados de auxiliar e principal são colocados em quadratura, e os mesmos têm impedâncias diferentes. O enrolamento auxiliar normalmente apresenta maior impedância em relação ao enrolamento principal. Em consequência disto, para fins de controle, a máquina monofásica é normalmente tratada na literatura como máquina de indução bifásica assimétrica.

As características assimétricas dessa máquina acarretam em pulsações de torque e trazem limitações na utilização da abordagem convencional de estratégias de controle vetorial usadas em máquinas de indução trifásicas. Em razão disto, vários pesquisadores têm feito o uso de um modelo compensado apresentado em (CORRÊA et al., 2000) na implementação de estratégias de controle vetorial para máquinas de indução de duas fases.

Quando se faz a utilização do chamado “modelo compensado” considera-se que as tensões, correntes e fluxos possam ser relacionados por um termo n . Em alguns trabalhos como (CORRÊA et al., 2000, 2004; VAEZ-ZADEH; HAROONI, 2005; VAEZ-ZADEH; REICY, 2005) o termo n é a relação dos valores nominais das indutâncias dos enrolamentos auxiliar e principal e é dado por $n = \frac{L_{md}}{L_{mq}}$. Outros autores (CECATI et al., 2006; VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009b) definem o valor de n como a razão do número de espiras dos enrolamentos principal e auxiliar, onde $n = \frac{N_d}{N_q}$. Neste trabalho a segunda definição é usada. Assim, uma matriz \mathbf{N} é definida como

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Logo, as tensões do novo modelo, “compensado”, identificadas pelo sub-índice n são definidas na equação (3.2), enquanto as transformações nas correntes estatóricas e nos fluxos estatóricos são dados por (3.3) e (3.4).

$$\begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} = \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{sq} \\ \phi_{sd} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

As equações das tensões estatóricas e rotóricas na forma matricial são dadas a partir de (A.1), (A.2), (A.3) e (A.4) como,

$$\begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sq} \\ \phi_{sd} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} V_{rq} \\ V_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{rq} & 0 \\ 0 & R_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & -1/n \\ n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Reescrevendo na forma matricial as equações dos fluxos dadas pelas equações (A.7), (A.8), (A.9), e (A.10), tem-se

$$\begin{bmatrix} \phi_{sq} \\ \phi_{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sq} & 0 \\ 0 & L_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{rq} & 0 \\ 0 & L_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Aplicando a equação (3.1), de acordo com (3.2), (3.3) e (3.4), a equação (3.5) pode ser reescrita da forma

$$\mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Logo, tem-se

$$\begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \mathbf{N} \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Resolvendo (3.11), resulta

$$\begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n^2 R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

A equação (3.12) pode ser modificada da forma a apresentar apenas uma resistência na matriz que multiplica as correntes estatóricas e desta forma advém

$$\begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n^2 R_{sq} + R_{sd} - R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

que pode ser reescrita da forma,

$$\begin{bmatrix} V_{sqn} \\ V_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) i_{sqn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Na literatura, de maneira geral assume-se que o termo $(n^2 R_{sq} - R_{sd})$ pode ser considerado um distúrbio, ou que o mesmo tende a zero. Em (VIEIRA, 2008) assume-se que esse termo possa ser aproximado a um distúrbio desconsidera-se o mesmo na obtenção do modelo compensado. Aqui, o modelo vetorial será desenvolvido considerando o termo $(n^2 R_{sq} - R_{sd})$ e com isto objetiva-se verificar a influência do mesmo nas aplicações de controle vetorial, e de que forma o mesmo possa ser mitigado.

Assumindo que na imposição das correntes e tensões estatóricas de maneira assimétrica, esta seja refletida nas tensões, correntes e fluxos no rotor, logo, pode-se assumir que as variáveis rotóricas do modelo compensado são dadas por,

$$\begin{bmatrix} V_{rq} \\ V_{rd} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} V_{rqn} \\ V_{rdn} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} = \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Logo, a equação matricial das tensões rotóricas é dada por,

$$\mathbf{N} \begin{bmatrix} R_{rq} & 0 \\ 0 & R_{rd} \end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} + \omega_r \mathbf{N} \begin{bmatrix} 0 & -1/n \\ n & 0 \end{bmatrix} \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Resolvendo a equação (3.18), tem-se

$$\begin{bmatrix} n^2 R_{rq} & 0 \\ 0 & R_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

De (3.7) é possível reescrever as equações dos fluxos estatóricos, com a imposição das correntes, logo,

$$\mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sq} & 0 \\ 0 & L_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

A qual pode ser dada por

$$\begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n^2 L_{sq} & 0 \\ 0 & L_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n^2 L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

ou ainda,

$$\begin{bmatrix} \phi_{sqn} \\ \phi_{sdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 \\ 0 & L_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{sq} - L_{sd}) i_{sqn} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{mq} - L_{md}) i_{rqn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Na equação dos fluxos rotóricos dada em (3.8), assumem-se as mesmas hipóteses realizadas na obtenção de (3.22), o que resulta na equação (3.23),

$$\begin{bmatrix} \phi_{rqn} \\ \phi_{rdn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{rd} & 0 \\ 0 & L_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rqn} \\ i_{rdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn} \\ i_{sdn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{rq} - L_{rd}) i_{rqn} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{mq} - L_{md}) i_{sqn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A partir das equações (3.14), (3.19), (3.22) e (3.23) pode-se obter um novo modelo, o qual neste caso, é referido ao enrolamento auxiliar. Neste modelo estão incluídos os termos referentes a assimetria entre os enrolamentos da máquina de indução bifásica. Caso estes termos fossem desconsiderados, os parâmetros da máquina permaneceriam constantes na utilização de um referencial síncrono, ou referencial fluxo rotórico. Na literatura este modelo é chamado de modelo “quase-invariante no tempo”. A partir deste modelo pode-se fazer os projetos dos controladores de correntes, com orientação no campo (VIEIRA, 2008; CORRÊA et al., 2005a) tornando as variáveis de controle em níveis CC.

3.3 Transformação de Park

A transformação de Park é uma ferramenta matemática que tem como objetivo simplificar as equações das máquinas elétricas nas aplicações onde se faz o controle da mesma. Para tanto, na transformação de Park introduz-se um conjunto de variáveis hipotéticas. O par de enrolamentos rotóricos girantes em relação ao enrolamento estático pode ser convertido em um par de enrolamentos em fase e estacionários, dependendo do sistema de referência escolhido.

Nas máquinas de indução trifásicas a Transformação de Park segue a transformação $ABC \rightarrow \alpha\beta$, onde um sistema trifásico equilibrado é transformado em um sistema bifásico em quadratura e equilibrado. Com o sistema equilibrado em quadratura é possível realizar transformações de mudança de referencial com parâmetros constantes.

Nas máquinas de indução bifásicas os enrolamentos já estão em quadratura, porém

para o caso da máquina assimétrica o sistema é desequilibrado. Este desequilíbrio é a motivação para o desenvolvimento do modelo compensado/equilibrado que foi apresentado na seção 3.2. A partir do desenvolvimento do modelo equilibrado é possível a aplicação da transformação de Park ao SPIM, com invariância nos parâmetros elétricos. Para tanto, seja um referencial arbitrário representado pelo vetor genérico \mathbf{f}_{qd}^x , conforme ilustra a Figura 16. Os enrolamentos do estator (f_{qs} e f_{ds}) bem como os enrolamentos do rotor (f_{qr} e f_{dr}) podem ser relacionados ao vetor genérico através dos ângulos δ_x e θ_x , respectivamente.

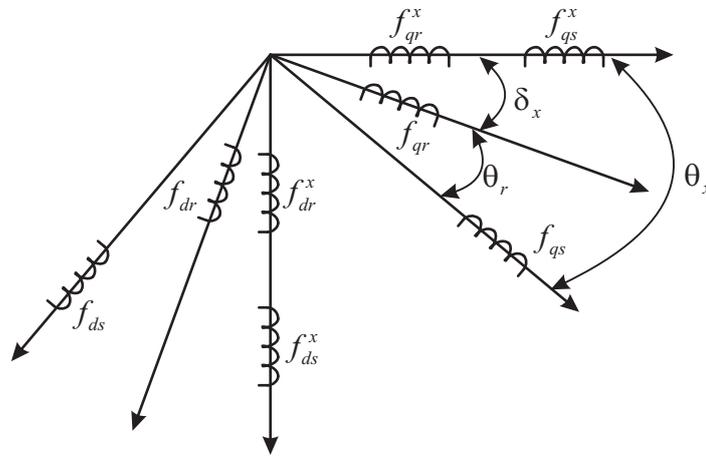


Figura 16: Transformação de Park aplicada às variáveis em quadratura do estator e do rotor.

Com isso pode-se definir uma matriz de mudança de base, que relaciona as variáveis do estator \mathbf{f}_{sqd} , com o sistema de referência arbitrário \mathbf{f}_{qd}^x que é dado na equação

$$\mathbf{f}_{sqd} = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \text{sen} \theta_x \\ -\text{sen} \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \mathbf{f}_{qd}^x \quad (3.24)$$

onde $\mathbf{f}_{sqd} = [f_{qs} \ f_{ds}]^T$, $\mathbf{f}_{qd}^x = [f_q^x \ f_d^x]^T$, e θ_x é o ângulo formado entre \mathbf{f}_{sqd} e \mathbf{f}_{qd}^x .

Desta forma define-se a matriz de Park que relaciona as variáveis do estator, dada por

$$\mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \text{sen} \theta_x \\ -\text{sen} \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

A matriz mudança de base que relaciona as variáveis de um sistema arbitrário com as variáveis do estator é dada por,

$$\mathbf{f}_{qd}^x = \mathbf{T}_s^{-1} \mathbf{f}_{sqd} \quad (3.26)$$

onde, $\mathbf{T}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & -\text{sen} \theta_x \\ \text{sen} \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}$

Também é possível definir-se uma matriz mudança de base que relaciona as variáveis do rotor \mathbf{f}_{rqd} , com o sistema de referência arbitrário, a qual é dada pela seguinte equação,

$$\mathbf{f}_{rqd} = \begin{bmatrix} \cos \delta_x & \text{sen} \delta_x \\ -\text{sen} \delta_x & \cos \delta_x \end{bmatrix} \mathbf{f}_{qd}^x \quad (3.27)$$

onde δ_x é o ângulo formado entre \mathbf{f}_{rqd} e \mathbf{f}_{qd}^x .

A partir da Figura 16 pode-se obter,

$$\delta_x = \theta_x - \theta_r \quad (3.28)$$

onde θ_r é a posição do rotor em função da velocidade ω_r , dado por

$$\theta_r = \int \omega_r dt \quad (3.29)$$

E ainda, pode-se escrever a matriz que relaciona as variáveis do rotor com o sistema arbitrário pela equação,

$$\mathbf{T}_r = \begin{bmatrix} \cos \delta_x & \text{sen} \delta_x \\ -\text{sen} \delta_x & \cos \delta_x \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Obtidos pela definição do ângulo θ_x conforme mostra a Tabela 15 (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1995), três sistemas de referência são comumente usados.

Tabela 15: Escolha de ω_x em função do sistema de referência.

$\omega_x = 0$	Sistema de Referência Estacionário
$\omega_x = \omega_r$	Sistema de Referência Móvel
$\omega_x = \omega_e$	Sistema de Referência Síncrono

No sistema de referência estacionário, com $\theta_x = 0$ o sistema de referência escolhido é o estator. Já no sistema de referência móvel, com $\theta_x = \theta_r$ o sistema de referência escolhido é o rotor. No sistema de referência síncrono, com $\theta_x = \theta_e$, onde θ_e é a posição instantânea do campo do estator, e o sistema de referência escolhido é a velocidade síncrona do campo girante, da forma que,

$$\theta_e = \int \omega_e dt \quad (3.31)$$

O sistema de referência síncrono se caracteriza por transformar as variáveis alternadas do sistema de coordenadas bifásico em variáveis contínuas. A Figura 17 ilustra esse sistema de referência, onde o par de enrolamentos girantes qd são transformados num par de enrolamentos qd com índice e , em fase e estacionários em relação aos outros dois. Esses enrolamentos também são chamados pseudo-girantes.

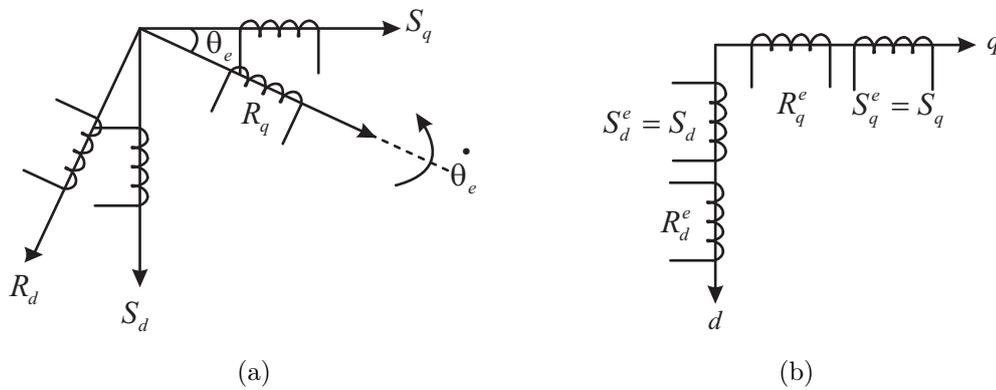


Figura 17: Sistemas de eixos da Transformação de Park. (a) Par de enrolamentos qd girantes. (b) Par de enrolamentos qd estacionários.

A partir da Figura 18 é possível obter a Matriz de Park, para utilização do referencial síncrono, com $\theta_x = \theta_e$, dada pela equação (3.32), que relaciona as tensões e correntes normalizadas de referencial girante, para um referencial estacionário em relação aos outros enrolamentos.

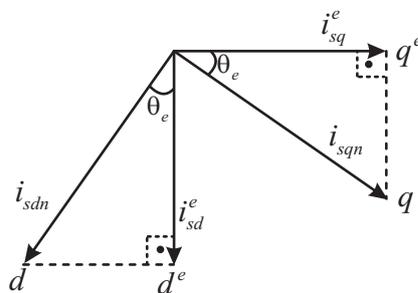


Figura 18: Sistemas de eixos da Transformação de Park.

$$\begin{bmatrix} i_{sq}^e \\ i_{sd}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\text{sen} \theta_e \\ \text{sen} \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^s \\ i_{sdn}^s \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Com isso pode-se usar a matriz \mathbf{T}_s dada por (3.25), para transformar enrolamentos girantes no tempo em enrolamentos estacionários. Assim, as variáveis destes enrolamentos: correntes, tensões e fluxos podem ser dados na forma,

$$\mathbf{f}_{qd}^e = \mathbf{T}_s^{-1} \mathbf{f}_{qd} \quad (3.33)$$

onde \mathbf{f} é um vetor genérico que pode representar os vetores tensão, corrente ou fluxo. A transformação inversa também pode ser realizada através de

$$\mathbf{f}_{qd} = \mathbf{T}_s \mathbf{f}_{qd}^e \quad (3.34)$$

Desta forma, aplicando a transformação de Park ao modelo compensado dado nas equações (3.14), (3.19), (3.22) e (3.23) é possível a obtenção de um modelo para aplicação de controle vetorial. O sobrescrito e nas variáveis indica o referencial síncrono adotado. Para as tensões estatóricas vem,

$$\mathbf{T}_s \begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Assim, multiplicando \mathbf{T}_s^{-1} em ambos os lados da igualdade,

$$\begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s^{-1} \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{dt} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Substituindo os termos referentes a transformação de Park,

$$\begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\text{sen}(\theta_e) \\ \text{sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \\ -\text{sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{dt} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Resolvendo a parte referente a derivada do fluxo estático na equação (3.37) vem,

$$\mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \frac{d\mathbf{T}_s}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \quad (3.38)$$

Definindo-se $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ como sendo a velocidade do campo girante, ou a velocidade síncrona, advém,

$$\mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \\ -\text{sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \omega \quad (3.39)$$

Resolvendo (3.39) tem-se,

$$\mathbf{T}_s^{-1} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \omega \quad (3.40)$$

Resolvendo o termo referente a assimetria dos enrolamento que contém $(n^2 R_{sq} - R_{sd})$ de (3.36), advém,

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_s^{-1} \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\text{sen}(\theta_e) \\ \text{sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \\ -\text{sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Logo, de (3.41), vem,

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_s^{-1} \begin{bmatrix} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} = \\ & (n^2 R_{sq} - R_{sd}) \begin{bmatrix} \cos^2(\theta_e) & \cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e) \\ \cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e) & \text{sen}^2(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Definindo-se,

$$\Delta \mathbf{R}_s \triangleq (n^2 R_{sq} - R_{sd}) \begin{bmatrix} \cos^2(\theta_e) & \cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e) \\ \cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e) & \text{sen}^2(\theta_e) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Assim é possível reescrever (3.36), da forma,

$$\begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} \omega + \Delta \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

A partir da equação (3.44) verifica-se a presença de variáveis com característica de evolução senoidal no tempo, tais variáveis estão no referencial estacionário e são representadas pelo sobre-escrito “s”. Esta parcela, $\Delta \mathbf{R}_s$ é devida a assimetria entre os enrolamentos da máquina, e como consequência disto, o modelo desacoplado da máquina de indução monofásica é chamado de “quase-invariante” no tempo. A seguir no desenvolvimento deste capítulo será mostrado que essa assimetria causa oscilações nas correntes i_{sqd}^e , no referencial síncrono.

De maneira análoga, a Transformação de Park também pode ser aplicada as variáveis do rotor, o que resulta em

$$\begin{bmatrix} V_{rqn}^e \\ V_{rdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{rd} & 0 \\ 0 & R_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \mathbf{T}_r^{-1} \begin{bmatrix} (n^2 R_{rq} - R_{rd}) i_{rqn}^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Definindo,

$$\Delta \mathbf{R}_r \triangleq (n^2 R_{rq} - R_{rd}) \begin{bmatrix} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) \\ \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix}$$

Pode-se reescrever (3.45) tal que,

$$\begin{bmatrix} V_{rqn}^e \\ V_{rdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{rd} & 0 \\ 0 & R_{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Novamente em (3.45) verifica-se a presença de um termo com dinâmica senoidal, o qual depende da corrente rotórica num referencial estacionário, mas desta vez referente as assimetrias refletidas dos enrolamentos rotóricos, pelo termo $\Delta \mathbf{R}_r$.

A partir de (3.22) e (3.23) é possível aplicar a Transformação de Park nas equações

dos fluxos estatóricos e rotóricos, onde,

$$\mathbf{T}_s \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 \\ 0 & L_{sd} \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \mathbf{T}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{sq} - L_{sd}) i_{sqn}^s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{mq} - L_{md}) i_{rq}^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{T}_r \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{rd} & 0 \\ 0 & L_{rd} \end{bmatrix} \mathbf{T}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} \end{bmatrix} \mathbf{T}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{rq} - L_{rd}) i_{rqn}^s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (n^2 L_{mq} - L_{md}) i_{sqn}^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Resolvendo (3.47) e (3.48), e fazendo as seguintes definições,

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{L}_s &\triangleq (n^2 L_{sq} - L_{sd}) \begin{bmatrix} \cos^2(\theta_e) & \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) & \text{sen}^2(\theta_e) \end{bmatrix} \\ \Delta \mathbf{L}_{m1} &\triangleq (n^2 L_{mq} - L_{md}) \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \cos(\delta_e) & \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \\ \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}, \\ \Delta \mathbf{L}_{m2} &\triangleq (n^2 L_{mq} - L_{md}) \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \cos(\delta_e) & \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}, \text{ e} \\ \Delta \mathbf{L}_r &\triangleq (n^2 L_{rq} - L_{rd}) \begin{bmatrix} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) \\ \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \text{ tem-se,} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} = L_{sd} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + L_{md} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m1} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

e

$$\begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} = L_{rd} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + L_{md} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Mais uma vez a partir das equações (3.49) e (3.50) é possível verificar o acoplamento entre os enrolamentos da máquina de indução assimétrica devido a diferença nas impedâncias dos enrolamentos da mesma. No caso das máquinas simétricas, sejam elas bifásicas,

ou trifásicas, os termos $\Delta\mathbf{R}_s$, $\Delta\mathbf{R}_r$, $\Delta\mathbf{L}_s$, $\Delta\mathbf{L}_r$ e $\Delta\mathbf{L}_m$ seriam iguais a zero e consequentemente seria possível a mudança de referencial com parâmetros constantes. Na próxima seção, é apresentado o desenvolvimento da estratégia de controle orientado indiretamente pelo campo, aplicado a uma máquina de indução monofásica. O desenvolvimento apresentado irá fazer a consideração dos termos de acoplamento.

3.4 Controle orientado indiretamente pelo campo aplicado a máquinas de indução bifásicas assimétricas

De acordo com (ONG, 1998) para operações em baixa velocidade, e para controle de posição o uso do controle por orientação direta de campo é limitado em função da estimação de fluxo. Isto é devido a integrações para se obter a estimativa do fluxo o qual tem *offset* e ruídos de medição. Com isso, uma alternativa amplamente usada na literatura é a orientação indireta de campo pelo fluxo rotórico. No entanto, para aplicação do controle por orientação indireta de campo é necessário o conhecimento do escorregamento, ou o conhecimento da velocidade síncrona da máquina de indução. Assim, são desenvolvidas algumas equações para o cálculo da velocidade síncrona.

A partir de (3.49) é possível escrever

$$\begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} = \frac{1}{L_{md}} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{sd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{\Delta\mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{\Delta\mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Substituindo (3.51) em (3.50), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} &= \frac{L_{rd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\ \Delta\mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} &+ \Delta\mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd}\Delta\mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd}\Delta\mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.52)$$

A equação (3.52) pode ser reescrita como,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} &= \frac{L_{md}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \\ \frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} &- \frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m1} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Substituindo (3.51) na equação das tensões rotóricas (3.46), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_{rd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd}L_{sd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} &- \frac{R_{rd}\Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd}\Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Derivando (3.52) obtém-se,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} &= \frac{L_{rd}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\ \Delta \mathbf{L}_r \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} &+ \Delta \mathbf{L}_{m2} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd}\Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd}\Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Ainda, substituindo (3.55) em (3.54), advém

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_{rd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd}L_{sd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\ \frac{L_{rd}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} &+ \frac{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_r \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \\ \frac{L_{rd}\Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} &- \frac{L_{rd}\Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\ \frac{R_{rd}\Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} &- \frac{R_{rd}\Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Substituindo (3.53) e sua derivada em (3.56), resulta

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{R_{rd} L_{rd} L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd} L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{rd} L_{sd} - L_{md}^2}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{md}^2 - L_{rd} L_{sd}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\
 &\frac{R_{rd} L_{sd}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_r \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \Delta \mathbf{L}_r \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_r}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\Delta \mathbf{L}_{m2} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \Delta \mathbf{L}_{m2} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m2}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

A equação (3.57) pode ser simplificada, resultando em,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} \\
 &+ \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_r}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m2}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

onde $\tau_{rd} = \frac{L_{rd}}{R_{rd}}$

Reorganizando (3.58), pode-se escrever,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_{rd}}{L_{rd}} & -(\omega - \omega_r) & \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} & 0 \\ (\omega - \omega_r) & -\frac{R_{rd}}{L_{rd}} & 0 & \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \\ i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \\
 &- \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_r}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m2}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

Reescrevendo (3.44), obtém-se

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} - R_{sd} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} - \Delta \mathbf{R}_s \quad (3.60)$$

Substituindo (3.53) em (3.60), advém,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sqn}^e \\ \phi_{sdn}^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} - R_{sd} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} 0 & \frac{L_{md}}{L_{rd}} \\ -\frac{L_{md}}{L_{rd}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} 0 & \frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd}} \\ -\frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \Delta \mathbf{R}_s - \\ \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} &\left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m1} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

Substituindo (3.53) e (3.61) em (3.56), tem-se,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{L_{md}^2}{\tau_{rd}\sigma_d L_{rd}L_{sd}} - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} & -\omega \\ \omega & -\frac{L_{md}^2}{\tau_{rd}\sigma_d L_{rd}L_{sd}} - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{L_{md}}{L_{rd}L_{sd}\sigma_d} \frac{1}{\tau_{rd}} & -\omega_r \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \\ \omega_r \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} & \frac{1}{L_{rd}L_{sd}\sigma_d} \frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rqn}^e \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{1}{L_{sd}\sigma_d} \begin{bmatrix} V_{sqn}^e \\ V_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \Delta \mathbf{L}_r \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \Delta \mathbf{L}_{m2} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m1}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{rd} \Delta \mathbf{L}_s}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \Delta \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\
 &\frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd}L_{sd}} \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \Delta \mathbf{L}_{m2} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \right. \\
 &\left. \Delta \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{L}_{m1} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right)
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

onde, $\sigma_d = 1 - \frac{L_{md}^2}{L_{rd}L_{sd}}$

Assumindo que no referencial síncrono, o eixo de coordenadas d encontra-se alinhado sobre o mesmo, logo, pode-se dizer que $\phi_{rq} = 0$, ou

$$\phi_{rqd}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rd}^e \end{bmatrix} \tag{3.63}$$

Das equações (3.62) e (3.63) é possível obter a corrente i_{sdn}^e de forma que,

$$\begin{aligned}
 i_{sdn}^e = & \omega i_{sqn}^e - \left(\frac{L_{md}^2}{\tau_{rd} \sigma_d L_{rd} L_{sd}} + \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} \right) i_{sdn}^e + \frac{L_{md}}{L_{rd} L_{sd} \sigma_d} \frac{1}{\tau_{rd}} \phi_{rdn}^e + \frac{1}{L_{sd} \sigma_d} V_{sdn}^e - \\
 & \frac{L_{md}}{a^2} \mathbf{M}_1 \left(\delta_{Lr} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) - \delta_{Rr} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) - \frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_3 \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\
 & \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_2 \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) - \mathbf{M}_4 \left(\frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Ls} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Rs} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) + \\
 & \frac{L_{md}}{a^2} \omega \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lr} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{rqn}^e - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lm} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{sqn}^e \right) + \\
 & \frac{L_{md}}{a^2} \omega \left(\delta_{Ls} \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{sqn}^e + \delta_{Lm} \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{rqn}^e \right)
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

onde $\delta_{Lm} = (n^2 L_{mq} - L_{md})$, $\delta_{Ls} = (n^2 L_{sq} - L_{sd})$, $\delta_{Lr} = (n^2 L_{rq} - L_{rd})$, $\delta_{Rs} = (n^2 R_{sq} - R_{sd})$, $\delta_{Rr} = (n^2 R_{rq} - R_{rd})$, $a^2 = L_{rd} L_{sd} - L_{md}^2$, $\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix}$, $\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}$, $\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}$, e $\mathbf{M}_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) & \text{sen}^2(\theta_e) \end{bmatrix}$.

Devido a consideração assumida em (3.63), (3.46) torna-se

$$\begin{bmatrix} V_{rqn}^e \\ V_{rdn}^e \end{bmatrix} = R_{rd} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

Substituindo (3.50) em (3.65), resulta

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = & \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} L_{md}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{rdn}^e \end{bmatrix} \\
 + \Delta \mathbf{R}_r \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - & \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_r}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \frac{R_{rd} \Delta \mathbf{L}_{m2}}{L_{rd}} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

No eixo “d”, tem-se que

$$0 = \frac{1}{\tau_{rd}} \phi_{rdn}^e - \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e + \frac{d}{dt} \phi_{rdn}^e - \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \delta_{Rr} i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) \quad (3.67)$$

E no eixo “q”, tem-se também

$$0 = -\frac{L_{md}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e + (\omega - \omega_r) \phi_{rdn}^e - \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \cos(\delta_e) & \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\delta_{Rr} - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} \right) i_{rqn}^e \\ \left(\delta_{Rr} - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} \right) i_{rdn}^e \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

A partir de (3.67) se obtém a dinâmica do fluxo rotórico para o eixo “d”:

$$\frac{d}{dt} \phi_{rdn}^e + \frac{1}{\tau_{rd}} \phi_{rdn}^e = \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e + \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \delta_{Rr} i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) \quad (3.69)$$

Considerando-se que o motor está em regime permanente, e o fluxo rotórico de eixo direto é constante, então a derivada do mesmo é zero e pode-se escrever,

$$\frac{1}{\tau_{rd}} \phi_{rdn}^e = \frac{L_{md}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e + \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \delta_{Rr} i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) \quad (3.70)$$

Logo, (3.70) pode ser reescrita na forma,

$$\begin{aligned} \phi_{rdn}^e = L_{md}i_{sdn}^e + \begin{bmatrix} \cos(\theta_e)\text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e)\text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \\ \begin{bmatrix} \cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{Rr}i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr}i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Substituindo-se (3.71) em (3.68), obtém-se (3.72), onde pode ser calculada a velocidade síncrona do motor de indução monofásico.

$$\begin{aligned} \frac{L_{md}}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e = (\omega - \omega_r) L_{md}i_{sdn}^e - \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \\ (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} \cos(\theta_e)\text{sen}(\delta_e) & \text{sen}(\theta_e)\text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}}i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \\ (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} \cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e) & \text{sen}^2(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{Rr}i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr}i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rdn}^e \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\delta_{Rr} - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} \right) i_{rqn}^e \\ \left(\delta_{Rr} - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} \right) i_{rdn}^e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Para simplificação, assume-se que os termos referentes a assimetria da máquina têm baixa influência no cálculo da velocidade síncrona e ainda considerando o número de pares de pólos da máquina, (3.72) pode ser dada por,

$$\omega = p\omega_r + \frac{i_{sq}^e}{\tau_{rd}i_{sd}^e} \quad (3.73)$$

Segundo (ONG, 1998), para se atender a condição de orientação indireta de campo, o fluxo rotórico deve ser controlado pela regulação da corrente i_{sd}^e . Assim, para uma referência de fluxo rotórico pode ser calculada a corrente i_{sd}^{e*} a partir da equação

$$\phi_{rd}^* = \frac{R_{rd}L_{md}}{R_{rd} + L_{rd}\rho} i_{sd}^* \quad (3.74)$$

onde ρ representa o operador derivada no tempo.

O valor da corrente i_{sq}^{e*} é diretamente proporcional ao torque eletromagnético, onde este pode ser calculado por

$$T_e^* = \frac{p}{2} \frac{L_{md}}{L_{rd}} \phi_{rd}^{e*} i_{sq}^{e*} \quad (3.75)$$

A Figura 19 mostra o diagrama de blocos da técnica de controle por orientação indireta do campo. T_e^* e ϕ_{rq}^{e*} representam o torque eletromagnético e o fluxo de referência. No bloco “Controladores PI” a lei de controle é gerada e são realizadas as transformações de Park. ω_{sl} é o escorregamento.

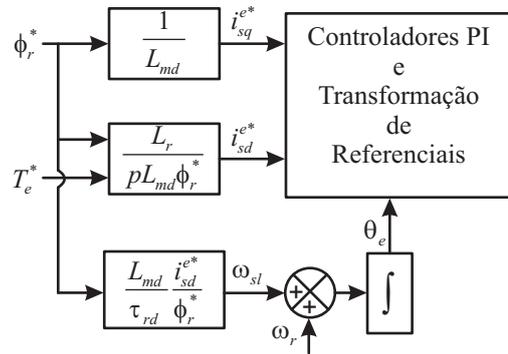


Figura 19: Diagrama de blocos do controle IFOC.

A partir das equações (3.71) e (3.75), desconsiderando as parcelas referentes a assimetria da máquina bifásica assimétrica, pode-se calcular o torque eletromagnético conforme apresentado em (3.76),

$$T_e^* \approx \frac{p}{2} \frac{L_{md}^2}{L_{rd}} i_{sq}^{e*} i_{sd}^{e*} \quad (3.76)$$

A Função de Transferência que define o projeto dos controladores de corrente pode ser obtida a partir das equações seguintes. Reescrevendo (3.64), devido a (3.71) vem,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}i_{sdn}^e &= \omega i_{sqn}^e - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} i_{sdn}^e + \frac{1}{L_{sd} \sigma_d} V_{sdn}^e + \\
 &\frac{L_{md}}{L_{rd} L_{sd} \sigma_d \tau_{rd}} \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \frac{L_{md}}{L_{rd} L_{sd} \sigma_d \tau_{rd}} \mathbf{M}_1 \begin{bmatrix} \delta_{Rr} i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr} i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \mathbf{M}_1 \left(\delta_{Lr} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) - \delta_{Rr} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) - \frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_3 \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_2 \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) - \mathbf{M}_4 \left(\frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Ls} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{sdn}^e \end{bmatrix} + \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Rs} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) \\
 &+ \frac{L_{md}}{a^2} \omega \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lr} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{rqn}^e - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lm} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{sqn}^e \right) \\
 &+ \frac{L_{md}}{a^2} \omega (\delta_{Ls} \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{sqn}^e + \delta_{Lm} \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{rqn}^e)
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

Aplicando a Transformada de Laplace na equação (3.77), vem,

$$\begin{aligned}
 s i_{sdn}^e(s) &= \omega i_{sqn}^e(s) - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} i_{sdn}^e(s) + \frac{1}{L_{sd} \sigma_d} V_{sdn}^e(s) + \frac{L_{md}}{L_{rd} L_{sd} \sigma_d \tau_{rd}} \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e(s) \\ \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e(s) \end{bmatrix} - \\
 &\frac{L_{md}}{L_{rd} L_{sd} \sigma_d \tau_{rd}} \mathbf{M}_1 \begin{bmatrix} \delta_{Rr} i_{rqn}^e(s) - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e(s) \\ \delta_{Rr} i_{rdn}^e(s) - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e(s) \end{bmatrix} - \frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_3 \begin{bmatrix} s i_{rqn}^e(s) \\ s i_{rdn}^e(s) \end{bmatrix} - \\
 &\mathbf{M}_4 \left(\frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Ls} \begin{bmatrix} s i_{sqn}^e(s) \\ s i_{sdn}^e(s) \end{bmatrix} + \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Rs} \begin{bmatrix} i_{sqn}^e(s) \\ i_{sdn}^e(s) \end{bmatrix} \right) - \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \mathbf{M}_1 \left(\delta_{Lr} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e(s) \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e(s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s i_{rqn}^e(s) \\ s i_{rdn}^e(s) \end{bmatrix} \right) - \delta_{Rr} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e(s) \\ i_{rdn}^e(s) \end{bmatrix} \right) - \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_2 \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e(s) \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e(s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s i_{sqn}^e(s) \\ s i_{sdn}^e(s) \end{bmatrix} \right) + \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \omega \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lr} \cos(\delta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{rqn}^e(s) - \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Lm} \cos(\theta_e) \text{sen}(\delta_e) i_{sqn}^e(s) \right) + \\
 &\frac{L_{md}}{a^2} \omega (\delta_{Ls} \cos(\theta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{sqn}^e(s) + \delta_{Lm} \cos(\delta_e) \text{sen}(\theta_e) i_{rqn}^e(s))
 \end{aligned} \tag{3.78}$$

Reescrevendo a equação (3.78), e ainda desconsiderando os termos referentes as assimetrias dos enrolamentos vem,

$$\frac{i_{sdn}^e(s)}{\omega i_{sqn}^e(s) \sigma_d L_{sd} + V_{sdn}^e(s)} \approx \frac{1}{s \sigma_d L_{sd} + R_{sd}} \tag{3.79}$$

A equação (3.78) ainda pode ser reescrita considerando apenas o termo de acoplamento

relacionado as resistências estatóricas, da forma que,

$$s i_{sdn}^e(s) = \omega i_{sqn}^e(s) - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} i_{sdn}^e(s) + \frac{1}{L_{sd} \sigma_d} V_{sdn}^e(s) - \frac{L_{md}}{\sigma_d L_{sd} L_{rd}} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) i_{sqn}^e(s) \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\theta_e) - \frac{L_{md}}{\sigma_d L_{sd} L_{rd}} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) i_{sdn}^e(s) \operatorname{sen}^2(\theta_e) \quad (3.80)$$

Reescrevendo (3.80) vem,

$$s i_{sdn}^e(s) \sigma_d L_{sd} = \sigma_d L_{sd} \omega i_{sqn}^e(s) - R_{sd} i_{sdn}^e(s) + V_{sdn}^e(s) - \frac{L_{md}}{L_{rd}} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) i_{sqn}^e(s) \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\theta_e) - \frac{L_{md}}{L_{rd}} (n^2 R_{sq} - R_{sd}) i_{sdn}^e(s) \operatorname{sen}^2(\theta_e) \quad (3.81)$$

Escrevendo a Função de Transferência de eixo ‘d’ considerando os termos de acoplamento devido as diferenças entre as resistências estatóricas, tem-se,

$$\frac{i_{sdn}^e(s)}{V_{sdn}^e(s) + i_{sqn}^e(s) \left(\frac{\sigma_d L_{sd} \omega - \delta_{Rs} \frac{L_{md}}{L_{rd}} \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\theta_e)}{1} \right)} = \frac{1}{\left(s \sigma_d L_{sd} + R_{sd} + \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Rs} \operatorname{sen}^2(\theta_e) \right)} \quad (3.82)$$

A partir de (3.62) tem-se ainda,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e &= \left(-\frac{L_{md}^2}{\tau_{rd} \sigma_d L_{rd} L_{sd}} - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} \right) i_{sqn}^e - \omega i_{sdn}^e - \omega_r \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{rd} L_{sd}} \phi_{rdn}^e + \frac{1}{L_{sd} \sigma_d} V_{sqn}^e - \\ &\frac{L_{md}}{a^2} \mathbf{M}_5 \left(\delta_{Lr} \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rqn}^e - \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{rdn}^e - \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \delta_{Rr} \begin{bmatrix} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{bmatrix} \right) - \frac{L_{rd}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_8 \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{rdn}^e \end{bmatrix} - \\ &\frac{1}{a^2} \mathbf{M}_6 \left(\begin{bmatrix} L_{rd} \delta_{Ls} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e + L_{md} \delta_{Rs} i_{sqn}^e \\ L_{rd} \delta_{Ls} \frac{d}{dt} i_{sdn}^e + L_{md} \delta_{Rs} i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) - \frac{L_{md}}{a^2} \delta_{Lm} \mathbf{M}_7 \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}} i_{sdn}^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt} i_{sdn}^e \end{bmatrix} \right) - \\ &\frac{L_{md}}{a^2} \omega \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lr} \cos(\delta_e) \operatorname{sen}(\delta_e) i_{rdn}^e - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Lm} \cos(\delta_e) \operatorname{sen}(\theta_e) i_{sdn}^e \right) - \\ &\frac{L_{md}}{a^2} \omega (\delta_{Ls} \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\theta_e) i_{sdn}^e + \delta_{Lm} \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\delta_e) i_{rdn}^e) \end{aligned} \quad (3.83)$$

onde $\mathbf{M}_5 = \begin{bmatrix} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e) \operatorname{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}$, $\mathbf{M}_6 = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta_e) & \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\theta_e) \end{bmatrix}$, $\mathbf{M}_7 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \cos(\delta_e) & \cos(\delta_e) \operatorname{sen}(\theta) \end{bmatrix}$, e $\mathbf{M}_8 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \cos(\delta_e) & \cos(\theta_e) \operatorname{sen}(\delta_e) \end{bmatrix}$.

De (3.59) pode-se obter,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\phi_{rqn}^e &= -\frac{1}{\tau_{rd}}\phi_{rqn}^e - (\omega - \omega_r)\phi_{rdn}^e + \frac{L_{md}}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e - \\ &\left[\begin{array}{cc} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e) \end{array} \right] \left(\left[\begin{array}{c} \delta_{Rr}i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr}i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{\tau_{rd}}i_{rdn}^e \end{array} \right] \right) - \\ &\left[\begin{array}{cc} \cos(\theta_e)\cos(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\theta_e) \end{array} \right] \frac{\delta_{Lm}}{\tau_{rd}} \left[\begin{array}{c} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.84)$$

Então, de (3.63) e (3.84) obtém-se,

$$\begin{aligned} i_{sqn}^e &= (\omega - \omega_r)\frac{\tau_{rd}}{L_{md}}\phi_{rdn}^e + \left[\begin{array}{cc} \cos(\theta_e)\cos(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\theta_e) \end{array} \right] \frac{\delta_{Lm}}{L_{md}} \left[\begin{array}{c} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{array} \right] + \\ &\left[\begin{array}{cc} \cos^2(\delta_e) & \cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e) \end{array} \right] \left(\left[\begin{array}{c} \delta_{Rr}\frac{\tau_{rd}}{L_{md}}i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{L_{md}}i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr}\frac{\tau_{rd}}{L_{md}}i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{L_{md}}i_{rdn}^e \end{array} \right] \right) \end{aligned} \quad (3.85)$$

Substituindo (3.85) em (3.83), resulta

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}i_{sqn}^e &= -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}}i_{sqn}^e - \omega i_{sdn}^e + \frac{1}{L_{sd}\sigma_d}V_{sqn}^e - \omega\frac{L_{md}}{\sigma_d L_{rd}L_{sd}}\phi_{rdn}^e - \\ &\frac{L_{md}^2}{\tau_{rd}\sigma_d L_{rd}L_{sd}}\mathbf{M}_5 \left(\left[\begin{array}{c} \delta_{Rr}\frac{\tau_{rd}}{L_{md}}i_{rqn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{L_{md}}i_{rqn}^e \\ \delta_{Rr}\frac{\tau_{rd}}{L_{md}}i_{rdn}^e - \frac{\delta_{Lr}}{L_{md}}i_{rdn}^e \end{array} \right] \right) - \frac{L_{md}^2}{\tau_{rd}\sigma_d L_{rd}L_{sd}}\mathbf{M}_7 \frac{\delta_{Lm}}{L_{md}} \left[\begin{array}{c} i_{sqn}^e \\ i_{sdn}^e \end{array} \right] \\ &- \frac{L_{md}}{a^2}\mathbf{M}_5 \left(\delta_{Lr} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{\tau_{rd}}i_{rqn}^e - \frac{d}{dt}i_{rqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}}i_{rdn}^e - \frac{d}{dt}i_{rdn}^e \end{array} \right] - \delta_{Rr} \left[\begin{array}{c} i_{rqn}^e \\ i_{rdn}^e \end{array} \right] \right) - \frac{L_{rd}}{a^2}\delta_{Lm}\mathbf{M}_8 \left[\begin{array}{c} \frac{d}{dt}i_{rqn}^e \\ \frac{d}{dt}i_{rdn}^e \end{array} \right] - \\ &\frac{1}{a^2}\mathbf{M}_6 \left(\left[\begin{array}{c} L_{rd}\delta_{Ls}\frac{d}{dt}i_{sqn}^e + L_{md}\delta_{Rs}i_{sqn}^e \\ L_{rd}\delta_{Ls}\frac{d}{dt}i_{sdn}^e + L_{md}\delta_{Rs}i_{sdn}^e \end{array} \right] \right) - \frac{L_{md}}{a^2}\delta_{Lm}\mathbf{M}_7 \left(\left[\begin{array}{c} \frac{1}{\tau_{rd}}i_{sqn}^e \\ \frac{1}{\tau_{rd}}i_{sdn}^e \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \frac{d}{dt}i_{sqn}^e \\ \frac{d}{dt}i_{sdn}^e \end{array} \right] \right) - \\ &\frac{L_{md}}{a^2}\omega \left(-\frac{L_{md}}{L_{rd}}\delta_{Lr}\cos(\delta_e)\text{sen}(\delta_e)i_{rdn}^e - \frac{L_{md}}{L_{rd}}\delta_{Lm}\cos(\delta_e)\text{sen}(\theta_e)i_{sdn}^e \right) - \\ &\frac{L_{md}}{a^2}\omega (\delta_{Ls}\cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e)i_{sdn}^e + \delta_{Lm}\cos(\theta_e)\text{sen}(\delta_e)i_{rdn}^e) \end{aligned} \quad (3.86)$$

Assumindo que o fluxo ϕ_{rdn}^e é constante, então, o termo $\left(-\omega\frac{L_{md}}{L_r L_{sd}\sigma_d}\phi_{rdn}^e\right)$ pode ser considerado como um distúrbio, assim, desprezando os termos referentes ao acoplamento entre os enrolamentos em (3.86) tem-se,

$$\sigma_d L_{sd} \frac{d}{dt}i_{sqn}^e = -R_{sd}i_{sqn}^e - \sigma_d L_{sd}\omega i_{sdn}^e + V_{sdn}^e \quad (3.87)$$

A partir de (3.78) e (3.86) é possível definir os termos que devem ser compensados para

mitigar os problemas associados as assimetrias da máquina bifásica. Porém, verifica-se a necessidade do conhecimento de estados como correntes rotóricas as quais não podem ser medidas em máquinas com rotor gaiola de esquilo, e ainda derivadas de corrente. Dessa forma, aqui consideram-se apenas os termos relativos a assimetria da máquina que contém as resistências estatóricas. Logo,

$$\frac{d}{dt}i_{sqn}^e = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}}i_{sqn}^e - \omega i_{sdn}^e + \frac{1}{L_{sd}\sigma_d}V_{sqn}^e - \frac{1}{a2}\cos^2(\theta_e)L_{md}\delta_{Rs}i_{sqn}^e - \frac{1}{a2}\cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e)L_{md}\delta_{Rs}i_{sdn}^e \quad (3.88)$$

Aplicando a Transformada de Laplace na equação (3.87), tem-se

$$s i_{sqn}^e(s) L_{sd}\sigma_d = -L_{sd}\sigma_d\omega i_{sqn}^e(s) - R_{sd}i_{sdn}^e(s) + V_{sqn}^e(s) \quad (3.89)$$

Aplicando a Transformada de Laplace em (3.88), tem-se,

$$s i_{sqn}^e(s) = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}}i_{sqn}^e(s) - \omega i_{sdn}^e(s) + \frac{1}{L_{sd}\sigma_d}V_{sqn}^e(s) - \frac{1}{a2}\cos^2(\theta_e)L_{md}\delta_{Rs}i_{sqn}^e(s) - \frac{1}{a2}\cos(\theta_e)\text{sen}(\theta_e)L_{md}\delta_{Rs}i_{sdn}^e(s) \quad (3.90)$$

A função de transferência a partir de (3.89) é dada por,

$$\frac{i_{sqn}^e(s)}{V_{sqn}^e(s) - L_{sd}\sigma_d\omega i_{sqn}^e(s)} \approx \frac{1}{sL_{sd}\sigma_d + R_{sd}} \quad (3.91)$$

Enquanto a função de transferência a partir de (3.90) é dada por,

$$\frac{i_{sqn}^e(s)}{\frac{V_{sqn}^e(s) - i_{sdn}^e(s) \left(\sigma_d L_{sd}\omega + \delta_{Rs} \frac{L_{md}}{L_{rd}} \cos(\theta) \text{sen}(\theta) \right)}{1}} = \frac{1}{\left(s\sigma_d L_{sd} + R_{sd} + \frac{L_{md}\delta_{Rs}}{L_{rd}} \cos^2(\theta) \right)} \quad (3.92)$$

Pode-se verificar a partir de (3.78) e (3.86) que a assimetria dos enrolamentos resulta em termos dependentes de correntes no referencial estacionário, as quais têm dinâmicas senoidais no desenvolvimento de um modelo chamado “quase invariante no tempo”. Estes termos causam oscilações nas correntes estatóricas e rotóricas mesmo em um referencial

síncrono. Para ilustração da presença dos termos referentes a assimetria da máquina a Figura 20 mostra o diagrama de blocos da parte elétrica da máquina, onde são considerados apenas os termos assimétricos que são relacionados com as resistências estáticas, correntes estáticas e os termos que estão relacionados a velocidade síncrona da máquina. Desconsideram-se os termos associados as indutâncias pois estas têm valor numérico bem inferior aos valores das resistências, e ainda desconsideram-se os termos associados as correntes rotóricas.

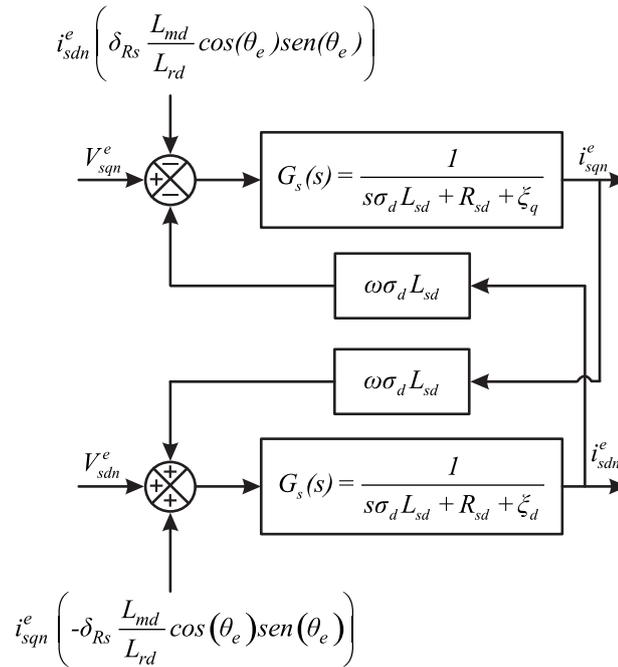


Figura 20: Diagrama de blocos da parte elétrica de uma máquina bifásica assimétrica.

Na Figura 20 os termos $\xi_q = \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Rs} \cos^2(\theta_e)$, e $\xi_d = \frac{L_{md}}{L_{rd}} \delta_{Rs} \text{sen}^2(\theta_e)$

A Figura 20 evidencia os problemas associados a assimetria entre os enrolamentos em um motor de indução monofásico. Mesmo utilizando um referencial síncrono existem componentes com dinâmicas alternadas.

3.5 Resultados de simulação

Para a verificação do método de controle vetorial apresentado neste capítulo alguns resultados de simulação são apresentados. Os parâmetros elétricos usados para simular a máquina de indução bifásica assimétrica são apresentados na Tabela 14. A simulação é desenvolvida em ambiente Matlab[®] onde as equações diferenciais que modelam o comportamento da máquina de indução monofásica são discretizadas usando o método de Euler, com frequência de amostragem de 2,5 kHz. Ainda, na simulação desconsideram-se

os efeitos do inversor e considera-se que as tensões de alimentação são tensões ideais.

Nas simulações o controle das correntes i_{sqn}^e e i_{sdn}^e é realizado por dois controladores PI com altos ganhos. O controle de velocidade também é realizado por um controlador PI. A Figura 21 mostra o diagrama de blocos do sistema simulado, na qual assume-se que as tensões de alimentação do motor são consideradas ideais, ou seja, o efeito do inversor não é considerado. O projeto dos controladores PIs das correntes é apresentado no Apêndice C.

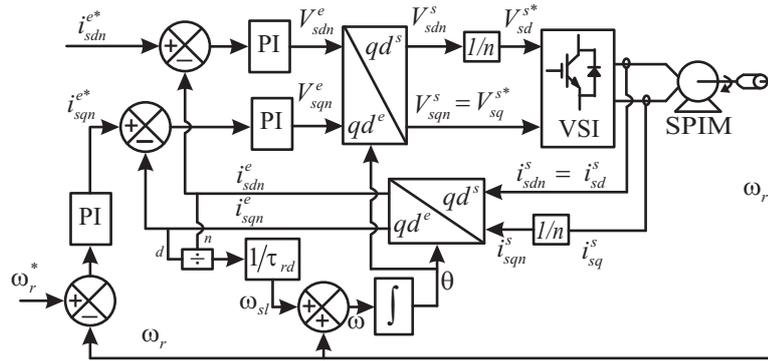


Figura 21: Diagrama de blocos do sistema de controle da máquina monofásica simulada.

Na Figura 22 é apresentada a resposta de velocidade rotórica (ω_r) para um degrau de 0,5 pu da velocidade nominal na referência de velocidade (ω_r^*).

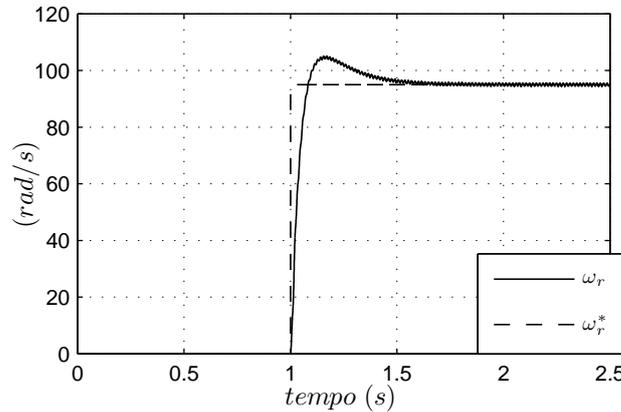


Figura 22: Resposta de velocidade a uma dada referência.

A Figura 23 apresenta o torque eletromagnético simulado para esta condição. Verifica-se que o torque é pulsante em uma frequência ao dobro da frequência das correntes estatóricas, conforme Figura 24 (c), devido as assimetrias da máquina.

A Figura 24 mostra as correntes estatóricas simuladas. Na Figura 24 (a) é apresentada a corrente i_{sq} simulada, enquanto a Figura 24 (b) mostra a corrente i_{sd} simulada, já a Figura 24 (c) mostra um detalhe das correntes estatóricas simuladas. A partir desta

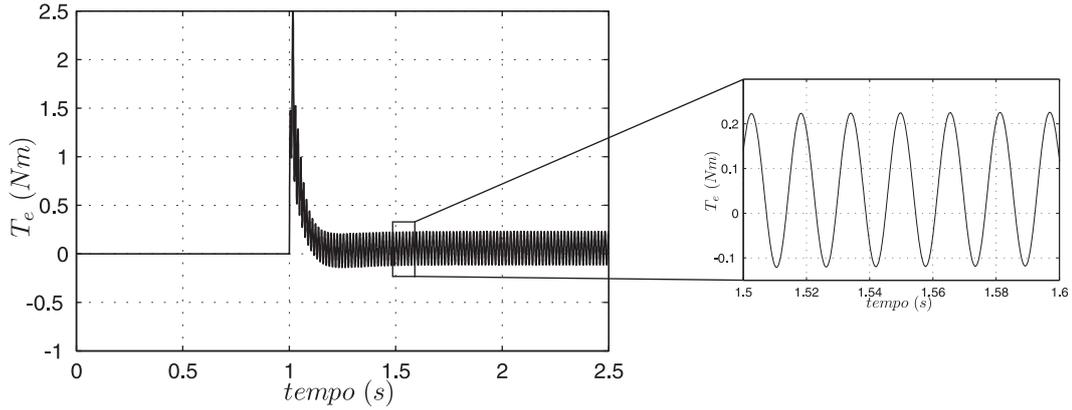


Figura 23: Torque eletromagnético simulado.

figura é possível se verificar as diferentes amplitudes das correntes nos enrolamentos, como também é possível verificar que estas tem forma senoidal.

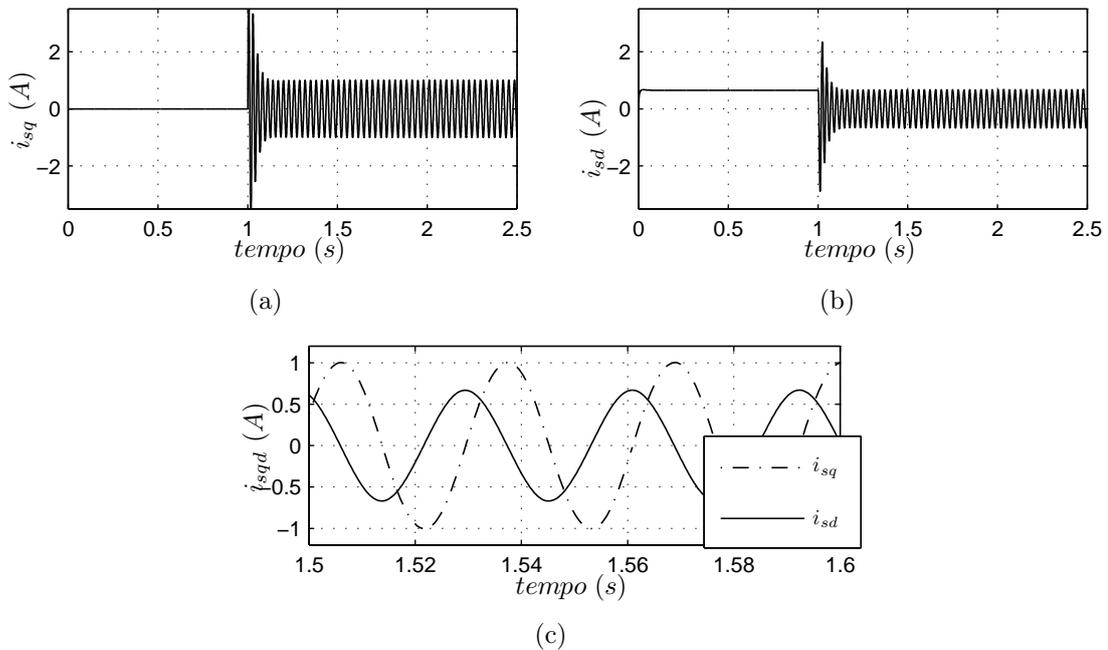


Figura 24: Correntes estatóricas simuladas. (a) i_{sq} , (b) i_{sd} , (c) Zoom de i_{sq} e i_{sd} .

Na Figura 25 são apresentadas as correntes estatóricas no referencial síncrono. A referência da corrente i_{sd}^{e*} é definida como 0,65 A, para magnetização da máquina de acordo com um nível adequado de fluxo. As Figuras 25 (a) e (b) mostram as correntes i_{sqn}^e e i_{sdn}^e respectivamente, enquanto que as Figuras 25 (c) e (d) apresentam os fluxos rotóricos ϕ_{rqn}^e e ϕ_{rdn}^e no referencial síncrono. É possível observar que mesmo no referencial síncrono os fluxos rotóricos são oscilatórios devido a assimetria da máquina. Além disso, verifica-se o alinhamento do fluxo ϕ_{rq}^e em torno de zero.

Para ilustrar o desempenho do controlador vetorial desenvolvido, uma outra simulação

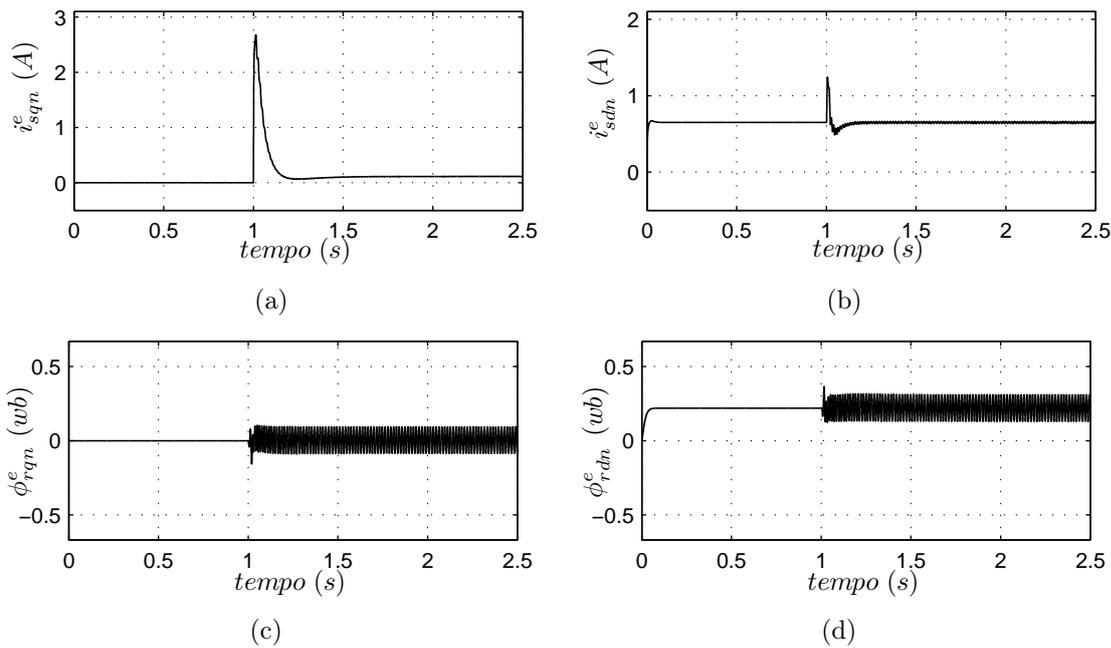


Figura 25: Correntes estatóricas e fluxos rotóricos no referencial síncrono. (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e , (c) ϕ_{rq}^e , (d) ϕ_{rd}^e .

é realizada. A Figura 26 mostra a resposta de velocidade para uma dada referência. Nesta simulação a referência de velocidade atinge o valor nominal. Verifica-se nesta figura a boa correspondência entre ambas.

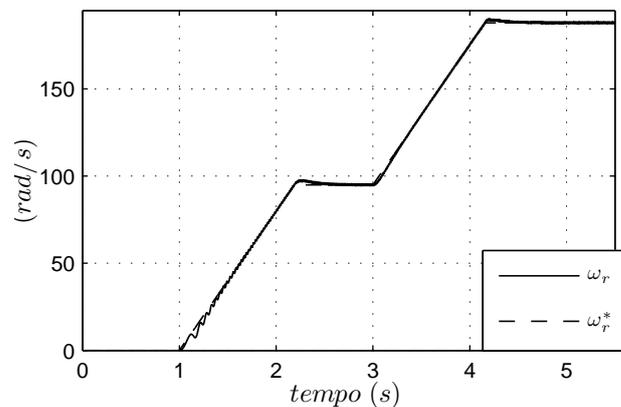


Figura 26: Resposta de velocidade.

A Figura 27 apresenta as correntes estatóricas e o fluxo rotórico no referencial síncrono. É possível verificar a oscilação nas variáveis em eixos síncronos devido a assimetria da máquina. A partir da Figura 27 é possível verificar os níveis de oscilação presentes nas correntes e fluxos no referencial síncrono, mesmo em um ambiente de simulação desprovido de ruídos de medida e não considerando os efeitos do inversor. Além disso, é possível verificar o aumento dessas oscilações com o aumento da velocidade rotórica decorrente dos termos de acoplamento entre os enrolamentos.

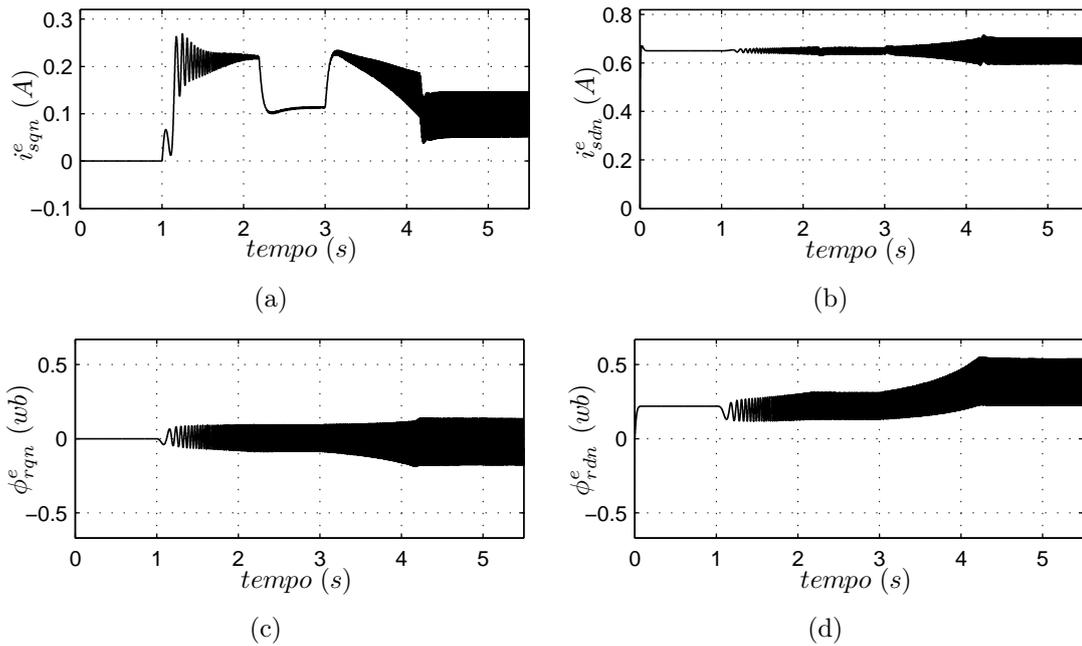


Figura 27: Correntes estatóricas e fluxos rotóricos no referencial síncrono. (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e , (c) ϕ_{rq}^e , (d) ϕ_{rd}^e .

Com o intuito de verificar a possibilidade de compensação dos termos referentes a assimetrias entre as resistências estatóricas uma simulação é realizada. Para tanto, os termos referentes a diferença entre as resistências estatóricas são somados as tensões V_{sq}^e e V_{sd}^e como apresentado na Figura 20. Desta forma, a Figura 28 ilustra a resposta de velocidade quando se compensa um dos termos referentes ao desequilíbrio entre os enrolamentos, onde a Figura 28 (a) mostra a resposta de velocidade que fica muito semelhante a resposta de velocidade apresentada na Figura 26, enquanto as Figuras 28 (b) e (c) apresentam as correntes estatóricas em eixos síncronos. Embora a Figura 28 (b) apresente maiores oscilações para baixas velocidades, é possível verificar menor nível de oscilações para tempo superior a 3s.

3.6 Considerações finais

Neste capítulo foi desenvolvida uma metodologia para obtenção de um modelo adequado para controle vetorial orientado indiretamente pelo campo aplicado a uma máquina de indução bifásica assimétrica. Verifica-se que mesmo fazendo compensação das tensões, correntes e fluxos ainda se fazem presentes termos assimétricos relacionados as diferenças de impedâncias entre os enrolamentos da máquina. Esses termos poderiam ser compensados, porém é necessário o conhecimento ou estimação de alguns estados da máquina como correntes rotóricas e suas derivadas. Um resultado de simulação demonstrou que

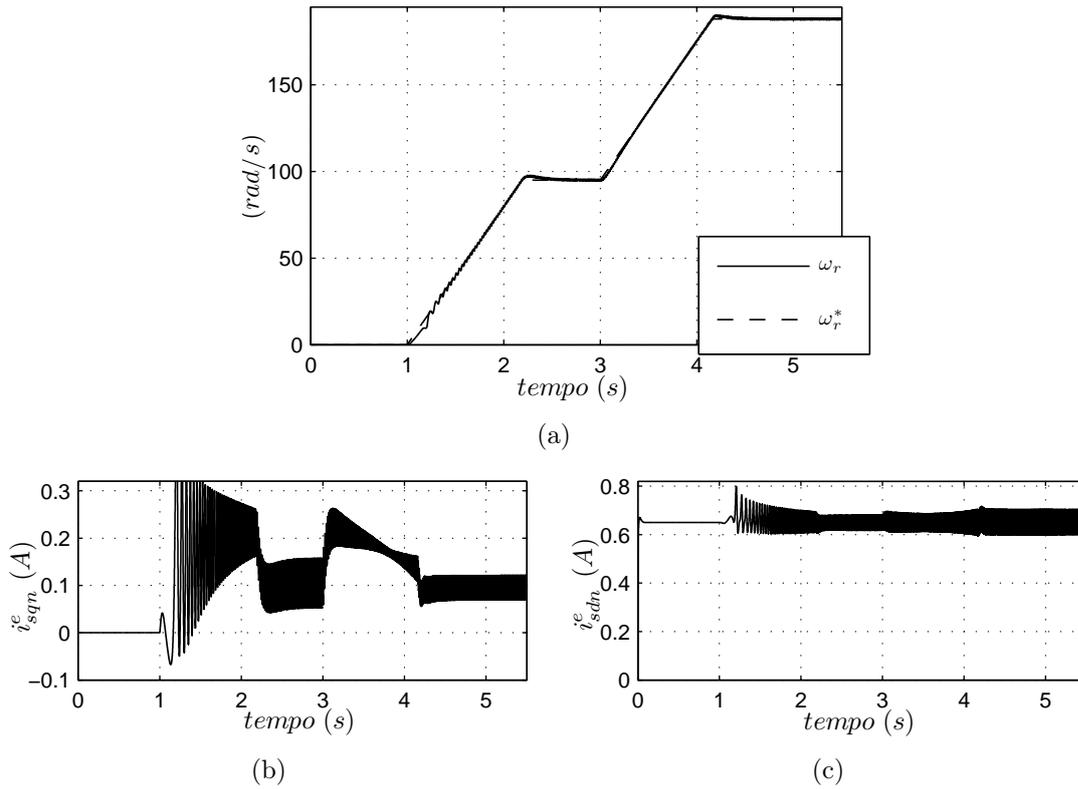


Figura 28: Resposta de velocidade com compensação de termos referentes a assimetria da máquina. (a) ω_r e ω_r^* , (b) i_{sq}^e , (c) i_{sd}^e .

é possível a redução nas oscilações das correntes em eixos síncronos com a compensação dos termos relativos a assimetria da máquina.

A partir do desenvolvimento do modelo adequado que considera os termos assimétricos é possível projetar controladores para fazer a compensação das assimetrias da máquina, bem como fazer a compensação do acoplamento das correntes com a velocidade rotórica.

4 OBSERVADOR DA VELOCIDADE ROTÓRICA PELO MÉTODO MRAS

4.1 Considerações iniciais

As estratégias de controle *sensorless* em máquinas de indução estão atingindo maturidade tecnológica em uma ampla escala de aplicações variando de aplicações de baixo custo a sistemas de alto desempenho. A eliminação do sensor de velocidade em sistemas de controle utilizados em máquinas elétricas representa diminuição do custo do mesmo, aliado ao aumento da confiabilidade do sistema com a redução do componente mecânico (HOLTZ, 2001).

O acionamento V/f pode ser considerado como uma das primeiras técnicas *sensorless* aplicadas em máquinas de indução. Neste tipo de acionamento a tensão de alimentação da máquina é ajustada a uma taxa constante de tensão e frequência. Com isto, é possível manter o fluxo magnético do motor num nível desejado. Embora seja uma técnica simples e de fácil implementação, o controle V/f é aplicável apenas para cargas conhecidas e com baixo requisito de desempenho dinâmico.

Quando se trata de motores de indução monofásicos o controle de velocidade sem o uso de sensor mecânico, é atrativo em função da redução do custo em relação a sistemas que usam os mesmos, aliado ao bom desempenho. Além da grande demanda de aplicações, que já fazem o uso do motor de indução monofásico, tem-se, como uma motivação adicional, o desenvolvimento científico e tecnológico envolvidos nesta aplicação.

Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento de um estimador de velocidade baseado na abordagem MRAS (*Model Reference Adaptive System*), a partir do modelo tensão-corrente da máquina de indução monofásica. Além disso é apresentado o projeto de filtros para a obtenção das derivadas de tensões e correntes. Resultados de simulação são apresentados para avaliar o desempenho do estimador utilizado.

4.2 Estimador MRAS

O princípio de operação de um estimador de velocidade MRAS é baseado num sistema adaptativo cuja saída de um modelo de referência é comparada com a saída de um observador, e pela ação de um mecanismo de adaptação que ajusta o observador para que a sua saída tenha erro tendendo a zero em relação a saída do modelo de referência.

O estimador MRAS está presente em muitos trabalhos principalmente vinculados a estimação de velocidade de máquinas de indução trifásicas (ORLOWSKA-KOWALSKA; DYBKOWSKI, 2010; CARDENAS et al., 2008; PENG; FUKAO, 1994; CÂMARA, 2007; SCHAUDER, 1992; GADOUE; GIAOURIS; FINCH, 2010). Neste trabalho, é desenvolvido um estimador de velocidade MRAS aplicado a uma máquina de indução bifásica assimétrica, tal algoritmo também é descrito em (VIEIRA; GRÜNDLING, 2009; VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009b; VIEIRA, 2008).

Os algoritmos MRAS mais utilizados na literatura podem ser divididos basicamente em três grupos:

- i. Esquema baseado no vetor de erro do fluxo rotórico;
- ii. Esquema baseado no vetor de erro da força contra eletromotriz (*back EMF*, ou *f_{cem}*);
- iii. Esquema baseado no vetor erro das correntes estatóricas.

Neste trabalho o esquema usado é baseado no cálculo do vetor erro da potência reativa, o qual é derivado do cálculo da força contra-eletromotriz. Desta forma, há presença de dois modelos, um dependente da velocidade rotórica, enquanto o outro modelo é independente, e é chamado de modelo de referência. A velocidade é estimada a partir de um controlador PI do erro entre as saídas dos dois modelos. A Figura 29 mostra o diagrama de blocos do sistema. O bloco *SVF* representa um filtro por variáveis de estado, enquanto o bloco pontilhado representa o modelo ajustável.

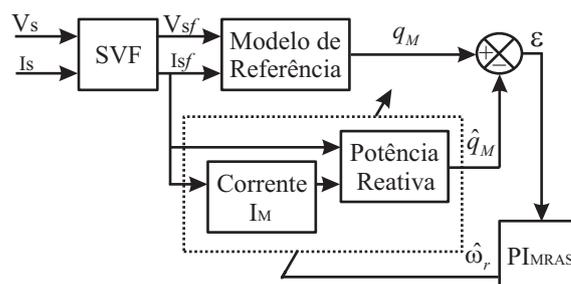


Figura 29: Diagrama de blocos do estimador MRAS.

No projeto do estimador MRAS utilizado neste trabalho, considera-se que o modelo de uma máquina de indução monofásica no referencial estacionário é dado a partir de (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1995) pela equação (4.1), sendo que o mesmo é descrito e equacionado no apêndice A, equações (A.1) - (A.10). Logo, considerando uma máquina com um rotor do tipo gaiola de esquila, as tensões no rotor são iguais a zero, e assim,

$$\begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sq} + L_{sq} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 & L_{mq} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 \\ 0 & R_{sd} + L_{sd} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 & L_{md} \frac{d(\cdot)}{dt} \\ L_{mq} \frac{d(\cdot)}{dt} & -\frac{1}{n} p \omega_r L_{md} & R_{rq} + L_{rq} \frac{d(\cdot)}{dt} & -\frac{1}{n} p \omega_r L_{rd} \\ n p \omega_r L_{mq} & L_{md} \frac{d(\cdot)}{dt} & n p \omega_r L_{rq} & R_{rd} + L_{rd} \frac{d(\cdot)}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

De maneira análoga ao motor de indução trifásico, pode-se definir as correntes magnetizantes I_{qM} e I_{dM} de um motor de indução monofásico a partir das correntes estatóricas e rotóricas (PENG; FUKAO, 1994).

$$\begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{rq}}{L_{mq}} & 0 \\ 0 & \frac{L_{rd}}{L_{md}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

De (4.2), é possível se reescrever

$$\begin{bmatrix} i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{mq}}{L_{rq}} & 0 \\ 0 & \frac{L_{md}}{L_{rd}} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \right) \quad (4.3)$$

Assumindo que não é possível fazer a medição das correntes rotóricas, faz-se a substituição de (4.3) em (4.1),

$$\begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sq} + L_{sq} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 & L_{mq} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 \\ 0 & R_{sd} + L_{sd} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 & L_{md} \frac{d(\cdot)}{dt} \\ L_{mq} \frac{d(\cdot)}{dt} & -\frac{1}{n} p \omega_r L_{md} & R_{rq} + L_{rq} \frac{d(\cdot)}{dt} & -\frac{1}{n} p \omega_r L_{rd} \\ n p \omega_r L_{mq} & L_{md} \frac{d(\cdot)}{dt} & n p \omega_r L_{rq} & R_{rd} + L_{rd} \frac{d(\cdot)}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ \frac{L_{mq}}{L_{rq}} (I_{qM} - i_{sq}) \\ \frac{L_{md}}{L_{rd}} (I_{dM} - i_{sd}) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Reescrevendo as duas primeiras linhas da equação (4.4), pode-se calcular a *fcem* para o modelo de referência do estimador de velocidade,

$$\begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_q L_{sq} \frac{d(\cdot)}{dt} & 0 \\ 0 & \sigma_d L_{sd} \frac{d(\cdot)}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{qM} \\ e_{dM} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde $\begin{bmatrix} e_{qM} & e_{dM} \end{bmatrix}^T$ é o vetor das tensões *fcem* e é definida como,

$$\begin{bmatrix} e_{qM} \\ e_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{mq} & 0 \\ 0 & L'_{md} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Na equação (4.6) os termos L'_{mq} e L'_{md} são dados por,

$$L'_{mq} = \frac{L_{mq}^2}{L_{rq}}$$

$$L'_{md} = \frac{L_{md}^2}{L_{rd}}$$

Isolando o termo $\begin{bmatrix} e_{qM} & e_{dM} \end{bmatrix}^T$ na equação (4.5), obtém-se a *fcem*,

$$\begin{bmatrix} e_{qM} \\ e_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_q L_{sq} & 0 \\ 0 & \sigma_d L_{sd} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

De (4.4) pode-se escrever,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{rq}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rq}} & -\frac{1}{n} p \omega_r \frac{L_{md}}{L_{mq}} \\ n p \omega_r \frac{L_{mq}}{L_{md}} & \frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Ou ainda,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{rq}} & \frac{1}{n} p \omega_r \frac{L_{md}}{L_{mq}} \\ -n p \omega_r \frac{L_{mq}}{L_{md}} & -\frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qM} \\ I_{dM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A equação (4.9) pode ser reescrita na forma,

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{I}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{i}_S \quad (4.10)$$

onde

$$\mathbf{A}_M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{rq}} & \frac{1}{n} p \omega_r \frac{L_{md}}{L_{mq}} \\ -n p \omega_r \frac{L_{mq}}{L_{md}} & -\frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

e

$$\mathbf{B}_M = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{rq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Desta forma, o modelo elétrico em função das correntes e tensões estatóricas e da *fcem* é dado por,

$$\begin{bmatrix} e_{qM} \\ e_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{sq} & 0 \\ 0 & R_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_q L_{sq} & 0 \\ 0 & \sigma_d L_{sd} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Ou ainda por,

$$\mathbf{e}_M = \mathbf{V}_s - \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s - \sigma \mathbf{L}_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s \quad (4.14)$$

Com o conhecimento da *fcem* e das correntes estatóricas é possível definir a potência reativa que será utilizada no estimador de velocidade, como o modelo de referência, o qual é definido por,

$$q_M = (\mathbf{i}_s \otimes \mathbf{e}_M) \quad (4.15)$$

onde o símbolo \otimes representa produto o vetorial.

Assim, resolvendo o produto vetorial da equação (4.15), obtém-se,

$$q_M = \mathbf{i}_s \otimes \left(\mathbf{V}_s - \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s - \sigma \mathbf{L}_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s \right) \quad (4.16)$$

Como o produto vetorial $\mathbf{i}_s \otimes \mathbf{i}_s = 0$, tem-se,

$$q_M = \mathbf{i}_s \otimes \left(\mathbf{V}_s - \sigma \mathbf{L}_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s \right) \quad (4.17)$$

$$\hat{q}_M = (\mathbf{i}_s \otimes \hat{\mathbf{e}}_M) \quad (4.22)$$

Substituindo (4.21) em (4.22), tem-se,

$$\hat{q}_M = \mathbf{i}_s \otimes \mathbf{L}'_m (\mathbf{A}_M \mathbf{I}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{i}_s) \quad (4.23)$$

Onde $\mathbf{i}_s \otimes \mathbf{i}_s = 0$, logo a equação (4.23) pode ser reescrita como,

$$\hat{q}_M = \mathbf{i}_s \otimes \mathbf{L}'_m \mathbf{A}_M \mathbf{I}_M \quad (4.24)$$

Resolvendo o segundo termo do produto vetorial, tem-se,

$$\mathbf{L}'_m \mathbf{A}_M \mathbf{I}_M = \begin{bmatrix} -I_{qM} \frac{L'_{mq}}{\tau_{rq}} + I_{dM} \frac{1}{n} p \omega_r \frac{L_{md}}{L_{mq}} L'_{mq} \\ -I_{qM} n p \omega_r \frac{L_{mq}}{L_{md}} L'_{md} - I_{dM} \frac{L'_{md}}{\tau_{rd}} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Então, a forma matricial da equação (4.24), com o produto vetorial de (4.25) pelas correntes estatóricas, é dada por,

$$\hat{q}_M = \begin{bmatrix} i_{sq} & i_{sd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_{qM} n p \hat{\omega}_r \frac{L_{mq}}{L_{md}} L'_{md} - I_{dM} \frac{L'_{md}}{\tau_{rd}} \\ I_{qM} \frac{L'_{mq}}{\tau_{rq}} - I_{dM} \frac{1}{n} p \hat{\omega}_r \frac{L_{md}}{L_{mq}} L'_{mq} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

A potência reativa do chamado modelo de referência, dada pela equação (4.19), pode ser comparada com a potência reativa observada, equação (4.26), através de um PI com o intuito de zerar o erro entre elas. Com isto obtém-se a velocidade estimada, da forma,

$$\hat{\omega}_r = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) (q_M - \hat{q}_M) \quad (4.27)$$

Os ganhos K_P e K_I do PI da equação (4.27) de acordo com (SCHAUDER, 1992), devem respeitar a seguinte condição

$$\frac{K_I}{K_P} > \frac{1}{\tau_r} \quad (4.28)$$

A análise de estabilidade do estimador MRAS para o caso de um motor de indução

trifásico é apresentada em (PENG; FUKAO, 1994). O autor aponta que os ganhos K_P e K_I devem ter valores o mais alto possível, porém, moderados para garantir a convergência das variáveis do modelo observado para as variáveis do modelo de referência. Para a máquina de indução bifásica assimétrica deste trabalho a prova de estabilidade é análoga, e aqui não será abordada.

O estimador MRAS desenvolvido pode ser resumido na Figura 31, onde é apresentado a estrutura do estimador utilizado neste trabalho com algumas equações implementadas.

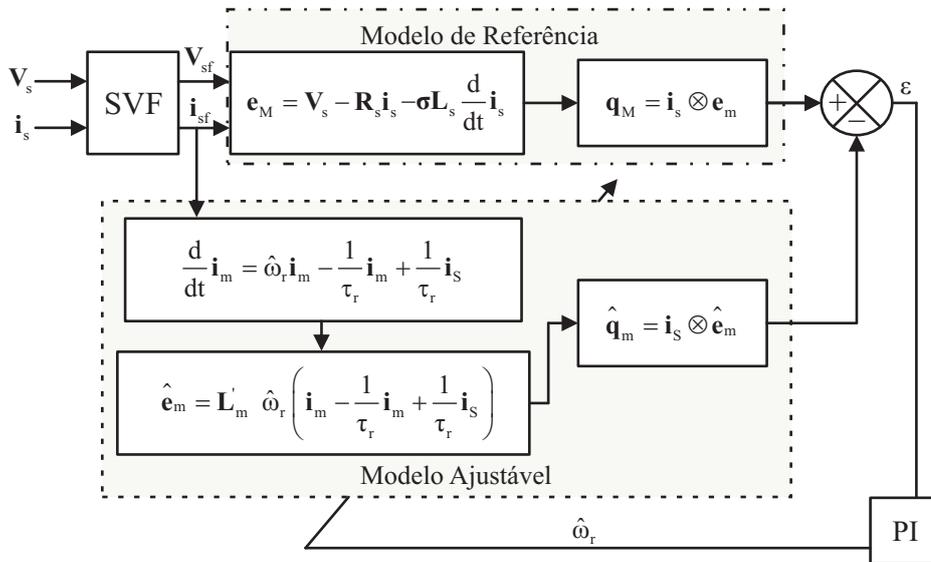


Figura 31: Diagrama de blocos da estrutura do estimador MRAS desenvolvido nesse trabalho.

4.3 Modelo discreto para implementação do SVF

É possível verificar a partir da equação (4.19) que na realização do cálculo da potência reativa a partir do modelo da máquina de indução é necessário o conhecimento da derivada da corrente estatórica. Esse é um dos fatores mais importantes na implementação do estimador de velocidade proposto. O simples cálculo da derivada numérica pode causar problemas ao estimador devido a ruídos presentes no sistema físico. Neste trabalho as derivadas de corrente são obtidas através do uso de um filtro por variáveis de estado discreto (*State Variable Filter* - SVF), adicionado ao esquema apresentado originalmente em (PENG; FUKAO, 1994), como pode ser visto na Figura 29.

Com o uso do SVF, o qual é dado pela função de transferência da equação (4.29), pode-se omitir o uso de filtros passa-baixas analógicos, pois o SVF tem essa característica. A Figura 32 apresenta a resposta em frequência do filtro, e a partir desta, verifica-se o comportamento passa-baixas do mesmo. De maneira genérica, para tensões e correntes,

têm-se

$$\frac{V_{qfs}}{V_{qs}} = \frac{V_{dfs}}{V_{ds}} = \frac{i_{qfs}}{i_{sq}} = \frac{i_{dfs}}{i_{sd}} = G_{SVF}(s) = \frac{\omega_C^2}{(s + \omega_C)^2} \quad (4.29)$$

onde ω_C é a banda passante do filtro. Seu valor deve ser ajustado de 2 a 10 vezes o valor da frequência do sinal de entrada, para que o sinal não seja atenuado devido a ação do filtro. Na Figura 32 o valor de ω_C é definido como sendo $5 * 2\pi f$, onde é assumido que a frequência do sinal de entrada é de $f = 40$ Hz.

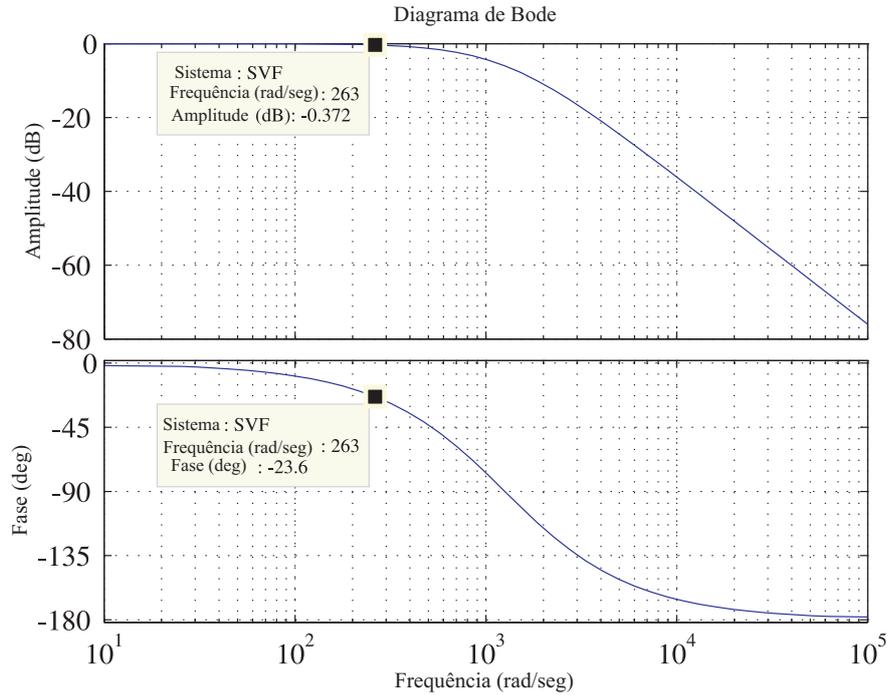


Figura 32: Diagrama de Bode para o SVF.

Os filtros por variáveis de estado devem ser aplicados tanto nos sinais de corrente, como nos sinais de tensão, visto que estes filtros inserem atraso de fase nos sinais, como é observado no diagrama de bode da Figura 32. Neste trabalho, o SVF projetado é de segunda ordem, contando que se necessita da derivada primeira dos sinais de correntes estatóricas.

Assim, reescrevendo a equação (4.29) em espaço de estados tem-se,

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X}_{SVF} = \mathbf{A}_{MRAS} \mathbf{X}_{SVF} + \mathbf{B}_{MRAS} \mathbf{u}_{in} \quad (4.30)$$

Onde,

$$\mathbf{A}_{MRAS} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_C^2 & -2\omega_C \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_{MRAS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_C^2 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

\mathbf{u}_{in} é o sinal de entrada do filtro, ou seja, as correntes i_{sq} e i_{sd} , ou as tensões V_{sq} e V_{sd} . X_{SVF} é o vetor de estados que contém as derivadas dos sinais de entrada, e a própria entrada filtrada.

Aplicado o Método de Euler para discretização da equação (4.30), resulta

$$\mathbf{X}_{SVF(k+1)} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{SVF}t_s) \mathbf{X}_{SVF(k)} + \mathbf{B}_{SVF}t_s \mathbf{u}_{in(k)} \quad (4.32)$$

4.3.1 Resultados de simulação do estimador MRAS

A análise do estimador de velocidade proposto é realizada através de resultados de simulações. Seja o sistema apresentado na Figura 33. Os parâmetros elétricos da máquina simulada são apresentados na Tabela 14.

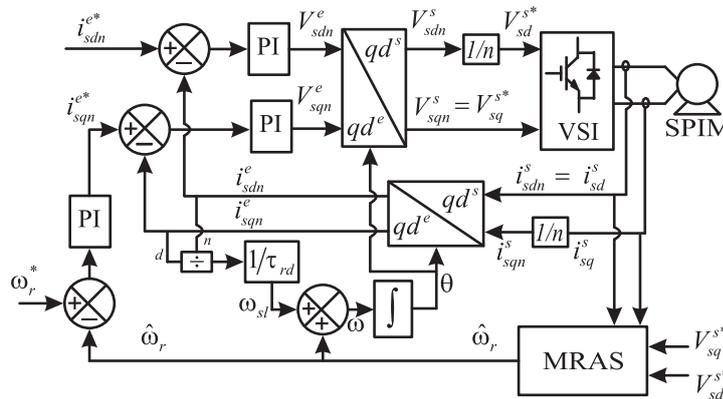


Figura 33: Diagrama de blocos do sistema de controle *sensorless* da máquina monofásica simulada.

A Figura 34 apresenta a resposta de velocidade simulada no acionamento *sensorless*. Verifica-se nesta figura a boa correspondência entre a referência de velocidade, velocidade estimada e velocidade medida. A Figura 35 mostra o erro de estimação de velocidade do acionamento da Figura 34. Nesta figura observa-se a eficiente estimação de velocidade em toda a faixa de velocidade do sistema, com erros de estimação em transitórios da velocidade rotórica.

A Figura 36 apresenta as correntes estatóricas no referencial síncrono. Verifica-se novamente o comportamento oscilatório da mesma devido a assimetria da máquina. A partir desta figura é possível verificar o comportamento idêntico ao caso onde a velocidade simulada realimentava as malhas de controle apresentado na Figura 27 (a) e (b).

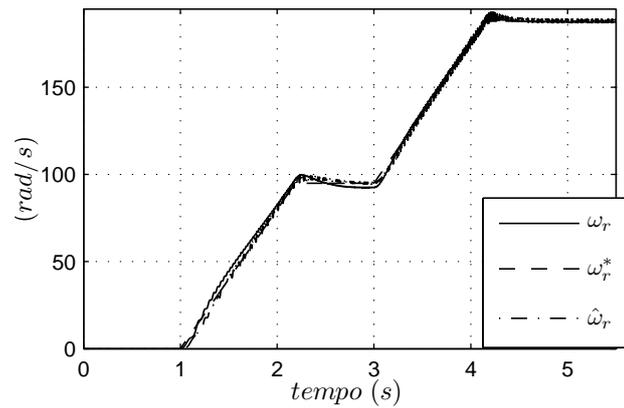


Figura 34: Resposta de velocidade no acionamento *sensorless*.

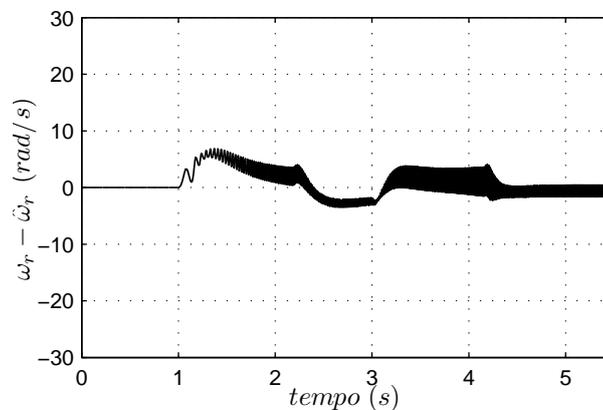


Figura 35: Erro de estimação de velocidade da Figura 34 .

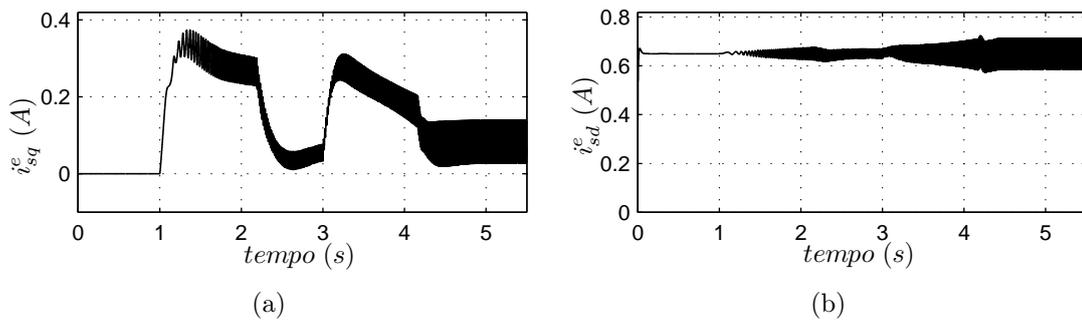


Figura 36: Correntes estáticas no referencial síncrono no acionamento *sensorless*. (a) i_{sq}^e , (b) i_{sd}^e .

4.4 Considerações finais

Este capítulo apresentou o desenvolvimento de um estimador de velocidade baseado no princípio MRAS aplicado a uma máquina de indução bifásica assimétrica. Foi apresentado o desenvolvimento do equacionamento do estimador baseado no cálculo da potência reativa da máquina e o modelo para implementação digital do mesmo. Resultados de simulação foram apresentados para verificar a eficácia do mesmo.

No capítulo 7 são apresentados resultados experimentais com a utilização do estimador MRAS. Os mesmos demonstram a boa capacidade de rastreamento de velocidade desse estimador.

5 OBSERVADORES DA VELOCIDADE ROTÓRICA POR MODOS DESLIZANTES EM TEMPO CONTÍNUO

5.1 Considerações iniciais

As técnicas de controle por modos deslizantes ou estrutura variável (*sliding mode* ou *variable structure*) têm sido amplamente utilizadas e discutidas desde a década de 1950 com os trabalhos iniciados por Emelyanov como relatado em (SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004; HUNG; GAO; HUNG, 1993). A abordagem por modos deslizantes é considerada uma ferramenta eficaz para o projeto de controladores robustos para plantas com dinâmicas não lineares e incertezas paramétricas. As principais vantagens das técnicas de controle por modos deslizantes estão na sua simplicidade de projeto, invariância com relação as características do processo e rejeição a distúrbios externos (UTKIN, 1977; SANDABANOVIC, 2011). Devido a estas características, tais métodos têm sido empregados para controle de processos em inúmeras aplicações como por exemplo, o controle de manipuladores robóticos, servomecanismos, controle sistemas aeroespaciais, controle de máquinas elétricas, conversores estáticos, entre outros (WIT; FIXOT; ASTROM, 1992; SABANOVIC, 2003; SABANOVIC; IZOSIMOV, 1981; PERRUQUETTI; BARBOT, 2002).

Em complemento aos métodos de controle, a abordagem por modos deslizantes tem sido utilizada em observadores de estados, para sistemas robóticos, máquinas elétricas ou conversores estáticos, como pode ser verificado em (SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004). Considerando máquinas elétricas, os observadores por modos deslizantes são atraídos devido a sua simplicidade e robustez, tendo sido desenvolvidos em trabalhos como (YAN; JIN; UTKIN, 2000; GHANES; ZHENG, 2009; LASCU; BOLDEA; BLAABJERG, 2005; RAO; BUSS; UTKIN, 2009; DERDIYOK et al., 2001; DERDIYOK, 2003, 2005)

O trabalho de (DERDIYOK et al., 2001) apresenta um observador da velocidade rotórica

e da constante de tempo rotórica aplicado a máquinas de indução trifásicas, onde na construção deste observador não é necessária a informação do fluxo rotórico para obtenção da velocidade rotórica estimada, e por fim, no trabalho é apresentada a análise de estabilidade pelo método Lyapunov. Já em (DERDIYOK, 2003, 2005) são propostos métodos de estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos aplicados a máquinas de indução trifásicas, a partir desta estimação um algoritmo para o cálculo da velocidade e constante de tempo rotórica é desenvolvido. Outro trabalho relacionado com observação por modos deslizantes é desenvolvido por (YAN; JIN; UTKIN, 2000), onde os autores apresentam um observador de velocidade e fluxo rotórico da forma que são construídas funções de chaveamento por modos deslizantes usando o erro da estimação das correntes estatóricas e fluxo rotórico observado. Em todos os trabalhos citados os métodos propostos para estimação da velocidade rotórica, dos fluxos rotóricos e da constante de tempo rotórica são baseados em algoritmos desenvolvidos em tempo contínuo. Tais algoritmos necessitam de discretização de equações diferenciais para serem implementados em processadores digitais de sinais.

Neste capítulo são desenvolvidos e analisados algoritmos de estimação da velocidade rotórica aplicados a máquinas de indução simétricas e assimétricas baseados em observadores por modos deslizantes com desenvolvimento em tempo contínuo. Um observador da velocidade rotórica aplicado a máquinas de indução bifásicas assimétricas baseado na estimação das correntes estatóricas é apresentado na seção 5.3. Tal observador é desenvolvido a partir dos trabalhos realizados por (RAO; BUSS; UTKIN, 2009; DERDIYOK et al., 2001; DERDIYOK, 2003). Na seção 5.4, é desenvolvido um observador da velocidade rotórica aplicado a máquinas de indução trifásicas, ou bifásicas simétricas baseado no cálculo da força contra-eletromotriz e na estimação das correntes magnetizantes. Este método é uma contribuição proposta deste trabalho, cujas restrições e vantagens são comparadas com o estimador de velocidade baseado na estimação das correntes estatóricas. Na seção 5.5 é apresentado um algoritmo de estimação da velocidade rotórica a partir da estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos de forma análoga ao desenvolvido em (YAN; JIN; UTKIN, 2000). Neste capítulo, a análise de estabilidade para cada método de estimação de velocidade desenvolvido é realizada com base em uma função Lyapunov. Além disso, resultados de simulação são apresentados para verificar o desempenho dos métodos propostos.

5.2 Sistemas dinâmicos por modos deslizantes

Uma lei de controle por modos deslizantes pode ser projetada para sistemas dinâmicos governados por equações diferenciais ordinárias com entradas descontínuas. O termo “*sliding mode*” foi primeiramente utilizado em sistemas baseados no uso de relés. Um sistema por modos deslizantes pode ocorrer quando a entrada de controle é uma função chaveada com um estado do sistema, onde a frequência de chaveamento pode ser teoricamente infinita (UTKIN; GULDNER; SHI, 1999). Com isso é possível forçar um sistema simples de primeira ordem a seguir determinada referência de acordo com a variável de estado $x(t)$, de forma que,

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x, t) + u(t) \quad (5.1)$$

sendo $f(x)$ uma função limitada, $|f(x)| < f_0$ e f_0 é uma constante. Aqui, sem perda de generalidade, assume-se que todas as variáveis são funções do tempo, com isto o termo (t) pode ser suprimido. Assim, a lei de controle pode ser realizada por uma função relé do erro de rastreamento $e(t) = r(t) - x(t)$, como apresentada na Figura 37, onde $r(t)$ é a referência e a lei de controle $u(t)$ é dada por,

$$u(t) = \begin{cases} u_0, & \text{se } e(t) > 0 \\ -u_0, & \text{se } e(t) < 0 \end{cases} \quad \text{ou } u(t) = u_0 \text{sign}(e), \quad u_0 = \text{constante} \quad (5.2)$$

Os valores de “ $e(t)$ ” e de sua derivada “ $\frac{d}{dt}e(t)$ ” têm sinais diferentes se $u_0 > f_0 + \left|\frac{dr}{dt}\right|$, onde,

$$\frac{d}{dt}e(t) = \frac{dr(t)}{dt} - f(x) - u_0 \text{sign}(e) \quad (5.3)$$

Isto significa que a amplitude do erro de rastreamento deve diminuir em uma razão de tempo limitada

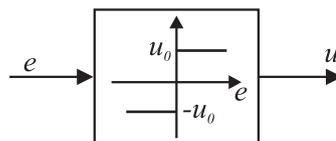


Figura 37: Esquema de controle através de relé.

Um dos problemas associados a análise de sistemas por modos deslizantes é de se encontrar as condições para a existência de uma superfície de modos deslizantes. Na literatura verifica-se que em sistemas por modos deslizantes contínuos no tempo a existência de uma superfície de deslizamento em um hiperplano $s_i(x)$ é garantida se a derivada da função $s_i(x)$ tiver sinal oposto a própria função, tal que,

$$s_i(x) \dot{s}_i(x) < 0 \quad (5.4)$$

Na literatura também são encontrados trabalhos onde a condição global apresentada em (5.4) é substituída por condições locais para existência de um hiperplano $s_i(x)$ da forma como apresentada em (UTKIN, 1992),

$$\lim_{s_i \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(x) < 0; \quad \lim_{s_i \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(x) > 0 \quad (5.5)$$

A partir de (5.4) e (5.5) serão desenvolvidas as condições para existência de uma superfície por modos deslizantes nos algoritmos apresentados neste capítulo.

5.3 Observador por modos deslizantes baseado na estimação das correntes estatóricas

O modelo de uma máquina de indução bifásica é apresentado no apêndice A. Nesta seção serão apresentadas novamente as equações dinâmicas das correntes estatóricas da máquina de indução bifásica assimétrica para facilitar o entendimento, tal que,

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = - \left(\frac{R_{sq}}{\sigma L_{sq}} + \beta_q \eta_q L_{mq} \right) i_{sq} + \beta_q \eta_q \phi_{rq} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_{sq}} V_{sq} \quad (5.6)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = - \left(\frac{R_{sd}}{\sigma L_{sd}} + \beta_d \eta_d L_{md} \right) i_{sd} + \beta_d \eta_d p \omega_r \phi_{rq} + \beta_d \eta_d \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_{sd}} V_{sd} \quad (5.7)$$

Um observador por modos deslizantes pode ser projetado da forma,

$$\frac{d}{dt} \hat{i}_{sq} = - \frac{R_{sq}}{\sigma L_{sq}} \hat{i}_{sq} + \frac{1}{\sigma L_{sq}} V_{sq} + V_\alpha \quad (5.8)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{i}_{sd} = - \frac{R_{sd}}{\sigma L_{sd}} \hat{i}_{sd} + \frac{1}{\sigma L_{sd}} V_{sd} + V_\beta \quad (5.9)$$

onde \hat{i}_{sq} e \hat{i}_{sd} são estimativas das correntes estatóricas, V_α e V_β são funções descontínuas dos erros das correntes e são calculadas como segue,

$$V_\alpha = -V_0 \text{sign}(s_\alpha) \quad (5.10)$$

$$V_\beta = -V_0 \text{sign}(s_\beta) \quad (5.11)$$

além disso,

$$s_\alpha = \hat{i}_{sq} - i_{sq} \quad (5.12)$$

e,

$$s_\beta = \hat{i}_{sd} - i_{sd} \quad (5.13)$$

Lema 1:

Sejam as superfícies de deslizamento s_α e s_β definidas em (5.12) e (5.13), e as equações de V_α e V_β dadas em (5.10) e (5.11). Então, para valores de V_0 , positivos e suficientemente grandes, as estimativas de \hat{i}_{sq} e \hat{i}_{sd} convergem para os valores das medidas de i_{sq} e i_{sd} .

Prova:

Das equações (5.6), (5.7), (5.8) e (5.9) podem-se escrever as equações diferenciais dos erros das correntes estatóricas, tal que,

$$\frac{d}{dt}s_\alpha = -\frac{R_{sq}}{\sigma L_{sq}}s_\alpha + V_\alpha + \beta_q \eta_q L_{mq} i_{sq} - \beta_q \eta_q \phi_{rq} + \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rd} \quad (5.14)$$

$$\frac{d}{dt}s_\beta = -\frac{R_{sd}}{\sigma L_{sd}}s_\beta + V_\beta + \beta_d \eta_d L_{md} i_{sd} - \beta_d \eta_d \phi_{rd} + \beta_d \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rq} \quad (5.15)$$

Seja uma candidata a função Lyapunov, dada por,

$$V = \frac{1}{2} (s_\alpha^2 + s_\beta^2) \quad (5.16)$$

Cuja derivada no tempo pode ser escrita na forma,

$$\dot{V} = s_\alpha \dot{s}_\alpha + s_\beta \dot{s}_\beta \quad (5.17)$$

Substituindo (5.14) e (5.15) em (5.17), tem-se,

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s_\alpha \left(-\frac{R_{sq}}{\sigma L_{sq}} s_\alpha + V_\alpha + \beta_q \eta_q L_{mq} i_{sq} - \beta_q \eta_q \phi_{rq} + \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rd} \right) + \\ & s_\beta \left(-\frac{R_{sd}}{\sigma L_{sd}} s_\beta + V_\beta + \beta_d \eta_d L_{md} i_{sd} - \beta_d \eta_d \phi_{rd} + \beta_d \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rq} \right) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Ainda, substituindo (5.10) e (5.11) em (5.18) resulta,

$$\dot{V} = -V_0 (|s_\alpha| + |s_\beta|) - \frac{R_{sq}}{\sigma L_{sq}} s_\alpha^2 - \frac{R_{sd}}{\sigma L_{sd}} s_\beta^2 + g_\alpha s_\alpha + g_\beta s_\beta \quad (5.19)$$

onde, g_α e g_β são dadas por,

$$\begin{aligned} g_\alpha &= \beta_q \eta_q L_{mq} i_{sq} - \beta_q \eta_q \phi_{rq} + \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rd} \\ g_\beta &= \beta_d \eta_d L_{md} i_{sd} - \beta_d \eta_d \phi_{rd} + \beta_d \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rq} \end{aligned}$$

as quais, são funções dependentes de ϕ_{rq} , ϕ_{rd} , i_{sq} , i_{sd} e ω_r e independentes das variáveis de controle V_α e V_β .

A partir de (5.19) pode-se concluir que se V_0 é um valor grande o suficiente, então $V\dot{V} \leq 0$, e uma superfície por modos deslizantes irá ocorrer nas superfícies $s_\alpha = 0$ e $s_\beta = 0$. Conseqüentemente, as estimativas das correntes \hat{i}_{sq} e \hat{i}_{sd} convergem para os valores das medidas de i_{sq} e i_{sd} , respectivamente.

□

Se $s_\alpha = 0$ e $s_\beta = 0$, as equações descontínuas por modos deslizantes V_α e V_β podem ser reescritas por,

$$V_\alpha \approx L_{\alpha eq} = \beta_q \eta_q \phi_{rq} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \phi_{rd} - \beta_q \eta_q L_{mq} i_{sq} \quad (5.20)$$

$$V_\beta \approx L_{\beta eq} = \beta_d \eta_d p \omega_r \phi_{rq} + \beta_d \eta_d \phi_{rd} - \beta_d \eta_d L_{md} i_{sd} \quad (5.21)$$

Derivando as equações (5.20) e (5.21), tem-se,

$$\frac{d}{dt}L_{\alpha eq} = \beta_q \eta_q \frac{d}{dt}\phi_{rq} - \beta_q \frac{1}{n} p \frac{d}{dt}\omega_r \phi_{rd} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r \frac{d}{dt}\phi_{rd} - \beta_q \eta_q L_{mq} \frac{d}{dt}i_{sq} \quad (5.22)$$

$$\frac{d}{dt}L_{\beta eq} = \beta_d n p \frac{d}{dt}\omega_r \phi_{rq} + \beta_d n p \omega_r \frac{d}{dt}\phi_{rq} + \beta_d \eta_d \frac{d}{dt}\phi_{rd} - \beta_d \eta_d L_{md} \frac{d}{dt}i_{sd} \quad (5.23)$$

Hipótese H1: Assume-se que a grandeza mecânica de velocidade rotórica varia lentamente em relação as grandezas elétricas tais como, correntes estatóricas e fluxos rotóricos. Portanto, pode-se concluir que a derivada da velocidade rotórica no tempo é nula, $\frac{d}{dt}\omega_r = 0$, em relação as variações de corrente e fluxo. Logo, substituindo as equações das derivadas dos fluxos rotóricos e reescrevendo (5.22) e (5.23), resulta,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{\alpha eq} \\ L_{\beta eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta_q & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \omega_r \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \omega_r & -\eta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha eq} \\ L_{\beta eq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_q L_{mq} \eta_q & 0 \\ 0 & \beta_d L_{md} \eta_d \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Considere um sistema do tipo,

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.25)$$

Um observador de parâmetros pode ser dado na forma,

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\hat{x} = \hat{A}x + Bx - K(\hat{x} - x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.26)$$

onde K é um ganho positivo a ser projetado, A , B e C são os parâmetros da planta, \hat{A} , \hat{x} são as estimativas de A e x respectivamente.

Adequando o observador dado em (5.26) para o sistema (5.24), e por conveniência escrevendo $L_{\alpha eq} = L_\alpha$ e $L_{\beta eq} = L_\beta$, vem,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{L}_\alpha \\ \hat{L}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta_q & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \hat{\omega}_r \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \hat{\omega}_r & -\eta_d V_{\beta eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_\alpha \\ L_\beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_q L_{mq} \eta_q & 0 \\ 0 & \beta_d L_{md} \eta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{sq} \\ \frac{d}{dt} i_{sd} \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} \bar{L}_\alpha \\ \bar{L}_\beta \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

onde $\bar{L}_\alpha = \hat{L}_\alpha - L_\alpha$ e $\bar{L}_\beta = \hat{L}_\beta - L_\beta$.

Assumindo que as variáveis L_α e L_β são as componentes fundamentais das funções descontínuas V_α e V_β . Então, L_α e L_β podem ser obtidas a partir da utilização de um filtro passa-baixas que tem como entrada as funções descontínuas V_α e V_β , tal que,

$$\frac{d}{dt} \tau_f z_\alpha + z_\alpha = V_\alpha, \quad z_\alpha \approx L_\alpha \quad (5.28)$$

$$\frac{d}{dt} \tau_f z_\beta + z_\beta = V_\beta, \quad z_\beta \approx L_\beta \quad (5.29)$$

onde τ_f é a constante de tempo do filtro passa-baixas.

Os erros de estimação das funções L_α e L_β considerando invariância paramétrica são dados por,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{L}_\alpha \\ \bar{L}_\beta \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} \bar{L}_\alpha \\ \bar{L}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} N \bar{\omega}_r \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} N n \bar{\omega}_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_\alpha \\ L_\beta \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

A derivada no tempo do erro de estimação da velocidade rotórica pode ser calculada por,

$$\dot{\bar{\omega}}_r = \dot{\hat{\omega}}_r - \dot{\omega}_r \quad (5.31)$$

Desde que a variação da velocidade rotórica é assumida ser lenta em relação as variáveis elétricas, tem-se $\frac{d}{dt} \omega_r = 0$, então,

$$\dot{\bar{\omega}}_r = \dot{\hat{\omega}}_r \quad (5.32)$$

A partir de (5.32) verifica-se que a derivada da velocidade rotórica estimada $\dot{\hat{\omega}}_r$ pode ser obtida a partir da derivada do erro de estimação da velocidade rotórica $\dot{\bar{\omega}}_r$. Então, o Teorema 1 é formulado.

Teorema 1.

Sejam as superfícies de deslizamento s_α e s_β definidas em (5.12) e (5.13), a hipótese $H1$ e o observador de estados \hat{L}_α e \hat{L}_β , dado por (5.27). Então o estimador da velocidade rotórica dado por,

$$\dot{\bar{\omega}}_r = \frac{\beta_d}{\beta_q} np L_\alpha \bar{L}_\beta - \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p L_\beta \bar{L}_\alpha \quad (5.33)$$

é estável, e garante a convergência de $\hat{\omega}_r$ para ω_r quando o tempo tende ao infinito.

Prova:

Considere a candidata a função Lyapunov, dada por,

$$V = \frac{1}{2} \bar{L}_\alpha^2 + \frac{1}{2} \bar{L}_\beta^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_r^2 \geq 0 \quad (5.34)$$

Derivando a equação (5.34) obtém-se,

$$\dot{V} = \bar{L}_\alpha \dot{\bar{L}}_\alpha + \bar{L}_\beta \dot{\bar{L}}_\beta + \bar{\omega}_r \dot{\bar{\omega}}_r \quad (5.35)$$

Substituindo (5.30) em (5.35), resulta

$$\dot{V} = \left(-K \bar{L}_\alpha + \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_r L_\beta \right) \bar{L}_\alpha + \left(-K \bar{L}_\beta - \frac{\beta_d}{\beta_q} np \bar{\omega}_r L_\alpha \right) \bar{L}_\beta + \bar{\omega}_r \dot{\bar{\omega}}_r \quad (5.36)$$

Ainda, pode-se substituir (5.33) em (5.36), de onde se obtém,

$$\dot{V} = -K (\bar{L}_\alpha^2 + \bar{L}_\beta^2) \leq 0 \quad (5.37)$$

□

Analisando (5.37) verifica-se que sob a lei de adaptação (5.33), a função candidata a Lyapunov V de (5.34) decai até,

$$\bar{L}_\alpha = 0, \quad \bar{L}_\beta = 0 \quad (5.38)$$

A partir de (5.33) e (5.38) é possível escrever $\dot{\bar{\omega}}_r = 0$ o que significa que $\bar{\omega}_r$ é um valor constante. Agora, substituindo (5.38) em (5.30), tem-se,

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_r \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \bar{\omega}_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_\alpha \\ L_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

A equação (5.39) pode ser reescrita na forma,

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p L_\beta & 0 \\ 0 & -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p L_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\omega}_r \\ \bar{\omega}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Desde que L_α e L_β são funções dependentes do tempo, relacionadas aos fluxos rotóricos e não são proporcionais uma a outra, estas são funções do tempo e linearmente independentes. Além disso, $\bar{\omega}_r$ é constante, então pode-se concluir que $\bar{\omega}_r = 0$, o que mostra a convergência de $\hat{\omega}_r = \omega_r$.

5.4 Observador por modos deslizantes baseado no cálculo da força contra-eletromotriz e estimação das correntes magnetizantes

Neste trabalho é proposto e realizado o desenvolvimento de um observador da velocidade rotórica de uma máquina de indução a partir do cálculo da *fcem* e estimação das correntes magnetizantes. Inicialmente esse desenvolvimento é realizado para uma máquina de indução simétrica, sendo que este observador é adequado para o uso em máquinas de indução trifásicas, podendo também ser utilizado em máquinas de indução monofásicas.

As equações dinâmicas das correntes estatóricas e fluxos rotóricos em um referencial estacionário para uma máquina bifásica simétrica são dadas por,

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = -\gamma i_{sq} + \beta \eta \phi_{rq} - \beta p \omega_r \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{sq} \quad (5.41)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = -\gamma i_{sd} + \beta p \omega_r \phi_{rq} + \beta \eta \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{sd} \quad (5.42)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{rq} = -\eta \phi_{rq} + p \omega_r \phi_{rd} + \eta L_m i_{sq} \quad (5.43)$$

$$\frac{d}{dt}\phi_{rd} = -\eta\phi_{rd} - p\omega_r\phi_{rq} + \eta L_m i_{sd} \quad (5.44)$$

onde $\gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \beta\eta L_m$. As demais constantes das equações (5.41)-(5.44) são parâmetros da máquina relacionados a cada fase da mesma. Na máquina trifásica admite-se que existe equilíbrio entre os enrolamentos e consequentemente, as resistências e indutâncias entre os enrolamentos têm valores iguais.

As equações da *fcm* foram apresentadas no capítulo 4 para a máquina assimétrica, e são reescritas para a máquina simétrica da forma,

$$e_{mq} = V_{sq} - R_s i_{sq} - \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sq} \quad (5.45)$$

e,

$$e_{md} = V_{sd} - R_s i_{sd} - \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sd} \quad (5.46)$$

A *fcm* também pode ser obtida pelas equações,

$$e_{mq} = L'_m \frac{d}{dt} i_{qM} \quad (5.47)$$

$$e_{md} = L'_m \frac{d}{dt} i_{dM} \quad (5.48)$$

onde $L'_m = L_m^2/L_r$, e as correntes magnetizantes são dadas por,

$$i_{qM} = \frac{L_r}{L_m} i_{rq} + i_{sq} \quad (5.49)$$

$$i_{dM} = \frac{L_r}{L_m} i_{rd} + i_{sd} \quad (5.50)$$

As equações diferenciais de (5.49) e (5.50) podem ser escritas da forma,

$$\frac{d}{dt} i_{qM} = -\frac{1}{\tau_r} i_{qM} + p\omega_r i_{dM} + \frac{1}{\tau_r} i_{sq} \quad (5.51)$$

$$\frac{d}{dt} i_{dM} = -\frac{1}{\tau_r} i_{dM} - p\omega_r i_{qM} + \frac{1}{\tau_r} i_{sd} \quad (5.52)$$

Ainda, as equações diferenciais das correntes magnetizantes também podem ser escritas considerando as equações apresentadas em (5.49) e (5.50), como,

$$\frac{d}{dt}i_{qM} = e_{mq}/L'_m \quad (5.53)$$

$$\frac{d}{dt}i_{dM} = e_{md}/L'_m \quad (5.54)$$

A partir das equações (5.51), (5.52), (5.53) e (5.54) é possível se verificar quatro equações diferenciais para obtenção das correntes magnetizantes. Neste trabalho assume-se que ambas as formas são equivalentes. Portanto, pode-se projetar um observador por modos deslizantes para estimação destas correntes, tal que,

$$\frac{d}{dt}\hat{i}_{qM} = -\frac{1}{\tau_r}\hat{i}_{qM} + \frac{1}{\tau_r}i_{sq} + U_\alpha \quad (5.55)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{i}_{dM} = -\frac{1}{\tau_r}\hat{i}_{dM} + \frac{1}{\tau_r}i_{sd} + U_\beta \quad (5.56)$$

Em (5.55) e (5.56) U_α e U_β são funções descontínuas no tempo e obtidas pelos erros de estimação das correntes magnetizantes, tais como,

$$U_\alpha = -U_0 \text{sign}(\bar{i}_{qM}) \quad (5.57)$$

$$U_\beta = -U_0 \text{sign}(\bar{i}_{dM}) \quad (5.58)$$

onde,

$$\bar{i}_{qM} = \hat{i}_{qM} - i_{qM} \quad (5.59)$$

e,

$$\bar{i}_{dM} = \hat{i}_{dM} - i_{dM} \quad (5.60)$$

A *fcem* pode ser calculada a partir das equações (5.45) e (5.46), as derivadas no tempo das correntes estatóricas podem ser obtidas a partir de filtros, como o *State Variable Filter* (SVF).

Lema 2.

Sejam as superfícies de deslizamento \bar{i}_{qM} e \bar{i}_{dM} dadas em (5.59) e (5.60), e as expressões de U_α e U_β apresentadas em (5.57) e (5.58). Então, para valores positivos e suficientemente grandes de U_0 , as estimativas de \hat{i}_{qM} e \hat{i}_{dM} convergem para os valores calculados de i_{qM} e i_{dM} , respectivamente.

Prova:

A partir de (5.51), (5.52), (5.55) e (5.56) podem ser obtidas as equações diferenciais dos erros de estimação, tais como,

$$\frac{d}{dt}\bar{i}_{qM} = -\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{qM} + U_\alpha - p\omega_r i_{dM} \quad (5.61)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{i}_{dM} = -\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{dM} + U_\beta + p\omega_r i_{qM} \quad (5.62)$$

Seja a candidata a função Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2} (\bar{i}_{qM}^2 + \bar{i}_{dM}^2) \quad (5.63)$$

Escrevendo a derivada no tempo de (5.63), tem-se

$$\dot{V} = \bar{i}_{qM}\dot{\bar{i}}_{qM} + \bar{i}_{dM}\dot{\bar{i}}_{dM} \quad (5.64)$$

Substituindo (5.61) e (5.62) em (5.64) resulta,

$$\dot{V} = \bar{i}_{qM} \left(-\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{qM} + U_\alpha - p\omega_r i_{dM} \right) + \bar{i}_{dM} \left(-\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{dM} + U_\beta + p\omega_r i_{qM} \right) \quad (5.65)$$

Ou ainda,

$$\dot{V} = \bar{i}_{qM} \left(-\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{qM} - U_0 \text{sign}(\bar{i}_{qM}) - p\omega_r i_{dM} \right) + \bar{i}_{dM} \left(-\frac{1}{\tau_r}\bar{i}_{dM} - U_0 \text{sign}(\bar{i}_{dM}) + p\omega_r i_{qM} \right) \quad (5.66)$$

A equação (5.66) ainda pode ser reescrita na forma,

$$\dot{V} = -U_0 (|\bar{i}_{qM}| + |\bar{i}_{dM}|) - \frac{1}{\tau_r} (\bar{i}_{qM}^2 + \bar{i}_{dM}^2) + p\omega_r (i_{qM}\bar{i}_{dM} - i_{dM}\bar{i}_{qM}) \quad (5.67)$$

A partir da equação (5.67) pode-se verificar que se o valor de U_0 é escolhido grande o suficiente, então $V\dot{V} \leq 0$ e uma superfície por modos deslizantes deve ocorrer nas superfícies de \bar{i}_{qM} e \bar{i}_{dM} . Assim, as correntes magnetizantes estimadas por \hat{i}_{qM} e \hat{i}_{dM} convergem para os valores calculados de i_{qM} e i_{dM} , respectivamente.

□

Se a convergência das correntes magnetizantes estimadas para os valores calculados das mesmas ocorre, as funções descontínuas U_α e U_β podem ser aproximadas da forma,

$$U_\alpha \approx U_{\alpha eq} = p\omega_r i_{dM} \quad (5.68)$$

$$U_\beta \approx U_{\beta eq} = -p\omega_r i_{qM} \quad (5.69)$$

Escrevendo as derivadas de (5.68) e (5.69) resulta em,

$$\frac{d}{dt}U_{\alpha eq} = p i_{dM} \frac{d}{dt}\omega_r + p\omega_r \frac{d}{dt}i_{dM} \quad (5.70)$$

$$\frac{d}{dt}U_{\beta eq} = -p i_{qM} \frac{d}{dt}\omega_r - p\omega_r \frac{d}{dt}i_{qM} \quad (5.71)$$

Assumindo que a variação mecânica da velocidade rotórica é muito mais lenta que a variação das grandezas elétricas, como apresentado na hipótese *H1*, então, é possível reescrever (5.70) e (5.71) da forma,

$$\frac{d}{dt}U_{\alpha eq} = p\omega_r \frac{d}{dt}i_{dM} \quad (5.72)$$

$$\frac{d}{dt}U_{\beta eq} = -p\omega_r \frac{d}{dt}i_{qM} \quad (5.73)$$

Substituindo (5.51) e (5.52) em (5.72) e (5.73), tem-se,

$$\frac{d}{dt}U_{\alpha eq} = p\omega_r \left(-\frac{1}{\tau_r} i_{dM} - p\omega_r i_{qM} + \frac{1}{\tau_r} i_{sd} \right) \quad (5.74)$$

$$\frac{d}{dt}U_{\beta eq} = -p\omega_r \left(-\frac{1}{\tau_r} i_{qM} + p\omega_r i_{dM} + \frac{1}{\tau_r} i_{sq} \right) \quad (5.75)$$

A partir de (5.68) e (5.69) é possível reescrever (5.74) e (5.75) da forma,

$$\frac{d}{dt}U_{\alpha eq} = -\frac{1}{\tau_r}U_{\alpha eq} + p\omega_r U_{\beta eq} + p\omega_r \frac{1}{\tau_r}i_{sd} \quad (5.76)$$

$$\frac{d}{dt}U_{\beta eq} = -\frac{1}{\tau_r}U_{\beta eq} - p\omega_r U_{\alpha eq} - p\omega_r \frac{1}{\tau_r}i_{sq} \quad (5.77)$$

Reescrevendo (5.76) e (5.77) na forma matricial,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq} \\ U_{\beta eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & p\omega_r \\ -p\omega_r & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq} \\ U_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\omega_r \frac{1}{\tau_r} \\ -p\omega_r \frac{1}{\tau_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

Um observador do tipo (5.26) pode ser projetado para o sistema de (5.78), tal que,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq} \\ \hat{U}_{\beta eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & p\hat{\omega}_r \\ -p\hat{\omega}_r & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq} \\ U_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\hat{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} \\ -p\hat{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq} - U_{\alpha eq} \\ \hat{U}_{\beta eq} - U_{\beta eq} \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

O sistema de (5.79) pode ser reescrito da forma,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq} \\ \hat{U}_{\beta eq} \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq} \\ \hat{U}_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - \frac{1}{\tau_r} & p\hat{\omega}_r \\ -p\hat{\omega}_r & K - \frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq} \\ U_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\hat{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} \\ -p\hat{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (5.80)$$

A equação matricial dos erros de estimação das variáveis U_α e U_β é dada por,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{U}_{\alpha eq} \\ \bar{U}_{\beta eq} \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} \bar{U}_{\alpha eq} \\ \bar{U}_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\bar{\omega}_r \\ -p\bar{\omega}_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq} \\ U_{\beta eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} \\ -p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix} \quad (5.81)$$

onde $\bar{U}_{\alpha eq} = \hat{U}_{\alpha eq} - U_{\alpha eq}$, e $\bar{U}_{\beta eq} = \hat{U}_{\beta eq} - U_{\beta eq}$.

Teorema 2.

Sejam as superfícies de deslizamento \bar{i}_{qM} e \bar{i}_{dM} , dadas em (5.59) e (5.60), a hipótese *H1*

e o observador de estados definido em (5.80). Então, o estimador da velocidade rotórica dado por,

$$\dot{\hat{\omega}}_r \triangleq -pU_{\beta eq}\bar{U}_{\alpha eq} - p\frac{1}{\tau_r}i_{sd}\bar{U}_{\alpha eq} + pU_{\alpha eq}\bar{U}_{\beta eq} + p\frac{1}{\tau_r}i_{sq}\bar{U}_{\beta eq} \quad (5.82)$$

é estável e garante a convergência de $\hat{\omega}_r$ para ω_r quando o tempo tende ao infinito.

Prova:

Seja a candidata a função Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2} (\bar{U}_{\alpha eq}^2 + \bar{U}_{\beta eq}^2 + \bar{\omega}_r^2) \geq 0 \quad (5.83)$$

Escrevendo a derivada no tempo de V que foi definida em (5.83) tem-se,

$$\dot{V} = \bar{U}_{\alpha eq}\dot{\bar{U}}_{\alpha eq} + \bar{U}_{\beta eq}\dot{\bar{U}}_{\beta eq} + \bar{\omega}_r\dot{\bar{\omega}}_r \quad (5.84)$$

Substituindo os erros de estimação dados por (5.81) em (5.84)

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \bar{U}_{\alpha eq} \left(-K\bar{U}_{\alpha eq} + p\bar{\omega}_r U_{\beta eq} + p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} i_{sd} \right) + \\ & \bar{U}_{\beta eq} \left(-K\bar{U}_{\beta eq} - p\bar{\omega}_r U_{\alpha eq} - p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} i_{sq} \right) + \bar{\omega}_r \dot{\bar{\omega}}_r \end{aligned} \quad (5.85)$$

Reescrevendo (5.85),

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -K (\bar{U}_{\alpha eq}^2 + \bar{U}_{\beta eq}^2) + p\bar{\omega}_r U_{\beta eq} \bar{U}_{\alpha eq} + p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} i_{sd} \bar{U}_{\alpha eq} - p\bar{\omega}_r U_{\alpha eq} \bar{U}_{\beta eq} - \\ & p\bar{\omega}_r \frac{1}{\tau_r} i_{sq} \bar{U}_{\beta eq} + \bar{\omega}_r \dot{\bar{\omega}}_r \end{aligned} \quad (5.86)$$

Substituindo (5.82) em (5.86) resulta,

$$\dot{V} = -K (\bar{U}_{\alpha eq}^2 + \bar{U}_{\beta eq}^2) \quad (5.87)$$

De (5.87) é possível concluir que para $K > 0$ sob a lei de adaptação (5.82) a função (5.84) é definida negativa, e conseqüentemente as variáveis $\bar{U}_{\alpha eq}$ e $\bar{U}_{\beta eq}$ convergem para zero, ou seja,

$$\bar{U}_{\alpha eq} = 0, \quad \bar{U}_{\beta eq} = 0 \quad (5.88)$$

□

Desde que a variação da velocidade rotórica é assumida ser lenta em relação as variáveis elétricas, o que foi estabelecido na Hipótese *H1*, $\frac{d}{dt}\omega_r = 0$, logo, a partir de (5.31), tem-se,

$$\dot{\hat{\omega}}_r = \dot{\bar{\omega}}_r \quad (5.89)$$

Assim, a velocidade rotórica estimada $\hat{\omega}_r$ pode ser obtida integrando-se a variável $\dot{\hat{\omega}}_r$, a qual é obtida a partir de (5.82) e (5.89).

5.5 Observador da velocidade rotórica e fluxos rotóricos

Neste trabalho, além dos estimadores de velocidade rotórica apresentados nas seções 5.3 e 5.4 é realizada a análise e projeto de um observador dos fluxos rotóricos e da velocidade rotórica baseados na abordagem por modos deslizantes.

Considere uma máquina de indução equilibrada onde as equações dinâmicas das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos são dados como em (5.41)-(5.44), é possível projetar um observador de correntes estatóricas e fluxos rotóricos com o objetivo de calcular a velocidade rotórica estimada da forma,

$$\frac{d}{dt}\hat{i}_{sq} = -\gamma i_{sq} + \beta\eta\hat{\phi}_{rq} - \beta p\hat{\omega}_{req}\hat{\phi}_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s}V_{sq} - \beta\hat{\phi}_{rq}\mu \quad (5.90)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{i}_{sd} = -\gamma i_{sd} + \beta p\hat{\omega}_{req}\hat{\phi}_{rq} + \beta\eta\hat{\phi}_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s}V_{sd} - \beta\hat{\phi}_{rd}\mu \quad (5.91)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{\phi}_{rq} = -\eta\hat{\phi}_{rq} + p\hat{\omega}_{req}\hat{\phi}_{rd} + \eta L_m i_{sq} - C\hat{\phi}_{rd}\mu \quad (5.92)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{\phi}_{rd} = -\eta\hat{\phi}_{rd} - p\hat{\omega}_{req}\hat{\phi}_{rq} + \eta L_m i_{sd} + C\hat{\phi}_{rq}\mu \quad (5.93)$$

onde $\hat{\omega}_{req} = W_0 \text{sign}(s_n)$, e $\mu = \mu_0 \text{sign}(s_\mu)$, C , W_0 , e μ_0 são constantes positivas.

As superfícies de deslizamento são definidas como,

$$s_n = \left(\widehat{i}_{sq} - i_{sq} \right) \widehat{\phi}_{rd} - \left(\widehat{i}_{sd} - i_{sd} \right) \widehat{\phi}_{rq} = \bar{i}_{sq} \widehat{\phi}_{rd} - \bar{i}_{sd} \widehat{\phi}_{rq} \quad (5.94)$$

e

$$s_\mu = \left(\widehat{i}_{sq} - i_{sq} \right) \widehat{\phi}_{rq} + \left(\widehat{i}_{sd} - i_{sd} \right) \widehat{\phi}_{rd} = \bar{i}_{sq} \widehat{\phi}_{rq} + \bar{i}_{sd} \widehat{\phi}_{rd} \quad (5.95)$$

As escolhas de s_n e s_μ são definidas de acordo com (YAN; JIN; UTKIN, 2000). A escolha destas superfícies tem como objetivo dissociar as estimativas de \widehat{i}_{sq} e \widehat{i}_{sd} seguir i_{sq} e i_{sd} independentemente.

Teorema 3.

Sejam as superfícies de deslizamento s_n e s_μ dadas em (5.94) e (5.95), respectivamente, ainda os observadores das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos dados por (5.90)-(5.93). Então, existem valores positivos de C , W_0 e μ_0 que forçam a ocorrência das superfícies de deslizamento em $s_n = 0$ e $s_\mu = 0$, e conseqüente convergência dos erros de estimação $\bar{i}_{sq} = \widehat{i}_{sq} - i_{sq}$ e $\bar{i}_{sd} = \widehat{i}_{sd} - i_{sd}$ para zero. Ainda, ocorre a convergência dos fluxos rotóricos estimados $\widehat{\phi}_{rq}$ e $\widehat{\phi}_{rd}$ para os fluxos rotóricos reais ϕ_{rq} e ϕ_{rd} , e o valor da componente fundamental da função descontínua $\widehat{\omega}_{req}$ tende ao valor da velocidade rotórica real ω_r .

Prova:

Considere as equações dos erros de estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos, obtidos a partir de (5.41)-(5.44) e (5.90)-(5.93), da forma,

$$\frac{d}{dt} \bar{i}_{sq} = \beta \eta \bar{\phi}_{rq} - \beta p \bar{\omega}_r \widehat{\phi}_{rd} - \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rd} - \beta \widehat{\phi}_{rq} \mu \quad (5.96)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{i}_{sd} = \beta p \bar{\omega}_r \widehat{\phi}_{rq} + \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rq} + \beta \eta \bar{\phi}_{rd} - \beta \widehat{\phi}_{rd} \mu \quad (5.97)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{\phi}_{rq} = -\eta \bar{\phi}_{rq} + p \bar{\omega}_r \widehat{\phi}_{rd} + p \omega_r \bar{\phi}_{rd} - C \widehat{\phi}_{rd} \mu \quad (5.98)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{\phi}_{rd} = -\eta \bar{\phi}_{rd} - p \bar{\omega}_r \widehat{\phi}_{rq} + p \omega_r \bar{\phi}_{rq} + C \widehat{\phi}_{rq} \mu \quad (5.99)$$

onde $\bar{\phi}_{rq} = \hat{\phi}_{rq} - \phi_{rq}$, $\bar{\phi}_{rd} = \hat{\phi}_{rd} - \phi_{rd}$ e $\bar{\omega}_r = \hat{\omega}_r - \omega_r$.

As derivadas de s_n e s_μ são dadas por,

$$\dot{s}_n = \dot{\bar{i}}_{sq} \hat{\phi}_{rd} + \bar{i}_{sq} \dot{\hat{\phi}}_{rd} - \dot{\bar{i}}_{sd} \hat{\phi}_{rq} - \bar{i}_{sd} \dot{\hat{\phi}}_{rq} \quad (5.100)$$

e

$$\dot{s}_\mu = \dot{\bar{i}}_{sq} \hat{\phi}_{rq} + \bar{i}_{sq} \dot{\hat{\phi}}_{rq} + \dot{\bar{i}}_{sd} \hat{\phi}_{rd} + \bar{i}_{sd} \dot{\hat{\phi}}_{rd} \quad (5.101)$$

Reescrevendo (5.100) a partir de (5.92), (5.93), (5.96) e (5.97), vem,

$$\begin{aligned} \dot{s}_n = & \hat{\phi}_{rd} \left(\beta \eta \bar{\phi}_{rq} - \beta p \bar{\omega}_r \hat{\phi}_{rd} - \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rd} - \beta \hat{\phi}_{rq} \mu \right) + \bar{i}_{sq} \left(-\eta \hat{\phi}_{rd} - p \hat{\omega}_{req} \hat{\phi}_{rq} + \eta L_m \dot{i}_{sd} + C \hat{\phi}_{rq} \mu \right) - \\ & \hat{\phi}_{rq} \left(\beta p \bar{\omega}_r \hat{\phi}_{rq} + \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rq} + \beta \eta \bar{\phi}_{rd} - \beta \hat{\phi}_{rd} \mu \right) - \bar{i}_{sd} \left(-\eta \hat{\phi}_{rq} + p \hat{\omega}_{req} \hat{\phi}_{rd} + \eta L_m \dot{i}_{sq} - C \hat{\phi}_{rd} \mu \right) \end{aligned} \quad (5.102)$$

Definindo $e_1 \triangleq \bar{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rq} + \bar{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rd}$, $e_2 \triangleq \bar{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rd} - \bar{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rq}$, e $\|\hat{\phi}\| \triangleq \sqrt{\hat{\phi}_{rd}^2 + \hat{\phi}_{rq}^2}$ é possível reescrever (5.102) na forma,

$$\begin{aligned} \dot{s}_n = & - \left(\beta \|\hat{\phi}\|^2 + s_\mu \right) p \hat{\omega}_{req} + \beta p \omega_r \|\hat{\phi}\|^2 - \beta p \omega_r e_1 + \beta \eta e_2 + \eta L_m (\bar{i}_{sq} \dot{i}_{sd} - \dot{i}_{sq} \bar{i}_{sd}) + \\ & C s_\mu \mu - \eta s_n \end{aligned} \quad (5.103)$$

Considerando que a estimativa da velocidade rotórica pode ser escrita da forma,

$$\hat{\omega}_{req} = W_0 \text{sign}(s_n) \quad (5.104)$$

Com isto, reescrevendo (5.103),

$$\dot{s}_n = - \left(\beta \|\hat{\phi}\|^2 + s_\mu \right) p W_0 \text{sign}(s_n) + f(\omega_r, \bar{i}_{sq}, \bar{i}_{sd}, e_1, e_2) \quad (5.105)$$

onde $f(\omega_r, \bar{i}_{sq}, \bar{i}_{sd}, e_1, e_2)$ é uma função dependente da velocidade rotórica, dos erros de estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos estimados.

Assim, se $\beta \|\hat{\phi}\|^2 + s_\mu > 0$ é satisfeita, então para um valor grande suficiente de W_0 , $s_n \dot{s}_n < 0$, logo a superfície de deslizamento ocorrerá em $s_n = 0$.

Escrevendo a derivada da superfície s_μ , tem-se,

$$\dot{s}_\mu = \dot{\bar{i}}_{sq} \hat{\phi}_{rq} + \bar{i}_{sq} \dot{\hat{\phi}}_{rq} + \dot{\bar{i}}_{sd} \hat{\phi}_{rd} + \bar{i}_{sd} \dot{\hat{\phi}}_{rd} \quad (5.106)$$

Logo,

$$\begin{aligned} \dot{s}_\mu = & \beta \eta \bar{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rq} - \beta p \bar{\omega}_r \hat{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rq} - \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rq} - \beta \hat{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rq} \mu - \eta \hat{\phi}_{rq} \bar{i}_{sq} + p \hat{\omega}_{req} \hat{\phi}_{rd} \bar{i}_{sq} + \\ & \eta L_m \bar{i}_{sq} \bar{i}_{sq} - C \hat{\phi}_{rd} \bar{i}_{sq} \mu + \beta p \bar{\omega}_r \hat{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rd} + \beta p \omega_r \bar{\phi}_{rq} \hat{\phi}_{rd} + \beta \eta \bar{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rd} - \beta \hat{\phi}_{rd} \hat{\phi}_{rd} \mu - \eta \hat{\phi}_{rd} \bar{i}_{sd} - \\ & p \hat{\omega}_{req} \hat{\phi}_{rq} \bar{i}_{sd} + \eta L_m \bar{i}_{sd} \bar{i}_{sd} + C \hat{\phi}_{rq} \bar{i}_{sd} \mu \end{aligned} \quad (5.107)$$

A partir das definições de e_1 , e_2 e $\|\hat{\phi}\|$ pode-se reescrever (5.107) da forma,

$$\begin{aligned} \dot{s}_\mu = & \beta \eta e_1 + \beta p \omega_r e_2 + \eta L_m (\bar{i}_{sq} \bar{i}_{sq} + \bar{i}_{sd} \bar{i}_{sd}) - \beta \mu \|\hat{\phi}\|^2 - \eta (\hat{\phi}_{rq} \bar{i}_{sq} + \hat{\phi}_{rd} \bar{i}_{sd}) + \\ & p \hat{\omega}_{req} (\bar{i}_{sq} \hat{\phi}_{rd} - \bar{i}_{sd} \hat{\phi}_{rq}) - (\bar{i}_{sq} \hat{\phi}_{rd} - \bar{i}_{sd} \hat{\phi}_{rq}) C \mu \end{aligned} \quad (5.108)$$

Ainda, pode-se reescrever (5.108) da forma,

$$\dot{s}_\mu = - \left(\beta \|\hat{\phi}\|^2 + C s_n \right) \mu_0 \text{sign} s_\mu + \beta \eta e_1 + \beta p \omega_r e_2 + \eta L_m (\bar{i}_{sq} \bar{i}_{sq} + \bar{i}_{sd} \bar{i}_{sd}) - \eta s_\mu + p \hat{\omega}_{req} s_n \quad (5.109)$$

A partir de (5.109) é possível se verificar que a existência de um μ_0 grande suficiente para a existência da condição $s_\mu \dot{s}_\mu < 0$, resultando na ocorrência da superfície de deslizamento em $s_\mu = 0$, tal como apresentado em (RAO; BUSS; UTKIN, 2009; YAN; JIN; UTKIN, 2000).

□

Assumindo que as superfícies por modos deslizantes ocorrem em $s_n = 0$ e $s_\mu = 0$, então $\bar{i}_{sq} = 0$ e $\bar{i}_{sd} = 0$, logo considerando que $\|\hat{\phi}\| \neq 0$, resultando que as correntes estáticas estimadas \hat{i}_{sq} e \hat{i}_{sd} convergem para seus valores reais i_{sq} e i_{sd} . A velocidade rotórica estimada pode ser obtida a partir da função descontínua de $\hat{\omega}_{req}$ com o uso de um filtro passa-baixas

$$\tau \dot{z} + z = \hat{\omega}_{req}, \quad z \approx \hat{\omega}_r \quad (5.110)$$

onde τ é a constante de tempo do filtro passa-baixas. De acordo com (YAN; JIN; UTKIN, 2000), τ deve ser um valor pequeno suficiente comparado com o componente de baixa frequência de $\hat{\omega}_{req}$.

5.6 Resultados de simulação

Resultados de simulação são apresentados com o objetivo de ilustrar o desempenho dos observadores desenvolvidos neste capítulo. O software MATLAB Simulink[®] foi escolhido devido a este apresentar uma plataforma completa de funções apropriadas ao uso de sistemas de controle. O sistema de controle de velocidade simulado para uma máquina bifásica assimétrica é apresentado na Figura 38, onde é possível verificar que a velocidade rotórica estimada realimenta a malha de controle de velocidade. Os parâmetros elétricos da máquina de indução bifásica assimétrica são apresentados na Tabela 14. O algoritmo de estimação da velocidade rotórica apresentado na seção 5.3 é simulado conforme o diagrama de blocos dado na Figura 39.

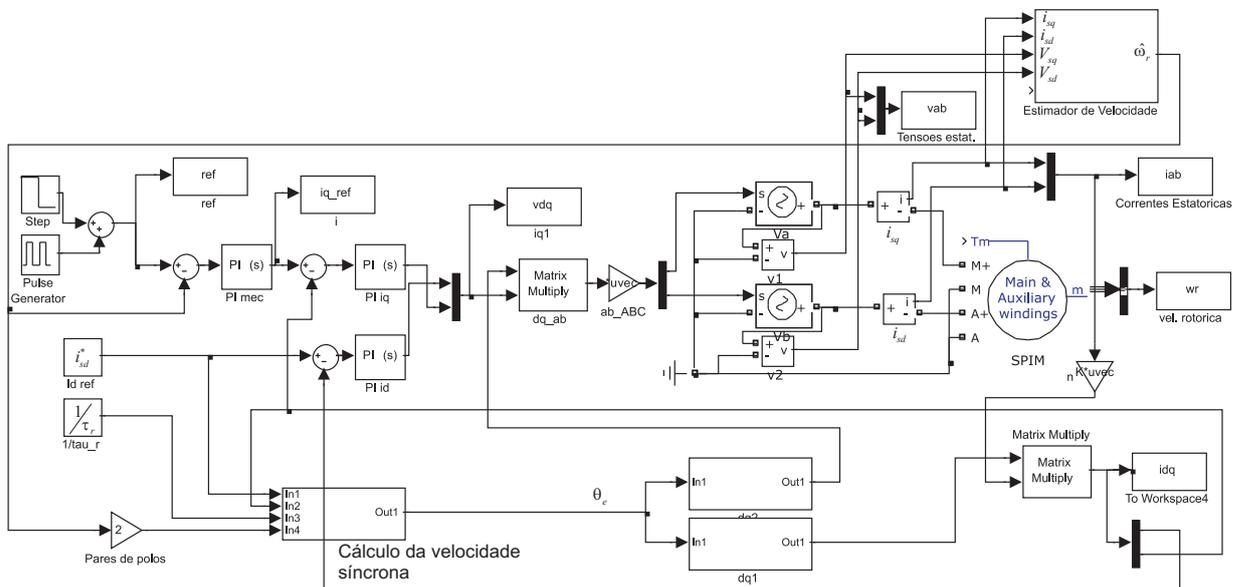


Figura 38: Diagrama de blocos do sistema simulado.

A Figura 40 apresenta a resposta de velocidade para uma dada referência para o sistema da Figura 38. É possível verificar a partir desta figura a boa capacidade de estimação de velocidade rotórica do método desenvolvido.

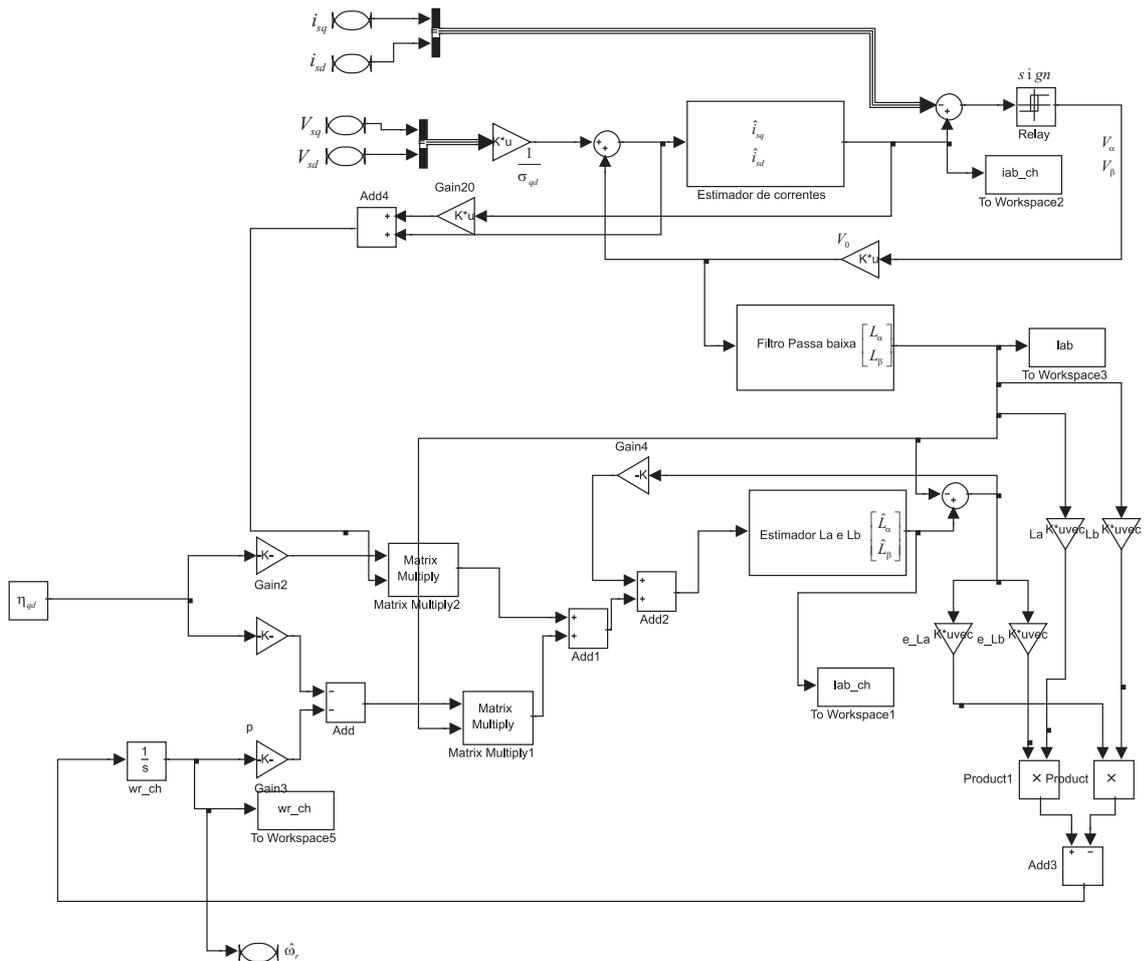


Figura 39: Diagrama de blocos do algoritmo de estimação da velocidade rotórica.

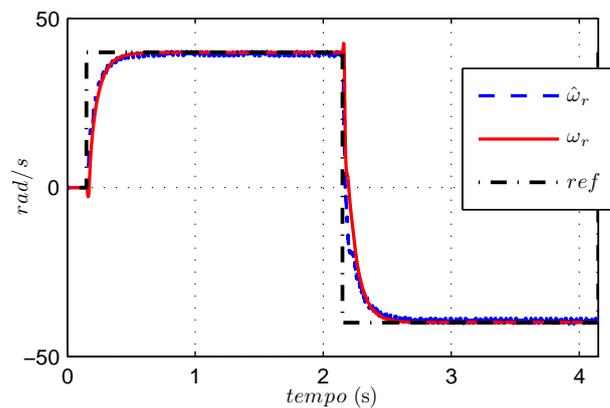


Figura 40: Resposta de velocidade.

A Figura 41 mostra a estimação da corrente estatórica i_{sq} . Na Figura 41 (a) é apresentada a corrente estatórica i_{sq} simulada, já a Figura 41 (b) mostra a estimação de i_{sq} , enquanto a Figura 41 (c) ilustra a comparação entre a corrente simulada e a cor-

rente estimada. A partir destas figuras é possível verificar a boa capacidade do esquema desenvolvido na estimação das correntes estatóricas.

Na Figura 42 é mostrado a estimação da corrente estatórica i_{sd} , sendo que na Figura 42 (a) é apresentada a corrente simulada, já na Figura 42 (b) é ilustrada a corrente estimada e finalmente na Figura 42 (c) é realizada a comparação entre a corrente simulada e estimada. Novamente verifica-se a boa capacidade de estimação da corrente estatórica com o método desenvolvido.

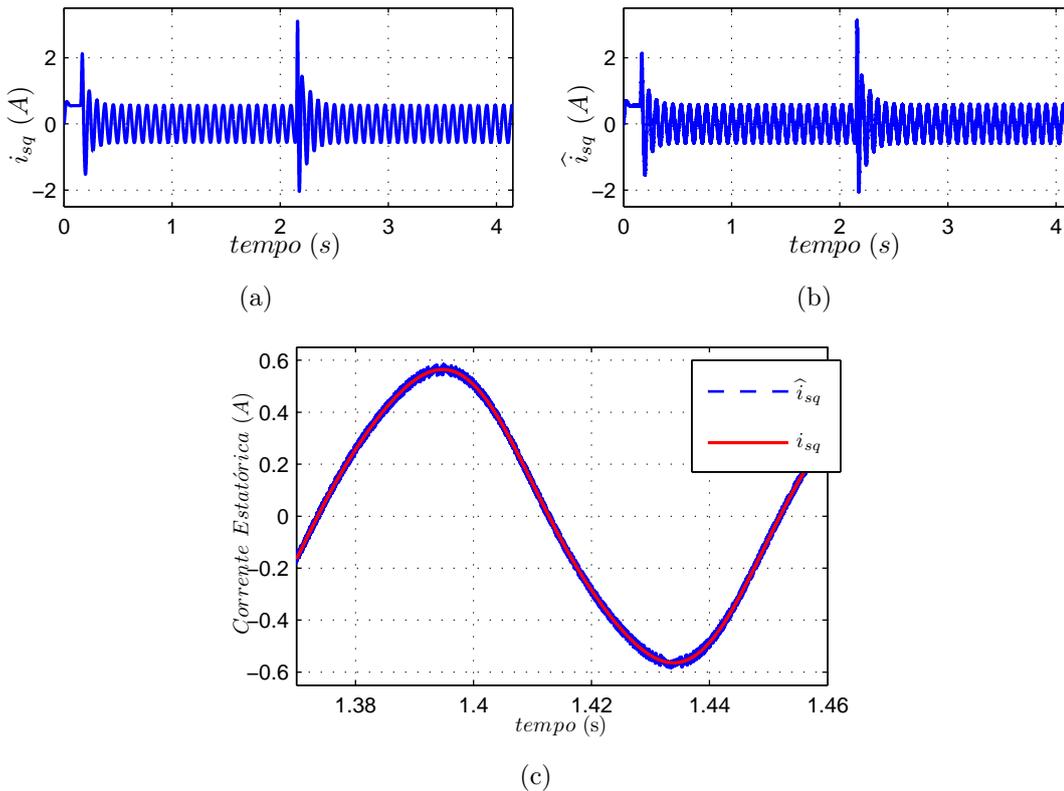


Figura 41: Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (a) i_{sq} simulada. (b) i_{sq} estimada. (c) Comparação entre i_{sq} calculada e estimada.

A Figura 43 apresenta a estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$, de forma que a Figura 43 (a) mostra a comparação entre L_{α} e \hat{L}_{α} , e a Figura 43 demonstra a comparação entre L_{β} e \hat{L}_{β} . A partir da figura verifica-se o bom desempenho do observador apresentado na seção 5.3.

A segunda simulação tem como objetivo verificar o desempenho do observador de velocidade baseado no cálculo da f_{cem} e estimação das correntes magnetizantes i_{qM} e i_{dM} , o qual foi apresentado na seção 5.4. O sistema simulado é análogo ao sistema apresentado na Figura 38, porém neste ponto faz-se o uso do modelo de uma máquina de indução trifásica, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 16. Além disso, o observador da velocidade rotórica é construído a partir do apresentado na seção 5.4. A Figura 44

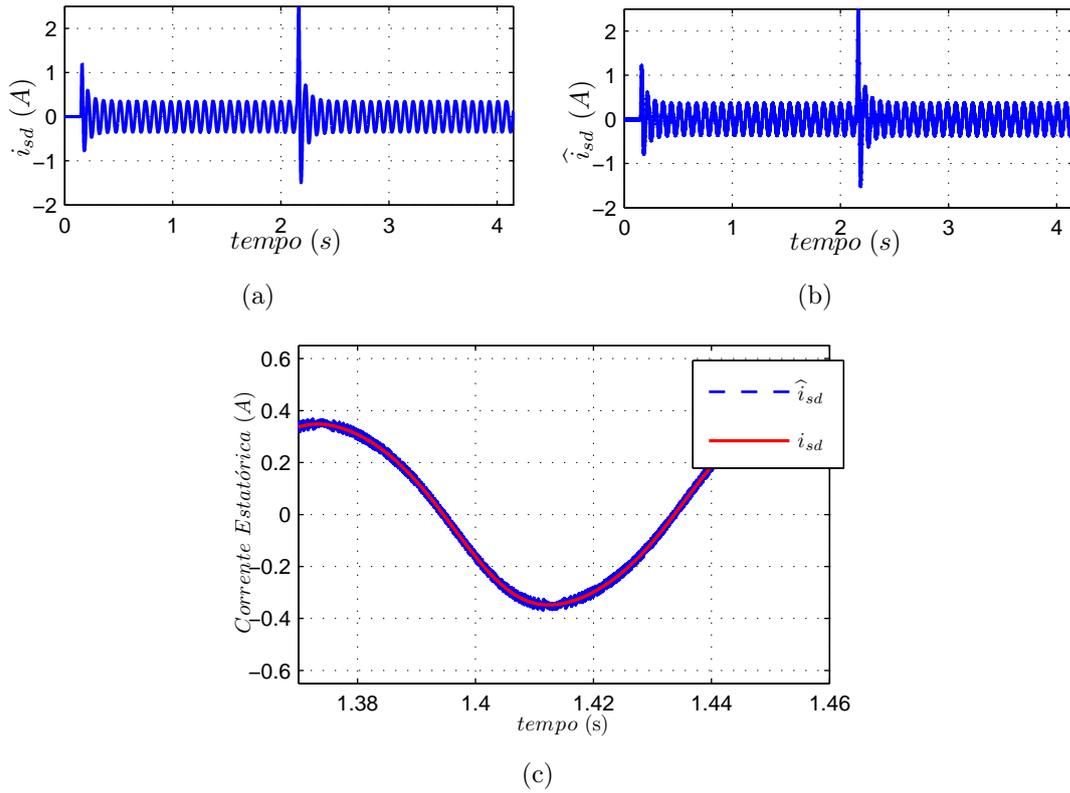


Figura 42: Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (a) i_{sd} simulada. (b) i_{sd} estimada. (c) Comparação entre i_{sd} calculada e estimada.

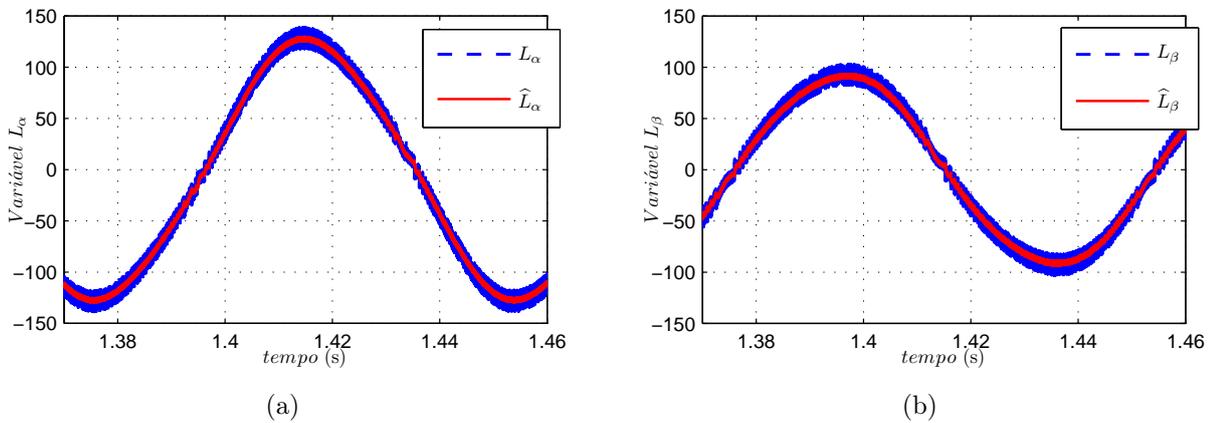


Figura 43: Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_α e \hat{L}_α . (b) L_β e \hat{L}_β

mostra a resposta de velocidade para uma dada referência num acionamento *sensorless*. Fica evidente a partir da observação da Figura 44 a boa capacidade de estimação da velocidade rotórica fazendo o uso do método proposto na seção 5.4.

Tabela 16: Parâmetros do motor de indução trifásico simulado.

P [kW]	R_s [Ω]	R_r [Ω]	L_s [mH]	L_r [mH]	L_m [mH]
1.2	3.24	4.96	402.4	404.8	388.5

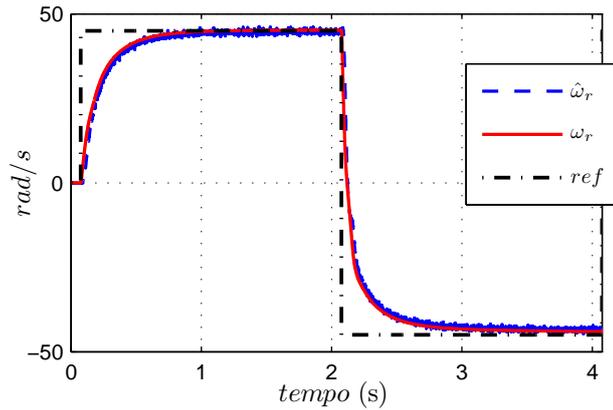


Figura 44: Resposta de velocidade utilizando o método do cálculo da f_{cem} e estimação das correntes magnetizantes.

No observador da velocidade rotórica proposto neste trabalho faz-se o cálculo do vetor da f_{cem} , para posterior cálculo das correntes magnetizantes. A Figura 45 apresenta o cálculo e a estimação de uma das componentes do vetor das correntes magnetizantes, a variável i_{qM} . Na Figura 45 (a) é mostrado a corrente i_{qM} calculada a partir de (5.53), já na Figura 45 (b) é ilustrada a \hat{i}_{qM} e a Figura 45 (c) demonstra a comparação entre as correntes magnetizantes: calculada e estimada. A Figura 46 apresenta a estimação de i_{dM} , com base em (5.54). Ainda no método proposto, há a necessidade da observação de uma variável dependente da velocidade rotórica aqui definida como $U_{\alpha\beta}$. A Figura 47 apresenta a observação desta variável, a qual pode ser dita análoga a variável $L_{\alpha\beta}$ da seção 5.3.

A terceira simulação apresenta a estimação de velocidade a partir do método desenvolvido na seção 5.5. O diagrama de controle simulado é análogo ao apresentado na Figura 38, porém aqui faz-se a simulação de uma máquina de indução trifásica. A Figura 48 ilustra a resposta de velocidade do esquema para uma dada referência. Verifica-se a partir da observação da Figura 48 a boa capacidade de estimação de velocidade do método. Para finalizar este capítulo, a Figura 49 apresenta a estimação das correntes estatóricas e fluxo rotórico usando o esquema desenvolvido, de forma que a Figura 49 (a) mostra a estimação da corrente estatórica i_{sq} , já a Figura 49 (b) ilustra a estimação da corrente estatórica i_{sd} . O software Matlab Smulink[®] permite a visualização das variáveis do fluxo rotórico, assim a Figura 49 (c) apresenta a comparação entre o fluxo rotórico ϕ_{rq} simulado e observado, enquanto a Figura 49 (d) mostra os fluxos ϕ_{rd} simulado e observado. A partir da Figura 49 é possível verificar a boa correspondência entre as variáveis simuladas e observadas, ilustrando o efetivo desempenho do método apresentado.

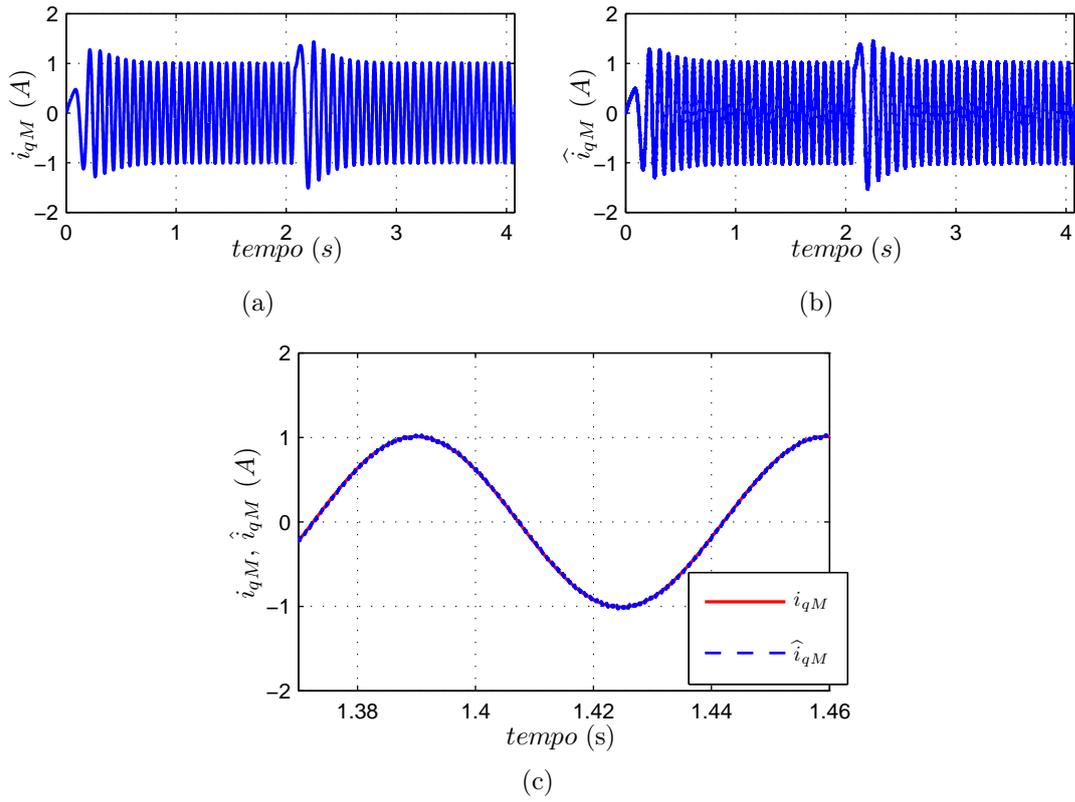


Figura 45: Estimação de i_{qM} . (a) i_{qM} . (b) \hat{i}_{qM} . (c) Comparação entre i_{qM} e \hat{i}_{qM} .

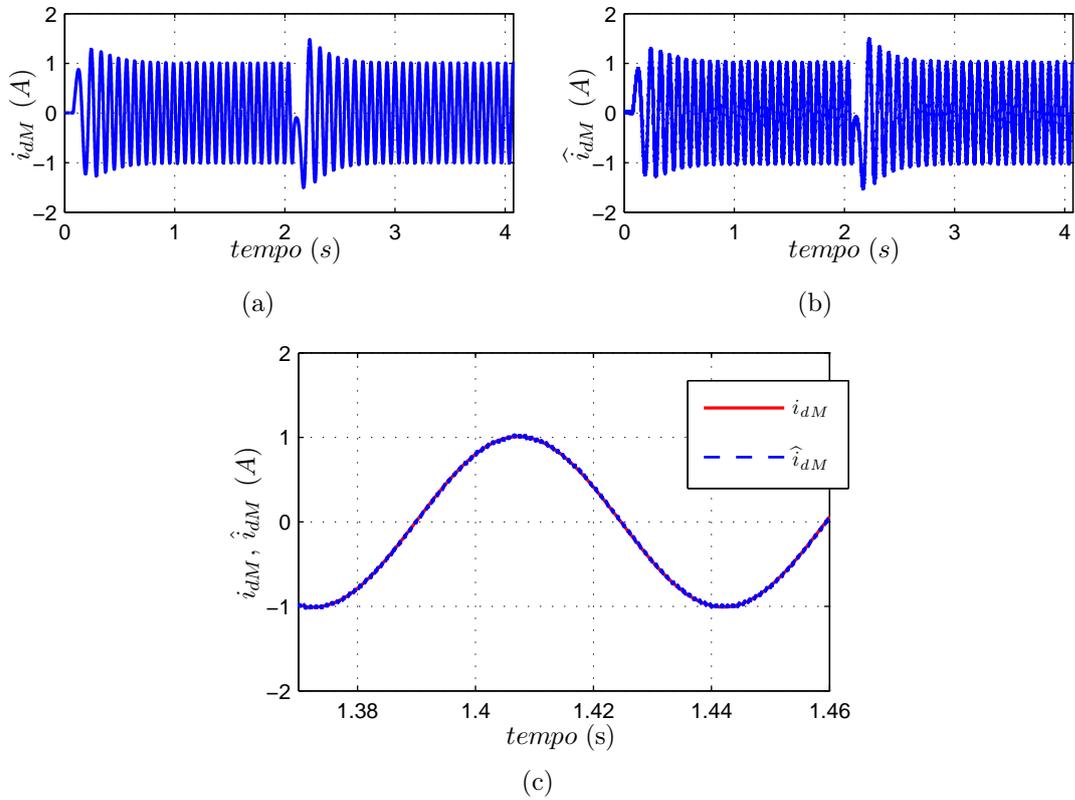


Figura 46: Estimação de i_{dM} . (a) i_{dM} . (b) \hat{i}_{dM} . (c) Comparação entre i_{dM} e \hat{i}_{dM} .

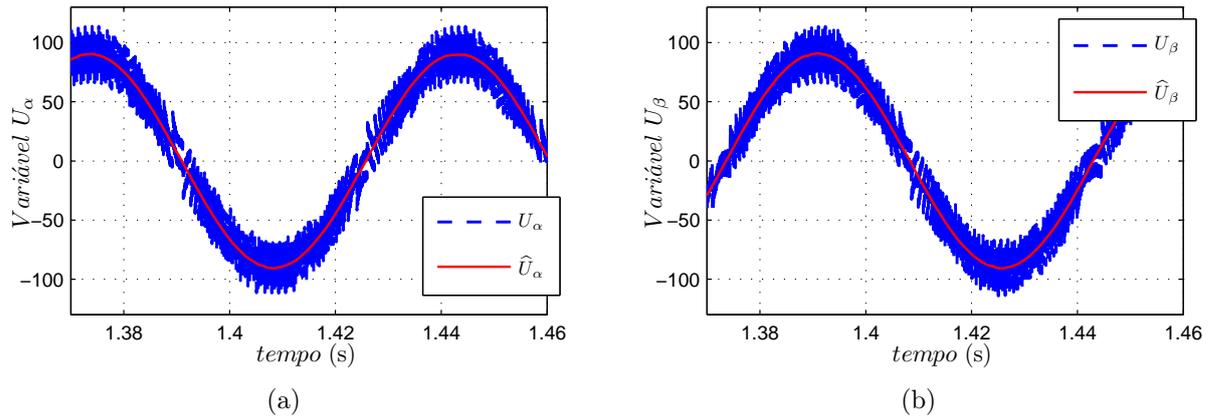


Figura 47: Estimação das variáveis $U_{\alpha\beta}$. (a) Estimação de U_α . (b) Estimação de U_β .

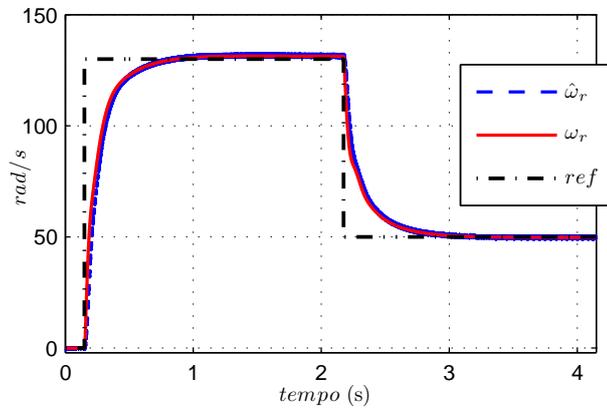


Figura 48: Resposta de velocidade do observador desenvolvido na seção 5.5.

5.7 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados métodos de estimação da velocidade rotórica desenvolvidos em tempo contínuo e aplicados a máquinas de indução. Foram apresentados Lemas que asseguram e demonstram as condições para existência das superfícies de deslizamento, bem como foram apresentados as provas de convergência dos algoritmos. O primeiro método apresentado é baseado na medição e estimação das correntes estatóricas. Tal método foi desenvolvido para aplicação em máquinas de indução assimétricas. O segundo método apresentado é baseado no cálculo da f_{cem} , cálculo e estimação das correntes magnetizantes. O terceiro método de estimação da velocidade rotórica é baseado no uso de um observador de fluxo rotórico e correntes estatóricas.

O método apresentado na seção 5.3 pode ser considerado o que tem implementação

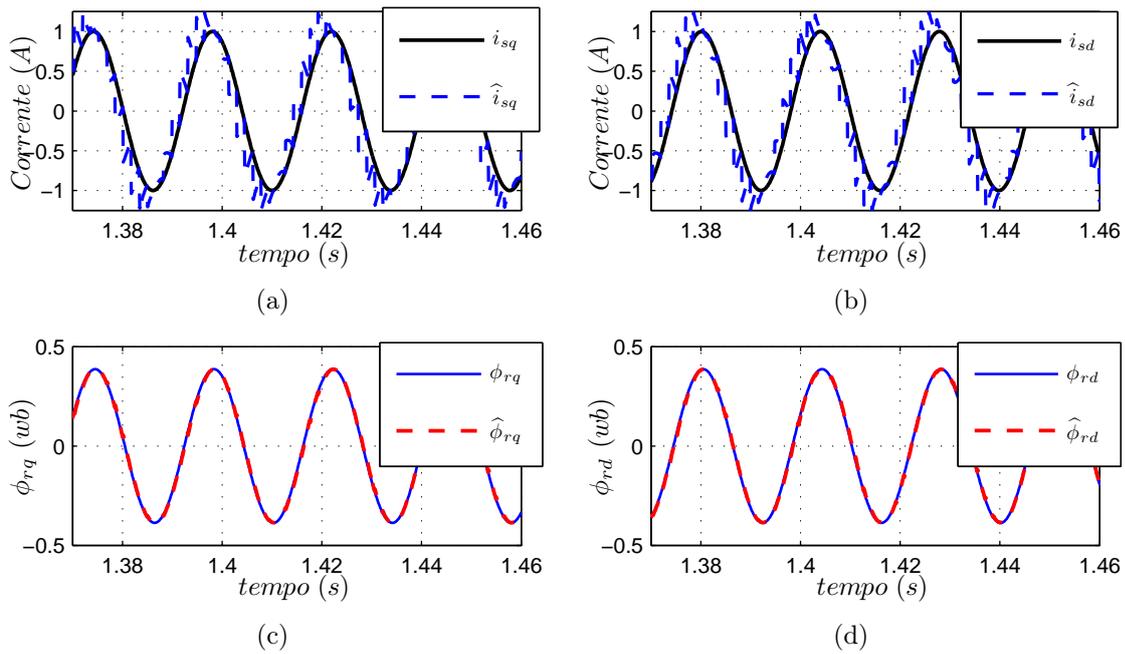


Figura 49: Estimação das correntes estatóricas e fluxo rotórico. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} . (c) Estimação de ϕ_{rq} . (d) Estimação de ϕ_{rd} .

de forma mais simples, enquanto o método apresentado na seção 5.4 apresenta uma maior dependência paramétrica. Já o método apresentado na seção 5.5 tem uma boa resposta dinâmica, porém o projeto dos ganhos de chaveamento realizado de forma errônea pode comprometer o desempenho do sistema que usa este observador de fluxo e velocidade rotórica. Todos os métodos desenvolvidos neste capítulo assumem algoritmos em tempo contínuo. Porém, grande parte das aplicações de engenharia faz uso de sistemas microcontrolados e sistemas baseados no uso de processadores digitais de sinais. Dessa forma, as provas de estabilidade desenvolvidas em tempo contínuo não podem ser estendidas diretamente a sistemas em tempo discreto, onde o período de amostragem causa *chattering* devido ao chaveamento ser realizado em períodos de tempo constantes. Com isso, o intuito deste capítulo foi apresentar o desenvolvimento de observadores de estado por modos deslizantes em tempo contínuo, sendo assim possível comparar os mesmos com os observadores desenvolvidos em tempo discreto apresentados no capítulo 6. Os algoritmos já desenvolvidos em tempo discreto são diferentes das versões discretizadas obtidas a partir dos algoritmos de tempo contínuo. O desenvolvimento em tempo discreto possibilita a obtenção dos limites que asseguram a estabilidade do sistema relacionados com o período de amostragem.

6 OBSERVADORES DA VELOCIDADE ROTÓRICA POR MODOS DESLIZANTES EM TEMPO DISCRETO

6.1 Considerações iniciais

Nas técnicas de controle por modos deslizantes desenvolvidas em tempo contínuo a função de chaveamento é realizada por elementos analógicos que alternam seu sinal de saída conforme as trajetórias dos estados atravessam o hiperplano de chaveamento. Na implementação discreta, os elementos analógicos são substituídos por elementos computacionais que alternam seu estado em períodos de tempo constantes e conhecidos. Como o sinal da lei de controle é aplicado em intervalos discretos, inevitavelmente, uma superfície de deslizamento não ideal ocorre no sistema. Esta superfície, chamada na literatura como “*quasi-sliding-mode*” ou “*discrete-time sliding mode*” e neste trabalho chamada de “superfície por modos deslizantes discreta” é diferente da superfície deslizante que ocorre em sistemas contínuos (SARPTURK; ISTEKANOPULOS; KAYNAK, 1987). Em consequência do exposto, a implementação discreta de técnicas desenvolvidas em tempo contínuo pode levar o sistema a uma condição não ideal e consequente instabilidade.

Além disso, o desenvolvimento de processadores de alto desempenho verificado nos últimos anos vem possibilitando a aplicação de técnicas projetadas em tempo discreto de forma rápida e simples. Com isso, contribuições relevantes têm sido reportadas na literatura com respeito a métodos de controle por modos deslizantes em tempo discreto, tal como em (BARTOSZEWICZ, 1998; GAO; WANG; HOMAIFA, 1995; VELUVOLU; SOH, 2009; SARPTURK; ISTEKANOPULOS; KAYNAK, 1987; VESELIC; PERUNICIC-DRAZENOVIC; MILOSAVLJEVIC, 2010; MILOSAVLJEVIC, 1985).

Neste capítulo são apresentadas as condições e hipóteses da existência de uma superfície de deslizamento em tempo discreto, bem como serão analisados e desenvolvidos

algoritmos de estimação da velocidade rotórica em máquinas de indução por modos deslizantes em tempo discreto. Ainda são apresentadas as provas de estabilidade dos algoritmos desenvolvidos baseados na análise de Lyapunov. Ainda neste capítulo são apresentados os limites dos ganhos e tempo de discretização para implementação discreta dos algoritmos propostos.

6.2 Condições para a existência de uma superfície por modos deslizantes discreta

No capítulo 5 foram apresentadas as condições para existência de uma superfície por modos deslizantes em tempo contínuo, da forma que essa superfície existe se o hiperplano de deslizamento atender a condição apresentada na equação (5.4), ou seja,

$$s_i(x) \dot{s}_i(x) < 0 \tag{6.1}$$

Ou ainda a condição global apresentada em (6.1) pode ser substituída por condições locais para existência de um hiperplano $s_i(x)$ da forma como apresentada em (UTKIN, 1992),

$$\lim_{s_i \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(x) < 0; \quad \lim_{s_i \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(x) > 0 \tag{6.2}$$

A forma equivalente para a existência de um hiperplano de deslizamento dada em (6.1) e (6.2) em tempo discreto pode ser obtida na forma,

$$s_{i(k)} \Delta s_{i(k)}, \quad e \tag{6.3}$$

$$\lim_{s_{i(k)} \rightarrow 0^+} \Delta s_{i(k)}(x) < 0; \quad \lim_{s_{i(k)} \rightarrow 0^-} \Delta s_{i(k)}(x) > 0$$

onde $\Delta s_{i(k)} = s_{i(k+1)} - s_{i(k)}$.

Porém, em sistemas discretos no tempo as condições apresentadas em (6.3) são necessárias, mas não são suficientes (SARPTURK; ISTEфанOPULOS; KAYNAK, 1987; SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004). Para sistemas discretos no tempo as condições apresentadas em (6.2) e (6.3) não garantem uma convergência estável. Uma condição necessária e suficiente pode ser obtida a partir da análise de estabilidade de Lyapunov. Para tanto, considere a superfície de deslizamento em tempo discreta como candidata a função Lyapunov,

$$V_k = s_{i(k)}^2 \quad (6.4)$$

Escrevendo a equação diferença de (6.4) vem,

$$\Delta V_k = s_{i(k+1)}^2 - s_{i(k)}^2 \quad (6.5)$$

A equação (6.5) pode ser reescrita na forma

$$\Delta V_k = [s_{i(k+1)} + s_{i(k)}] [s_{i(k+1)} - s_{i(k)}] \quad (6.6)$$

Multiplicando (6.6) por $sign^2(s_{i(k)})$,

$$\Delta V_k = [s_{i(k+1)} + s_{i(k)}] sign(s_{i(k)}) [s_{i(k+1)} - s_{i(k)}] sign(s_{i(k)}) \quad (6.7)$$

A partir de (6.7) é possível se obter as condições necessária e suficiente para a existência de uma superfície por modos deslizantes em tempo discreto conforme apresentado em (SARPTURK; ISTEфанOPULOS; KAYNAK, 1987). A equação (6.7) pode ser separada em duas inequações da forma,

$$[s_{i(k+1)} - s_{i(k)}] sign(s_{i(k)}) < 0 \quad (6.8)$$

$$[s_{i(k+1)} + s_{i(k)}] sign(s_{i(k)}) \geq 0 \quad (6.9)$$

A condição (6.8) pode ser entendida como uma segunda forma de representação de (6.3) e representa a condição necessária para a existência de uma superfície por modos deslizantes em tempo discreto. A inequação (6.9) mostra a condição chamada suficiente para a existência de uma superfície de modos deslizantes em tempo discreto. As referidas inequações indicam que se existe uma superfície de deslizamento em tempo discreto estável, então a trajetória dos estados irá cruzar pelo hiperplano de deslizamento a cada intervalo de tempo e a distância do estado até a superfície de deslizamento na amostra de $(k + 1)$ não é maior que a amostra anterior (SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004). Por outro lado as condições estabelecidas em (6.8) e (6.9) definem limites superior e inferior para a lei de controle, os quais dependem da distância do estado de $s_{i(k)}$ até a superfície de deslizamento (KOTTA; SARPTURK; ISTEфанOPULOS, 1989).

Outra forma de determinar as condições necessária e suficiente para a existência de uma superfície de deslizamento em tempo discreto foi apresentada por (SIRA-RAMIREZ, 1991). Neste trabalho um regime convergente por modos deslizantes discreto existe em $s_{i(k)}$ se a condição apresentada em (6.10) for satisfeita,

$$|s_{i(k+1)}| |s_{i(k)}| < |s_{i(k)}|^2 \quad (6.10)$$

A condição (6.10) pode ser reescrita na forma,

$$|s_{i(k+1)}s_{i(k)}| < s_{i(k)}^2 \quad (6.11)$$

A inequação (6.11) garante,

$$s_{i(k+1)}s_{i(k)} < s_{i(k)}^2 \quad (6.12)$$

E uma forma equivalente de escrever (6.12) é,

$$(s_{i(k+1)} - s_{i(k)}) s_{i(k)} < 0 \quad (6.13)$$

Assim, a condição (6.10) assegura a veracidade das condições (6.3) e (6.8).

6.3 Observador por modos deslizantes em tempo discreto baseado na estimação das correntes estatóricas

As equações diferenciais das correntes estatóricas de uma máquina bifásica assimétrica, inicialmente apresentadas em (5.6) e (5.7) podem ser discretizadas pelo método de Euler, e escritas na forma,

$$i_{sq(k+1)} = \left(1 - \left(\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} + \beta_q \eta_q L_{mq} \right) T_s \right) i_{sq(k)} + \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma_q L_{sq}} T_s V_{sq(k)} \quad (6.14)$$

$$i_{sd(k+1)} = \left(1 - \left(\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} + \beta_d \eta_d L_{md} \right) T_s \right) i_{sd(k)} + \beta_d n p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma_d L_{sd}} T_s V_{sd(k)} \quad (6.15)$$

Um observador por modos deslizantes pode ser projetado com o intuito de estimar as correntes definidas em (6.14) e (6.15), tal que,

$$\hat{i}_{sq(k+1)} = \left(1 - \frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s \right) \hat{i}_{sq(k)} + \frac{1}{\sigma_q L_{sq}} T_s V_{sq(k)} + V_{\alpha(k)} \quad (6.16)$$

$$\hat{i}_{sd(k+1)} = \left(1 - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s \right) \hat{i}_{sd(k)} + \frac{1}{\sigma_d L_{sd}} T_s V_{sd(k)} + V_{\beta(k)} \quad (6.17)$$

Onde $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$ são funções descontínuas obtidas pelos erros das correntes estatóricas.

$$V_{\alpha(k)} = -V_{0\alpha} \text{sign} \left(\hat{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \right) \quad (6.18)$$

$$V_{\beta(k)} = -V_{0\beta} \text{sign} \left(\hat{i}_{sd(k)} - i_{sd(k)} \right) \quad (6.19)$$

onde $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ são constantes positivas a serem projetadas.

Os erros de estimação das correntes estatóricas dados na forma,

$$s_{\alpha(k)} = \hat{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \quad (6.20)$$

$$s_{\beta(k)} = \hat{i}_{sd(k)} - i_{sd(k)} \quad (6.21)$$

6.3.1 Prova da existência da superfície de deslizamento em tempo discreto

Lema 3.

Sejam as superfícies de deslizamento em tempo discreto $s_{\alpha(k)}$ e $s_{\beta(k)}$, dadas em (6.20) e (6.21) e as funções descontínuas $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$ definidas em (6.18) e (6.19). Então, existem valores de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ que asseguram a convergência das correntes estimadas $\hat{i}_{sq(k)}$ e $\hat{i}_{sd(k)}$

para as correntes medidas $i_{sq(k)}$ e $i_{sd(k)}$ respectivamente, e também garantem as condições necessária e suficiente (6.8) e (6.9) para a existência das superfícies de deslizamento em tempo discreto.

Prova:

A partir de (6.14), (6.15), (6.16) e (6.17) é possível escrever as equações diferença dos erros de estimação das correntes estatóricas, tais que,

$$\Delta s_{\alpha(k)} = -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s s_{\alpha(k)} - V_{0\alpha} \text{sign}(s_{\alpha(k)}) + \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} - \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} \quad (6.22)$$

$$\Delta s_{\beta(k)} = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s s_{\beta(k)} - V_{0\beta} \text{sign}(s_{\beta(k)}) + \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} - \beta_d p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} - \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} \quad (6.23)$$

onde $\Delta s_{\alpha(k)} = s_{\alpha(k+1)} - s_{\alpha(k)}$ e $\Delta s_{\beta(k)} = s_{\beta(k+1)} - s_{\beta(k)}$

De (6.22) e (6.23) pode-se escrever ainda,

$$\begin{aligned} [s_{\alpha(k+1)} - s_{\alpha(k)}] \text{sign}(s_{\alpha(k)}) &= -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s s_{\alpha(k)} \text{sign}(s_{\alpha(k)}) - V_{0\alpha} (\text{sign}(s_{\alpha(k)}))^2 + \\ &\left(\beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} - \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} \right) \text{sign}(s_{\alpha(k)}) \end{aligned} \quad (6.24)$$

e

$$\begin{aligned} [s_{\beta(k+1)} - s_{\beta(k)}] \text{sign}(s_{\beta(k)}) &= -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s s_{\beta(k)} \text{sign}(s_{\beta(k)}) - V_{0\beta} (\text{sign}(s_{\beta(k)}))^2 + \\ &\left(\beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} - \beta_d p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} - \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} \right) \text{sign}(s_{\beta(k)}) \end{aligned} \quad (6.25)$$

Definindo as variáveis $f_{\alpha(k)}$ e $f_{\beta(k)}$ como sendo

$$f_{\alpha(k)} \triangleq [\beta_q \eta_q L_{mq} i_{sq(k)} - \beta_q \eta_q \phi_{rq(k)} + \beta_d p \omega_r(k) \phi_{rd(k)}],$$

e

$$f_{\beta(k)} \triangleq [\beta_d \eta_d L_{md} i_{sd(k)} - \beta_d p \omega_r(k) \phi_{rq(k)} - \beta_d \eta_d \phi_{rd(k)}]$$

então de (6.24) e (6.25) pode-se obter

$$[s_{\alpha(k+1)} - s_{\alpha(k)}] \text{sign}(s_{\alpha(k)}) = -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s |s_{\alpha(k)}| - V_{0\alpha} + f_{\alpha(k)} T_s \text{sign}(s_{\alpha(k)}) \quad (6.26)$$

$$[s_{\beta(k+1)} - s_{\beta(k)}] \text{sign}(s_{\beta(k)}) = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s |s_{\beta(k)}| - V_{0\beta} + f_{\beta(k)} T_s \text{sign}(s_{\beta(k)}) \quad (6.27)$$

A partir de (6.26) e (6.27), escolhendo-se valores positivos de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$, tais que,

$$V_{0\alpha} > -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s |s_{\alpha(k)}| + f_{\alpha(k)} T_s \text{sign}(s_{\alpha(k)}) \quad (6.28)$$

e,

$$V_{0\beta} > -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s |s_{\beta(k)}| + f_{\beta(k)} T_s \text{sign}(s_{\beta(k)}) \quad (6.29)$$

então a condição dada em (6.8) se verifica.

Em sistemas de tempo discreto além da condição necessária apresentada em (6.8) é preciso contemplar a condição dita suficiente e apresentada em (6.9). Para tanto, considere a equação diferença dada por,

$$s_{\alpha(k+1)} + s_{\alpha(k)} = -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s s_{\alpha(k)} - V_{0\alpha} \text{sign}(s_{\alpha(k)}) + 2s_{\alpha(k)} + \left(\beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} - \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} + \beta_q p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} \right) \quad (6.30)$$

$$s_{\beta(k+1)} + s_{\beta(k)} = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s s_{\beta(k)} - V_{0\beta} \text{sign}(s_{\beta(k)}) + 2s_{\beta(k)} + \left(\beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} - \beta_d p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} - \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} \right) \quad (6.31)$$

Reescrevendo (6.30) e (6.31) a partir da definição de $f_{\alpha(k)}$ e $f_{\beta(k)}$, advém,

$$s_{\alpha(k+1)} + s_{\alpha(k)} = -\frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s s_{\alpha(k)} - V_{0\alpha} \text{sign}(s_{\alpha(k)}) + 2s_{\alpha(k)} + T_s f_{\alpha(k)} \quad (6.32)$$

$$s_{\beta(k+1)} + s_{\beta(k)} = -\frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s s_{\beta(k)} - V_{0\beta} \text{sign}(s_{\beta(k)}) + 2s_{\beta(k)} + T_s f_{\beta(k)} \quad (6.33)$$

Multiplicando as equações (6.32) e (6.33) por $\text{sign}(s_{\alpha(k)})$ e $\text{sign}(s_{\beta(k)})$ respectivamente, para ser obter a forma de (6.9), vem,

$$[s_{\alpha(k+1)} + s_{\alpha(k)}] \text{sign}(s_{\alpha(k)}) = -V_{0\alpha} + 2|s_{\alpha(k)}| + T_s f_{\alpha(k)} \text{sign}(s_{\alpha(k)}) - \frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s |s_{\alpha(k)}| \quad (6.34)$$

$$[s_{\beta(k+1)} + s_{\beta(k)}] \text{sign}(s_{\beta(k)}) = -V_{0\beta} + 2|s_{\beta(k)}| + T_s f_{\beta(k)} \text{sign}(s_{\beta(k)}) - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s |s_{\beta(k)}| \quad (6.35)$$

A partir das equações (6.34) e (6.35) é possível definir o limite superior de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ para atender a condição de (6.9), tal que,

$$-V_{0\alpha} + 2|s_{\alpha(k)}| \geq -f_{\alpha(k)} T_s \text{sign}(s_{\alpha(k)}) + \frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s |s_{\alpha(k)}| \quad (6.36)$$

$$-V_{0\beta} + 2|s_{\beta(k)}| \geq -f_{\beta(k)} T_s \text{sign}(s_{\beta(k)}) + \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s |s_{\beta(k)}| \quad (6.37)$$

As inequações (6.36) e (6.37) podem ser escritas na forma,

$$V_{0\alpha} \leq 2|s_{\alpha(k)}| + f_{\alpha(k)} T_s \text{sign}(s_{\alpha(k)}) - \frac{R_{sq}}{\sigma_q L_{sq}} T_s |s_{\alpha(k)}| \quad (6.38)$$

$$V_{0\beta} \leq 2|s_{\beta(k)}| + f_{\beta(k)} T_s \text{sign}(s_{\beta(k)}) - \frac{R_{sd}}{\sigma_d L_{sd}} T_s |s_{\beta(k)}| \quad (6.39)$$

□

A partir das inequações (6.28) e (6.29) é possível verificar que os limites inferiores de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ dependem dos estados e parâmetros da máquina de indução, enquanto que os limites superiores de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$, vide (6.38) e (6.39), dependem dos parâmetros e estados da máquina de indução, do tempo de amostragem e ainda do erro de estimativa das correntes estatóricas. Além disso, a partir de (6.38) e (6.39) pode-se verificar que quanto maior o erro de estimativa maior o limite superior para os ganhos $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$, de maneira inversa, quanto maior o período de amostragem T_s , menores os limites de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$. Com isso, assumindo-se um período de amostragem fixo e conhecido, pode-se afirmar que o limite superior de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ varia com a amplitude do erro de estimatimação das correntes

estatóricas, dessa forma pode-se projetar esse ganho variável, tal como sendo regido pelo comportamento de uma função sigmóide ou até mesmo uma função definida por partes, com amplitudes menores para erros menores.

6.3.2 Desenvolvimento do algoritmo de estimação da velocidade rotórica a partir da estimação das correntes estatóricas

Pode-se verificar a partir do observador de correntes dado em (6.16) e (6.17) que se as correntes observadas $\hat{i}_{sq(k)}$ e $\hat{i}_{sd(k)}$ convergem para os valores medidos de $i_{sq(k)}$ e $i_{sd(k)}$, os termos $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$ são aproximados aos termos $V_{\alpha eq(k)}$ e $V_{\beta eq(k)}$, da forma que $V_{\alpha(k)} \approx V_{\alpha eq(k)}$ e $V_{\beta(k)} \approx V_{\beta eq(k)}$ e podem ser escritos como,

$$V_{\alpha eq(k)} = \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rd(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \quad (6.40)$$

$$V_{\beta eq(k)} = \beta_d n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \quad (6.41)$$

Os termos $V_{\alpha eq(k)}$ e $V_{\beta eq(k)}$ correspondem aos termos de baixa frequência das funções descontínuas $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$. Tais variáveis podem ser obtidas por filtros passa-baixas (YAN; JIN; UTKIN, 2000), da forma que,

$$z_{\alpha(k+1)} = (1 - \tau_f T_s) z_{\alpha k} + \tau_f T_s V_{\alpha k}, \quad z_{\alpha(k+1)} \approx V_{\alpha eq(k+1)} \quad (6.42)$$

$$z_{\beta(k+1)} = (1 - \tau_f T_s) z_{\beta k} + \tau_f T_s V_{\beta k}, \quad z_{\beta(k+1)} \approx V_{\beta eq(k+1)} \quad (6.43)$$

onde $1/\tau_f$ é a constante de tempo do filtro passa-baixas.

Com o intuito de escrever as equações diferenças das variáveis $V_{\alpha eq(k)}$ e $V_{\beta eq(k)}$, pode-se definir a variação no tempo como, $\Delta V_{\alpha eq(k)} \triangleq V_{\alpha eq(k+1)} - V_{\alpha eq(k)}$, e $\Delta V_{\beta eq(k)} \triangleq V_{\beta eq(k+1)} - V_{\beta eq(k)}$,

$$\Delta V_{\alpha eq(k)} \triangleq V_{\alpha eq(k+1)} - V_{\alpha eq(k)} = \beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k+1)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k+1)} T_s \phi_{rd(k+1)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k+1)} - \left(\beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rd(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \right) \quad (6.44)$$

$$\Delta V_{\beta eq(k)} \triangleq V_{\beta eq(k+1)} - V_{\beta eq(k)} = \beta_d n p \omega_{r(k+1)} T_s \phi_{rq(k+1)} + \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k+1)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k+1)} - \left(\beta_d n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \right) \quad (6.45)$$

As equações dos fluxos rotóricos da máquina de indução assimétrica discretizadas pelo método de Euler, são dadas da forma,

$$\phi_{rq(k+1)} = (1 - \eta_q T_s) \phi_{rq(k)} + \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rd(k)} + \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \quad (6.46)$$

$$\phi_{rd(k+1)} = -n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + (1 - \eta_d T_s) \phi_{rd(k)} + \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \quad (6.47)$$

Substituindo (6.46) e (6.47) em (6.44) e (6.45), resulta em,

$$\Delta V_{\alpha eq(k)} = \beta_q \eta_q T_s \left((1 - \eta_q T_s) \phi_{rq(k)} + \frac{1}{n} p \omega_{r(k+1)} T_s \phi_{rd(k)} + \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \right) - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \left(-n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + (1 - \eta_d T_s) \phi_{rd(k)} + \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \right) - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k+1)} - \left(\beta_q \eta_q T_s \phi_{rq(k)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rd(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \right) \quad (6.48)$$

$$\Delta V_{\beta eq(k)} = \beta_d n p \omega_{r(k)} T_s \left((1 - \eta_q T_s) \phi_{rq(k)} + \frac{1}{n} p \omega_{r(k+1)} T_s \phi_{rd(k)} + \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \right) + \beta_d \eta_d T_s \left(-n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + (1 - \eta_d T_s) \phi_{rd(k)} + \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \right) - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k+1)} - \left(\beta_d n p \omega_{r(k)} T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d \eta_d T_s \phi_{rd(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \right) \quad (6.49)$$

Hipótese H2: Assume-se que a variação de velocidade é muito mais lenta que a variação das grandezas elétricas em termos do tempo de amostragem, desta forma, $\omega_{r(k+1)} \approx \omega_{r(k)}$. O que implica na redução das equações (6.48) e (6.49) como segue,

$$\Delta V_{\alpha eq(k)} = -\beta_q \eta_q T_s \eta_q T_s \phi_{rq(k)} + \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s n p \omega_r T_s \phi_{rq(k)} + \beta_q \eta_q T_s \frac{1}{n} p \omega_{r(k+1)} T_s \phi_{rd(k)} + \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \eta_d T_s \phi_{rd(k)} + \beta_q \eta_q T_s \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} - \beta_q \frac{1}{n} p \omega_{r(k)} T_s \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k+1)} + \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_{\beta eq(k)} = & -\beta_d n p \omega_r(k) T_s \eta_q T_s \phi_{rq(k)} + \beta_d n p \omega_r(k) T_s \frac{1}{n} p \omega_r T_s \phi_{rd(k)} + \\ & \beta_d n p \omega_r(k) T_s \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} - \beta_d \eta_d T_s n p \omega_r(k+1) T_s \phi_{rq(k)} - \beta_d \eta_d T_s \eta_d T_s \phi_{rd(k)} + \\ & \beta_d \eta_d T_s \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k+1)} + \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \end{aligned} \quad (6.51)$$

Substituindo (6.40) e (6.41) em (6.50) e (6.51) vem,

$$\Delta V_{\alpha eq(k)} = -T_s \eta_q V_{\alpha eq(k)} + \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \omega_r(k+1) T_s V_{\beta eq(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k+1)} + \beta_q \eta_q L_{mq} T_s i_{sq(k)} \quad (6.52)$$

$$\Delta V_{\beta eq(k)} = -\eta_d T_s V_{\beta eq(k)} - \frac{\beta_d}{\beta_q} n p \omega_r(k+1) T_s V_{\alpha eq(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k+1)} + \beta_d \eta_d L_{md} T_s i_{sd(k)} \quad (6.53)$$

Substituindo (6.52) e (6.53) nas equações $\Delta V_{\alpha eq(k)} = V_{\alpha eq(k+1)} - V_{\alpha eq(k)}$ e $\Delta V_{\beta eq(k)} = V_{\beta eq(k+1)} - V_{\beta eq(k)}$ resulta em,

$$V_{\alpha eq(k+1)} = V_{\alpha eq(k)} - T_s \eta_q V_{\alpha eq(k)} + \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \omega_r(k+1) T_s V_{\beta eq(k)} - \beta_q \eta_q L_{mq} T_s \Delta i_{sq(k)} \quad (6.54)$$

$$V_{\beta eq(k+1)} = V_{\beta eq(k)} - \eta_d T_s V_{\beta eq(k)} - \frac{\beta_d}{\beta_q} n p \omega_r(k+1) T_s V_{\alpha eq(k)} - \beta_d \eta_d L_{md} T_s \Delta i_{sd(k)} \quad (6.55)$$

Onde $\Delta i_{sq(k)} = i_{sq(k+1)} - i_{sq(k)}$ e $\Delta i_{sd(k)} = i_{sd(k+1)} - i_{sd(k)}$.

Reescrevendo (6.54) e (6.55) na forma matricial vem,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{\alpha eq(k+1)} \\ V_{\beta eq(k+1)} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 1 - \eta_q T_s & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \omega_r(k) T_s \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \omega_r(k) T_s & 1 - \eta_d T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\alpha eq(k)} \\ V_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} - \\ & \begin{bmatrix} \beta_q \eta_q L_{mq} T_s & 0 \\ 0 & \beta_d \eta_d L_{md} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{sq(k)} \\ \Delta i_{sd(k)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.56)$$

Um observador de parâmetros na forma discreta pode ser projetado conforme a equação (6.57).

$$\begin{aligned}\widehat{x}_{(k+1)} &= (1 - KT_s)\widehat{x}_{(k)} + \widehat{A}T_s x_{(k)} + T_s K x_{(k)} + T_s B u_{(k)} \\ y_{(k)} &= C x_{(k)}\end{aligned}\tag{6.57}$$

onde K é um ganho positivo do observador a ser projetado.

Neste trabalho faz-se uma troca de notação com o intuito de facilitar o entendimento, da forma que $L_\alpha = V_{\alpha eq}$ e $L_\beta = V_{\beta eq}$. Com isto é possível reescrever a equação (6.56) da forma,

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} L_{\alpha(k+1)} \\ L_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \eta_q T_s & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \omega_{r(k+1)} T_s \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \omega_{r(k+1)} T_s & 1 - \eta_d T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} \beta_q \eta_q L_{mq} T_s & 0 \\ 0 & \beta_d \eta_d L_{md} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{sq(k)} \\ \Delta i_{sd(k)} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{6.58}$$

Para o sistema da equação (6.58) pode-se projetar um observador da forma como foi apresentado em (6.57). Com isto tem-se,

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \widehat{L}_{\alpha(k+1)} \\ \widehat{L}_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} &= (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \widehat{L}_{\alpha(k)} \\ \widehat{L}_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\eta_q T_s & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \widehat{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \widehat{\omega}_{r(k+1)} T_s & -\eta_d T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \\ T_s K \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_q \eta_q L_{mq} T_s & 0 \\ 0 & \beta_d \eta_d L_{md} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{sq(k)} \\ \Delta i_{sd(k)} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{6.59}$$

Escrevendo as equações dos erros pela subtração entre (6.59) e (6.58), da forma,

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \bar{L}_{\alpha(k+1)} \\ \bar{L}_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} &= (1 - kT_s) \begin{bmatrix} \widehat{L}_{\alpha(k)} \\ \widehat{L}_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_s K - 1 & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s & T_s K - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{6.60}$$

onde, $\bar{L}_{\alpha(k)} = \widehat{L}_{\alpha(k)} - L_{\alpha(k)}$, $\bar{L}_{\beta(k)} = \widehat{L}_{\beta(k)} - L_{\beta(k)}$, e $\bar{\omega}_{r(k+1)} = \widehat{\omega}_{r(k+1)} - \omega_{r(k+1)}$.

A equação (6.60) pode ser reescrita da forma,

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_{\alpha(k+1)} \\ \bar{L}_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} = (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \bar{L}_{\alpha(k)} \\ \bar{L}_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

A partir da hipótese $H2$ assume-se que $\omega_{r(k+1)} \approx \omega_{r(k)}$, logo $\Delta\omega_{r(k)} \approx 0$, dessa forma pode-se escrever,

$$\Delta\bar{\omega}_{r(k)} = \Delta\hat{\omega}_{r(k)} - \Delta\omega_{r(k)} \quad (6.62)$$

Ou ainda,

$$\hat{\omega}_{r(k+1)} = \hat{\omega}_{r(k)} + \bar{\omega}_{r(k+1)} - \bar{\omega}_{r(k)} \quad (6.63)$$

De (6.63) verifica-se que é possível se obter a velocidade rotórica estimada $\hat{\omega}_{r(k+1)}$ a partir do conhecimento do erro de velocidade estimado $\bar{\omega}_{r(k+1)}$. Com isto, o Teorema 4 é apresentado como segue.

Teorema 4.

Sejam as superfícies de deslizamento em tempo discreto $s_{\alpha(k)}$ e $s_{\beta(k)}$ dadas em (6.20) e (6.21), o observador de estados apresentado em (6.59) e a hipótese $H2$. Então, para um γ_r positivo e valores de KT_s compreendidos no intervalo $(0, 1]$ o algoritmo de adaptação do erro de estimação da velocidade rotórica dado por,

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{r(k+1)} = & \frac{\bar{\omega}_{r(k)}}{\left(1 + \gamma_r \frac{1}{2} T_s^2 \left(\left(\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \right)^2 L_{\alpha k}^2 + \left(\frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \right)^2 L_{\beta(k)}^2 \right)} \right)} + \\ & \frac{\gamma_r (1 - KT_s) T_s \left(-\bar{L}_{\alpha(k)} \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p L_{\beta(k)} + \bar{L}_{\beta(k)} \frac{\beta_d}{\beta_q} n p L_{\alpha(k)} \right)}{\left(1 + \gamma_r \frac{1}{2} T_s^2 \left(\left(\frac{\beta_d}{\beta_q} n p \right)^2 L_{\alpha k}^2 + \left(\frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \right)^2 L_{\beta(k)}^2 \right)} \right)} \end{aligned} \quad (6.64)$$

garante a convergência de $\hat{\omega}_{r(k)}$ para $\omega_{r(k)}$ quando k tende para o infinito.

Prova: Considere uma candidata a função Lyapunov,

$$V_k = \bar{L}_{\alpha(k)}^2 + \bar{L}_{\beta(k)}^2 + \gamma_r^{-1} \bar{\omega}_{r(k)}^2 \quad (6.65)$$

De (6.65) pode-se escrever

$$\Delta V_k = V_{(k+1)} - V_{(k)} \quad (6.66)$$

Ou ainda,

$$\Delta V_k = \bar{L}_{\alpha(k+1)}^2 - \bar{L}_{\alpha k}^2 + \bar{L}_{\beta(k+1)}^2 - \bar{L}_{\beta k}^2 + \gamma_r^{-1} \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \gamma_r^{-1} \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.67)$$

Substituindo (6.61) em (6.67) resulta,

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \left((1 - KT_s) \bar{L}_{\alpha(k)} + \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s L_{\beta(k)} \right) \bar{L}_{\alpha(k+1)} - \bar{L}_{\alpha k}^2 + \\ & \left((1 - KT_s) \bar{L}_{\beta(k)} - \frac{\beta_d}{\beta_q} n p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s L_{\alpha(k)} \right) \bar{L}_{\beta(k+1)} - \bar{L}_{\beta k}^2 + \gamma_r^{-1} \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \gamma_r^{-1} \bar{\omega}_{rk}^2 \end{aligned} \quad (6.68)$$

Considere a igualdade,

$$\bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \bar{\omega}_{rk}^2 \triangleq \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - (\bar{\omega}_{r(k+1)} - \Delta \bar{\omega}_{rk})^2 \quad (6.69)$$

ou,

$$\bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \bar{\omega}_{rk}^2 = \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 + 2\bar{\omega}_{r(k+1)} \Delta \bar{\omega}_{rk} - \Delta \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.70)$$

ou ainda,

$$\bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \bar{\omega}_{rk}^2 = 2\bar{\omega}_{r(k+1)} \Delta \bar{\omega}_{rk} - \Delta \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.71)$$

onde $\Delta \bar{\omega}_{rk} = \bar{\omega}_{r(k+1)} - \bar{\omega}_{rk}$

Substituindo (6.61) e (6.71) em (6.68), resulta,

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & ((1 - KT_s)^2 - 1) \bar{L}_{\alpha(k)}^2 + 2(1 - KT_s) \bar{L}_{\alpha(k)} \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s L_{\beta(k)} + \\ & ((1 - KT_s)^2 - 1) \bar{L}_{\beta k}^2 - 2(1 - KT_s) \bar{L}_{\beta(k)} \frac{\beta_d}{\beta_q} n p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s L_{\alpha(k)} + \\ & \left(\frac{\beta_d}{\beta_q} n p T_s \right)^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 L_{\alpha k}^2 + \left(\frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p T_s \right)^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 L_{\beta(k)}^2 + \gamma_r^{-1} (2\bar{\omega}_{r(k+1)} \Delta \bar{\omega}_{rk} - \Delta \bar{\omega}_{rk}^2) \end{aligned} \quad (6.72)$$

A equação (6.64) pode ser reescrita da forma,

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{r(k+1)} \left(1 + \gamma_r \frac{1}{2} T_s^2 \left(\left(\frac{\beta_d}{\beta_q} np \right)^2 L_{\alpha k}^2 + \left(\frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \right)^2 L_{\beta(k)}^2 \right) \right) = \bar{\omega}_{r(k)} + \\ \gamma_r (1 - KT_s) T_s \left(-\bar{L}_{\alpha(k)} \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p L_{\beta(k)} + \bar{L}_{\beta(k)} \frac{\beta_d}{\beta_q} np L_{\alpha(k)} \right) \end{aligned} \quad (6.73)$$

Ou ainda (6.73) pode ser escrita na forma,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\omega}_{r(k)} = \gamma_r (1 - KT_s) T_s \left(-\bar{L}_{\alpha(k)} \frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p L_{\beta(k)} + \bar{L}_{\beta(k)} \frac{\beta_d}{\beta_q} np L_{\alpha(k)} \right) - \\ \gamma_r \frac{1}{2} \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(\left(\frac{\beta_d}{\beta_q} np \right)^2 L_{\alpha k}^2 + \left(\frac{\beta_q}{\beta_d} \frac{1}{n} p \right)^2 L_{\beta(k)}^2 \right) \end{aligned} \quad (6.74)$$

Substituindo (6.74) em (6.72) resulta,

$$\Delta V_k = ((1 - KT_s)^2 - 1) \left(\bar{L}_{\alpha(k)}^2 + \bar{L}_{\beta(k)}^2 \right) - \gamma_r^{-1} \Delta \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.75)$$

Para valores de KT_s compreendidos no intervalo $(0, 1]$, e γ_r positivo é possível afirmar que a função ΔV_k é definida menor ou igual a zero. De forma prática, KT_s deve assumir valor menor que 1, o que assegura que a segunda parcela de (6.64) é considerada no cálculo da velocidade rotórica estimada.

□

6.3.3 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica para uma máquina de indução bifásica simétrica

A técnica de estimação da velocidade rotórica proposta nesta seção pode ser aplicada a máquinas de indução bifásicas simétricas, ou ainda máquinas de indução trifásicas. Para tanto, deve-se fazer a utilização de parâmetros dos enrolamentos da máquina de valores idênticos, por exemplo, em uma máquina simétrica as resistências estatóricas são idênticas, da forma que $R_s \triangleq R_{sq} = R_{sd}$, e $n = 1$. A mesma afirmação pode ser feita com relação as resistências rotóricas e indutâncias. Com isso é possível escrever de maneira simplificada a equação (6.58),

$$\begin{bmatrix} L_{\alpha(k+1)} \\ L_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \eta T_s) & p\omega_{r(k+1)} T_s \\ -p\omega_{r(k+1)} T_s & (1 - \eta T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} - \beta\eta L_m T_s \begin{bmatrix} \Delta i_{sq(k)} \\ \Delta i_{sd(k)} \end{bmatrix} \quad (6.76)$$

onde $\eta \triangleq \eta_q = \eta_d$, $\beta \triangleq \beta_q = \beta_d$, $L_m \triangleq L_{mq} = L_{md}$

O observador de (6.76) é dado por,

$$\begin{bmatrix} \widehat{L}_{\alpha(k+1)} \\ \widehat{L}_{\beta(k+1)} \end{bmatrix} = (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \widehat{L}_{\alpha(k)} \\ \widehat{L}_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\eta T_s & p\widehat{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -p\widehat{\omega}_{r(k+1)} T_s & -\eta T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} + T_s K \begin{bmatrix} L_{\alpha(k)} \\ L_{\beta(k)} \end{bmatrix} - \beta\eta L_m T_s \begin{bmatrix} \Delta i_{sq(k)} \\ \Delta i_{sd(k)} \end{bmatrix} \quad (6.77)$$

Enquanto que o algoritmo de algoritmo de estimação da velocidade rotórica para uma máquina simétrica é calculado pela equação,

$$\bar{\omega}_{r(k+1)} = \frac{\bar{\omega}_{r(k)}}{\left(1 + \gamma_r \frac{1}{2} T_s^2 \left(L_{\alpha(k)}^2 + L_{\beta(k)}^2\right)\right)} + \frac{\gamma_r \left((1 - KT_s) T_s \left(-\bar{L}_{\alpha(k)} L_{\beta(k)} + \bar{L}_{\beta(k)} L_{\alpha(k)}\right)\right)}{\left(1 + \gamma_r \frac{1}{2} T_s^2 \left(L_{\alpha(k)}^2 + L_{\beta(k)}^2\right)\right)} \quad (6.78)$$

A estimação das correntes estatóricas é feita de maneira idêntica ao caso da máquina assimétrica conforme apresentado em (6.14)-(6.17). As variáveis $L_{\alpha(k)}$ e $L_{\beta(k)}$ são obtidas a partir de um filtro passa-baixas como em (6.42) e (6.43).

6.4 Observador por modos deslizantes discreto baseado no cálculo da força contra-eletromotriz

De maneira análoga ao realizado no capítulo 5, neste trabalho faz-se o desenvolvimento de um estimador da velocidade rotórica de máquinas de indução baseado no cálculo da *fcem* e estimação das correntes magnetizantes de uma máquina de indução. Novamente esse desenvolvimento é realizado para uma máquina de indução simétrica. Para o desenvolvimento deste observador da velocidade rotórica, considere que as equações das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos de uma máquina de indução bifásica simétrica discretizadas pelo método de Euler são dadas por,

$$i_{sq(k+1)} = (1 - \gamma T_s) i_{sq(k)} + \beta \eta T_s \phi_{rq(k)} - \beta p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma L_s} T_s V_{sq(k)} \quad (6.79)$$

$$i_{sd(k+1)} = (1 - \gamma T_s) i_{sd(k)} + \beta p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} + \beta \eta T_s \phi_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma L_s} T_s V_{sd(k)} \quad (6.80)$$

$$\phi_{rq(k+1)} = (1 - \eta T_s) \phi_{rq(k)} + p \omega_r(k) T_s \phi_{rd(k)} + \eta L_m T_s i_{sq(k)} \quad (6.81)$$

$$\phi_{rd(k+1)} = (1 - \eta T_s) \phi_{rd(k)} - p \omega_r(k) T_s \phi_{rq(k)} + \eta L_m T_s i_{sd(k)} \quad (6.82)$$

As equações da *fcem* na forma discreta são escritas por,

$$e_{mq(k)} = V_{sq(k)} - R_s i_{sq(k)} - \sigma L_s \frac{\Delta i_{sq(k)}}{T_s} \quad (6.83)$$

$$e_{md(k)} = V_{sd(k)} - R_s i_{sd(k)} - \sigma L_s \frac{\Delta i_{sd(k)}}{T_s} \quad (6.84)$$

A *fcem* também pode ser obtida pelas equações,

$$e_{mq(k)} = L'_m \frac{\Delta i_{qM(k)}}{T_s} \quad (6.85)$$

$$e_{md(k)} = L'_m \frac{\Delta i_{dM(k)}}{T_s} \quad (6.86)$$

$\Delta i_{qM(k)} = i_{qM(k+1)} - i_{qM(k)}$, $\Delta i_{dM(k)} = i_{dM(k+1)} - i_{dM(k)}$, ainda, $i_{qM(k)}$ e $i_{dM(k)}$ são as correntes magnetizantes e são calculadas da forma,

$$i_{qM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) i_{qM(k)} + p \omega_r(k) T_s i_{dM(k)} + \frac{1}{\tau_r} T_s i_{sq(k)} \quad (6.87)$$

$$i_{dM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) i_{dM(k)} - p \omega_r(k) T_s i_{qM(k)} + \frac{1}{\tau_r} T_s i_{sd(k)} \quad (6.88)$$

As equações (6.85) e (6.86) podem ser escritas da forma,

$$e_{mq(k)}T_s = L'_m (i_{qM(k+1)} - i_{qM(k)}) \quad (6.89)$$

$$e_{md(k)}T_s = L'_m (i_{dM(k+1)} - i_{dM(k)}) \quad (6.90)$$

Ou ainda, a partir de (6.89) e (6.90) pode-se reescrever as equações das correntes magnetizantes com base no cálculo da *fcem*,

$$i_{qM(k+1)} = \frac{1}{L'_m} e_{mq(k)}T_s + i_{qM(k)} \quad (6.91)$$

$$i_{dM(k+1)} = \frac{1}{L'_m} e_{md(k)}T_s + i_{dM(k)} \quad (6.92)$$

A partir de (6.87), (6.88), (6.91) e (6.92) verificam-se duas formas de obtenção das correntes magnetizantes. Assumindo-se que ambas são equivalentes, pode-se projetar um observador por modos deslizantes para essas correntes, da forma que,

$$\hat{i}_{qM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) \hat{i}_{qM(k)} + \frac{1}{\tau_r} T_s i_{sq(k)} + T_s U_\alpha(k) \quad (6.93)$$

$$\hat{i}_{dM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) \hat{i}_{dM(k)} + \frac{1}{\tau_r} T_s i_{sd(k)} + T_s U_\beta(k) \quad (6.94)$$

onde, $U_\alpha(k)$ e $U_\beta(k)$ são funções descontínuas obtidas pelos erros de estimação das correntes magnetizantes, tal que,

$$U_\alpha(k) = -U_{0\alpha} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) = -U_{0\alpha} \text{sign}(\hat{i}_{qM(k)} - i_{qM(k)}) \quad (6.95)$$

e,

$$U_\beta(k) = -U_{0\beta} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) = -U_{0\beta} \text{sign}(\hat{i}_{dM(k)} - i_{dM(k)}) \quad (6.96)$$

$U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$ são constantes positivas a serem projetadas.

6.4.1 Prova da existência da superfície de deslizamento discreta

Lema 4.

Sejam as superfícies de deslizamento em tempo discreto $\bar{i}_{qM(k)}$ e $\bar{i}_{dM(k)}$ obtidos a partir de (6.87), (6.88), e ainda as funções descontínuas $U_{\alpha(k)}$ e $U_{\beta(k)}$ dadas em (6.95) e (6.96). Então é possível assegurar a existência de valores $U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$ que garantem a convergência das correntes magnetizantes estimadas, $\hat{i}_{qM(k)}$ e $\hat{i}_{dM(k)}$, para as correntes magnetizantes calculadas $i_{qM(k)}$ e $i_{dM(k)}$, respectivamente.

Prova:

Os erros de estimação das correntes magnetizantes obtidos a partir de (6.87), (6.88), (6.93) e (6.94) podem ser reescritos na forma,

$$\bar{i}_{qM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) \bar{i}_{qM(k)} - p\omega_{r(k)} T_s i_{dM(k)} + T_s U_{\alpha(k)} \quad (6.97)$$

$$\bar{i}_{dM(k+1)} = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} T_s\right) \bar{i}_{dM(k)} + T_s U_{\beta(k)} + p\omega_{r(k)} T_s i_{qM(k)} \quad (6.98)$$

A partir de (6.97) e (6.98) é possível escrever as equações diferença de $i_{qM(k+1)}$ e $i_{dM(k+1)}$,

$$\Delta \bar{i}_{qM(k)} = \bar{i}_{qM(k+1)} - \bar{i}_{qM(k)} = -\frac{1}{\tau_r} T_s \bar{i}_{qM(k)} - p\omega_{r(k)} T_s i_{dM(k)} + T_s U_{\alpha(k)} \quad (6.99)$$

$$\Delta \bar{i}_{dM(k)} = \bar{i}_{dM(k+1)} - \bar{i}_{dM(k)} = -\frac{1}{\tau_r} T_s \bar{i}_{dM(k)} + T_s U_{\beta(k)} + p\omega_{r(k)} T_s i_{qM(k)} \quad (6.100)$$

Multiplicando (6.99) e (6.100) pela função sinal do erro para obter a forma de (6.8) vem,

$$\begin{aligned} [\bar{i}_{qM(k+1)} - \bar{i}_{qM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) &= -\frac{1}{\tau_r} T_s \bar{i}_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) + T_s U_{\alpha(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) - \\ & p\omega_{r(k)} T_s i_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) \end{aligned} \quad (6.101)$$

$$\begin{aligned} [\bar{i}_{dM(k+1)} - \bar{i}_{dM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) &= -\frac{1}{\tau_r} T_s \bar{i}_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) + T_s U_{\beta(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) + \\ & p\omega_{r(k)} T_s i_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) \end{aligned} \quad (6.102)$$

Reescrevendo (6.101) e (6.102),

$$[\bar{i}_{qM(k+1)} - \bar{i}_{qM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) = -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{qM(k)}| - T_s U_{0\alpha} - p\omega_{r(k)} T_s i_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) \quad (6.103)$$

$$[\bar{i}_{dM(k+1)} - \bar{i}_{dM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) = -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{dM(k)}| - T_s U_{0\beta} + p\omega_{r(k)} T_s i_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) \quad (6.104)$$

A partir de (6.103) e (6.104) é possível verificar que a escolha adequada de $U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$ suficientemente grandes confirma a condição necessária para existência da superfície de deslizamento dada em (6.8). Ou seja,

$$U_{0\alpha} > -\frac{1}{\tau_r} |\bar{i}_{qM(k)}| - p\omega_{r(k)} i_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) \quad (6.105)$$

$$U_{0\beta} > -\frac{1}{\tau_r} |\bar{i}_{dM(k)}| + p\omega_{r(k)} i_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) \quad (6.106)$$

De maneira análoga ao realizado na seção anterior, aqui verifica-se a condição chamada suficiente para a existência de uma superfície de deslizamento por modos deslizantes discretos, a qual foi apresentada em (6.9). Com isso tem-se,

$$[\bar{i}_{qM(k+1)} + \bar{i}_{qM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) = -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{qM(k)}| - T_s U_{0\alpha} - p\omega_{r(k)} T_s i_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) + 2\bar{i}_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) \quad (6.107)$$

$$[\bar{i}_{dM(k+1)} + \bar{i}_{dM(k)}] \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) = -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{dM(k)}| - T_s U_{0\beta} + p\omega_{r(k)} T_s i_{qM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) + 2\bar{i}_{dM(k)} \text{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) \quad (6.108)$$

Reescrevendo (6.107) e (6.108) vem,

$$\begin{aligned} [\bar{i}_{qM(k+1)} + \bar{i}_{qM(k)}] \operatorname{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) &= -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{qM(k)}| - T_s U_{0\alpha} - p\omega_r(k) T_s i_{dM(k)} \operatorname{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) + \\ &2 |\bar{i}_{qM(k)}| \end{aligned} \quad (6.109)$$

$$\begin{aligned} [\bar{i}_{dM(k+1)} + \bar{i}_{dM(k)}] \operatorname{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) &= -\frac{1}{\tau_r} T_s |\bar{i}_{dM(k)}| - T_s U_{0\beta} + p\omega_r(k) T_s i_{qM(k)} \operatorname{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) + \\ &2 |\bar{i}_{dM(k)}| \end{aligned} \quad (6.110)$$

A partir de (6.109) e (6.110) é possível definir o limite superior de $U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$, ou seja,

$$U_{0\alpha} \leq \frac{2 |\bar{i}_{qM(k)}|}{T_s} - \frac{1}{\tau_r} |\bar{i}_{qM(k)}| - p\omega_r(k) i_{dM(k)} \operatorname{sign}(\bar{i}_{qM(k)}) \quad (6.111)$$

$$U_{0\beta} \leq \frac{2 |\bar{i}_{dM(k)}|}{T_s} - \frac{1}{\tau_r} |\bar{i}_{dM(k)}| + p\omega_r(k) i_{qM(k)} \operatorname{sign}(\bar{i}_{dM(k)}) \quad (6.112)$$

□

De modo análogo a seção anterior, a partir das inequações (6.111) e (6.112) é possível verificar que os limites inferiores de $U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$ dependem dos estados e parâmetros da máquina de indução, enquanto que os limites superiores de $U_{0\alpha}$ e $U_{0\beta}$, vide (6.111) e (6.112) dependem dos parâmetros e estados da máquina de indução e ainda do tempo de amostragem e do erro de estimativa das correntes magnetizantes.

6.4.2 Desenvolvimento do algoritmo de estimação da velocidade rotórica a partir do cálculo da *f_{cem}* e estimação das correntes magnetizantes

Assumindo que a superfície por modos deslizantes exista, que os valores calculados para a *f_{cem}* sejam verdadeiros e que as estimativas das correntes magnetizantes convergem para os valores calculados, as componentes de baixa frequência das funções descontínuas $U_{\alpha(k)}$ e $U_{\beta(k)}$ são aproximadas aos termos $U_{\alpha eq(k)}$ e $U_{\beta eq(k)}$, da forma que,

$$U_{\alpha eq(k)} = p\omega_r(k) i_{dM(k)} \quad (6.113)$$

$$U_{\beta eq(k)} = -p\omega_r(k)i_{qM(k)} \quad (6.114)$$

As variáveis $U_{\alpha eq(k)}$ e $U_{\beta eq(k)}$ correspondem as componentes de baixa frequência das funções descontínuas $U_{\alpha(k)}$ e $U_{\beta(k)}$. Tais variáveis podem ser obtidas por filtros passa-baixas,

$$z_{\alpha(k+1)} = (1 - \tau_f T_s) z_{\alpha k} + \tau_f T_s U_{\alpha k}, \quad z_{\alpha(k+1)} \approx U_{\alpha eq(k+1)} \quad (6.115)$$

$$z_{\beta(k+1)} = (1 - \tau_f T_s) z_{\beta k} + \tau_f T_s U_{\beta k}, \quad z_{\beta(k+1)} \approx U_{\beta eq(k+1)} \quad (6.116)$$

Escrevendo as equações diferença de (6.113) e (6.114), e a partir da hipótese $H2$ onde assume-se que a variação mecânica da velocidade é muito mais lenta que a variação das grandezas elétricas, pode-se escrever,

$$U_{\alpha eq(k+1)} - U_{\alpha eq(k)} = p\omega_r(k+1)i_{dM(k+1)} - p\omega_r(k+1)i_{dM(k)} \quad (6.117)$$

$$U_{\beta eq(k+1)} - U_{\beta eq(k)} = -p\omega_r(k+1)i_{qM(k+1)} + p\omega_r(k+1)i_{qM(k)} \quad (6.118)$$

Substituindo (6.87) e (6.88) em (6.117) e (6.118) resulta,

$$U_{\alpha eq(k+1)} - U_{\alpha eq(k)} = p\omega_r(k+1) \left(i_{dM(k)} - \frac{1}{T_r} T_s i_{dM(k)} - p\omega_r(k+1) T_s i_{qM(k)} + \frac{1}{T_r} T_s i_{sd(k)} \right) - p\omega_r(k+1) i_{dM(k)} \quad (6.119)$$

$$U_{\beta eq(k+1)} - U_{\beta eq(k)} = -p\omega_r(k+1) \left(i_{qM(k)} - \frac{1}{T_r} T_s i_{qM(k)} + p\omega_r(k+1) T_s i_{dM(k)} + \frac{1}{T_r} T_s i_{sq(k)} \right) + p\omega_r(k+1) i_{qM(k)} \quad (6.120)$$

Substituindo (6.113) e (6.114) em (6.119) e (6.120) resulta,

$$U_{\alpha eq(k+1)} = U_{\alpha eq(k)} - \frac{1}{T_r} T_s U_{\alpha(k)} + p\omega_r(k+1) T_s U_{\beta eq(k)} + \frac{1}{T_r} T_s p\omega_r(k+1) i_{sd(k)} \quad (6.121)$$

$$U_{\beta eq(k+1)} = U_{\beta eq(k)} - \frac{1}{\tau_r} T_s U_{\beta eq(k)} - p\omega_{r(k+1)} T_s U_{\alpha eq(k)} - \frac{1}{\tau_r} T_s p\omega_{r(k+1)} i_{sq(k)} \quad (6.122)$$

Para facilitar o entendimento pode-se reescrever (6.121) e (6.122) na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k+1)} \\ U_{\beta eq(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{\tau_r} T_s & p\omega_{r(k+1)} T_s \\ -p\omega_{r(k+1)} T_s & 1 - \frac{1}{\tau_r} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k)} \\ U_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\tau_r} T_s p\omega_{r(k+1)} \\ -\frac{1}{\tau_r} T_s p\omega_{r(k+1)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq(k)} \\ i_{sd(k)} \end{bmatrix} \quad (6.123)$$

Para o sistema de (6.123) um observador de parâmetros discreto como apresentado em (6.57) pode ser aplicado,

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq(k+1)} \\ \hat{U}_{\beta eq(k+1)} \end{bmatrix} = (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq(k)} \\ \hat{U}_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} T_s & p\hat{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -p\hat{\omega}_{r(k+1)} T_s & -\frac{1}{\tau_r} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k)} \\ U_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + KT_s \begin{bmatrix} U_{\alpha(k)} \\ U_{\beta(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\tau_r} T_s p\hat{\omega}_{r(k+1)} \\ -\frac{1}{\tau_r} T_s p\hat{\omega}_{r(k+1)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq(k)} \\ i_{sd(k)} \end{bmatrix} \quad (6.124)$$

Escrevendo a equação dos erros de estimação das equações (6.123) e (6.124), vem,

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{\alpha eq(k+1)} \\ \bar{U}_{\beta eq(k+1)} \end{bmatrix} = (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \hat{U}_{\alpha eq(k)} \\ \hat{U}_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k)} \\ U_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\tau_r} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \\ -\frac{1}{\tau_r} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq(k)} \\ i_{sd(k)} \end{bmatrix} + KT_s \begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k)} \\ U_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} \quad (6.125)$$

onde $\bar{U}_{\alpha eq(k)} = \hat{U}_{\alpha eq(k)} - U_{\alpha eq(k)}$, e $\bar{U}_{\beta eq(k)} = \hat{U}_{\beta eq(k)} - U_{\beta eq(k)}$.

Reescrevendo (6.125),

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{\alpha eq(k+1)} \\ \bar{U}_{\beta eq(k+1)} \end{bmatrix} = (1 - KT_s) \begin{bmatrix} \bar{U}_{\alpha eq(k)} \\ \bar{U}_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p\bar{\omega}_{r(k+1)}T_s \\ -p\bar{\omega}_{r(k+1)}T_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\alpha eq(k)} \\ U_{\beta eq(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\tau_r}p\bar{\omega}_{r(k+1)}T_s \\ -\frac{1}{\tau_r}p\bar{\omega}_{r(k+1)}T_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq(k)} \\ i_{sd(k)} \end{bmatrix} \quad (6.126)$$

A partir da Hipótese *H2* verifica-se que a velocidade rotórica estimada pode ser obtida do erro de estimação da mesma, como apresentado em (6.63), ou seja,

$$\hat{\omega}_{r(k+1)} = \hat{\omega}_{r(k)} + \bar{\omega}_{r(k+1)} - \bar{\omega}_{r(k)} \quad (6.127)$$

Assim, é possível utilizar (6.127) e pode-se formular o Teorema 5 como segue, com o intuito de se obter a velocidade rotórica estimada.

Teorema 5.

Sejam as superfícies de deslizamento em tempo discreto $\bar{i}_{qM(k)}$ e $\bar{i}_{dM(k)}$ obtidas a partir de (6.87), (6.88), o observador de estados dado em (6.124) sujeito a hipótese *H2*. Então para um λ positivo e para valores de KT_s compreendidos no intervalo $(0, 1]$ o algoritmo de adaptação do erro de estimação da velocidade rotórica dado por,

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{r(k+1)} = & \frac{\bar{\omega}_{r(k)}}{1 + \frac{1}{2}\lambda T_s^2 \|U_{\alpha\beta(k)}\|^2 + \frac{1}{2}\lambda \frac{1}{\tau_r^2} T_s^2 \|i_{qd(k)}\|^2 + \lambda \frac{1}{\tau_r} T_s^2 (U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)})} \\ & \lambda (1 - KT_s) T_s \left[(\bar{U}_{\alpha eq(k)} U_{\beta eq(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} U_{\alpha eq(k)}) + \frac{1}{\tau_r} (\bar{U}_{\alpha eq(k)} i_{sd(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} i_{sq(k)}) \right] \\ & p \left[1 + \frac{1}{2}\lambda T_s^2 \|U_{\alpha\beta(k)}\|^2 + \frac{1}{2}\lambda \frac{1}{\tau_r^2} T_s^2 \|i_{qd(k)}\|^2 + \lambda \frac{1}{\tau_r} T_s^2 (U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)}) \right] \end{aligned} \quad (6.128)$$

garante a convergência de $\hat{\omega}_{r(k)}$ para $\omega_{r(k)}$ quando o k tende ao infinito.

onde, $\|U_{\alpha\beta(k)}\|^2 = (U_{\beta eq(k)}^2 + U_{\alpha eq(k)}^2)$, e $\|i_{qd(k)}\|^2 = (i_{sd(k)}^2 + i_{sq(k)}^2)$

Prova:

Considere uma candidata a função Lyapunov definida por,

$$V_k = \bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 + \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 + \lambda^{-1} \bar{\omega}_{r(k)}^2 \quad (6.129)$$

De (6.129) pode-se escrever também,

$$\Delta V_k = \bar{U}_{\alpha eq(k+1)}^2 - \bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 + \bar{U}_{\beta eq(k+1)}^2 - \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 + \lambda^{-1} \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \lambda^{-1} \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.130)$$

Substituindo (6.126) em (6.130),

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & (1 - KT_s)^2 \bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 + p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 U_{\beta eq(k)}^2 + \frac{1}{\tau_r^2} p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 i_{sd(k)}^2 + \\ & 2(1 - KT_s) \bar{U}_{\alpha eq(k)} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s U_{\beta eq(k)} + 2(1 - KT_s) \bar{U}_{\alpha eq(k)} \frac{1}{\tau_r} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s i_{sd(k)} + \\ & 2p \bar{\omega}_{r(k)} T_s U_{\beta eq(k)} \frac{1}{\tau_r} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s i_{sd(k)} + (1 - KT_s)^2 \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 + p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 U_{\alpha eq(k)}^2 + \\ & \frac{1}{\tau_r^2} p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 i_{sq(k)}^2 - 2(1 - KT_s) \bar{U}_{\beta eq(k)} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s U_{\alpha eq(k)} - \\ & 2(1 - KT_s) \bar{U}_{\beta eq(k)} \frac{1}{\tau_r} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s i_{sq(k)} + 2p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s U_{\alpha eq(k)} \frac{1}{\tau_r} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s i_{sq(k)} - \\ & \bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 - \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 + \lambda^{-1} p \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \lambda^{-1} p \bar{\omega}_{rk}^2 \end{aligned} \quad (6.131)$$

Utilizando a definição dada em (6.71) tem-se,

$$\bar{\omega}_{r(k+1)}^2 - \bar{\omega}_{rk}^2 \triangleq 2\bar{\omega}_{r(k+1)} \Delta \bar{\omega}_{rk} - \Delta \bar{\omega}_{rk}^2 \quad (6.132)$$

Re-escrevendo (6.131) e usando (6.132) tem-se,

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & - (1 - (1 - KT_s)^2) \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 + \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 \right) + \\ & p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)}^2 + U_{\alpha eq(k)}^2 \right) + \frac{1}{\tau_r^2} p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 \left(i_{sd(k)}^2 + i_{sq(k)}^2 \right) + \\ & 2(1 - KT_s) p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} U_{\beta eq(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} U_{\alpha eq(k)} \right) + \\ & 2(1 - KT_s) \frac{1}{\tau_r} p \bar{\omega}_{r(k+1)} T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} i_{sd(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} i_{sq(k)} \right) + \\ & 2 \frac{1}{\tau_r} p^2 \bar{\omega}_{r(k+1)}^2 T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)} \right) + \lambda^{-1} p 2 \bar{\omega}_{r(k+1)} \Delta \bar{\omega}_{rk} - \lambda^{-1} p \Delta \bar{\omega}_{rk}^2 \end{aligned} \quad (6.133)$$

A lei de adaptação dada em (6.128) pode ser reescrita na forma,

$$\begin{aligned}
 p\bar{\omega}_{r(k+1)} \left[\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{2}\lambda T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)}^2 + U_{\alpha eq(k)}^2 \right) + \frac{1}{2}\lambda \frac{1}{\tau_r^2} T_s^2 \left(i_{sd(k)}^2 + i_{sq(k)}^2 \right) + \\ & \lambda \frac{1}{\tau_r} T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)} \right) \end{aligned} \right] = \quad (6.134) \\
 + p\bar{\omega}_{r(k)} - \lambda (1 - KT_s) T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} U_{\beta eq(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} U_{\alpha eq(k)} \right) - \\
 \lambda (1 - KT_s) \frac{1}{\tau_r} T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} i_{sd(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} i_{sq(k)} \right)
 \end{aligned}$$

A equação (6.134) ainda pode ser escrita na forma,

$$\begin{aligned}
 p\Delta\bar{\omega}_{r(k)} = & -\frac{1}{2}\lambda p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)}^2 + U_{\alpha eq(k)}^2 \right) - \frac{1}{2}\lambda \frac{1}{\tau_r^2} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(i_{sd(k)}^2 + i_{sq(k)}^2 \right) - \\
 & \lambda (1 - KT_s) T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} U_{\beta eq(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} U_{\alpha eq(k)} \right) - \\
 & \lambda (1 - KT_s) \frac{1}{\tau_r} T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} i_{sd(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} i_{sq(k)} \right) - \lambda \frac{1}{\tau_r} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)} \right) \quad (6.135)
 \end{aligned}$$

Multiplicando $\lambda^{-1}2\bar{\omega}_{r(k+1)}$ na equação (6.135) resulta,

$$\begin{aligned}
 \lambda^{-1}p2\Delta\bar{\omega}_{rk} = & -p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)}^2 + U_{\alpha eq(k)}^2 \right) - \frac{1}{\tau_r^2} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(i_{sd(k)}^2 + i_{sq(k)}^2 \right) - \\
 & 2(1 - KT_s) T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} U_{\beta eq(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} U_{\alpha eq(k)} \right) - \\
 & 2(1 - KT_s) \frac{1}{\tau_r} T_s \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)} i_{sd(k)} - \bar{U}_{\beta eq(k)} i_{sq(k)} \right) - 2\frac{1}{\tau_r} p\bar{\omega}_{r(k+1)} T_s^2 \left(U_{\beta eq(k)} i_{sd(k)} + U_{\alpha eq(k)} i_{sq(k)} \right) \quad (6.136)
 \end{aligned}$$

Substituindo (6.136) em (6.133) resulta,

$$\Delta V_k = \left((1 - KT_s)^2 - 1 \right) \left(\bar{U}_{\alpha eq(k)}^2 + \bar{U}_{\beta eq(k)}^2 \right) - \lambda^{-1} p \Delta \bar{\omega}_{r(k)}^2 \quad (6.137)$$

Assim para valores de KT_s compreendidos no intervalo $(0, 1]$, é possível afirmar que a candidata a função de Lyapunov ΔV_k é definida negativa, e com isso as variáveis $\bar{U}_{\alpha eq(k)}$, $\bar{U}_{\beta eq(k)}$ convergem para zero quando k tende para o infinito.

□

6.5 Observador por modos deslizantes da velocidade e do fluxo rotórico

Nesta seção faz-se o desenvolvimento de um observador do fluxo e da velocidade rotórica baseado na abordagem de modos deslizantes discreta. A partir das equações das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos apresentadas em (6.79)-(6.82) pode-se projetar um observador discreto das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos da forma,

$$\widehat{i}_{sq(k+1)} = \widehat{i}_{sq(k)} - \gamma T_s i_{sq(k)} + \beta \eta T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} - \beta p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma L_s} T_s V_{sq(k)} - \beta \widehat{\phi}_{rq(k)} T_s \mu(k) \quad (6.138)$$

$$\widehat{i}_{sd(k+1)} = \widehat{i}_{sd(k)} - \gamma T_s i_{sd(k)} + \beta p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} + \beta \eta T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} + \frac{1}{\sigma L_s} T_s V_{sd(k)} - \beta \widehat{\phi}_{rd(k)} T_s \mu(k) \quad (6.139)$$

$$\widehat{\phi}_{rq(k+1)} = (1 - \eta T_s) \widehat{\phi}_{rq(k)} + p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} + \eta L_m T_s i_{sq(k)} - C \widehat{\phi}_{rd(k)} T_s \mu(k) \quad (6.140)$$

$$\widehat{\phi}_{rd(k+1)} = (1 - \eta T_s) \widehat{\phi}_{rd(k)} - p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} + \eta L_m T_s i_{sd(k)} + C \widehat{\phi}_{rq(k)} T_s \mu(k) \quad (6.141)$$

onde $\widehat{\omega}_{req(k)}$ é uma função descontínua $\widehat{\omega}_{req(k)} = W_0 \text{sign}(s_n(k))$, e $\mu(k) = \mu_0 \text{sign}(s_\mu(k))$, W_0 , e μ_0 são constantes positivas.

As superfícies de deslizamento são dadas por,

$$s_n(k) = \left(\widehat{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \right) \widehat{\phi}_{rd(k)} - \left(\widehat{i}_{sd(k)} - i_{sd(k)} \right) \widehat{\phi}_{rq(k)} = \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} \quad (6.142)$$

$$s_\mu(k) = \left(\widehat{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \right) \widehat{\phi}_{rq(k)} + \left(\widehat{i}_{sd(k)} - i_{sd(k)} \right) \widehat{\phi}_{rd(k)} = \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} \quad (6.143)$$

Teorema 6.

Sejam as superfícies de deslizamento em tempo discreto $s_n(k)$ e $s_\mu(k)$ dadas em (6.142) e

(6.143), respectivamente e ainda os observadores das correntes estatóricas e fluxos rotóricos definidos em (6.138)-(6.141). Então, existem valores positivos de C , W_0 e μ_0 que forçam a ocorrência da superfície de deslizamento em $s_{n(k)} = 0$ e $s_{\mu(k)} = 0$, e ainda forçam a convergência dos erros de estimação $\bar{i}_{sq(k)}$ e $\bar{i}_{sd(k)}$ para zero. Além disso, os fluxos rotóricos estimados $\hat{\phi}_{rq(k)}$ e $\hat{\phi}_{rd(k)}$ convergem para os fluxos rotóricos $\phi_{rq(k)}$ e $\phi_{rd(k)}$ e, o valor da componente fundamental da função descontínua $\hat{\omega}_{req(k)}$ tende ao valor da velocidade rotórica $\omega_{r(k)}$.

Prova:

As condições para existência das superfícies de deslizamento em tempo discreto apresentadas em (6.8) e (6.9) são usadas para a prova do Teorema 6. Para tanto, considere que as equações dos erros de observação do fluxo rotórico e das correntes estatóricas podem ser escritas na forma,

$$\bar{i}_{sq(k+1)} = \bar{i}_{sq(k)} + \beta\eta T_s \bar{\phi}_{rq(k)} - \beta T_s p \bar{\omega}_{r(k)} \hat{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s p \omega_{r(k)} \bar{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s \hat{\phi}_{rq(k)} \mu(k) \quad (6.144)$$

$$\bar{i}_{sd(k+1)} = \bar{i}_{sd(k)} + \beta T_s p \bar{\omega}_{r(k)} \hat{\phi}_{rq(k)} + \beta T_s p \omega_{r(k)} \bar{\phi}_{rq(k)} + \beta \eta T_s \bar{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s \hat{\phi}_{rd(k)} \mu(k) \quad (6.145)$$

$$\bar{\phi}_{rq(k+1)} = (1 - \eta T_s) \bar{\phi}_{rq(k)} + p \bar{\omega}_{r(k)} T_s \hat{\phi}_{rd(k)} + p \omega_{r(k)} T_s \bar{\phi}_{rd(k)} - C \hat{\phi}_{rd(k)} T_s \mu(k) \quad (6.146)$$

$$\bar{\phi}_{rd(k+1)} = (1 - \eta T_s) \bar{\phi}_{rd(k)} - p \bar{\omega}_{r(k)} T_s \hat{\phi}_{rq(k)} + p \omega_{r(k)} T_s \bar{\phi}_{rq(k)} + C T_s \hat{\phi}_{rq(k)} \mu(k) \quad (6.147)$$

onde $\bar{i}_{sq(k)} = \hat{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)}$, $\bar{i}_{sd(k)} = \hat{i}_{sd(k)} - i_{sd(k)}$, $\bar{\phi}_{rq(k)} = \hat{\phi}_{rq(k)} - \phi_{rq(k)}$, $\bar{\phi}_{rd(k)} = \hat{\phi}_{rd(k)} - \phi_{rd(k)}$ e $\bar{\omega}_{r(k)} = \hat{\omega}_{req(k)} - \omega_{r(k)}$.

De acordo com (MIDDLETON; GOODWIN, 1990), a equação diferença do produto de duas funções em tempo discreto pode ser dada por,

$$\Delta (u_{(k)} v_{(k)}) = \Delta u_{(k)} v_{(k)} + u_{(k)} \Delta v_{(k)} + \Delta u_{(k)} \Delta v_{(k)} \quad (6.148)$$

onde $u_{(k)}$ e $v_{(k)}$ são funções do tempo discreto, $\Delta u_{(k)} = u_{(k+1)} - u_{(k)}$ e $\Delta v_{(k)} = v_{(k+1)} - v_{(k)}$

Re-escrevendo (6.142) a partir de (6.148) tem-se,

$$\begin{aligned} \Delta s_{n(k)} = & \bar{i}_{sq(k+1)}\widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k)} + \bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k+1)} - \bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sd(k+1)}\widehat{\phi}_{rq(k)} + \\ & \bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k)} - \bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k+1)} + \bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k)} + \Delta\bar{i}_{sq(k)}\Delta\widehat{\phi}_{rd(k)} - \Delta\bar{i}_{sd(k)}\Delta\widehat{\phi}_{rq(k)} \end{aligned} \quad (6.149)$$

Definindo-se,

$$e_{sn(k)} \triangleq \Delta\bar{i}_{sq(k)}\Delta\widehat{\phi}_{rd(k)} - \Delta\bar{i}_{sd(k)}\Delta\widehat{\phi}_{rq(k)}$$

O passo $(k + 1)$ da superfície de deslizamento $s_{n(k)}$ pode ser obtido de (6.149), tal que,

$$\begin{aligned} s_{n(k+1)} = & \bar{i}_{sq(k+1)}\widehat{\phi}_{rd(k)} + \bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k+1)} - \bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sd(k+1)}\widehat{\phi}_{rq(k)} + \bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k)} - \\ & \bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k+1)} + e_{sn(k)} \end{aligned} \quad (6.150)$$

Substituindo (6.140), (6.141), (6.144) e (6.145) em (6.149) vem,

$$\begin{aligned} \Delta s_{n(k)} = & \left(\bar{i}_{sq(k)} + \beta\eta T_s \bar{\phi}_{rq(k)} - \beta T_s p \bar{\omega}_r(k) \widehat{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s p \omega_r(k) \bar{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} \mu(k) \right) \widehat{\phi}_{rd(k)} - \\ & \left(\bar{i}_{sd(k)} + \beta T_s p \bar{\omega}_r(k) \widehat{\phi}_{rq(k)} + \beta T_s p \omega_r(k) \bar{\phi}_{rq(k)} + \beta\eta T_s \bar{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} \mu(k) \right) \widehat{\phi}_{rq(k)} + \\ & \left(\widehat{\phi}_{rd(k)} - \eta T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} - p \hat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} + \eta L_m T_s \bar{i}_{sd(k)} + C \widehat{\phi}_{rq(k)} T_s \mu(k) \right) \bar{i}_{sq(k)} - \\ & \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} - \eta T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} + p \hat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} + \eta L_m T_s \bar{i}_{sq(k)} - C \widehat{\phi}_{rd(k)} T_s \mu(k) \right) \bar{i}_{sd(k)} - \\ & \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} + \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + e_{sn(k)} \end{aligned} \quad (6.151)$$

Simplificando os termos $\bar{i}_{sq(k)}\widehat{\phi}_{rd(k)}$ e $\bar{i}_{sd(k)}\widehat{\phi}_{rq(k)}$, e resolvendo (6.151) é possível escrever,

$$\begin{aligned} \Delta s_{n(k)} = & \beta\eta T_s \bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s p \bar{\omega}_r(k) \widehat{\phi}_{rd(k)}^2 - \beta T_s p \omega_r(k) \bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \beta T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} \mu(k) - \\ & \beta T_s p \bar{\omega}_r(k) \widehat{\phi}_{rq(k)}^2 - \beta T_s p \omega_r(k) \bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} - \beta\eta T_s \bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + \beta T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} \mu(k) - \\ & \eta T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sq(k)} - p \hat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + \eta L_m T_s \bar{i}_{sd(k)} \bar{i}_{sq(k)} + C T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} \mu(k) + \\ & \eta T_s \widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sd(k)} - p \hat{\omega}_{req(k)} T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} - \eta L_m T_s \bar{i}_{sq(k)} \bar{i}_{sd(k)} + C T_s \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} \mu(k) + e_{sn(k)} \end{aligned} \quad (6.152)$$

Reescrevendo (6.152) vem,

$$\begin{aligned}
 \Delta s_{n(k)} = & -\beta T_s p \bar{\omega}_{r(k)} \left(\widehat{\phi}_{rd(k)}^2 + \widehat{\phi}_{rq(k)}^2 \right) - \beta T_s p \omega_{r(k)} \left(\bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} + \bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} \right) + \\
 & \beta \eta T_s \left(\bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} \right) + \eta T_s \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sd(k)} - \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sq(k)} \right) - \\
 & p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + \eta L_m T_s \left(i_{sd(k)} \bar{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + \\
 & C T_s \mu(k) \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + e_{sn(k)}
 \end{aligned} \tag{6.153}$$

Definindo-se $e_{1(k)} \triangleq \bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + \bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)}$, $e_{2(k)} \triangleq \bar{\phi}_{rq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{\phi}_{rd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)}$, $\|\widehat{\phi}(k)\| \triangleq \sqrt{\widehat{\phi}_{dr(k)}^2 + \widehat{\phi}_{rq(k)}^2}$ e substituindo estas variáveis em (6.153), resulta

$$\begin{aligned}
 \Delta s_{n(k)} = & -\beta T_s p \widehat{\omega}_{req(k)} \|\widehat{\phi}(k)\|^2 + \beta T_s p \omega_{r(k)} \|\widehat{\phi}(k)\|^2 - \beta T_s p \omega_{r(k)} e_{1(k)} + \beta \eta T_s e_{2(k)} + \\
 & \eta T_s \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sd(k)} - \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sq(k)} \right) - p \widehat{\omega}_{req(k)} T_s \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + \\
 & \eta L_m T_s \left(i_{sd(k)} \bar{i}_{sq(k)} - i_{sq(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + C T_s \mu(k) \left(\widehat{\phi}_{rq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + \widehat{\phi}_{rd(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + e_{sn(k)}
 \end{aligned} \tag{6.154}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
 \Delta s_{n(k)} = & - \left(\beta \|\widehat{\phi}(k)\|^2 + s_{\mu(k)} \right) T_s p W_0 \text{sign} (s_{n(k)}) + \beta \|\widehat{\phi}(k)\|^2 T_s p \omega_{r(k)} - \beta T_s p \omega_{r(k)} e_{1(k)} + \\
 & \beta \eta T_s e_{2(k)} + \eta L_m T_s \left(\bar{i}_{sq(k)} i_{sd(k)} - i_{sq(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + C T_s \mu(k) s_{\mu(k)} - \eta T_s s_{n(k)} + e_{sn(k)}
 \end{aligned} \tag{6.155}$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade (6.155) por $\text{sign} (s_{n(k)})$ para obtenção da forma de (6.8) vem,

$$\begin{aligned}
 [s_{n(k+1)} - s_{n(k)}] \text{sign} (s_{n(k)}) = & - \left(\beta \|\widehat{\phi}(k)\|^2 + s_{\mu(k)} \right) p T_s W_0 + \\
 & \left(\beta \|\widehat{\phi}(k)\|^2 T_s p \omega_{r(k)} - \beta T_s p \omega_{r(k)} e_{1(k)} + \beta \eta T_s e_{2(k)} \right) \text{sign} (s_{n(k)}) + \\
 & \left(\eta L_m T_s \left(\bar{i}_{sq(k)} i_{sd(k)} - i_{sq(k)} \bar{i}_{sd(k)} \right) + C T_s \mu(k) s_{\mu(k)} - \eta T_s s_{n(k)} + e_{sn(k)} \right) \text{sign} (s_{n(k)})
 \end{aligned} \tag{6.156}$$

Ou reescrevendo (6.156) vem,

$$\begin{aligned}
 [s_{n(k+1)} - s_{n(k)}] \text{sign} (s_{n(k)}) = & - \left(\beta \|\widehat{\phi}(k)\|^2 + s_{\mu(k)} \right) p T_s W_0 + \\
 & f_1 \left(\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{sn(k)} \right) \text{sign} (s_{n(k)})
 \end{aligned} \tag{6.157}$$

onde,

$$f_1(\omega_r(k), \bar{i}_{sq}(k), \bar{i}_{sd}(k), e_1(k), e_2(k), s_\mu(k), s_n(k), e_{sn}(k)) \triangleq +\beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 T_s p \omega_r(k) - \beta T_s p \omega_r(k) e_1(k) + \beta \eta T_s e_2(k) + \eta L_m T_s (\bar{i}_{sq}(k) \dot{i}_{sd}(k) - \dot{i}_{sq}(k) \bar{i}_{sd}(k)) + C T_s \mu(k) s_\mu(k) - \eta T_s s_n(k) \quad (6.158)$$

Para atender a condição de (6.8) o ganho W_0 deve ser grande o suficiente, tal que,

$$W_0 > \frac{f_1(\omega_r(k), \bar{i}_{sq}(k), \bar{i}_{sd}(k), e_1(k), e_2(k), s_\mu(k), s_n(k), e_{sn}(k))}{\left(\beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 + s_\mu(k) \right) p T_s} \text{sign}(s_n(k)) \quad (6.159)$$

Obs: $e_{sn}(k)$ é muito pequeno e pode ser desprezado na escolha de W_0 .

O limite superior para W_0 deve ser obtido a partir de (6.9), então de (6.150), tem-se,

$$s_{n(k+1)} + s_{n(k)} = \bar{i}_{sq(k+1)} \widehat{\phi}_{rd(k)} + \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k+1)} - \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sd(k+1)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} - \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k+1)} + \bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - \bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} + e_{sn(k)} \quad (6.160)$$

Resolvendo (6.160), tem-se

$$s_{n(k+1)} + s_{n(k)} = 2\bar{i}_{sq(k)} \widehat{\phi}_{rd(k)} - 2\bar{i}_{sd(k)} \widehat{\phi}_{rq(k)} - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 + s_\mu(k) \right) T_s p W_0 \text{sign}(s_n(k)) + \beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 T_s p \omega_r(k) - \beta T_s p \omega_r(k) e_1(k) + \beta \eta T_s e_2(k) + \eta L_m T_s (\bar{i}_{sq}(k) \dot{i}_{sd}(k) - \dot{i}_{sq}(k) \bar{i}_{sd}(k)) + C T_s \mu(k) s_\mu(k) - \eta T_s s_n(k) + e_{sn(k)} \quad (6.161)$$

É possível reescrever (6.161) na forma,

$$s_{n(k+1)} + s_{n(k)} = 2s_{n(k)} - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 + s_\mu(k) \right) T_s p W_0 \text{sign}(s_n(k)) + f_1(\omega_r(k), \bar{i}_{sq}(k), \bar{i}_{sd}(k), e_1(k), e_2(k), s_\mu(k), s_n(k), e_{sn}(k)) \quad (6.162)$$

Multiplicando (6.162) por $\text{sign}(s_n(k))$ vem,

$$[s_{n(k+1)} + s_{n(k)}] \text{sign}(s_n(k)) = 2|s_{n(k)}| - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}(k) \right\|^2 + s_\mu(k) \right) T_s p W_0 + f(\omega_r(k), \bar{i}_{sq}(k), \bar{i}_{sd}(k), e_1(k), e_2(k), s_\mu(k), s_n(k), e_{sn}(k)) \text{sign}(s_n(k)) \quad (6.163)$$

A partir de (6.163) pode-se estabelecer o limite superior de W_0 , da forma que,

$$W_0 \leq \frac{2 |s_n(k)| + f_1 (\omega_r(k), \bar{i}_{sq}(k), \bar{i}_{sd}(k), e_1(k), e_2(k), s_\mu(k), s_n(k), e_{sn}(k)) \text{sign}(s_n(k))}{\left(\beta \left\| \hat{\phi}(k) \right\|^2 + s_\mu(k) \right) T_s p} \quad (6.164)$$

De (6.164) pode-se concluir que existe um limite superior para W_0 que depende do erro de estimação bem como dos parâmetros da planta e do tempo de amostragem.

Considere a superfície de deslizamento dada em (6.143) e reescrita,

$$s_\mu(k) = \bar{i}_{sq}(k) \hat{\phi}_{rq}(k) + \bar{i}_{sd}(k) \hat{\phi}_{rd}(k) \quad (6.165)$$

A partir de (6.148) pode-se escrever,

$$\Delta s_\mu(k) = (\bar{i}_{sq(k+1)} - \bar{i}_{sq}(k)) \hat{\phi}_{rq}(k) + (\hat{\phi}_{rq(k+1)} - \hat{\phi}_{rq}(k)) \bar{i}_{sq}(k) + (\bar{i}_{sd(k+1)} - \bar{i}_{sd}(k)) \hat{\phi}_{rd}(k) + (\hat{\phi}_{rd(k+1)} - \hat{\phi}_{rd}(k)) \bar{i}_{sd}(k) + e_{s\mu}(k) \quad (6.166)$$

onde $e_{s\mu}(k) \triangleq \Delta \bar{i}_{sq}(k) \Delta \hat{\phi}_{rq}(k) + \Delta \bar{i}_{sd}(k) \Delta \hat{\phi}_{rd}(k)$

De (6.166) pode-se escrever o passo $(k+1)$ de (6.165), tal que,

$$s_\mu(k+1) = \bar{i}_{sq(k+1)} \hat{\phi}_{rq}(k) + \hat{\phi}_{rq(k+1)} \bar{i}_{sq}(k) - \hat{\phi}_{rq}(k) \bar{i}_{sq}(k) + \bar{i}_{sd(k+1)} \hat{\phi}_{rd}(k) + \hat{\phi}_{rd(k+1)} \bar{i}_{sd}(k) - \hat{\phi}_{rd}(k) \bar{i}_{sd}(k) + e_{s\mu}(k) \quad (6.167)$$

Substituindo (6.140), (6.141), (6.144) e (6.145) em (6.166) vem,

$$\begin{aligned} \Delta s_\mu(k) = & -\beta T_s \mu(k) \left(\hat{\phi}_{rq}^2(k) + \hat{\phi}_{rd}^2(k) \right) + \beta \eta T_s \left(\bar{\phi}_{rq}(k) \hat{\phi}_{rq}(k) + \bar{\phi}_{rd}(k) \hat{\phi}_{rd}(k) \right) + \\ & \beta T_s p \omega_r(k) \left(\bar{\phi}_{rq}(k) \hat{\phi}_{rd}(k) - \bar{\phi}_{rd}(k) \hat{\phi}_{rq}(k) \right) - \eta T_s \left(\hat{\phi}_{rq}(k) \bar{i}_{sq}(k) + \hat{\phi}_{rd}(k) \bar{i}_{sd}(k) \right) + \\ & p \hat{\omega}_{req}(k) T_s \left(\hat{\phi}_{rd}(k) \bar{i}_{sq}(k) - \hat{\phi}_{rq}(k) \bar{i}_{sd}(k) \right) + \eta L_m T_s \left(\bar{i}_{sq}(k) \bar{i}_{sq}(k) + \bar{i}_{sd}(k) \bar{i}_{sd}(k) \right) + \\ & C T_s \mu(k) \left(\hat{\phi}_{rq}(k) \bar{i}_{sd}(k) - \hat{\phi}_{rd}(k) \bar{i}_{sq}(k) \right) + e_{s\mu}(k) \end{aligned} \quad (6.168)$$

Reescrevendo (6.168) advém,

$$\Delta s_{\mu(k)} = - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}_{(k)} \right\|^2 + C s_{n(k)} \right) T_s \mu_0 \text{sign} (s_{\mu(k)}) + f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \quad (6.169)$$

onde

$$f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \triangleq \beta \eta T_s e_{1(k)} + \beta T_s p \omega_{r(k)} e_{2(k)} - \eta T_s s_{\mu(k)} + p T_s W_0 |s_{n(k)}| + \eta L_m T_s (i_{sq(k)} \bar{i}_{sq(k)} + i_{sd(k)} \bar{i}_{sd(k)})$$

Multiplicando (6.169) por $\text{sign} (s_{\mu(k)})$ para se obter a forma de (6.8) vem,

$$[s_{\mu(k+1)} - s_{\mu(k)}] \text{sign} (s_{\mu(k)}) = - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}_{(k)} \right\|^2 + C s_{n(k)} \right) T_s \mu_0 + f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \text{sign} (s_{\mu(k)}) \quad (6.170)$$

O limite inferior de μ_0 é dado por,

$$\mu_0 > \frac{f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \text{sign} (s_{\mu(k)})}{\left(\beta \left\| \widehat{\phi}_{(k)} \right\|^2 + C s_{n(k)} \right) T_s} \quad (6.171)$$

Obs: $e_{s_{\mu(k)}}$ é muito pequeno e pode ser desprezado na escolha de μ_0 .

Escrevendo o passo $(k + 1)$ da superfície s_{μ} vem,

$$[s_{\mu(k+1)} + s_{\mu(k)}] \text{sign} (s_{\mu(k)}) = - \left(\beta \left\| \widehat{\phi}_{(k)} \right\|^2 + C s_{n(k)} \right) T_s \mu_0 + f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \text{sign} (s_{\mu(k)}) + 2 |s_{\mu(k)}| \quad (6.172)$$

De (6.172) é possível escrever o limite superior de μ_0 para que a superfície s_{μ} exista, assim,

$$\mu_0 \leq \frac{2 |s_{\mu(k)}| + f_2 (\omega_{r(k)}, \bar{i}_{sq(k)}, \bar{i}_{sd(k)}, e_{1(k)}, e_{2(k)}, s_{\mu(k)}, s_{n(k)}, e_{s_{\mu(k)}}) \text{sign} (s_{\mu(k)})}{\left(\beta \left\| \widehat{\phi}_{(k)} \right\|^2 + C s_{n(k)} \right) T_s} \quad (6.173)$$

□

A velocidade rotórica estimada $\hat{\omega}_{r(k)}$ pode ser obtida a partir da função descontínua

de $\hat{\omega}_{req(k)}$ com a utilização de um filtro passa-baixas, tal que,

$$z_{r(k+1)} = (1 - \tau_{fr}T_s) z_{r(k)} + \tau_{fr}T_s \hat{\omega}_{req(k)}, \quad z_{r(k)} \approx \hat{\omega}_{r(k)} \quad (6.174)$$

onde $\frac{1}{\tau_{fr}}$ é a constante de tempo do filtro passa-baixas. De acordo com (YAN; JIN; UTKIN, 2000), τ_{fr} deve ser um valor pequeno suficiente comparado com o componente de baixa frequência de $\hat{\omega}_{req(k)}$.

6.6 Aspectos práticos para redução do *chattering*

Os algoritmos clássicos por modos deslizantes descritos na seção 5.2 têm seu comportamento governado por uma função descontínua do tipo relé a qual é associada a um ganho fixo e positivo. Nos algoritmos de observação de estados desenvolvidos neste capítulo verificou-se a existência de limites inferior e superior para os ganhos das funções de chaveamento por modos deslizantes discretas. A partir de (6.28), (6.29), (6.38), (6.39), (6.105), (6.106), (6.111), (6.112), (6.159), (6.164), (6.171) e (6.173) verifica-se que os limites dos ganhos das funções de chaveamento dependem do erro de estimação, isto é, dependem da distância do estado ao hiperplano de deslizamento, bem como do período de amostragem e parâmetros do sistema. Invariavelmente nas equações supracitadas verifica-se que os limites superior e inferior crescem com o incremento do erro de estimação.

Além disso, é bem conhecido da literatura que sistemas por modos deslizantes discretos no tempo são caracterizados pela presença de uma banda quase deslizante (*quasi-sliding mode band*) em torno do hiperplano de comutação. Muitos trabalhos têm sido apresentados na literatura com o objetivo de reduzir essa banda em torno do hiperplano de chaveamento, ou reduzir essa banda com o aumento do tempo, tal como a lei apresentada em (BARTOSZEWICZ, 1998), ou ainda o ganho adaptativo de (MONSEES; SCHERPEN, 2000). Neste trabalho de tese objetiva-se analisar o desempenho de alguns destes algoritmos junto aos observadores de estado desenvolvidos.

6.6.1 Ganho adaptativo da função de chaveamento

Um método simples para adaptação do ganho de chaveamento em um sistema por modos deslizantes contínuo é apresentado em (WANG; CHEN, 1995), da forma que o ganho da função de chaveamento é dado por,

$$\hat{K}_{ch} = \int |s_i| dt \quad (6.175)$$

A lei de adaptação de (6.175) é baseada na hipótese que se o ganho é grande suficiente, fará o sistema forçar a superfície para $s_i = 0$.

O equivalente discreto de (6.175) pode ser dado da forma,

$$\hat{K}_{ch(k)} = \hat{K}_{ch(k-1)} + \begin{cases} \varphi, & \text{se } \text{sign}(s_{i(k)}) \text{sign}(s_{i(k-1)}) = 1 \\ 0, & \text{se } \text{sign}(s_{i(k)}) \text{sign}(s_{i(k-1)}) = -1 \end{cases} \quad (6.176)$$

onde φ é uma constante positiva.

Nas leis de adaptação (6.175) e (6.176) o ganho da função de chaveamento cresce até que a superfície de deslizamento fique próxima a zero. Porém, algumas desvantagens são claramente verificadas: (i) No caso de um erro inicial grande, o ganho de chaveamento \hat{K}_{ch} irá crescer rápido devido ao erro inicial e não devido a natureza do sistema, o que pode resultar em um ganho muito maior que o desejado; (ii) ruídos nas medições podem fazer com que o ganho continue crescendo; (iii) o algoritmo de adaptação faz com que o ganho somente cresça, com isso uma mudança no ponto de operação do sistema onde um ganho menor fosse mais adequado, não seria acompanhada pela amplitude do ganho da função de chaveamento.

Em (MONSEES; SCHERPEN, 2000) foi desenvolvido um algoritmo para adaptação do ganho de chaveamento em sistemas por modos deslizantes discretos. Neste trabalho é verificado que o ganho ótimo K_o é obtido com o menor possível ganho para a função de chaveamento que leva o sistema discreto a deslizar na superfície discreta. Um algoritmo para adaptação deste ganho foi proposto da forma que,

$$\hat{K}_{ch(k)} = \left| \hat{K}_{ch(k-1)} + \varphi \text{sign}(s_{i(k)}) \text{sign}(s_{i(k-1)}) \right| \quad (6.177)$$

onde φ é uma constante positiva de adaptação que deve determinar a velocidade de adaptação.

A partir de (6.177) é possível verificar que o termo $\text{sign}(s_{i(k)}) \text{sign}(s_{i(k-1)})$ é positivo com amplitude 1 se o sistema não atravessa a superfície de deslizamento (logo, o ganho deve crescer), e -1 se o sistema atravessa a superfície de deslizamento (ganho deve ser pequeno) então o ganho adaptativo \hat{K}_{ch} é alterado na direção apropriada. Dessa forma, o ganho \hat{K}_{ch} irá convergir para a região,

$$K_o - \varphi < \hat{K}_{ch} < K_o + \varphi \quad (6.178)$$

onde K_o é o ganho ótimo para a função de chaveamento discreta.

Detalhes sobre a prova de convergência do ganho \hat{K}_{ch} podem ser obtidos em (MONSEES; SCHERPEN, 2000).

6.6.2 Função sigmóide

O ganho de chaveamento de uma função por modos deslizantes pode ser projetado para o pior caso, resultando em um ganho relativamente alto, como consequência levar o observador a ter uma grande atividade. Uma solução possível para resolver este problema é o uso da função sigmóide como função de chaveamento. A função sigmóide pode melhorar o desempenho do sistema devido a redução na lei de controle com a redução do erro de estimação. Essa função pode ser utilizada em algoritmos contínuos no tempo, tal como apresentado em (KIM; SON; LEE, 2011), ou ainda pode ser usada e em sistemas discretos no tempo.

A equação que descreve o comportamento de uma função sigmóide é apresentada em (6.179), e seu comportamento é ilustrado na Figura 50.

$$f(x(k)) = -K_{sig} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{1 + e^{-\tau_{sig}\bar{x}(k)}} \right) \quad (6.179)$$

onde τ_{sig} é a constante de tempo da função, K_{sig} é um ganho positivo para a maior condição de erro de estimação, e $\bar{x}(k)$ é uma função do erro de estimação, podendo ser erro de estimação das correntes, ou *fcm*.

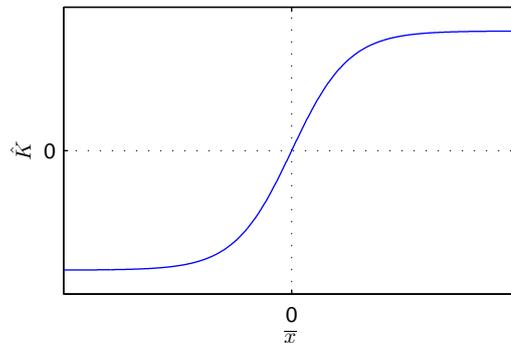


Figura 50: Representação da função sigmóide.

6.6.3 Função Definida por Partes

Uma outra alternativa para o uso de ganho variável é a utilização de uma função definida por partes, da forma que o valor do ganho de chaveamento seja alterado pela amplitude do erro de estimação. Dessa forma pode-se construir uma tabela onde a amplitude do ganho da função de chaveamento seja definido para regiões definidas do erro de estimação. A Figura 51 ilustra esse comportamento.

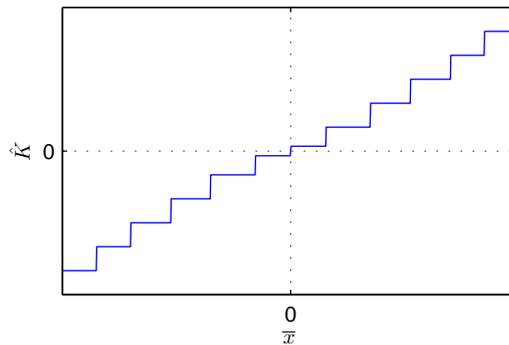


Figura 51: Representação da função definida por partes.

6.7 Resultados de simulação

Resultados de simulação são obtidos com o intuito de validar os algoritmos de observação de estados desenvolvidos neste capítulo. Tais resultados são obtidos a partir da utilização do software Matlab[®], onde os algoritmos são implementados a partir das equações diferença que foram detalhadas neste capítulo. Serão apresentados resultados de simulação a partir da utilização do modelo de uma máquina de indução bifásica assimétrica e também com a utilização do modelo de uma máquina de indução simétrica. Na realização das simulações, considere o esquema de controle genérico apresentado na Figura 52. O tempo de discretização adotado é de 5 kHz.

A primeira simulação tem como objetivo verificar o desempenho do estimador de velocidade proposto na seção 6.3, então considera-se uma máquina de indução bifásica assimétrica. A Figura 53 mostra a resposta de velocidade considerando que o ganho da função de chaveamento é fixo.

A Figura 54 apresenta as correntes i_{sq} simulada e estimada pelo observador apresentado em (6.16). A Figura 54 (a) apresenta i_{sq} enquanto a Figura 54 (b) apresenta \hat{i}_{sq} e por fim a Figura 54 (c) apresenta a comparação entre as correntes simulada e estimada. A Figura 55 apresenta a comparação para as correntes do enrolamento auxiliar.

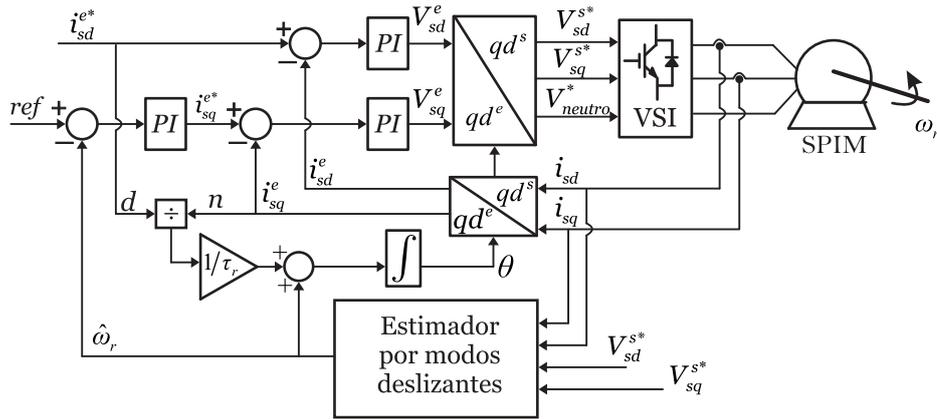


Figura 52: Diagrama do esquema de controle simulado.

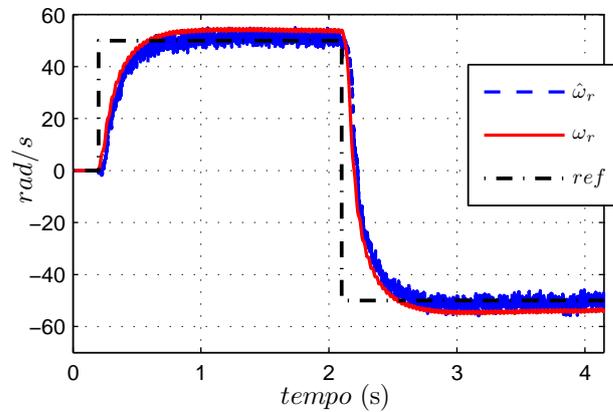


Figura 53: Resposta de velocidade.

A Figura 56 apresenta a estimação dos termos $L_{\alpha(k)}$ e $L_{\beta(k)}$, nas Figuras 56 (a) e (b) respectivamente. É possível verificar a partir da Figura 53 algumas oscilações na velocidade rotórica estimada decorrentes da superfície de deslizamento não ideal presente em sistemas por modos deslizantes discretos. A amplitude dessas oscilações depende do ripple de estimação das correntes e dos filtros da função descontínua apresentados em (6.42).

Com o intuito de encontrar um ganho ótimo para a função de chaveamento do estimador de correntes por modos deslizantes a seção 6.6.1 apresentou um algoritmo que faz a adaptação do mesmo. O mesmo algoritmo foi testado com resultados de simulação. A Figura 57 apresenta a resposta de velocidade usando esse método de adaptação de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$.

A Figura 58 ilustra a estimação das correntes estatóricas quando a função de chaveamento usa ganho adaptativo. É possível verificar a redução do ripple de corrente estimada em comparação com as Figuras 54 e 55.

Na Figura 59 são apresentados os ganhos $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$. Pode-se verificar a partir desta

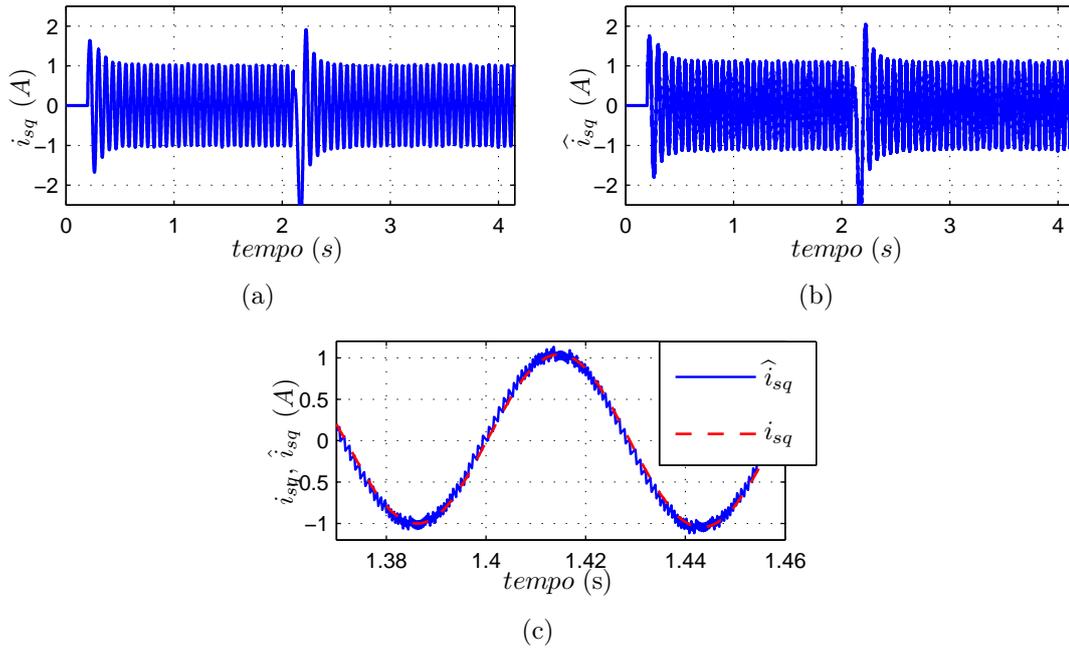


Figura 54: Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (a) i_{sq} simulada. (b) i_{sq} estimada. (c) Comparação entre i_{sq} calculada e estimada.

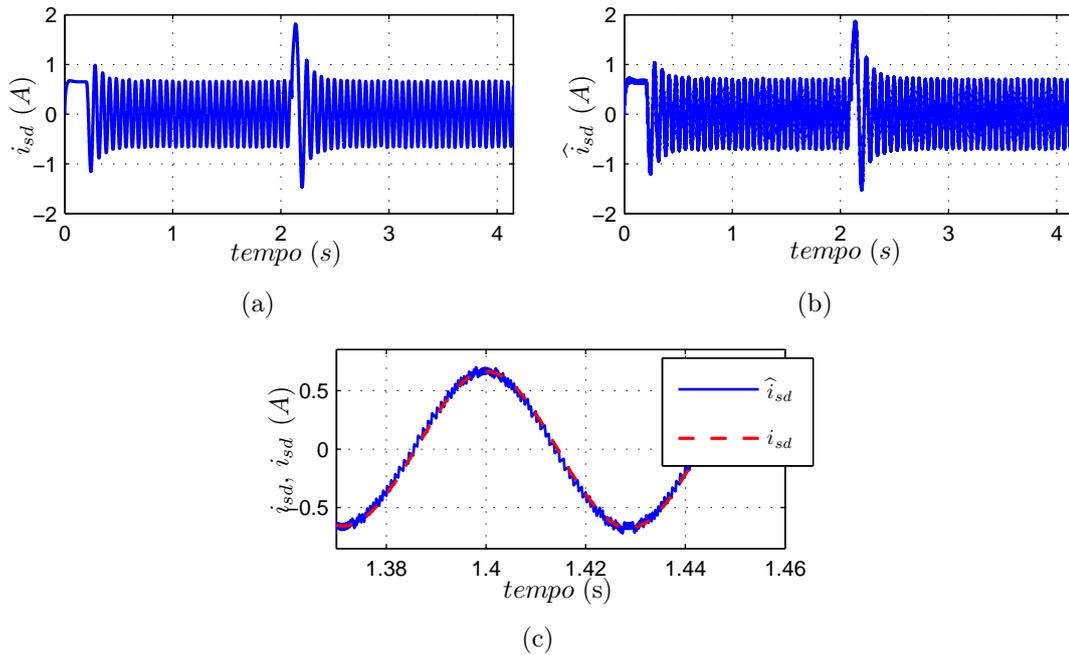


Figura 55: Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (a) i_{sd} simulada. (b) i_{sd} estimada. (c) Comparação entre i_{sd} calculada e estimada.

Figura que os ganhos convergem para valores diferentes já que as amplitudes das correntes estatóricas estimadas são diferentes.

Na seção 6.6.2 foi apresentado um método que utiliza uma função sigmóide como função de chaveamento. Com isso, variam-se as amplitudes de $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ de acordo com as amplitudes dos erros de estimação \bar{i}_{sq} e \bar{i}_{sd} . A Figura 60 apresenta a resposta de velocidade

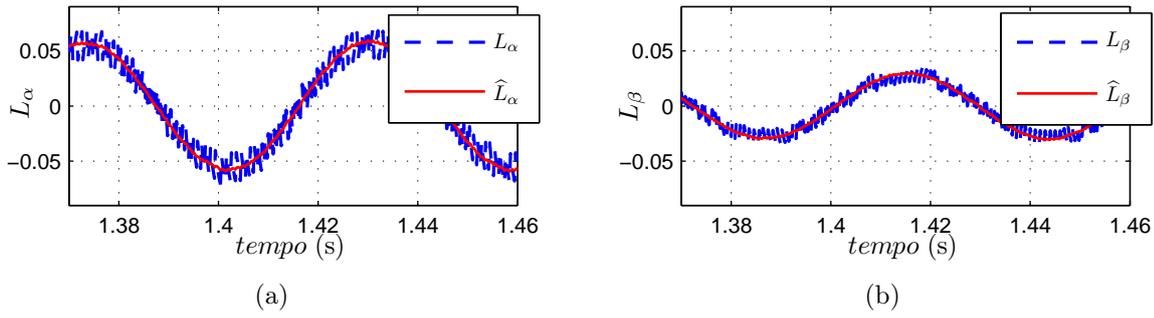


Figura 56: Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_α e \hat{L}_α . (b) L_β e \hat{L}_β

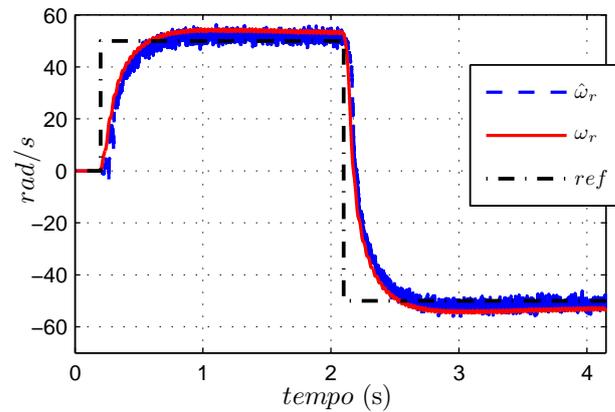


Figura 57: Resposta de velocidade utilizando o algoritmo de adaptação do ganho de chaveamento da seção 6.6.1.

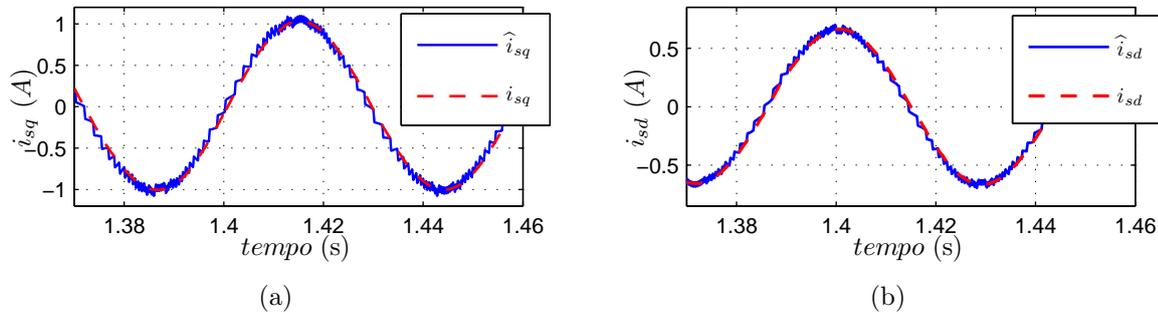


Figura 58: Estimação das correntes estatóricas utilizando adaptação do ganho de chaveamento. (a) Correntes i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) Correntes i_{sd} e \hat{i}_{sd} .

simulada utilizando esta técnica. Verifica-se nesta figura a redução nas oscilações da velocidade estimada devido ao uso ponderado dos ganhos da função descontínua.

A Figura 61 apresenta a estimação das correntes estatóricas, onde na Figura 61 (a) é demonstrada a estimação de i_{sq} e na Figura 61 (b) ilustra-se a estimação de i_{sd} . Verifica-se na Figura 61 a redução no ripple das correntes estimadas em comparação com as Figuras 54, 55 e 58. A Figura 62 apresenta a estimação das variáveis L_α e L_β . Novamente verifica-se a redução nas oscilações em comparação com a Figura 56.

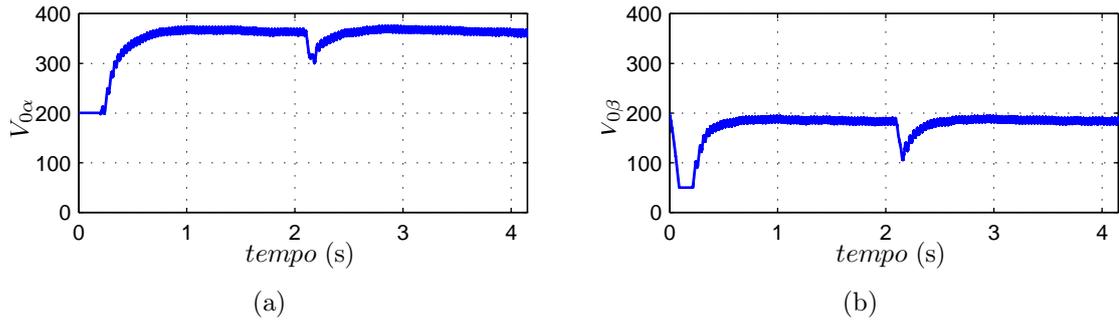


Figura 59: Convergência dos ganhos da função descontínua. (a) $V_{0\alpha}$. (b) $V_{0\beta}$.

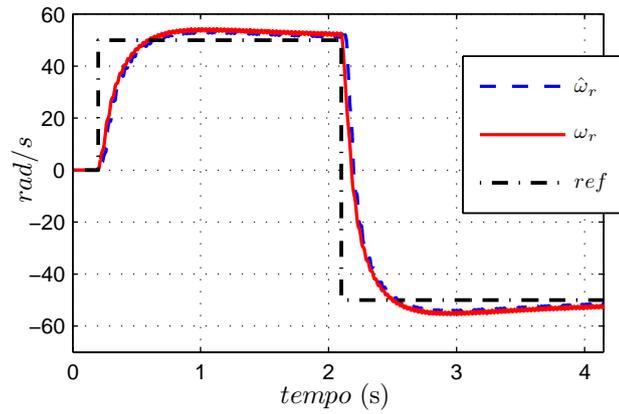


Figura 60: Resposta de velocidade utilizando a função sigmóide como função de chaveamento.

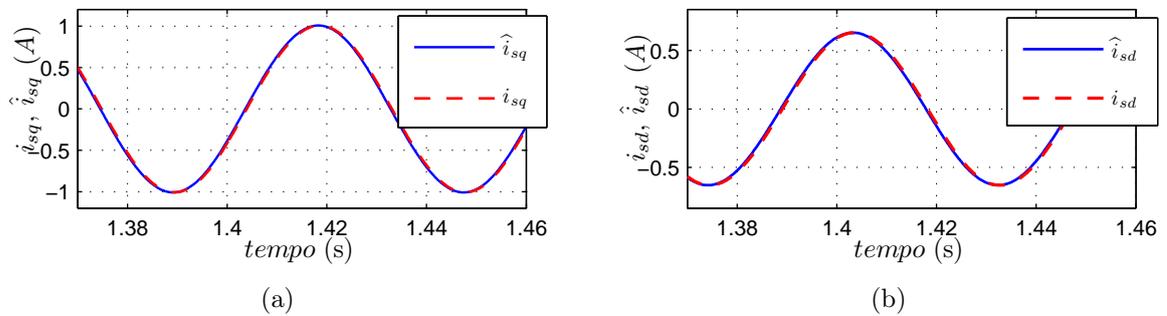


Figura 61: Estimação das correntes estáticas utilizando a função sigmóide como função de chaveamento. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} .

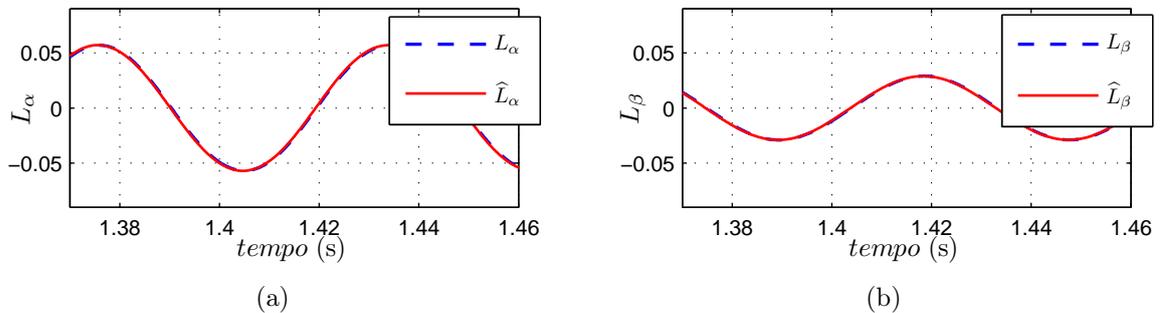


Figura 62: Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_{α} e \hat{L}_{α} . (b) L_{β} e \hat{L}_{β}

O segundo método de estimação abordado nesse capítulo é baseado no cálculo da f_{cem} e estimação das correntes magnetizantes, o qual foi apresentado na seção 6.4. Para a análise de desempenho desse método considere uma máquina de indução bifásica assimétrica, ou seja um modelo que pode ser obtido a partir de uma máquina de indução trifásica, cujo os parâmetros foram apresentados na Tabela 16. O esquema de controle desta máquina é apresentado na Figura 52. A Figura 63 mostra a resposta de velocidade do observador proposto na seção 6.4. Aqui faz-se o uso da função sigmóide a melhoria obtida com a mesma no acionamento da máquina bifásica. Novamente é possível verificar a boa correspondência entre a velocidade simulada e a estimada. A Figura 64 apresenta a estimação das correntes magnetizantes, enquanto a Figura 65 mostra a estimação das variáveis U_α e U_β .

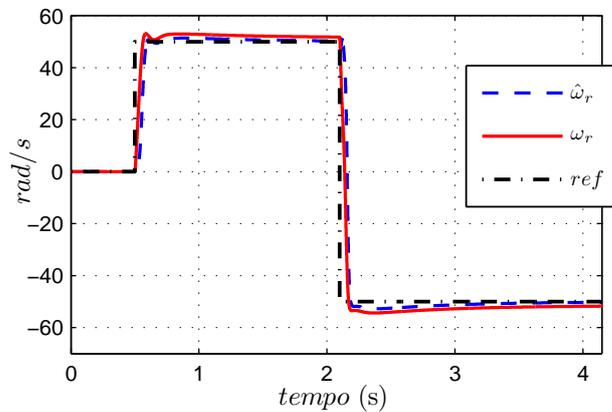


Figura 63: Resposta de velocidade do observador baseado na estimação das correntes magnetizantes.

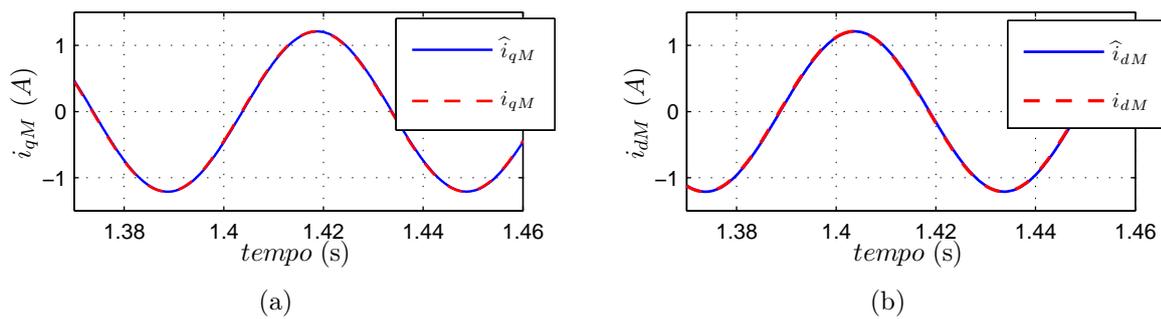


Figura 64: Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM} .

Para validação do algoritmo apresentado na seção 6.5 faz-se novamente a simulação de uma máquina de indução bifásica simétrica. A Figura 66 apresenta a resposta de velocidade do sistema utilizando o observador de fluxo rotórico e velocidade rotórica apresentados na seção 6.5. Na simulação do estimador de velocidade as funções de chaveamento foram realizadas a partir de uma função sigmóide, tal como apresentado na subseção 6.6.2. A escolha da função de chaveamento seguindo comportamento de uma função sigmóide foi

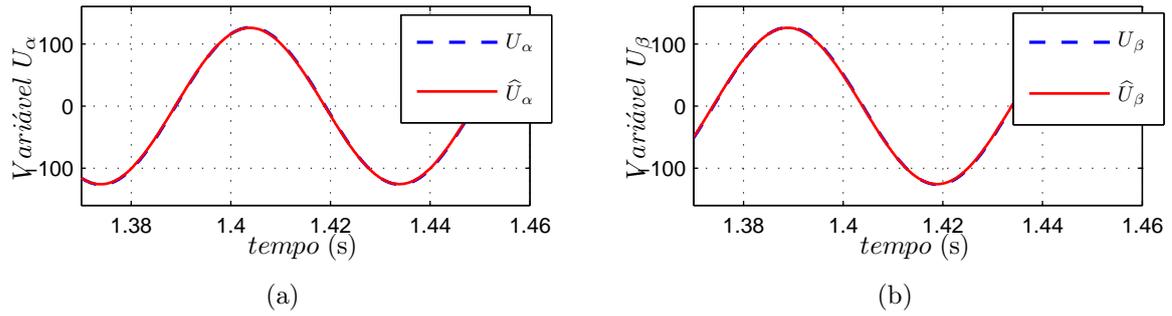


Figura 65: Estimação das variáveis U_α e U_β . (a) Estimação de U_α . (b) Estimação de U_β .

feita devido ao fato que os limites dos ganhos da função de chaveamento W_0 e μ_0 variam com as amplitudes das funções $s_{n(k)}$, e $s_{\mu(k)}$, tal como apresentado em (6.159), (6.164), (6.171) e (6.173). Verifica-se a boa capacidade de estimação da velocidade rotórica a partir da utilização do método proposto. A Figura 67 apresenta a estimação das correntes estatóricas, enquanto a Figura 68 ilustra a estimação dos fluxos rotóricos. Novamente verifica-se a boa correspondência entre os sinais simulados e os sinais estimados. Na Figura 67 verifica-se um erro na estimação das correntes estatóricas, este erro é devido a baixa amplitude da função descontínua já que esta é proporcional ao erro de estimação das correntes estatóricas, em contrapartida verifica-se a ausência do ripple na estimação das correntes estatóricas.

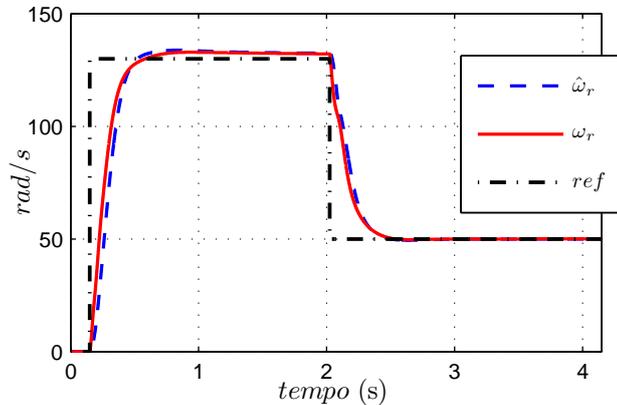


Figura 66: Resposta de velocidade do observador de fluxo rotórico e velocidade rotórica.

6.8 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados e desenvolvidos algoritmos de estimação da velocidade rotórica baseados em observadores por modos deslizantes em tempo discreto. Inicialmente foi proposto um algoritmo para estimação da velocidade rotórica de máquinas de indução bifásicas assimétricas baseado na medição e estimação das correntes estatóri-

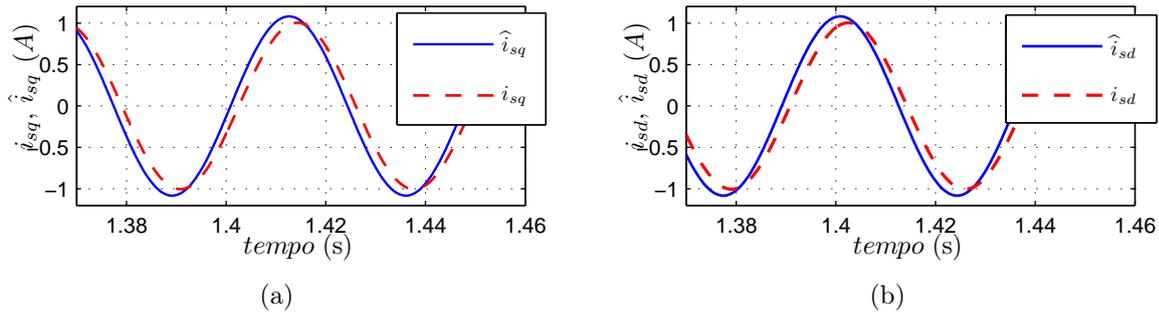


Figura 67: Estimação das correntes estatóricas. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} .

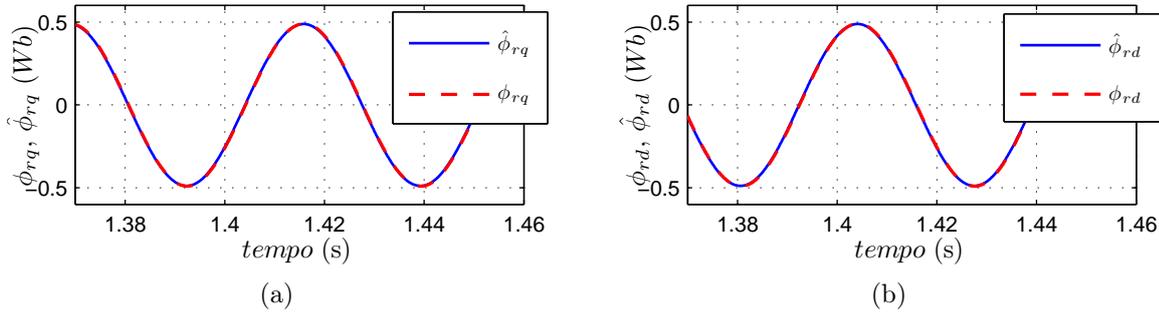


Figura 68: Estimação dos fluxos rotóricos. (a) Estimação de ϕ_{rq} . (b) Estimação de ϕ_{rd} .

cas. Os limites para os ganhos das funções de chaveamento foram estabelecidos, bem como verificou-se que o método apresentado pode ser estendido a máquinas de indução simétricas. A análise apresentada na seção 6.3.1 demonstrou que os limites dos ganhos das funções de chaveamento variam com o erro de estimação das correntes estatóricas, logo, torna-se apropriado o uso de funções de chaveamento com ganho variável como apresentado na seção 6.6. O método da seção 6.3 mostrou-se adequado para utilização em sistemas de controle *sensorless*, tanto para máquinas bifásicas assimétricas como também para máquinas simétricas. Na seção 6.4.2 foi desenvolvido um método de estimação da velocidade rotórica a partir do cálculo da f_{cem} e estimação das correntes magnetizantes. Foram apresentadas as provas de estabilidade e os limites para o ganho do observador de estados proposto. O observador de velocidade da seção 6.4.2 tem bom desempenho em uma grande faixa de velocidade, porém, apresenta dependência paramétrica. Além disso, na seção 6.5 foi apresentado um observador da velocidade rotórica e dos fluxos rotóricos. A partir deste observador foram obtidos resultados de simulação usando funções de chaveamento com ganhos variantes no tempo, da forma que o mesmo apresentou um bom desempenho, e uma efetiva estimação das correntes estatóricas, dos fluxos rotóricos e da velocidade rotórica. A principal desvantagem do método da seção 6.5 em relação aos prévios é a incerteza quanto a região para qual a existência da superfície de deslizamento é garantida. No entanto, o uso de funções com ganhos variáveis permite um bom

desempenho do método. A partir dos resultados de simulação é possível concluir que o algoritmo que usa a função sigmóide em tempo discreto teve um desempenho superior ao algoritmo que faz a adaptação do ganho de chaveamento. Tal desempenho é justificado pelo fato de que o algoritmo que adapta o ganho de chaveamento tem memória e depende do erro do instante anterior, enquanto que o algoritmo baseado na função sigmóide utiliza o erro atual para definição da amplitude da lei de controle. Além disso, todos os métodos propostos neste capítulo tiveram um bom desempenho na estimação da velocidade rotórica.

7 *RESULTADOS EXPERIMENTAIS*

7.1 *Considerações iniciais*

Neste capítulo são apresentados resultados experimentais obtidos no desenvolvimento deste trabalho. Além disso, nas próximas seções será feita a descrição do ambiente de desenvolvimento para obtenção dos resultados experimentais baseado no uso do processador digital de sinais de ponto-fixo (DSP) (Texas Instruments Inc, Abril 2001 - Revisão de 2004), e ainda será feita a descrição de uma técnica de modulação proposta para o acionamento de máquinas de indução bifásicas com inversor de três braços.

A técnica de modulação proposta neste trabalho é apresentada em (VIEIRA et al., 2010, 2010b, 2012). A utilização deste método tem por objetivo fazer melhor aproveitamento do conversor, e ainda caracteriza-se pelo número reduzido de cálculos numéricos na geração de tensões simétricas e assimétricas para o acionamento de máquinas de indução bifásicas. Para tensões simétricas é demonstrado que a amplitude das tensões de linha podem variar de zero até 0,707 pu da tensão do barramento CC, enquanto que para o caso de tensões assimétricas a amplitude da tensão em uma das fases pode ultrapassar o valor de 0,707 pu do barramento CC.

Os algoritmos do sistema de controle e modulação são implementados utilizando um processador com aproximação aritmética de ponto-fixo (*Q-math*) (Texas Instruments Inc, Junho 2002). Em casos específicos, com a utilização do DSP TMS320F2812 é possível a implementação de uma biblioteca de ponto flutuante, porém com o uso desta se ocupa um maior espaço de memória. Este processador é descrito no Apêndice B.

7.2 Desenvolvimento de uma técnica de modulação aplicada no acionamento de máquinas bifásicas

Entre os métodos de modulação aplicados a conversores de três braços acionando máquinas bifásicas destacam-se as técnicas baseadas na comparação do sinal de referência com portadora, *carrier based PWM* ou *sinusoidal PWM* - SPWM, e ainda as estratégias vetoriais ou *Space Vector PWM* - SVPWM. O método dos vetores espaciais apresenta desvantagem quando é avaliado o número de cálculos numéricos na implementação do mesmo.

A técnica de modulação desenvolvida neste trabalho é baseada na topologia que faz o uso de um inversor trifásico de três braços, como apresentado na Figura 69, no acionamento de uma máquina bifásica. A partir da análise da Figura 69 pode-se definir as tensões nos pontos a , b , e c do conversor, relacionadas com um ponto de conexão comum g , onde as tensões dos braços aplicadas aos interruptores S_4 , S_5 e S_6 podem ser definidas como: V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} . As tensões de linha, ou as tensões aplicadas à máquina de indução bifásica podem ser relacionadas de acordo com (7.1).

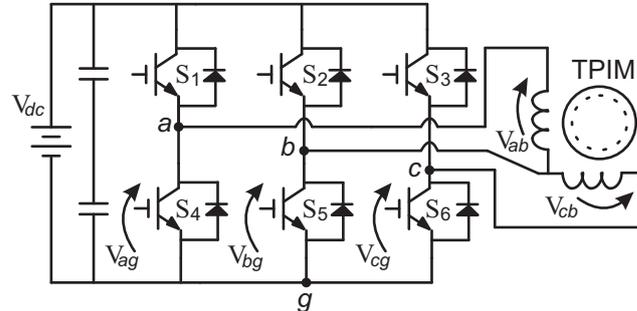


Figura 69: Inversor de três braços no acionamento de uma máquina de indução de duas fases.

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

A equação (7.1) relaciona as tensões dos braços do conversor no espaço das tensões de saída. Para garantir que a matriz de transformação apresentada em (7.1) seja não-singular, aqui faz-se a definição de uma variável chamada de tensão de modo comum V_0^* , a qual é inserida como uma última linha da matriz de transformação de (7.1). Neste caso V_0^* representa a soma das tensões nos braços do conversor, sendo mostrada em (7.2).

$$V_0^* = V_{ag} + V_{bg} + V_{cg} \quad (7.2)$$

A partir de (7.2) é possível reescrever (7.1), como,

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{cb} \\ V_0^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Se a matriz de transformação é não-singular, (7.3) pode ser reescrita na forma,

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{cb} \\ V_0^* \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Com isso é possível definir as tensões de fase do conversor relacionadas com as tensões de linha aplicadas aos terminais da máquina e a tensão de modo comum V_0^* . Logo,

$$\begin{aligned} V_{ag} &= \frac{1}{3} (2V_{ab} - V_{cb} + V_0^*) \\ V_{bg} &= \frac{1}{3} (-V_{ab} - V_{cb} + V_0^*) \\ V_{cg} &= \frac{1}{3} (-V_{ab} + 2V_{cb} + V_0^*) \end{aligned} \quad (7.5)$$

Normalizando a tensão do barramento CC do conversor de três braços em 1, os limites que podem ser modulados das tensões de fase do conversor, para que o mesmo opere na região linear, são dados por (7.6).

$$\begin{aligned} 0 &\leq V_{ag} \leq 1 \\ 0 &\leq V_{bg} \leq 1 \\ 0 &\leq V_{cg} \leq 1 \end{aligned} \quad (7.6)$$

A partir de (7.5) e (7.6) é possível definir os limites da tensão V_0^* em função das tensões de linha desejadas V_{ab} e V_{cb} . Logo, as seguintes desigualdades podem ser escritas,

$$\begin{aligned}
i) \quad V_0^* &\geq -2V_{ab} + V_{cb} \\
ii) \quad V_0^* &\geq V_{ab} + V_{cb} \\
iii) \quad V_0^* &\geq V_{ab} - 2V_{cb} \\
iv) \quad V_0^* - 3 &\leq -2V_{ab} + V_{cb} \\
v) \quad V_0^* - 3 &\leq V_{ab} + V_{cb} \\
vi) \quad V_0^* - 3 &\leq V_{ab} - 2V_{cb}
\end{aligned} \tag{7.7}$$

A partir das desigualdades apresentadas em (7.7), com o intuito de simplificar a obtenção da tensão V_0^* são definidas as seguintes funções:

$$\begin{aligned}
r1 &= -2V_{ab} + V_{cb} \\
r2 &= V_{ab} + V_{cb} \\
r3 &= V_{ab} - 2V_{cb}
\end{aligned} \tag{7.8}$$

Assim, para que sejam respeitadas as desigualdades estabelecidas em (7.7), a tensão V_0^* deverá estar compreendida entre,

$$\max\{r1, r2, r3\} \leq V_0^* \leq 3 + \min\{r1, r2, r3\} \tag{7.9}$$

A partir de (7.9) é possível verificar que existem infinitas soluções para a definição da tensão V_0^* , desde que a mesma satisfaça (7.9). Uma das soluções possíveis é igualar o valor de V_0^* ao valor superior ou inferior do limite apresentado na equação. Neste caso, é possível reduzir o número de comutações. Neste trabalho o valor de V_0^* é definido como a média aritmética dos valores máximos e mínimos, ou seja conforme apresentado em (7.10). Essa definição foi realizada com o intuito de que o valor de V_0^* seja calculado de maneira simples e ainda se tenha uniformidade no número de comutações entre cada meio ciclo das tensões dos braços, como demonstrado em (VIEIRA et al., 2012).

$$V_0^* = \frac{\max\{r1, r2, r3\} + (3 + \min\{r1, r2, r3\})}{2} \tag{7.10}$$

A Figura 70 mostra os valores máximos e mínimos para a tensão V_0^* durante a operação na região linear do conversor. Para este caso, as amplitudes das tensões máximas de saída do conversor para uma carga equilibrada serão 0,68 pu do valor do barramento CC. Estas tensões estão defasadas em 90° e têm frequência de 60 Hz.

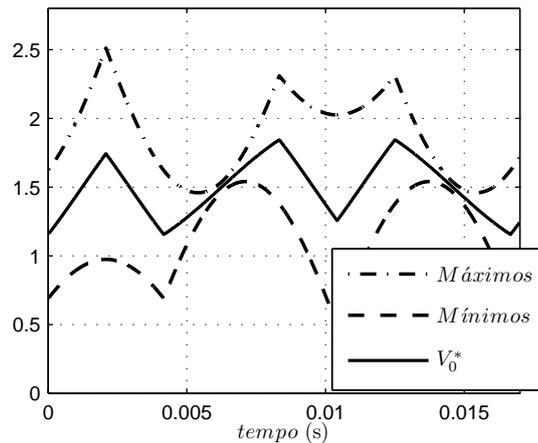


Figura 70: Valores máximos e mínimos de V_0^* .

As amplitudes máximas das tensões de linha moduladas pelo conversor podem ser obtidas a partir do ponto onde o valor da tensão V_0^* é igual ao valor $\max\{r1, r2, r3\}$, e também quando V_0^* é igual a $(3 + \min\{r1, r2, r3\})$, ou seja, o cruzamento destas formas de onda como indicado na Figura 70. Neste ponto as amplitudes máximas das tensões de linha equilibradas aplicadas a carga são 0,707 pu do barramento CC.

De forma análoga, a partir da representação do espaço das tensões de saída do conversor é possível a obtenção das amplitudes máximas das tensões de linha. Para tanto, assume-se que os estados de condução dos interruptores $S4$, $S5$ e $S6$, bem como as tensões de linha produzidas pelo conversor são representados na Tabela 17.

Tabela 17: Estado dos interruptores e tensões de saída correspondentes.

$S4$	$S5$	$S6$	V_{ab}	V_{cb}	
0	0	0	0	0	v_0
1	0	0	1	0	v_1
1	0	1	1	1	v_2
0	0	1	0	1	v_3
0	1	1	-1	0	v_4
0	1	0	-1	-1	v_5
1	1	0	0	-1	v_6
1	1	1	0	0	v_7

Como consequência, é possível obter a trajetória das tensões de linha produzidas no conversor, bem como os planos limites destas tensões, mostrados na Figura 71. Com base na Figura 71 são obtidas as relações trigonométricas que mostram que as amplitudes máximas das tensões de linha devem ser 0,707, ou $1/\sqrt{2}$ para que o círculo que representa

a trajetória das tensões fique circunscrito ao hexágono irregular que representa os planos limites do conversor mostrados na Figura 71.

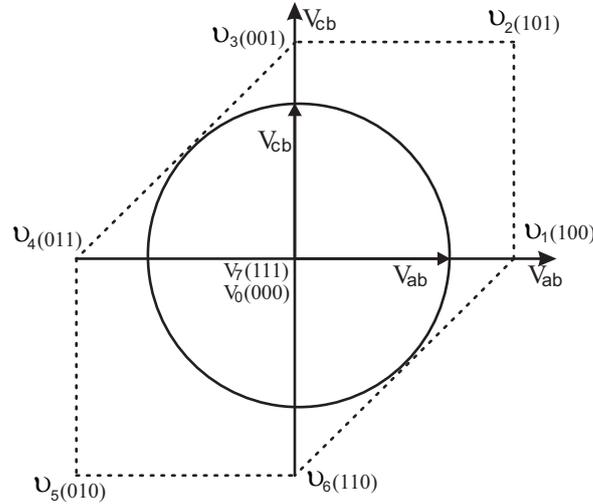


Figura 71: Espaço das tensões no plano das tensões de saída.

A Figura 72 (a) mostra as tensões V_{ag} , V_{bg} , e V_{cg} nos braços do conversor para obtenção das tensões de linha equilibradas com amplitudes de saída V_{ab} e V_{cb} definidas em 0,68 pu do barramento CC, e frequências em 60 Hz, conforme Figura 72 (b). A partir desta figura é possível observar que os resultados obtidos com a abordagem de modulação geométrica, proposta neste trabalho, de um conversor de três braços alimentando uma máquina bifásica é semelhante aos resultados obtidos com modulação vetorial apresentado em (CHARUMIT; KINNARES, 2009). Porém, a implementação do método geométrico proposto aqui é realizado de forma mais simples, com a realização de um menor número de cálculos numéricos, conseqüentemente exigindo menor esforço computacional de microcontroladores ou DSPs.

A partir de (7.9) é verificado que existem infinitas soluções que satisfazem a mesma. Neste trabalho foi definido como valor para V_0^* a média dos valores máximos e mínimos de r_1 , r_2 e r_3 . Uma outra solução possível é igualar o valor de V_0^* ao valor superior ou inferior do limite apresentado em (7.9). Neste caso, é possível reduzir o número de comutações. Para exemplificar esse caso, a Figura 73 (a) mostra as tensões V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} quando o valor de V_0^* é definido como o mínimo de $3 + (r_1, r_2 \text{ e } r_3)$, enquanto a Figura 73 (b) mostra as tensões nos braços do conversor para V_0^* igual ao máximo de $(r_1, r_2 \text{ e } r_3)$. É possível observar a partir da Figura 73 que os períodos que a tensão permanece com valor mínimo ou máximo o interruptor não deve comutar, conseqüentemente reduz-se

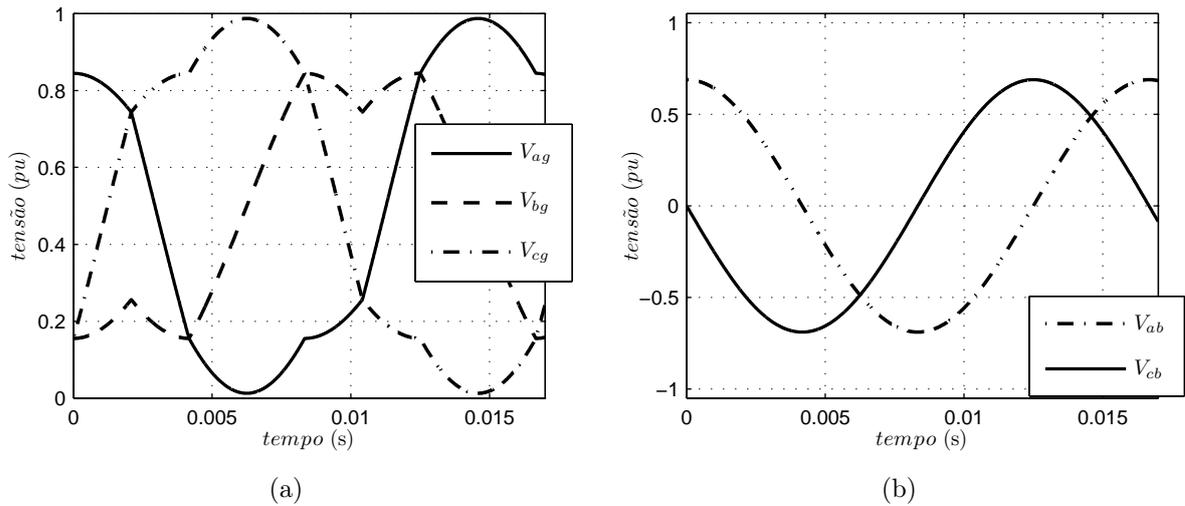


Figura 72: Tensões moduladas pelo conversor. (a) Tensões V_{ag} , V_{bg} , V_{cg} nos braços do conversor, (b) Tensões de linha equilibradas aplicadas a carga bifásica.

o número de comutações no inversor. As tensões nos braços do conversor para esse caso produzem tensões de linha como ilustrado na Figura 72 (b).

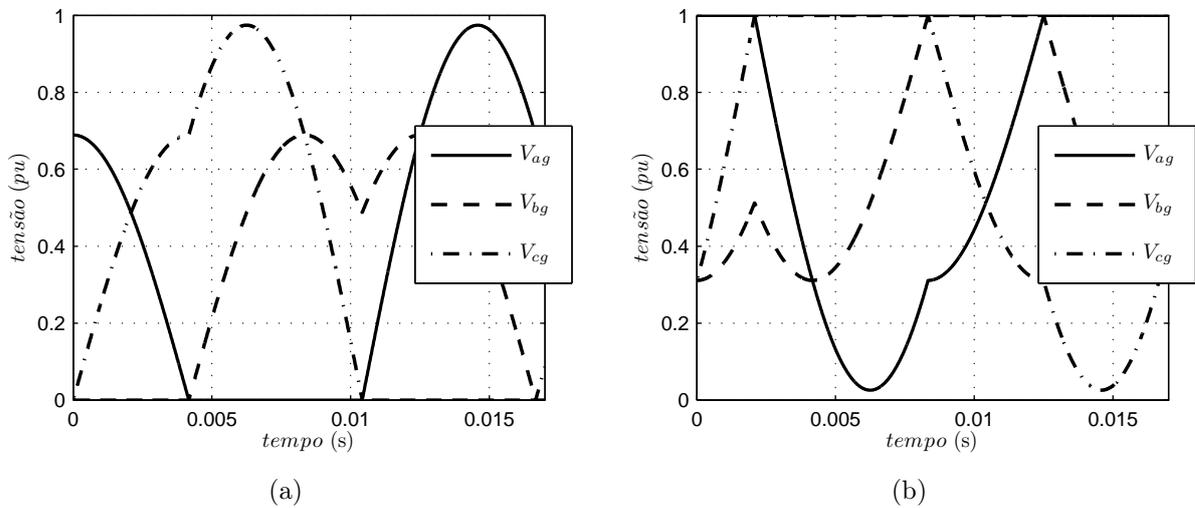


Figura 73: V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} . (a) para V_0^* igual ao mínimo de $3 + (r_1, r_2 \text{ e } r_3)$, (b) para V_0^* igual ao máximo de $(r_1, r_2 \text{ e } r_3)$

7.2.1 Operação com tensões desequilibradas

Grande parte das máquinas de duas fases é do tipo monofásica, tal como é um dos objetos de estudo deste trabalho. Nestas máquinas um dos enrolamentos é conectado em série com capacitor de partida ou com capacitor permanente. Além disso, nestas máquinas

os enrolamentos chamados auxiliar e principal têm impedâncias diferentes entre si, e conseqüentemente, tensões desequilibradas devem ser aplicadas para reduzir as pulsações de torque. Com isso o conversor de três braços pode sintetizar uma tensão com amplitude maior que 0,707 pu do barramento CC em um dos enrolamentos da máquina na região de operação linear do conversor, enquanto que no outro enrolamento uma tensão de menor amplitude é aplicada. A relação entre as amplitudes máximas sintetizadas pelo conversor pode ser obtida a partir da Figura 74. Na Figura 74 é apresentado o espaço das tensões considerando que estas sejam desequilibradas. A operação na região linear do conversor requer que a elipse formada pelas tensões assimétricas de linha esteja circunscrita ao hexágono irregular que representa os planos limites das tensões do conversor, como ilustra a Figura 74, para os casos onde $V_{cb} < V_{ab}$ na Figura 74 (a), e $V_{cb} > V_{ab}$ na Figura 74 (b).

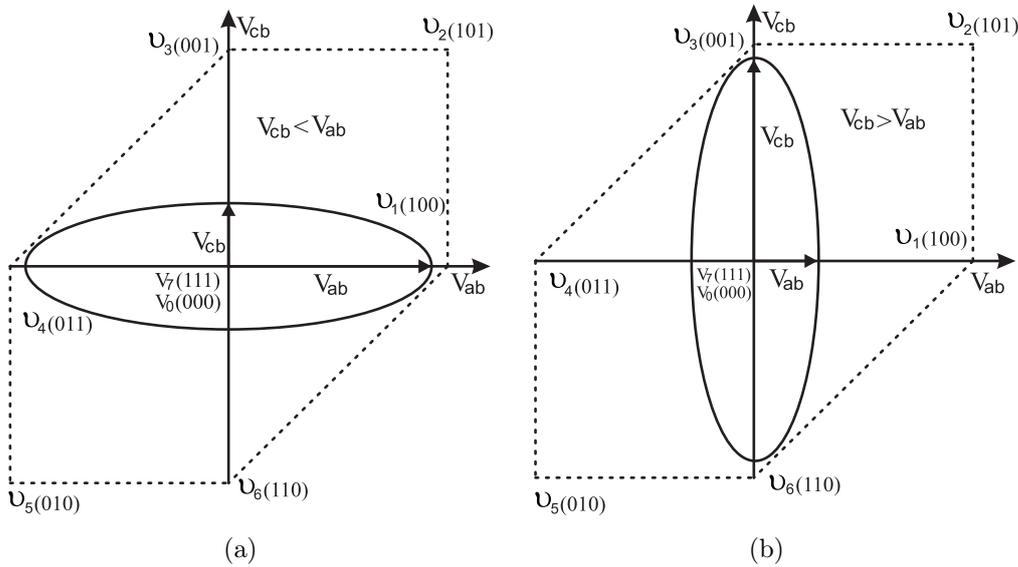


Figura 74: Espaço das tensões no plano das tensões de saída do conversor na modulação de tensões assimétricas. (a) $V_{cb} < V_{ab}$, (b) $V_{ab} < V_{cb}$.

Neste trabalho assume-se que na operação com tensões desequilibradas a trajetória das mesmas sempre descreverá uma elipse, tal como mostrado na Figura 74. Desta forma, tem-se que a equação da elipse é dada por

$$\frac{x^2}{a_e^2} + \frac{y^2}{b_e^2} = 1 \quad (7.11)$$

onde a_e e b_e são os semi-eixos da elipse, que podem ser relacionados com as amplitudes das tensões V_{ab} e V_{cb} .

As equações das retas que limitam os planos do hexágono irregular que representa o espaço das tensões mostrado na Figura 74 são,

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad (7.12)$$

Para garantir que a elipse formada pelas trajetórias da tensões seja circunscrita ao hexágono irregular do espaço das tensões, deve haver intersecção das equações (7.11) e (7.12). Desta forma, substituindo uma das equações apresentadas em (7.12), mais especificamente a equação ($y = x + 1$) em (7.11) resulta

$$x^2 (a_e^2 + b_e^2) + 2xb_e^2 + b_e^2 - a^2b_e^2 = 0 \quad (7.13)$$

A elipse da trajetória das tensões será circunscrita ao hexágono do espaço das tensões desde que a equação (7.13) tenha duas soluções reais e iguais, para tanto, o termo ($b^2 - 4ac$) da “Equação de Bhaskara” deve ser igual a zero, logo,

$$(2b_e^2)^2 = 4 (a_e^2 + b_e^2) (b_e^2 - a_e^2b_e^2) \quad (7.14)$$

Resolvendo (7.14), tem-se

$$a_e^2 + b_e^2 = 1 \quad (7.15)$$

A partir de (7.15) é possível definir a relação entre as amplitudes máximas de V_{ab} e V_{cb} para que a elipse formada por estas tensões seja máxima e circunscrita ao hexágono irregular do espaço das tensões. A relação entre as amplitudes das tensões normalizadas é dada em (7.16).

$$V_{ab}^2 + V_{cb}^2 = 1 \quad (7.16)$$

A relação entre as amplitudes das tensões de saída produzidas no conversor pode ser definida como,

$$n = \frac{V_{ab}}{V_{cb}} \quad (7.17)$$

Considerando (7.16) e (7.17) é possível obter os valores das tensões V_{ab} e V_{cb} relacionadas por n , (7.18) e (7.19) mostram essas equações.

$$V_{ab} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2 + 1}} \quad (7.18)$$

$$V_{cb} = \sqrt{\frac{1}{n^2 + 1}} \quad (7.19)$$

A partir de (7.18) e (7.19) é possível traçar a curva das tensões de saída do conversor, mostrada na Figura 75, quando este opera na região linear, pela razão n das tensões de saída.

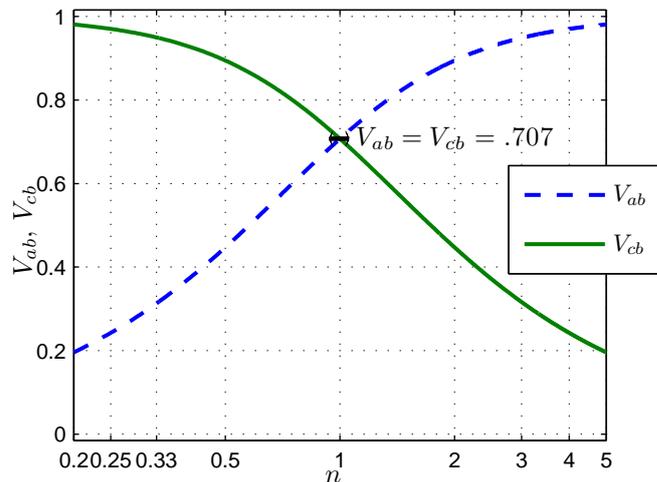


Figura 75: Amplitudes máximas das tensões de linha do conversor com operação na região linear e tensões assimétricas.

A Figura 75 mostra que para operação com tensões assimétricas, a tensão de uma das fases da máquina pode ultrapassar o valor de 0,707 pu do barramento CC. Para este caso a tensão V_0^* deve estar entre os limites impostos de acordo com a equação (7.9). Na Figura 75 é possível verificar que quando a relação entre as tensões de saída do conversor é igual a 1, $n = 1$, é obtida a condição de tensões equilibradas, neste caso é confirmado que a amplitude máxima das tensões de saída moduladas pelo conversor é igual a 0,707 pu do valor do barramento CC.

Para ilustrar a operação com tensões assimétricas, considera-se um caso onde a relação n seja igual a 0,64. A Figura 76 ilustra os limites definidos na equação (7.9) e a tensão de

modo comum V_0^* . Para este caso, a tensão máxima que pode ser modulada é 0,54 para V_{ab} e 0,84 para V_{cb} . Na Figura 76 é verificado que V_0^* atinge o valor limite entre seu valor máximo e mínimo conforme (7.9).

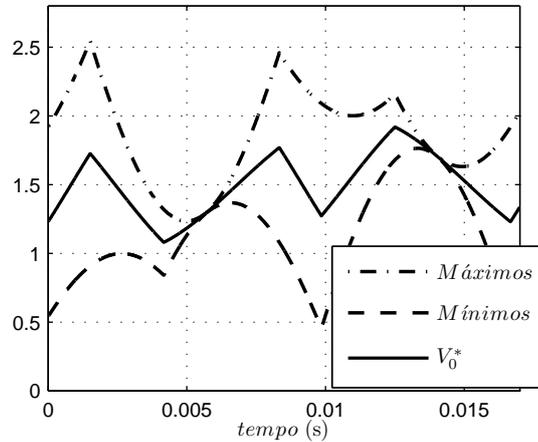


Figura 76: Limites máximos e mínimos de V_0^* para condição de tensões desequilibradas onde $n = 0.64$.

A Figura 77 (a) apresenta as tensões moduladas nos braços do inversor na obtenção de tensões de linha desequilibradas, enquanto a Figura 77 (b) mostra as tensões de linha moduladas pelo conversor, nesta ilustração, a trajetória das tensões de linha deverá descrever uma elipse conforme mostra a Figura 74. Para obtenção de tensões simétricas a trajetória destas é circular, como é mostrado na Figura 71.

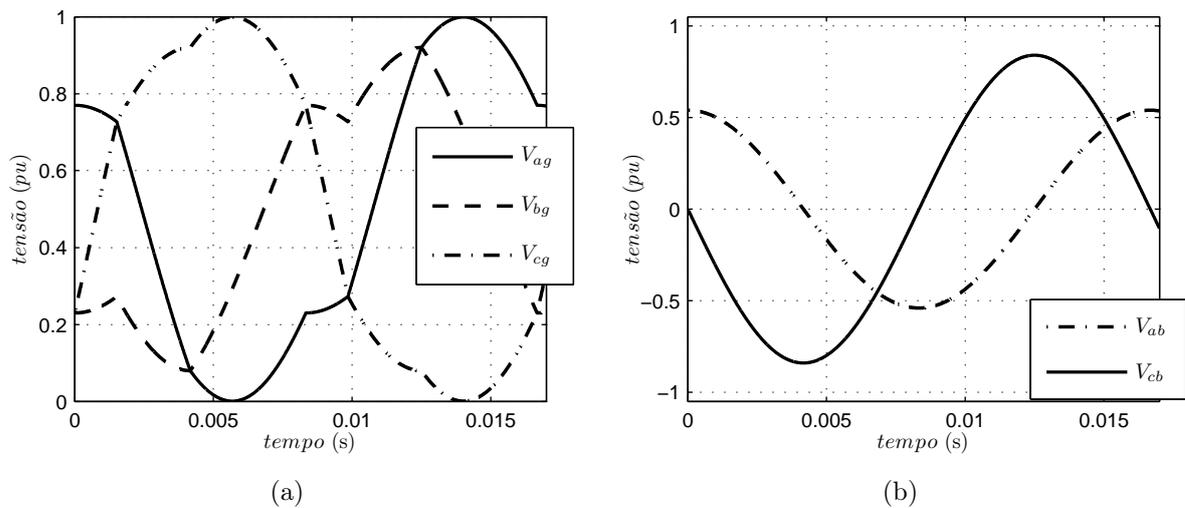


Figura 77: Tensões moduladas pelo conversor. (a) V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} para o caso assimétrico, (b) Tensões de linha desequilibradas.

7.3 Resultados experimentais da técnica de modulação proposta

Para a validação da técnica de modulação proposta foram obtidos resultados experimentais desenvolvidos no ambiente descrito no Apêndice B. A frequência de comutação adotada foi de 5 kHz. Na obtenção dos resultados experimentais um motor de indução bifásico assimétrico foi acionado. Os parâmetros dessa máquina são apresentados na Tabela 14.

No primeiro experimento tensões equilibradas com o máximo índice de modulação são aplicadas nos enrolamentos principal e auxiliar da máquina. A Figura 78 (a) mostra as tensões medidas nos interruptores $S4$, $S5$ e $S6$ do conversor. Nesse experimento o barramento CC foi limitado em 100 V, conseqüentemente as tensões V_{sq} e V_{sd} têm amplitudes de 70,7 V em ambos os enrolamentos. A frequência das tensões foi definida em 30 Hz neste experimento. Como esperado, as tensões de referência medidas são idênticas aos valores simulados apresentados na Figura 72 (a). A Figura 78 (b) mostra as correntes estatóricas medidas do primeiro experimento. A corrente no enrolamento auxiliar tem amplitude menor do que a corrente no enrolamento principal devido a diferença de impedância entre eles. Além disso, a corrente no enrolamento auxiliar é distorcida devido a assimetria da máquina.

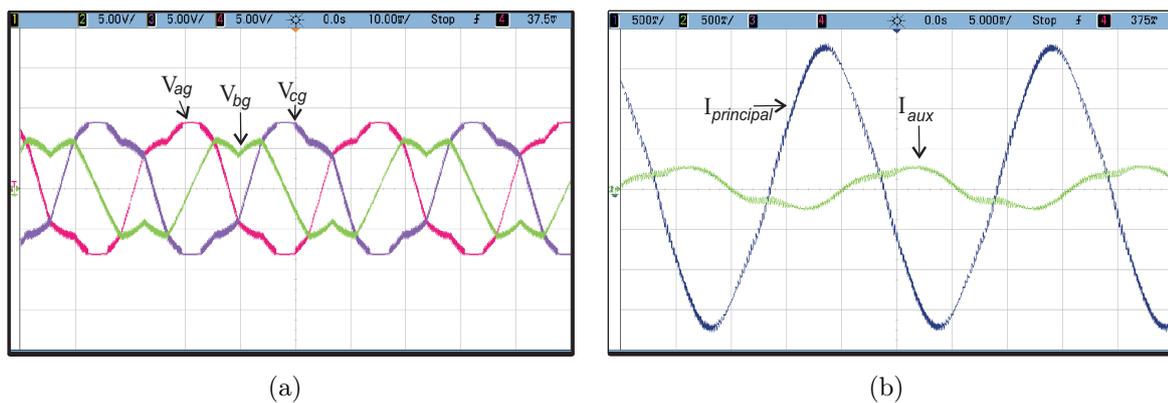


Figura 78: Acionamento da máquina com tensões equilibradas. (a) Tensões experimentais V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} para o caso simétrico, (b) Correntes estatóricas medidas com o SPIM alimentado com tensões equilibradas.

No segundo experimento tensões desequilibradas são aplicadas na máquina. A tensão aplicada no enrolamento auxiliar tem amplitude maior que a tensão aplicada no enrolamento principal para compensar a ausência do capacitor permanente. Então, com a

tensão do barramento CC limitada em 100 V, para um $n = 0,64$ a amplitude da tensão do enrolamento auxiliar é de 84,01 V enquanto que no enrolamento principal a amplitude da tensão é de 54,25 V, com defasagem de 90° entre elas. A Figura 79 (a) mostra as tensões medidas nos interruptores no segundo experimento. As correntes estatóricas medidas são mostradas na Figura 79 (b). Nesse experimento as correntes medidas tem forma quase senoidal, isto implica em redução nas pulsações de torque como descrito em (CHARUMIT; KINNARES, 2009). Neste experimento não há distorção significativa na corrente do enrolamento auxiliar devido a compensação de tensão.

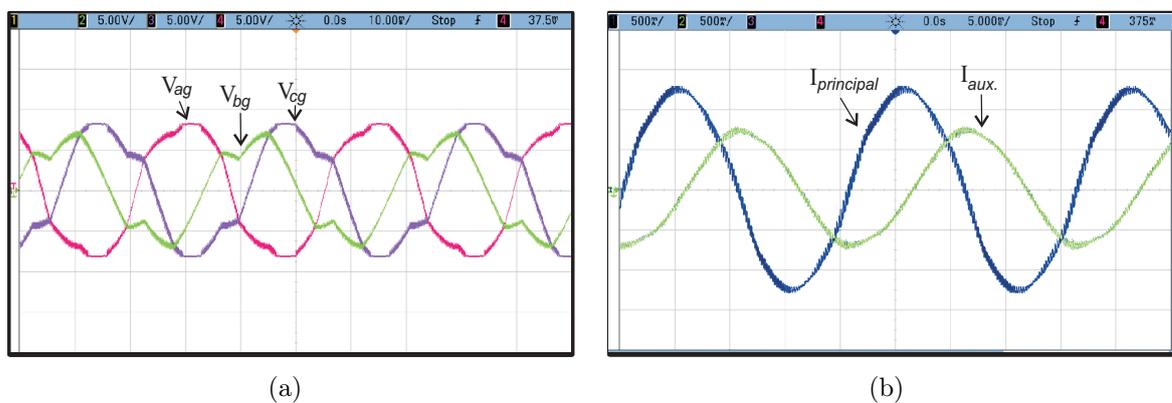


Figura 79: Acionamento da máquina com tensões desequilibradas. (a) Tensões experimentais V_{ag} , V_{bg} e V_{cg} , (b) correntes estatóricas medidas.

7.4 Resultados experimentais do controlador RMRAC

Com o intuito de fazer a validação do sistema de controle de velocidade *sensorless* baseado no uso do estimador MRAS apresentado no capítulo 4, com orientação indireta pelo campo (capítulo 3), bem como baseado no controlador RMRAC apresentado no apêndice B, resultados experimentais obtidos com motor de indução monofásico são obtidos. O motor de indução usado para validação experimental da técnica de controle proposta é ensaiado a partir da metodologia RLS desenvolvida no capítulo 2, onde os parâmetros elétricos obtidos com a referida metodologia são apresentados na Tabela 14. Os parâmetros mecânicos deste motor são obtidos a partir de catálogo do fabricante sendo: $J = 0.000640$ e $B_n = 0.0005$.

O motor usado para validação experimental é do tipo com capacitor permanente. Nos testes realizados o capacitor permanente foi removido do motor e o acionamento foi feito

conectando os terminais do motor diretamente ao inversor como apresentado na Figura 69. Os dados de placa do motor são: 4-pólos, 370 W, 220 V, 3,4 A, 1610 RPM.

Os sistema de controle implementado é apresentado na Figura 80. As tensões de referência são obtidas a partir de dois controladores PI em eixos síncronos. As tensões estatóricas usadas no algoritmo de estimação de velocidade são obtidas a partir do índice de modulação e do valor do barramento CC. Um gerador CC é conectado ao eixo do motor para emular uma carga mecânica aplicada ao eixo.

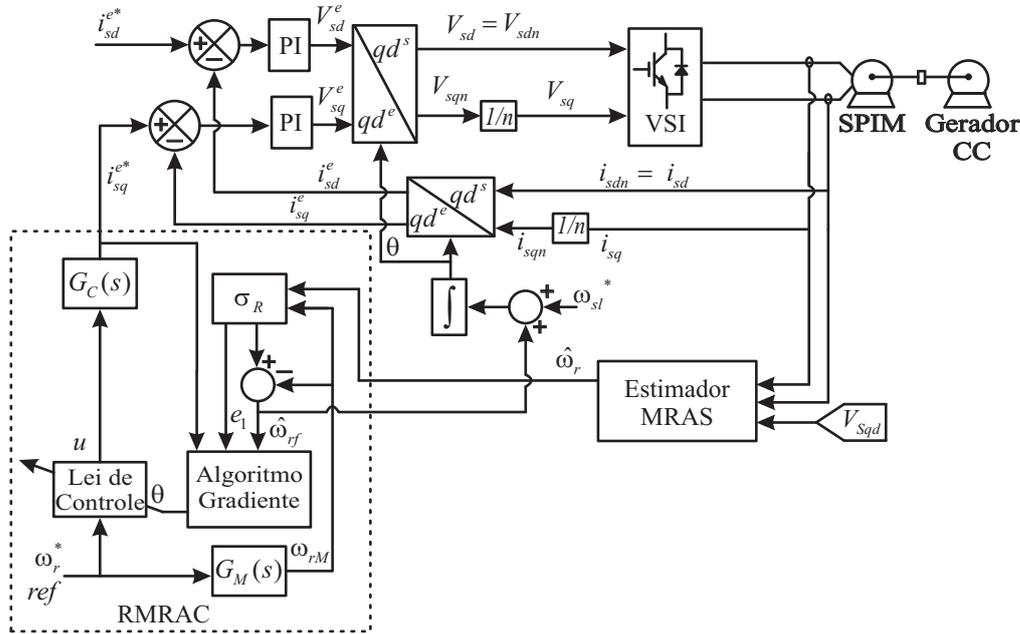


Figura 80: Sistema de controle implementado.

Como apresentado no apêndice B, a implementação de um controlador RMRAC inicia com a definição do modelo de referência. Para obtenção dos resultados experimentais o modelo de referência usado é dado em (7.20).

$$G_M(s) = \frac{64}{s^2 + 16s + 64} \quad (7.20)$$

A partir dos parâmetros mecânicos nominais informados pelo fabricante, a planta nominal $G_0(s)$ é dada por,

$$G_0(s) = \frac{1/J}{s + B_n/J} = \frac{418.76}{s + 0.8631} \quad (7.21)$$

De maneira análoga ao apresentado apêndice B para obtenção dos resultados experimentais é feito o uso de um compensador para que a malha planta/compensador tenha ordem idêntica a ordem do modelo de referência. Desta forma é possível fazer o uso dos filtros apresentados em (B.29) e (B.30). O compensador usado aqui é dado por

$$G_C(s) = \frac{0.01s + 0.25}{s} \quad (7.22)$$

Os ganhos contínuos dos filtros F e q usados em (B.29) e (B.30) são definidos respectivamente em 10 e 1. O tempo de discretização usado para obtenção dos resultados experimentais é de 0.0004s.

Tabela 18: Parâmetros do controlador RMRAC implementado.

M_0	4
σ_0	0, 11
M_{R0}	6
σ_{R0}	1
\mathbf{P}_C	10
δ_1	1
δ_0	0, 7

O objetivo do primeiro resultado experimental é verificar a operação sem carga. Assim, a referência de velocidade é inicializada em 0 *rad/s* durante 1 s, após isso, um degrau de referência é dado conforme mostra a Figura 81 (a), nesta mesma Figura é apresentada a resposta do modelo de referência (ω_{rM}). A Figura 81 (b) apresenta a velocidade rotórica estimada ($\hat{\omega}_{rf}$) e a velocidade rotórica medida (ω_r). Na Figura 81 (c) é mostrado o erro entre o modelo de referência e a velocidade rotórica estimada, enquanto a Figura 81 (d) ilustra o erro entre a velocidade rotórica estimada ($\hat{\omega}_r$) e a velocidade rotórica medida (ω_r). Os resultados apresentados na Figura 81 demonstram que o esquema de controle proposto tem uma boa resposta de velocidade e uma boa capacidade de estimação de velocidade em toda a região de operação do sistema. Algumas oscilações na estimação de velocidade são verificadas na Figura 81, estas oscilações são decorrentes dos valores altos escolhidos para os ganhos do controlador PI do estimador MRAS, bem como são provenientes de ruídos de medida presentes nas medições de correntes. As oscilações aqui relatadas poderiam ser reduzidas com o projeto de alguns tipos de filtros, porém esta oscilação pode ser negligenciada desde que causa pequena influência no controlador. A Figura 81 mostra a capacidade do controlador de minimizar o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência, assumindo que a saída da planta é a velocidade estimada a Figura 81 (c) ilustra que o erro de rastreamento permanece próximo a zero. A

partir da Figura 81 (d) é possível verificar a boa capacidade de estimação de velocidade do algoritmo MRAS.

A Figura 82 apresenta os parâmetros da lei de controle para operação a vazio. Verifica-se nesta figura que a lei de controle se auto adapta com a variação de referência e variação do ponto de operação, características desejadas ao controlador adaptativo.

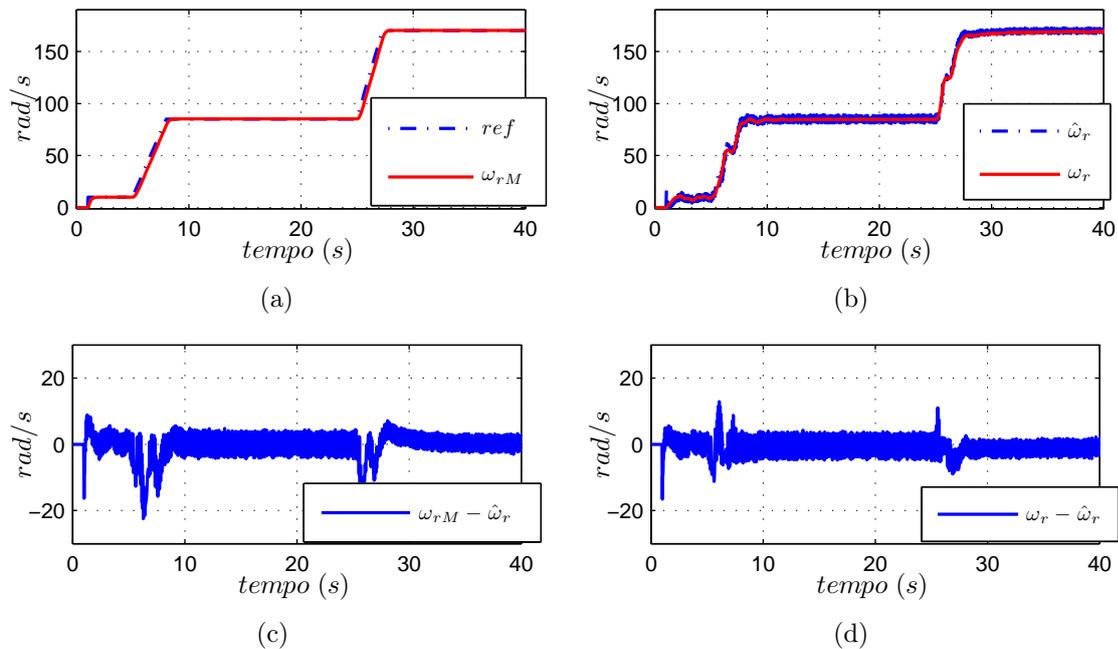


Figura 81: Resposta de velocidade na operação sensorless sem carga. (a) Referência de velocidade e ω_{rM} , (b) ω_r e $\hat{\omega}_r$, (c) $\omega_{rM} - \hat{\omega}_r$, (d) $\omega_r - \hat{\omega}_r$.

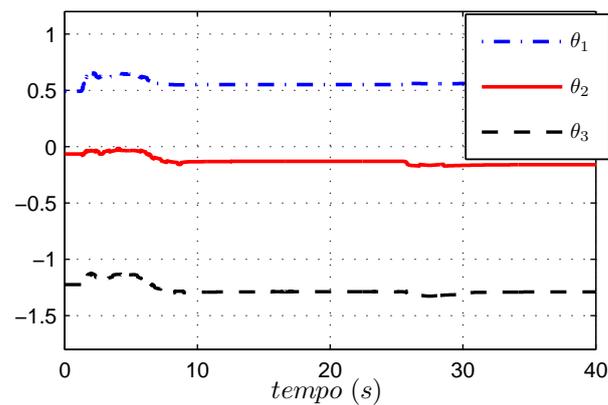


Figura 82: Parâmetros da lei de controle no primeiro resultado experimental.

Para verificar o desempenho do esquema de controle proposto, um segundo experimento com carga aplica ao eixo é realizado. A referência de velocidade é incrementada

como mostrado na Figura 83 (a) até atingir o valor de 120 rad/s . Nota-se mais uma vez a boa correspondência entre a referência e a saída do modelo de referência. Entre 15 s e 25 s uma carga mecânica é aplicada ao eixo do motor através de um gerador CC, como é mostrado na Figura 83 (b) (indicado como “carga” nesta figura). A partir desta figura é possível verificar o bom desempenho do sistema de controle proposto mesmo na presença de um distúrbio de carga. Na Figura 83 (d) é apresentado o erro entre a velocidade estimada e a velocidade rotórica medida, mais uma vez verifica-se que o erro de estimação permanece próximo a zero mesmo na presença de distúrbio de carga.

A Figura 84 mostra os parâmetros da lei de controle no segundo experimento. Verifica-se nesta figura que os parâmetros da lei de controle são adaptados com a variação de carga.

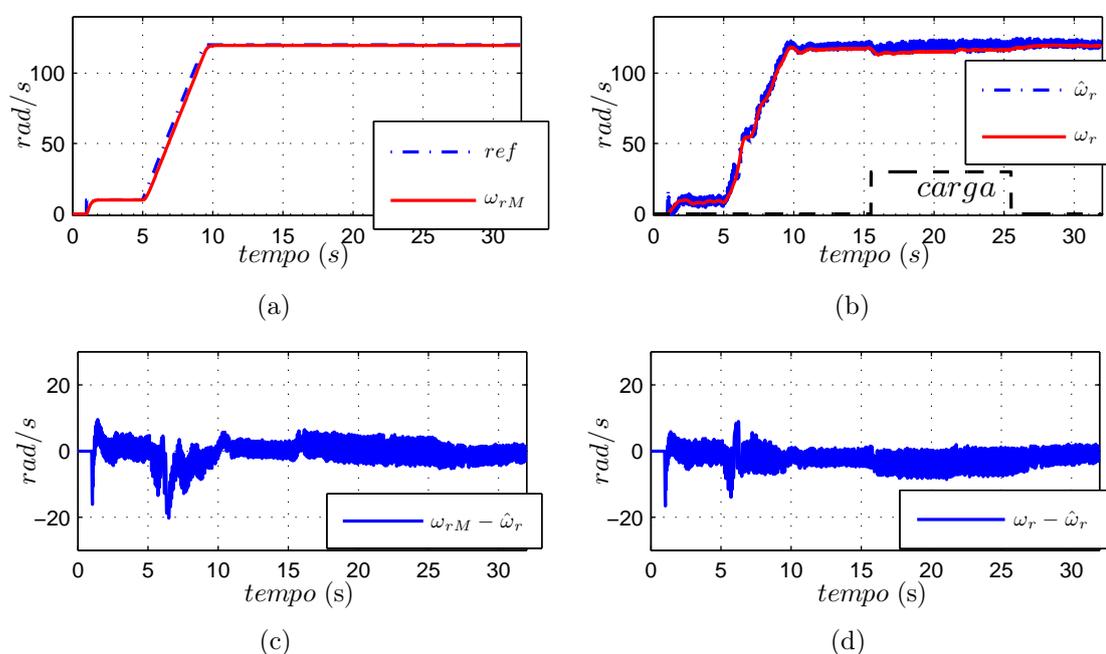


Figura 83: Resposta de velocidade na operação sensorless com carga. (a) Referência de velocidade e ω_{rM} , (b) ω_r e $\hat{\omega}_r$, (c) $\omega_{rM} - \hat{\omega}_r$, (d) $\omega_r - \hat{\omega}_r$.

As Figuras 85 (a) e (b) mostram a referência de i_{sq}^{e*} e a medição de i_{sq}^e , enquanto as Figuras 85 (c) e (d) apresentam a referência de i_{sd}^{e*} e a corrente i_{sd}^e medida no experimento com carga. Como foi destacado no capítulo 3, devido a assimetria da máquina as correntes i_{sq}^e e i_{sd}^e têm termos assimétricos que causam oscilações nas correntes no referencial síncrono como apresentado na Figura 85. Para melhorar o desempenho do sistema proposto nesse trabalho, a corrente i_{sd}^{e*} é incrementada com a referência como ilustrado na Figura 85.

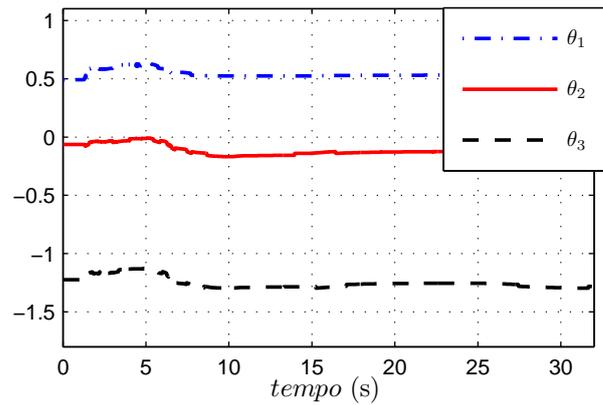


Figura 84: Parâmetros da lei de controle no segundo experimento.

A Figura 86 mostra as correntes estatóricas i_{sq} e i_{sd} medidas no segundo ensaio. Já a Figura 87 apresenta uma aproximação para a medição das correntes estatóricas medidas quando a referência de velocidade está em 120 rad/s , nesta figura é possível observar que as correntes estatóricas têm formato muito próximo a uma função seno, o que ilustra o bom desempenho do controlador vetorial.

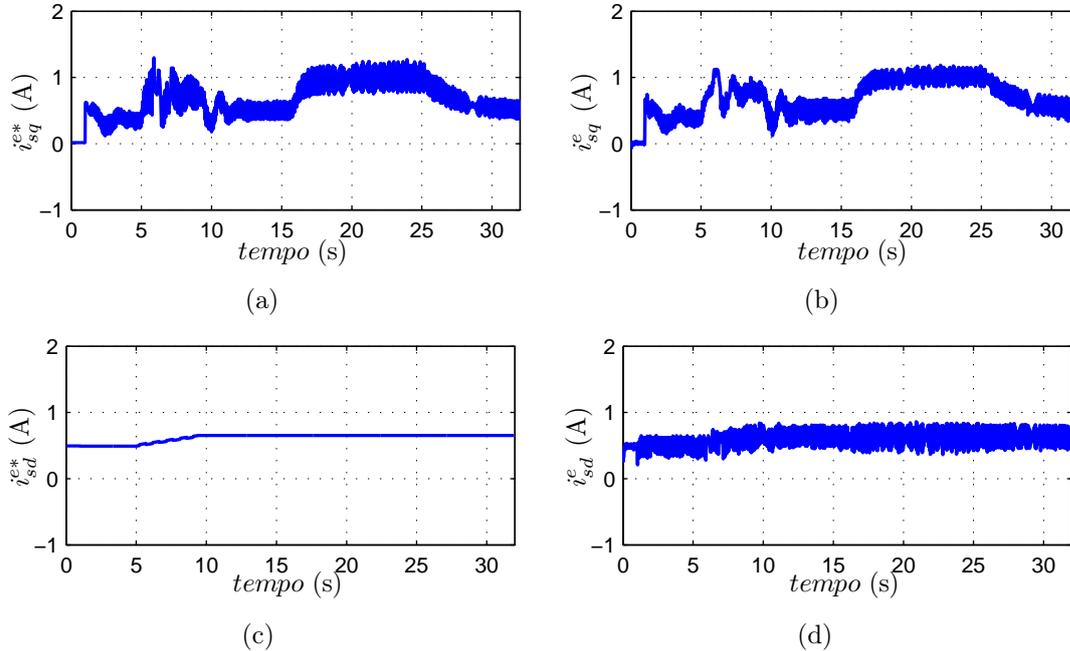


Figura 85: Referência e medições de i_{sq}^e e i_{sd}^e , (a) i_{sq}^{e*} , (b) i_{sq}^e , (c) i_{sd}^{e*} , (d) i_{sd}^e .

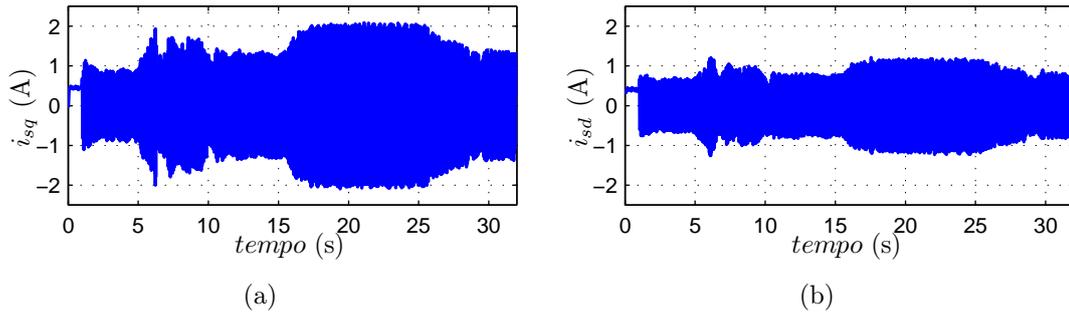


Figura 86: Correntes estatóricas medidas i_{sq} e i_{sd} .

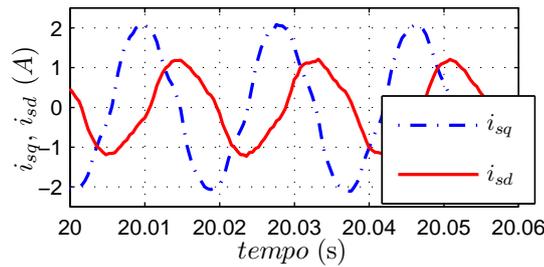


Figura 87: Zoom das correntes estatóricas i_{sq} e i_{sd} .

7.5 Resultados experimentais dos algoritmos para estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto

Um dos temas abordados neste trabalho de tese é a estimação da velocidade rotórica de máquinas de indução por modos deslizantes em tempo discreto. Tais algoritmos foram desenvolvidos no capítulo 6, bem como as provas de estabilidade dos mesmos foram apresentadas. Aqui serão apresentados resultados experimentais dos mesmos obtidos com máquinas de indução bifásicas assimétricas, e também utilizando uma máquina de indução trifásica.

7.5.1 Observador da velocidade rotórica baseado na estimação das correntes estatóricas

O primeiro algoritmo para estimação da velocidade rotórica desenvolvido no capítulo 6 foi baseado na estimação das correntes estatóricas, tal algoritmo é apresentado na seção 6.3. Inicialmente o observador é desenvolvido para aplicações em máquinas de indução bifásicas assimétricas, como na seção 6.3, em seguida é apresentado o algoritmo para estimação da velocidade rotórica de uma máquina de indução simétrica, como mostrado na seção 6.3.3. Além disso, são apresentados aspectos práticos para implementação digital

do algoritmos propostos. Com o objetivo de verificar o desempenho dos algoritmos de estimação da velocidade rotórica propostos com o uso de funções que variam a amplitude dos ganhos de chaveamento, inicialmente são apresentados resultados considerando $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$ fixos.

7.5.1.1 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento constantes

Para validação experimental é realizado o acionamento de uma máquina de indução trifásica, os parâmetros dessa máquina são apresentados na Tabela 16. O diagrama de controle de velocidade é apresentado na Figura 52.

A Figura 88 apresenta a resposta de velocidade em um acionamento *sensorless* com o esquema conforme apresentado na Figura 52. É possível verificar a partir da Figura 88 a efetiva estimação da velocidade rotórica com o método proposto, bem como a boa capacidade de rastreamento da referência de velocidade imposta. O maior desafio neste tipo de acionamento é a definição dos ganhos $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$, da forma que tiverem valores muito elevados, aumenta-se as oscilações na velocidade estimada, enquanto que se tiverem valores muito baixos, não garantem a existência da superfície de deslizamento em s_α e s_β , e conseqüente convergência do valor observado para o valor real.

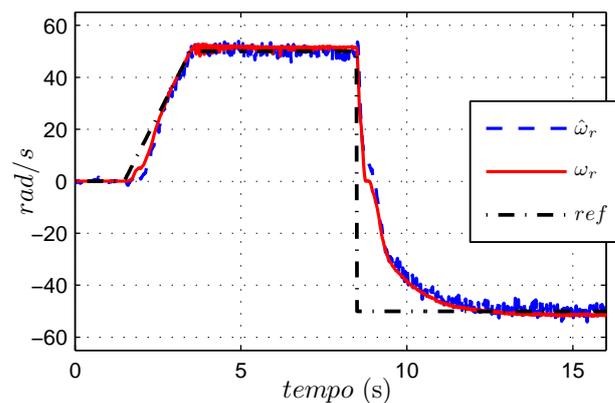


Figura 88: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas sendo $V_{0\alpha\beta}$ constante.

A Figura 89 apresenta a medição e estimação das correntes estatóricas. Enquanto a Figura 89 (a) mostra a estimação da corrente i_{sq} , a Figura 89 (b) ilustra a estimação da corrente i_{sd} . É possível observar nestas figuras a adequada estimação das correntes estatóricas utilizando o método da seção 6.3. Porém, verifica-se a presença de *ripple*

na estimativa das correntes estatóricas. Essa oscilação na estimativa das correntes é decorrente do sinal chaveado em tempo discreto e da amplitude dos ganhos $V_{0\alpha}$ e $V_{0\beta}$.

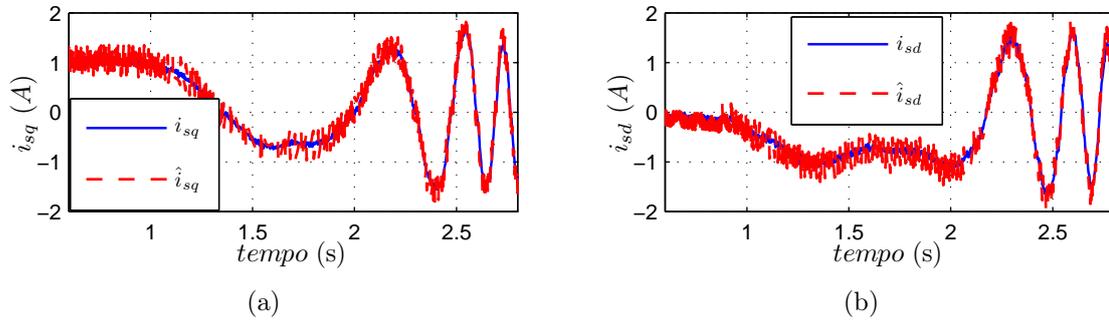


Figura 89: Medição e estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} .

7.5.1.2 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento variantes - ganho adaptativo

Na seção 6.3.1 foram apresentados os limites dos ganhos de chaveamento para a existência da superfície de deslizamento em tempo discreto do algoritmo de estimação proposto. Com isso é verificado que os limites dos ganhos variam com o erro de estimação das correntes estatóricas, dessa forma, o algoritmo baseado no uso de um ganho adaptativo apresentado na seção 6.6.1 é avaliado por meio de resultados experimentais.

A Figura 90 apresenta a resposta de velocidade utilizando o algoritmo para adaptação dos ganhos de chaveamento da função de deslizamento. A partir desta figura é possível verificar a eficaz estimação de velocidade em todas as faixas de velocidade testadas.

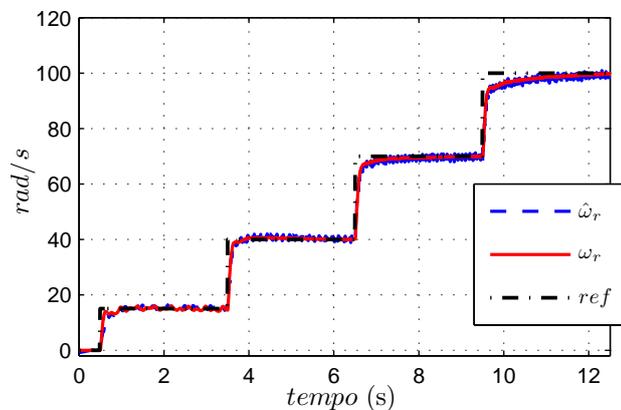


Figura 90: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas e ganhos de chaveamento adaptativos.

A Figura 91 mostra a estimação das correntes estatóricas, da forma que na Figura 91 (a) é apresentada a estimação da corrente i_{sq} , e na Figura 91 (b) é apresentada a estimação da corrente i_{sd} . Novamente, verifica-se a boa capacidade de estimação dessas correntes, com redução do *ripple* em relação a Figura 89. Na Figura 91 (a) é verificado que no instante de tempo 0.5 s a corrente estimada diverge da corrente medida, isso acontece devido ao baixo valor de inicialização do ganho $V_{0\alpha}$, conforme o erro de estimação aumenta, o ganho de chaveamento deve aumentar forçando a estimativa convergir para o valor medido.

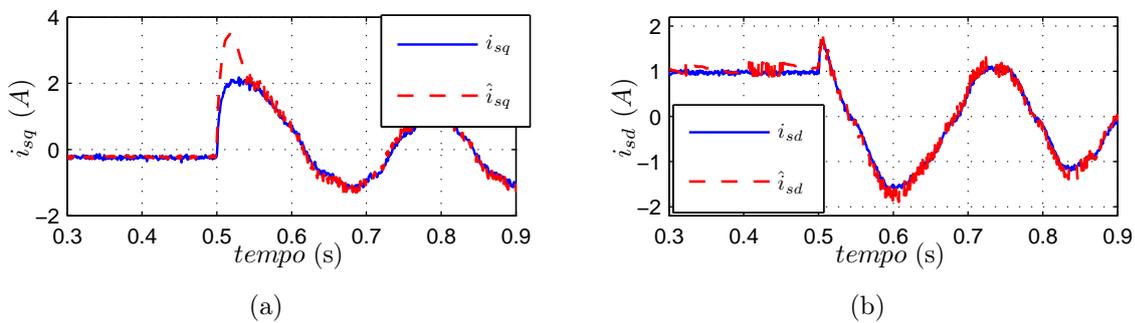


Figura 91: Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} .

A Figura 92 ilustra a convergência dos ganhos das funções de chaveamento, é possível verificar que esses ganhos crescem com o aumento da velocidade rotórica, comportamento compatível, já que as funções $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$ contém termos dependentes da velocidade rotórica. A partir das Figuras 90, 91 e 92 é possível verificar desempenho superior em relação ao algoritmo que usa ganhos de chaveamento fixos, cujos resultados são apresentados nas Figuras 88 e 89.

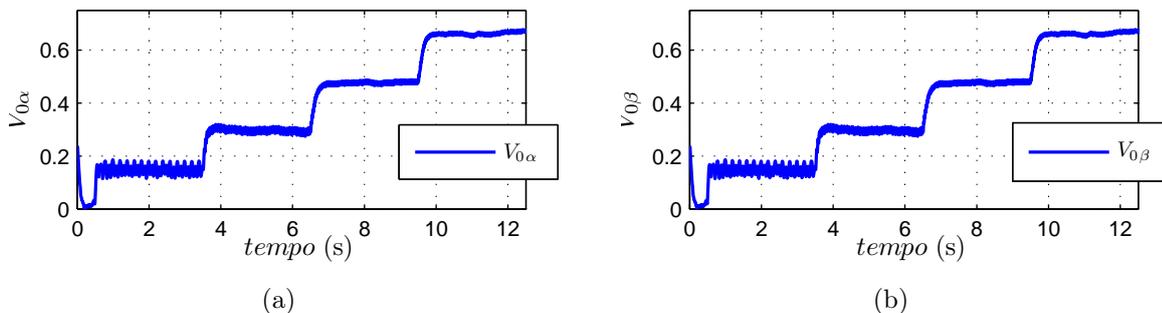


Figura 92: Ganhos das funções de chaveamento. (a) $V_{0\alpha}$. (b) $V_{0\beta}$

7.5.1.3 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto com ganhos de chaveamento variantes - função sigmóide

O segundo algoritmo que visa melhorar o desempenho dos observadores da velocidade rotórica propostos neste trabalho é baseado no uso de uma função sigmóide, tal como apresentado na seção 6.6.2. Resultados experimentais foram obtidos usando este algoritmo como função de chaveamento por modos deslizantes.

A Figura 93 mostra a resposta de velocidade do sistema proposto quando a função sigmóide foi utilizada como função de chaveamento. Nesta figura verifica-se uma efetiva melhoria de desempenho com relação as oscilações na velocidade estimada. Também verifica-se nesta figura uma boa capacidade de estimação da velocidade rotórica e rastreamento da referência.

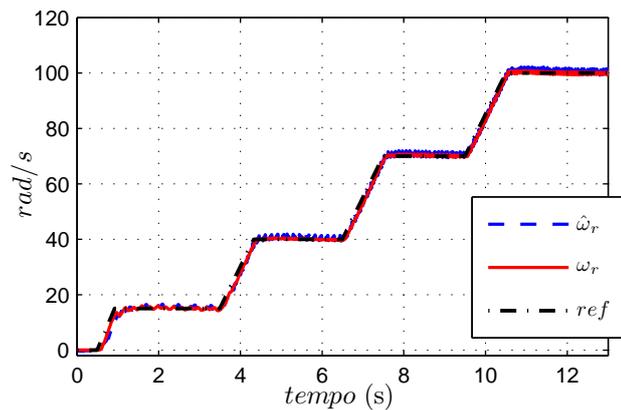


Figura 93: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas e a função sigmóide.

Na Figura 94 são apresentadas as medidas e estimativas das correntes estatóricas em determinado intervalo de tempo. Uma boa capacidade de estimação das correntes estatóricas é confirmada nesta figura.

A Figura 95 mostra a estimação das correntes estatóricas para todo o tempo no qual o sistema foi testado. Verifica-se a boa correspondência entre os valores medidos e os valores estimados para todo o tempo de operação da máquina.

A Figura 96 ilustra o comportamento das variáveis $V_{\alpha(k)}$ e $V_{\beta(k)}$, verifica-se novamente que essas variáveis alteram suas amplitudes com a velocidade rotórica, com isto confirma-se que é mais apropriado que os ganhos de chaveamento sejam alterados com o erro de estimação das correntes estatóricas.

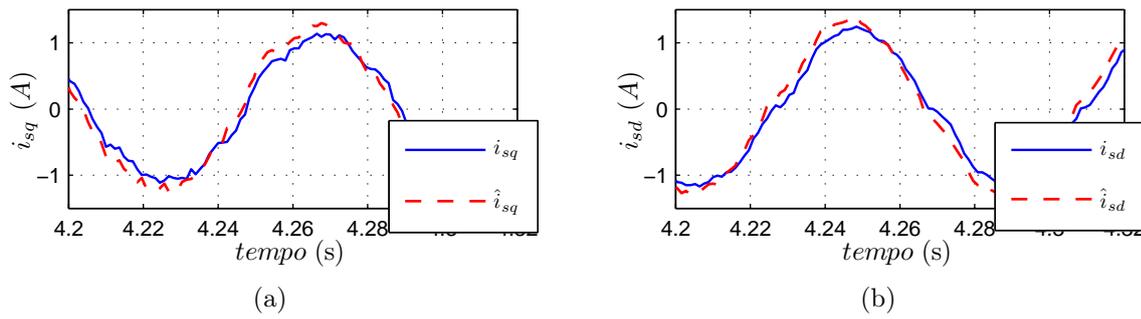


Figura 94: Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} .

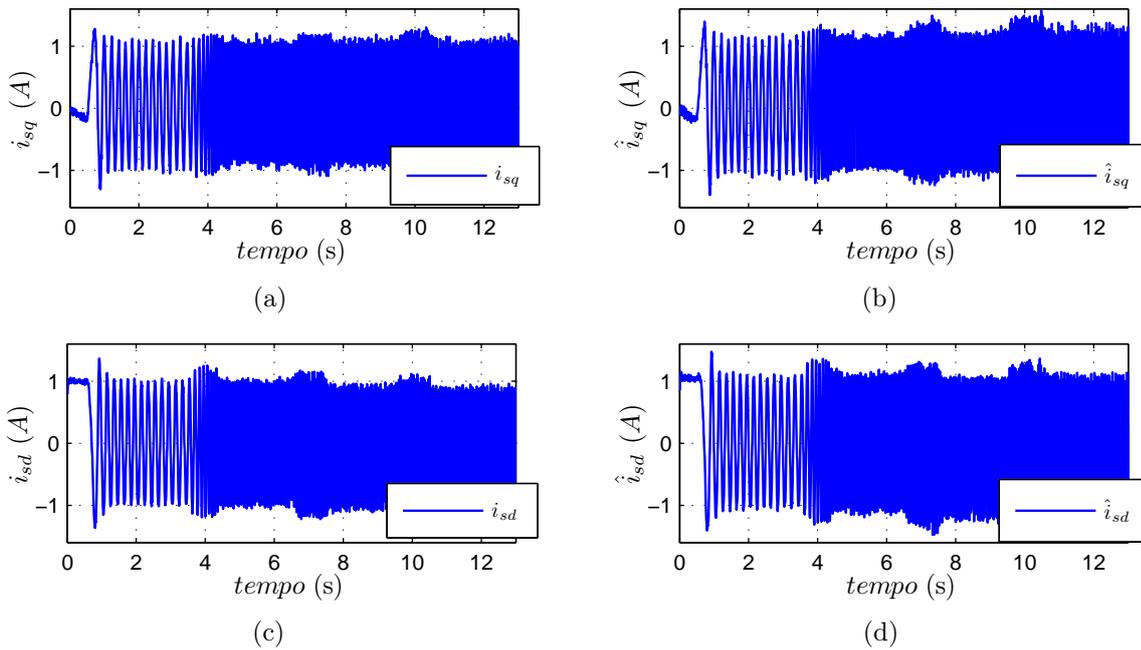


Figura 95: Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} . (b) \hat{i}_{sq} . (c) i_{sd} . (b) \hat{i}_{sd} .

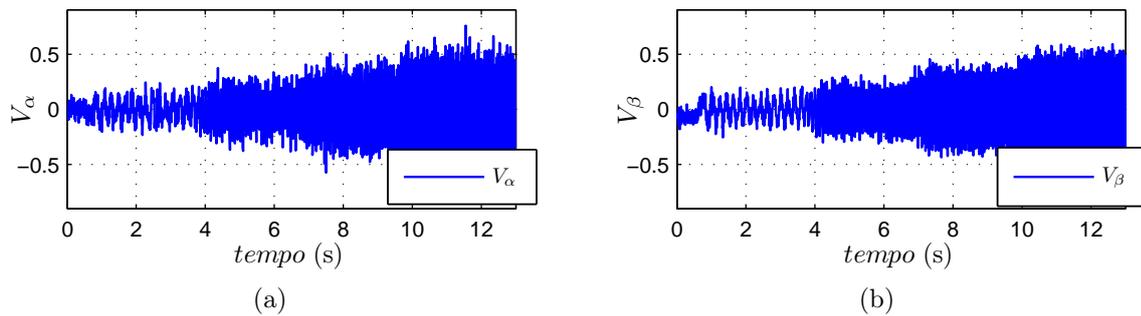


Figura 96: Comportamento das variáveis V_α e V_β . (a) V_α . (b) V_β .

A Figura 97 apresenta a estimação das variáveis $L_{\alpha(k)}$ e $L_{\beta(k)}$. Novamente é possível corroborar a boa estimação destas variáveis.

A partir da utilização da função sigmóide outro experimento é apresentado. Este experimento tem como objetivo avaliar o desempenho do observador proposto em ampla

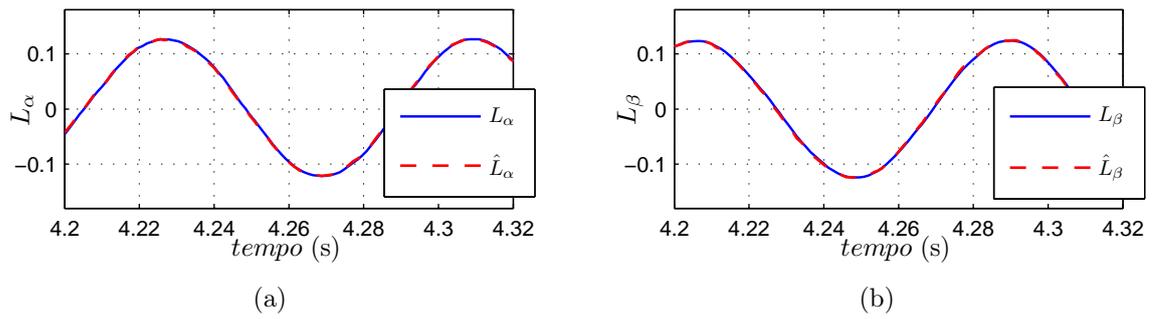


Figura 97: Estimação das variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) L_α e \hat{L}_α . (b) L_β e \hat{L}_β .

faixa de velocidade. A Figura 98 mostra a resposta de velocidade deste ensaio. É possível constatar o bom desempenho do observador de velocidade proposto, com velocidade próxima a nominal, bem como reversão de velocidade e cruzamento por zero, em toda as faixas de velocidade testadas.

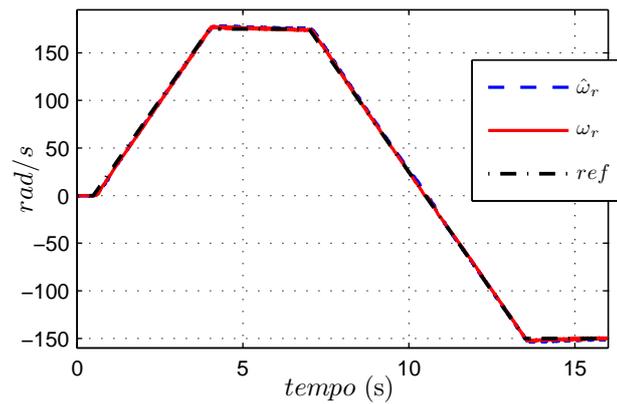


Figura 98: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas.

A Figura 100 ilustra a estimação das correntes estatóricas e das variáveis L_α e L_β . Novamente é possível conferir a boa capacidade de estimação destas variáveis.

A Figura ?? apresenta o comportamento das variáveis V_α e V_β . É possível verificar que estas variáveis têm sua amplitude alterada com a amplitude da velocidade rotórica.

7.5.1.4 Algoritmo de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto aplicado a um motor de indução monofásico

No capítulo 6 inicialmente um observador da velocidade rotórica aplicado a máquinas de indução bifásicas assimétricas foi apresentado. Nesta seção é realizada a validação

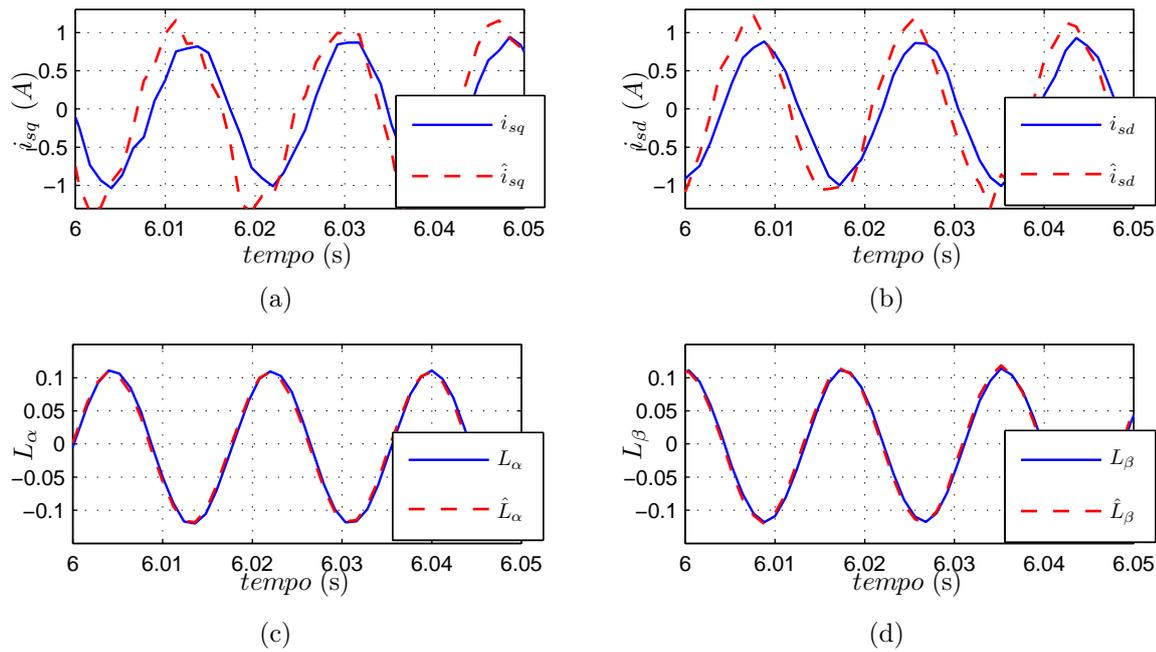


Figura 99: Estimação das correntes estatóricas e variáveis $L_{\alpha\beta}$. (a) i_{sq} e \hat{i}_{sq} . (b) i_{sd} e \hat{i}_{sd} . (c) L_{α} e \hat{L}_{α} . (d) L_{β} e \hat{L}_{β} .

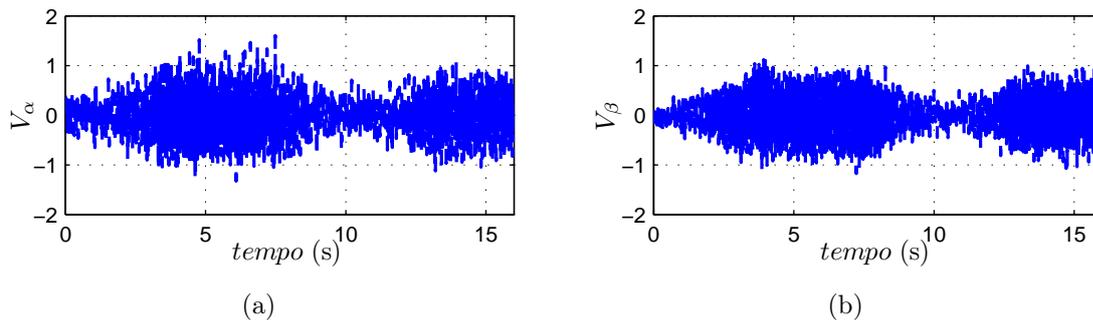


Figura 100: Comportamento das variáveis $V_{\alpha\beta}$. (a) V_{α} . (b) V_{β}

experimental do algoritmo proposto. Considera-se o esquema de controle apresentado na Figura 52, mas desta vez, faz-se o uso de um motor de indução monofásico, onde tal motor tem parâmetros elétricos conforme apresentado na Tabela 14. Devido ao bom desempenho obtido com o uso da função sigmóide como função de chaveamento nos acionamentos da máquina de indução trifásica, neste ensaio faz-se novamente o uso da função sigmóide.

A Figura 101 apresenta a resposta de velocidade num acionamento *sensorless* deste motor para a dada referência. Verifica-se nesta figura a efetiva capacidade de estimação da velocidade rotórica, bem como o bom rastreamento a referência dada. Com isso confirma-se experimentalmente a análise teórica realizada na seção 6.3.

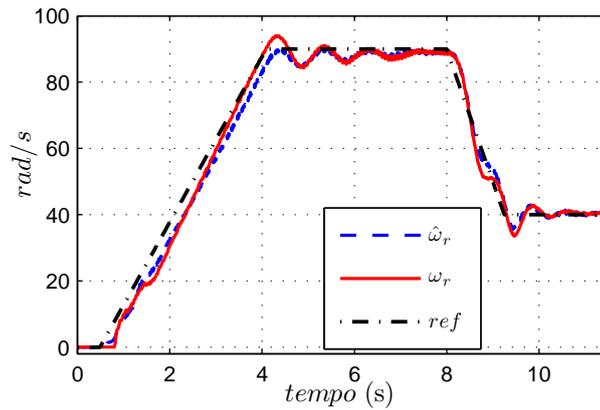


Figura 101: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da estimação das correntes estatóricas em uma máquina de indução monofásica.

A Figura 102 apresenta a estimação das correntes estatóricas e das variáveis $L_{\alpha(k)}$ e $L_{\beta(k)}$ no acionamento do motor de indução monofásico. Verifica-se nestas figuras a diferença de amplitudes das variáveis devido a assimetria entre os enrolamentos.

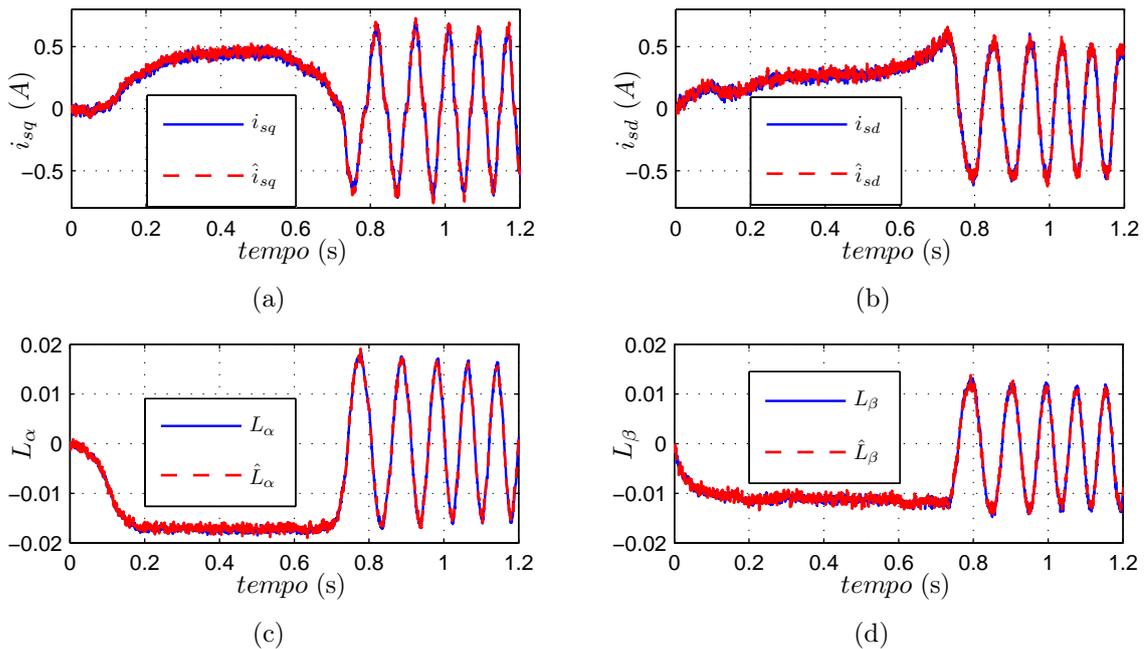


Figura 102: Medição e estimação das correntes estatóricas. (a) Estimação da corrente estatórica i_{sq} . (b) Estimação da corrente estatórica i_{sd} . (c) Estimação da variável L_{α} . (d) Estimação da variável L_{β} .

7.5.2 Observador da velocidade rotórica baseado no cálculo da f_{cem} e na estimação das correntes magnetizantes

O segundo método para estimação da velocidade rotórica apresentado no capítulo 6 é baseado no cálculo da f_{cem} e posterior cálculo e estimação das correntes magnetizantes como apresentado na seção 6.4. Este método foi desenvolvido para aplicação em máquinas

de indução trifásicas, porém pode ser utilizado em motores monofásicos, desde que a assimetria do motor seja considerada, e estes termos sejam utilizados nos algoritmos.

De acordo com as equações (6.83) e (6.84) para o cálculo da f_{cem} é necessário o conhecimento dos termos $\frac{\Delta i_{sq}(k)}{T_s}$ e $\frac{\Delta i_{sd}(k)}{T_s}$. Tais termos são equivalentes ao cálculo de uma aproximação da derivada discreta das correntes estatóricas. Neste trabalho estas variáveis são obtidas a partir de *State Variable Filters* conforme apresentado na equação (4.32). A utilização desse filtro neste algoritmo inibe a ação degradante que ruídos de medida das correntes estatóricas poderiam causar nos sinais das derivadas.

Além disso, verifica-se que o esquema proposto tem uma limitação. Essa limitação evidencia-se no cálculo das correntes magnetizantes a partir das equações (6.91) e (6.92). Tais equações integram a f_{cem} calculada, com isso, se houver presença de *offset* e ruídos nas medidas das correntes estatóricas, os valores calculados das correntes magnetizantes devem convergir para um valor errôneo e indeterminado que tende ao infinito, já que pode ser feita a integração de uma grandeza contínua.

Para evitar que as correntes magnetizantes calculadas sejam integradas, neste trabalho faz-se a utilização de um plano limite que majora os máximos valores destas correntes. Desde que as correntes estatóricas i_{sq} e i_{sd} estão em quadratura e descrevem uma trajetória circular, pode-se definir que este seja o plano limite para as máximas amplitudes das correntes magnetizantes, já que o módulo destas deve ser inferior ao módulo das correntes estatóricas. Se as correntes estatóricas descrevem uma trajetória circular, consequentemente as correntes magnetizantes também devem descrever uma trajetória circular, e esta deve ser circunscrita aos valores máximos dos módulos das correntes estatóricas. A Figura 103 mostra essa representação, onde é possível verificar que as correntes estatóricas descrevem uma trajetória circular com centro em zero, enquanto as correntes magnetizantes com presença de *offset* descrevem uma trajetória próxima a um círculo com centro diferente de zero e com saturação nos máximos valores de $\sqrt{i_{sq}^2 + i_{sd}^2}$.

A lógica de saturação pode ser implementada a partir da equação (7.23) tanto para a corrente i_{qM} ou i_{dM} , da forma,

$$i_{qM} = \begin{cases} i_{qM}, & \text{se } |i_{qM}| \leq \sqrt{i_{sq}^2 + i_{sd}^2} \\ \frac{i_{qM}}{|i_{qM}|} \sqrt{i_{sq}^2 + i_{sd}^2}, & \text{se } |i_{qM}| > \sqrt{i_{sq}^2 + i_{sd}^2} \end{cases} \quad (7.23)$$

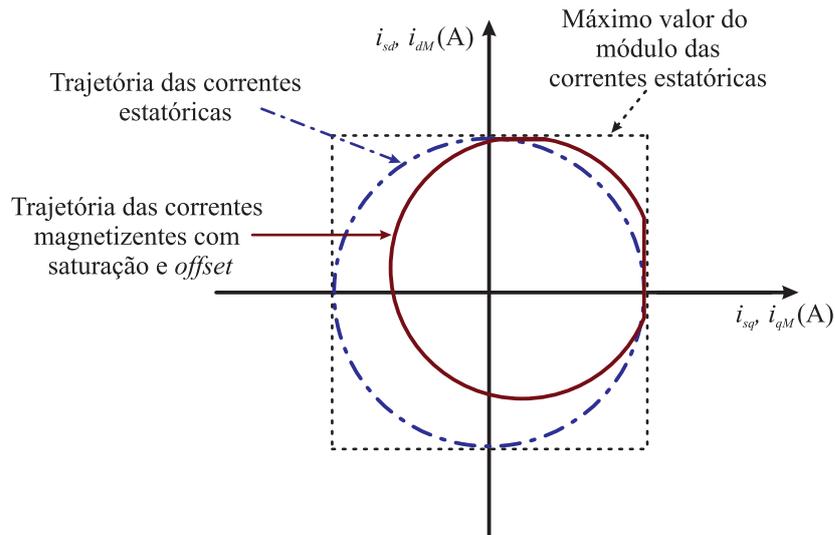


Figura 103: Trajetória das correntes magnetizantes e estatóricas.

Utilizando o algoritmo de saturação apresentado em (7.23) é possível evitar a integração de valores contínuos decorrentes de *offset* e ruídos nas medidas das correntes. A partir disto, a Figura 104 apresenta a resposta de velocidade do método proposto no acionamento *sensorless* de uma máquina de indução trifásica. Verifica-se nesta figura o bom desempenho do método proposto em uma ampla faixa de velocidade com boa estimação de velocidade e bom rastreamento da referência da velocidade rotórica.

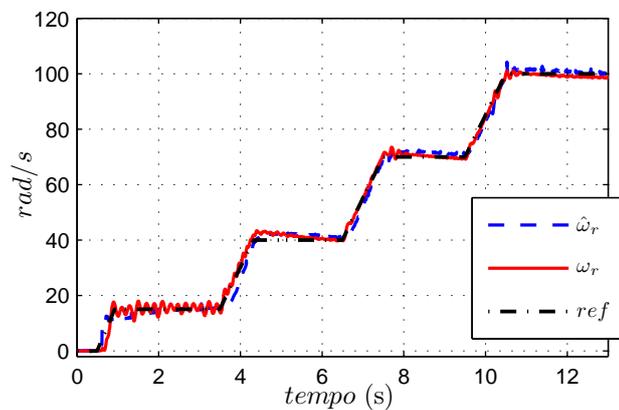


Figura 104: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da *fcem*.

A Figura 105 mostra a estimação das correntes magnetizantes. Nesta figura é possível confirmar a presença de de uma componente CC nas correntes magnetizantes, tanto i_{qM} e i_{dM} , porém verifica-se que a estimativa destas correntes segue a referência. Com a utilização do método de saturação proposto por (7.23) é possível estabilizar o cálculo das correntes magnetizantes numa região limitada pelo módulo das correntes estatóricas.

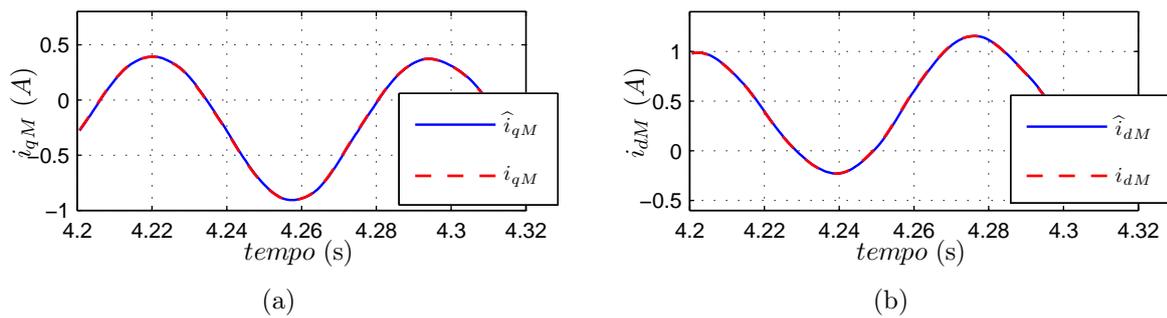


Figura 105: Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM} .

A Figura 106 apresenta um segundo experimento realizado com o método do cálculo da *fcm* e estimação das correntes magnetizantes. Neste ensaio objetiva-se atingir ampla faixa de velocidade, e fazer a reversão de referência. Confirma-se a partir da Figura 106 o bom desempenho do método proposto em todas as faixas de velocidades testadas.

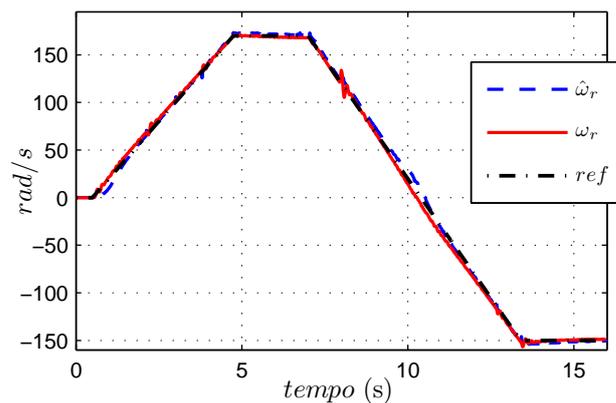


Figura 106: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da *fcm*.

Na Figura 107 são apresentadas as estimativas das correntes magnetizantes para o segundo ensaio utilizando o método da *fcm*, enquanto a Figura 108 ilustra a estimação das variáveis $U_{\alpha\beta}$. Confirma-se experimentalmente a boa estimação das correntes magnetizantes bem como das variáveis $U_{\alpha\beta}$ com a utilização do método proposto.

O terceiro experimento do sistema que utiliza o método da *fcm* é apresentado na Figura 109. Neste experimento faz-se a variação da carga mecânica aplicada ao eixo do motor trifásico. A carga utilizada é um gerador CC quem tem seu enrolamento de campo ligado a uma fonte CC no instante marcado como “carga”, e o enrolamento de armadura é ligado a uma carga resistiva. A partir de 109 verifica-se o bom desempenho do método proposto mesmo quando o sistema é sujeito a distúrbio de carga.

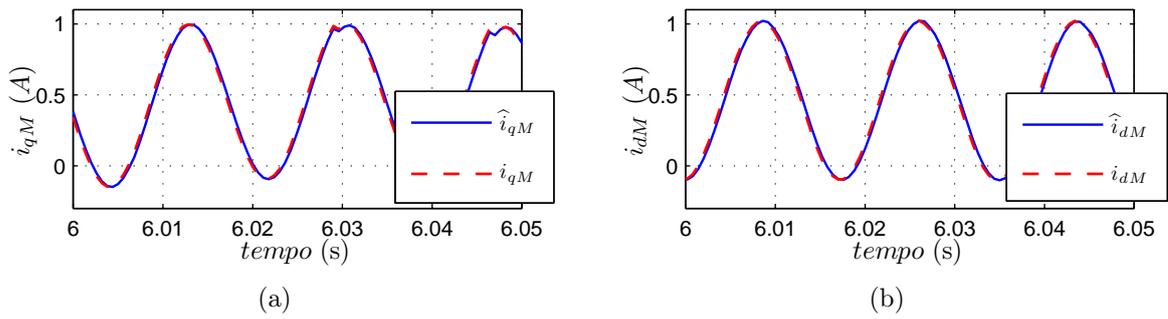


Figura 107: Estimação das correntes magnetizantes. (a) Estimação de i_{qM} . (b) Estimação de i_{dM} .

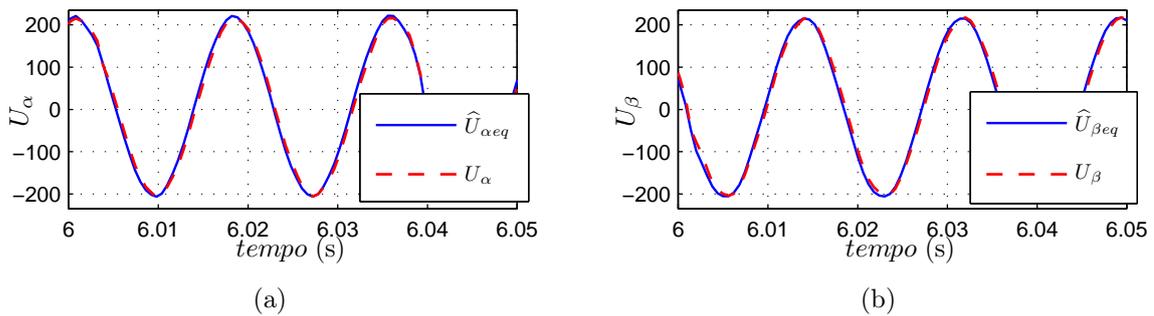


Figura 108: Estimação das variáveis $U_{\alpha\beta}$. (a) U_{α} e $\hat{U}_{\alpha eq}$. (b) $\hat{U}_{\beta eq}$.

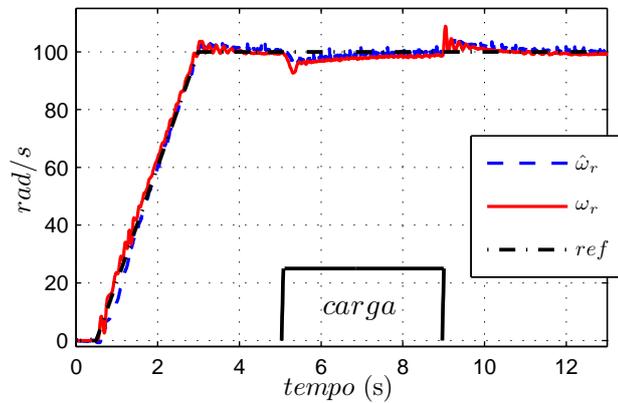


Figura 109: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método da fcm com distúrbio de carga.

A Figura 110 (a) apresenta a corrente drenada pela fase A do motor de indução no terceiro experimento, onde verifica-se o aumento da amplitude da mesma quando a carga é aplicada ao eixo. Na Figura 110 (b) é mostrada a corrente magnetizante i_{qM} deste ensaio, onde se tem um aumento no *offset* que não deteriora a estimação da velocidade rotórica. Os resultados experimentais demonstram que o método proposto é adequado a sistemas *sensorless* incluindo sistemas sujeitos a variação de carga.

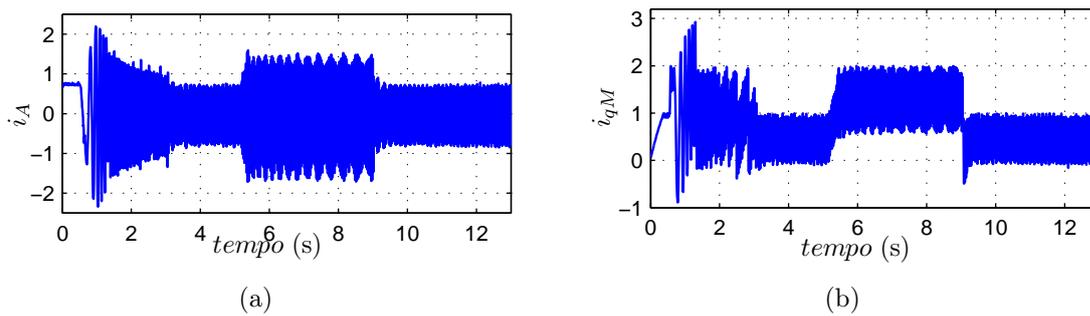


Figura 110: Correntes estática por fase e magnetizante. (a) Corrente de fase drenada pelo motor de indução trifásico. (b) Corrente magnetizante calculada no experimento.

7.5.3 Resultados experimentais utilizando o observador da velocidade rotórica e dos fluxos rotóricos

O terceiro método de estimação por modos deslizantes em tempo discreto apresentado neste trabalho de tese é baseado na estimação dos fluxos rotóricos e da velocidade rotórica a partir de duas superfícies de deslizamento obtidas pelo produto destas variáveis, tal como apresentado na seção 6.5. Tal método foi testado experimentalmente com a utilização de uma máquina de indução trifásica. Novamente faz-se o uso da função sigmóide como função de chaveamento, pois desta forma os ganhos da função de chaveamento variam com a amplitude do erro de estimação. A Figura 111 apresenta a resposta de velocidade do método proposto. Na Figura 111 confirma-se o bom desempenho do método proposto, com boa estimação da velocidade rotórica, bem como bom rastreamento de velocidade de referência. Neste ensaio a máquina foi acionada com carga mecânica conectada ao eixo para que as correntes estáticas tivessem maior amplitude e o efeito de ruídos de medida fosse reduzido.

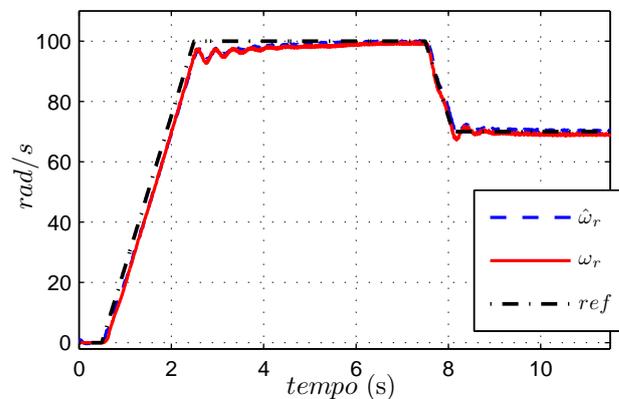


Figura 111: Resposta de velocidade utilizando o observador pelo método do fluxo rotórico e das correntes estáticas.

A Figura 112 apresenta a estimação das correntes estatóricas. Nesta figura é possível conferir que as correntes estimadas têm um comportamento semelhante as correntes medidas no acionamento.

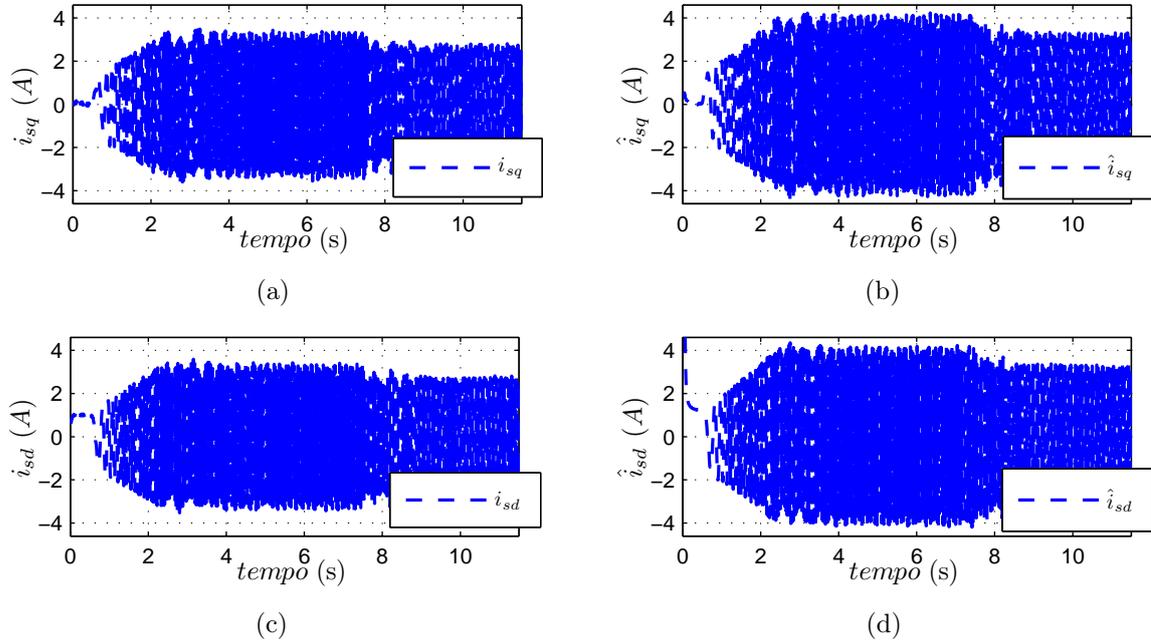


Figura 112: Estimação das correntes estatóricas. (a) i_{sq} . (b) \hat{i}_{sq} . (c) i_{sd} . (d) \hat{i}_{sd}

A Figura 113 apresenta as superfícies de deslizamento do ensaio. Verifica-se que a superfície s_μ mostrada na Figura 113 (a) esta próxima a zero, enquanto a superfície s_n na Figura 113 (b) esta próxima a zero e tem a forma da resposta de velocidade, devido ao produto cruzado dos fluxos rotóricos estimados pelos erros de estimação das correntes estatóricas.

A Figura 114 apresenta a estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos. Nas Figuras 114 (a) e (b) verifica-se a boa correspondência entre as correntes estimadas e medidas. Como a máquina testada é do tipo gaiola de esquilo, não é possível fazer a medição dos fluxos rotóricos.

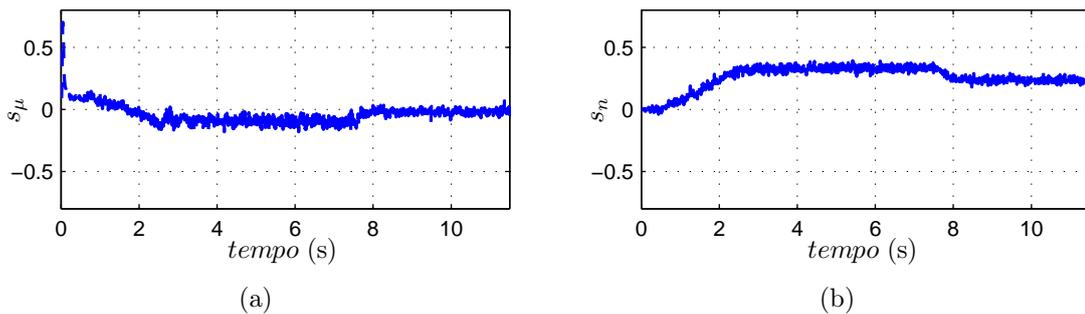


Figura 113: Superfícies de deslizamento. (a) s_μ . (b) s_n

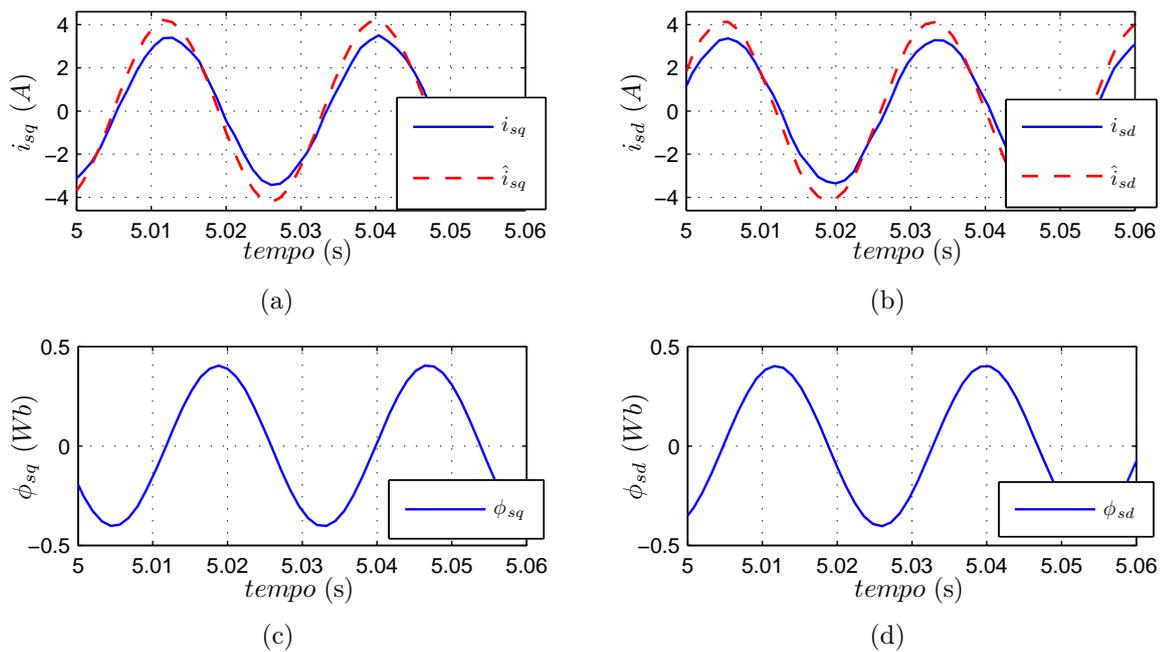


Figura 114: Estimação das correntes estatóricas e fluxos rotóricos. (a) Estimação de i_{sq} . (b) Estimação de i_{sd} . (c) Estimação de ϕ_{sq} . (d) Estimação de ϕ_{sd} .

7.6 Considerações finais

Este capítulo apresentou os resultados experimentais obtidos com os sistemas de controle propostos neste trabalho. Ainda, foi apresentada uma técnica de modulação desenvolvida para o acionamento de máquinas bifásicas através de conversores de três braços.

A técnica de modulação proposta neste trabalho é uma contribuição a aplicações que fazem o acionamento de máquinas ou cargas bifásicas utilizando conversor de três braços. Resultados experimentais foram apresentados para validação da análise teórica, e estes confirmaram o bom desempenho do método de modulação proposto.

Os resultados experimentais do acionamento *sensorless* combinando o estimador MRAS e o esquema de controle RMRAC demonstram o bom desempenho do mesmo, mostrando-se adequado a máquinas de indução bifásicas assimétricas.

Além disso, neste capítulo foram apresentados resultados experimentais e foram realizadas discussões sobre os métodos de estimação de velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto. A partir destes resultados, verifica-se o bom desempenho dos métodos propostos tanto para o controle de máquinas de indução bifásicas assimétricas, como no controle de máquinas de indução trifásicas.

8 CONCLUSÃO

Esta tese apresenta contribuições ao desenvolvimento de técnicas *sensorless* para o acionamento e controle de velocidade de motores de indução. Estas técnicas foram inicialmente desenvolvidas para aplicação em motores de indução bifásicos assimétricos, contudo, também podem ser aplicadas a máquinas polifásicas simétricas. O desenvolvimento dos esquemas de acionamento foi dividido em etapas que permitem a implementação das mesmas organizadas em capítulos como segue.

O primeiro capítulo abordou a motivação para realização do trabalho e o escopo da tese. Foi realizado um levantamento dos trabalhos com temas afins ao acionamento de motores de indução monofásicos, bem como os trabalhos que tratam da determinação dos parâmetros elétricos destas máquinas. Ainda, foram discutidos alguns algoritmos de observação de estados aplicados a máquinas de indução, tanto trifásicas como bifásicas.

No capítulo 2 foi apresentado o modelo matemático do motor de indução bifásico assimétrico, sendo que o desenvolvimento do mesmo é apresentado em detalhes no apêndice A. Além disso, neste capítulo foram apresentados dois métodos de ensaio para obtenção dos parâmetros elétricos de motores de indução bifásicos. O primeiro esquema faz adaptações no método clássico utilizado para estimação de parâmetros de máquinas de indução trifásicas. Resultados experimentais demonstram a eficácia do método. O segundo esquema faz a utilização de um algoritmo RLS. Com o uso da metodologia proposta é possível a determinação de todos os parâmetros elétricos de uma máquina de indução bifásica, inclusive máquinas utilizadas em ambientes herméticos como o caso de compressores de refrigeração. O desenvolvimento do método baseado no uso do algoritmo RLS permite a solução do problema de estimação dos parâmetros para simulação da máquina e para a realização do projeto de controladores. A técnica desenvolvida resultou nas publicações (VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009a; VIEIRA et al., 2010a; AZZOLIN et al., 2010b, 2010a; VIEIRA et al., 2012).

A partir do desenvolvimento do modelo do motor de indução monofásico busca-se desenvolver estratégias de controle aplicadas ao mesmo. No capítulo 3 foi realizado o

desenvolvimento de um modelo adequado para utilização do controle vetorial. Com este desenvolvimento verificou-se o alto acoplamento da máquina de indução monofásica devido a assimetria dos enrolamentos. Ainda verificou-se que esta assimetria resulta em oscilações nas correntes e fluxos, e conseqüentemente resulta em pulsações de torque. O desenvolvimento deste capítulo ilustra a necessidade do projeto de controladores com capacidade de operar na presença de dinâmicas não modeladas e distúrbios de carga.

No desenvolvimento do esquema de controle de velocidade *sensorless* fez-se inicialmente a utilização e adaptação de um algoritmo MRAS baseado no cálculo da potência reativa para estimação da velocidade rotórica da máquina monofásica, tal como apresentado no capítulo 4. O esquema proposto apresentou bom desempenho como podem ser verificados os resultados experimentais apresentados no capítulo 7. O desenvolvimento do mesmo resultou na publicação dos artigos (VIEIRA; GRÜNDLING, 2009, 2008; VIEIRA; AZZOLIN; GRÜNDLING, 2009b).

Além do esquema MRAS, ainda foram propostas e desenvolvidas técnicas de estimação da velocidade rotórica baseadas em algoritmos que se utilizam de observadores por modos deslizantes. Tais técnicas foram desenvolvidas em tempo contínuo e para aplicações em tempo discreto. No capítulo 5 foram apresentados três esquemas para observação da velocidade rotórica em tempo contínuo. Ainda, neste capítulo foram enunciados e provados dois Lemas e três Teoremas para análise da estabilidade e convergência dos mesmos. O primeiro algoritmo proposto para estimação da velocidade rotórica é baseado na estimação das correntes estatóricas. O segundo método foi desenvolvido para a estimação da velocidade rotórica de máquinas de indução bifásicas simétricas a partir do cálculo da força contra-eletromotriz e da estimação das correntes magnetizantes. O terceiro método faz a estimação da velocidade rotórica e dos fluxos rotóricos com base na definição de duas superfícies de deslizamento dependentes dos erros de estimação das correntes estatóricas e dos fluxos rotóricos estimados.

O capítulo 6 apresenta algoritmos de estimação da velocidade rotórica baseados em observadores por modos deslizantes em tempo discreto. Analogamente as técnicas desenvolvidas no capítulo 5, no capítulo 6 foram desenvolvidos algoritmos, bem como a análise de estabilidade e convergência em tempo discreto. A partir da análise dos algoritmos desenvolvidos no capítulo 5 foi possível verificar que as provas de estabilidade desenvolvidas em tempo contínuo não podem ser diretamente estendidas ao caso discreto. Nos casos discretos as condições para existência das superfícies de deslizamento são diferentes das condições do caso contínuo. Além disso, fica evidenciado que para aplicações em tempo discreto os limites dos ganhos que garantem a estabilidade do observador estão associados

ao tempo de discretização. As contribuições apresentadas na seção 6.3 foram publicadas em (VIEIRA et al., 2011, 2011a). Este método apresentou boa capacidade de estimação da velocidade rotórica em todas as faixas testadas, desde velocidade nula até a velocidade nominal. Já na seção 6.4 a contribuição esta associada ao algoritmo *sensorless* baseado na observação por modos deslizantes das correntes magnetizantes e no cálculo da força contra-eletromotriz. O método baseado no cálculo da *f_{cem}* demonstrou ser adequado a sistemas de controle de velocidade *sensorless* com boa capacidade de estimação da velocidade rotórica até mesmo quando esta sujeito a distúrbios de carga. Verificou-se uma limitação deste método devido a integração das variáveis. Porém, tal limitação pode ser compensada pelo uso de filtros, ou pela definição de limites para a integração dessas variáveis. Uma contribuição a estimação da velocidade e dos fluxos rotóricos é apresentada na seção 6.5 as quais estão baseadas em observadores por modos deslizantes em tempo discreto. Este algoritmo apresentou bom desempenho na estimação da velocidade rotórica, bem como na estimação dos fluxos rotóricos, como foi validado na seção de resultados de simulação. Nesta seção, foram também enunciados e provados dois Lemas e três Teoremas onde são analisadas a estabilidade e a convergência dos algoritmos, em tempo discreto, propostos. Na seção 6.6 são apresentadas considerações práticas para a implementação dos algoritmos desenvolvidos, tais como: a utilização da função sigmóide e a utilização do ganho de chaveamento adaptativo. Com a utilização da função sigmóide ou ganho de chaveamento adaptativo é possível ter uma melhoria no desempenho dos métodos de estimação propostos, principalmente na redução de *chattering* e conseqüente redução nas oscilações das correntes estatóricas e velocidade rotórica estimadas.

Todos os algoritmos de estimação da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto tiveram validação experimental confirmada no capítulo 7. Além disso, neste capítulo foram apresentados resultados experimentais referentes ao estimador de velocidade MRAS aplicado ao motor de indução monofásico, bem como foram apresentados resultados experimentais dos controladores de velocidade apresentados no apêndice B. Ainda, no capítulo 7 foi apresentado o desenvolvimento de uma técnica de modulação geométrica para o acionamento de máquinas bifásicas utilizando inversor de três braços. Os resultados da técnica proposta foram publicados em (VIEIRA et al., 2010, 2010b, 2012). Esta técnica proposta é uma contribuição a aplicações que fazem o acionamento de máquinas ou cargas bifásicas utilizando conversor de três braços. Resultados experimentais foram apresentados para validação da análise teórica, e estes confirmaram o bom desempenho do método proposto.

O controle da velocidade rotórica é tratado no apêndice B. Neste apêndice são apresen-

tados dois controladores que podem ser utilizados para o controle de velocidade de um motor de indução monofásico, ou outras máquinas de indução. Inicialmente, é ilustrado o projeto de um controlador do tipo Proporcional-Integral, o qual caracteriza-se pela sua simplicidade de implementação, porém suas características de desempenho estão altamente relacionadas ao conhecimento dos parâmetros da planta objeto de controle. Além disso, neste trabalho fez-se a proposta de utilização de um controlador adaptativo (RMRAC) aplicado ao controle de velocidade de uma máquina de indução monofásica. O controlador RMRAC é caracterizado pela robustez a presença de dinâmicas não-modeladas e distúrbios de carga, características desejadas a controladores de velocidade aplicados a máquinas de indução. Resultados experimentais dos algoritmos desenvolvidos são apresentados no capítulo 7.

As principais contribuições desta tese podem ser citadas como segue:

- Apresentação de um método de ensaio clássico para determinação dos parâmetros elétricos de motores de indução bifásicos;
- Desenvolvimento de um método para identificação de um conjunto de parâmetros elétricos do motor de indução monofásico a partir do algoritmo RLS;
- Apresentação de um modelo para aplicação das técnicas vetoriais considerando as assimetrias da máquina de indução bifásica;
- Extensão do estimador de velocidade MRAS a partir do cálculo da potência reativa para aplicação em máquinas de indução bifásicas assimétricas;
- Enunciados e provas de quatro Lemas e seis Teoremas para a análise da estabilidade e convergência de seis algoritmos para estimação da velocidade rotórica, sendo três no domínio de tempo contínuo e três no domínio de tempo discreto;
- Proposta de uma técnica de modulação geométrica aplicada ao acionamento de cargas bifásicas a partir de um inversor de três braços;

Além das contribuições acima, sob o ponto de vista de engenharia pode-se citar:

- Aplicação de um controlador RMRAC ao controle de velocidade de um motor de indução monofásico, vide apêndice B;

8.1 Sugestões de trabalhos futuros

Entre as perspectivas de trabalhos futuros que podem ser investigados a partir do desenvolvimento desta tese pode-se citar:

- O desenvolvimento de métodos de identificação *on-line* de parâmetros de máquinas de indução bifásicas assimétricas;

- Desenvolvimento de observadores para compensação das variáveis decorrentes da assimetria da máquina de indução bifásica assimétrica. O capítulo 3 mostrou a presença de termos associados a assimetria da máquina, onde os mesmos dependem de estados desta. A observação destas variáveis permite a compensação direta delas, e isto viabiliza a redução das oscilações nas correntes estatóricas em um referencial síncrono, e como consequência direta, deve reduzir as pulsações de torque características das máquinas bifásicas assimétricas, melhorando a utilização do controle vetorial na mesma;

- Desenvolvimento de controladores de corrente e da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto. O capítulo 6 apresentou dois Lemas e três Teoremas de algoritmos que fazem a estimação da velocidade rotórica em máquinas de indução bifásicas simétricas e assimétricas. Tais algoritmos apresentaram bons resultados em uma ampla faixa de velocidade. A partir dos mesmos podem ser investigados controladores de corrente e velocidade por modos deslizantes em tempo discreto aplicados a máquinas de indução;

- A utilização de um método combinado para estimação da velocidade rotórica de máquinas de indução a partir de um esquema MRAS em conjunto com um esquema por modos deslizantes em tempo discreto. Com isto, as características de robustez dos métodos por modos deslizantes podem ser incorporadas aos esquemas MRAS;

- Adequação dos métodos desenvolvidos neste trabalho a outras máquinas elétricas, tal como máquinas de indução pentafásicas, máquinas síncronas de ímãs permanentes ou máquinas CC sem escovas;

- Projeto dos ganhos ótimos dos observadores da velocidade rotórica por modos deslizantes em tempo discreto apresentados no capítulo 6 a partir de condições de desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequality - LMI*);

REFERÊNCIAS

- AKIN, B. et al. Simple derivative-free nonlinear state observer for sensorless AC drives. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 11, n. 5, p. 634 –643, oct. 2006. ISSN 1083-4435.
- AMIN, A. et al. Efficiency optimization of two-asymmetrical-winding induction motor based on swarm intelligence. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 24, n. 1, p. 12 –20, march 2009. ISSN 0885-8969.
- AZZOLIN, R. Z.; GRÜNDLING, H. A. A MRAC parameter identification algorithm for three-phase induction motors. In: *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC '09*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 273 –278.
- AZZOLIN, R. Z. et al. Parameter estimator of an induction motor at standstill. *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP - 2007*, p. 152 –157, 2007.
- AZZOLIN, R. Z. et al. Algoritmo RMRAC aplicado na identificação dos parâmetros elétricos de motores de indução monofásicos. In: *Congresso Brasileiro de Automática - CBA - 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- AZZOLIN, R. Z. et al. A RMRAC parameter identification algorithm applied to SPIM. In: *International Conference on Electrical Machines, 2010. ICEM 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- BA-THUNYA, A. et al. Single phase induction motor drives-a literature survey. *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001.*, p. 911–916, 2001.
- BAKAKIN, A. V.; TARAN, V. A. Digital equipments used in control systems of variable structure. In: *Proc. of Automatic Control and Components of Computers*. [S.l.: s.n.], 1967, (in Russian). p. 30–39.
- BARTOSZEWICZ, A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 45, n. 4, p. 633 –637, ago. 1998. ISSN 0278-0046.
- BARUT, M.; BOGOSYAN, S.; GOKASAN, M. Speed-sensorless estimation for induction motors using extended kalman filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 54, n. 1, p. 272 –280, feb. 2007. ISSN 0278-0046.
- BENEDICT, E.; LIPO, T. Improved PWM modulation for a permanent-split capacitor motor. In: *IEEE Industry Applications Conference*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 2004 –2010 vol.3.
- BLAABJERG, F. et al. Comparison of variable speed drives for single-phase induction motors. *Proceedings of the Power Conversion Conference, 2002*, v. 3, p. 1328–1333 vol.3, 2002.

- BLAABJERG, F. et al. Two-phase induction motor drives. *IEEE Industry Applications Magazine*, v. 10, n. 4, p. 24–32, July-Aug. 2004. ISSN 1077-2618.
- BLASCHKE, F. The principle of field-orientation as applied to the new transvector close-loop control system for rotating machine. *Siemens Review XXXIX*, p. 217 – 220, 1972.
- BUJA, G.; CASADEI, D.; SERRA, G. DTC-based strategies for induction motor drives. In: *International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON 97*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 4, p. 1506 –1516 vol.4.
- BUJA, G.; KAZMIERKOWSKI, M. Direct torque control of PWM inverter-fed AC motors - a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 51, n. 4, p. 744 – 757, aug. 2004. ISSN 0278-0046.
- CÂMARA, H. T. *Uma Contribuição ao Controle de Motores de Indução Trifásicos sem o Uso de Sensores Mecânicos*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.
- CÂMARA, H. T. et al. Low-cost sensorless induction motor speed control. In: *IEEE 32nd Annual Conference on Industrial Electronics, IECON 2006*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1200 –1205. ISSN 1553-572X.
- CAMPOS, R. de F. et al. SVPWM-DTC strategy for single-phase induction motor control. In: *IEEE International Electric Machines Drives Conference, 2007. IEMDC '07*. [S.l.: s.n.], 2007. v. 2, p. 1220 –1225.
- CARDENAS, R. et al. MRAS observers for sensorless control of doubly-fed induction generators. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 23, n. 3, p. 1075 –1084, may 2008. ISSN 0885-8993.
- CECATI, C. et al. A two-phase induction motor back-to-back drive. *IEEE 32nd Annual Conference on Industrial Electronics, IECON 2006*, p. 1394–1399, Nov. 2006. ISSN 1553-572X.
- CHARUMIT, C.; KINNARES, V. Carrier-based unbalanced phase voltage space vector PWM strategy for asymmetrical parameter type two-phase induction motor drives. *Electric Power Systems Research*, v. 79, n. 7, p. 1127 – 1135, 2009. ISSN 0378-7796.
- CHI, S.; ZHANG, Z.; XU, L. Sliding-mode sensorless control of direct-drive pm synchronous motors for washing machine applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 45, n. 2, p. 582 –590, march-april 2009. ISSN 0093-9994.
- CHIASSON, J. *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press; 1 edition, 2005. ISBN 978-0471684497.
- CHOMAT, M.; LIPO, T. Adjustable-speed single-phase IM drive with reduced number of switches. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 3, p. 819–825, May-June 2003. ISSN 0093-9994.
- CIRRINCIONE, M.; PUCCI, M. An MRAS-based sensorless high-performance induction motor drive with a predictive adaptive model. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 52, n. 2, p. 532 – 551, april 2005. ISSN 0278-0046.

- COLLINS E.R., J.; PUTTGEN, H.; SAYLE W.E., I. Single-phase induction motor adjustable speed drive: direct phase angle control of the auxiliary winding supply. *Industry Applications Society Annual Meeting, 1988., Conference Record of the 1988 IEEE*, p. 246–252 vol.1, Oct 1988.
- COMANESCU, M. An induction-motor speed estimator based on integral sliding-mode current control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3414–3423, sept. 2009. ISSN 0278-0046.
- COMANESCU, M.; XU, L. Sliding-mode MRAS speed estimators for sensorless vector control of induction machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 146 – 153, feb. 2005. ISSN 0278-0046.
- CORRÊA, M. et al. Sensorless control strategies for single-phase induction motor drive system. *IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05.*, p. 707–713, Sept. 2005.
- CORRÊA, M. et al. Sensorless IFOC for single-phase induction motor drive system. In: *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 162–166.
- CORRÊA, M. de R. et al. Rotor-flux-oriented control of a single-phase induction motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 4, p. 832–841, Aug 2000. ISSN 0278-0046.
- CORRÊA, M. de R. et al. Vector control strategies for single-phase induction motor drive systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 51, n. 5, p. 1073–1080, Oct. 2004. ISSN 0278-0046.
- CORRÊA, M. R. Controle por orientação pelo campo de uma máquina de indução monofásica. *4º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP*, 1997.
- CUI, Y.; BLAABJERG, F.; ANDERSEN, G. An asymmetrical space vector method for single phase induction motor. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2002. ISIE 2002.*, v. 4, p. 1276–1278 vol.4, 2002.
- DELLA FLORA, L. *Controle de Aceleração de uma Máquina de Vibração Eletrodinâmica*. 2005. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria - RS, 2005.
- DEPENBROCK, M. Direct self-control (dsc) of inverter-fed induction machine. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 3, n. 4, p. 420–429, Oct 1988. ISSN 0885-8993.
- DERDIYOK, A. Simple method for speed and rotor resistance estimation of induction machines. *IEE - Electric Power Applications*, v. 150, n. 3, p. 289 – 294, may 2003. ISSN 1350-2352.
- DERDIYOK, A. Speed-sensorless control of induction motor using a continuous control approach of sliding-mode and flux observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 52, n. 4, p. 1170 – 1176, aug. 2005. ISSN 0278-0046.

- DERDIYOK, A. et al. A sliding mode speed and rotor time constant observer for induction machines. In: *Annual Conference of the Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01*. [S.l.: s.n.], 2001.
- DONLON, J. et al. Power modules for appliance motor control. *IEEE Industry Applications Magazine*, v. 8, n. 4, p. 26–34, Jul/Aug 2002. ISSN 1077-2618.
- DOTE, Y.; HOFT, R. G. Microprocessor based sliding mode controller for dc motor drives. *IEEE IAS Conference Record, Cincinnati, U.S.A.*, p. 641–645, 1980.
- FERREIRA, S. B. *Estudo e Avaliação do Desempenho de Estratégias de Controle Direto do Torque em Máquinas de Indução*. 2004. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2004.
- FINCH, J.; GIAOURIS, D. Controlled AC electrical drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 2, p. 481–491, 2008. ISSN 0278-0046.
- FODOR, D.; KATONA, Z.; SZESZTAY, E. Field-oriented control of induction motors using DSP. *Computing e Control Engineering*.
- FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, v. 14, p. 145–152, 1990.
- GADOUE, S.; GIAOURIS, D.; FINCH, J. MRAS sensorless vector control of an induction motor using new sliding-mode and fuzzy-logic adaptation mechanisms. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 25, n. 2, p. 394–402, June 2010. ISSN 0885-8969.
- GAO, W.; WANG, Y.; HOMAIFA, A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 42, n. 2, p. 117–122, abr. 1995. ISSN 0278-0046.
- GARCIA, A. G. P. Mestrado em Planejamento Energético, *Impacto da Lei de Eficiência Energética para Motores Elétricos no Potencial de Conservação de Energia na Indústria*. Rio de Janeiro, RJ: [s.n.], 2003.
- GASTALDINI, C. C. et al. *Feedback Linearization of Speed-Sensorless Induction Motor Control with Torque Compensation, Electric Machines and Drives, Miroslav Chomat (Ed.)*. [S.l.]: InTech, 2011. 97–112 p. ISBN 978-953-307-548-8.
- GASTALDINI, C. C. et al. An adaptive feedback linearization control for induction motor. In: *International Conference on Electrical Machines, 2010. ICEM 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- GHANES, M.; ZHENG, G. On sensorless induction motor drives: Sliding-mode observer and output feedback controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3404–3413, sept. 2009. ISSN 0278-0046.
- GRÜNDLING, H. A. *Controle Adaptativo Robusto por Modelo de Referência*. 1995. Tese (Doutorado em Ciências) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1995.
- GUERREIRO, M.; FOITO, D.; CORDEIRO, A. A speed controller for a two-winding induction motor based on diametrical inversion. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 1, p. 449–456, Jan. 2010. ISSN 0278-0046.

- HE, Y. et al. Parameter identification of an induction machine at standstill using the vector constructing method. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 27, n. 2, p. 905–915, feb. 2012. ISSN 0885-8993.
- HEMERLY, E. M. *Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos*. 2nd. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 2000.
- HOLMES, D.; KOTSOPOULOS, A. Variable speed control of single and two phase induction motors using a three phase voltage source inverter. *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993.*, p. 613–620 vol.1, Oct 1993.
- HOLMES, D. G.; LIPO, T. A. *Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice*. [S.l.]: Wiley Interscience, IEEE Press, 2003. ISBN 978-0-471-20814-3.
- HOLTZ, J. Sensorless speed and position control of induction motors - tutorial. In: *27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON*. [S.l.: s.n.], 2001.
- HOLTZ, J. Sensorless control of induction motor drives. *Proceedings of the IEEE*, v. 90, n. 8, p. 1359–1394, Aug 2002. ISSN 0018-9219.
- HOLTZ, J. Sensorless control of induction machines: With or without signal injection? *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 7 – 30, feb. 2005. ISSN 0278-0046.
- HRABOVCOVA, V. et al. Determination of single phase induction motor parameters. In: *International Symposium on Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 287 –292.
- HUANG, H.; FUCHS, E.; WHITE, J. Optimal placement of the run capacitor in single-phase induction motor designs. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 3, n. 3, p. 647 –652, sep 1988. ISSN 0885-8969.
- HUANG, H.; FUCHS, E.; WHITE, J. Optimization of single-phase induction motor design. II. The maximum efficiency and minimum cost of an optimal design. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, v. 3, n. 2, p. 357–366, Jun 1988. ISSN 1558-0059.
- HUNG, J.; GAO, W.; HUNG, J. Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 1, p. 2 –22, feb 1993. ISSN 0278-0046.
- IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. A robust direct adaptive controller. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 31, n. 11, p. 1033–1043, Nov 1986. ISSN 0018-9286.
- JABBAR, M.; KHAMBADKONE, A.; YANFENG, Z. Space-vector modulation in a two-phase induction motor drive for constant-power operation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 51, n. 5, p. 1081–1088, Oct. 2004. ISSN 0278-0046.
- JACOBINA, C. et al. A simple indirect field oriented control of induction machines without speed measurement. *IEEE Industry Applications Conference, 2000.*, v. 3, p. 1809–1813 vol.3, 2000.
- JANG, D.-H. PWM methods for two-phase inverters. *IEEE Industry Applications Magazine*, v. 13, n. 2, p. 50–61, March-April 2007. ISSN 1077-2618.

- JANG, D.-H.; YOON, D.-Y. Space-vector PWM technique for two-phase inverter-fed two-phase induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 2, p. 542–549, Mar/Apr 2003. ISSN 0093-9994.
- JEMLI, M. et al. Sensorless indirect stator field orientation speed control for single-phase induction motor drive. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 24, n. 6, p. 1618–1627, June 2009. ISSN 0885-8993.
- JEMLI, M.; AZZA, H. B.; GOSSA, M. Real-time implementation of IRFOC for single-phase induction motor drive using dspace ds 1104 control board. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 17, n. 6, p. 1071 – 1080, 2009. ISSN 1569-190X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6X3C-4VXB72M-2/2/91ac0497b1cb5b5b8de93c4f934128bc>>.
- JIMOH, A.; OMOZUSI, O.; OJO, O. Parameter estimation of single-phase induction machines. *International Conference Electric Machines and Drives, 1999. IEMD '99*, p. 326–328, May 1999.
- JUNG, S.-L.; TZOU, Y.-Y. Discrete sliding-mode control of a PWM inverter for sinusoidal output waveform synthesis with optimal sliding curve. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 11, n. 4, p. 567 –577, jul. 1996. ISSN 0885-8993.
- KIM, H.; SON, J.; LEE, J. A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 58, n. 9, p. 4069 –4077, sept. 2011. ISSN 0278-0046.
- KIM, Y.-R.; SUL, S.-K.; PARK, M.-H. Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 5, p. 1225 –1233, sep/oct 1994. ISSN 0093-9994.
- KOSOW, I. L. *Máquinas Elétricas e Transformadores*. 14. ed. [S.l.]: Globo, 2000.
- KOTTA, U.; SARPTURK, S.; ISTEфанOPULOS, Y. Comments on ‘on the stability of discrete-time sliding mode control systems’. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 34, n. 9, p. 1021 –1022, sep 1989. ISSN 0018-9286.
- KOUBAA, Y. Recursive identification of induction motor parameter. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 12, n. 5, p. 368–381, Aug 2004.
- KRAUSE, P. C.; WASYN CZUK, O.; SUDHOFF, S. D. *Analysis of Electric Machinery*. 2. ed. [S.l.]: Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995.
- LAI, Y.-S.; CHEN, J.-H. A new approach to direct torque control of induction motor drives for constant inverter switching frequency and torque ripple reduction. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, v. 16, n. 3, p. 220 –227, sep 2001. ISSN 0885-8969.
- LANDAU, I. D.; LOZANO, R.; M’SAAD, M. *Adaptive Control*. 1rd. ed. London: Springer, 1998. ISBN 3540-76-187x.
- LASCU, C.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. Comparative study of adaptive and inherently sensorless observers for variable-speed induction-motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 57 – 65, feb. 2005. ISSN 0278-0046.

- LASCU, C.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. A class of speed-sensorless sliding-mode observers for high-performance induction motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3394–3403, sept. 2009. ISSN 0278-0046.
- LEONHARD, W. *Control of Electrical Drives*. 2. ed. [S.l.]: Springer, 1997.
- LIPO, T. A.; CHANG, K. C. A new approach to flux and torque-sensing in induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22, n. 4, p. 731–737, July 1986. ISSN 0093-9994.
- LIU, T.-H.; WANG, P.-C. Implementation of a single phase induction motor control on a dsp based system. *25th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC '94*, p. 514–521 vol.1, Jun 1994.
- LOZANO-LEAL, R.; COLLADO, J.; MONDIE, S. Model reference robust adaptive control without a priori knowledge of the high frequency gain. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 35, n. 1, p. 71–78, jan 1990. ISSN 0018-9286.
- LOZANO-LEAL, R.; COLLADO, J.; MONDLE, S. Model reference robust adaptive control without a priori knowledge of the high frequency gain. In: *American Control Conference, 1988*. [S.l.: s.n.], 1988. p. 754–759.
- MARTINS, D. C. et al. Acionamento do motor de indução bifásico simétrico empregando modulação vetorial. *Sba Controle & Automação*, v. 17, n. 3, p. 356–363, 2006.
- MARTINS, O.; CÂMARA, H.; GRÜNDLING, H. Comparison between MRLS and MRAS applied to a speed sensorless induction motor drive. *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, p. 1–6, June 2006. ISSN 0275-9306.
- MARTINS, O. S. *Comparação de Técnicas de Controle de Velocidade Sensorless aplicadas a Motores de Indução em Plataforma DSP*. 2006. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.
- MCPHERSON, G.; LARAMORE, R. D. *An Introduction to Eletrical Machines and Transformers*. 2. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1990.
- MIDDLETON, R. H.; GOODWIN, G. C. *Digital Control and Estimation: A Unified Approach*. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1990. ISBN 0132116650.
- MILOSAVLJEVIC, C. General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. *Automatic Remote Control*, v. 46, p. 307–314, 1985.
- MONSEES, G.; SCHERPEN, J. Adaptive switching gain for a discrete-time sliding mode controller. In: *Proceedings of the American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 1639–1643 vol.3.
- MONTANARI, M.; PERESADA, S.; TILLI, A. Sensorless indirect field oriented control of induction motor via adaptive speed observer. In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 6, p. 4675–4680 vol.6. ISSN 0743-1619.
- MULJADI, E. et al. Adjustable AC capacitor for a single-phase induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 29, n. 3, p. 479–485, May/June 1993. ISSN 0093-9994.

- MYERS, M.; BODSON, M.; KHAN, F. Determination of the parameters of non-symmetric induction machines. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1028 –1033. ISSN 1048-2334.
- NABAE, A. et al. An approach to flux control of induction motors operated with variable-frequency power supply. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-16, n. 3, p. 342–350, May 1980. ISSN 0093-9994.
- NEVES, F. et al. Single-phase induction motor drives with direct torque control. *28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, IECON 02*, v. 1, p. 241–246 vol.1, Nov. 2002.
- OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. 2. ed. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1995.
- OJO, O.; OMOZUSI, O. Parameter estimation of single-phase induction machines. *IEEE Industry Applications Conference, 2001*, v. 4, p. 2280–2287 vol.4, Sep-4 Oct 2001.
- ONG, C.-M. *Dynamic Simulation of Electric Machinery*. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1998.
- ORLOWSKA-KOWALSKA, T.; DYBKOWSKI, M. Stator-current-based MRAS estimator for a wide range speed-sensorless induction-motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 4, p. 1296 –1308, april 2010. ISSN 0278-0046.
- ORLOWSKA-KOWALSKA, T.; DYBKOWSKI, M.; SZABAT, K. Adaptive sliding-mode neuro-fuzzy control of the two-mass induction motor drive without mechanical sensors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 2, p. 553 –564, feb. 2010. ISSN 0278-0046.
- PENG, F.-Z.; FUKAO, T. Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 5, p. 1234–1240, Sep/Oct 1994. ISSN 0093-9994.
- PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J.-P. *Sliding Mode Control in Engineering*. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2002.
- POPESCU, M.; IONEL, D.; DORRELL, D. Vector control of unsymmetrical two-phase induction machines. In: *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC 2001*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 95 –101.
- QUANG, N. P.; DITTRICH, J.-A. *Vector Control of Three-Phase AC Machines: System Development in the Practice*. [S.l.]: Springer, 2008. ISBN 978-3540790280.
- RAHMAN, M.; ZHONG, L. A variable speed single-phase induction motor drive using a smart power module. *Sixth International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, 1996.*, p. 407–412, Sept. 1996. ISSN 0537-9989.
- RAJAEI, A. et al. Single-phase induction motor drive system using z-source inverter. *IET Electric Power Applications*, v. 4, n. 1, p. 17 –25, January 2010. ISSN 1751-8660.
- RAO, S.; BUSS, M.; UTKIN, V. Simultaneous state and parameter estimation in induction motors using first- and second-order sliding modes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3369 –3376, sept. 2009. ISSN 0278-0046.

- RASHED, M.; STRONACH, A. A stable back-EMF MRAS-based sensorless low-speed induction motor drive insensitive to stator resistance variation. *IEE Proceedings Electric Power Applications*, v. 151, n. 6, p. 685 – 693, nov. 2004. ISSN 1350-2352.
- RIBEIRO, L. A. S.; JACOBINA, C. B.; LIMA, A. M. N. Dynamic estimation of the induction machine parameters and speed. *26th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC '95.*, v. 2, p. 1281–1287 vol.2, Jun 1995.
- ROCHA, R. et al. Estratégia de controle para acionamento a velocidade variável para motores monofásicos com operação otimizada. *4º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP*, 1997.
- SABANOVIC, A. Sliding modes in power electronics and motion control systems. In: *29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON '03*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, p. 997 – 1002 vol.1.
- SABANOVIC, A.; FRIDMAN, L. M.; SPURGEON, S. *Variable Structure Systems from the Principles to Implementation*. 1. ed. [S.l.]: The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- SABANOVIC, A.; IZOSIMOV, D. B. Application of sliding modes to induction motor control. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-17, n. 1, p. 41 –49, jan. 1981. ISSN 0093-9994.
- SALVADORI, F.; LEANDRO, G. V.; JACOBINA, C. B. Controle de velocidade sem sensor mecânico de uma máquina assíncrona utilizando a estratégia de controle dtc. *Eletrônica de Potência (Florianópolis)*, v. 1, p. 57 – 63, 2003.
- SANDABANOVIC, A. Variable structure systems with sliding modes in motion control - a survey. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, v. 7, n. 2, p. 212 –223, may 2011. ISSN 1551-3203.
- SANTOS, E. dos et al. Generalized topologies of multiple single-phase motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 25, n. 1, p. 90 –99, march 2010. ISSN 0885-8969.
- SARPTURK, S.; ISTEфанOPULOS, Y.; KAYNAK, O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 32, n. 10, p. 930 – 932, out. 1987. ISSN 0018-9286.
- SCHAUDER, C. Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 28, n. 5, p. 1054–1061, Sep/Oct 1992. ISSN 0093-9994.
- SIRA-RAMIREZ, H. Non-linear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode. *Int. J. Control*, v. 54, n. 5, p. 1171–1187, 1991.
- TAKAHASHI, I.; NOGUCHI, T. A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22, n. 5, p. 820–827, Sept. 1986. ISSN 0093-9994.
- Texas Instruments Inc. *TMS320F2810, TMS320F2811, TMS320F2812, TMS320C2810, TMS320C2811, TMS320C2812 - Digital Signal Processors Data Manual*. [S.l.], Abril 2001 – Revisão de 2004.

- Texas Instruments Inc. *IQmath Library - A Virtual Floating Point Engine*. [S.l.], Junho 2002.
- TOLIYAT, H.; LEVI, E.; RAINA, M. A review of RFO induction motor parameter estimation techniques. *IEEE transactions on Energy conversion*, v. 18, n. 2, p. 271–283, June 2003. ISSN 0885-8969.
- TRAORE, D. et al. Sensorless induction motor: High-order sliding-mode controller and adaptive interconnected observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 11, p. 3818–3827, nov. 2008. ISSN 0278-0046.
- UTKIN, V. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 22, n. 2, p. 212–222, apr 1977. ISSN 0018-9286.
- UTKIN, V. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 1, p. 23–36, feb 1993. ISSN 0278-0046.
- UTKIN, V. I. *Sliding Modes in Control and Optimization Systems*. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 1992.
- UTKIN, V. I.; GULDNER, J.; SHI, J. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. 1. ed. [S.l.]: Taylor & Francis, 1999.
- VAEZ-ZADEH, S.; HAROONI, S. Decoupling vector control of single phase induction motor drives. *Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05*, p. 733–738, 2005.
- VAEZ-ZADEH, S.; PAYMAN, A. Sensorless performance optimization of single-phase induction motors. In: *Conference on Power Electronics and Drive Systems, PEDS 2003*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, p. 417–422 Vol.1.
- VAEZ-ZADEH, S.; REICY, S. Sensorless vector control of single-phase induction motor drives. *Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005*, v. 3, p. 1838–1842 Vol. 3, Sept. 2005.
- VAS, P. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. [S.l.]: Oxford Univ. Press, 1998.
- VELEZ-REYES, M.; MINAMI, K.; VERGHESE, G. Recursive speed and parameter estimation for induction machines. *Conference Record of the Industry Applications Society Annual Meeting, 1989.*, p. 607–611 vol.1, Oct 1989.
- VELUVOLU, K.; SOH, Y. C. Discrete-time sliding-mode state and unknown input estimations for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3443–3452, 2009. ISSN 0278-0046.
- VESELIC, B.; PERUNICIC-DRAZENOVIC, B.; MILOSAVLJEVIC, C. Improved discrete-time sliding-mode position control using euler velocity estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 11, p. 3840–3847, nov. 2010. ISSN 0278-0046.
- VIEIRA, R. et al. Discrete-time sliding mode speed observer for induction machine drives. In: *Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 213–218. ISSN 2175-8603.

- VIEIRA, R. P. *Servocontrole de Velocidade Aplicado a Motores de Indução Monofásicos sem Sensores Mecânicos*. 2008. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria - RS, 2008.
- VIEIRA, R. P. et al. Electrical parameters identification of hermetic refrigeration compressors with single-phase induction machines using RLS algorithm. In: *International Conference on Electrical Machines, 2010. ICEM 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- VIEIRA, R. P. et al. Simple PWM approach for modulation of three-leg inverters driving two-phase symmetrical and asymmetrical machines. In: *International Conference on Electrical Machines, 2010. ICEM 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- VIEIRA, R. P. et al. *Electrical Parameter Identification of Single-Phase Induction Motor by RLS Algorithm, Induction Motor, Rui Araujo (Ed.)*. [S.l.]: InTech, 2012. ISBN 979-953-307-716-0.
- VIEIRA, R. P.; AZZOLIN, R. Z.; GRÜNDLING, H. A. Parameter identification of a single-phase induction motor using RLS algorithm. In: *Brazilian Power Electronics Conference, 2009. COBEP '09*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 517 –523. ISSN 2175-8603.
- VIEIRA, R. P.; AZZOLIN, R. Z.; GRÜNDLING, H. A. A sensorless single-phase induction motor drive with a MRAC controller. In: *35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1003 –1008. ISSN 1553-572X.
- VIEIRA, R. P. et al. Uma abordagem geométrica para modulação de conversores três braços acionando máquinas de duas fases simétricas e assimétricas. In: *Congresso Brasileiro de Automática - CBA - 2010*. [S.l.: s.n.], 2010.
- VIEIRA, R. P. et al. Discrete-time sliding mode approach for speed estimation of symmetrical and asymmetrical induction machines. In: *37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.: s.n.], 2011a. p. 1819 –1824. ISSN 1553-572X.
- VIEIRA, R. P. et al. Abordagem geométrica para modulação de conversores três braços no acionamento de máquinas de indução bifásicas simétricas e assimétricas. *Sba Controle & Automação*, v. 23, n. 1, p. 14–24, 2012.
- VIEIRA, R. P.; GRÜNDLING, H. A. Controle de velocidade sensorless com estimador MRAS aplicado a um motor de indução monofásico. *Congresso Brasileiro de Automática - CBA - 2008*, 2008.
- VIEIRA, R. P.; GRÜNDLING, H. A. Sensorless speed control with a MRAS speed estimator for single-phase induction motors drives. In: *13th European Conference on Power Electronics and Applications. EPE '09*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1 –10.
- WANG, Q.; CHEN, X. Decentralized variable-structure adaptive robust control for uncertain flexible space station. In: *AIAA Guidance and control conference*. [S.l.: s.n.], 1995.
- WEKHANDE, S. et al. A low cost inverter drive for 2-phase induction motor. *International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 1999. PEDS '99.*, v. 1, p. 428–431 vol.1, 1999.

- WELLS, J. et al. Low-cost single-phase powered induction machine drive for residential applications. *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04.*, v. 3, p. 1579–1583 Vol.3, 2004.
- WIT, C. de; FIXOT, N.; ASTROM, K. Trajectory tracking in robot manipulators via nonlinear estimated state feedback. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 8, n. 1, p. 138 –144, feb 1992. ISSN 1042-296X.
- YAN, Z.; JIN, C.; UTKIN, V. Sensorless sliding-mode control of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 6, p. 1286 – 1297, dez. 2000. ISSN 0278-0046.
- YAN, Z.; UTKIN, V. Sliding mode observers for electric machines-an overview. In: *IEEE Annual Conference of the Industrial Electronics Society, IECON 02*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 3, p. 1842 – 1847 vol.3.
- YOUNG, C.-M.; LIU, C.-C.; LIU, C.-H. New inverter-driven design and control method for two-phase induction motor drives. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, v. 143, n. 6, p. 458–466, Nov 1996. ISSN 1350-2352.
- ZAHEDI, B.; VAEZ-ZADEH, S. Efficiency optimization control of single-phase induction motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 24, n. 4, p. 1062 –1070, april 2009. ISSN 0885-8993.
- ZAKY, M. et al. Very low speed and zero speed estimations of sensorless induction motor drives. *Electric Power Systems Research*, v. 80, n. 2, p. 143 – 151, 2010. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V30-4XJ13S0-1/2/d0630105985fcae56749bac7361f0618>>.

APÊNDICE A - MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO

A.1 Modelagem da máquina de indução bifásica assimétrica

A modelagem matemática é utilizada para se obter uma descrição do comportamento dinâmico de sistemas físicos. Nas máquinas elétricas, entre elas a máquina de indução monofásica, a modelagem é realizada a partir do conhecimento da estrutura construtiva da mesma. Desta forma, é possível representar o comportamento dinâmico da máquina através de circuitos elétricos equivalentes, ou através de equações matemáticas que descrevem estes circuitos. Aqui será descrita uma metodologia para obtenção de um modelo dinâmico que representa o comportamento de um máquina de indução monofásica.

No desenvolvimento do modelo que representa o comportamento dinâmico da máquina de indução monofásica, assume-se que esta possa ser vista como uma máquina bifásica assimétrica. Neste caso, retira-se o capacitor de partida, ou capacitor permanente conectado em série ao enrolamento auxiliar. A figura 115 mostra a distribuição das espiras para esta máquina assumindo que a mesma possua 1 par de pólos. Verifica-se que os enrolamentos estatóricos estão arranjados em quadratura, sendo representado pelas espiras as , as' , bs e bs' , enquanto os enrolamentos rotóricos giram em relação aos enrolamentos estatóricos a uma velocidade ω_r , e são representados pelas espiras ar , ar' , br e br' .

A partir da figura 115 é possível obter o circuito equivalente para uma máquina de indução bifásica assimétrica. Considera-se que os enrolamentos rotóricos possam ser referidos ao estator através de parâmetros que relacionam o número de espiras dos enrolamentos estatóricos, às espiras dos enrolamentos rotóricos. A Figura 116 mostra o circuito equivalente para uma máquina de indução bifásica.

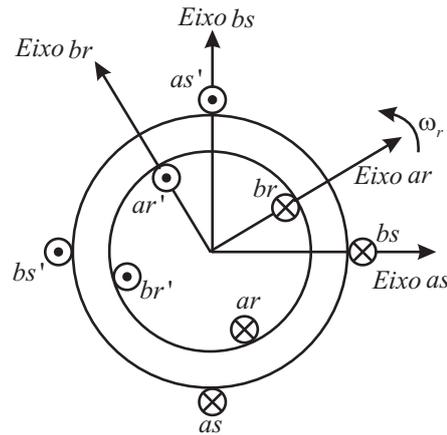


Figura 115: Distribuição dos Enrolamentos em uma Máquina Bifásica Assimétrica.

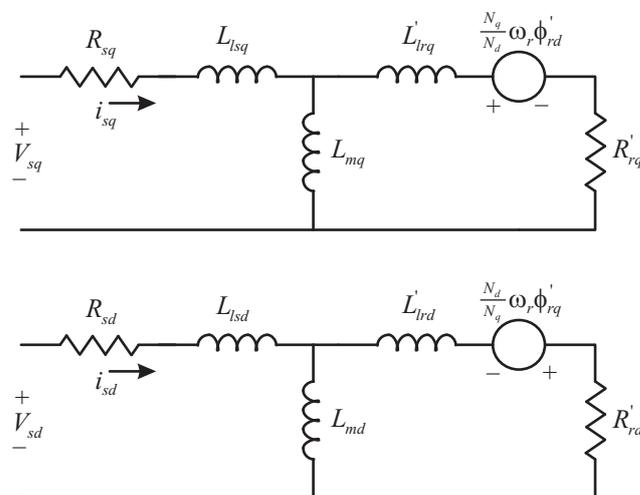


Figura 116: Circuito Equivalente de uma Máquina de Indução Monofásica.

Com isto, a partir da máquina de indução monofásica com dois enrolamentos (principal e auxiliar, eixos q e d , respectivamente), como apresentada na Figura 116, pode-se obter as equações das tensões nos enrolamentos do estator em um referencial estacionário, de acordo com (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1995). Além disso, as seguintes hipóteses são assumidas na obtenção do modelo da máquina de indução bifásica.

- Não há ligações físicas entre o rotor e o estator, havendo um entreferro uniforme entre eles;
- As ranhuras do estator estão uniformemente distribuídas;
- Não existe saturação no circuito magnético;
- As resistências dos enrolamentos não variam com a temperatura e desconsidera-se o efeito pelicular (*Skin*);

Logo, as equações das tensões estatóricas no referencial estacionário são dadas por,

$$V_{sq} = R_{sq}i_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} \quad (\text{A.1})$$

$$V_{sd} = R_{sd}i_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} \quad (\text{A.2})$$

onde, R_{sq} e R_{sd} são as resistências estatóricas, ϕ_{sq} e ϕ_{sd} são os fluxos estatóricos, V_{sq} , V_{sd} , i_{sq} e i_{sd} são as tensões e correntes estatóricas, respectivamente.

Neste trabalho a máquina de indução objeto de estudo é do tipo “gaiola de esquilo”, e por conseguinte, a tensão nas barras do rotor é igual a zero. É conveniente referir as grandezas do rotor ao enrolamento estatórico e desta forma se fazem as seguintes considerações

$$\begin{aligned} V_{rq} &= \frac{N_q}{N_r} V'_{rq}, i_{rq} = \frac{N_r}{N_q} i'_{rq} \\ V_{rd} &= \frac{N_d}{N_r} V'_{rd}, i_{rd} = \frac{N_r}{N_d} i'_{rd} \\ R_{rq} &= \left(\frac{N_q}{N_r}\right)^2 R_r, L_{lrq} = \left(\frac{N_q}{N_r}\right)^2 L_{lr} \\ R_{rd} &= \left(\frac{N_d}{N_r}\right)^2 R_r, L_{lrd} = \left(\frac{N_d}{N_r}\right)^2 L_{lr} \end{aligned}$$

onde, V_{rq} e V_{rd} são as tensões rotóricas referidas ao estator, i_{rq} e i_{rd} são as correntes rotóricas referidas ao estator, N_q é o número de espiras do enrolamento principal, N_d é o número de espiras do enrolamento auxiliar e N_r é o número de espiras do rotor. R_{rq} e L_{lrq} são a resistência e indutância própria rotórica, referidas ao enrolamento principal, R_{rd} e L_{lrd} são a resistência e indutância própria rotórica, referidas ao enrolamento auxiliar, e L_{mq} e L_{md} são as indutâncias mútuas de cada enrolamento.

Assim, as equações de tensão do rotor referidas ao estator são dadas por

$$V_{rq} = R_{rq}i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} - \frac{N_q}{N_d}\omega_r\phi_{rd} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$V_{rd} = R_{rd}i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} + \frac{N_d}{N_q}\omega_r\phi_{rq} = 0 \quad (\text{A.4})$$

onde, ω_r é a velocidade rotórica para uma máquina com 1 par de pólos.

A equação dos fluxos pode ser escrita na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \phi_{sq} \\ \phi_{sd} \\ \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{lsq} + L_{mq} & 0 & L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{lsd} + L_{md} & 0 & L_{md} \\ L_{mq} & 0 & L_{lrq} + L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{md} & 0 & L_{lrd} + L_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$(\text{A.6})$$

onde,

$$L_{sq} = L_{lsq} + L_{mq},$$

$$L_{sd} = L_{lsd} + L_{md},$$

$$L_{rq} = L_{lrq} + L_{mq},$$

$$L_{rd} = L_{lrd} + L_{md}$$

A equação (A.5) também pode ser escrita nas formas,

$$\phi_{sq} = L_{sq}i_{sq} + L_{mq}i_{rq} \quad (\text{A.7})$$

$$\phi_{sd} = L_{sd}i_{sd} + L_{md}i_{rd} \quad (\text{A.8})$$

$$\phi_{rq} = L_{rq}i_{rq} + L_{mq}i_{sq} \quad (\text{A.9})$$

$$\phi_{rd} = L_{rd}i_{rd} + L_{md}i_{sd} \quad (\text{A.10})$$

A partir das equações (A.3) e (A.4), pode-se isolar as derivadas dos fluxos rotóricos

$$\frac{d\phi_{rq}}{dt} = -R_{rq}i_{rq} + \frac{N_q}{N_d}\omega_r\phi_{rd} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{d\phi_{rd}}{dt} = -R_{rd}i_{rd} - \frac{N_d}{N_q}\omega_r\phi_{rq} \quad (\text{A.12})$$

Derivando-se as equações (A.9) e (A.10), tem-se respectivamente

$$\frac{d}{dt}\phi_{rq} = L_{rq}\frac{d}{dt}i_{rq} + L_{mq}\frac{d}{dt}i_{sq} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{d}{dt}\phi_{rd} = L_{rd}\frac{d}{dt}i_{rd} + L_{md}\frac{d}{dt}i_{sd} \quad (\text{A.14})$$

Substituindo ϕ_{rd} dado por (A.10) em (A.11) e ϕ_{rq} dada por (A.9) em (A.12), tem-se

$$\frac{d\phi_{rq}}{dt} = -R_{rq}i_{rq} + \frac{N_q}{N_d}\omega_r(L_{rd}i_{rd} + L_{md}i_{sd}) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{d\phi_{rd}}{dt} = -R_{rd}i_{rd} - \frac{N_d}{N_q}\omega_r(L_{rq}i_{rq} + L_{mq}i_{sq}) \quad (\text{A.16})$$

Igualando (A.13) com (A.15) resulta

$$-R_{rq}i_{rq} + \frac{N_q}{N_d}\omega_r(L_{rd}i_{rd} + L_{md}i_{sd}) = L_{rq}\frac{d}{dt}i_{rq} + L_{mq}\frac{d}{dt}i_{sq} \quad (\text{A.17})$$

Reescrevendo (A.17) e isolando $\frac{d}{dt}i_{sq}$, advém

$$\frac{d}{dt}i_{sq} = \frac{1}{L_{mq}} \left(\frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{md}i_{sd} + \frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{rd}i_{rd} - R_{rq}i_{rq} - L_{rq}\frac{d}{dt}i_{rq} \right) \quad (\text{A.18})$$

Fazendo a igualdade de (A.14) com (A.16), obtém-se

$$L_{rd}\frac{d}{dt}i_{rd} + L_{md}\frac{d}{dt}i_{sd} = -R_{rd}i_{rd} - \frac{N_d}{N_q}\omega_r(L_{rq}i_{rq} + L_{mq}i_{sq}) \quad (\text{A.19})$$

Reescrevendo (A.19), e isolando $\frac{d}{dt}i_{sd}$, tem-se

$$\frac{d}{dt}i_{sd} = \frac{1}{L_{md}} \left(-\frac{N_d}{N_q}\omega_r L_{mq}i_{sq} - \frac{N_d}{N_q}\omega_r L_{rq}i_{rq} - R_{rd}i_{rd} - L_{rd}\frac{d}{dt}i_{rd} \right) \quad (\text{A.20})$$

Derivando (A.7) e substituindo em (A.1), resulta

$$V_{sq} = R_{sq}i_{sq} + L_{sq}\frac{d}{dt}i_{sq} + L_{mq}\frac{d}{dt}i_{rq} \quad (\text{A.21})$$

Substituindo (A.18) em (A.21), advém

$$V_{sq} = R_{sq}i_{sq} + \frac{L_{sq}}{L_{mq}} \left(\frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{md}i_{sd} + \frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{rd}i_{rd} - R_{rq}i_{rq} - L_{rq}\frac{d}{dt}i_{rq} \right) + L_{mq}\frac{d}{dt}i_{rq} \quad (\text{A.22})$$

Reescrevendo (A.22) para que fique em função de $\frac{d}{dt}i_{rq}$, resulta

$$\frac{d}{dt}i_{rq} \left(\frac{L_{sq}L_{rq} - L_{mq}^2}{L_{mq}} \right) = R_{sq}i_{sq} + \frac{L_{sq}}{L_{mq}} \frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{md}i_{sd} + \frac{L_{sq}}{L_{mq}} \frac{N_q}{N_d}\omega_r L_{rd}i_{rd} - \frac{L_{sq}}{L_{mq}} R_{rq}i_{rq} - V_{sq} \quad (\text{A.23})$$

Definindo-se $a1 = L_{sq}L_{rq} - L_{mq}^2$, a equação (A.23) pode ser reescrita

$$\frac{d}{dt}i_{rq} = \frac{L_{mq}R_{sq}}{a1}i_{sq} + \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{sq}L_{md}}{a1}i_{sd} - \frac{L_{sq}R_{rq}}{a1}i_{rq} + \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{sq}L_{rd}}{a1}i_{rd} - \frac{L_{mq}}{a1}V_{sq} \quad (\text{A.24})$$

Substituindo (A.24) em (A.18), tem-se

$$\frac{d}{dt}i_{sq} = \frac{1}{L_{mq}} \left(L_{rq} \left(\begin{array}{c} \omega_r \frac{N_q}{N_d} L_{md} i_{sd} + \omega_r \frac{N_q}{N_d} L_{rd} i_{rd} - R_{rq} i_{rq} - \\ \frac{L_{mq} R_{sq}}{a1} i_{sq} + \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{sq} L_{md}}{a1} i_{sd} - \frac{L_{sq} R_{rq}}{a1} i_{rq} + \\ \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{sq} L_{rd}}{a1} i_{rd} - \frac{L_{mq}}{a1} V_{sq} \end{array} \right) \right) \quad (\text{A.25})$$

Re-organizando os termos de (A.25), obtém-se

$$\frac{d}{dt}i_{sq} = -\frac{R_{sq}L_{rq}}{a1}i_{sq} - \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{mq}L_{md}}{a1}i_{sd} + \frac{R_{rq}L_{mq}}{a1}i_{rq} - \omega_r \frac{N_q}{N_d} \frac{L_{rd}L_{mq}}{a1}i_{rd} + \frac{L_{rq}}{a1}V_{sq} \quad (\text{A.26})$$

As equações (A.24) e (A.26) mostram as equações diferenciais das correntes rotórica e estatórica em função da tensão estatórica do eixo q . Na obtenção das equações diferenciais para correntes de eixo d realiza-se procedimento análogo. Derivando (A.8) e substituindo em (A.2), resulta

$$V_{sd} = R_{sd}i_{sd} + L_{sd} \frac{d}{dt}i_{sd} + L_{md} \frac{d}{dt}i_{rd} \quad (\text{A.27})$$

Substituindo (A.20) em (A.27), advém

$$V_{sd} = R_{sd}i_{sd} + \frac{L_{sd}}{L_{md}} \left(-\frac{N_d}{N_q} \omega_r L_{mq} i_{sq} - \frac{N_d}{N_q} \omega_r L_{rq} i_{rq} - R_{rd} i_{rd} - L_{rd} \frac{d}{dt} i_{rd} \right) + L_{md} \frac{d}{dt} i_{rd} \quad (\text{A.28})$$

Isolando (A.28) em termos de $\frac{d}{dt}i_{rd}$, tem-se

$$\left(\frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{md}} \right) \frac{d}{dt}i_{rd} = -\omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{mq}}{L_{md}}i_{sq} + R_{sd}i_{sd} - \omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{rq}}{L_{md}}i_{rq} - \frac{L_{sd}R_{rd}}{L_{md}}i_{rd} - V_{sd} \quad (\text{A.29})$$

Definindo, $a2 = L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2$

Reescrevendo (A.29) tem-se

$$\frac{d}{dt}i_{rd} = -\omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{mq}}{a^2} i_{sq} + \frac{L_{md}R_{sd}}{a^2} i_{sd} - \omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{rq}}{a^2} i_{rq} - \frac{L_{sd}R_{rd}}{a^2} i_{rd} - \frac{L_{md}}{a^2} V_{sd} \quad (\text{A.30})$$

Substituindo (A.30) em (A.20), advém

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}i_{sd} = & -\omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{mq}}{L_{md}} i_{sq} - \omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{rq}}{L_{md}} i_{rq} - \frac{R_{rd}}{L_{md}} i_{rd} - \\ & \frac{L_{rd}}{L_{md}} \left(-\omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{mq}}{a^2} i_{sq} + \frac{L_{md}R_{sd}}{a^2} i_{sd} - \omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{sd}L_{rq}}{a^2} i_{rq} - \frac{L_{sd}R_{rd}}{a^2} i_{rd} - \frac{L_{md}}{a^2} V_{sd} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Re-organizando os termos da equação (A.31), resulta

$$\frac{d}{dt}i_{sd} = +\omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{md}L_{mq}}{a^2} i_{sq} - \frac{L_{rd}R_{sd}}{a^2} i_{sd} + \omega_r \frac{N_d}{N_q} \frac{L_{rq}L_{md}}{a^2} i_{rq} + \frac{R_{rd}L_{md}}{a^2} i_{rd} + \frac{L_{rd}}{a^2} V_{sd} \quad (\text{A.32})$$

A partir de (A.24), (A.26), (A.30) e (A.32) são obtidas as equações diferenciais das correntes estatóricas e rotóricas na forma matricial. Definindo, $n = \frac{N_d}{N_q}$, e assumindo uma máquina com “ p ” pares de pólos, é possível obter-se o modelo matemático da máquina de indução bifásica assimétrica em equações de estado. Neste modelo, os estados da planta são as correntes estatóricas e rotóricas, e a entrada da planta nessa equação dinâmica são as tensões estatóricas.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sq}L_{rq}}{a1} & -p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{mq}L_{md}}{L_{rd}R_{sd}} & \frac{R_{rq}L_{mq}}{L_{rq}L_{md}} & -p\omega_r \frac{1}{n} \frac{L_{rd}L_{mq}}{R_{rd}L_{md}} \\ p\omega_r n \frac{L_{md}L_{mq}}{L_{mq}R_{sq}} & -\frac{a2}{L_{rd}R_{sd}} & p\omega_r n \frac{a2}{L_{rq}L_{md}} & \frac{a1}{R_{rd}L_{md}} \\ \frac{L_{mq}R_{sq}}{a1} & p\omega_r \frac{1}{n} \frac{a2}{L_{sq}L_{md}} & -\frac{a2}{L_{sq}R_{rq}} & p\omega_r \frac{1}{n} \frac{a2}{L_{sq}L_{rd}} \\ -p\omega_r n \frac{L_{sd}L_{mq}}{a2} & \frac{a1}{L_{md}R_{sd}} & -p\omega_r n \frac{a1}{L_{sd}L_{rq}} & -\frac{a1}{L_{sd}R_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ i_{rq} \\ i_{rd} \end{bmatrix} + \quad (A.33)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{L_{rq}}{a1} & 0 \\ 0 & \frac{L_{rd}}{a2} \\ -\frac{L_{mq}}{a1} & 0 \\ 0 & -\frac{L_{md}}{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix}$$

A equação do torque eletromagnético é dado por (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1995), sendo,

$$T_e = p(L_{mq}i_{sq}i_{rd} - L_{md}i_{sd}i_{rq}) \quad (A.34)$$

A.1.1 Modelo corrente estatórica/fluxo-rotórico

No projeto de algumas estratégias de controle é apropriado o desenvolvimento de um modelo onde os estados sejam os fluxos rotóricos em eixo q e d , onde é possível verificar o comportamento dos mesmos através de simulações sem a necessidade de estimadores de fluxo. Assim, esta seção desenvolve um modelo dinâmico para a máquina de indução bifásica assimétrica onde os estados são as correntes estatóricas e os fluxos rotóricos, a saída do modelo são as correntes estatóricas e a entrada são as tensões estatóricas.

O modelo “Corrente Estatórica/Fluxo Rotórico” é obtido reescrevendo-se (A.9) e (A.10) da forma a deixar o termo da corrente rotórica em evidência, tem-se

$$i_{rq} = \frac{1}{L_{rq}}\phi_{rq} - \frac{L_{mq}}{L_{rq}}i_{sq} \quad (A.35)$$

$$i_{rd} = \frac{1}{L_{rd}}\phi_{rd} - \frac{L_{md}}{L_{rd}}i_{sd} \quad (A.36)$$

Isolando o termo da corrente rotórica em (A.3) e (A.4) tem-se,

$$i_{rq} = -\frac{1}{R_{rq}} \frac{d}{dt} \phi_{rq} + \frac{1}{R_{rq}} \frac{N_q}{N_d} \omega_r \phi_{rd} \quad (\text{A.37})$$

$$i_{rd} = -\frac{1}{R_{rd}} \frac{d}{dt} \phi_{rd} - \frac{1}{R_{rd}} \frac{N_d}{N_q} \omega_r \phi_{rq} \quad (\text{A.38})$$

Fazendo a igualdade de (A.35) com (A.37), e ainda a igualdade de (A.36) com (A.38) tem-se,

$$-\frac{1}{R_{rq}} \frac{d}{dt} \phi_{rq} = \frac{1}{L_{rq}} \phi_{rq} - \frac{1}{R_{rq}} \frac{N_q}{N_d} \omega_r \phi_{rd} - \frac{L_{mq}}{L_{rq}} i_{sq} \quad (\text{A.39})$$

$$-\frac{1}{R_{rd}} \frac{d}{dt} \phi_{rd} = \frac{1}{L_{rd}} \phi_{rd} + \frac{1}{R_{rd}} \frac{N_d}{N_q} \omega_r \phi_{rq} - \frac{L_{md}}{L_{rd}} i_{sd} \quad (\text{A.40})$$

Reescrevendo (A.39) e (A.40),

$$\frac{d\phi_{rq}}{dt} = -\frac{R_{rq}}{L_{rq}} \phi_{rq} + \frac{N_q}{N_d} \omega_r \phi_{rd} + \frac{R_{rq} L_{mq}}{L_{rq}} i_{sq} \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{d\phi_{rd}}{dt} = -\frac{R_{rd}}{L_{rd}} \phi_{rd} - \frac{N_d}{N_q} \omega_r \phi_{rq} + \frac{R_{rd} L_{md}}{L_{rd}} i_{sd} \quad (\text{A.42})$$

Substituindo (A.7) e (A.8) nas equações (A.1) e (A.2), resulta,

$$V_{sq} = R_{sq} i_{sq} + L_{sq} \frac{di_{sq}}{dt} + L_{mq} \frac{di_{rq}}{dt} \quad (\text{A.43})$$

$$V_{sd} = R_{sd} i_{sd} + L_{sd} \frac{di_{sd}}{dt} + L_{md} \frac{di_{rd}}{dt} \quad (\text{A.44})$$

Substituindo (A.35) e (A.36) em (A.43) e (A.44) respectivamente, tem-se

$$V_{sq} = R_{sq} i_{sq} + L_{sq} \frac{di_{sq}}{dt} + \left(\frac{L_{mq}}{L_{rq}} \frac{d\phi_{rq}}{dt} - \frac{L_{mq}^2}{L_{rq}} \frac{di_{sq}}{dt} \right) \quad (\text{A.45})$$

$$V_{sd} = R_{sd} i_{sd} + L_{sd} \frac{di_{sd}}{dt} + \left(\frac{L_{md}}{L_{rd}} \frac{di_{sd}}{dt} \phi_{rd} - \frac{L_{md}^2}{L_{rd}} \frac{di_{sd}}{dt} \right) \quad (\text{A.46})$$

As equações (A.45) e (A.46) podem ser reescritas na forma

$$\left(\frac{L_{rq}L_{sq} - L_{mq}^2}{L_{rq}} \right) \frac{di_{sq}}{dt} = V_{sq} - R_{sq}i_{sq} - \frac{L_{mq}}{L_{rq}} \frac{d\phi_{rq}}{dt} \quad (\text{A.47})$$

$$\left(\frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd}} \right) \frac{di_{sd}}{dt} = V_{sd} - R_{sd}i_{sd} - \frac{L_{md}}{L_{rd}} \frac{d\phi_{rd}}{dt} \quad (\text{A.48})$$

Substituindo (A.41) e (A.42) em (A.47) e (A.48) obtém-se

$$\left(\frac{L_{rq}L_{sq} - L_{mq}^2}{L_{rq}} \right) \frac{di_{sq}}{dt} = -R_{sq}i_{sq} - \frac{L_{mq}^2}{L_{rq}} \frac{R_{rq}}{L_{rq}} i_{sq} + \frac{L_{mq}}{L_{rq}} \frac{R_{rq}}{L_{rq}} \phi_{rq} - \frac{L_{mq}}{L_{rq}} \frac{N_q}{N_d} \omega_r \phi_{rd} + V_{sq} \quad (\text{A.49})$$

$$\left(\frac{L_{rd}L_{sd} - L_{md}^2}{L_{rd}} \right) \frac{di_{sd}}{dt} = -R_{sd}i_{sd} - \frac{L_{md}^2}{L_{rd}} \frac{R_{rd}}{L_{rd}} i_{sd} + \frac{L_{md}}{L_{rd}} \frac{R_{rd}}{L_{rd}} \phi_{rd} + \frac{L_{md}}{L_{rd}} \frac{N_d}{N_q} \omega_r \phi_{rq} + V_{sd} \quad (\text{A.50})$$

Simplificando, reescrevendo e substituindo “a1” e “a2” em (A.49) e (A.50)

$$\frac{di_{sq}}{dt} = - \left(\frac{L_{rq}^2 R_{sq} + L_{mq}^2 R_{rq}}{a1 L_{rq}} \right) i_{sq} + \frac{L_{mq} R_{rq}}{a1} \frac{1}{L_{rq}} \phi_{rq} - \frac{L_{mq}}{a1} \frac{N_q}{N_d} \omega_r \phi_{rd} + \frac{L_{rq}}{a1} V_{sq} \quad (\text{A.51})$$

$$\frac{di_{sd}}{dt} = - \left(\frac{L_{rd}^2 R_{sd} + L_{md}^2 R_{rd}}{a2 L_{rd}} \right) i_{sd} + \frac{L_{md} R_{rd}}{a2} \frac{1}{L_{rd}} \phi_{rd} + \frac{L_{md}}{a2} \frac{N_d}{N_q} \omega_r \phi_{rq} + \frac{L_{rd}}{a2} V_{sd} \quad (\text{A.52})$$

Agrupando as equações (A.41), (A.42), (A.51) e (A.52) na forma matricial é possível obter o modelo dinâmico da máquina de indução monofásica tendo como variáveis de estado as correntes estatóricas e fluxos rotóricos,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c1 & 0 & \frac{L_{mq}R_{rq}}{L_{rq}a1} & -\frac{L_{mq}}{a1} \frac{1}{n} p\omega_r \\ 0 & -c2 & \frac{L_{md}np\omega_r}{a2} & \frac{L_{md}R_{rd}}{L_{rd}a2} \\ \frac{R_{rq}L_{mq}}{L_{rq}} & 0 & -\frac{R_{rq}}{L_{rq}} & \frac{1}{n} p\omega_r \\ 0 & \frac{R_{rd}L_{md}}{L_{rd}} & -np\omega_r & -\frac{R_{rd}}{L_{rd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \\ \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_{rq}}{a1} & 0 \\ 0 & \frac{L_{rd}}{a2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sq} \\ V_{sd} \end{bmatrix} \quad (\text{A.53})$$

onde, $c1 = \frac{L_{rq}^2 R_{sq} + L_{mq}^2 R_{rq}}{a1 L_{rq}}$ e $c2 = \frac{L_{rd}^2 R_{sd} + L_{md}^2 R_{rd}}{a2 L_{rd}}$

No modelo “Corrente Estatórica/Fluxo Rotórico” o torque eletromagnético é dado por

$$T_e = p \left(\frac{L_{mq}}{L_{rq}} i_{sq} \phi_{rd} - \frac{L_{md}}{L_{rd}} i_{sd} \phi_{rq} \right) \quad (\text{A.54})$$

A.2 Modelagem mecânica da máquina de indução monofásica

A equação do torque mecânico para a máquina de indução bifásica assimétrica é dada por

$$T_m = T_e - \tau_L = J \frac{d}{dt} \omega_r + B_n \omega_r \quad (\text{A.55})$$

onde T_m é o torque mecânico, τ_L é o distúrbio de torque, J é o momento de inércia, B_n é o coeficiente de atrito.

A equação dinâmica da posição pode ser escrita como,

$$\frac{d}{dt} \theta = \omega_r \quad (\text{A.56})$$

onde θ é a posição angular do rotor.

Supondo que a variação de carga em uma máquina de indução é muito lenta, para

um curto período de tempo, pode-se escrever que

$$\frac{d}{dt}\tau_L = 0 \quad (\text{A.57})$$

Com o objetivo de escrever um sistema do tipo:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (\text{A.58})$$

Onde \mathbf{x} é o vetor de estados, u é a entrada do sistema e y a saída,

$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} \omega_r & \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.59})$$

$$u = T_e - \tau_L \quad (\text{A.60})$$

As matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são obtidas a partir das equações (A.55), (A.56) e (A.57), e dadas por,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-B_n}{J} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.61})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.62})$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.63})$$

Desta forma, a equação (A.58) pode ser reescrita na forma matricial como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-B_n}{J} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} (T_e - \tau_L) \quad (\text{A.64})$$

e a saída, neste caso, é a posição angular,

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.65})$$

APÊNDICE B – CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR DE INDUÇÃO

B.1 Considerações iniciais

Existem inúmeros esquemas de controle da velocidade rotórica aplicado a máquinas de indução. Tais esquemas podem ser construídos de forma simples, como em controladores proporcionais, ou métodos liga-desliga, ou ainda sistemas de alto desempenho, controladores robustos e controladores adaptativos com sintonia automática de parâmetros.

A idéia básica dos controladores adaptativos é o desenvolvimento de um controlador que possa se auto-sintonizar de modo a se adequar as características do processo controlado, ou re-sintonizar no caso de ocorrer variações na dinâmica do processo, ou na presença de distúrbios externos (HEMERLY, 2000).

Neste apêndice são apresentados dois controladores que podem ser aplicados ao controle de velocidade de um motor de indução monofásico. São apresentados os equacionamentos teóricos de um controlador PI e um controlador RMRAC e também são mostrados resultados de simulação.

B.2 Controlador PI

Um dos controladores mais usados em ambientes industriais devido a simplicidade de implementação é o controlador PI. A função de transferência de um controlador PI é dada pela equação (B.1),

$$G_c(s) = K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \quad (\text{B.1})$$

onde K_{PS} é o ganho proporcional e K_{IS} é o ganho integral.

Renomeando os índices dessa equação para especificar o caso da malha mecânica da máquina, tem-se que a função de transferência do controlador PI de velocidade é reescrita da forma,

$$G_{mec} = K_{PVS} + \frac{K_{IVS}}{s} \quad (\text{B.2})$$

Considerando que a equação do torque eletromagnético dada por (3.76) possa ser relacionada pela corrente i_{sq}^e da forma que a equação do torque possa ser reescrita por,

$$T_e = K_{TN} i_{sq}^e \quad (\text{B.3})$$

onde $K_{TN} = \frac{pL_{md}^2 i_{sd}^e}{L_{rd}}$ é definida como a constante de torque nominal para a máquina de indução monofásica.

Com isto a malha mecânica da máquina de indução monofásica, desprezando distúrbios de torque, pode ser representada pela Figura 117, onde a função de transferência é dada pela equação (B.4).

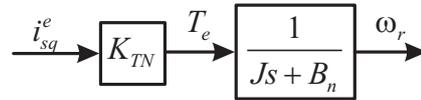


Figura 117: Malha mecânica da máquina de indução monofásica.

$$G_{mec} = \frac{K_{TN}}{Js + B_n} \quad (\text{B.4})$$

Fazendo a representação da planta e do controlador com realimentação unitária e negativa, tem-se

$$T_{mec}(s) = \frac{\omega(s)}{\omega_{ref}(s)} = \frac{(K_{PVS}K_{TN}/J)s + (K_{IVS}K_{TN}/J)}{s^2 + (K_{PVS}K_{TN}/J)s + (K_{IVS}K_{TN}/J)} \quad (\text{B.5})$$

Com isso a equação (B.5) é idêntica a expressão de um sistema de segunda ordem no domínio da frequência, da forma que a expressão de um sistema de segunda ordem é dada por,

$$T_{ref}(s) = \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (\text{B.6})$$

Onde ω_b é a largura de banda, ζ é o coeficiente de amortecimento, ω_n é a frequência

natural não amortecida da resposta do sistema em (rad/s).

Definindo $I(j\omega_b)$ como a saída da planta, e $I_{ref}(j\omega_b)$ como a referência, a largura de banda é dada por,

$$20 \log \left(\frac{I(j\omega_b)}{I_{ref}(j\omega_b)} \right) = -3dB \quad (B.7)$$

Considerando que a largura de banda é definida quando o módulo do sinal de saída tenha amplitude $0,707 pu$, frequentemente usa-se $3,01dB$ no lugar de $3dB$, que resulta um ganho de $0,707$ no módulo da equação (B.7). Logo,

$$\left\| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right\| = \left\| \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \right\| = 0,707 \quad (B.8)$$

Resolvendo a equação (B.8), tem-se,

$$\left\| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right\| = \frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_b)^2}} = 0,707 \quad (B.9)$$

Da equação (B.9) pode-se obter,

$$(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] \quad (B.10)$$

Isolando o termo ω_n^4 na equação (B.10),

$$\omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] - (4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2) \quad (B.11)$$

Dividindo ambos os lados da equação (B.11) por ω_n^4 ,

$$1 = 0,5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (B.12)$$

É possível se verificar que a equação (B.12) tem a forma de uma equação de segundo grau, assim para simplificação da mesma define-se,

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (B.13)$$

Substituindo (B.13) na equação (B.12).

$$1 = 0,5 [(1 - a)^2 + 4\zeta^2 a] - 4\zeta^2 a \quad (\text{B.14})$$

Reescrevendo a equação (B.14),

$$-0,5a^2 + (2\zeta^2 + 1)a + 0,5 = 0 \quad (\text{B.15})$$

Resolvendo a equação (B.15),

$$a = (2\zeta^2 + 1) \pm \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} \quad (\text{B.16})$$

Substituindo o valor de a dado na equação (B.13), na equação (B.16), tem-se,

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left((2\zeta^2 + 1) \pm \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} \right) \quad (\text{B.17})$$

que pode ser reescrita como,

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}} \quad (\text{B.18})$$

Com isso pode-se calcular os ganhos do compensador PI para a malha mecânica de velocidade. A partir da função de transferência dada em (B.5) que representa a planta, e a função de transferência dada em (B.6) que representa uma planta de segunda ordem. Assim,

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_{PVS}K_{TN}}{J} \quad (\text{B.19})$$

Resolvendo a equação (B.19) com base na equação (B.18), tem-se,

$$K_{PVS} = \frac{J}{K_{TN}} \frac{2\zeta\omega_b}{\sqrt{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}}} \quad (\text{B.20})$$

O ganho integral do controlador PI é calculado por,

$$\omega_n^2 = \frac{K_{IVS}K_{TN}}{J} \quad (\text{B.21})$$

A qual é resolvida por,

$$K_{IVS} = \frac{J}{K_{TN}} \frac{\omega_b^2}{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}} \quad (\text{B.22})$$

Os ganhos discretos desse controlador de velocidade são dados por,

$$K_{IVZ} = K_{IVS}t_s \quad (\text{B.23})$$

$$K_{PVZ} = K_{PVS} - \frac{K_{IVS}t_s}{2} \quad (\text{B.24})$$

É possível verificar a partir do equacionamento apresentado que o desempenho de um controlador do tipo PI é estreitamente ligado ao conhecimento dos parâmetros da máquina. Além disso, variações de carga podem comprometer o desempenho desse tipo de controlador.

B.3 Controlador de velocidade RMRAC

Controle adaptativo é considerado atrativo a muitas aplicações devido a sua capacidade de ajuste automático dos ganhos da lei de controle em tempo real, com o objetivo de manter um desejável nível de desempenho quando os parâmetros da planta variam, são desconhecidos ou quando a planta é sujeita a distúrbios de estados (LANDAU; LOZANO; M'SAAD, 1998).

Controladores adaptativos robustos vêm sendo amplamente utilizados em vários tipos de aplicações, principalmente em sistemas sujeitos a variações paramétricas, dinâmicas não modeladas e distúrbios desconhecidos (GRÜNDLING, 1995; DELLA FLORA, 2005). No caso específico de controle de velocidade aplicados a máquina elétricas essas características são presentes na medida que esses sistemas frequentemente estão sujeitos a distúrbios de carga e incertezas paramétricas. Nesta seção é apresentado o desenvolvimento e o uso de um Controlador Adaptativo Robusto por Modelo de Referência (RMRAC - *Robust Model Reference Adaptive Control*) no controle de velocidade de uma máquina de indução monofásica.

Considere um controlador RMRAC, o qual tem uma estrutura conforme apresentado na Figura 118. O objetivo do controlador RMRAC é definir um comportamento dese-

jado para a saída da planta para que a mesma tenha convergência segundo o modelo de referência. Neste algoritmo um erro aumentado é usado para ajustar os parâmetros do controlador. Este erro é obtido pela diferença entre a saída da planta e a saída do modelo de referência, além do erro de ajuste dos parâmetros do controlador. A função do ajuste dos parâmetros do controlador é minimizar a diferença entre a saída da planta e a saída do modelo de referência, ou até mesmo zerar esta diferença caso não exista erro de modelagem. Além disso, o controlador RMRAC tem a função de impor robustez ao sistema, mesmo que ocorram erros de modelagem. Maiores detalhes sobre este controlador, bem como provas de estabilidade e robustez podem ser obtidas em (LOZANO-LEAL; COLLADO; MONDIE, 1990; IOANNOU; TSAKALIS, 1986; LOZANO-LEAL; COLLADO; MONDIE, 1988).

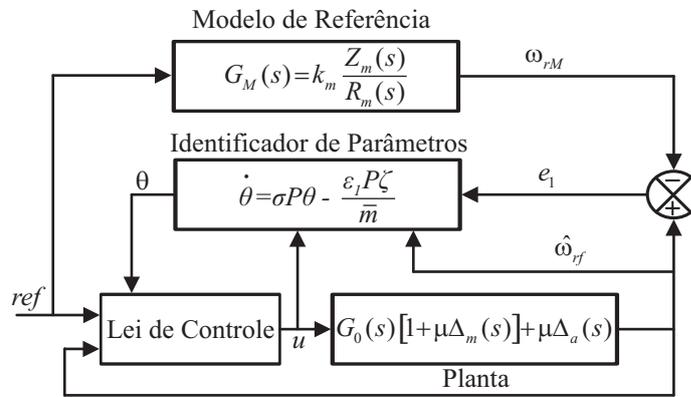


Figura 118: Estrutura de um controlador adaptativo robusto por modelo de referência.

Tendo como objetivo de controle uma planta do tipo SISO (*Single-Input Single-Output*) conforme mostrado na Figura 118, e definido na equação (B.25),

$$\omega_r = G(s)u \quad (\text{B.25})$$

onde, a partir de (B.25) tem-se,

$$G(s) = G_0(s)[1 + \mu\Delta_m(s)] + \mu\Delta_a(s) \quad (\text{B.26})$$

e ainda

$$G_0(s) = k_p \frac{Z_0(s)}{R_0(s)} \quad (\text{B.27})$$

onde $G(s)$ é a função de transferência da planta, $G_0(s)$ é a parte modelada da planta e $\mu\Delta_m(s)$ e $\mu\Delta_a(s)$ são perturbações multiplicativas e aditivas, respectivamente. O modelo

da planta $G_0(s)$ é uma função de transferência estritamente própria. $Z_0(s)$ e $R_0(s)$ são polinômios mônicos de graus m_c e n_c respectivamente. Além disso, a parte modelada deve respeitar as seguintes hipóteses.

S1). $R_0(s)$ é um polinômio mônico de grau n_c e $Z_0(s)$ é um polinômio mônico Hurwitz de grau $m_c \leq (n_c - 1)$;

S2). O sinal de k_p e os valores de m_c e n_c são conhecidos. Aqui, sem perda de generalidade é considerado $k_p > 0$.

Ainda, para a parte não modelada da planta é assumido que

S3). $\Delta_a(s)$ é uma função de transferência estável estritamente própria, e $\Delta_m(s)$ é uma função de transferência estável;

S4). O limite inferior $p_0 > 0$ para a margem de estabilidade $p_c > 0$, para a qual os pólos de $\Delta_a(s - p_c)$ e $\Delta_m(s - p_c)$ são estáveis é conhecido.

O objetivo do controle adaptativo pode ser descrito como segue. Dado o modelo de referência

$$G_M(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)}, \quad \omega_{rM} = G_M(s)ref \quad (\text{B.28})$$

onde $R_m(s)$ é um polinômio Hurwitz de grau $n_c^* = n_c - m_c$, a referência ref é uma referência uniformemente limitada, projeta-se um controlador adaptativo de forma que algum $\mu^* > 0$ e qualquer $\mu \in [0, \mu^*)$, o sistema resultante em malha fechada é estável e a saída da planta ω_r segue a saída do modelo de referência ω_{rM} tão próximo quanto possível, apesar da presença de dinâmicas não modeladas $\Delta_a(s)$ e $\Delta_m(s)$, satisfazendo *S3* e *S4*.

A entrada da lei de controle u , e a saída ω_r são usadas pra gerar os vetores auxiliares $n_c - 1$, tal que,

$$\dot{w}_1 = Fw_1 + qu \quad (\text{B.29})$$

$$\dot{w}_2 = Fw_2 + q\omega_r \quad (\text{B.30})$$

onde F é uma matriz estável e o par (F, q) é um par controlável. O sinal u é dado por,

$$u = \theta_c^\top w + c_0 ref \quad (\text{B.31})$$

onde $\theta_c^\top(t) = \begin{bmatrix} \theta_1^\top(t) & \theta_2^\top(t) & \theta_3(t) \end{bmatrix}$ é o vetor de parâmetros do controle de dimensão $(2n - 1)$, e $w^\top = \begin{bmatrix} w_1^\top & w_2^\top & \omega_r \end{bmatrix}$ e o parâmetro escalar c_0 é um ganho direto.

Assim, (B.31) pode ser reescrita na forma,

$$u = w_1\theta_1^\top + w_2\theta_2^\top + \omega_r\theta_3 + c_0ref \quad (\text{B.32})$$

Os parâmetros do controlador $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, c_0)$ são obtidos por um algoritmo de estimação de parâmetros. Neste trabalho optou-se pela escolha de um algoritmo gradiente descrito na sequência.

Lema III: O erro de rastreamento $e_1 = \omega_r - w_{rm}$, para $c_0 = 1$, é dado por

$$e_1 = G_M(s)\phi_c^\top w + \mu\eta \quad (\text{B.33})$$

com

$$\eta_c = \Delta(s)u \quad (\text{B.34})$$

onde $\Delta(s)$ é uma função de transferência estritamente própria, e é dada por

$$\Delta(s) = \Delta_a(s)[G_M(s)f_2(s) + 1] + \Delta_m(s)G_M(s)[-c_0^* - f_1(s)] \quad (\text{B.35})$$

ainda,

$$f_1(s) = \theta_1^{*\top}(sI - F)^{-1}q \quad (\text{B.36})$$

e

$$f_2(s) = \theta_3^* + \theta_2^{*\top}(sI - F)^{-1}q \quad (\text{B.37})$$

$\phi_c = \theta_c - \theta_c^*$ é o vetor de erro de parâmetros e θ_c^* indica o vetor de parâmetros desejado para o controlador.

A partir de (B.33) obtém-se o erro aumentado dado por

$$\varepsilon_1 = e_1 + \theta_c^\top \xi - G_M(s)\theta_c^\top w = \phi_c^\top \xi + \mu\eta_c \quad (\text{B.38})$$

onde $\xi = G_M(s)\mathbf{I}w$

A prova do Lema III é apresentada em (IOANNOU; TSAKALIS, 1986), e aqui será omitida.

B.3.1 Algoritmo de estimação de parâmetros do controlador RMRAC

Neste trabalho a adaptação dos parâmetros do controlador é feita a partir de um algoritmo gradiente apresentado amplamente na literatura (LANDAU; LOZANO; M'SAAD, 1998). Em outros trabalhos alguns autores fazem o uso do algoritmo de adaptação do tipo mínimos quadrados recursivo (RLS). Desta forma, os parâmetros da lei de controle são obtidos por,

$$\dot{\theta}_{\mathbf{c}} = -\sigma \mathbf{P}_{\mathbf{c}} \theta_{\mathbf{c}} - \frac{\varepsilon_1 \mathbf{P}_{\mathbf{c}} \zeta}{\bar{m}} \quad (\text{B.39})$$

$$0 < \mathbf{P}_{\mathbf{c}}(0) < \lambda R^2 \mathbf{I}, \quad \mu^2 \leq k_{\mu} \bar{\mu}^2 \quad (\text{B.40})$$

$$\bar{m} = 1 + \alpha_1 [m]^2, \quad \zeta = G_M I \omega \quad (\text{B.41})$$

$$\dot{m} = \delta_0 m + \delta_1 (|u| + |\hat{\omega}_{rf}| + 1), \quad m(0) > \frac{\delta_1}{\delta_0}, \quad \delta_1 \geq 1 \quad (\text{B.42})$$

onde α_1 , δ_0 , δ_1 , λ , $\bar{\mu}$ e R^2 são constantes positivas e δ_0 satisfaz $\delta_0 + \delta_2 \leq \min[p_0, q_0]$. $q_0 \in \Re$ é escolhida de forma que os pólos de $G_M(s - q_0)$ e os autovalores de $(F + q_0 I)$ são estáveis e $\delta_2 \geq 0$. $\mathbf{P}_{\mathbf{c}}$ é uma matriz constante. $p_0 > 0$ é definida em S4 e σ em (B.39) podendo ser expressa como,

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\theta\| < M_0 \\ \sigma_0 \left(\frac{\|\theta\|}{M_0} - 1 \right) & \text{if } M_0 \leq \|\theta\| < 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{if } \|\theta\| \geq 2M_0 \end{cases} \quad (\text{B.43})$$

onde $M_0 > \|\theta^*\|$ e $\sigma_0 > 2\bar{\mu}_2/R^2 \in \Re$ são os parâmetros projetados. O erro aumentado é dado por

$$\varepsilon_1 = e_1 + \theta_{\mathbf{c}}^T \zeta - G_M \theta_{\mathbf{c}}^T \omega \quad (\text{B.44})$$

De maneira análoga ao verificado em (CÂMARA, 2007), para a implementação do algoritmo RMRAC é necessário o conhecimento dos sinais de entrada e saída da planta. No controle de velocidade de máquinas de indução a saída da planta é a velocidade rotórica, porém em acionamentos *sensorless*, a mesma não é medida. Verifica-se que em implementações práticas devido a problemas relacionados a ruídos de medidas de corrente, a estimativa de velocidades muito próximas a zero, ou zero proveniente de estimadores MRAS ou por modos deslizantes (vide capítulos 4, 5 e 6) pode conter erros que inviabilizam a sua utilização. Para evitar erros de estimação da velocidade rotórica, neste trabalho nos acionamentos *sensorless* é feita a utilização da modificação sigma proposta em (CÂMARA, 2007). Esta modificação tem o objetivo de garantir o bom funcionamento do sistema de controle *sensorless* em toda a faixa de velocidade, inclusive em baixas velocidades e velocidades nulas.

A modificação sigma define quando a velocidade estimada será utilizada para realimentar a lei de controle RMRAC. Da forma que quando a velocidade de saída do modelo de referência ω_{rM} estiver muito baixa, por exemplo um valor inferior a 3 rad/s, o sinal utilizado para realimentação das malhas de controle será o sinal de saída do modelo de referência. Com o aumento dessa velocidade, o sinal estimado $\hat{\omega}_r$ é gradativamente utilizado na lei de controle, na proporção de σ_r . Quando o valor de ω_{rm} supera $2M_{R0}$, a estimativa $\hat{\omega}_r$ encontra-se num valor adequado para ser realimentada. Nessa condição $\hat{\omega}_{rf} = \hat{\omega}_r$. A Figura 119 ilustra o comportamento da modificação sigma, onde $\sigma_{R0} = 1$.

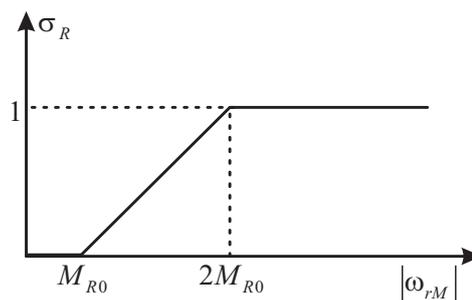


Figura 119: Modificação sigma aplicada ao controlador de velocidade RMRAC.

Logo, as equações para implementação da modificação sigma são dadas como segue,

$$\hat{\omega}_{rf} = \sigma_R \hat{\omega}_r + (1 - \sigma_R) \omega_{rM} \quad (\text{B.45})$$

$$G_0(s) = \frac{1/J}{s + B_n/J} = \frac{418.76}{s + 0.8631} \quad (\text{B.48})$$

Como pode ser verificado a partir de (B.47) e (B.48) existe uma diferença entre a ordem do modelo de referência e da planta. Para compensar essa diferença, um pré-compensador ($G_{PC}(s)$) dado na equação (B.49) é usado em série com a planta. Além disso, para possibilitar o uso dos filtros (B.29) e (B.30) é necessário que $n > 1$.

$$G_{PC}(s) = \frac{0.01s + 0.25}{s} \quad (\text{B.49})$$

Os ganhos contínuos F e q dos filtros usados em (B.29) e (B.30) foram escolhidos 10 e 1 respectivamente. Os demais parâmetros da simulação são apresentados na Tabela 19. Nos resultados de simulação é assumido que se tem conhecimento da velocidade simulada, logo, aqui não será feito o uso da modificação sigma.

Tabela 19: Parâmetros do controlador RMRAC.

M_0	4
σ_0	0, 11
\mathbf{P}_c	10
δ_1	1
δ_0	0, 7

No primeiro resultado de simulação considera-se não conhecer a planta, assim os parâmetros do controlador ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, c_0$) serão inicializados com um valor arbitrário, nesse caso todos iguais a 1. A Figura 121 mostra a simulação do controlador RMRAC, na Figura 121 (a) é apresentado a referência de velocidade e a saída do modelo de referência, já na Figura 121 (b) é apresentado a saída do modelo de referência e a velocidade simulada. É possível verificar a partir desta simulação que há um transitório acentuado na velocidade simulada, isso ocorre devido a inicialização aleatória dos parâmetros do controlador. Durante esse transitório, os parâmetros do controlador estão convergindo, a Figura 121 (c) mostra essa convergência de parâmetros.

A partir da Figura 121 verifica-se que a inicialização errônea dos parâmetros do controlador pode comprometer o desempenho do mesmo. A mesma simulação é refeita na Figura 122, mas desta vez os parâmetros do controlador são inicializados com os valores finais da simulação apresentada na Figura 121 (c). A Figura 122 (a) mostra a saída do modelo de referência e a saída da planta. Observa-se nesta figura a convergência da saída da planta para a saída do modelo de referência. Já a Figura 122 (b) apresenta a convergência

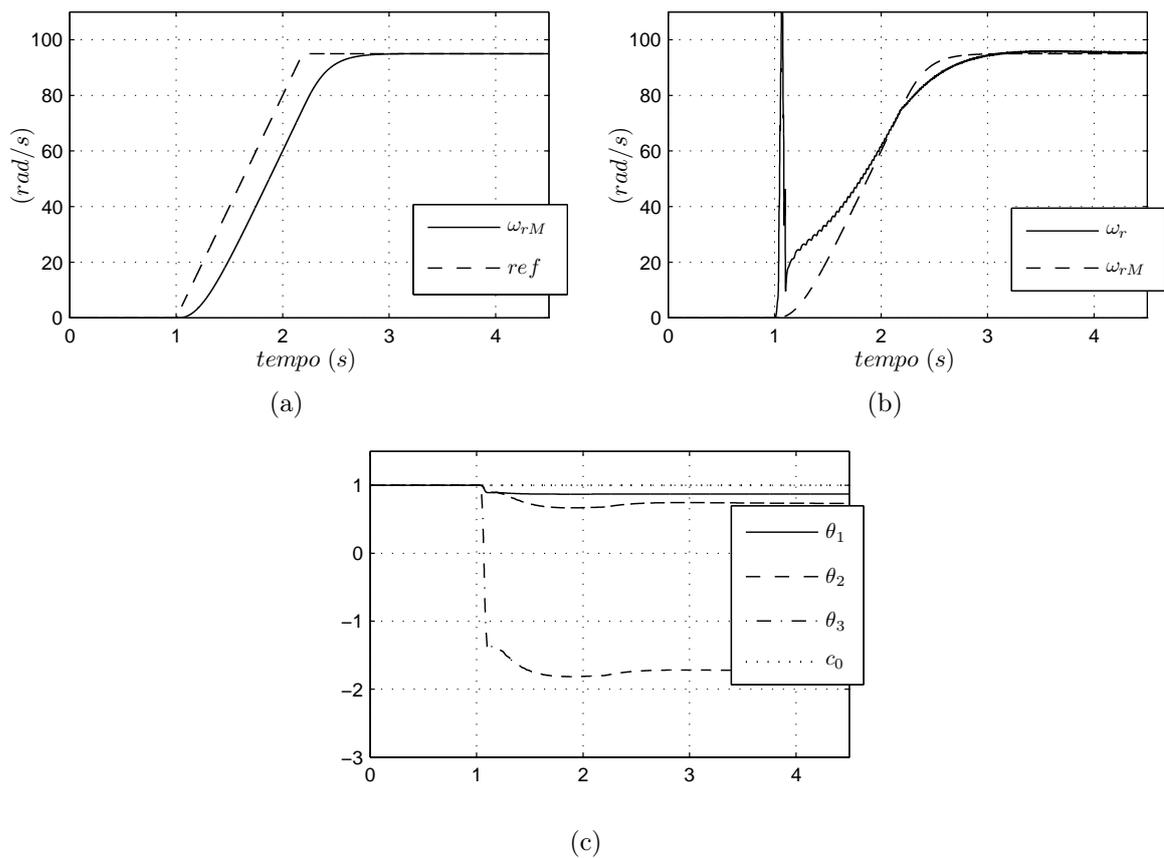


Figura 121: Controle RMRAC. (a) Referência e saída do modelo de referência, (b) Saída do modelo de referência e velocidade simulada, (c) Convergência dos parâmetros do controlador RMRAC.

dos parâmetros do controlador, verifica-se nesta a mudança nos valores dos parâmetros com o ponto de operação da máquina, característica da adaptação do controlador com a planta.

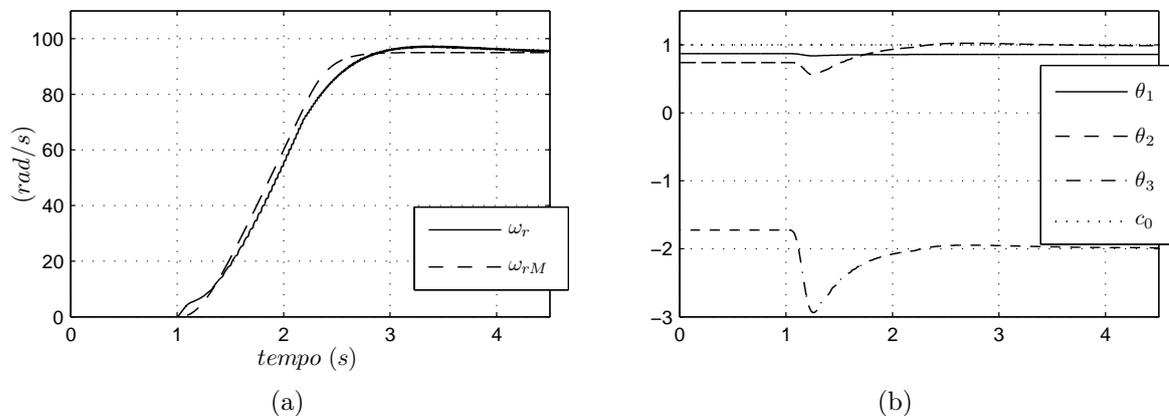


Figura 122: Controle RMRAC no segundo teste. (a) Saída do modelo de referência e velocidade simulada, (b) Convergência dos parâmetros do controlador RMRAC.

B.4 Considerações finais

Neste apêndice foram apresentadas duas topologias de controladores de velocidade que podem ser utilizados em máquinas de indução, em especial o motor de indução monofásico. O controlador PI caracteriza-se pela sua simplicidade de implementação, porém suas características de desempenho estão altamente relacionadas ao conhecimento dos parâmetros da planta objeto de controle.

O controlador RMRAC é caracterizado pela robustez e pela possibilidade de operar com a presença de dinâmicas não-modeladas e distúrbios de carga, características desejadas a controladores de velocidade aplicados a máquinas de indução. Porém, exige um esforço computacional maior em relação ao controlador PI.

Os dois controladores (PI e RMRAC) foram apresentados neste apêndice com intuito de mostrar ao leitor possibilidades de controladores de velocidade para motores de indução monofásicos.

APÊNDICE C – PROJETO DOS CONTROLADORES PIS DAS MALHAS DE CORRENTE

C.1 Projeto dos controladores PIs da malha elétrica

Para o projeto dos controladores PIs de correntes considera-se que a planta do sistema seja dada pela Figura 20, onde que o acoplamento entre as correntes é considerado um distúrbio, e também onde a função de transferência simplificada da planta é dada pela equação (C.1).

$$G_p(s) = \frac{1}{sL_{sd}\sigma_d + R_{sd}} \quad (\text{C.1})$$

A função de transferência de um controlador PI é dada pela equação (C.2),

$$G_c(s) = K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \quad (\text{C.2})$$

Represando o controlador e a planta em um única função de transferência, tem-se,

$$T(s) = \frac{sK_{PS} + K_{IS}}{s(sL_{sd}\sigma_d + R_{sd})} \quad (\text{C.3})$$

Em malha fechada com realimentação unitária, a equação (C.3) pode ser reescrita como,

$$T(s) = \frac{sK_{PS} + K_{IS}}{L_{sd}\sigma_d s^2 + (K_{PS} + R_{sd})s + K_{IS}} \quad (\text{C.4})$$

Dividindo-se todos os termos da equação (C.4) pelo termo $(L_{sd}\sigma_d)$, tem-se uma função

de transferência que representa o laço de controle da malha elétrica. Assim,

$$T(s) = \frac{\frac{sK_{PS}}{\sigma_d L_{sd}} + \frac{K_{IS}}{\sigma_d L_{sd}}}{s^2 + \frac{(R_{sd} + K_{PS})s}{\sigma_d L_{sd}} + \frac{K_{IS}}{\sigma_d L_{sd}}} \quad (C.5)$$

Assumindo que a resistência do estator no enrolamento auxiliar R_{sd} é muito menor em relação aos ganhos do controlador, e pode ser desprezada, pode-se reescrever a equação (C.5) como,

$$T(s) = \frac{\frac{sK_{PS}}{\sigma_d L_{sd}} + \frac{K_{IS}}{\sigma_d L_{sd}}}{s^2 + \frac{sK_{PS}}{\sigma_d L_{sd}} + \frac{K_{IS}}{\sigma_d L_{sd}}} \quad (C.6)$$

Com isso a equação (C.6) é idêntica a expressão de um sistema de segunda ordem no domínio da frequência, da forma que a expressão de um sistema de segunda ordem é dada por,

$$T_{ref}(s) = \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (C.7)$$

onde ω_b é a largura de banda, ζ é o coeficiente de amortecimento, ω_n é a velocidade natural da resposta do sistema em rad/s .

Definindo $I(j\omega_b)$ como a saída da planta, e $I_{ref}(j\omega_b)$ como a referência, a largura de banda é dada por,

$$20 \log \left(\frac{I(j\omega_b)}{I_{ref}(j\omega_b)} \right) = -3dB \quad (C.8)$$

Considerando que a largura de banda é definida quando o módulo do sinal de saída tenha amplitude $0,707 pu$, comumente usa-se $3,01dB$ no lugar de $3dB$, que resulta um ganho de $0,707$ no módulo da equação (B.7). Logo,

$$\left\| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right\| = \left\| \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \right\| = 0,707 \quad (C.9)$$

Resolvendo a equação (C.9), tem-se,

$$\left\| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right\| = \frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_b)^2}} = 0,707 \quad (C.10)$$

Da equação (C.10) pode-se obter,

$$(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] \quad (C.11)$$

Isolando o termo ω_n^4 na equação (C.11),

$$\omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \right] - (4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2) \quad (C.12)$$

Dividindo ambos os lados da equação (B.11) por ω_n^4 ,

$$1 = 0,5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (C.13)$$

É possível se verificar que a equação (C.13) tem a forma de uma equação de segundo grau, assim para simplificação da mesma define-se,

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (C.14)$$

Substituindo (C.14) na equação (C.13).

$$1 = 0,5 \left[(1 - a)^2 + 4\zeta^2 a \right] - 4\zeta^2 a \quad (C.15)$$

Reescrevendo a equação (C.15),

$$-0,5a^2 + (2\zeta^2 + 1)a + 0,5 = 0 \quad (C.16)$$

Resolvendo a equação (C.16),

$$a = (2\zeta^2 + 1) \pm \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} \quad (C.17)$$

Substituindo o valor de a dado na equação (C.14), na equação (C.17), tem-se,

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left((2\zeta^2 + 1) \pm \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1} \right) \quad (\text{C.18})$$

Ou ainda, reescrevendo vem,

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}} \quad (\text{C.19})$$

Com isso pode-se calcular os ganhos do compensador PI para as malhas de corrente. A partir da função de transferência dada em (C.6) que representa a planta, e a função de transferência dada em (C.7) que representa uma planta de segunda ordem. Assim,

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_{PS}}{\sigma_d L_{sd}} \quad (\text{C.20})$$

Logo, K_{PS} é dado quando se substitui a equação (C.19) na equação (C.20).

$$K_{PS} = \frac{2\zeta\omega_b\sigma_d L_{sd}}{\sqrt{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}}} \quad (\text{C.21})$$

O ganho K_{IS} é calculado a partir de,

$$\omega_n^2 = \frac{K_{IS}}{\sigma_d L_{sd}} \quad (\text{C.22})$$

Logo K_{IS} é reescrito pela equação (C.23),

$$K_{IS} = \frac{\omega_b^2 \sigma_d L_{sd}}{(2\zeta^2 + 1) + \sqrt{(2\zeta^2 + 1)^2 + 1}} \quad (\text{C.23})$$

Os ganhos discretos, de acordo com (OGATA, 1995), são dados por,

$$K_{IZ} = K_{IS} t_s \quad (\text{C.24})$$

$$K_{PZ} = K_{PS} - \frac{K_{IS} t_s}{2} \quad (\text{C.25})$$

APÊNDICE D - DESCRIÇÃO DO AMBIENTE DE IMPLEMENTAÇÕES

D.1 Descrição do ambiente de implementação

Os algoritmos de controle, de identificação de parâmetros, e modulação desenvolvidos nesse trabalho foram implementados em um DSP com processador de ponto fixo de 32-bits, TMS320F2812 (Texas Instruments Inc, Abril 2001 - Revisão de 2004). O DSP TMS320F2812 é desenvolvido com alguns periféricos, como PWM, A/D, QEP/CAP, dedicados ao controle de máquinas elétricas e conversores. Um diagrama com as principais funções do DSP é apresentado na Figura 123.

As principais características do DSP TMS320F2812 utilizado na implementação deste trabalho podem ser dadas como segue:

- Fabricado com tecnologia CMOS Estática.
- Frequência de operação: 150 MHz (ciclo de clock 6.67-ns).
- Baixo Consumo de Energia (1.9-V Processador, 3.3-V portas I/O).
- Programação em memória Flash de 3.3-V.
- Unidade Central de Processamento de alto desempenho em 32-Bits.
- Capaz de realizar operações aritméticas de multiplicação de 32bits x 32bits.
- Barramento com arquitetura Harvard.
- Pode ser programado tanto em linguagem C/C++ quanto Assembly.

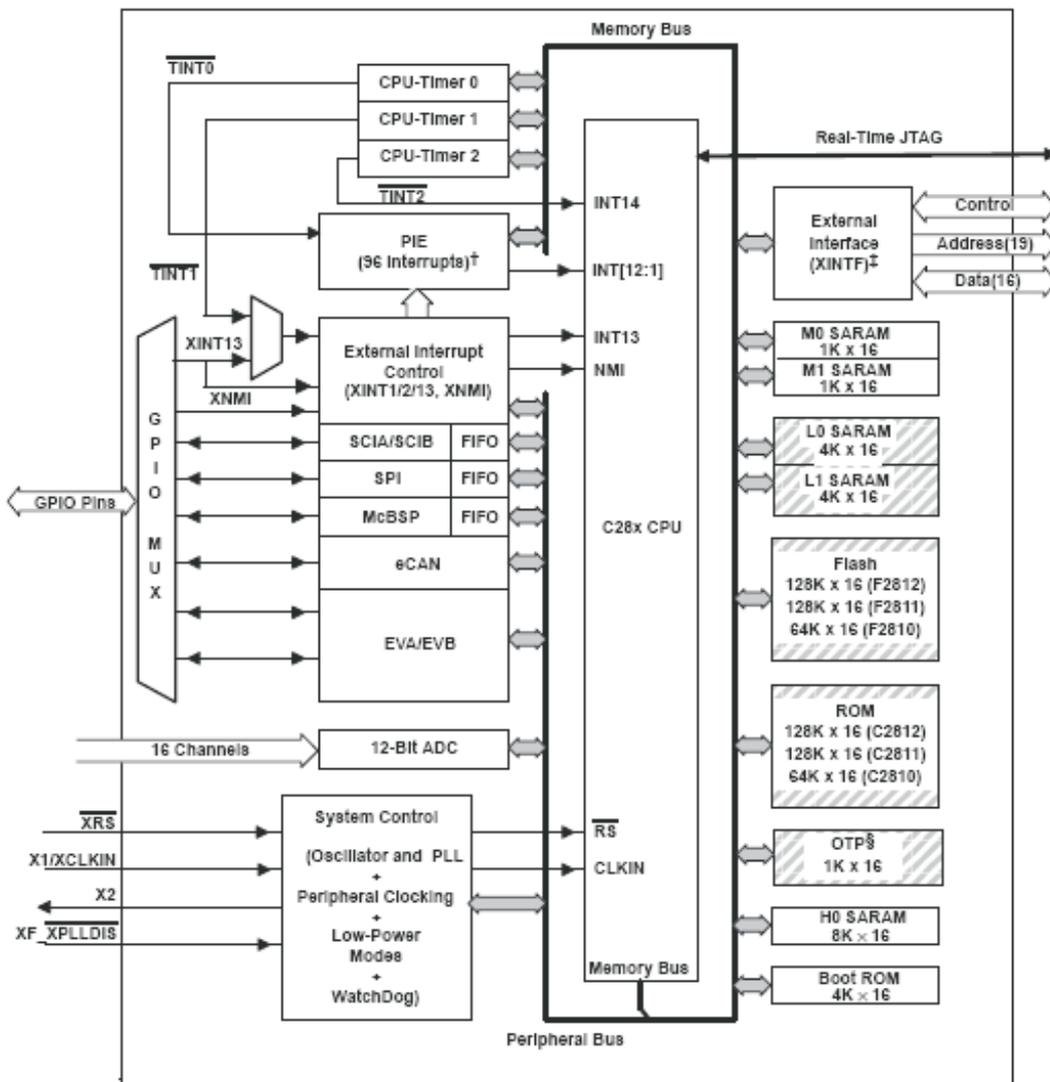


Figura 123: Diagrama de blocos das principais funções do DSP.

- Tamanho de memória Flash: 128KWords x 16bits.
- Tamanho da memória ROM: 128KWords x 16bits.
- Tamanho da memória RAM de acesso único (SARAM - Single-Access RAM: 18KWords x 16bits).
- Configuração de memória de Boot ROM (4K x 16) com Software para gerenciamento dos modos de boot (RAM, Flash).
- Tabelas para execução de funções matemáticas incluídas.
- Interface com Memória Externa (F2812) com capacidade de até 1M de memória.
- Periférico para suporte de interrupções.
- Código de segurança programável de 128 bits.

- 3 Timers de 32bits.
- Periféricos dedicados para controle de motores: 2 Gerenciadores de eventos (Event Managers) para gerenciamento de Timers, PWM, e Módulo de Captura de Encoder.
- Periféricos para comunicação serial(SPI, SCI, eCAN, McBSP).
- 16 canais multiplexados para conversão analógico-digital 2 amostradores, 1 conversor A/D de 12-Bits, taxa de conversão: 80 ns/12.5 MSPS (Milhões de amostras por segundo).
- Até 56 portas de entrada/saída (I/O) que podem ser programadas individualmente.
- Recursos para verificação de erros e monitoramento de memória em tempo-real.

Para a implementação dos algoritmos aqui desenvolvidos foi feita a escolha da linguagem C/C++, devido ao fato de existirem bibliotecas fornecidas pelo fabricante para realização de operações em ponto-fixa (Texas Instruments Inc, Abril 2001 - Revisão de 2004), o que permite agilizar o processo de programação.

O software Code Composer StudioTM IDE versão 3.1 foi utilizado para edição do programa, compilação, gravação do software na memória Flash, verificação de erros, e aquisição dos arquivos com os resultados experimentais. Um kit de aplicação chamado “F2812 eZdsp Starter Kit” fabricado pela empresa Spectrum Digital contendo o DSP TMS320F2812, 64KWords memória externa, e interface pela porta paralela para comunicação com PC foi utilizado.