

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM
QUANTITATIVA**

**ANÁLISE DE VARIÂNCIA FATORIAL APLICADA NA
AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ARGAMASSAS
INDUSTRIALIZADAS**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Estela Mari Piveta Pozzobon

**Santa Maria, RS, Brasil
2007**

**ANÁLISE DE VARIÂNCIA FATORIAL APLICADA NA
AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ARGAMASSAS
INDUSTRIALIZADAS**

por

Estela Mari Piveta Pozzobon

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do grau de **Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa**

Orientador: Prof^a Luciane Flores Jacobi

Santa Maria, RS, Brasil

2007

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia de Especialização

**ANÁLISE DE VARIÂNCIA FATORIAL APLICADA NA AVALIAÇÃO DA
RESISTÊNCIA DE ARGAMASSAS INDUSTRIALIZADAS**

elaborada por
Estela Mari Piveta Pozzobon

como requisito parcial para obtenção do grau de
Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa

COMISSÃO EXAMINADORA:

Luciane Flores Jacobi, M. Sc.
(Presidente/Orientadora)

Adriano Mendonça Souza, Dr. (UFSM)

Ivanor Müller, Dr. (UFSM)

Santa Maria, 16 de agosto de 2007.

RESUMO

Monografia de Especialização
Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa
Universidade Federal de Santa Maria

ANÁLISE DE VARIÂNCIA FATORIAL APLICADA NA AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ARGAMASSAS INDUSTRIALIZADAS

AUTORA: ESTELA MARI PIVETA POZZOBON

ORIENTADORA: LUCIANE FLORES JACOBI

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 16 de agosto de 2007.

A análise de experimentos é utilizada pelas indústrias que buscam melhorar a qualidade dos produtos e dos processos de forma contínua e estão efetivamente comprometidas em assegurar a satisfação do cliente. Em experimentos industriais é comum a necessidade de estudar o efeito de um ou mais fatores, por isso constata-se que o número de testes do experimento tende a aumentar a medida que os fatores crescem, tornando-se exaustivo o trabalho e com custo elevado para as empresas. Por outro lado, existe a necessidade de analisar as combinações dos fatores do experimento para concluir acerca da validade do mesmo. Uma das soluções para esta situação é aplicar a técnica de experimentos fatoriais. Neste contexto, conduziu-se o presente trabalho com o objetivo de realizar um estudo da análise de variância fatorial e comparação de médias para aplicar e comparar estatisticamente a resistência à compressão dos diferentes traços de argamassa industrializada produzidas em diferentes turnos em uma empresa. Para isso, a metodologia é aplicada na indústria de argamassa, sendo os dados fornecidos pelo laboratório de ensaios da Universidade Federal de Santa Maria e avaliados pela realização da análise de variância fatorial, ao nível de 5% de significância. Após determinados os resultados que compõe a análise de variância para então fazer contrastes duas a duas das médias das resistências que os traços de argamassas apresentam. Com isso, identificou-se que não havia interação entre os traços e turnos de produção e que a diferença entre os traços foi significativa, enquanto que entre os turnos não o foi. Além disso, a análise descritiva dos dados apontou que deve ser tratado para que ocorra um ajuste no processo produtivo, de forma a trazer as médias mais próximas aos valores especificados, reduzindo a variabilidade em torno das mesmas, gerando um produto com qualidade assegurada porém com custos de produção ajustados.

Palavras-chave: experimentos fatoriais; comparação de médias; resistência à compressão

ABSTRACT

Specialization Monographic Work
Post-Graduation Course on Statistics and Quantitative Modeling
Santa Maria Federal University

FACTORIAL ANALYSIS OF VARIANCE APPLIED IN THE INDUSTRIALIZED MORTAR STRENGTH EVALUATION

AUTHOR: ESTELA MARI PIVETA POZZOBON

ADVISOR: LUCIANE FLORES JACOBI

Place and Date of defense: Santa Maria, August 16th 2007

The analysis of experiments has been used by industries that search for the continuous improvement of processes and products, in other words, those effectively involved in assuring the satisfaction of their customers. Industrial experiments frequently require studying the effect of one or more factors; therefore, it is verified that the number of tests trends to increase as the number of factor grows, making this task exhaustive and quite expensive for companies. On the other hand, the combinations of the experiment factors need to be analyzed in order to verify its validity. One of the solutions for this situation is to apply the factorial experiments technique. The objective of the present work was to perform a study on the factorial analysis of variance and comparison of averages in order to apply and statistically compare the compression strength of the different industrialized mortar traces produced at different shifts at a given company. To do so, this methodology was applied in the mortar industry, and the data were supplied from the Santa Maria Federal University tests laboratory and evaluated through the performance of factorial analysis of variance at significance level of 5% as soon as the results that compose the analysis of variance were determined, so averages of strengths that the mortar traces present could be compared two-by-two. Thus, it was identified that there was no interaction between trace and shift and that the difference found between traces was significant, unlike the difference between shifts that was not, and the descriptive analysis of data indicated that the average strength is above recommended values, which could be treated for an adjustment in the productive process to occur in order to show the closest averages in relation to the specified values, reducing the variability around them, generating products with fine quality and adjusted production costs. No significant differences between the production shifts were observed.

Keywords: factorial experiments; comparison of averages; compressive strength

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Experimento inteiramente ao acaso com número igual de repetições.....	18
Quadro 2 – Análise da variância para experimento inteiramente ao acaso, com número igual de repetições.....	19
Quadro 3 – Experimento inteiramente ao acaso com número diferente de repetições.....	20
Quadro 4 – Experimento em blocos ao acaso.....	21
Quadro 5 – Análise de variância de um experimento em blocos ao acaso.....	22
Quadro 6 – Experimentos em blocos ao acaso com repetições.....	23
Quadro 7 – Análise de variância de um experimento em blocos ao acaso com repetições.....	27
Quadro 8 – Experimento fatorial com dois fatores sem interação.....	28
Quadro 9 – Experimento fatorial com dois fatores com interação	29
Quadro 10 – Experimentos fatoriais com dois fatores.....	33
Quadro 11 – Análise de variância para um fatorial com dois fatores. Modelo de Efeitos Fixos.....	35
Quadro 12 – Análise de variância fatorial.....	45
Quadro 13 – Media dos traços de argamassas ordenados de forma crescente.....	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medidas descritivas para as variáveis (traço da argamassa: T2, T4, T6, T8 e T10).....	44
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema de modelo inteiramente ao acaso.....	17
Figura 2 – Gráficos de linhas não paralelas.....	31
Figura 3 – Gráficos de linhas paralelas.....	31
Figura 4 – Ensaios de verificação da resistência de argamassas: à esquerda, ensaio usado até 2005 (compressão axial); à direita, ensaio à tração na flexão.....	41
Figura 5 – Gráfico de perfis de médias da resistência média	47

LISTA DE SIGLAS

d_{ms} – Diferença mínima significativa

EUROCODE – Código de Normalização Técnica da União Européia

F – Valor tabelado da Distribuição “F” de Snedecor

F_c – Valor calculado da Distribuição “F” de Snedecor

GL – Graus de Liberdade

MPa – Mega-Pascal

QM_e – Quadrado médio do erro

QM_{Trat} – Quadrado médio do tratamento

T_n – traços de argamassa, n = 2, 4, 6, 8 ou 10)

UFSM – Universidade Federal de Santa Maria

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A – Distribuição “F” de Snedecor com $\alpha = 0,05$	54
ANEXO B – Valores de q para o nível de significância de 5% segundo o número de tratamentos e os graus de liberdade do resíduo	55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos	13
1.1.1 Objetivo geral	13
1.1.2 Objetivos específicos	13
1.2 Justificativa	13
1.3 Estrutura do Trabalho	14
2 REVISÃO DA LITERATURA	15
2.1 Análise da Variância	15
2.1.1 Experimento inteiramente ao acaso com número igual de repetições	16
2.1.2 Experimento inteiramente ao acaso com números diferentes de repetições	20
2.1.3 Experimento bloco ao acaso	22
2.1.4 Análise de variância fatorial	28
2.1.4.1 <i>Gráficos de interação entre dois fatores</i>	30
2.1.4.2 <i>Experimentos fatoriais com dois atores</i>	32
2.2 Argamassa	37
2.2.1 Especificação das argamassas	38
2.2.2 Propriedades físicas das argamassas	40
2.2.3 Usos recomendados para as argamassas	41
2.2.4 Argamassas industrializadas	42
3 METODOLOGIA	43
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	44

4.1 Análise Descritiva para os Tratamentos	44
4.2 Análise de Variância Fatorial dos Dados	44
5 CONCLUSÃO	49
6 BIBLIOGRAFIA	50
6.1 Referências Bibliográficas	50
6.2 Bibliografia Consultada	51
ANEXOS	53

1 INTRODUÇÃO

A Estatística é instrumento fundamental para os profissionais da área de pesquisa, isto é, o uso da Estatística é imprescindível para compreender e tirar conclusões das pesquisas. A Estatística tem por objetivo fornecer métodos e técnicas para lidarmos com situações sujeitas a incerteza.

A descrição de dados coletados é comumente apresentada em gráficos ou relatórios e serve como técnica para avaliar uma ou mais variáveis para posterior aplicação ou não de testes estatísticos bem como a apresentação de resultados de delineamentos experimentais.

Desta forma é incontestável a necessidade de aplicação da Estatística para validação, comparação e análise de resultados da pesquisa científica. A mesma oferece aos pesquisadores conhecimento, isto é, os recursos necessários para dar a garantia de validade às pesquisas. Ela cresce à proporção que os estatísticos encontram soluções para muitos problemas levantados pelos pesquisadores.

A experimentação se difundiu como técnica de pesquisa no momento em que foi formalizada por intermédio da Estatística. Sabe-se que atualmente são realizados experimentos em diferentes áreas do conhecimento. Somando-se a isso, a análise dos resultados dos experimentos visa determinar os fatores de controle do processo que mais influenciam no resultado, ou seja, na qualidade do produto fabricado.

Particularmente experimentos fatoriais são frequentemente usados nos experimentos envolvendo vários fatores em que é necessário estudar o efeito conjunto dos fatores sobre uma resposta, ou seja, são úteis no estudo da interação entre fatores. E neste trabalho enfoca-se o estudo na análise de variância fatorial, pois o nosso interesse é analisar os efeitos de mais de dois tratamentos no mesmo experimento.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Realizar um estudo da análise de variância fatorial e comparação de médias para respectivamente aplicar e comparar estatisticamente as resistências à compressão que possuem diferentes traços de argamassa industrializada produzidas numa mesma central de dosagem.

1.1.2 Objetivos específicos

Realizar uma revisão sobre a análise de variância fatorial.

Estudar as propriedades e usos da argamassa.

Determinar se as resistências à compressão das argamassas estudadas estão conforme a especificação do fabricante.

1.2 Justificativa

Em virtude do processo industrial de produção de argamassas, existe a necessidade de utilização de métodos estatísticos adequados para auxiliar no controle de produção, isto é, mais precisamente no controle dos valores de resistência à compressão que os traços especificados de argamassas apresentam e de suas respectivas médias. Sabe-se que tal questão é de extrema importância, então se utiliza a análise de variância fatorial para a busca de solução do problema.

1.3 Estrutura do Trabalho

Para atingir os objetivos propostos no Capítulo 1, o trabalho foi organizado em cinco capítulos.

O Capítulo 2, apresenta uma revisão de literatura sobre análise de variância: delineamento inteiramente ao acaso, delineamento blocos ao acaso, experimentos fatoriais e ainda um estudo sobre a argamassa.

No Capítulo 3 apresenta-se a metodologia e no Capítulo 4 os resultados obtidos e uma discussão sobre os mesmos. A conclusão do trabalho está no Capítulo 5.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Análise da Variância

Muito usuais são os trabalhos estatísticos onde são testadas simultaneamente três ou mais médias obtidas de amostras a partir de variáveis contínuas com distribuição normal. Efetuar a comparação de médias duas a duas por meio do teste “t” tornar-se-ia muito exaustivo, e também aumentar a probabilidade de se cometer o erro do tipo I (rejeitar a hipótese nula sendo ela verdadeira). Isto porque quanto mais testes estatísticos forem realizados maiores as possibilidades de encontrar por mero acaso valores estatisticamente significantes em virtude do erro amostral. Dessa forma para evitar estas dificuldades e manter o erro do tipo I em um nível constante, emprega-se a análise de variância¹ que usa a distribuição “F”. E com o uso desse teste, pode-se tomar uma única decisão geral quanto à existência de uma diferença significativa entre três ou mais médias que estão sendo comparadas (Motta e Wagner, 2003).

Os modelos de análise de variância podem ser classificados em modelos fixos e modelos aleatórios. Os modelos fixos são aqueles em que os k tratamentos representam a totalidade dos tratamentos que interessam, isto é, as subpopulações determinadas pelos níveis do fator são aquelas de interesse do pesquisador. Os modelos aleatórios são aqueles em que os k tratamentos representam uma amostra aleatória de tratamentos para que a indução seja conduzida de acordo com uma condição real. Se o experimento for repetido, amostras aleatórias das mesmas subpopulações serão extraídas e analisadas. Em ambos os casos, fixos ou aleatórios, o modelo de análise de variância conduz, em geral, a uma mesma montagem e segue os mesmos procedimentos para a resolução do problema. (Souza et al., 2002, p.20)

A idéia, na análise de variância é comparar a variância devida aos tratamentos com a variação devida ao acaso, ou resíduo.

¹ Em inglês, é abreviado por ANOVA, das iniciais de Analysis of Variance

Delineamento experimental é o nome dado a organização do experimento, com o objetivo de reduzir o erro experimental. Com esse objetivo, as unidades experimentais podem ser organizadas de diferentes maneiras. Um dos delineamentos experimentais mais simples é aquele em que as unidades experimentais similares são agrupadas em pares. O mesmo princípio pode ser estendido para a comparação de mais de dois tratamentos, agrupando-se as unidades experimentais semelhantes em blocos homogêneos. Haverá tantas unidades experimentais por bloco quantos forem os tratamentos a serem comparados (Motta e Wagner, 2003).

Quando todas as unidades experimentais a serem incluídas no experimento são homogêneas, deixa de existir um fundamento lógico para a formação de blocos, e usa-se o experimento inteiramente casualizado.

2.1.1 Experimento inteiramente ao acaso com número igual de repetições

No experimento inteiramente ao acaso, cada unidade experimental recebe por sorteio um dos tratamentos que deverão ser comparados.

Para que um experimento inteiramente ao acaso seja aplicado a um conjunto de dados é necessário observar as seguintes pressuposições:

1ª) As variâncias populacionais não diferem nos diferentes tratamentos (Homocedasticidade).

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_i^2 = \sigma^2$$

2ª) Cada população tem distribuição normal.

3ª) $e_{ij} \stackrel{d}{\cong} N(0, \sigma^2)$, isto é, o efeito aleatório possui distribuição normal com média zero e variância constante σ^2 .

4ª) Cada amostra é independente e ao acaso, tirada de sua população de tratamentos.

O modelo é:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij}, \text{ onde:}$$

Y_{ij} são as observações numéricas individuais realizadas sobre as unidades experimentais. O índice i ($i = 1, 2, \dots, I$) refere-se ao número de tratamento (ou de amostras). O índice j ($j = 1, 2, \dots, J$) refere-se ao número de elementos de cada tratamento (ou cada amostra), isto é, o j -ésimo elemento do i -ésimo tratamento.

Cada observação (Y_{ij}) é formada de três componentes:

μ é o efeito devido à média da população a que pertence;

t_i é o efeito do i -ésimo tratamento, isto é, é um efeito específico devido a coluna a que pertence Y_{ij} ;

e_{ij} representa o erro residual.

As variáveis, presentes em um experimento inteiramente casualizado são: a variável dependente medida nas unidades experimentais e as variáveis independentes que determinam as condições sob as quais os valores da variável dependente são obtidos. Abaixo, na Figura 1, tem-se um esquema do modelo inteiramente ao acaso.

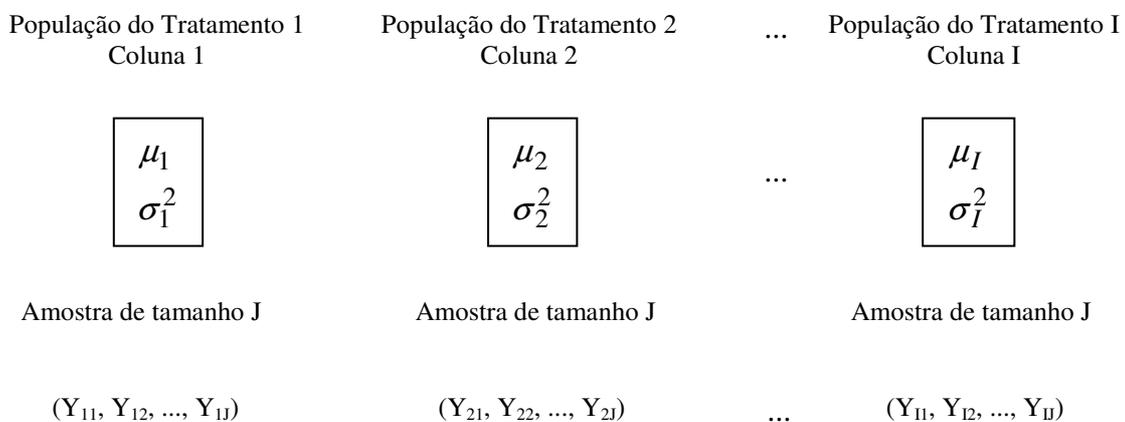


Figura 1 – Esquema de modelo inteiramente ao acaso.

O Quadro 1 mostra um experimento com I tratamentos e cada tratamento com J repetições. A soma dos resultados das J repetições de um mesmo tratamento compõe o total desse tratamento.

Tratamento Elemento da amostra	T1	T2	T3	...	T _I	Total
	Y ₁₁	Y ₂₁	Y ₃₁	...	Y _{I1}	
	Y ₁₂	Y ₂₂	Y ₃₂	...	Y _{I2}	
	Y ₁₃	Y ₂₃	Y ₃₃	...	Y _{I3}	
	
	Y _{1J}	Y _{2J}	Y _{3J}	...	Y _{IJ}	
Total	T ₁	T ₂	T ₃	...	T _I	$\sum T = \sum Y$
Número de Repetições	J	J	J	...	J	$n = IJ$
Média	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	...	\bar{Y}_I	-

Quadro 1 – Experimento inteiramente ao acaso com número igual de repetições.

Na análise da variância de um experimento ao acaso é necessário realizar os seguintes cálculos:

- Graus de Liberdade dos tratamentos (GL_{Trat}): $I - 1$
- Graus de Liberdade do total (GL_T): $IJ - 1$
- Graus de Liberdade do erro (GL_e): $I(J - 1)$
- Fator de correção: $C = \frac{(\sum Y)^2}{n}$
- Soma de quadrados total: $SQ_T = \sum Y^2 - C$
- Soma de quadrados dos tratamentos: $SQ_{Trat} = \frac{\sum T^2}{r} - C$
- Soma de quadrados dos erros: $SQ_e = SQ_T - SQ_{Trat}$

Após a determinação das quantidades descritas acima, pode-se organizar o Quadro 2 da análise de variância como segue:

Causas de variação	Graus de Liberdade	SQ	QM	F _C	F _α
Tratamento	$I - 1$	SQ_{Trat}	$QM_{Trat} = \frac{SQ_{Trat}}{GL_{Trat}}$	$F_C = \frac{QM_{Trat}}{QM_e}$	$F_{\alpha, (I-1), I(J-1)}$
Erro	$I(J - 1)$	SQ_e	$QM_e = \frac{SQ_e}{GL_e}$	-	-
Total	$IJ - 1$	SQ_T	-	-	-

Quadro 2 – Análise de variância para experimento inteiramente ao acaso, com número igual de repetições.

Teste de hipótese para igualdade de I médias ($I > 2$)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i = \mu$$

H_1 : Existe pelo menos uma das médias diferente de uma das demais

Utilizando-se a estatística “F”, de Snedecor, com $(I - 1)$ graus de liberdade no numerador e $I(J - 1)$ graus de liberdade no denominador, o valor crítico dado no Quadro 2 é comparado com o valor calculado (Motta e Wagner, 2003).

Se $F_C > F_{\alpha, (I-1); I(J-1)}$ rejeita-se H_0 , a diferença é dita significativa e conclui-se que existe, pelo menos, uma média que difere de outra. Se $F_C < F_{\alpha, (I-1); I(J-1)}$ se aceita H_0 e conclui-se que não existem evidências estatísticas de que as médias sejam diferentes.

Em programas estatísticos usa-se a probabilidade de significância (p-valor). O p-valor representa a probabilidade de ser obtida uma observação de distribuição “F”, com $(I - 1)$ e $I(J - 1)$ graus de liberdade maior ou igual ao valor observado pela F_C . Observa-se que: se p-valor $< \alpha$, rejeita-se H_0 (Souza et al., 2002).

O teste “F” é uma comparação da variância quadrática média dos tratamentos (QM_{Trat}), com a variância quadrática média dos erros (QM_e). A variação aleatória entre a UE (unidade experimental) com o mesmo tratamento juntamente com as variações de erro de técnica ocorridos durante o experimento é chamada de erro experimental. Quando a variação entre as médias dos tratamentos for semelhante à variação do erro experimental a relação QM_{Trat} / QM_e se aproxima de 1. Dessa maneira a diferença entre as médias não é dita significativa, ou seja, pode-se atribuir a variação da amostragem. No caso em que a diferença entre as médias tenha significância estatística, o valor F_C deve apresentar um valor bem maior do que a

unidade. Nesse caso, a variação entre as médias dos tratamentos incluirá, além da variação do erro experimental, uma variação devido ao efeito intrínseco dos tratamentos (Motta e Wagner, 2003).

2.1.2 Experimento inteiramente ao acaso com números diferentes de repetições

Observa-se o Quadro 3, para um melhor entendimento de um experimento inteiramente ao acaso com número diferente de repetições.

	Tratamento					Total
	1	2	3	...	I	
	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	...	Y_{I1}	
	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	...	Y_{I2}	
	
	Y_{1r1}	Y_{2r2}	Y_{3r3}	...	Y_{Iri}	
Total	T_1	T_2	T_3	...	T_I	
Número de repetições	r_1	r_2	r_3	...	r_i	$n = \sum r$
Média	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	...	\bar{Y}_I	-

Quadro 3 – Experimento inteiramente ao acaso com número diferente de repetições.

Todos os cálculos são realizados da forma já vista anteriormente, com exceção da soma de quadrados de tratamentos que é dado por:

$$SQ_{Trat} = \frac{T_1^2}{r_1} + \frac{T_2^2}{r_2} + \dots + \frac{T_i^2}{r_i} - C$$

$$SQ_{Trat} = \frac{\sum T_i^2}{r_i} - C$$

Após determinação do quadro da análise da variância, no caso em que a diferença entre os tratamentos não é significativa, não há necessidade de ser aplicado testes adicionais. Em caso contrário, isto é, quando a diferença entre as médias dos tratamentos é dita significativa pelo teste “F”, testes adicionais devem ser realizados, isto não quer dizer que todos os tratamentos diferem uns dos outros.

Para identificar quais médias que tomadas duas a duas diferem significativamente entre si, isto é, quais os tratamentos que diferem sob o ponto de vista estatístico, são necessários usar um teste de comparação de médias.

O objetivo é identificar e destacar o “melhor tratamento”. Nessa pesquisa será apresentado o teste de Tukey. Sabe-se que há também, outros testes, tais como Student-Newman-Keuls, Scheffé, Duncan, Dunnett.

O procedimento de Tukey é um complemento a ANOVA e protege os testes de um aumento no nível de significância devido ao grande número de comparações efetivadas (Callegari-Jacques, 2003).

Uma diferença entre duas médias é estatisticamente significativa quando o valor absoluto dessa diferença for igual ou maior que a d_{ms} (diferença mínima significativa) do Teste de Tukey. Assim, diz-se que as médias são estatisticamente diferentes, se, $|\bar{X}_i - \bar{X}_j| \geq d_{ms}$, para $i \neq j$.

Para determinar a d_{ms} quando se tem amostras de mesmo tamanho é utilizada a seguinte equação:

$$d_{ms} = q_{\alpha;(\delta, I)} \sqrt{\frac{QM_e}{r}}, \quad (1)$$

onde:

q_{α} - é um valor tabelado, levando em consideração os graus de liberdade do erro (δ), o número de tratamentos (I) e o nível de significância α (valor obtido na tabela do ANEXO B).

Quando se tem amostras de tamanhos diferentes é utilizada a seguinte equação:

$$d_{ms} = q_{\alpha;(\delta, I)} \sqrt{\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j}\right) \frac{QM_e}{2}}, \quad (2)$$

onde:

r_i e r_j representam o número de repetições de cada tratamento.

A apresentação dos resultados de uma comparação múltipla entre médias pode ser realizada colocando-se letras ao lado das médias: letras iguais indicam médias que não diferem significativamente entre si.

O delineamento inteiramente ao acaso é o caso mais simples, isto é, as observações numéricas feitas sobre unidades experimentais são classificadas segundo um critério apenas: tratamentos, já no próximo caso incluem a organização de blocos, ou seja, a classificação das unidades experimentais e realizadas por mais de um critério.

2.1.3 Experimento bloco ao acaso

Este delineamento é caracterizado por possuir bloco. Bloco é um conjunto de unidades experimentais (UE) homogêneas. Cada bloco recebe uma repetição de cada tratamento. Os tratamentos são casualizados sobre as UE dentro de cada bloco. Os blocos podem diferir entre si em menor ou maior grau. No entanto essas diferenças não podem causar interação entre os blocos e os tratamentos, pois esta interação irá inflacionar o erro experimental e reduzir a precisão do experimento. Ainda não se devem utilizar blocos indiscriminadamente quando não há necessidade, pois isso, pode resultar na diminuição dos graus de liberdade do erro experimental, sem a conseqüente redução da soma dos quadrados e assim, a variância do erro será maior (Storck e Lopes,1998). Observa-se o Quadro 4 para compreender o procedimento de um experimento em blocos ao acaso.

A análise de variância de um experimento no delineamento blocos ao acaso, leva em consideração dois tratamentos ou fatores. Assim, a observação admite a influência dos seguintes elementos:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$$

Onde:

μ - é a média da população que pertence;

α_i - é o efeito do i-ésimo tratamento;

β_j - é o efeito do j-ésimo bloco;

e_{ij} - é o erro residual.

Pressuposições:

- os efeitos $(\mu, \alpha_i, \beta_j, e_{ij})$ são aditivos e independentes entre si e dentro de si;
- os erros e_{ij} são conjuntamente independentes;
- os erros têm distribuição normal, média zero e variância comum σ^2 .

Bloco	Tratamento					Total
	1	2	3	...	I	
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	...	Y_{I1}	$Y..1$
2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	...	Y_{I2}	$Y..2$
...
J	Y_{1J}	Y_{2J}	Y_{3J}	...	Y_{IJ}	$Y..J$
Total	T_1	T_2	T_3	...	T_I	$\sum T = \sum B = \sum Y$
Número de repetições	J	J	J	...	J	$n = IJ$
Média	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	...	\bar{Y}_I	-

Quadro 4 – Experimento em blocos ao acaso.

Ao se realizar a análise de variância de um experimento em blocos ao acaso é necessário calcular:

- Graus de liberdade dos blocos (GL_{Bl}): $J - 1$
- Graus de liberdade dos tratamentos (GL_{Trat}): $I - 1$
- Graus de liberdade dos erros (GL_e): $(I - 1) \cdot (J - 1)$
- Graus de liberdade total (GL_T): $IJ - 1$
- O valor C (fator de correção): $C = \frac{(\sum Y)^2}{IJ}$
- A soma de quadrados total: $SQ_T = \sum Y^2 - C$
- A soma de quadrados dos tratamentos: $SQ_{Trat} = \frac{\sum T^2}{J} - C$
- A soma de quadrados de blocos: $SQ_{Bl} = \frac{\sum Y^2}{I} - C$

- A soma de quadrados dos erros: $SQ_E = SQ_T - SQ_{Trat} - SQ_{Bl}$

Para uma melhor compreensão, utiliza-se o Quadro 5 para a análise de variância.

Fontes de variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F _C	F _α
Tratamentos	$I - 1$	SQ_{Trat}	$QM_{Trat} = \frac{SQ_{Trat}}{GL_{Trat}}$	$F_{Trat} = \frac{QM_{Trat}}{QM_e}$	$F_{\alpha, (I-1), (I-1)(J-1)}$
Blocos	$J - 1$	SQ_{Bl}	$QM_{Bl} = \frac{SQ_{Bl}}{GL_{Bl}}$	$F_{Bl} = \frac{QM_{Bl}}{QM_e}$	$F_{\alpha, (J-1), (I-1)(J-1)}$
Erros	$(I - 1) \cdot (J - 1)$	SQ_e	$QM_e = \frac{SQ_e}{GL_e}$	-	-
Total	$IJ - 1$	SQ_T	-	-	-

Quadro 5 – Análise de variância de um experimento em blocos ao acaso.

As hipóteses a serem testadas são:

$$H_{01} : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i$$

H_{11} : Existe pelo menos um tratamento diferente dos demais

$$H_{02} : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_j$$

H_{12} : Existe pelo menos um bloco diferente dos demais

Para se testar a hipótese de nulidade utiliza-se a estatística “F”, de Snedecor com $(I - 1)$ ou $(J - 1)$ graus de liberdade no numerador e $(I - 1) \cdot (J - 1)$ graus de liberdade no denominador, sendo esse chamado de valor crítico, que é dado na tabela, e comparado com o valor calculado.

Se $F_c \leq F_\alpha (GL_{Trat}; GL_e)$ aceita-se H_0 e conclui-se que os I tratamentos não diferem, ou seja, as diferenças entre as médias não são significativas em nível α de erro; e dessa forma pode-se dizer que diferenças observadas entre as médias de tratamentos pode-se atribuir ao acaso.

Se $F_c > F_\alpha$ (GL_{Trat} ; GL_e) rejeita-se H_0 e conclui-se que pelo menos um $t_i \neq 0$, ou seja, no mínimo um contraste entre médias de tratamentos é significativo em nível α de erro. E assim as diferenças apresentadas entre as médias dos tratamentos não se pode atribuir ao acaso.

E para se identificar quais são as médias de tratamentos que diferem, usa-se um dos testes de comparações múltiplas de médias (Tukey, Duncan, etc).

Para se entender o procedimento da análise de um experimento em blocos ao acaso com repetições observa-se o Quadro 6, onde estão indicados **I** tratamentos, **J** blocos em **m** repetições de cada tratamento dentro de cada bloco, considerando-se que tanto tratamento como blocos são de efeitos fixos.

Bloco	Tratamentos				
	1	2	...	I	
1	$\begin{bmatrix} Y_{111} \\ Y_{112} \\ \vdots \\ Y_{11m} \end{bmatrix} I_{11}$	$\begin{bmatrix} Y_{211} \\ Y_{212} \\ \vdots \\ Y_{21m} \end{bmatrix} I_{21}$...	$\begin{bmatrix} Y_{I11} \\ Y_{I12} \\ \vdots \\ Y_{I1m} \end{bmatrix} I_{I1}$	B_1
2	$\begin{bmatrix} Y_{121} \\ Y_{122} \\ \vdots \\ Y_{12m} \end{bmatrix} I_{12}$	$\begin{bmatrix} Y_{221} \\ Y_{222} \\ \vdots \\ Y_{22m} \end{bmatrix} I_{22}$...	$\begin{bmatrix} Y_{I21} \\ Y_{I22} \\ \vdots \\ Y_{I2m} \end{bmatrix} I_{I2}$	B_2
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
J	$\begin{bmatrix} Y_{1J1} \\ Y_{1J2} \\ \vdots \\ Y_{1Jm} \end{bmatrix} I_{1J}$	$\begin{bmatrix} Y_{2J1} \\ Y_{2J2} \\ \vdots \\ Y_{2Jm} \end{bmatrix} I_{2J}$...	$\begin{bmatrix} Y_{IJ1} \\ Y_{IJ2} \\ \vdots \\ Y_{IJm} \end{bmatrix} I_{IJ}$	B_J
Total	T_1	T_2	...	T_I	$\sum T = \sum Y = \sum B$
Número de repetições	Jm	Jm	...	Jm	$n = IJm$
Média	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	...	\bar{Y}_I	-

Quadro 6 – Experimentos em blocos ao acaso com repetições.

Para realizar a análise de variância de um experimento em blocos ao acaso com repetição é necessário calcular:

- graus de liberdade do total (GL_T): $n - 1 = IJm - 1$
- os graus de liberdade dos tratamentos (GL_{Trat}): $I - 1$
- os graus de liberdade dos blocos (GL_{Bl}): $J - 1$
- os graus de liberdade da interação (GL_I): $(I - 1)(J - 1)$
- os graus de liberdade do erro (GL_e): $(n - 1) - (I - 1) - (J - 1) = n - I - J + 1$, que também pode ser, realizadas as substituições: $IJm - IJ = IJ(m - 1)$

- o valor de C :
$$\frac{(\sum Y)^2}{n}$$

- a soma de quadrados total : $SQ_T = \sum y^2 - C$

- a soma de quadrados de tratamentos : $SQ_{Trat} = \frac{\sum T^2}{Jm} - C$

- a soma de quadrados de blocos : $SQ_{Bl} = \frac{\sum B^2}{Im} - C$

- a soma de quadrados da interação tratamentos versus blocos :

$$SQ_I = \frac{\sum I^2}{m} - C - SQ_{Trat} - SQ_{Bl}$$

- a soma de quadrados do erro : $SQ_e = SQ_T - SQ_{Trat} - SQ_{Bl} - SQ_I$

Para a análise de variância de um experimento em blocos ao acaso com repetição utiliza-se o Quadro 7.

As hipóteses a serem testadas são:

H₀₁: não há interação entre os blocos e tratamentos

H₁₁: Há interação entre os blocos e tratamentos

H₀₂: não há diferença entre tratamentos

H₁₂: Há diferença entre tratamentos

H₀₃: não há diferença entre blocos

H₁₃: Há diferença entre blocos

Fontes de variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F _C
Tratamentos	$I - 1$	SQ_{Trat}	$QM_{Trat} = \frac{SQ_{Trat}}{GL_{Trat}}$	$F_{Trat} = \frac{QM_{Trat}}{QM_e}$
Blocos	$J - 1$	SQ_{Bl}	$QM_{Bl} = \frac{SQ_{Bl}}{GL_{Bl}}$	$F_{Bl} = \frac{QM_{Bl}}{QM_e}$
Interação	$(I - 1) \cdot (J - 1)$	SQ_I	$QM_I = \frac{SQ_I}{GL_I}$	$F_I = \frac{QM_I}{QM_e}$
Erros	$n - I - J + 1$	SQ_e	$QM_e = \frac{SQ_e}{GL_e}$	-
Total	$IJm - 1$	-	-	-

Quadro 7 – Análise de variância de um experimento em blocos ao acaso com repetições.

Realizada a análise de variância, é necessário verificar se os valores de “F” são significantes. Recomenda-se analisar, em primeiro lugar, o resultado da interação. No caso de o valor de “F” para a interação ser significativo, o comportamento dos tratamentos depende do bloco. Nesse caso, o ideal é comparar médias de tratamentos dentro de blocos.

No caso de os efeitos serem aleatórios, a análise de variância dos experimentos em blocos ao acaso com repetição apresenta, em relação à análise, onde os efeitos são fixos, apenas uma diferença: o cálculo dos valores de “F”.

Obtêm-se esses valores pelas seguintes equações:

$$\text{- Para tratamentos : } F_{Trat} = \frac{QM_{Trat}}{QM_I} \quad (3)$$

$$\text{- Para blocos: } F_{Bl} = \frac{QM_{Bl}}{QM_I} \quad (4)$$

$$\text{- Para interação: } F_I = \frac{QM_I}{QM_e} \quad (5)$$

2.1.4 Análise de variância fatorial

Experimentos fatoriais são aqueles que analisam os efeitos de dois ou mais tipos de tratamento no mesmo experimento, sendo os tratamentos chamados de fatores. Eles incluem todas as combinações de vários conjuntos de tratamentos ou fatores.

Os experimentos fatoriais geralmente são mais eficientes do que os experimentos simples com um só conjunto de tratamento (Pimentel Gomes, 1985). Ele também afirma que o principal defeito dos experimentos fatoriais é que o número de tratamento aumenta rapidamente. No entanto, sabe-se que os experimentos fatoriais são de uso bastante comum no estudo da interação entre fatores e o mais conveniente.

O tipo mais simples de experimento fatorial é o 2×2^2 . Nesses experimentos são analisados dois fatores em dois níveis. Por exemplo, se houver dois fatores A e B, com “a” níveis do fator A e “b” níveis do fator B, então cada réplica conterá todas as **ab** combinações de tratamentos.

Segundo Montgomery e Runger (2003) o efeito de um fator é definido como a variação na resposta produzida pela mudança no nível do fator. Ele é chamado efeito principal, pois diz respeito a fatores primários no estudo. Como exemplo considere os dados no Quadro 8. Nesse exemplo o experimento aparece com dois fatores A e B, cada um com dois níveis (A_{baixo} , A_{alto} , B_{baixo} , B_{alto}). O efeito principal do fator A é a diferença entre a resposta média no nível alto de A e a resposta média no nível baixo de A.

Fator A	Fator B	
	B_{baixo}	B_{alto}
A_{baixo}	10	20
A_{alto}	30	40

Quadro 8 – Experimento fatorial com dois fatores sem interação.

² Lê-se dois por dois.

$$A = \frac{30 + 40}{2} - \frac{10 + 20}{2} = 20$$

Isto é, a variação do fator A no nível baixo para o nível alto faz a resposta aumentar de 20 unidades.

Da mesma maneira, o efeito principal de B é

$$B = \frac{20 + 40}{2} - \frac{10 + 30}{2} = 10$$

Em determinados experimentos a diferença na resposta entre os níveis de um fator não é a mesma em todos os níveis dos outros fatores. Neste caso, há uma interação entre os fatores.

Pode-se perceber isso no Quadro 9 no nível baixo do fator B, o efeito de A:

$$A = 30 - 10 = 20$$

E no nível alto do fator B o efeito de A é:

$$A = 0 - 20 = -20$$

Fator A	Fator B	
	B _{baixo}	B _{alto}
A _{baixo}	10	20
A _{alto}	30	0

Quadro 9 – Experimento fatorial com dois fatores com interação.

Sendo que o efeito A depende do nível escolhido para o fator B, há interação entre A e B.

No caso de uma interação alta, os efeitos principais correspondentes tem pouco significado prático, isto é, usando os dados do Quadro 9 identifica-se o efeito principal de A como:

$$A = \frac{30 + 0}{2} - \frac{10 + 20}{2} = 0$$

Verificando-se, assim, que não há efeito do fator A. Em contrapartida, quando se analisa os efeitos de “a” em diferentes níveis do fator B, verifica-se que esse não foi o caso. O efeito do fator A depende dos níveis do fator B. Dessa forma, o conhecimento da interação AB é mais útil que o conhecimento do efeito principal. Uma interação significativa pode mascarar o significado dos efeitos principais. Conseqüentemente, no caso de a interação estar presente, os efeitos principais dos fatores envolvidos na interação podem não ter grande significado.

É simples estimar o efeito da interação nos experimentos fatoriais como os ilustrados nos Quadros 8 e 9. Neste caso, quando ambos os fatores têm dois níveis, o efeito da interação AB é a diferença nas médias da diagonal. Isso significa metade da diferença entre os efeitos A nos dois níveis B. Por exemplo, no Quadro 8, encontra-se o efeito de interação AB como sendo:

$$AB = \frac{20+30}{2} - \frac{10+40}{2} = 0$$

Constatando-se que não há interação entre A e B. Já no Quadro 9, o efeito de interação AB é dado por:

$$AB = \frac{20+30}{2} - \frac{10+0}{2} = 20$$

Onde se verifica o efeito de interação.

2.1.4.1 Gráficos de interação entre dois fatores

Os experimentos fatoriais mais simples envolvem dois fatores em dois níveis, e podem ser representados graficamente. As diferenças nas respostas dos dois níveis de A podem não ser iguais nos dois níveis de B. Isso pode ser visualizado em gráfico. A Figura 2 mostra um gráfico onde as linhas não são paralelas, indicando que existe interação entre os fatores, e a Figura 3, mostra que as linhas são praticamente paralelas, o que implica que não existe interação entre A e B.

Estes gráficos são muito úteis na apresentação de resultados dos experimentos planejados.

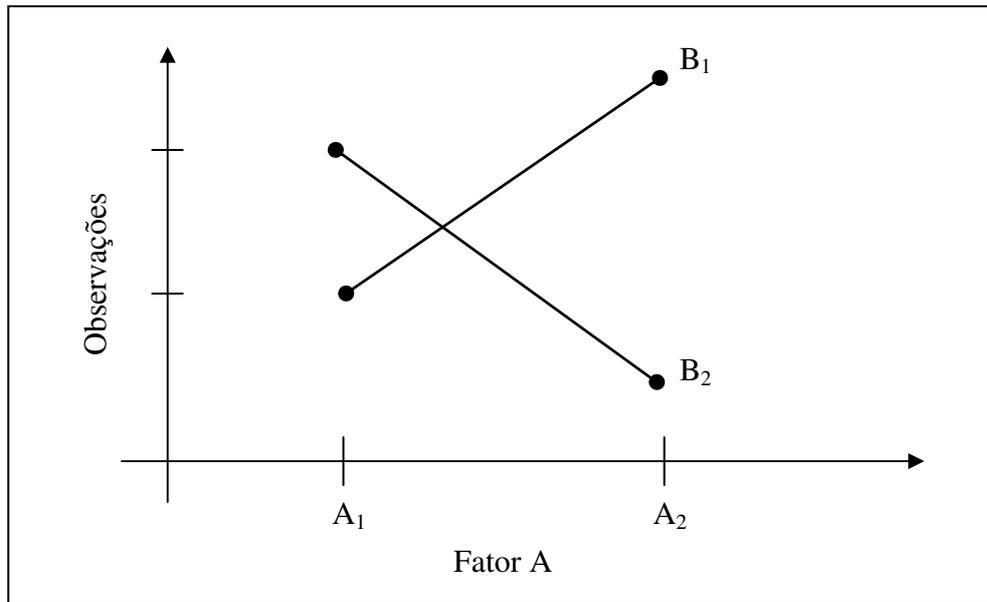


Figura 2 – Gráficos de linhas não paralelas.

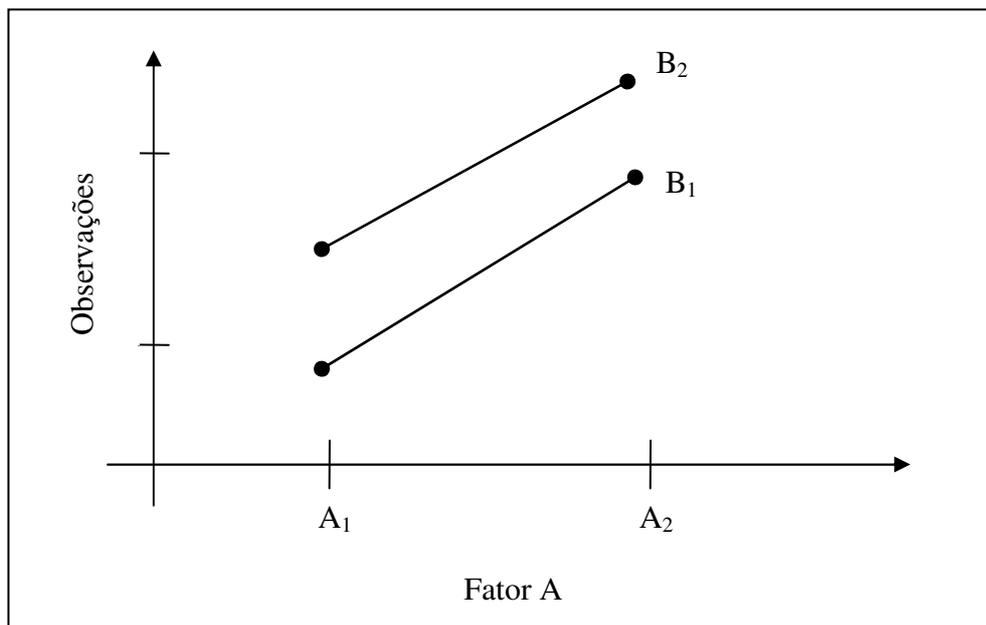


Figura 3 – Gráfico de linhas paralelas.

Pode-se verificar a interação do exemplo anterior plotando os dados do Quadro 8 contra os níveis de A para ambos os níveis de B. Percebe-se que as linhas de B_{baixo} e B_{alto} são praticamente paralelas, mostrando dessa forma que os fatores AB não interagem significativamente (Figura 3). Já na Figura 2 apresenta-se um

gráfico similar para os dados do Quadro 9, no entanto nesse as linhas B_{baixo} e B_{alto} não são paralelas, o que mostra a existência de interação entre os fatores A e B.

“Experimentos fatoriais são a única maneira de descobrir interação entre os fatores. Uma alternativa ao planejamento fatorial, que é (infelizmente) usada na prática, é a mudança dos fatores um de cada vez em vez de variá-los simultaneamente” (Montgomery e Runger, 2003, p.298).

2.1.4.2 Experimentos fatoriais com dois fatores

Os resultados de um experimento para uma determinada variável, por exemplo Y, são organizadas conforme no Quadro 10. O experimento tem k réplicas e cada réplica contém todas ij combinações de tratamentos. Os valores de Y são identificados por Y_{ijk} e, como sendo a observação na ij -ésima célula para a k -ésima réplica é denotada por Y_{ijk} (é a observação obtida na unidade experimental que recebeu no nível i do fator A e o nível j do fator B na repetição k). O fatorial com dois fatores é um planejamento completamente aleatorizado.

O modelo matemático para um fatorial com dois fatores no delineamento inteiramente aleatorizado é dado por:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + e_{ij}$$

Em que:

Y_{ijk} é uma observação na k -ésima réplica em relação ao tratamento nível i do fator A com o nível j do fator B ($k = 1, 2, \dots, K$);

μ é o efeito médio global;

τ_i é o efeito do i -ésimo nível, ou seja, do nível ($i = 1, 2, \dots, I$) do fator A;

β_j é o efeito do j -ésimo nível, ou seja, do nível ($j = 1, 2, \dots, J$) do fator B;

$(\tau\beta)_{ij}$ é o efeito da interação do nível i do fator A com o nível j do fator B;

e_{ijk} é o efeito aleatório do erro experimental tendo uma distribuição normal, com média zero e variância σ^2 .

O modelo de um experimento fatorial com dois fatores está descrito no Quadro 10.

Fatores		Fator B					
		1	2	...	j	Totais	Médias
Fator A	1	Y_{111} Y_{112} \vdots Y_{11k}	Y_{121} Y_{122} \vdots Y_{12k}	...	Y_{1j1} Y_{1j2} \vdots Y_{1jk}	$Y_{1..}$	$\bar{Y}_{1..}$
	2	Y_{211} Y_{212} \vdots Y_{21k}	Y_{221} Y_{222} \vdots Y_{22k}	...	Y_{2j1} Y_{2j2} \vdots Y_{2jk}	$Y_{2..}$	$\bar{Y}_{2..}$

	i	Y_{i11} Y_{i12} \vdots Y_{i1k}	Y_{i21} Y_{i22} \vdots Y_{i2k}	...	Y_{ij1} Y_{ij2} \vdots Y_{ijk}	$Y_{i..}$	$\bar{Y}_{i..}$
Totais		$Y_{.1.}$	$Y_{.2.}$...	$Y_{.j.}$	$Y_{...}$	-
Médias		$\bar{Y}_{.1.}$	$\bar{Y}_{.2.}$...	$\bar{Y}_{.j.}$	-	$\bar{Y}_{...}$

Quadro 10 – Experimentos fatoriais com dois fatores.

Como há dois fatores no experimento, o procedimento de teste é frequentemente chamado de análise de variância bivariável. E as hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{cases} H_{01} : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_i = 0 \text{ (nenhum efeito principal significativo do fator A)} \forall i \\ H_{11} : \text{no mínimo um } \tau_i \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{02} : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j = 0 \text{ (nenhum efeito principal significativo do fator B)} \forall j \\ H_{12} : \text{no mínimo um } \beta_j \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{03} : (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ (nenhuma interação significativa)} \\ H_{13} : \text{no mínimo um } (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \end{cases}$$

Consideram-se as seguintes notações:

Cada tratamento é uma combinação do nível i do fator A com o nível j do fator B, isto é, $A_i B_j$ para $i = 1, 2, \dots, I$ e $j = 1, 2, \dots, J$.

$Y_{i..} = A_i = \sum_{jk} Y_{ijk}$ as representações do total das observações com o índice i

fixo, para $i = 1, 2, \dots, I$ (no i -ésimo nível do fator A).

$Y_{.j.} = B_j = \sum_{ik} Y_{ijk}$ as representações do total das observações com o índice j

fixo, para $j = 1, 2, \dots, J$ (no j -ésimo nível do fator B).

$Y_{ij.}$ as representações do total das observações na ij -ésima célula.

$Y_{...}$ as representações do total global, isto é, soma de todas observações do experimento.

$\bar{Y}_{i..}$, $\bar{Y}_{.j.}$, $\bar{Y}_{ij.}$, $\bar{Y}_{...}$ são as médias correspondentes às linhas e as colunas.

Encontra-se uma média, dividindo-se o total pelo número de observações que foram somadas para obter este total. Isto é

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K Y_{ijk} \quad \bar{Y}_{i..} = \frac{Y_{i..}}{JK} \quad i = 1, 2, \dots, I$$

$$Y_{.j.} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K Y_{ijk} \quad \bar{Y}_{.j.} = \frac{Y_{.j.}}{IK} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

$$Y_{ij.} = \sum_{k=1}^K Y_{ijk} \quad \bar{Y}_{ij.} = \frac{Y_{ij.}}{K} \quad i = 1, 2, \dots, I \quad \text{e} \quad j = 1, 2, \dots, J$$

$$Y_{...} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K Y_{ijk} \quad \bar{Y}_{...} = \frac{Y_{...}}{IJK}$$

Fórmulas para cálculo das somas quadráticas em uma análise de variância com dois fatores (Modelo de efeitos fixos).

A variabilidade total é medida pela soma quadrática total das observações:

$$SQ_T = SQ_A + SQ_B + SQ_{AB} + SQ_e \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
SQ_T &= \sum_{ijk} Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{IJK} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = \\
&= JK \sum_{i=1}^I (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + IK \sum_{j=1}^J (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2 + \\
&+ K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2 + \\
&+ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2
\end{aligned}$$

$$SQ_T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{IJK} \quad (11)$$

$$SQ_A = \sum_{i=1}^I \frac{Y_{i..}^2}{JK} - \frac{Y_{...}^2}{IJK} \quad (12)$$

$$SQ_B = \sum_{j=1}^J \frac{Y_{.j.}^2}{IK} - \frac{Y_{...}^2}{IJK} \quad (13)$$

$$SQ_{AB} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{Y_{ij.}^2}{K} - \frac{Y_{...}^2}{IJK} - SQ_A - SQ_B \quad (14)$$

$$SQ_e = SQ_T - SQ_{AB} - SQ_A - SQ_B \quad (15)$$

Para uma melhor compreensão, utiliza-se o Quadro 11, da análise de variância para um fatorial com dois fatores, Modelo de efeitos fixos.

Fonte de variação	Graus de Liberdade	Soma quadrática	Quadrados Médios	F _c
A _{tratamento}	I - 1	SQ _A	QM _A = $\frac{SQ_A}{I-1}$	F _c = $\frac{QM_A}{QM_e}$
B _{tratamento}	J - 1	SQ _B	QM _B = $\frac{SQ_B}{J-1}$	F _c = $\frac{QM_B}{QM_e}$
Interação	(I - 1) · (J - 1)	SQ _{AB}	QM _{AB} = $\frac{SQ_{AB}}{(I-1) \cdot (J-1)}$	F _c = $\frac{QM_{AB}}{QM_e}$
Erro	$\frac{(IJ - 1) \cdot (K - 1)}{IJ(K - 1)}$	SQ _e	QM _e = $\frac{SQ_e}{IJ \cdot (K-1)}$	-
Total	IJK - 1	SQ _T	-	-

Quadro 11 – Análise de variância para um fatorial com dois fatores. Modelo de Efeitos Fixos.

Os valores esperados das médias quadráticas são:

$$E(QM_A) = \sigma^2 + \frac{J \cdot K \cdot \sum_{i=1}^I \tau_i^2}{I-1} \quad (16)$$

$$E(QM_B) = \sigma^2 + \frac{I \cdot K \cdot \sum_{j=1}^J \beta_j^2}{J-1} \quad (17)$$

$$E(QM_{AB}) = \sigma^2 + \frac{K \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\tau\beta)_{ij}^2}{(I-1) \cdot (J-1)} \quad (18)$$

$$E(QM_e) = \sigma^2 \quad (19)$$

A partir da análise dos valores esperados dos quadrados médios, se as hipóteses nulas dos efeitos principais e das interações ($H_0 : \tau_i = 0$; $H_0 : \beta_j = 0$ e $H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0$) forem todas verdadeiras, os quatro quadrados médios serão estimativas não tendenciosas de σ^2 (Montgomery e Runger, 2003).

Para testar se os efeitos dos fatores nas linhas são iguais a zero, $H_0 : \tau_i = 0$ (ou $H_0 : A_i = 0$ para algum i), usa-se a estatística $F_C = QM_A / QM_e$, sobre H_0 , tem distribuição “F” com $(I - 1)$ e $IJ(k - 1)$ graus de liberdade, respectivamente para o numerador e denominador.

Essa hipótese nula será rejeitada com nível de significância α se $F_C > F_\alpha(GL_A, GL_e)$ e conclui-se que há efeito (principal) do fator A. Dessa forma, por meio dos procedimentos de comparação múltipla das médias (Tukey, Duncan, etc) estudam-se os níveis de fator A. E no caso de não se rejeitar H_0 , conclui-se que o fator A não influenciou na resposta observada.

Para testar se os efeitos dos fatores nas colunas são iguais a zero, $H_0 : \beta_j = 0$ (ou $H_0 : B_j = 0$ para algum j), usa-se a estatística $F_C = QM_B / QM_e$, sobre H_0 , tem distribuição “F” com $J-1$ e $IJ(k-1)$ graus de liberdade.

Essa hipótese nula será rejeitada com nível de significância α se $F_C > F_\alpha(GL_B, GL_e)$ e conclui-se que há efeito (principal) do fator B. Dessa forma, por meio dos procedimentos de comparação múltipla das médias (Tukey, Duncan, etc) estudam-

se os níveis de fator B. E no caso de não se rejeitar H_0 , conclui-se que o fator B não influenciou na resposta observada.

Para testar a hipótese de que todos os efeitos da interação são zero, $H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0$, isto é, a interação entre os fatores AB não é diferente de zero, usa-se a estatística $F_C = \frac{QM_{AB}}{QM_e}$, sobre H_0 , tem distribuição “F” com $(I - 1).(J - 1)$ e $IJ(k - 1)$ graus de liberdade.

Se $F_C > F_\alpha (GL_{AB}, GL_e)$ rejeita-se H_0 e conclui-se que existe interação com nível α de significância entre os fatores A e B e a interação não pode ser atribuída ao acaso. E no caso de não se rejeitar H_0 , isto é $F_C \leq F_\alpha (GL_{AB}, GL_e)$ conclui-se que a interação pode ser distribuída ao acaso.

É geralmente melhor conduzir primeiro o teste para a interação e então avaliar os efeitos principais. Se a interação não for significativa, a interpretação dos testes sobre os efeitos principais é direta. Entretanto, quando a interação for significativa, os efeitos principais dos fatores envolvidos na interação podem não ter muito valor prático interpretativo. O conhecimento da interação é geralmente mais importante que o conhecimento acerca dos efeitos principais. (Montgomery e Runger, 2003, p.301)

Quando a interação é significativa, não há necessidade em se fazer testes de hipóteses sobre os efeitos principais (fator A e B).

Quando um fator tem dois níveis e a interação não é significativa, a interpretação do efeito principal pode ser realizada através do teste de “F” e da comparação das médias estimadas. Neste caso, o teste “F” é suficiente para a conclusão, pois, sendo duas as médias e existindo pelo menos um contraste significativo (conclusão de um teste “F”) fica evidente que as mesmas são diferentes pois é o único contraste existente. Assim, basta obter as estimativas das médias de cada nível do fator, e verificar qual é o melhor ou pior para a situação em estudo.

Tanto para o fator A como para o fator B podem-se aplicar métodos de comparações múltiplas de médias (Tukey, Duncan, etc.) sem concluir para o teste de “F”, uma vez que estes testes não exigem a prévia significância do teste de “F”. (Storck e Lopes, 1998, p.126)

2.2 Argamassa

A argamassa é o agente agregador que integra o tijolo ou bloco numa parede de alvenaria. A argamassa deve ser forte, durável, capaz de manter a parede intacta, e deve ajudar a criar uma barreira resistente à água. Deve poder acomodar

as variações dimensionais e as propriedades físicas do tijolo quando assente. Estes requisitos são influenciados pela composição, proporções e propriedades da argamassa. (Gomes, 1983)

Como o concreto e as argamassas contêm os mesmos componentes principais (cimento e agregados), é frequentemente e erradamente assumido que a boa prática do concreto é também a boa prática das argamassas. Na realidade, as argamassas diferem do concreto nas consistências de trabalho, métodos de colocação, e desempenho estrutural. Para Cincotto (1985) a argamassa é usada para agregar as unidades de alvenaria num elemento único, desenvolvendo uma completa, forte e durável aderência. O concreto, no entanto, é normalmente um elemento estrutural por si próprio. As argamassas são colocadas entre unidades de alvenaria que são absorventes, e perde água pelo contato com essas unidades. O concreto é geralmente colocado em moldes metálicos ou de madeira não absorventes, que absorvem muito pouca ou nenhuma água. A importância do teor de água/cimento no concreto é bastante significativa, enquanto que para a argamassa é menos importante. As argamassas têm um elevado teor de água/cimento quando são amassadas, mas esse teor altera-se para um valor inferior quando a argamassa entra em contacto com unidades absorventes.

Historicamente, as argamassas têm sido compostas com uma grande variedade de materiais. Fiorito (1994) diz que o gesso calcinado e a areia foram usados para compor argamassas no antigo Egito, enquanto que a cal e a areia foram vastamente usadas nos Estados Unidos antes de 1900. Atualmente, os componentes secos básicos das argamassas incluem o cimento Portland, o cimento para alvenarias, a cal hidratada (ou hidráulica) e areias, além de aditivos (geralmente químicos especiais – plastificantes, aerantes, etc.) e adições (pozolanas, fílers, etc). Cada um destes materiais tem uma contribuição definida no desempenho da argamassa.

2.2.1 Especificação das argamassas

As argamassas para alvenaria no Brasil são classificadas em cinco grupos, segundo, principalmente, a sua resistência à compressão: R1, R2, R3, R4 e R5.

Cada tipo de argamassa consiste em agregado, água, e um ou mais dentre os três materiais cimentícios (cimento Portland, cimento para alvenarias e cal). Na Europa, principal pesquisador e onde se tem os estudos mais aprofundados no desenvolvimento de argamassas, elas podem ser classificadas de duas formas: por dosagem ou por propriedade. No Brasil, seguindo preconização européia (EUROCODE), foram incorporados todos os requisitos desta normalização.

Especificação por dosagens

As especificações por proporções exigem que os materiais da argamassa sejam amassados em dadas proporções volumétricas, ou seja, se diz que determinada argamassa apresenta um volume de aglomerante para tantos volumes de agregados. Se a argamassa for especificada por este método, não são exigidos nenhuns ensaios laboratoriais para essa argamassa.

Especificação de propriedades

As especificações de propriedades exigem que uma dada composição de argamassa atinja propriedades especificadas sob condições de ensaio laboratorial. Quando a argamassa é especificada em função de propriedades específicas, devem ser conduzidos ensaios laboratoriais quanto à resistência à compressão, a retenção de água, e o conteúdo de ar de uma argamassa amassada em laboratório com uma determinada quantidade de água. As quantidades dos componentes determinadas pelos ensaios laboratoriais são então usadas em obra, mas com a quantidade de água determinada pelo pedreiro.

Dosagem versus Especificação de propriedades

As argamassas preparadas por especificações de dosagem não devem ser comparadas com argamassas preparadas por especificações de propriedades. Uma argamassa que seja amassada de acordo com especificações de dosagem irá dar em ensaio laboratorial mais elevada resistência à compressão do que a correspondente argamassa feita por especificações de propriedades.

2.2.2 Propriedades físicas das argamassas

As argamassas têm dois distintos e importantes conjuntos de propriedades; as do seu estado plástico e as do seu estado endurecido. As propriedades das argamassas plásticas ajudam a estabelecer a compatibilidade da argamassa com o tijolo e a sua adequabilidade construtiva. As propriedades das argamassas plásticas incluem a trabalhabilidade, a retenção de água, a fluidez inicial e a fluidez após absorção. As propriedades das argamassas endurecidas ajudam a estabelecer o desempenho da alvenaria acabada. As propriedades das argamassas endurecidas incluem a aderência, a durabilidade, a deformabilidade e a resistência à compressão.

Efeitos da composição. A resistência à compressão aumenta com o aumento da dosagem de cimento de uma argamassa e diminui com o aumento do teor de água, dosagem de cal e com o excesso de areia. Por vezes incorpora-se ar para se obter maior fluidez com menor teor de água. O motivo aqui é que menores relações água/cimento irão proporcionar mais altas resistências à compressão. No entanto, isto geralmente demonstra ser fútil já que a resistência à compressão diminui com o aumento da incorporação de ar.

Métodos de ensaio. A resistência à compressão era medida pelo ensaio de corpos-de-prova cilíndricos $5 \times 10 \text{ cm}^3$, porém no final de 2005 a normativa de argamassas sofreu muitas modificações, sendo uma, a introdução de corpos-de-prova prismáticos $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$, que após determinação da resistência à tração na flexão tem suas metades ensaiadas a compressão (Figura 4). Porque os ensaios são relativamente simples e porque dão resultados consistentes e reproduzíveis, a resistência à compressão é considerada uma base de comparação para as argamassas.

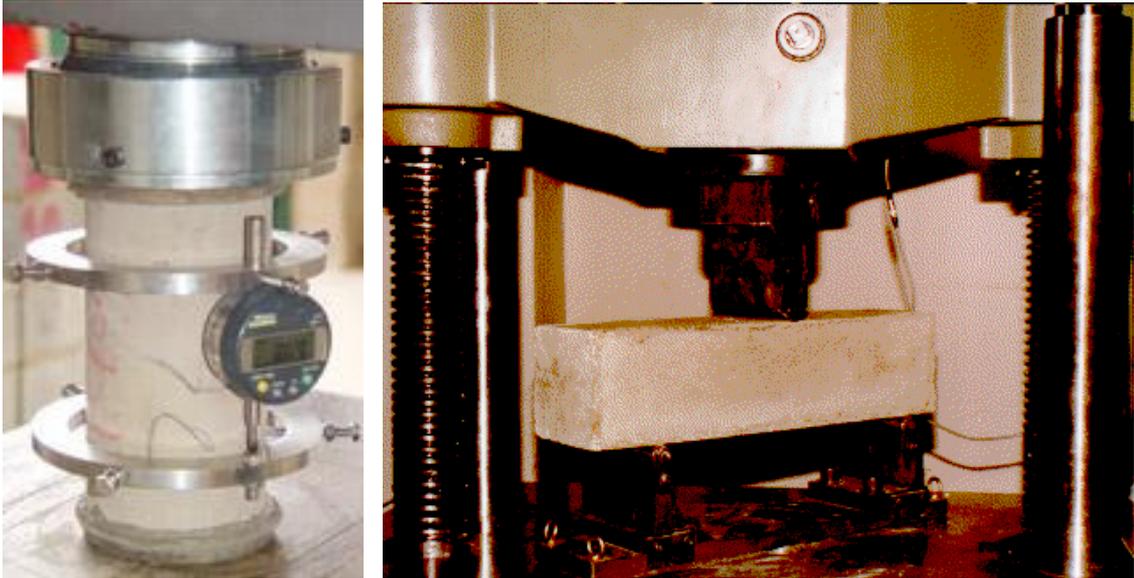


Figura 4 – Ensaio de verificação da resistência de argamassas: à esquerda, ensaio usado até 2005 (compressão axial); à direita, ensaio à tração na flexão.

2.2.3 Usos recomendados para as argamassas

Para Sabbattini (1985) a seleção de um determinado tipo de argamassa é geralmente função das necessidades do elemento em alvenaria acabado. Onde são esperados ventos fortes, precisa-se uma forte resistência lateral e, portanto, a argamassa escolhida deve ter uma elevada resistência mecânica de aderência. Para paredes portadoras de carga e para alvenarias de tijolo reforçadas, uma alta resistência à compressão deve ser o fator determinante. Para Gomes (1983) em algumas obras as considerações de durabilidade, cor ou flexibilidade podem ser as principais preocupações. Fatores que melhorem uma propriedade fazem-no frequentemente à custa de outras. Por esta razão, quando se seleciona uma argamassa, devem-se avaliar as propriedades de cada tipo e escolher a argamassa que melhor se adapte aos requisitos de finalidade/utilização. Nenhum tipo de argamassa é o ideal para todas as aplicações.

2.2.4 Argamassas industrializadas

As argamassas industrializadas começaram a ser produzidas no início da década de 1950 (no exterior), a partir do conceito de fixação dos componentes, com a realização de misturas parciais ou totais em instalações industriais. Saíram os pedreiros do processo de produção e entraram as centrais dosadoras, nas quais se trabalhava, por exemplo, com isenção de umidade; as argamassas produzidas eram fornecidas às obras ensiladas ou ensacadas, restringindo-se, dessa maneira, seu manuseio à obra de destino (Martins e Djanikian, 1999).

No Brasil a argamassa industrializada foi introduzida na década de 1980 com o objetivo de minimizar as variações decorrentes da dosagem em obra; nos anos 90 disseminou-se sua utilização com o uso das chamadas argamassas de múltiplo uso, lançadas no mercado como adequadas para revestimento, assentamento e contrapiso.

As empresas construtoras, desejosas de obter vantagens sobre seus concorrentes, com a implantação de tecnologias construtivas racionalizadas (que visavam, a priori, a redução do desperdício e o aumento da produtividade), adotaram as argamassas de múltiplo uso em seus canteiros. Porém, estas argamassas logo demonstraram não serem adequadas para situações tão diferentes. Segundo Barros (2003), as propriedades das argamassas únicas são referentes a sua média, não atendendo em casos de maior exigência.

A indústria cimenteira tem dispensado grandes investimentos, procurando atender as exigências do mercado quanto ao desempenho das argamassas. Atualmente já estão disponíveis quatro tipos de argamassas para uso em situações específicas, tais como em revestimento interno, revestimento externo, assentamento de vedação e assentamento estrutural.

3 METODOLOGIA

As variáveis foram coletadas na análise dos relatórios de ensaios de controle de resistência dos traços, emitidos à Empresa pelo Laboratório de Materiais de Construção Civil da UFSM no período de abril de 2003 a novembro de 2005, sendo ao todo 166 (cento e sessenta e seis) valores coletados. Eles apresentam os resultados de diferentes argamassas ensaiadas pela empresa, tais argamassas são empregadas no assentamento de alvenarias, ou seja, servem para elevar as paredes no momento de sua execução. Elas são dosadas em função de sua necessidade ao atendimento dos parâmetros exigidos para a alvenaria que é empregada, por exemplo, os traços R1 a R3 são as de menores resistências, utilizadas no assentamento de alvenarias de vedação (estrutura de concreto armado) e para alvenarias estruturais com até quatro pavimentos. Conforme se necessita aumento de capacidade para suporte das alvenarias, aumenta-se a resistência da argamassa, assim os traços R4 e R5, são empregados nessa situação. Atualmente a empresa já trabalha com argamassas de até 20MPa, em virtude de novas necessidades estruturais das obras.

Os traços de argamassa coletados diferem entre si em função de sua resistência à compressão média, ou seja, os números: 2, 4, 6, 8 e 10 representam a resistência à compressão axial média (MPa), obtida em ensaio, aos 28 dias com corpos-de-prova cilíndricos $5 \times 10 \text{cm}^3$ (atualmente com a modificação da normalização estes corpos-de-prova são prismáticos de $4 \times 4 \times 16 \text{cm}^3$). Além disso cada traço é representado por três turnos de produção, ou seja, os ensaios podem advir de coletas de amostras realizadas pela manhã, tarde ou noite, conforme o processo de produção adotado no período.

Buscou-se assim, na revisão da literatura, estudar os diferentes tipos de delineamentos, como usá-los e analisá-los. Para então, por intermédio do software STATISTICA[®] 5.1 montar o quadro de análise de variância fatorial, e desta forma analisar os resultados fornecidos pelo mesmo, para avaliar as resistências oferecidas nos cinco diferentes traços de argamassa industrializada que a empresa mais comercializa e são mais utilizados nas obras do Estado.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análise Descritiva para os Tratamentos

Na Tabela 1, apresenta-se as principais medidas descritivas das variáveis: traço 2 (T2), traço 4 (T4), traço 6 (T6), traço 8 (T8) e traço 10 (T10).

Tabela 1 – Medidas descritivas para as variáveis (traço da argamassa: T2, T4, T6, T8 e T10).

Variáveis	Número de Observações	Média	Valor mínimo	Valor máximo	Desvio padrão	Variância	Mediana
T2	45	4,0078	2,3000	6,7000	1,0321	1,0650	4,0300
T4	76	6,0980	3,2400	12,2900	1,5770	2,4808	5,7600
T6	20	9,2080	5,0700	13,1900	1,9970	3,9881	8,7550
T8	16	12,0519	9,9800	15,6900	1,7973	3,2300	11,4200
T10	9	16,4089	12,8000	19,4500	2,5364	6,4300	16,5400

Verifica-se na Tabela 1, que na argamassa de traço T2 foi a variável que apresentou o menor desvio padrão (1,0321). Observa-se também que o valor mínimo (2,3000) ficou dentro da especificação. Já não foi o que ocorreu com as argamassas T4 e T6 que apresentaram valores mínimos iguais a 3,2400 e 5,0700, respectivamente, sendo os mesmos valores abaixo dos traços especificados, além disso apresentaram variâncias iguais a 2,4808 e 3,9881, valores estes maiores que o apresentado pela variável de traço T2. Ainda constata-se que a variável que apresentou maior variância (6,4300), foi a argamassa de traço T10.

4.2 Análise de Variância Fatorial dos Dados

Para que os resultados da análise de variância fatorial sejam válidos, é necessário que as observações sejam normal e independentemente distribuídas

com a mesma variância para cada tratamento ou nível do fator. Dessa forma, observou-se pelos resultados que os dados não atendiam a pressuposição de normalidade das variáveis, através do teste da normalidade dado, que $p \leq 0,00001$.

Afirma-se que os dados não são normais pois “p” é menor do que o nível de significância $\alpha = 0,05$ adotado. Sabe-se que em caso de ocorrer um padrão de comportamento nos gráficos ou através dos testes a suposição de normalidade não ser verificada, geralmente sugere-se a necessidade de transformação dos dados.

Dessa maneira para normalizar os dados e atender todas as pressuposições aplicou-se logaritmo no conjunto de dados “Resistência da argamassa industrializada”. Assim conseguiu-se normalizar os dados e dessa forma atenderam as pressuposições, isto é, são normais, visto que $p > 0,18$, na aplicação do teste de normalidade (Lilliefors) e que também atende a pressuposição de homocedasticidade, visto que $p = 0,090602$.

Uma vez ajustados os dados, utilizando-se logaritmo, constatada a normalidade dos dados e homogeneidade entre as variâncias aplicou-se a análise de variância fatorial.

No Quadro 12, encontra-se o esquema da análise de variância fatorial dos dados logaritmizados.

Causas de variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F_{α}	p
TURNO	2	0,0577	0,0288	0,529	0,59036
TRAT	4	21,5325	5,3831	98,663	0,00000
TURNO*TRAT	8	0,2773	0,0347	0,635	0,74700
ERRO	151	8,2370	0,0545	-	-

Quadro 12 – Análise de variância fatorial.

O presente trabalho visa testar as hipóteses dadas a seguir:

Interação Turno x Tratamento

H_{01} : Não há interação entre turno e tratamentos

H_{11} : Há interação entre turno e tratamentos

Efeito principal do turno

H_{02} : Não há diferença entre os turnos

H_{12} : Há diferença entre os turnos

Efeito principal dos tratamentos

H_{03} : Não há diferença entre os tratamentos

H_{13} : Há diferença entre os tratamentos

Se aceita H_{01} ao nível de significância $\alpha = 0,05$, isto é, não há evidências contra a hipótese de nulidade H_{01} , dado $p = 0,74700$ e $p > \alpha$. Pode-se aceitar a hipótese de que não há interação entre o turno e tratamento.

Como a interação resultou não significativa ao nível de 5%, justifica-se testar as outras hipóteses.

Para os resultados do Quadro 12, se aceita também H_{02} , de que não há diferença entre turnos, uma vez que não há evidência contra a hipótese H_{02} , isto é, $p > \alpha$, dado que $p = 0,59036$.

E em relação aos tratamentos, o resultado é significativo, existe evidência contra a hipótese de nulidade e rejeita-se H_{03} , sendo $p < \alpha$. Dessa forma, verifica-se que há diferença entre os tratamentos. O que era de se esperar, pois cada tratamento significa um tipo específico de resistência de argamassa industrializada produzida na central de dosagem e mistura. Isso quer dizer, que a produção atende aos requisitos diferenciais de resistência, conforme as especificações de fornecimento.

Ficou apenas constatada a diferença significativa entre os tratamentos ao nível de significância de 5%.

A diferença significativa ocorre entre todos os traços de argamassa, sendo este um bom resultado, uma vez que se sua produção está definida quanto ao critério resistência, sendo que cada traço corresponde a um tipo produzido.

Para identificar quais tratamentos que diferem entre si, ou seja, qual a diferença dos efeitos dos tratamentos, recorreu-se ao uso do teste de Tukey para comparação de médias, ao nível de 5% de probabilidade de erro, que pode ser visto no Quadro 13.

Médias dos traços de argamassas industrializadas	
$\bar{Y}_{T2} = 4,0078$	a
$\bar{Y}_{T4} = 6,0980$	b
$\bar{Y}_{T6} = 9,2080$	c
$\bar{Y}_{T8} = 12,0519$	d
$\bar{Y}_{T10} = 16,4089$	e

Quadro 13 – Média dos traços de argamassas ordenados de forma crescente.

O fato de a interação não ser significativa é indicado pelo paralelismo entre as linhas correspondentes a cada turno, observado na Figura 5. Isso é um resultado interessante, mostrando um bom treinamento e padronização dos procedimentos adotados pelas equipes de produção. De modo geral, as resistências médias são praticamente as mesmas, em todos os turnos, além disso, nos três turnos ocorrem médias acima dos valores especificados para cada traço.

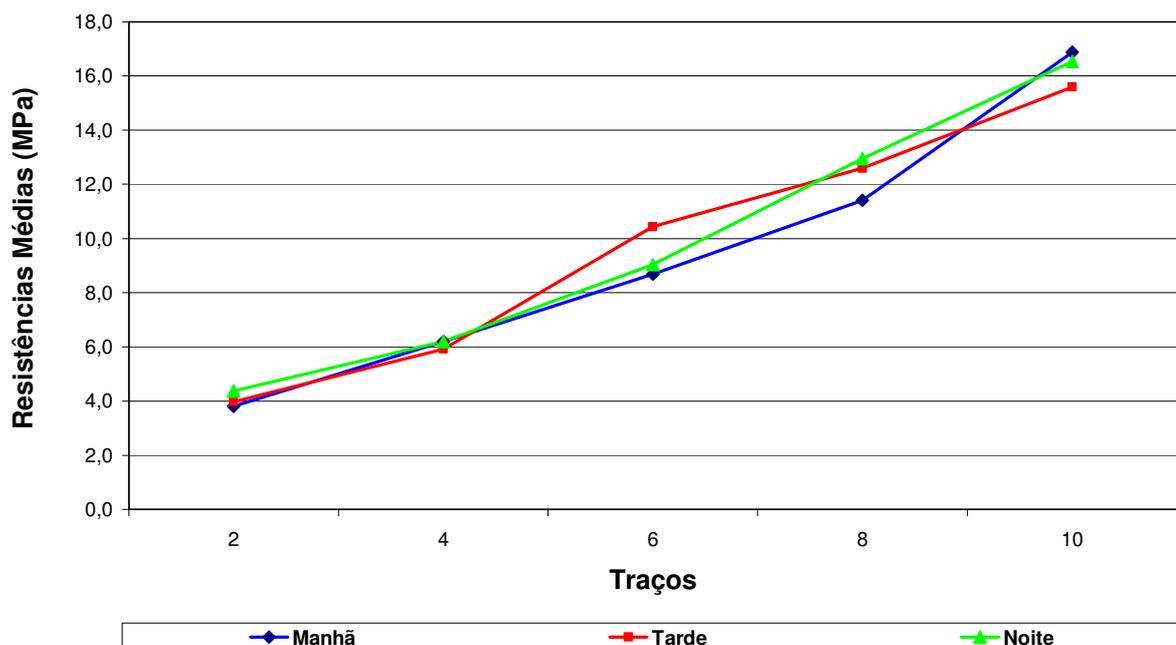


Figura 5 – Gráfico de perfis de médias da resistência média.

Assim, o principal objetivo deste trabalho foi atingido, ou seja, à aplicação da análise de variância fatorial nos diferentes traços de argamassa industrializada para comparar as médias das resistências à compressão que estes possuem, de forma a avaliar esta variável para identificar a existência de algum problema que estivesse ocorrendo no processo de fabricação aplicado na produção destas argamassas.

Os resultados, obtidos nos ensaios à resistência e a experiência do responsável pelos ensaios e acompanhamento dos produtos até a pós-venda (acompanhamento técnico), mostram que as empresas e particulares que usam os produtos avaliados e aqui comparados, não chegam a observar os problemas que podem ocorrer na produção, uma vez que estas variabilidades apenas afetam a resistência da mesma, não podendo ser identificadas no processo de mistura e aplicação. Além do parâmetro de resistência existem outros parâmetros de controle quando da utilização de uma argamassa na alvenaria, usados principalmente na obra e, que, muitas vezes são mais importantes que sua resistência à compressão, tais como, incorporação de ar, trabalhabilidade e aderência, intrinsecamente ligados a uma maior adição de água na mistura, o que leva a perda de resistência à compressão. O parâmetro aqui analisado estatisticamente serve como balizador para a classificação da argamassa no momento da produção de cada traço, ou seja, é um parâmetro de dosagem que deve ser atendido num ensaio padrão.

5 CONCLUSÃO

Percebeu-se que as empresas estão engajadas na melhoria da qualidade do processo: na identificação de prováveis falhas e custos futuros de manutenção sob o ponto de vista da assistência técnica pós-venda.

Considerando a unidade de medida das variáveis e os diferentes graus de desvio que o conjunto de dados forneceu, o quadro de análise de variância fatorial foi eficiente para analisar os valores e por meio do teste de hipótese com significância de 5% e aceitarmos a diferença significativa entre as médias dos traços para as argamassas analisadas.

Com a análise dos resultados observados nos ensaios, comparando com as necessidades especificadas em cada traço, verificou-se que uma adequação dos traços deve ser realizada, pois os valores médios de resistências estão bem acima dos valores médios especificados para cada um deles. Dessa forma a otimização dos traços é viável, pois tornando os desvios em relação à média menores e constantes existe a possibilidade de economia na produção dos mesmos. Assim, através de adoção de novos materiais, processos de mistura mais eficientes e acompanhamento mais rigoroso no processo de produção, existe grande possibilidade de se fazer tal adequação, visto que com a redução nos resultados médios traria economia ao processo, uma vez que menores custos de produção seriam envolvidos.

6 BIBLIOGRAFIA

6.1 Referências Bibliográficas

BARROS, M. M. S. B. de. **Metodologia para implantação de tecnologias construtivas racionalizadas na produção de edifícios**. São Paulo: 2003. 422p. Tese (Doutorado) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

CALLEGARI-JACQUES, S. M. **Bioestatística: princípios e aplicações**. Porto Alegre: Artmed, 2003. 255p.

CINCOTTO, M. A. et al. **Propriedades das Argamassas de Cimento : Cal : Areia**. In: Anais do Seminário sobre argamassas. IBRACON. São Paulo, 1985.

FIORITO, A. J. I. **Manual de Argamassas e Revestimentos. Estudos e Procedimentos de Execução**. São Paulo, 1994.

GOMES, N. S. **A Resistência das Paredes de Alvenaria**. Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Politécnica da USP. São Paulo, 1983.

MARTINS, A. A. A. ; DJANIKIAN, J. G.; **Aspectos de desempenho da argamassa dosada em central**. Boletim Técnico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo: USP, 1999. 25p.

MONTGOMERY, D. C. ; RUNGER, G. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. Traduzida em Português por Verônica Calado. 2ª Edição Revisada e Atualizada no Brasil. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

MOTTA, W. T ; WAGNER, M. B. **Bioestatística**. Porto Alegre: Ed. Médica Missau. 2003. 261p.

PIMENTEL GOMES, F. **Curso de Estatística Experimental**. 11ª Edição. Piracicaba (SP): Livraria Nobel S.A., 1985.

SABBATTINI, F. H. **Argamassas de Assentamento para Paredes de Alvenaria Resistente**. In: Anais de Seminário sobre Argamassas. IBRACON. São Paulo, 1985.

STORCK, L. ; LOPES, S. J. **Experimentação II**. Santa Maria: Ed. da UFSM, 1998.

SOUZA, A. M. et al. **Introdução a Projeto de Experimentos**. Santa Maria: Ed. da UFSM, 2002.

6.2 Bibliografia Consultada

ARAÚJO, L. O. C. ; SOUZA, U .E. L. **A Produtividade da Mão-de-obra na Execução de Revestimentos de Argamassa.** In: III SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TECNOLOGIA DAS ARGAMASSAS. Vitória, 2000. Anais. Vitória, ANTAC, pp. 715-

BRITISH STANDARDS INSTITUTION (BSI). **Code of Practice for Structural Use of Masonry. Part 1.** Unreinforced masonry. BS 5628: 1978.

BUSSAB, W. de O. **Análise de Variância e Regressão.** São Paulo: Atual, 1986. 147p.

BUSSAB, W. de O. ; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica.** 5ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2002. 526p.

CAPPELLETTI, C. A. **Estatística Experimental.** Buenos Aires: Agrovvet Editorial S. A. 1992. 513p.

CASTRO, E. K. **Aditivos para Argamassas.** In: Anais do Seminário sobre Aditivos para Concreto e Argamassa. IBRACON. Rio de Janeiro, 1988.

COCHRAN, W. G. ; COX, G. M. **Experimental Designs.** 2nd Ed., New York: John Wiley & Sons, 1957. 611p.

DOWNING, D. ; CLARK, J. **Estatística Aplicada.** Traduzida em Português por Alfredo Alves de Farias. 2ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2003. 255p.

DRUMOND, F. B. ; WERKEMA, M. C. C. ; AGUIAR, S. **Análise de Variância: comparação de várias situações.** Belo Horizonte: Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, 1996. 302p.

FREUD, J. E. ; SIMON, G. A. **Estatística Aplicada : Economia, Administração e Contabilidade.** Traduzida em Português por Alfredo Alves de Farias. 3ª Edição Revisada e Atualizada no Brasil. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GUERRA, M. J. DONAIRE, D. **Estatística Indutiva: teoria e aplicações.** 3ª Edição. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia, 1982. 311p.

GUNST, B. R. F. ; MASON, R. L. **How to Construct Fractional Factorial Experiments.** USA: ASQC Press, 1991. v14.

McCABE, P. G. ; MOORE, D. S. **Introdução a Prática da Estatística.** Traduzida em Português por Alfredo Alves de Farias. 3ª Edição Revisada e Atualizada no Brasil. São Paulo: LTC, 2002.

MISCHAN, M. M. ; PINHO, S. Z. de. **Experimentação Agronômica: dados não-balanceados.** Botucatu, SP: Fundibio, 1996. 456p.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 3rd Ed., New York: John Wiley & Sons, 1991. 649p.

ROMAN, H. R. **Argamassa de Assentamento para Alvenarias**. In: Anais do III Simpósio de Desempenho de Materiais e Componentes de Construção Civil. UFSC. Florianópolis, 1991.

STORCK, L. et al. **Experimentação Vegetal**. Santa Maria: Editora da Universidade Federal de Santa Maria, 2000. 199p.

VIEIRA, S. **Estatística Experimental**. São Paulo: Atlas, 1999.

ANEXOS

ANEXO A – Distribuição “F” de Snedecor com $\alpha = 0,05$

G/ Denom.	graus de liberdade no numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93

ANEXO B – Valores de q para o nível de significância de 5% segundo o número de tratamentos e os graus de liberdade do resíduo. (Fonte: VIEIRA, S. Estatística Experimental. São Paulo : Atlas, 1999)

N° de graus de liberdade do resíduo	Número de tratamentos (k)																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	18,0	27,0	32,8	37,1	40,4	43,1	45,4	47,4	49,1	50,6	52,0	53,2	54,3	55,4	56,3	57,2	58,0	58,8	59,6	
2	6,08	8,33	9,80	10,9	11,7	12,4	13,0	13,5	14,0	14,4	14,7	15,1	15,4	15,7	15,9	16,1	16,4	16,6	16,8	
3	4,50	5,91	6,82	7,50	8,04	8,48	8,85	9,18	9,46	9,72	9,95	10,2	10,3	10,5	10,7	10,8	11,0	11,1	11,2	
4	3,93	5,04	5,76	6,29	6,71	7,05	7,35	7,60	7,83	8,03	8,21	8,37	8,52	8,66	8,79	8,91	9,03	9,13	9,23	
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32	7,47	7,60	7,72	7,83	7,83	8,03	8,12	8,21	
6	3,46	4,34	4,90	5,30	5,63	5,90	6,12	6,32	6,49	6,65	6,79	6,92	7,03	7,14	7,24	7,34	7,43	7,51	7,59	
7	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6,00	6,16	6,30	6,43	6,55	6,66	6,76	6,85	6,94	7,02	7,10	7,17	
8	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92	6,05	6,18	6,29	6,39	6,48	6,57	6,65	6,73	6,80	6,87	
9	3,20	3,95	4,41	4,76	5,02	5,24	5,43	5,59	5,74	5,87	5,98	6,09	6,19	6,28	6,36	6,44	6,51	6,58	6,64	
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83	5,93	6,03	6,11	6,19	6,27	6,34	6,40	6,47	
11	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49	5,61	5,71	5,81	5,90	5,98	6,06	6,13	6,20	6,27	6,33	
12	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,39	5,51	5,61	5,71	5,80	5,88	5,95	6,02	6,09	6,15	6,21	
13	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32	5,43	5,53	5,63	5,71	5,79	5,86	5,93	5,99	6,05	6,11	
14	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25	5,36	5,46	5,55	5,64	5,71	5,79	5,85	5,91	5,97	6,03	
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,59	4,78	4,94	5,08	5,20	5,31	5,40	5,49	5,57	5,65	5,72	5,78	5,85	5,90	5,96	
16	3,00	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,90	5,03	5,15	5,26	5,35	5,44	5,52	5,59	5,66	5,73	5,79	5,84	5,90	
17	2,98	3,63	4,02	4,30	4,52	4,70	4,86	4,99	5,11	5,21	5,31	5,39	5,47	5,54	5,61	5,67	5,73	5,79	5,84	
18	2,97	3,61	4,00	4,28	4,49	4,67	4,82	4,96	5,07	5,17	5,27	5,35	5,43	5,50	5,57	5,63	5,69	5,74	5,79	
19	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04	5,14	5,23	5,31	5,39	5,46	5,53	5,59	5,65	5,70	5,75	
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01	5,11	5,20	5,28	5,36	5,43	5,49	5,55	5,61	5,66	5,71	
24	2,92	3,53	3,90	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92	5,01	5,10	5,18	5,25	5,32	5,38	5,44	5,49	5,55	5,59	
30	2,89	3,49	3,85	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,82	4,92	5,00	5,08	5,25	5,21	5,27	5,33	5,38	5,43	5,47	
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	3,39	4,52	4,63	4,73	4,82	4,90	4,98	5,04	5,11	5,16	5,22	5,27	5,31	5,36	
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65	4,73	4,81	4,88	4,94	5,00	5,06	5,11	5,15	5,20	5,24	
120	2,80	3,36	3,68	3,92	4,10	4,24	4,36	4,47	4,56	4,64	4,71	4,78	4,84	4,90	4,95	5,00	5,04	5,09	5,13	
∞	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47	4,55	4,62	4,68	4,74	4,80	4,85	4,89	4,93	4,97	5,01	