

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO**

**MODELAGEM E PREVISÃO POR MEIO DE
METODOLOGIA BOX & JENKINS: UMA
FERRAMENTA DE GESTÃO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Rosane Maria Kirchner

Santa Maria- RS – Brasil

2006

MODELAGEM E PREVISÃO POR MEIO DE METODOLOGIA BOX & JENKINS: UMA FERRAMENTA DE GESTÃO

por

Rosane Maria Kirchner

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Área de Concentração Qualidade e Produtividade, na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM-RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia da Produção.**

Orientador: Adriano Mendonça Souza

Santa Maria, RS, Brasil

2006

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação
de Mestrado

**MODELAGEM E PREVISÃO POR MEIO DE METODOLOGIA BOX &
JENKINS: UMA FERRAMENTA DE GESTÃO**

Elaborada por
Rosane Maria Kirchner

Como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia de Produção

COMISSÃO EXAMINADORA:

Adriano Mendonça Souza
(Presidente/Orientador)

Luis Felipe Dias Lopes/UFSM

Wesley Vieira da Silva/PUCPR

Santa Maria, 11 de dezembro de 2006.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me iluminado e me dado força e inspiração para conseguir terminar este trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Adriano Mendonça Souza pelo apoio, amizade, paciência e confiança.

Aos professores do PPGEF pela aceitabilidade e vaga concedida.

Em especial, a minha família, pelo incentivo, carinho e dedicação em todos os momentos, sempre sem medir esforços para me ajudar.

A empresa pela disponibilidade e cadência dos dados.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
Universidade Federal de Santa Maria

MODELAGEM E PREVISÃO POR MEIO DE METODOLOGIA BOX&JENKINS: UMA FERRAMENTA DE GESTÃO

AUTORA: Rosane Maria Kirchner

ORIENTADOR: Adriano Mendonça Souza

Data e Local de Defesa: Santa Maria, 11 de dezembro de 2006

Independentemente do tamanho da empresa é necessário estabelecer metas, parâmetros e estratégias. É importante ter um guia, um plano que direcione as ações do presente como meio de atingir as metas para o futuro. Além disso, o planejamento da empresa requer organização, controles, ferramentas que auxiliem e favoreçam a tomada de decisões e redirecionamentos necessários. A modelagem e conseqüentemente a previsão são ferramentas indispensáveis à gestão, para tal, evidencia-se a contribuição da metodologia Box & Jenkins. O mercado é altamente competitivo e seletivo, exigindo não somente eficiência, mas principalmente eficácia. Ações direcionadas à ampliação da qualidade de uma organização são tão importantes quanto a capacidade de prever, conhecer, medir e analisar a resolutividade das metodologias utilizadas. Neste contexto é que a presente investigação é realizada, buscando conhecer o comportamento do faturamento de uma empresa do ramo agrícola e de suas duas filiais, modelando e, realizando previsões. Para tanto, a metodologia empregada consiste em utilizar dados históricos do faturamento das mesmas. Para a Matriz da Empresa Beta foi encontrado um modelo ARMA (1,1), sendo este o mais parcimonioso. Na Filial CB o modelo que melhor descreveu os dados foi o SARIMA (1,0,0)*(2,0,0) e na Filial SL o modelo SARIMA (1,0,0)*(1,0,0). Realizando a previsão e comparando com os dados reais disponibilizados pela empresa, verificou-se a eficiência do modelo, sendo que todos os valores encontram-se no intervalo de confiança de 95%. Tomando-se por base os resultados obtidos nessa pesquisa, pode-se afirmar que a metodologia utilizada se constitui em uma importante ferramenta, podendo ser utilizada pelos gestores das respectivas empresas, fornecendo subsídios para o planejamento dos meses seguintes.

Palavras-chaves: Gestão, séries temporais, modelagem, Box-Jenkins.

ABSTRACT

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
Universidade Federal de Santa Maria

MODELING AND FORECAST BY MEANS OF BOX & JENKINS METHODOLOGY: A MANAGEMENT TOOL

AUTHOR: Rosane Maria Kirchner

ADVISOR: Adriano Mendonça Souza

Date and place of defense: Santa Maria, 11 of december of 2006

Independently of the company size it is necessary to establish goals, parameters and strategies. It is important to have guidance, a plan that conducts the actions for the present as a way to reach the goals for the future. Moreover, the planning of the company requires organization, controls, tools which assist helpful favor the decision-making and the necessary reconducts. The modeling and consequently the forecast are indispensable tools for the management, such, proves it contribution of the Box & Jenkins methodology. The market is highly competitive and selective, demanding not only efficiency, but mainly effectiveness. Actions directed to the magnifying of the quality of an organization are as important as the capacity to foresee, to know, to measure and to analyze the resolutivity of the used methodologies. In this context this present research is realized, searching to know the behavior of the company invoicing from an agricultural company and its two branch offices, molding and, in such a way, allowing putting into practice forecasts. Thus, the methodology applied consists of the use of historical data from the invoicing of the same ones. For the Main company, of Beta Company was found an ARMA(1,1) model, being this the most parsimonious. In CB Branch office the SARIMA (1,0,0) * (2,0,0) was the model that better described the data and in SL Branch office, the model SARIMA (1,0,0) * (1,0,0). Realizing the forecast and comparing with the real data placed by the company, it was verified the efficiency of the model, being that all the values meet up with the confidence interval of 95%. Taking into base the results gained in this research, it is possible to affirm that the methodology used constitutes of an important tool, being able to be used by the managers of the respective companies, supplying subsidies to the planning of the following months.

Key words: Management, times series, modeling, Box-Jenkins

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Processo de tomada de decisão.....	15
Figura 2 - Fluxograma do ciclo iterativo de Box & Jenkins.....	42
Figura 3 - Faturamento mensal da Matriz nos anos de 2001 a 2006.....	46
Figura 4 - Faturamento Matriz da Empresa Beta, de janeiro/2001 a maio/2006.....	47
Figura 5 – Função de autocorrelação e Função de autocorrelação parcial, respectivamente, da serie de faturamento da Matriz da Empresa Beta.....	47
Figura 6 – Análise de Resíduos: Função de autocorrelação(a); Função de autocorrelação parcial(b) e Gráfico da distribuição normal	49
Figura 7 - Faturamento e valores estimados a partir do modelo da matriz com as previsões do período de junho a setembro de 2006.....	50
Figura 8 - Faturamento mensal Filial SL da Empresa Beta nos anos de 2001 a 2006.....	51
Figura 9 - Faturamento Filial SL da Empresa Beta, de janeiro/2001 a maio/2006..	52
Figura 10 - Função de autocorrelação e Função de autocorrelação Parcial respectivamente da serie de faturamento da Filial SL da Empresa Beta.....	53
Figura 11 - Análise de Resíduos: Função de autocorrelação(a); Função de autocorrelação parcial(b) e Gráfico da distribuição normal.....	54
Figura 12 - Faturamento e valores estimados a partir do modelo da Filial SL da Empresa Beta com as previsões do período de junho a setembro de 2006...	56
Figura 13 - Faturamento mensal FilialCB da Empresa parcial, respectivamente, da serie de faturamento da Filial CB da Empresa Beta.....	58
Figura 16 - Análise de Resíduos:Função de autocorrelação(a); Função de autocorrelação parcial(b) e Gráfico da distribuição normal	
Figura 17 - Faturamento e valores estimados a partir do modelo da Filial CB com as previsões do período de junho a setembro de 2006.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Medidas descritivas do faturamento da Matriz, por ano.....	45
Tabela 2 - Modelos propostos para o faturamento da Matriz da Empresa Beta...	48
Tabela 3 - Previsões para o faturamento da Matriz da Empresa Beta.....	49
Tabela 4 - Medidas descritivas do faturamento da Filial SL, por ano.....	51
Tabela 5 - Modelos propostos para o faturamento da Filial SL da Empresa Beta..	53
Tabela 6 - Previsões para o faturamento da Filial SL da Empresa Beta.....	55
Tabela 7: Medidas descritivas do faturamento da Filial CB, por ano.....	57
Tabela 8: Modelos propostos para o faturamento da Filial CB da Empresa Beta..	59
Tabela 9: Previsões para o faturamento da Filial SB da Empresa Beta.....	60

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Tema da Pesquisa.....	12
1.2 Justificativa e relevância da pesquisa.....	12
1.3 Objetivos.....	12
1.3.1 Objetivo geral.....	12
1.3.2 Objetivos específicos.....	13
1.3 Delimitação da pesquisa	13
1.4 Etapas da pesquisa.....	13
2 REVISAO DE LITERATURA	14
2.1 A modelagem na gestão de negócios	14
2.2 Séries temporais	16
2.2.1 Análise no domínio do tempo.....	17
2.2.2 Análise no domínio da frequência.....	20
2.2.3 Processo Estocástico e Séries Temporais.....	21
2.2.4 Ruído branco.....	23
2.2.5 Componentes de uma série temporal.....	24
2.2.6 Metodologia Box & Jenkins.....	25
2.2.6.1 Modelos estacionários.....	26
2.2.6.1.1 Identificação da estrutura.....	28
2.2.6.1.2 Função de autocorrelação (FAC)	29
2.2.6.1.3 Função de autocorrelação parcial (FACP)	31
2.2.6.2 Modelos Não-Estacionários.....	35
2.2.6.3 Modelo Sazonal Multiplicativo Geral.....	36
2.2.6.4 Estimação.....	37
2.2.6.5 Verificação do modelo.....	
2.2.6.6 Previsão.....	39
3 METODOLOGIA	40
3.1 Caracterização da pesquisa	40

3.2 Locais da Pesquisa.....	41
3.3 A Empresa Beta.....	41
3.4 Os dados.....	41
3.5 Análise dos Resultados.....	41
3.5.1 Estatística descritiva.....	42
3.5.2 Modelagem das séries por meio da metodologia Box & Jenkins.....	43
3.6 Aspectos Éticos.....	43
4 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	44
4.1 Modelagem do faturamento da Empresa Beta.....	44
4.1.1 Modelagem da série do faturamento da Matriz Empresa Beta	45
4.1.2 Modelagem da série do faturamento da Filial SL da Empresa Beta	50
4.1.3 Modelagem da série do faturamento da Filial CB da Empresa Beta.....	56
5 CONCLUSÃO.....	62
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63

1 INTRODUÇÃO

As mudanças que estão ocorrendo no contexto mundial são uma constante e interferem diretamente nas organizações, daí a necessidade das empresas estarem preparadas para sobreviverem e crescerem no referido ambiente.

Conforme Mileer apud Hesselbein (1997) a organização do futuro está ajustada na premissa da flexibilidade, devendo a mesma comprometer-se em avançar, adaptar-se e mudar de acordo com as exigências do contexto em que está inserida.

Os gestores necessitam dispor de conhecimentos e habilidades para alcançar novas formas de vantagem competitiva, isto é, a capacidade de adaptarem-se, integrarem-se e reconfigurar habilidades, recursos e metodologias de análise para auxiliar na tomada de decisões, frente às novas exigências do mercado. Dessa forma, favorecendo uma renovação contínua das competências organizacionais, à medida que mudam as características do ambiente de negócios.

Os métodos estatísticos são importantes recursos para analisar e prever comportamentos e situações que podem ocorrer na gestão empresarial, no intuito de reconfigurar a ação das competências organizacionais. O monitoramento do êxito da gestão de uma empresa está diretamente relacionado aos instrumentos utilizados, dentre eles, a previsão de faturamento. Esta pode ser realizada e aprimorada com o uso de metodologias estatísticas, dentre elas, a análise de séries temporais por meio da metodologia Box & Jenkins. Na descrição da metodologia, essa técnica será explicitada, se constituindo no objeto dessa pesquisa.

O faturamento bruto igualmente se constitui em um indicador importante para verificar como está a aceitação e a confiabilidade de uma empresa. Verificar o comportamento histórico de faturamento da empresa possibilita a criação de um

modelo capaz de realizar previsões futuras, para a melhor organização da empresa, o qual se constitui essência dessa investigação.

1.1 Tema da pesquisa

Estudo do faturamento obtido por uma empresa do ramo agrícola, bem como de suas duas filiais, por meio da metodologia de séries temporais – Box & Jenkins, possibilitando fazer previsões para o auxílio na tomada de decisões, subsidiando a gestão.

1.2 Justificativa e relevância da pesquisa

Na gestão de uma empresa o gestor se defronta com inúmeros problemas, exigindo dele a utilização de mecanismos eficientes e eficazes visando solucioná-los. Um problema em uma empresa ocorre quando o estado atual de uma situação é diferente do estado desejado e das metas propostas. Para facilitar e apoiar o processo de tomada de decisão neste contexto pode-se fazer uso de metodologias matemáticas e estatísticas, as quais darão suporte para transformar dados brutos reais em processos de modelagem, favorecendo o processo decisório.

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Realizar modelagem e previsão a partir da metodologia de Box-Jenkins, como auxiliar no processo decisório e conseqüentemente como ferramenta de gestão.

1.3.2 Específicos

- Estudar o comportamento das séries de faturamento da referida empresa e de suas filiais, suas especificidades e implicações;
- Verificar a estrutura das séries de faturamento, modelando e fazendo previsões;
- Testar a eficácia do proposto;
- Avaliar os resultados da pesquisa para a empresa, auxiliando dessa forma no processo decisório.

1.3 Delimitação da pesquisa

Esta pesquisa delimita-se ao estudo de séries de faturamento de uma empresa do ramo agrícola e de suas filiais, não se estendendo as outras empresas concorrentes deste setor, não incluindo estudo comparativo com outras técnicas de previsão.

1.4 Etapas da pesquisa

A presente pesquisa está estruturada da seguinte forma: no capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica sobre gestão de negócios e metodologia de séries temporais, em especial, a de Box & Jenkins. No capítulo 3, é apresentada a metodologia utilizada, onde são analisadas as séries de faturamento das referida empresa e de suas filiais sendo estimado um modelo que descreve o comportamento do faturamento das mesmas. Para finalizar, no capítulo 4, : contemplados os principais resultados obtidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo está estruturado da seguinte forma: inicialmente são tecidas considerações relacionadas à modelagem na gestão de negócios e sobre a metodologia Box & Jenkins utilizada na realização da pesquisa.

2.1 A modelagem na gestão de negócios

No atual contexto mundial em que as organizações estão inseridas, um plano de negócios é fundamental no sentido de favorecer o estabelecimento de estratégias compatíveis e direcionadas à realidade do mercado competitivo e seletivo, onde só as melhores sobrevivem e conseguem se manter e crescer.

Considerando que as mudanças são uma constante no meio empresarial, reporta-se a Albrecht(1992) ao afirmar que as organizações reagem de forma diferenciada às mudanças, tais como: rigidez, inflexibilidade e incapacidade, ao passo que outras reagem de forma inversa, aptas e dispostas a aceitar a mudança como inerente à gestão.

As empresas muitas vezes necessitam do estudo do comportamento de determinadas variáveis que são relevantes para a gestão, descrevendo-as, realizando previsões e conseqüentemente dando condições para a tomada de decisões. A estatística e a econometria tem um papel importante neste contexto, o uso de metodologias desta área darão condições e fundamentação para a análise dos fenômenos econômicos e conseqüentemente a geração de modelos, sendo estes, uma representação simplificada de um processo no mundo real.

Segundo Braga (2000,p.14),

Um modelo econométrico é descrito por um conjunto de equações comportamentais derivadas do modelo econômico, as quais envolvem variáveis observáveis e um termo aleatório ou errático, que contém todos os fatores que não foram incorporados ao modelo em análise. Além disso, contém afirmações sobre a existência de erros de observações em variáveis do modelo sobre a especificação da distribuição de probabilidades do termo aleatório. O objetivo dessa formulação é prover uma forma representativa passível de teste empírico, por meio de estimação, teste e checagem do diagnóstico produzido.

Na gestão de uma empresa o gestor, muitas vezes, se depara com situações as quais precisa tomar uma decisão entre uma série de opções inconciliáveis. Ele pode tanto usar sua intuição gerencial, que seria muito arriscado, quanto realizar um processo de modelagem da situação, fazendo varias simulações, estudando com maior profundidade a questão para só então decidir.

Atualmente, cada vez mais as empresas estão optando pela segunda maneira para a tomada de decisão, pois a mesma fornece subsídios e segurança no processo, sem deixar de utilizar a primeira, a intuição para ajudá-lo na seleção das informações relevantes, na validação do modelo e na análise de resultados.

Segundo Lachtermacher (2004) a tomada de decisão em uma gestão segue o processo, representado na Figura 1. Para ele a tomada de decisão é um processo de identificar uma situação problema ou uma maneira de selecionar uma linha de ação para solucioná-lo.

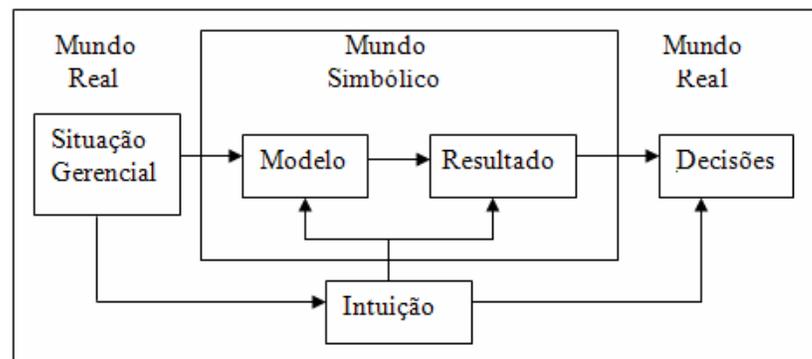


Figura 1: Processo de tomada de decisão- Lachtermacher (2004)

Para o autor, existem várias vantagens do gestor utilizar um processo de modelagem na tomada de decisão. Os modelos, segundo ele, induzem os decisores

a tornarem explícitos seus objetivos, a identificarem e armazenarem as diferentes decisões que influenciam os objetivos, os relacionamentos entre as decisões, identificarem as variáveis a serem incluídas e em que termos elas serão quantificáveis, a reconhecerem limitações, permitindo a comunicação de suas idéias e seu entendimento para facilitar o trabalho de grupo.

Considerando estas características, um modelo pode servir de ferramenta eficiente e eficaz para a avaliação e divulgação de diferentes políticas empresariais.

Independentemente do tamanho da empresa é necessário estabelecer metas, parâmetros e estratégias. A modelagem pode ser um instrumento importante nesta conjectura, pois, para propor diretrizes, deve-se estudar o comportamento dos dados históricos e as ações do presente para uma posterior tomada de decisão e, conseqüentemente, se constituir em subsídios para atingir as metas traçadas para o futuro.

Neste cenário, pensou-se ser de fundamental importância que o gestor disponha de metodologias capazes de auxiliá-lo nos processos decisórios, daí a relevância da presente pesquisa.

2.2 Séries temporais

Esta metodologia compreende a identificação da estrutura de uma série temporal, bem como a criação de um modelo que permita realizar projeções. Pode-se definir uma série temporal como um conjunto de observações de uma dada variável, ordenadas segundo o tempo, geralmente em intervalos eqüidistantes (Gujarati, 2000).

Representando o valor de uma variável aleatória qualquer no instante t por Z_t , a série temporal é denotada por Z_1, Z_2, \dots, Z_N , onde N é o tamanho da série ou número de observações da variável. Uma enorme quantidade de fenômenos de natureza física, biológica, econômica, social, dentre outras, estão enquadrados nesta categoria e têm suas características estudadas através desta metodologia.

Na análise de séries temporais, basicamente, existem dois enfoques básicos que o analista pode seguir: a análise no domínio do tempo e a análise no

domínio da frequência. Ambos têm como objetivo construir modelos para as séries com os propósitos determinados.

2.2.1 Análise no domínio do tempo

Na análise no domínio do tempo, considera-se a evolução temporal do processo, ou seja, mede-se a magnitude do evento que ocorre em determinado instante de tempo. Quando esta análise é baseada em um modelo paramétrico, utiliza as funções de autocovariância e autocorrelação (Souza e Camargo, 1996).

A função de autocovariância é a covariância entre Z_t , o valor da variável no instante t , e Z_{t+k} , o seu valor separado por k intervalos de tempo, definida por:

$$\gamma_k = \text{cov}[Z_t, Z_{t+k}] = E \{ [Z_t - \mu][Z_{t+k} - \mu] \}, \text{ onde } \mu \text{ é a média do processo.}$$

A autocorrelação (ρ_k) é a autocovariância padronizada que serve para medir o comprimento e a memória de um processo, ou seja, a extensão para qual o valor tomado no tempo t , depende daquele tomado no tempo $t-k$. A autocorrelação de defasagem k é definida como:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\text{Cov}[Z_t, Z_{t+k}]}{\sqrt{\text{Var}(Z_t)\text{Var}(Z_{t+k})}} \quad (2.1)$$

onde:

$\rho_k \rightarrow$ coeficiente de autocorrelação na defasagem k

$\gamma_k \rightarrow$ coeficiente de autocovariância na defasagem k

$\gamma_0 \rightarrow$ variância do processo

Como na prática se tem somente uma amostra de observações, o coeficiente de autocorrelação é obtido por meio de sua estimativa, que é dada por:

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2} \quad (2.2)$$

A seguir define-se o correlograma, que é o gráfico dos coeficientes de autocorrelação ρ_k versus K .

A função de autocorrelação parcial (ϕ_{kk}) é a correlação entre duas observações seriais, eliminando-se a dependência dos termos intermediários, ou seja, a medida da correlação entre duas observações seriais Z_t e Z_{t+k} , não considerando a dependência dos termos intermediários Z_{t+1} , Z_{t+2} , Z_{t+k-1} . A autocorrelação parcial é representada por:

$$cor(Z_t, Z_{t+k} / Z_{t+1}, Z_{t+k-1}). \quad (2.3)$$

A função de autocorrelação parcial pode ser obtida, considerando-se um modelo de regressão para um processo estacionário com média zero. A variável dependente Z_{t+k} depende das variáveis Z_{t+k-1} , Z_{t+k-2} , Pode ser representada desta forma:

$$Z_{t+k} = \phi_{k1} Z_{t+k-1} + \phi_{k2} Z_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk} Z_t + a_{t+k} \quad (2.4)$$

onde:

ϕ_{ki} - i -ésimo parâmetro da regressão;

a_{t+k} - é o termo de erro descorrelatado com Z_{t+k-j} para $j \geq 1$.

Multiplicando-se por Z_{t+k-j} ambos os lados da equação anterior (3.4) e aplicando a esperança, tem-se:

$$\gamma_j = \phi_{k1} \gamma_{j-1} + \phi_{k2} \gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \gamma_{j-k}, \quad (2.5)$$

logo:

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k}. \quad (2.6)$$

Para $j=1, 2, \dots, k$, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1} ; \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2} ; \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0 .\end{aligned}$$

Usando a regra de Cramer para $k=1,2,\dots,k$ tem-se:

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} ;$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} ;$$

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} . \quad (2.7)$$

A função de autocorrelação parcial amostral $\hat{\phi}_{kk}$ é obtida substituindo ρ_i por $\hat{\rho}_i$ em (2.7). Sugerido por Durbin em 1960, ao invés de se calcular os determinantes para valores grandes de k em (3.7), usa-se um método recursivo com $\hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_1$ para obter $\hat{\phi}_{kk}$, como segue:

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_j}$$

e

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j}, \text{ com } j = 1, \dots, k. \quad (2.8)$$

Pode-se obter também, o valor teórico de $\hat{\phi}_{kk}$, com o método descrito acima, sob a hipótese de um processo de ruído branco, a variância de $\hat{\phi}_{kk}$ pode ser aproximada por:

$$\text{Var}(\hat{\phi}_{kk}) \cong \frac{1}{n}$$

logo, $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ pode ser usado como limites críticos de $\hat{\phi}_{kk}$ para o teste de hipótese de um processo de ruído branco.

2.2.2 Análise no domínio da frequência

Na análise do domínio da frequência, procura-se identificar periodicidades existentes em uma série temporal. Esta forma de procedimento é empregada quando os componentes harmônicos da série têm um significado físico ou os efeitos

práticos do processo são analisados por suas componentes de frequência, logo, os mesmos são mais convenientes para sua representação.

A função empregada nesse caso é a densidade espectral, sendo que a mesma visa estabelecer as propriedades de um processo estocástico em termos de frequência. Logo, a verificação das periodicidades que por acaso existirem em uma série temporal, pode ser realizada com o auxílio da análise espectral.

Para uma série Z_t ($t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) representando um processo estacionário com função de autocovariância finita, e seu espectro é definido por:

$$f(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho_k e^{-jwk} \quad -\pi \leq w \leq \pi, \quad (2.9)$$

$$\rho_k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(w) e^{jwk}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.10)$$

onde,

ρ_k - autocorrelação;

$f(w)$ – densidade espectral;

w – frequência em radianos.

A função de densidade normalizada é a transformada de Fourier da função de autocorrelação. A variância de Z_t é uma medida da “potência total do processo”, e a função de densidade espectral representa a contribuição para a “potência total” de todos os componentes de frequência presentes no processo.

2.2.3 Processo estocástico e séries temporais

Um modelo que descreve a estrutura de probabilidade de uma seqüência de observações é chamado de processo estocástico. O propósito da teoria dos processos estocásticos é o estudo daqueles mecanismos dinâmicos que proporcionam meios de análise de uma seqüência de observações, vistas conjunta e

interdependentemente em uma sucessão de momentos de tempo, as quais são influenciadas por fatores aleatórios. Ao se observar o comportamento de uma série temporal, verifica-se que esta pode ser considerada como uma particular realização de uma seqüência de observações produzidas por um mecanismo probabilístico. Dessa maneira, uma série temporal pode ser vista como uma realização de um processo estocástico.

Segundo Souza & Camargo(1996), estudar modelos de séries temporais significa buscar obter meios capazes de inferir as características de seu projeto gerador, bem como buscar modelos estocásticos que sejam capazes de descrever as situações particulares que ocorrem na realidade. Um processo estocástico pode ser caracterizado como uma família $Z=\{Z(t), t \in N\}$ tal que para cada $t \in R$, $Z(t)$ é uma variável aleatória. Se $N \equiv Z=\{1, \dots, t\}$, diz-se que o processo é de parâmetro discreto, denotando-se por Z_t . Se $N \in R$, diz-se que o processo é de parâmetro contínuo, denotando-se por $Z(t)$.

Considerando que Z_t origina-se de um experimento que pode ser repetido sob condições idênticas; a cada experimento obtém-se um registro de valores de Z_t no tempo, sendo que cada um deles é uma realização do processo. Assim, uma série temporal pode ser observada como uma parte da trajetória ou de uma realização parcial do processo estocástico, isto é, uma amostra finita de observações no tempo.

Uma série temporal pode ser vista como sendo gerada por um conjunto de variáveis aleatórias conjuntamente distribuídas. A série Z_t , portanto, representa um específico resultado da função de probabilidade conjunta $P(z_1, \dots, z_N)$. A série então observada como uma realização amostral dentre todas as séries possíveis de tamanho n , que poderiam ter sido geradas por um mesmo mecanismo subjacente, denominado processo estocástico. Pode-se dizer que um processo estocástico está estatisticamente determinado quando se conhecem suas funções de distribuição até a *n-ésima* ordem. Na prática, ocorrem situações problemáticas por não se conhecerem todas as funções de distribuição até a *n-ésima* ordem e por ter-se apenas uma realização do processo estocástico, a partir da qual se deseja inferir características do mecanismo gerador da série. Para superar essas dificuldades assumem-se duas restrições:

1ª) Estacionariedade: se o processo estocástico que gerou a série de observações é invariante com respeito ao tempo, diz-se que ele é estacionário. A importância do conhecimento de a série ser ou não estacionária reside no fato de que, quando se

trabalha com uma série estacionária, se está em presença de uma função amostral do processo que tem a mesma forma em todos os instantes de tempo $t \in T$, o que acarreta possibilidades de obtenção de estimativas das características do processo de forma bastante simples. Embora a teoria mostre conveniência prática do uso de séries estacionárias, no mundo real, nem todas as séries encontradas podem ser classificadas como estacionárias. Portanto, a estacionariedade é uma condição bastante restritiva, imposta à série temporal. Felizmente, séries não estacionárias homogêneas são aquelas que se caracterizam por apresentarem propriedades tais que, diferenciando-as uma ou mais vezes, resultam em séries estacionárias. O número de vezes que a série original deve ser diferenciada para se tornar uma série estacionária é chamada de ordem de integração.

Um processo estacionário satisfaz as seguintes condições:

$$\begin{aligned}
 & \text{i) } E[Z_t] = E[Z_{t+k}] = \mu(t), \quad \forall t; \\
 & \text{ii) } E[(Z_t - \mu)^2] = \sigma^2(t) = \sigma^2, \quad \sigma^2 < \infty, \quad \forall t; \\
 & \text{iii) } \text{Cov}[Z_t, Z_{t+k}] = \text{Cov}[Z_{t+m}, Z_{t+k+m}], \quad \forall m.
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

2ª) Ergodicidade: um processo estocástico é considerado ergódico se apenas uma realização é suficiente para obter todas as suas características. Logo, todo processo ergódico é também estacionário, já que apenas uma realização de um processo não estacionário não poderá conter todas as informações necessárias para a especificação do processo.

A meta, de forma geral, do estudo de uma série temporal consiste em: dada uma realidade (processo estocástico), retira-se uma amostra finita de observações equidistantes no tempo (série temporal) e por meio do estudo desta amostra (análise de séries temporais) identifica-se um modelo cujo objetivo é inferir sobre o comportamento da realidade (modelo estocástico).

2.2.4 Ruído branco

É uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, não necessariamente, mas usualmente com distribuição Normal de

média zero e variância constante σ_a^2 . Logo, o processo a_t , $t=0,1,2,\dots$ é um ruído branco se:

$$a_t \cong N[0, \sigma_a^2], \text{ com média: } E[a_t]=0$$

Autocovariância: $E[a_t, a_{t+k}] = \gamma_k = 0$; Para $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ e $\gamma_k = \sigma_a^2$ para $k=0$

$$\text{Autocorrelação: } \begin{cases} \rho_k = 1, & k = 0 \\ \rho_k = 0, & k = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

$$\text{Autocorrelação parcial: } \begin{cases} \phi_{kk} = 1, & k = 0 \\ \phi_{kk} = 0, & k = 1, 2, \dots \end{cases}$$

2.2.5 Componentes de uma série temporal

Segundo Morettine & Tolo (1987) uma série temporal geralmente é, composta por quatro componentes:

- a) Tendência (T_t): verifica o sentido de deslocamento da série, ao longo de vários anos, podendo aumentar, diminuir ou permanecer constante;
- b) Ciclo (C_t): movimento ondulatório que, ao longo de vários anos, tende à periodicidade, ou seja, é o movimento da série que se repete ao longo dos períodos de tempo, tendo uma longa duração, a qual varia de ciclo para ciclo ou se repete, em períodos muito longos;
- c) Sazonalidade ou Fator Sazonal (S_t): relata as flutuações periódicas de comprimento constante, repetindo em períodos fixos, o comprimento do período é denotado por "S", associado, na maioria dos casos, a mudanças climáticas;
- d) Ruído aleatório ou erro (a_t): é tudo aquilo que não é explicado pelas outras componentes da série ou seja, é o que o modelo estimado não consegue captar. Um erro é dito ruído branco quando possui distribuição normal, a média de seus componentes é zero e a variância constante, a esses, são não-correlacionados indicando, assim, que o modelo elaborado conseguiu explicar o máximo de série de dados.

2.2.6 Metodologia Box & Jenkins

Com base em pesquisas anteriores, Box & Jenkins apresentaram em 1970 uma metodologia geral para o desenvolvimento de modelos de previsão em séries temporais e controle. Yule introduziu os modelos autoregressivos (AR) em 1926, enquanto que os modelos médias móveis (MA) surgiram com Slutsky em 1937. Em 1938, Wold mostrou que qualquer processo estocástico estacionário discreto pode ser representado por modelos autoregressivos e médias móveis. A partir desses estudos, Box & Jenkins construíram uma técnica de identificação do modelo, estimação de parâmetros e verificação da validade do modelo. Para o uso dessa técnica é necessária a experiência do analista no trato com a metodologia na fase da identificação da estrutura do modelo (Montgomery, 1976).

O tratamento desenvolvido por Box & Jenkins para a análise de séries estocásticas de tempo se fundamenta no fato de que, embora seus respectivos valores no tempo, z_t , apresentem correlação serial, cada um deles pode ser considerado como gerado por uma seqüência de choques " a_t ", $t \in T$, aleatórios e independentes entre si. Cada um possui uma determinada distribuição, com média zero e variância constante σ_a^2 , sendo que a seqüência de choques aleatórios " a_t ", $t \in T$, com as características acima mencionadas é denominada de processo de ruído branco.

O fundamento da metodologia Box & Jenkins, na busca de uma classe geral de modelos capazes de representar o processo gerador da série estocástica, está baseado no teorema da decomposição de Wold para séries estacionárias, demonstrando que todo processo estocástico estacionário pode ser decomposto em um modelo linear de tipo média móvel.

Os modelos de Box-Jenkins, conhecidos por ARIMA (*Auto Regressive Integrated Moving Averages*) ou por Auto-regressivos Integrados de Médias Móveis, são modelos que visam captar o comportamento da correlação seriada ou autocorrelação entre os valores da série temporal, e com base nesse comportamento realizar previsões futuras.

Esses modelos são resultantes da combinação de três componentes, chamados de filtros: o componente auto-regressivo (AR), o filtro de integração (I) e o componente de médias móveis (MA).

A construção dos modelos Box-Jenkins é baseada em um ciclo iterativo, na qual a estrutura do modelo é escolhida baseando-se nos próprios dados e é composta de quatro etapas (Moretin e Toloi, 1987):

- Identificação: Consiste em descobrir qual modelo descreve o comportamento da série, através da análise dos gráficos das funções de autocorrelações (FAC) e das funções de autocorrelações parciais (FACP);

- Estimação: Consiste em fazer a estimativa dos parâmetros do componente auto-regressivo, do componente de médias móveis e da variância;

- Verificação: Consiste em analisar se o modelo escolhido descreve adequadamente o comportamento da série;

- Previsão: É a última etapa da metodologia e o objetivo principal. É realizada somente quando a etapa anterior foi satisfatória.

Caso o modelo escolhido não seja adequado, volta-se novamente à etapa da identificação, repetindo-se os procedimentos anteriores para outros modelos.

Esta metodologia pode ser aplicada para modelos estacionários, não-estacionários e sazonais:

2.2.6.1 Modelos estacionários

Conforme Moretin e Toloi (1987) modelos estacionários são modelos simples, que descrevem a série que não possui tendência e nem sazonalidade. Esta série é consequência da variação aleatória do ruído branco ao redor de uma grande média, ao longo do tempo. Aqui tem-se os modelos Auto-regressivo (AR), de Médias Móveis (MA) e Auto-regressivos de médias móveis (ARMA).

a) Modelo Auto-regressivo (AR)

Este modelo pressupõe que seja o resultado da soma ponderada de seus p valores passados, além do ruído branco a_t . A equação (1) descreve um modelo AR(p):

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \phi_3 w_{t-3} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t, \quad (2.12)$$

onde ϕ_i é o parâmetro que descreve como w_t se relaciona com o valor para $w_{t-i} = 1, 2, \dots, p$.

A condição de estacionaridade do AR(p) estabelece que todas as p raízes da equação característica $\phi(B) = 0$ caem fora do círculo unitário.

b) Modelo de Médias Móveis (MA)

Este é um modelo em que a série w_t é resultante da combinação dos ruídos brancos e do período atual com aqueles ocorridos em períodos anteriores. Ele é expresso pela equação (2):

$$w_t = \varepsilon_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_3 a_{t-3} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.13)$$

onde θ_i é o parâmetro que descreve como w_t se relaciona com o valor a_{t-i} para $i = 1, 2, \dots, q$. A condição de invertibilidade requer que todas as raízes da equação característica $\theta(B)=0$ caem fora do círculo unitário.

c) Modelo Auto-regressivo de Médias Móveis (ARMA)

É a combinação dos componentes do modelo AR(p) com os do modelo MA(q). O modelo ARMA(p, q) pode ser expresso pela equação (2.14):

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}. \quad (2.14)$$

A condição de estacionariedade e de invertibilidade de um ARMA(p,q) requerem, respectivamente, que todas as p raízes de $\phi(B)=0$ e todas as q raízes de $\theta(B)=0$ caiem fora do círculo unitário

2.2.6.1.1 Identificação da estrutura

A identificação da estrutura do processo é a etapa inicial dessa metodologia, sendo esta uma fase crucial do método, pois, se nesse momento ocorrer um erro, pode-se conduzir a resultados desastrosos. O analista de séries temporais identifica a estrutura comparando o correlograma amostral da função de autocorrelação e o da função de autocorrelação parcial com os correlogramas teóricos das diversas estruturas ARMA (p, q).

A técnica, em geral, funciona bem, mas exige uma razoável experiência do analista no discernimento das várias estruturas. Para o uso dessa metodologia, é necessário que a série temporal seja uma realização de um processo estocástico estacionário, sendo que esta condição permite estimar a média e as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial do processo, pois com estacionariedade no sentido amplo a função média $\mu(t) = E[Z(t)] = \mu$ é constante, e função de autocovariância $\text{cov}(Z_{t_1}, Z_{t_2}) = \gamma(t_1, t_2)$ dependente apenas da diferença $(t_1 - t_2)$. Como freqüentemente ocorrem séries não-estacionárias, usam-se os recursos da diferenciação e da transformação da variável, conforme o caso, para alcançar-se esta condição. Todo processo estocástico ergódico dependente do tempo (série temporal) tem uma função de autocorrelação e uma função de autocorrelação parcial (FACP) associadas à estrutura do processo gerador.

As ferramentas fundamentais da identificação da estrutura são, portanto, a função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial. Essas funções são descritas resumidamente a seguir (Montgomery, 1976).

2.2.6.1.2 Função de autocorrelação (FAC)

Como visto anteriormente, por definição, a autocorrelação de defasagem k da série temporal $\{w_t; t = 1, 2, \dots, n\}$ é dada por:

$$\phi_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

onde γ_k é a covariância da defasagem k , definida por:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= E[w_t - E(w_t)][w_{t+k} - E(w_{t+k})], \quad \text{com} \\ E(w_t) &= E(w_{t+k}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

A função de autocorrelação ρ_k das cinco principais estruturas ARMA (p, q) são as seguintes:

a) Estrutura AR (1)

Quando o modelo é do tipo $w_t = \phi_1 \cdot w_{t-1} + a_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, n$, onde ϕ_1 é o parâmetro autoregressivo e $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ o ruído branco, tem-se que a função de autocorrelação é dada por equação de diferenças da 1ª ordem com solução:

$$\rho_k = \phi_1^k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.17)$$

Logo, a FAC tem decaimento exponencial e, se $\phi_1 > 0$, é sempre positiva. Já se $\phi_1 < 0$, alterna o sinal, começando no lado negativo.

b) Estrutura AR (2)

Sendo o modelo do tipo $w_t = \phi_1 \cdot w_{t-1} + \phi_2 \cdot w_{t-2} + a_t$ $t = 1, 2, 3, \dots, n$, onde ϕ_1 e ϕ_2 são os parâmetros autoregressivos, a FAC verifica uma equação de diferenças de 2ª ordem:

$$\rho_k = \phi_1 \cdot \rho_{k-1} + \phi_2 \cdot \rho_{k-2} \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

E no caso das raízes do polinômio característico $\phi(B) = 0$ serem reais, a FAC consistirá de uma mistura de decaimentos exponenciais e/ou senóides amortecidas.

c) Estrutura MA (1)

Nesta estrutura com modelos definidos por $W_t = -\theta_1 \cdot a_{t-1} + a_t$ $t = 1, 2, \dots, n$, com θ_1 sendo o parâmetro de médias móveis, corresponde a FAC:

$$\rho_k = \frac{-\theta_1}{(1 + \theta_1^2)} \quad k = 1$$

$$\rho_k = 0 \quad K = 2, 3, 4, \dots \quad (2.19)$$

Observa-se claramente um pico na defasagem 1 e a seguir corte brusco, zerando as autorrelações nas defasagens seguintes. O pico será positivo se $\theta_1 < 0$ e negativo se $\theta_1 > 0$.

d) Estrutura MA (2)

No caso de modelos do tipo $W_t = -\theta_1 \cdot a_{t-1} - \theta_2 \cdot a_{t-2} + a_t$ $t = 1, 2, \dots, n$, com os parâmetros médias móveis θ_1 e θ_2 , tem-se a FAC:

$$\rho_k = \frac{-\theta_1(1 - \theta_2)}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)} \quad k = 1$$

$$\rho_k = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2 + \theta_2^2)} \quad k = 2$$

$$\rho_k = 0 \quad k = 3,4,\dots \quad (2.20)$$

Neste caso, também de forma clara, a FAC constitui-se de dois picos nas defasagens 1 e 2 e um brusco nivelamento em zero nas demais defasagens. Se o processo gerador for realmente um MA(2), estas características devem estar estatisticamente presentes na FAC amostral.

e) Estrutura ARMA (1,1)

Esta estrutura de modelos do tipo $W_t = \phi_1 \cdot w_{t-1} - \theta_1 \cdot a_{t-1} + a_t$, onde ϕ_1 é o parâmetro autoregressivo e θ_1 o parâmetro de médias móveis, possui FAC com expressão:

$$\rho_k = \frac{(1-\phi_1\theta_1) \cdot (\phi_1 - \theta_1)}{(1-2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2)} \quad k = 1$$

$$\rho_k = \phi_1^k - 1 \cdot \rho_1 \quad k = 2,3,4,\dots \quad (2.21)$$

Na identificação desta estrutura, não existe característica decisiva. A FAC tem decaimento exponencial a partir da defasagem 1. A autocorrelação nesta defasagem tem o sinal de $(\phi_1 - \theta_1)$ e se $\phi_1 > 0$ todas as autocorrelações terão mesmo sinal. Os sinais serão alternados em caso contrário.

2.2.6.1.3 Função de autocorrelação parcial (FACP)

Na análise de séries temporais, o coeficiente de autocorrelação parcial é usado para medir o grau de associação entre a observação w_t e a observação W_{t-k}

quando os efeitos das outras defasagens 1, 2, 3 ..., k-1 são retirados, ou melhor, fixados. O coeficiente de autocorrelação parcial, ϕ_{kk} , de ordem k é definido como o último coeficiente autoregressivo do modelo AR (k):

$$\begin{array}{lll}
 \text{AR(1)} & W_t = \phi_1 W_{t-1} + a_t & \phi_{11} = \phi_1 \\
 \text{AR (2)} & W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + a_t & \phi_{22} = \phi_2 \\
 \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots \\
 \text{AR (k)} & W_t = \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_k W_{t-k} + a_t & \phi_{kk} = \phi_k
 \end{array} \quad (2.22)$$

A forma freqüentemente usada para se estimar os coeficientes de autocorrelação parcial é calculá-los em função dos coeficientes de autocorrelação. De modo que se tem as conhecidas equações de Yule-Walker.

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

a partir das quais obtém-se $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \dots, \hat{\phi}_{kk}$, substituindo-se ρ_j $j=1,2,\dots,k$ por $\hat{\rho}_j$ estimado do modo usual.

A função de autocorrelação parcial das cinco principais estruturas são as seguintes:

a) Estrutura AR (1)

Para modelos do tipo $W_t = \phi_1 W_{t-1} + a_t$ $t = 1,2,3,\dots,n$, tem-se FACP:

$$\begin{array}{ll}
 \phi_{11} = \rho_1 = \phi_1 & k = 1 \\
 \phi_{kk} = 0 & k = 2,3,4,\dots
 \end{array} \quad (2.24)$$

Percebe-se, então, um pico na primeira defasagem e uma queda brusca para zero nas demais defasagens.

b) Estrutura AR (2)

Nesta estrutura, modelos do tipo $W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + a_t$, $t = 1, 2, 3, \dots, n$, a FACP é:

$$\begin{aligned}\phi_{11} = \rho_1 &= \frac{\phi_1}{(1 - \phi_2)} & k = 1 \\ \phi_{22} &= \frac{(\rho_2 - \rho_1^2)}{(1 - \rho_1^2)} = \phi_2 & k = 2 \\ \phi_{kk} &= 0 & k = 3, 4, 5, \dots\end{aligned}\quad (2.25)$$

Das expressões têm-se picos nas defasagens um e dois e corte brusco, zerando os valores após a segunda defasagem.

c) Estrutura MA (1)

Nesses modelos, $W_t = -\theta_1 a_{t-1} + a_t$, $t = 1, 2, \dots, n$, tem-se FACP do tipo:

$$\begin{aligned}\phi_{11} = \rho_1 &= \frac{-\theta_1}{(1 + \theta_1^2)} & k = 1 \\ \phi_{kk} &= \frac{-\theta_1^k \cdot (1 - \theta_1^2)}{(1 - \theta_1^{2(k+1)})} & k = 2, 3, \dots\end{aligned}\quad (2.26)$$

O padrão neste caso é um decaimento exponencial alternando o sinal e começando no lado positivo se $\theta_1 < 0$, e se $\theta_1 > 0$ toda a FAC será negativa.

d) Estrutura MA (2)

Já para esta estrutura com modelos do tipo $W_t = -\theta_1 \cdot a_{t-1} - \theta_2 \cdot a_{t-2} + a_t \quad t = 1, 2, \dots, n$, a FACP tem uma forma sem padrão algébrico definido. Pode-se salientar, apenas, que se trata de uma mistura de decaimento exponencial e (ou) senóide amortecida.

e) Estrutura ARMA (1,1)

Da mesma forma que na estrutura MA(2), os modelos $W_t = \phi_1 \cdot w_{t-1} - \theta_1 \cdot a_{t-1} + a_t \quad t = 1, 2, \dots, n$, não têm FACP com expressão algébrica generalizada. Sabe-se que a partir da defasagem 1 ocorre um decaimento exponencial com mesmo sinal se $\theta_1 > 0$ e alternando o sinal se $\theta_1 < 0$.

Essas características da FAC e FACP, nos diversos processos, são usadas no estágio de identificação da estrutura. Procuram-se essas propriedades no correlograma amostral. Dada a presença de aleatoriedade nas estimativas dos valores da FAC e FACP, este processo muitas vezes não é suficientemente claro. Os correlogramas amostrais são construídos com as estimativas dos parâmetros ρ_k e ϕ_{kk} , $K = 1, 2, 3, \dots$, dadas por:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \quad \text{com} \quad \hat{\gamma}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (W_t - \bar{W})(W_{t+k} - \bar{W})}{n} \quad (2.27)$$

onde,

$$\bar{W} = \frac{\sum_{t=1}^n W_t}{n}$$

e ϕ_{kk} obtido das equações de Yule-Walker com ρ_k substituído por $\hat{\rho}_k$. As distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias $\hat{\rho}_k$ e $\hat{\phi}_{kk}$ são complicadas.

Anderson, em 1942, mostrou que se o parâmetro estimado ρ_k é nulo e o tamanho da série é de moderado para grande, então o estimador $\hat{\rho}_k$ tem distribuição gaussiana:

$$\hat{\rho}_k \sim N[0, V(\hat{\rho}_k)]$$

Bartlett (1946) propôs uma expressão aproximada para a variância de $\hat{\rho}_k$:

$$V(\hat{\rho}_k) \cong \frac{1}{n} \sum_{v=1}^q [\rho_v^2 + \rho_{v+k} \rho_{v-k} - 4\rho_k \rho_v \rho_{v-k} + 2\rho_v^2 \rho_k^2] \quad (2.28)$$

Como ρ_v é desconhecida, usa-se um estimador com $\hat{\rho}_v$ substituindo ρ_v em (2.28). Bartlett mostrou que quando as correlações teóricas ρ_v são nulas para defasagens maiores do que um valor fixo $q, v > q$, tem-se:

$$V(\hat{\rho}_k) \cong \frac{1}{n} \left[1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right] \quad k > q \quad (2.29)$$

Da mesma forma, com ρ_v desconhecida, usa-se a estimativa desta expressão aproximada com $\hat{\rho}_v$ substituindo ρ_v .

Para as autocorrelações parciais amostrais existe o resultado provado por Quenouille em 1948. Quenouille mostrou que na hipótese de um processo autoregressivo de ordem p , a variância aproximada da estimativa $\hat{\phi}_{kk}$ é $V(\hat{\phi}_{kk}) \cong 1/n$ e ainda, para n grande, pode-se supor distribuição Gaussiana para $\hat{\phi}_{kk}$.

2.2.6.2 Modelos não-estacionários

Conforme Fava (2000) quando o processo é não estacionário, ou seja, possui tendência, uma das maneiras de analisá-lo é incorporando um processo de diferenças ($D^d Z_t$) no modelo ARMA. Este é o modelo conhecido como ARIMA

(modelo auto-regressivo integrado de médias móveis), onde d é a ordem das diferenças necessárias para tirar a tendência da série.

Para verificar a não-estacionariedade de uma série, o comportamento temporal pode ser analisado graficamente pelo comportamento da FAC e FACP, onde é evidenciando um decaimento muito lento, quando o número de defazagens aumenta, ou, então, aplicando os testes estatísticos de raiz unitária. O teste de raiz unitária mais usado é o de Dickey-Fuller.

O modelo ARIMA(p,d,q) pode ser descrito conforme a equação (4):

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.30)$$

onde:

$$w_t = \Delta^d w_t.$$

Alternativamente, fazendo uso do operador de defasagem, obtém-se:

$$(1 - \phi_1 \mathbf{B} - \dots - \phi_p \mathbf{B}^p) w_t = (1 - \theta_1 \mathbf{B} - \dots - \theta_q \mathbf{B}^q) \varepsilon_t \quad (2.31)$$

ou

$$(1 - \mathbf{B})^d \phi(\mathbf{B}) y_t = \theta(\mathbf{B}) \varepsilon_t \quad (2.32)$$

Nesse caso, $(1 - \mathbf{B})^d \phi(\mathbf{B}) = 0$ apresenta d raízes sobre o círculo unitário (d raízes unitárias) e p raízes fora do círculo unitário.

2.2.6.3 Modelo sazonal multiplicativo geral

Segundo Fava (2000) a incorporação, nestes modelos, da correlação entre instantes de tempo sucessivos resulta no modelo sazonal multiplicativo geral ARIMA (p,d,q) x (P,D,Q)_s. Sendo este é representado pela equação:

$$\begin{aligned}
& (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{Ps}) \cdot \\
& (1 - B)^d (1 - B^s)^D y_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \cdot \\
& (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{Qs}) \varepsilon_t \\
& \phi(B) \Phi(B^s) \Delta^d \Delta_s^D y_t = \theta(B) \Theta(B^s) \varepsilon_t
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Assim, tem-se a combinação de modelos ARIMA sazonal e não sazonal.

A etapa da identificação da estrutura do modelo é a mais difícil da metodologia de Box & Jenkins. Muitas vezes são identificados mais de um modelo gerador da série em estudo. Isso pode ocorrer quando é trabalhado com a FAC e a FACP amostrais, ficando difícil, muitas vezes, decidir se elas são decrescente ou se são truncadas. Para resolver este impasse faz-se uso de critérios de seleção de modelos construídos com base na variância estimada ε_t , no tamanho da amostra e nos valores de p e q. O critério utilizado em nosso estudo é o AIC (Akaike's Information Criteria).

$$AIC = \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \frac{2(p+q)}{n} \tag{2.34}$$

Em vez de estabelecer p e q precisamente, estima-se os modelos correspondentes a vários pares (p, q) e escolhe-se aquela especificação que apresentar o menor valor para AIC. A presença de p e q, na fórmula do critério AIC, tem por objetivo “penalizar” os modelos com muitos parâmetros, tendo em vista que modelos mais parcimoniosos devem ser privilegiados, por apresentarem menor número de parâmetros a serem estimados.

2.2.6.4 Estimação

Quando determinado os valores de p, d e q, estima-se os p parâmetros ϕ , dos q parâmetros θ e da variância σ_ε^2 do modelo:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.35)$$

onde

$$w_t = \Delta^d y_t (1-B)^d y_t$$

A estimação pode ser por mínimos quadrados e por máxima verossimilhança. A estimação por mínimos quadrados requer a minimização de:

$$S(\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q) = \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 \quad (2.36)$$

onde:

$$\hat{\varepsilon}_t = \theta^{-1}(B)\phi(B)w_t$$

$S(\hat{\phi}, \hat{\theta})$ depende de valores de w_t e de ε_t , ou seja, valores anteriores ao período amostrado. Para a estimação da máxima verossimilhança, é necessário admitir, inicialmente, que os ruídos brancos ε_t têm a distribuição Normal. Como consequência, w_t também terá distribuição Normal e a distribuição conjunta de $w = (w_1, \dots, w_n)$ é: $w \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2 \Omega)$

A função de verossimilhança a ser maximizada pode então ser definida:

$$L(\phi, \theta, \sigma_\varepsilon^2 / w) = [2\pi\sigma_\varepsilon^2]^{-\frac{n}{2}} |\Omega|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} w' \Omega^{-1} w / \sigma_\varepsilon^2\right] \quad (2.37)$$

A maximização de L é complexa, particularmente em virtude da presença da matriz Ω . Qualquer que seja o método adotado, o processo de estimação é extremamente trabalhoso e requer o uso do computador.

2.2.6.5 Verificação do modelo

Esta etapa da modelagem através da metodologia de Box & Jenkins consiste em averiguar se o modelo selecionado é adequado e conseqüentemente pode ser utilizado na previsão. Essa constatação pode ser realizada pela análise de resíduos e pela avaliação da ordem do modelo.

Na análise de resíduos, seus coeficientes de autocorrelação devem ser, estatisticamente iguais a zero, isto é comportar-se como ruído branco. Os resíduos devem se distribuir como uma Normal de média zero e variância $1/n$. A avaliação da ordem do modelo tem como objetivo verificar se o mesmo está superespecificado (p ou q maiores do que o devido), nem subespecificado (p e q menores do que devidos). O modelo não deve trazer parâmetros em excesso.

2.2.6.6 Previsão

Uma das formas de utilização do modelo ajustado é para fazer previsões de valores futuros. Esta é a última etapa da metodologia de Box & Jenkins, que consiste na realização de previsões da série Z_t em instantes de tempo posteriores a n , isto é, os valores prováveis $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k}$ onde k é o horizonte de previsão. A previsão de Z_{t+k} , para $k=1,2,\dots$ será denotada por $\hat{z}_t(k)$ e é definida como esperança condicional de Z_{t+k} dados todos os valores passados, isto é:

$$\hat{z}_t(k) = E(Z_{t+k} | z_t, z_{t-1}, \dots). \quad (2.38)$$

A diferença entre $\hat{z}_t(k) - z_{t+k}$ é chamado de erro de previsão k passos à frente e será denotado por e_{t+k} .

3 METODOLOGIA

Esse capítulo inicialmente caracteriza a pesquisa realizada, descreve sucintamente o local da mesma, incluindo as cidades e as empresas; na seqüência traz informações sobre os dados coletados e especifica as metodologias utilizadas na análise dos mesmos.

3.1 Caracterização da pesquisa

A presente investigação se caracteriza como um estudo quantitativo, descritivo, documental e inferencial. Conforme Pádua (2004) a pesquisa documental é aquela que é realizada a partir de documentos contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos (não-fraudados); tem sido largamente utilizada nas ciências sociais, na investigação histórica, a fim de descrever/comparar fatos sociais, estabelecendo suas características ou tendências; além das fontes primárias, os documentos propriamente ditos, utilizam-se as fontes chamadas secundárias, como dados estatísticos, elaborados por institutos especializados e considerados confiáveis para a realização da pesquisa.

3.2 Locais da Pesquisa

A matriz da Empresa Beta se localiza na cidade de Ijuí, uma das filiais na cidade de São Luiz e a outra na cidade de Coronel Barros.

3.3 A Empresa Beta

A empresa estudada é do ramo agrícola, mais especificamente, especializada em insumos para o plantio de diversas culturas, além disso, comercializa produtos agrícolas, resultantes desses insumos.

A Empresa Beta foi fundada no ano de 1985. A equipe de profissionais que a integra compreende um total de 08 trabalhadores na Matriz, 15 trabalhadores na Filial SL e 10 trabalhadores na Filial CB, distribuídos nos diferentes setores.

3.4 Os dados

Inicialmente, recorrendo ao cadastro da empresa pesquisada, foram obtidas três séries de faturamento da Empresa Beta, uma da matriz, uma da filial 1 e uma da filial 2. Ambas foram coletadas no período de janeiro/2001 a maio/2006, totalizando em cada série 65 observações.

3.5 Análise dos resultados

Inicialmente, de posse dos dados, os mesmos foram dispostos em um banco de dados, sendo utilizados os *softwares* Excel e SPSS/7.5 (UNIJUI). Os dados de faturamento da empresa foram analisados utilizando a estatística descritiva e o

método de séries temporais Box & Jenkins, com sua representação gráfica, testes de significância, modelagem e previsões.

3.5.1 Estatística descritiva

Para a Empresa matriz e cada uma das filiais realizou-se a análise descritiva dos dados de faturamento, por ano. Para tal, foram utilizadas as medidas descritivas: limite inferior, limite superior, média, desvio padrão e coeficiente de variação, bem como a representação gráfica dos mesmos. Esta investigação permitiu a verificação do comportamento dos dados, mostrando tendências e situações relevantes.

3.5.2 Modelagem das séries por meio da metodologia Box & Jenkins

A estratégia utilizada para a modelagem da série de faturamento da Empresa matriz e de cada uma de suas filiais, foi através da metodologia Box & Jenkins, baseada no ciclo iterativo, conforme Figura 2 (Souza, 1996), na qual a estrutura do modelo é formada pelos próprios elementos da série.

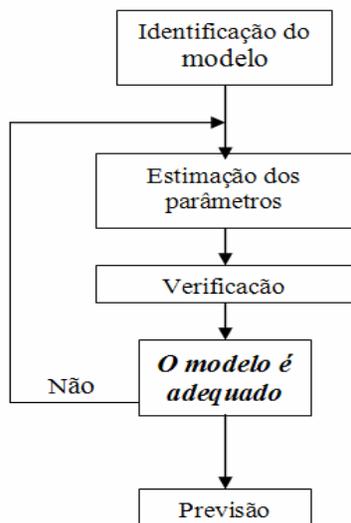


Figura 2: Fluxograma do ciclo iterativo de Box & Jenkins

Foram seguidas as seguintes etapas (descritas no referencial teórico):

- o processo de identificação, isto é, determinar quais dos filtros AR, MA, ARMA, ARIMA ou SARIMA, compõem a série, bem como quais são suas respectivas ordens e diferenciações. Utilização da função de autocorrelação e autocorrelação parcial;
- quando determinados os valores de p, d e q, passou-se para a estimação dos p parâmetros ϕ , dos q parâmetros θ e da variância σ_ε^2 do modelo;
- verificação da adequação do modelo utilizando o critério AIC e significância dos parâmetros estimados;
- análise dos resíduos e avaliação da ordem do modelo;
- previsão de três meses posteriores para o faturamento da Empresa Beta.

Seleção de vários modelos que poderiam descrever o comportamento das séries estudadas, destes foi selecionado o modelo cuja FAC dos resíduos se comportou como um ruído branco, o critério AIC era de menor valor e os parâmetros eram significativos. Usou-se também o princípio da parcimônia.

Desta forma, ao desenvolver esta pesquisa, pretende-se mostrar a importância da metodologia Box & Jenkins na modelagem do faturamento de uma empresa do ramo agrícola, bem como a previsão como instrumento auxiliar para a tomada de decisões na gestão.

3.6 Aspectos Éticos

Por se tratar de uma pesquisa envolvendo dados sigilosos e para manter o anonimato da empresa, por solicitação da mesma, optou-se por utilizar um codinome: Empresa Beta.

4 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A partir de agora as séries coletadas nesta pesquisa serão apresentadas, analisadas e discutidas, com base nos objetivos traçados, bem como no referencial teórico construído. Os mesmos serão apresentados em tabelas e gráficos que representam de forma clara e objetiva as informações relevantes.

4.1 Modelagem do faturamento da Empresa Beta

O sucesso da gestão empresarial está associado a vários fatores, dentre eles à habilidade de se identificar, antecipadamente, o comportamento de variáveis econômicas históricas, tendo como meta a previsão. Partindo desse pressuposto, a análise de séries temporais, segundo Souza & Camargo(1996), permite a construção de modelos que descrevem um processo estocástico, utilizando apenas valores passados.

Na presente pesquisa utilizou-se a série histórica de faturamento mensal da matriz, filial SL e filial CB da Empresa Beta, mais especificamente, do período de janeiro/2001 a maio/2006. De posse desses dados, foi possível formular um modelo econômico, o qual permite explicar o comportamento desta série e a partir daí realizar a previsão de futuros faturamentos.

Um dos parâmetros de avaliação de uma empresa é o seu faturamento, ou seja, a geração de resultados positivos, incluindo o lucro. Para a obtenção do

mesmo, este deve estar aliado à certificação de uma boa qualidade de serviços, possibilitando assim o aumento no faturamento e conseqüentemente na geração de valor.

4.1.1 Modelagem da série para o faturamento da Matriz da Empresa Beta

Inicialmente foi realizada uma análise descritiva sobre o faturamento anual da série estudada para entender de forma mais clara o conjunto de informações e verificar suas características. Neste estudo utilizaram-se as medidas descritivas: média, desvio padrão, limite inferior, limite superior e coeficiente de variação. Estas medidas foram realizadas ano a ano, demonstrando, a partir do coeficiente de variação, que existe uma grande variabilidade no faturamento nos meses de cada ano. Em nenhum dos anos a média de faturamento é representativa, pois o coeficiente de variação em todos os casos foi maior que 30% (Tabela 1).

Tabela 1– Medidas descritivas do faturamento da Matriz, por ano.

Estadísticas \ Ano	Limite Inferior	Limite Superior	Média	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
2001	42081,48	278270,14	134855,09	82493,65	61,17
2002	25391,57	384962,64	105480,99	103682,72	98,29
2003	21171,67	154605,40	69723,10	38593,04	55,35
2004	39229,78	677051,40	201137,67	176925,16	87,96
2005	59542,54	219357,58	134507,75	54789,69	40,73
2006*	50739,96	1208283,5	401827,61	476901,98	118,68

* meses de janeiro à maio

Na Figura 3 estão representadas as informações do faturamento ano a ano, mensalmente. Pode-se observar novamente a variabilidade do faturamento, demonstrando meses com valores mais elevados e outros meses com faturamento mais baixo. Isto é reflexo dos meses com grande demanda de negócios, sendo esses períodos de safra e os com menor demanda, os períodos entre - safras.

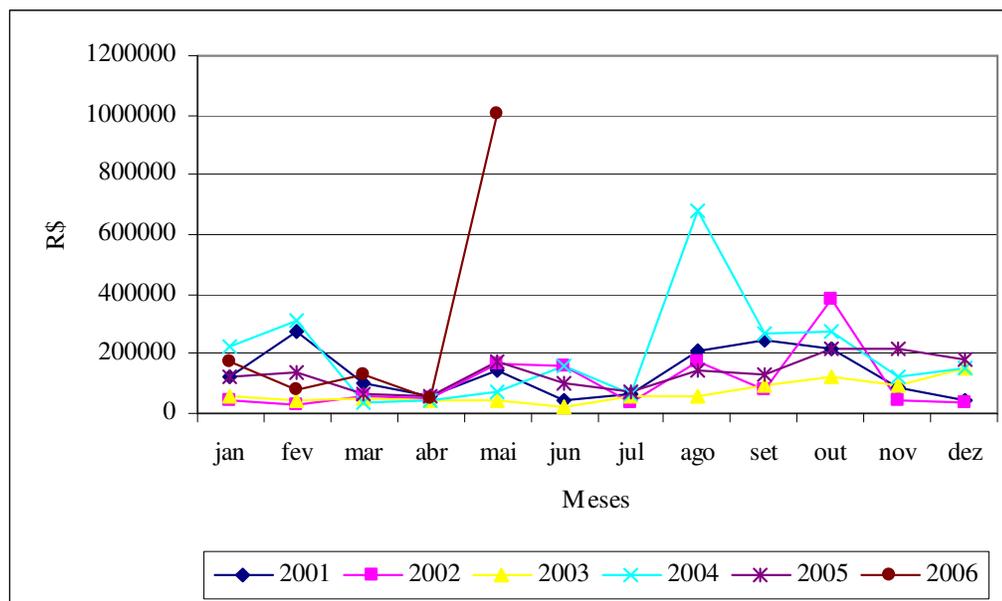


Figura 3- Faturamento mensal da Matriz dos anos de 2001 à 2006

Para identificar os modelos apropriados, inicialmente deve ser analisado o gráfico temporal da série em estudo. A análise desse tipo de gráfico pode indicar a presença de tendência, o que revelaria se a série é ou não estacionária.

Observando a Figura 4, observa-se que a série parece não apresentar tendência, percebe-se que a série apresenta períodos alternados de altas e baixas variações, as altas se destacando em períodos de doze meses, podendo representar a presença de sazonalidade na série.

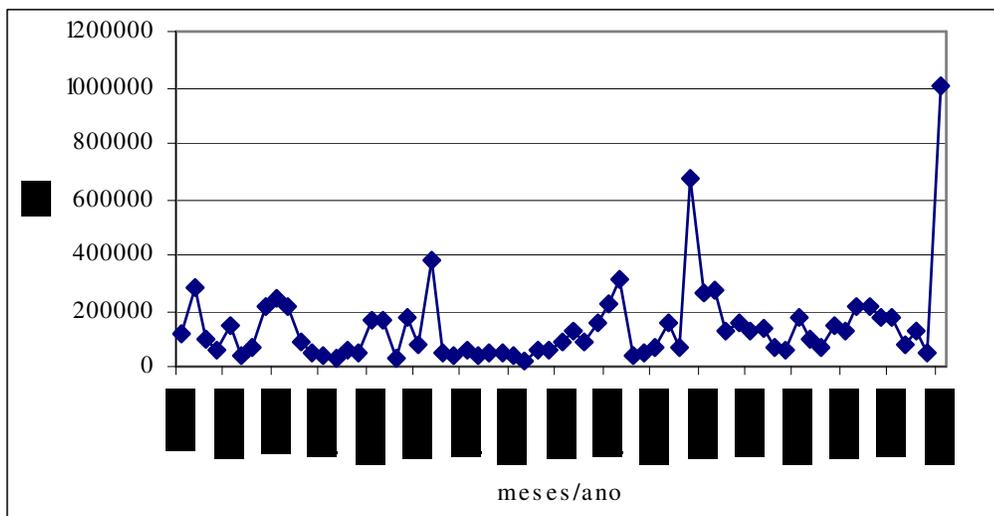


Figura 4 - Faturamento da Matriz da Empresa Beta, de janeiro/2001 à maio/2006

Na construção dos correlogramas, constata-se que na FAC e na FACP que a série é estacionária, não necessitando da realização de diferenciação (Figura 5).

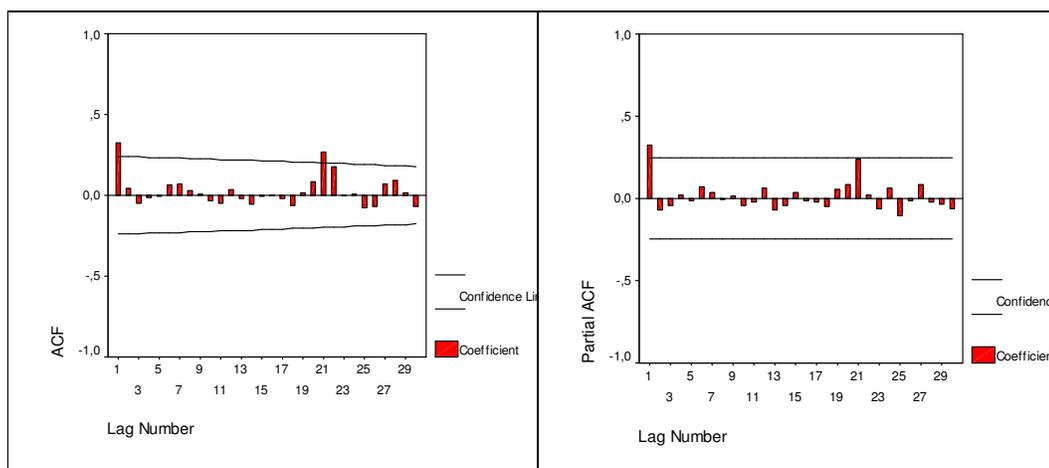


Figura 5- Função de autocorrelação e Função de autocorrelação parcial respectivamente da série de faturamento da Matriz da Empresa Beta

Com base nos mesmos, a função de autocorrelação (FAC) apresentou um pico na primeira defasagem e uma queda brusca nas demais com exceção da defasagem 21, que poderia representar evidências da uma componente sazonal,

enquanto que a função de autocorrelação parcial (FACP) demonstrou a primeira defasagem significativa e um decaimento nas demais.

A seguir iniciou-se o processo de identificação da ordem do modelo, na tentativa de encontrar aquele que melhor se ajustasse. Foram testados vários modelos, comparando seus resultados (Tabela 2). O melhor modelo, mais parcimonioso foi o ARMA (1,1).

Tabela 2: Modelos propostos para o faturamento da matriz da Empresa Beta

Modelo	Parâmetros	Critério AIC	Critério SBC	Variância residual
AR(1)	$\phi = 0,666761$ (0,000001)	1792,7314	1794,9211	35783596092,7
MA(1)	$\theta = -0,46571$ (0,0001063)	1804,7836	1806,9733	43174817378,0
ARMA(1,1)	$\phi = 0,966909$ (0,000001) $\theta = 0,548354$ (0,000740)	1788,6656	1793,0449	32657431423
SARIMA (1,0,1)(0,0,1)	$\phi = ,9496257$ (0,000001) $\theta = ,505359$ (0,00418) $\Theta = -0,148715$ (0,476139)	1789,9524	1796,5213	32738047467,4

A Figura 6 apresenta a FAC e FACP dos resíduos do modelo selecionado, observado-se um comportamento aleatório, sem apresentar defasagem significativa, isto é, um ruído branco, confirmando novamente a adequação do modelo. Também na seqüência apresenta-se o gráfico “Normal Q-Q Plot” dos resíduos que seguem uma distribuição normal.

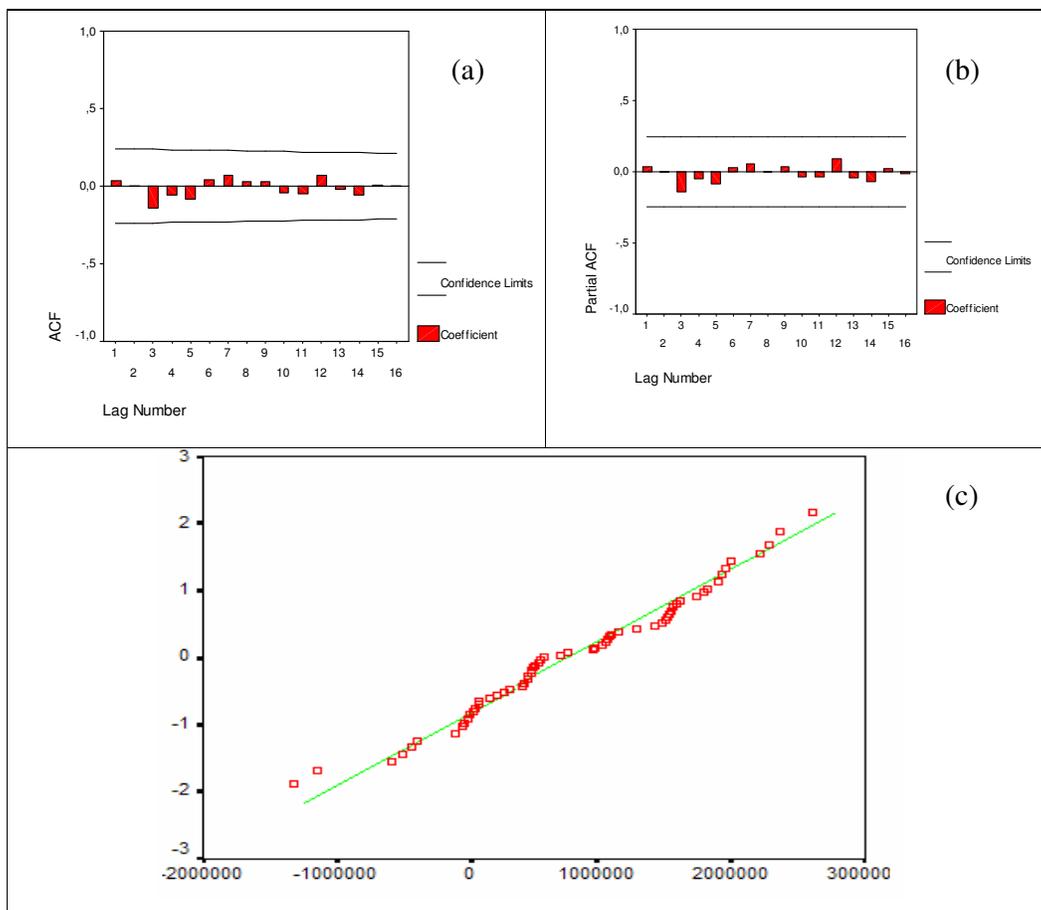


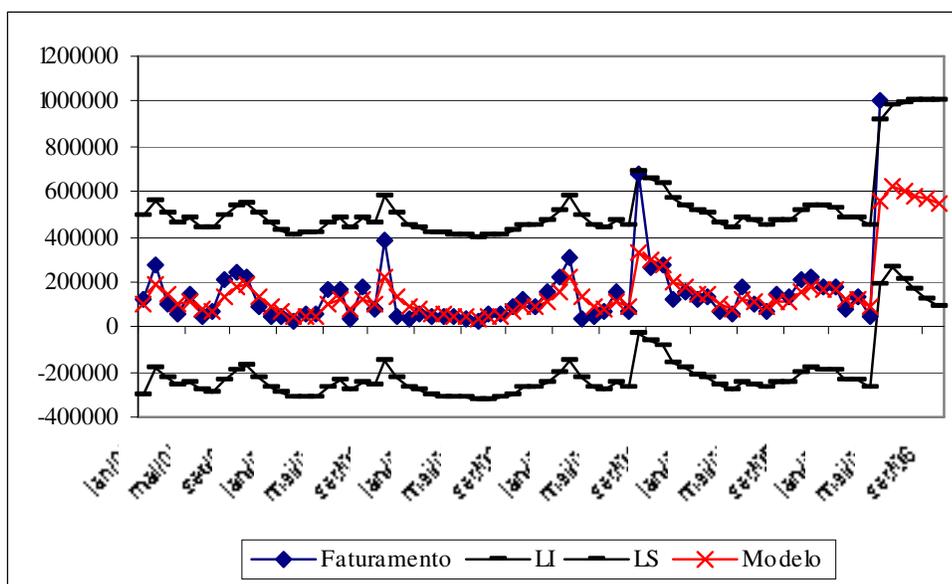
Figura 6- Análise dos resíduos: Função de autocorrelação (a); Função de autocorrelação parcial (b) e Gráfico da distribuição normal (c).

Tabela 3 – Previsões para o faturamento da matriz da Empresa Beta

Período	Previsão	Limite		Dados reais
		Inferior 95%	Superior 95%	
Junho 2006	625266,70	264249,6	986283,8	767839,27
Julho 2006	604575,93	213211,3	995940,6	542069,19
Agosto 2006	584569,84	166822,2	1002318	416986,56
Setembro2006	565225,77	124237,7	1006214	402043,38

Na Tabela 3 são mostradas as previsões de faturamento na Matriz da Empresa Beta para o período de junho a agosto de 2006. A empresa disponibilizou posteriormente os dados reais, os quais foram comparados com os da previsão através do modelo proposto, verificando-se a eficiência do mesmo, pois todos os valores encontraram-se no intervalo de confiança de 95%.

Na Figura 7, observa-se os valores reais e estimados através do modelo selecionado do faturamento da matriz com as respectivas previsões do período de junho a setembro de 2006. Os valores preditos pelo modelo ARMA (1,1) são muito semelhantes aos valores observados (reais).



superior e coeficiente de variação. Estas medidas foram realizadas ano a ano, observando uma variabilidade muito grande no faturamento nos meses de cada ano. Isto fica evidente quando observamos o coeficiente de variação, o qual, em todos os casos, foi maior que 30%. A média anual de faturamento não é representativa. Novamente, igualmente em relação a empresa matriz, esta oscilação se deve a grandes negócios na safra e pequenos negócios na entre- safra.

Tabela 4 – Medidas descritivas do faturamento da filial SL, por ano

Estadísticas Ano	Limite Inferior	Limite Superior	Média	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
2001	184416,26	2961206,08	879392,84	736498,38	83,75
2002	233365	2215201	877636,53	626785,16	71,41
2003	456986,50	2943340,63	1343701,31	722537,99	53,77
2004	178843,21	1379047,18	1009665,28	347343,27	34,40
2005	257432,36	1038901,07	649190,01	260609,52	40,14
2006*	420749,57	1331778,18	660099,62	383045,85	58,02

* meses de janeiro à maio

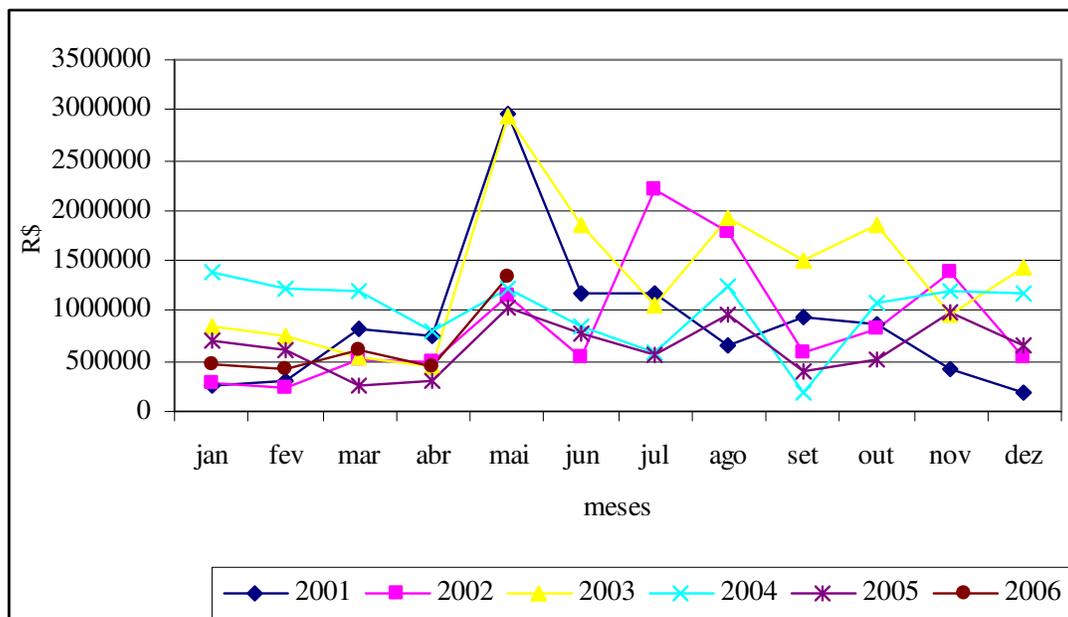


Figura 8 - Faturamento mensal da Filial SL do período de 2001 à 2006

Na Figura 8 estão representadas as informações do faturamento ano a ano, mensalmente. Observa-se novamente a variabilidade do faturamento, demonstrando que nos meses de maio, junho e julho os valores são mais elevados e nos meses de janeiro, fevereiro e dezembro o faturamento é menor.

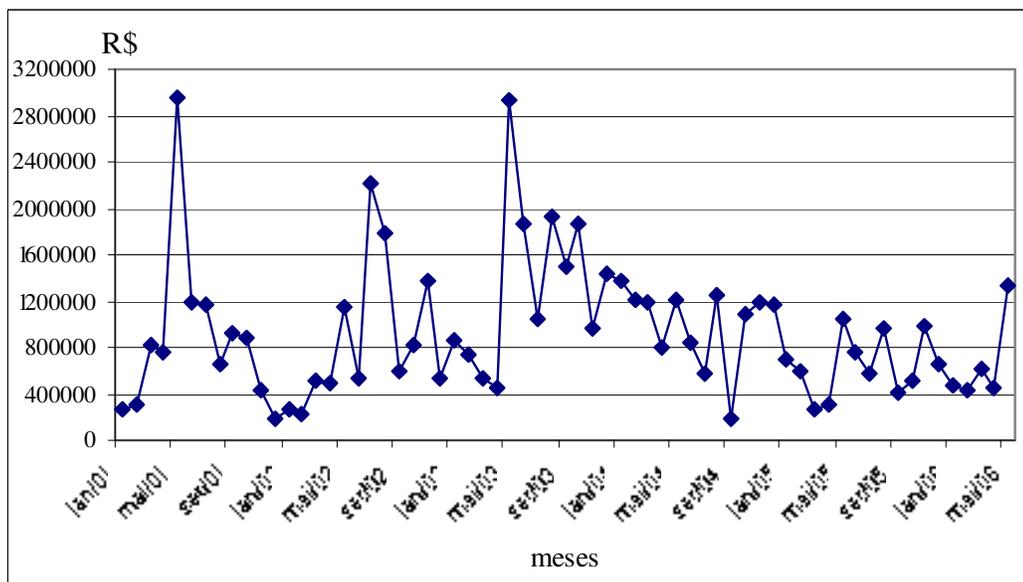


Figura 9: Faturamento da Filial SL da Empresa Beta, de janeiro/2001 à maio/2006

Observando a Figura 9, verifica-se que a série parece apresentar uma tendência, demonstrada por uma pequena inclinação. Percebe-se que a série apresenta períodos alternados de altas e baixas variações, as altas se destacando em períodos de doze meses, acusando a presença de sazonalidade na série.

Na construção dos correlogramas, constata-se que na FAC e na FACP a série é estacionária, para tanto não foi necessário realizar a diferenciação (Figura 10).

Procedendo à análise das funções, observa-se que na respectiva série existe uma componente sazonal no período de 12 meses. Foram realizadas várias modelagens, resultando como melhor modelo, (ver Tabela 5) o AR sazonal $(1,0,0)*(1,0,0)$, conhecido como modelo autoregressivo sazonal.

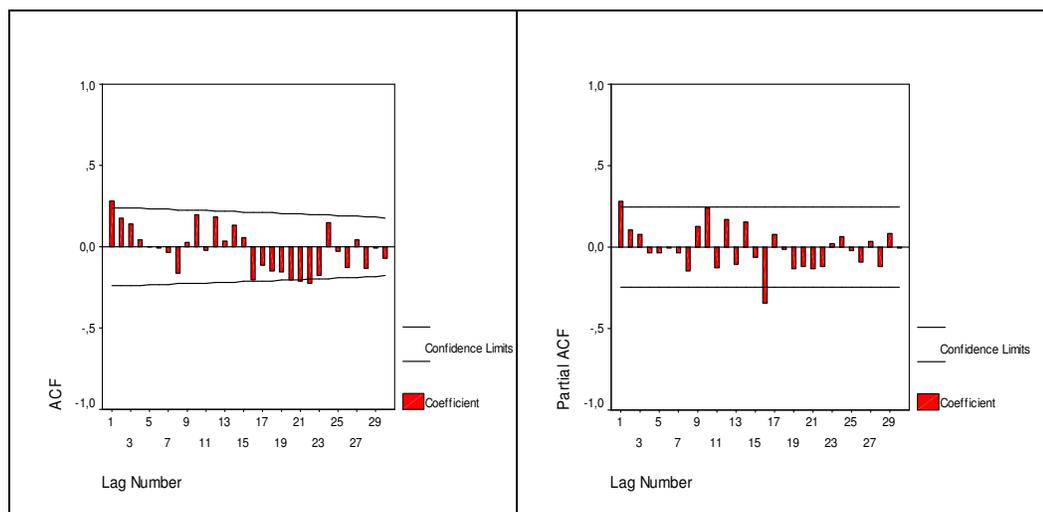


Figura 10 - Função de autocorrelação e Função de autocorrelação parcial respectivamente da série de faturamento da filial SL da Empresa Beta

A Tabela 5, apresenta uma comparação do modelo proposto SARIMA(1,0,0) (1,0,0) com outros dois modelos. A análise do modelo ARMA (1,1) revela que os coeficientes são significativos, porém os critérios AIC e SBC foram mais altos do que no modelo escolhido.

Tabela 5 : Modelos propostos para o faturamento da filial SL da Empresa Beta

Parâmetros	Modelo (1,0,0) (1,0,0)	Modelo (1,1)	Modelo (1,0,0) (1,0,1)
AR	$\phi = 0,64861846$ (0,000001)	$\phi = ,98446000$ (0,0000001)	$\phi = 0,59851881$ (0,0000001)
MA	-	$\theta = ,74370811$ (0,0000001)	-
SAR	$\Phi_1 = 0,45975133$ (0,0001403)	-	$\Phi_1 = 0,43634408$ (0,0000001)
SMA			$\Theta = ,79083657$ (0,05810436)
Critério AIC	1912,3621	1916,313	1914,0868
Critério SBC	1916,7109	1920,6617	1920,61
Variância residual	376467923544,1	352450824684,5	375127269215,1

No modelo SARIMA (1,0,0) (1,0,1) verificou-se que o coeficiente Θ não é significativo (p -value igual a 0,0581). Partindo destas constatações e em busca de selecionar o modelo mais parcimonioso, optou-se pelo modelo SARIMA (1,0,0) (1,0,0), no qual os parâmetros são significativos e os critérios AIC e SBC são mais baixos.

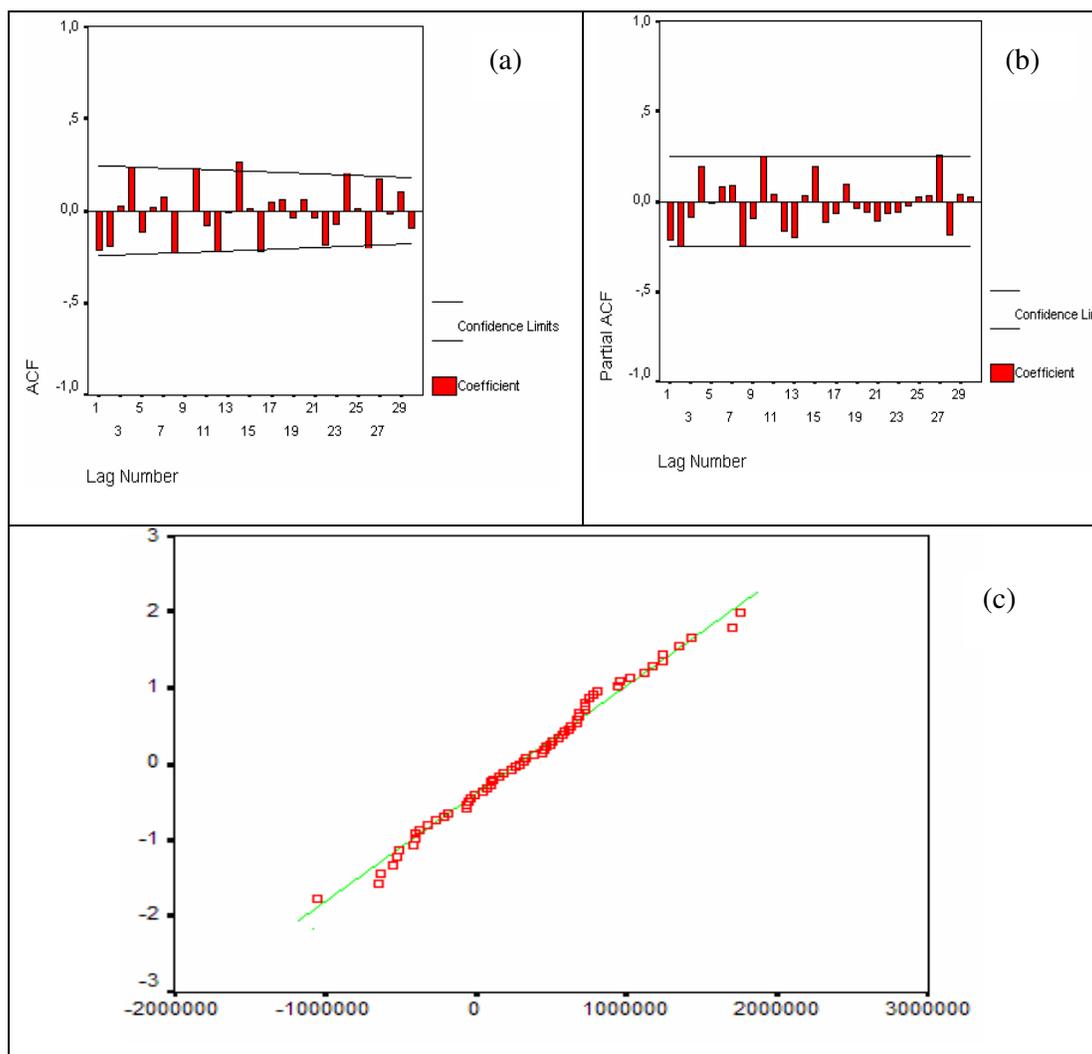


Figura 11 – Análise dos resíduos: Função de autocorrelação (a); Função de autocorrelação parcial (b) e Gráfico da distribuição normal (c).

Em busca de avaliar a adequação do modelo, foi realizada a análise dos resíduos (Figura 11). Os resíduos do modelo são estimativas de ruído branco, conseqüentemente, os coeficientes de autocorrelação são estatisticamente iguais a zero. Também na seqüência apresenta-se o gráfico “*Normal Q-Q Plot*” dos resíduos que seguem uma distribuição normal.

Na Tabela 6 são mostradas as previsões de faturamento na Filial SL da Empresa Beta para o período de junho de 2006 a agosto de 2006.

Tabela 6 – Previsões para o faturamento da filial SL da Empresa Beta

Período	Previsão	Limite		Dados reais
		Inferior 95%	Superior 95%	
Junho 2006	907589,8	-318532	2133711	738700,87
Julho 2006	620838,1	-840617	2082294	502654,15
Agosto 2006	677800,7	-872018	2227620	841929,17
Setembro2006	335965,6	-890156	1562087	437053,11

Na Figura 12, observa-se os valores reais, bem como os estimados a partir do modelo selecionado do faturamento da filial SL com as respectivas previsões do período de junho a setembro de 2006.

Na Tabela 6, referente a filial SL da Empresa Beta, são evidenciadas as previsões de faturamento para o período de junho a agosto de 2006. Os dados reais foram comparados com os da previsão através do modelo selecionado, podendo-se constatar novamente a eficiência do mesmo, pois todos os valores encontraram-se no intervalo de confiança de 95%.

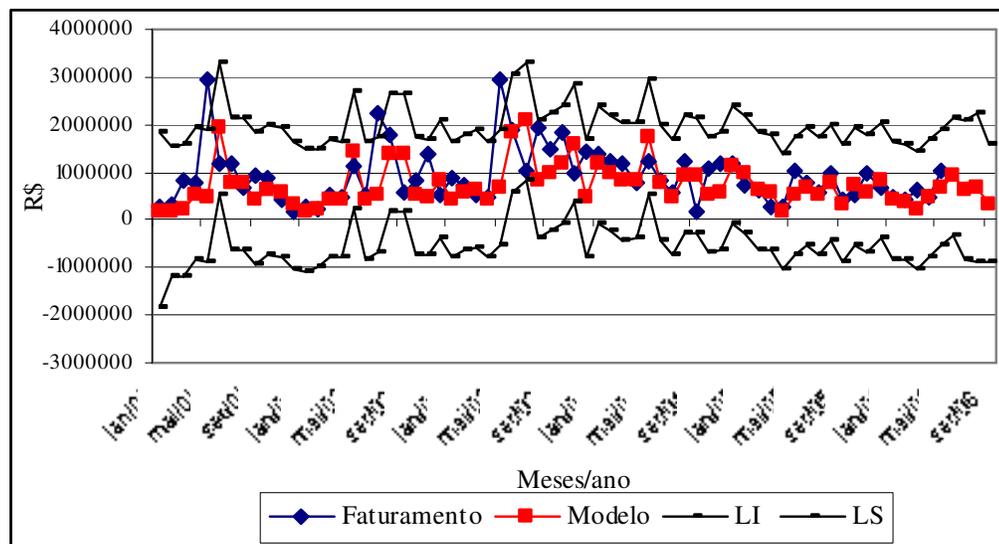


Figura 12 – Faturamento e valores estimados através do modelo da filial SL com as previsões do período de junho a setembro de 2006

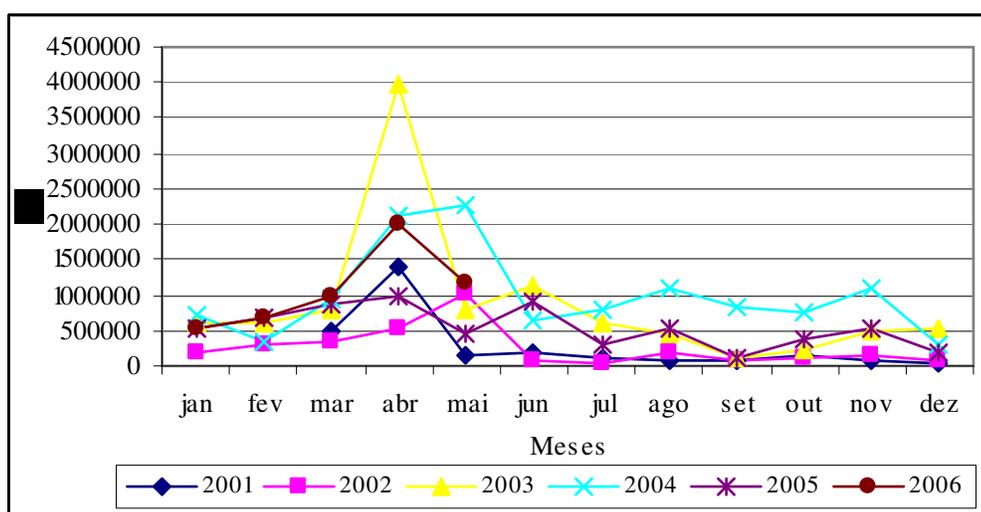
4.1.3 Modelagem da série para o faturamento da Filial CB da Empresa Beta

Igualmente, em relação às análises do faturamento da Matriz e da Filial SL, primeiramente foi realizada a análise descritiva, sendo que a mesma é capaz de mostrar o comportamento de uma situação e/ou problema e suas características. A média do faturamento da Filial CB também mostrou-se não representativa (ver Tabela 7), o coeficiente de variação em todos os casos foi maior que 30%, mostrando que existe uma grande variabilidade no faturamento nos meses de cada ano (ver Figura 13).

Tabela 7 – Medidas descritivas do faturamento da Filial CB, por ano

Estadísticas Ano	Limite Inferior	Limite Superior	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
2001	23788,60	1414556,93	278351,2900	418858,1717	150,478
2002	53527,65	1016223,27	259050,3217	277124,3362	106,977
2003	97288,71	3981095,22	859306,0158	1019342,1525	118,624
2004	286520,75	2270442,02	988717,0808	617393,5076	62,444
2005	129390,24	983576,10	536999,2483	280200,1004	52,179
2006*	50739,96	1208283,56	328625,2780	494069,8566	150,344

* meses de janeiro à maio

**Figura 13- Faturamento mensal da filial CB dos anos de 2001 à 2006**

Na construção dos correlogramas, constata-se que na FAC e na FACP a série pode não ser estacionária, para tanto foi realizada a modelagem com e sem diferenciação. (ver Figura 13).

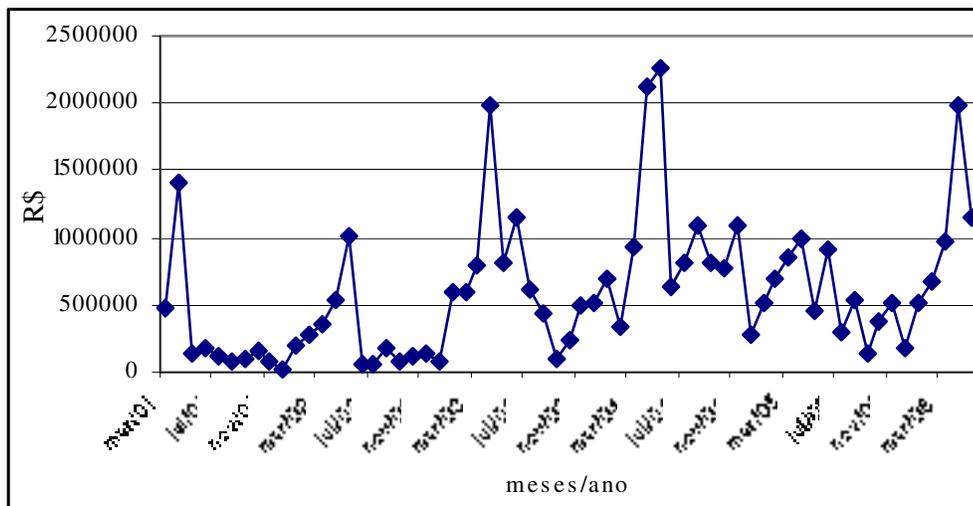


Figura 14: Faturamento da Filial CB da Empresa Beta, de janeiro/2001 à maio/2006

Procedendo à análise das funções, observa-se que na respectiva série existe uma componente sazonal no período de 12 e 24 meses. Foram realizadas várias modelagens, resultando como melhor modelo, sem diferenciação, (ver Tabela 8) o AR sazonal $(1,0,0)*(2,0,0)$, conhecido como modelo autoregressivo sazonal.

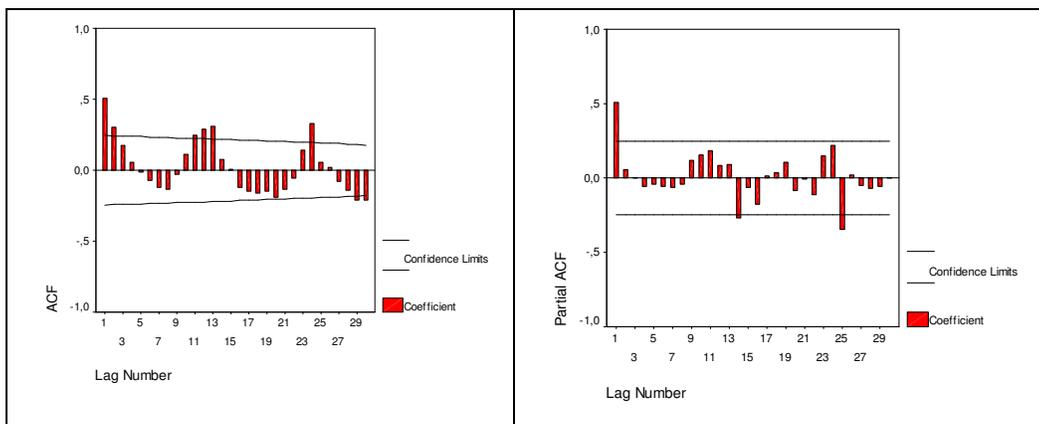
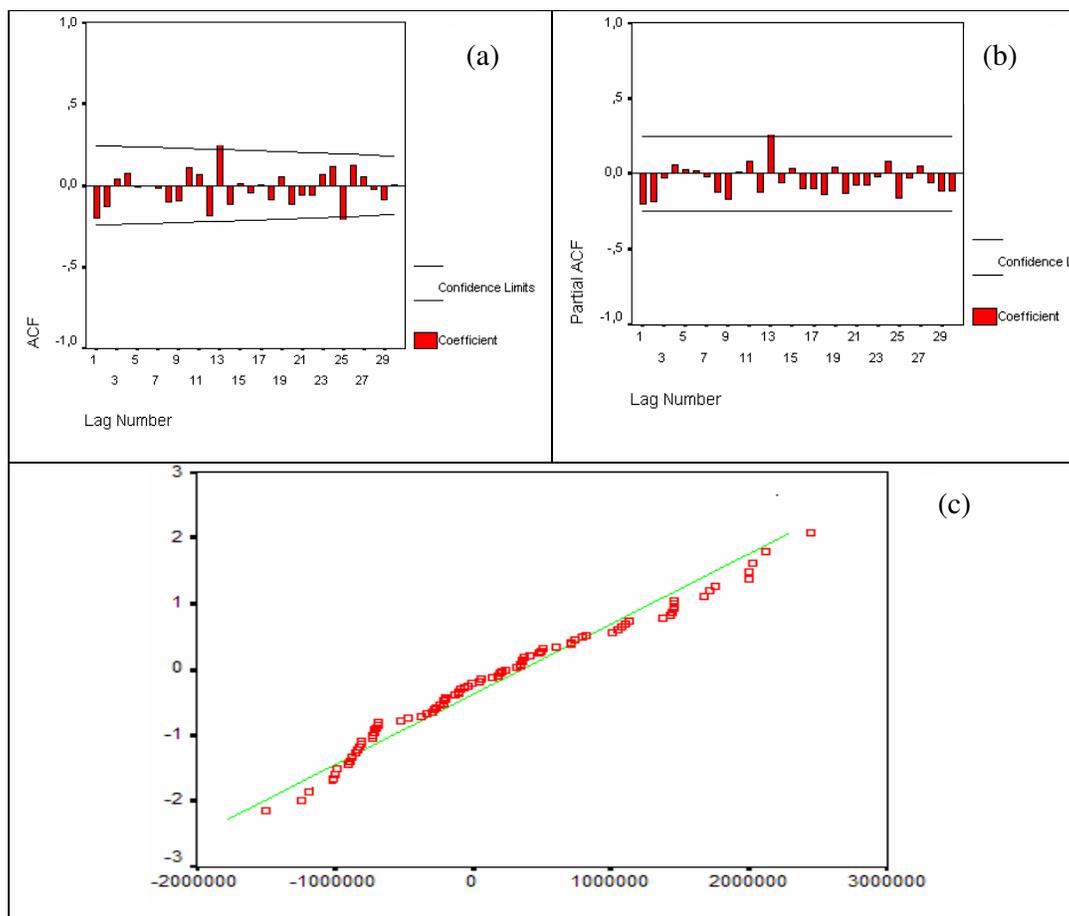


Figura 15: Função de autocorrelação e Função de autocorrelação parcial respectivamente da série de faturamento da filial CB da Empresa Beta

Tabela 8: Modelos propostos para o faturamento da filial CB da Empresa Beta

Parâmetros	Modelo (1,0,0) (2,0,0)	Modelo (1,1,0) (1,0,0)	Modelo (1,0,0) (1,0,0)
AR(1)	$\phi = 0,71080277$ (0,000000001)	$\phi = -0,50088288$ (0,00002641)	$\phi = 0,54405980$ (0,00000893)
SAR(1)	$\Phi_1 = 0,07931721$ (0,052402164) $\Phi_2 = 0,60081484$ (0,00000001)	$\Phi = 0,25679008$ (0,05013149)	$\Phi = 0,25485344$ (0,06647387)
Critério AIC	1839,2894	1869,3113	1900,6071
Critério SBC	1845,7661	1873,5976	1904,9249
Variância residual	139133800111,2	429038482232,6	440062950758,8

**Figura 16: Análise dos resíduos: Função de autocorrelação (a); Função de autocorrelação parcial (b) e Gráfico da distribuição normal (c).**

A Figura16 apresenta a FAC e FACP dos resíduos do modelo selecionado, observado-se um comportamento aleatório. Consta-se que as defasagens estão entre os limites de confiabilidade, isto é, mostrando que são um ruído branco, confirmando novamente a adequação do modelo. Também na seqüência apresenta-se o gráfico “Normal Q-Q Plot” dos resíduos que seguem uma distribuição normal.

Na Tabela 9, a seguir, observa-se as previsões de faturamento da Filial CB, no período de junho a setembro de 2006, onde podem ser observadas tanto as previsões de faturamento da empresa, quanto o real faturamento obtido por ela no respectivo período. Constatou-se novamente a eficiência do modelo utilizado, pois todos os valores encontraram-se no intervalo de confiança de 95%.

Tabela 9 – Previsões para o faturamento da filial CB da Empresa Beta

Período	Previsão	Limite Inferior 95%	Limite Superior 95%	Dados reais
Junho 2006	283469,4562	-462403	1029342	340281,42
Julho 2006	782214,8432	36342,38	1528087	617857,01
Agosto 2006	893643,2513	-21454,6	1808741	712779,60
Setembro2006	638115,9239	-351539	1627771	553648,05

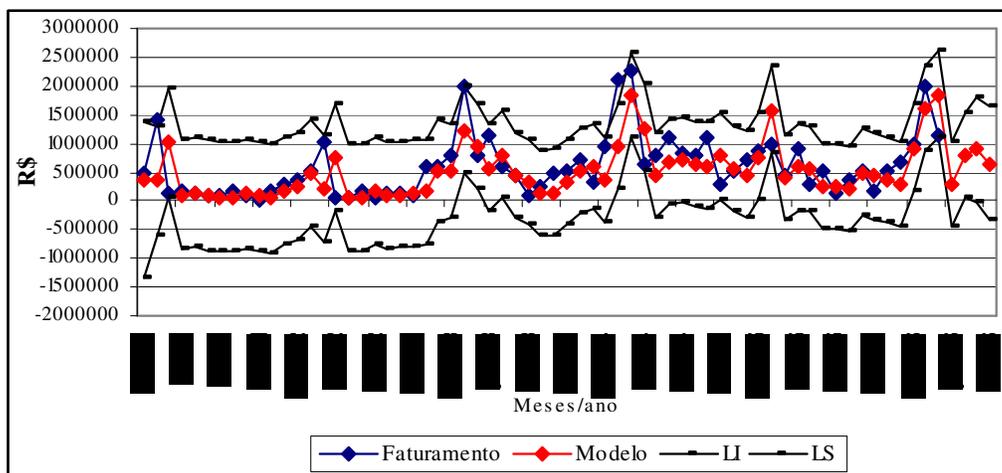


Figura 17 – Faturamento e valores estimados através do modelo da Filial CB com as previsões do período de junho a setembro de 2006

Na Figura 17, observa-se os valores reais e estimados através do modelo selecionado, o faturamento da Filial CB com as previsões do período de junho a setembro de 2006.

Conforme se pode observar, os valores preditos pelo modelo SARIMA(1,0,0)*(2,0,0), são muito semelhantes aos valores observados (reais), acompanhando a sazonalidade da série coletada.

Analisando-se o comportamento dos dados nas três empresas pesquisadas, constata-se que a metodologia de análise de séries temporais de Box & Jenkins vem contribuir com informações consolidadas, servindo como referência e guia para a ação organizacional. Pode ser considerado também como importante subsidio para auxiliar os gestores nos processos decisórios.

5 CONCLUSÕES

A realização desta pesquisa permite afirmar que tomar decisões a partir de informações armazenadas, comprovadas e tabuladas existentes em uma empresa e a partir delas realizar análise estatística, modelagem e projeções, se constituem em ferramentas necessárias e indispensáveis à gestão, favorecendo a obtenção de resultados positivos e, conseqüentemente, geração de valor. Penso serem estas necessidades imperiosas, principalmente em se tratando de um ambiente altamente competitivo e seletivo em que as empresas em geral estão inseridas, mas em especial, as do setor agrícola. Outro fator a ser considerado é em relação ao tempo de vida das mesmas, que a cada dia é menor.

Pode-se afirmar, com base nos resultados obtidos, aliado a utilização da metodologia Box & Jenkins, que a mesma possibilita realizar previsões, se constituindo em uma ferramenta eficaz ao gestor, a qual favorece o planejamento das atividades da empresa, infra-estrutura e, conseqüentemente, contribui para a manutenção, crescimento e sucesso da mesma.

Para a Matriz da Empresa Beta foi encontrado um modelo ARMA (1,1), sendo este o mais parcimonioso. Na Filial CB, o modelo que melhor descreveu os dados foi o SARIMA(1,0,0)*(2,0,0) e na Filial SL, o modelo SARIMA (1,0,0)*(1,0,0). Ao realizar as previsões e compará-las com os dados reais disponibilizados pela empresa, constatou-se a eficiência dos modelos utilizados, pois todos os valores permaneceram no intervalo de confiança de 95%.

Para a realização de estudos posteriores, sugere-se a análise das séries por meio de modelos ARCH (Modelo autoregressivo de heterocedasticidade condicional) e GARCH (Modelo generalizado autoregressiva de heterocedasticidade condicional), bem como a utilização de gráficos de controle na análise dos resíduos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALPRECHT, K. **Revolução nos serviços: Como as empresas podem revolucionar a maneira de tratar os seus clientes**. 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1992.
2. BRAGA, M.B. **Manual de econometria**. In: Vasconcelos, M. A. S.; Alves, D. São Paulo: Editora Atlas, 2000.
3. BOX, G.E.P., JENKINS, G.M., **Time Series Analysis, Forecasting and Control**, San Francisco, Holden-Day, 1970.
4. HAMILTON, D.J. **Times Series Analysis**, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 1994.
5. FAVA, V. L. **Manual de econometria**. In: VASCONCELOS, M. A. S.; ALVES, D. São Paulo: Editora Atlas, 2000
6. GUJARATI, Damodar N. **Econometria Básica**, São Paulo, Makron Books, 3ª edição, 2000. Souza, R. C.; Camargo, M.E., **Análise de Séries Temporais: Os Modelos ARIMA, SEDIGRAF**, 1996.
7. HESSELBEIN, F.; GOLDSMITH, M.; BECKHADR, R., **A organização do futuro: Como preparar hoje as empresas de amanhã**. Organização The Peter F. Drucker Foundation; tradução Nota Assessoria, São Paulo, futura, 1997.
8. LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 2ª ed. Rio de Janeiro, Elsevier, 2004

9. MAKRDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting methods and applications**, 3 ed. New York; John Wiley e Sons, 1998.
10. MARCHETTI, R.; PRADO, P.H.M , **Revista de Administração de Empresas-ERA/ FGV-EAESP**, São Paulo, Brasil, 2001.
11. MONTGOMERY, D.C.; JOHNSON, L.^a, **Forecasting and Time Series Analysis**, New York, McGraW-Hill Book Co., 1976.
12. MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. **Previsão de séries temporais**. 2 ed. São Paulo: Atual, 1987
14. PÁDUA, E. M. M. **Magistério Formação e Trabalho Pedagógico**. 10^aed. Revista e Ampliada. Papirus Editora. Metodologia de Pesquisa Abordagem Teórico Prática. São Paulo. 2004.
15. SOUZA, R. C.; CAMARGO, M.E., **Análise de Séries Temporais: Os Modelos ARIMA**, SEDIGRAF, 1996