

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE
UM CONTROLADOR ROBUSTO \mathcal{H}_2 APLICADO
A CONVERSORES BOOST**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Luiz Antonio Maccari Junior

Santa Maria, RS, Brasil

2011

**PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE
UM CONTROLADOR ROBUSTO \mathcal{H}_2 APLICADO
A CONVERSORES BOOST**

por

Luiz Antonio Maccari Junior

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Foletto Montagner

Santa Maria, RS, Brasil

2011

M123p Maccari Junior, Luiz Antonio
Projeto e Validação Experimental de um Controlador
Robusto \mathcal{H}_2 Aplicado a Conversores Boost / Luiz Antonio
Maccari Junior. – 2011.
70 p.: il.; 31 cm.

Orientador: Vinícius Foletto Montagner.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, RS, 2011.

1. Engenharia Elétrica. 2. Conversores. 3. Controle Robusto.
4. Controle Ótimo. 5. Conversores Boost. I. Montagner,
Vinícius Foletto II. Título.

CDU 621.3

Ficha catalográfica elaborada por Simone G. Maisovone - CRB 10/1733
Biblioteca Central da UFSM

©2011

Todos os direitos autorais reservados a Luiz Antonio Maccari Junior. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, S/N, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, 97.105-900

Fone: (55) 32208344; Fax: (55) 32208030;

Endereço Eletrônico: luizmaccari@gmail.com

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM
CONTROLADOR ROBUSTO \mathcal{H}_2 APLICADO A
CONVERSORES BOOST**

elaborada por
Luiz Antonio Maccari Junior

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

Vinícius Foletto Montagner, Prof. Dr.
(Presidente/Orientador)

Luciano Schuch, Prof. Dr. (UFSM)

Márcio Stefanello, Prof. Dr. (UNIPAMPA)

Santa Maria, 25 de Julho de 2011

Aos meus pais, Luiz Antonio Maccari e Noemi Costa Maccari, à minha irmã, Emilia Maccari, e a todos meus familiares pelo apoio, carinho, motivação e confiança.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, desejo agradecer ao professor Vinícius Foletto Montagner pela confiança depositada, e pela excelente orientação, sempre disposto, motivando e ajudando a enfrentar todas as dificuldades encontradas na realização desta jornada. Um exemplo a ser seguido. Também gostaria de agradecer aos professores Humberto Pinheiro e Ricardo Coração de Leão Fontoura de Oliveira pelo auxílio e conhecimentos transmitidos, que foram essenciais para a conclusão deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica José Renes Pinheiro, Alexandre Campos, Luciano Schuch, Leandro Michels, Cassiano Rech, pelo conhecimento transmitido nas disciplinas do mestrado.

À Universidade Federal de Santa Maria, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e à CAPES pelo apoio financeiro.

Aos colegas e amigos do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle por proporcionarem um ambiente sempre agradável para o trabalho, e em especial para Felipe Grigolletto, Jorge Rodrigo Massing, Thiago Bernardes, Rodrigo Varela, Rafael Scapini e Samuel Polato Ribas pela convivência diária, momentos de descontração e pela prontidão em auxiliar nos momentos em que surgem dificuldades.

Um agradecimento especial aos meus pais, Luiz Antonio Maccari e Noemi Costa Maccari, pelo amor e confiança incondicionais. Tudo que sou e tenho hoje são frutos de seus ensinamentos e da educação que deles recebi. Tenho total convicção que cada vitória minha sempre será um motivo de alegria para eles.

À minha irmã, Emilia Maccari pelas palavras sensatas, e por ser para mim um exemplo onde posso me espelhar.

E por fim, aos amigos e amigas com quem passei momentos de alegria nestes anos de mestrado, agradeço por terem passado pelo meu caminho e deixado em mim profundas e alegres impressões. Espero ter conseguido fazer o mesmo.

“Se eu vi mais longe, foi por estar em pé sobre ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM CONTROLADOR ROBUSTO \mathcal{H}_2 APLICADO A CONVERSORES BOOST

AUTOR: LUIZ ANTONIO MACCARI JUNIOR
ORIENTADOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 25 de Julho de 2011.

Esta dissertação apresenta como principal contribuição o projeto e a validação experimental de um controlador robusto \mathcal{H}_2 aplicado a conversores boost com variações nos parâmetros resistência de carga, tensão de entrada e razão cíclica do ponto de operação. Primeiramente, um modelo politópico da planta é apresentado, permitindo representar todas as situações de variações possíveis dos parâmetros mencionados, dentro de intervalos previamente estabelecidos. Condições de projeto de um controlador robusto \mathcal{H}_2 , ótimo sob a estabilidade quadrática, são detalhadas e utilizadas, permitindo calcular eficientemente os ganhos do controlador. Estes ganhos são implementados de forma analógica e o sistema em malha fechada é testado por meio de resultados experimentais e de simulação, que apresentam uma boa correspondência e ilustram um bom desempenho. Por fim, a capacidade de rejeição de pequenas perturbações do sistema em malha fechada sujeito a variações paramétricas é avaliada utilizando o custo garantido \mathcal{H}_∞ .

Palavras-chave: Controle robusto, Conversor boost, Controle ótimo

ABSTRACT

Master's Dissertation

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

DESIGN AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A ROBUST \mathcal{H}_2 CONTROLLER APPLIED TO BOOST CONVERTERS

AUTHOR: LUIZ ANTONIO MACCARI JUNIOR

ADVISOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER

Place and Date: Santa Maria, July 25th, 2011.

This dissertation presents as the main contribution the design and experimental validation of a robust \mathcal{H}_2 controller applied to boost converters with variations on the parameters load resistance, input voltage and operating point duty cycle. First, a polytopic model of the plant is presented, allowing to represent all the possible variations of the parameters within intervals previously established. Design conditions for a robust \mathcal{H}_2 controller, optimal under the quadratic stability, are detailed and used, allowing to efficiently calculate the controller gains. These gains are implemented with analog circuitry and the closed-loop system is tested by means of simulation and experimental results, which show a good match and illustrate a good performance. Finally, the small perturbation rejection capacity of the closed-loop system subject to parametric variations is evaluated using the \mathcal{H}_∞ guaranteed cost.

Keywords: Robust control, Boost converter, Optimal control

SUMÁRIO

1	Introdução	16
2	Modelo da Planta	22
2.1	Planta	22
2.2	Modelo de pequenos sinais	25
2.3	Testes em malha aberta	28
2.4	Modelo politópico	30
2.5	Sumário	34
3	Projeto do Controlador Robusto \mathcal{H}_2	35
3.1	Sistema aumentado	35
3.2	Problema de controle	36
3.3	Diagramas de blocos	37
3.4	Controle robusto	38
3.5	Controle robusto \mathcal{H}_2	40
3.6	Sumário	45
4	Simulações, Resultados Experimentais e Análise de Desempenho	47
4.1	Descrição do protótipo	47
4.2	Simulações e resultados experimentais	48
4.3	Análise de desempenho	55
4.4	Sumário	60
5	Conclusões e Perspectivas	62

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	Conversor boost.	22
FIGURA 2.2	(a) Etapa 1: chave S_{boost} em condução e (b) etapa 2: chave S_{boost} bloqueada.	23
FIGURA 2.3	Comparação entre a resposta do modelo linearizado e a resposta da planta para uma pequena perturbação na razão cíclica. Valor inicial 50 V e escala vertical de 0,1 V/div.	28
FIGURA 2.4	Resposta da planta em malha aberta. Tensão de entrada V_{in} : valor inicial igual a 22 V e escala de 20 V/div. Tensão de saída V_o : valor inicial igual a 44 V e escala de 20 V/div.	29
FIGURA 2.5	Resposta da planta em malha aberta. Corrente de carga i_{load} : valor inicial igual a 1 A e escala de 2 A/div. Tensão de saída V_o : valor inicial igual a 50 V e escala de 5 V/div.	29
FIGURA 3.1	Diagrama de blocos do sistema de controle.	37
FIGURA 3.2	Detalhamento do bloco de controle, da Figura 3.1.	37
FIGURA 3.3	Detalhamento do bloco PWM, da Figura 3.1.	38
FIGURA 4.1	Circuito analógico utilizado para sintetizar o sinal de controle.	48
FIGURA 4.2	Resultado de simulação do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da tensão de entrada (V_{in} com valor de pico de 48 V) e variação resultante na tensão de saída ($V_o = 50$ V). Escalas: V_{in} : 5 V/div e V_o : 2 V/div.	49
FIGURA 4.3	Resultados de simulação do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da corrente de carga (i_{load} com valor inicial de 1 A) e variação resultante na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Escalas: 2 A/div e 5 V/div.	49

FIGURA 4.4	Resultados de simulação do sistema em malha fechada: variação da corrente de carga igual à da Figura 4.3 e variações resultantes na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Resultados para o controlador robusto \mathcal{H}_2 , denotado por $V_{o_{H_2}}$, resultado para o controlador por alocação de polos, denotado por $V_{o_{PL}}$, e resultado para o controlador clássico baseado em dois PIs, denotado por $V_{o_{PIs}}$. Escalas: 5 V/div.	51
FIGURA 4.5	Resultado experimental do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da tensão de entrada (V_{in} com valor de pico de 48 V) e variação resultante na tensão de saída ($V_o = 50$ V). Escala de V_{in} : 5 V/div, escala de V_o : 2 V/div e escala horizontal: 500 ms/div.	52
FIGURA 4.6	Resultado experimental do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da corrente de carga (i_{load} com valor inicial de 1 A) e variação resultante na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 5 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 10 ms/div.	52
FIGURA 4.7	Resultado experimental do sistema em malha fechada: detalhe da corrente de carga para o transitório de aumento de carga (i_{load} com valor final de 1 A) e tensão de saída resultante (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 2 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 2 ms/div.	53
FIGURA 4.8	Resultado experimental do sistema em malha fechada: detalhe da corrente de carga para o transitório de redução de carga (i_{load} com valor final de 1 A) e tensão de saída resultante (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 2 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 2 ms/div.	53
FIGURA 4.9	Comparação do resultado experimental da Figura 4.7 (linha contínua) com o respectivo resultado de simulação (linha tracejada). Escala de V_o : 2 V/div.	54
FIGURA 4.10	Comparação do resultado experimental da Figura 4.8 (linha contínua) com o respectivo resultado de simulação (linha tracejada). Escala de V_o : 2 V/div.	54
FIGURA 4.11	Conversor boost com pequenas perturbações na tensão de entrada e na corrente de carga.	56
FIGURA 4.12	Interpretação na frequência da análise \mathcal{H}_∞ para pequenas perturbações em $\tilde{v}_{in}(t)$. Custo garantido \mathcal{H}_∞ dado por $\gamma = 0,7871$ em valor absoluto, ou $\gamma = -2.0794$ dB.	59

FIGURA 4.13 Interpretação na frequência da análise \mathcal{H}_∞ para pequenas perturbações em $\tilde{i}_o(t)$. Custo garantido \mathcal{H}_∞ dado por $\gamma = 4,2914$ em valor absoluto, ou $\gamma = 12,652$ dB. 60

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	Parâmetros nominais da planta.	28
------------	--	----

1 INTRODUÇÃO

Conversores estáticos são importantes em diversas aplicações em engenharia, motivando interesse acadêmico e industrial. Neste sentido, o conversor boost tem papel fundamental, sendo utilizado, por exemplo, como um estágio no acionamento de máquinas elétricas, em fontes ininterruptas de energia (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003), (RASHID, 2006) (OGATA, 1990), em dispositivos de correção de fator de potência (CHU et al., 2009), (CHOI; HONG; PARK, 2001), (CHEN; SUN, 2006) e, mais recentemente, também para aplicações em veículos elétricos (CHANG; LIAW, 2009), (FERREIRA, 2007), (NA et al., 2011) e em sistemas de energias renováveis baseados, por exemplo, em energia eólica (HUA; CHENG, 2010), em painéis fotovoltaicos (AGORRETA et al., 2009), (WALKER; SERNIA, 2004) e em células a combustível (HAJIZADEH; GOLKAR; FELIACHI, 2010), (NA et al., 2011).

Do ponto de vista do controle, um problema relevante é fazer com que este conversor mantenha uma boa regulação da tensão de saída frente a variações em seus parâmetros, como a tensão de entrada e a resistência de carga, e que possua boa capacidade de rejeição de distúrbios. Estas metas de controle devem ser atingidas para uma planta que é não linear, de fase não mínima, com saturação na ação de controle e cuja carga pode ser altamente variável (CORTES et al., 2004), (MARIETHOZ et al., 2010), (MIDDLEBROOK, 1987), (ERICKSON, 1997), (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003), (ANG; OLIVA, 2005), (KAZIMIERCZUK, 2008), (KASSAKIAN; SCHLECHT; VERGHESE, 1991), (BUSO; MATTAVELLI, 2006), (KHALIL, 1992), (TARBOURIECH; GARCIA, 1997). Para atingir tais objetivos, diversas técnicas de projeto de controladores são utilizadas na literatura, baseadas, por exemplo, em alocações de polos, especificação de margens de fase e de ganho, otimização de desempenho baseada em funções custo quadráticas, e também técnicas mais avançadas, como controladores robustos, controladores adaptativos e controladores baseados em lógica fuzzy (OGATA, 1990), (DORF; BISHOP, 2008), (DORATO; ABDALLAH; CERONE, 2000), (CHEN, 1999), (OLALLA et al., 2010), (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996), (HERNANDEZ-GOMEZ et al., 2010), (IOANNOU; FIDAN, 2006), (MATTAVELLI et al., 1997), (TANAKA; WANG, 2001).

Uma vez que o modelo dinâmico do conversor boost é não linear, a obtenção de controladores que garantam estabilidade e bom desempenho em malha fechada para uma região ampla no espaço de estados é um problema investigado na literatura com o auxílio de técnicas de controle não lineares (KHALIL, 1992), (VISWANATHAN; ORUGANTI; SRINIVASAN, 2005), (SANTI et al., 2003), (OETTMEIER et al., 2009), (HWU; YAU, 2010; CHAN, 2007). Neste grupo, é importante citar a abordagem de controle baseada em modos deslizantes (WAI; SHIH, 2011), (VIDAL-IDIARTE et al., 2006), (TAN et al., 2007), (LAI; TSE, 2006), (UTKIN, 1992), para a qual uma superfície de deslizamento é definida pelo projetista e os ganhos do controlador são calculados baseados na existência de uma função de Lyapunov assegurando a estabilidade em malha fechada. Em geral, esta técnica produz rápida resposta transitória, é de fácil implementação, mas sua derivação depende de escolhas particulares da superfície de deslizamento e da estrutura do controlador, feitas pelo projetista. Técnicas de controle adaptativo (IOANNOU; FIDAN, 2006), (TAO; KOKOTOVIĆ, 1996), também foram utilizadas com o conversor boost para, por exemplo, enfrentar incertezas paramétricas, como no parâmetro carga, e distúrbios como harmônicas na tensão de entrada (HERNANDEZ-GOMEZ et al., 2010), (HE; LUO, 2006), (FIGUERES et al., 2006), (ESCOBAR et al., 2004).

Estratégias de controle baseadas em lógica fuzzy também foram aplicadas a conversores boost. Por exemplo, a partir da descrição qualitativa do sistema, sem a necessidade de um modelo matemático do mesmo, um controlador fuzzy capaz de garantir bom desempenho sob variações largas de parâmetros foi dado em (MATTAVELLI et al., 1997). Modelos fuzzy de Takagi-Sugeno também foram utilizados para descrever o comportamento não linear do conversor boost e, a partir daí, obter, com auxílio de condições baseadas em funções de Lyapunov, controladores fuzzy que garantem bom desempenho (TORRES-PINZON; LEYVA, 2009), (OFOLI; RUBAAI, 2006), (MEHRAN; GIAOURIS; ZAHAWI, 2010), (LIOU, 2006), (LAM; TAN, 2009), (TANAKA; WANG, 2001). Estas condições são resolvidas de forma eficiente e dão garantia de estabilidade em malha fechada. Ainda, controladores lineares projetados para pontos de operação escolhidos para descrever o comportamento do conversor para uma larga faixa de carga podem ser combinados usando uma lógica fuzzy baseada, por exemplo, no valor da corrente de carga, permitindo melhor desempenho do que um único controlador para cobrir a mesma região de operação (DUPONT et al., 2010), (DUPONT et al., 2011). Outra técnica não linear interessante é a utilizada em (DEAECTO et al., 2010), em que uma função de chaveamento é sintetizada baseada em otimização, com a estabilidade do sistema em malha fechada garantida por funções de Lyapunov. Neste caso, o conversor é modelado

como um sistema chaveado linear (LIBERZON; MORSE, 1999) e a técnica utilizada provê estabilidade global e minimização de uma função custo quadrática. Em geral, um problema comum entre técnicas de projeto de controladores não lineares é a complexidade matemática do projeto do controlador, a possível sensibilidade às condições iniciais para convergência paramétricas no caso de controladores adaptativos, e a frequente não inclusão de parâmetros incertos nos modelos fuzzy de Takagi-Sugeno.

Técnicas de projeto de controladores lineares são bem conhecidas na literatura (CHEN, 1999), (BUSO; MATTAVELLI, 2006), (DORF; BISHOP, 2008), (OGATA, 1990), (BOYD; BARRATT, 1991), (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 1992), (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005), (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995), (DATTA; HO; BHATTACHARYYA, 2000). A grande vantagem das mesmas é sua sistematização e a existência de ferramentas de auxílio para projetar o controlador, como o programa Matlab, por exemplo. A partir de um modelo linear para o sistema, estas técnicas, utilizando abordagens no domínio da frequência ou no domínio do tempo, permitem atingir especificações de desempenho dadas, por exemplo, em termos de margens de fase e de ganho, fator de amortecimento, sobressinal, bem como pela minimização de funções custo descritas a partir de erros na variável de saída. Desta forma, a resposta transitória, a resposta em regime permanente e capacidade de rejeição de distúrbios em malha fechada podem alcançar as especificações dadas pelo projetista. No que diz respeito a conversores estáticos, técnicas de controle linear são utilizadas a partir de um modelo linear do conversor (ERICKSON, 1997), (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003), (ANG; OLIVA, 2005), (KAZIMIERCZUK, 2008), (KASSAKIAN; SCHLECHT; VERGHESE, 1991).

Dentre estas, podem-se citar o controlador proporcional-integral-derivativo (PID) e o regulador linear quadrático (em inglês, *Linear Quadratic Regulator* – LQR). O controlador PID e suas derivações, como o controlador PI, são capazes de garantir boa regulação da tensão de saída e prover margens de estabilidade adequadas, e muitas vezes são utilizados como base para comparação de desempenho (PERETZ; BEN-YAAKOV, 2011), (GUO; HUNG; NELMS, 2009), (ALVAREZ-RAMIREZ et al., 2001), (FERREIRA, 2007), (QIU; LIU; CHEN, 2010). Por exemplo, técnicas de projeto no domínio da frequência foram utilizadas em (GUO; HUNG; NELMS, 2009), (QIU; LIU; CHEN, 2010) e (FERREIRA, 2007), e especificações no domínio do tempo foram dadas em (PERETZ; BEN-YAAKOV, 2011), para derivar os ganhos do controlador PID. Outra técnica linear bastante utilizada é o LQR, controlador ótimo que minimiza uma função custo quadrática em termos dos estados do sistema e da entrada de controle, com aplicações a conversores estáticos (DORATO; ABDALLAH; CERONE, 2000), (OGATA, 1990), (DORF; BISHOP, 2008), (LEUNG; TAM; LI, 1991), (LEUNG; TAM; LI, 1993), (DUPONT et al., 2010), (DUPONT et al., 2011), (ARANGO et

al., 2005). Por exemplo, em (LEUNG; TAM; LI, 1991), uma boa regulação, com rejeição de pequenos distúrbios, é obtida. Em (LEUNG; TAM; LI, 1993), os resultados são estendidos para o problema com observador de estados. Em (DUPONT et al., 2010), um controlador LQR é aplicado ao conversor boost considerando uma ampla faixa de variação de carga, e implementado em um processador digital de sinais em (DUPONT et al., 2011). Outras técnicas lineares foram utilizadas para o conversor boost, como técnicas *feedforward* em (KAZIMIERCZUK; STARMAN, 1999), (KAZIMIERCZUK; MASSARINI, 1997). Em geral, as dificuldades com as técnicas lineares para o conversor boost residem no fato de que, como os controladores são obtidos para modelos linearizados em torno de um dado ponto de operação, variações de parâmetros, tais como variações na tensão de entrada ou variações na resistência de carga, podem levar à perda de desempenho do sistema com controladores computados a partir dos parâmetros nominais.

Controladores robustos permitem estabilidade e desempenho garantidos para o sistema em malha fechada sob incertezas ou variações nos parâmetros, não linearidades e distúrbios (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996), (ACKERMANN, 1993), (OLIVEIRA; SKELTON, 2001), (GREEN; LIMEBEER, 1995), (TARBOURIECH; GARCIA, 1997), (WALLIS; TYMERSKI, 2000), (VIDAL-IDIARTE et al., 2003), (LEYVA et al., 2001). Várias especificações de desempenho podem ser utilizadas, como regiões para alocação de polos, valores de pior caso nas respostas em frequência, limitantes para a taxa de decaimento das trajetórias da resposta transitória, limites para a norma da saída do sistema sob distúrbios pertencentes a categorias amplas de sinais. Desta forma, partindo de um modelo que inclua incertezas paramétricas e distúrbios, condições de projeto de controladores robustos permitem determinar os ganhos de controladores que atendam especificações de desempenho para um dado domínio de incertezas.

Neste contexto, é muito comum se utilizar técnicas de projeto de controladores baseadas em desigualdades matriciais lineares (em inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs) para obter um conjunto de ganhos fixos para o controlador que garanta estabilidade e desempenho robustos (BOYD et al., 1994), (GAHINET et al., 1995). A vantagem da síntese de controladores por meio de LMIs é o cômputo eficiente dos ganhos por algoritmos especializados, determinando inclusive a função de Lyapunov que garante a estabilidade em malha fechada. Várias restrições de projeto são facilmente descritas na forma de LMIs, como restrições de alocação de polos, limites da energia do sinal de controle, taxa de decaimento e rejeição ótima de distúrbios baseada na norma \mathcal{H}_∞ ou na norma \mathcal{H}_2 (MONTAGNER et al., 2006), (MONTAGNER; PERES,), (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1992), (OLIVEIRA; GEROMEL; BERNUSSOU, 2002), (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1991), (DAAFOUZ;

RIEDINGER; IUNG, 2002), (MONTAGNER et al., 2006), (BARMISH, 1985), (GEROMEL; PERES; BERNUSSOU, 1991), (CHILALI; GAHINET; APKARIAN, 1999), (TARBOURIECH; GOMES DA SILVA JR., 2000). Neste sentido, têm-se poucos resultados ainda na literatura de controle robusto aplicado a conversores estáticos, tais como os trabalhos (YE; CAO, 2008), (WILLMANN et al., 2007), (OLALLA et al., 2009), (OLALLA et al., 2010), (MONTAGNER; PERES, 2003), (MONTAGNER; PERES, 2003), (LIOU, 2006), o que motiva maiores estudos sobre o tema.

Esta dissertação propõe como principal contribuição o projeto e validação experimental de um controle robusto \mathcal{H}_2 da tensão de saída do conversor boost com parâmetros variantes no tempo. Os parâmetros considerados como variantes são a resistência de carga, a tensão entrada e a razão cíclica do ponto de operação. No Capítulo 2, um modelo de pequenos sinais linearizado é apresentado. Após, os parâmetros nominais da planta e os intervalos de valores para os parâmetros considerados variantes no tempo são dados. A modelagem politópica (BOYD et al., 1994) é utilizada para representar o conversor para todas as variações de parâmetros nos intervalos previamente definidos. No Capítulo 3, o modelo do conversor é aumentado com um estado integral, e o problema de controle robusto por realimentação de estados é descrito. Condições na forma de LMIs fornecem os ganhos do controlador que garantem estabilidade para variações arbitrárias nos parâmetros, e um desempenho ótimo em termos de um custo garantido \mathcal{H}_2 , baseado na estabilidade quadrática. A relação entre este resultado e o problema do controle LQR robusto é detalhada. Diferentemente de abordagens convencionais, que projetam o controlador para uma condição nominal de operação, e fazem a verificação de sua estabilidade e desempenho por meio de simulações *a posteriori* do sistema em malha fechada para um conjunto finito de valores dos parâmetros e para um conjunto também finito de formas de variações paramétricas, o controle proposto garante, *a priori*, estabilidade para todas as infinitas situações de valores de parâmetros, e para qualquer variação arbitrária dos parâmetros no tempo nos intervalos considerados, pois a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada para estes casos é certificada por uma função de Lyapunov. O controlador é implementado de forma analógica, conforme detalhado no Capítulo 4, que mostra os resultados de simulação e experimentais para o sistema em malha fechada com o controlador proposto, e ilustra uma análise de capacidade de rejeição de pequenas perturbações no caso variante no tempo, com interpretações em resposta em frequência válidas no caso invariante no tempo. O Capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho e perspectivas de trabalhos futuros.

No decorrer do texto, a notação utilizada segue o padrão adotado largamente na

literatura, sendo relevante mencionar que as variáveis em negrito representam variáveis matriciais e as normas de sinais e sistemas são definidas quando necessárias.

2 MODELO DA PLANTA

Este capítulo apresenta a modelagem no espaço de estados do conversor boost a ser utilizado como planta nesta dissertação. Inicialmente, serão apresentados os modelos para cada uma das etapas de operação do conversor. Na sequência, um modelo médio é obtido e, após, um modelo linearizado do conversor é derivado. Os parâmetros nominais da planta, a serem utilizados neste trabalho, são então fornecidos e, a partir deles, o modelo linearizado é validado por meio de comparação das respostas de simulação do mesmo com as respostas de simulação da planta. A seguir, as respostas da planta em malha aberta sujeita a distúrbios na carga e na tensão de entrada são ilustradas. Por fim, um modelo politópico do conversor boost com parâmetros incertos e variantes no tempo é descrito, e os vértices deste modelo são detalhados para incertezas na razão cíclica do ponto de operação, na tensão de entrada e na resistência de carga do conversor.

2.1 Planta

O circuito do conversor boost ideal é representado na Figura 2.1.

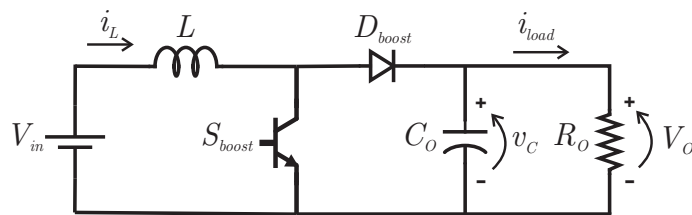


Figura 2.1: Conversor boost.

Esta é a planta a ser tratada nesta dissertação. Este tipo de conversor já foi largamente estudado na literatura como em (ERICKSON, 1997), (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003), (KASSAKIAN; SCHLECHT; VERGHESE, 1991). Um problema de controle importante para esta planta consiste em determinar um padrão de comutação para a chave S_{boost} de forma que o conversor em malha fechada apresente boa regulação da tensão de saída V_o , mesmo

quando sujeito a distúrbios na tensão de entrada, V_{in} , e na corrente de carga, i_{load} , por exemplo.

Um primeiro passo para a determinação de uma lei de controle é a modelagem matemática da planta. Assumindo que o conversor da Figura 2.1 opera em modo de condução contínua, têm-se duas etapas de operação, referentes ao estado de condução da chave S_{boost} . Os circuitos para ambas as etapas de operação são apresentados na Figura 2.2.

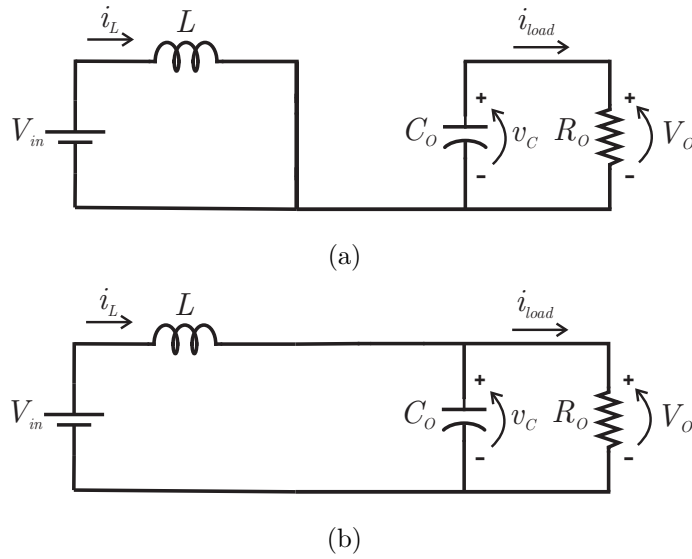


Figura 2.2: (a) Etapa 1: chave S_{boost} em condução e (b) etapa 2: chave S_{boost} bloqueada.

Aplicando-se as leis de Kirchhoff para o circuito da etapa 1 (chave em condução), obtêm-se as equações

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{in}}{L} \quad (2.1)$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{v_c(t)}{R_o C_o} \quad (2.2)$$

Procedendo da mesma forma para a etapa 2 (chave bloqueada), obtêm-se as equações

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L}v_c(t) + \frac{1}{L}V_{in} \quad (2.3)$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{1}{C_o}i_L(t) - \frac{1}{R_o C_o}v_c(t) \quad (2.4)$$

sendo $i_L(t)$ a corrente no indutor e $v_c(t)$, a tensão no capacitor.

Estas equações permitem representar o conversor boost por meio de um modelo no espaço de estados para cada etapa (OGATA, 1990), (DORF; BISHOP, 2008), (CHEN, 1999). Modelos no espaço de estados de sistemas de uma entrada e uma saída são dados por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{2.5}$$

em que $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estados, $y(t)$ é a saída do sistema, $u(t)$ é a entrada do sistema, \mathbf{A} é a matriz dinâmica do sistema, \mathbf{B} é o vetor de controle e \mathbf{C} é o vetor de saída.

Para a planta sob análise, escolhendo o vetor de estados

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}\tag{2.6}$$

e a tensão do capacitor como saída, e sendo $u(t) = V_{in}$, a etapa 1 é descrita por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{2.7}$$

com

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_o C_o} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{2.8}$$

e a etapa 2 é dada por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{2.9}$$

com

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_o} & \frac{1}{R_o C_o} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{2.10}$$

Na representação (2.7)-(2.10), o conversor boost é tratado como um sistema chaveado com subsistemas lineares (LIBERZON; MORSE, 1999), (BRANICKY, 1998), (MONTAGNER et al., 2006). Em geral, as estratégias de projeto de controladores para o conversor boost

utilizam um modelo linearizado, partindo de um modelo médio no espaço de estados (KASSAKIAN; SCHLECHT; VERGHESE, 1991), (ERICKSON, 1997), (MALESANI; MATAVELLI; BUSO, 1999).

Um modelo médio pode ser encontrado ponderando-se a etapa 1 pela razão cíclica $d(t)$ (razão do tempo de condução da chave pelo período de comutação) e a etapa 2 pelo complemento da razão cíclica $(1 - d(t))$, levando a (ERICKSON, 1997)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= [\mathbf{A}_1 d(t) + \mathbf{A}_2 (1 - d(t))] \mathbf{x}(t) + [\mathbf{B}_1 d(t) + \mathbf{B}_2 (1 - d(t))] u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= [\mathbf{C}_1 d(t) + \mathbf{C}_2 (1 - d(t))] \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (2.11)$$

Observa-se que existem não linearidades devido à multiplicação de variáveis (KHALIL, 1992). Para permitir o uso de técnicas de projeto de controle para sistemas lineares, bastante conhecidas na literatura (CHEN, 1999), (DORF; BISHOP, 2008), (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998), um modelo linearizado da planta faz-se necessário. Tal modelo pode ser determinado utilizando a abordagem de pequenos sinais, descrita na próxima seção.

2.2 Modelo de pequenos sinais

Considere o sistema (2.11) operando ao redor de um ponto de equilíbrio no espaço de estados. Assumindo pequenas perturbações, tem-se que cada uma das variáveis pode ser decomposta em uma parte correspondente ao valor do regime e uma parte correspondente a pequenas variações, de modo que

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ y(t) &= Y + \tilde{y}(t) \\ d(t) &= D_d + \tilde{d}(t) \\ u(t) &= U + \tilde{u}(t)\end{aligned}\quad (2.12)$$

O termo D_d corresponde à razão cíclica do ponto de operação.

Assumindo ainda que a tensão de entrada V_{in} não possui variações, tem-se

$$\tilde{u}(t) = 0, \quad U = V_{in}\quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) no modelo médio (2.11), é possível escrever

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} + \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \left[\mathbf{A}_1(D_d + \tilde{d}(t)) + \mathbf{A}_2(1 - D_d - \tilde{d}(t)) \right] (\mathbf{X} + \tilde{\mathbf{x}}(t)) \\ &\quad + \left[\mathbf{B}_1(D_d + \tilde{d}(t)) + \mathbf{B}_2(1 - D_d - \tilde{d}(t)) \right] V_{in}\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$Y + \tilde{y}(t) = \left[\mathbf{C}_1(D_d + \tilde{d}(t)) + \mathbf{C}_2(1 - D_d - \tilde{d}(t)) \right] (\mathbf{X} + \tilde{\mathbf{x}}(t))$$

Reordenando os termos, tem-se

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} + \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= (\mathbf{A}_1 D_d + \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 D_d) \mathbf{X} + (\mathbf{B}_1 D_d + \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_2 D_d) V_{in} \\ &\quad + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \mathbf{X} \tilde{d}(t) + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{d}(t) \\ &\quad + (\mathbf{A}_1 D_d + \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 D_d) \tilde{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) V_{in} \tilde{d}(t)\end{aligned}\quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}Y + \tilde{y}(t) &= (\mathbf{C}_1 D_d + \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2 D_d) \mathbf{X} + (\mathbf{C}_1 D_d + \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2 D_d) \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &\quad + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) \mathbf{X} \tilde{d}(t) + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) \tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{d}(t)\end{aligned}$$

Observe que a parcela estática

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{0} = (\mathbf{A}_1 D_d + \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 D_d) \mathbf{X} + (\mathbf{B}_1 D_d + \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_2 D_d) V_{in}\quad (2.16)$$

leva ao ponto de equilíbrio

$$\mathbf{X} = -(\mathbf{A}_1 D_d + \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 D_d)^{-1} (\mathbf{B}_1 D_d + \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_2 D_d) V_{in}\quad (2.17)$$

e ao valor da saída de equilíbrio

$$Y = (\mathbf{C}_1 D_d + \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2 D_d) \mathbf{X}\quad (2.18)$$

Estas parcelas não influenciam no modelo dinâmico, que fica sendo dado por

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \mathbf{X} \tilde{d}(t) + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{d}(t) \\ &\quad + (\mathbf{A}_1 D_d + \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 D_d) \tilde{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) V_{in} \tilde{d}(t)\end{aligned}\quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}\tilde{y}(t) &= (\mathbf{C}_1 D_d + \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2 D_d) \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &\quad + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) \mathbf{X} \tilde{d}(t) + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) \tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{d}(t)\end{aligned}$$

Este modelo ainda é não linear devido ao produto de variáveis. Observando, de (2.8)

e (2.10), que $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2$ e assumindo que o produto $\tilde{\mathbf{x}}(t)\tilde{d}(t)$ é suficientemente pequeno de modo que pode ser desprezado, tem-se o modelo de pequenos sinais linearizado dado por

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}_p\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_p\tilde{d}(t) \\ \tilde{y}(t) &= \mathbf{C}_p\tilde{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\quad (2.20)$$

com

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_p &= \mathbf{A}_1D_d + \mathbf{A}_2D'_d \\ \mathbf{B}_p &= (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\mathbf{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)V_{in} \\ \mathbf{C}_p &= \mathbf{C}_1D_d + \mathbf{C}_2D'_d\end{aligned}\quad (2.21)$$

sendo D'_d o complemento da razão cíclica do ponto de operação, dado por

$$D'_d = 1 - D_d \quad (2.22)$$

Substituindo-se as matrizes de cada uma das etapas em (2.17) e (2.21), tem-se que

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_L^* \\ v_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{D_d'^2 R_o} \\ \frac{V_{in}}{D_d'} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

e

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'_d}{L} \\ \frac{D'_d}{C_o} & -\frac{1}{R_o C_o} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{D_d'^2 L} \\ -\frac{V_{in}}{D_d'^2 R_o C_o} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

O modelo de pequenos sinais linearizado (2.20), com matrizes dadas em (2.24), é conveniente para o projeto de controladores lineares. A entrada de controle é a variação da razão cíclica, $\tilde{d}(t)$, a ser sintetizada convenientemente, conforme será visto no Capítulo 3.

Para demonstrar a validade do modelo linearizado, considere os parâmetros nominais da planta, dados na Tabela 2.1, sendo f_s a frequência de comutação. Estes parâmetros serão utilizados no decorrer deste trabalho.

A Figura 2.3 apresenta uma comparação entre a resposta de simulação do modelo linearizado e a resposta de simulação da planta, com os parâmetros da Tabela 2.1, frente a uma pequena perturbação na razão cíclica, utilizando como simulador o programa PSIM.

Tabela 2.1: Parâmetros nominais da planta.

Parâmetro	Valor
V_{in}	25 V
D'_d	0,5
L	886 μ H
C_o	220 μ F
R_o	50 Ω
f_s	50 kHz

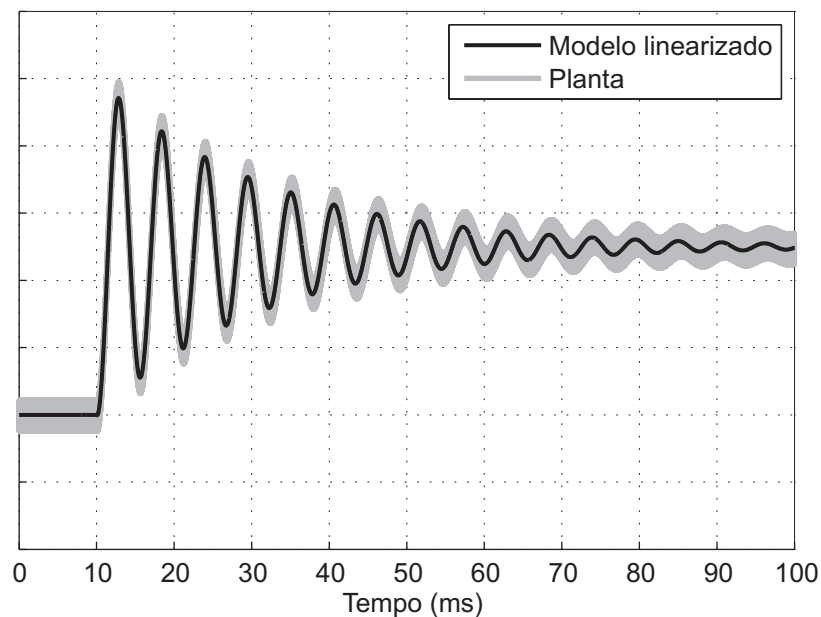


Figura 2.3: Comparação entre a resposta do modelo linearizado e a resposta da planta para uma pequena perturbação na razão cíclica. Valor inicial 50 V e escala vertical de 0,1 V/div.

Observa-se na Figura 2.3 que o modelo linearizado representa de forma fiel o comportamento dinâmico da planta (sistema não linear), sendo útil para análise do sistema e para projeto de controladores.

2.3 Testes em malha aberta

Para verificar a limitação da resposta da planta em malha aberta, um distúrbio na tensão de entrada e a respectiva tensão de saída são dados na Figura 2.4. Da mesma forma, para um distúrbio na corrente de carga, a tensão de saída correspondente é apresentada na Figura 2.5.

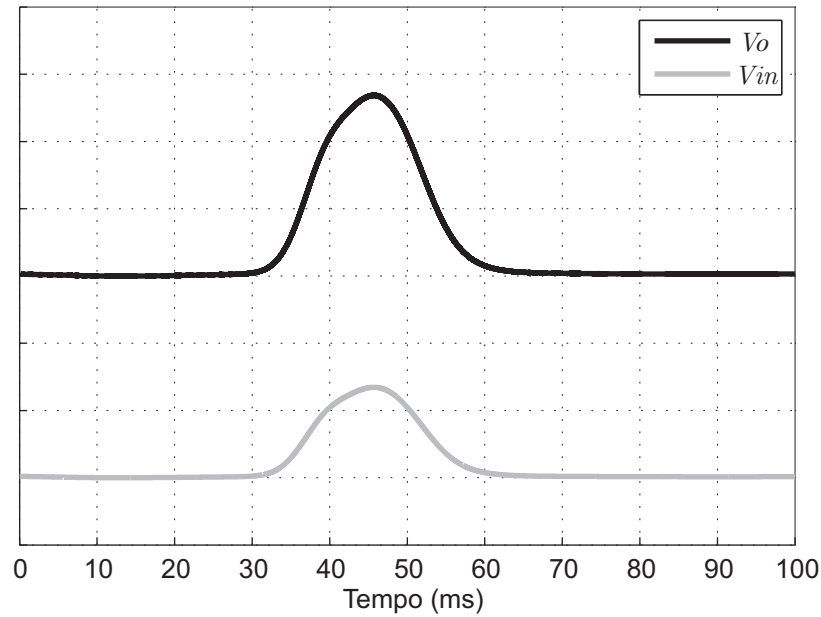


Figura 2.4: Resposta da planta em malha aberta. Tensão de entrada V_{in} : valor inicial igual a 22 V e escala de 20 V/div. Tensão de saída V_o : valor inicial igual a 44 V e escala de 20 V/div.

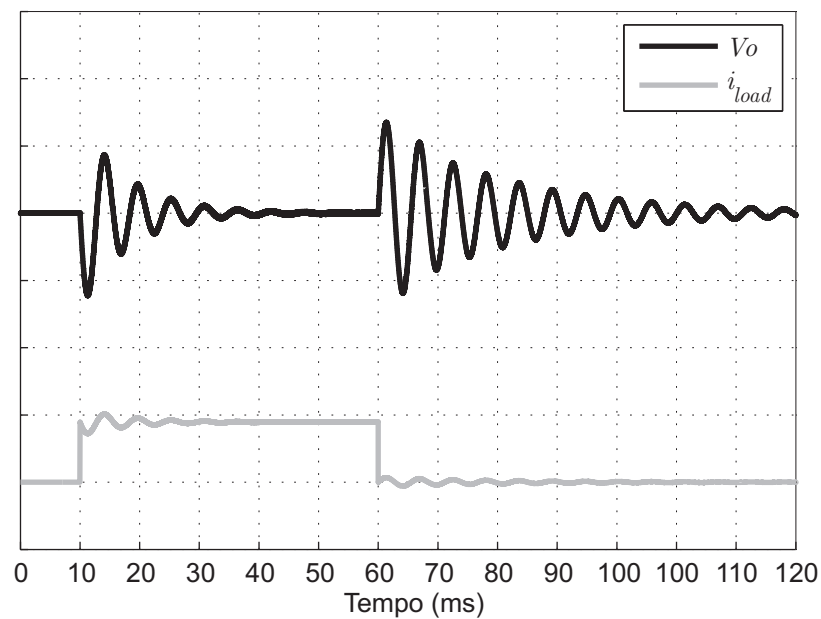


Figura 2.5: Resposta da planta em malha aberta. Corrente de carga i_{load} : valor inicial igual a 1 A e escala de 2 A/div. Tensão de saída V_o : valor inicial igual a 50 V e escala de 5 V/div.

Nota-se uma baixa capacidade de rejeição de distúrbios em malha aberta. Estas respostas podem ser melhoradas com um controle em malha fechada. Convencionalmente, projetam-se controladores, por exemplo, para que o sistema com parâmetros nominais tenha margens de fase e de ganho convenientes (ERICKSON, 1997) e assim apresente boa rejeição de distúrbios e boa resposta transitória. Entretanto, na prática, os parâmetros da planta podem variar, e controladores projetados para o caso sem incertezas ou variações

paramétricas podem não garantir bom desempenho. Somente pode-se verificar se isso ocorre ou não *a posteriori*, por simulações ou testes exaustivos do sistema em malha fechada com base em estudos de caso. Aqui, objetiva-se um projeto de controle robusto a um conjunto infinito de variações paramétricas da planta e, para tanto, deve-se buscar um modelo que represente estas variações.

2.4 Modelo politópico

Para o projeto de controle robusto a variações paramétricas, um modelo largamente utilizado é o modelo politópico (BOYD et al., 1994), que representa a planta para todas as variações possíveis de parâmetros em intervalos limitados.

Um modelo politópico da planta é definido por

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_p(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_p(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t) \quad (2.25)$$

sendo

$$(\mathbf{A}_p, \mathbf{B}_p)(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t)(\mathbf{A}_p, \mathbf{B}_p)_i, \quad \alpha_i(t) \geq 0, i = 1, \dots, N, \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) = 1 \quad (2.26)$$

e as matrizes \mathbf{A}_{pi} e \mathbf{B}_{pi} , representadas por $(\mathbf{A}_p, \mathbf{B}_p)_i$, $i=1, \dots, N$, chamadas de vértices do politopo, e $\alpha_i(t)$, $i=1, \dots, N$, valores reais chamados de parâmetros do politopo. A vantagem da representação politópica é que a análise de estabilidade e o projeto de controladores feitos apenas para os vértices (conjunto finito) permitem conclusões válidas para todo o politopo (conjunto infinito) e, portanto, para todo o domínio de incertezas do sistema original.

Visando obter os vértices de uma representação politópica para o modelo de pequenos sinais linearizado do conversor boost, considere que, em (2.24), os parâmetros R_o , V_{in} e D'_d não sejam mais precisamente conhecidos, mas incertos e variantes no tempo, inclusive variando de forma arbitrariamente rápida, permitindo modelar comutações de carga, por exemplo. Sejam estes parâmetros variantes no tempo limitados nos seguintes intervalos

$$\begin{aligned}
R_o &\in [18, 75 \ 50] \ \Omega \\
V_{in} &\in [22 \ 48] \ \text{V} \\
D'_d &\in [0, 4 \ 0, 6]
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Note que estas incertezas paramétricas afetam as matrizes \mathbf{A}_p e \mathbf{B}_p tornando cinco elementos destas matrizes variantes no tempo: $\mathbf{A}_p(1, 2)$, $\mathbf{A}_p(2, 1)$, $\mathbf{A}_p(2, 2)$, $\mathbf{B}_p(1, 1)$ e $\mathbf{B}_p(2, 1)$. Isto permite representar as matrizes da planta por um modelo politópico com 32 vértices, obtidos seguindo-se a metodologia de (OLALLA et al., 2009), levando em conta também aqui a variação paramétrica em V_{in} . Assim, os vértices do modelo politópico da planta são dados por

$$\mathbf{A}_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p1} = \begin{bmatrix} 41384,4996 \\ -5555,5556 \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\mathbf{A}_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p2} = \begin{bmatrix} 90293,4537 \\ -12121,2121 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$$\mathbf{A}_{p3} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p3} = \begin{bmatrix} 41384,4996 \\ -33333,3333 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

$$\mathbf{A}_{p4} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p4} = \begin{bmatrix} 90293,4537 \\ -72727,2727 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$\mathbf{A}_{p5} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p5} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -5555,5556 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

$$\mathbf{A}_{p6} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p6} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -12121,2121 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$\mathbf{A}_{p7} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p7} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -33333,3333 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

$$\mathbf{A}_{p8} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -90,9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p8} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -72727,2727 \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

$$\mathbf{A}_{p9} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p9} = \begin{bmatrix} 41384, 4996 \\ -5555, 5556 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{A}_{p10} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p10} = \begin{bmatrix} 90293, 4537 \\ -12121, 2121 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{A}_{p11} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p11} = \begin{bmatrix} 41384, 4996 \\ -33333, 3333 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{A}_{p12} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p12} = \begin{bmatrix} 90293, 4537 \\ -72727, 2727 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{A}_{p13} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p13} = \begin{bmatrix} 62076, 7494 \\ -5555, 5556 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{A}_{p14} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p14} = \begin{bmatrix} 135440, 1806 \\ -12121, 2121 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{A}_{p15} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p15} = \begin{bmatrix} 62076, 7494 \\ -33333, 3333 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{A}_{p16} = \begin{bmatrix} 0 & -677, 2009 \\ 2727, 2727 & -90, 9091 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p16} = \begin{bmatrix} 135440, 1806 \\ -72727, 2727 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{A}_{p17} = \begin{bmatrix} 0 & -451, 4673 \\ 1818, 1818 & -242, 4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p17} = \begin{bmatrix} 41384, 4996 \\ -5555, 5556 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{A}_{p18} = \begin{bmatrix} 0 & -451, 4673 \\ 1818, 1818 & -242, 4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p18} = \begin{bmatrix} 90293, 4537 \\ -12121, 2121 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{A}_{p19} = \begin{bmatrix} 0 & -451, 4673 \\ 1818, 1818 & -242, 4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p19} = \begin{bmatrix} 41384, 4996 \\ -33333, 3333 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{A}_{p20} = \begin{bmatrix} 0 & -451, 4673 \\ 1818, 1818 & -242, 4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p20} = \begin{bmatrix} 90293, 4537 \\ -72727, 2727 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{A}_{p21} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p21} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -5555,5556 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{A}_{p22} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p22} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -12121,2121 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{A}_{p23} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p23} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -33333,3333 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{A}_{p24} = \begin{bmatrix} 0 & -451,4673 \\ 1818,1818 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p24} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -72727,2727 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{A}_{p25} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p25} = \begin{bmatrix} 41384,4996 \\ -5555,5556 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{A}_{p26} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p26} = \begin{bmatrix} 90293,4537 \\ -12121,2121 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{A}_{p27} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p27} = \begin{bmatrix} 41384,4996 \\ -33333,3333 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{A}_{p28} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p28} = \begin{bmatrix} 90293,4537 \\ -72727,2727 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{A}_{p29} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p29} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -5555,5556 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{A}_{p30} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p30} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -12121,2121 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$\mathbf{A}_{p31} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p31} = \begin{bmatrix} 62076,7494 \\ -33333,3333 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{A}_{p32} = \begin{bmatrix} 0 & -677,2009 \\ 2727,2727 & -242,4242 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{p32} = \begin{bmatrix} 135440,1806 \\ -72727,2727 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Note que, sob estas incertezas paramétricas, um projeto de controlador deve levar em

conta 32 vértices simultaneamente. Condições de determinação de controladores baseadas em busca heurística de ganhos podem ser proibitivas ou ter um tempo computacional elevado. No próximo capítulo, uma condição de projeto sistemático, que não depende de busca heurística de ganhos, é fornecida e utilizada para prover os ganhos do controlador de forma eficiente.

2.5 Sumário

Este capítulo apresenta a modelagem da planta no espaço de estados. Um modelo chaveado linear foi inicialmente descrito. A partir deste, é possível escrever um modelo médio, não linear, que é linearizado para pequenas perturbações. Este modelo foi validado por simulações. Limitações da resposta da planta em malha aberta também são avaliadas. Um modelo politópico é dado, para R_o , V_{in} e D'_d pertencentes a intervalos definidos pelo projetista, representando, por exemplo, variações de carga, na tensão de entrada e na razão cíclica do ponto de operação, que podem ser arbitrariamente rápidas, permitindo avaliar situações de interesse na prática.

3 PROJETO DO CONTROLADOR ROBUSTO \mathcal{H}_2

No presente capítulo, projeta-se um controlador robusto \mathcal{H}_2 para o conversor boost. Primeiramente, é obtido um modelo aumentado do sistema por meio da inserção de uma ação integral, de forma a eliminar o erro de regime permanente. Após, define-se o problema de controle a ser resolvido, com as respectivas restrições de projeto. Apresentam-se os diagramas de blocos do sistema e do controlador. Na sequência, enuncia-se o problema de projeto de um controlador robusto por meio do uso de desigualdades matriciais lineares, que garantem estabilidade para todas as variações paramétricas previamente especificadas. Por fim, um novo conjunto de desigualdades matriciais lineares, relativas às condições de projeto que garantem um desempenho ótimo, são apresentadas e utilizadas, fornecendo os ganhos de um controlador robusto \mathcal{H}_2 para o sistema.

3.1 Sistema aumentado

Para assegurar erro de regime permanente nulo, utiliza-se uma variável de estado adicional, representando uma ação integral sobre o erro, definido por

$$e(t) = r(t) - v_c(t) \tag{3.1}$$

Considerando que

$$v_c(t) = v_c^* + \tilde{v}_c(t) \tag{3.2}$$

e assumindo que $r(t) = v_c^*$, tem-se

$$e(t) = -\tilde{v}_c(t) \quad (3.3)$$

Assim, a ação integral sobre o erro é dada por

$$\tilde{\lambda}(t) = - \int_0^t \tilde{v}_c(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

o que leva à equação dinâmica

$$\dot{\tilde{\lambda}}(t) = -\tilde{v}_c(t) \quad (3.5)$$

A partir desta equação e do modelo politópico da planta (2.25), tem-se o modelo aumentado

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t) \quad (3.6)$$

sendo

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ \tilde{\lambda}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p(\boldsymbol{\alpha}(t)) & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{M} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p(\boldsymbol{\alpha}(t)) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

com

$$(\mathbf{G}, \mathbf{H})(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t) (\mathbf{G}, \mathbf{H})_i, \quad \alpha_i(t) \geq 0, i = 1, \dots, 32, \quad \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t) = 1 \quad (3.8)$$

Este modelo é conveniente para projetar controladores robustos por realimentação de estados, que permitem atingir especificações de desempenho definidas pelo projetista. O problema de controle de interesse neste trabalho é detalhado na seção seguinte.

3.2 Problema de controle

Para a lei de controle por realimentação de estados

$$\tilde{d}(t) = \mathbf{K}\tilde{\xi}(t) \quad (3.9)$$

determinar $\mathbf{K} = [K_i \ K_v \ K_\lambda]$ de forma que:

- o sistema em malha fechada seja estável para todas as variações dos parâmetros dentro dos intervalos em (2.27);
- o desempenho em malha fechada seja ótimo segundo um critério \mathcal{H}_2 , que será detalhado na Seção 3.5.

3.3 Diagramas de blocos

Note que os ganhos K_i , K_v e K_λ de (3.9) são elementos a determinar, e compõem uma lei de controle dada pela combinação linear dos estados, conforme ilustrado no bloco de controle da Figura 3.1, detalhado na Figura 3.2.

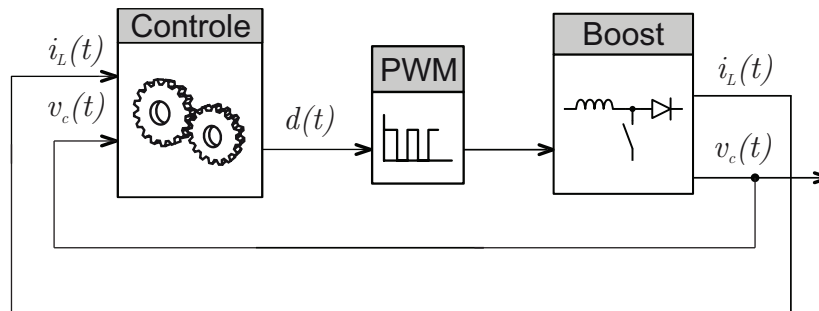


Figura 3.1: Diagrama de blocos do sistema de controle.

Observe que há apenas duas variáveis medidas na estratégia de controle, $v_c(t)$ e $i_L(t)$. Destas variáveis são decrescidos os respectivos pontos de equilíbrio, v_c^* e i_L^* , conforme a Figura 3.2, para formar as variáveis de pequenos sinais $\tilde{v}_c(t)$ e $\tilde{i}_L(t)$. A variável $\tilde{\lambda}(t)$ é obtida internamente no bloco de controle por meio de uma ação integral.

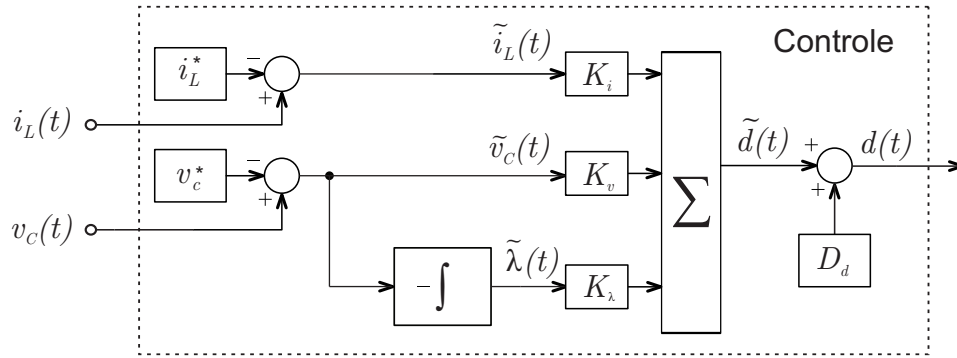


Figura 3.2: Detalhamento do bloco de controle, da Figura 3.1.

A saída do bloco de controle, $d(t)$, é convertida em um sinal PWM (em inglês, *Pulse Width Modulation* – PWM), $\delta(t)$, por meio da comparação com uma portadora triangular, conforme detalhado na Figura 3.3.

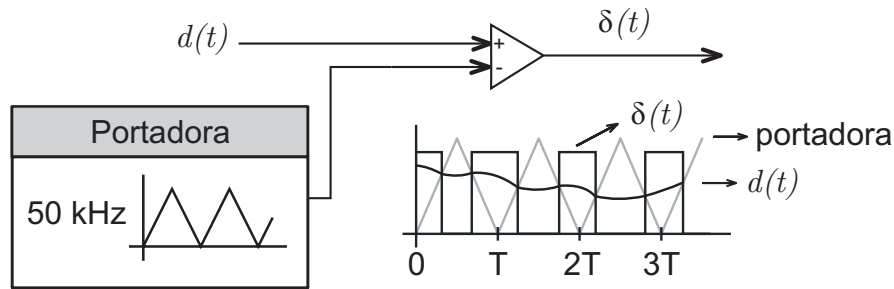


Figura 3.3: Detalhamento do bloco PWM, da Figura 3.1.

Em estratégias de controle convencionais no espaço de estados, o vetor de ganhos \mathbf{K} é usualmente calculado apenas para os parâmetros nominais do sistema, supostos perfeitamente conhecidos. Aqui, o cálculo será feito levando em conta variações paramétricas dentro dos intervalos especificados em (2.27). Utilizando o modelo politópico, podem ser empregadas condições baseadas em funções de Lyapunov, descritas na forma de LMIs (BOYD et al., 1994), (STURM, 1999), (GAHINET et al., 1995), de forma a garantir estabilidade robusta do sistema em malha fechada, conforme ilustra a seção seguinte.

3.4 Controle robusto

Considere o sistema aumentado em malha fechada

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = \mathbf{G}_d(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) \quad (3.10)$$

em que

$$\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K} \quad (3.11)$$

Este sistema é robustamente estável, isto é, estável para toda e qualquer variação de $\boldsymbol{\alpha}(t)$, com $\alpha_i(t)$ representado em (3.8), se existir uma função de Lyapunov (KHALIL, 1992), (ACKERMANN, 1993), (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996), (BOYD et al., 1994)

$$v(\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t)) = \tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) > 0 \quad (3.12)$$

tal que $\dot{v}(\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t)) < 0$.

Isto equivale a verificar a existência de uma matriz simétrica definida positiva (BOYD et al., 1994)

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}' > \mathbf{0} \quad (3.13)$$

tal que

$$\mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) < \mathbf{0} \quad (3.14)$$

Substituindo $\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ de (3.11), tem-se (3.14) reescrita como

$$[\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}]'\mathbf{P} + \mathbf{P}[\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}] < \mathbf{0} \quad (3.15)$$

A condição (3.15), se usada para o projeto do ganho \mathbf{K} , é não convexa devido ao produto das variáveis \mathbf{P} e \mathbf{K} , o que impede o uso direto de algoritmos especializados na solução de LMIs. Para obter uma condição convexa de projeto, utilizam-se transformações de variáveis (GEROMEL; PERES; BERNUSSOU, 1991), (BERNUSSOU; PERES; GEROMEL, 1989), (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1993).

Pré e pós-multiplicando (3.15) por \mathbf{P}^{-1} , tem-se

$$\mathbf{P}^{-1}[\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}]' + [\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}]\mathbf{P}^{-1} < \mathbf{0} \quad (3.16)$$

e fazendo as substituições de variáveis

$$\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{W} \quad (3.17)$$

e

$$\mathbf{Z} = \mathbf{KW} \quad (3.18)$$

tem-se que (3.16) é reescrita como

$$\mathbf{WG}'(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{Z}'\mathbf{H}'(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W} + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{Z} < \mathbf{0} \quad (3.19)$$

Agora, note que (3.19) é convexa, mas o problema é de dimensão infinita, pois o conjunto $\boldsymbol{\alpha}(t)$ tem infinitos pontos. Levando-se em conta também a convexidade de $\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ e $\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ em (3.8), tem-se

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t) (\mathbf{WG}'_i + \mathbf{Z}'\mathbf{H}'_i + \mathbf{G}_i\mathbf{W} + \mathbf{H}_i\mathbf{Z}) < \mathbf{0} \\ \alpha_i(t) \geq 0, i = 1 \dots 32, \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t) = 1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

A vantagem de expressar (3.19) como (3.20) é que, graças à convexidade, a desigualdade (3.20) pode ser testada apenas nos vértices do politopo, e o problema torna-se de dimensão finita.

Então, o problema do projeto do controlador robusto é dado da seguinte forma. Se existir \mathbf{Z} e

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}' > \mathbf{0} \quad (3.21)$$

tais que

$$\mathbf{G}_i\mathbf{W} + \mathbf{WG}'_i + \mathbf{H}_i\mathbf{Z} + \mathbf{Z}'\mathbf{H}'_i < \mathbf{0}, \quad i = 1 \dots 32 \quad (3.22)$$

então $\mathbf{K} = \mathbf{ZW}^{-1}$ é o ganho robusto que garante a estabilidade do sistema (3.10) para todo $\boldsymbol{\alpha}(t)$ em (3.20), sendo $\mathbf{P} = \mathbf{W}^{-1}$ a matriz da função de Lyapunov (3.12), do sistema em malha fechada. Esta condição garante apenas um controlador robusto que estabiliza o sistema em malha fechada para qualquer variação paramétrica. Entretanto, não inclui especificações de desempenho.

3.5 Controle robusto \mathcal{H}_2

Para empregar a condição de controle robusto incluindo desempenho \mathcal{H}_2 , agregam-se um vetor $\mathbf{w}(t)$ de entrada de distúrbios e um vetor $\mathbf{z}(t)$ de saídas ao modelo politópico do sistema aumentado, dado em (3.6), levando ao modelo

$$H \triangleq \begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) &= \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

em que

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) &= \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t)\mathbf{G}_i, \quad \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t)\mathbf{H}_i, \quad \mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t)\mathbf{E}_i, \\ \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t)) &= \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t)\mathbf{C}_i, \quad \mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t)\mathbf{D}_i, \quad \alpha_i(t) \geq 0, \quad i = 1, \dots, 32, \quad \sum_{i=1}^{32} \alpha_i(t) = 1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Note que o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\alpha}(t)$ do modelo politópico (3.23) novamente é suposto como variando arbitrariamente no tempo, e assim pode representar variações lentas ou rápidas dos parâmetros R_o , V_{in} e D'_d em (2.27), até mesmo o caso em que os parâmetros do conversor comutam de um valor para outro (variações instantâneas) ou quando os parâmetros permanecem no mesmo valor, mas não são precisamente conhecidos (caso invariante no tempo). As matrizes \mathbf{G}_i , \mathbf{H}_i , \mathbf{E}_i , \mathbf{C}_i e \mathbf{D}_i , em (3.24), são os vértices do politopo, com dimensões apropriadas e elementos reais. \mathbf{G}_i e \mathbf{H}_i vêm do modelo do sistema em (3.7) e \mathbf{E}_i , \mathbf{C}_i e \mathbf{D}_i vêm da definição do problema de controle \mathcal{H}_2 , visto na sequência.

Sabe-se que o problema de encontrar ganhos de controle que garantam estabilidade e desempenho simultaneamente para todos os pontos do domínio de incertezas é um problema de dimensão infinita. No caso de parâmetros representados por um conjunto politópico, como aqui tratado, tem-se que os ganhos de controle que garantem estabilidade e desempenho para os vértices do politopo (conjunto finito) também garantem estas mesmas propriedades para todo o domínio de incertezas, graças à convexidade do conjunto politópico (BOYD et al., 1994), tornando o projeto de dimensão finita. A definição do critério de desempenho \mathcal{H}_2 utilizado é apresentada agora.

Assumindo que o sistema (3.23) é exponencialmente estável, tem-se que, para uma

trajetória conhecida $\boldsymbol{\alpha}(t)$, a norma \mathcal{H}_2 do sistema é definida como (SOUZA; TROFINO; OLIVEIRA, 2003)

$$\|H\|_2^2 \triangleq \lim_{h \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{h} \int_0^h \mathbf{z}'(t) \mathbf{z}(t) dt \right\} \quad (3.25)$$

para $\tilde{\boldsymbol{\xi}}(0) = \mathbf{0}$, com $\mathbf{w}(t)$ sendo um ruído branco com média zero, com matriz de densidade espectral unitária e E representando a esperança matemática.

Para todos $\boldsymbol{\alpha}(t)$ no politopo, a existência de uma matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que (SOUZA; TROFINO; OLIVEIRA, 2003; GREEN; LIMEBEER, 1995)

$$\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W} + \mathbf{W}\mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{E}'(\boldsymbol{\alpha}(t)) < \mathbf{0} \quad (3.26)$$

garante a estabilidade exponencial para o sistema de malha fechada, e

$$\|H\|_2^2 < \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h \text{Tr}(\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W}\mathbf{C}'(\boldsymbol{\alpha}(t))) dt \quad (3.27)$$

sendo Tr o traço da matriz.

O projeto do controlador robusto \mathcal{H}_2 pode ser feito por meio do seguinte lema.

Lema 1. *Se existir uma matriz simétrica definida positiva $\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$, uma matriz $\mathbf{X}_d \in \mathcal{R}^{4 \times 4}$ e uma matriz $\mathbf{Z} \in \mathcal{R}^{1 \times 3}$ tais que, para $i = 1, \dots, 32$, o problema de otimização convexa*

$$\delta^* \triangleq \min(\text{Tr}(\mathbf{X}_d)) \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_d & \mathbf{C}_i \mathbf{W} + \mathbf{D}_i \mathbf{Z} \\ \mathbf{W} \mathbf{C}'_i + \mathbf{Z}' \mathbf{D}'_i & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{G}'_i + \mathbf{H}_i \mathbf{Z} + \mathbf{Z}' \mathbf{H}'_i & \mathbf{E}_i \\ \mathbf{E}'_i & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (3.30)$$

tenha solução, então o ganho

$$\mathbf{K} = \mathbf{Z} \mathbf{W}^{-1} \quad (3.31)$$

assegura que o sistema em malha fechada é exponencialmente estável e que $\sqrt{\delta^*}$ é um

custo garantido \mathcal{H}_2 para o sistema em malha fechada, isto é, um limitante superior para a norma \mathcal{H}_2 do mesmo.

Demonstração. Multiplicando (3.29) e (3.30) por $\alpha_i(t)$ e somando para $i = 1, \dots, 32$, e considerando $\mathbf{Z} = \mathbf{KW}$, tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_d & \mathbf{C}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W} \\ \mathbf{W}\mathbf{C}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (3.32)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W} + \mathbf{W}\mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) & \mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t)) \\ \mathbf{E}'(\boldsymbol{\alpha}(t)) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (3.33)$$

com $\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}$ e $\mathbf{C}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) = \mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{K}$. Aplicando complemento de Schur (BOYD et al., 1994) em (3.33), tem-se (3.26), que garante a estabilidade do sistema em malha fechada. Aplicando complemento de Schur em (3.32), tem-se

$$\mathbf{C}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W}\mathbf{C}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) < \mathbf{X}_d \quad (3.34)$$

Note que

$$Tr(\mathbf{C}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W}\mathbf{C}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))) < Tr(\mathbf{X}_d) \quad (3.35)$$

e que

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h Tr(\mathbf{C}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{W}\mathbf{C}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))) dt < \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h Tr(\mathbf{X}_d) dt \quad (3.36)$$

Pela definição do custo garantido \mathcal{H}_2 em (3.27) e dado que

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h Tr(\mathbf{X}_d) dt = Tr(\mathbf{X}_d) \quad (3.37)$$

e que $\delta^* \triangleq \min(Tr(\mathbf{X}_d))$, tem-se que $\sqrt{\delta^*}$ é o custo garantido ótimo sob a estabilidade quadrática. \square

As condições LMIs dadas no Lema 1 são baseadas na estabilidade quadrática, i.e., uma matriz de Lyapunov comum a todos os vértices que garante estabilidade robusta e desempenho \mathcal{H}_2 para variações arbitrariamente rápidas de parâmetros (BOYD et al., 1994).

Note que o Lema 1 fornece o ganho do controlador (3.31) que garante a estabilidade robusta na presença de variações arbitrárias de parâmetros, assegurada pela função de

Lyapunov quadrática $v(\boldsymbol{\xi}(t)) = \boldsymbol{\xi}'(t)\mathbf{P}\boldsymbol{\xi}(t)$ com matriz $\mathbf{P} = \mathbf{W}^{-1}$, e o valor do custo garantido \mathcal{H}_2 , dado por $\sqrt{\delta^*}$, como em (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1992).

Note também que as matrizes \mathbf{G}_i , \mathbf{H}_i , \mathbf{E}_i , \mathbf{C}_i e \mathbf{D}_i em (3.29) e (3.30) são os dados do problema, e as matrizes \mathbf{W} , \mathbf{Z} e \mathbf{X}_d são as variáveis a serem determinadas. As matrizes \mathbf{C}_i , \mathbf{D}_i e \mathbf{E}_i podem ser obtidas de um modelo da planta incluindo a ação de distúrbios como, por exemplo, distúrbios de carga, ou podem ser escolhidas pelo projetista do controle. No caso de escolha pelo projetista, o uso das matrizes

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{Q}} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \sqrt{R_u} \end{bmatrix}, \mathbf{E}_i = I_{3 \times 3} \quad (3.38)$$

para o problema de controle robusto \mathcal{H}_2 garante a minimização da função custo

$$\int_0^{\infty} (\tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{Q}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \tilde{d}'(t)R_u\tilde{d}(t))dt \quad (3.39)$$

vinda do problema do LQR. Neste sentido, escolhas convenientes de \mathbf{Q} e R_u permitem também ao projetista buscar boas respostas transitórias em malha fechada, por exemplo.

Para as matrizes $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))$, $\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ e $\mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ dadas em (3.38), a definição da norma \mathcal{H}_2 , dada em (3.25), é descrita por

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{h} \int_0^h (\tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{C}'(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \tilde{d}'(t)\mathbf{D}'(\boldsymbol{\alpha}(t)))(\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t))dt \right\} = \\ \lim_{h \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{h} \int_0^h (\tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{C}'(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \tilde{d}'(t)\mathbf{D}'(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{d}(t))dt \right\} = \\ \lim_{h \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{h} \int_0^h (\tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{Q}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \tilde{d}'(t)R_u\tilde{d}(t))dt \right\} \end{aligned}$$

O integrando da última expressão é o custo quadrático associado ao problema do LQR (OGATA, 1990), (DORATO; ABDALLAH; CERONE, 2000). Como uma conclusão, as condições LMIs do Lema 1 podem ser usadas para projetar controladores LQR robustos, para sistemas politópicos variantes no tempo usando a estabilidade quadrática.

Assim, o LQR robusto pode ser visto como um caso particular do controle robusto \mathcal{H}_2 . O resultado do LQR robusto de (OLALLA et al., 2009) pode ser visto com um caso particular do Lema 1, por exemplo. É interessante observar que o projetista poderia utilizar outras escolhas que não (3.38) para as matrizes $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha}(t))$, $\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha}(t))$ e $\mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}(t))$,

levando a um controlador que não seria relacionado com o LQR, mas que seria um controlador robusto \mathcal{H}_2 .

Finalmente, outra interpretação do controlador resultante é que, no caso em que os distúrbios $\mathbf{w}(t)$ são ruídos brancos independentes, com média zero e matriz de densidade espectral unitária, o valor RMS (em inglês, *Root Mean Square* – RMS) da saída é minimizado, sob a estabilidade quadrática (BOYD et al., 1994), (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1992). Isto significa rejeição de distúrbios ótima para a saída garantida pela abordagem de controle \mathcal{H}_2 proposta.

Dadas as características do controlador, retomando o projeto dos ganhos de controle para a planta em questão, são utilizados os vértices \mathbf{G}_i e \mathbf{H}_i em (3.8), e os demais vértices ($\mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i, \mathbf{E}_i$) como em (3.38), sob as escolhas de projeto para \mathbf{Q} e R_u , dadas por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1000000 \end{bmatrix}, R_u = 10 \quad (3.40)$$

Neste caso, as condições do Lema 1, resolvidas utilizando o *LMI Control Toolbox* do Matlab¹ (GAHINET et al., 1995), fornecem como solução

$$\mathbf{X}_d = \begin{bmatrix} 251,2 & -164,9 & 368,9 & -33,5 \\ -164,9 & 1452,4 & 1213,6 & 16,5 \\ 368,9 & 1213,6 & 2180,7 & 6,8 \\ -33,5 & 16,5 & 6,8 & 66,6 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 125,5915 & -58,3003 & 0,2608 \\ -58,3003 & 363,0972 & 0,6068 \\ 0,2608 & 0,6068 & 0,0022 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} -7,5016 & 2,6048 & 0,0021 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

levando aos ganhos do controlador

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -1,0354 & -0,6874 & 316,1373 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

¹Utilizando um computador pessoal com processador Intel Core 2 Quad de 2,33 GHz e 2 GB de memória RAM, a solução do Lema 1 para este caso é obtida em um tempo de 0,45 s.

e ao custo garantido \mathcal{H}_2 dado por 62,8561. A matriz de Lyapunov $\mathbf{P} = \mathbf{W}^{-1}$ é garantia da estabilidade robusta para variações arbitrárias de parâmetros dentro dos intervalos (2.27).

3.6 Sumário

Este capítulo apresenta uma solução para o projeto de um controlador \mathcal{H}_2 robusto a variações paramétricas arbitrárias para o conversor boost. Primeiramente, foi obtido um modelo aumentado por meio da inserção de um estado, dado por uma ação integral, para garantir erro de regime permanente nulo. O problema do projeto do controlador por realimentação de estados é descrito e os diagramas de blocos do sistema de controle e da geração do sinal PWM são apresentados. Em seguida, são ilustradas as condições LMIs do projeto de um controlador robusto sem incluir especificações de desempenho. Após, as condições LMIs para o projeto do controlador robusto \mathcal{H}_2 são detalhadas e provadas, mostrando conexões com o problema do LQR. Por fim, para os parâmetros da planta deste trabalho, foram obtidos os ganhos do controlador robusto \mathcal{H}_2 que serão testados em simulação e na prática no próximo capítulo.

4 *SIMULAÇÕES, RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE DE DESEMPENHO*

O sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 é avaliado neste capítulo por meio de simulações e de resultados experimentais. Primeiramente, apresenta-se uma descrição do protótipo do conversor boost e do circuito de controle utilizados para obtenção dos resultados. Em seguida, são descritos os testes para validar o controlador. Após, são apresentadas as simulações do sistema em malha fechada e os resultados obtidos são comparados com os de outras técnicas convencionais para conversores boost. Na sequência, os resultados experimentais são apresentados. Por fim, é realizada uma análise de desempenho em malha fechada utilizando o custo garantido \mathcal{H}_∞ para obter conclusões sobre a capacidade de rejeição de perturbações, válidas para o sistema no caso de parâmetros variantes ou invariantes no tempo.

4.1 Descrição do protótipo

Para validação do sistema de controle, foram utilizados os parâmetros especificados na Tabela 2.1 para o conversor boost da Figura 2.1.

Para a geração da ação de controle, foram medidos os estados v_c e i_L , utilizando-se os sensores LEM LV-25P e LEM LA-100P, respectivamente. O controlador, dado pelo diagrama de blocos na Figura 3.2, foi implementado de forma analógica, como detalhado na Figura 4.1. Para tanto, foram utilizados amplificadores operacionais TL084, da Texas Instruments. Para os resistores fixos da Figura 4.1, foram utilizados componentes com precisão de $\pm 1\%$. Para implementar, com fatores de escala adequados, os ganhos do controlador, dados em (3.44), foram utilizados resistores ajustáveis. Note que o integrador foi implementado como um filtro passa-baixas (CARTER; MANCINI, 2009).

Ainda, para gerar o sinal PWM de controle da chave S_{boost} a partir do sinal

$d(t)$, implementou-se o diagrama da Figura 3.3, utilizando-se um gerador de sinais convencional para sintetizar a portadora triangular, e o circuito integrado LM 311P, da Texas Instruments, como comparador.

O sistema de controle descrito na Figura 4.1 foi utilizado nos ensaios de simulação e experimentais de malha fechada dados a seguir. As referências i_L^* , v_c^* e D'_d na Figura 4.1 são definidas a partir dos parâmetros da Tabela 2.1, sendo i_L^* e v_c^* calculadas por (2.23).

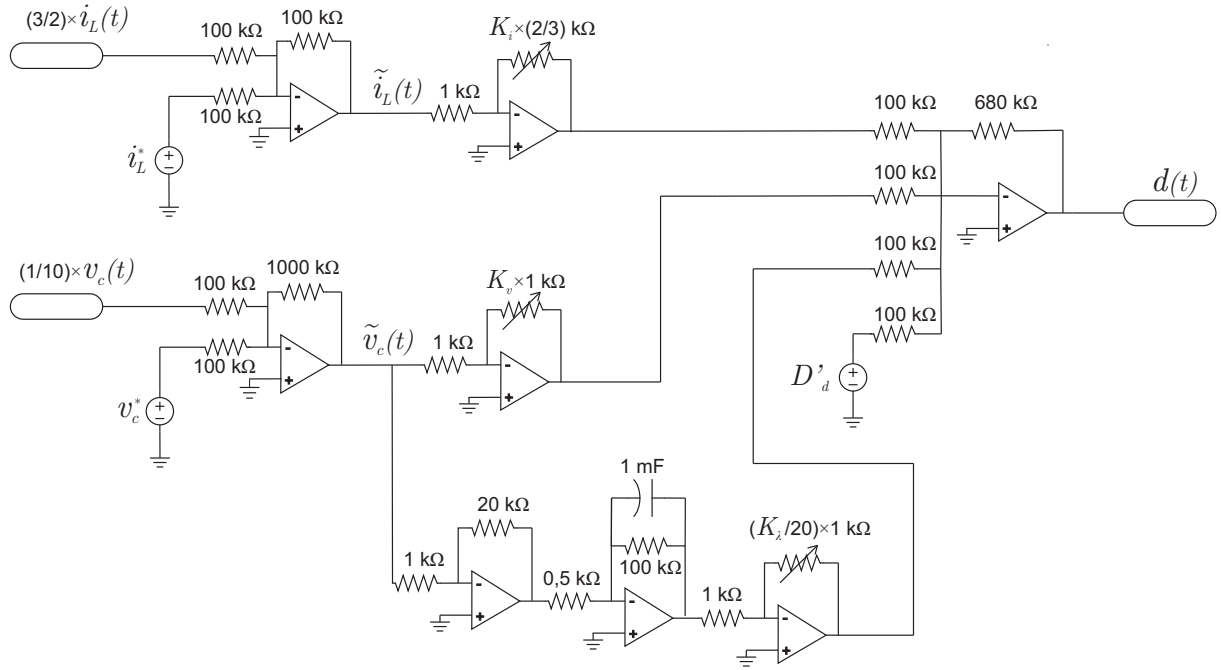


Figura 4.1: Circuito analógico utilizado para sintetizar o sinal de controle.

4.2 Simulações e resultados experimentais

Para validar o controlador projetado no Capítulo 3, foram realizados testes que levaram em consideração a capacidade de o controlador rejeitar distúrbios na tensão de entrada, V_{in} , e na corrente de carga, i_{load} . Primeiramente, foi realizado o teste de rejeição a distúrbios na tensão de entrada para o sistema em malha fechada. Para isto, variou-se V_{in} entre 22 V e 48 V. Já o distúrbio de carga foi realizado por meio da comutação de uma carga de 50 Ω para uma de 18,75 Ω, sendo este o valor resultante da associação em paralelo entre um resistor de 50 Ω e outro de 30 Ω.

O resultado de simulação do sistema em malha fechada para a variação da tensão de entrada é apresentado na Figura 4.2. Percebe-se que o distúrbio na tensão de entrada praticamente não afeta a saída do sistema (tensão V_o), indicando bom desempenho do sistema com o controlador robusto.

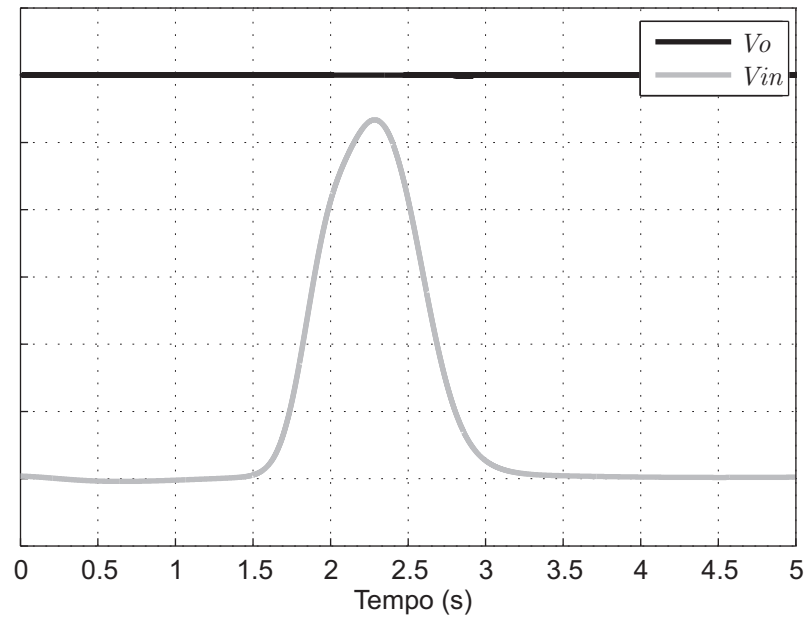


Figura 4.2: Resultado de simulação do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da tensão de entrada (V_{in} com valor de pico de 48 V) e variação resultante na tensão de saída ($V_o = 50$ V). Escalas: V_{in} : 5 V/div e V_o : 2 V/div.

O resultado de simulação referente ao teste de variação de carga para o sistema em malha fechada com o controlador robusto é apresentado na Figura 4.3. Nota-se também um bom desempenho neste caso.

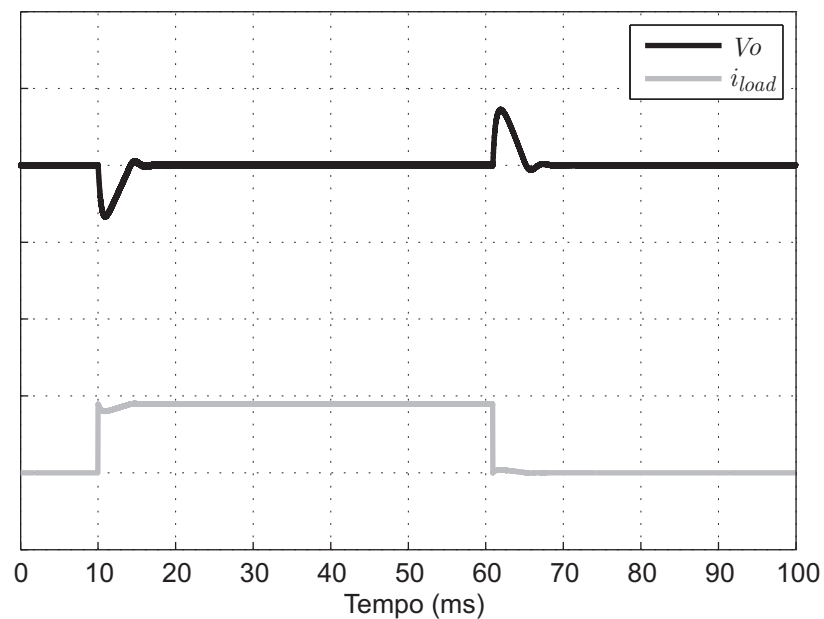


Figura 4.3: Resultados de simulação do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da corrente de carga (i_{load} com valor inicial de 1 A) e variação resultante na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Escalas: 2 A/div e 5 V/div.

Para se ter uma comparação entre o desempenho do controlador robusto projetado e o de outras técnicas de controle aplicadas a conversores boost, as simulações da resposta do sistema em malha fechada para o distúrbio de carga foram comparadas com aquelas fornecidas por dois controladores largamente utilizados. O mesmo distúrbio de carga da Figura 4.3 foi utilizado para testar um sistema de controle clássico, baseado em dois controladores do tipo proporcional-integral (PI), um para a malha de tensão e outro para a malha de corrente, e também para testar um controlador por realimentação de estados com os ganhos projetados por meio de alocação de polos.

O controlador clássico utilizando dois PIs, em que a referência da malha de corrente é gerada pela malha de tensão, foi projetado seguindo as especificações de margens de fase e de ganho maiores que 60° e 20 dB, respectivamente (ALVAREZ-RAMIREZ; ESPINOSA-PEREZ; NORIEGA-PINEDA, 2001), (MIDDLEBROOK, 1987), (KASSAKIAN; SCHLECHT; VERGHESE, 1991), (FERREIRA, 2007). Os PIs foram determinados, a partir dos parâmetros nominais da planta, com auxílio do Matlab, permitindo obter, para a malha de tensão, o controlador

$$G_v(s) = \frac{0,2635s + 39,01}{s} \quad (4.1)$$

e, para a malha de corrente, o controlador

$$G_c(s) = \frac{1,152s + 1580}{s} \quad (4.2)$$

O controle por alocação de polos foi projetado a partir do modelo nominal aumentado com o integrador para se obter polos dominantes com um fator de amortecimento $\xi = 0,7$ e tempo de acomodação menor que 10 ms. O projeto foi realizado também com o auxílio do Matlab. Os ganhos encontrados foram

$$\mathbf{K}_{PL} = [-0,0712 \quad -0,0124 \quad 11,6952] \quad (4.3)$$

Os resultados destas estratégias estão ilustrados, para melhor comparação, juntamente com os resultados do controlador robusto \mathcal{H}_2 , na Figura 4.4.

Nota-se que os controladores convencionais acima mencionados, projetados somente para os valores nominais dos parâmetros da planta, possuem nesta comparação um desempenho inferior ao do controlador robusto \mathcal{H}_2 . Embora exista a possibilidade de buscar um melhor desempenho dos controladores convencionais para esta planta, os mesmos ainda não possuiriam nenhuma garantia *a priori* de robustez frente a variações

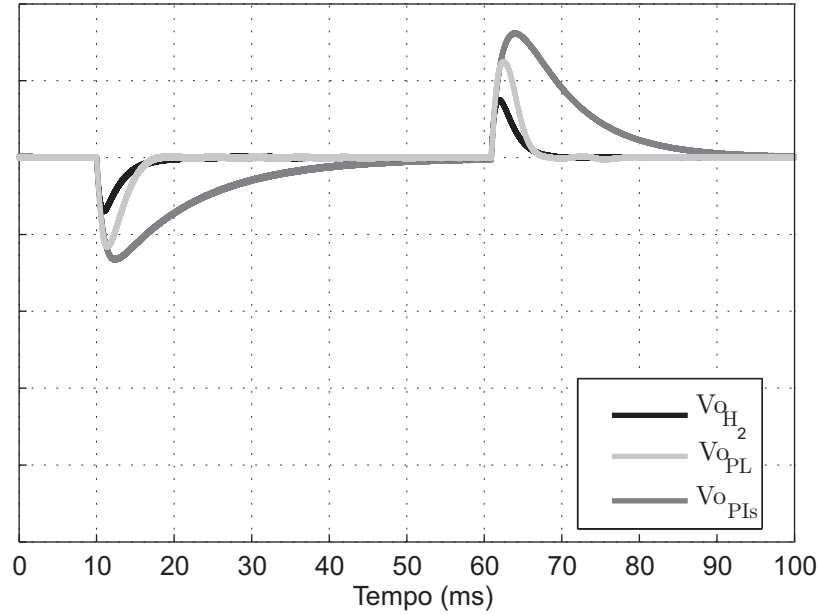


Figura 4.4: Resultados de simulação do sistema em malha fechada: variação da corrente de carga igual à da Figura 4.3 e variações resultantes na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Resultados para o controlador robusto \mathcal{H}_2 , denotado por $V_{o_{H_2}}$, resultado para o controlador por alocação de polos, denotado por $V_{o_{PL}}$, e resultado para o controlador clássico baseado em dois PIs, denotado por $V_{o_{PIs}}$. Escalas: 5 V/div.

paramétricas, uma vez que nenhuma informação sobre as incertezas seria levada em conta no projeto, ao contrário do controlador robusto \mathcal{H}_2 , que se baseia em um modelo politópico para a síntese dos ganhos.

As simulações comprovam que o controlador robusto \mathcal{H}_2 produz bons resultados para a planta. Entretanto, a validação com resultados experimentais é importante para mostrar a viabilidade do controlador, já que na prática não linearidades e outras dinâmicas não modeladas podem afetar o desempenho do sistema de controle.

A Figura 4.5 mostra o resultado experimental para o mesmo tipo de distúrbio investigado na Figura 4.2. A boa capacidade de rejeição do distúrbio na tensão entrada é confirmada pelos resultados experimentais. Também, pela comparação da Figura 4.5 com a Figura 4.2, fica evidenciada a boa correspondência entre os resultados de simulação e os experimentais.

A variação de carga, utilizada na simulação da Figura 4.3, foi realizada experimentalmente, resultando nas formas de onda apresentadas na Figura 4.6. Novamente, percebe-se a boa correspondência entre os resultados de simulação e os experimentais, validando o controle também para este caso.

Para se ter uma análise mais precisa dos resultados obtidos nas comutações de carga, na Figura 4.7 e na Figura 4.8 são mostrados em detalhe, respectivamente, os transitórios

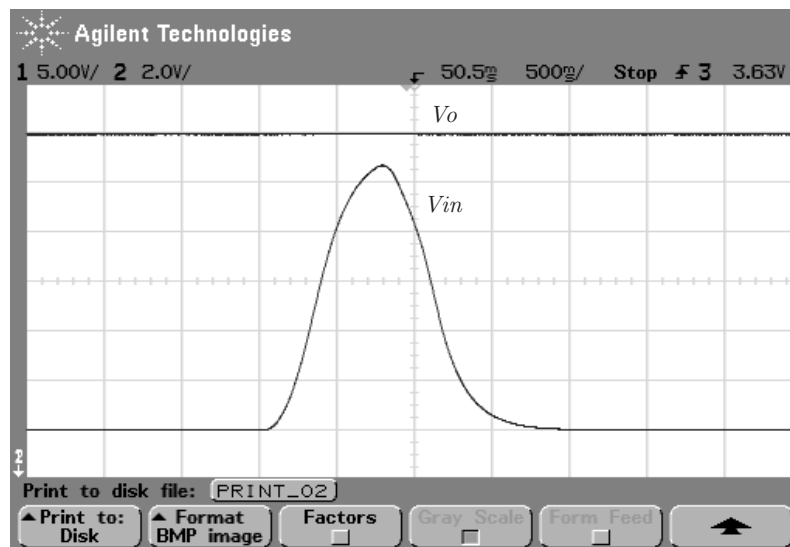


Figura 4.5: Resultado experimental do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da tensão de entrada (V_{in} com valor de pico de 48 V) e variação resultante na tensão de saída ($V_o = 50$ V). Escala de V_{in} : 5 V/div, escala de V_o : 2 V/div e escala horizontal: 500 ms/div.

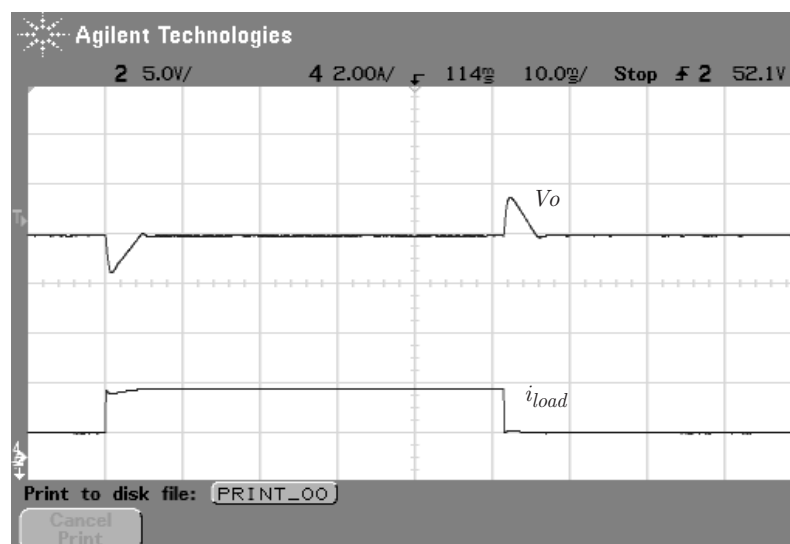


Figura 4.6: Resultado experimental do sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_2 : variação da corrente de carga (i_{load} com valor inicial de 1 A) e variação resultante na tensão de saída (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 5 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 10 ms/div.

de aumento e redução de carga, vistos na Figura 4.6. Na Figura 4.7, foi observado um *undershoot* de 7,74 % e um tempo de acomodação de 4 ms para o transitório de aumento de carga. Na Figura 4.8, tem-se um *overshoot* de 7,84 % e um tempo de acomodação de 3,8 ms, para o transitório de redução de carga.

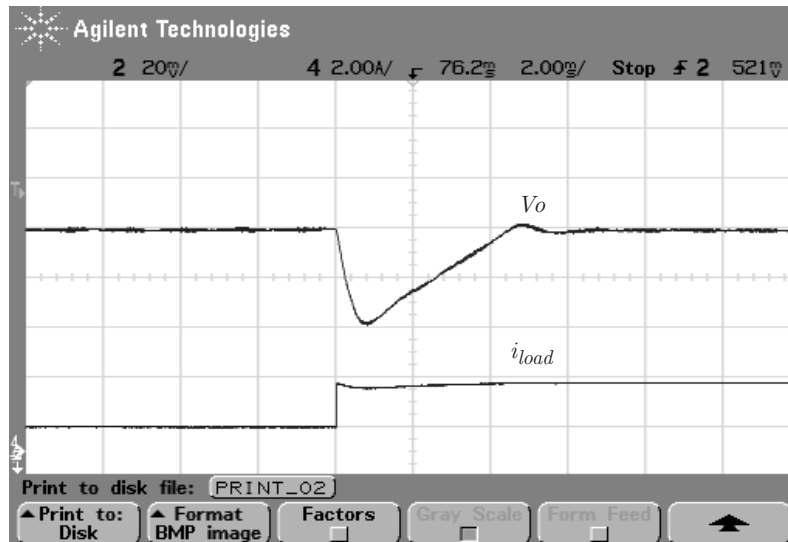


Figura 4.7: Resultado experimental do sistema em malha fechada: detalhe da corrente de carga para o transitório de aumento de carga (i_{load} com valor final de 1 A) e tensão de saída resultante (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 2 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 2 ms/div.

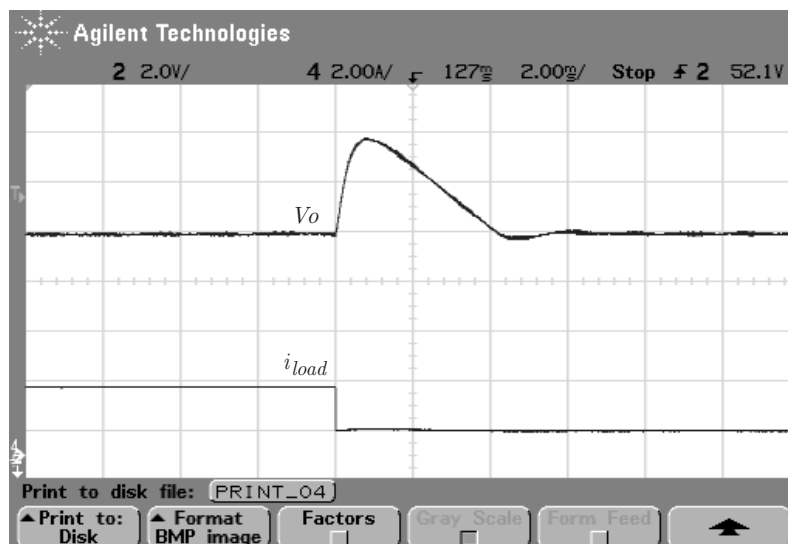


Figura 4.8: Resultado experimental do sistema em malha fechada: detalhe da corrente de carga para o transitório de redução de carga (i_{load} com valor final de 1 A) e tensão de saída resultante (V_o com valor inicial de 50 V). Escala de V_o : 2 V/div, escala de i_{load} : 2 A/div e escala horizontal: 2 ms/div.

A boa correspondência dos resultados experimentais com as respectivas simulações é mostrada na Figura 4.9 e também na Figura 4.10. Claramente, observa-se que a diferença

entre as curvas é pequena, evidenciando o pequeno erro entre os resultados experimentais e de simulação.

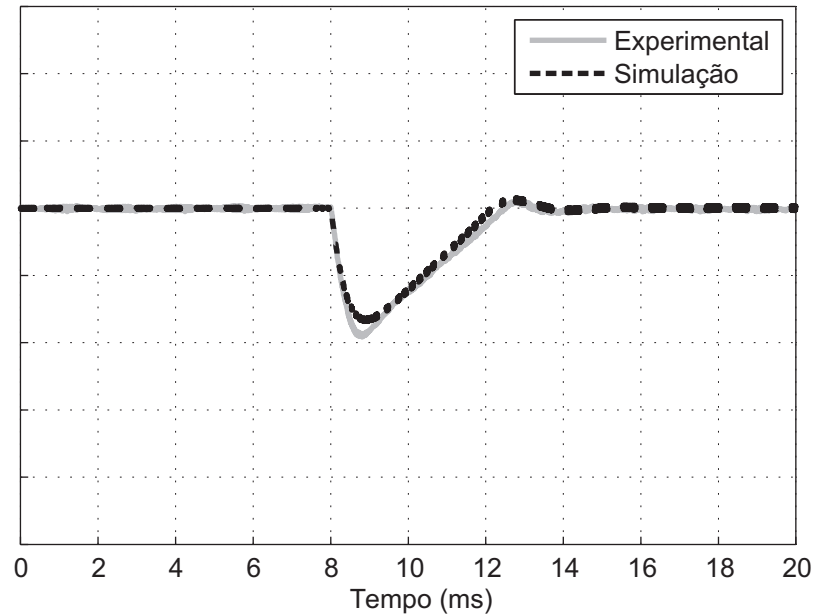


Figura 4.9: Comparação do resultado experimental da Figura 4.7 (linha contínua) com o respectivo resultado de simulação (linha tracejada). Escala de V_o : 2 V/div.

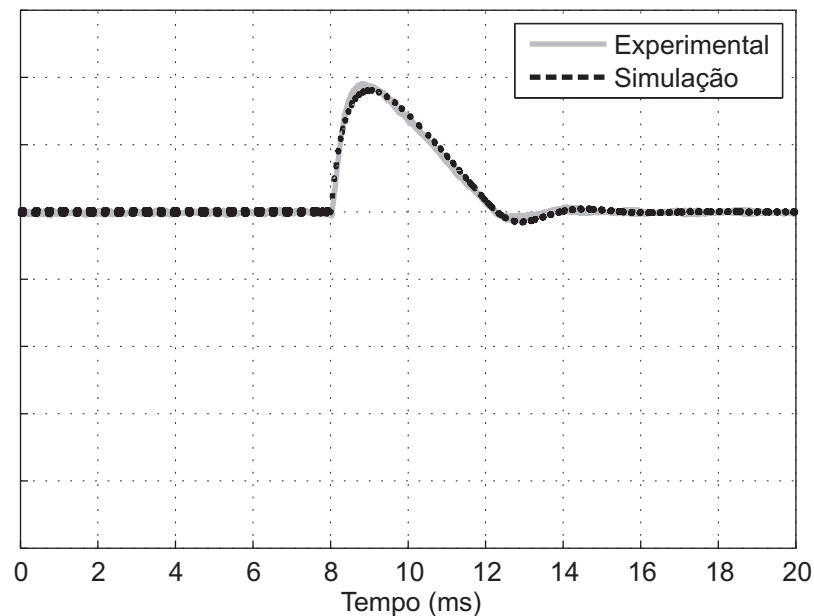


Figura 4.10: Comparação do resultado experimental da Figura 4.8 (linha contínua) com o respectivo resultado de simulação (linha tracejada). Escala de V_o : 2 V/div.

É importante mencionar que, uma vez que o controlador \mathcal{H}_2 utiliza uma lei de controle por realimentação de estados, a complexidade de sua implementação é a mesma que a do

controlador baseado em alocação de polos apresentado anteriormente e similar àquela proveniente do controlador clássico baseado em dois PIs. Os ganhos obtidos para o controlador \mathcal{H}_2 são válidos para o sistema com parâmetros incertos e variantes no tempo, enquanto os ganhos obtidos pelos métodos convencionais são, *a priori*, válidos para o caso em que os parâmetros são perfeitamente conhecidos e invariantes no tempo.

Para o caso do sistema com variações de parâmetros, geralmente, os controladores convencionais têm a robustez investigada *a posteriori*, por meio de simulações para parâmetros escolhidos no conjunto de todos os parâmetros possíveis. Esta abordagem, no entanto, não garante estabilidade e desempenho robustos para todas as variações paramétricas, dentro dos intervalos considerados. Mesmo no caso de parâmetros incertos e invariantes no tempo, tem-se o problema de concluir sobre estabilidade e desempenho de um conjunto infinito de pontos testando somente alguns pontos. Por outro lado, devido à convexidade do modelo politópico utilizado no projeto do controlador robusto \mathcal{H}_2 , este fornece uma solução para o problema, com garantia matemática de estabilidade robusta para sistemas com variações paramétricas arbitrárias, sem necessidade de validação por simulações exaustivas.

Finalmente, cabe salientar que, por se tratar de uma implementação analógica, o circuito do controlador pode sofrer com problemas como desvios nos valores dos ganhos devido à imprecisão ou variação dos valores dos componentes utilizados, suscetibilidade a ruídos e não linearidades como saturação dos amplificadores operacionais. Estas limitações, inerentes à implementação analógica, não prejudicaram a validação do controlador, conforme visto nesta seção.

4.3 Análise de desempenho

O objetivo desta seção é a análise de desempenho robusto do sistema em malha fechada.

Considere o modelo do sistema em malha fechada, dado em (3.10), sujeito agora a pequenas perturbações, $\tilde{\mathbf{w}}(t)$, descrito por

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = \mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{F}\tilde{\mathbf{w}}(t) \quad (4.4)$$

e com a equação de saída dada por

$$\tilde{y}(t) = \mathbf{J}\tilde{\xi}(t) \quad (4.5)$$

Supondo pequenas perturbações na tensão de entrada e na corrente de carga do conversor boost, como ilustrado na Figura 4.11, tem-se que

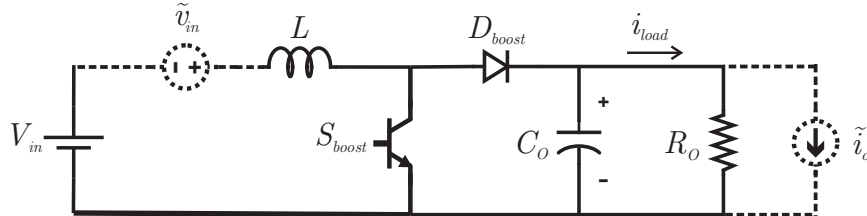


Figura 4.11: Conversor boost com pequenas perturbações na tensão de entrada e na corrente de carga.

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_o \\ \tilde{v}_{in} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

e

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Ainda, a escolha

$$\mathbf{J} = [0 \ 1 \ 0] \quad (4.8)$$

define como saída a mesma variável tratada anteriormente.

Para a análise robusta de rejeição de pequenas perturbações para o sistema, será utilizada agora a condição do custo garantido \mathcal{H}_∞ , definido como um limitante superior para a norma \mathcal{H}_∞ (BOYD et al., 1994).

No domínio do tempo, a norma \mathcal{H}_∞ é dada por

$$\sup_{\tilde{\mathbf{w}} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\tilde{y}\|_2}{\|\tilde{\mathbf{w}}\|_2} \quad (4.9)$$

com $\tilde{\mathbf{w}}(t)$ sendo qualquer sinal limitado em norma 2, definida como

$$\|\tilde{\mathbf{w}}\|_2^2 = \int_0^\infty \tilde{\mathbf{w}}'(t)\tilde{\mathbf{w}}(t)dt \quad (4.10)$$

Uma maneira de determinar o valor do custo garantido \mathcal{H}_∞ é buscar um limitante superior γ para a expressão

$$\sup_{\tilde{\mathbf{w}} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\tilde{\mathbf{y}}\|_2}{\|\tilde{\mathbf{w}}\|_2} < \gamma \quad (4.11)$$

Para um sistema estável, o custo garantido pode ser caracterizado por meio da função de Lyapunov quadrática $v(\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t)) = \tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) > 0$, impondo-se (BOYD et al., 1994)

$$\dot{v}(t) + \tilde{\mathbf{y}}'(t)\tilde{\mathbf{y}}(t) - \gamma^2\tilde{\mathbf{w}}'(t)\tilde{\mathbf{w}}(t) < 0 \quad (4.12)$$

Aplicando a função de Lyapunov em (4.12) tem-se que

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}'(t)\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{P}\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) + \tilde{\mathbf{y}}'(t)\tilde{\mathbf{y}}(t) - \gamma^2\tilde{\mathbf{w}}'(t)\tilde{\mathbf{w}}(t) < 0 \quad (4.13)$$

Além disso, é possível substituir a equação (4.4), que descreve o sistema, o que leva a

$$\begin{aligned} &(\tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \tilde{\mathbf{w}}'(t)\mathbf{F}')\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{P}(\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{F}\tilde{\mathbf{w}}(t)) + \\ &+ \tilde{\boldsymbol{\xi}}'(t)\mathbf{J}'\mathbf{J}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) - \gamma^2\tilde{\mathbf{w}}'(t)\tilde{\mathbf{w}}(t) < 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

que fica expresso na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) \\ \tilde{\mathbf{w}}(t) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{J}'\mathbf{J} & \mathbf{P}\mathbf{F} \\ \mathbf{F}'\mathbf{P} & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) \\ \tilde{\mathbf{w}}(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.15)$$

Tem-se que a existência de $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > \mathbf{0}$ e de um $\gamma > 0$ tais que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}'_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t)) + \mathbf{J}'\mathbf{J} & \mathbf{P}\mathbf{F} \\ \mathbf{F}'\mathbf{P} & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.16)$$

assegura (4.12) e, integrando de 0 a ∞ , tem-se que

$$\int_0^\infty \dot{v}(t)dt + \int_0^\infty \tilde{\mathbf{y}}'(t)\tilde{\mathbf{y}}(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty \tilde{\mathbf{w}}'(t)\tilde{\mathbf{w}}(t)dt < 0 \quad (4.17)$$

Dada a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada e a condição inicial nula, tem-se $\int_0^\infty \dot{v}(t)dt = 0$ e, do termo restante, com a definição da norma 2 em (4.10), recupera-se $\|\tilde{y}\|_2/\|\tilde{\mathbf{w}}\|_2 < \gamma$.

Para se obter o custo garantido \mathcal{H}_∞ ótimo sob estabilidade quadrática, resolve-se o problema de otimização

$$\begin{aligned} \mu^* &= \min \mu \\ & \text{s. a} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{P}' > \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{G}'_{cli}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{G}_{cli} + \mathbf{J}'\mathbf{J} & \mathbf{P}\mathbf{F} \\ \mathbf{F}'\mathbf{P} & -\mu\mathbf{I} \end{bmatrix} &< \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, 32 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Neste caso, se (4.18) tiver solução nos vértices $\mathbf{G}_{cli} = \mathbf{G}_i + \mathbf{H}_i\mathbf{K}$, $i = 1, \dots, 32$, dada a convexidade de $\mathbf{G}_{cl}(\boldsymbol{\alpha}(t))$, então o sistema em malha fechada é assintoticamente estável e o custo garantido \mathcal{H}_∞ será dado por

$$\gamma = \sqrt{\mu^*} \quad (4.19)$$

Esta é uma maneira eficiente de calcular o custo garantido \mathcal{H}_∞ , uma vez que problemas de otimização convexa com restrições do tipo LMI, como (4.18), têm sua solução ótima global obtida por algoritmos especializados (BOYD et al., 1994).

Para a análise de rejeição de pequenas perturbações do conversor boost com o controlador robusto \mathcal{H}_2 , suponha primeiramente $\tilde{i}_o(t) = 0$ e $\tilde{v}_{in}(t)$ como qualquer pequena perturbação limitada em norma 2. Aplicando (4.18), tem-se que o custo garantido \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada, obtido por meio do *LMI Control Toolbox* (GAHINET et al., 1995), é dado por $\gamma = 0,7871$. Isso significa que

$$\frac{\|\tilde{y}\|_2}{\|\tilde{v}_{in}\|_2} < 0,7871 \quad (4.20)$$

para qualquer variação paramétrica do sistema dentro dos intervalos (2.27), o que inclui variações instantâneas de um valor de carga para outro, por exemplo.

Outra interpretação importante do custo garantido \mathcal{H}_∞ diz respeito à análise para o sistema suposto incerto e invariante no tempo. Neste caso, o custo garantido \mathcal{H}_∞ representa um limitante superior para o pico do diagrama de Bode de magnitude de $\tilde{v}_{in}(t)$ para $\tilde{y}(t)$ (BOYD et al., 1994), para qualquer combinação de valores dos parâmetros V_{in} ,

R_o e D'_d , dentro dos intervalos dados em (2.27), como mostrado na Figura 4.12.

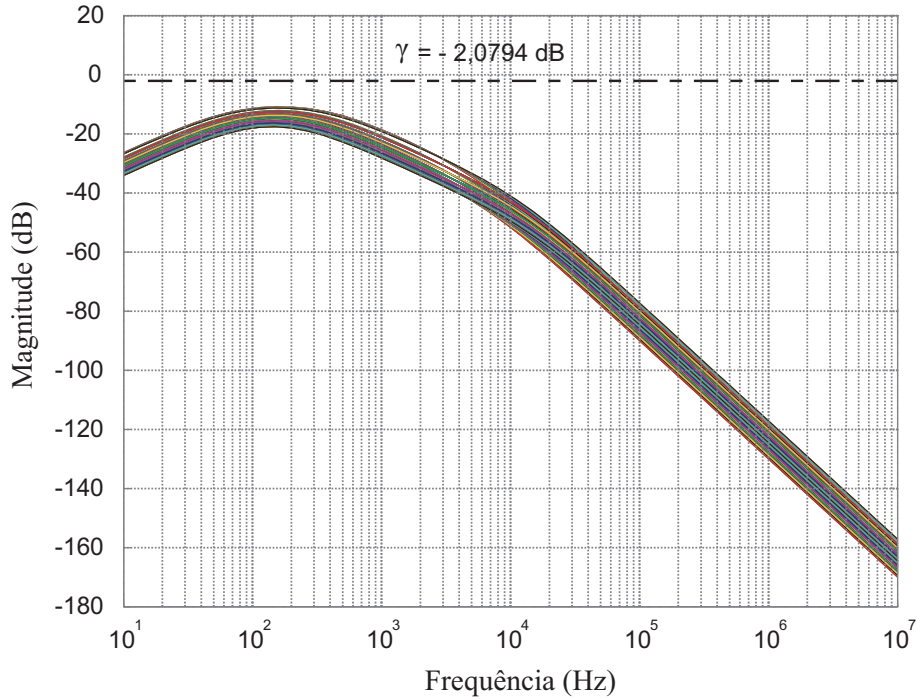


Figura 4.12: Interpretação na frequência da análise \mathcal{H}_∞ para pequenas perturbações em $\tilde{v}_{in}(t)$. Custo garantido \mathcal{H}_∞ dado por $\gamma = 0,7871$ em valor absoluto, ou $\gamma = -2.0794$ dB.

A Figura 4.12 foi obtida fazendo-se a resposta em frequência de $\tilde{v}_{in}(t)$ por $\tilde{y}(t)$ para valores dos parâmetros do sistema V_{in} , R_o e D'_d obtidos de uma varredura dentro dos intervalos dados em (2.27). É imediato observar que o sistema em malha fechada com o controle robusto \mathcal{H}_2 possui boa capacidade de rejeição de pequenas perturbações na tensão de entrada para o intervalo de frequências mostrado. Isto explica, por exemplo, os resultados vistos na Figura 4.2.

Muitos trabalhos tratam da rejeição de perturbações do conversor boost testando apenas variações na tensão de entrada, como mostrado na Figura 4.2. Isto pode levar a análises favoráveis da lei de controle. Uma análise mais rigorosa pode ser obtida verificando também a rejeição de perturbações na corrente de carga $\tilde{i}_o(t)$. Assim, para $\tilde{v}_{in}(t) = 0$ e $\tilde{i}_o(t)$ como qualquer pequena perturbação limitada em norma 2, aplicando (4.18), o custo garantido \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada, obtido por meio do *LMI Control Toolbox* (GAHINET et al., 1995), é dado por

$$\frac{\|\tilde{y}\|_2}{\|\tilde{i}_o\|_2} < 4,2914 \quad (4.21)$$

A mesma interpretação para variações paramétricas arbitrárias dada anteriormente é válida. Este valor também é um limitante superior para o diagrama de Bode de magnitude

de $\tilde{i}_o(t)$ por $\tilde{y}(t)$, para parâmetros do sistema V_{in} , R_o e D'_d dentro dos intervalos dados em (2.27), como indicado na Figura 4.13.

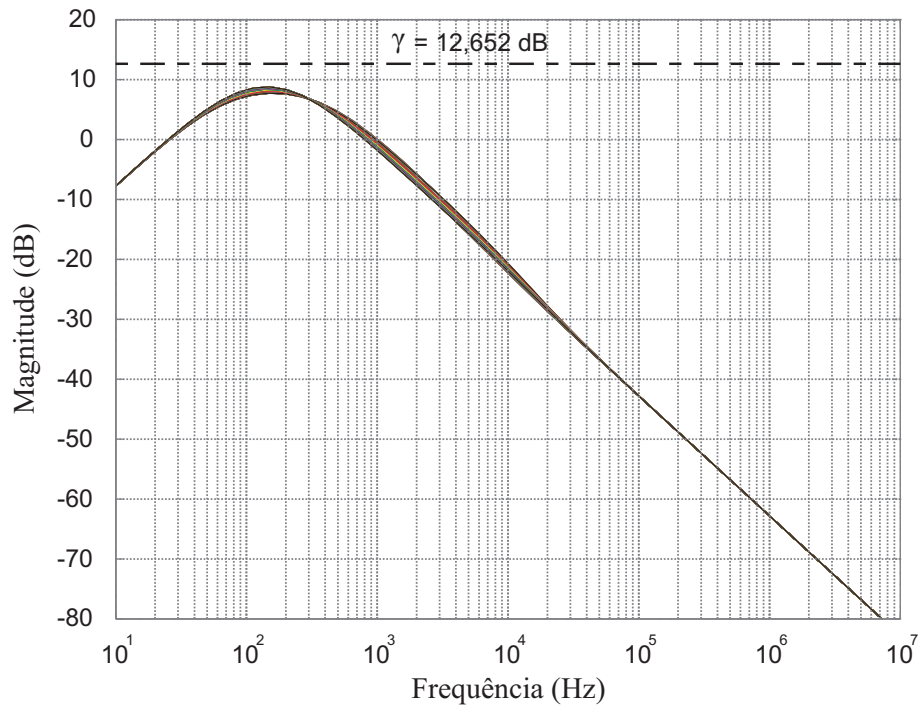


Figura 4.13: Interpretação na frequência da análise \mathcal{H}_∞ para pequenas perturbações em $\tilde{i}_o(t)$. Custo garantido \mathcal{H}_∞ dado por $\gamma = 4,2914$ em valor absoluto, ou $\gamma = 12,652$ dB.

Por meio da análise do custo garantido \mathcal{H}_∞ desta seção, é possível determinar um cenário de pior caso de rejeição de pequenas perturbações para o sistema em malha fechada para os casos de parâmetros incertos, variantes ou invariante no tempo. A partir dos resultados apresentados na Figura 4.12 e na Figura 4.13 pode-se estabelecer limites de operação para o sistema de malha fechada. Pequenas perturbações na tensão de entrada serão rejeitadas em todas as frequências da faixa mostrada, e pequenas perturbações na corrente de carga terão uma pior rejeição para componentes com frequências ao redor de 100 Hz, na faixa investigada.

4.4 Sumário

Este capítulo apresenta resultados de simulação e experimentais para o sistema com o controlador robusto \mathcal{H}_2 . Detalhes do protótipo do conversor boost e do controlador analógico utilizado são descritos. Após, são realizadas simulações para distúrbios na carga e na tensão de entrada do conversor, mostrando bons resultados em malha fechada. Para se ter uma comparação, são mostrados os resultados do controlador robusto \mathcal{H}_2 juntamente com os provenientes de um controlador clássico baseado em dois PIs e de um

controlador projetado por alocação de polos, evidenciando a superioridade dos resultados obtidos com o controlador proposto. Em seguida, apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente e uma comparação com os resultados de simulação, mostrando boa correspondência. Após, define-se um modelo para a análise de rejeição de pequenas perturbações na tensão de entrada e na corrente de carga, e então são apresentadas as LMIs que caracterizam o custo garantido \mathcal{H}_∞ sob estabilidade quadrática, que permitem conclusões sobre a capacidade de rejeição de perturbações do sistema em malha fechada com parâmetros variantes ou invariantes no tempo.

5 *CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS*

Esta dissertação apresentou como contribuição o projeto e a validação experimental de um controlador robusto \mathcal{H}_2 aplicado a um conversor boost com parâmetros variantes no tempo. Primeiramente, o modelo do conversor boost foi investigado, ilustrando-se a validade do uso de um modelo de pequenos sinais linearizado para controle do conversor ao redor de um ponto de operação. Após, uma extensão deste modelo para o caso politópico foi proposta, levando a uma descrição matemática do sistema que representa variações nos parâmetros tensão de entrada, resistência de carga e razão cíclica do ponto de operação. Os vértices do modelo politópico foram detalhados. A seguir, este modelo foi utilizado para derivar controladores robustos a variações paramétricas. Um controlador estabilizante foi abordado e, após, o controlador robusto \mathcal{H}_2 foi descrito em detalhes, levando à formulação do problema de projeto do controlador como um problema de otimização convexa com restrições do tipo LMIs. Esta condição foi utilizada, fornecendo os ganhos do controlador robusto \mathcal{H}_2 , ótimo sob a estabilidade quadrática, para o conversor boost com parâmetros empregados neste trabalho. A equivalência entre o controlador robusto \mathcal{H}_2 projetado e o controlador robusto LQR foi provada.

A diferença do controlador robusto para técnicas lineares de controle usuais para aplicação com o conversor boost é que a técnica proposta garante robustez *a priori*, dispensando simulações exaustivas e testes de robustez sob variações paramétricas particulares, sendo os resultados válidos para qualquer variação arbitrária dos parâmetros resistência de carga, tensão de entrada e razão cíclica do ponto de operação nos intervalos definidos pelo projetista. O controlador foi implementado de forma analógica, levando a resultados experimentais de boa qualidade, e com boa correspondência com as simulações. Testes de robustez levando em conta pequenas perturbações limitadas em norma mostram a capacidade de rejeição de perturbações do sistema em malha fechada sob variações paramétricas e uma interpretação no domínio da frequência para o caso incerto e invariante no tempo também é dada.

As perspectivas de trabalhos futuros são: i) derivação das condições de projeto para o caso de controle em tempo discreto e implementação do mesmo, ii) aplicação da metodologia de projeto e validação para outros conversores, como o conversor buck e inversores, sujeitos a incertezas paramétricas, e iii) a análise da estabilidade do sistema com o controlador proposto utilizando técnicas de análise de sistemas não lineares para investigar a região de atração do ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada.

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, J. *Robust Control: Systems with Uncertain Parameters*. London, England: Springer Verlag, 1993.
- AGORRETA, J. L. et al. Fuzzy switching technique applied to PWM boost converter operating in mixed conduction mode for PV systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 11, p. 4363–4373, nov. 2009.
- ALVAREZ-RAMIREZ, J. et al. A stable design of PI control for DC-DC converters with an RHS zero. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 48, n. 1, p. 103–106, 2001.
- ALVAREZ-RAMIREZ, J.; ESPINOSA-PEREZ, G.; NORIEGA-PINEDA, D. Current-mode control of DC-DC power converters: a backstepping approach. In: *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 190–195.
- ANG, S.; OLIVA, A. *Power-Switching Converters*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2005.
- ARANGO, E. et al. LQR control of an asymmetrical interleaved dual boost converter working in inherent DCM. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics 2005. ISIE 2005*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 721–726.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995.
- BARMISH, B. R. Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 46, n. 4, p. 399–408, ago. 1985.
- BERNUSSOU, J.; PERES, P. L. D.; GEROMEL, J. C. A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems. *Systems & Control Letters*, v. 13, n. 1, p. 65–72, jul. 1989.
- BOYD, S.; BARRATT, C. *Linear Controller Design: Limits of Performance*. [S.l.]: Prentice Hall, 1991.
- BOYD, S. et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994.
- BRANICKY, M. S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, n. 4, p. 475–482, abr. 1998.
- BUSO, S.; MATTAVELLI, P. *Digital Control in Power Electronics*. [S.l.]: Morgan & Claypool Publishers, 2006.

- CARTER, B.; MANCINI, R. *Op Amps for Everyone*. 3rd. ed. [S.l.]: Newnes/Elsevier, 2009.
- CHAN, C.-Y. A nonlinear control for DC-DC power converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 22, n. 1, p. 216–222, jan. 2007.
- CHANG, H.-C.; LIAW, C.-M. Development of a compact switched-reluctance motor drive for EV propulsion with voltage-boosting and PFC charging capabilities. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 58, n. 7, p. 3198–3215, set. 2009.
- CHEN, C.-T. *Linear system theory and design*. 3. ed. New York, USA: Oxford University Press, 1999.
- CHEN, M.; SUN, J. Feedforward current control of boost single-phase PFC converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 21, n. 2, p. 338 – 345, mar. 2006.
- CHILALI, M.; GAHINET, P.; APKARIAN, P. Robust pole placement in LMI regions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 44, n. 12, p. 2257–2270, dez. 1999.
- CHOI, B.; HONG, S.-S.; PARK, H. Modeling and small-signal analysis of controlled on-time boost power-factor-correction circuit. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 48, n. 1, p. 136 –142, fev. 2001.
- CHU, G. et al. A unified approach for the derivation of robust control for boost PFC converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 24, n. 11, p. 2531–2544, nov. 2009.
- CORTES, D. et al. Tracking control of the boost converter. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, v. 151, n. 2, p. 218 – 224, mar. 2004.
- DAAFOUZ, J.; RIEDINGER, P.; IUNG, C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 47, n. 11, p. 1883–1887, nov. 2002.
- DATTA, A.; HO, M.; BHATTACHARYYA, S. *Structure and synthesis of PID controllers*. London, England: Springer, 2000.
- DEAECTO, G. et al. Switched affine systems control design with application to DC - DC converters. *Control Theory & Applications, IET*, v. 4, n. 7, p. 1201 –1210, jul. 2010.
- DORATO, P.; ABDALLAH, C. T.; CERONE, V. *Linear quadratic control: an introduction*. Malabar, USA: Krieger Pub. Co., 2000.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Modern Control Systems*. 11. ed. Upper Saddle River, USA: Prentice Hall, 2008.
- DOYLE, J. C.; FRANCIS, B. A.; TANNENBAUM, A. R. *Feedback Control Theory*. New York, NY: Macmillan Publishing Company, 1992.
- DUPONT, F. et al. Multiple controllers for boost converters under large load range: A ga and fuzzy logic based approach. In: *IEEE International Conference on Industrial Technology - ICIT 2010*. Vinã del Mar: [s.n.], 2010. p. 105 –110.

- DUPONT, F. H. et al. Comparison of digital LQR techniques for DC-DC boost converters with large load range. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems - ISCAS 2011*. [S.l.: s.n.], 2011.
- ERICKSON, R. W. *Fundamentals of Power Electronics*. New York: Chapman & Hall, 1997.
- ESCOBAR, G. et al. A controller for a boost converter with harmonic reduction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 12, n. 5, p. 717 – 726, set. 2004.
- FERREIRA, A. *Sistema supervisorio de gestão de múltiplas fontes de suprimento para aplicações em veículos elétricos*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2007.
- FIGUERES, E. et al. Adaptive two-loop voltage-mode control of DC-DC switching converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 239–253, fev. 2006.
- FRANKLIN, G.; POWELL, J.; WORKMAN, M. *Digital Control of Dynamic Systems*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1998.
- GAHINET, P. et al. *LMI Control Toolbox User's Guide*. Natick, MA: The Math Works Inc., 1995.
- GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; BERNUSSOU, J. On a convex parameter space method for linear control design of uncertain systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, v. 29, p. 381–402, 1991.
- GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; SOUZA, S. R. Quadratic stabilizability of linear uncertain systems with prescribed \mathcal{H}_∞ norm bounds. In: *Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Design Methods of Control Systems*. Zurich, Switzerland: [s.n.], 1991. v. 1, p. 302–307.
- GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; SOUZA, S. R. \mathcal{H}_2 guaranteed cost control for uncertain continuous-time linear systems. *Systems & Control Letters*, v. 19, n. 1, p. 23–27, jul. 1992.
- GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; SOUZA, S. R. \mathcal{H}_2 guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems. *International Journal of Control*, v. 57, n. 4, p. 853–864, abr. 1993.
- GREEN, M.; LIMEBEER, D. J. N. *Linear Robust Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- GUO, L.; HUNG, J. Y.; NELMS, R. M. Evaluation of DSP-Based PID and fuzzy controllers for DC-DC converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 6, p. 2237–2248, jun. 2009.
- HAJIZADEH, A.; GOLKAR, M.; FELIACHI, A. Voltage control and active power management of hybrid fuel-cell/energy-storage power conversion system under unbalanced voltage sag conditions. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 25, n. 4, p. 1195 – 1208, dez. 2010.

- HE, Y.; LUO, F. Design and analysis of adaptive sliding-mode-like controller for DC-DC converters. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, v. 153, n. 3, p. 401 – 410, maio 2006.
- HERNANDEZ-GOMEZ, M. et al. Adaptive PI stabilization of switched power converters. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 18, n. 3, p. 688–698, maio 2010.
- HUA, A.-C.; CHENG, B.-H. Design and implementation of power converters for wind energy conversion system. In: *International Power Electronics Conference IPEC - 2010*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 323 –328.
- HWU, K.; YAU, Y. Performance enhancement of boost converter based on PID controller plus linear-to-nonlinear translator. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 25, n. 5, p. 1351–1361, maio 2010.
- IOANNOU, P.; FIDAN, B. *Adaptive Control Tutorial*. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- KASSAKIAN, J. G.; SCHLECHT, M. F.; VERGHESE, G. C. *Principles of Power Electronics*. Boston, MA: Addison-Wesley, 1991.
- KAZIMIERCZUK, M. *Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2008.
- KAZIMIERCZUK, M.; MASSARINI, A. Feedforward control of DC-DC PWM boost converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 44, n. 2, p. 143–148, 1997.
- KAZIMIERCZUK, M.; STARMAN, L. Dynamic performance of PWM DC-DC boost converter with input voltage feedforward control. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 46, n. 12, p. 1473–1481, 1999.
- KHALIL, H. J. *Nonlinear Systems*. Singapore: Macmillan Publishing Company, 1992.
- LAI, Y.; TSE, C. A unified approach to the design of PWM-based sliding-mode voltage controllers for basic DC-DC converters in continuous conduction mode. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, v. 53, n. 8, p. 1816–1827, ago. 2006.
- LAM, H.; TAN, S. Stability analysis of fuzzy-model-based control systems: application on regulation of switching DC-DC converter. *IET Control Theory & Applications*, v. 3, n. 8, p. 1093, 2009.
- LEUNG, F.; TAM, P.; LI, C. An improved LQR-based controller for switching DC-DC converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 5, p. 521–528, 1993.
- LEUNG, F. H. F.; TAM, P. K. S.; LI, C. K. The control of switching DC-DC converters - a general LQR problem. *IEEE Transactions on industrial electronics*, v. 38, n. 1, p. 65–71, 1991.
- LEYVA, R. et al. Linear state-feedback control of a boost converter for large-signal stability. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 48, n. 4, p. 418–424, abr. 2001.

- LIBERZON, D.; MORSE, A. S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine*, v. 19, n. 5, p. 59–70, out. 1999.
- LIU, J.-J. LMI-based Integral fuzzy control of DC-DC converters. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 14, n. 1, p. 71–80, fev. 2006.
- MALESANI, L.; MATAVELLI, P.; BUSO, S. Robust dead-beat current control for PWM rectifiers and filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 35, n. 3, p. 613–620, maio/jun. 1999.
- MARIETHOZ, S. et al. Comparison of hybrid control techniques for buck and boost DC-DC converters. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 18, n. 5, p. 1126–1145, set. 2010.
- MATTAVELLI, P. et al. General-purpose fuzzy controller for DC-DC converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 12, n. 1, p. 79–86, 1997.
- MEHRAN, K.; GIAOURIS, D.; ZAHAWI, B. Stability analysis and control of nonlinear phenomena in boost converters using model-based Takagi-Sugeno fuzzy approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, v. 57, n. 1, p. 200–212, jan. 2010.
- MIDDLEBROOK, R. D. Topics in multiple-loop regulators and current-mode programming. *IEEE Transactions on Power Electronics*, PE-2, n. 2, p. 109–124, 1987.
- MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. *Power Electronics : Converters, Applications, and Design*. 3rd. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003.
- MONTAGNER, V. et al. State feedback control of switched linear systems: an LMI approach. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 194, n. 2, p. 192–206, out. 2006.
- MONTAGNER, V.; PERES, P. L. D. Robust pole location for a DC-DC converter through parameter dependent control. In: *Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems ISCAS - 2003*. [S.l.: s.n.]. p. III–351–III–354.
- MONTAGNER, V.; PERES, P. L. D. Robust state feedback control applied to a UPS system. In: *The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society IECON - 2003*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 3, p. 2245 – 2250.
- MONTAGNER, V. F. et al. State feedback control of switched linear systems: an LMI approach. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 194, n. 2, p. 192–206, out. 2006.
- MONTAGNER, V. F.; PERES, P. L. D. \mathcal{H}_∞ control with pole location for a DC-DC converter with a switched load. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 125, n. 1, p. 54, 2003.
- NA, W. et al. Light fuel-cell hybrid electric vehicles based on predictive controllers. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 60, n. 1, p. 89 –97, jan. 2011.
- OETTMEIER, F. M. et al. MPC of switching in a boost converter using a hybrid state model with a sliding mode observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 9, p. 3453–3466, set. 2009.

- OFOLI, A. R.; RUBAAI, A. Real-time implementation of a fuzzy logic controller for switch-mode power-stage DC-DC converters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 42, n. 6, p. 1367–1374, nov. 2006.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1990.
- OLALLA, C. et al. Robust LQR control for PWM converters: an LMI approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 7, p. 2548–2558, 2009.
- OLALLA, C. et al. LMI robust control design for boost pwm converters. *Power Electronics, IET*, v. 3, n. 1, p. 75–85, 2010.
- OLIVEIRA, M. C. de; GEROMEL, J. C.; BERNUSSOU, J. Extended \mathcal{H}_2 and \mathcal{H}_∞ characterization and controller parametrizations for discrete-time systems. *International Journal of Control*, v. 75, n. 9, p. 666–679, 2002.
- OLIVEIRA, M. C. de; SKELTON, R. E. Stability tests for constrained linear systems. In: Reza Moheimani, S. O. (Ed.). *Perspectives in Robust Control*. New York: Springer-Verlag, 2001, (Lecture Notes in Control and Information Science, v. 268). p. 241–257.
- PERETZ, M.; BEN-YAAKOV, S. Time-domain design of digital compensators for PWM DC-DC converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, PP, n. 99, 2011.
- QIU, Y.; LIU, H.; CHEN, X. Digital average current-mode control of PWM DC-DC converters without current sensors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 5, p. 1670–1677, maio 2010.
- RASHID, M. *Power Electronics Handbook: Devices, Circuits, and Applications*. [S.l.]: Academic Press, 2006.
- SANTI, E. et al. Synergetic control for DC-DC boost converter: implementation options. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 6, p. 1803–1813, nov. 2003.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. [S.l.]: John Wiley, 2005.
- SOUZA, C. E. de; TROFINO, A.; OLIVEIRA, J. de. Parametric Lyapunov function approach to \mathcal{H}_2 analysis and control of linear parameter-dependent systems. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, v. 150, n. 5, p. 501–508, set. 2003.
- STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Software*, v. 11–12, p. 625–653, 1999. URL: <http://sedumi.mcmaster.ca/>.
- TAN, S.-C. et al. A fast-response sliding-mode controller for boost-type converters with a wide range of operating conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 54, n. 6, p. 3276–3286, dez. 2007.
- TANAKA, K.; WANG, H. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- TAO, G.; KOKOTOVIĆ, P. *Adaptive control of systems with actuator and sensor nonlinearities*. [S.l.]: Wiley, 1996.

- TARBOURIECH, S.; GARCIA, G. (Ed.). *Control of Uncertain Systems with Bounded Inputs*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1997. (Lecture Notes in Control and Information Sciences, v. 227).
- TARBOURIECH, S.; GOMES DA SILVA JR., J. M. Synthesis of controllers for continuous-time delay systems with saturating controls via LMIs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 45, n. 1, p. 105–111, jan. 2000.
- TORRES-PINZON, C. A.; LEYVA, R. Fuzzy control in DC-DC converters: an LMI approach. *35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, p. 510–515, nov. 2009.
- UTKIN, V. *Sliding Modes in Control and Optimization*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1992. (Communication and control engineering series).
- VIDAL-IDIARTE, E. et al. An \mathcal{H}_∞ control strategy for switching converters in sliding-mode current control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 21, n. 2, p. 553 – 556, mar. 2006.
- VIDAL-IDIARTE, E. et al. Analysis and design of \mathcal{H}_∞ control of nonminimum phase-switching converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 50, n. 10, p. 1316–1323, out. 2003.
- VISWANATHAN, K.; ORUGANTI, R.; SRINIVASAN, D. Nonlinear function controller: a simple alternative to fuzzy logic controller for a power electronic converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 52, n. 5, p. 1439–1448, out. 2005.
- WAI, R.-J.; SHIH, L.-C. Design of voltage tracking control for DC-DC boost converter via total sliding-mode technique. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 58, n. 6, p. 2502 –2511, jun. 2011.
- WALKER, G.; SERNIA, P. Cascaded DC-DC converter connection of photovoltaic modules. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 19, n. 4, p. 1130–1139, jul. 2004.
- WALLIS, G.; TYMERSKI, R. Generalized approach for μ synthesis of robust switching regulators. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 36, n. 2, p. 422–431, abr. 2000.
- WILLMANN, G. et al. Multiple-loop \mathcal{H}_∞ control design for uninterruptible power supplies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 54, n. 3, p. 1591–1602, 2007.
- YE, M.; CAO, Z. B. B. Robust control for regenerative braking of battery electric vehicle. *IET Control Theory and Applications*, n. September 2007, p. 1105–1114, 2008.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. *Robust and Optimal Control*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1996.