

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES
DE SEGUNDA ORDEM APLICADO A UM
COMPENSADOR SÍNCRONO ESTÁTICO DE
DISTRIBUIÇÃO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Mauricio Mendes da Silva

**Santa Maria, RS, Brasil
2015**

CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDA ORDEM APLICADO A UM COMPENSADOR SÍNCRONO ESTÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO

Mauricio Mendes da Silva

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM,RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. Robinson F. de Camargo

**Santa Maria, RS, Brasil
2015**

© 2015

Todos os direitos autorais reservados a Mauricio Mendes da Silva. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, Nº 1000, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97105-900;

Endereço Eletrônico: mauriciomendes@ufsm.com

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES DE
SEGUNDA ORDEM APLICADO A UM COMPENSADOR
SÍNCRONO ESTÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO**

elaborada por
Mauricio Mendes da Silva

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

Robinson F. de Camargo, Dr.
(Presidente/Orientador)

Rodrigo Padilha Vieira, Dr. (UFSM)

Jean Patric da Costa, Dr. (UTFPR)

Santa Maria, 13 de Fevereiro de 2015

Dedico este trabalho a Deus por sua presença cósmica, seu poder universal, às energias do Universo, de sua lei magna, regendo tudo a nossa volta.

“Se alguém quiser chegar a ser o que não é, deverá principiar por deixar de ser o que é.”

Raumsol

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDA ORDEM APLICADO A UM COMPENSADOR SÍNCRONO ESTÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO

AUTOR: MAURICIO MENDES DA SILVA

ORIENTADOR: ROBINSON F. DE CAMARGO

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 13 de Fevereiro de 2015.

Nos últimos anos se viu que a escassez dos combustíveis fósseis se torna cada vez mais importante o aprimoramento das energias renováveis, tais como: micro hidro geração, energia solar, energia eólica e outras.

A razão para tal importância se deve a consolidação do que é chamado futuro em termos de geração de energia, sendo este baseado na descentralização da geração de energia através de redes interligadas de pequenos centros geradores/consumidores.

A nível de distribuição, as fontes de geração distribuída, juntamente com as cargas conectadas ao seu barramento, formariam o que é definido como uma micro-rede.

Dependendo da carga instantânea e da capacidade de geração instalada, uma micro-rede pode comportar-se como um ponto de consumo ou de geração de energia em diferentes momentos, sendo capaz também de operar conectada à rede ou de forma ilhada de acordo com a qualidade da energia fornecida ou necessidade do sistema em caso de falta.

Um sistema de geração baseada em um gerador de indução auto excitado (GIAE) operando isolado (ilhado) o que vem a atender estas demandas das chamadas micro-redes. Este tipo de microgeração de energia elétrica pode atender uma série de pequenas cargas se valendo da utilização de pequenas quedas d'água e também turbinas eólicas, localizadas fora dos grandes centros urbanos, devido basicamente as suas características de robustez mecânica e baixo custo, quando comparadas às máquinas síncronas. Estes recursos energéticos podem suprir a necessidade de propriedades rurais ou comunidades isoladas, tais como na região Amazônica, que não estejam próximas do sistema elétrico.

Algumas técnicas de controle foram utilizadas para o sistema GIAE, tais como controladores por histerese e controladores proporcionais-integrais, as quais apresentaram a vantagem relacionada a simplicidade estrutural, porém os controladores não apresentam um grau de robustez adequado. Neste sentido, a presente Dissertação de Mestrado trata do estudo de um controle robusto baseado em modos deslizantes de um sistema GIAE para regulação de tensão baseado em um conversor estático de reativos distribuído DSTATCOM. Este controlador busca incrementar o grau de robustez se comparado aos controladores anteriormente propostos.

O controle de frequência não foi abordado nesta dissertação, porém, a regulação de tensão é realizada a partir do controle da potência reativa do conjunto.

Utilizando um sistema implementado contendo um acoplamento motor/gerador e um inversor pwm que pode emular o comportamento de uma micro central hidrelétrica ou eólica. Os terminais do GIAE alimentam um barramento onde são conectadas cargas com características distintas, caracterizando uma micro-rede, tendo como objetivo a regulação de tensão fornecida pelo gerador ao sistema isolado.

Ao longo desta dissertação, resultados de simulações e experimentais são apresentados, a fim de que, seja demonstrada a aplicabilidade dos métodos de controle, seus desempenhos e a viabilidade técnica do sistema.

Palavras-chave: Gerador de Indução, Energias Renováveis, Controle por Modos Deslizantes, Controle por Modos Deslizantes de Ordem Superior.

ABSTRACT

Master's Dissertation
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

DISCRETE-TIME SUPER-TWISTING SLIDING-MODE CONTROL APPLIED TO A DSTATCOM-BASED VOLTAGE REGULATOR FOR A SELF EXCITED INDUCTION GENERATOR

AUTHOR: MAURICIO MENDES DA SILVA

ADVISOR: ROBINSON F. DE CAMARGO

Place and Date: Santa Maria, February 13rd, 2015.

In the recent years we have seen that due scarcity of fossil fuels it becomes increasingly important the improvement of renewable energy such as micro hydro generation, solar energy, wind power and others.

The reason for such importance is related to the consolidation of what has being called future in terms of power generation, which is based on power generation through decentralization of interconnected small generators and consumer centers.

The distribution level, distributed on generation sources along with the loads connected to its bus, creates a microgrid.

Depending on the instantaneous load and installed generation capacity a microgrid can behave as a consumption point or power generation at different times, being able to operate also connected to the network or isolated form according to the provided power quality or system needs in case of failure.

A generation system based on a self-excited induction generator operates isolated meeting the microgrid demands. This type of electricity micro generation can answer a series of small loads by taking the advantage of the use of small waterfalls and also wind turbines, located outside major urban centers, mainly due to its characteristics of mechanical robustness and low cost when compared to synchronous machines. These energy resources can meet the need of rural properties that are not next to the electrical system, can also be a great solution for people living on islands and oil platforms.

In this fashion this Master's Thesis deals with the study of a robust control based on sliding mode of a GIAE system for regulating voltage based on a static converter reactive distributed DSTATCOM. The frequency control was not covered in this in this research; however, the voltage regulation is performed from the control of reactive power assembly.

This way the use of an implemented system containing a coupling motor-generator and a PWM inverter emulates the behavior of a hydro or wind micro power plant. The GIAE terminals feed a bus where are connected loads with different characteristics, featuring a microgrid, which aims to control the supply voltage stability from the generator to the isolated system.

Throughout this dissertation, simulation and experimental results are presented in order to demonstrate the applicability method to control its performances and the technical feasibility of the system.

Keywords: Induction Generator, Renewable Energy, Sliding Mode Control, Super Twisting Sliding Mode Control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	– Diagrama esquemático do <i>GIAE – DSTATCOM</i> .	20
Figura 2.2	– Representação do circuito equivalente do sistema considerado.	21
Figura 3.1	– Existência de deslizamento somente na intersecção entre as duas superfícies.	29
Figura 3.2	– Representação do controle do tipo relé usando a função sinal.	30
Figura 3.3	– Representação da função sinal com camada limite.	31
Figura 3.4	– Representação da função simóide.	31
Figura 3.5	– Representação da superfície de deslizamento do modo deslizante de segunda ordem.	34
Figura 4.1	– Diagrama de blocos do DSTSMC.	37
Figura 5.1	– Circuito implementado no MATLAB®.	43
Figura 5.2	– Resultado de simulação da corrente i_d medida e de referência.	45
Figura 5.3	– Resultado de simulação da corrente i_q medida e de referência.	45
Figura 5.4	– Resultado de simulação da tensão v_a medida.	46
Figura 5.5	– Protótipo utilizado para obtenção de resultados experimentais.	47
Figura 5.6	– Tensão do barramento cc.	48
Figura 5.7	– Resultado experimental da corrente i_d .	48
Figura 5.8	– Resultado experimental da corrente i_q .	49
Figura 5.9	– Resultado experimental da corrente i_a medida na carga.	49
Figura 5.10	– Resultado experimental da tensão v_a medida.	50
Figura 5.11	– Resultado experimental da corrente i_q .	50
Figura 5.12	– Resultado experimental da corrente de carga i_a .	51

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UE	União Europeia
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
LMI	Diferença Matricial Linear
PI	Controle Proporcional Integral
PLL	<i>Phase Locked Loop</i>
MCH	Micro Central Hidrelétrica
Dstatcom	Conversor estático de reativos distribuído
PAEE	Plano de Ação para a Eficiência Energética
RER	Roteiro das Energia Renováveis
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PROINFRA	Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica
SIN	Sistema Interligado Nacional
DCP	Documento de Concepção do Projeto
PPT	Programa Prioritário de Termelétricas
GI	Gerador de Indução
GIAE	Gerador de Indução Auto Excitado
CEV/MD	Estrutura Variável e Modos Deslizantes
STSM	<i>Super Twisting Sliding Mode</i>
QSM	<i>Quasi Sliding Mode</i>
DSTSMC	<i>Discrete – time Super Twisting Sliding Mode Control</i>
DSMC	<i>Discrete – time Sliding Mode Control</i>
PWM	<i>Power Width Modulation</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Introdução Geral	14
1.2 Objetivo	16
1.2.1 Objetivos específicos	16
1.3 Revisão Bibliográfica	16
1.3.1 Geradores de Indução	16
1.3.2 Regulador de Tensão para Geradores de Indução	17
1.4 Organização da Dissertação	18
1.5 Conclusão	18
2 MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA	20
2.1 Características do Gerador de Indução	20
2.2 Conclusão	26
3 CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL	27
3.1 Modelo do Sistema	27
3.1.1 Superfície de Deslizamento	28
3.2 Modos Deslizantes:	28
3.3 O problema do <i>Chattering</i>:	29
3.4 Análise da função sinal:	30
3.5 Análise da função sinal com camada limite	30
3.6 Análise da função sigmóide:	31
3.7 Controle por Modos Deslizantes	32
3.8 Controle por Modos Deslizantes de Segunda Ordem	32
3.8.1 Principais noções e a declaração do problema	33
3.8.2 Modo Deslizante de Segunda Ordem em Tempo Discreto	34
3.9 Conclusão	36
4 CONTROLE DO GIAE-DSTATCOM	37
4.1 Controlador por Modo Deslizante de Segunda Ordem: Malha de Tensão	38
4.2 Controlador por Modo Deslizante: Malha de Corrente	40
4.3 Conclusão	42
5 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E EXPERIMENTAIS	43
5.1 Simulação computacional	43
5.2 Resultados experimentais	47
5.3 Conclusão	51
6 CONCLUSÃO GERAL	52
6.1 Trabalhos futuros	53
REFERÊNCIAS	54

APÊNDICES	57
A.1 Prova do Teorema 1:	58
A.2 Prova do Teorema 2:	60
ANEXOS	62
A.1 Normalização das Variáveis do Circuito	63
A.2 Equação de Estados da Planta em Coordenadas $\alpha\beta 0$	64
A.3 Equação de Estados da Planta em Coordenadas $dq0$	66

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução Geral

O cenário energético mundial passa por grandes desafios no domínio da energia, tomando o caso da União Europeia (UE) (REPORT; IEA, 2014; PERSPECTIVES; IEA, 2014), tanto em termos de sustentabilidade e de emissões de gases de efeito estufa, como de segurança do abastecimento e da dependência das importações, ou ainda de competitividade e da realização efetiva do mercado interno de energia. Para superar estes desafios a UE lançou o Plano de Ação para a Eficiência Energética (PAEE), e fixou como objetivo reduzir 20 por cento do seu consumo de energia até 2020. Para concretizar este plano propõem-se reduzir o consumo de energia no setor dos transportes, requisitos mínimos de eficiência para os equipamentos consumidores de energia, à sensibilização dos consumidores para um comportamento racional e econômico no consumo de energia, à melhoria da eficiência da produção, ao transporte e distribuição de calor e de eletricidade ou ainda ao desenvolvimento de tecnologias energéticas e ao desempenho energético dos edifícios.

Um dos esforços aplicados pela UE é a utilização de energias renováveis (energia eólica, fotovoltaica, biomassa e biocombustíveis) a qual pode contribuir de forma efetiva na matriz energética. Além disso, contribui para a segurança do aprovisionamento energético e o crescimento e a criação de emprego na Europa, graças ao aumento da produção e do consumo de energia local. Com vista a uma maior penetração das energias renováveis, a UE estabeleceu, no seu Roteiro das Energias Renováveis (RER) (IEA; 1982, 2007-2013; IEA; 969, 2007-2013; EUROPA,), o objetivo obrigatório de aumentar em 20 por cento a contribuição destas energias limpas no universo energético, até 2020.

Já no cenário energético brasileiro, o Governo Federal tem incentivado a ampliação da matriz energética, através de geração descentralizada e a partir de fontes alternativas de energia, dentre as quais aquelas caracterizadas como Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH). Em relação aos programas de incentivos criados pelo Governo Federal, destaca-se o Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (PROINFRA). Este é um programa federal criado pela Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002, com o objetivo de aumentar a participação, no Sistema Elétrico Interligado Nacional, de energia elétrica produzida por empreendimentos concebidos com base em fontes eólicas, pequenas centrais hidrelétricas e biomassa. O programa tem, entre outros, o objetivo de promover a valorização do meio ambiente e a utilização de recursos energéticos locais, visando atingir a sustentabilidade econômica da geração de energia elétrica. O programa pretende atingir esse objetivo, oferecendo incentivo econômico à produção de energia com a utilização de fontes alternativas e de forma descentralizada.

As Pequenas Centrais Hidrelétricas estão localizadas nos estados do Rio de Janeiro (Cachoeiros, Santa Fé e Monte Serrat), Minas Gerais (Carangola, Funil e Bonfante), Espírito Santo (São Pedro, São Simão, São Joaquim e Fumaça IV) e Goiás (Irara e Jataí). As usinas geram e distribuem energia renovável para o Sistema Interligado Nacional (SIN), conforme explicado no Documento de Concepção do Projeto (DCP).

No documento, é possível verificar que a matriz energética brasileira é constituída, principalmente, de energia derivada de grandes usinas hidrelétricas e por energia térmica produzida através de combustíveis fósseis, que teve sua geração aumentada, sobretudo, após a instalação do Programa Prioritário de Termelétricas (PPT). Os projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas podem reduzir a necessidade de construção de grandes usinas hidrelétricas e a necessidade de novas usinas movidas a geração fóssil, que acarretam maiores impactos ambientais.

Neste contexto que esta dissertação se propõem um método de controle robusto para um sistema de Micro Centrais Hidroelétricas (MCH) trabalhando isolado com um compensador estático de reativos. A ideia é aproveitar pequenas quedas d'água e também pequenos rios que possam contribuir como geração de energia elétrica de pequenas propriedades rurais ou residências que estejam afastadas de grandes centros urbanos. A soma destes pequenos aproveitamentos poderá desafogar o sistema interligado de energia que está passando por uma crise energética.

O sistema de MCH trabalhando isolado é indicado para pequenas propriedades que não possuem recursos financeiros para aplicar grandes somas de dinheiro em geradores síncronos que são mais caros é que o trabalho buscou um gerador de indução para reduzir o custo final do sistema. Outro problema enfrentado quando se utiliza geradores de indução é a necessidade de fornecimento de energia reativa para manter a tensão.

Existem algumas técnicas na literatura que fazem a regulação de tensão para geradores de indução auto excitados trabalhando isolados (SCHERER et al., 2011), aqui optou-se em utilizar o DSTATCOM porque a tensão fica mais confiável com menor flutuação de amplitude, evitando picos quando existe comutação de bancos de capacitores. O uso de DSTATCOMs nestes sistemas é bem estudado na literatura (SPITSA; ALEXANDROVITZ; ZEHEB, 2010; SINGH et al., 2009; CHATTERJEE et al., 2009), o trabalho realizado pretende melhorar a eficiência do controle e também a velocidade da resposta do sistema na ocorrência de distúrbios de carga, também verificar a capacidade do controle quando da entrada de carga nominal e até quanto o sistema suporta de carga acima da nominal.

Para fazer este controle algumas técnicas de controle robusto foram estudadas (JAIN et al., 2006; JOSH et al., 2004; SINGH; MURTHY; CHILUPI, 2014) e também aplicadas até se verificar que a melhor foi a técnica de modos deslizantes (GALICIA et al., 2012; UTKIN, 1993) com eliminação de *shattering* através da utilização de uma função auxiliar de controle, em inglês é chamada de *Super Twisting Sliding Mode Control* (RAO; BUSS; UTKIN, 2009; SALGADO et al., 2014).

1.2 Objetivo

O objetivo geral desta dissertação é o projeto de um controlador robusto, com dinâmica rápida, imune a variações paramétricas e dinâmicas não modeladas. Desta forma, após uma revisão na bibliografia para escolher uma técnica que suprisse os requisitos desejados, foi implementado um controlador por modos deslizantes de segunda ordem.

1.2.1 Objetivos específicos

1. Modelagem do sistema, contemplando modelagem elétrica de GIAE/DSTATCOM e sistema elétrico considerado;
2. Procedimento de projeto do controlador por modos deslizantes de segunda ordem;
3. Demonstrar o estudo, a análise e projeto realizados mediante resultados de simulação e experimentais.

1.3 Revisão Bibliográfica

1.3.1 Geradores de Indução

Embora a maioria das máquinas de indução em operação como Gerador de Indução (GI) seja empregada em parques eólicos (JENKINS et al., 2000; AKHMATOV et al., 2003), tais máquinas também têm sido utilizadas em usinas termoelétricas e hidroelétricas de pequeno e médio porte (BELHOMME et al., 1995; MCQUIN; WILLIAMS; WILLIAMSON, 1989; PARSONS, 1984). Assim, com o intuito de obter resultados genéricos, o torque mecânico dos geradores de indução foi considerado constante, i.e. a dinâmica do regulador de velocidade e da fonte primária de energia foi desprezada. Adicionalmente, é importante destacar que recentemente tem crescido o interesse pelo uso do gerador de indução com dupla alimentação (EKANAYAKE; HOLDSWORTH; JENKINS, 2003; LEDESMA; USAOLA, 2005). Contudo, neste trabalho, optou-se por investigar apenas o uso de geradores de indução com rotor tipo gaiola de esquilo sem controles eletrônicos adicionais, visto que este ainda é o tipo de máquina mais utilizada em sistemas de geração distribuída. Assim, o gerador com rotor tipo gaiola de esquilo foi representado por um modelo de sexta ordem nos estudos de transitórios eletromagnéticos, o qual foi reduzido para um modelo de quarta ordem nos estudos de simulação fasorial, ou seja, os transitórios do estator foram desprezados (KUNDUR, 1994). O modelo matemático completo é mostrada a seguir. Em todos os casos analisados, parte da potência reativa consumida pelo gerador de indução é fornecida por um banco trifásico de capacitores instalado junto ao termi-

nal do gerador, cuja capacidade de compensação adotada é igual a 1/3 da potência nominal do gerador, como é comum nesses casos (JENKINS et al., 2000).

Sistema elétrico:

$$\begin{aligned}
 V_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \psi_{qs} + \omega \psi_{ds}, \\
 V_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \psi_{ds} - \omega \psi_{qs}, \\
 V'_{qr} &= R'_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \psi'_{qr} - (\omega - \omega_r) \psi'_{dr}, \\
 V'_{dr} &= R'_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \psi'_{dr} - (\omega - \omega_r) \psi'_{qr}, \\
 T_c &= 1,5P(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}).
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
 \psi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i'_{qr}, \\
 \psi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i'_{dr}, \\
 \psi_{qr} &= L'_r i_{qr} + L_m i_{qs}, \\
 \psi_{dr} &= L'_r i_{dr} + L_m i_{ds}.
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Sistema mecânico:

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{1}{sH} (T_c - T_m) \quad \frac{d}{dt} \theta_m = \omega_m. \tag{1.3}$$

1.3.2 Regulador de Tensão para Geradores de Indução

Para a regulação de tensão, o sinal medido X será dado por (1.1), sendo: \bar{V}_T o fasor da tensão terminal, \bar{I}_T o fasor da corrente terminal, j é o operador complexo $\sqrt{-1}$ e X_c é a reatância de compensação de corrente reativa. Normalmente, um valor positivo de X_c (reactive drop compensation) é empregado para compartilhar a corrente reativa entre diferentes geradores conectados a uma mesma barra. Por outro lado, um valor negativo de X_c (line drop compensation) é adotado com o objetivo de controlar a tensão em uma barra remota, usualmente a tensão terminal do lado de alta do transformador. Neste trabalho, para manter a generalidade dos estudos, compensação de corrente reativa foi negligenciada ($X_c = 0$). Nesse caso, a tensão terminal do gerador é diretamente comparada com a tensão de referência. O uso de compensação de corrente reativa não deve ser confundido com o uso de reguladores de fator de potência (HURLEY;

BIZE; MUMMERT, 1999).

$$X = \|\bar{V}_T - j\bar{I}_T X_c\|. \quad (1.4)$$

A simples conexão do Gerador de Indução (GI) em sistemas de potência isolados e seu acionamento à velocidade superior à velocidade síncrona por meio de uma máquina primária, não garante a geração de energia. Isto ocorre porque o GI, ao contrário das demais tecnologias de geradores, não possui circuito de campo e por isso não é capaz de produzir a potência reativa necessária a sua magnetização.

Desta forma, faz-se necessário o fornecimento de potência reativa por meio de fonte externa para a excitação do GI. Este fenômeno é conhecido como fenômeno de auto excitação e é comumente realizado através da conexão em paralelo de um banco de capacitores de valor específico aos terminais do GI, passando este a ser chamado de Gerador de Indução Auto Excitado (GIAE). O magnetismo residual presente no circuito do rotor do GI mantém uma pequena tensão nos terminais do GI. Esta tensão, aplicada sobre os capacitores gera um fluxo de corrente nos capacitores que, por consequência, causa a elevação da tensão, estabelecendo-se então o fenômeno da autoexcitação. O ponto de equilíbrio será estabelecido e a tensão terminal estabilizará quando a corrente dos capacitores e as correntes induzidas no GI se igualarem. O processo de auto excitação do GI e o projeto dos capacitores de excitação foram temas de inúmeros trabalhos ao longo dos anos, estando estes conceitos bem consolidados na literatura, conforme (BANSAL; BHATI; KOTHARI, 2003; BANSAL, 2005; CHAPALLAZ et al., 1992).

1.4 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada como segue: Capítulo 1 apresenta uma introdução geral sobre o controle abordado nesta dissertação; Capítulo 2 apresenta a modelagem dinâmica do sistema; o Capítulo 3 apresenta uma análise teórica do sistema de controle adotado nesta dissertação; o Capítulo 4 descreve os detalhes do sistema de controle usado; o Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos em simulação e experimentais e o Capítulo 6 apresenta a conclusão geral desta dissertação.

1.5 Conclusão

Neste capítulo foram descritas as técnicas de controle por modo deslizante que serão utilizadas nos estudos dos próximos capítulos.

O controle por modo deslizante de primeira ordem, idealmente, oferece invariância a perturbações alcançáveis pelo controle. Contudo, o fenômeno de *chattering* atinge essa técnica em implementações práticas, em que existem dinâmicas negligenciadas, que podem ser

excitadas pelo chaveamento em alta frequência do sinal de controle, e limitações na frequência em que se possa chavear o sinal de controle, que podem causar *chattering*. Este fenômeno é indesejado por gerar oscilações nas variáveis de estado do sistema que diminuem a robustez do controle e a eficiência energética e causam desgastes de partes mecânicas móveis. Foi estudada uma técnica de um controle por modo deslizante de segunda ordem, o *super – twisting*, que reduz os efeitos do fenômeno indesejado e sem a consequente perda de robustez.

No próximo capítulo será apresentado os detalhes da modelagem do sistema de um gerador de indução auto excitado operando isolado.

2 MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA

Este capítulo descreve os detalhes a modelagem da planta contendo um gerador de indução operando isolado, com uma capacitância de excitação C , que fornece reativos para a partida do gerador. Em paralelo com os capacitores é conectada a carga. Desta forma, para a regulação de tensão é utilizado um conversor estático DSTATCOM, este, injeta potência reativa na rede para manter a excitação do gerador quando há variação de carga. Para conectar o DSTATCOM a linha é usado um filtro L_f (e resistência interna R_f). A Figura 2.1 apresenta o diagrama esquemático do sistema.

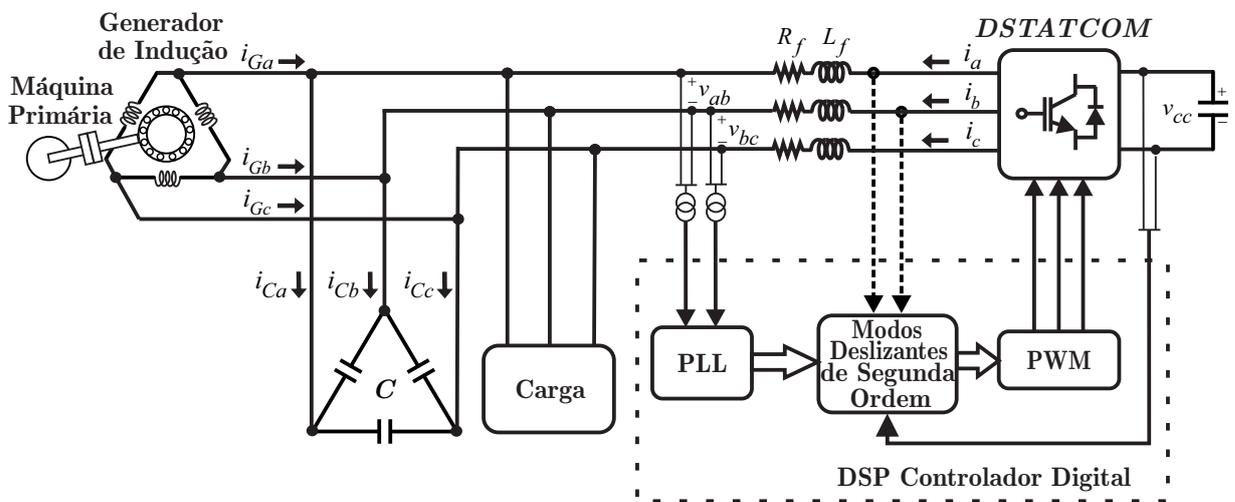


Figura 2.1 – Diagrama esquemático do GIAE – DSTATCOM.

2.1 Características do Gerador de Indução

O uso de geradores de indução apresentam as seguintes vantagens em comparação aos outros tipos de geradores, tais como:

- Não necessita de fonte suplementar em corrente contínua para operar;
- Maior simplicidade construtiva que as máquinas síncronas;
- Pouca manutenção pela ausência de comutadores com escovas;
- Auto proteção contra surtos;
- Menor custo se comparados com geradores síncronos.

O modelo dinâmico do sistema composto por gerador de indução, capacitores de excitação e DSTATCOM é obtido com base no diagrama esquemático do circuito apresentado na

Figura 2.1. O sistema proposto é constituído do gerador de indução, banco de capacitores de excitação, DSTATCOM trifásico e filtro de entrada $L_f R_f$. Desta forma, as equações de estados da planta, desprezando as não linearidades do conversor e a dinâmica do capacitor do barramento CC, podem ser obtidas a partir do circuito equivalente representado na Figura 2.2.

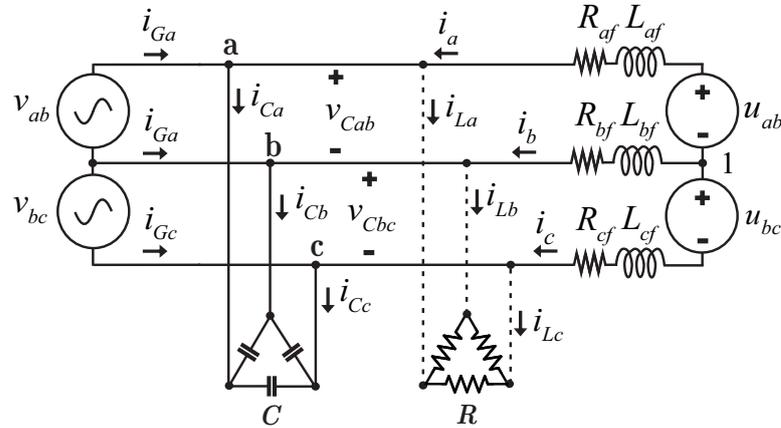


Figura 2.2 – Representação do circuito equivalente do sistema considerado.

A partir da Fig. 2.2 pode-se observar que o gerador de indução foi substituído por fontes ideais de tensão alternada. Trata-se de uma simplificação adotada na modelagem do sistema considerando operação em regime permanente e tensões equilibradas produzidas pelo gerador. O DSTATCOM foi substituído por fontes de tensão e a carga representada por uma carga resistiva. Modelando o sistema pelas leis de *Kirchhoff* das tensões, tem-se

$$v_{ab} - v_{Cab} = 0, \quad (2.1)$$

$$v_{bc} - v_{Cbc} = 0, \quad (2.2)$$

$$-u_{ab} - v_{Ra} - v_{La} + v_{Cab} + v_{Lb} + v_{Rb} = 0, \quad (2.3)$$

$$-u_{bc} - v_{Rb} - v_{Lb} + v_{Cbc} + v_{Lc} + v_{Rc} = 0. \quad (2.4)$$

Pelas leis de *Kirchhoff* das correntes no nó 1 tem-se:

$$i_a + i_b + i_c = 0, \quad (2.5)$$

Desta forma, podemos afirmar que as derivadas são:

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt} = 0. \quad (2.6)$$

Assumindo que as resistências R_f e as indutâncias L_f do filtro são idênticas, onde as diferenças podem ser desprezadas. As quedas de tensão nas resistências de filtro podem ser

definidas como:

$$v_{Ra} = R_f i_a, \quad (2.7)$$

$$v_{Rb} = R_f i_b, \quad (2.8)$$

$$v_{Rc} = R_f i_c. \quad (2.9)$$

As tensões produzidas nas indutâncias podem ser definidas por:

$$v_{La} = L_f \frac{di_a}{dt}, \quad (2.10)$$

$$v_{Lb} = L_f \frac{di_b}{dt}, \quad (2.11)$$

$$v_{Lc} = L_f \frac{di_c}{dt}. \quad (2.12)$$

As quedas de tensão nas resistências do filtro, a partir da multiplicação de R_f em cada termo da equação (2.5), tem-se

$$v_{Ra} + v_{Rb} + v_{Rc} = 0. \quad (2.13)$$

Analogamente, as somas das quedas de tensão nas indutâncias do filtro L_f nos termos da equação (2.6), resulta:

$$v_{La} + v_{Lb} + v_{Lc} = 0. \quad (2.14)$$

Reescrevendo as equações (2.3), (2.4), (2.13) e (2.14), na forma matricial, e isolando os termos referentes a queda de tensão nas resistências e indutâncias do filtro tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Ra} + v_{La} \\ v_{Rb} + v_{Lb} \\ v_{Rc} + v_{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ab} - u_{ab} \\ v_{bc} - u_{bc} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Multiplicando-se os dois lados da equação (2.15), pela matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (2.16)$$

a equação matricial resultante fica:

$$\begin{bmatrix} v_{Ra} + v_{La} \\ v_{Rb} + v_{Lb} \\ v_{Rc} + v_{Lc} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} - u_{ab} \\ v_{bc} - u_{bc} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Abrindo os termos do lado direito da equação (2.17), tem-se

$$\begin{bmatrix} v_{Ra} + v_{La} \\ v_{Rb} + v_{Lb} \\ v_{Rc} + v_{Lc} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Transformando as grandezas de linha para fase nos termos do lado direito da equação (2.18), através de transformação de linha para fase dada na equação abaixo:

$$T_{linha/fase} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (2.19)$$

tem-se

$$\begin{bmatrix} v_{Ra} + v_{La} \\ v_{Rb} + v_{Lb} \\ v_{Rc} + v_{Lc} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Isolando os termos v_{Lx} da equação (2.20) e obtendo as correntes i_a , i_b e i_c e suas derivadas a partir da equação (2.10), (2.11) e (2.12), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} = \frac{R_f}{L_f} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \\ + \frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Pelas leis de *Kirchhoff* das correntes nos nós a , b e c tem-se:

$$i_{Ca} = i_{Ga} + i_a - \frac{v_{Ra}}{R}, \quad (2.22)$$

$$i_{Cb} = i_{Gb} + i_b - \frac{v_{Rb}}{R}, \quad (2.23)$$

$$i_{Cc} = i_{Gc} + i_c - \frac{v_{Rc}}{R}. \quad (2.24)$$

Sabendo que

$$i_{Ca} = C \frac{dv_{Ca}}{dt}, \quad (2.25)$$

$$i_{Cb} = C \frac{dv_{Cb}}{dt}, \quad (2.26)$$

$$i_{Cc} = C \frac{dv_{Cc}}{dt}. \quad (2.27)$$

Substituindo (2.25), (2.26) e (2.27) em (2.22), (2.23) e (2.24), obtém

$$C \frac{dv_{Ca}}{dt} = i_{Ga} + i_a - \frac{v_{Ca}}{R}, \quad (2.28)$$

$$C \frac{dv_{Cb}}{dt} = i_{Gb} + i_b - \frac{v_{Cb}}{R}, \quad (2.29)$$

$$C \frac{dv_{Cc}}{dt} = i_{Gc} + i_c - \frac{v_{Cc}}{R}. \quad (2.30)$$

Isolando a derivada das tensões:

$$\frac{dv_{Ca}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Ga} + \frac{1}{C} i_a - \frac{v_{Ca}}{CR}, \quad (2.31)$$

$$\frac{dv_{Cb}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Gb} + \frac{1}{C} i_b - \frac{v_{Cb}}{CR}, \quad (2.32)$$

$$\frac{dv_{Cc}}{dt} = \frac{1}{C} i_{Gc} + \frac{1}{C} i_c - \frac{v_{Cc}}{CR}. \quad (2.33)$$

Colocando as equações (2.31), (2.32) e (2.33) de forma compacta:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dv_{Ca}}{dt} \\ \frac{dv_{Cb}}{dt} \\ \frac{dv_{Cc}}{dt} \end{bmatrix} &= \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{1}{CR} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Ca} \\ v_{Cb} \\ v_{Cc} \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Ga} \\ i_{Gb} \\ i_{Gc} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

A partir das equações (2.1) e (2.2), pode-se concluir que:

$$v_a = v_{Ca}, \quad (2.35)$$

$$v_b = v_{Cb}, \quad (2.36)$$

$$v_c = v_{Cc}. \quad (2.37)$$

Então, a representação por espaços de estados em coordenadas estacionárias abc é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_{abc}\mathbf{x}(t) + B_{abc}\mathbf{u}(t) + F_{abc}\mathbf{w}(t). \quad (2.38)$$

onde:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{bmatrix}, \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} i_{Ga} \\ i_{Gb} \\ i_{Gc} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

e

$$A_{abc} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & \frac{2}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} \\ 0 & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & \frac{-1}{3L_f} & \frac{2}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} \\ 0 & 0 & \frac{-R_f}{L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{2}{3L_f} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}, B = \frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

A partir das equações de espaço de estados em coordenadas estacionárias abc , fazendo uso de matrizes de transformações apropriadas, é possível decompor o sistema original em um sistema normalizado, composto de apenas dois eixos, direto e quadratura, e eliminar os termos variantes no tempo. Esta técnica é propriamente descrita no Anexo A deste trabalho, obtendo-se ao final as seguintes matrizes:

$$\dot{\mathbf{x}}_{dq}(t) = A_{dq}\mathbf{x}_{dq}(t) + B_{dq}\mathbf{u}_{dq}(t) + F_{dq}\mathbf{w}_{dq}(t). \quad (2.41)$$

onde

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ v_d \\ v_q \end{bmatrix}, \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}, \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} i_{Gd} \\ i_{Gq} \end{bmatrix}. \quad (2.42)$$

$$A_{dq} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & -\omega & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 \\ \omega & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \\ \frac{i_{base}}{C v_{base}} & 0 & \frac{-1}{CR} & -\omega \\ 0 & \frac{-i_{base}}{C v_{base}} & \omega & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}, B_{dq} = \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F_{dq} = \frac{i_{base}}{C v_{base}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

As equações (2.41), (2.42) e (2.43) correspondem ao modelo do sistema, assim será possível o projeto dos controladores a serem empregados na regulação de tensão.

Os detalhes e características de projeto dos controladores são o assunto do capítulo 4 desta dissertação.

2.2 Conclusão

Este capítulo apresentou a modelagem dinâmica do sistema GIAE DSTATCOM, considerou-se o gerador como uma fonte de tensão e o DSTATCOM como uma fonte de tensão contínua para facilitar a implementação de um modelo matemático. O modelo se baseou na contribuição do filtro indutivo e do banco de capacitores de excitação, que considerados juntos são um filtro de segunda ordem.

No próximo capítulo será abordado a técnica de controle por modos deslizantes.

3 CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL

Neste capítulo, será abordado o Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) abordando suas características e definições.

O sistema de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes ((DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988), UTKIN, 1978) é um controle realimentado com alta velocidade de chaveamento, sendo que o chaveamento ocorre quando o estado do sistema cruza certas superfícies contínuas no espaço de estados. Esta estrutura de controle fornece um meio robusto de controlar plantas não lineares.

A característica principal do CEV/MD é utilizar uma lei de controle chaveada para levar a trajetória dos estados da planta em direção a uma superfície específica (chamada superfície de chaveamento ou superfície de deslizamento) no espaço de estados, e manter a trajetória dos estados nesta superfície durante o tempo subsequente. A superfície em questão é determinada pelo projetista conforme a necessidade do projeto. O comportamento em que a trajetória de estados atinge a superfície de deslizamento e nela permanece, é chamado Modo Deslizante.

Quando o sistema está no modo deslizante, o mesmo sofre menor influência por parte de alterações paramétrica ou de distúrbios externos, o que dá robustez ao sistema controlado.

A existência de um modo deslizante requer a convergência da trajetória de estado para a superfície de deslizamento. Uma lei de controle chaveada deve então ser projetada para assegurar que a trajetória de estados se dirija à superfície de deslizamento (alcançabilidade) e nela permaneça durante todo o tempo subsequente (atratividade) (BARTOLINI; FERRARA; UTKIN, 1992).

Para se projetar CEV/MD é necessário assegurar a existência de um modo deslizante na superfície de deslizamento. Assim, é possível dividir o projeto em duas etapas:

(i) Escolher uma superfície de deslizamento, de tal maneira que a dinâmica da planta, quando em deslizamento, tenha o comportamento desejado; (ii) Desenvolver uma lei de controle que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizante.

O sistema com CEV/MD é caracterizado por ser insensível a certas perturbações que ocorrem nos canais de entrada do sistema, ditas perturbações casadas (UTKIN, 1993).

3.1 Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas não lineares no vetor de estado $x(t)$ e linear no vetor controle $u(t)$, da forma:

$$\dot{x} = f(x,t) + B(t,x)u(t), \quad (3.1)$$

sendo o vetor de estados $x \in \mathfrak{R}^n$, o vetor de controle $u \in \mathfrak{R}^m$, $f(t,x) \in \mathfrak{R}^n$ e $B(t,x) \in \mathfrak{R}^{n \times m}$. Além disso, cada elemento de $f(t,x)$ e $B(t,x)$ são supostos contínuos, com derivadas contínuas e limitadas com respeito à x .

3.1.1 Superfície de Deslizamento

A superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$ é um espaço fechado de dimensão $(n - m)$ em \mathfrak{R}^n , determinado pela intersecção de superfícies de deslizamento de dimensão $(n - m)$. As superfícies de deslizamento são projetadas tal que o sistema, restrito à superfície $\sigma(x(t)) = 0$, tenha comportamento desejado.

Seja a superfície de deslizamento definida por:

$$\{x(t) | \sigma(x(t)) = 0\} \quad (3.2)$$

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ tem a forma:

$$u_i(t,x) = \begin{cases} u_i^+(t,x) - \sigma_i(x(t)) > 0 \\ u_i^-(t,x) - \sigma_i(x(t)) < 0 \end{cases}, i = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

sendo $x(t)\sigma_i(x(t)) = 0$ a i -ésima superfície de deslizamento associada com a superfície de deslizamento (3.2) de dimensão $(n - m)$. As superfícies de deslizamento são projetadas tal que a resposta do sistema restrito à $\{x(t) | \sigma(x(t)) = 0\}$ tenha o comportamento desejado com respeito à estabilidade, linearidade ou rastreamento.

Por clareza e conveniência, considera-se neste trabalho, a superfície de deslizamento linear da forma:

$$\{x(t) | \sigma(x(t)) = Sx(t) = 0\} \quad (3.4)$$

Em que é chamada matriz da superfície de deslizamento, sendo $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$. Por simplicidade, a notação utilizada para designar a superfície de deslizamento será:

$$\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0 \quad (3.5)$$

3.2 Modos Deslizantes:

Depois de projetar a superfície de deslizamento adequada, o próximo passo essencial no CEV/MD é garantir a existência de um modo deslizante. Um modo deslizante existe se na vizinhança da superfície de deslizamento, a tangente ou vetor velocidade da trajetória de estado

sempre está direcionado para a superfície de deslizamento. Assim, se a trajetória do estado intercepta a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado ou *ponto representativo* se mantém dentro de uma vizinhança de $x(t) | \sigma_i(x(t)) = 0$. Se o modo deslizante existe em $\sigma(x(t)) = 0$, então $\sigma(x(t))$ é chamado superfície de deslizamento.

Como visto na Figura 3.1, o modo deslizante não pode existir na i -ésima superfície deslizante separadamente, mas somente na intersecção de todas as superfícies

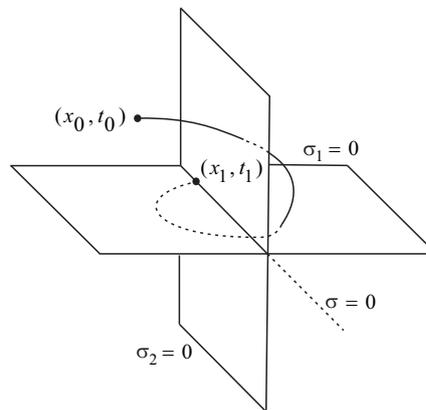


Figura 3.1 – Existência de deslizamento somente na intersecção entre as duas superfícies.

Um modo deslizante ideal existe somente quando a trajetória de estado $x(t)$ da planta controlada satisfaz $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq 0$, para algum t_0 . Isto requer chaveamentos infinitamente rápidos. Em sistemas reais isto é praticamente impossível, pois todas as funções com controle chaveado têm imperfeições tais como retardamento, histereses, etc., que forçam os deslizamentos ocorrerem em uma frequência finita. A trajetória de estado então oscila em certa vizinhança da superfície de deslizamento. Esta oscilação é chamada de *chattering*.

Portanto, o modo deslizante real não ocorre sobre as superfícies contínuas, mas dentro de uma camada limite (UTKIN, 1978; UTKIN, 1992).

3.3 O problema do *Chattering*:

Durante os estágios iniciais do desenvolvimento da teoria de controle por modos deslizantes, o *chattering* foi o principal obstáculo para a sua implementação. O *chattering* é um fenômeno prejudicial, pois reduz a precisão do controlador, alto desgaste em movimentos de partes mecânicas e grandes perdas de calor em circuitos de alimentação.

Há duas razões que podem levar ao *chattering*:

(a) O *chattering* pode ser causado por uma dinâmica rápida que é negligenciada no modelo ideal. Estas dinâmicas não modeladas em tempo contínuo são geralmente desconsideradas em modelos, servomecanismos e sensores;

(B) O segundo motivo de *chattering* é a utilização de controladores em tempo discreto de amostragem, o que provoca o chamado *discrete chattering*. Teoricamente, o modo de des-

lizamento ideal implica em uma frequência de comutação infinita. Desde que o controle seja constante dentro de um intervalo de amostragem, a frequência de comutação não pode exceder o da amostragem, o que também leva ao *chattering*.

3.4 Análise da função sinal:

Uma lei de controle por modo deslizante força as trajetórias do sistema à variedade $P(x) = \{x \in \mathfrak{R}^n : \sigma(x)\}$, pode ser definida como:

$$u = -k\tau \text{sign}(\sigma(x)) \quad (3.6)$$

onde $\sigma(x)$ é a variável de chaveamento e k é um ganho escalar. O gráfico mostrado na figura abaixo ilustra o comportamento do controle descontínuo em que a função sinal é definida como:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

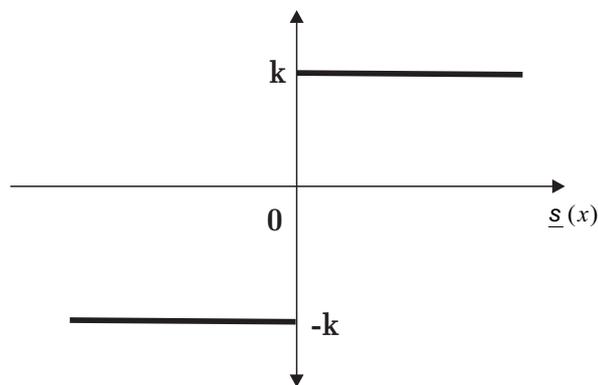


Figura 3.2 – Representação do controle do tipo relé usando a função sinal.

3.5 Análise da função sinal com camada limite

Em uma implementação prática do controle por modo deslizante o sistema controlado pode sofrer com efeitos de *chattering*. Uma das soluções que pode ser adotada é a técnica da camada limite em que $\sigma(x) \rightarrow 0$, diferentemente da função sinal em que, a variável de chaveamento é forçada para uma camada de largura 2ε em torno da superfície deslizante, ou seja, $|\sigma(x)| \rightarrow \varepsilon$.

Isto é realizado com a substituição da função sinal pela seguinte equação:

$$u = -k\tau \frac{\sigma(x)}{|\sigma(x)| + \varepsilon}. \quad (3.8)$$

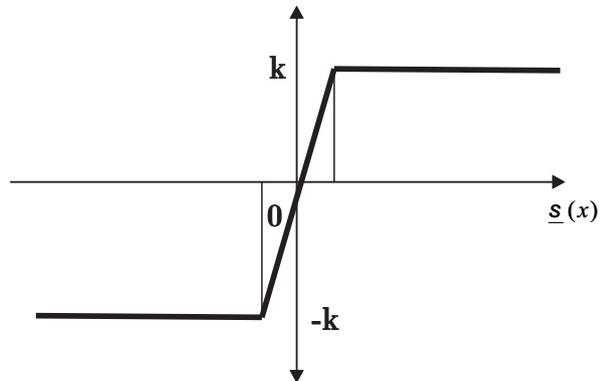


Figura 3.3 – Representação da função sinal com camada limite.

Consequentemente, a trajetória fica confinada em uma camada limite de largura 2ε , em torno da superfície de deslizamento.

3.6 Análise da função sigmóide:

A função sigmóide é muito usada na economia e computação. Neste caso será usada para suavizar o comportamento da função sinal.

$$u = -\rho\tau \|e(x)\| \frac{-2}{1 + e^{k\sigma(x)}} + 1. \quad (3.9)$$

onde $0 < \rho < 1$ é um escalar de ganho para a norma do erro, $k > 1$ é o ganho relacionado com o valor da camada limite.

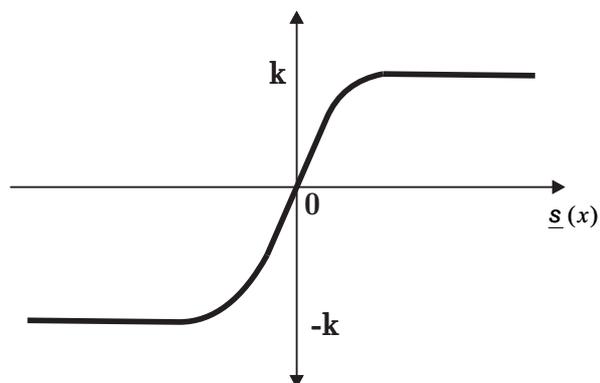


Figura 3.4 – Representação da função sigmóide.

3.7 Controle por Modos Deslizantes

Dado um sistema não linear e a fim no controle, escrito como:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + h(x,t), \quad (3.10)$$

em que $x \in \mathfrak{R}^n$ representa o vetor de estado, $u \in \mathfrak{R}^m$ o vetor de variáveis de controle, $f(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ e $g(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ são campos vetoriais e, ainda, $h(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ representa perturbações e incertezas alcançáveis pelo controle, ou seja, que podem ser expressas como $h(x,t) = g(x)\gamma(x,t)$. Um controle por modo deslizante ideal garante que forçando o sistema (3.10) a se comportar sob um conjunto de m restrições definidas em termos das suas variáveis de estado (por exemplo $x_1 + x_2 = 0$), a dinâmica restringida, denominada de dinâmica de modos deslizantes e escrita como:

$$\dot{x}_{md} = f_{md}(x_{md}), \quad (3.11)$$

terá dimensão reduzida igual a $n - m$ e, conseqüentemente, $x_{md} \in \mathfrak{R}^{n-m}$ e $f_{md}(x_{md}) : \mathfrak{R}^{n-m} \rightarrow \mathfrak{R}^{n-m}$. Além disso, essa dinâmica será estável, invariante a $h(x,t)$. A definição das restrições é normalmente feita por meio de uma superfície

$$\sigma(x) = 0, \quad (3.12)$$

ou uma variedade $M(x) = \{x \in \mathfrak{R}^n\} : \sigma(x) = 0$ com $\sigma(x)\mathfrak{R}^m$ e tem como objetivo uma dinâmica de modo deslizante estável e que atenda a objetivos e requisitos de desempenho de controle, como regulação, rastreamento de trajetória, tempo de resposta, entre outros. Já a lei de controle u atende a seguinte estrutura:

$$u_i = \begin{cases} \psi_i^+(x) \rightarrow \sigma_i(x) > 0 \\ \psi_i^-(x) \rightarrow \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

em que $i = 1, 2, \dots, m$ e deve ser projetada de tal forma a garantir que as trajetórias das variáveis de estado do sistema (3.10) atendam as restrições (3.12) em tempo finito. Dessa maneira, o sistema é forçado ao modo deslizante,

3.8 Controle por Modos Deslizantes de Segunda Ordem

A abordagem de controle de modo deslizante (UTKIN, 1992; ZINOBER, 1994) é baseado em manter uma exata e adequada restrição na alta frequência de comutação do controle. A abordagem explora as principais características do modo de deslizamento: a sua insensibili-

dade à distúrbios externos e internos, precisão final e transitória em tempo finito. No entanto, a utilização de modo deslizante padrão tem algumas restrições. Se a tarefa é a de manter uma superfície variável de saída igual a zero, o modo de deslizamento padrão pode ser implementado apenas quando o grau relativo da superfície for 1. Em outras palavras, o controle tem de aparecer explicitamente na primeira derivada da superfície σ . Além disso, a comutação do controle de alta frequência leva ao chamado efeito de *chattering* que é exibido pela alta frequência de vibração da planta controlada e pode ser perigoso em algumas aplicações.

Alguns métodos foram propostos para resolver estas dificuldades. Em particular, controle de alto ganho com a saturação se aproxima da função sinal e diminui o *chattering*; enquanto o estimador on-line do chamado controle equivalente (UTKIN, 1992) é utilizado para reduzir o componente de controle descontínua (SLOTINE; LI, 1991), o método de deslizamento por sector (FURUTA; PAN, 2000) é adequado para controlar sistemas lineares com perturbação mas invariantes no tempo. No entanto, a abordagem mais abrangente parece ser a de modo de deslizamento por abordagem de ordem (EMELIANOV; KOROVIN; LEVANTOVSKY, 1986; LEVANT, 1993; BARTOLINI; PISANO; USAI, 2002), o que permite que todas as restrições acima possam ser resolvidas, preservando os principais recursos do modo de deslizamento e melhorar sua precisão na presença de imperfeições de comutação.

Em particular, modos deslizantes de segunda ordem são utilizados para remover o *chattering* ou para manter restrições de segundo grau relativo e já foram implantadas com sucesso para a solução de vários problemas (BARTOLINI; PISANO; USAI, 2002; BARTOLINI; FERRARA; PUNTA, 2000; BARTOLINI et al., 2003; FERRARA; GIACOMINI, 2000; FLOQUET; BARBOT; PERRUQUETTI, 2003).

Em (SALGADO et al., 2014; FRIDMAN et al., 2011; KAMAL et al., 2011) é proposto um novo sistema de controle chamado *Super Twisting Sliding Mode* (STSM) em tempo discreto por modo deslizante de ordem superior baseado em (SU; DRAKUNOV; OZGUNER, 1996) onde o *sliding mode* discreto possui um chaveamento que segue a trajetória, porém, para uma superfície de deslizamento em tempo finito. Aqui a trajetória move-se sobre uma superfície e permanece dentro de limites de frequência de chaveamento que foi chamado de *Quasi Sliding Mode* (QSM). A convergência do erro em um chaveamento limitado por fronteiras bem definidas também pode ser chamado de *Discrete Sliding Mode* (DSM). No esquema do STSM a trajetória entra dentro de camadas de fronteiras na vizinhança da superfície de deslizamento e permanece nela para sempre em tempo finito.

3.8.1 Principais noções e a declaração do problema

Com base na definição de (FILIPPOV, 1988), qualquer equação diferencial descontínua $\dot{x} = v(x)$, onde $x \in \mathfrak{R}^n$ e v é um vetor localmente limitada e mensurável, é substituído por uma equação diferencial equivalente $\dot{x} \in V(x)$. No caso mais simples, quando v é contínuo quase em

toda a parte, $V(x)$ é o aproximação convexo do conjunto de todos os limites possíveis de $v(y)$ com $y \rightarrow x$, enquanto y são pontos de V . Soluções da equação são definidas como funções absolutamente contínuas de $x(t)$, satisfazendo a inclusão diferencial em quase toda parte. E na sequencia, a equação $\dot{x} = v(x)$ pode ser considerado como um resultado de um aproximação suave do sistema dinâmico por algum possivelmente dinâmico retorno descontínuo.

Sendo σ uma função de saída suave. Então, desde que

- sucessivas derivadas totais $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ são funções contínuas de um sistema em malha fechada, e

- a série $\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0$ é chamada de $r - slidingmode$ (r-ésima ordem do modo deslizante).

A condição adicional de Filippov, a velocidade da série contendo mais de 1 vetor pode ser imposta em ordem de exclusão para alguns casos triviais. Isto é natural para ordem de deslizamento r estrita se σ^r é descontínuo ou não existe nas vizinhanças de $r - slidingmode$, mas a ordem do modo de deslizamento são em maioria consideradas estritas por definição.

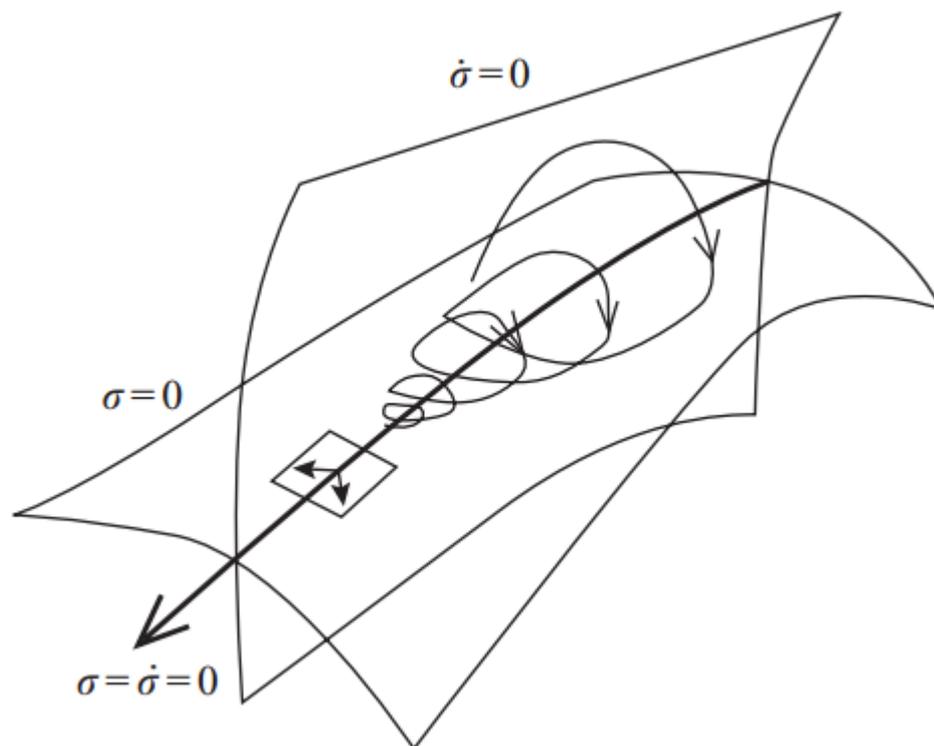


Figura 3.5 – Representação da superfície de deslizamento do modo deslizante de segunda ordem.

3.8.2 Modo Deslizante de Segunda Ordem em Tempo Discreto

O resultado a seguir é necessário para demonstrar a convergência do Modo Deslizante de Segunda Ordem.

Considere um sistema dinâmico não linear:

$$\begin{aligned}x_{1(k+1)} &= f_1(x_{1(k)}, x_{2(k)}), x_{1(0)} = x_{10} \\x_{2(k+1)} &= f_2(x_{1(k)}, x_{2(k)}), x_{2(0)} = x_{20}.\end{aligned}\tag{3.14}$$

onde f_1 e f_2 são funções contínuas suaves. Assume-se que existe uma função tal que $V : D \times \mathfrak{R}^{n_2} \rightarrow \mathfrak{R}$ e uma classe K de funções $\alpha(\cdot), \beta(\cdot)$ tal que a seguinte inequação é verdadeira

$$\alpha(\|x_1\|) \leq V(x_1, x_2) \leq \beta(\|x_2\|)\tag{3.15}$$

onde $x_1 \in D$ e $x_2 \in \mathfrak{R}^{n_2}$.

Além disso, assume-se que existe uma função contínua $W : D \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que $W(x_1) > 0, \|x_1\| > \mu$,

$$\Delta V(x_1, x_2) \leq -W(x_1)\tag{3.16}$$

onde $x_1 \in D$ e $x_2 \in \mathfrak{R}^{n_2}$, $\mu > 0$, é tal que $B_{\alpha^{-1}(\beta(\mu))}(0) \subset D$. Também assume-se que:

$$\sup V(f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2))\tag{3.17}$$

existe. Então o sistema dinâmico não linear 3.14 é em última análise delimitada por x_1 com fronteiras em $\varepsilon = \alpha^{-1}$, onde

$$\eta = \max\{\beta(\mu), \sup V(f(x_1, x_2))\}\tag{3.18}$$

Além disso, $\limsup_{k \rightarrow \infty} \|x_1\| \leq \alpha^{-1}(\eta)$. Se, em adição $D = \mathfrak{R}^n$ e $\alpha(\cdot)$ é uma classe de função K_∞ , então o sistema dinâmico não linear (3.14) é globalmente limitado com respeito a x_1 uniformemente em x_2 com fronteira em ε . Usando a definição vista em (HADDAD; CHELLABOINA, 2008), o sistema não linear em tempo discreto (3.14) é uniformemente limitado com fronteira ε só existe se $\phi > 0$ tal que, para todo $\delta \in (0, \phi)$, existe $T_f = T_f(\delta, \varepsilon) > 0$ tal que $\|x_0\| < \delta$ implica que $\|x(k)\| < \varepsilon, k \geq k_0 + T_f$.

Observação: A definição anterior tem significado em tempo finito para modo deslizante em tempo discreto. O teorema anterior tem importância quando usado com o corolário a seguir e é a principal ferramenta usada para demonstrar o algoritmo do modo deslizante de segunda ordem.

Corolário: Considere o sistema dinâmico não linear (3.14). Assume-se que existe uma função contínua $V : D \times \mathfrak{R}^{n_2} \rightarrow \mathfrak{R}$ e uma classe K de funções $\alpha(\cdot), \beta(\cdot)$ tal que a equação 3.15 é verdadeira. E também assume que existem uma classe K função de $\gamma : D \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que:

$$\Delta V(x_1, x_2) \leq -\gamma(\|x_1\|) + \gamma(\mu),\tag{3.19}$$

onde $x_1 \in D$ e $x_2 \in \mathfrak{R}^{n_2}$, $\mu > 0$, é tal que $B_{\alpha^{-1}(\beta(\mu))}(0) \subset D$. Então o sistema dinâmico não linear 3.14 é limitado com relação a x_1 uniformemente em x_2 com fronteira $\varepsilon = \alpha^{-1}(\eta)$,

onde $\eta = \beta(\mu) + \gamma(\mu)$.

Além disso, $\limsup_{k \rightarrow \infty} \|x_1\| \leq \alpha^{-1}(\eta)$. Se, em adição $D = \mathfrak{R}^n$ e $\alpha(\cdot)$ é uma classe de função K_∞ , então o sistema dinâmico não linear (3.14) é globalmente limitado com respeito a x_1 uniformemente em x_2 com fronteira em ε .

3.9 Conclusão

Este capítulo apresentou características e definições do Controle por Estrutura Variável e Modos Deslizantes. Também trouxe o modelo do sistema de controle, a sua necessidade da existência de uma superfície de deslizamento. A dinâmica do controle exige um chaveamento em alta frequência que também foi tratado neste capítulo, os problemas que decorrem deste chaveamento e as principais formas de reduzir ou eliminá-los.

E por fim mostrou o controle por modos deslizantes de segunda ordem, a definição do problema e como equacioná-lo em tempo discreto.

4 CONTROLE DO GIAE-DSTATCOM

A partir do conhecimento das variáveis de interesse em coordenadas síncronas dq , torna-se possível a implementação do controle do sistema do DSTATCOM PWM. A Figura 4.1 mostra o diagrama de blocos simplificado do sistema de controle do DSTATCOM. O controle do barramento CC é realizada através da corrente do eixo direto realizada por dois circuitos de controle, uma tensão externa, e a outra interna de corrente. A malha externa de tensão consiste de um PI cuja entrada é o erro entre a tensão do barramento CC do DSTATCOM (v_{cc}), e seu valor de referência (V_{cc}^*), gerando na sua saída, a corrente de referência no eixo direto, conforme apresentado por (SCHERER et al., 2011), a qual não será abordada nesta dissertação. Enquanto o circuito de corrente interna emprega um segundo controlador PI cuja entrada é o sinal de erro a partir da comparação entre a corrente de referência obtido a partir da malha externa de tensão e a corrente medida no eixo d .

A amplitude da tensão de saída do sistema de geração é realizado através do controle da corrente fornecida pelo DSTATCOM ao eixo quadratura, também é realizada por duas malhas de controle, uma malha tensão externa e outra malha de corrente. O circuito de tensão exterior também é constituído por um controlador de *Discrete Super Twisting Sliding MOde Control* (DSTSMC) tem como erros de entrada entre a tensão de saída do gerador, mostradas na Figura 4.1 em dq (v_{dq}) e sua referência de valor (v_{dq}^*), gerando na sua saída da corrente de referência no eixo de quadratura. Compreende um controlador DSMC, a malha interna de corrente tem como entrada o sinal de erro a partir da comparação da corrente de referência obtido a partir da malha externa de tensão e a corrente medida do eixo de quadratura.

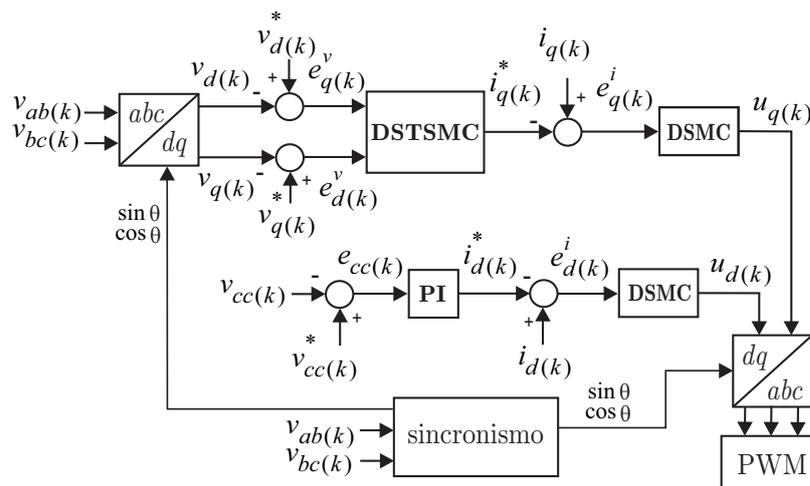


Figura 4.1 – Diagrama de blocos do DSTSMC.

4.1 Controlador por Modo Deslizante de Segunda Ordem: Malha de Tensão

O controlador por modos deslizantes de segunda ordem para malha de tensão é utilizado para regular a amplitude da tensão, que depende de uma componente sobre o eixo direto e outra sobre o eixo de quadratura, sendo que, a componente sobre o eixo de quadratura tem uma importância maior pelo fato de que se quer manter um nível suficiente de energia reativa no sistema de forma a se ter uma corrente de magnetização do gerador necessária. Já a componente no eixo direto vai sempre manter um nível correto de energia no barramento CC.

Considere o sistema linear

$$\begin{aligned} v_{(k+1)} &= H_1 v_{(k)} + H_2 i_{(k)} \\ y_{(k)} &= C^v v_{(k)}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{C} & 0 \\ 0 & \frac{\tau}{C} \end{bmatrix}.$$

Calculo do observador

$$\begin{aligned} \hat{v}_{(k+1)} &= H_1 \hat{v}_{(k)} + H_2 i_{(k)} + H_3 (y_{(k)} - y_{(k)}^*) \\ \hat{y}_{(k)} &= C^v \hat{v}_{(k)}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde

$$H_3 = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{\tau}{RC} \end{bmatrix}.$$

Subtraindo (4.1) e (4.2) fica

$$\begin{aligned} v_{(k+1)} - \hat{v}_{(k+1)} &= (H_1 - H_3 C^v)(v_{(k)} - \hat{v}_{(k)}) \\ y_{(k)} &= C^v v_{(k)}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Onde o erro estimado pode ser calculado como a diferença entre a tensão medida e a tensão estimada:

$$e_{(k+1)}^v = (H_1 - H_3 C^v) e_{(k)}^v. \quad (4.4)$$

Pode-se calcular o erro em relação a referência:

$$e_{(k)}^v = v_{(k)}^* - \hat{v}_{(k)}. \quad (4.5)$$

O erro em (k+1) tem o mesmo comportamento dinâmico do sistema:

$$e_{(k+1)}^v = H_1 e_{(k)}^v - H_2 i_{(k)} + H_3 v_{(k)}^*. \quad (4.6)$$

Para o laço de tensão, pode-se considerar o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} v_{(k+1)} &= H_1 v_{(k)} + H_2 i_{(k)} + H_3 (y_{(k)} - y_{(k)}^*) \\ y_{(k)} &= C^v v_{(k)}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Reescrevendo $y(k)$ com $C^v v(k)$, a malha fechada pode ser obtida como

$$v_{(k+1)} = (H_1 - H_3 C^v) v_{(k)} + H_2 i_{(k)} + H_3 v_{(k)}. \quad (4.8)$$

O comportamento dinâmico em malha fechada é determinado pelos autovalores da matriz $(H_1 - H_3 C^v)$.

A diferença entre $v_{(k+1)}$ e $v_{(k+1)}^*$ é definido como o vetor de erro estimado $e_{(k+1)}$, dado por

$$e_{(k+1)}^v = v_{(k+1)} - v_{(k+1)}^*. \quad (4.9)$$

Comportamento dinâmico do sistema, pode ser definido

$$e_{(k+1)}^v = H_1 e_{(k)}^v - H_2 i_{(k)}^*. \quad (4.10)$$

Uma superfície de deslizamento pode ser formada em termos do vetor erro estimado $e_{(k+1)}^v$, dado por

$$\sigma_{(k+1)}^v = e_{(k+1)}^v. \quad (4.11)$$

De acordo com o diagrama de blocos da Figura 4.1 pode-se ter dois laços de tensão como um sistema de segunda ordem. Este tipo de sistema é adequado para uso de um controle por modos deslizantes de segunda ordem.

$$\begin{aligned} x_{1(k+1)} &= \rho_1 x_{1(k)} + \tau x_{2(k)} - \tau k_1 |x_{1(k)}|^{1/2} \text{sign}(x_{1(k)}), \\ x_{2(k+1)} &= \rho_2 x_{2(k)} - \tau k_2 \text{sign}(x_{1(k)}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde $|x_{1(k)}|$ é o erro estimado absoluto de tensão, τ é o tempo de amostragem, $x_{i(k)} \in \mathfrak{R}$ são os estado, $\rho_i \in \mathfrak{R}^+$, $\rho < 1$, $k_i \in \mathfrak{R}$ para $i = 1, 2$, são os ganhos para alcançar a convergência de (4.12) da origem.

A equação (4.12) é um modo de deslizamento modificado pela discretização de *Euler* a partir da técnica de modos deslizantes em tempo contínuo de segunda ordem. O sistema (4.12) pode ser representado como:

$$x_{(k+1)} = \mathbf{A} x_{1(k)} + \mathbf{B}(k) \text{sign}(x_{1(k)}), \quad (4.13)$$

onde $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$ e $\mathbf{B}_{(k)} \in \mathfrak{R}^2$ são

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \rho_1 & \tau \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{(k)} = \begin{bmatrix} -\tau k_1 \|x_{1(k)}\|^{1/2} \\ -\tau k_2 \end{bmatrix}$$

Teorema 1: Considere o sistema dinâmico não linear de segunda ordem dado por (4.12) se a seguinte LMI:

$$A^T(P + \Lambda)A - (1 - \rho) < -Q, \quad (4.14)$$

possui uma solução definida positiva $P = P^T > 0$ então um sistema dinâmico não linear (4.15) converge assintoticamente para a esfera B_r com centro na origem $B_r := x : \|x\|^2 < r$ caracterizada por um raio.

$$r = \frac{c}{1 - \rho}, \quad (4.15)$$

onde

$$\begin{aligned} 0 < \rho < 1, \\ c &:= \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \|Q_{-1}\|_F^2 \\ \bar{\delta}_1 &:= \delta_1 + \tau^4 k_1^2 k_2^2 z_{12} \omega_1, \bar{\delta}_2 := k_2^2 \tau^2 (\tau^2 k_1^2 z_{12}^2 \omega_1 + z_{22}), \delta_1 := \tau^2 k_1^2 z_{11} \\ \omega_1 &\in \mathfrak{R}^+, Z = [\Lambda^{-1} + P], (Z, \Lambda, P) \in \mathfrak{R}^{2 \times 2} \\ \Lambda^{-1} &= (\Lambda^{-1})^T > 0; \Lambda, P \in \mathfrak{R}^{2 \times 2} \\ Z &= \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

A prova do teorema 1 será implementada no Apêndice A.1. ■

Portanto, para o controle da energia reativa, tem-se:

$$\begin{aligned} \rho_1^s \sigma_{d(k)}^v + \tau \sigma_{q(k)}^v - k_1^s \tau |e_{d(k)}^v|^{1/2} \text{sign}(\sigma_{d(k)}^v) &= H_1 e_{s(k)}^v - H_2 i_{q(k)}^*, \\ \sigma_{q(k+1)}^v &= \rho_2^s \sigma_{q(k)}^v - \tau k_2 \text{sign}(\sigma_{d(k)}^v). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Portanto, a referência de corrente para a malha interna para o eixo de quadratura apenas, a referência para o eixo direto vem do controle PI que não é abordado nesta dissertação, pode ser obtida por:

$$i_{q(k)}^* = (H_2^v)^{-1} \{H_1^v e_{d(k)} + \rho_1 \sigma_{d(k)}^v + \tau \sigma_{q(k)}^v - k_1 \tau |e_{d(k)}^v|^{1/2} \text{sign}(\sigma_{d(k)}^v)\}. \quad (4.18)$$

4.2 Controlador por Modo Deslizante: Malha de Corrente

Como o controle de corrente em malha fechada é análogo ao controle da malha externa de tensão, pode-se usar a mesma estratégia de controle.

Para a malha de corrente pode-se considerar a seguinte função de predição de estados:

$$\begin{aligned} i_{(k+1)} &= H_4 i_{(k)} + H_5 u_{(k)} + H_6 (y_{(k)} - y_{(k)}^*) \\ y_{(k)} &= C^i i_{(k)}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde,

$$\begin{aligned} H_4 &= \begin{bmatrix} \frac{-\tau R_f}{L_f} & \omega \\ \omega & \frac{-\tau R_f}{L_f} \end{bmatrix}, H_5 = \begin{bmatrix} \frac{-\tau}{L_f} & 0 \\ 0 & \frac{-\tau}{L_f} \end{bmatrix}, \\ H_6 &= \begin{bmatrix} \frac{\tau}{L_f} & 0 \\ 0 & \frac{\tau}{L_f} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Reescrevendo $y_{(k)}$ com $C^i i_{(k)}$, a referência de corrente é obtida como:

$$i_{(k+1)}^* = (H_4 - H_6 C^i) i_{(k)} + H_5 u_{(k)} + H_6 i_{(k)}. \quad (4.20)$$

A diferença entre $i_{(k+1)}^*$ e $i_{(k+1)}$ é o vetor erro $e_{(k+1)}^i$, dado por

$$e_{(k+1)}^i = i_{(k+1)}^* - i_{(k+1)}. \quad (4.21)$$

Como o erro de predição possui o mesmo comportamento dinâmico do sistema, pode-se definir:

$$e_{(k+1)}^i = H_5 u_{(k)} - H_4 e_{(k)}^i. \quad (4.22)$$

Uma superfície deslizamento é formada em termos do vetor erro $e_{(k+1)}^i$, dado por:

$$\sigma_{(k+1)}^i = e_{(k+1)}^i. \quad (4.23)$$

Teorema 2: Considerando que o sistema dinâmico pode-se expressar uma lei de amortecimento como segue:

$$\sigma_{(k+1)}^i = \rho^i \sigma_{(k)}^i - \varepsilon \tau |e_{(k)}^i| \text{sign}(\sigma_{(k)}^i) \quad (4.24)$$

onde $|e_{(k)}^i|$ é o módulo do erro de corrente, $\varepsilon > 0$ e ρ^i são coeficientes de amortecimento ($0 < \rho^i < 1$). Assim, com os coeficientes de chaveamento, a trajetória dos estados convergem rapidamente para a superfície de deslizamento. Este movimento ao longo da superfície de deslizamento garante um comportamento estável.

A prova é mostrada no Apêndice A.2. ■ ■

Realocando $\sigma_{(k+1)}^i$ a partir de (4.22) e (4.24) em (4.23), e ainda:

$$H_5 u_{(k)} - H_4 e_{(k)}^i = \rho^i \sigma_{(k)}^i - \varepsilon \tau |e_{(k)}^i| \text{sign}(\sigma_{(k)}^i). \quad (4.25)$$

Portanto, a função de controle pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} u_{d(k)} &= (H_5)^{-1} \{ H_4 e_{d(k)}^i + \rho_d^i \sigma_{d(k)}^i - \varepsilon_d \tau |e_{d(k)}^i| \text{sign}(\sigma_{d(k)}^i) \} \\ u_{q(k)} &= (H_5)^{-1} \{ H_4 e_{q(k)}^i + \rho_q^i \sigma_{q(k)}^i - \varepsilon_q \tau |e_{q(k)}^i| \text{sign}(\sigma_{q(k)}^i) \}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

4.3 Conclusão

Com o modelo matemático do sistema GIAE-DSTATCOM visto no Capítulo 2 e as informações teóricas dos controladores por modos deslizantes do Capítulo 3 desta dissertação foi possível fazer uma estratégia de controle robusta e eficiente para a regulação de tensão. Onde se optou por um controle por modos deslizantes de segunda ordem do tipo *super – twisting* para a malha de tensão e um controlador por modos deslizantes com camada limite para as malhas de corrente.

Na malha externa de controle da tensão do barramento CC foi usado um controlador do tipo PI, dado que, o barramento não foi tema desta dissertação e que sua dinâmica mais lenta não impacta na eficiência da regulação de tensão. O importante é manter um valor de carga em torno de 450V em corrente contínua para assegurar que o DSTATCOM tenha energia suficiente para suprir os reativos solicitados pela carga.

Com base nas equações obtidas e teoremas considerados, a seguir será apresentado o capítulo que trata dos resultados de simulações e experimentais com base nos controladores propostos.

5 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão apresentados os resultados de simulações e experimentais do sistema, relativo a regulação de tensão com o controle DSTSMC e regulação de corrente usando DSMC aplicado em um GIAE-DSTATCOM trifásico a três fios, os quais validam os resultados teóricos propostos.

Inicialmente, os parâmetros de simulação que foram utilizados no programa MATLAB[®] serão descritos a seguir.

5.1 Simulação computacional

Na simulação computacional do sistema completo foi adotado o programa MATLAB[®], pois possibilita a implementação do controle digital de forma similar ao aplicado no processador digital de sinais (DSP). A descrição dos blocos usados na simulação conforme é apresentado na Figura 5.1.

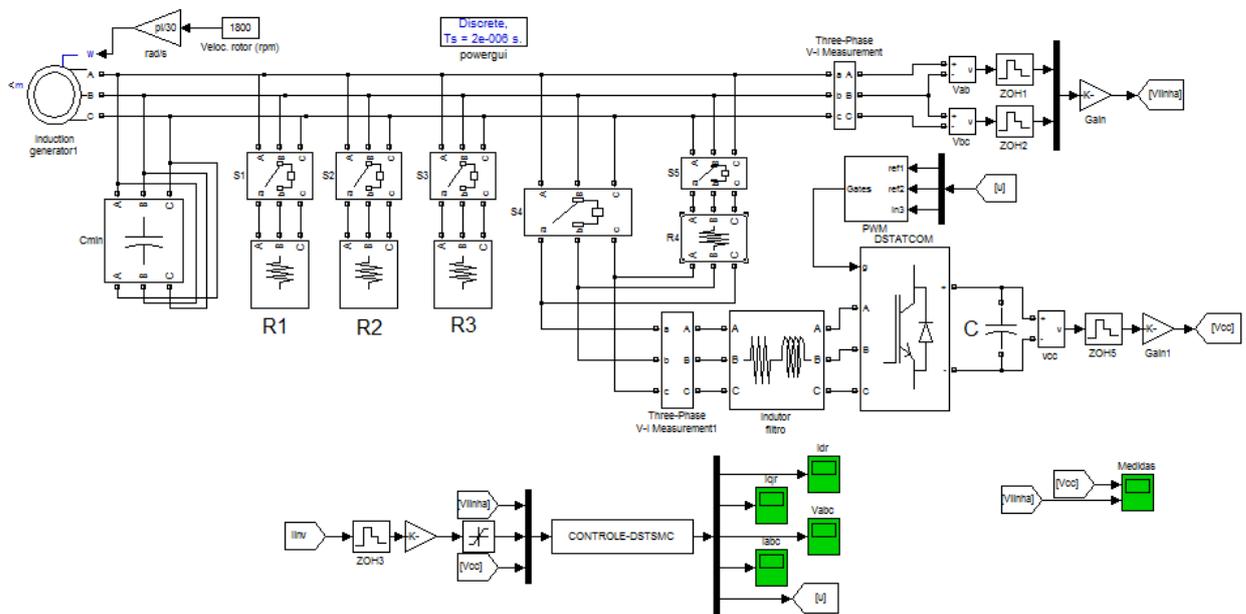


Figura 5.1 – Circuito implementado no MATLAB[®].

A Tabela 5.1 mostra elementos principais usados na simulação do sistema GIAE DS-TATCOM. Na Tabela 5.2 é mostrado os parâmetros e ganhos utilizados na simulação.

Tabela 5.1 – Blocos principais da simulação

Blocos Matlab			
C_{min}	$40\mu F$	Indutor de Filtro	$1,7mF$
$S1/S2$	Contator 1 e 2	DSTATCOM	Inversor Trifásico
$S3$	Contator 3	$R1/R2/R3$	$1.800W/1.800W/600W$
$S5$	Contator 5	$R4$	10Ω
GIAE	Gerador de Indução	Controle DSTSMC	Código Fonte
C	$4700\mu F$	Comando	PWM

Tabela 5.2 – Parâmetros da simulação

Parâmetros	
Barramento CC	$900(V_{cc})$
Freq. Chaveamento	$10kHz$
Tempo Chav. τ	$0,0001 s$
Ganho ρ_1	$0,49$
Ganho ρ_2	$0,991$
Ganho k_1	$0,0109$
Ganho k_2	$0,0109$
Ganho ε	10.000
Ganho ρ_q^i	$0,6$
Ganho ρ_d^i	$0,7$

A Figura 5.2 apresenta o comportamento da corrente i_d do controlador obtido por simulação.

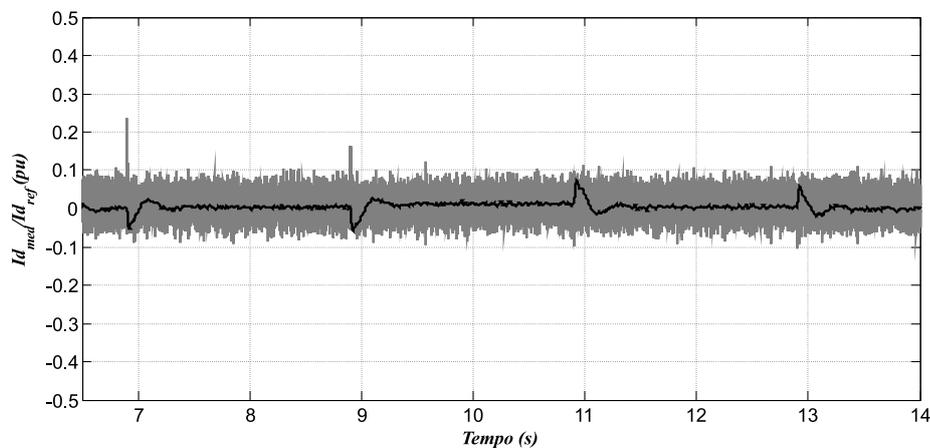


Figura 5.2 – Resultado de simulação da corrente i_d medida e de referência.

A Figura 5.3 apresenta o comportamento da corrente i_q do controlador obtido por simulação. Pode-se ver que em $t=6,9s$ aproximadamente é conectada uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) e em $t=8,9s$ aproximadamente é conectada mais uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) totalizando $1pu$. Em $t=10,9s$ é desconectada a primeira carga e em $t=12,9s$ é desconectada a segunda carga. Pode-se observar que i_q medida segue perfeitamente i_{q_ref} de referência.

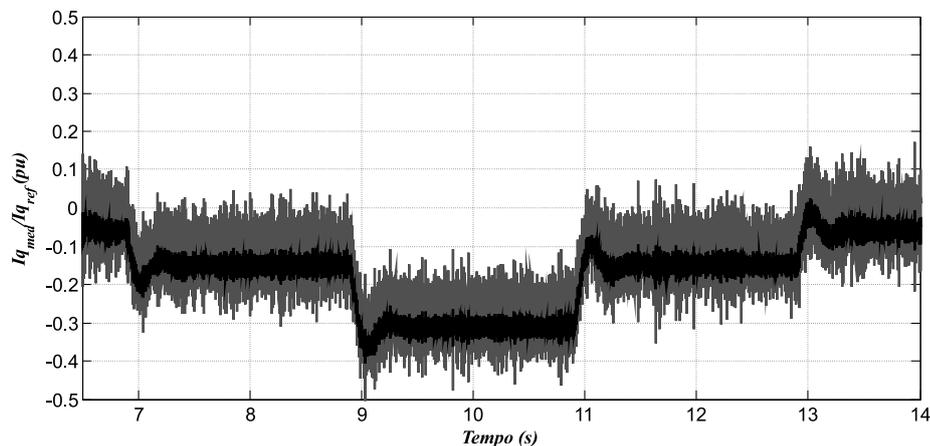


Figura 5.3 – Resultado de simulação da corrente i_q medida e de referência.

A Figura 5.4 apresenta o comportamento da tensão v_a obtida por simulação. Pode-se observar que em $t=6,9s$ aproximadamente é conectada uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) e em $t=8,9s$ aproximadamente é conectada mais uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) totalizando $1pu$, posteriormente, foi desconectada a primeira carga em $t=10,9s$ e a segunda carga em $t=12,9s$. É possível verificar que há um afundamento na tensão quando cada carga é conectada, e uma sobretensão quando são desconectadas.

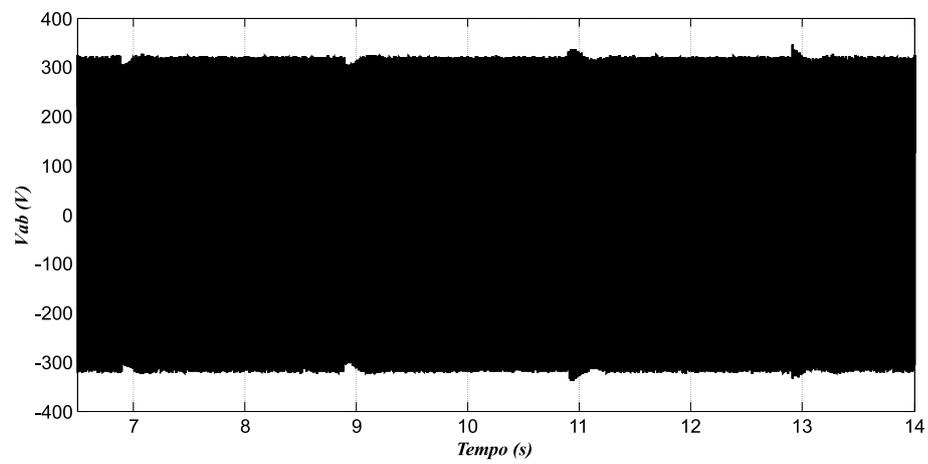


Figura 5.4 – Resultado de simulação da tensão va medida.

5.2 Resultados experimentais

A implementação do sistema apresentado na Figura 5.1 foi desenvolvida e se encontram conforme descrição dos dispositivos da Tabela 5.3. Os resultados foram obtidos usando um DSP TMS320F28335, de ponto flutuante, 16 bit, 150 MHz, conversor A/D e 16 canais PWM. Um osciloscópio digital, para aquisição dos sinais de modelo DPO3054 de 500MHz da Tektronix, foi utilizado.

Tabela 5.3 – Parâmetros do sistema SEIG-DSTATCOM.

<i>Item</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Valor</i>
Capacitância de Filtro	C	40 μ F
Indutância de Filtro	L _f	1.7mH
Capacitância do Barramento	C _{cc}	4700 μ F/900V
Gerador de Indução	IG	5HP
Máquina Primária	MP	7.5HP
Inversor de Frequência	FI	CFW08

A Figura 5.5 mostra uma visão geral do protótipo construído. As partes constituintes do protótipo serão melhores descritas, separadamente, nas seções seguintes. O conjunto máquina primária/gerador empregado no protótipo é composto por uma máquina de indução de 7,5 CV da Voges Motors (Modelo VIF 112 M4-E249), sendo aplicada como máquina primária, enquanto que uma máquina de indução de 5 CV, também da Voges Motors (Modelo V 100 L4), é empregada como gerador.



Figura 5.5 – Protótipo utilizado para obtenção de resultados experimentais.

A Figura 5.6 ilustra o procedimento de carga do barramento CC do inversor PWM.

Em $t=5,9s$ os IGBTs do DSTATCOM são habilitados e o controle passa a atuar sobre as chaves, fazendo com que a tensão sobre o barramento CC seja controlada em aproximadamente 450V. O *ripple* é decorrente do comportamento dinâmico do controlador que na malha de corrente foi usada a técnica de modos deslizantes.

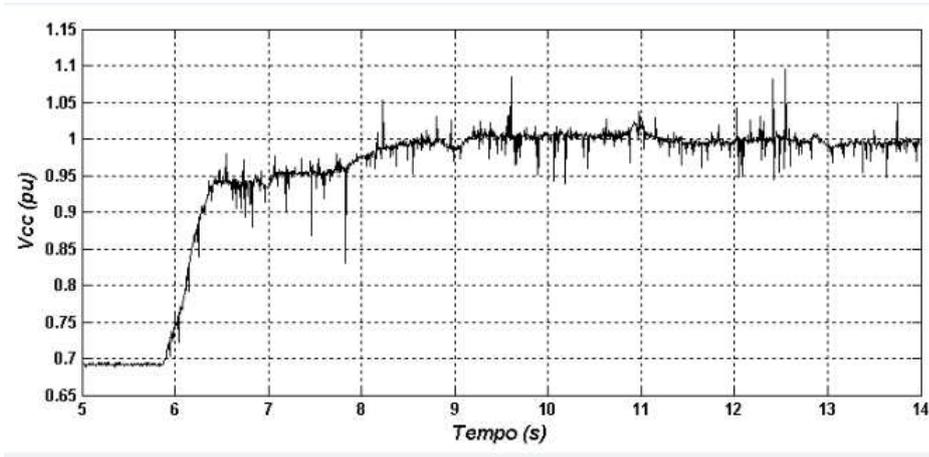


Figura 5.6 – Tensão do barramento cc.

A Figura 5.7 apresenta o comportamento da corrente i_d do controlador obtido dos buffer's do DSP.

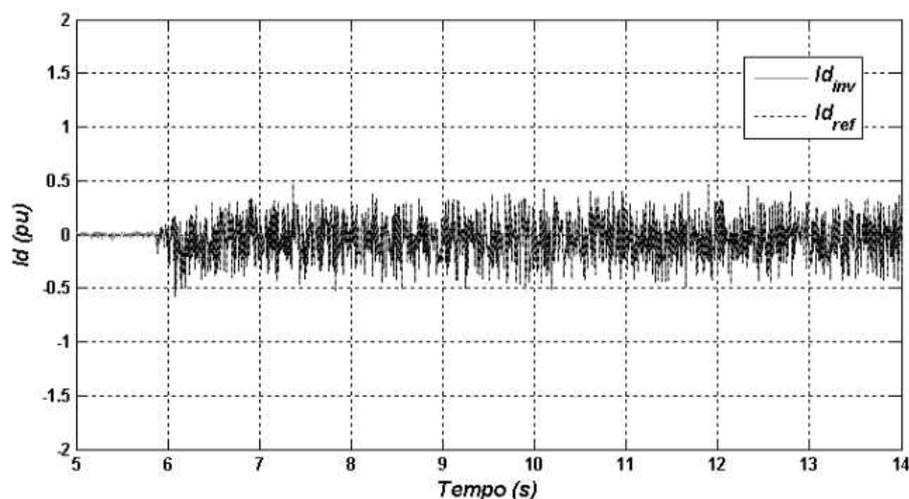


Figura 5.7 – Resultado experimental da corrente i_d .

A Figura 5.8 apresenta o comportamento da corrente i_q do controlador obtido dos buffer's do DSP. É possível verificar que em $t=6,9s$ aproximadamente é conectada uma carga de 0,5pu (1800W) e em $t=8,9s$ aproximadamente é conectada mais uma carga de 0,5pu (1800W) totalizando 1pu. Em $t=10,9s$ é desconectada a primeira carga e em $t=12,9s$ é desconectada a segunda carga. Pode-se observar que i_q medida segue perfeitamente $i_{q_{ref}}$ de referência.

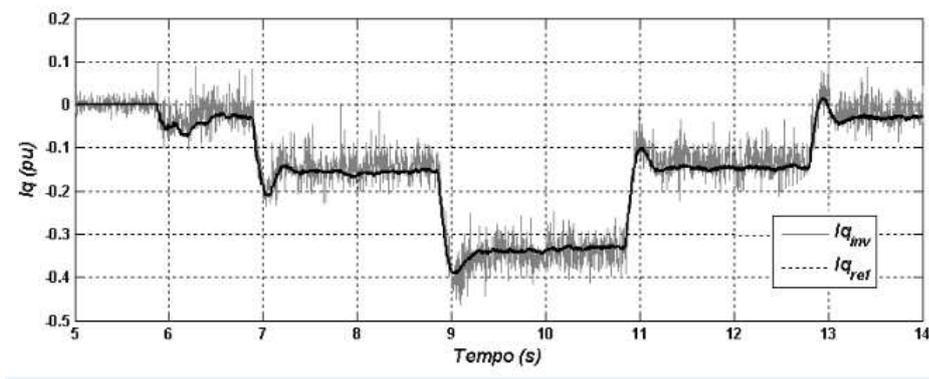


Figura 5.8 – Resultado experimental da corrente i_q .

A Figura 5.9 apresenta o comportamento da corrente i_a medida na carga pelo osciloscópio e compilada no Matlab. Pode-se verificar que em $t=6,9s$ aproximadamente é conectada uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) e em $t=8,9s$ aproximadamente é conectada mais uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) totalizando $1pu$, mesmo procedimento anterior. Observa-se uma sobrecorrente no período transitório que não afeta o bom desempenho do controlador.

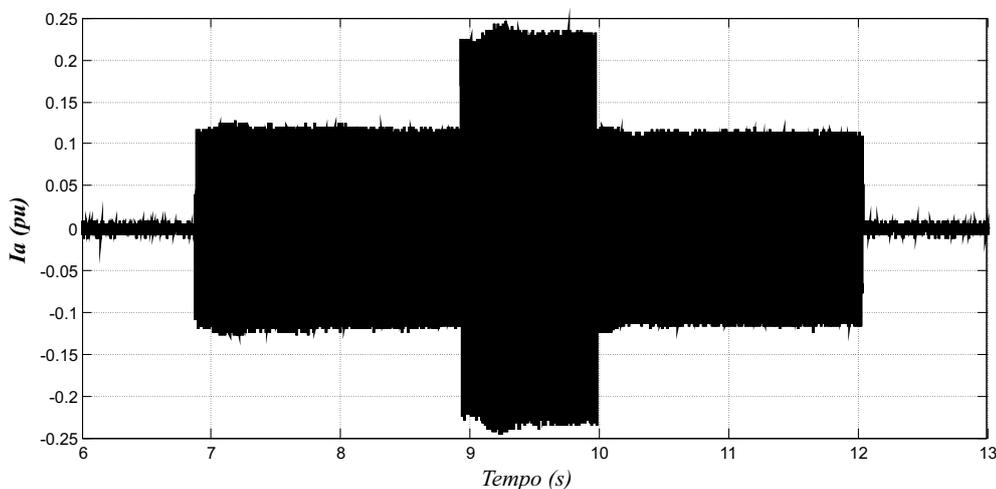


Figura 5.9 – Resultado experimental da corrente i_a medida na carga.

A Figura 5.10 apresenta o comportamento da tensão v_a medida nos terminais do gerador pelo osciloscópio e compilada no Matlab. Pode-se observar que em $t=6,9s$ aproximadamente é conectada uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) e em $t=8,9s$ aproximadamente é conectada mais uma carga de $0,5pu$ ($1800W$) totalizando $1pu$, posteriormente, foi desconectada a primeira carga em $t=9,9s$ e a segunda carga em $t=11,9s$. É possível verificar que há um afundamento na tensão

quando cada carga é conectada, e uma sobretensão quando são desconectadas, devido ao próprio comportamento dinâmico do controlador, que pode ser atenuado ou acelerado dependendo dos ganhos de amortecimento aplicados no mesmo.

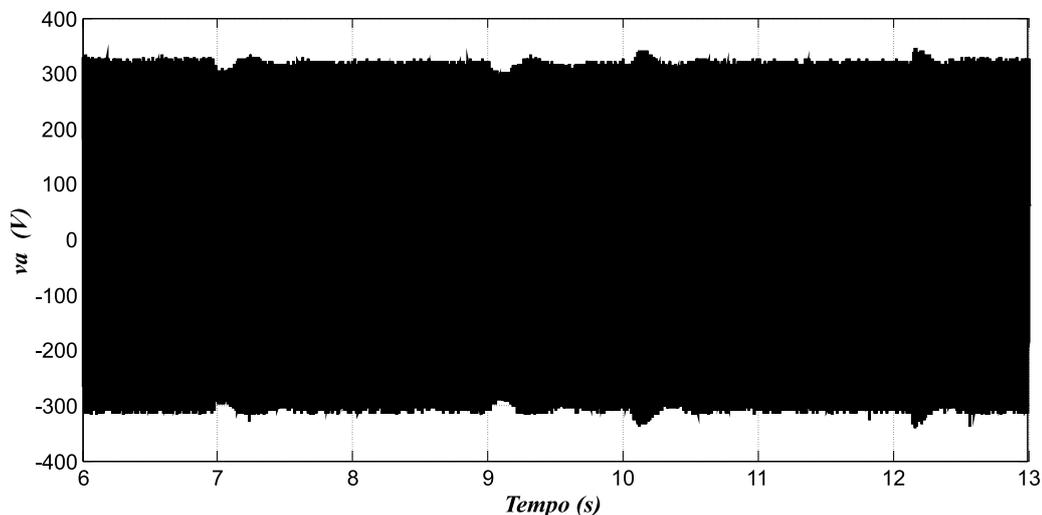


Figura 5.10 – Resultado experimental da tensão v_a medida.

Para verificar a eficiência do controlador foi realizado um experimento de carga acima da nominal, obtendo-se os seguintes resultados: A Figura 5.11 apresenta o comportamento da corrente i_q do controlador obtido dos buffers do DSP. Pode-se verificar que em $t=6,9$ s aproximadamente é conectada uma carga de 0,5pu (1800W) e em $t=8,9$ s aproximadamente é conectada uma carga de 0,66pu (2400W), totalizando 1,16pu.

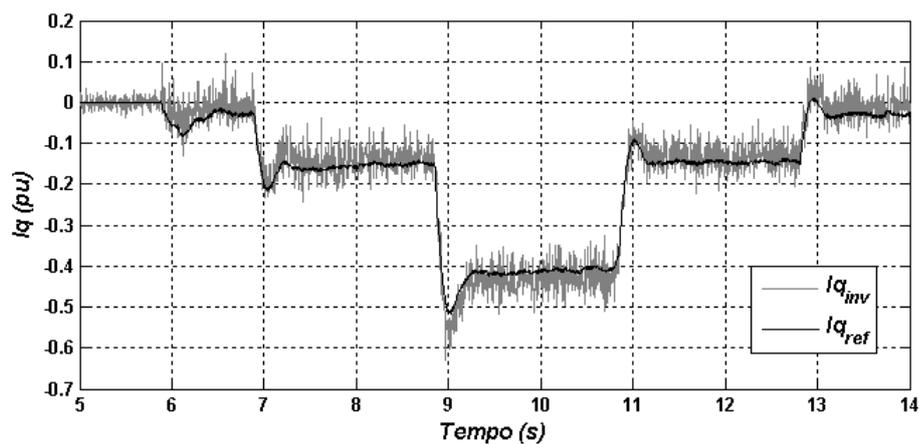


Figura 5.11 – Resultado experimental da corrente i_q .

A Figura 5.12 apresenta o comportamento da carga nas mesmas condições verificadas na Figura 5.11.

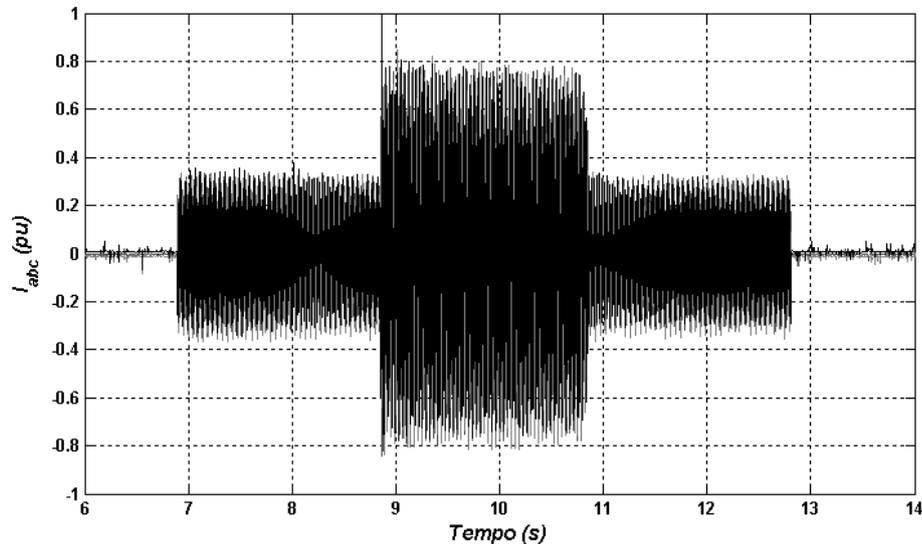


Figura 5.12 – Resultado experimental da corrente de carga i_a .

5.3 Conclusão

Resultados de simulações e experimentais foram apresentados ao longo deste capítulo, para avaliar as características das estruturas dos controladores propostos.

Aplicou-se o algoritmo de controle que foi mostrado no Capítulo 4, controle DSTSMC na malha de tensão e DSMC na malha de corrente. Uma das razões pelas quais o controle obteve sucesso foi o fato do DSTSMC ter uma dinâmica mais lenta em relação ao DSMC, além de que o DSTSMC eliminar o *shattering*.

6 CONCLUSÃO GERAL

A presente dissertação tem como principal contribuição a regulação de tensão pela técnica de modos deslizantes de uma micro central hidrelétrica. Especificamente, esta dissertação propôs um controle pela técnica de modos deslizantes de segunda ordem aplicada a um DSTATCOM para regulação de tensão de uma micro central hidrelétrica usando um gerador de indução auto-excitado.

No Capítulo 1 foi realizada uma introdução geral, revisão bibliográfica e a definição dos objetivos da dissertação, mostrando a importância de aprimorar a técnica de controle usada atualmente, e ressaltando as vantagens do controlador utilizado nesta dissertação.

Também, no Capítulo 2 foi desenvolvida a modelagem do sistema completo, considerando as características elétricas do sistema constituído pelo gerador de indução auto-excitado, DSTATCOM, filtro indutivo e cargas. Para efeito de redução das equações de estados a serem trabalhadas, foram consideradas simplificações ao longo da modelagem do sistema, o que, a partir dos resultados de simulação e experimentais, ficou comprovado não afetarem significativamente a representação do sistema e a satisfatória ação dos controladores projetados.

O Capítulo 3 apresenta uma análise teórica dos sistemas de controle adotados nesta dissertação, mostrando as características do controle por Estruturas Variáveis e os modos deslizantes como um controle robusto, também trata do efeito *shattering* e dos métodos mais usados para reduzi-lo.

No Capítulo 4 descreve-se os detalhes do sistema de controle usado nesta dissertação com base na modelagem obtida no Capítulo 2. Primeiramente, foi implementado um controlador usando a técnica de controle por modos deslizantes por causa de sua robustez e rápida convergência, as pesquisas mostraram que esta técnica não era possível de ser implementada por causa das altas frequências dadas pela própria dinâmica do controle (*shattering*), no entanto, o uso da técnica de modos deslizantes de segunda ordem mostrou notáveis vantagens quando implementado como controlador mesmo na presença de dinâmicas não modeladas e incertezas paramétricas. Este observador preditivo estima o valor da variável de estado um passo a frente para superar o atraso inerente ao tempo de amostragem. Esta técnica permitiu um aprimoramento das correntes de referência gerados. Uma vez que, sendo um algoritmo de segunda ordem DSTSMC, emulou melhor o comportamento dinâmico do filtro *LC* dado pelos indutores L_f e capacitores C do gerador de indução auto-excitado.

No Capítulo 5 apresentou-se os resultados obtidos por simulação com auxílio do software Matlab e também os resultados experimentais obtidos do setup. Procurou-se usar a mesma metodologia de obtenção de resultados tanto na simulação quanto nos resultados experimentais. Pode-se observar a grande semelhança obtida entre os resultados de simulação e experimentais o que demonstra a eficiência do controlador proposto.

Os resultados experimentais foram divididos em duas etapas, uma com aplicação de carga nominal de 1pu e outro com sobrecarga total de 1,66pu. No intuito de verificar a robustez do algoritmo de regulação de tensão frente a um estresse de carga.

6.1 Trabalhos futuros

De forma a dar prosseguimento ao trabalho, algumas propostas para trabalhos futuros são apresentadas:

1. Incluir a modelagem dinâmica do gerador;
2. Implementar o controle da frequência;
3. Implementar o controle do barramento CC pela técnica DSTSMC;
4. Implementar o controle pela técnica *integral sliding mode*.

REFERÊNCIAS

- AKHMATOV, V. . et al. Modelling and transient stability of large wind farms. **International Journal on Electrical Power and Energy Systems**, v. 25, n. 1, p. 123–144, 2003.
- BANSAL, R. C. Three-phase self-excited induction generators. **IEEE Transaction on Energy Conversion**, v. 20, n. 2, Junho 2005.
- BANSAL, R. C.; BHATI, T. S.; KOTHARI, D. P. Bibliography on the application of induction generators in nonconventional energy systems. **IEEE Transaction on Energy Conversion**, v. 18, n. 3, Setembro 2003.
- BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; PUNTA, E. Multi-input second-order sliding mode hybrid control of constrained manipulators. **Dynamics and Control**, v. 10, p. 277–296, 2000.
- BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; UTKIN, V. I. Design of discrete-time adaptive sliding mode control. **In IEEE Conference on Decision and Control**, 1992.
- BARTOLINI, G. et al. A survey of application of second-order sliding mode control to mechanical systems. **International Journal Control**, v. 76, n. 9/10, p. 875–892, 2003.
- BARTOLINI, G.; PISANO, A.; USAI, E. Second-order sliding mode control of container cranes. **Automatica**, v. 38, p. 1783–1790, 2002.
- BELHOMME, R. et al. Case study on the integration of a nonutility induction generator to the hydro-quebec distribution network. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 10, n. 3, 1995.
- CHAPALLAZ, J.-M. et al. Manual on induction motors used as generators. **Vieweg, Braunschweig**, 1992.
- CHATTERJEE, K. et al. Simple controller for statcom-based var generators. **Power Electronics, IET**, v. 2, n. 2, p. 192–202, March 2009. ISSN 1755-4535.
- DECARLO, R. A.; ZAK, S.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear multi-variable systems: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 3, p. 212–232, Mar 1988. ISSN 0018-9219.
- EKANAYAKE, J.; HOLDSWORTH, L.; JENKINS, N. Control of dfig wind turbines. **Power Engineering Journal**, v. 17, n. 1, p. 28–32, 2003.
- EMELYANOV, S. V.; KOROVIN, S. K.; LEVANTOVSKY, L. V. Higher order sliding regimes in the binary control systems. **Soviet Physics, Doklady**, v. 31, n. 4, p. 291–293, 1986.
- EUROPA. Programa energia inteligente para a europa. n. 1639/2006/CE.
- FERRARA, A.; GIACOMINI, L. Control of a class of mechanical systems with uncertainties via a constructive adaptive/second order vsc approach. **J. DYN SYST-T ASME**, v. 122, n. 1, p. 33–39, 2000.

- FILIPPOV, A. F. Differential equations with discontinuous right-hand side. **Kluwer, Dordrecht, The Netherlands**, 1988.
- FLOQUET, T.; BARBOT, J. P.; PERRUQUETTI, W. Higher-order sliding mode stabilization for a class of nonholonomic perturbed systems. **J. DYN SYST-T ASME**, v. 39, p. 1077–1083, 2003.
- FRIDMAN, L. et al. Discrete time super-twisting observer for 2n dimensional systems. In: **Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE), 2011 8th International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–6.
- FURUTA, K.; PAN, Y. Variable structure control with sliding sector. **Automatica**, v. 36, p. 211–228, 2000.
- GALICIA, M. et al. Discrete-time sliding mode regulator for nonminimum phase systems. In: **Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 7708–7713. ISSN 0743-1546.
- HADDAD, W. N.; CHELLABOINA, V. Nonlinear dynamical systems and control. **Princeton University Press**, 2008.
- HURLEY, J. D.; BIZE, L. N.; MUMMERT, C. R. The adverse effects of excitation system var and power factor controller. **IEEE Transaction on Energy Conversion**, v. 14, n. 4, p. 1636–1641, 1999.
- IEA; 1982. Setimo programa-quadro decisao n 1982. n. 1982/2006/CE, 2007–2013.
- IEA; 969. Setimo programa-quadro decisao n 969. n. 969/2006/CE, 2007–2013.
- JAIN, A. et al. Voltage regulation with statcoms: modeling, control and results. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 21, n. 2, p. 726–735, April 2006. ISSN 0885-8977.
- JENKINS, N. et al. Embedded generation. **Institute of Electrical Engineers**, 2000.
- JOSH, K. et al. A comparative study of control strategies for fast voltage regulation with statcoms. In: **Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE**. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 187–192 Vol. 1.
- KAMAL, S. et al. Super-twisting-like algorithm in discrete time nonlinear systems. In: . [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–6.
- KUNDUR, P. Power system stability and control. **McGraw-Hill Inc**, 1994.
- LEDESMA, P. .; USAOLA, J. Doubly fed induction generator model for transient stability analysis. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 20, n. 2, p. 388–397, 2005.
- LEVANT, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. **International Journal of Control**, v. 58, n. 6, p. 1247–1263, 1993.

- MCQUIN, N. P. .; WILLIAMS, P. . N.; WILLIAMSON, S. Transient electrical and mechanical behavior of large induction generator installations. **4th International Conference on Electrical Machines and Drives**, p. 251–255, 1989.
- PARSONS, J. R. Cogeneration application of induction generators. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1984.
- PERSPECTIVES; IEA. Energy technology perspectives 2014 - harnessing electricity's potential. p. 1–382, 2014.
- POZNYAK, A. Advanced mathematical tools for automatic control engineers: Deterministic systems. **Elsevier Science**, v. 1, 2008.
- RAO, S.; BUSS, M.; UTKIN, V. Simultaneous state and parameter estimation in induction motors using first- and second-order sliding modes. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 56, n. 9, p. 3369–3376, Sept 2009. ISSN 0278-0046.
- REPORT; IEA. Energy efficiency market report 2014. p. 1–244, 2014.
- SALGADO, I. et al. Discrete-time non-linear state observer based on a super twisting-like algorithm. **Control Theory Applications, IET**, v. 8, n. 10, p. 803–812, July 2014. ISSN 1751-8644.
- SCHERER, L. G. et al. Advances in the modeling and control of micro hydro power stations with induction generators. **Energy Conversion Congress Exposition**, p. 997–1004, 2011.
- SINGH, B.; MURTHY, S. S.; CHILUPI, R. S. R. Statcom-based controller for a three-phase seig feeding single-phase loads. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 29, n. 2, p. 320–331, June 2014. ISSN 0885-8969.
- SINGH, B. et al. Static synchronous compensators (statcom): a review. **Power Electronics, IET**, v. 2, n. 4, p. 297–324, July 2009. ISSN 1755-4535.
- SLOTINE, J. J. E.; LI, W. Applied nonlinear control. **Prentice-Hall London**, 1991.
- SPITSA, V.; ALEXANDROVITZ, A.; ZEHEB, E. Design of a robust state feedback controller for a statcom using a zero set concept. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 1, p. 456–467, Jan 2010. ISSN 0885-8977.
- SU, W. C.; DRAKUNOV, S. V.; OZGUNER. Robust control via variable struture and lyapunov techniques. p. 87–106, 1996.
- UTKIN, V. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. **Industrial Electronics, IEEE Transactions on**, v. 40, n. 1, p. 23–36, Feb 1993. ISSN 0278-0046.
- UTKIN, V. I. Sliding modes in optimization and control problems. **Springer Verlag, New York**, 1992.
- ZINOBER, A. S. I. Variable struture and lyapunov control. **Springer Verlag, Berlin**, 1994.

APÊNDICES

Apêndice A – Prova de Estabilidade

A.1 Prova do Teorema 1:

Adotando a seguinte igualdade para facilitar a prova do teorema: $(\sigma_{d1}^v, \sigma_{q1}^v) = x_{1(k)}$ e $(\sigma_{d2}^v, \sigma_{q2}^v) = x_{2(k)}$. Então, para o estudo de estabilidade pode-se considerar a norma Euclidiana, como:

$$\|x_{(k)}\| = \sqrt[p]{|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p},$$

para um sistema de segunda ordem com $p = 2$, pode-se obter a seguinte norma equivalente no \mathfrak{R}^n , limitada nas fronteiras como:

$$\lambda_{\min}\{P\}\|x_{(k)}\|_{\bullet}^2 \leq \|x_{(k)}\|_P^2 \leq \lambda_{\max}\{P\}\|x_{(k)}\|_{\bullet}^2$$

se $x_{q(k)}^+$ é o limite superior $x_{2(k)}$ a ultima equação torna-se:

$$\lambda_{\max}\{P\}\|x_{(k)}\|_{\bullet}^2 \leq x_{2(k)}^+ + \|x_{1(k)}\|_{\bullet}^2$$

então as funções $\alpha(\cdot)$ e $\beta(\cdot)$, autovalores da matriz P , são definidas como:

$$\alpha(y) = \lambda_{\min}\{P\}y^2, \beta(y) = \lambda_{\min}\{P\}(x_q^+ + y^2).$$

Lema 1: Selecionando $0 < \rho < 1$ tal como $|\frac{\lambda_{\min}(A)}{\sqrt{1-\rho}}| < 1$ a LMI dada por (4.15) com uma P matriz definida positiva $P = P^T > 0$ dada por

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} (\bar{A}^T)^k Q_1 \bar{A}^k,$$

dado um valor particular de P e Q obtêm-se um valor particular de ρ .

Considere-se a seguinte função como candidata Lyapunov, pode-se encontrar para a equação (4.12), assim como:

$$V_{(k)} = \|x_{1(k)}\|_P^2 > 0$$

Sabendo que $\Delta V_{(k)} = V_{(k+1)} - V_{(k)}$ então:

$$\Delta V_{(k)} := x_{(k+1)}^T P x_{(k+1)} - x_{(k)}^T P x_{(k)} \quad (\text{A.1})$$

O sistema (4.12) pode ser representado como:

$$x_{(k+1)} = A\sigma_{(k)} + B_{(k)}\text{sign}(x_{1(k)}), \quad (\text{A.2})$$

onde A e $B_{(k)}$ são compostos pelos seguintes elementos:

$$A = \begin{bmatrix} \rho_1 & \tau \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix}, B_{(k)} = \begin{bmatrix} -\tau k_1 |x_{1(k)}|^{1/2} \\ -\tau k_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Substituindo (A.3) em (A.1) com simplificação $\Delta V_{(k)}$, torna-se:

$$\Delta V_{(k)} = x_{(k)}^T (A^T P A - P) x_{(k)} + 2B_{(k)}^T P A x_{(k)} \text{sign}(x_{1(k)}) + B_{(k)}^T P B_{(k)}.$$

Usando a chamada inequação lambda (POZNYAK, 2008) $X^T Y + Y^T X \leq X^T \Lambda^{-1} X + Y^T \Lambda Y$ por $2B_{(k)}^T P A x_{(k)} \text{sign}(x_{1(k)})$, e adicionando-se $\rho V_{(k)} - \rho V_{(k)}$, a equação acima terá a forma:

$$\Delta V_{(k)} \leq x_{(k)}^T (A^T (P + \Lambda) A - (1 - \rho) P) x_{(k)} + B_{(k)}^T (P \Lambda^{-1} P + P) B_{(k)} - \rho V_{(k)}.$$

Expandindo o termo $B^T Z B$ e usando o lambda da inequação com $Z := (P \Lambda^{-1} P + P)$

$$B_{(k)}^T Z B_{(k)} = \delta_1 |x_{1(k)}| + \delta_2 |x_{1(k)}|^{1/2} + \delta_3,$$

onde $\delta_1 := \tau^2 k_1^2 z_{11}$, $\delta_2 := \tau^2 k_1 k_2 z_{12}$ e $\delta_3 := \tau^2 k_2^2 z_{22}$.

Adotando lambda da inequação no termo contendo δ_2 e também porque existe a matriz $Q = Q^T > 0$, que é solução da LMI dada por $A^T (P + \Lambda) A - (1 - \rho) P = -Q$, então $\Delta V_{(k)}$ torna-se

$$\Delta V_{(k)} \leq -\|x_{(k)}\|_Q^2 + \bar{\delta}_1 |x_{1(k)}| + \bar{\delta}_2 - \rho V_{(k)},$$

onde $\bar{\delta}_1 := \delta_1 + \tau^4 k_1^2 k_2^2 z_{12}^2 \omega_1$ e $\bar{\delta}_2 := k_2^2 \tau^2 (\tau^2 k_1^2 z_{12}^2 \omega_1^{-1} + z_{22})$, para qualquer $\omega_1 \in \mathfrak{R}^+$

O resultado esperado será o seguinte:

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} &\leq -\|x_{(k)}\|_Q^2 + \bar{\delta}_1 \|Q Q^{-1} x_{(k)}\| - \rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 \\ &= -(\|Q^{1/2} x_{(k)}\| - \frac{1}{2} \bar{\delta}_1 \|Q^{-1}\|)^T (\|Q^{1/2} x_{(k)}\| - \frac{1}{2} \bar{\delta}_1 \|Q^{-1}\|) - \rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \|Q^{-1}\|^2 \\ &\leq -\rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \lambda_{\min} \|Q^{-1}\|^2, \end{aligned}$$

então

$$\Delta V_{(k)} \leq -\rho V_{(k)} + c$$

com $c := \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \|Q^{-1}\|^2$.

$$V_{(k+1)} \leq -(1 - \rho) V_{(k)} + c$$

A última equação é definida linear discreta com uma solução dada por:

$$\Delta V_{(k)} \leq (1 - \rho)^k V_{(0)} + \sum_{i=1}^k (1 - \rho)^{i-1} c$$

Se o limite superior quando k vai a infinito é considerado, tem-se

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} V_{(k)} \leq \frac{c}{1 - \rho}$$

e o raio na região de convergência do DSTSMC é definido como $r \leq \frac{c}{1 - \rho}$.

Este resultado completa a prova. ■

A.2 Prova do Teorema 2:

Uma candidata a Lyapunov pode ser encontrada para a equação (4.23), tal como:

$$V = \sigma_{dq(k)}^{iT} P \sigma_{dq(k)}^i \quad (\text{A.4})$$

O sistema (4.24) pode ser representado como:

$$\sigma_{dq(k+1)}^i = A \sigma_{dq(k)}^i + B_{(k)} \text{sign}(\sigma_{dq(k)}^i), \quad (\text{A.5})$$

onde $A = \rho^i$ e $B_{(k)} = -\varepsilon \tau |\dot{e}_{dq(k)}^i|$.

Calculando a derivada de (A.4), pode-se obter:

$$\Delta V_{(k)} = x_{(k)}^T (A^T P A - P) x_{(k)} + 2B_{(k)}^T P A x_{(k)} \text{sign}(x_{1(k)}) + B_{(k)}^T P B_{(k)}.$$

Usando a inequação de lambda [artigo] $X^T Y + Y^T X \leq X^T \Lambda^{-1} X + Y^T \Lambda Y$ for $2B_{(k)}^T P A x_{(k)} \text{sign}(x_{1(k)})$, e adicionando $\rho V_{(x)} - \rho V_{(x)}$, a equação acima terá a seguinte forma:

$$\Delta V_{(k)} \leq x_{(k)}^T (A^T (P + \Lambda) A - (1 - \rho) P) x_{(k)} + B_{(k)}^T (P \Lambda^{-1} P + P) B_{(k)} - \rho V_{(k)}.$$

Expandindo o termo $B^T Z B$ e usando o lambda da inequação com $Z := (P \Lambda^{-1} P + P)$

$$B_{(k)}^T Z B_{(k)} = \delta_1 |x_{1(k)}| + \delta_2 |x_{1(k)}|^{1/2} + \delta_3,$$

onde $\delta_1 := \tau^2 k_1^2 z_{11}$, $\delta_2 := \tau^2 k_1 k_2 z_{12}$ e $\delta_3 := \tau^2 k_2^2 z_{22}$

Adotando lambda da inequação no termo contendo δ_q e também porque existe a matriz $Q = Q^T > 0$, que é solução da LMI dada por $A^T (P + \Lambda) A - (1 - \rho) P = -Q$, então $\Delta V_{(k)}$ torna-se

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} &\leq -\|\bar{Q} x_{(k)}\|^2 + \bar{\delta}_1 \|\bar{Q} \bar{Q}^{-1} x_{(k)}\| - \rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 \\ &= -(\|\bar{Q} x_{(k)}\| - \frac{1}{2} \bar{\delta}_1 \|\bar{Q}^{-1}\|)^T (\|\bar{Q} x_{(k)}\| - \frac{1}{2} \bar{\delta}_1 \|\bar{Q}^{-1}\|) - \rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \|\bar{Q}^{-1}\|^2 \\ &\leq -\rho V_{(k)} + \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \lambda_{\min}(\bar{Q}^{-1})^2, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

onde $Q = \bar{Q} \bar{Q}^T$. Usando $\gamma_0 = \bar{\delta}_2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_1^2 \lambda_{\min}(\bar{Q}^{-1})^2$, isto implica que

$$\Delta V_{(k)} \leq -\rho V_{(k)} + \gamma_0 \leq -\rho \|x_1(k)\|^2 + \gamma_0 \quad (\text{A.7})$$

Definindo a função γ como $\gamma(y) = \rho y^2$, $\Delta V_{(k)}$ pode ser limitada na fronteira superior por

$\Delta V(k) \leq -\gamma(\|x_1\|) + \gamma(\mu)$. Segundo o resultado dado no Teorema 1, a fronteira do DSTSMC é obtida como $\eta = \beta(\mu) + \gamma(\mu)$ onde $\mu^2 = \rho^{-1}\gamma_0$. Portanto, usando a definição pode-se

$$\eta(\mu) = \lambda_{\max}P(x_2^+ + 2\mu^2) + \rho\mu^2, \quad (\text{A.8})$$

e a fronteira superior para o DSTSMC é ($\varepsilon = \alpha^{-1}(\eta)$)

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}P(x_2^+ + 2\frac{\gamma_0}{\rho}) + \gamma_0}{\lambda_{\min}P}}, \quad (\text{A.9})$$

■ ■

ANEXOS

Anexo A – Modelagem em Eixo Estacionário e Síncrono

Neste anexo será apresentado em detalhes o procedimento para obtenção das equações de estado da planta em coordenadas $\alpha\beta 0$ e $dq0$. Iniciando pela normalização das variáveis, ao final serão obtidas as matrizes em espaço de estados em coordenadas girantes dq0.

A.1 Normalização das Variáveis do Circuito

Visando limitar a faixa dinâmica das variáveis para uma implementação discreta em um DSP de ponto flutuante, pode-se utilizar uma transformação linear que normaliza as variáveis do circuito. Escolhendo os valores base (P_{base}, v_{base}) , as variáveis normalizadas de tensão e corrente podem ser definidas como: $v_n = v/v_{base}$, $i_n = i/i_{base}$, onde: $I_{base} = P_{base}/v_{base}$.

Agora, definindo esta transformação linear, dada pela matriz \mathbf{T}_n ,

$$\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{i_{base}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{i_{base}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i_{base}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{v_{base}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{i_{base}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{i_{base}} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

os vetores de estado, entrada e distúrbio tornam-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n(t) &= \mathbf{T}_n \mathbf{x}(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_n(t) &= \mathbf{T}_n \dot{\mathbf{x}}(t), \\ \mathbf{u}_n(t) &= v_{base} \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{w}_n(t) &= i_{base} \mathbf{w}(t). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Como resultado, a equação de estado (2.38) pode ser reescrita da seguinte forma,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{T}_n \mathbf{A}_{abc} \mathbf{x}(t) + \mathbf{T}_n \mathbf{B}_{abc} \mathbf{u}(t) + \mathbf{T}_n \mathbf{F}_{abc} \mathbf{w}(t). \quad (\text{A.3})$$

onde:

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{T}_n \mathbf{A}_{abc} \mathbf{T}_n^{-1}; \mathbf{B}_n = \mathbf{T}_n \mathbf{B}_{abc} \mathbf{T}_n^{-1}; \mathbf{F}_n = \mathbf{T}_n \mathbf{F}_{abc} i_{base}. \quad (\text{A.4})$$

Logo, a equação (A.3) na forma compacta para a representação por espaço de estado em coordenadas estacionárias normalizadas é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_n \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_n \mathbf{u}(t) + \mathbf{F}_n \mathbf{w}(t). \quad (\text{A.5})$$

onde:

$$\mathbf{x}_n(t) = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \mathbf{u}_n(t) = \begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{bmatrix}, \mathbf{w}_n(t) = \begin{bmatrix} i_{Ga} \\ i_{Gb} \\ i_{Gc} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

$$A_n = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & \frac{2}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} \\ 0 & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & \frac{-1}{3L_f} & \frac{2}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} \\ 0 & 0 & \frac{-R_f}{L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{-1}{3L_f} & \frac{2}{3L_f} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}, B_n = \frac{1}{3L_f} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F_n = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

A.2 Equação de Estados da Planta em Coordenadas $\alpha\beta 0$

A transformação do sistema trifásico de coordenadas estacionárias abc em um sistema de coordenadas estacionárias $\alpha\beta 0$ pode ser obtida através da seguinte matriz de transformação.

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Logo, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{x}_n(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \dot{\mathbf{x}}_n(t) \\ \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{u}_n(t) \\ \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{w}_n(t). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Isolando os termos obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_n(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0}(t) \\ \mathbf{u}_n(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) \\ \mathbf{w}_n(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Aplicando as equações (A.10) na equação (A.5), obtém-se:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0}(t) = A_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) + B_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) + F_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t). \quad (\text{A.11})$$

Pré-multiplicando os dois lados da equação (A.11) pela matriz $T_{\alpha\beta 0}$, tem-se:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0}(t) = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} A_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) + \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} B_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) + \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} F_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t). \quad (\text{A.12})$$

Como resultado da equação (A.12), a representação por espaço de estado em coordenadas estacionárias $\alpha\beta 0$ normalizadas, é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0}(t) = A_{\alpha\beta 0} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t). \quad (\text{A.13})$$

onde:

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} A_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}; \\ B_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} B_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}; \\ F_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} F_n \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

e

$$\mathbf{x}_n(t) = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_{beta} \\ i_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_n(t) = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix}, \mathbf{w}_n(t) = \begin{bmatrix} i_{G\alpha} \\ i_{G\beta} \\ i_{G0} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

$$A_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C v_{base}} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{base}} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{base}} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}, B_{\alpha\beta 0} = \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.16})$$

$$F_{\alpha\beta 0} = \frac{i_{base}}{Cv_{base}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

A.3 Equação de Estados da Planta em Coordenadas dq0

A transformação do sistema trifásico de coordenadas $\alpha\beta 0$ em um sistema de coordenadas síncronas dq0 é realizada através da matriz de transformação apresentada a seguir:

$$\mathbf{T}_{dq0} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \text{sen}(\omega t) & 0 \\ \text{sen}(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Logo, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{dq0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t); \\ \mathbf{u}_{dq0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t); \\ \mathbf{w}_{dq0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t). \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Isolando os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{x}_{dq0}(t); \\ \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{u}_{dq0}(t); \\ \mathbf{w}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{w}_{dq0}(t). \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Aplicando as equações de (A.20) na equação (A.13), obtém-se:

$$(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{dq0}(t)) = A_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{x}_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{u}_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{w}_{dq0}(t). \quad (\text{A.21})$$

Expandindo a parcela da direita na equação (A.21) em termos de sua derivada parcial, tem-se:

$$\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{dq0}(t) + \dot{\mathbf{T}}_{dq0}^{-1} \mathbf{x}_{dq0}(t) = A_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{x}_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{u}_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{w}_{dq0}(t). \quad (\text{A.22})$$

Isolando o termo $\dot{x}_{dq0}(t)$ da parcela da esquerda na equação (A.22), obtém-se:

$$\dot{x}_{dq0}(t) = [-\mathbf{T}_{dq0}^{-1}A_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1}]\mathbf{T}_{dq0}\mathbf{x}_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1}\mathbf{u}_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1}\mathbf{w}_{dq0}(t). \quad (\text{A.23})$$

onde

$$\begin{aligned} A_{dq0} &= \mathbf{T}_{dq0}[-\mathbf{T}_{dq0}^{-1} + A_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1}] \\ B_{dq0} &= \mathbf{T}_{dq0}B_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \\ F_{dq0} &= \mathbf{T}_{dq0}B_{\alpha\beta0}\mathbf{T}_{dq0}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Como resultado, da equação (A.24), encontra-se:

$$\dot{\mathbf{x}}_{dq0}(t) = A_{dq0}\mathbf{x}_{dq0}(t) + B_{dq0}\mathbf{u}_{dq0}(t) + F_{dq0}\mathbf{w}_{dq0}(t). \quad (\text{A.25})$$

sendo:

$$\mathbf{x}_n(t) = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix}; \mathbf{u}_n(t) = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}; \mathbf{w}_n(t) = \begin{bmatrix} i_{Gd} \\ i_{Gq} \\ i_{G0} \end{bmatrix}; \quad (\text{A.26})$$

$$A_{dq0} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & -\omega & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 & 0 \\ \omega & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C v_{base}} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} & -\omega & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{base}} & 0 & \omega & \frac{-1}{CR} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{base}} & 0 & 0 & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}; \quad (\text{A.27})$$

$$B_{dq0} = \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (\text{A.28})$$

$$F_{dq0} = \frac{i_{base}}{Cv_{base}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.29})$$

Desprezando-se as componentes das variáveis de estado da componente zero as matrizes de estado da equação (A.26) torna-se:

$$\mathbf{x}_n(t) = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ v_d \\ v_q \end{bmatrix}; \mathbf{u}_n(t) = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}; \mathbf{w}_n(t) = \begin{bmatrix} i_{Gd} \\ i_{Gq} \end{bmatrix}; \quad (\text{A.30})$$

$$A_{dq0} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & -\omega & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} & 0 \\ \omega & \frac{-R_f}{L_f} & 0 & \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \\ \frac{1}{C_{base}} & 0 & \frac{-1}{CR} & -\omega \\ 0 & \frac{1}{C_{base}} & \omega & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix}; \quad (\text{A.31})$$

$$B_{dq0} = \frac{v_{base}}{L_f i_{base}} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (\text{A.32})$$

$$F_{dq0} = \frac{i_{base}}{Cv_{base}} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (\text{A.33})$$

Então, a representação por espaço de estado em coordenadas girantes dq normalizadas é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{dq0}(t) = A_{dq}\mathbf{x}_{dq}(t) + B_{dq}\mathbf{u}_{dq}(t) + F_{dq}\mathbf{w}_{dq}(t). \quad (\text{A.34})$$