UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT

MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Simone Regina dos Reis

Santa Maria, RS, Brasil

2013

MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Simone Regina dos Reis

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Área de Concentração em Ensino de Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Carmen Vieira Mathias

Santa Maria, RS, Brasil

2013

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática
da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

dos Reis, Simone Regina
Matemática Financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica / Simone Regina dos Reis.-2013.
113 p.; 30cm

Orientadora: Carmen Vieira Mathias
Coorientadores: Luciane Gobbi Tonett, Rosane Rossato Binotto
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, RS, 2013

1. Matemática Financeira 2. Educação Matemática Crítica 3. Planilhas Eletrônicas I. Mathias, Carmen Vieira II. Tonett, Luciane Gobbi III. Binotto, Rosane Rossato IV. Título.

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

elaborada por
Simone Regina dos Reis

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

Carmen Mathias

Carmen Vieira Mathias, Dra.
(Presidente/Orientador)

Luciane Gobbi Tonet

Luciane Gobbi Tonet, Dra. (UFSM)

Rosane Rossato Binotto

Rosane Rossato Binotto, Dra. (UFFS)

Santa Maria, 15 de abril de 2013.

DEDICATÓRIA

Ao meu pai Querivelto e minha mãe Helena que se doaram e renunciaram seus sonhos para me ensinar a viver com dignidade.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer de uma maneira especial:

A *Deus* pela saúde, força e cuidado.

Aos meus pais *Helena e Querivelto* e minha irmã *Sili* pela paciência, carinho e dedicação.

Aos meus irmãos *Amilcar* e *Susana*, por trazerem os sobrinhos pra fazer bagunça quando eu precisava de silêncio, e pelo apoio e carinho.

A professora *Carmen Mathias* pela orientação, paciência, dedicação da qual nunca mediu esforços para que pudéssemos compartilhar conhecimentos durante o período no qual elaboramos o trabalho proposto.

Ao *IMPA, UFSM e CAPES* por nos proporcionar esta oportunidade.

Aos professores *Lidiane, Luciane, Karine, Edson, Lazzarin, Ricardo, Denilson e Anderson* que de uma forma ou de outra contribuíram para o conhecimento.

Aos *colegas* pela companhia, amizade, parceria, tristeza, alegrias e pelas saudades que haverão de ficar.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, e não estão nominalmente citados.

EPÍGRAFE

Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos, e não tivesse amor, seria como o metal que soa ou como o sino que tine.
E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.
E ainda que distribuísse toda a minha fortuna para sustento dos pobres, e ainda que entregasse o meu corpo para ser queimado, e não tivesse amor, nada disso me aproveitaria.
O amor é sofredor, é benigno; o amor não é invejoso; o amor não trata com leviandade, não se ensoberbece.
Não se porta com indecência, não busca os seus interesses, não se irrita, não suspeita mal.
Não folga com a injustiça, mas folga com a verdade.
Tudo sofre, tudo crê, tudo espera, tudo suporta.
O amor nunca falha, mas havendo profecias, serão aniquiladas, havendo línguas, cessarão, havendo ciência, desaparecerá.
Porque, em parte, conhecemos, e em parte profetizamos.
Mas, quando vier o que é perfeito, então o que o é em parte será aniquilado.
Quando eu era menino, falava como menino, sentia como menino, discorria como menino, mas, logo que cheguei a ser homem, acabei com as coisas de menino.
Porque agora vemos por espelho em enigma, mas então veremos face a face.
Agora conheço em parte, mas então conhecerei como também sou conhecido.
Agora, pois, permanecem a fé, a esperança e o amor, estes três, mas o maior destes é o amor.

1 Coríntios 13:1-13

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Universidade Federal de Santa Maria

MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA
AUTORA: SIMONE REGINA DOS REIS
ORIENTADORA: CARMEN VIEIRA MATHIAS
Data e Local da Defesa: Santa Maria, 15 de abril de 2013.

Pesquisas em educação matemática crítica (EMC) têm apontado a necessidade urgente de produção de materiais didáticos que enfatizem situações reais vivenciadas pelos alunos para que a aprendizagem se torne mais significativa. Tendo em vista contribuir com as pesquisas em EMC, nesta dissertação são apresentadas sugestões para o ensino da Matemática Financeira (MF) por meio de uma proposta pedagógica orientada pela EMC. Ensinar MF, na perspectiva da EMC, significa explorar e desenvolver competências que tornem os estudantes participativos e críticos no modo como a MF formata as suas vidas. Muito mais do que aprender técnicas matemáticas ou desenvolver capacidade de cálculo, busca-se desenvolver competência associada à reflexão e a crítica. Dessa forma, justifica-se a abordagem de ensino de conteúdos de MF, a partir da inserção de reportagens ou de textos, coletados por meio de informações disponíveis na mídia impressa ou digital, que refletem as diferentes situações vivenciadas pelos alunos e que poderão ser úteis em algum momento da vida social e/ou profissional dos estudantes. A presente proposta pedagógica, apresentada nesta dissertação, tem como finalidade fornecer ferramentas e meios para que os alunos aprendam a atuar no mundo em que se inserem, levando-os a identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, de modo que tal formação contribua para serem cidadãos livres, responsáveis e críticos de suas ações. É fundamental que, ao aplicar a presente proposta, o professor objetive conscientizar os alunos para a importância dos conceitos de MF como instrumento e para compreender a realidade em que se inserem. Os conteúdos propostos, nas atividades pedagógicas, contemplam o estudo sobre conceitos de juros, taxas, aplicações e empréstimos, para que os alunos aprendam como a MF é utilizada socialmente. Ainda, sugere-se a resolução dos exemplos propostos, por meio de planilhas eletrônicas, em particular, por meio do software Microsoft Excel, por este oferecer mais recursos do que uma calculadora.

Palavras-chave: Educação Crítica. Matemática Financeira. Planilha Eletrônica.

ABSTRACT

Master Course Dissertation
Professional National Graduantion Program in Mathematics
PROFMAT
Federal University of Santa Maria

FINANCIAL MATH IN A CRITICAL EDUCATION APPROACH

AUTHOR: SIMONE REGINA DOS REIS
ADVISER: CARMEN VIEIRA MATHIAS
Date and local of defense: Santa Maria, April 15st, 2013.

Research in the field of Critical Math Education (CME) has suggested the urgent need to develop didatic material in which real situation should be emphasized in order to accomplish significative learning. To contribute to CME, this thesis aims to present pedagogical activities to teaching financial math based on CME. Teaching Financial Math, in a CME approach, means to explore and to develop student's competences in a critical and participative way, emphasizing the use of math in daily life situation. More than learning mathematical techniques or calculus awareness, this proposal aims to build up on competences associated with learning reflection. In this way, this proposal takes in consideration the use of texts, reports and news available in print or online media that refers to the use of math in everyday situation in which students can get engaged in their social or profissional life. The present pedagogical proposal offers tools and ways of conducting students to learn how to identify, to interpret, to evaluate and to criticize the math usages in the world as well as being critical, responsible and free citizens of their actions. It is also important to highlight that it is the math teacher's responsability to make students aware of some financial math concepts as way of understading the reality in which they get involved. The contents in this pedagogical proposal discuss themes such as interest rate, rates, taxes, applications, investment and loans, in order to students to learn how financial math is applied socially or in everyday situation. It also suggests that the activities proposed should be solved by using digital spreadsheets, particularly by the Microsoft Excel software, because it offers more tools and features than a tradicional calculator.

Key-words: Critical Education, Financial Math, Digital Spreadsheets

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ANEXOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EC	Educação Crítica
EFI	Ensino Fundamental I
EM	Educação Matemática
EMC	Educação Matemática Crítica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MF	Matemática Financeira
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PRICE	Sistema de Prestações Fixas
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAC	Sistema de Amortização Constante

SUMÁRIO

Introdução

Ultimamente tem veiculado pela mídia o seguinte questionamento: **“**Por que 89% dos estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender o esperado em Matemática?”(RBS-TV, 2012) No entanto a pergunta mais coerente seria “o que é esperado aprender em Matemática?”

A escola tem compromisso com a sociedade, com a cidadania. Somos professores de alunos que serão futuros cidadãos de nosso país. Desse modo deve-se adotar medidas para enfrentar o desafio de melhorar a qualidade do ensino, de forma que se evidencie o que se quer que os alunos aprendam e o que e como ensinar para que essas aprendizagens aconteçam plenamente.

A visão de uma escola com currículo pré-determinado era adequada para uma educação em que os conteúdos escolares deveriam ser memorizados e desenvolvidos tal como eram transmitidos aos alunos. Na concepção moderna, o currículo supõe a discussão de conteúdos contextualizados que façam sentido para os alunos. Sendo assim, parece papel do currículo conectar a escola com o contexto sociocultural e a realidade, próxima ou distante, vivenciada pelo aluno.

A Lei de Diretrizes e Bases (LDB) afirma no primeiro Artigo, Parágrafo 2º, que “a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social”. Não que isso signifique formar especialistas ou pessoas preparadas para empregos específicos, mas desenvolver disciplinas ou conteúdos que desenvolva competências para que as pessoas sejam capazes de viver, conviver e trabalhar em um mundo contemporâneo de modo produtivo, solidário, integrado e prazeroso.

Da mesma forma em que os meios de comunicação constroem sentidos e disputam à atenção da juventude, a escola precisa ser o lugar em que se aprende a analisar, criticar, desenvolver argumentos e aprender a fazer escolhas, a partir do desenvolvimento de conhecimentos pertinentes que possam ser capazes de aplicar no entendimento de atividades do dia a dia, na construção de um projeto de vida pessoal e profissional, na convivência respeitosa e solidária com seus iguais ou diferentes e, no exercício de sua cidadania política e civil.

A Matemática sempre desempenhou um papel único no desenvolvimento das sociedades. Compõe-se de ideias, métodos e procedimentos que são utilizados para analisar e resolver situações-problema, bem como para raciocinar, representar e comunicar. Nos seus diferentes modos de pensar configura procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, localizar-se no tempo e no espaço, raciocinar logicamente, buscar razoabilidade de resultados, abstrair, generalizar e demonstrar.

As diferentes e múltiplas Matemáticas, suas linguagens, procedimentos e formas específicas de pensar, devem organizar situações de aprendizagem nas quais os conteúdos sejam tratados de forma que relacionem o conhecimento científico aos problemas que fazem parte da vida do aluno para que o mesmo faça sentido.

Desde 2009, quando ingressei na docência em escola pública, senti a necessidade de ensinar uma Matemática que modificasse a realidade dos alunos. Uma Matemática não somente modificada por tendências pedagógicas, mas com um embasamento teórico suficiente, necessário e fundamental.

Essas tendências, às vezes, tem confundido professores a não abordarem os conteúdos matemáticos com a formalidade necessária. Além disso, acabam criando situações pedagógicas irreais, que não geram conhecimento a estes alunos.

A realidade em nossas escolas é de crianças com grande dificuldade na disciplina e sem incentivo para estudá-la. Com o currículo pré-determinado por um órgão maior, acaba que nos currículos são apresentados conteúdos não condizentes com a realidade vivenciada pelos alunos. Os livros didáticos apresentados na escola são oriundos de centros maiores e, portanto desenvolvem conteúdos que devem ser trabalhados tendo em vista a necessidade da região a qual estão inseridos.

Desta forma, sente-se a necessidade de criar um material pedagógico que sirva de sugestão aos educadores, com a finalidade de fornecer atividades pedagógicas contextualizadas para que os alunos saibam identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, a partir de situações reais vivenciadas.

Para alcançá-lo, os objetivos específicos a serem desenvolvidos neste trabalho são os seguintes:

a) Apresentar proposta de atividades pedagógicas para o ensino da Matemática Financeira (MF) por meio de conteúdos matemáticos que contextualizem o uso desta em situações reais;

b) Proporcionar a partir da proposta elaborada, o desenvolvimento de uma prática pedagógica que leve os alunos a identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, de forma que contribua na formação de cidadãos livres, responsáveis e críticos;

c) Destacar a importância do ensino da MF na formação dos estudantes como consumidores, profissionais ou pesquisadores.

A escolha pela MF justifica-se pela sua abordagem a temas da realidade, amplamente tratados pela mídia e que merecem atenção especial, na medida em que possibilitam avaliar e resolver situações pertinentes no dia a dia. Além disso, a MF proporciona a revisão e aplicação de conceitos tais como: porcentagens, funções, sequências, bem como o uso de recursos computacionais (calculadoras e planilhas eletrônicas) para o desenvolvimento de atividades.

Este trabalho está dividido em três capítulos. No primeiro capítulo abordo sobre a Educação Matemática Crítica (EMC), o novo Ensino Médio (EM) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

No segundo capítulo faço uma análise de trabalhos sobre MF nas últimas décadas, bem como discuto a importância do uso de recursos computacionais no ensino de MF.

No terceiro capítulo apresento uma proposta de material didático sobre MF na perspectiva da EMC, tendo em vista a necessidade de estabelecer conexão entre o saber científico e o mundo real e também o uso de recursos computacionais em sala de aula.

No anexo apresento a proposta didática para que possa ser utilizada pelos colegas que porventura venham a aderir.

Por fim, avalio a proposta e apresento as implicações desta pesquisa nas considerações finais.

Capítulo 1 – Educação Matemática em ação

Neste capítulo, primeiramente, discuto sobre a perspectiva do ensino da Matemática conforme proposto nos PCNs e nas diretrizes curriculares do Novo Ensino Médio. Na sequência, apresento referencial teórico sobre EMC.

1.1 Os PCNs e o Novo Ensino Médio

Tendo por base a LDB, os PCNs são diretrizes propostas pelo Governo Federal, como base referencial para que escolas municipais e estaduais construírem seus currículos. Segundo Lima e Zanlorense (2009), os PCNs tiveram origem na "Conferência Mundial de Educação para Todos", realizada na Tailândia, em 1990. A partir desse evento, novas políticas para os países dependentes foram elaboradas visando o ensino às décadas futuras.

Além de propor os conteúdos a serem transmitidos, nas mais diferentes áreas do conhecimento, os PCNs oferecem práticas de organização dos conhecimentos, modos de abordagem dos conteúdos e exemplos de comportamentos a serem seguidos pelos professores nas mais diferentes circunstâncias. Desse modo Lima e Zanlorense (2009, p.14) afirmam que bastava adequá-lo às peculiaridades de cada região, com propostas atuais, inovadoras, para uma sociedade democrática, no exercício da cidadania.

Independentemente da condição socioeconômica e da localização da escola, a intenção dos PCNs é fornecer aos estudantes brasileiros meios para progredir no trabalho e para ter acesso igualitário ao conhecimento. Além disso, tais diretrizes visavam à autonomia da escola, a participação da comunidade na gestão escolar e descentralização das ações.

Tendo em vista a busca de satisfação às necessidades básicas de aprendizagem para assegurar uma formação para o exercício da cidadania, apresentar referenciais curriculares de cada disciplina da Educação Básica, mais específicos para criar uma base curricular nacional comum, tais princípios propiciam a elaboração de um meio para controlar a escola.

Divulgados no fim de 1995, os PCNs continham expectativas de aprendizagem para cada disciplina. O debate gerou polêmica e resistência de alguns setores da sociedade que afirmavam que os parâmetros engessavam e limitavam o trabalho dos professores em sala de aula.

De acordo com Lima e Zanlorense (2009) os PCNs foram elaborados pelo MEC, a partir de 700 propostas feitas por especialistas em educação, considerando experiências já existentes em escolas públicas e privadas, com a intenção de tornar mais eficiente e organizado o currículo das escolas brasileiras.

Nessa ocasião, o documento foi organizado em dez volumes, sendo que para o Ensino Fundamental I, conteúdos de língua portuguesa, matemática, ciências naturais, história e geografia, arte, educação física, ética, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural e orientação sexual foram incluídos. Já os volumes de 5ª a 8ª série (os PCNs foram aprovados quando ainda existia o Ensino Fundamental de 8 anos) contêm, além das mesmas disciplinas que aparecem no EFI, a separação de história e geografia, temas como trabalho e consumo e um volume dedicado à bibliografia.

Para o Ensino Médio, segundo BRASIL (2000) a divisão está proposta da seguinte forma: linguagens, códigos e suas tecnologias (que abrange língua portuguesa, língua estrangeira moderna, educação física, arte e informática), ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (biologia, física, química, matemática) e ciências humanas e suas tecnologias (história, geografia, sociologia, antropologia, filosofia e política).

O novo Ensino Médio, em termos da lei, assume a responsabilidade de completar a educação básica. Seja este preparatório para o ensino superior ou profissionalizante, significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para a aprendizagem permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente para o mundo do trabalho.

Deste modo, segundo BRASIL (2000) estar formado para a vida significa:

- saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
- enfrentar problemas de diferentes naturezas;
- participar socialmente, de forma prática e solidária;
- ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e,

• especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado.

E uma formação com tal ambição exige métodos de aprendizagem compatíveis, ou seja, é preciso prover condições efetivas para que os alunos possam comunicar-se e argumentar, defrontar-se com problemas, compreendê-los e resolvê-los, participar de um convívio social que lhes oportunize se realizarem como cidadãos, fazer escolhas e proposições, tomar gosto pelo conhecimento, bem como aprender a aprender.

Em particular, para o ensino de MF, os PCNs abordam conteúdos dentro do Tema 1- Álgebra: números e funções, destacando como relacioná-los com atividades no mundo real.

> O primeiro tema ou eixo estruturador, Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2000, PCN+, p. 120).

Ainda os PCNs sugerem uma aplicação para o ensino de funções, que,

> Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. (BRASIL, 2000, PCN+, p.121).

Em uma versão mais recente dos PCNs, destaca-se que o trabalho com Números e Operações, deve,

> [...] proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do quotidiano,tais como:[...] operar com frações, em especial com porcentagens;[...] Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. (BRASIL, 2006, PCN, p. 71).

Quando os PCNs abordam sobre o impacto provocado pela tecnologia na sociedade, destaca que a tecnologia é um recurso que pode subsidiar a aprendizagem da MF, considerando uma formação que capacita para o uso de calculadora e planilhas eletrônicas.

> Planilhas oferecem um ambiente adequado para experimentar sequencias numérica e explorar algumas de suas propriedades, por exemplo, comparar o comportamento de uma sequencia de pagamentos sob juros simples e juros compostos. Também oferecem um ambiente apropriado para trabalhar com análises de dados extraídos de situações reais. (BRASIL, 2006, PCN, p.89).

Dessa forma, nesta dissertação apresento uma proposta didática com situações problemas que deem condições aos alunos de serem cidadãos participativos socialmente, críticos e comunicativos, objetivando que, a partir da MF decisões possam ser tomadas de forma racional, com abordagens que proporcione uma capacitação de conteúdos uteis no cotidiano para o uso de tecnologias.

1.2 Educação Matemática Crítica

Segundo Borba (2001), surge na década de 80, na Educação Matemática (EM) o movimento da EMC, que se preocupa fundamentalmente com os aspectos políticos da educação matemática, ou ainda, com questões ligadas ao tema poder.

Para Skovsmose (2001) para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve,

> [...] discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. (SKOVSMOSE, 2001, p. 101).

Nessa perspectiva, o autor ainda resume algumas ideias essenciais a EC em poucas afirmações. Inicialmente destaca a importância da relação entre professor e alunos, de modo que o processo educacional deve ser entendido como um diálogo.

> As idéias relativas ao diálogo e à relação estudante-professor são desenvolvidas do ponto de vista geral de que a educação deve fazer parte de um processo de democratização. Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspectos fundamentalmente não democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. (SKOVSMOSE, 2001, p. 18).

O autor destaca também três pontos-chave da EC, a saber: o envolvimento dos estudantes no controle do processo educacional; a consideração crítica de conteúdos e o direcionamento do processo de ensino-aprendizagem para a resolução de problemas.

Quanto ao envolvimento dos estudantes no controle do processo educacional, Skovsmose (2001) garante que a EC atribui uma competência crítica aos estudantes por dois motivos: 1) os estudantes carregam uma experiência geral, que no diálogo com o professor, permite identificar assuntos relevantes para o processo educacional; 2) para desenvolver uma competência crítica, tal competência não pode ser imposta aos estudantes, e sim desenvolvida com base na capacidade já existente.

Quanto à consideração crítica de conteúdos, pelo fato do processo educacional envolver pessoas, deve também envolver um assunto, o currículo crítico. Por conseguinte, apresenta cinco questões relacionadas a um currículo crítico:

1) Aplicabilidade: quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na EM?
2) Interesse: que interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto?
3) Pressupostos: Quais questões e problemas geraram os conceitos e os resultados na matemática? Que contextos tem promovido e controlado o desenvolvimento?
4) Funções: que possíveis funções sociais poderiam ter o assunto?
5) Limitações: em quais áreas e em relação a que questões o assunto não tem relevância?

Quanto ao direcionamento do processo de ensino-aprendizagem a problemas, Skovsmose (2001) destaca que o problema deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes, ou seja, algo próximo das experiências destes e que tenha uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes.

Todavia, Skovsmove (2008) afirma que a EMC não deve ser entendida como um ramo da EM. O autor destaca também que não pode ser identificada com metodologias ou constituída com base em um dado currículo. Skovsmose (2008, p. 106) diz que “em vez disso, vejo a EMC muito marcada pelas preocupações que surgem da natureza crítica da EM”.

Desse modo, o que significa ensinar MF na perspectiva de uma EMC? Significa explorar uma MF que desenvolva competências, que torne os estudantes participativos e críticos no modo como a MF realiza-se em suas vidas. Isso implicaria em não apenas saber usar técnicas matemáticas ou desenvolver capacidade de cálculo, mas também desenvolver competência associada à reflexão.

Conforme Paiva e Sá (2011), a MF deve buscar "desenvolver um projeto de educação comprometido com o desenvolvimento de capacidades que permitam intervir na realidade para transformá-la". Isso sugere desenvolver conceitos de MF que forneçam aos estudantes condições de analisar uma situação crítica, bem como buscar alternativas para resolver a situação. Compete também ao professor apresentar informações que refletem questões significativas na sociedade, situações significativas para o aluno.

Capítulo 2 – Matemática Financeira

Neste capítulo apresento uma discussão sobre pesquisas que tratam da MF e como tais estudos contribuíram para a melhoria do ensino. Na sequência apresento uma discussão sobre o uso de Recursos Computacionais no ensino de Matemática, enfatizando principalmente a abordagem sobre o uso de planilhas eletrônicas.

2.1 MF em livros didáticos

Para verificar em que medida o ensino da MF está sendo abordado em pesquisas, busquei na literatura estudos que realizaram análise de livros didáticos. Entre os trabalhos selecionados, o primeiro trabalho consultado foi o de Nascimento (2004), no qual o autor analisou 8 livros didáticos, citados no quadro 1 abaixo.

Bezerra, M.J.; Putnoki, J.C. **Novo Bezerra** – Matemática, Volume Único, 1994;
Bianchini, E.; Paccola, H. **Curso de Matemática**, Volume Único,1997;
Bianchini, E.; Paccola, H. **Curso de Matemática**, Volume Único, 1999;
Dante, L. R. **Matemática**, Volume único, 2000;
Filho, B.B; Silva, C.X. da. **Matemática**, Volume 3, 1998;
Filho, B.B,; Silva, C. X. da. **Matemática – aula por aula**, Volume Único, 2000;
Giovanni,J.R.; Bonjorno, J.R.; Jr, J.R.G. **Matemática Completa**, Volume Único, 2002;
Santos, C. A. M. dos.; Gentil, N.; Emílio, S. **Matemática – Novo Ensino Médio**, Volume Único, 2003.

Quadro 1 – Livros analisados por Nascimento (2004)

O enfoque principal do trabalho acima citado foi verificar a presença de conteúdos indispensáveis de MF. Nascimento (2004) afirma que MF é um conhecimento necessário que permeia toda a atividade do ser humano nos dias atuais. Desse modo considera os conteúdos: porcentagens, juros simples, desconto bancários simples, juros compostos, amortização, capitalização e sistemas de empréstimos, como essenciais para discussão na escola, pois estão frequentemente encontrados em problemas do cotidiano.

O autor ainda destaca que os livros didáticos tem grande influência no trabalho desenvolvido pelos professores em sala de aula. Nascimento (2004) acredita que os livros orientam as escolhas de conteúdos de forma mais direta que os documentos oficiais.

Assim, o autor concluiu que muitos dos livros analisados não trazem conteúdos diretamente ligados a MF. Quando tais conteúdos são apresentados é superficialmente e não fornecem conhecimentos suficiente para os alunos de Ensino Médio. Nascimento (2004) ainda afirma que em alguns livros não há contextualização de MF com funções, em especial exponencial e logarítmica.

O trabalho de Filho (2008) analisou 7 livros didáticos, conforme citados no quadro 2.

Bianchini, E.; Paccola, H. **Curso de Matemática**, Volume Único, 2003;
Dante, L.R. **Matemática: contexto & aplicações**, Volume 1, 2007;
Fernandes, V.; Silva, J.D,; Mabelini, O. **Matemática para o Ensino Médio**, Volume Único, 2005;
Giovanni, J.R.; Bonjorno, J. R. **Matemática: uma nova abordagem**, Volume 1, 2000;
Guelli, O. **Matemática: Série Brasil**, Volume Único, 2003;
Zampirollo, M.; Scordamaglio, M.; Cândido, S. **Matemática: Projeto Escola e Cidadania para todos**, Volume 1, 2004;
Youssef, A.; Soares, E.; Fernandez, V. **Matemática: de olho no mundo do trabalho**, Volume Único, 2004.

Quadro 2 – Livros analisados por Filho (2008)

O enfoque desta dissertação foi pelo modo como os autores de livros didáticos escolheram abordar, principalmente, o regime de capitalização composta e algum eventual tópico escolhido por eles para aprofundar o estudo. Filho (2008) destaca uma notável disparidade entre as abordagens utilizadas, os conceitos trabalhados e os exercícios propostos. Afirma ainda que, nenhuma publicação analisada, equilibra abordagens matematicamente corretas associadas aos conceitos básicos de Matemática que evidenciem as principais características de movimentações financeiras que os autores propõem estudar.

Quanto à abordagem de MF, Filho (2008) destaca que não existe um padrão entre os autores. Alguns abordam o assunto entre os estudos de Funções Exponenciais e PG, enquanto que outros fazem após PG e, pelo menos um deles abordou MF antes dos conceitos citados.

Sobre os conceitos trabalhados também não existe unanimidade. Para Filho (2008) os livros abordam somente o cálculo de montante a partir da capitalização composta enquanto que outros aprofundam mais o assunto, tratando de depósitos ou pagamentos.

Filho (2008) ainda destaca que este "aprofundamento" para alguns autores de livros didáticos é simplesmente citar fórmulas, sem nenhuma justificativa, enquanto que a maioria justifica o procedimento a partir de equivalência de capitais. Os exercícios propostos, em sua maioria, limitam-se a repetições das fórmulas e dos procedimentos desenvolvidos na resolução dos exemplos propostos no capítulo.

Nascimento (2004) fez uma análise didática de livros publicados entre 1994 e 2004, enquanto que Filho (2008) analisou livros publicados de 1998 a 2008. É notável ainda que, Nascimento (2004) e Filho (2008) analisam autores em comum, porém com publicações em datas diferentes. Lembrando que os PCNs para o EM foram lançados em 2000, Nascimento (2004) afirma que os conteúdos de MF em alguns destes livros nem eram apresentados. Por outro lado Filho (2008) destaca que os conteúdos apresentados, quando "aprofundados", limitam-se a citação de fórmulas.

A partir da análise de livros didáticos feita por Nascimento (2004) e Filho (2008) e também tendo por base alguns trabalhos já realizados, verifica-se que há ainda necessidade de aprofundamento de propostas didáticas para desenvolver o ensino de MF. Conforme Nascimento (2004), os livros,

> [...] constituem um instrumento importante para o ensino e aprendizagem, seria desejável que oferecessem subsídios para que o professor pudesse desenvolver suas atividades de forma adequada às propostas oficiais, tanto no preparo de suas aulas quanto na sua prática docente. (NASCIMENTO, 2004, p. 51).

Deste modo, tais resultados analisados levam a concluir que os livros didáticos ainda não assumem o papel que lhes é devido, uma vez que apresentam conteúdos simplificados, sem contextualização e com exercícios propostos, na maioria das vezes, incoerentes com a realidade dos alunos. Nesse sentido, parece importante ressaltar que o livro didático não seja entendido apenas como norteador do currículo, mas como um recurso didático, a favor da aprendizagem.

O ensino de MF deve ter como objetivo interpretar, reconhecer, avaliar, utilizar e propor conceitos de MF, relacionando seu papel na vida humana, sua presença no mundo cotidiano e seus impactos na vida social.

2.2 Resumo de trabalhos, dissertações ou teses que tratam de MF no ensino

Nesta seção destaco alguns artigos, dissertações ou teses apresentadas nos últimos anos que contribuíram para o ensino de MF nas escolas brasileiras. Além dos trabalhos de Nascimento (2004) e Filho (2008), já citados, consultamos os trabalhos de Stieler (2007), Schneider (2008), Braga (2008), Novaes (2009) e Caramori (2009). Optamos por apresentar os resumos em ordem cronológica.

Nascimento (2004) discute sobre o que sabem os alunos e o que pensam os professores de Ensino Médio a respeito da MF nessa etapa da escolaridade. O autor afirma que,

> Essa discussão é oportuna e torna o tema relevante, na medida que conjuga a dimensão pragmática, utilitária da MF aos aspectos da contextualização, transversalidade, interdisciplinaridade e cidadania, que são enfatizados nas orientações contidas nos projetos curriculares, em especial nos PCNs do Ensino Fundamental e Médio.(NASCIMENTO, 2004, p.6).

Nesse trabalho, o autor estudou diferentes documentos oficiais relativos ao ensino da Matemática, analisando alguns livros didáticos, coletando dados para identificar os conhecimentos básicos de alguns egressos e de alunos que cursam o Ensino Médio, levantando em consideração opiniões de professores da rede pública sobre a pertinência do trabalho com temas ligados à MF, bem como uma análise de relatórios de professores participantes de projetos de formação continuada realizado em 2002 pela PUC/SP, em convênio com a Secretaria de Educação/SP.

Nascimento (2004) destaca que os resultados reforçaram as hipóteses de que a MF traz conhecimentos que permeiam toda atividade humana, relacionada ao trabalho, consumo e finanças. Entretanto, constata que existe uma cisão entre o que se pretendem e o que se faz, uma vez que o Ensino Médio continua a oferecer conteúdos que não favorecem ao jovem o espaço devido para o desenvolvimento do exercício pleno de sua cidadania, tratando de conhecimentos não aplicáveis ao seu cotidiano. Com base nessas evidências, Nascimento (2004) aponta para importância de um currículo com enfoque cultural e propõem a inclusão de MF no rol de conteúdos trabalhados no Ensino Médio.

Outro trabalho consultado foi à dissertação de Stieler (2007) que apresenta resultados de uma experimentação, na qual foi aplicada a metodologia da engenharia didática, tendo como finalidade introduzir o conceito de capitalização simples e composta bem como o tema desconto simples com uso da planilha eletrônica do Excel.

Para Stieler (2007),

> A engenharia didática é uma metodologia particularmente adaptada para a realização de observações de fenômenos em classe e composta, basicamente, de quatro etapas: 1) uma análise previa onde são feitas considerações sobre o quadro teórico didático geral, 2) uma análise *a priori* que permite formular hipóteses cognitivas e didáticas, 3) a concepção de um ensino que as execute, a realização e a observação das sequências didáticas construídas, 4) a análise *a posteriori* que é a crítica da produção, em relação à problemática inicial. (STIELER, 2007, p.8).

Para o autor o estudo das teorias, criação, aplicação e análise de uma engenharia didática, com todo rigor sustentado pela teoria, poderá indicar sobre possíveis vantagens do uso das tecnologias no ensino e também possíveis desvantagens que são importantes para subsidiarem os professores na preparação das abordagens dos conteúdos de MF. Os conceitos de capitalização (simples e composta) e desconto simples foram introduzidos por meio de situações - problemas com auxílio da planilha eletrônica do Excel.

Stieler (2007) afirma que após a análise *a posteriori*, observou-se que a maioria dos alunos definiu os conteúdos propostos e com o auxilio da planilha resolveram todas as atividades sugeridas. Observou-se também que os alunos estão muito presos a problemas cujos resultados são simplesmente numéricos, apresentando dificuldades em generalizar e intepretar resultados de experiências. Stieler (2007) ainda considera que essa experiência ilustra uma utilização adequada de novas tecnologias no ensino de MF.

Esse trabalho foi aplicado em um curso de graduação, portanto destaca-se que a metodologia aplicada focalizou professores em formação, para que estes futuros profissionais da educação, tenham condições de desenvolver conceitos de MF de modo significativo. Os demais trabalhos aqui citados, foram aplicados em escola básica, e objetivam principalmente destacar a importância de conceitos de MF na vida das pessoas.

Outro trabalho consultado foi o de Schneider (2008) que questiona e analisa a importância dos conteúdos de matemática financeira para a vida das pessoas, mostrando a necessidade de apropriar-se dos significados desses conceitos para a tomada de decisões adequadas e conscientes diante das facilidades de crédito proporcionadas pelo comércio e por financeiras.

Como instrumento de coleta de informações, Schneider (2008) elaborou questionários, e aplicou a alunos da 8ª série do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio, bem como a professores de matemática de escolas de um município do interior do Rio Grande do Sul. Além disso, coletou documentos que registram as situações reais sobre compras, empréstimos e financiamentos oferecidos em estabelecimentos comerciais e instituições financeiras.

Os dados foram analisados com base em teorias, pesquisas e documentos relacionados ao tema, utilizando-se de uma abordagem qualitativa. Schneider (2008) afirma que as análises indicaram um conhecimento fragmentado, incompleto e superficial pelas dificuldades dos alunos de lembrar algo sobre os conteúdos de matemática financeira estudados na escola.

O autor afirma que,

> Mesmo que a totalidade dos alunos e professores pesquisados considere importante o conhecimento desses conteúdos para a vida das pessoas, essa parte da matemática não está sendo priorizada na educação básica, especialmente no ensino médio, pois constam apenas em alguns livros didáticos. As situações reais evidenciaram a necessidade do conhecimento de conteúdos da MF para não se configurarem como armadilhas do crediário e do crédito fácil. (SCHNEIDER, 2008, p. 5).

Com base nas constatações produzidas, Schneider (2008) sugere um ensino contextualizado mediante o uso de materiais informativos provenientes do cotidiano das pessoas, como artigos de jornais, revistas, folders promocionais, e que estejam relacionados com os conceitos da MF, para propiciar a educação financeira dos alunos.

A pesquisa de Filho (2008) apresenta uma proposta de trabalho de MF no Ensino Médio, utilizando planilhas eletrônicas, para resolver alguns dos principais problemas inerentes a certas movimentações financeiras via recursão, tais como o planejamento de uma previdência privada e o pagamento parcelado de dívidas, dentre outros.

Para Filho (2008) o principal objetivo é suprir uma lacuna no que diz respeito à existência de material didático voltado para o nível de ensino abordado, constatado a partir da análise de diversos livros didáticos. Essa dissertação também contém análise dos trabalhos com os estudantes de Ensino Médio, utilizando o material apresentado, bem como uma explicação mais detalhada do método recursivo proposto.

Também foi analisado o trabalho de Braga (2008) apresenta uma pesquisa cujo objetivo é desenvolver atividades que promovam habilidades na construção de conhecimentos matemáticos dos alunos do Curso Técnico em Agropecuária e Ensino Médio do Centro Federal de Educação Tecnológica de Januária-MG. Esta pesquisa trata-se de uma inovação abordando Estatística e Matemática com a planilha eletrônica Excel. As análises *a posteriori* apontam ser adequada a utilização da planilha Excel como recurso didático no processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos. A pesquisa enfatiza a necessidade de se democratizar o acesso ao computador, fazendo com que o mesmo seja mais uma ferramenta que possa ser utilizada para promover o desenvolvimento de um currículo voltado para uma educação de qualidade.

Novaes (2009) relata uma pesquisa baseada em uma experiência de ensino da MF, segundo uma abordagem visual. Nessa pesquisa, o autor elabora uma sequência de aulas organizadas em 5 sessões, sobre os conceitos fundamentais da MF, através de um modelo que usa a visualização como metodologia de ensino e a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa.

Como a MF não é bem explorada no Ensino Médio, a autora acredita que por meio desse tema pode capacitar o aluno a entender melhor o mundo em que vive, tornando-o mais crítico ao assistir um noticiário, ao ingressar ao mundo do trabalho, ao consumir, ao cobrar seus direitos e ao analisar suas obrigações.

Desse modo, propõe uma abordagem visual para o ensino da MF, por acreditar que este método é fértil por essência, pois dá autonomia ao aluno, possibilitando a diversidade de resolução de um mesmo problema, auxiliando e estimulando o aluno na criação de sua própria técnica, permitindo que o pensamento aconteça livremente, eliminando fórmulas e regras sem sentido.

Caramori (2009) apresenta um trabalho que teve por objeto de investigação: as opiniões dos professores de um Grupo de Formação Continuada sobre o uso da Calculadora HP-12C e da Planilha Excel para o ensino e aprendizagem de tópicos de Matemática Financeira. Essa pesquisa envolveu a realização de uma prática com, aproximadamente, vinte professores de Matemática (do Ensino Fundamental e do Médio) da Região Alto Uruguai, no norte do RS, em que foram trabalhados problemas matemáticos, envolvendo conceitos de Porcentagem, Juros Simples e Compostos, utilizando-se o Emulador da Calculadora HP-12C ($12C++) e a Planilha Excel.

Os dados foram coletados a partir de observações e de instrumentos aplicados aos professores, no decorrer da prática e foram organizados em categorias.

Caramori (2009) afirma que os resultados destacaram que os professores consideram complexo o uso da Calculadora HP-12C devido à linguagem de programação que utiliza, mas acreditam que é um recurso que pode auxiliar no estudo de Porcentagem e Juros Compostos, não sendo sugerido para o estudo de Juros Simples.

Quanto ao uso da Planilha Excel, os resultados apontaram que a mesma possui recursos para o trabalho na sala de aula como visualização, discussão e exploração já que despertam o interesse dos alunos para o estudo de tópicos de MF.

A proposta didática que apresentaremos neste trabalho se diferencia dos demais, pois objetiva relacionar conhecimento científico a problemas reais da vida do aluno para que os mesmos se tornem significativos e gerem aprendizagens. Conforme os PCNs,

> No Ensino Médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. (BRASIL, 2000, PCN+, p.111).

Desta forma, justifica-se a abordagem de conteúdos de MF, a partir de reportagens, de situações vividas pelos alunos ou de informações que lhe serão úteis em algum momento de sua vida social e profissional. Assim,

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são formadoras, à medida que

> instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2000, PCN+, p.111)

É fundamental que, ao aplicar a presente proposta o professor objetive conscientizar os alunos para a importância dos conceitos de MF como instrumentos e formas de compreender e dominar a realidade. Conforme Alves, Fialho e Matos (2003) utilizar uma metodologia que vise uma EMC importa em envolver os alunos, analisar e descrever suas práticas, explicitar os recursos que movimentam e criar situações e práticas que se mobilizem.

Desta forma com a proposta de estudar conceitos de juros, taxas, aplicações e empréstimos, pretende-se a partir de uma EMC contribuir para que os alunos aprendam como a MF é utilizada socialmente, e ainda, conforme Alves, Fialho e Matos (2003), "para formatar a própria sociedade, conhecendo os modelos e os pressupostos utilizados para os construir, com o objetivo de desenvolver uma atitude crítica em relação a esses modelos".

2.3 Recursos Computacionais no Ensino de Matemática

Como a proposta didática apresentada neste trabalho consiste em trabalhar conceitos de MF na perspectiva da EMC, é necessário que o uso de recursos computacionais também seja explorado. Nesta proposta sugerimos a utilização de planilhas eletrônicas como ferramenta de cálculo em MF e, portanto, abordaremos um material didático recente na área.

O livro Recursos Computacionais no Ensino de Matemática (SMB, 2011) de V. Giraldo, F. R. Pinto Mattos, P. A. Silvani Caetano, traz um conjunto de ideias e atividades para o uso de recursos computacionais em sala de aula.

Nos sete capítulos que integram a obra, os autores escrevem sobre: o uso da calculadora no ensino de Matemática, planilhas eletrônicas, ambientes gráficos, ambientes de geometria dinâmica, sistemas de computação algébrica e simbólica, ensino a distância e pesquisas eletrônicas, processadores de texto e hipertexto.

O material foi criado para a disciplina, do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), com o objetivo de obter material teórico que apresentassem critérios e instrumentos para seleção de recursos computacionais para o ensino de matemática.

Cada capítulo apresenta introdução pedagógica do recurso apresentado, seguido de atividades sugeridas para o professor, explorando conteúdos matemáticos e suas propriedades. É interessante que o professor resolva cada atividade e observe cada detalhe nela envolvido. Na sequência, os autores apresentam a resolução, descrevendo seu nível de dificuldade, erros mais comuns e breve argumentação sobre os conteúdos abordados.

Uma da seção interessantes desse livro, em minha opinião, é a reflexão pedagógica que os autores propõem aos professores. Essa seção remete ao professor refletir sobre novas práticas docentes, por meio de recursos computacionais, buscando proporcionar experiências de aprendizagem significativa para os alunos.

Entre os recursos citados, quanto ao uso da calculadora no ensino de Matemática, os autores fazem uma breve discussão sobre os benefícios ou malefícios do uso da calculadora em sala de aula. Consideram que, de modo geral, todas as tecnologias digitais devem ser usadas de modo benéfico na aprendizagem dos alunos, e não ser banidas da sala de aula.

Cada atividade proposta pode ser feita com uma calculadora simples, mas os autores destacam que as atividades não devem se resumir à mera verificação de resultados, mas sempre incluir as justificativas matemáticas desses resultados.

Outro destaque do capítulo é sobre as limitações da calculadora. Nas atividades propostas, os alunos devem desenvolver uma atitude de interpretação crítica dos resultados, tendo consciência das limitações da calculadora e pelo fato dela produzir resultados imprecisos ou aparentemente errados. Os resultados da máquina devem ser interpretados e avaliados com base em argumentos matemáticos.

Com relação às planilhas eletrônicas, os autores destacam o uso deste recurso para manipulação e operação com grandes quantidades de dados numéricos, articulação entre diversas formas de representação, ferramentas logísticas e ferramentas estatísticas. As atividades propostas nesse capítulo exploram os recursos acima em dois campos do ensino de Matemática: simbologia algébrica, equações, funções e tratamento da informação.

As planilhas eletrônicas oferecem mais recursos e funções que as calculadoras. Dessa forma, os autores apresentam algumas diferenças importantes do ponto de vista pedagógico, em relação ao uso da calculadora, a saber:

1) As planilhas possuem maior precisão que as calculadoras, portanto possibilitam a visualização e o tratamento de dados numéricos com mais casas decimais.
2) Os recursos das planilhas também oferecem a possibilidade de manusear os dados das atividades de forma mais dinâmica e com menos uso de teclas, uma vez que as fórmulas e dados digitados em uma célula podem ser generalizados para outras por meio do recurso de arrastar.
3) As planilhas geram automaticamente um registro tanto das operações e funções matemáticas empregadas no problema, quanto dos dados da solução. Para guardar tais registros com o uso da calculadora, é preciso manter um controle paralelo em papel.
4) Os símbolos encontrados nas calculadoras de bolso são essencialmente os mesmos e obedecem às mesmas regras com que os alunos estão acostumados a lidar desde a alfabetização matemática nos anos inicias, enquanto as planilhas eletrônicas possuem simbologia e sintaxe próprias, cuja aprendizagem por si só demanda maior maturidade por parte do aluno.

No Capítulo 3 - Ambientes gráficos, os autores criticam a grande ênfase dada, ao ensinar funções, em fórmulas e procedimentos algébricos rotineiros executados sem maiores reflexões, o que tende a favorecer a concepção de função simplesmente como fórmula.

É um objetivo importante para o ensino de funções relacionar as características geométricas do gráfico de uma função diretamente com as propriedades algébricas de sua fórmula, sem a intermedição de tabelas de valores. Existem alguns softwares disponíveis que podem ajudar neste objetivo.

Esses programas permitem manipular gráficos de funções de forma integrada com representações algébricas e numéricas, usando essencialmente a mesma simbologia algébrica usual. Os autores exploram atividades que possibilitam de uso desse tipo de software no ensino básico.

Assim como no caso do Capítulo 1, o objetivo central é destacar a riqueza das explorações matemáticas que podem ser feitas com recursos tecnológicos relativamente simples e acessíveis. As atividades propostas podem ser feitas com os programas Graphmatica ou WinPlot (cujo download pode ser realizado gratuitamente na internet), ou com outros equivalentes de sua preferência, ou ainda com planilhas eletrônicas que tenham recursos para traçar gráficos disponíveis.

No Capítulo 4 - Ambientes de geometria dinâmica, os autores abordam o uso de ambiente de Geometria Dinâmica no ensino de Matemática, mais especificamente em Geometria Plana e funções. O principal objetivo é enfatizar a necessidade de argumentos formais e não de tornar os resultados do computador como critério de verdade.

No campo da Geometria são propostas atividades envolvendo construções geométricas elementares, com ênfase no estudo das propriedades das figuras planas que permanecem invariantes nas construções geométricas dinâmicas. No ensino de funções, os ambientes de geometria dinâmica permitem uma abordagem ao conceito de funções em relações de dependência funcional em construções geométricas.

Os softwares usados como referência são o GeoGebra e o Tabulae, softwares de domínio público que podem ser encontrados facilmente na internet. Os autores destacam que o objetivo não é focar em um software específico, mas discutir sobre as vantagens e limitações que o uso de ambientes de geometria dinâmica pode trazer para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

No Capítulo 5 - Sistemas de computação algébrica e simbólica são apresentados algumas possibilidades de aplicação dos sistemas de computação algébricas, em exemplos de atividades que tenham relação mais direta com os conteúdos do ensino básico e cujo desenvolvimento não demande o uso de um grande número de comandos ou sintaxe excessivamente complicada.

Os autores definem os sistemas de computação algébrica como softwares matemáticos que integram recursos numéricos, gráficos e simbólicos. O principal o software apresentado é o Maxima, distribuído gratuitamente na internet. Além disso, a interface wxMaxima, também disponível gratuitamente, oferece um conjunto de atalhos que tornam o programa consideravelmente mais amigável.

Cabe ressaltar que o objetivo deste capítulo não é aprender a sintaxe específica do aplicativo Maxima, e sim usá-la como exemplo para ilustrar o que pode ser feito com sistemas de computação algébrica e como esses sistemas podem contribuir para o ensino básico de Matemática.

No Capítulo 6 - Ensino a Distância são apresentadas propostas para atividades baseadas em resolução de problemas em que os alunos podem participar tanto estando reunidos presencialmente como distribuídos remotamente. São apresentadas e discutidas as principais ferramentas, possibilidades e limitações de ambientes de educação à distância, e, com base nessa discussão, são propostos pequenos projetos de elaboração e avaliação de atividades à distância.

No Capítulo 7 - Pesquisa eletrônica, Processadores de Texto e Hipertexto, inicia abordando possibilidades de busca e organização de conteúdos matemáticos oferecidos pelas novas tecnologias computacionais para uso em sala de aula. Este capítulo não aborda propriamente o uso de recursos computacionais para o ensino de conceitos matemáticos específicos. Limita-se a apresentar e discutir algumas formas de aproveitar recursos computacionais para elaborar textos matemáticos para uso em sala de aula.

A elaboração de pequenos textos pelo professor pode se constituir em um enriquecimento importante para os livros didáticos convencionais, pois confere ao professor a autonomia para aprofundar e complementar a abordagem dos conteúdos com base no conhecimento dos alunos que só ele próprio pode ter.

Deve-se destacar que este material é uma ótima sugestão a professores que ainda não tem utilizado recursos computacionais em sala de aula. Apresenta uma linguagem acessível, que qualquer professor pode compreendê-la e apropriá-la. Utilizamos esta referência em uma disciplina do PROFMAT e foi muito interessante à experiência, uma vez que o material objetiva utilizar os recursos, centrado na resolução de problemas que promovam aprendizagens sólidas de Matemática, o suficiente para permanecer e se transferir para outras situações, mesmo sem o apoio de qualquer recurso.

2.4 Planilhas Eletrônicas no ensino de MF

Conforme Braga (2008), uma planilha eletrônica representa o programa de computador (software) que é utilizado, geralmente, para manipular cálculos, construir gráficos, gerenciar dados, fazer manipulações, entre outros.

Já Stieler (2007), define que,

> A planilha eletrônica é uma folha de cálculo disposta em forma de tabela, na qual poderão ser efetuados rapidamente vários tipos de cálculos matemáticos, simples ou complexos. De acordo com uma filosofia matricial, pode ser utilizada por qualquer pessoa de qualquer setor profissional que tenha no seu trabalho a necessidade de efetuar cálculos financeiros, estatísticos ou científicos. (STIELER, 2007, p. 27).

Entretanto nos PCNs para definição de planilha eletrônica, temos:

> As planilhas eletrônicas são programas de computador que servem para manipular tabelas cujas células podem ser relacionadas por expressões matemáticas. Para operar com uma planilha, em um nível básico, é preciso conhecimento matemático similar àquele necessário ao uso de calculadora, mas com maiores exigências quanto à notação de trabalho, já que as operações e as funções são definidas sobre as células de uma tabela em que se faz uso de notação para matrizes. (BRASIL, 2006, PCN, p. 87).

Mas quanto a sua utilidade no ensino de Matemática, Brasil (2006) afirma que “as planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática”.

Deste modo, pretende-se nesta proposta didática utilizar na resolução de exemplos propostos, planilhas eletrônicas (em particular o Excel), por oferecer mais recursos do que uma calculadora. Parece óbvio que com calculadoras seria viável ensinar conceitos de MF, mas em conformidade com Filho (2008),

> [...] É viável construir a movimentação somente com o uso de uma calculadora para um período curto, mas à medida que n aumenta o processo se torna inviável. Ainda, a possibilidade de uma fácil manipulação dos dados torna possível ao estudante visualizar facilmente a variação, mas sem nunca perder de vista a essência da movimentação, que é a sua definição recursiva, já que a programação da planilha é feita a partir dela. [...] (FILHO, 2008, p. 74).

Assim, muito mais do que a utilidade para cálculos de movimentações financeiras em períodos de tempo (n) grandes, as planilhas eletrônicas auxiliam na construção de modelos matemáticos[1]·, ou ainda,

---

[1] Segundo Caramori (2009 apud LEME, 2007) modelo matemático é uma forma de representação da realidade por meio de fórmulas matemáticas.

> No ambiente educacional, mais especificamente, na disciplina de Matemática Financeira, a Planilha Excel pode ser um exemplo de um recurso computacional que possibilita a construção de modelos matemáticos. Além disso, permite a validação do modelo pelo confronto dos resultados obtidos com a realidade ou situação-problema que o gerou. Assim, a construção de modelos matemáticos ocorre a partir de discussão com os alunos e pela mediação do professor, possibilitando, assim, a reflexão sobre o funcionamento da tecnologia em uso e do assunto em pauta. (CARAMORI, 2009, p. 28).

Nesse sentido, Caramori (2009 apud Morgado, 2003, p.25) destaca que muitas experiências bem-sucedidas têm sido realizadas, utilizando-se Planilhas, “[...] demonstrando que este tipo de aplicativo pode promover um rico ambiente para investigações, experimentações, explorações, simulações e atividades de resolução de problemas”.

É importante destacar que nesta proposta didática, o papel do aluno não se limita apenas a resolver exercícios através de planilhas eletrônicas. A justificativa seria que,

> O uso de recursos tecnológicos conduz a um envolvimento dos alunos em um trabalho investigativo com situações do seu cotidiano, que possam contribuir para que ampliem o conhecimento sobre determinado assunto, ao mesmo tempo em que compreendem a utilidade daquilo que aprendem. (CARAMORI, 2009, p. 30).

Entretanto, é necessário que o professor também solicite aos alunos a resolução com papel e caneta, caso contrário não seria exigida uma compreensão do que está sendo feito, afinal o software faria todas as contas e bastaria ao aluno inserir corretamente os valores.

Quanto à avaliação, o estudo de MF nesta proposta didática, prioriza o processo e não somente o resultado final. É papel do professor observar e avaliar desde a construção da planilha às discussões ocorridas, bem como as estratégias escolhidas na resolução dos problemas propostos e também seu esforço para resolvê-los.

Capítulo 3 – Matemática Financeira na perspectiva de uma Educação Matemática Crítica

Neste capítulo apresento uma proposta de trabalho em Matemática Financeira, primeiramente explicando a escolha de conteúdos e da metodologia utilizada e, na sequência, um plano de aula como sugestão.

3.1 Descrição da proposta e justificativa

Conforme Freire (1996), “Me movo como educador, porque, primeiro, me movo como gente”, é que chego neste capítulo deste trabalho. Como educadora, me considero também aprendiz e, assumindo este papel busco trabalhar educando matematicamente. Isso acentua a responsabilidade, enquanto educadora, de abrir espaço para discussões e de permitir conflito de opiniões, pontos de vista de temas matemáticos bem como sua relevância.

Segundo Alves, Fialho e Matos (2003), educar matematicamente parece ser entendido como fornecer aos alunos fatos matemáticos adaptados na prática escolar com o argumento de que serão úteis em outras disciplinas ou, alguma vez na vida. Em minha opinião, inclui levar os alunos a apropriar-se de modos de entender matematicamente as diferentes situações do dia a dia.

Desta forma, senti a necessidade de criar um material pedagógico que sirva de sugestão aos educadores, que tenham como finalidade fornecer ferramentas e meios para que seus alunos saibam interpretar e atuar sobre o mundo que os rodeia. O objetivo principal desta proposta é levar os alunos a identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, de forma que contribua para a formação de cidadãos livres, responsáveis e críticos.

De modo geral, a MF aborda temas da realidade. Além disso, contextualiza temas como porcentagem, funções afim, exponenciais e logaritmos, sequencias como também envolve a leitura e interpretação de quadros, tabelas e gráficos.

Conforme Morgado (2002), MF está ligado ao conteúdo de sequências, mais especificamente, Progressões Geométricas (PG), cuja operação básica é a operação de empréstimos.

O autor ainda afirma que a finalidade em estudar MF consiste na tomada de decisões, para poder optar entre alternativas tanto de financiamento ou investimento. Considera que, para que se possa fazer alguma coisa útil em MF é preciso que entenda que o valor de uma quantia não depende apenas da quantidade, depende também da época a qual o valor está referido.

Dessa forma, Morgado (2002) considera uma situação absurda o fato de um aluno com 11 anos de Matemática não ser capaz de decidir racionalmente entre uma compra a vista com desconto e uma compra a prazo. Assim, a finalidade desta proposta pedagógica consiste em abordar conteúdos matemáticos a partir de situações reais, para que o aluno decida racionalmente em cada situação.

3.2 Organização da metodologia da proposta

A proposta está estruturada em 6 temas. Cada tema aborda um assunto em MF, ou seja, introdução a MF, conceitos básicos, juros, taxas, aplicações e empréstimos. Na Introdução justifica-se o estudo de MF não só pela sua ampla aplicação, mas como necessidade básica na formação de conceitos mais avançados.

Cada conteúdo abordado foi pensado a partir de uma situação realmente vivida por um cidadão. O corpus das atividades baseia-se em notícias de jornais, revistas e internet e a escolha desses recursos justifica-se pela necessidade de informação e de alternativas em uma tomada de decisões. Um cidadão bem informado é cônscio a analisar e tomar decisões que lhe sejam convenientes.

Considera-se como conceitos básicos a competência do aluno em localizar informações em um texto, criar registros pessoais para comunicar informações coletadas, organizar dados em tabelas para posterior análise e resolução de problemas, aplicar conhecimentos de porcentagem, frações, regra de três, proporcionalidade e relacionar frações com porcentagens no desenvolvimento de cálculo mental de qualquer valor.

Considerando a necessidade de relacionar conhecimento matemático com situações reais, a identificação de impostos, tais como seus significados e a porcentagem correspondente, serve para que os alunos possam examiná-los levantando dados neles contidos. Também considera-se uma oportunidade para trabalhar com recursos computacionais, entre eles a calculadora e o computador, mais especificamente, as planilhas eletrônicas.

Como objetivo principal desta proposta é educar matematicamente, entende-se Juros somente como Juros Compostos. Conforme Morgado (2002) o contexto adequado a Juros Simples é exatamente um "conto de fadas". O autor justifica que não existe aplicação na vida real e cria no aluno certa ilusão de que ele aprendeu a fazer cálculos financeiros, por exemplo, acreditando que juros de 10%a.m daria em 2 meses juros de 20%.

Percebe-se que além dos assuntos rotineiros tais como o uso do cartão de crédito e empréstimos, estudar juros proporciona aos alunos a revisão de conceitos como porcentagens, funções, exponenciais e logaritmos. Isso exemplifica situações e recursos disponíveis para que o aluno entenda o principal objetivo de compreender juros, ou seja, após cada período, os juros são incorporados ao principal e passam, por sua vez, a render juros sobre juros. Entendo então que juros exemplificam uma PG que encontra cada termo multiplicando o termo anterior pela razão, e assim, obtém- se uma expressão geral chamada de fórmula para obtenção de juros.

Dedicar uma seção ao estudo de taxas dá-se ao fato da experiência pedagógica mostrar que existe muita confusão entre o conceito de taxas equivalentes e taxas proporcionais. Um dos principais fatores talvez seja o fato da negligente prática educacional de ensinar juros simples, criando o falso raciocínio de que taxas que apresentam uma proporcionalidade entre o valor que se expressam e as durações dos períodos de tempo a que se referem, produziriam um mesmo montante quando considerados o mesmo prazo de aplicação e o mesmo capital. Considera-se também o fato do aluno, enquanto cidadão, entender a diferença entre taxa nominal e taxa efetiva, artifícios utilizados conscientemente para mascarar a taxa de juros em operações financeiras.

Morgado (2002) afirma que existe um único problema em MF, ou seja, deslocar quantias no tempo. O autor afirma que a essência da MF está em compreender que um valor do presente é levado para o futuro, multiplicando este valor por $(1+i)^n$ (onde i é a taxa e n é o período de aplicação), ou seja, o que hoje vale C_0 (capital inicial) valerá daqui a n períodos $C_0(1+i)^n$. Desse modo para levar o valor para o futuro multiplica-se por $(1+i)^n$, obviamente que para trazer um valor do futuro para o presente dividi-se por $(1+i)^n$.

Dessa forma o tema “Aplicações e Empréstimos” foi criado para que o aluno verifique situações existentes que são extremamente comuns na vida real, mas que nem sempre são decididas de modo racional e sim de modo inteiramente emocional. Assim, a partir das situações apresentadas pretende-se que o aluno esteja apto a tomar decisões racionais, refletindo se é melhor fazer uma compra a vista ou a prazo, se é melhor adquirir um objeto novo ou reformá-lo ou ainda se é mais conveniente adquirir um empréstimo pelo Sistema de Prestações Fixas (Price) ou o Sistema de Amortização Constante (SAC).

Cada exemplo foi apresentado para que aluno tenha a oportunidade de trabalhar e refletir sobre a decisão mais conveniente a ser tomada. A utilidade de recursos computacionais é predominante em todo o referencial. O uso de calculadoras e computadores é relevante, pois apresentam facilidade, agilidade e dinamismo na resolução dos cálculos possibilitando assim mais tempo para a discussão e reflexão em todas as atividades desta proposta didática.

3.3 Apresentação das atividades elaboradas

Como gestor de sua sala de aula, o professor deve garantir uma aprendizagem que atue na formação de cidadãos capazes de atuar na sua realidade, transformando-a. Quero iniciar os trabalhos com significados e conceitos sobre MF. Sendo assim, começo a Atividade 1, com uma introdução que servirá de sugestão para que o professor ative o conhecimento prévio dos alunos com uma conversa, problematizando questões referentes a este conteúdo, para se ter ideia do que os alunos já sabem ou pensam sobre o tema.

Ao propor essa atividade, sugere-se que o professor solicite aos alunos uma pesquisa que contribui para identificar na mídia, temas relacionados à Matemática

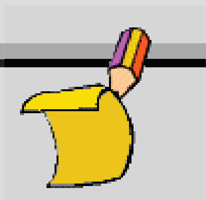
Financeira, bem como sua linguagem específica e para prática de recursos computacionais.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática Financeira possui diversas aplicações no atual sistema econômico. Algumas situações estão presentes no cotidiano das pessoas, como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, compras a crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsas de valores, entre outras situações.

O mundo globalizado nos mostra cada vez mais a necessidade de informações e, para tanto, é necessário o conhecimento básico que possibilita o entendimento de conceitos mais apurados. Este raciocínio é o que norteia a Matemática Financeira que se preocupa com o estudo do valor do dinheiro no tempo.

Atividade 1



Dentre os temas: financiamento de carro, financiamento de casa, empréstimos, compras, cartão de crédito ou aplicações financeiras, escolha um e procure em jornais, revistas ou internet, notícias referentes a estes assuntos. Faça uma pesquisa mais detalhada sobre sua notícia e prepare uma apresentação para seus colegas em Power Point.

Ao planejar as ações em sala de aula, o professor precisa ter segurança para selecionar situações de aprendizagem. Estas situações podem ser propostas a partir de questões expressas em situações do dia a dia de seus alunos. É importante que cada professor conheça a realidade de seus alunos e a partir de seu conhecimento, introduza situações que lhes retornem em conhecimento.

A escolha deste material por reportagens de jornais ou revistas eletrônicas justifica-se pela facilidade de acesso, aos meios eletrônicos, de alunos do Ensino Médio. Como o objetivo deste material é abordar conteúdos matemáticos a partir de situações reais, cada reportagem escolhida foi com o intuito de informação e também de conhecimento matemático nela inserido.

Uma reportagem que aborde impostos, não só facilita o conceito de porcentagem, mas também uma estatística, uma pesquisa sobre o que cada imposto significa. Propor problemas a partir de reportagens permite organizar dados em tabelas para posterior análise, levantar hipóteses e argumentar, e desenvolver um vocabulário referente à MF.

Além disso, as atividades objetivam também, revisar conhecimentos de porcentagens, frações e relacioná-los. É importante que o professor revise conceitos, pois é provável que algum aluno não possua domínio sobre o conteúdo. E sabe-se que após ter atingido uma maturidade matemática fica mais fácil compreender seu significado.

Desta forma, o segundo tema, inicia com um texto, retirado do jornal O Globo (2012) e culmina com a revisão descrita anteriormente.

2 CONCEITOS BÁSICOS

Brasileiro trabalha quase 5 meses só para pagar imposto, diz IBPT

Tributo sobre consumo é o que mais pesa, mas IR incomoda mais contribuinte

O impostômetro da Associação Comercial de São Paulo (ACSP), chega a marca de R$ 500 bilhões em impostos federais, estaduais e municipais
MARCOS ALVES / AGÊNCIA O GLOBO

RIO — Faltam nove dias para o contribuinte brasileiro finalmente começar a trabalhar para si próprio. Neste ano, são praticamente cinco meses — um dia a mais que no ano passado, já que 2012 é bissexto— somente para pagar tributos (impostos, taxas e contribuições) ao governo, aponta estudo do Instituto Brasileiro de Planejamento Tributário (IBPT) obtido pelo **GLOBO**. Se morasse na Argentina ou nos Estados Unidos, seriam pouco mais de três meses exclusivamente para pagamento de impostos.

A renda do brasileiro comprometida com os impostos só fez aumentar nos últimos anos, segundo o IBPT. Se em 2003, ele teve de destinar 36,98% de seu rendimento bruto para pagamento de impostos. Em 2012, essa fatia subiu para 40,98%. Em relação à década de 70, hoje se trabalha o dobro de tempo para pagar tributação.

O contribuinte brasileiro paga atualmente 63 tributos que incidem tanto sobre a renda, como o Imposto de Renda, a contribuição previdenciária, quanto impostos embutidos nos preços de produtos e serviços, como o ICMS e o IPI, além da tributação do patrimônio (IPTU e IPVA), e taxas como limpeza pública, coleta de lixo, emissão de documentos e iluminação pública.

— A arrecadação tributária cresceu assustadoramente nos últimos anos e ainda temos que trabalhar para prover o que o governo não fornece. Enquanto o governo não fizer uma reforma que altere essa situação drasticamente, o quadro não muda — afirma João Eloi Olenike, presidente do IBPT.

Em 2011, só o governo federal tirou dos contribuintes quase R$ 1 trilhão em forma de impostos, sem contar os tributos pagos aos governos estaduais e municipais. A arrecadação das receitas federais teve um crescimento real, com base no IPCA, de 10,1%. A carga tributária deve bater recorde em 2011, chegando a 36,2% do PIB, segundo estimativas.

O presidente do IBPT pondera que se o contribuinte contar ainda despesas como plano de saúde, escola, e segurança do prédio, serviços que deveriam ser cobertos pelos impostos pagos, mas que, na prática, deixam a desejar, o contribuinte só passa a trabalhar para si próprio nos últimos meses do ano.

—A ineficiência do governo de oferecer serviços de qualidade e infraestrutura faz com que o brasileiro tenha que continuar a trabalhar até o dia 30 de setembro para pagar pelo que é prestado de forma ineficiente.

Imposto de Renda é o que mais incomoda, mas tributo sobre consumo pesa mais

Os tributos sobre o consumo (ICMS, PIS, Cofins, IPI, ISS) são os que mais pesam na conta. Segundo o IBPT, eles correspondem a 23,24%, em média, da renda do contribuinte. Mesmo assim, é o Imposto de Renda o tributo que mais faz sofrer o brasileiro.

—É dele que as pessoas mais reclamam porque veem descontado no contracheque - avalia Rubens Branco, da Branco Consultores. —Já o imposto de consumo, ele não vê, o que não quer dizer que o imposto indireto seja mais justo— considera.

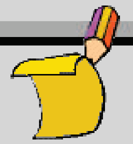
Segundo o IBPT, os tributos sobre a renda "comem" 14,72% da renda das famílias, enquanto que aqueles sobre o patrimônio correspondem a 3,02%.

Leia mais sobre esse assunto em http://oglobo.globo.com/economia/brasileiro-trabalha-quase-5-meses-so-para-pagar-imposto-diz-ibpt-4955270#ixzz26gG7ouiU

Você já deve ter ouvido falar de vários impostos: IPVA, IPTU, INSS, ICMS, FGTS, IRPF etc. Você sabe o que significa cada imposto e quanto pagamos? Faça algumas pesquisas sobre isso e anote abaixo aqueles impostos de que você conseguiu encontrar informação.

IMPOSTO	VALOR	DEFINIÇÃO

Atividade 2



Pegue uma nota fiscal que você ou alguém da sua família recebeu nesses últimos tempos. Cole no seu caderno e enumere os impostos que foram pagos nessa nota fiscal.

Na Atividade 2, o objetivo principal é entender o que significa uma nota fiscal, identificar impostos contidos nos preços dos produtos e relacionar conhecimento matemático com situações do dia a dia. A contextualização, portanto, requer uma sistematização, um fechamento.

Se este fechamento é feito com conceitos básicos, torna-se mais atraente e também curioso, com o que de novo pode surgir desta situação. Estamos considerando conceitos básicos, do Ensino Fundamental, localizar informações em um texto, criar registros pessoais para comunicar informações coletadas, organizar dados em tabelas para posterior análise e resolução de problemas.

Você deve ter percebido que todos os impostos são expressos em porcentagem. Você sabe o que é porcentagem?

É a razão entre um dado número e o número de referência 100.

Razão Centesimal: é a razão cujo conseqüente é 100.

Exemplos: $\frac{13}{100}$, $\frac{5}{100}$

Utilizar o cálculo mental para calcular a porcentagem de um valor qualquer. É muito conveniente ter em mente os significados de algumas delas:

100% = tudo	25% = a quarta parte
50% = a metade	10% = a décima parte

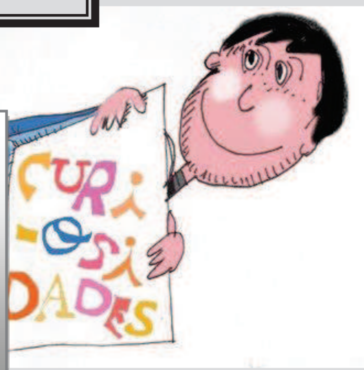
📖 Transformações:

a) Fração em porcentagem-

$\frac{13}{100} = 13\%$ $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

b) Porcentagem em fração -

$$37\% = \frac{37}{100} \qquad\qquad 40\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



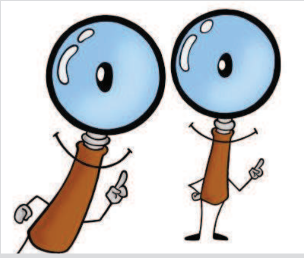
O símbolo % resultou de sucessivas abreviações e deformações da expressão “por cento”, usada por comerciantes venezianos e genoveses.

No momento que o aluno se apropria dos conceitos, sugere-se que o professor trabalhe alguns exercícios.

Nos problemas de porcentagem são três os elementos fundamentais: o valor básico, a taxa de porcentagem e a porcentagem do valor básico. Os problemas mais simples consistem em dados dois desses elementos, calcular o terceiro.

O aluno deve aplicar conceitos de regra de três e proporcionalidade, bem como utilizar adequadamente calculadoras e planilhas eletrônicas. Cada exemplo foi pensado para que o aluno desenvolva e analise estes conceitos.

As respostas apresentadas nos quadros são sugestões e foram colocadas para guiar o professor que possa possuir alguma dificuldade na aplicação dessa proposta.



Exemplos

1. Um funcionário, cujo salário mensal é de R$ 825,00 recebe um aumento de 2,4%. Qual é seu novo salário?

Salário	Porcentagem
825	100
X	2,4

825,00 + 19,8 = 844,8

100 . x= 825 . 2,4
x = 19,8

2. O litro de gasolina sofreu, a partir de hoje, um aumento de 15% e passou a custar R$ 2,599. Quanto custava ontem?

gasolina	Porcentagem
2,599	115
X	100

115 . x = 2,599. 100
x = 2,26

3. Numa classe de 25 alunos, 16 são homens. Qual a porcentagem de mulheres nessa classe?

De 25 alunos, 16 são homens então 9 são mulheres.

O que significa 9 de 25, ou seja, $\frac{9}{25} = 0,36 = 36\%$

4. Uma mercadoria sofreu um aumento de 25% em seu preço. Um cliente exigiu do vendedor um desconto sobre o novo preço, a fim de pagar por ela o mesmo que antes. Qual é o desconto que ele deve pedir?

Considere que a mercadoria custe R$ 100,00. Com o aumento de 25%, temos que a mercadoria passa a custar R$ 125,00. Queremos um desconto, a fim de que o preço retorne a R$ 100,00. Ou seja,

Preço	Porcentagem
125	100
100	x

125 . x = 100 . 100
x = 80%

Isso significa que o desconto deve ser de 20%.

No Exemplo 1 o aluno deve identificar que o salário representa o valor referencial, ou seja, 100%. Já no Exemplo 2, o objetivo é identificar que houve um aumento de 15% sobre o valor referencial, ou ainda, o novo preço passa a ser 115%.

Para o Exemplo 3, o objetivo é o identificar que porcentagem representa o valor 16 do valor referencial 25. Mas é necessário apresentar problemas mais sofisticados, que apareçam descontos ou aumentos sucessivos. No Exemplo 4, a solução de imediato parece óbvia, mesmo com cálculos simples é necessária uma interpretação correta para não ser induzido ao erro.

Juros proporciona aos alunos a revisão de conceitos como porcentagens, funções, exponenciais, logaritmos e principalmente sequências. Construir o conceito que juros exemplifica uma PG, por exemplo, e faz com que se perceba de onde se encontra cada termo, multiplicando o termo anterior pela razão. E assim obter uma expressão geral, chamada de fórmula, para obtenção de juros.

O uso de planilhas eletrônicas é essencial. A facilidade nos cálculos oportuniza ao professor explorar conceitos matemáticos. É uma oportunidade para o diálogo, para que o aluno apresente seu conhecimento sobre tecnologias, compartilhe ideias. A próxima atividade apresenta uma repostagem que aborda as dívidas, em particular sobre o cartão de crédito. O intuito é que o aluno saiba realizar a escolha entre pagar o valor total da fatura do cartão ou o valor mínimo. Isso instiga o aluno a fazer os cálculos e assim decidir racionalmente sobre a opção mais conveniente.

A partir de situações ou de temas complexos da sua vivência, os alunos aprendem a organizar suas ideias e a usar os conteúdos matemáticos como instrumentos para entender as situações do dia a dia em que vivem. Assim, os conceitos matemáticos tornam-se o meio para a leitura do mundo, e cidadãos que sabem aprender, que sabem colocar suas ideias e respeitar as dos outros, são cidadãos livres.

Outro tema em evidência na proposta é o conceito de juros. A próxima seção aborda exatamente esse conceito. Escolhemos essa reportagem que se justifica por apresentar uma situação de aprendizagem comum à vida dos estudantes. A questão de juros abusivos, a falta de informação sobre o uso correto, o funcionamento do cartão de crédito, a aritmética envolvida nos números do cartão de crédito, são fatores essenciais para uma boa discussão em sala de aula. Na sequência, apresentamos uma reportagem da Zero Hora (2012) que trata sobre esse assunto.

3 JUROS

Economia

Zero Hora > Economia > Notícias

Contas acumuladas 03/07/2012 | 10h16

Cresce número de famílias gaúchas sem condições de pagar dívidas atrasadas em 30 dias

Pesquisa da Fecomércio-RS mostra que percentual de consumidores nessa situação passou de 6,5%, em maio, para 11,3% em junho

O percentual de famílias gaúchas que não terão condições de pagar suas dívidas em atraso dentro de 30 dias quase dobrou de maio para junho, passando de 6,5% para 11,3%. A constatação é da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência das Famílias Gaúchas (PEIC-RS) que está sendo divulgada hoje pela Federação do Comércio de Bens e de Serviços do Estado (Fecomércio-RS).

Conforme análise da entidade, a intensa variação registrada pelo indicador no período "requer cautela na avaliação de uma possível deterioração do cenário de endividamento".

Ainda segundo a pesquisa, o número de famílias gaúchas que afirmam ter algum tipo de dívida foi de 64,7% da população. O resultado é menor do que o registro feito em junho de 2011, quando alcançou 75,4%.

"Mesmo com as taxas de juros em nível inferior ao de 2011 e com outras medidas de estímulo por parte do governo, como a redução do IPI de eletrodomésticos e veículos, o ritmo mais lento da atividade econômica contribui para que o endividamento esteja abaixo do nível do ano passado", afirma, em comunicado, o presidente do Sistema Fecomércio-RS, Zildo De Marchi.

Os principais tipos de dívida atualmente são: cartão de crédito (66,8%), carnês (26,5%) e crédito pessoal (22,6%). A participação do cheque especial caiu de 34,6% em maio para 14,9% em junho.

http://zerohora.clicrbs.com.br/rs/economia/noticia/2012/07/cresce-numero-de-familias-gauchas-sem-condicoes-de-pagar-dividas-atrasadas-em-30-dias-3809560.html

A sugestão é que o professor trabalhe o texto anterior com seus alunos, enfatizando que como a maior inadimplência, segundo a reportagem de Zero Hora, está no cartão de crédito, e possa explicar como este sistema funciona.

O cartão de crédito facilita a vida de muita gente. Algumas pessoas não vivem sem ele...

Ele surgiu há 55 anos nos Estados Unidos e hoje está nas mãos de gente de todo tipo, que ganha e que não ganha bem. Mas, muitos exageram nos gastos com cartão só porque pode pagar depois. É aí que a situação se complica...

O sucesso do cartão de crédito começou a cerca de 10 anos. Segundo o analista financeiro Mauro Halfeld, o cartão é um instrumento prático, útil e que revolucionou o mercado financeiro.

Você pede ao banco um cartão de crédito; escolhe a marca e a data de pagamento; o banco define o limite de gastos que você pode ter; normalmente, é cobrada uma anuidade que pode ser paga em três ou quatro vezes; você paga suas contas com o cartão; na data de vencimento, tem duas opções: paga tudo à vista ou o mínimo definido pelo banco (aí, são cobrados juros, que variam de 10% a 14% ao mês).

Atenção: o ideal é usar o cartão de crédito quando você tiver certeza que, no dia do vencimento da fatura, você terá dinheiro para quitar tudo. De nada adianta pagar somente o mínimo porque você acaba deixando que os juros de 10% a 14% vire uma bola de neve...

Dessa forma o professor poderá concluir, juntamente com a classe, que todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia de taxas de juros. Ao realizarmos um empréstimo a forma de pagamento é feita por meio de prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor de quitação do empréstimo é superior ao valor inicial do empréstimo. A essa diferença damos o nome de juros.

A história da Matemática é significante neste contexto. A percepção de que a Matemática, em particular o conceito de juros, é uma construção histórica em constante evolução, reconhecendo a sua contribuição na interpretação e explicação de situações da sociedade ao longo da História e da atualidade.

Para Você Saber!!!

O conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de uma afinidade entre o dinheiro e o tempo. As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros, pois isso acontecia em razão do valor momentâneo do dinheiro. Algumas tábuas matemáticas se caracterizavam pela organização dos dados e textos relatavam o uso e a repartição de insumos agrícolas através de operações matemáticas. Os sumérios registravam documentos em tábuas, como faturas, recibos, notas promissórias, operações de crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de vendas e endossos.

Essas tábuas retratavam documentos de empresas comerciais e algumas eram utilizadas como ferramentas auxiliares nos assuntos relacionados ao sistema de peso e medida. Havia tábuas para a multiplicação, inversos multiplicativos, quadrados, cubos e exponenciais. As exponenciais com certeza estavam diretamente ligadas aos cálculos relacionados a juros compostos; e as de inverso eram utilizadas na redução da divisão para a multiplicação.

Tábua que relatava o sistema de escrita dos sumérios

Nessa época os juros eram pagos pelo uso de sementes e de outros bens emprestados, os agricultores realizavam transações comerciais com as quais adquiriam sementes para as suas plantações. Após a colheita, os agricultores realizavam o pagamento através de sementes com a seguida quantidade proveniente dos juros do empréstimo. A forma de pagamento dos juros foi modificada para suprir as exigências atuais. No caso dos agricultores, era lógico que o pagamento seria feito na colheita seguinte. A relação tempo/juros foi se ajustando de acordo com a necessidade de cada época. Atualmente, nas transações de empréstimos, o tempo é preestabelecido pelas partes negociantes.

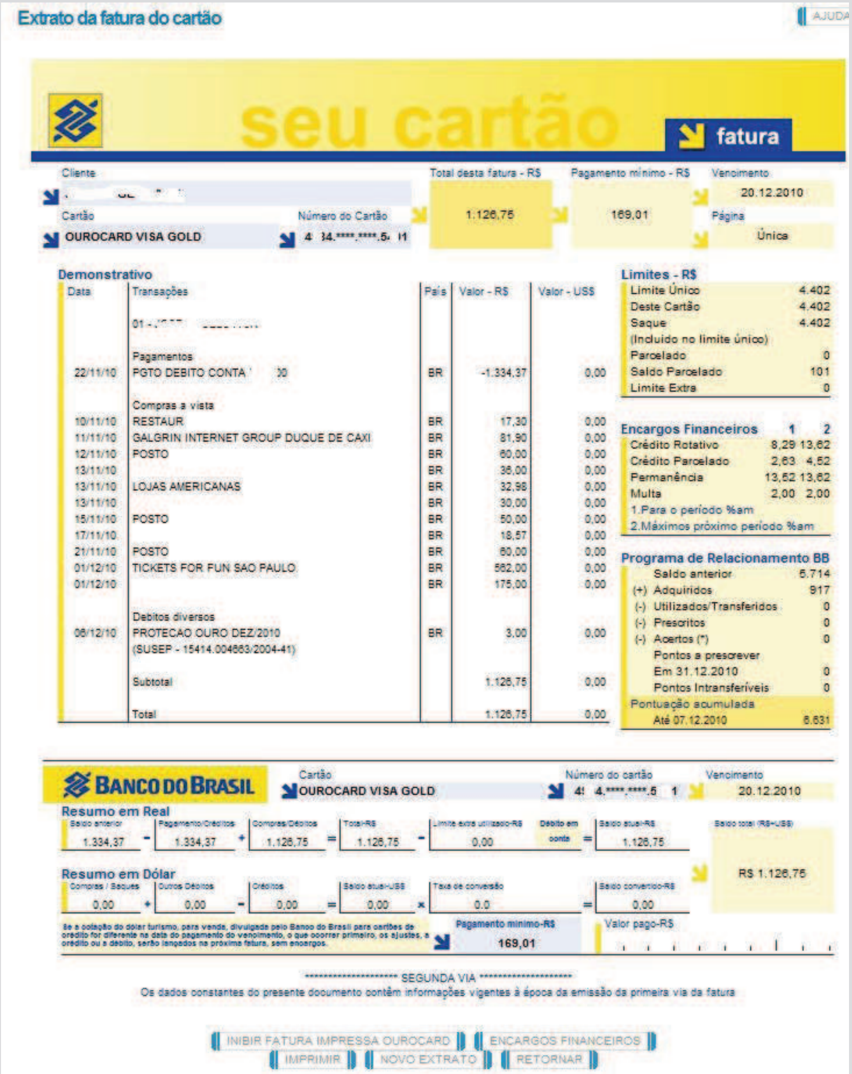
Por Marcos Noé

Graduado em Matemática

A Matemática Financeira é uma importante aplicação de progressões geométricas (PG). A operação básica da Matemática Financeira é a operação de empréstimo.

Alguém que dispõe de um *capital C* (Capital principal) empresta-o a outrem por certo período de *tempo n* e, após esse período, recebe seu capital C de volta, acrescido de uma renumeração *J* pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma $C + J$ é chamado de *montante* e será representada por *M*. A razão $i = \frac{J}{C}$ que é a *taxa de crescimento* do capital, será sempre referida ao período de operação e chamada de *taxa de juros*.

Voltando ao endividamento por cartão de crédito. Observe a fatura abaixo:



Extrato da fatura do cartão

seu cartão — fatura

Cliente	Total desta fatura - R$	Pagamento mínimo - R$	Vencimento
[illegible]	1:126,75	169,01	20.12.2010
Cartão: OUROCARD VISA GOLD — Número do Cartão: 4 34.****.****.5 1			Página: Única

Demonstrativo

Data	Transações	País	Valor - R$	Valor - US$
	01 - [illegible]			
	Pagamentos			
22/11/10	PGTO DEBITO CONTA	BR	-1.334,37	0,00
	Compras a vista			
10/11/10	RESTAUR	BR	17,30	0,00
11/11/10	GALGRIN INTERNET GROUP DUQUE DE CAXI	BR	81,90	0,00
12/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
13/11/10		BR	36,00	0,00
13/11/10	LOJAS AMERICANAS	BR	32,98	0,00
13/11/10		BR	30,00	0,00
15/11/10	POSTO	BR	50,00	0,00
17/11/10		BR	18,57	0,00
21/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
01/12/10	TICKETS FOR FUN SAO PAULO	BR	562,00	0,00
01/12/10		BR	175,00	0,00
	Debitos diversos			
06/12/10	PROTECAO OURO DEZ/2010 (SUSEP - 15414.004663/2004-41)	BR	3,00	0,00
	Subtotal		1.126,75	0,00
	Total		1.126,75	0,00

Limites - R$

Limite Único	4.402
Deste Cartão	4.402
Saque (Incluido no limite único)	4.402
Parcelado	0
Saldo Parcelado	101
Limite Extra	0

Encargos Financeiros	1	2
Crédito Rotativo	8,29	13,62
Crédito Parcelado	2,63	4,52
Permanência	13,52	13,62
Multa	2,00	2,00

1.Para o período %am
2.Máximos próximo período %am

Programa de Relacionamento BB

Saldo anterior	5.714
(+) Adquiridos	917
(-) Utilizados/Transferidos	0
(-) Prescritos	0
(-) Acertos (*)	0
Pontos a prescrever Em 31.12.2010	0
Pontos Intransferíveis	0
Pontuação acumulada Até 07.12.2010	6.631

BANCO DO BRASIL — Cartão: OUROCARD VISA GOLD — Número do cartão: 4 4.****.****.5 1 — Vencimento: 20.12.2010

Resumo em Real

Saldo anterior		Pagamento/Créditos		Compras/Débitos		Total-R$		Limite extra utilizado-R$	Débito em conta		Saldo atual-R$
1.334,37	-	1.334,37	+	1.126,75	=	1.126,75	-	0,00		=	1.126,75

Resumo em Dólar

Compras / Saques		Outros Débitos		Créditos		Saldo atual-US$		Taxa de conversão		Saldo convertido-R$
0,00	+	0,00	-	0,00	=	0,00	x	0,0	=	0,00

Saldo total (R$+US$): R$ 1.126,75

Se a cotação do dólar turismo, para venda, divulgada pelo Banco do Brasil para cartões de crédito for diferente na data do pagamento do vencimento, o que ocorrer primeiro, os ajustes, a crédito ou a débito, serão lançados na próxima fatura, sem encargos.

Pagamento mínimo-R$: 169,01 — Valor pago-R$

******************** SEGUNDA VIA ********************

Os dados constantes do presente documento contêm informações vigentes à época da emissão da primeira via da fatura

INIBIR FATURA IMPRESSA OUROCARD | ENCARGOS FINANCEIROS | IMPRIMIR | NOVO EXTRATO | RETORNAR

Observe que o titular do cartão, gastou no referido mês um total de R$ 1126,75.

Note ainda que, temos na fatura um pagamento mínimo de R$ 169,01.

Além de verificar conceitos já apresentados, em particular, porcentagens, ao propor a Atividade 3 objetiva que o aluno verifique a veracidade de informações. Ao clicar neste link o aluno encontrará informações sobre a decisão do Banco Central, em exigir do consumidor, o pagamento de no mínimo 15% do total da fatura.

Atividade 3 

Acesse o link abaixo, faça um resumo da reportagem e verifique se na fatura acima o valor está correto.

http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mercado/me2611201015.htm

No entanto, a contextualização necessita de um fechamento e, o objetivo central da seção é generalizar a fórmula de juros. Para isso, propomos duas situações a ser calculado em sala de aula, com o auxílio da planilha eletrônica Excel.

Além da generalização da fórmula as atividades objetivam levar o aluno a uma reflexão sobre qual a melhor alternativa a ser adotada, e também entender a matemática utilizada no cartão de crédito.

Consideremos que o titular não tem dinheiro suficiente para o pagamento total do cartão. Esse tem duas opções: pagamento mínimo ou um empréstimo. No mesmo banco é ofertado um empréstimo a uma taxa de 2,38% ao mês para pagamento em até 10 meses.

Sugere-se que o professor explique como funciona a fatura do cartão de crédito e discuta com os alunos sobre o assunto. O objetivo das atividades é mostrar a partir da matemática, que a forma mais sensata de manter o cartão de crédito é pagando o valor total da fatura. Desse modo as atividades propostas consideram que a pessoa não tem dinheiro suficiente para o pagamento. Assim, temos duas opções: empréstimos ou pagamento mínimo da fatura.

Opção 1 - Empréstimo

C = 1500,00
i = 2,38%
n= 10

Mês	Juro	Montante
0		R$ 1.500,00
1	R$ 35,70	R$ 1.535,70
2	R$ 36,55	R$ 1.572,25
3	R$ 37,42	R$ 1.609,67
4	R$ 38,31	R$ 1.647,98
5	R$ 39,22	R$ 1.687,20
6	R$ 40,16	R$ 1.727,36
7	R$ 41,11	R$ 1.768,47
8	R$ 42,09	R$ 1.810,56
9	R$ 43,09	R$ 1.853,65
10	R$ 44,12	R$ 1.897,77

Na atividade acima foi calculado a situação em que o titular do cartão opta por fazer o empréstimo. Na próxima atividade será considerado que o titular do cartão optou pelo pagamento mínimo. Nesse caso, sugere-se que o titular não utilizou mais o cartão enquanto fazia os pagamentos e que os pagamentos sempre serão efetuados na data de vencimento.

Numa fatura de cartão de crédito é possível observar os encargos financeiros para o crédito parcelado. Quando o titular opta pelo pagamento mínimo, ele paga uma taxa de crédito rotativo (nesse caso de 8,29%) sobre o saldo devedor da fatura. Nesse caso, considere que o titular pagou R$ 169,01 (pagamento mínimo), sendo que o total era de R$ 1126,75, o saldo devedor passa a ser R$ 957,74. Sobre esse valor incide a taxa de crédito rotativo de 8,29%, ou seja, o valor total passa a ser R$ 1037,14. Para o próximo mês será calculado como pagamento mínimo 20% da fatura, ou seja, R$ 207,43. E a situação se repete. O saldo restante devedor será R$ 829,71, sobre o qual incide a taxa de crédito de 8,29%, ou seja, o saldo devedor passa a ser de R$ 898,51 e, assim sucessivamente.

Opção 2 – Pagamento Mínimo

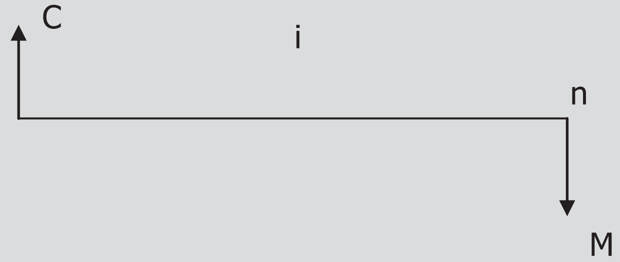
Mês	Saldo devedor	Juros	Montante	Pagamento mínimo
1	1126,75			169,01
2	957,74	79,40	1037,14	207,43
3	750,31	62,20	812,51	162,50
4	587,81	48,73	636,54	127,31
5	460,50	38,18	498,68	99,74
6	360,77	29,91	390,67	78,13
7	282,63	23,43	306,06	61,21
8	221,42	18,36	239,78	47,96
9	173,46	14,38	187,84	37,57
10	135,90	11,27	147,16	29,43

Observe que, após 10 meses, ainda temos um saldo devedor de R$106,47. Vale ressaltar que, nessa situação assume-se que não houve gastos no mês seguinte, e não houve atraso no pagamento (o que incide multa de 2% e mais juros de 2,63%).

Depois de toda essa contextualização de juros, sugere-se que o professor generalize a fórmula. É importante o professor possa introduzir o fluxo de caixa em todos os exercícios. É necessário destacar que, embora a proposta didática sugere a resolução de exercícios por meio da planilha eletrônica, é de suma importância que o professor também oriente seus alunos a resolução de exercícios no caderno.

Generalizando,

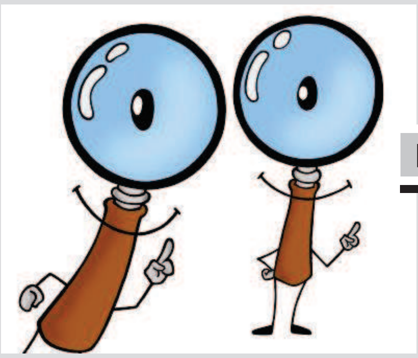
No regime de juros compostos de taxa i, um capital C transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $M = C(1 + i)^n$



Mês	Juros	Montante
0		C
1	$C \cdot i \cdot 1$	$C + C \cdot i \cdot 1 \ = \ C \cdot (1 + i)$
2	$C \cdot (1 + i) \cdot i \cdot 1 = C \cdot i \cdot 1 \cdot (1 + i)$	$C \cdot (1 + i) + C \cdot i \cdot 1(1 + i) =$ $C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2$
3	$C \cdot (1 + i)^2 \cdot i \cdot 1 = C \cdot i \cdot 1 \cdot (1 + i)^2$	$C \cdot (1 + i)^2 + C \cdot i \cdot 1 \cdot (1 + i) =$ $C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^3$
...	...	...
n	...	$C \cdot (1 + i)^n$

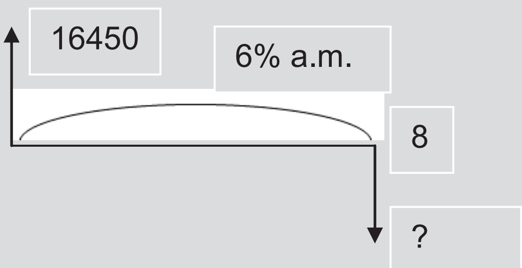
Nos exercícios propostos nesta seção, propõe-se a revisão de conceitos tais como: potenciação e logaritmos. Sugere-se que o professor faça revisão desses conceitos durante a resolução.

Os quatro exercícios na sequência exploram os conceitos apresentados na fórmula de juros e servirão de base para exercícios mais complexos. É essencial que o professor ensine aos seus alunos como interpretar o problema, retirando dados e construindo o fluxo de caixa, que são retas representando o montante ganho ou pago em determinada situação, num período de tempo.



Exemplos

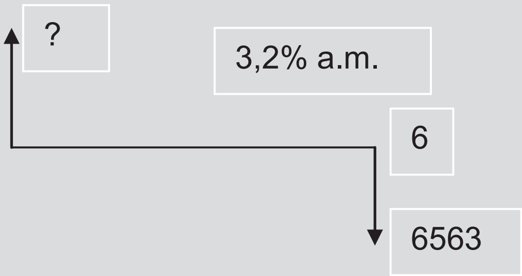
1. Uma pessoa toma emprestado a juros de 6% a.m. R$ 16.450,00 pelo prazo de 8 meses. Qual o montante a ser devolvido?



$$M = C \cdot (1 + i)^n = 16450 \cdot (1 + 0{,}06)^8$$

$$M = 26218{,}80$$

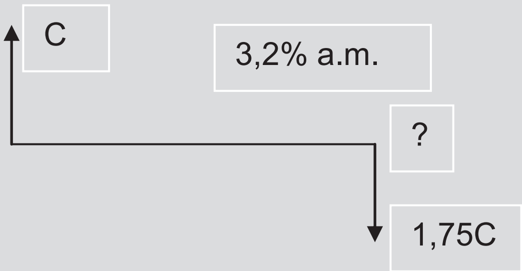
2. Qual o capital que, aplicado a 3,2%a.m., durante 6 meses, rende juros de R$6.563,00?



$$M = C \cdot (1+i)^n \rightarrow 6563 = C \cdot (1 + 0{,}032)^6$$

$$C = 5432{,}81$$

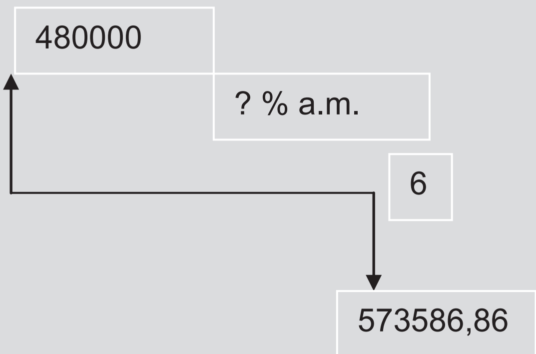
3. Qual o tempo necessário para que um capital qualquer aumente em 75% de seu valor, a uma taxa mensal de 3,2% a.m?



$$M = C \cdot (1+i)^n \rightarrow 1{,}75C = C \cdot (1 + 0{,}032)^n$$

$$n = 18$$

4. A que taxa mensal deve ser colocado um capital de R$480.000,00 para que renda de juros R$ 573.586,86 em 6 meses?



$$M = C \cdot (1+i)^n$$

$$573586{,}86 = 480000 \cdot (1+i)^6$$

$$i = 3{,}01\%$$

Quanto ao estudo de taxas sugere-se ao professor trabalhar o conceito de taxas equivalentes e taxas proporcionais, bem como possa ensinar a diferença entre taxa nominal e taxa efetiva. A escolha por esse tópico dá-se por necessitar informar ao estudante, enquanto cidadão, como tais taxas são abordadas. Esse é assunto que facilmente pode ser mascarado na sociedade, induzindo as pessoas a uma interpretação errada. A atividade a seguir segue nessa direção, onde também abordaremos a transformações de taxas com auxílio de planilhas eletrônicas, cuja explicação será apresentada na seção posterior.

4 TAXAS

1. TAXAS PROPORCIONAIS

Duas taxas são proporcionais quando há uma proporção entre as grandezas em que se expressam e as durações dos períodos de tempo a que se referem.

Assim, se i_1 e i_2 são taxas proporcionais e m_1 e m_2 são, respectivamente os números de períodos que perfazem o prazo de aplicação, tem-se:

$$i_1 \cdot m_1 = i_2 \cdot m_2$$

Desta forma, uma taxa de juros de 3% a.m é proporcional à taxa de 36% a.a., pois se num ano tem-se:

$$i_1 = 3\%\ a.m \qquad i_2 = 36\%\ a.a$$

$$m_1 = 12\ meses \qquad m_2 = 1\ ano$$

Então, $0{,}03 \times 12 = 0{,}36 \times 1 = 0{,}36$

2. TAXAS EQUIVALENTES

Dizemos que duas taxas são equivalentes se, considerados o mesmo prazo de aplicação e o mesmo capital, for indiferente aplicar a uma ou outra taxa. De outro modo, considerando-se o mesmo capital aplicado por um mesmo intervalo de tempo a cada uma das taxas, ambas as taxas produzirão um mesmo montante se forem equivalentes.

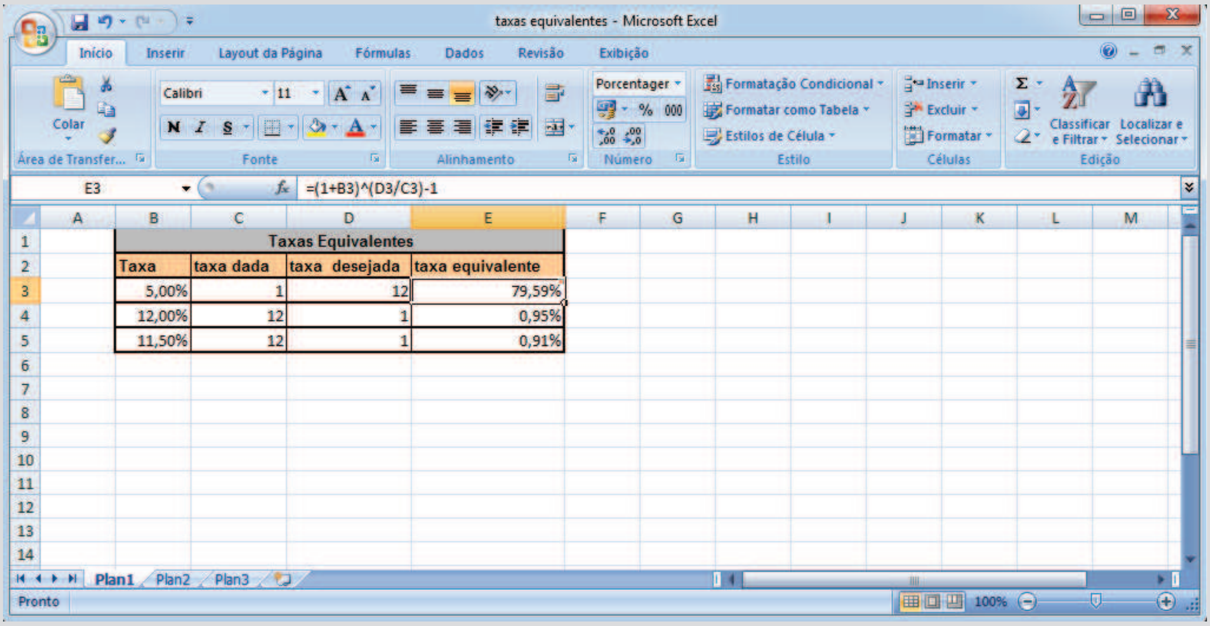
FÓRMULA DAS TAXAS EQUIVALENTES: Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e i a taxa de crescimento relativamente ao período t, e se $T = nt$, então $1 + I = (1 + i)^n$

Seja X o valor inicial da grandeza. Após um período de tempo T, o valor da grandeza será $X(1 + I)^1$. Como o período de tempo T equivale a n períodos de tempo iguais a t, o valor da grandeza será também igual a $X(1 + I)^n$. Logo, $X(1 + I)^1 = X(1 + i)^n$ e 1 + I= $(1 + i)^n$.

Desta forma, a taxa anual de juros equivalentes a 12% a.m é tal que 1 + I= $(1 + 0{,}12)^{12} \rightarrow I \cong 2{,}90 = 290\%\ ao\ ano$.

Um péssimo hábito em Matemática Financeira é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes.

Uma frase como "144% ao ano, com capitalização mensal" significa que a taxa usada na operação não é a taxa de 144% anunciada e sim a taxa mensal que lhe é proporcional. Portanto, "144% ao ano, com capitalização mensal" são 12% ao mês e 290% ao ano.

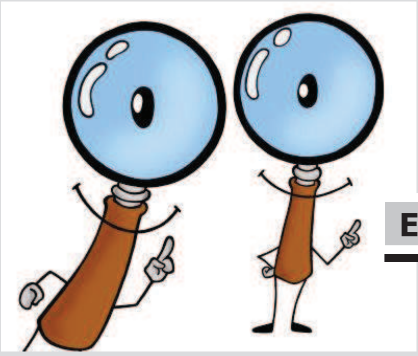


Taxas Equivalentes			
Taxa	taxa dada	taxa desejada	taxa equivalente
5,00%	1	12	79,59%
12,00%	12	1	0,95%
11,50%	12	1	0,91%

3. TAXA NONIMAL E EFETIVA

A taxa de juros contratada em uma operação financeira chama-se taxa nominal. Essa taxa nem sempre é igual à taxa efetiva que a operação financeira proporciona. Isto acontece em razão de existirem obrigações, taxas, impostos ou comissões que comprometem os rendimentos ou aumentam os custos das operações.

Critérios diferentes para cálculo de juros também fazem a taxa nominal diferir da efetiva, como por exemplo, juros cobrados antecipadamente ou calculados sobre um total que na realidade é pago em parcelas. Esses e outros artifícios às vezes são utilizados conscientemente para mascarar a taxa efetiva e fazer os juros parecerem maiores ou menores, conforme a conveniência.



Exemplos

1. a) 24% ao ano com capitalização semestral significa 12% ao semestre;

b) 1% ao mês com capitalização trimestral significa 3% ao trimestre;

c) 6% ao ano com capitalização mensal significa 0,5% ao mês.

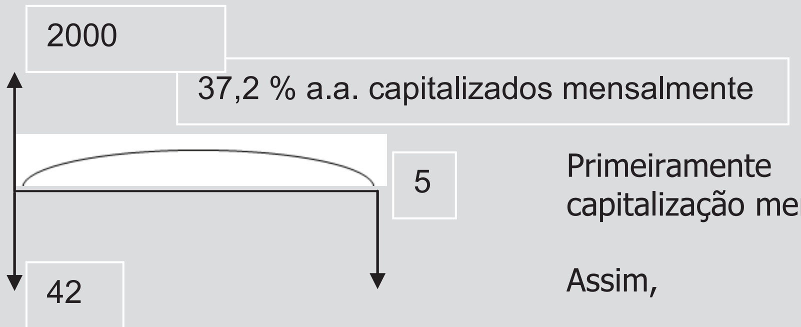
2. Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros à qual está investido o capital de Verônica?

O dinheiro de Verônica está investido a juros de taxa de $i = 0{,}5\%$ ao mês. A taxa anual equivalente é tal que

$$1 + I = (1 + 0{,}005)^{12} \rightarrow 1 + I = 1{,}0617 \rightarrow I = 0{,}0617 = 6{,}17\% \text{ ao ano.}$$

Taxas Equivalentes			
Taxa	**taxa dada**	**taxa desejada**	**taxa equivalente**
0,50%	1	12	6,17%

3. Marcos fez um empréstimo de R$ 2.000,00 a ser pago em uma única parcela ao final de 5 meses, com juros de 37,2% ao ano, capitalizados mensalmente. Pagou, na data do empréstimo, uma TAC (taxa de abertura de crédito) de R$ 42,00. Qual o custo efetivo anual que pagou pelo empréstimo?



Primeiramente 37,2% ao ano com capitalização mensal significam 3,1% a.m.

Assim,

$$M = C \cdot (1 + i)^n = 2000 \cdot (1 + 0{,}031)^5 = 2329{,}82$$

Como ainda tem a TAC, o montante fica R$2371,82. Desse modo a taxa efetiva da operação é $M = C \cdot (1 + i)^n \rightarrow 2371{,}82 = 2000 \cdot (1 + i)^5 \rightarrow i = 3{,}47 a.m.$ Portanto, a taxa anual equivalente será de $1 + I = (1 + 0{,}0347)^{12} \rightarrow 1 + I = 1{,}506 \rightarrow I = 0{,}51 = 51\%$ ao ano.

Depois de trabalhado os principais conceitos de MF, sugere-se ao professor ousar em aplicar problemas que realmente façam sentido na vida dos estudantes. Na realidade só existe um único problema de MF: deslocar quantias no tempo.

Observe que já trabalhamos o conceito de que certa quantia A, equivale no futuro, depois de n períodos de tempo, a $F = A(1+i)^n$. Decorre daí que para obter o valor futuro, basta multiplicar o valor atual por $(1+i)^n$, e para obter o valor atual, basta dividir o valor futuro por $(1+i)^n$.

Este é o princípio básico da equivalência de capitais. Sugere-se trabalhar esses conceitos, porque o cidadão se depara com situações que analisam quantias no tempo. Quando tem que escolher entre pagamento à vista ou prazo, se é vantajoso comprar um utensílio novo ou alugá-lo, ou seja, são exemplos de situações em que se podem tomar decisões a partir da matemática.

Desse modo é necessário que o professor comece discutir sobre essas aplicações da matemática, mesmo que já tenha feito em algum outro momento. Os exercícios aqui propostos representam algumas situações que podem servir de referência a outras, destacando mais uma vez a necessidade do aluno visualizar a situação apresentada em um fluxo de caixa.

Na proposta de atividade a seguir, são apresentados nove exemplos de aplicações de MF. Nos quatro primeiro exemplos propostos, o principal objetivo é trabalhar a tomada de decisão, entre opções de pagamento a vista ou a prazo. Nos demais exercícios são tratados conceito de séries uniformes, ou seja, um conjunto de valores (ou pagamentos) iguais e igualmente espaçados no tempo.

Assim, o valor da série na época 0 (data inicial) é $A = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}$, que representa a soma dos termos de uma PG de razão $\frac{1}{1+i}$, em que A é o valor da série e P o pagamento.

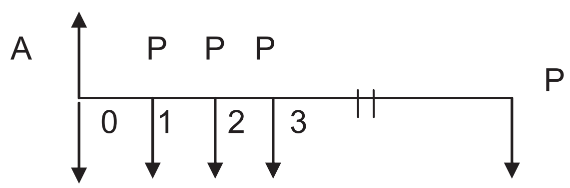
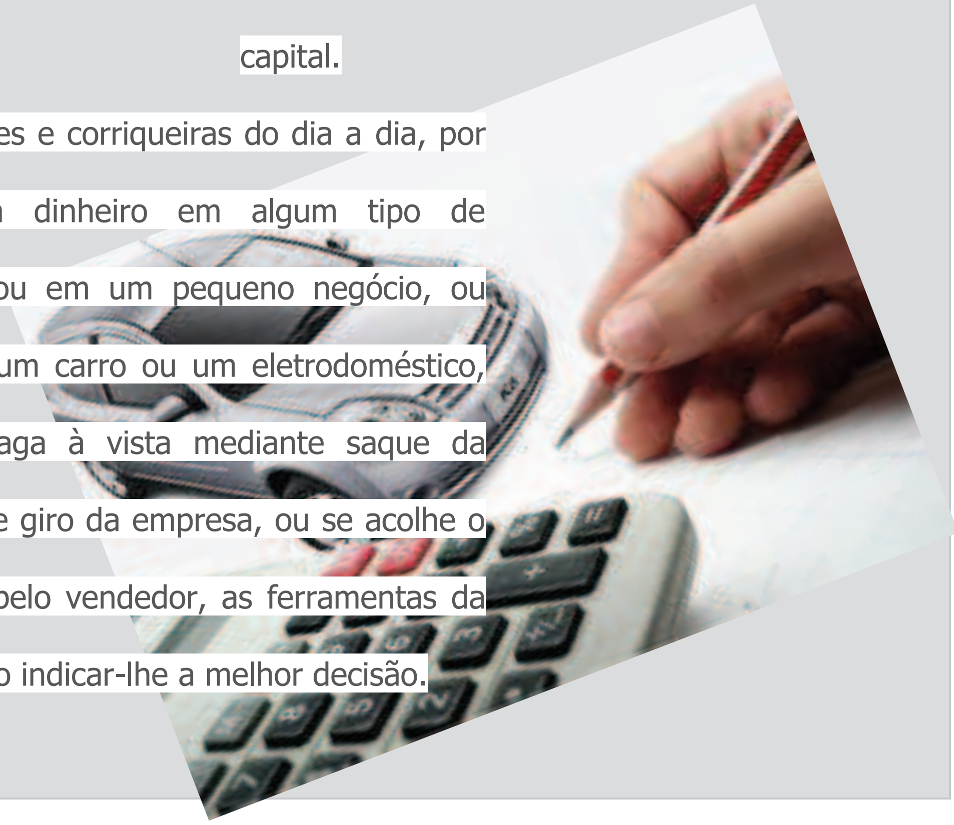


Figura 1 – Fluxo de Caixa

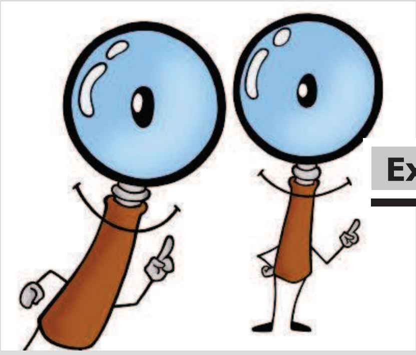
5 APLICAÇÕES

A Matemática Financeira pode ser aplicada em diversas situações cotidianas, por exemplo, para calcular as prestações de um financiamento de um móvel ou imóvel optando pelo pagamento à vista ou parcelado, além de fornecer o instrumental necessário à avaliação de negócios, de modo a identificar os recursos mais atraentes em termos de custos e os mais rentáveis no caso de investimentos financeiros ou de bens de capital.



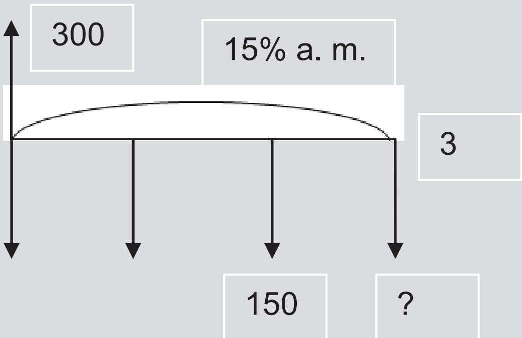
Nas situações mais simples e corriqueiras do dia a dia, por exemplo, se você tem dinheiro em algum tipo de poupança/investimento, ou em um pequeno negócio, ou ambos, e quer comprar um carro ou um eletrodoméstico, você deve decidir se paga à vista mediante saque da aplicação ou do capital de giro da empresa, ou se acolhe o financiamento oferecido pelo vendedor, as ferramentas da Matemática Financeira vão indicar-lhe a melhor decisão.

É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual está referida. No fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo.



Exemplos

1. Pedro tomou um empréstimo de R$300,00, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou R$ 150,00 e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?

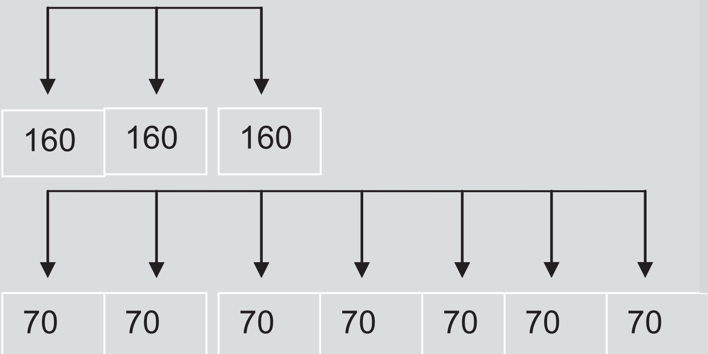


Faremos um fluxo de caixa para visualizar a situação. Assim, sendo A=300, temos:

$$\mathbf{300} = \frac{\mathbf{150}}{(\mathbf{1+0,15})^{\mathbf{2}}} + \frac{\boldsymbol{x}}{(\mathbf{1+0,15})^{\mathbf{3}}}$$

$$\boldsymbol{x} = \mathbf{283,76}$$

2. Fabiano tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:
i) três prestações mensais de R$ 160,00 cada
ii) sete prestações mensais de R$ 70,00 cada
Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês, qual a melhor opção que Fabiano possui?



Para comparar as opções devemos determinar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, no ato da compra (n=0)

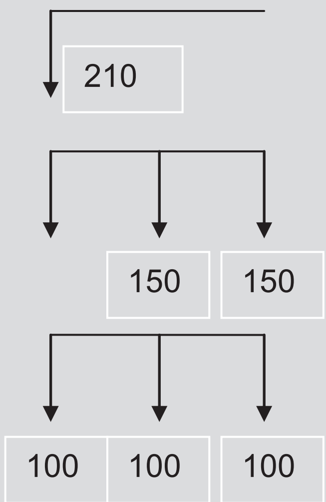
Considere A e B, a primeira e a segunda opção, respectivamente.

$$A = 160 + \frac{160}{1+0{,}02} + \frac{160}{(1+0{,}02)^2} = 470{,}65$$

$$B = 70 + \frac{70}{1+0{,}02} + \frac{70}{(1+0{,}02)^2} + \frac{70}{(1+0{,}02)^3} + \frac{70}{(1+0{,}02)^4} + \frac{70}{(1+0{,}02)^5} + \frac{70}{(1+0{,}02)^6} = 462{,}1$$

Fabiano deve preferir o pagamento em seis prestações.

3. Carmem tem três opções de pagamento na compra de vestuário.
i) à vista, com 30% de desconto.
ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.
iii) em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.
Qual a melhor opção para Carmem, se o dinheiro vale, para ela 25% ao mês?



Primeiramente fixe o preço do objeto em R$ 300,00. Para comparar as opções devemos determinar o valor dos três conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, no ato da compra (n=0). Considere A, B e C, os pagamentos i), ii) e iii) respectivamente.

$$A = 210$$

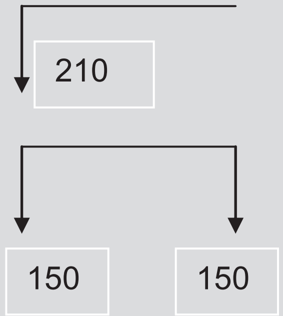
$$B = \frac{150}{1+0{,}25} + \frac{150}{(1+0{,}25)^2} = 216$$

$$C = 100 + \frac{100}{1+0{,}25} + \frac{100}{(1+0{,}25)^2} = 244$$

A melhor alternativa para Carmem é comprar à vista.

4. Uma loja oferece duas opções de pagamento:
i) À vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.
Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

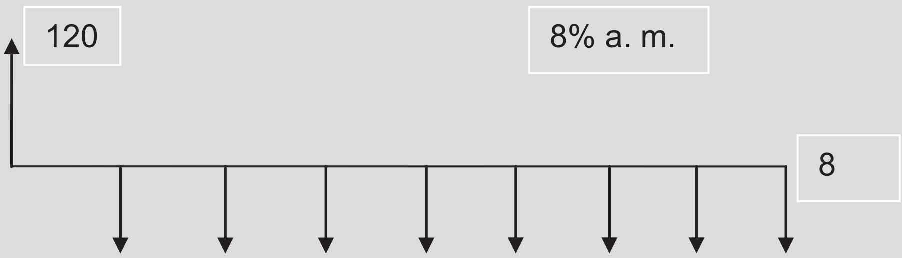


Primeiramente fixe o preço do objeto em R$ 300,00. Igualando os valores na data da compra (n=0), temos:

$$210 = 150 + \frac{150}{1+i} \rightarrow 60 = \frac{150}{1+i} \rightarrow i = 1{,}5$$

A loja cobra 150% ao mês nas vendas a prazo.

5. Um objeto, cujo preço à vista é de R$120,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

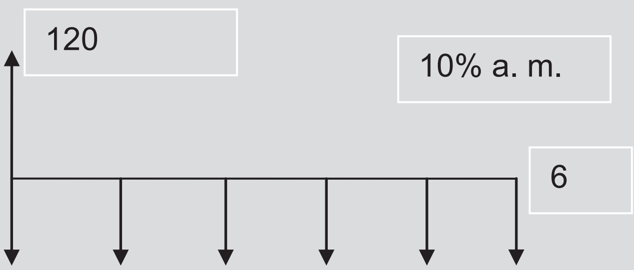


$$120 = \frac{P}{1+0{,}08} + \frac{P}{(1+0{,}08)^2} + \frac{P}{(1+0{,}08)^3} + \frac{P}{(1+0{,}08)^4} + \frac{P}{(1+0{,}08)^5} + \frac{P}{(1+0{,}08)^6} + \frac{P}{(1+0{,}08)^7} + \frac{P}{(1+0{,}08)^8}$$

$$P = 20{,}88$$

A prestação é de R$ 20,88.

7. Um objeto, cujo preço à vista é de R$120,00, é vendido em 6 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga no ato da compra. Se os juros são de 10% ao mês, determine o valor das prestações.



$$120 = P + \frac{P}{1+0,1} + \frac{P}{(1+0,1)^2} + \frac{P}{(1+0,1)^3} + \frac{P}{(1+0,1)^4} + \frac{P}{(1+0,1)^5}$$

$$P = 25,05$$

A prestação é de R$ 25,05.

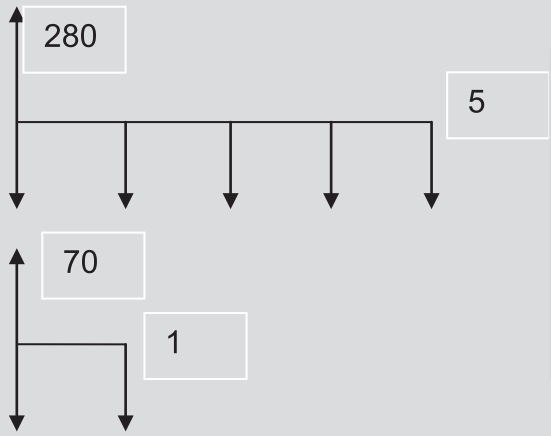
8. Se o dinheiro vale 1% ao mês, por quanto deve ser alugado um imóvel que vale R$40.000,00?

Quando alugamos um imóvel, a pessoa cede a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Então, o valor do imóvel deve ser igual ao valor do conjunto de aluguéis. Fazendo n tender ao infinito, temos:

$$A = \frac{P}{i} \rightarrow 40000 = \frac{P}{0,01} \rightarrow P = 400$$

O valor do aluguel deve ser de R$400,00.

9. Uma lanterna de Gol, original, custa R$ 280,00 e tem vida útil de 5 anos. Uma lanterna alternativa custa R$70,00 e tem vida útil de 1 ano. Gilmar precisa trocar a lanterna de seu Gol. Considerando que o dinheiro vale 12% ao ano, que lanterna ele deve preferir?



Para comparar as opções devemos determinar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, no ato da compra (n=0)

Considere, primeiramente, a lanterna original. Assim,

$$original = 280 + \frac{280}{1+0{,}12} + \frac{280}{(1+0{,}12)^2} + \frac{280}{(1+0{,}12)^3} + \frac{280}{(1+0{,}12)^4}$$

$$original = 69{,}48$$

Portanto, a melhor alternativa é comprar a original.

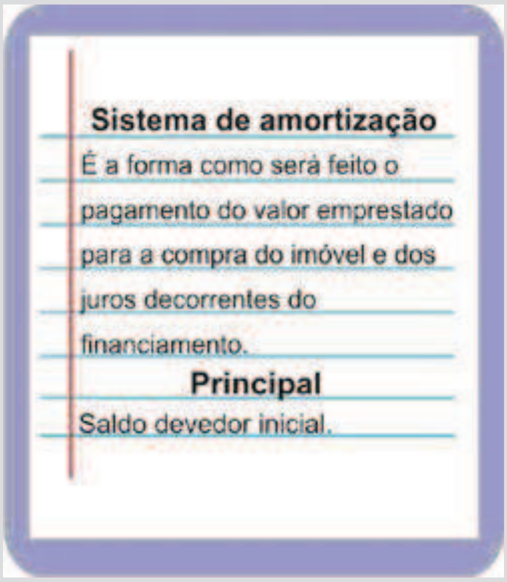
Outra sugestão desta proposta didática é a abordagem do assunto de empréstimos. Esse conteúdo geralmente não é abordado no EM, mas é importante que faça parte do currículo, pela necessidade de informação que o aluno deve obter ao concluir esta etapa de escolarização.

O que sugerimos é uma abordagem simples, de definição dos conceitos, isto é, o que significa um sistema PRICE ou SAC, e a resolução de alguns exercícios que envolvam esses conceitos. Para que o aluno, no futuro, tenha condições de tomar decisões sensatas quando solicitadas. Essa também é uma excelente oportunidade de utilizar a planilha Excel.

6 EMPRÉSTIMOS

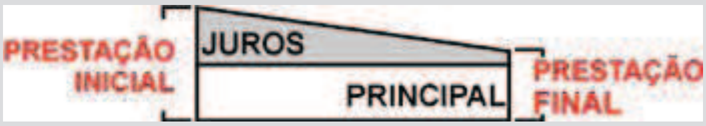
Quando o comprador faz a contratação do crédito imobiliário existem dois sistemas de amortização que são os mais utilizados pelas instituições financeiras e financiamentos direto com a construtora: a tabela Price e o SAC. Antes de conhecer as características de cada sistema, é necessário entender como se dá a formação da parcela:

Prestação = juros + pagamento do valor emprestado (amortização).



No caso da Tabela Price, também chamada de Sistema Francês de Amortização, o método de cálculo está em manter parcelas iguais. Como as prestações são constantes, ao longo do financiamento, a parte que cabe à amortização aumenta, enquanto o saldo devedor do juro diminui, ou seja, nas primeiras parcelas o valor maior será correspondente ao juro e o restante será referente ao montante emprestado.

Já na tabela SAC, as prestações iniciais são mais altas, mas as amortizações do saldo devedor são constantes. Considerando que as parcelas fixas da prestação diminuem o saldo da dívida, os juros aplicados são, consequente, cada vez menores. Portanto, o valor das prestações é decrescente.

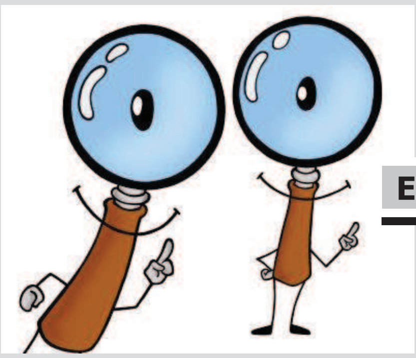


Confira abaixo um comparativo entre os dois sistemas:

Comparativo	SAC	Tabela Price
Prestações + Amortização + Juros	Decrescentes	Constantes
Amortizações	Constantes	Crescentes
Juros	Decrescentes	Decrescentes
Vantagem	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação à Tabela Price	Prestação inicial menor em relação à calculada pelo SAC
Desvantagem	Prestação inicial maior	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC

Segundo Manoel Maia (2012), vice-presidente do Secovi-Rio, do ponto de vista de custo, os planos são equivalentes. A diferença entre quem opta pela Tabela Price ou SAC está na condição financeira da pessoa. Maia (2012) destaca que o SAC é ideal para pessoas que queiram reduzir o valor das prestações ao longo do financiamento, pagando menos por mês ao final do prazo. Já a Tabela Price, de acordo com ele, é indicada para os profissionais com grandes chances de promoções ou aumento de salário e, consequentemente, uma redução relativa ao custo da parcela em seu orçamento.

Fonte: Tibério Construções e Incorporações



Exemplos

1. Seja um empréstimo de R$ 20.000,00 para ser amortizado pelo sistema SAC em 12 prestações sem carência a uma taxa de juros de 0,91% ao mês. Determine o valor das prestações.

	SAC - Sistema de Amortização Constante				
Empréstimo	**R$ 20.000,00**	taxa AA		11,50%	
i% (am)	**0,91%**	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização
Parcelas n (meses)	**12**	R$ 20.000,00	R$ 1.848,92	R$ 182,25	R$ 1.666,67
	11	R$ 18.333,33	R$ 1.833,73	R$ 167,06	R$ 1.666,67
	10	R$ 16.666,67	R$ 1.818,54	R$ 151,87	R$ 1.666,67
	9	R$ 15.000,00	R$ 1.803,35	R$ 136,69	R$ 1.666,67
	8	R$ 13.333,33	R$ 1.788,17	R$ 121,50	R$ 1.666,67
	7	R$ 11.666,67	R$ 1.772,98	R$ 106,31	R$ 1.666,67
	6	R$ 10.000,00	R$ 1.757,79	R$ 91,12	R$ 1.666,67
	5	R$ 8.333,33	R$ 1.742,60	R$ 75,94	R$ 1.666,67
	4	R$ 6.666,67	R$ 1.727,42	R$ 60,75	R$ 1.666,67
	3	R$ 5.000,00	R$ 1.712,23	R$ 45,56	R$ 1.666,67
	2	R$ 3.333,33	R$ 1.697,04	R$ 30,37	R$ 1.666,67
	1	R$ 1.666,67	R$ 1.681,85	R$ 15,19	R$ 1.666,67
	0	R$ 0,00	R$ 1.666,67	R$ 0,00	R$ 1.666,67

2. Um empréstimo de R$ 20.000,00 será pago pelo sistema PRICE em 12 prestações sem carência a uma taxa de 0,95% ao mês. Determine o valor das prestações.

	Price				
Empréstimo	**R$ 20.000,00**	taxa AA		12,00%	
i% (am)	**0,95%**	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização
Parcelas n (meses)	**12**	R$ 20.000,00	R$ 1.771,24	R$ 189,78	R$ 1.581,47
	11	R$ 18.418,53	R$ 1.771,24	R$ 174,77	R$ 1.596,47
	10	R$ 16.822,06	R$ 1.771,24	R$ 159,62	R$ 1.611,62
	9	R$ 15.210,44	R$ 1.771,24	R$ 144,33	R$ 1.626,91
	8	R$ 13.583,53	R$ 1.771,24	R$ 128,89	R$ 1.642,35
	7	R$ 11.941,18	R$ 1.771,24	R$ 113,31	R$ 1.657,93
	6	R$ 10.283,25	R$ 1.771,24	R$ 97,58	R$ 1.673,67
	5	R$ 8.609,58	R$ 1.771,24	R$ 81,69	R$ 1.689,55
	4	R$ 6.920,03	R$ 1.771,24	R$ 65,66	R$ 1.705,58
	3	R$ 5.214,45	R$ 1.771,24	R$ 49,48	R$ 1.721,76
	2	R$ 3.492,69	R$ 1.771,24	R$ 33,14	R$ 1.738,10
	1	R$ 1.754,59	R$ 1.771,24	R$ 16,65	R$ 1.754,59
	0	R$ 0,00	R$ 1.771,24	R$ 0,00	R$ 1.771,24

3.4 Resolução de exercícios com auxílio da planilha Excel

A presente seção pretende apresentar um roteiro de resolução de quatro exemplos que compõem a proposta didática, resolvidos através da planilha eletrônica Excel. Considera-se ainda que todos os alunos sejam usuários da planilha Excel, caso contrário sugere-se ao professor introduzir tais conceitos.

Exemplo 1: Uma pessoa toma emprestado a juros de 6% a.m. R$ 16.450,00 pelo prazo de 8 meses. Qual o montante a ser devolvido?

O objetivo de utilizar a planilha é para que o aluno generalize a fórmula que permite o cálculo de juros. Apresentaremos aqui duas resoluções: a primeira, considerando que o aluno não conheça a fórmula e a segunda com a fórmula.

__1ª Resolução__:

Para que o aluno resolva o problema, é necessário que introduza os dados em 3 colunas, conforme a figura 1.

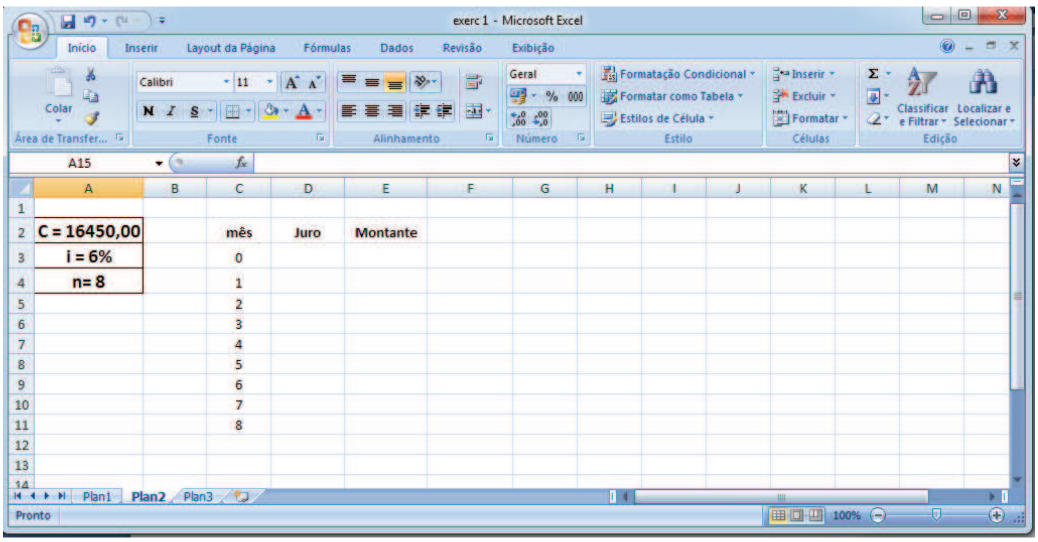


Figura 1 – Inserindo os dados

Também é necessário que o aluno observe que inicialmente o montante é de R$16450,00, e então preencha este valor, por exemplo, na célula E3, como apresentado na figura 2. O próximo passo é calcular o juro produzido no primeiro mês. Assim, o aluno deve digitar na célula D4 = E3*0,06*1 (note que 0,06 corresponde a 6%).

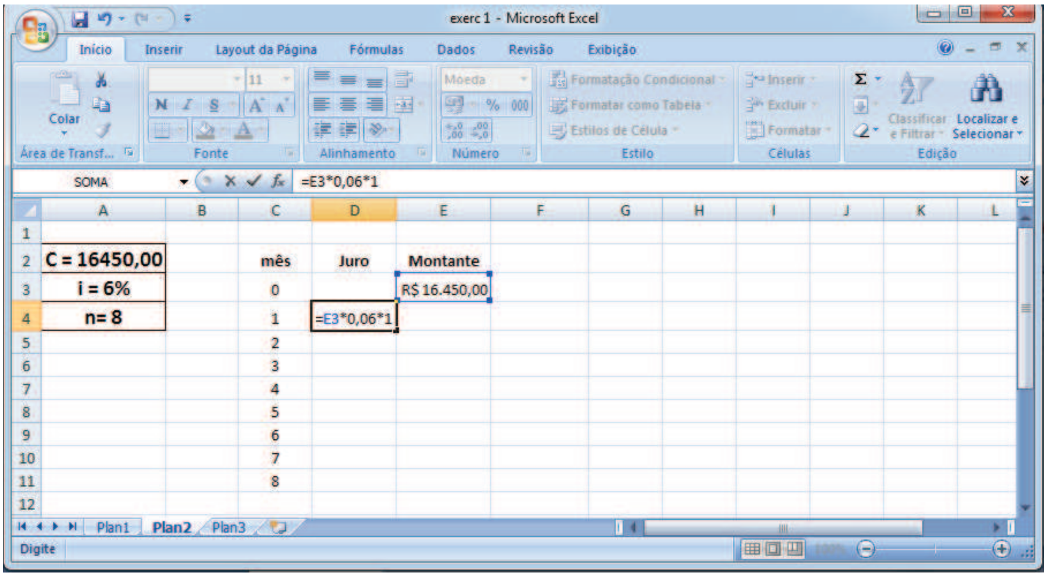


Figura 2 – Calculando os juros

A figura 3, apresenta o montante, assim, o aluno deve digitar na célula E4, E3+D4.

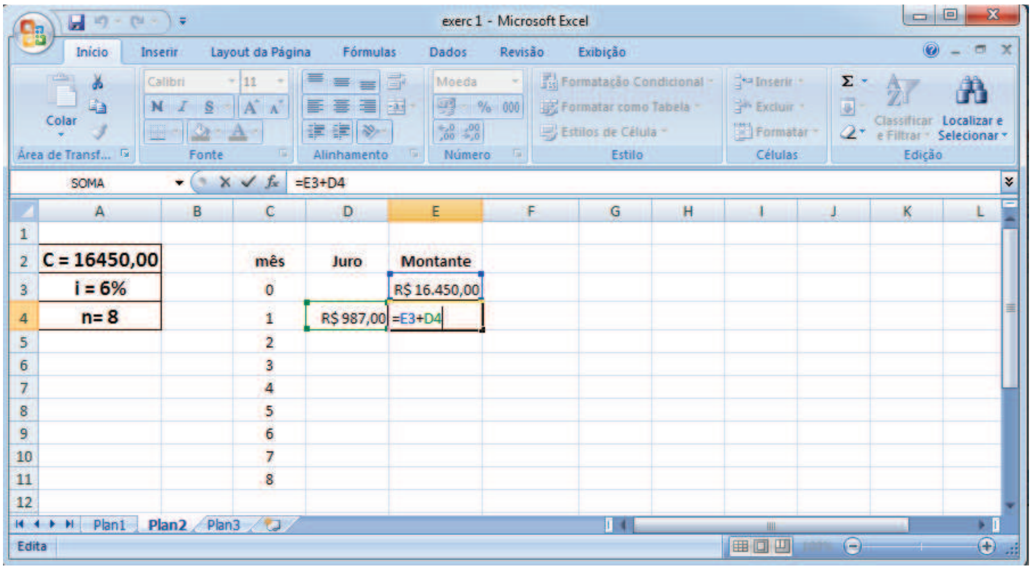


Figura 3 – Cálculo do montante

Para calcular o juro referente aos demais meses, o aluno deve clicar no canto direito inferior da célula D4 e arrastar até a célula D11, conforme a figura 4.

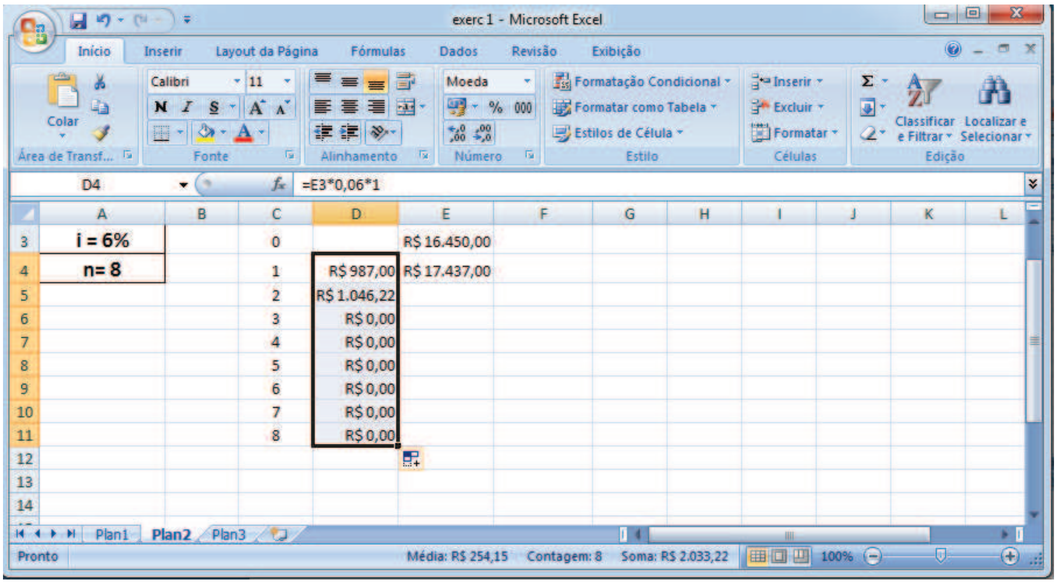


Figura 4 – Facilitando os cálculos

E para determinar o montante de cada mês, o aluno deve realizar o mesmo procedimento anterior para a célula E4, conforme a figura 5. Procedendo como descrito acima, o aluno verificará que o resultado a ser determinado está na célula E11, ou seja, R$26218,80.

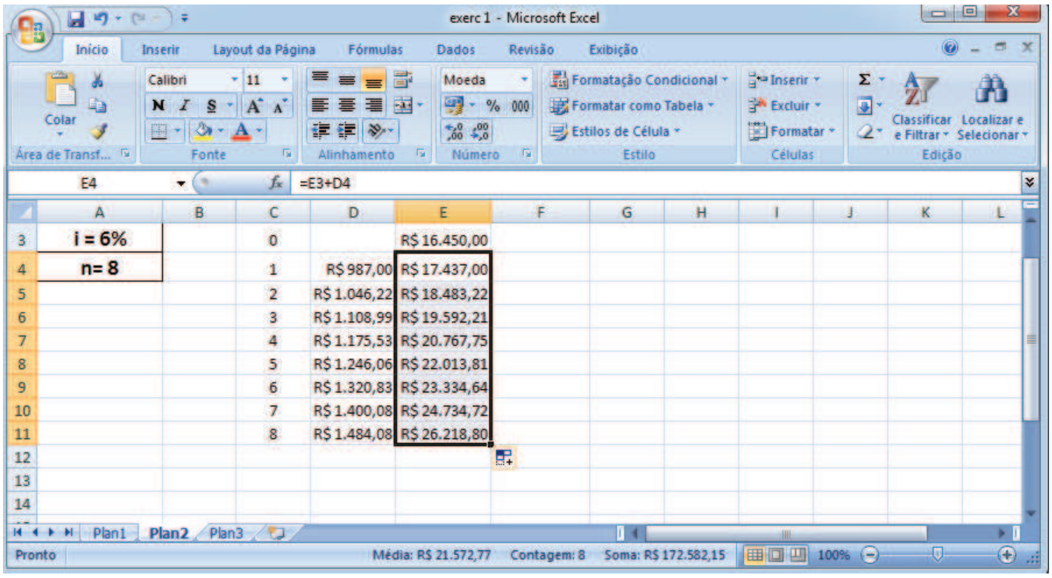


Figura 5 - Resultado

2ª Resolução: Neste caso, considera-se que o professor já tenha generalizado a fórmula de juros.

Para resolver o exercício, o aluno deve digitar na célula B2, B3 e B4 os números 16450, 6 e 8, que são o montante, taxa e tempo, respectivamente, como pode ser visualizado na figura 6.

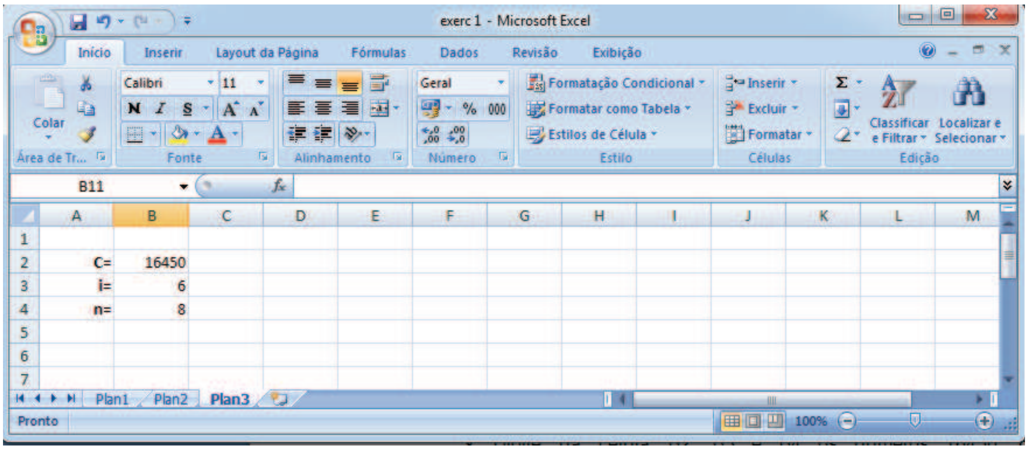


Figura 6 – Digitando dados iniciais

Além disso, deverá digitar na célula D2 a fórmula B2*(1+B3/100)^B4, que representa a fórmula de juros com os dados do problema, conforme a figura 7. Sua resposta aparecerá na célula D2, ou seja, R$26218,80.

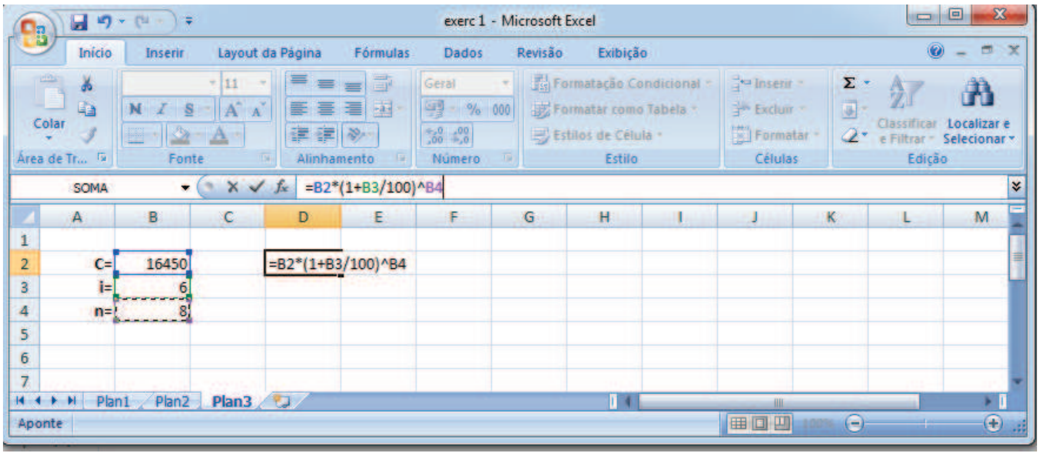


Figura 7 – Fórmula de juros

È importante ressaltar que o problema inicial pode mudar sem que o aluno precise refazer os cálculos, ou seja, os valores de capital, taxa ou tempo podem ser modificados sem alterar a fórmula, e a planilha apresenta os cálculos para cada situação.

Exemplo 2: Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros à qual está investido o capital de Verônica?

Para resolver o problema, o aluno digita, por exemplo, nas células B2, C2, D2 e E2, as palavras taxa, taxa dada, taxa desejada e taxa equivalente, respectivamente. Note que a taxa é de 0,5%, pois 6% ao ano capitalizado mensalmente, significa $\frac{6}{12} = 0{,}5\%$ ao mês.

Taxa dada significa o tempo n na taxa dada, neste caso, n= 1 (mensal). Taxa Desejada significa a quantidade de n existente no período que procuramos, ou seja, anual equivale a 12 meses. Na sequencia, digite nas células B3, C3 e D3 os números 0,5%, 1 e 12, respectivamente, conforme a figura 8.

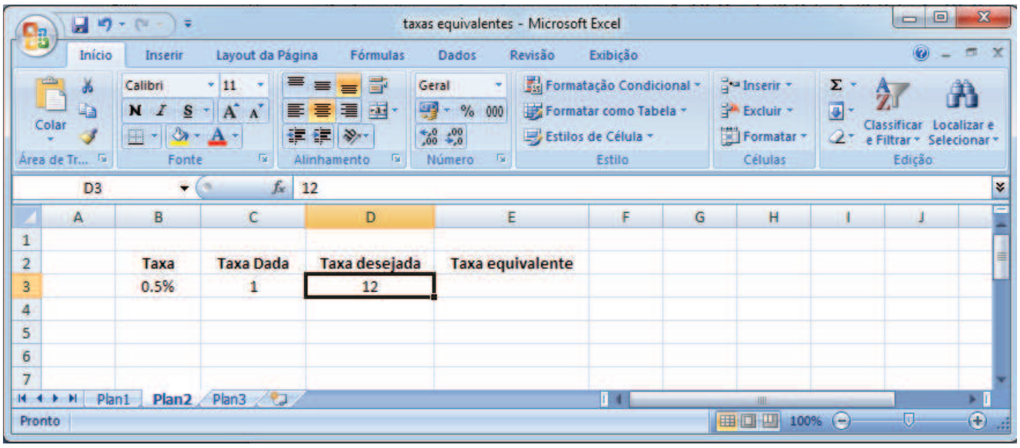


Figura 8 – Inserindo taxas

Assim, na célula E3 o aluno irá digitar a fórmula (1+B3)^(D3/C3) -1, que é a fórmula para encontrar taxas equivalentes, como mostra a figura 9.

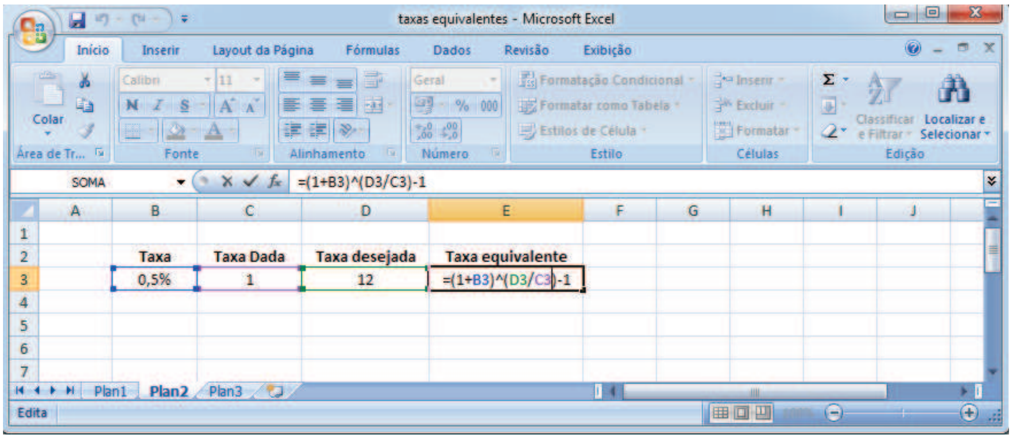


Figura 9 – Fórmula para taxas equivalentes

O resultado aparecerá na célula E3, ou seja, 0,6167, que equivale a 6,17% ao ano, conforme figura 10.

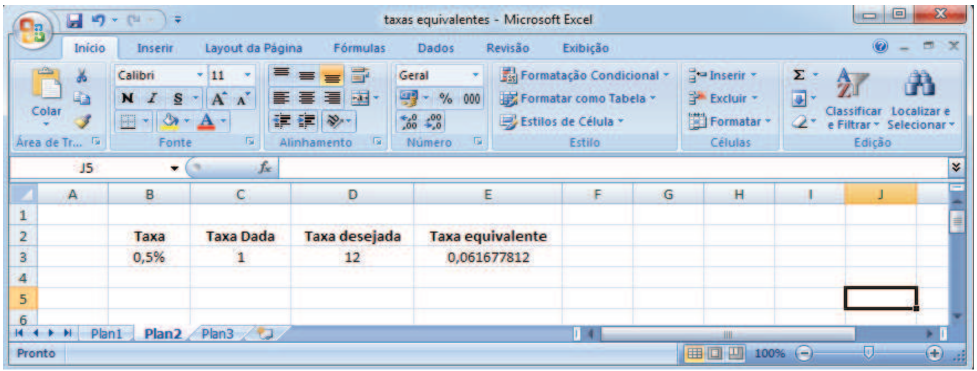


Figura 10 – Taxa equivalente

Exemplo 3: Um bem, cujo preço à vista é de R$120,00, é vendido em 6 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga no ato da compra. Se os juros são de 10% ao mês, determine o valor das prestações.

Primeiramente o aluno deverá digitar os dados do problema e construir o fluxo de caixa, conforme figura 11. Para construir o fluxo de caixa, deve-se utilizar o menu Inserir – Imagem – Formas e assim, construa retas.

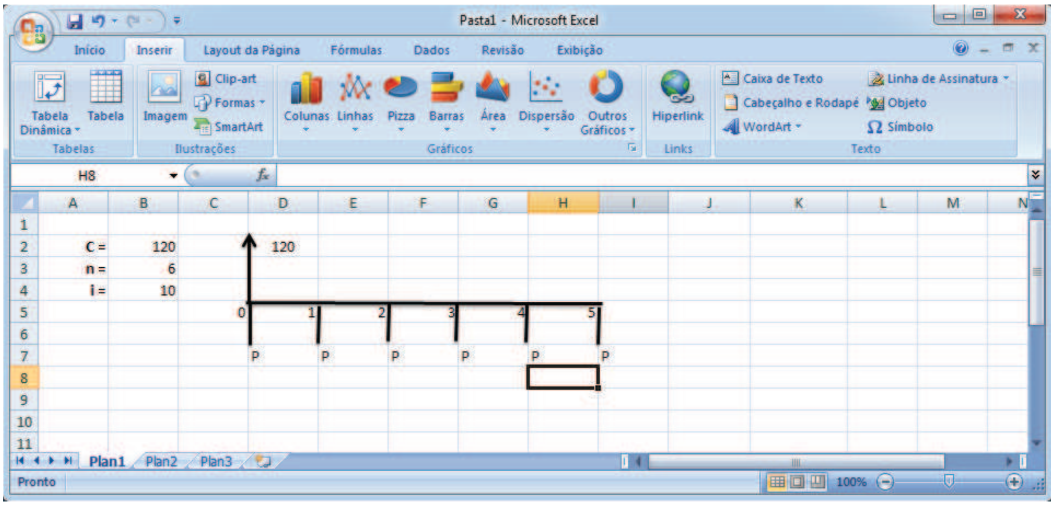


Figura 11 – Dados e Fluxo de caixa

Como desejamos calcular o valor das prestações, devemos considerar uma data focal, que neste caso será no ato da compra (n=0). Como consequência da fórmula de juros, temos que cada prestação será $P = C \div [1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}]$, onde C representa o valor considerado e P a prestação procurada.

Desse modo, deve-se primeiramente calcular o valor do juro de cada prestação. Assim, os alunos devem construir as colunas prestação (J) e juro (K), conforme figura 12. E também devem digitar nas células J3 até J8, os valores de 0 até 5, respectivamente.

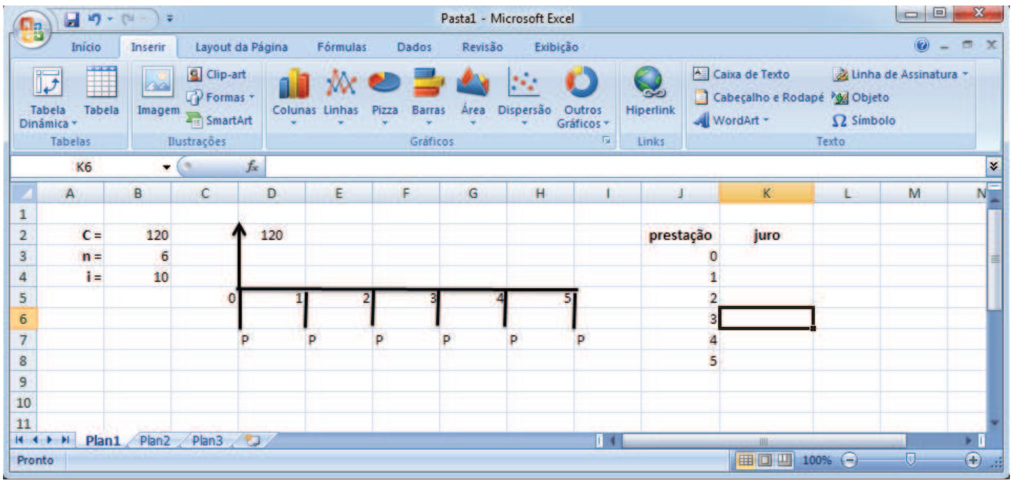


Figura 12 – Cálculo de juros de cada prestação

Na célula K3, por exemplo, o aluno digitará a fórmula 1/[(1+B4/100)^J3]. Note que cada célula Ki terá seu correspondente Ji, ou seja, na célula K4 digite 1/[(1+B4/100)^J4], na célula K5 digite1/[(1+B4/100)^J5] e assim sucessivamente até K8. Veja a figura 13.

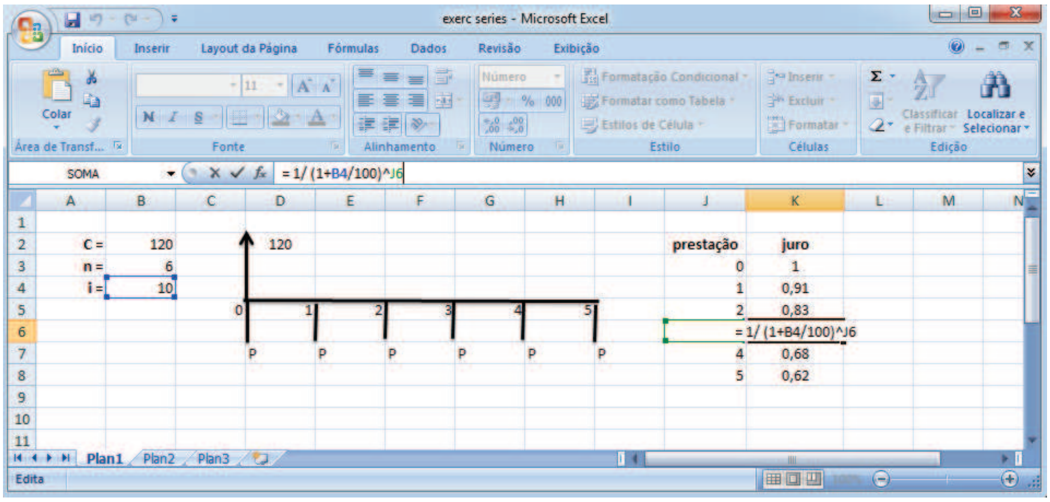


Figura 13 – Juro das prestações

Agora devemos calcular a soma destas parcelas, para isso digite na célula K9, a fórmula SOMA (K3; K4; K5; K6; K7; K8), como na figura 14. Ao clicar na tecla ENTER o resultado será 4,79.

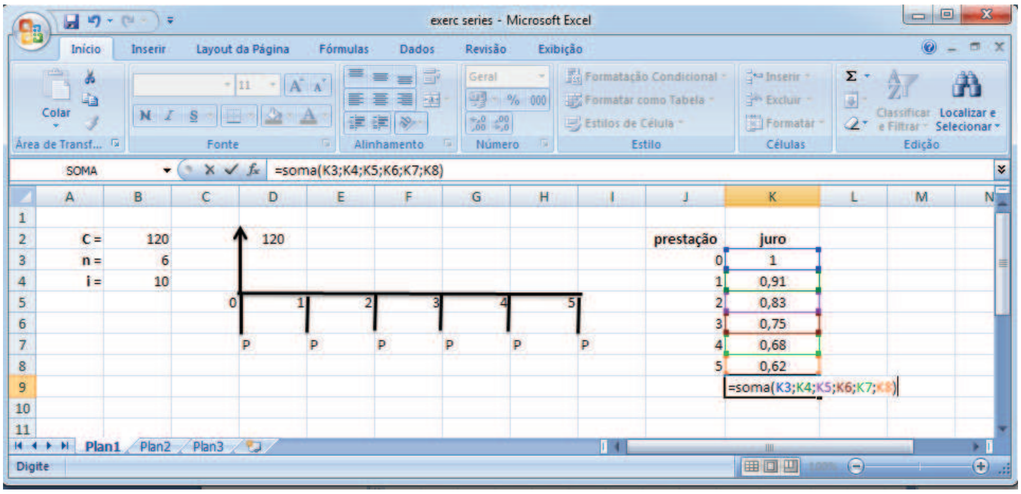


Figura 14 – Soma dos juros

Finalmente para calcular o valor da prestação, deve-se digitar na célula M4, a fórmula B2/K9, conforme a figura 15. O valor da prestação procurada é de R$ 25,05.

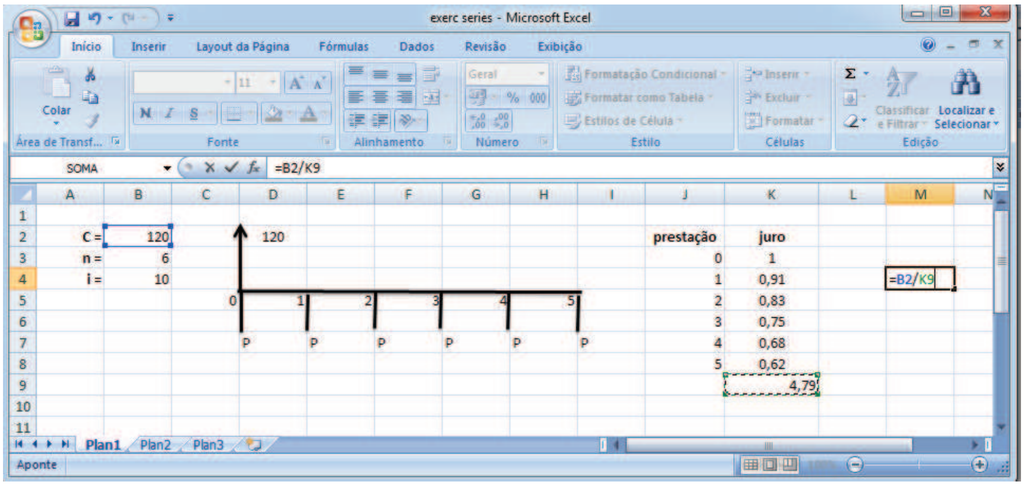


Figura 15 – Calculando a prestação

Exemplo 4: Seja um empréstimo de R$ 20.000,00 para ser amortizado pelo sistema SAC em 12 prestações sem carência a uma taxa de juros de 0,91% ao mês. Determine o valor das prestações.

Primeiramente sugere-se que os alunos digitem os dados do problema e construam 4 colunas, escrevendo as palavras Saldo Devedor, Prestação, Juros e Amortização, conforme figura 16.

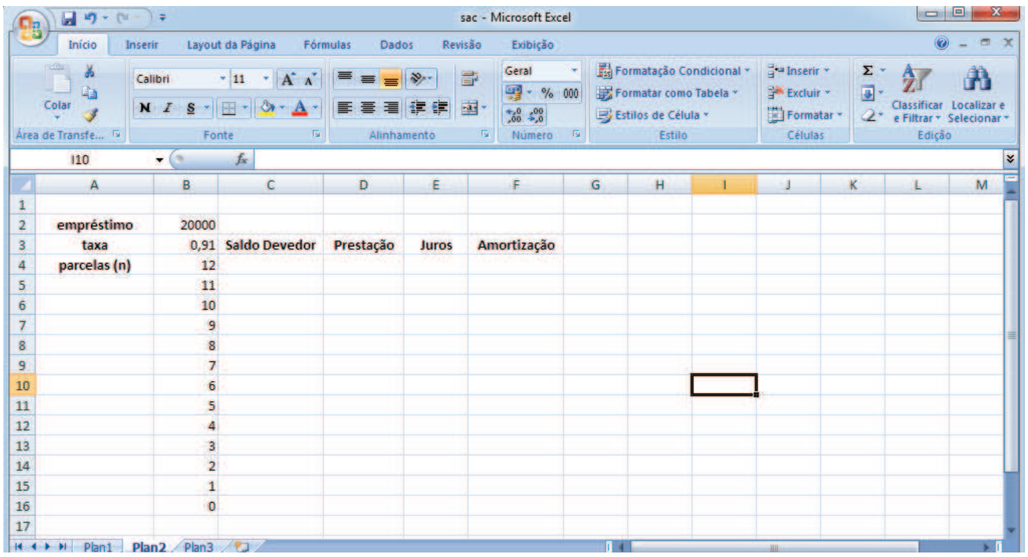


Figura 16 – SAC

Sabemos que no sistema SAC as amortizações são constantes de valor igual ao valor do empréstimo dividido pelo número de pagamentos. Para isso o aluno deverá digitar na célula F4 a fórmula B2/B4, como apresentado na figura 17.

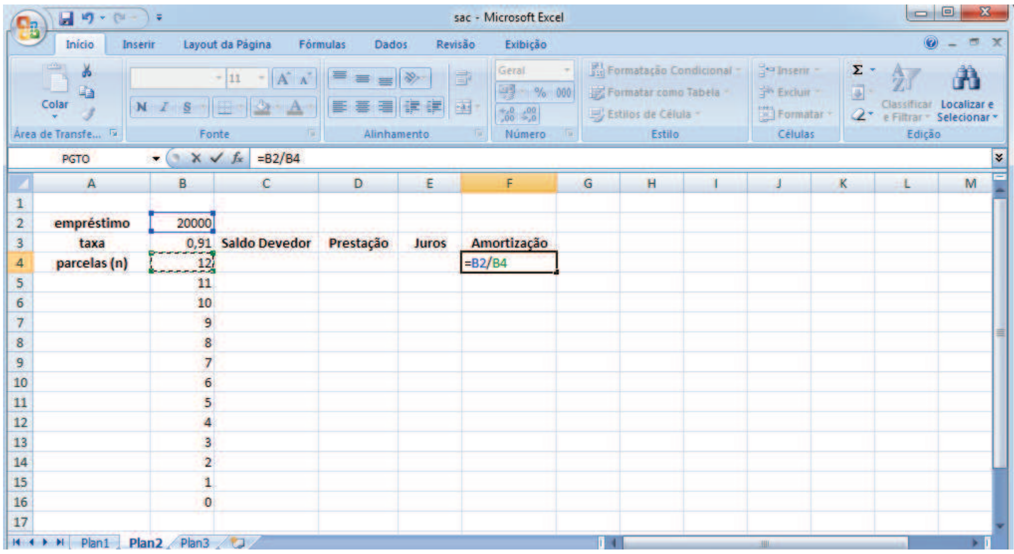


Figura 17 – Calculando a amortização

Na sequência o aluno deverá completar com o mesmo valor até a célula F16. O aluno também deverá completar a célula C4 com o valor 20000 e, na célula E4 deverá digitar a fórmula C4*(B3/100), como mostra a figura18.

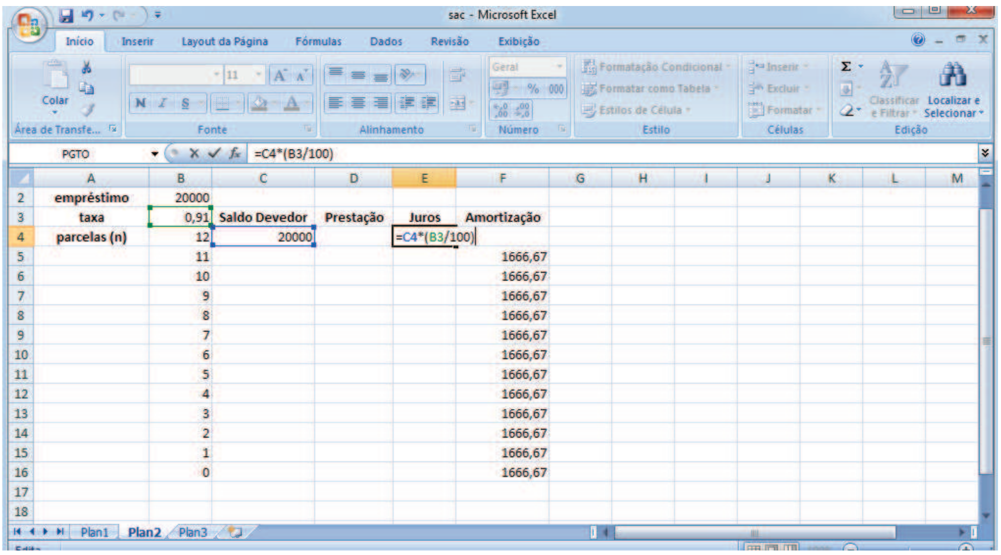


Figura 18 – Juros da prestação

Agora, o aluno deverá calcular o valor da prestação. Desse modo ele irá digitar na célula D4 a fórmula F4 +E4, conforme apresentado na figura 19.

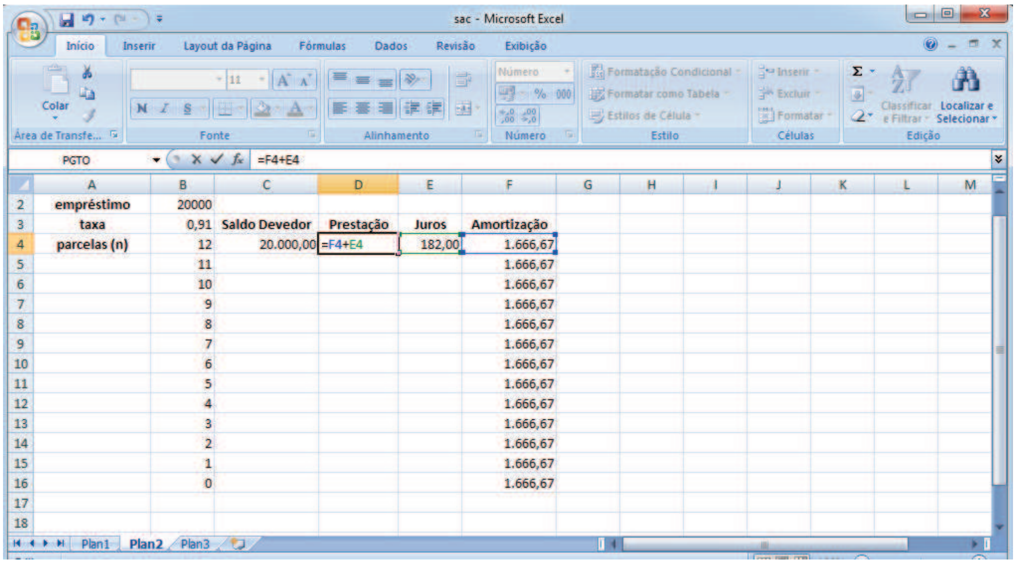


Figura 19 – Calculando a prestação

Na sequência ele irá calcular o saldo devedor, que significa a diferença entre o saldo anterior e a amortização, para isso, deverá digitar na célula C5 a fórmula C4-F4, conforme ilustra a figura 20.

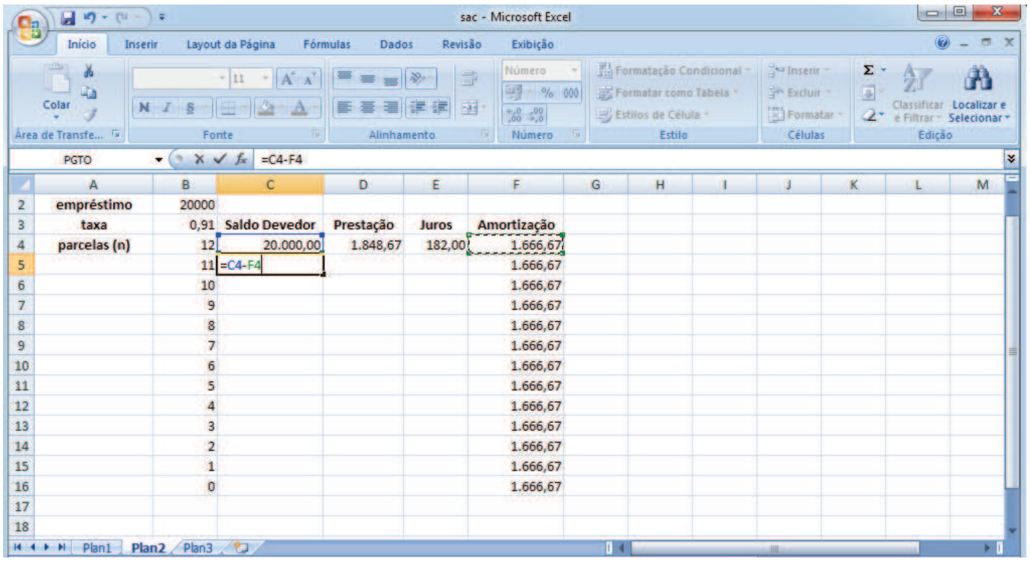
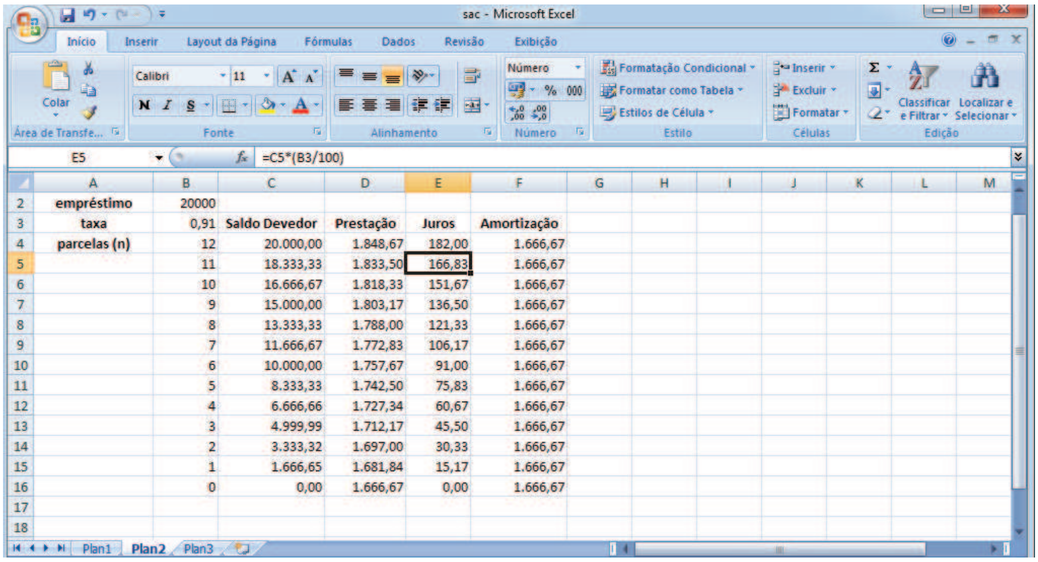


Figura 20 – Saldo Devedor

A partir deste ponto o processo se repete. O aluno irá digitar na célula E5, a fórmula C5*(B3/100), que é o juro. Depois na célula D5, deverá digitar E5+F5 que significa o valor da prestação. E ainda na célula C6 a fórmula C5-F5, e assim sucessivamente até o final da tabela, como segue na figura 21.



	A	B	C	D	E	F
2	empréstimo	20000				
3	taxa	0,91	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização
4	parcelas (n)	12	20.000,00	1.848,67	182,00	1.666,67
5		11	18.333,33	1.833,50	166,83	1.666,67
6		10	16.666,67	1.818,33	151,67	1.666,67
7		9	15.000,00	1.803,17	136,50	1.666,67
8		8	13.333,33	1.788,00	121,33	1.666,67
9		7	11.666,67	1.772,83	106,17	1.666,67
10		6	10.000,00	1.757,67	91,00	1.666,67
11		5	8.333,33	1.742,50	75,83	1.666,67
12		4	6.666,66	1.727,34	60,67	1.666,67
13		3	4.999,99	1.712,17	45,50	1.666,67
14		2	3.333,32	1.697,00	30,33	1.666,67
15		1	1.666,65	1.681,84	15,17	1.666,67
16		0	0,00	1.666,67	0,00	1.666,67

Figura 21 – Tabela Completa

Conclusão

Não é novidade que, nos últimos anos, não tem sido fácil ser professor. Em um mundo em constantes transformações, globalizado e tecnológico, a escola tem se tornando o ambiente em que a maioria dos alunos não quer estar. É muito comum ouvir, nas salas de professores, “antigamente não era assim” ou “os alunos não querem nada com nada”. Esses comentários indicam a culpa por conta dos alunos. É notável que o desinteresse da atual geração de estudantes, porém a obrigatoriedade de ir à escola e de ficar quatro horas em uma sala, muitas vezes, frustra os alunos quando eles não conseguem estabelecer relações entre os conteúdos estudados e sua vida cotidiana. Afinal, será que a culpa desse desinteresse todo fica realmente com apenas com o aluno?

Vivemos em um mundo em constante transformação, globalizado e tecnológico, porém com um sistema educacional em que a maioria dos professores recorre principalmente ao uso do quadro e do giz. Por outro lado, na maioria das escolas públicas existe um laboratório de informática, projetor multimídia, mas também professores que não sabem utilizar esses recursos. Não leigos a ponto de não saberem explorá-las, mas leigos por não saberem relacionar com suas áreas de atuação.

Junto a tudo isso ainda tem as disciplinas ou conteúdos a serem ensinados. Tem a Matemática com toda a sua linguagem, regras e rigores. Com altos índices de reprovação, e de rejeição, pois é uma das disciplinas que os alunos não têm interesse. Não que não deva ser ensinada, pelo contrário, quão bom seria se nas escolas públicas o ensino da Matemática fosse mais eficiente.

Para tanto, o que desejo propor por meio desta dissertação é que precisamos nas escolas públicas ou privadas uma educação pela Matemática. Precisamos ter certeza de que, ao final do Ensino Médio, o aluno seja capaz de reconhecer a Matemática nas relações sociais, mas que não seja formatado por ela, desenvolvendo consciência crítica para tomar decisões quanto a Matemática nas suas interações na sociedade.

Para isso, precisamos de professores comprometidos com educar matematicamente. Profissionais qualificados quanto ao uso de novas tecnologias, com uma formação sólida capaz de dar suporte as mais difíceis situações que possam ocorrer. Professores conscientes para reverem suas concepções e conceitos, já que a cada ano os alunos também compartilham de conhecimentos variados. Assim, para que o ensino da Matemática seja o mais eficiente possível, é necessário que a Matemática seja apresentada conforme as transformações necessárias à sociedade.

Dessa forma, a proposta didática apresentada nesta dissertação, sugere a professores de Matemática uma abordagem de conteúdos de MF que sejam significativos aos alunos. Os Temas e situações reais sugeridos podem fazer parte da vida de cada estudante, dando suporte a futuras decisões que possam ocorrer nas interações em que se envolverem.

Sabemos que o ensino de MF ainda está muito além do necessário em nossas escolas e, que como apontaram as leituras indicadas nesta pesquisa, à abordagem de conteúdos apresentada em livros didáticos tem sido muito precária e, muitas vezes, distante da realidade dos alunos. Sendo assim, sugerimos que cada professor, ao trabalhar em sala de aula, na perspectiva da EMC, observe, primeiramente, a realidade em que seus alunos estão inseridos, e procure a partir disso identificar quais conceitos de MF serão necessários para uma formação consciente e crítica de seus alunos.

Os objetivos propostos nesta dissertação de elaborar um material pedagógico como sugestão aos educadores objetivou principalmente apresentar atividades pedagógicas contextualizadas, tendo em vista estabelecer conexão entre a teoria e a prática docente, a partir das leituras realizadas sobre EMC, bem como a com outras leituras realizadas durante o mestrado profissional.

Por outro lado, percebemos que a construção de materiais didáticos com esse espírito, nem sempre é simples, visto que exige conhecimento pedagógico, conhecimento específico da disciplina, bem como o desenvolvimento de uma abordagem condizente com a prática e metodológica para o ensino da critico da matemática, a partir de situações reais vivenciadas.

A proposta de atividades pedagógicas para o ensino da MF, por meio de conteúdos matemáticos contextualizados, parece favorecer o estabelecimento de relações mais significativas, uma vez que os alunos podem analisar situações em no seu dia a dia, no cotidiano de seus pais, amigos ou conhecidos.

Com isso, percebemos que o desenvolvimento de uma prática pedagógica que leve os alunos a identificar, interpretar, avaliar e criticar a matemática, de forma que contribua na formação de cidadãos livres, responsáveis e críticos, ainda precisa ser melhor trabalhada, principalmente, aplicada em sala de aula, para que possamos avaliar tais resultados.

Por outro lado, queremos que tal proposta favorece o ensino da MF para que os estudantes envolvidos nesse processo de aprendizagem entendam melhor seus papéis sociais como consumidores, pesquisadores e, ainda, como futuros cidadãos ou profissionais da atual sociedade.

Que a proposta aqui apresentada, que por uma questão de tempo não foi aplicada, encoraje professores a tomar como prática pedagógica a construção de materiais pedagógicos condizentes com a realidade de seus alunos, para que sejam educados matematicamente numa sociedade crítica e consciente.

Referências Bibliográficas

BRAGA, J. C. P. **O uso da Planilha Eletrônica como ferramenta na Matemática do Ensino Médio do Centro Federal de Educação Tecnológica de Januária - MG**. 2008. 91 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar**. Brasília, 2008.

BRASIL. Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9394/96**. Brasília, 1996.

CARAMORI, M. F. **O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias informáticas: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada**. 2009. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

CARVALHO, P. C.P.; LIMA, E. L.; MORGADO, A. C.; WAGNER, E. **A Matemática do Ensino Médio – Volume 2**. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2006.

CARVALHO, P. C.P.; LIMA, E. L.; MORGADO, A. C.; WAGNER, E. **Temas e Problemas Elementares**. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2005.

CRESCE número de famílias gaúchas sem condições de pagar dívidas atrasadas em 30 dias. **Zero Hora**, Porto Alegre, 03 jul. 2012. Caderno Economia. Disponível em: http://zerohora.clicrbs.com.br/rs/economia/noticia/2012/07/cresce-numero-de-familias-gauchas-sem-condicoes-de-pagar-dividas-atrasadas-em-30-dias-3809560.html. Acesso em: 02 out. 2012.

FILHO, M. S. C. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas**. 2008. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

LIMA, M. F.; ZANLORENSE, M. J. Uma Análise Histórica sobre a elaboração e divulgação dos PCN no Brasil . **VIII Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas – História, Sociedade e Educação no Brasil**, Campinas, 2009.

MATEMÁTICA Financeira: A Matemática do Ensino Médio, Volume 2. Direção de IMPA. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, [2002]. (82 min),

NASCIMENTO, P. L. **A formação do aluno e a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira**. 2004. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

NOVES, R. C. N. **Uma abordagem visual para o Ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio**. 2009. 205 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

SCHNEIDER, I. J. **Matemática Financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: PAPIRUS, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica – A questão da democracia**. Campinas, SP: PAPIRUS, 2001.

SPTIZ, C. Brasileiro trabalha quase 5 meses só para pagar impostos, diz IBPT. **O Globo - Economia**, Rio de Janeiro, 21 maio. 2012. Disponível em: http://oglobo.globo.com/economia/brasileiro-trabalha-quase-5-meses-so-para-pagar-imposto-diz-ibpt-4955270. Acesso em: 15 set. 2012.

STIELER, E. C. **Uso da tecnologia da informática no Ensino Superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira**. 2007. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2007.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. **Lições do Rio Grande – Matemática e suas Tecnologias**. Porto Alegre, 2009.

Anexos

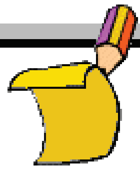
Anexo A – Proposta Didática

1 INTRODUÇÃO

A **Matemática Financeira** possui diversas aplicações no atual sistema econômico. Algumas situações estão presentes no cotidiano das pessoas, como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, compras a crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsas de valores, entre outras situações.

O mundo globalizado nos mostra cada vez mais a necessidade de informações e, para tanto, é necessário o conhecimento básico que possibilita o entendimento de conceitos mais apurados. Este raciocínio é o que norteia a Matemática Financeira que se preocupa com o estudo do valor do dinheiro no tempo.

Atividade 1



Dentre os temas: financiamento de carro, financiamento de casa, empréstimos, compras, cartão de crédito ou aplicações financeiras, escolha um e procure em jornais, revistas ou internet, notícias referentes a estes assuntos.

Faça uma pesquisa mais detalhada sobre sua notícia e prepare uma apresentação para seus colegas em Power Point.

Brasileiro trabalha quase 5 meses só para pagar imposto, diz IBPT

Tributo sobre consumo é o que mais pesa, mas IR incomoda mais contribuinte

RIO — Faltam nove dias para o contribuinte brasileiro finalmente começar a trabalhar para si próprio. Neste ano, são praticamente cinco meses — um dia a mais que no ano passado, já que 2012 é bissexto— somente para pagar tributos (impostos, taxas e contribuições) ao governo, aponta estudo do Instituto Brasileiro de Planejamento Tributário (IBPT) obtido pelo **GLOBO**. Se morasse na Argentina ou nos Estados Unidos, seriam pouco mais de três meses exclusivamente para pagamento de impostos.

O impostômetro da Associação Comercial de São Paulo (ACSP) , chega a marca de R$ 500 bilhões em impostos federais, estaduais e municipais
MARCOS ALVES / AGÊNCIA O GLOBO

A renda do brasileiro comprometida com os impostos só fez aumentar nos últimos anos, segundo o IBPT. Se em 2003, ele teve de destinar 36,98% de seu rendimento bruto para pagamento de impostos. Em 2012, essa fatia subiu para 40,98%. Em relação à década de 70, hoje se trabalha o dobro de tempo para pagar tributação.

O contribuinte brasileiro paga atualmente 63 tributos que incidem tanto sobre a renda, como o Imposto de Renda, a contribuição previdenciária, quanto impostos embutidos nos preços de produtos e serviços, como o ICMS e o IPI, além da tributação do patrimônio (IPTU e IPVA), e taxas como limpeza pública, coleta de lixo, emissão de documentos e iluminação pública.

— A arrecadação tributária cresceu assustadoramente nos últimos anos e ainda temos que trabalhar para prover o que o governo não fornece. Enquanto o governo não fizer uma reforma que altere essa situação drasticamente, o quadro não muda — afirma João Eloi Olenike, presidente do IBPT.

Em 2011, só o governo federal tirou dos contribuintes quase R$ 1 trilhão em forma de impostos, sem contar os tributos pagos aos governos estaduais e municipais. A arrecadação das receitas federais teve um crescimento real, com base no IPCA, de

10,1%. A carga tributária deve bater recorde em 2011, chegando a 36,2% do PIB, segundo estimativas.

O presidente do IBPT pondera que se o contribuinte contar ainda despesas como plano de saúde, escola, e segurança do prédio, serviços que deveriam ser cobertos pelos impostos pagos, mas que, na prática, deixam a desejar, o contribuinte só passa a trabalhar para si próprio nos últimos meses do ano.

—A ineficiência do governo de oferecer serviços de qualidade e infraestrutura faz com que o brasileiro tenha que continuar a trabalhar até o dia 30 de setembro para pagar pelo que é prestado de forma ineficiente.

Imposto de Renda é o que mais incomoda, mas tributo sobre consumo pesa mais

Os tributos sobre o consumo (ICMS, PIS, Cofins, IPI, ISS) são os que mais pesam na conta. Segundo o IBPT, eles correspondem a 23,24%, em média, da renda do contribuinte. Mesmo assim, é o Imposto de Renda o tributo que mais faz sofrer o brasileiro.

—É dele que as pessoas mais reclamam porque veem descontado no contracheque - avalia Rubens Branco, da Branco Consultores. —Já o imposto de consumo, ele não vê, o que não quer dizer que o imposto indireto seja mais justo— considera.

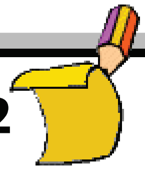
Segundo o IBPT, os tributos sobre a renda "comem" 14,72% da renda das famílias, enquanto que aqueles sobre o patrimônio correspondem a 3,02%.

Leia mais sobre esse assunto em http://oglobo.globo.com/economia/brasileiro-trabalha-quase-5-meses-so-para-pagar-imposto-diz-ibpt-4955270#ixzz26gG7ouiU

Você já deve ter ouvido falar de vários impostos: IPVA, IPTU, INSS, ICMS, FGTS, IRPF etc. Você sabe o que significa cada imposto e quanto pagamos? Faça algumas pesquisas sobre isso e anote abaixo aqueles impostos de que você conseguiu encontrar informação.

IMPOSTO	VALOR	DEFINIÇÃO

Atividade 2



Pegue uma nota fiscal que você ou alguém da sua família recebeu nesses últimos tempos. Cole no seu caderno e enumere os impostos que foram pagos nessa nota fiscal.

Você deve ter percebido que todos os impostos são expressos em porcentagem. Você sabe o que é porcentagem?

É a razão entre um dado número e o número de referência 100.

Razão Centesimal: é a razão cujo conseqüente é 100.

Exemplos: $\frac{13}{100}, \frac{5}{100}$

📖 Transformações:

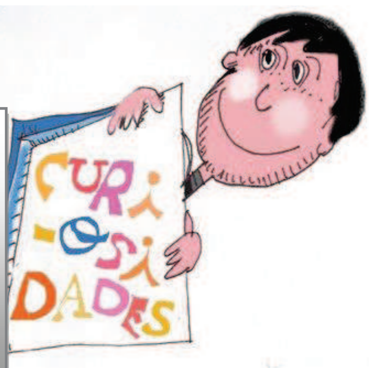
a) Fração em porcentagem-

$$\frac{13}{100} = 13\% \qquad \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

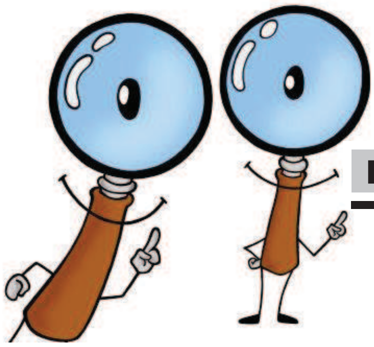
b) Porcentagem em fração -

$$37\% = \frac{37}{100} \qquad 40\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

O símbolo % resultou de sucessivas abreviações e deformações da expressão “por cento”, usada por comerciantes venezianos e genoveses.



Nos problemas de porcentagem são três os elementos fundamentais: o valor básico, a taxa de porcentagem e a porcentagem do valor básico. Os problemas mais simples consistem em dados dois desses elementos, calcular o terceiro.



Exemplos

1. Um funcionário, cujo salário mensal é de R$ 825,00 recebe um aumento de 2,4%. Qual é seu novo salário?

2. O litro de gasolina sofreu, a partir de hoje, um aumento de 15% e passou a custar R$ 2,599. Quanto custava ontem?

3. Numa classe de 25 alunos, 16 são homens. Qual a porcentagem de mulheres nessa classe?

4. Uma mercadoria sofreu um aumento de 25% em seu preço. Um cliente exigiu do vendedor um desconto sobre o novo preço, a fim de pagar por ela o mesmo que antes. Qual é o desconto que ele deve pedir?

3 JUROS

Economia

Zero Hora > Economia > Notícias

Contas acumuladas 03/07/2012 | 10h16

Cresce número de famílias gaúchas sem condições de pagar dívidas atrasadas em 30 dias

Pesquisa da Fecomércio-RS mostra que percentual de consumidores nessa situação passou de 6,5%, em maio, para 11,3% em junho

O percentual de famílias gaúchas que não terão condições de pagar suas dívidas em atraso dentro de 30 dias quase dobrou de maio para junho, passando de 6,5% para 11,3%. A constatação é da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência das Famílias Gaúchas (PEIC-RS) que está sendo divulgada hoje pela Federação do Comércio de Bens e de Serviços do Estado (Fecomércio-RS).

Conforme análise da entidade, a intensa variação registrada pelo indicador no período "requer cautela na avaliação de uma possível deterioração do cenário de endividamento".

Ainda segundo a pesquisa, o número de famílias gaúchas que afirmam ter algum tipo de dívida foi de 64,7% da população. O resultado é menor do que o registro feito em junho de 2011, quando alcançou 75,4%.

"Mesmo com as taxas de juros em nível inferior ao de 2011 e com outras medidas de estímulo por parte do governo, como a redução do IPI de eletrodomésticos e veículos, o ritmo mais lento da atividade econômica contribui para que o endividamento esteja abaixo do nível do ano passado", afirma, em comunicado, o presidente do Sistema Fecomércio-RS, Zildo De Marchi.

Os principais tipos de dívida atualmente são: cartão de crédito (66,8%), carnês (26,5%) e crédito pessoal (22,6%). A participação do cheque especial caiu de 34,6% em maio para 14,9% em junho.

http://zerohora.clicrbs.com.br/rs/economia/noticia/2012/07/cresce-numero-de-familias-gauchas-sem-condicoes-de-pagar-dividas-atrasadas-em-30-dias-3809560.html

Como a maior inadimplência, segundo a reportagem de Zero Hora, está no cartão de crédito, vamos entender como este sistema funciona.

O cartão de crédito facilita a vida de muita gente. Algumas pessoas não vivem sem ele...

Ele surgiu há 55 anos nos Estados Unidos e hoje está nas mãos de gente de todo tipo, que ganha e que não ganha bem. Mas, muitos exageram nos gastos com cartão só porque pode pagar depois. É aí que a situação se complica...

O sucesso do cartão de crédito começou a cerca de 10 anos. Segundo o analista financeiro Mauro Halfeld, o cartão é um instrumento prático, útil e que revolucionou o mercado financeiro.

Você pede ao banco um cartão de crédito; escolhe a marca e a data de pagamento; o banco define o limite de gastos que você pode ter; normalmente, é cobrada uma anuidade que pode ser paga em três ou quatro vezes; você paga suas contas com o cartão; na data de vencimento, tem duas opções: paga tudo à vista ou o mínimo definido pelo banco (aí, são cobrados juros, que variam de 10% a 14% ao mês).

Atenção: o ideal é usar o cartão de crédito quando você tiver certeza que, no dia do vencimento da fatura, você terá dinheiro para quitar tudo. De nada adianta pagar somente o mínimo porque você acaba deixando que os juros de 10% a 14% vire uma bola de neve...

Todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia de taxas de juros. Ao realizarmos um empréstimo a forma de pagamento é feita através de prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor de quitação do empréstimo é superior ao valor inicial do empréstimo. A essa diferença damos o nome de juros.

Para Você Saber!!!

O conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de uma afinidade entre o dinheiro e o tempo. As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros, pois isso acontecia em razão do valor momentâneo do dinheiro. Algumas tábuas matemáticas se caracterizavam pela organização dos dados e textos relatavam o uso e a repartição de insumos agrícolas através de operações matemáticas. Os sumérios registravam documentos em tábuas, como faturas, recibos, notas promissórias, operações de crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de vendas e endossos.

Essas tábuas retratavam documentos de empresas comerciais e algumas eram utilizadas como ferramentas auxiliares nos assuntos relacionados ao sistema de peso e medida. Havia tábuas para a multiplicação, inversos multiplicativos, quadrados, cubos e exponenciais. As exponenciais com certeza estavam diretamente ligadas aos cálculos relacionados a juros compostos; e as de inverso eram utilizadas na redução da divisão para a multiplicação.

Tábua que relatava o sistema de escrita dos sumérios

Nessa época os juros eram pagos pelo uso de sementes e de outros bens emprestados, os agricultores realizavam transações comerciais com as quais adquiriam sementes para as suas plantações. Após a colheita, os agricultores realizavam o pagamento através de sementes com a seguida quantidade proveniente dos juros do empréstimo. A forma de pagamento dos juros foi modificada para suprir as exigências atuais. No caso dos agricultores, era lógico que o pagamento seria feito na colheita seguinte. A relação tempo/ juros foi se ajustando de acordo com a necessidade de cada época. Atualmente, nas transações de empréstimos, o tempo é preestabelecido pelas partes negociantes.

Por Marcos Noé

Graduado em Matemática

A Matemática Financeira é uma das importantes aplicações de progressões geométricas (PG). A operação básica da Matemática Financeira é a operação de empréstimo.

Alguém que dispõe de um *capital C* (Capital principal) empresta-o a outrem por certo período de *tempo n*, e após esse período recebe seu capital C de volta, acrescido de uma renumeração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma $C + J$ é chamado de *montante* e será representada por *M*. A razão $i = \frac{J}{C}$ que é a *taxa de crescimento* do capital, será sempre referida ao período de operação e chamada de *taxa de juros*.

Voltando ao endividamento por cartão de crédito. Observe a fatura abaixo:

Extrato da fatura do cartão

AJUDA

seu cartão — fatura

Cliente:

Cartão: OUROCARD VISA GOLD — Número do Cartão: 4 34.****.****.5 1

Total desta fatura - R$: 1.126,75 — Pagamento mínimo - R$: 169,01 — Vencimento: 20.12.2010 — Página: Única

Demonstrativo

Data	Transações	País	Valor - R$	Valor - US$
	01 -			
	Pagamentos			
22/11/10	PGTO DEBITO CONTA	BR	-1.334,37	0,00
	Compras a vista			
10/11/10	RESTAUR	BR	17,30	0,00
11/11/10	GALGRIN INTERNET GROUP DUQUE DE CAXI	BR	81,90	0,00
12/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
13/11/10		BR	36,00	0,00
13/11/10	LOJAS AMERICANAS	BR	32,98	0,00
13/11/10		BR	30,00	0,00
15/11/10	POSTO	BR	50,00	0,00
17/11/10		BR	18,57	0,00
21/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
01/12/10	TICKETS FOR FUN SAO PAULO	BR	562,00	0,00
01/12/10		BR	175,00	0,00
	Debitos diversos			
06/12/10	PROTECAO OURO DEZ/2010 (SUSEP - 15414.004663/2004-41)	BR	3,00	0,00
	Subtotal		1.126,75	0,00
	Total		1.126,75	0,00

Limites - R$

Limite Único	4.402
Deste Cartão	4.402
Saque	4.402
(Incluido no limite único)	
Parcelado	0
Saldo Parcelado	101
Limite Extra	0

Encargos Financeiros	1	2
Crédito Rotativo	8,29	13,62
Crédito Parcelado	2,63	4,52
Permanência	13,52	13,62
Multa	2,00	2,00

1.Para o período %am
2.Máximos próximo período %am

Programa de Relacionamento BB

Saldo anterior	5.714
(+) Adquiridos	917
(-) Utilizados/Transferidos	0
(-) Prescritos	0
(-) Acertos (*)	0
Pontos a prescrever Em 31.12.2010	0
Pontos Intransferíveis	0
Pontuação acumulada Até 07.12.2010	6.631

BANCO DO BRASIL — Cartão: OUROCARD VISA GOLD — Número do cartão: 4 4.****.****.5 1 — Vencimento: 20.12.2010

Resumo em Real

Saldo anterior 1.334,37 - Pagamento/Créditos 1.334,37 + Compras/Débitos 1.126,75 = Total-R$ 1.126,75 - Limite extra utilizado-R$ 0,00 Débito em conta = Saldo atual-R$ 1.126,75

Saldo total (R$+US$): R$ 1.126,75

Resumo em Dólar

Compras / Saques 0,00 + Outros Débitos 0,00 - Créditos 0,00 = Saldo atual-US$ 0,00 x Taxa de conversão 0.0 = Saldo convertido-R$ 0,00

Se a cotação do dólar turismo, para venda, divulgada pelo Banco do Brasil para cartões de crédito for diferente na data do pagamento do vencimento, o que ocorrer primeiro, os ajustes, a crédito ou a débito, serão lançados na próxima fatura, sem encargos.

Pagamento mínimo-R$: 169,01 — Valor pago-R$:

******************** SEGUNDA VIA ********************

Os dados constantes do presente documento contêm informações vigentes à época da emissão da primeira via da fatura

INIBIR FATURA IMPRESSA OUROCARD | ENCARGOS FINANCEIROS | IMPRIMIR | NOVO EXTRATO | RETORNAR

Observe que o titular do cartão, gastou no referido mês um total de R$ 1126,75.

Note ainda que, temos na fatura um pagamento mínimo de R$ 169,01.

Atividade 3

Acesse o link abaixo, faça um resumo da reportagem e verifique se na fatura acima o valor está correto.

http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mercado/me2611201015.htm

Consideremos que o titular não tem dinheiro suficiente para o pagamento total do cartão. Este tem duas opções: pagamento mínimo ou um empréstimo. No mesmo banco lhe é ofertado um empréstimo a uma taxa de 2,38% ao mês em até 10 meses.

Opção 1 - Empréstimo

C = 1500,00
i = 2,38%
n= 10

Mês	Juro	Montante
0		R$ 1.500,00
1	R$ 35,70	R$ 1.535,70
2	R$ 36,55	R$ 1.572,25
3	R$ 37,42	R$ 1.609,67
4	R$ 38,31	R$ 1.647,98
5	R$ 39,22	R$ 1.687,20
6	R$ 40,16	R$ 1.727,36
7	R$ 41,11	R$ 1.768,47
8	R$ 42,09	R$ 1.810,56
9	R$ 43,09	R$ 1.853,65
10	R$ 44,12	R$ 1.897,77

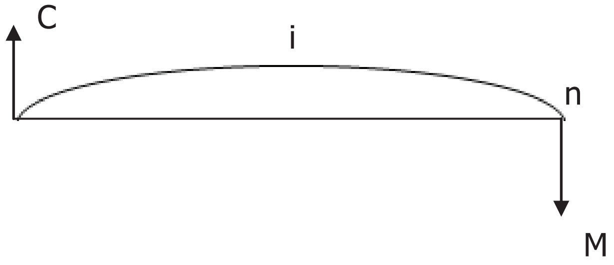
Opção 2 – Pagamento Mínimo

Mês	Saldo devedor	Juros	Montante	Pagamento mínimo
1	1126,75			169,01
2	957,74	79,40	1037,14	207,43
3	750,31	62,20	812,51	162,50
4	587,81	48,73	636,54	127,31
5	460,50	38,18	498,68	99,74
6	360,77	29,91	390,67	78,13
7	282,63	23,43	306,06	61,21
8	221,42	18,36	239,78	47,96
9	173,46	14,38	187,84	37,57
10	135,90	11,27	147,16	29,43

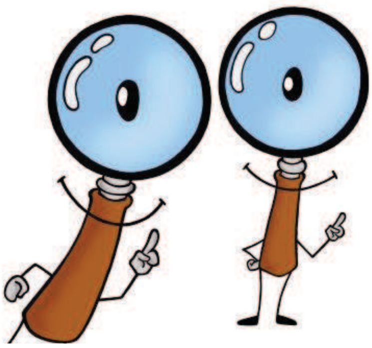
Observe que, após 10 meses, ainda temos um saldo devedor de R$106,47. Vale ressaltar que, nessa situação assume-se que não houve gastos no mês seguinte, e não houve atraso no pagamento (o que incide multa de 2% e mais juros de 2,63%).

Generalizando,

No regime de juros compostos de taxa i, um capital C transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $M = C(1+i)^n$



Mês	Juros	Montante
0		C
1	$C\cdot i\cdot 1$	$C + C\cdot i\cdot 1 \;=\; C\cdot(1+i)$
2	$C\cdot(1+i)\cdot i\cdot 1 = C\cdot i\cdot 1\cdot(1+i)$	$C\cdot(1+i) + C\cdot i\cdot 1(1+i) =$ $C\cdot(1+i)\cdot(1+i) = C\cdot(1+i)^2$
3	$C\cdot(1+i)^2\cdot i\cdot 1 = C\cdot i\cdot 1\cdot(1+i)^2$	$C\cdot(1+i)^2 + C\cdot i\cdot 1\cdot(1+i) =$ $C\cdot(1+i)^2\cdot(1+i) = C\cdot(1+i)^3$
...	...	...
n	...	$C\cdot(1+i)^n$



Exemplos

1. Uma pessoa toma emprestado a juros de 6% a.m. R$ 16.450,00 pelo prazo de 8 meses. Qual o montante a ser devolvido?

2. Qual o capital que, aplicado a 3,2%a.m., durante 6 meses, rende juros de R$6.563,00?

3. Qual o tempo necessário para que um capital qualquer aumente em 75% de seu valor, a uma taxa mensal de 3,2% a.m?

4. A que taxa mensal deve ser colocado um capital de R$480.000,00 para que renda de juros R$ 573.586,86 em 6 meses?

4 TAXAS

1. TAXAS PROPORCIONAIS

Duas taxas são proporcionais quando há uma proporção entre as grandezas em que se expressam e as durações dos períodos de tempo a que se referem.

Assim, se i_1 e i_2 são taxas proporcionais e m_1 e m_2 são, respectivamente os números de períodos que perfazem o prazo de aplicação, tem-se:

$$i_1 \cdot m_1 = i_2 \cdot m_2$$

Desta forma, uma taxa de juros de 3% a.m é proporcional à taxa de 36% a.a., pois se num ano tem-se:

$$i_1 = 3\%\ a.m \qquad i_2 = 36\%\ a.a$$

$$m_1 = 12\ meses \qquad m_2 = 1\ ano$$

Então, $0{,}03 \times 12 = 0{,}36 \times 1 = 0{,}36$

2. TAXAS EQUIVALENTES

Dizemos que duas taxas são equivalentes se, considerados o mesmo prazo de aplicação e o mesmo capital, for indiferente aplicar a uma ou outra taxa. De outro modo, considerando-se o mesmo capital aplicado por um mesmo intervalo de tempo a cada uma das taxas, ambas as taxas produzirão um mesmo montante se forem equivalentes.

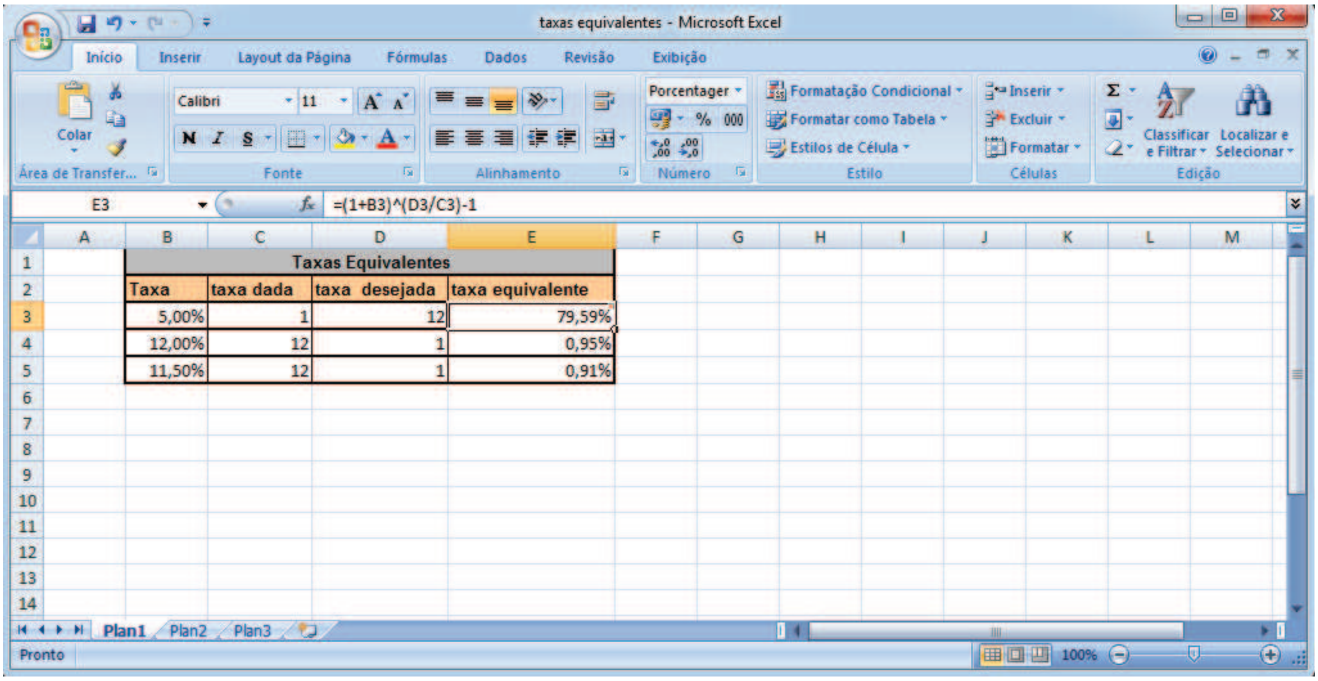
FÓRMULA DAS TAXAS EQUIVALENTES: Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e i a taxa de crescimento relativamente ao período t, e se $T = nt$, então $1 + I = (1 + i)^n$

Seja X o valor inicial da grandeza. Após um período de tempo T, o valor da grandeza será $X(1 + I)^1$. Como o período de tempo T equivale a n períodos de tempo iguais a t, o valor da grandeza será também igual a $X(1 + I)^n$. Logo, $X(1 + I)^1 = X(1 + i)^n$ e 1 + I= $(1 + i)^n$.

Desta forma, a taxa anual de juros equivalentes a 12% a.m é tal que1 + I= $(1 + 0{,}12)^{12} \rightarrow I \cong 2{,}90 = 290\%\ ao\ ano$.

Um péssimo hábito em Matemática Financeira é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes.

Uma frase como "144% ao ano, com capitalização mensal" significa que a taxa usada na operação não é a taxa de 144% anunciada e sim a taxa mensal que lhe é proporcional. Portanto, "144% ao ano, com capitalização mensal" são 12% ao mês e 290% ao ano.

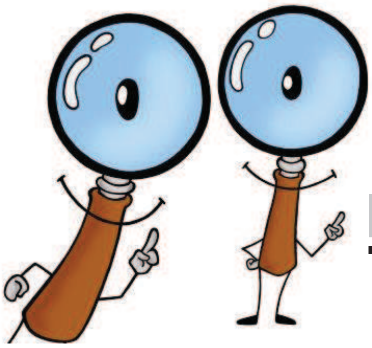


Taxas Equivalentes			
Taxa	taxa dada	taxa desejada	taxa equivalente
5,00%	1	12	79,59%
12,00%	12	1	0,95%
11,50%	12	1	0,91%

3. TAXA NONIMAL E EFETIVA

A taxa de juros contratada numa operação financeira chama-se taxa nominal. Essa taxa nem sempre é igual à taxa efetiva que a operação financeira proporciona. Isto acontece em razão de existirem obrigações, taxas, impostos ou comissões que comprometem os rendimentos ou aumentam os custos das operações.

Critérios diferentes para cálculo de juros também fazem a taxa nominal diferir da efetiva, como por exemplo, juros cobrados antecipadamente ou calculados sobre um total que na realidade é pago em parcelas. Esses e outros artifícios às vezes são utilizados conscientemente para mascarar a taxa efetiva e fazer os juros parecerem maiores ou menores, conforme a conveniência.



Exemplos

1. a) 24% ao ano com capitalização semestral significa 12% ao semestre;

b) 1% ao mês com capitalização trimestral significa 3% ao trimestre;

c) 6% ao ano com capitalização mensal significa 0,5% ao mês.

2. Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros à qual está investido o capital de Verônica?

O dinheiro de Verônica está investido a juros de taxa de $i = 0{,}5\%$ ao mês. A taxa anual equivalente é tal que

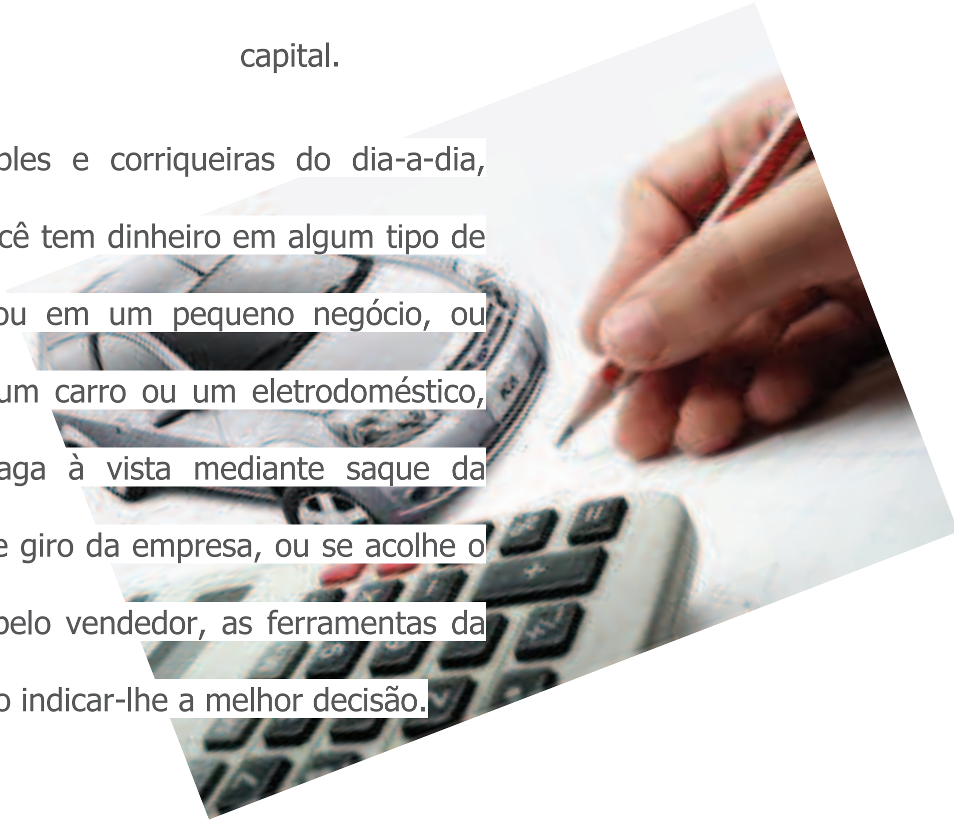
$$1 + I = (1 + 0{,}005)^{12} \rightarrow 1 + I = 1{,}0617 \rightarrow I = 0{,}0617 = 6{,}17\%$$ ao ano.

Taxas Equivalentes			
Taxa	**taxa dada**	**taxa desejada**	**taxa equivalente**
0,50%	1	12	6,17%

3. Marcos fez um empréstimo de R$ 2.000,00 a ser pago em uma única parcela ao final de 5 meses, com juros de 37,2% ao ano, capitalizados mensalmente. Pagou, na data do empréstimo, uma TAC (taxa de abertura de crédito) de R$ 42,00. Qual o custo efetivo anual que pagou pelo empréstimo?

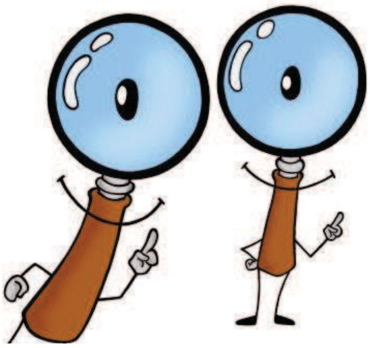
5 APLICAÇÕES

A Matemática Financeira pode ser aplicada em diversas situações cotidianas como calcular as prestações de um financiamento de um móvel ou imóvel optando pelo pagamento à vista ou parcelado, além de fornecer o instrumental necessário à avaliação de negócios, de modo a identificar os recursos mais atraentes em termos de custos e os mais rentáveis no caso de investimentos financeiros ou de bens de capital.



Nas situações mais simples e corriqueiras do dia-a-dia, como por exemplo, se você tem dinheiro em algum tipo de poupança/investimento, ou em um pequeno negócio, ou ambos, e quer comprar um carro ou um eletrodoméstico, você deve decidir se paga à vista mediante saque da aplicação ou do capital de giro da empresa, ou se acolhe o financiamento oferecido pelo vendedor, as ferramentas da Matemática Financeira vão indicar-lhe a melhor decisão.

É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual está referida. No fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo.



Exemplos

1. Pedro tomou um empréstimo de R$300,00, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou R$ 150,00 e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?

2. Fabiano tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:

i) três prestações mensais de R$ 160,00 cada

ii) sete prestações mensais de R$ 70,00 cada

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês, qual a melhor opção que Fabiano possui?

3. Carmem tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) à vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual a melhor opção para Carmem, se o dinheiro vale, para ela 25% ao mês?

4. Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) À vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

5. Um bem, cujo preço à vista é de R$120,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

6. Um bem, cujo preço à vista é de R$120,00, é vendido em 6 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga no ato da compra. Se os juros são de 10% ao mês, determine o valor das prestações.

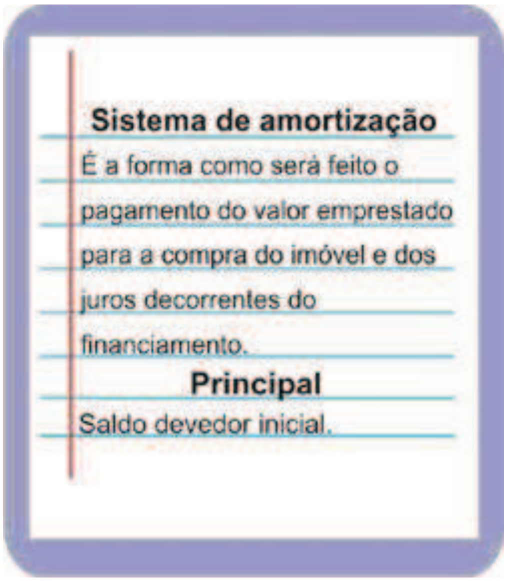
7. Se o dinheiro vale 1% ao mês, por quanto deve ser alugado um imóvel que vale R$40.000,00?

8. Uma laterna de Gol, original, custa R$ 280,00 e tem vida útil de 5 anos. Uma lanterna alternativa custa R$70,00 e tem vida util de 1 ano. Gilmar precisa trocar a lanterna de seu Gol. Considerando que o dinheiro vale 12% ao ano, que lanterna ele deve preferir?

6 EMPRÉSTIMOS

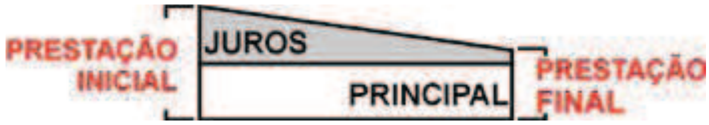
Quando o comprador faz a contratação do crédito imobiliário existem dois sistemas de amortização que são os mais utilizados pelas instituições financeiras e financiamentos direto com a construtora: a tabela Price e o SAC. Antes de conhecer as características de cada sistema, é necessário entender como se dá a formação da parcela:

Prestação = juros + pagamento do valor emprestado (amortização).



No caso da Tabela Price, também chamada de Sistema Francês de Amortização, o método de cálculo está em manter parcelas iguais. Como as prestações são constantes, ao longo do financiamento, a parte que cabe à amortização aumenta, enquanto o saldo devedor do juro diminui, ou seja, nas primeiras parcelas o valor maior será correspondente ao juro e o restante será referente ao montante emprestado.

Já na tabela SAC, as prestações iniciais são mais altas, mas as amortizações do saldo devedor são constantes. Considerando que as parcelas fixas da prestação diminuem o saldo da dívida, os juros aplicados são, consequentemente, cada vez menores. Portanto, o valor das prestações é decrescente.

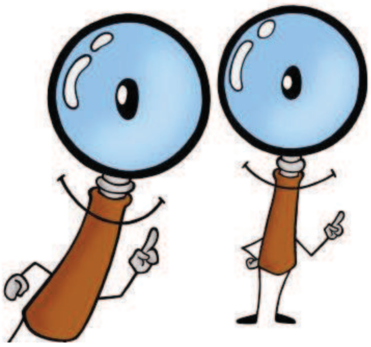


Confira abaixo um comparativo entre os dois sistemas:

Comparativo	SAC	Tabela Price
Prestações + Amortização + Juros	Decrescentes	Constantes
Amortizações	Constantes	Crescentes
Juros	Decrescentes	Decrescentes
Vantagem	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação à Tabela Price	Prestação inicial menor em relação à calculada pelo SAC
Desvantagem	Prestação inicial maior	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC

Segundo Manoel Maia (2012), vice-presidente do Secovi-Rio, do ponto de vista de custo, os planos são equivalentes. A diferença entre quem opta pela Tabela Price ou SAC está na condição financeira da pessoa. Maia (2012) destaca que o SAC é ideal para pessoas que queiram reduzir o valor das prestações ao longo do financiamento, pagando menos por mês ao final do prazo. Já a Tabela Price, de acordo com ele, é indicada para os profissionais com grandes chances de promoções ou aumento de salário e, consequentemente, uma redução relativa ao custo da parcela em seu orçamento.

Fonte: Tibério Construções e Incorporações



Exemplos

1. Seja um empréstimo de R$ 20.000,00 para ser amortizado pelo sistema SAC em 12 prestações sem carência a uma taxa de juros de 0,91% ao mês. Determine o valor das prestações.

	SAC - Sistema de Amortização Constante				
Empréstimo	**R$ 20.000,00**	taxa aa		11,50%	
i% (am)	**0,91%**	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização
Parcelas n (meses)	**12**	R$ 20.000,00	R$ 1.848,92	R$ 182,25	R$ 1.666,67
	11	R$ 18.333,33	R$ 1.833,73	R$ 167,06	R$ 1.666,67
	10	R$ 16.666,67	R$ 1.818,54	R$ 151,87	R$ 1.666,67
	9	R$ 15.000,00	R$ 1.803,35	R$ 136,69	R$ 1.666,67
	8	R$ 13.333,33	R$ 1.788,17	R$ 121,50	R$ 1.666,67
	7	R$ 11.666,67	R$ 1.772,98	R$ 106,31	R$ 1.666,67
	6	R$ 10.000,00	R$ 1.757,79	R$ 91,12	R$ 1.666,67
	5	R$ 8.333,33	R$ 1.742,60	R$ 75,94	R$ 1.666,67
	4	R$ 6.666,67	R$ 1.727,42	R$ 60,75	R$ 1.666,67
	3	R$ 5.000,00	R$ 1.712,23	R$ 45,56	R$ 1.666,67
	2	R$ 3.333,33	R$ 1.697,04	R$ 30,37	R$ 1.666,67
	1	R$ 1.666,67	R$ 1.681,85	R$ 15,19	R$ 1.666,67
	0	R$ 0,00	R$ 1.666,67	R$ 0,00	R$ 1.666,67

2. Um empréstimo de R$ 20.000,00 será pago pelo sistema PRICE em 12 prestações sem carência a uma taxa de 0,95% ao mês. Determine o valor das prestações.

	Price				
Empréstimo	**R$ 20.000,00**	taxa aa		12,00%	
i% (am)	**0,95%**	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização
Parcelas n (meses)	**12**	R$ 20.000,00	R$ 1.771,24	R$ 189,78	R$ 1.581,47
	11	R$ 18.418,53	R$ 1.771,24	R$ 174,77	R$ 1.596,47
	10	R$ 16.822,06	R$ 1.771,24	R$ 159,62	R$ 1.611,62
	9	R$ 15.210,44	R$ 1.771,24	R$ 144,33	R$ 1.626,91
	8	R$ 13.583,53	R$ 1.771,24	R$ 128,89	R$ 1.642,35
	7	R$ 11.941,18	R$ 1.771,24	R$ 113,31	R$ 1.657,93
	6	R$ 10.283,25	R$ 1.771,24	R$ 97,58	R$ 1.673,67
	5	R$ 8.609,58	R$ 1.771,24	R$ 81,69	R$ 1.689,55
	4	R$ 6.920,03	R$ 1.771,24	R$ 65,66	R$ 1.705,58
	3	R$ 5.214,45	R$ 1.771,24	R$ 49,48	R$ 1.721,76
	2	R$ 3.492,69	R$ 1.771,24	R$ 33,14	R$ 1.738,10
	1	R$ 1.754,59	R$ 1.771,24	R$ 16,65	R$ 1.754,59
	0	R$ 0,00	R$ 1.771,24	R$ 0,00	R$ 1.771,24

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

http://www.brasilescola.com/matematica/matematica-financeira.htm

http://www.portalvgv.com.br/site/conheca-as-diferencas-entre-as-tabelas-sac-e-price/

https://sites.google.com/site/ajesedufin/project-updates/taojovemtantasdividas-revistaepoca

http://veja.abril.com.br/030609/popup_economia.html

http://www.fae.edu/publicacoes/pdf/financas/1.pdf

http://www.procon.sp.gov.br/pdf/ACS_orienta_cartao_de_credito.pdf