

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO

Natalia Tedesco

**RESGATANDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DA GEOMETRIA
PLANA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA
ESPACIAL**

Tapejara, RS
2016

Natalia Tedesco

**RESGATANDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DA GEOMETRIA PLANA PARA
A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora Prof.^a Dr.^a Maria Cecília Pereira Santarosa

Tapejara, RS
2016

Natalia Tedesco

**RESGATANDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DA GEOMETRIA PLANA PARA
A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL**

Trabalho de conclusão apresentada ao Curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovado em 21 de maio de 2016:

Maria Cecília Pereira Santarosa, Dr.^a (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Viviane Catia Köhler, Dr.^a (UFSM)

Carmen Vieira Mathias, Dr.^a (UFSM)

Tapejara, RS
2016

RESUMO

RESGATANDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DA GEOMETRIA PLANA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL

AUTOR: Natalia Tedesco

ORIENTADORA: Prof.^a Dr.^a Maria Cecília Pereira Santarosa

Este trabalho de conclusão de curso apresenta uma análise e reflexão sobre o uso de material concreto e a visualização no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Plana e Espacial no 3º Ano do Ensino Médio Politécnico. É realizado um estudo teórico do ensino de Geometria segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o significado e importância da aprendizagem significativa e da visualização no ensino. Por meio desse estudo, desenvolveu-se a priori uma análise dos conhecimentos prévios apresentados pelos alunos sobre Geometria Plana e espacial, e aplicação de uma aula inédita com uso de material concreto, onde eles deveriam construir as figuras planas e os poliedros utilizando palitos, gomas ou massa de modelar, a fim de possibilitar a aprendizagem e a construção de conceitos e do próprio conhecimento. Através dessa aula pode-se observar a importância de utilizar material concreto no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, além do interesse, participação e motivação demonstrada pelos alunos na construção e análise dos conceitos trabalhados.

Palavras-chaves: Geometria. Material Concreto. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

RESCUING THE PREVIOUS KNOWLEDGE GEOMETRY PLANE FOR SIGNIFICANT LEARNING GEOMETRY SPACE

AUTHOR: Natalia Tedesco

ADVISOR: Profa.^a Dra.^a Maria Cecilia Pereira Santarosa

This course conclusion work presents an analysis and reflection on the use of concrete material and visualization in the teaching and learning of plane geometry and Space in the 3rd year of the Polytechnic School. It performed a theoretical study Geometry of education according to the National Curriculum Parameters (PCN), the meaning and importance of meaningful learning and visualization in teaching. Through this study, a priori developed an analysis of prior knowledge presented by the students on plane geometry and space, and application of a novel class with use of concrete material, where they should build the plane figures and polyhedrons using toothpicks, gum or modeling clay, to enable learning and building concepts and knowledge itself. Through this class can observe the importance of using concrete material in the teaching and learning of mathematical content, in addition to interest, participation and motivation demonstrated by students in the construction and analysis of concepts worked.

Keywords: Geometry, Concrete Material, Meaningful Learning.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	6
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais	9
2.2 Aprendizagem significativa	10
2.3 A importância da visualização na Geometria plana e espacial	12
3 O PLANO DE AULA	14
3.1 Análises a priori	14
3.2 Plano de aula	18
4 ANÁLISE POSTERIORI	27
4.1 Aplicação da lista de exercícios	27
4.2 Desenvolvimento da aula inédita	33
4.3 Avaliação da aula inédita	49
4.4 Aplicação da lista posteriori a aula inédita	50
5 CONCLUSÃO	51
REFERÊNCIAS	53
APÊNDICES	55

1 INTRODUÇÃO

Sou Graduada em Matemática Licenciatura Plena pela Universidade de Passo Fundo (UPF), iniciei a Graduação em 2005 e conclui em 2008, iniciei a caminhada como professora em 2010, com contrato emergencial estadual num município distante 50 km de minha casa, após alguns meses ampliou o contrato numa escola do interior de outro município distante 7 km, por ter filha pequena me deslocava todos os dias até as escolas. Em circunstância da distância e por ser contrato mudei algumas vezes de escola.

Atualmente sou professora estadual, através de dois contratos emergenciais, trabalho em três escolas, a primeira distante 35 km, a segunda distante 7 km e a terceira em meu município. Trabalho com todas as turmas do Ensino Fundamental Séries Finais (6º ao 9º Ano) e todas as turmas do Ensino Médio (1º ao 3º Ano) em escolas diferentes em que as condições e características também são muito diferentes.

Nesta minha caminhada já tive muitas experiências boas e outras um pouco desagradáveis, somos desafiados diariamente e nossa responsabilidade aumenta cada vez mais, com base nas diversas mudanças ocorridas no ensino neste pequeno período de tempo, percebi a necessidade de buscar algo mais para aperfeiçoar a minha prática e me auxiliar em alguns desafios encontrados pela caminhada. Foi onde comecei a pesquisar Especializações que me ajudassem, após bastante tempo de procura me deparei e me identifiquei com as propostas da Especialização do Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

Esta monografia faz parte do trabalho de conclusão de um curso de ensino à distância (EaD), intitulado “Ensino de Matemática no Ensino Médio”. Este curso, além de fomentar a formação continuada na área do ensino da Matemática, proporcionou aos cursistas participantes sugestões de novas estratégias de ensino sobre três temas considerados básicos na matemática, através reflexão e discussão de situações-problema contextualizadas. Destacam-se o “Modelo de Despoluição” para a abordagem do conceito de “Funções Elementares”, “Desafio Geométrico” para a abordagem dos conteúdos de Geometria Plana e Geometria Espacial, e o tema “Jogo dos Discos” para a abordagem do conteúdo sobre Matemática Discreta.

O principal objetivo deste trabalho é descrever o processo do ensino e da aprendizagem de uma aula considerada “inédita” sob o ponto de vista do cursista participante. Para o referido trabalho optamos pela abordagem da Geometria Plana e Geometria Espacial, por acreditarmos tratar-se de um assunto ainda trabalhado de forma muito “tradicional” na maioria das Escolas de Ensino Básico. Além do que, trata-se de um tópico de grande

dificuldade em termos de aprendizagem, por parte dos alunos. Por isso, acreditamos que uma aula inédita pode ser um fator motivador tanto para o professor cursista quanto para os seus alunos, nas Escolas.

A aula citada nesse trabalho foi ministrada em uma Escola Estadual localizado na zona urbana de um município no interior do Rio Grande do Sul. A escola oferece as modalidades de ensino: Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio Politécnico, Curso Técnico em Administração Integrado ao Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos, Educação Profissional de Nível Técnico e Educação Especial, funcionamento nos três turnos.

A turma escolhida para a aplicação da aula foi o 3º Ano do Ensino Médio Politécnico, turma 301, com 33 alunos, dos quais, a maioria reside na zona rural do município tendo como principal renda a agricultura e pecuária, e os que residem na zona urbana tem como principal renda o setor industrial.

O conteúdo a ser trabalhado é um resgate prévio e fixação dos conhecimentos de Geometria Plana, fundamentais para a aprendizagem da Geometria Espacial, em consequência da dificuldade que os alunos possuem em classificar as formas geométricas e relacionar suas respectivas fórmulas matemáticas, assim como assimilar a formação dos sólidos, suas faces, suas arestas e seus vértices.

No curso de Especialização de Ensino de Matemática para o Ensino Médio, foi destacada a importância do ensino de matemática, da utilização da matemática no cotidiano dos alunos, de se trabalhar de forma diversificada, com diferentes materiais fazendo com que a aprendizagem aconteça de forma significativa.

Tendo em vista que em aulas consideradas puramente tradicionais a aprendizagem, na sua grande maioria, ocorre de forma mecânica, onde os conhecimentos adquiridos são baseados na memorização de fórmulas, sem atribuição de significados aos conteúdos, por parte dos alunos, estamos propondo uma aula com a utilização de material concreto, onde cada aluno irá realizar as propostas da aula e confeccionar seus próprios objetos, utilizando jujubas ou massa de modelar e palitos.

Justificamos tal proposta por entender que a utilização de materiais concretos na elaboração de objetos é fator motivacional para novas aprendizagens. Além do que, segundo os Parâmetros Curriculares nacionais do Ensino Médio (Brasil,1999), o Ensino Médio busca dar maior significado aos conhecimentos escolares, e a formação do aluno deve ser visada na aquisição de conhecimentos básicos, à preparação científica e a capacidade de usar diferentes tecnologias que situe o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do

mundo de trabalho, da vida em sociedade, no exercício da cidadania e o acesso às atividades produtivas.

2 CONSIDERAÇÕES A CERCA DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Segundo os PCNEM (BRASIL, 1999), o Ensino Médio busca dar maior significado aos conhecimentos escolares, e a formação do aluno deve ser visada na aquisição de conhecimentos básicos, à preparação científica e a capacidade de usar diferentes tecnologias que situe o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo de trabalho, da vida em sociedade, no exercício da cidadania e o acesso às atividades produtivas.

Em relação ao Ensino da Matemática e de todas as áreas de conhecimento, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, na resolução de problemas, na tomada de decisões, ao fazer interferências, de criação, de aperfeiçoar conhecimentos e valores e de trabalhar cooperativamente.

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 1999, p.251)

A matemática desempenha um papel formativo, que auxilia na estruturação do pensamento e no raciocínio dedutivo, desenvolvendo um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas das atividades humanas. Sendo importante que o educando perceba a Matemática como um conjunto de técnicas, estratégia, sistemas de códigos e regras que permitem modelar a realidade e interpretá-la. Assim como também deve ser vista como uma ciência com suas características específicas.

Cabe também a Matemática apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações necessárias para que ele continue aprendendo, saber aprender é a condição fundamental para que ele continue aperfeiçoando seus conhecimentos ao longo da vida, sendo fundamental a relação entre a matemática e as tecnologias.

Em relação ao Ensino de Geometria os PCNEM (BRASIL,1999) destaca-se a habilidade do raciocínio geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade. Percebe-se nas descrições dos documentos Nacionais a importância do

enfoque cognitivo ao sistema de ensino e de aprendizagem. Na sequência apresentamos ensaios acerca da teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel, por ser uma importante teoria, principalmente pelo fato da aprendizagem significativa (conceito-chave deste trabalho) contrapor-se à aprendizagem mecânica (que pouco ou nada contribui para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz).

2.2 Aprendizagem significativa

Como já foi dito, neste trabalho será considerada a Teoria da Aprendizagem Significativa (TSA) como fundamentação teórica, especificamente nos deteremos no conceito central de “aprendizagem significativa”, buscando estabelecer uma forma diferente de se transmitir os conteúdos e conhecimentos explicados, a fim de que o aluno apreenda esses conhecimentos de forma significativa (atribuindo significados aos objetos matemáticos construídos) e não de forma mecânica.

Vivemos num momento em que somos desafiados, muito mais do que em outras épocas, a desenvolver em nossos alunos a criatividade, a responsabilidade, o raciocínio, a construção dos conhecimentos, para isso devemos criar, mudar, redimensionar, construir nossa prática diária de modo que esses objetivos sejam alcançados.

A aceleração das mudanças e das inovações trouxe um problema de natureza essencialmente educacional: o modelo de aprendizagem comportamental não é mais suficiente para aprender o mundo, da forma como ele vem se apresentando de 30 anos para cá. A razão é simples. O conceito de aprendizagem teve que se tornar mais dinâmico e aprender passou a ser exigência instrumental, relativa e deixou de ser capacidade determinante, absoluta e estanque. A sobrevivência no mundo atual e no mundo que se anuncia dependerá da habilidade de saber aprender e “desaprender” com certa desenvoltura. O grande dilema que essa necessidade causa é que nossas atitudes ainda são bastante arraigadas nas crenças de caráter comportamental que construímos em nossa jornada escolar, o que torna essa mudança de paradigma, o maior desafio dos professores. (SANTOS)

Nestas novas perspectivas em se se encontra a educação, não é mais coerente o ensino tradicional, no qual são explicados conceitos e passadas as regras para que os alunos a reproduzam automaticamente e mecanicamente, mas sim uma nova forma de ensino, que possa promover uma aprendizagem significativa que “se fundamenta num modelo dinâmico, no qual o aluno é levado em conta, com todos os seus saberes e interconexões mentais. A verdadeira aprendizagem se dá quando o aluno (re)constrói o conhecimento e forma conceitos sólidos sobre o mundo, o que vai possibilitá-lo agir e reagir diante da realidade”. (SANTOS).

Os educandos devem ser desafiados no processo do ensino e da aprendizagem, de forma a construir seus próprios conceitos e suas próprias conclusões, que tenham prazer e gosto pelo aprender. Sendo necessário reformular nossas aulas, buscando aulas diferentes, criativas, dinâmicas de modo a provocar no aluno a iniciativa e a novas descobertas.

Enquanto o professor “dá sua aula” o aluno faz o que? Esse termo consiste em repensar a prática, pois o professor acaba por dar tudo pronto, repassar algo já construído, o aluno deve somente repetir, e esse não é o foco da aprendizagem significativa, o aluno deve construir e reconstruir os conhecimentos deve ser membro ativo na aprendizagem, buscando respostas e conclusões próprias dos conteúdos trabalhados. O aluno deve entender e compreender o que está sendo trabalhado, não faz sentido ele prestar atenção do que está sendo explicado e após refazer mecanicamente as atividades sem atribuir significado algum às suas ações em sala de aula.

Aprender gera esforço, o aluno precisa buscar as respostas necessárias para aprendizagem, não é o professor que dá a resposta pronta, eles devem exercitar a pesquisa, o desejo, a curiosidade, e a satisfação ao encontrar a resposta desejada. Além disso, o professor deve desafiar os alunos aos conceitos já aprendidos, de forma que estes sejam reconstruídos de forma mais ampliada e consistente.

Segundo Santos a concretização da aprendizagem significativa se dá através de sete passos da (re)construção do conhecimento:

1. O sentir – toda aprendizagem parte de um significado contextual e emocional.
2. O perceber – após contextualizar o educando precisa ser levado a perceber as características específicas do que está sendo estudado.
3. O compreender – é quando se dá a construção do conceito, o que garante a possibilidade de utilização do conhecimento em diversos contextos.
4. O definir – significa esclarecer um conceito. O aluno deve definir com suas palavras, de forma que o conceito lhe seja claro.
5. O argumentar – após definir, o aluno precisa relacionar logicamente vários conceitos e isso ocorre através do texto falado, escrito, verbal e não verbal.
6. O discutir – nesse passo, o aluno deve formular uma cadeia de raciocínio através da argumentação.
7. O transformar – o sétimo e último passo da (re)construção do conhecimento é a transformação. O fim último da aprendizagem significativa é a intervenção na realidade. Sem esse propósito, qualquer aprendizagem é inútil. (SANTOS).

Estes sete passos ajudam a caracterizar a ação do professor em relação a desafio de promover a aprendizagem significativa, compreender algumas atitudes que devem ser tomadas durante o processo.

Segundo Becker, Ausubel em sua teoria de aprendizagem significativa diz que:

[...]para facilitar a aprendizagem significativa é preciso dar atenção ao conteúdo e à estrutura cognitiva, procurando “manipular” os dois. É necessário fazer uma análise conceitual do conteúdo para identificar conceitos, idéias, procedimentos básicos e concentrar neles o esforço instrucional. É importante não sobrecarregar o aluno de informações desnecessárias, dificultando a organização cognitiva. É preciso buscar a melhor maneira de relacionar, explicitamente, os aspectos mais importantes do

conteúdo da matéria de ensino aos aspectos especificamente relevantes de estrutura cognitiva do aprendiz. Este relacionamento é imprescindível para a aprendizagem significativa. (BECKER,1997).

É necessário uma análise prévia daquilo que vai ser trabalhado em cada conteúdo, nem tudo que está programado no Plano Político Pedagógico, nos livros, nos materiais utilizados para planejamento de nossas aulas é importante, e nem a maneira mais adequada de ensinar, devemos considerar as condições de nossos educandos para que ele aprenda significativamente.

2.3 A importância da visualização na Geometria plana e espacial

Tendo em vista nossa prática, destacamos como objetivo para o ensino e a aprendizagem, que nossos alunos sejam seres humanos pensantes, críticos, questionadores, comunicativos, que saibam identificar os conhecimentos aprendidos como forma de aplicação e utilização em seu dia a dia. Em relação ao Ensino de Matemática é importante que o aluno desenvolva seu raciocínio lógico, dedutivo, tenha noção de espaço, de localização, e capacidade de aplicar os conhecimentos matemáticos na resolução dos problemas diários. Assim como a Geometria que está presente no nosso cotidiano e nas diversas situações do mundo que nos cerca, é importante destacar que:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades (BRASIL, 1997, p. 127).

É por meio da visualização que o aluno constrói seus próprios conhecimentos, e desenvolve o pensamento geométrico fundamental para que ele consiga identificar a geometria no seu dia a dia e a aplicação dos conhecimentos para resolução dos problemas.

Becker (2009, apud Gutiérrez 1992) afirma que quando se trabalha a Geometria Espacial, é importante e fundamental que se tenha em mente a visualização, pois a capacidade de visualização é uma habilidade básica nesse campo do conhecimento. Uma pessoa que apresenta dificuldades na visualização certamente terá problemas em entender contextos gráficos apresentados em livros e até mesmo terá dificuldades em expressar suas próprias ideias.

Cabe ao professor buscar alternativas e metodologias diversificadas de forma a desenvolver essas condições fundamentais e necessárias para que o aluno desenvolva suas habilidades, seus conhecimentos, seus potenciais, bem como também utilização de materiais

diversificados que facilitam a visualização e a compreensão da geometria, visando à compreensão e a percepção do espaço e do mundo em que eles vivem.

3 O PLANO DE AULA

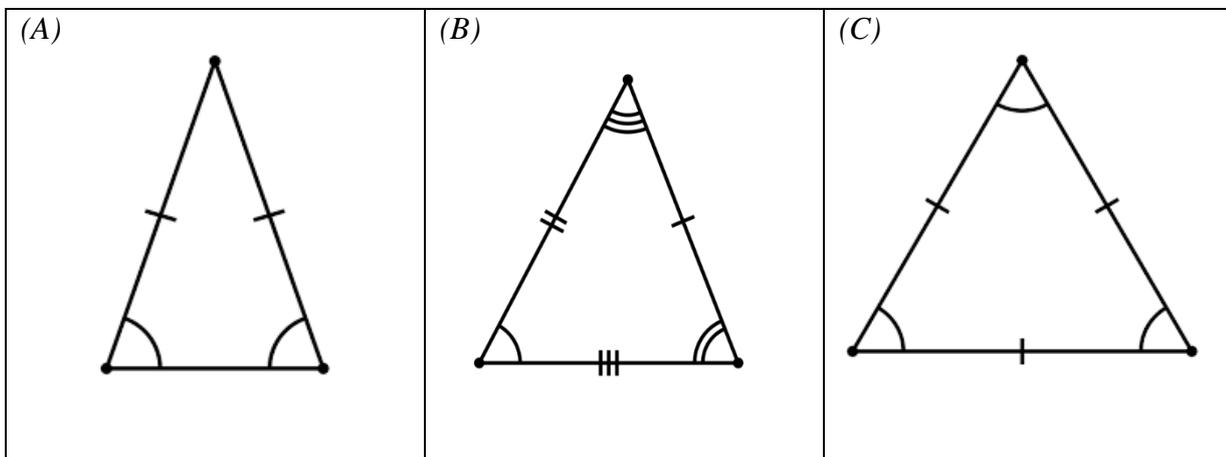
3.1 Análises a priori

Na turma a qual a aula inédita será aplicada, eles já haviam estudado Geometria Plana e Espacial no primeiro trimestre do ano letivo de 2015, por este motivo, foi elaborada uma lista de exercícios, contendo conhecimentos básicos e fundamentais da Geometria Plana e Espacial, de modo a verificar os conhecimentos adquiridos e apresentados pelos alunos, esta lista foi aplicada na aula antecedente a aula a ser relatada neste trabalho.

Lista de atividades dos conhecimentos prévios sobre geometria plana e espacial.

- 1) Quais diferenças você observa entre os triângulos (A), (B), e (C)?
- 2) Você é capaz de classificá-los?
- 3) Você é capaz de citar situações do dia a dia onde você percebe figuras geométricas parecidas com as das figuras (A), (B) e (C)?

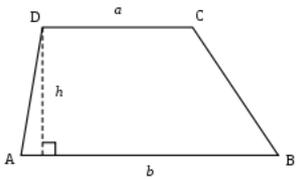
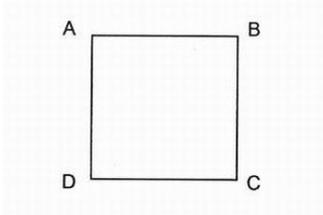
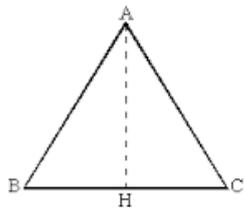
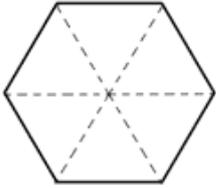
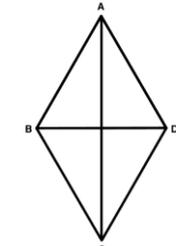
Quadro 1: Triângulos



Fonte: <http://www.estudarmatematica.pt/2014/02/triangulo-equilatero-isosceles-e.html>.

- 4) Nomeie cada figura geométrica abaixo e ligue-as às suas respectivas fórmulas para cálculo das suas áreas:

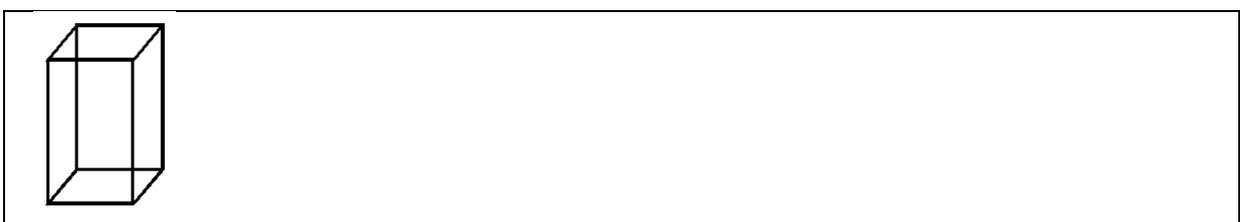
Quadro 2 : Figuras planas e fórmulas de área

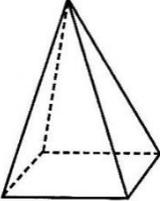
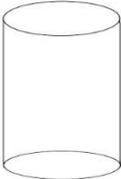
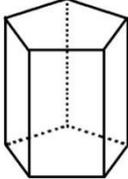
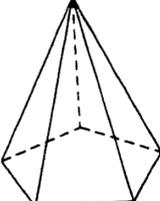
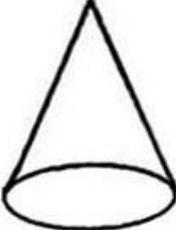
	$A = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$
	$A = \frac{D.d}{2}$
	$A = a^2$
	$A = \frac{(B + b).h}{2}$
	$A = \frac{b.h}{2}$

Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25703>; http://intercentres.edu.gva.es/iesel clot/html/departaments/matematiques/areas_y_volumenes_de_poliedros.htm;

- 5) A seguir estão alguns sólidos geométricos, ligue o sólido com o respectivo nome da figura correspondente a sua base:

Quadro 3: Sólidos Geométricos relacionando a base

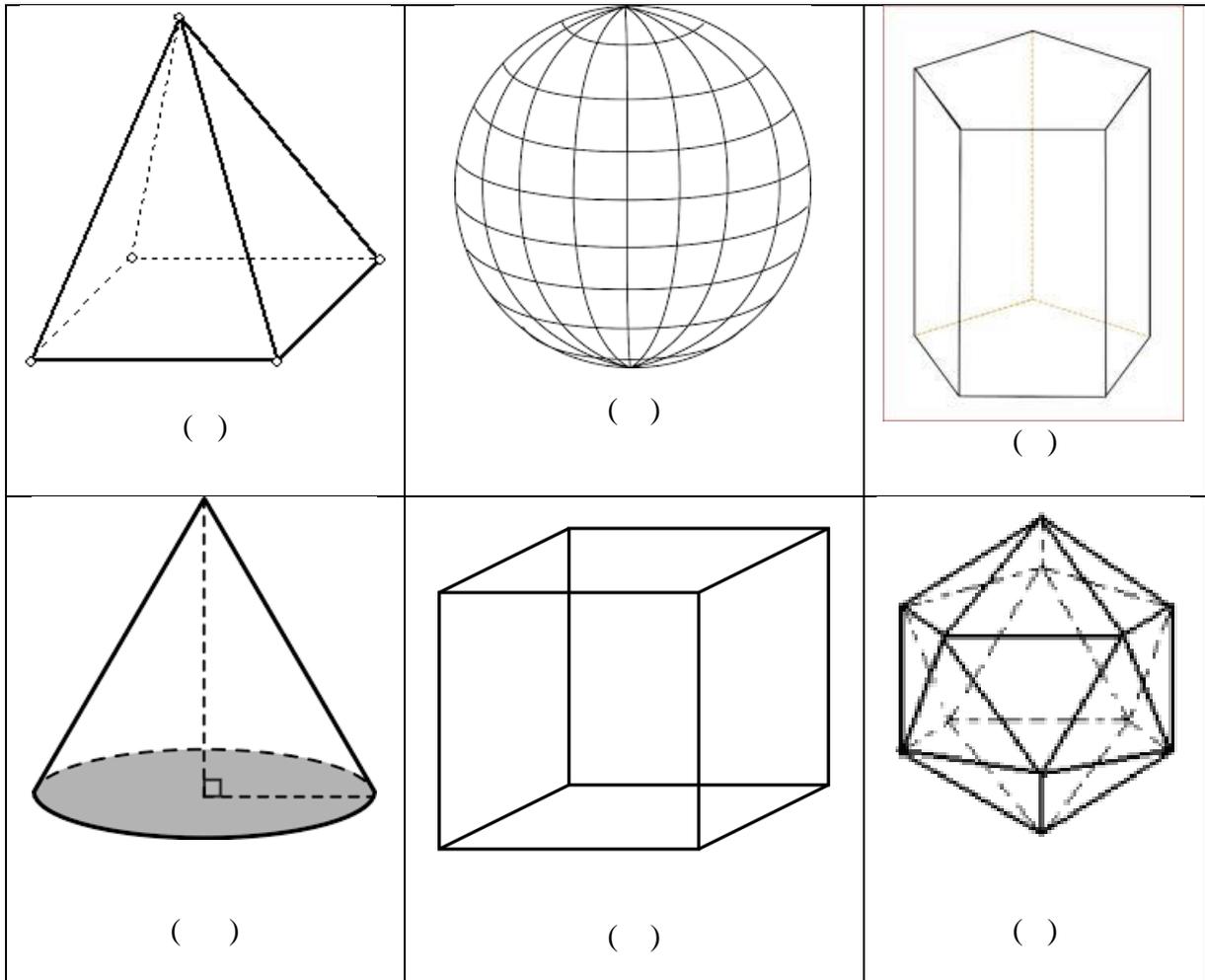


	TRIÂNGULO
	CÍRCULO
	PENTÁGONO
	QUADRADO
	HEXÁGONO

Fonte: <http://cantinhodadezinha.blogspot.com.br>.

- 6) O que você acha que seja um “poliedro”? Assinale dentre os sólidos a seguir os que são poliedros:

Quadro 4: Sólidos Geométricos



Fonte: <http://www.grupoescolar.com>

7) O que você entende por “corpos redondos”? Dê exemplo:

8) Quando você ouve a palavra “Geometria”, no que você pensa?

Nesta etapa serão observados e analisados os conhecimentos prévios apresentados pelos alunos. Ao final, após o desenvolvimento do método de ensino proposto, será reaplicada a lista de exercícios, com pequenas alterações com relação à primeira, a fim de verificar se houve evolução na aquisição de conhecimentos.

3.2 Plano de aula

A aula inédita foi elaborada de modo que a aprendizagem de Geometria Espacial fosse realizada com o auxílio de material concreto de forma a rever os conhecimentos fundamentais de Geometria Plana possibilitando assim a aprendizagem significativa.

A aula inédita tem por objetivo resgatar e aprofundar os conhecimentos fundamentais de geometria espacial; reconhecer e nomear as figuras planas; compreender os sólidos geométricos, assim como seus respectivos elementos: faces, arestas e vértices; identificar os poliedros, e associar suas respectivas características; e compreender as figuras planas que compõe as faces dos poliedros.

O material necessário para o desenvolvimento das atividades propostas nesse plano e que cada aluno deverá portar são: gomas, massa de modelar, palitos, caderno, lápis, borracha, caneta esferográfica. E os materiais necessários que serão disponibilizados pelo professor notebook, projetor multimídia, poliedros de acrílico, Xerox de atividades e planificações, software Poly, folhas A4.

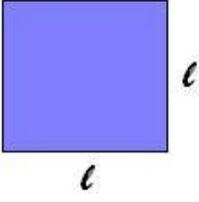
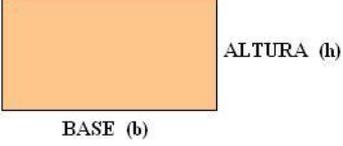
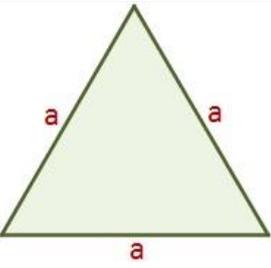
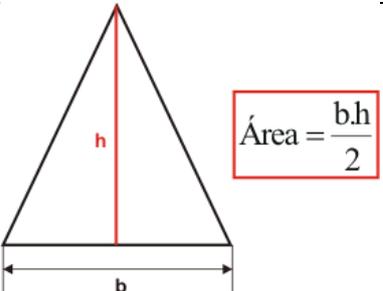
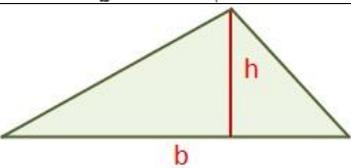
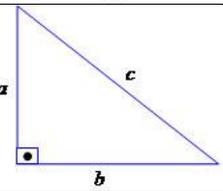
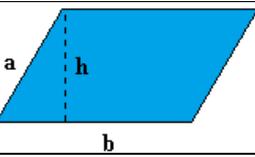
A aula está dividida em momentos e partes diversificadas, eles irão participar no decorrer da explicação da aula, vão opinar e anotar suas observações, manipular os objetos, construir os sólidos propostos e fazer suas próprias conclusões a respeito dos conhecimentos trabalhados.

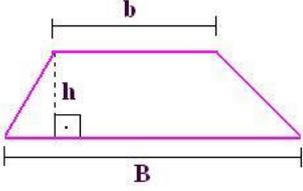
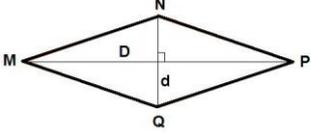
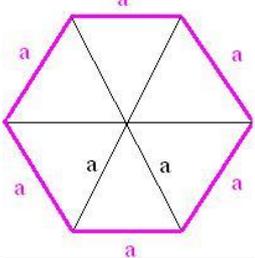
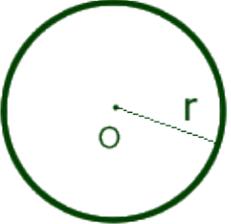
Geometria Plana

Definição

Geometria plana ou euclidiana é a área da matemática que estuda as figuras com duas dimensões: comprimento e altura, que possuem características específicas e distintas. A geometria plana se dedica a questões relacionadas com forma, tamanho, posição relativa entre figuras ou propriedades do espaço, dividindo-se em várias subáreas.

Quadro 5: Figuras planas – classificação – características – cálculo de área

Figura plana	Classificação	Características	Fórmula da área
	Quadrado	Quadrilátero (4 lados), onde todos os lados são iguais e os quatro ângulos são iguais.	$A = l^2$
	Retângulo	Lados opostos ou paralelos iguais, e os 4 ângulos são iguais (ângulos retos).	$A = b.h$
	Triângulo equilátero	Todos os lados iguais.	$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
	Triângulo isósceles	Dois lados iguais	$A = \frac{b.h}{2}$
	Triângulo escaleno	Todos os lados diferentes	$A = \frac{b.h}{2}$
	Triângulo retângulo	Possui ângulo de 90°.	$A = \frac{b.c}{2}$
	Paralelogramo	Quadrilátero com lados e ângulos opostos iguais.	$A = b.h$

	Trapézio	Quadrilátero com dois lados paralelos, também pode ser considerada figura plana constituída de dois triângulos e um quadrilátero.	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$
	Losango	Quadrilátero com arestas iguais e ângulos opostos iguais.	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
	Hexágono	Figura com seis lados e iguais, ou seja, figura composta por seis triângulos equiláteros.	$A = 6 \cdot \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right)$ $A = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$
	Círculo		$A = \pi \cdot r^2$

Fonte: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br> e <http://www.universoformulas.com>

Nas figuras planas além de calcular a área ou superfície de cada uma delas, podemos calcular o perímetro, que é a soma de todos os lados ou arestas de cada figura.

Geometria Espacial – Sólidos Geométricos

Definição

É a área da matemática que estuda as figuras com três dimensões: comprimento, largura e altura. As figuras tridimensionais recebem também o nome de sólidos geométricos, e além da superfície ou área podemos calcular sua capacidade ou volume. Entre os sólidos geométricos temos os poliedros (os sólidos que não rolam) e os corpos redondos (aqueles que rolam). Reconhecimento através da visualização dos sólidos de acrílico.

Poliedros

Definição

A palavra **poliedro** é formada por duas palavras gregas: *polys* que significa várias (dando origem ao prefixo **poli**) e *hédrai* que significa faces (dando origem ao sufixo **edro**).

Então poliedro é o sólido limitado por polígonos regulares planos, que tem dois a dois um lado em comum.

Iremos construir o hexaedro (mais conhecido como cubo) utilizando os palitos e as gomas ou massa de modelar, a partir daí reconhecer e identificar seus respectivos elementos.

Elementos dos poliedros:

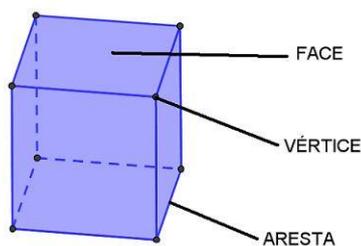
Os polígonos ou figuras planas que compõe o a superfície poliédrica são chamados de faces do poliedro.

As linhas de encontro entre duas figuras planas são denominadas de arestas (que podem ser identificadas pelos palitos no poliedro construído).

O encontro de três os mais arestas é denominado vértices do poliedro (que podem ser identificados pelas gomas no poliedro construído).

Temos então todos os elementos de um poliedro face, arestas e vértices que podem ser representados através da figura 1 a seguir:

Figura 1: Cubo



Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/poliedro/poliedro.htm>

Classificação dos poliedros

Os poliedros podem ser classificados como convexos e não convexos (ou côncavos).

É **convexo** se satisfazer as seguintes condições:

- Duas faces adjacentes do poliedro (faces com uma aresta em comum) e que nunca estão no mesmo plano;
- Cada aresta do poliedro (lado de uma face) é comum a exatamente duas faces da superfície poliédrica;
- Para quaisquer duas faces de um poliedro é possível traçar um caminho poligonal, inteiramente contido na superfície do poliedro, ligando uma face à outra, sem passar por nenhum dos vértices do poliedro.

Ou seja, poliedros convexos estão inteiramente situados em um mesmo semi-espço em relação a qualquer uma de suas faces.

Caso contrário o poliedro é denominado não convexo ou côncavo. Vejamos o exemplo para melhor compreensão:

Figura 2: Poliedro convexo



Fonte: Autor

Figura 3: Poliedro não convexo



Fonte: Autor

Assim como os polígonos são nomeados pelo seu número de lados, os poliedros serão nomeados pelo número de faces, que podemos visualizar não quadro 6.

Quadro 6: Nomenclatura e número de faces

NOMENCLATURA	NÚMERO DE FACES
Tetraedro	4 faces
Pentaedro	5 faces
Hexaedro	6 faces
Heptaedro	7 faces
Octaedro	8 faces
Decaedro	10 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

Fonte: autor

Os poliedros são classificados como regulares e irregulares.

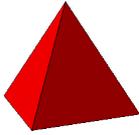
Poliedros regulares

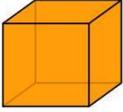
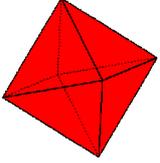
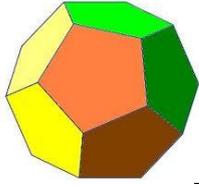
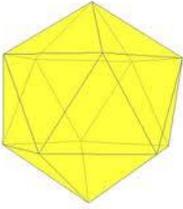
Um poliedro convexo se diz regular, quando suas faces são polígonos regulares congruentes entre si. Os poliedros regulares são chamados de “sólidos platônicos”, em homenagem ao filósofo grego Platão.

Ou seja, os poliedros são regulares se todas as faces forem regulares e iguais (todos com mesmo número de lados e mesma medida), e se em todo o vértice de poliedro converge o mesmo número de arestas. Assim como os ângulos devem possuir o mesmo valor.

Nestas condições, há somente cinco poliedros regulares. Que serão apresentados pela tabela, onde constitui o número de faces e eles irão tentar montar com os palitos e a gomas para descobrir o número de arestas e vértices:

Quadro 7: Poliedros regulares

Representação do Poliedro	Número de faces.	Figura de cada face.	Número de vértices.	Número de arestas.
	4 faces	Triângulo equilátero		

	6 faces	Quadrado		
	8 faces	Triângulo equilátero		
	12 faces	Pentágono		
	20 faces	Triângulo equilátero		

Fonte: <http://matmagjldc.blogspot.com.br/2013/09/qual-relacao-de-platao-com-os-solidos.html>

Poliedros irregulares

Os poliedros irregulares são aqueles que não admitem lei de geração que o caracterizem com perfeição. Os poliedros irregulares são divididos em dois grupos:

- I- Prismas;
- II- Pirâmides;

Prismas

Os prismas são os sólidos delimitados por faces planas, em que as faces laterais são paralelogramos e as bases são polígonos regulares, e são classificados segundo a figura que compõe a base do prisma.

Base é um triângulo

Nome: Prisma Triangular

Número de faces: três faces laterais mais duas faces da base, portanto, cinco faces.

Base é um quadrado

Nome: Prisma Quadrangular

Número de faces: quatro faces laterais mais duas faces da base, portanto, seis faces.

Base é um pentágono

Nome: Prisma Pentagonal

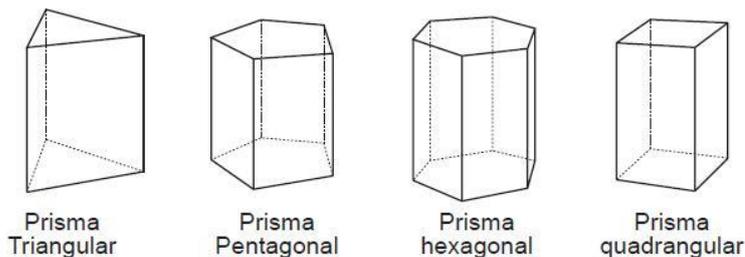
Número de faces: cinco faces laterais mais duas faces da base, portanto, sete faces.

Base é um hexágono

Nome: Prisma Hexagonal

Número de faces: seis faces laterais mais duas faces da base, portanto, oito faces.

Figura 4: Prismas



Fonte: <http://portfoliodematematica.blogspot.com.br/2012/12/221-prismas.html>

Após serão construído alguns prismas com os palitos e as gomas ou massa de modelar.

Pirâmides

Classificação:

As pirâmides são poliedros cuja base é uma figura plana regular e a lateral ou faces laterais são triângulos, que serão unidos a um único vértice.

A classificação de uma pirâmide depende do número de arestas da região da área da base, ou seja, da figura que compõe a base.

Base é um triângulo

Nome: Pirâmide Triangular

Número de faces: três faces laterais mais face da base, portanto, quatro faces.

Base é um quadrado

Nome: Pirâmide Quadrangular

Número de faces: quatro faces laterais mais face da base, portanto, cinco faces.

Base é um pentágono

Nome: Pirâmide Pentagonal

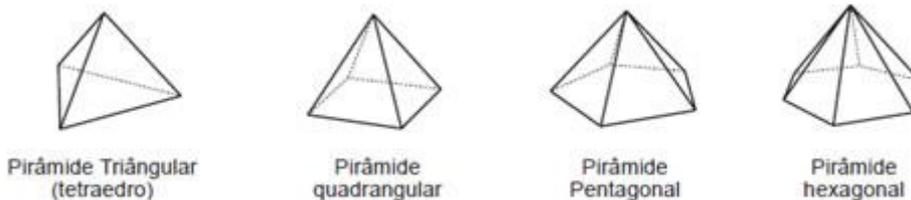
Número de faces: cinco faces laterais mais face da base, portanto, seis faces.

Base é um hexágono

Nome: Pirâmide Hexagonal

Número de faces: seis faces laterais mais face da base, portanto, sete faces.

Figura 5: Pirâmides



Fonte: <http://sempremathematicarcommunica.blogspot.com.br/2012/10poligonos-poliedros-relacao-de.html>

Após a explicação será construído algumas pirâmides com os palitos e as gomas ou massa de modelar, para que seja visualizado todas as características da pirâmide.

Após será apresentado o software POLY, onde eles irão visualizar todos os poliedros, sua planificação para entendimento do número de faces e as figuras que compõe essas faces.

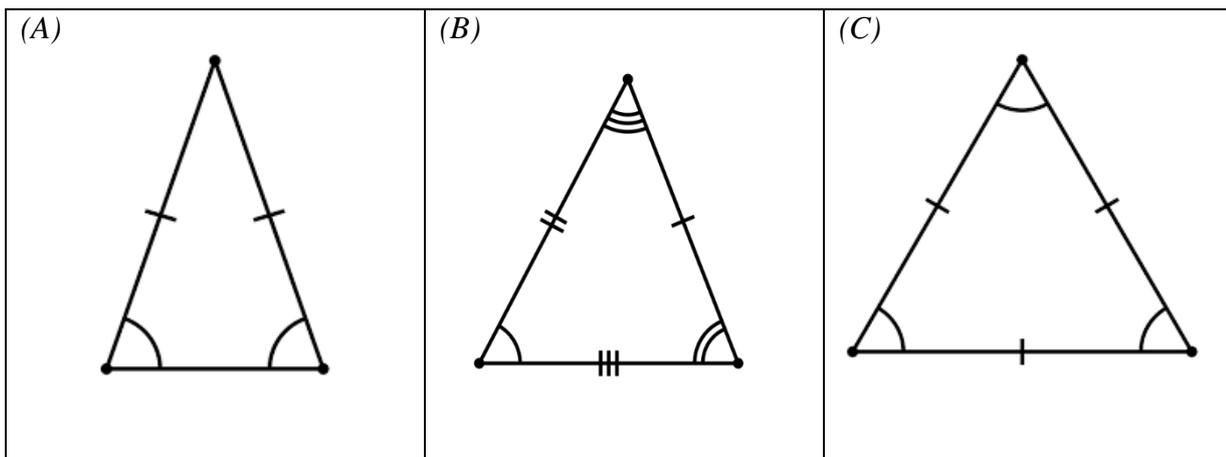
4 ANÁLISE POSTERIORI

4.1 Aplicação da lista de exercícios

Na aula que antecedeu a aplicação do plano referente a esse trabalho, foi entregue aos alunos uma lista de exercícios (Apêndice A), contendo questões que exigiam conhecimentos básicos aos conteúdos de Geometria Plana e Espacial, e estavam presentes na aula 29 alunos da turma 301, é importante salientar que eles tiveram esse conteúdo no primeiro trimestre do ano letivo de 2015. Segue abaixo uma síntese das respostas apresentadas pelos alunos.

Questão (1): Quais diferenças você observa entre os triângulos (A), (B) e (C)?

Quadro 8 : Triângulos



Fonte: <http://www.estudarmatematica.pt/2014/02/triangulo-equilatero-isosceles-e.html>

Respostas escritas pelos alunos:

- Tamanho;
- Riscos, forma, tamanho;
- Eles têm medidas diferentes, lados maiores;
- Largura e altura diferentes;
- Não são de tamanhos iguais;
- Eles têm tamanhos diferentes;
- Hipotenusa e ângulo;
- No tamanho das bases e dos lados;
- O tamanho, o raio e o diâmetro;

Sendo que apenas 20,7% dos alunos responderam adequadamente a questão quando consideraram que não eram de tamanhos iguais, que as medidas são diferentes, em relação aos ângulos que são diferentes e a classificação também pode ser representada através dos ângulos internos do triângulo, porém os triângulos exceto o triângulo retângulo não possuem hipotenusa então não podemos considerar essa resposta correta. Entre os 79,3% dos alunos, a maioria não respondeu e os que responderam foram incoerentes com a resposta, quando disseram que largura e altura eram diferentes, pois na figura não aparece a altura de nenhum dos triângulos e a expressão largura também não é utilizada nos triângulos, mas sim base ou comprimento e as classificações não são em relação a essas duas medidas. E tamanhos diferentes sendo que não importa o tamanho de cada um dos triângulos, mas as medidas, ou seja, em relação a suas arestas ou lados.

Questão (2): Você é capaz de classifica-los (os três triângulos apresentados)?

79,3% dos alunos responderam que não eram capazes de classificar; 20,7% dos alunos classificaram os triângulos descritos.

Dos 20,7% que classificaram 16,6% acertou o triângulo (A) que é isóscele;

Nenhum ou 0% acertou o triângulo (B) que é escaleno;

100% dos alunos que classificaram acertaram o triângulo (C) que é equilátero.

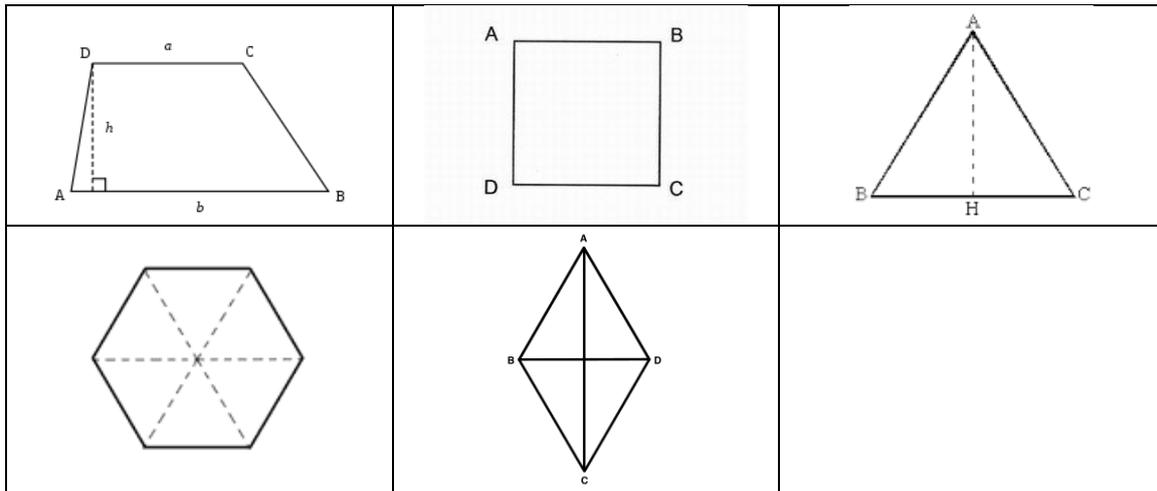
Observa-se dentre os seis alunos que todos têm o entendimento do que seja um triângulo equilátero (talvez o mais trabalhado nas séries anteriores). As classificações “escaleno” e “isósceles” não apresentam um significado real para os alunos. Isso pode se dar ao fato de os alunos não terem tido um contato real com estas formas de triângulos.

Questão (3): Você é capaz de citar situações do dia a dia onde você percebe figuras geométricas parecidas com as das figuras (A), (B) e (C)?

Apenas 20,7% dos alunos responderam, e a resposta foi em placas de trânsito. Novamente percebe-se uma ausência de visualização da geometria em situações reais vivenciadas pelos alunos. Esta falta de criatividade pode ser fruto de uma aprendizagem mecânica, onde a memorização impera em detrimento do entendimento significativo.

Questão (4): Dê o nome de cada figura geométrica abaixo e ligue-as às suas respectivas fórmulas para cálculo das suas áreas:

Quadro 9: Figuras planas



Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25703>; http://intercentres.edu.gva.es/iesel clot/html/departaments/matematiques/areas_y_volumenes_de_poliedros.htm;

Na classificação das figuras, 58,6% dos alunos responderam, destes:

- 52,9% classificaram corretamente o Trapézio;
- 100% classificaram corretamente o quadrado;
- 64,7% classificaram corretamente o triângulo;
- 44,8% classificaram corretamente o hexágono;
- 35,2% classificaram corretamente o losango;

100% dos alunos fizeram a ligação da figura à sua fórmula para o cálculo de área, destes:

- 65,5% ligaram corretamente a fórmula do trapézio;
- 68,9% ligaram corretamente a fórmula do quadrado;
- 58,6% ligaram corretamente a fórmula do triângulo;
- 44,8% ligaram corretamente a fórmula do hexágono;
- 48,2% ligaram corretamente a fórmula do losango;

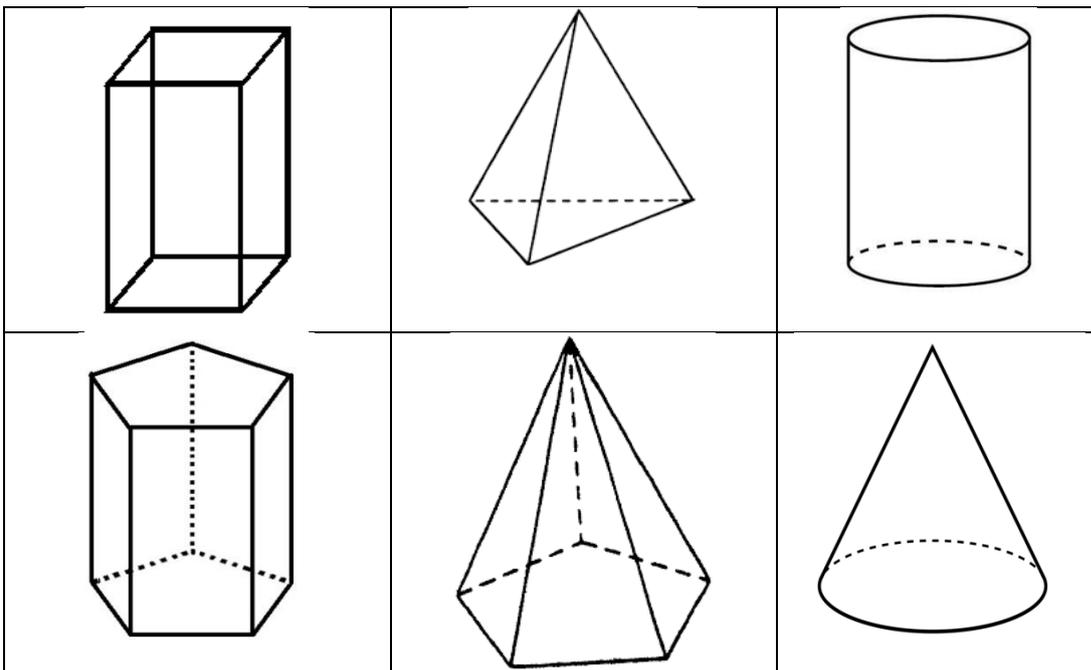
Pode-se destacar que os alunos não tem conhecimento necessário para classificar corretamente as figuras planas, eles não tiveram uma aprendizagem significativa em relação às características básicas e fundamentais de cada uma das figuras, para que através da visualização tivessem condições de classificar cada uma delas.

Eles demonstram muita dificuldade de identificar as características e as informações que cada uma das figuras planas possui, como número de arestas ou lados, se as medidas são iguais ou diferentes, a altura, as diagonais, o raio. Desse modo não conseguem fazer a relação da figura plana com sua respectiva fórmula, pode-se observar que a figura considerada mais

fácil e conhecida pelos alunos é o quadrado, apesar deles considerarem muitas vezes o retângulo também um quadrado, nesta atividade muitos erraram a classificação e sua respectiva fórmula mais uma justificativa que a aprendizagem não foi satisfatória.

Questão (5): A seguir estão alguns sólidos geométricos, ligue o sólido com o respectivo nome da figura correspondente a sua base:

Quadro 10: Sólidos Geométricos



Fonte <http://cantinhodadezinha.blogspot.com.br>.

Sendo que 100% dos alunos fizeram a ligação, e os resultados foram:

- 100% dos alunos ligaram o prisma quadrangular ao quadrado;
- 96,5% ligaram o tetraedro ao triângulo;
- 100% ligaram o cilindro ao círculo;
- 75,8% ligaram o prisma pentagonal ao pentágono;
- 55,1% ligaram a pirâmide pentagonal ao pentágono;
- 27,5% ligaram o cone ao círculo;

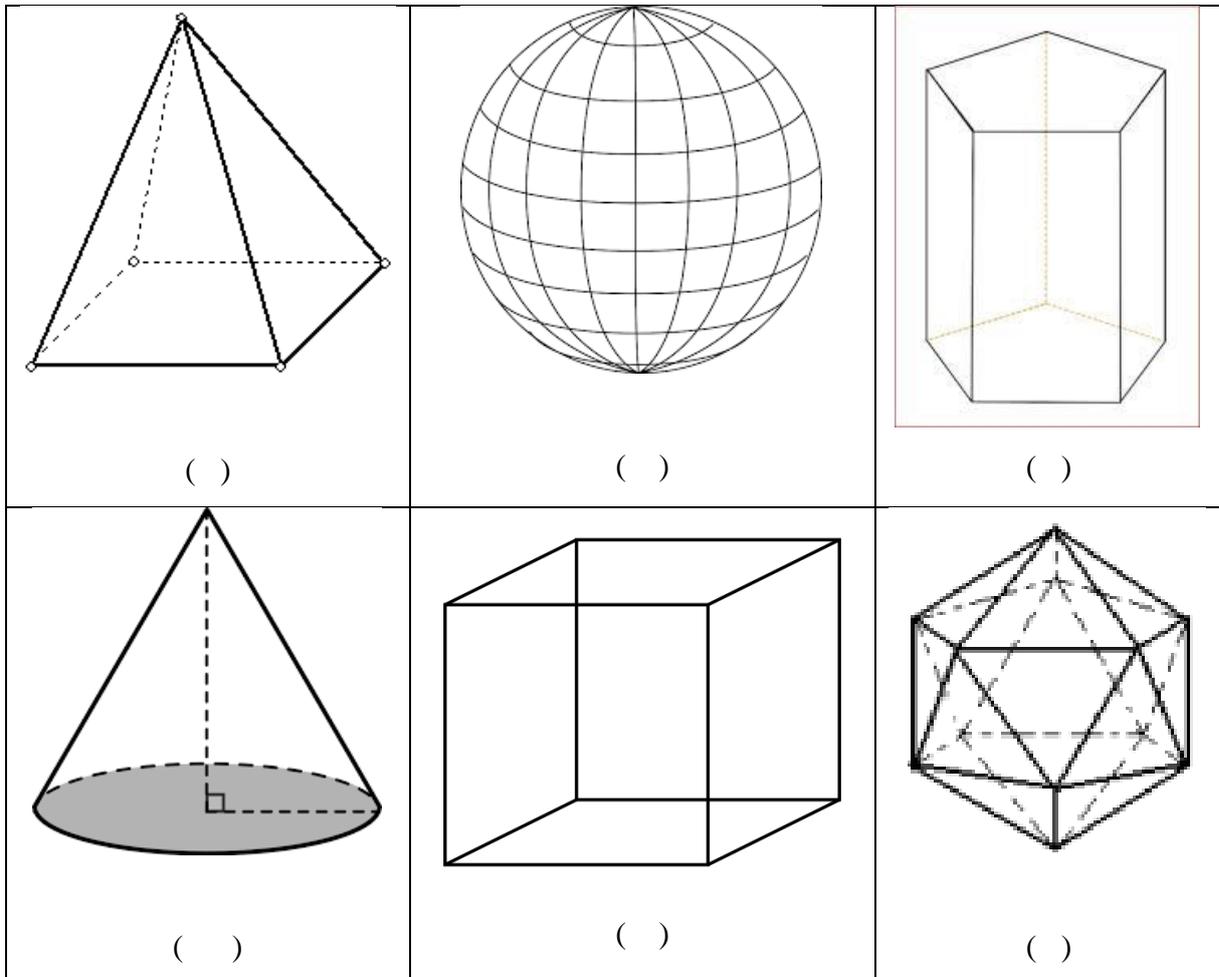
Nesta questão que era semelhante a anterior, onde eles deveriam visualizar e identificar a figura plana que compõe a base de cada sólido geométrico, eles obtiveram melhor desempenho, o que me fez questionar um pouco, fazendo um comparativo entre as duas questões, na anterior eles deveriam visualizar e escrever o nome da figura plana através

de suas características, ou de sua forma. E nesta questão eles deviam visualizar a base do sólido geométrico e escolher entre as alternativas qual era a figura.

No meu ponto de vista, acho o fato de eles terem que visualizar e responder o nome conforme a característica da figura é mais difícil, do que apenas visualizar a figura que compõe a base e responder sendo que tenha opções predefinidas. Se a aprendizagem desse conteúdo tivesse sido significativa eles teriam respondido corretamente também na questão anterior. Alguns pontos foram compreendidos, mas não suficientemente e pode-se concluir que eles têm conhecimento do que é base de um sólido geométrico.

Questão (6): O que você acha que seja um “poliedro”? Assinale dentre os sólidos a seguir os que são poliedros:

Quadro 11: Sólidos Geométricos



Fonte: <http://www.grupoescolar.com>

Nenhum aluno (0%) respondeu a primeira pergunta.

Sendo que 100% dos alunos assinalaram os sólidos que achavam que fossem poliedros, tendo então:

- 17,2% assinalaram corretamente a Pirâmide quadrangular;
- 27,6% assinalaram corretamente o prisma pentagonal;
- 13,8% assinalaram corretamente o cubo;
- 48,3% assinalaram corretamente o icosaedro;

Questão (7): O que você entende por “corpos redondos”? Dê exemplo:

Respostas dos alunos:

- Esfera, círculo;
- Uma coisa redonda como a bola;
- Sólidos geométricos que são redondos, exemplo o cilindro;
- Tudo que seja redondo, em círculos;
- Sólidos geométricos sem arestas;
- Corpos redondos, tipo um pneu, um copo, um botão;
- Que eles podem rolar;

Questão (8): Quando você ouve a palavra “Geometria”, no que você pensa?

Respostas dos alunos:

- Alinhamento dos pneus do carro quando vou para a oficina;
- No estudo de cálculos de formas geométricas;
- Sólidos geométricos e figuras;
- São as áreas, dimensões e perímetro das figuras planas;
- Figuras geométricas;
- Em formas geométricas;

Em relação a essa questão muitos relacionaram a geometria com o automóvel algo que escutam com frequência em seu dia a dia principalmente os meninos, e os demais fizeram a relação correta ao relacionar as formas geométricas e seus respectivos cálculos.

Ao analisar as respostas e o desempenho das questões apresentadas, pode-se concluir que eles não tiveram muita compreensão do conteúdo, até possuem um breve conhecimento e lembra-se de alguns termos utilizados, mas não para classificar ou empregar corretamente ao objeto ou assunto em questão.

Com isto podemos observar que não houve uma aprendizagem significativa do conteúdo prévio sobre Geometria Plana para as novas aprendizagens da Geometria Espacial. Se há alguma bagagem cognitiva ela é frágil, necessitando ser solidificada para servir de “ancoragem” para as novas aprendizagens. Na perspectiva ausubeliana, quando o aluno não apresenta os conhecimentos prévios ou quando estes conhecimentos são significativamente frágeis, ele pode ser fruto de aprendizagens mecanicistas, puramente tecnicistas. Tais aprendizagens são facilmente esquecidas, pois não têm significado para o aluno.

Também se percebe a necessidade de uma nova metodologia de ensino para o conteúdo de Geometria Plana e Espacial, instigadora e motivadora da aprendizagem significativa. Sendo assim, optou-se por estimular os estudantes ao manuseio de materiais concretos, ao questionamento, à análise e reflexão a partir da visualização de figuras planas e espaciais.

4.2 Desenvolvimento da aula

A aula foi aplicada nos dias 11 e 12 de novembro de 2015, ao longo de quatro períodos, dois em cada dia, com duração de 50 minutos cada período, um total de 200 minutos correspondente a 3 horas 20 min, na turma 301 referente ao 3º Ano do Ensino Médio Politécnico, os alunos sabiam que neste dia seria retomado os conhecimentos de geometria plana e espacial e haviam trazido os materiais necessários para o desenvolvimento da aula. É importante destacar que dos 33 alunos correspondentes a turma 301, 8 alunos não haviam trazido o material necessário e 2 haviam faltado.

Ao iniciar a aula, expliquei de forma oral como funcionaria a aula, qual eram os objetivos e que cada um deveria participar e expor suas opiniões, suas dúvidas e que a confecção dos objetos seria individual da forma escolhida por cada um, porém os alunos que não trouxeram o material não demonstraram muito interesse, pedi que participassem mesmo sem o material, mas eles acabaram se isolando no fundo da sala.

Para introduzir o plano, foram demonstrados os slides que contém todas as figuras geométricas planas, suas características e suas fórmulas para cálculo de área. Neste momento a maioria dos alunos não demonstrou muitas dificuldades, lembrou-se de algumas figuras que não recordavam o nome e até mencionaram que haviam respondido errado na folha da aula anterior.

No final pedi que pegassem as gomas ou massa de modelar e os palitos e formassem com esse material algumas figuras geométricas planas, aquelas que eles haviam visto no slide e anotasse no caderno sua classificação.

Os alunos que não havia trazido o material não realizaram a atividade, porém permanecerem nos seus lugares em silêncio observando os demais colegas realizarem as atividades.

Figura 6: Alunos da turma 301 confeccionando as figuras planas



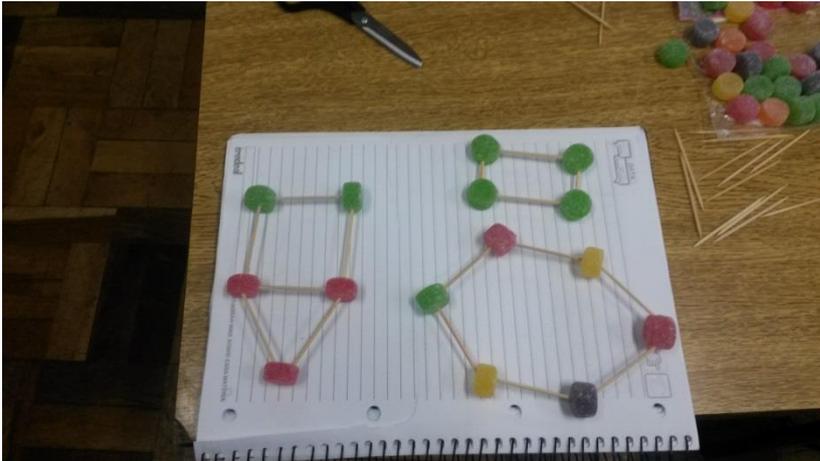
Fonte: Autor

Figura 7: Algumas figuras planas confeccionadas



Fonte: Autor

Imagem 8: Mais figuras planas confeccionadas pela turma 301



Fonte: Autor

Sólidos Geométricos

Sólidos Geométricos são figuras do espaço, ou seja, que ocupam lugar no espaço e possuem três dimensões, as figuras planas vistas no slide e as que vocês confeccionaram servem para a construção dos sólidos geométricos. Os sólidos geométricos são divididos em dois grupos: os poliedros que são os sólidos que não rolam e os corpos redondos que são os objetos que rolam. Para demonstrar a diferença mostrei o octaedro e o cilindro.

Desafiei-os a citarem exemplos encontrados no dia a dia que são poliedros e que são corpos redondos, entre os poliedros eles citaram o armário da sala, a televisão, o caderno, e entre os corpos redondos citaram a bola, a caneta, o lápis, o apontador de um aluno (na forma de um cilindro), os pneus.

Poliedros

Para explicar as características dos poliedros fiz a seguinte pergunta: O que são poliedros? Todos permaneceram em silêncio por alguns minutos, e acabou ninguém respondendo, por este motivo, pedi que pesquisassem no dicionário o significado de poliedro.

Alguns alunos pesquisaram no dicionário e outros pesquisaram na internet em seu celular, após a exposição das classificações encontradas, chegou-se à conclusão que poliedro é o sólido de muitas faces.

Depois de compreendido o significado da palavra poliedro, pedi novamente que pegassem as gomas ou massa de modelar e os palitos, e montassem seis quadrados com o material disponível, após eles deveriam unir esses quadrados e formar um poliedro.

Figura 9: Alunos da turma 301 montando os quadrados



Fonte: Autor

Figura 10: Alunos montando os quadrados



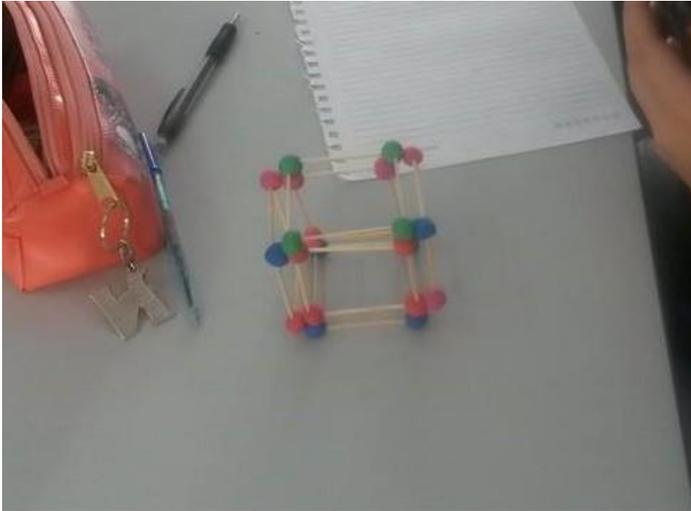
Fonte: Autor

Após formar os seis quadrados, eles não sabiam como iriam construir o poliedro, os deixei pensarem então um dos alunos conseguiu montar o poliedro definido como cubo ou hexaedro, como ele utilizou as gomas ele destacou que foi necessário tirar algumas gomas e um palito.

Ao ver o processo que o aluno utilizou para fazer o poliedro todos seguiram os mesmos passos e construíram o seu próprio poliedro, porém os que tinham a massa de modelar destacaram que não foi necessário tirar bolinhas e nem palito, mas que tinham ficado três bolinhas unidas e dois palitos juntos.

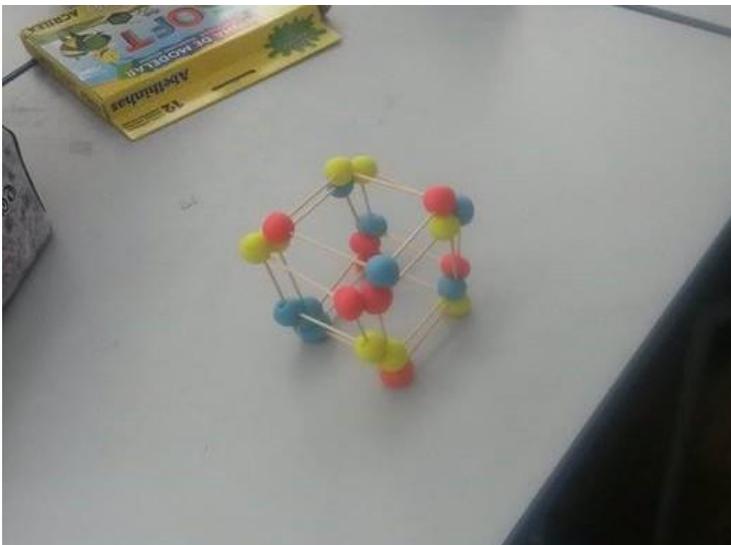
E os alunos que não havia material permaneceram sem realizar a atividade proposta, permaneceram em seus lugares observando os demais colegas a realizar as atividades.

Figura 11: Poliedro montado com a massa de modelar



Fonte: Autor

Figura 12: Poliedro montado com a massa de modelar



Fonte: Autor

Figura 13: Poliedro montado com as gomas



Fonte: Autor

Figura 14: Poliedro montado com as gomas



Fonte: Autor

Então a partir disso complementei as informações básicas de poliedro.

Poliedro é o sólido limitado por polígonos regulares planos, que tem dois a dois um lado em comum. Relacionando ao poliedro construído isso fica evidente que os lados comuns do poliedro correspondem aos dois palitos que ficam juntos, o que se transforma num único.

E as bolinhas da massa de modelar ou as gomas de três resta apenas uma, não é necessário dois palitos e nem três bolinhas ou gomas, mas apenas uma única de cada.

Os quadrados são as seis figuras planas que foram utilizadas para montar o poliedro, são chamadas de faces do poliedro, os palitos correspondem às arestas do poliedro e as gomas ou massa de modelar corresponde aos vértices do poliedro.

Poliedros convexos e não convexos (côncavos)

Outra classificação importante para os poliedros é se são convexos ou não convexos, expliquei as condições necessárias para que eles sejam convexos, e para demonstrar utilizei um palito para unir duas faces quaisquer de dois poliedros de acrílico, e pedi qual a diferença que eles observavam no palito que estava unindo duas faces do octaedro e do palito que estava unindo duas faces de um poliedro qualquer (no caso irregular), e os alunos ressaltaram que no octaedro o palito estava dentro do objeto e no outro poliedro estava fora. Que através desse método eles entenderam a diferença e que os poliedros convexos são aqueles que qualquer uma das faces está situada em um mesmo semi-espço, caso contrário poliedros não convexos ou côncavos.

Figura 15: Poliedro convexo



Fonte: Autor

Figura 16: Poliedro não convexo



Fonte: Autor

Classificação dos poliedros

Para classificar os poliedros demonstrei através dos poliedros de acrílico, que cada classificação tem na sua nomenclatura o número de faces acrescentada pela sílaba edro de poliedro.

Exemplo:

Tetraedro – Tetra de quatro faces e edro de poliedro geram o nome do poliedro.

Octaedro – Octa de oito faces e edro de poliedro.

Quadro 12: Classificação poliedros

NOMENCLATURA	NÚMERO DE FACES
Tetraedro	4 faces
Pentaedro	5 faces
Hexaedro	6 faces
Heptaedro	7 faces
Octaedro	8 faces
Decaedro	10 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

Fonte: Autor

Poliedros Regulares

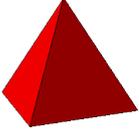
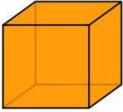
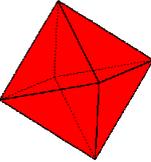
Para explicar as características de um poliedro regular, usei os poliedros de acrílico, eles foram entregues aos alunos para que visualizassem e anotassem o que observasse de importante. Após terem visualizado e anotado as observações pedi para que fosse socializada, a resposta mais frequente foi que todas as faces dos poliedros são iguais.

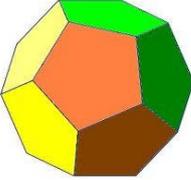
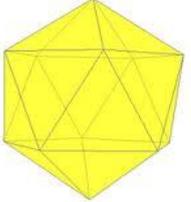
Então destaquei que esses poliedros que os alunos observaram são todos poliedros regulares, então um aluno respondeu: “Então deve ser essa a característica de um poliedro regular, todas as faces tem mesma figura plana”.

Ou seja, os poliedros são regulares se todas as faces forem regulares e iguais (todos com mesmo número de lados e mesma medida), e se em todo o vértice de poliedro converge o mesmo número de arestas. Assim como os ângulos devem possuir o mesmo valor. Existem apenas cinco poliedros regulares.

Após foi distribuído a seguinte tabela:

Quadro 13: Poliedros regulares

Representação do Poliedro e Nome	Número de faces.	Figura de cada face.	Número de vértices.	Número de arestas.
 Tetraedro	4 faces	Triângulo equilátero		
 Hexaedro	6 faces	Quadrado		
 Octaedro	8 faces	Triângulo equilátero		

 <p>Dodecaedro</p>	12 faces	Pentágono		
 <p>Icosaedro</p>	20 faces	Triângulo equilátero		

Fonte: <http://matmagildc.blogspot.com.br/2013/09/qual-relacao-de-platao-com-os-solidos.html>

Para eles completarem a tabela com o número de vértices e arestas, eles foram desafiados a construir o tetraedro, o hexaedro, octaedro e o icosaedro utilizando os palitos e as gomas ou massa de modelar.

Todos construíram seus respectivos poliedros exceto os alunos que não haviam o material, e conseguiu completar corretamente, o icosaedro apenas alguns alunos não conseguiram monta-lo corretamente então fizeram a contagem no poliedro de acrílico assim como o dodecaedro que todos contaram através do poliedro de acrílico.

Figura 17: Poliedros regulares construídos pelos alunos



Fonte: Autor

Figura 18: Poliedros regulares



Fonte: Autor

Figura 19: Poliedro regular



Fonte: Autor

Figura 20: Figuras planas e poliedros construídos



Fonte: Autor

Poliedros irregulares

Os poliedros irregulares são aqueles que não admitem lei de geração que caracterizam com perfeição, eles são divididos em dois grupos:

Prismas e Pirâmides;

Para a explicação e visualização dos poliedros irregulares foram utilizados os poliedros de acrílico, os alunos durante a exposição destacaram que as figuras eram diferentes, alguns tinham quadrado e retângulo, triângulo e retângulo, e em relação às medidas perguntei se eram iguais, então eles perceberam que a altura era maior que a aresta da base.

Prismas

Expliquei que o prisma é formado por duas bases paralelas sendo elas polígonos planos e iguais e as faces laterais são paralelogramos. A classificação dos prismas é conforme a figura que possui na base, para eles verificarem novamente eles construíram os respectivos prismas com os palitos e as gomas ou massa de modelar. Por meio disso, eles identificaram em cada prisma as bases, o número de faces laterais e o número total de faces de cada um deles e associaram que o número de faces laterais coincide com o número de arestas da figura que compõe a base.

As anotações foram feitas no caderno, após para conferir falei os respectivos valores e eles confirmaram. Sendo se a:

Base é um triângulo

Nome: Prisma Triangular

Número de faces: três faces laterais mais duas faces da base, portanto, cinco faces.

Base é um quadrado

Nome: Prisma Quadrangular

Número de faces: quatro faces laterais mais duas faces da base, portanto, seis faces.

Base é um pentágono

Nome: Prisma Pentagonal

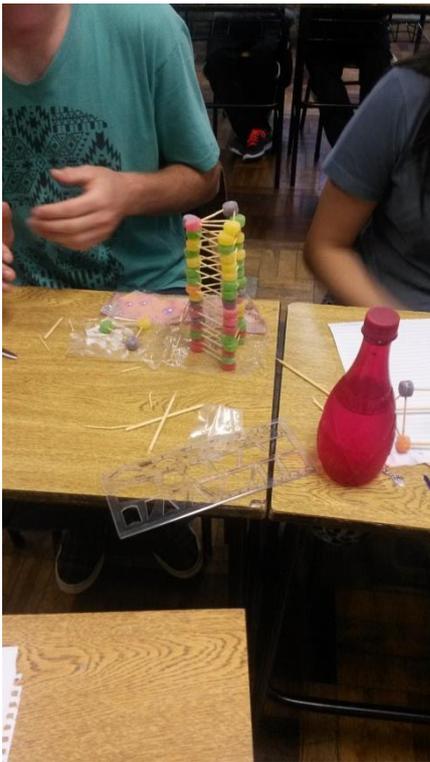
Número de faces: cinco faces laterais mais duas faces da base, portanto, sete faces.

Base é um hexágono

Nome: Prisma Hexagonal

Número de faces: seis faces laterais mais duas faces da base, portanto, oito faces.

Figura 21: Prisma triangular construído de forma diferente



Fonte: Autor

Figura 22: Prisma triangular



Fonte: Autor

Pirâmides

Para melhor entendimento foi demonstrado às pirâmides de acrílico, e após expliquei que pirâmides são poliedros cuja base é uma figura plana regular e a lateral ou faces laterais são triângulos, que serão unidos a um único vértice.

A classificação de uma pirâmide depende do número de arestas da região a área da base, ou seja, da figura que compõe a base. Então:

Base é um triângulo

Nome: Pirâmide Triangular

Número de faces: três faces laterais mais face da base, portanto, quatro faces.

Base é um quadrado

Nome: Pirâmide Quadrangular

Número de faces: quatro faces laterais mais face da base, portanto, cinco faces.

Base é um pentágono

Nome: Pirâmide Pentagonal

Número de faces: cinco faces laterais mais face da base, portanto, seis faces.

Base é um hexágono

Nome: Pirâmide Hexagonal

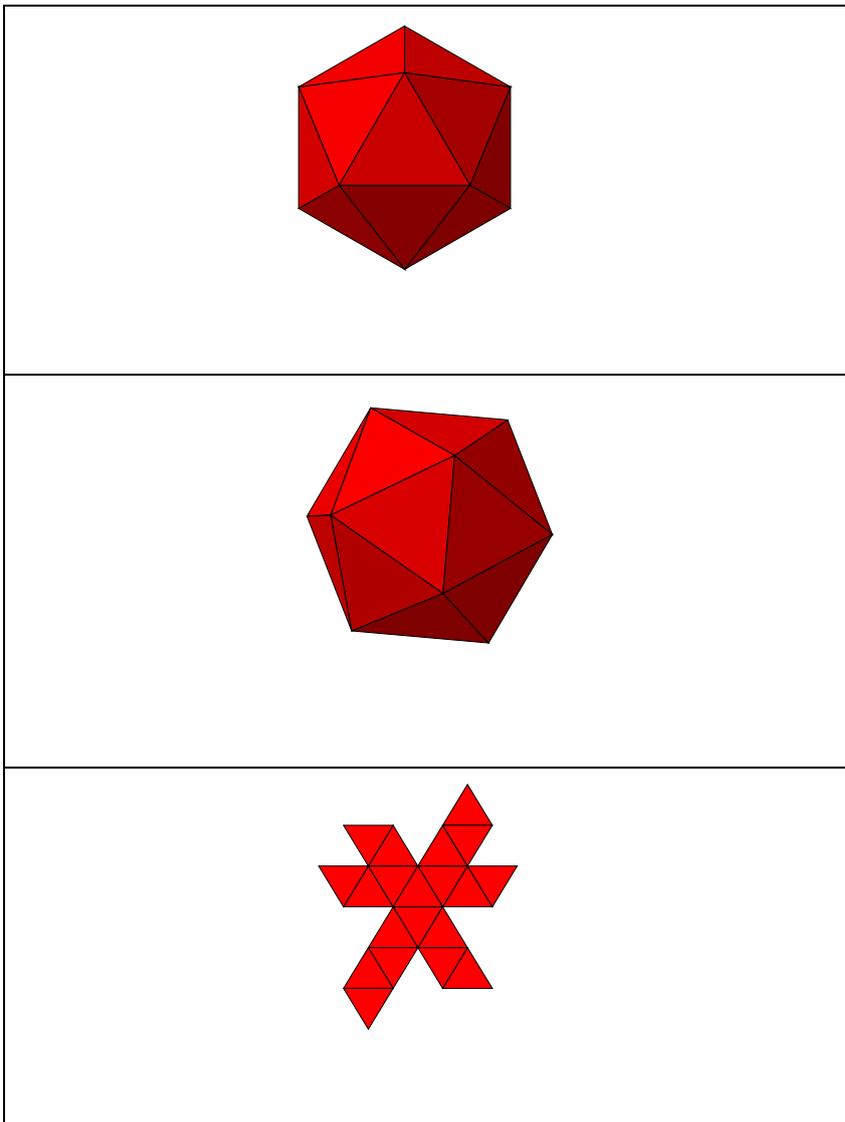
Número de faces: seis faces laterais mais face da base, portanto, sete faces.

Por estar finalizando o tempo proposto para a aplicação da aula, desafiei os alunos a construírem em casa as pirâmides com o material utilizado para construir os demais sólidos geométricos em sala de aula.

Para finalizar mostrei para eles o Software POLY, no projetor multimídia que estava instalado, que consiste num software para visualizar os sólidos geométricos, as suas faces e suas arestas, a planificação e a montagem do poliedro. Foram demonstrados dois poliedros.

Primeiramente foi visualizado o Icosaedro que pode ser verificado nas imagens do quadro 14, suas características em diferentes ângulos, suas arestas destacadas na superfície poliédrica e a sua planificação para compreender que suas faces são formadas por triângulos equiláteros assim como o seu número de faces.

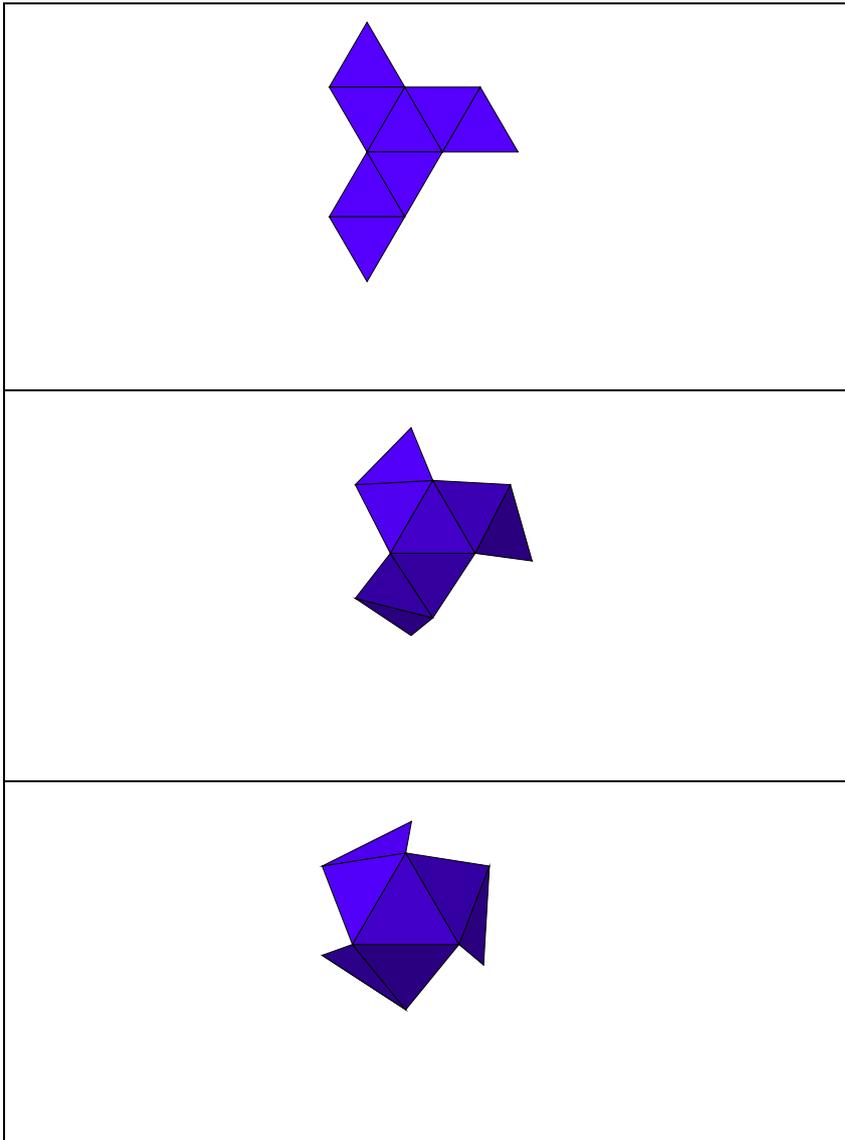
Quadro 14: Icosaedro no Software Poly

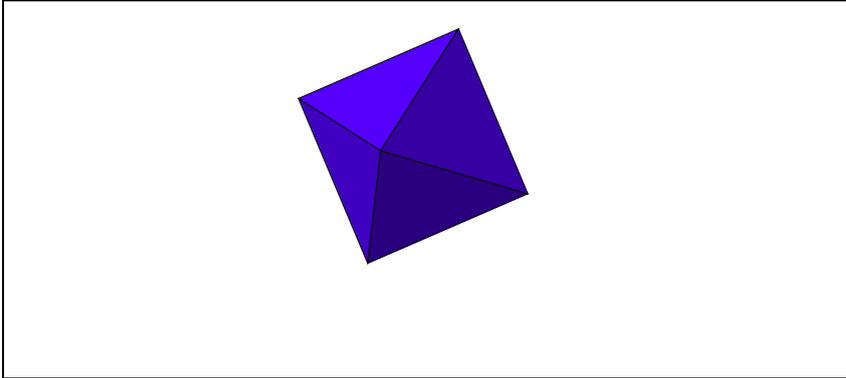


Fonte: Autor

Segundo poliedro visualizado no Software Poly foi o octaedro, assim como no anterior as imagens descritas no Quadro 15, foram demonstradas para observarem a planificação do octaedro, a característica e a quantidade de faces que ele possui, e a formação dele em câmera lenta para eles verificarem como é importante a planificação correta para que possibilite a formação do poliedro.

Quadro 15: Octaedro no Software Poly





Fonte: autor

Os alunos ficaram muito impressionados com as imagens vistas no software pois através dele pode-se verificar as características de cada poliedro assim como os padrões necessários para que possa ser gerado o poliedro perfeitamente, muitos deles baixaram o software em seus computadores e visualizaram diversos poliedros e sólidos gerados por ele.

4.3 Avaliação da aula

No dia seguinte à aplicação da aula inédita, tive oportunidade de ir acompanhar a turma 301 numa atividade referente à outra disciplina, pois a professora não compareceu na escola. Neste momento então aproveitei para conversar com eles sobre a aula inédita. Não teve nada de anotações ou perguntas respondidas em papel. Somente fiz a seguinte pergunta oral e eles deveriam fazer suas colocações orais também.

Como vocês avaliam a aula de ontem?

Então foram argumentadas as seguintes respostas:

- Muito boa;
- Ótima;
- Muito boa, pois através da visualização dos sólidos de acrílico e da confecção dos poliedros, consegui entender e compreender tudo;
- Os poliedros de acrílico e os que construímos fez com que eu entendesse o que é aresta, vértice e faces;
- O material concreto nos possibilitou compreender o conteúdo com facilidade;
- Todas as matérias de matemáticas devem ser trabalhadas com o material concreto para melhor entendimento;
- A construção feita por cada um de nós nos fez pensar e desenvolver o que foi proposto, além de oportunizar a chegar às nossas próprias conclusões e conceitos;

- Primeira vez que gostei de uma aula de matemática;
- De minha parte foi muito produtiva;
- Acho que nunca mais irei esquecer esse conteúdo, pois aprendi não decorrei;
- Eu quero fazer tudo de novo;
- Maneira fácil de fixar os conceitos;

Foi muito satisfatório ouvir essas colocações, de forma a observar a princípio os objetivos foram alcançados, e que a aula foi significativa para eles.

4.4 Aplicação da lista após a aula

Na aula seguinte a aplicação da aula inédita foi reaplicada a lista de exercícios (Apêndice B), onde foram tirados alguns exercícios e modificados outros, os que completaram a lista foram 23 alunos, pois os 8 alunos que não haviam trazido material não quiseram responder pois não haviam se integrado na aula anterior, e os dois alunos que faltaram também não responderam, então fizeram um trabalho sobre o conteúdo estudado antes da aplicação inédita.

Fiquei muito surpresa, pois ao fazer a correção, pude perceber que realmente eles interagiram na aula e adquiriram os conhecimentos propostos e trabalhados, pois todos responderam todas as perguntas apresentadas na lista de exercícios e de forma correta. Não teve nenhuma resposta incoerente e nem errada o que me deixou muito satisfeita.

O que demonstra o significado de aplicar uma aula muito planejada, de forma diversificada, em que os alunos tenham interesse e interajam com o conteúdo e o decorrer das atividades.

5 CONCLUSÃO

A utilização de material concreto em sala de aula é de extrema importância, pois faz com que os alunos demonstrem interesse, interagem com a aula, participem de forma ativa, faz com que eles tenham contato com os conteúdos, a fim de conseguir visualizar as formas geométricas e suas respectivas representações no espaço.

Esse trabalho foi desenvolvido através da fundamentação teórica e do planejamento de uma aula inédita através da utilização de material concreto, o material utilizado foi a massa de modelar ou gomas e os palitos, material de baixo custo, de fácil manipulação, sendo que foi necessário também o computador e o Datashow, todas essas propostas e estratégias são necessárias para o bom funcionamento da aula e da aprendizagem, além de explicação oral e no quadro. O conjunto de todos esses métodos juntamente com o planejamento faz com que a aprendizagem aconteça de forma significativa e de qualidade.

Essa atividade proporcionou aos alunos um entendimento pleno em relação à Geometria Plana e Espacial, oportunizando a eles a fundamentação dos conceitos trabalhados, compreensão dos conteúdos importantes e necessários para perceber a geometria em seu dia a dia e nos problemas e atividades que o cercam.

Uma das preocupações que surgiu ao planejar a aula inédita, é que por ser um material nunca utilizado e por ser constituído por gomas comestíveis, e a massa de modelar ser utilizada pelas crianças, pensei que não iriam levar a sério a atividade, iriam comer as gomas antes de realizar as atividades propostas e a massa de modelar por ficarem brincando ou fazer outras atividades com elas. Mas decorreu tudo melhor que o planejado, pois eles levaram a sério todas as atividades propostas, alguns foram além do proposto, não comeram até que estivéssemos desenvolvendo as atividades.

Através de gomas ou massa de modelar e os palitos foi possível construir as figuras planas e após construir sólidos geométricos, proporcionando a criatividade e a curiosidade dos alunos na formação, além de identificar as características básicas e fundamentais dos sólidos geométricos trabalhados.

Podemos e devemos transformar os conteúdos de Geometria Plana e Espacial fácil e interessante de trabalhar em sala de aula, através da imaginação e da manipulação dos objetos criados, assim proporciona a aprendizagem e o armazenamento das informações pelos educandos, gerando eficácia na aprendizagem e melhores resultados nas avaliações e nos decorrentes conteúdos.

Espera-se que essa aula sirva de base e inspiração para outros educadores que tenham curiosidade e procurem novas metodologias e ideias para inserir no processo ensino aprendizagem de Geometria, em outro conteúdo matemático ou até mesmo em outras áreas do conhecimento, de forma a remodelar sua prática e despertar nos alunos o interesse e a curiosidade, além de proporcionar a aprendizagem significativa dos conteúdos propostos.

REFERÊNCIAS

_____. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

ANDRADE, Fabiana Chagas de. **Jujubas: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**. Rio de Janeiro: UNIRIO. 2014. Disponível em: http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/TCC_Fabiana.pdf; Acesso em: 09 out. 2015.

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino de geometria: visualização e representação de sólidos no plano**. Porto Alegre: UFRGS. 2009. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17161/000712216.pdf?seque>. Acesso em: 15 mar. 2016.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais : Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRITO, Rosa Maria Cavalcanti. **O professor, a aprendizagem significativa e a avaliação: base para o sucesso escolar do aluno**. Disponível em: http://www.anpae.org.br/seminario/ANPAE2012/1comunicacao/Eixo03_38/Rosa%20Maria%20Cavalcanti%20Brito_int_GT3.pdf. Acesso em: 10 out. 2015.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

GIOVANI, J.R.; BONJORNO, J.R.; GIOVANI JR., J.R. **Matemática fundamental, 2º Grau: volume único**. São Paulo: FTD, 1994.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Cortez, 1994.

MOREIRA, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44. **Aprendizagem significativa: um conceito subjacente**. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2015.

ROGENSKI, M. L.C.; PEDROSO, S.M.D.; **O ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 10 out. 2015.

SILVA, Alex Reis da. **Uma proposta para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**. Lavras: UFLA. 2013. Disponível em: http://repositorio.ufla.br/bitstream/1/787/1/DISSERTACAO_Uma%20proposta%20para%20o%20ensino%20da%20geometria....pdf. Acesso em: 02 nov. 2015.

SANTOS, Júlio César Furtado dos. **O papel do professor na promoção da aprendizagem significativa.** [S.l.] Disponível em: <http://juliofurtado.com.br/papeldoprof.pdf>. Acesso em: 11 out. 2015.

SANTOS, Júlio César Furtado dos. **O desafio de promover a aprendizagem significativa.** Disponível em: <http://www.juliofurtado.com.br/textodesafio.pdf>. Acesso em: 10 out. 2015.

SANTOS, Cristiane de Oliveira. **A importância da visualização no Ensino Médio da Geometria Plana e Espacial.** Jussara: UEG. 2009. Disponível em: http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Cristiane_PDF.pdf. Acesso em 10 mar. 2016.

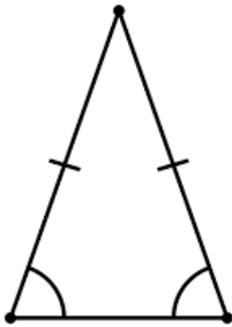
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA Pró-reitora de Pós-graduação e Pesquisa.
Manual de dissertações e teses da UFSM: estrutura e apresentação. Santa Maria: Editora UFSM, 2015.

APÊNDICES

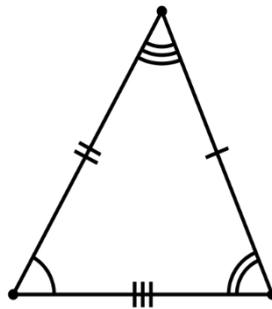
APÊNDICE A – LISTA DE ATIVIDADES DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS SOBRE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL.

- 1) Quais diferenças você observa entre os triângulos (A), (B), e (C)?
- 2) Você é capaz de classificá-los?
- 3) Você é capaz de citar situações do dia a dia onde você percebe figuras geométricas parecidas com as das figuras (A), (B) e (C)?

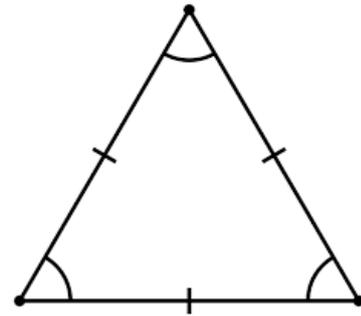
(A)



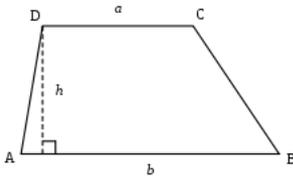
(B)



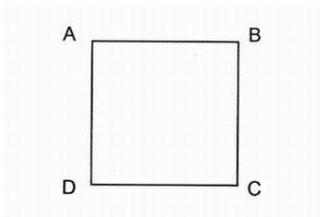
(C)



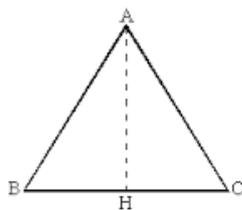
- 4) Nomeie cada figura geométrica abaixo e ligue-as às suas respectivas fórmulas para cálculo das suas áreas:



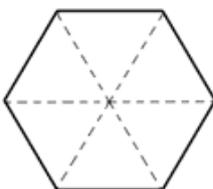
$$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$



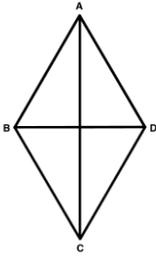
$$A = \frac{D.d}{2}$$



$$A = a^2$$

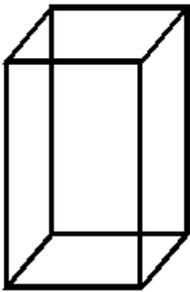


$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

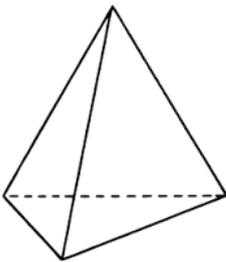


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

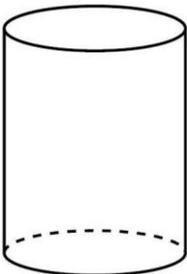
5) A seguir estão alguns sólidos geométricos, ligue o sólido com o respectivo nome da figura correspondente a sua base:



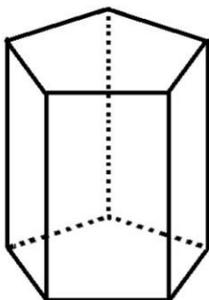
TRIÂNGULO



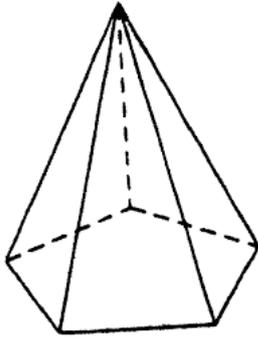
CÍRCULO



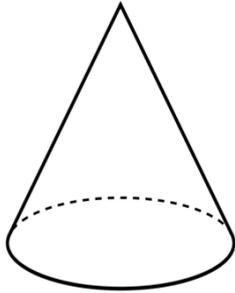
PENTÁGONO



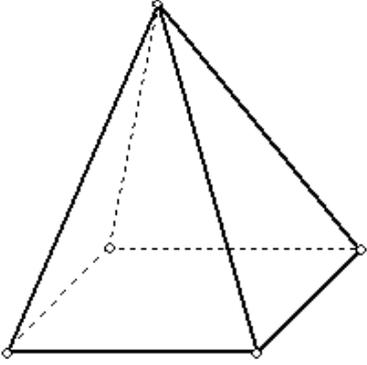
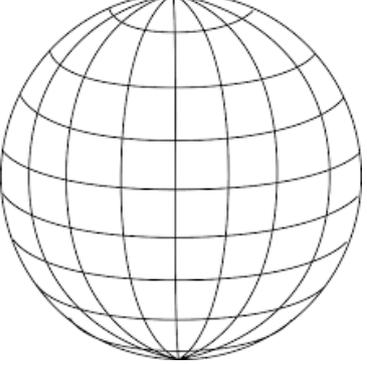
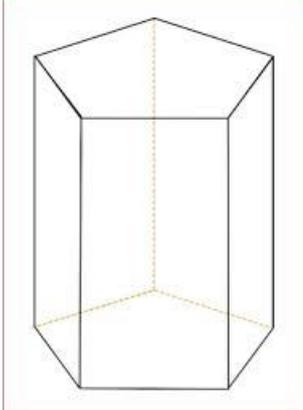
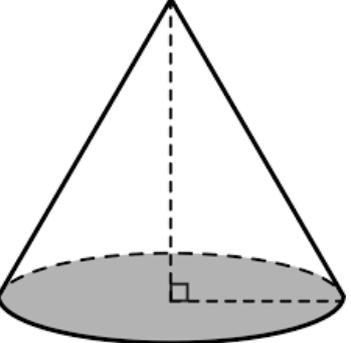
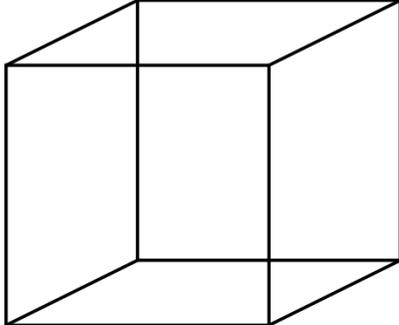
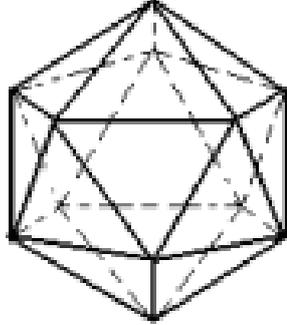
QUADRADO



HEXÁGONO



- 6) O que você acha que seja um “poliedro”? Assinale dentre os sólidos a seguir os que são poliedros:

 <p style="text-align: center;">()</p>	 <p style="text-align: center;">()</p>	 <p style="text-align: center;">()</p>
 <p style="text-align: center;">()</p>	 <p style="text-align: center;">()</p>	 <p style="text-align: center;">()</p>

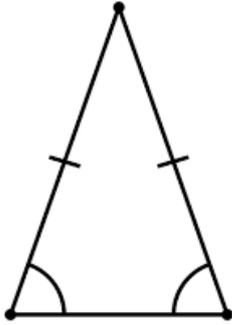
7) O que você entende por “corpos redondos”? Dê exemplo:

8) Quando você ouve a palavra “Geometria”, no que você pensa?

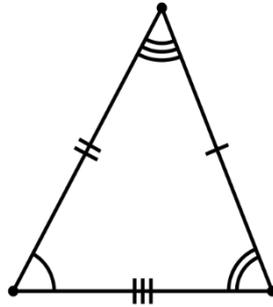
APÊNDICE B – LISTA DE EXERCÍCIOS POSRERIORI

1- Classifique os triângulos a seguir:

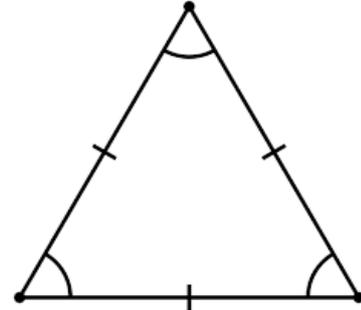
(A)



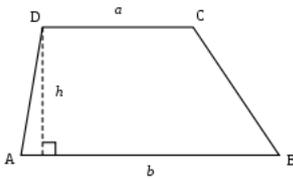
(B)



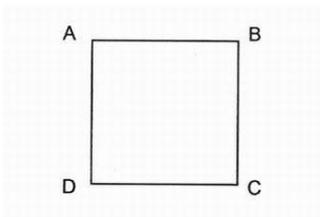
(C)



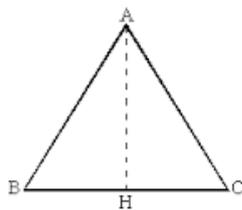
2- Nomeie cada figura geométrica abaixo e ligue-as às suas respectivas fórmulas para cálculo das suas áreas:



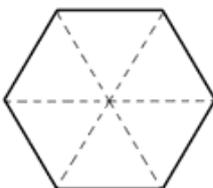
$$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$



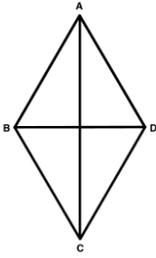
$$A = \frac{D.d}{2}$$



$$A = a^2$$

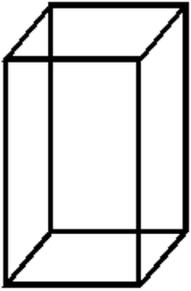
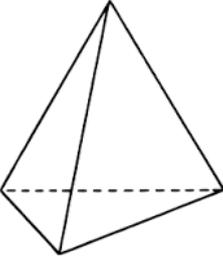
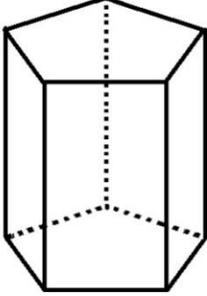
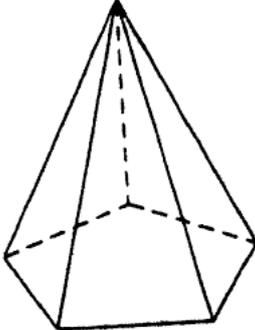
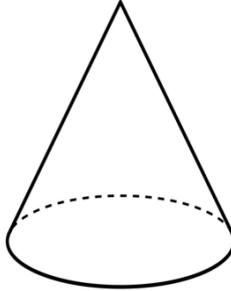


$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

3- A seguir estão identificados alguns sólidos geométricos, observe e escreva o nome da figura que compõe a base da cada um dos sólidos:

 <p>Base:</p>	 <p>Base:</p>	 <p>Base:</p>
 <p>Base:</p>	 <p>Base:</p>	 <p>Base:</p>

4- Assinale dentre os sólidos a seguir os que não são poliedros:

