

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

Vinicius Girardi da Silveira

**UMA NOVA FORMA DE MEDIR LIQUIDEZ: CONSTRUÇÃO E
APLICAÇÃO NO MERCADO BRASILEIRO**

Santa Maria, RS
2017

Vinicius Girardi da Silveira

**UMA NOVA FORMA DE MEDIR LIQUIDEZ: CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO NO
MERCADO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Administração do Programa de Pós-Graduação em Administração, Linha de Pesquisa Economia, Controle e Finanças, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

Orientadora: Profa. Dra. Kelmara Mendes Vieira

Santa Maria, RS
2017

Vinicius Girardi da Silveira

**UMA NOVA FORMA DE MEDIR LIQUIDEZ: CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO NO
MERCADO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Administração do Programa de Pós-Graduação em Administração, Linha de Pesquisa Economia, Controle e Finanças, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

Aprovado em 17 de fevereiro de 2017:

Kelmara Mendes Vieira, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Ani Caroline Grigion Potrich, Dra. (UFSM)

Marcelo Brutti Righi, Dr. (UFRGS)

Santa Maria, RS
2017

RESUMO

UMA NOVA FORMA DE MEDIR LIQUIDEZ: CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO NO MERCADO BRASILEIRO

AUTOR: Vinicius Girardi da Silveira
ORIENTADORA: Kelmara Mendes Vieira

O presente estudo teve o objetivo de construir uma medida de liquidez utilizando suas *proxies* e avaliar a sua aplicabilidade no contexto financeiro. Para tanto, este trabalho propôs a criação de uma medida de negociabilidade, a qual é um compendio de *proxies* de negociabilidade empregadas pela literatura. O procedimento estatístico utilizado para a obtenção desta medida foi a Análise Fatorial de Séries Temporais (TSFA), a qual é uma extensão da análise fatorial tradicional, trabalhando com séries de tempo ao invés de dados de corte. Os dados utilizados para a ilustração apresentada foram provenientes da negociação de 858 ações na BM&FBOVESPA no período de janeiro de 2000 até fevereiro de 2016. Como resultados, a medida construída para o mercado demonstrou-se consistente em relação às demais e capaz, em termos de correlação, de substituir as *proxies* utilizadas na sua construção. Além disso, apresentou estatísticas intermediárias em relação aos seus pares, o que sugere que a medida pode exibir resultados mais equilibrados. Quando analisada a aplicabilidade da medida em modelos de precificação com liquidez, observou-se que ela possui um poder explicativo similar as outras *proxies* utilizadas. Tem como principal diferencial a vantagem de reduzir as dimensões da liquidez, pois considera a informação contida em todas as *proxies* em apenas uma medida. Além disso, as descobertas sugeriram não haver diferenças de médias entre as medidas. Porém, quando observada a variância, a medida de negociabilidade se mostrou distinta das demais, apresentando estatísticas intermediárias. Neste sentido, é possível conjecturar que a medida de negociabilidade tende a apresentar resultados similares quando utilizada em modelos baseados em média, como é o caso das regressões. Por outro lado, pode ser mais vantajosa e precisa em modelos que considerem a variância.

Palavras-chave: Liquidez. Medida de Negociabilidade. Análise Fatorial de Séries Temporais. Modelos de Precificação com liquidez. Mercado Acionário Brasileiro.

ABSTRACT

A NEW APPROACH TO MEASURE LIQUIDITY: CONSTRUCTION AND APPLICATION IN THE BRAZILIAN MARKET

AUTHOR: Vinicius Girardi da Silveira

ADVISOR: Kelmara Mendes Vieira

This study aimed to construct a liquidity measure using their proxies and assess their applicability in the financial context. To that, this study proposes the creation of a negotiability measure, which is a compendium of negotiability proxies used by the literature. The statistical procedure used to obtain this measure was the time series factor analysis (TSFA), which it is an extension of traditional factor analysis, working with time series instead of cross-section data. The data used for the illustration presented came from the trading of 858 stocks on BM&FBOVESPA from January 2000 to February 2016. As a result, the measure constructed for the market was demonstrated to be consistent with the others and capable, in terms of correlation, of replacing the proxies used in its construction. In addition, it presented intermediate statistics in relation to their peers, which suggests that the measure can show more balanced results. When analyzed the applicability of the measure in liquidity pricing models, was observed that it has an explanatory power similar to the other proxies used. Having as main differential the advantage of reducing the dimensions of liquidity, considering the information contained in all proxies in only one measure. Moreover, the findings suggest no differences between the means of the measures. However, when observed the variance, the negotiability measure showed distinct from the others, presenting intermediate statistics. In this sense, it is possible to conjecture that the negotiability measure tends to present similar results when used in models based on average, as is the case of regressions. On the other hand, it may be more advantageous and accurate in models that consider variance.

Keywords: Liquidity. Negotiability Measure. Times Series Factor Analysis. Liquidity Pricing Models. Brazilian Stock Market.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 - Resumo dos trabalhos pesquisados e suas respectivas medidas de liquidez	32
Quadro 2 – Metodologia de construção da medida de negociabilidade	42
Quadro 3 - Definição das variáveis utilizadas para a construção da medida	44
Figura 1 - Evolução temporal da média do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos e seus respectivos log-retornos para o período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016.....	50
Figura 2 - Scree Plot dos autovalores estimados	53
Figura 3 - Evolução temporal da medida de negociabilidade em relação as demais medidas.....	55
Figura 4 - Frequência dos coeficientes das regressões de séries temporais com liquidez	60
Figura 5 - Frequência dos R ² das regressões de séries temporais com liquidez.....	63
Figura 6 - P-valores dos testes t e F entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez.....	65
Figura 7 - Frequência dos coeficientes das regressões de séries temporais com liquidez para as duas novas amostras	68
Figura 8 - Frequência dos R ² das regressões de séries temporais com liquidez para as duas novas amostras	69
Figura 9 - P-valores dos testes t entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez	71
Figura 10 - P-valores dos testes F entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas descritivas do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos para o mercado brasileiro no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016	51
Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos log-retornos do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos para o mercado brasileiro no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016	52
Tabela 3 - Matriz de correlação das variáveis em log-retorno empregadas nas estimações.....	52
Tabela 4 - Cargas fatoriais, cargas fatoriais padronizadas e correlação entre as medidas de liquidez	54
Tabela 5 - Estatísticas descritivas da medida de negociabilidade	56
Tabela 6 - Estatísticas descritivas dos log-retorno do número de negócios, do volume negociado, do número de títulos e da medida de negociabilidade para as 858 ações da amostra no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016.....	57
Tabela 7 - Estatísticas e P-valores dos testes de Hausman, de Breusch-Pagan e F empregados para seleção dos modelos de dados em painel	58
Tabela 8 - Resultado da estimação dos modelos de precificação com liquidez	58
Tabela 9 - Estatísticas descritivas dos coeficientes e R^2 das regressões de séries temporais com liquidez.....	64
Tabela 10 - Estatísticas descritivas dos log-retorno do número de negócios, do volume negociado, do número de títulos e da medida de negociabilidade para as novas amostras	67
Tabela 11 - Estatísticas descritivas dos coeficientes e R^2 das regressões de séries temporais com para liquidez para as duas novas amostras.....	70

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 PROBLEMÁTICA DE ESTUDO	11
1.1.1 Problema de Pesquisa	11
1.1.2 Objetivo Principal	12
1.1.3 Objetivos Específicos	12
1.2 JUSTIFICATIVA	12
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	13
2 CONCEITOS E MEDIDAS DE LIQUIDEZ	15
2.1 CONCEITOS.....	15
2.2 VOLUME NEGOCIADO	16
2.3 MEDIDAS RELACIONADAS AO <i>SPREAD</i> E AO CUSTO DE TRANSAÇÃO .	17
2.4 MEDIDAS DE LIQUIDEZ RELACIONADAS AO TEMPO	19
2.5 ÍNDICE TURNOVER.....	19
2.6 OUTRAS MEDIDAS DE LIQUIDEZ.....	20
2.6.1 Índice de Martin (1975)	20
2.6.2 Índice de Liquidez de Hui e Huebel (1984)	21
2.6.3 Índice de liquidez de Marsh e Rock (1986)	21
2.6.4 Zero de Lesmond et al. (1999)	22
2.6.5 Iliquidez de Amihud (2002)	22
2.6.6 Índice Amivest	23
2.6.7 Gamma de Pastor e Stambaugh (2003)	23
2.6.8 Turnover padronizado de Liu (2006)	24
3 ESTUDOS SOBRE LIQUIDEZ ACIONÁRIA	25
4 MÉTODO	35
4.1 CONSTRUÇÃO TEÓRICA DAS MEDIDAS DE LIQUIDEZ	35
4.2 ANÁLISE FATORIAL DE SÉRIES TEMPORAIS PARA A OBTENÇÃO DE PESOS PADRONIZADOS	37
4.3 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO.....	43
4.3.1 Amostra	43
4.3.2 Definição das Variáveis	43
4.3.4 Tratamento dos dados faltantes	44
4.3.5 Modelos de Liquidez	45
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	49
5.1 MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO.....	49
5.2 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA AS AÇÕES INDIVIDUAIS	56
5.3 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA DIFERENTES FREQUÊNCIAS DE NEGOCIAÇÃO	66
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS	76

1 INTRODUÇÃO

O crescimento do mercado acionário vem fomentando pesquisas acerca dos fatores determinantes da negociação dos ativos financeiros. Deste modo, um amplo desafio, tanto aos pesquisadores, como aos profissionais e investidores que se utilizam desse mercado, é identificar e compreender os aspectos que influenciam o seu comportamento.

Quando um investidor negocia em bolsa de valores, este, na maioria das vezes, mantém em sua posse um portfólio diversificado de ações, o que tende a minimizar seu risco e, em termos gerais, reduzir sua perda contra possíveis baixas no preço de uma ação específica. Porém, este não é o único desafio enfrentado por gestores de investimento. Quando em uma negociação, os investidores podem se deparar com a necessidade de transformar seus ativos em dinheiro em um curto período de tempo, e caso não obtenham sucesso, estes serão obrigados a vender suas ações a um preço inferior ao de mercado, incorrendo em perdas de capital. A este fenômeno dá-se o nome de risco de liquidez de mercado.

Como observado por Sadka (2011), após a crise de 2008, a literatura econômico-financeira tem mostrado um interesse crescente na realização de pesquisas relacionadas à liquidez. Com o passar da crise, gestores e governos estão mais atentos aos problemas que a falta de liquidez pode ocasionar, com a análise da liquidez dos ativos se apresentando como um atributo cada vez mais crucial para a tomada de decisões de investimento, sendo uma característica diretamente relacionada ao seu risco.

Liu (2006) destaca três fatores que salientam a importância da liquidez dos ativos em bolsa. Primeiramente, a liquidez se torna uma questão relevante quando a economia está ou há expectativa de que entre em recessão, pois nesta situação os investidores avessos ao risco preferem investir em ativos menos arriscados. Já o segundo fator refere-se à iliquidez causada por investidores com informações privilegiadas e, por fim, o terceiro fator está relacionado à iliquidez causada pelas próprias empresas, visto que os investidores não estão dispostos a manter ações de empresas com probabilidade de falência ou com problemas de gerenciamento.

Segundo Pasquariello (2008), em proximidade a períodos de crise financeira, grande parte dos mercados emergentes e alguns mercados desenvolvidos apresentam comportamentos inesperados, severos e muitas vezes excessivos. Além disso, esses mercados experimentam movimentos de queda nas ações e baixa liquidez, comprometendo a

negociação de ativos. Desse modo, qualquer investidor, seja na compra ou na venda, está exposto ao risco de liquidez, devendo a mesma ser considerada quando da tomada de decisões de investimento.

Neste sentido, tem-se que a liquidez afeta de forma intensa o mercado acionário, influenciando na precificação dos ativos e afetando o risco dos investimentos. Contudo, ainda apresenta uma grande lacuna no que diz respeito ao seu conceito e mensuração. Para tentar explicar a multiplicidade conceitual existente, autores como Liu (2006) definem a liquidez das ações buscando englobar múltiplas características, considerando que um ativo é líquido se ele puder ser negociado rapidamente, em grandes quantidades, a um baixo custo e com pouco impacto em seu preço.

A fim de avaliar estas dimensões, a literatura especializada vem empregando diferentes formas para medi-la¹. Algumas estão relacionadas à atividade de negociação e se referem à quantidade de negócios, de ações e ao volume financeiro negociado. O *turnover*, razão entre a quantidade de ações negociadas e a quantidade de ações emitidas, é uma medida relacionada à atividade de negociação. O *bid-ask spread*, diferença entre o preço máximo que um comprador está disposto a pagar por um determinado ativo e o preço mínimo que um investidor está disposto a vender, diz respeito ao custo de negociação.

Desse modo, temos um grande número de *proxies* que quantificam diferentes acontecimentos no mercado financeiro, e, ao mesmo tempo, se propõem a medir uma mesma característica (a liquidez). Este fenômeno dificulta a tomada de decisões dos investidores, como pode ser observado no seguinte exemplo hipotético: Em um dado sistema financeiro, a empresa Alfa negociou no mercado à vista de uma bolsa de valores em um dia t um volume financeiro de cem mil unidades monetárias, enquanto a empresa Beta negociou no mesmo mercado e dia t um volume financeiro de dez mil unidades monetárias. Qualquer gestor de investimentos que observar apenas este volume dirá que a empresa Alfa foi mais líquida no dia t . Por outro lado, essas cem mil unidades monetárias da ação de Alfa podem ter sido transacionadas em um único negócio por um grande fundo de investimentos, e as dez mil unidades monetárias da empresa Beta, por sua vez, podem ter sido negociadas durante cem negócios realizados por diferentes investidores. Nesta segunda situação, se o mesmo gestor observasse apenas o número de negócios, diria que a ação da empresa Beta foi mais líquida.

Assim, tanto o volume financeiro quanto o número de negócios são medidas que visam representar a mesma característica do mercado, que é a liquidez. Contudo, no exemplo

¹ Ver Quadro 1 na Seção 3.

acima, qual ação seria a mais líquida? A que apresenta o maior volume financeiro ou a que possui um maior número de negócios realizados? Questões como esta já foram observadas por autores como Baker (1996), o qual afirma que diferentes medidas de liquidez podem levar a resultados conflitantes ao avaliar a liquidez de um mercado financeiro. Diante deste dilema financeiro, este estudo busca propor uma alternativa, sugerindo combinar a variância de *proxies* de liquidez ao longo do tempo.

Como observado por Kessler e Scherer (2011), as *proxies* de liquidez podem apresentar uma parte significativa de variância comum entre elas. Hair et al. (2010), descrevem que a variância total de uma dada variável tem dois componentes em comparação com as demais: a variância comum, que estará dividida com as outras variáveis medidas, e a variância única, que é específica para essa variável. Dado isto, o método sugerido por este estudo para a realização deste procedimento é Análise Fatorial de Séries Temporais (TSFA), proposta por Gilbert e Meijer (2005). Este método fornece uma maneira de combinar a variância das *proxies* de liquidez ao longo do tempo, permitindo obter a participação de cada variável na medida construída.

1.1 PROBLEMÁTICA DE ESTUDO

Esta subseção apresenta o problema de pesquisa, assim como os objetivos a serem analisados durante o desenvolvimento do presente estudo. Dessa forma, no que diz respeito a divisão, esta subseção é separada em três itens: 1) Problema de pesquisa, que apresenta a questão fundamental a ser respondida; 2) Objetivo geral, que tem por cerne a indicação do resultado pretendido; e 3) Objetivos específicos, cuja finalidade é a indicação das metas que levarão à realização do objetivo geral.

1.1.1 Problema de Pesquisa

Com base no conteúdo previamente exposto, propõe-se o seguinte problema de pesquisa: **É possível construir uma medida de liquidez adequada a partir de *proxies* de liquidez?**

1.1.2 Objetivo Principal

Destaca-se como **objetivo principal** do estudo:

- Construir uma medida de liquidez utilizando suas *proxies* e avaliar a sua aplicabilidade no contexto financeiro.

1.1.3 Objetivos Específicos

O objetivo principal do trabalho será alcançado mediante os seguintes **objetivos específicos**:

- 1) Construir uma medida de liquidez para cada um dos ativos individuais empregados neste estudo;
- 2) Construir uma medida de liquidez para o mercado acionário brasileiro;
- 3) Avaliar as semelhanças e diferenças da medida em relação às *proxies* utilizadas na sua construção;
- 4) Estimar modelos de precificação com liquidez com a nova medida e as demais *proxies*, buscando avaliar as diferenças de desempenho do modelo em função da escolha das medidas.

1.2 JUSTIFICATIVA

A ideia de combinar *proxies* de liquidez não é nova, como pode ser visto em Hallin et al. (2011), onde os autores tentam combinar dados do *spread* e do volume financeiro através de um Modelo Fatorial Dinâmico. No entanto, a metodologia sugerida para este estudo possui relevantes vantagens em relação à esta. Como afirmam Gilbert e Meijer (2005), a TSFA possui este nome para distingui-la da análise fatorial dinâmica. Como descrito pelos autores, a fatorial dinâmica possui a desvantagem de que um modelo independente deve ser especificado para os fatores. Consequentemente, os parâmetros estimados e fatores resultantes dependem da modelagem dinâmica utilizada. Tal procedimento se torna frequentemente indesejável, uma vez que as diferenças entre os modelos econômicos podem ser exageradas ou obscuras devido à diferentes resultados obtidos pelos fatores. Assim sendo, a TSFA trata a construção do fator simplesmente como um problema de mensuração. Desse modo, um modelo dinâmico dos fatores não é assumido, o que permite que diversos modelos

econômicos possam utilizar a mesma construção fatorial, de forma que os resultados obtidos dependem unicamente dos dados utilizados (GILBERT E MEIJER, 2005; 2006).

Mesmo estando longe de ser uma solução final para o problema da mensuração da liquidez, uma das vantagens deste procedimento é uma possível solução do dilema financeiro anteriormente apresentado. Um investidor que se deparasse com o exemplo descrito teria agora uma única variável para representar a liquidez ao invés de várias *proxies* distintas. Outro elemento de destaque é a facilitação de se estudar liquidez estatisticamente. Ao se utilizar em modelos de regressão, por exemplo, duas ou mais medidas de liquidez a fim de explicar um dado fenômeno, este pode se mostrar espúrio devido a problemas de colinearidade entre as variáveis explicativas. A utilização desta técnica, ao mesmo tempo em que permite a redução do número de variáveis empregues, também elimina problemas de colinearidade nas estimações. Desse modo, uma única variável permite simplificar a compreensão dos investidores quanto a real situação da liquidez de uma ação, ao mesmo tempo em que facilita a consideração da liquidez em modelos estatísticos utilizados por gestores de investimento ou pesquisadores.

Nesse contexto, o presente estudo visa contribuir para expansão do conhecimento acerca da liquidez no mercado acionário da seguinte forma: 1) verificando se há vantagens em criar uma medida a partir de *proxies* de liquidez ao invés de usá-las separadamente; 2) construindo uma medida de liquidez ao longo do tempo para ativos individuais, bem como para o mercado acionário brasileiro; 3) avaliando as diferenças de desempenho de modelos de precificação com liquidez considerando diferentes *proxies*, comparativamente com a medida criada a partir das mesmas; 4) estudando o mercado acionário brasileiro, que ainda apresenta um reduzido número de estudos sobre o tema, apesar de sua crescente expansão. Assim sendo, tais contribuições visam auxiliar na formação do conhecimento sobre o mercado financeiro, tanto para investidores como acadêmicos, ou quaisquer indivíduos interessados pelo mercado de capitais, a fim de permitir que investidores tomem decisões mais eficientes, o que reduz o possível risco de liquidez apresentado pelos ativos.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Quanto à estrutura, este estudo está constituído em seções. A parte já apresentada da introdução focou o tema a ser estudado, o problema de pesquisa, o objetivo geral, os objetivos específicos e a justificativa para a execução do estudo. Na segunda seção é posto um breve embasamento teórico abordando algumas definições sobre liquidez e diferentes medidas

empregadas pela literatura. Já na terceira seção, são descritos estudos realizados sobre o tema. Na sequência, são discutidos os procedimentos metodológicos da pesquisa. Por fim, os resultados obtidos e as considerações finais são apresentadas.

2 CONCEITOS E MEDIDAS DE LIQUIDEZ

Esta seção apresenta conceitos e medidas de liquidez empregadas pela literatura e está subdividida nos seguintes itens: 1) Conceitos; 2) Volume negociado; 3) Medidas relacionadas ao *Spread* e ao custo de transação; 4) Medidas de liquidez relacionadas ao tempo; 5) Índice *Turnover*; e 6) Outras medidas de Liquidez.

2.1 CONCEITOS

A liquidez, em termos econômicos, pode ser definida como a propriedade do que é facilmente negociável e convertível em dinheiro vivo (HOUAISS; VILLAR, 2009). Com base na multiplicidade do conceito de liquidez, Liu (2006) desenvolveu uma definição que engloba múltiplas dimensões e considera que um ativo é líquido se ele puder ser negociado rapidamente em grandes quantidades, a um baixo custo e com pouco impacto em seu preço.

Além da definição de um ativo líquido, existem as definições de um mercado líquido. Black (1971) descreve um mercado líquido como sendo aquele que apresenta as seguintes condições: 1) sempre há preços de compra e venda para o investidor que deseja comprar ou vender uma pequena quantidade de ações imediatamente; 2) a diferença entre os preços de compra e venda (*spread*) é sempre pequena; 3) um investidor que deseja comprar ou vender uma grande quantidade de ações, na ausência de informações especiais, poderá esperar para negociar por um longo período de tempo num preço não muito diferente, em média, do preço de mercado corrente; 4) um investidor pode comprar ou vender uma grande quantidade de ações imediatamente, mas com um prêmio ou desconto que depende do tamanho do negócio.

Em outras palavras, como descrito pelo autor, um mercado líquido é um mercado contínuo e eficiente. Contínuo no sentido de que quase qualquer quantidade de ações pode ser comprada ou vendida imediatamente. Eficiente, no sentido de que pequenas quantidades de ações podem ser sempre compradas e vendidas a um valor muito próximo do preço de mercado corrente.

Kyle (1985) ainda afirma que o conceito de um mercado líquido é escorregadio e ilusório, já que engloba diversas propriedades transacionais dos mercados, como “*tightness*” (custo de mudar uma posição em um curto período de tempo), “*depth*” (tamanho de uma ordem capaz de mudar o preço das ações) e “*resiliency*” (velocidade com que os preços se recuperam após um choque inesperado). Sarr e Lybek (2002) complementam essa definição englobando “*immediacy*” (velocidade com que uma ordem pode ser executada) e “*breadth*”

(movimentação de uma grande quantidade de títulos ou um grande volume a um mínimo impacto no preço) como características de um mercado líquido.

No que diz respeito às medidas de liquidez, Sarr e Lybek (2002) as classificam em quatro categorias: 1) medidas de custo de transação que capturam os custos de negociação de ativos financeiros; 2) medidas baseadas no volume que distinguem mercados líquidos pelo volume de transações em comparação com a variabilidade dos preços, principalmente para medir a amplitude (*breadth*) e profundidade (*depth*); 3) as medidas baseadas em equilíbrio de preço que tentam capturar movimentos ordenados em direção a preços de equilíbrio para medir principalmente a resiliência (*resiliency*); e 4) as medidas de impacto no mercado que tentam diferenciar entre os movimentos de preços, devido ao grau de liquidez de outros fatores, tais como condições gerais do mercado ou da chegada de novas informações para medir ambos os elementos de resiliência (*resiliency*) e velocidade de descoberta de preço.

Já Wyss (2004) divide as medidas de liquidez em duas classes, as unidimensionais e multidimensionais. As unidimensionais podem ser divididas em quatro grupos: 1) as que podem capturar o tamanho da empresa; 2) o volume negociado; 3) o tempo entre negócio; e 4) o *Spread*. Já as medidas de liquidez multidimensionais combinam propriedades de diferentes medidas unidimensionais.

2.2 VOLUME NEGOCIADO

O volume negociado é uma medida comumente utilizada para representar a liquidez acionária (ver Chordia, Roll e Subrahmanyam (2001), Amihud (2002), Vieira e Milach (2008) e Machado e Medeiros (2012)). Esta refere-se ao montante de dinheiro transacionado entre os agentes em um mercado financeiro durante a compra e venda dos ativos, podendo ser o valor movimentado por uma ação durante um dado período ou pelo mercado como um todo.

Sarr e Lybek (2002) destacam que medidas baseadas em volume são úteis para medir a amplitude (*breadth*) das negociações, ou seja, a movimentação de um grande volume. Já Wyss (2004) menciona que estariam relacionadas à captação da profundidade (*depth*), uma vez que uma grande ordem poderia ser capaz de alterar o preço de uma ação, porém também realça que há uma relação com a dimensão de tempo (*immediacy*), já que um volume mais elevado no mercado conduziria a um menor tempo necessário para a negociação de uma quantidade pré-definida de ações.

A quantidade de títulos negociados por uma ação também é uma *proxy* de liquidez relacionada ao volume, porém, diferentemente do montante financeiro, esta refere-se ao

volume de títulos transacionados. Do mesmo modo que para o valor financeiro, esta medida está relacionada às dimensões de amplitude (*breadth*), profundidade (*depth*) e tempo (*immediacy*).

2.3 MEDIDAS RELACIONADAS AO SPREAD E AO CUSTO DE TRANSAÇÃO

Segundo Amihud, Mendelson e Pederson (2013), os custos de transação em um mercado acionário são os custos diretos e indiretos associados à negociação de um ativo. O componente mais facilmente medido dos custos de transação são os custos diretos: as taxas de corretagem, taxas de transação e outros custos de processamento. Além disso, há custos de procura e atrasos que surgem porque os compradores e vendedores de um título não estão continuamente disponíveis para transacionar. Assim, um vendedor precisa procurar compradores, especialmente se ele tem de liquidar uma posição de grande porte e, da mesma forma, um comprador precisa encontrar vendedores no momento que ele quer comprar.

Ainda segundo os autores, outro componente dos custos de transação é o *bid-ask spread*. Em mercados de ativos com preços de compra (*bid*) e preços de venda (*ask*), a transação de compra é naturalmente executada por um preço maior do que a transação de venda, resultando em um *bid-ask spread*. No entanto, os preços de compra e venda aplicam-se apenas a quantidades limitadas. Transações maiores têm um maior impacto sobre o preço da transação: elas aumentam o preço de compra e reduzem o preço de venda, resultando em um custo pelo impacto dessas operações no mercado. O custo pelo impacto no mercado é maior para operações de maior porte, quando há maior assimetria de informação entre as duas partes na transação, e quando há maior atrito no acesso ao mercado pelos comerciantes dispostos a negociar. Sarr e Lybek (2002), destacam ainda que o *bid-ask spread* pode refletir: 1) os custos de processamento das ordens; 2) os custos de informação assimétrica; 3) os custos de manutenção de estoques; e 4) os custos de uma estrutura de mercado oligopolista.

Segundo Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), a intuição por trás do uso do *bid-ask spread* reside no fato de que os preços de mercado dependem do lado do mercado que inicia o negócio. Quando compradores iniciam a negociação, ela é concluída pelo preço de venda, por outro lado, se vendedores a iniciam, ela é concluída pelo preço de oferta. A diferença entre o preço máximo e o preço mínimo em que a ação for negociada define o *bid-ask spread*.

Desse modo, o *spread* e suas variações são amplamente utilizados em finanças para mensurar a liquidez em mercados financeiros, estando relacionados à velocidade com que uma ordem pode ser executada (*immediacy*) e ao custo de se mudar uma posição em um curto

período de tempo (*tightness*). Sendo uma *proxy* versátil, seu cálculo pode ser feito para diferentes frequências de dados, como anuais, mensais, semanais, diários ou mesmo *intradays*, como visto em Righi et al. (2014), onde os autores decompõem o *spread intraday* para o mercado brasileiro, calculado pela diferença entre preços máximos e mínimos de negociação durante intervalos de 10 minutos. A aplicação desta *proxy*, bem como de diferentes variantes, pode ser vista em Correia e Amaral (2012), para o mercado acionário brasileiro. Para fins de exemplificação, estas são apresentadas abaixo como definido pelos autores:

- ***Bid-ask spread***: diferença entre o preço máximo e o preço mínimo de negociação;
- ***Quoted spread ou spread relativo ao preço médio***: relação entre a diferença do preço máximo e preço mínimo dividido pelo preço médio;
- ***Quoted spread ou spread relativo ao preço de fechamento***: relação entre a diferença do preço máximo e preço mínimo dividido pelo último preço da ação, isto é, seu preço de fechamento;
- ***Spread efetivo***: valor absoluto da diferença entre o preço de fechamento da ação e o preço médio;
- ***Spread efetivo relativo ao preço médio***: valor absoluto da diferença entre o preço de fechamento da ação e o preço médio dividido pelo preço médio;
- ***Spread efetivo relativo ao preço de fechamento***: valor absoluto da diferença entre o preço de fechamento da ação e o preço médio dividido pelo preço de fechamento da ação;
- ***Spread amortizado***: *spread* efetivo dividido pelo preço de fechamento e multiplicado pelo *turnover* do título - número de títulos negociados em relação à quantidade em circulação.

2.4 MEDIDAS DE LIQUIDEZ RELACIONADAS AO TEMPO

Segundo Wyss (2004), medidas de liquidez relacionadas com o tempo indicam quantas vezes operações ou ordens ocorreram. Portanto, altos valores dessas medidas indicam elevada liquidez. O número de negócios realizados com uma ação em um dado período é uma *proxy* de liquidez relacionada ao tempo e frequentemente usada pela literatura (ver Bacidore (1997), Chordia, Roll e Subrahmanyam (2001), Christie e Schultz (1998), Kamara e Koski (2001), Vieira e Milach (2008) e Machado e Medeiros (2012)).

Menos utilizado do que o número de negócios realizados, o número de ordens transmitidas por um investidor através de sua corretora ou diretamente do seu *Home Broker* também pode ser considerada uma medida de liquidez. De uma forma simples, pode ser definida como o número de vezes que uma ação recebe uma ordem para ser comprada ou vendida em um determinado período de tempo. A relação com o número de negócios ocorre, na medida em que todo negócio realizado originou-se de uma ordem, porém nem toda ordem emitida acaba por concretizar-se em um negócio. Sendo medidas relacionadas ao tempo, estão intimamente ligadas à velocidade com que uma ordem ou negócio pode ser executado (*immediacy*).

2.5 ÍNDICE TURNOVER

O *turnover* ou rotatividade, em uma tentativa de tradução para a língua portuguesa, é uma palavra de origem inglesa muito utilizada no ramo da administração de recursos humanos, referindo-se à relação entre admissões e demissões ou à taxa de substituição de trabalhadores antigos por novos de uma organização. Adaptada para o contexto financeiro, o índice *turnover* poder ser calculado pela razão entre a quantidade de ações negociadas e a quantidade de ações em circulação em um determinado período.

Enquanto o número de ações negociadas utilizado em sua construção relaciona-se ao volume de títulos transacionados, o *turnover*, o qual é uma medida muito usada para mensurar liquidez (ver Datar et al. (1998), Chordia, Roll e Subrahmanyam (2001), Liu (2006), Correia, Amaral e Bressan (2008) e Machado e Medeiros (2012)) e indica a frequência de negociação das ações. Ações com uma elevada taxa de rotatividade possuem uma maior liquidez e como observado por Datar et al. (1998), tendem a apresentar retornos esperados mais baixos. Do ponto de vista prático, ações com um maior *turnover* são mais líquidas e representam um menor risco para o investidor. Contudo, manter portfólios com alta

rotatividade pode representar um custo adicional para o investidor devido aos custos de corretagem.

Cabe ressaltar o papel do índice *turnover* para detecção de *churning* ou *overtrading*. A prática de *churning* pode ser definida como o ato de efetuar negócios de maneira excessiva, unicamente para gerar maiores comissões de corretagem. Segundo o Relatório de Análise 001 da BM&F/Bovespa (2011), o índice *Turnover* é utilizado para indicar o número de “giros” efetuados com a carteira do cliente, comparando-se o patrimônio médio do cliente com o volume total de compras efetuado. Como benchmark para verificar se determinado turnover é excessivo, é sugerido compará-lo com a taxa de turnover dos fundos de investimento em ações, partindo-se do princípio de que é razoável supor que um investidor particular gire sua carteira a taxa inferior à de fundos geridos por profissionais.

2.6 OUTRAS MEDIDAS DE LIQUIDEZ

Esta subseção apresenta um conjunto de outras medidas de liquidez desenvolvidas por diferentes autores e encontradas na literatura e está subdividida nos seguintes itens: 1) Índice de Martin (1975); 2) Índice de Liquidez de Hui e Huebel (1984); 3) Índice de liquidez de Marsh e Rock (1986); 4) Zero de Lesmond et al. (1999); e 5) Iliquidez de Amihud (2002); 6). Índice Aminvest; 7) Gamma de Pastor e Stambaugh (2003); e 8) Turnover padronizado de Liu (2006).

2.6.1 Índice de Martin (1975)

Martin (1975), apud Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), propõem um índice para medir a liquidez de um mercado acionário como um todo. Esse índice é apresentado por Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011) como em (1):

$$MLT_t = \sum_{i=1}^N \frac{(P_{it} - P_{it-1})^2}{V_{it}} \quad (1)$$

Em (1), P_{it} é o preço de fechamento e V_{it} é o volume negociado, dado que o índice é computado para o número total de ativos no mercado. Segundo Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), a interpretação do índice seria de que quanto maior o seu valor, maior será a dispersão

do preço em relação ao volume negociado e menor será a liquidez do mercado. Assim, um valor alto de MLT_t implica baixa liquidez.

2.6.2 Índice de Liquidez de Hui e Huebel (1984)

Hui e Huebel (1984), apud Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), introduziram um índice para medir a liquidez de ativos individuais. Na prática, índice constrói uma métrica entre a maior variação de preço dividida pela razão entre volume negociado e capitalização de mercado. Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011) apresentam a formulação matemática do índice, como na equação (2):

$$LR_{HH} = \frac{(P_{max} - P_{min}) / P_{min}}{V / (S \cdot \bar{P})} \quad (2)$$

Em (2), P_{max} é o maior preço de um ativo ao longo de um período de 5 dias; P_{min} é o menor preço durante o mesmo período; V é o volume total de ativos transacionados durante os 5 dias; S é o número total de ativos em circulação; e \bar{P} é o preço médio de fechamento da ação. O índice consiste na razão da maior variação percentual de preço ao longo de um horizonte de 5 dias pelo volume negociado ajustado pela capitalização de mercado. Desse modo, um alto valor de LR_{HH} implica em uma baixa liquidez.

2.6.3 Índice de liquidez de Marsh e Rock (1986)

Marsh e Rock (1986), apud Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), sugerem uma medida de liquidez partindo do pressuposto de que mudanças nos preços são independentes do tamanho do negócio, exceto para negociação de grandes blocos de ações. Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), apresentam esse índice como em (3):

$$LR_{MR}^i = \frac{1}{M^i} \sum_{m=1}^{M^i} \left| \frac{P_m^i - P_{m-1}^i}{P_{m-1}^i} \right| \cdot 100 \quad (3)$$

Em (3), M^i é o número total de transações para o período i . A expressão após o somatório denota o valor absoluto da variação percentual de preço ao longo de dois períodos subsequentes. Como observado por Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011), o índice considera a

relação entre a variação percentual no preço e o número absoluto de transações, ao invés do volume negociado. Neste índice, diferentemente dos baseados no volume, a escala leva em conta o número de transações, o que reflete a ideia de que a liquidez de um ativo seria melhor representada pelos efeitos dos preços nas transações, do que pelo impacto nos volumes.

2.6.4 Zero de Lesmond et al. (1999)

Lesmond et al. (1999) sugerem que a liquidez das ações pode ser medida pela proporção de dias com retorno zero, o que exige apenas a séries de retornos para a mensuração da liquidez. Tal medida é calculada pela formulação (4):

$$ZeroR = \frac{\text{Número de dias com retorno zero em um mês}}{\text{Número de dias com negociação em um mês}} \quad (4)$$

Segundo Kang e Zhang (2014), a intuição econômica por trás desta medida é que os investidores informados irão negociar apenas quando o ganho proporcionado pelas suas informações privadas for suficiente para compensar o custo de transação, sendo que uma maior presença de dias com retorno zero é observada para ações de baixa liquidez.

2.6.5 Iliquidez de Amihud (2002)

Amihud (2002) define a iliquidez como sendo a razão entre o retorno absoluto diário e o volume negociado. Esta razão fornece um valor absoluto da mudança de preço por unidade de volume negociado, ou seja, uma medida que considera o impacto no preço das ações como forma de mensurar a liquidez. Tal medida é apresentada em (5), como descrito por Amihud (2002):

$$ILLIQ_{iy} = 1/D_{iy} \sum_{t=1}^{D_{iy}} |R_{iyd}| / VOLD_{iyd} \quad (5)$$

Em (5), R_{iyd} é o retorno da ação i no dia d de um ano y ; $VOLD_{iyd}$ é o respectivo volume diário; e D_{iy} é o número de dias em que os dados estão disponíveis para a ação i no ano y . Amihud (2002) emprega essa formulação em seu estudo para obter a iliquidez média anual de uma dada ação, contudo a medida também pode ser adaptada para periodicidades mensais ou

semanais, por exemplo, ou mesmo diárias ao se utilizar apenas a expressão apresentada após o somatório em (5). Além disso, são vistas na literatura tentativas de se adaptar esta medida, como em Goyenko, Holden e Trzcinka (2009) e Kang e Zhang (2014).

2.6.6 Índice Amivest

Utilizado por Khan e Baker (1993), e Amihud, Mendelson e Lauterback (1997), o índice Amivest é calculado pela razão entre o volume negociado e o retorno absoluto diário. O índice Amivest é apresentado pela equação (6), como exposto por Kang e Zhang (2014):

$$Amivest = 1 / N_{im} \sum_{t=1}^{N_{im}} VOL_{itm} / |R_{itm}| \quad (6)$$

Em (6), N_{im} é o número de dias com retorno diferente de zero para a ação i no mês m ; e VOL_{itm} e R_{itm} são definidos da mesma forma que para a medida de Amihud (2002). Como observado por Kang e Zhang (2014), as medidas de Amihud e Amivest são essencialmente recíprocas uma da outra. No entanto, para o cálculo do índice Amivest os dias com retorno zero são excluídos.

2.6.7 Gamma de Pastor e Stambaugh (2003)

Pastor e Stambaugh (2003) propõem uma medida de liquidez relacionada ao impacto do preço da ordem de negociação do dia anterior. A medida denominada *Gamma* é obtida a partir de (7):

$$r_{t+1}^e = \theta + \phi r_t + \gamma \cdot \text{sing}(r_t^e) Vol_t + \varepsilon_{t+1} \quad (7)$$

Em (7), r_t^e é o excesso de retorno acionário acima do retorno de mercado para o dia t ; r_t é o retorno da ação para o dia t ; $\text{sing}(r_t^e)$ é 1 se r_t^e for positivo e -1 caso contrário; Vol_t é o volume negociado no dia t . Como exemplo, a equação (7) pode ser estimada utilizando dados diários para um período de um mês, sendo o valor de γ uma medida de liquidez mensal para este dado mês. O valor negativo de *Gamma* indica uma baixa liquidez.

2.6.8 Turnover padronizado de Liu (2006)

Liu (2006) desenvolve uma medida de liquidez denominada *Turnover* padronizado, a qual é uma padronização do *turnover* médio dos últimos x meses de negociação de uma ação ajustado pelo número de dias sem negócios no período. A equação (8) apresenta a formulação matemática da medida:

$$LMx = \left[NZeros + \frac{1/(\textit{turnover})}{\textit{Deflator}} \right] \times \frac{21x}{NoTD} \quad (8)$$

Em (8), *NZeros* é o número de dias sem negociação nos últimos x meses; *turnover* é o *turnover* médio dos últimos x meses; *NoTD* é o número de dias em que houve negociação no mercado no período; e *Deflator* é um valor estipulado para que o *turnover* seja padronizado entre zero e um. Liu (2006) padroniza o número de dias de negociação em um mês como sendo 21 dias. Desse modo, $21x$ é o número de dias em que houve negociação ao longo de um mês multiplicado pelos x períodos. Nessa medida, especial ênfase é dada à velocidade de negociação, ou seja, a continuidade de um negócio e o potencial atraso ou dificuldade em executar uma ordem. Desta forma, o grau de liquidez de uma ação dependerá diretamente do número de vezes que ela for negociada.

3 ESTUDOS SOBRE LIQUIDEZ ACIONÁRIA

Esta seção tem o objetivo de expor estudos feitos sobre liquidez acionária, destacando as respectivas *proxies* de liquidez utilizadas pelos autores. A literatura sobre liquidez é diversa, com pesquisadores estudando diferentes aspectos das negociações de ativos que se relacionam com o mercado financeiro. Contudo, podemos salientar dois eixos temáticos que tem recebido bastante atenção nas pesquisas sobre o tema, os quais são: 1) os estudos que avaliam a relação entre liquidez e retorno, observando a existência de prêmios por liquidez, seu papel na precificação dos ativos e a influência do risco de liquidez nos retornos; e 2) aqueles que buscam averiguar a presença de comunalidades na liquidez. Seguindo esta linha, a fim de exemplificar a utilização das medidas de liquidez, esta seção apresentará alguns estudos sobre esses eixos temáticos, expondo seus principais resultados e *proxies* de liquidez utilizadas.

Amihud e Mendelson (1986), em um estudo pioneiro sobre o tema, afirmam que a importância da liquidez está relacionada diretamente ao custo do capital, que pode ser diminuído por meio de políticas financeiras que aumentem a liquidez. O estudo destes autores foi um dos primeiros a analisar o papel da liquidez na precificação dos ativos no mercado americano, sugerindo uma relação positiva entre retorno e iliquidez. Os mesmos utilizaram como *proxy* de liquidez o *bid-ask spread* e concluíram que o excesso de retorno esperado pelo mercado é função crescente e côncava do *spread* das ações.

Datar et al.(1998) também averiguaram a relação entre retorno e liquidez para o mercado acionário americano. Os autores estudaram o período de 1962 a 1991, a partir da medida *turnover* (razão entre a quantidade de ações negociadas e a quantidade de ações em circulação) como uma alternativa a utilização do *bid-ask spread*, como sugerido por Amihud e Mendelson (1986). Como resultado, constataram que a liquidez medida pelo *turnover* possuía um importante papel na explicação das variações nos retornos acionários.

A relação entre iliquidez e retorno acionário das empresas também foi objeto de estudo de Amihud no ano de 2002. O autor analisou esta relação no mercado americano para o período de 1964 a 1997 e utilizou uma medida denominada Iliquidez, dada pela razão entre o retorno absoluto diário e o volume em dólares, investigando a relação tanto para *cross-section* como para série temporal. Como resultado, o autor demonstrou que a iliquidez tem um efeito positivo e altamente significativo sobre os retornos esperados.

Pastor e Stambaugh (2003) analisaram a liquidez para o mercado americano em um período de 34 anos e utilizaram o *gamma*, apresentado na subseção 2.6.7 desse estudo, como

medida de liquidez. Como resultado os autores observaram que ativos que possuíam um maior risco de liquidez também registravam retornos superiores aos demais ativos, sendo esse retorno adicional definido como prêmio de liquidez. Ademais, constaram que as maiores depressões na liquidez ocorreram em meses perfeitamente identificáveis com importantes eventos econômicos e financeiros, como o embargo do petróleo em 1973 e as crises financeiras no final da década de 1990.

Usando uma medida de liquidez, que segundo o autor capta sua natureza multidimensional, Liu (2006) desenvolve um modelo que incorpora a liquidez ao tradicional modelo de precificação de ativos de capital, CAPM. O autor utiliza como *proxy* para liquidez o *turnover* padronizado e ajustado para o número de dias sem volume de negociação. Ele observou que seu modelo capta um prêmio de liquidez que o CAPM e o modelo de três fatores de Fama e French (1993) falham em evidenciar. Adicionalmente, constata que os maiores declínios na liquidez no mercado acionário americano ocorreram durante grandes choques econômicos ou financeiros.

Keene e Peterson (2007) verificaram a influência da liquidez na precificação dos ativos no mercado acionário americano. Os autores utilizaram seis medidas de liquidez: volume negociado e seu desvio padrão, índice *turnover* e seu desvio padrão e os coeficientes de variação do volume negociado e coeficiente de variação do índice *turnover*. Os resultados indicaram que a liquidez é precificada e explica parte das variações nos retornos das ações.

Chang, Faff e Hwang (2010), analisaram a relação entre liquidez e retorno acionário para as ações negociadas na *Tokyo Stock Exchange (TSE)*. Os autores utilizaram como *proxies* de liquidez a medida Ilíquidez de Amihud (2002), *turnover*, volume e *turnover* padronizado de Liu (2006). Como resultado, encontraram um relacionamento negativo e estatisticamente significativo entre liquidez e retorno.

Liang e Wei (2012) utilizaram dados de 21 mercados acionários desenvolvidos e encontraram que o risco de liquidez é um fator de precificação para os ativos individuais. Os autores também construíram portfólios para cada um dos países analisados e encontraram que as carteiras mais sensíveis ao risco de liquidez possuíam um retorno superior às demais. Quanto às *proxies* de liquidez, foram utilizadas as medidas Ilíquidez de Amihud (2002) e *Gamma* de Pastor e Stambaugh (2003).

Chiang e Zheng (2015) analisaram a relação entre retorno acionário e risco de ilíquidez nos mercados acionários dos países G7. Os autores empregaram regressões em painel para dados mensais ao longo de 20 anos de negociações e utilizaram a medida Ilíquidez

de Amihud (2002) para mensurar a liquidez. Como resultado, constataram que o retorno das ações é negativamente correlacionado com o risco de iliquidez.

Já quanto à comunalidade na liquidez, esta não será objeto de estudo neste trabalho, porém o assunto tem sido bastante investigado e os trabalhos citados a seguir serão úteis para exemplificar a utilização das *proxies* de liquidez. Segundo Hair et al. (2010), comunalidade pode ser vista como a variância compartilhada, ou comum, entre duas ou mais variáveis. De modo similar, a comunalidade na liquidez refere-se aos co-movimentos na liquidez das ações individuais com a liquidez do mercado (WEE, 2012).

As investigações teórico-empíricas sobre estes elementos sistemáticos relacionam a origem da comunalidade com as variações na demanda e oferta por liquidez. No que diz respeito às variações na demanda, Chordia, Roll e Subrahmanyam (2000), em um estudo pioneiro, sugerem a existência de movimentos correlacionados durante as negociações de ativos que levariam a comunalidade na liquidez. Os autores analisaram a existência de co-movimentos na liquidez de ações individuais negociadas na *New York Stock Exchange* (NYSE), através de dados diários para o ano de 1992. Empregaram o *quoted-spreads*, *quoted-depth* e *spreads* efetivos como medidas de liquidez, além da volatilidade, volume e preço das ações como variáveis de controle. As principais constatações dos autores foram que a liquidez individual das ações se co-movimenta com a liquidez geral do mercado e do setor no qual uma determinada empresa atua.

Ainda no que diz respeito ao lado da demanda, Kamara, Lou, e Sadka (2008) afirmam que aumentos na participação de investidores institucionais na negociação de ativos é uma fonte de comunalidade na liquidez. Koch, Ruenzi, e Starks (2010) seguem esta mesma abordagem, argumentando que a comunalidade surge quando investidores realizam negociações correlacionadas, ou seja, quando investidores tendem a concentrar suas negociações em um grupo específico de ativos. Os autores salientam a negociação correlacionada de fundos mútuos como fonte de comunalidade na liquidez, porém um comportamento semelhante de negociações correlacionadas pode ser observado em mercados emergentes, como o brasileiro, onde maior parte das negociações se concentra nas ações formadoras do índice Bovespa.

Karolyi, Lee e Dijk (2012) destacam ainda que a comunalidade na liquidez pode ser originada pelo sentimento do investidor. Segundo Huberman e Halka (2001), um componente sistemático na liquidez pode surgir da presença e efeito de *noise traders*. Neste sentido, como destacado por Huberman e Halka (2001), *noise traders* são investidores sem informação que atuam como se estivessem informados e que agem de acordo com os sentimentos ou ilusões

sobre os preços futuros das ações, assim fornecendo liquidez aos ativos e podendo provocar elementos sistemáticos na liquidez.

No que diz respeito ao lado da oferta por liquidez, as fontes de comunalidade relacionam-se as restrições de financiamento por parte dos intermediários financeiros (KAROLYI, LEE e DIJK, 2012), além da falta de liquidez que ocorre após períodos de instabilidade financeira (HAMEED, KANG e VISWANATHAN, 2010). De acordo com Coughenour e Saad (2004), em um dos primeiros estudos relacionados ao tema, os comovimentos na liquidez de ações negociadas na *New York Stock Exchange* (NYSE) estariam relacionados aos padrões comuns de negociação que ocorrem devido ao compartilhamento de informações e capital entre especialistas, de modo que a liquidez de ações individuais co-varia com a liquidez das carteiras gerenciadas por especialistas.

Quanto às recentes investigações sobre o estudo do tema, Wee (2012) analisa a comunalidade na liquidez para 39 mercados acionários ao redor do mundo, abrangendo um período de 12 anos de negociações, de 1996 a 2007. O autor embasa suas constatações empregando o modelo proposto por Chordia, Roll e Subrahmanyam (2000), juntamente com diferentes adaptações do mesmo, e utiliza o *Spread* relativo como medida de liquidez. Como resultado, o autor sugere que a comunalidade na liquidez varia de acordo com o desenvolvimento e integração dos mercados, de modo que a comunalidade seria maior em mercados emergentes do que em desenvolvidos. Além disso, o estudo destaca que os elementos sistemáticos na liquidez são mais intensos na presença dos seguintes eventos: em momentos de instabilidade econômica e financeira; quando ações individuais e o mercado estão apresentando retornos anormais; quando a proteção ao investidor é inadequada; e na ausência de informações sobre o mercado.

Karolyi, Lee e Dijk (2012) examinam como a comunalidade na liquidez varia entre países e ao longo do tempo de acordo com os determinantes da demanda e oferta de liquidez. Os autores utilizaram dados de 27.447 ações de 40 países, sendo 21 considerados mercados desenvolvidos e 19 emergentes, e utilizaram o volume como *proxy* de liquidez. Como resultado, os autores constataram que a comunalidade na liquidez é maior em períodos de grande volatilidade, na presença de investidores internacionais, e quando a atividade de negociação se torna mais correlacionada.

Reiterando a existência de comunalidade na liquidez, e destacando a sua influência não somente para o mercado à vista de ações, Marshall, Nguyen e Visaltanachoti (2013) examinam a comunalidade para o mercado futuro de *commodities*. Os autores focaram seu estudo em 16 tipos de ativos escolhidos de acordo com o *S&P Goldman Sachs Commodity*

Index (S&P GSCI), e empregaram as metodologias utilizadas por Chordia, Roll e Subrahmanyam (2000) e Korajczyk e Sadka (2008). Além disso, utilizaram como medidas de liquidez o *quoted-spread*, *spread* relativo e a medida Iliquidez de Amihud (2002). Como resultado, os autores constataram uma forte evidencia de comunalidade para todos os ativos estudados, ocorrendo devido aos fatores que afetam a oferta de liquidez, ou seja, quando provedores de liquidez se retiram das negociações ao mesmo tempo, o que ocorre especialmente durante declínios de mercado.

Bai e Qin (2015) analisaram a comunalidade na liquidez em 18 mercados emergentes, utilizando como *proxies* de liquidez a medida Iliquidez de Amihud (2002), e variações da mesma, a proporção dos dias em que ações tiveram retorno zero de Lesmond et al. (1999), e *turnover*. Os autores concluíram que a liquidez individual das ações é mais afetada pela volatilidade sistemática do que individual, com a comunalidade na liquidez sendo positivamente relacionada com co-movimentos na volatilidade e negativamente relacionada ao nível de desenvolvimento dos mercados financeiros.

Quanto às investigações sobre liquidez acionária no Brasil, Bruni e Famá (1998) utilizaram dados da Bovespa do período de 1988 a 1997 e um modelo de dois fatores, incorporando a liquidez, medida pela negociabilidade da ação, ao CAPM. Os autores formaram 25 portfólios de acordo com o risco sistemático e liquidez de cada ativo individual, empregando as carteiras em regressões *cross-section*. Os resultados demonstraram uma associação negativa e significativa entre liquidez e retorno acionário, sugerindo a existência de um prêmio por liquidez no mercado brasileiro. Adicionalmente, constataram que a liquidez apresentou níveis de significância maiores do que o próprio risco sistemático, o que demonstraria a importância da análise da liquidez sobre o risco sistemático no mercado acionário brasileiro.

Minardi, Sanvicente e Monteiro (2005) também investigaram o mercado brasileiro no período compreendido entre 1998 a 2003. Os autores analisaram a relação do *bid-ask spread* relativo (ou simplesmente *spread*, sendo o *bid-ask spread* em reais dividido pela média entre a última melhor cotação de compra e a última melhor cotação de venda), com o retorno das ações e com a assimetria de informações. Foram realizadas regressões aparentemente não relacionadas (SUR – *seemingly unrelated regressions*), com os dados em painel. Quanto aos ativos individuais, os resultados mostraram uma relação negativa e significativa entre o retorno das ações e iliquidez, sugerindo um prêmio de liquidez negativo. Já em relação às carteiras de ativos, na tentativa de validar o resultado anterior, a relação apresentou-se negativa, porém não significativa. A existência de prêmio por liquidez negativo no Brasil, apesar de não

validado, se mostrou um resultado contrário ao encontrado no mercado americano e ao que seria esperado. Os autores ainda observaram que o custo de transações é menor à medida que melhora a transparência das informações.

Dando continuidade aos estudos no Brasil, Vieira e Milach (2008) estudaram o comportamento da liquidez/iliquidez no mercado brasileiro, no período de janeiro de 1995 a junho de 2005, utilizando regressões múltiplas, através da metodologia de Fama e Macbeth (1973). Os autores utilizaram seis medidas de liquidez (volume, quantidade de títulos, quantidade de negócios, *turnover*, *spread* e iliquidez) e três variáveis de controle (valor de mercado, volatilidade e *dividend yield* - rentabilidade dos dividendos). A maioria dos coeficientes das *proxies* empregadas não foram significativos e apenas as variáveis relacionadas à iliquidez, como Iliquidez de Amihud (2002) e *spread*, foram significativas. Assim sendo, os testes efetuados sugeriram a existência de uma relação entre retorno e iliquidez no mercado brasileiro para o período estudado, evidenciando um prêmio por liquidez.

O papel da liquidez na formação dos preços de ativos financeiros brasileiros também foi verificado por Correia, Amaral e Bressan (2008), no período de 1995 a 2004, utilizando o retorno das ações negociadas na Bovespa. As medidas de liquidez utilizadas foram o volume e a quantidade de negócios e o *turnover* e empregou-se a técnica de regressão múltipla de dados em painel através dos modelos de equações aparentemente não-relacionadas (SUR). Os resultados indicaram uma relação linear e positiva entre retorno e as variáveis relacionadas à atividade de negociação, as quais são o volume, quantidade de negócios e o *turnover*, não sendo observado um prêmio de liquidez no mercado acionário brasileiro.

Machado e Medeiros (2011) averiguaram se a liquidez é precificada e se explica parcialmente as variações dos retornos das ações no mercado brasileiro no período de junho de 1995 a junho de 2008. Os autores utilizaram como medidas de liquidez o *turnover*, volume, quantidade de negócios, negociabilidade, *turnover* padronizado e optaram pelo emprego de portfólios. Fazendo uso do CAPM, juntamente com o modelo de três (CAPM mais tamanho da empresa medido pelo valor de mercado e índice *book-to-market*, definido pela relação entre valor contábil e de mercado de determinada empresa), quatro (modelo de três fatores mais o fator momento) e cinco fatores (modelo de quatro fatores mais o fator liquidez), constataram que tanto a hipótese de que existe prêmio por liquidez, quanto à de que a liquidez é precificada e explica parte das variações dos retornos no mercado brasileiro, não foram rejeitadas.

Righi e Vieira (2012) investigaram a relação entre retorno e liquidez no mercado acionário brasileiro para o período de janeiro de 2002 a abril de 2010, considerando diferentes escalas de tempo através da decomposição em ondaletas (*wavelets*). Os autores utilizaram como *proxy* de liquidez a medida diária de Amihud (2002), calculada pelo índice Bovespa e fizeram uso de regressão múltipla. Os resultados obtidos indicaram um relacionamento positivo e significativo entre retorno e iliquidez, indicando assim, que existiria um prêmio de liquidez para investidores que mantiverem ativos ilíquidos em suas carteiras.

Correia e Amaral (2012) analisaram o efeito da liquidez sobre a rentabilidade das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo entre 1995 e 2010, fazendo uso de regressões de dados em painel para a análise das ações divididas em diferentes carteiras. As medidas de liquidez utilizadas foram o *bid-ask spread*, *quoted spread*, *spread* efetivo, volume de negociação e *turnover*, além de um índice de liquidez. Como resultados os autores constaram um prêmio por liquidez apenas no período em que a crise financeira de 2008 mostrou-se mais intensa. Além disso, constataram que as medidas de volume financeiro e *turnover* apresentaram uma associação positiva com a taxa de retorno ajustada ao risco, indicando que a liquidez pode funcionar como um fator de risco.

Em estudo posterior, Machado e Medeiros (2012), analisaram se existe o efeito liquidez no mercado acionário brasileiro e avaliaram a capacidade do CAPM e do modelo de três fatores de Fama e French (1993) em explicá-lo, por meio de dados de ações negociadas na Bovespa no período compreendido entre 1995 a 2008. Novamente, os autores utilizaram como medidas de liquidez: *turnover*, volume, quantidade de negócios, negociabilidade e *turnover* padronizado, e optaram pelo emprego de portfólios. Os resultados permitiram aos autores concluir que existe um prêmio de liquidez no mercado brasileiro, independente da *proxy* utilizada, não havendo grandes alterações ao serem utilizados períodos distintos na análise. Adicionalmente, os autores também constataram uma associação positiva e significativa entre o retorno e medidas consideradas de liquidez, o que é contrário ao esperado.

Victor, Perlin e Mastella (2013) estudaram a presença de comunalidades na liquidez de 30 ações negociadas na bolsa de valores brasileira no período de 2010 a 2012. Os autores calcularam a média dos valores referentes a atividade negociação, construindo variáveis que representam o valor médio da negociação de ativos para um período de 15 minutos e obtendo, assim, um conjunto de dados *intraday*. Como metodologia, os autores utilizaram o volume negociado e o número de negócios como *proxy* de liquidez e estimaram regressões individuais para cada um dos ativos, tendo como base o modelo proposto por Chordia, Roll e

Subrahmanyam (2000). Como resultado, os autores constatam fortes evidências de que as mudanças de liquidez dos ativos individuais são relacionadas às mudanças de liquidez do mercado como um todo.

Machado e Machado (2014), analisaram se o modelo de dois fatores desenvolvido por Liu (2006) explica as variações dos retornos das ações no mercado acionário brasileiro. O artigo teve como objetivo secundário comparar o desempenho do modelo de dois fatores de Liu com o do CAPM e com o de três fatores de Fama e French (1993), bem como investigar se o modelo é robusto às estratégias baseadas nos efeitos tamanho da empresa, *book-to-market*, estratégia momento, lucro/preço, fluxo de caixa/preço, liquidez e alavancagem, denominadas de anomalias de valor. Para o desenvolvimento do estudo, os autores optaram pelo emprego de portfólios e, para analisar o desempenho do modelo na explicação das variações dos retornos das ações, foram utilizadas regressões múltiplas em série de tempo. A população analisada consistiu de todas as empresas com ações listadas na BM&FBOVESPA, no período de 1995 a 2008. Como resultados principais, foi percebido uma melhora no poder explicativo do modelo de dois fatores em relação ao CAPM e um desempenho muito próximo ao modelo de três fatores.

Vieira, Justen e Righi (2015), analisaram a influência da liquidez no retorno das ações no mercado acionário brasileiro, empregando a medida proposta por Amihud (2002), além das medidas tradicionais, como o volume financeiro, a quantidade de negócios, o *spread* e o *turnover*. Os autores utilizaram dados de dezembro de 1994 a abril de 2010 de ações negociadas na BM&FBOVESPA. Os resultados obtidos possibilitaram concluir que a iliquidez de mercado esperada, assim como a variável *spread*, apresenta um impacto positivo e estatisticamente significativo no retorno das ações. Já a iliquidez inesperada de mercado, bem como a variável quantidade de negócios, tem um impacto negativo e estatisticamente significativo no retorno.

No Quadro 1, é apresentado um resumo dos estudos, com foco nas *proxies* de liquidez.

Quadro 1 - Resumo dos trabalhos pesquisados e suas respectivas medidas de liquidez

(continua)

Autores	<i>Proxies</i>	O que estudou?
Amihud e Mendelson (1986)	<i>Bid-ask spread</i>	O papel da liquidez na precificação dos ativos no mercado americano
Datar et al.(1998)	<i>Turnover</i>	A relação entre retorno e liquidez para o mercado acionário

		americano
Amihud (2002)	Iliquidez de Amihud (2002)	A relação entre iliquidez e retorno acionário das empresas no mercado americano
Pastor e Stambaugh (2003)	<i>Gamma</i> de Pastor e Stambaugh (2003)	Analísaram o risco de liquidez para o mercado americano
Liu (2006)	<i>Turnover</i> padronizado	Desenvolveu um modelo que incorpora a liquidez ao CAPM
Keene e Peterson (2007)	Volume e índice <i>turnover</i>	A influência da liquidez na precificação dos ativos no mercado acionário americano
Chang, Faff e Hwang (2010)	Iliquidez de Amihud (2002), <i>turnover</i> , volume e <i>turnover</i> padronizado de Liu (2006)	A relação entre liquidez e retorno acionária para as ações negociadas na <i>Tokyo Stock Exchange (TSE)</i>
Liang e Wei (2012)	Iliquidez de Amihud (2002) e <i>Gamma</i> de Pastor e Stambaugh (2003)	O risco de liquidez na precificação dos ativos
Chiang e Zheng (2015)	Iliquidez de Amihud (2002)	Relação entre retorno acionário e risco de iliquidez nos mercados acionários dos países G7
Chordia, Roll e Subrahmanyam (2000)	<i>Quoted-spreads</i> , <i>quoted-depth</i> e <i>spreads</i> efetivos e volume	Analísaram a existência de movimentos correlacionados durante as negociações de ativos que levariam a comunalidade na liquidez.
Wee (2012)	<i>Spread</i> relativo	Analisa a comunalidade na liquidez para 39 mercados acionários ao redor do mundo
Karolyi, Lee e Dijk (2012)	Volume	Examinam como a comunalidade na liquidez varia entre países e ao longo do tempo de acordo com os determinantes da demanda e oferta de liquidez
Marshall, Nguyen e Visaltanachoti (2013)	<i>Quoted-spread</i> , <i>spread</i> relativo e a medida Iliquidez de Amihud (2002)	Examinam a comunalidade na liquidez para o mercado futuro de <i>commodities</i>
Bai e Qin (2015)	Iliquidez de Amihud (2002), a proporção dos dias em que ações tiveram retorno zero de Lesmond et al. (1999), e <i>turnover</i>	A comunalidade na liquidez em 18 mercados emergentes
Bruni e Fama (1998)	Índice de negociabilidade (Bovespa)	Analísaram um modelo de dois fatores, incorporando a liquidez ao CAPM
Minardi, Sanvicente e Monteiro (2005)	<i>Spread</i>	Analísaram a relação do <i>bid-ask spread</i> relativo, com o retorno das ações e com a assimetria de informações
Vieira e Milach (2008)	Volume, quantidade de títulos, quantidade de negócios,	Estudaram o comportamento da liquidez/iliquidez no mercado

	<i>turnover, spread</i> e Iliquidez de Amihud (2002)	brasileiro através da metodologia de Fama e Macbeth (1973)
Correia, Amaral e Bressan (2008)	<i>Turnover</i> , quantidade de negócios e volume	O papel da liquidez na formação dos preços de ativos financeiros brasileiros
Machado e Medeiros (2011)	<i>Turnover</i> , volume, quantidade de negócios, negociabilidade, <i>turnover</i> padronizado	Averiguaram se a liquidez é precificada e se explica parcialmente as variações dos retornos das ações no mercado brasileiro
Righi e Vieira (2012)	Iliquidez de Amihud (2002)	Investigaram a relação entre retorno e liquidez no mercado acionário através da decomposição em ondaletas (<i>wavelets</i>)
Correia e Amaral (2012)	<i>Bid-ask spread, quoted spread, spread</i> efetivo, volume de negociação, <i>turnover</i> , índice de liquidez	Analisaram o efeito da liquidez sobre a rentabilidade das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo
Machado e Medeiros (2012)	<i>Turnover</i> , volume, quantidade de negócios, negociabilidade e <i>turnover</i> padronizado	Analisaram se existe o efeito liquidez no mercado acionário brasileiro e avaliaram a capacidade do CAPM e do modelo de três fatores de Fama e French (1993) em explicá-lo
Victor, Perlin e Mastella (2013)	Volume negociado e o número de negócios	A presença de comunalidades na liquidez de 30 ações negociadas na bolsa de valores brasileira
Machado e Medeiros (2014)	<i>Turnover</i> padronizado de Liu (2006)	Analisaram se o modelo de dois fatores desenvolvido por Liu (2006) explica as variações dos retornos das ações no mercado acionário Brasileiro
Vieira, Justen e Righi (2015)	Iliquidez de Amihud (2002), volume financeiro, quantidade de negócios, <i>spread</i> e o <i>turnover</i> .	A influência da liquidez no retorno das ações no mercado acionário brasileiro

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao se observar o Quadro 1, independentemente do objetivo almejado pelos autores, percebe-se que a decisão sobre qual *proxy* de liquidez utilizar ainda se mostra um desafio nas pesquisas sobre liquidez. É neste ponto que este estudo busca propor uma alternativa de mensuração, através de uma construção fatorial generalizável e capaz de representar a liquidez acionária.

4 MÉTODO

Visando proporcionar uma melhor compreensão dos aspectos metodológicos do presente estudo, esta seção está subdividida nos seguintes itens: 1) Construção teórica das medidas de liquidez; 2) Análise fatorial de séries temporais para a obtenção de pesos padronizados; e 3) Aplicação da medida de negociabilidade para o mercado brasileiro. A terceira subseção está separada em: 1) Amostra utilizada; 2) Definição das variáveis; 3) Tratamento dos dados faltantes; e 4) Modelos de precificação com liquidez.

4.1 CONSTRUÇÃO TEÓRICA DAS MEDIDAS DE LIQUIDEZ

A mensuração das diferentes características dos investimentos, como o risco ou a liquidez, sempre foi um desafio para gestores e pesquisadores da área financeira. Por se tratarem de variáveis que não são diretamente observáveis, a quantificação destas se torna complexa e muitas vezes imprecisa. Este problema para as medidas de risco começou a ser solucionado pelo estudo de Artzner et al. (1999), o qual propôs o atendimento de axiomas que tornassem estas medidas coerentes.

A proposição de axiomas fornece atributos que uma medida deve possuir para que seja coerente em termos teóricos. Tais aspectos, apesar de amplamente discutidos na mensuração do risco, ainda são pouco abordados quando o assunto é a medição da liquidez. Lacker (2015) estudou a liquidez pela abordagem das medidas de risco coerentes, contudo este estudo não teve como foco uma teoria axiomática para liquidez. Posteriormente, Righi (2016), em uma tentativa de suprir esta lacuna, propôs axiomas que uma medida de liquidez deveria possuir.

Partindo deste ponto, este estudo seguiu a teoria axiomática de Righi (2016). Segundo o autor, sendo $\mathcal{L}(X): L^p \rightarrow \mathbb{R}_+$ uma medida de liquidez. Então, a equação de precificação de X , $\pi(X) : L^p \rightarrow \mathbb{R}$, é dada por:

$$\pi(X) = E[X] + \beta XL(X), \forall X \in L^p, \beta X \in \mathbb{R} \quad (9)$$

A equação de preços afirma que qualquer ativo começa no seu valor esperado, o qual pode ser determinado por uma variedade de variáveis fundamentais mais um termo de choque. Este choque é regido pela liquidez dos ativos e a sensibilidade a esta liquidez.

Dado $\pi(X) = E[X] + \beta XL(X), \forall X \in L^p, \beta X \in \mathbb{R}$. Uma funcional $\mathcal{L}(X): L^p \rightarrow \mathbb{R}_+$ é considerada uma medida de liquidez adequada se cumprir os seguintes axiomas:

$$(CN): \mathcal{L}(C) = 0, \forall C \in \mathbb{R} \quad (10)$$

$$(PI): \mathcal{L}(\lambda X) = \mathcal{L}(X), \forall X \in L^p, \lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (11)$$

$$(SA): \mathcal{L}(X + Y) \leq \mathcal{L}(X) + \mathcal{L}(Y), \forall X, Y \in L^p \quad (12)$$

Adicionalmente, \mathcal{L} pode cumprir o seguinte axioma:

$$(LRD): \mathcal{L}(X) \leq E[X] - \inf X, \forall X \in L^p \quad (13)$$

(CN), (PI), (SA), e (LRD) são, respectivamente, nulidade para constantes, insensibilidade positiva, sub-aditividade e dominância de amplitude inferior.

O primeiro axioma, (CN), garante que cada constante possuiu liquidez nula, isto é, uma posição que permanece fixa não pode ser afetada por mudanças na negociabilidade. O segundo axioma, (PI), afirma que a liquidez de uma posição não é alterada se um agente adquire uma fração ou múltiplos da posição, ou seja, a proporção de um efeito atribuído às mudanças de negociabilidade não é alterada por mudanças no tamanho da posição. (SA), o terceiro axioma, garante que o efeito de uma mudança de negociabilidade em uma posição combinada não pode ser maior do que para as posições individuais, isto é, torna-se mais fácil negociar um portfólio do que negociar separadamente cada ativo que o compõe. O quarto axioma, (LRD), garante que o choque no valor esperado de um ativo nunca é maior do que a variação máxima possível.

O quadro exposto acima reflete a ideia de que a liquidez é o efeito que a mudança na negociabilidade dos ativos tem em seu preço. Seguindo esta lógica, o autor considera que uma funcional $v: L^p \rightarrow \mathbb{R}_+$ é uma variável de negociabilidade (VN) se preencher os seguintes axiomas:

$$(PH): v(\lambda X) = \lambda v(X), \forall X \in L^p, \lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (14)$$

$$(AD): v(X + Y) = v(X) + v(Y), \forall X, Y \in L^p \quad (15)$$

(PH) e (AD) representam homogeneidade positiva e aditividade.

Uma VN é basicamente uma funcional linear definida positiva, fechada para as operações de soma e multiplicação por um escalar. O axioma, (PH), indica que a liquidez aumenta proporcionalmente com o aumento da posição e (AD) garante que o efeito de uma mudança de negociabilidade em uma posição combinada é igual para as posições individuais. Exemplos típicos de VN são $v(X)$: *Volume de X*, $v(X)$: *Número de Negócios de X*, entre outras. É válido notar que $f \circ v$ também é uma função linear positiva se f é uma funcional linear. De modo que, $E[v]:: L^p \rightarrow \mathbb{R}_+$ também é uma VN para qualquer VN v . Desse modo, a média de uma VN, como o volume médio de um ativo durante um determinado período, mantém as mesmas propriedades teóricas, sendo uma VN.

Dado a existência de diferentes variáveis que visam medir a negociabilidade dos ativos, e tendo por base esta teoria axiomática, este estudo busca propor que a negociabilidade dos ativos possa ser mensurada através de um compendio do que Righi (2016) denomina variáveis de negociabilidade. Assim, este trabalho denomina como medida de negociabilidade o resultado da formulação (16).

$$\text{Negociabilidade}_t = \rho_1 L_{1,t} + \rho_2 L_{2,t} + \dots + \rho_k L_{k,t}, \quad \text{onde } \rho_k = \frac{|B_i|}{\sum_i |B_i|}, B_i \in B \quad (16)$$

Em (16), ρ_k é o peso padronizado para a variável de negociabilidade k e L_k é a variável de negociabilidade k no período t . A padronização dos pesos permite que a medida de negociabilidade mantenha a mesma escala das variáveis empregadas em sua construção. Além disso, a combinação das VN não provoca alterações nos axiomas anteriormente apresentados, mantendo a sua consistência teórica.

4.2 ANÁLISE FATORIAL DE SÉRIES TEMPORAIS PARA A OBTENÇÃO DE PESOS PADRONIZADOS

Essa subseção apresenta os procedimentos metodológicos empregados para a obtenção de pesos padronizados, o que será feito através do procedimento de Análise Fatorial de Séries Temporais (TSFA), como introduzido por Gilbert e Meijer (2005). A TSFA fornece um método para estimar variáveis econômicas latentes não observadas, os fatores. Desse modo, é uma extensão da análise fatorial tradicional ao trabalhar com séries de tempo ao invés de dados de corte.

Como já mencionado, o nome Análise Fatorial de Séries Temporais é usado para distinguir esta técnica da análise fatorial dinâmica (DFA), a qual possui a desvantagem de que um modelo independente deve ser especificado para os fatores. Conseqüentemente, os parâmetros estimados e fatores resultantes dependem da modelagem dinâmica utilizada. Tal procedimento se tornando frequentemente indesejável, uma vez que as diferenças entre os modelos econômicos podem ser exageradas ou obscuras devido a diferentes resultados obtidos pelos fatores. Já a TSFA trata a construção do fator simplesmente como um problema de mensuração. Desse modo, o modelo dinâmico dos fatores não é assumido, o que permite a possibilidade de que diversos modelos econômicos possam utilizar a mesma construção fatorial (GILBERT E MEIJER, 2005; 2006).

A análise fatorial tradicional não trabalha diretamente com séries temporais, já que esta assume que suas observações são independentes e identicamente distribuídas. Neste sentido, séries econômico-financeiras, as quais, em geral, são serialmente dependentes, não satisfazem as premissas básicas do modelo. Um modelo genérico de análise fatorial para séries temporais, conforme especificado por Gilbert e Meijer (2005; 2006), é apresentado em (17).

$$y_t = \alpha + B\xi_{it} + \varepsilon_t \quad (17)$$

Em um (17), os k processos de interesse não observados (os fatores) para uma amostra de T períodos são indicados por ξ_{it} , $t = 1, \dots, T$, $i = 1, \dots, k$. Os M processos observados (os indicadores) são denotados por y_{it} , $t = 1, \dots, T$, $i = 1, \dots, M$. Os fatores e indicadores para o período t são representados pelos vetores ξ_t e y_t , respectivamente. Desse modo, assume-se que exista um modelo de mensuração relacionando os indicadores aos fatores, sendo α o intercepto do modelo, B a matriz paramétrica $M \times k$ das cargas fatoriais, e ε_t o vetor aleatório dos erros de mensuração, o resíduo do modelo.

Séries temporais são geralmente integradas em nível e estacionárias em primeira diferença. Nesse contexto, a fim de evitar problemas de não-estacionariedade, além de padronizar a análise, será trabalhado com as primeiras diferenças dos logaritmos das medidas utilizadas, gerando, assim, séries de retornos das variáveis, o que segundo Tsay (2010) é o procedimento geralmente utilizado para obtenção de séries financeiras estacionárias. Esta transformação se deu conforme a formulação (18).

$$\Delta \ln X_t = \ln X_t - \ln X_{t-1} \quad (18)$$

Em (18), $\Delta \ln X_t$ é a diferença do logaritmo natural da variável em t e $t-1$. Conforme Gilbert e Meijer (2005), o modelo fatorial genérico apresentado em (17) pode ser obtido tanto com variáveis diferenciadas como com as séries originais, mantendo o mesmo parâmetro B . Desse modo, o modelo com as variáveis em primeira diferença é obtido com a mesma matriz de cargas fatoriais. Gilbert e Meijer (2005) apresentam este procedimento como em (19) e (20).

$$y_t - y_{t-1} = (\alpha - \alpha_{t-1}) + B(\xi_t - \xi_{t-1}) + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) \quad (19)$$

ou

$$Dy_t = \tau_t + BD\xi_t + D\varepsilon_t \quad (20)$$

Em (20), Dy_t é a diferença do indicador y em t e $t-1$; $D\xi_t$ a diferença do fator ξ em t e $t-1$; τ_t um termo constante; B um parâmetro idêntico ao da equação (17) que indica as cargas fatoriais; e $D\varepsilon_t$ é o resíduo do modelo. No que segue, são apresentados os pressupostos assumidos pelo modelo para obtenção de estimadores consistentes:

1. $\sum_{t=1}^T D\xi_t/T \xrightarrow{p} k$, a média do fator, existe e é finita;
2. $\sum_{t=1}^T D\varepsilon_t/T = 0$, a esperança do resíduo é igual à zero;
3. $\sum_{t=1}^T (D\xi_t - k)(D\xi_t - k)' / T \xrightarrow{p} \Phi$, a covariância do fator, existe, é finita e definida positiva;
4. $\sum_{t=1}^T D\varepsilon_t D\varepsilon_t' / T \xrightarrow{p} \Omega$, a covariância do resíduo, existe, é finita e definida positiva;
5. $\sum_{t=1}^T (D\xi_t - k)D\varepsilon_t' / T = 0$, a covariância do resíduo com o fator é zero.

Não há suposições explícitas sobre a autocorrelação dos dados diferenciados, o que permite a existência de dependência serial nas variáveis. Já a presença de raiz unitária viola os pressupostos do modelo, porém as séries podem ser diferenciadas até a sua eliminação para que os pressupostos voltem a ser aplicados. As médias e variâncias, por sua vez, são delimitadas apenas para se obter um limite de probabilidade, não havendo a necessidade de serem constantes ao longo do tempo.

A média amostral e covariância das séries diferenciadas Dy_t é denotado por \overline{Dy} e S_{Dy} , respectivamente. Isto é:

$$\overline{Dy} \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Dy_t$$

$$S_{Dy} \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Dy_t - \overline{Dy})(Dy_t - \overline{Dy})'$$

A partir dos pressupostos anteriores, segue-se que

$$\overline{Dy} \xrightarrow{p} \mu \equiv \tau + B_k \quad (21)$$

e

$$S_{Dy} \xrightarrow{p} \Sigma \equiv B\Phi B' + \Omega \quad (22)$$

Dado os estimadores \hat{B} , $\hat{\Phi}$ e $\hat{\Omega}$, os estimadores para τ e/ou k podem ser obtidos de (21). O número de médias amostrais nesta equação é menor do que o número de parâmetros e, portanto, algumas limitações devem ser impostas. Em uma análise fatorial tradicional, os interceptos são parâmetros livres, de modo que as médias dos fatores podem ser arbitrariamente restringidas à zero, com a restrição $k = 0$ e o estimador $\hat{\tau} = \overline{Dy}$. Quando $\tau = 0$ e k é diferente de zero, um estimador consistente para k é o estimador de mínimos quadrados generalizados:

$$\hat{k} = (\hat{B}'\hat{\Omega}^{-1}\hat{B})^{-1} \hat{B}'\hat{\Omega}^{-1}\overline{Dy}$$

No caso específico, é utilizado o estimador de máxima verossimilhança encontrado pela minimização de (23):

$$L \equiv \log \det \Sigma + \text{tr}(\Sigma^{-1}S_{Dy}) \quad (23)$$

Em (23), Σ é uma função dos parâmetros como em (22). Os estimadores consistentes não são totalmente de máxima verossimilhança, mas de quase máxima verossimilhança no sentido de White (1982). Mais informações sobre a construção do modelo e sobre o procedimento de estimação podem ser vistas em Gilbert e Meijer (2005; 2006). Ademais, todas as estimações propostas foram realizadas através do software livre R com o auxílio do pacote *Time Series Factor Analysis* (TSFA), criado e apresentado por Gilbert e Meijer (2006).

A partir disso, o procedimento realizado para obtenção dos pesos padronizados consistiu em somar as cargas fatoriais obtidas pela TSFA e posteriormente dividir cada carga pelo valor total da soma. Desse modo, criando-se uma combinação convexa, de modo que a soma de todos os pesos padronizados seja 1.

A fim de facilitar o entendimento, são apresentados os 5 passos utilizados para a construção da medida de negociabilidade. Estes passos são apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Metodologia de construção da medida de negociabilidade

Passo 1 – Escolher duas ou mais séries de uma variável de negociabilidade.

Sendo “a” uma variável de negociabilidade, temos na matriz “A” um exemplo do conjunto de séries que pode ser obtido.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Passo 2 – Padronizar as séries.

Sugere-se a utilização de log-retornos como método de padronização. Seguindo o exemplo da matriz “A” teríamos:

$$L_k = \ln a_m - \ln a_{m-1}$$

Passo 3 – Encontrar os pesos de cada variável para a construção da medida.

Para a obtenção dos pesos, sugere-se o emprego da TSFA, como descrito nesta subseção.

Passo 4 – Padronizar os pesos obtidos entre 0 e 1.

Para a padronização dos pesos deve-se somar os valores obtidos e posteriormente dividir cada peso pelo valor total da soma. Assim, temos o peso da variável n dividido pelo somatório do peso total:

$$P_k = \frac{P_n}{\sum P_t}$$

Passo 5 – Multiplicar cada peso padronizado com sua respectiva variável de negociabilidade padronizada do Passo 2 e somar os valores obtidos em cada período de tempo.

Seguindo este passo temos:

$$\text{Negociabilidade}_t = \rho_1 L_{1,t} + \rho_2 L_{2,t} + \cdots + \rho_k L_{k,t} \quad \text{onde } \rho_k = \frac{|B_i|}{\sum_i |B_i|}, B_i \in B$$

4.3 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO

Esta subseção descreve a aplicação da medida de negociabilidade para o mercado brasileiro e está subdividida nos seguintes itens: 1) Amostra utilizada; 2) Definição das variáveis; 3) Tratamento dos dados faltantes; e 4) Modelos de precificação com liquidez.

4.3.1 Amostra

Esta subseção apresenta a descrição dos dados que foram empregados nesta pesquisa. Os dados utilizados para a realização do estudo são provenientes da negociação de ações da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA) e obtidos pelo sistema de séries históricas do Economatica, assim, focando o estudo no mercado acionário brasileiro.

Desse modo, para a constituição da amostra foram consideradas as empresas registradas como sociedades anônimas de capital aberto, com ações negociadas na BM&FBOVESPA no período compreendido entre janeiro de 2000 até fevereiro de 2016. A escolha por este período deve-se a maior estabilidade econômica obtida pós-Plano Real, além da adoção do regime de câmbio flutuante pelo Brasil em 1999. Para o período compreendido na amostra foram coletados dados diários, ajustados por proventos, em reais.

Foram excluídas da análise aquelas ações que não apresentaram nenhuma negociação durante o período analisado. Assim, os dados em painel são compostos por 858 ações em 3983 períodos, mas nem todas essas ações negociaram em todos os períodos, levando a um painel de dados desequilibrado.

4.3.2 Definição das Variáveis

Esta subseção apresenta as variáveis utilizadas para a construção da medida de negociabilidade. Para tanto, as variáveis escolhidas foram o número de negócios, o volume financeiro e o número de títulos negociados. Estas são apresentadas no Quadro 3:

Quadro 3 - Definição das variáveis utilizadas para a construção da medida

Variável	Definição
Negócios	Quantidade de negócios realizados por uma determinada ação em um dia.
Volume	Volume financeiro total negociado por uma determinada ação em um dia.
Títulos	Quantidade de títulos negociados por uma determinada ação em um dia.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Todas estas medidas captam características distintas do mercado e, ao mesmo tempo, correlacionadas em termos de liquidez, representando as dimensões de quantidade, capacidade de movimentação financeira e a intensidade com que ativos são negociados, de modo que um aumento em qualquer uma dessas variáveis indica uma elevação na liquidez das ações.

Como descrito nas seções anteriores, existe um grande número de variáveis que visam mediar a negociabilidade dos ativos e que se encaixariam nas exigências apresentadas pela teoria axiomática. Contudo, optou-se pela utilização das *proxies* acima devido a estas não exigirem manipulação algébrica. Tais variáveis são encontradas naturalmente em qualquer mercado acionário e são de fácil acesso e compreensão para os investidores. Ainda assim, esta escolha não limita a opção de pesquisadores ou investidores, que podem utilizar as variáveis que acreditem ser mais adequadas às suas necessidades.

4.3.4 Tratamento dos dados faltantes

O problema de dados faltantes é uma preocupação recorrente em diferentes áreas do conhecimento, como a saúde (NUNES et al., 2009), pesquisas baseadas em *surveys* (TSIKRIKTSIS, 2005) ou finanças (ASSUNÇÃO, 2012). Alguns procedimentos que visam tratar estes dados baseiam-se em substituí-los pelos valores mais próximos (CASTRO, 2014), pela média, pela mediana, por interpolação ou até por regressão linear (NUNES et al., 2009), ou ainda em eliminar os dados faltantes (PIGOTT, 2001).

Esta situação pode ser observada no mercado acionário brasileiro, o qual possui ações que passam dias sem serem negociadas, fazendo com que as informações estejam disponíveis em uma frequência não constante, o que também pode ser visto na amostra utilizada para este estudo. Para o tratamento deste problema, optou-se pela utilização do procedimento *trade-to-trade* visto em Maynes e Rumsey (1993) e Vieira (1998), o qual consiste em dividir o retorno

das variáveis pela raiz quadrada do tempo em que ação não foi negociada. As variáveis foram obtidas de acordo com a formulação (24).

$$\frac{\ln X_t - \ln X_{t-k}}{\sqrt{n}} \quad (24)$$

Em (24), X_t é uma das variáveis do Quadro 3 e n é o número de dias em que a ação não foi negociada. Assim, a equação representa a diferença do logaritmo entre a variável em t e $t-k$ dividido pela raiz quadrada do tempo em que a ação ficou sem ser negociada. De modo similar, a escolha das variáveis que foram utilizadas nesta ilustração, cabe aos pesquisadores ou investidores observarem as peculiaridades da amostra empregada e decidirem quanto a necessidade de tratamentos específicos para cada realidade em estudo.

4.3.5 Modelos de Liquidez

Além da construção da medida, foram realizadas estimações de modelos de precificação com liquidez para as *proxies* de liquidez e a medida de negociabilidade. Esta análise segue a lógica de estudos como de Amihud (2002), Vieira e Milach (2008), Machado e Medeiros (2012) ou Vieira, Justen e Righi (2015), que visam observar o efeito da liquidez no retorno das ações.

A partir disso, inicialmente foram estimadas regressões com dados em painel, a fim de propiciar uma visão geral da amostra em estudo. Como segundo passo, foram estimadas regressões de séries temporais para cada ação da amostra, o que totalizou 858 regressões para cada medida. Na sequência, servindo de complemento para a análise, foram realizados testes individuais de diferença de média e variância para cada um dos ativos. Por fim, as regressões individuais e os testes de diferença foram refeitos para duas novas amostras obtidas pela divisão da amostra original. Esta divisão deu-se pela mediana do número médio de dias em que as ações não foram negociadas no mercado, o que objetivou explorar os resultados para os ativos com maior e menor frequência de negociação.

A técnica de dados em painel ou dados combinados são caracterizados por possuírem observações em duas dimensões, o tempo e o espaço. Uma das vantagens da utilização de dados em painel está em reconhecer explicitamente a dependência simultânea entre as unidades analisadas e as suas respostas ou mudanças de comportamento de acordo com a evolução do tempo, o que não se consegue quando se analisa somente em corte transversal ou

série de tempo isoladamente (HSIAO, 2006). Desse modo, enquanto os dados em painel permitem o exame de todos os ativos simultaneamente, a análise de séries temporais se concentra no comportamento individual de cada ação ao longo do tempo.

Dessa forma, foram estimadas regressões que se assemelham ao tradicional modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) aumentado para a liquidez. Este modelo pode ser representado genericamente, tanto para dados em painel como para séries temporais, pela formulação (25).

$$R_{i,t} = \alpha + \beta RM_t + \gamma X_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (25)$$

Em (25), $R_{i,t}$ é o retorno da ação i em t ; RM_t é o retorno do mercado acionário em t ; $\varepsilon_{i,t}$ é o erro para a ação i no período t ; $X_{i,t}$ são matrizes com as variáveis de liquidez no período t ; α, β, γ são parâmetros estimados. O retorno das ações foi calculado de acordo com a formulação (18) e como *proxy* para o retorno de mercado será utilizado a média do retorno de todas as ações da amostra.

No que diz respeito aos dados em painel, segundo Gujarati (2006), existem três formas de ajustar um modelo: *Pooled* (MQO - Mínimos Quadrados Ordinários), Efeitos Fixos e Efeitos Aleatórios. O primeiro assume que os parâmetros são iguais para toda a amostra, adotando um comportamento padrão para todos os elementos e desconsiderando as dimensões de tempo e espaço dos dados combinados. O segundo modelo fundamenta-se na premissa de que os coeficientes da regressão podem variar de indivíduo para indivíduo ou no tempo, o termo efeitos fixos decorre do fato de que, embora o intercepto possa diferir entre indivíduos, cada intercepto individual não se altera, permanecendo invariante ao longo do tempo. O terceiro modelo adota a premissa de que a influência do comportamento do indivíduo ou o efeito do tempo não podem ser conhecidos, considerando o intercepto como um parâmetro aleatório não observável, com as diferenças individuais entre os indivíduos sendo captadas pelo termo de erro.

A literatura sobre dados em painel se utiliza de três testes para selecionar qual dos modelos citados acima é o mais adequado aos dados. O teste de Hausman (1978), o teste *LM* (Multiplicador de Lagrange) de Breusch-Pagan (1980) e o teste *F*, todos os três são demonstrados em detalhes por Greene (2003). O teste de Hausman (1978), por sua vez, testa a hipótese nula de efeitos aleatórios contra efeitos fixos. A equação (26) descreve o teste de Hausman (1978).

$$H = (\hat{b}_{fe} - \hat{b}_{re})' [Var(\hat{b}_{fe}) - Var(\hat{b}_{re})]^{-1} (\hat{b}_{fe} - \hat{b}_{re}) \quad (26)$$

Em (26), \hat{b}_{fe} é o vetor dos estimadores do modelo com efeitos fixos; \hat{b}_{re} é o vetor dos estimadores do modelo com efeitos aleatórios; $Var(\hat{b}_{fe})$ é a matriz de variâncias-covariâncias dos estimadores \hat{b}_{fe} ; $Var(\hat{b}_{re})$ é a matriz de variâncias-covariâncias dos estimadores \hat{b}_{re} . O teste de Hausman (1978), segue a distribuição de qui-quadrado (χ^2), com k graus de liberdade. O segundo teste aplicado para seleção de painel é o teste *LM* de Breusch-Pagan (1980), o qual testa a hipótese nula de modelo *pooled* contra a alternativa de efeitos aleatórios. A equação do teste *LM* é representada em (27).

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^n [\sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}]^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}^2} - 1 \right]^2 \quad (27)$$

Em (27), ε_{it} é o resíduo do modelo *pooled*; N é o número de indivíduos (ações); T são as unidades de tempo. O teste *LM* de Breusch-Pagan segue a distribuição de qui-quadrado (χ^2), com 1 grau de liberdade. Por fim, o último teste a ser aplicado para seleção do modelo é o teste *F*, o qual testa a hipótese nula de modelo *pooled* contra a alternativa de efeitos fixos, sendo representado pela equação (28).

$$F = \frac{\left[\frac{(R_{fe}^2 - R_{pooled}^2)}{(N-1)} \right]}{\left[\frac{(1 - R_{fe}^2)}{NT - N - k} \right]} \quad (28)$$

Em (28), R_{fe}^2 é o coeficiente de determinação da estimação do modelo com efeitos fixos; R_{pooled}^2 é o coeficiente de determinação da estimação do modelo *pooled*; N é o número de indivíduos (ações); T são as unidades de tempo; k é o número de parâmetros. O teste *F* segue a distribuição *F* com $N-1$ graus de liberdade para o numerador e $NT-N-k$ graus de liberdade para o denominador.

Após a escolha do modelo com o melhor ajuste aos dados, todos os resultados serão obtidos através dos procedimentos para obtenção de erros padrões robustos. Com as estimações sendo feitas através do procedimento HAC (Heterocedasticidade e Autocorrelação Consistente) proposto por Arellano (1987), o qual permite o relaxamento das hipóteses de autocorrelação e heterocedasticidade, sendo uma versão desenvolvida para painéis do método proposto por Newey-West (1987). O método de estimação robusta a ser empregado pode ser

visto em detalhes em Arellano (1987). Todos os procedimentos descritos acima serão realizados através do software livre R, com o auxílio do pacote *Linear Models for Panel Data* (plm) de Croissant e Millo (2008).

Quanto as regressões de séries temporais, estas tradicionalmente se mostram suscetíveis a diversos problemas de inferência. O mais comum deles, que é a não estacionariedade das séries, pode ser solucionado pela padronização das variáveis em log-retornos. Para os demais, devido ao grande número de regressões estimadas, será assumido que estas possam apresentar problemas de autocorrelação e heterocedasticidade, e empregado por padrão a estimação robusta de Newey-West (1987), a qual permite o relaxamento destas hipóteses. Novamente, todos os procedimentos descritos foram realizados através do *software* livre R.

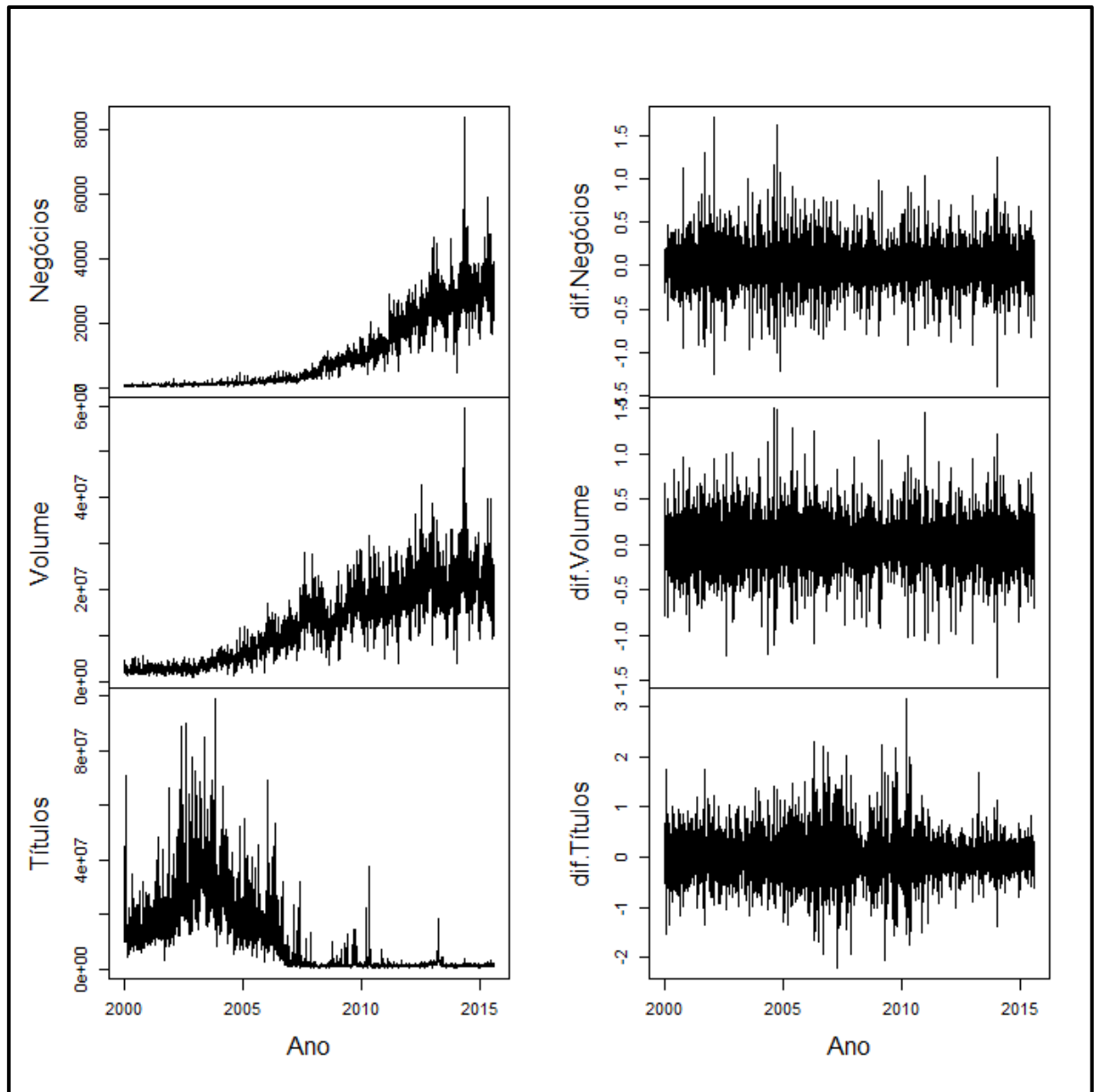
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos ao longo desta pesquisa e está subdividida da seguinte forma: 1) Medida de negociabilidade para o mercado brasileiro, onde é exemplificada a construção da medida para o mercado como um todo; 2) Aplicação da medida de negociabilidade para as ações individuais, onde são apresentadas as regressões que utilizam a medida de negociabilidade, bem como os testes de diferença de média e variância para a medida; e 3) Aplicação da medida de negociabilidade para diferentes frequências de negociação, no qual ocorreu replicação das análises anteriores em uma amostra dividida de acordo com a frequência de negociação das ações.

5.1 MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO

A primeira etapa deste estudo consistiu na construção da medida de negociabilidade para o mercado acionário brasileiro, com a utilização da TSFA. Para tanto, para cada variável do Quadro 3, fez-se a média dos valores de todas as ações a cada período, formando uma série temporal que expõe o comportamento médio diário da liquidez no mercado brasileiro no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016. A partir disso, com o intuito de evidenciar a evolução destas séries, são apresentados gráficos das variáveis em nível e em primeira diferença de logaritmos (log-retornos). A Figura 1 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

Figura 1 - Evolução temporal da média do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos e seus respectivos log-retornos para o período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao se observar o comportamento das séries, percebe-se que o número de títulos negociados possuiu forte oscilação no início da amostra, apresentando uma brusca redução em seus valores médios devido a mudanças estruturais no número de títulos ofertados na BM&FBOVESPA durante o ano de 2007, e mantendo uma média estável após este período. Ao mesmo tempo, é possível constatar um crescente aumento do número de negócios e do

volume negociado a partir de 2006, o que sugere uma ampliação e consolidação do mercado brasileiro, que se mantém até o fim da amostra.

Na segunda parte da Figura 1 é exposta a evolução temporal das variáveis em log-retorno, tais como utilizadas na estimação do modelo. De um modo geral, todas possuem um comportamento típico de séries estacionárias, o que é esperado, uma vez que a transformação em log-retorno é o procedimento padrão empregado na literatura para obtenção de séries financeiras estacionárias. Este procedimento permite, além de evitar obstáculos de inferência estatística, padronizar os resultados obtidos e solucionar problemas estruturais como visto no número de títulos, uma vez que a análise considera as variações diárias e não os valores absolutos das séries.

Dando continuidade à análise, são apresentadas na Tabela 1 as estatísticas descritivas das séries em nível. De um modo geral, como pode ser observado, as medidas de liquidez utilizadas obtiveram médias e desvios padrões de diferentes magnitudes, uma vez que captam características distintas do mercado e não possuem um comportamento padronizado como o das variáveis em log-retorno. Além disso, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à esquerda da média. Ademais, com exceção do volume que demonstrou uma curtose negativa, as demais *proxies* se mostraram leptocúrticas com a frequência mais concentrada, como pode ser visto no número de negócios e de títulos.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos para o mercado brasileiro no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios	983,2395	1094,8699	26,9084	8382,7305	1,1438	0,5607
Volume	12.040.520	7.909.291	780.232	59.484.440	0,3165	-0,3565
Títulos	10.836.940	13.360.860	239.341	98.871.750	1,7596	3,8758

Fonte: Elaborado pelo autor.

No que segue, são expostas na Tabela 2 as estatísticas descritivas das séries em log-retornos. Os resultados evidenciaram que as séries apresentam médias próximas a zero e desvios padrões similares, o que se deve a padronização em log-retorno. Os pontos de mínimo e máximo, em geral, apresentam valores com grande dispersão entre si, e que não se refletem inteiramente em seus desvios padrões, indicando a presença de fortes variações na série. A

assimetria e curtose, por sua vez, exibiram um padrão semelhante ao já observado nas variáveis em nível, com um comportamento positivamente assimétrico e leptocúrtico.

Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos log-retornos do número de negócios, do volume negociado e do número de títulos para o mercado brasileiro no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios	0,0010	0,2364	-1,3949	1,7133	0,2826	4,2939
Volume	0,0006	0,2706	-1,4679	1,5031	0,1482	2,6626
Títulos	-0,0005	0,4284	-2,2230	3,1554	0,3918	3,7371

Fonte: Elaborado pelo autor.

Visando apresentar o relacionamento entre as variáveis estudadas, foi exposta a matriz de correlação das variáveis em log-retornos, tais como utilizadas nas estimações. Na Tabela 3 é apresentada a matriz de correlação das variáveis.

Tabela 3 - Matriz de correlação das variáveis em log-retorno empregadas nas estimações

Variáveis	Negócios	Volume	Títulos
Negócios	1,0000	0,8549	0,5295
Volume		1,0000	0,5309
Títulos			1,0000

*Todas as correlações se mostraram estatisticamente significativas ao nível de 5%.

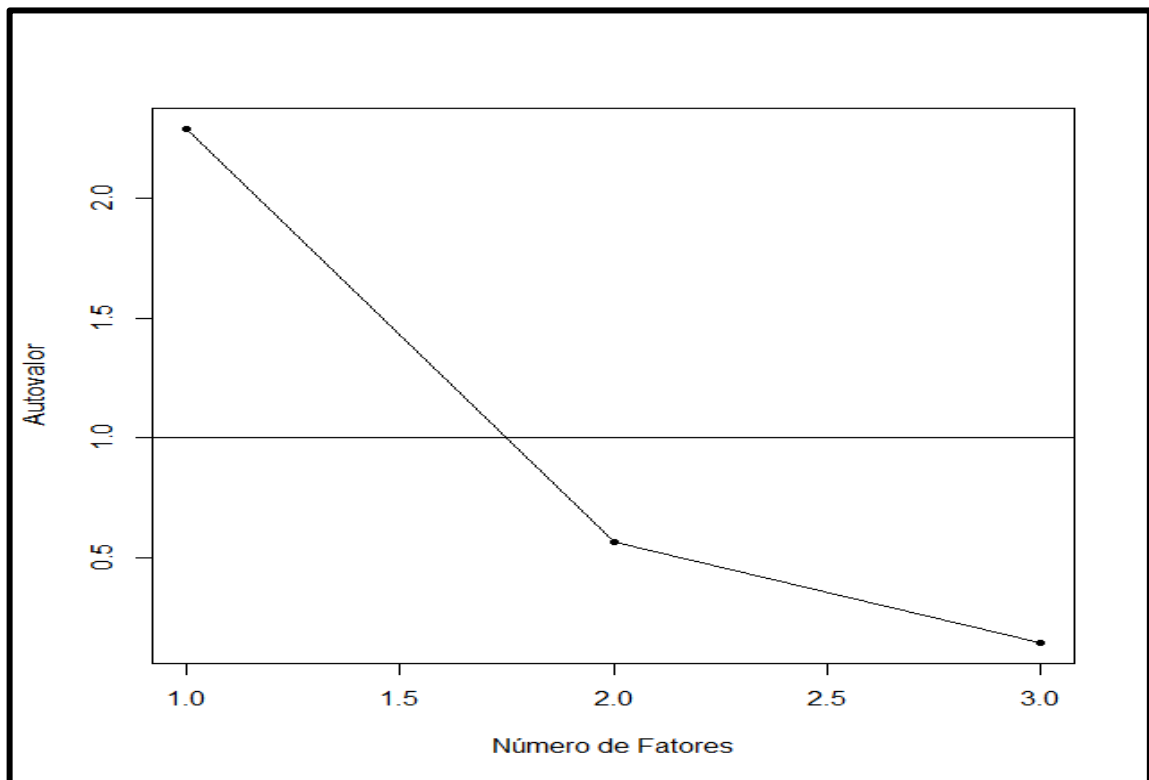
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados indicam, de um modo geral, uma elevada associação entre as medidas de liquidez. A correlação entre as séries variou positivamente de 0,52 a 0,85. A menor associação encontrada foi 0,52 entre o número de negócios e o número de títulos, já a maior se deu entre o volume e o número de negócios. Em síntese, os resultados da matriz de correlação se mostram propícios a uma construção fatorial, já que as variáveis analisadas apresentam um forte relacionamento entre si.

A primeira etapa da TSFA consiste na obtenção dos autovalores, os quais são apresentados na Figura 2. Os autovalores da matriz de correlação dos dados dão uma ideia aproximada do número de fatores a considerar. Esses valores são: 2,29; 0,56; e 0,14, sendo expostos na Figura 2. Como regra convencional, tem-se que o número de fatores deve ser

igual ao número de valores maiores que 1,0 (HAIR et al., 2010). Como observado no gráfico, a obtenção de apenas um autovalor superior a 1,0 é consistente com a hipótese de que apenas um fator é capaz de representar a liquidez acionária de forma adequada.

Figura 2 - Scree Plot dos autovalores estimados



Fonte: Elaborado pelo autor.

No que segue, apresenta-se a Tabela 4 com as cargas fatoriais, as cargas fatoriais padronizadas e a correlação entre a medida gerada e as *proxies* de liquidez. As cargas fatoriais indicam os pesos obtidos pela TSFA, os quais representam a participação de cada variável na construção fatorial. A partir da obtenção dos pesos foram calculadas as cargas fatoriais padronizadas. O procedimento realizado para obtenção desses valores consistiu em somar as cargas obtidas e posteriormente dividir cada carga pelo valor total de soma. Assim, criou-se uma combinação convexa, de modo que a soma de todos os pesos padronizados seja 1. Após a obtenção das cargas padronizadas, multiplicou-se cada variável pelo seu respectivo peso e depois se somou os valores gerados para cada período, obtendo-se, assim, a medida de negociabilidade.

Tabela 4 - Cargas fatoriais, cargas fatoriais padronizadas e correlação entre as medidas de liquidez

Variável	Cargas Fatoriais	Cargas Fatoriais Padronizadas	Correlação (Negociabilidade)
Fator	-	-	1,0000
Negócios	0,3573	0,3024	0,8494
Volume	0,4124	0,3491	0,8624
Títulos	0,4116	0,3484	0,8714

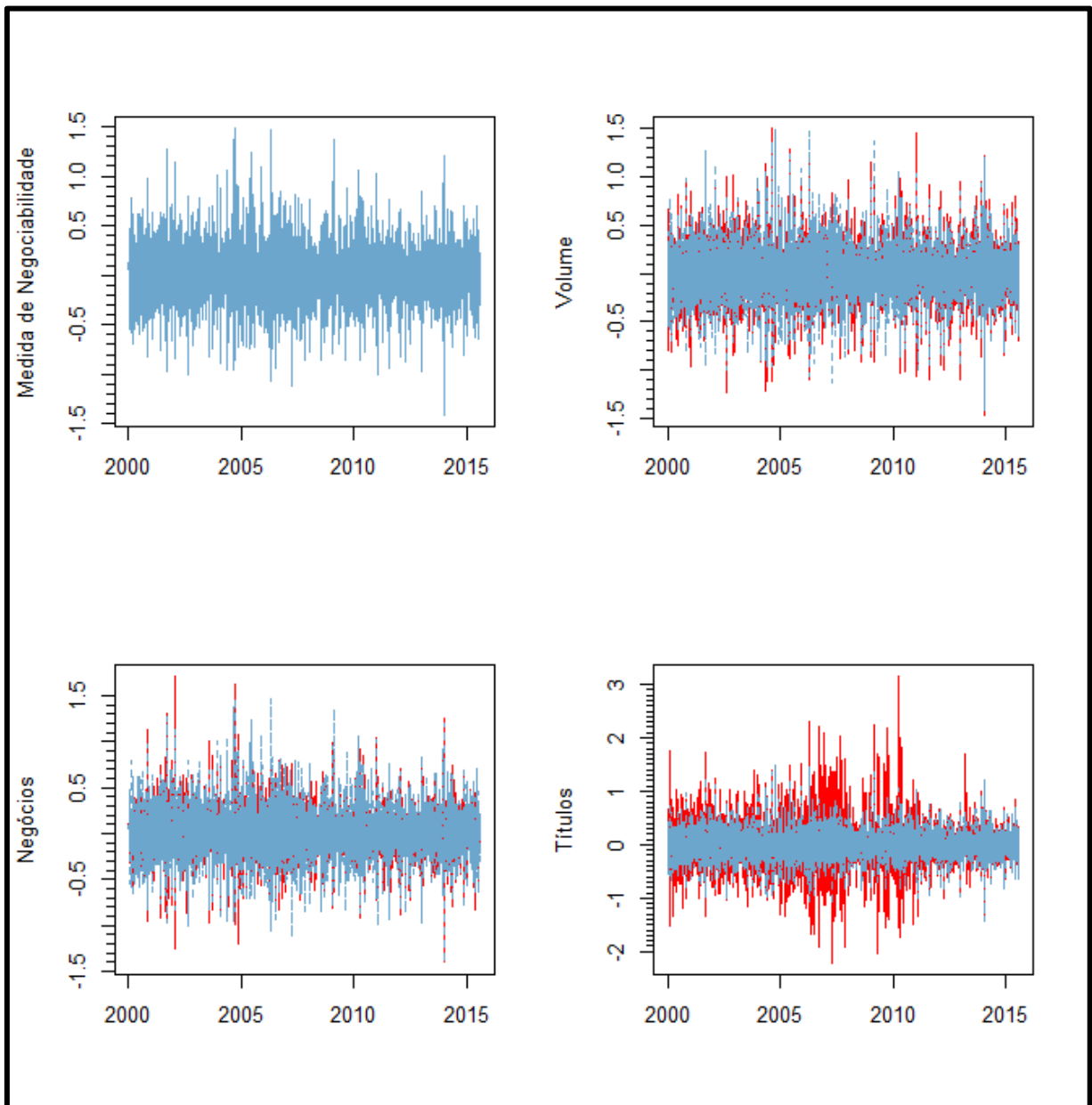
*Todas as correlações se mostraram estatisticamente significativas ao nível de 5%.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 4, as cargas fatoriais padronizadas variaram entre 0,30 e 0,34. O volume e número de títulos obtiveram uma participação similar na formação da medida, dado um valor máximo de 1,0 para as cargas padronizadas, sendo o volume negociado a variável que mais contribuiu. O número de negócios, por sua vez, apresentou a menor participação, a qual foi de 0,30. De um modo geral, todas as *proxies* utilizadas apresentaram uma contribuição semelhante, o que salienta a importância das três variáveis para este procedimento de mensuração.

Ainda na Tabela 4, tem-se matriz de correlação entre a medida estimada e as *proxies* utilizadas na sua formação, a qual visa ilustrar a capacidade do fator em substituir estas medidas em possíveis modelos econométricos. A correlação variou entre 0,84 e 0,87, sendo o número de títulos a variável mais correlacionada e o número de negócios a de menor associação. Os valores elevados das correlações destacam a capacidade, em termos de variância, da medida gerada representar as *proxies* individuais. Além disso, para ilustrar esse relacionamento, é exposta a Figura 3, contendo a medida e a evolução desta, individualmente, com cada *proxy* de liquidez.

Figura 3 - Evolução temporal da medida de negociabilidade em relação as demais medidas



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 3 apresenta a medida de negociabilidade no primeiro gráfico. Os demais, por sua vez, demonstram a evolução de cada *proxy* de liquidez (em vermelho) com a medida (em azul). De um modo geral, a medida construída evolui de forma similar com as demais. Além disso, apresenta um comportamento típico de séries estacionárias, o que permite seu emprego em modelos econométricos que exigem esse pressuposto. Outro ponto de destaque é a visível redução da variância apresentada pela medida em relação a algumas variáveis. Tal fato se deve a medida representar a liquidez levando em conta todas as *proxies* utilizadas, de modo

que o comportamento da medida de negociabilidade não será tão afetado se apenas uma *proxy* apresentar uma variância atípica em dado momento. Na Tabela 5 são apresentadas as estatísticas descritivas da medida de negociabilidade para o mercado brasileiro.

Tabela 5 - Estatísticas descritivas da medida de negociabilidade

Variável	Medida de Negociabilidade
Média	0,0004
Desvio Padrão	0,2723
Mínimo	-1,4153
Máximo	1,4839
Assimetria	0,2417
Curtose	2,2650

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao se comparar a Tabela 5 com os resultados apresentados na Tabela 2, é possível observar que a média apresentou valores próximos a zero, como já visto anteriormente. Ademais, a medida de negociabilidade exibiu um desvio padrão intermediário em relação as demais, além do menor ponto de máximo. Quanto às características individuais, a variável com maior diferenciação foi o número de títulos, como pode ser constatado graficamente na Figura 3. No geral, a medida tende a apresentar a vantagem de reduzir as dimensões da liquidez, além de possuir uma variância intermediária e uma leve redução em pontos extremos.

5.2 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA AS AÇÕES INDIVIDUAIS

Seguindo o exemplo exposto na subseção anterior, foi calculada a medida de negociabilidade para cada uma das 858 ações da amostra. A partir disso, com o intuito de descrever a medida e as demais variáveis utilizadas em sua construção, são apresentadas as estatísticas descritivas destas ações de todos os períodos em estudo. A Tabela 6 expõe os resultados obtidos.

Tabela 6 - Estatísticas descritivas dos log-retorno do número de negócios, do volume negociado, do número de títulos e da medida de negociabilidade para as 858 ações da amostra no período de janeiro de 2000 a fevereiro de 2016

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Negócios	0,0050	0,9374	-9,547	10,030	0,3080	5,0282	1.010.103
Volume	0,0061	1,3999	-12,013	12,658	0,1466	4,2231	1.010.103
Títulos	0,0074	1,4008	-11,989	13,202	0,1499	4,2459	1.010.103
Negociab.	0,0064	1,2776	-11,199	11,658	0,1730	4,1185	1.010.103

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 6, as estatísticas descritivas representam os valores obtidos para toda a amostra, em um total de mais de um milhão de dez mil linhas. Quanto às empresas individuais, o maior volume negociado foi obtido pela Bovespa Holding, quando da abertura do seu capital em outubro de 2007. Já o maior número de negócios foi realizado pela ação preferencial da Petrobras em outubro de 2014. Em relação as médias, novamente se mostraram próximas a zero, como observado nas variáveis de mercado. Os pontos de máximo e mínimo e o desvio padrão apresentaram valores bem superiores aos encontrados em relação ao mercado, o que sugere a existência de pontos extremos nos dados. Além disso, percebe-se que a medida de negociabilidade manteve o padrão anteriormente observado, apresentando valores intermediários em relação às demais variáveis. A assimetria e curtose, por seu turno, não exibiram grandes mudanças em relação aos resultados já obtidos.

Dando sequência a análise, são apresentados os resultados dos modelos, os quais foram feitos de acordo com a seção 4.3.5. A técnica de dados em painel é a primeira a ser exposta. Como primeiro passo, são retratados os resultados dos testes de Hausman, de Breusch-Pagan e F, empregados para seleção do modelo de painel que possui melhor ajuste aos dados. O teste de Hausman (1978) testa a hipótese nula de efeitos aleatórios contra efeitos fixos; o teste de Breusch-Pagan (1980) testa a hipótese nula de modelo *pooled* contra a alternativa de efeitos aleatórios; e o teste F, por sua vez, testa a hipótese nula do modelo *pooled* contra a alternativa de efeitos fixos. As estatísticas dos testes realizados e seus respectivos P-valores são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Estatísticas e P-valores dos testes de Hausman, de Breusch-Pagan e F empregados para seleção dos modelos de dados em painel

Modelos	Hausman		Breusch-Pagan		F	
	Estatística	P-valor	Estatística	P-valor	Estatística	P-valor
Equação(25)+Neg.	214,60	<0,0001	221.790.000	<0,0001	4,4437	<0,0001
Equação(25)+Vol.	159,06	<0,0001	221.170.000	<0,0001	4,4300	<0,0001
Equação(25)+Tít.	195,22	<0,0001	220.610.000	<0,0001	4,4094	<0,0001
Equação(25)+Negoc.	188,37	<0,0001	221.010.000	<0,0001	4,4228	<0,0001

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 7 podem ser entendidos da seguinte forma: 1) a rejeição da hipótese nula do teste de Hausman (1978) indica que o painel de efeitos fixos foi superior ao de efeitos aleatórios para todos os modelos; 2) a rejeição da hipótese nula do teste de Breusch-Pagan (1980) sugere que o painel de efeitos aleatórios foi superior ao modelo *pooled*; e 3) a rejeição do teste de F aponta a superioridade dos efeitos fixos sobre o modelo *pooled*. Desse modo, o painel de efeitos fixos obteve vantagem em relação aos demais, sendo o escolhido para este estudo.

Após a seleção de qual modelo de painel possui melhor ajuste aos dados, são apresentadas as estimações dos respectivos modelos. Sendo todos estimados através do procedimento para obtenção de erros padrões robustos (HAC), como proposto por Arellano (1987). Os resultados destas estimações são expostos na Tabela 8.

Tabela 8 - Resultado da estimação dos modelos de precificação com liquidez

Modelos	Coefficiente	Erro Padrão	Razão-t	P-valor	R ²	R ² ajustado
Equação(25)+Negócios						
Retorno Médio	0,99541	0,00440	225,944	<0,0001	0,04915	0,04911
Negócios	0,00041	0,00003	12,802	<0,0001		
Equação(25)+Volume						
Retorno Médio	0,99542	0,00440	225,919	<0,0001	0,04906	0,04901
Volume	0,00017	0,00002	7,812	<0,0001		
Equação(25) +Títulos						
Retorno Médio	0,99621	0,00440	226,108	<0,0001	0,04904	0,04900
Títulos	-0,00014	0,00002	-6,435	<0,0001		
Equação(25)+Negoc.						
Retorno Médio	0,99581	0,00440	226,007	<0,0001	0,04900	0,04896
Negociabilidade	0,00005	0,00002	2,224	0,0260		

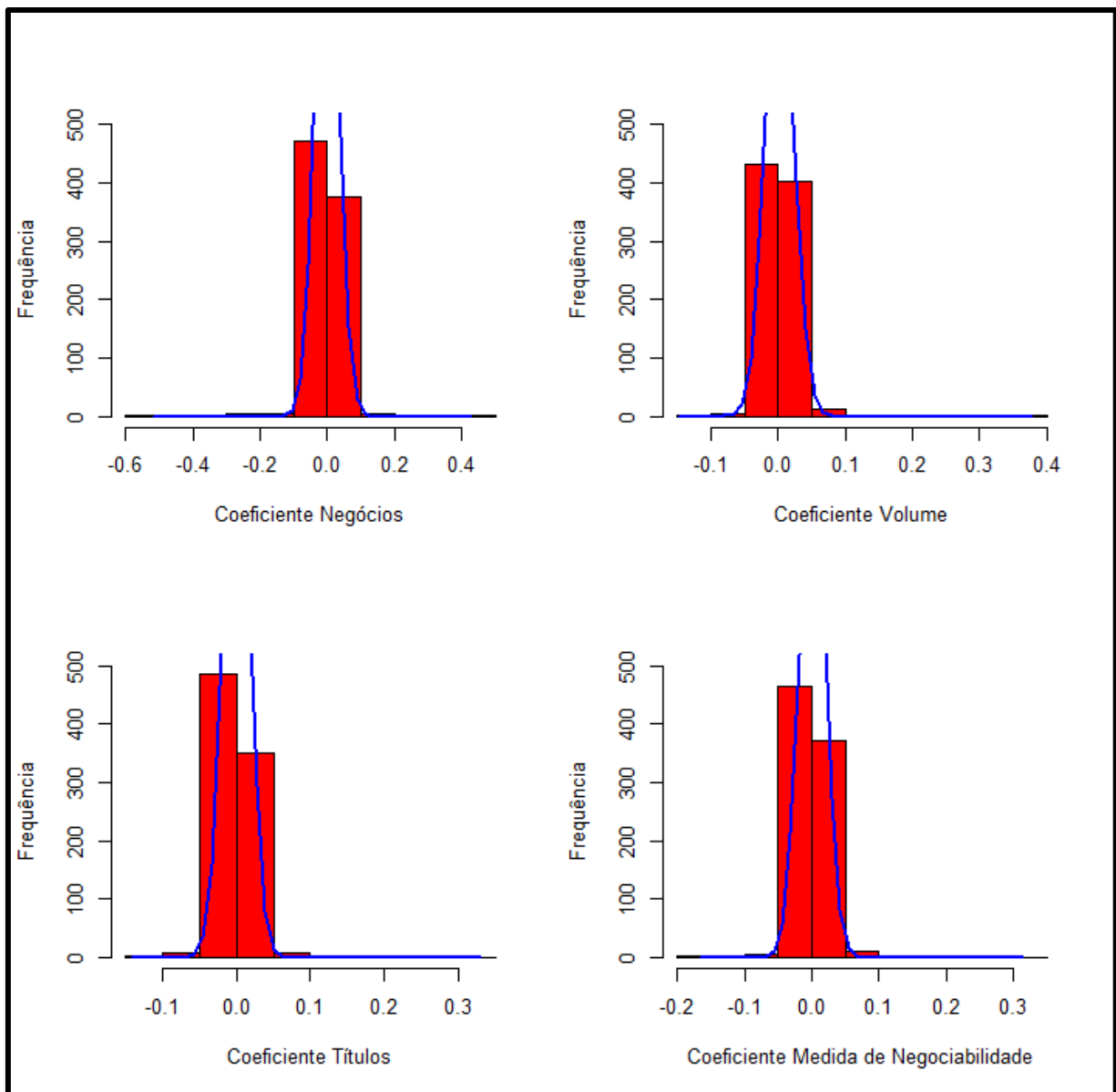
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 8, são exibidos os coeficientes, erros padrões, razões-t, p-valores e R quadrados dos modelos de regressões em painel estimados. Todas as variáveis empregadas foram padronizadas para log-retornos, desse modo os valores observados podem ser analisados como unidades percentuais, isto é, quando as variáveis mudam em uma unidade percentual o retorno se move x unidades percentuais. O coeficiente do retorno de mercado obteve o valor estatisticamente significativo e superior a 0,99, indicando que variações no mercado são acompanhadas por variações individuais das ações de quase mesmo impacto e sentido, o que é consistente com a teoria do CAPM.

No que tange aos coeficientes de liquidez, estes apresentaram valores estatisticamente significativos e próximos à zero. Os valores reduzidos, possivelmente, se devem a técnica de análise de dados em painel, que considera o comportamento de todas as ações simultaneamente, além das peculiaridades existentes em amostras diárias. No que diz respeito ao coeficiente de determinação (R^2), o resultado dos modelos indica que, em média, 4,9% das variações no retorno das ações individuais são explicadas pelas variações nas demais variáveis. De um modo geral, a medida de negociabilidade demonstrou ser capaz de substituir às demais mantendo o mesmo padrão de resultados.

Como próximo passo da análise, são apresentados os resultados dos modelos de regressões de séries temporais para cada ação da amostra. Por questões práticas e de parcimônia, os resultados são apresentados na forma de gráficos de frequências seguindo os modelos apresentados na subseção 4.3.5. A Figura 4 apresenta os resultados obtidos.

Figura 4 - Frequência dos coeficientes das regressões de séries temporais com liquidez



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 4 são apresentados gráficos da frequência dos coeficientes de liquidez dos modelos de regressão de séries temporais. Percebe-se que as medidas de liquidez e o retorno das ações apresentaram um relacionamento negativo e positivo de forma quase equilibrada, havendo uma maior frequência de valores negativos. O relacionamento negativo indica que, quando o volume negociado aumenta, o retorno das ações diminui, e, de forma similar, quando o volume negociado diminui, o retorno das ações aumenta. Esta associação sugere a existência de um prêmio por liquidez para estas ações, ou seja, os investidores que aplicam

em ativos com uma menor liquidez recebem uma compensação (prêmio por liquidez) por empregar seus recursos em ações que possuem um maior custo de transação por serem menos líquidas.

Para Amihud e Mendelson (1991), este efeito da liquidez pode ser comparado ao efeito risco sobre ativos de capital. Investidores avessos ao risco exigem maiores retornos esperados como compensação pelo risco maior. De forma similar, investidores preferem investir em ativos líquidos, que possam ser transacionados rapidamente e com baixo custo. Ativos pouco líquidos tendem a exigir um custo de transação maior quando da sua compra e venda, e, para que possam ser atrativos quando comparados a ativos mais líquidos, devem oferecer um retorno maior para que os investidores se sintam atraídos em mantê-los em suas carteiras (VIEIRA, SILVEIRA e RIGHI, 2012).

Por outro lado, as medidas de liquidez e o retorno acionário apresentaram um relacionamento positivo para outra grande parte dos ativos da amostra. Tal relacionamento indica que aumentos na liquidez provocariam aumentos no retorno dos ativos, e, de forma similar, as reduções na liquidez provocariam diminuições no retorno dos ativos. Esta associação sugere que investidores que aplicam em ações com menor liquidez não recebem uma remuneração adicional por negociarem ativos que possuem um maior custo de transação. Por sua vez, investidores estariam recebendo uma remuneração adicional ao empregar seus recursos em ações mais líquidas, que possuem um menor custo de transação, e, conseqüentemente, são menos arriscadas.

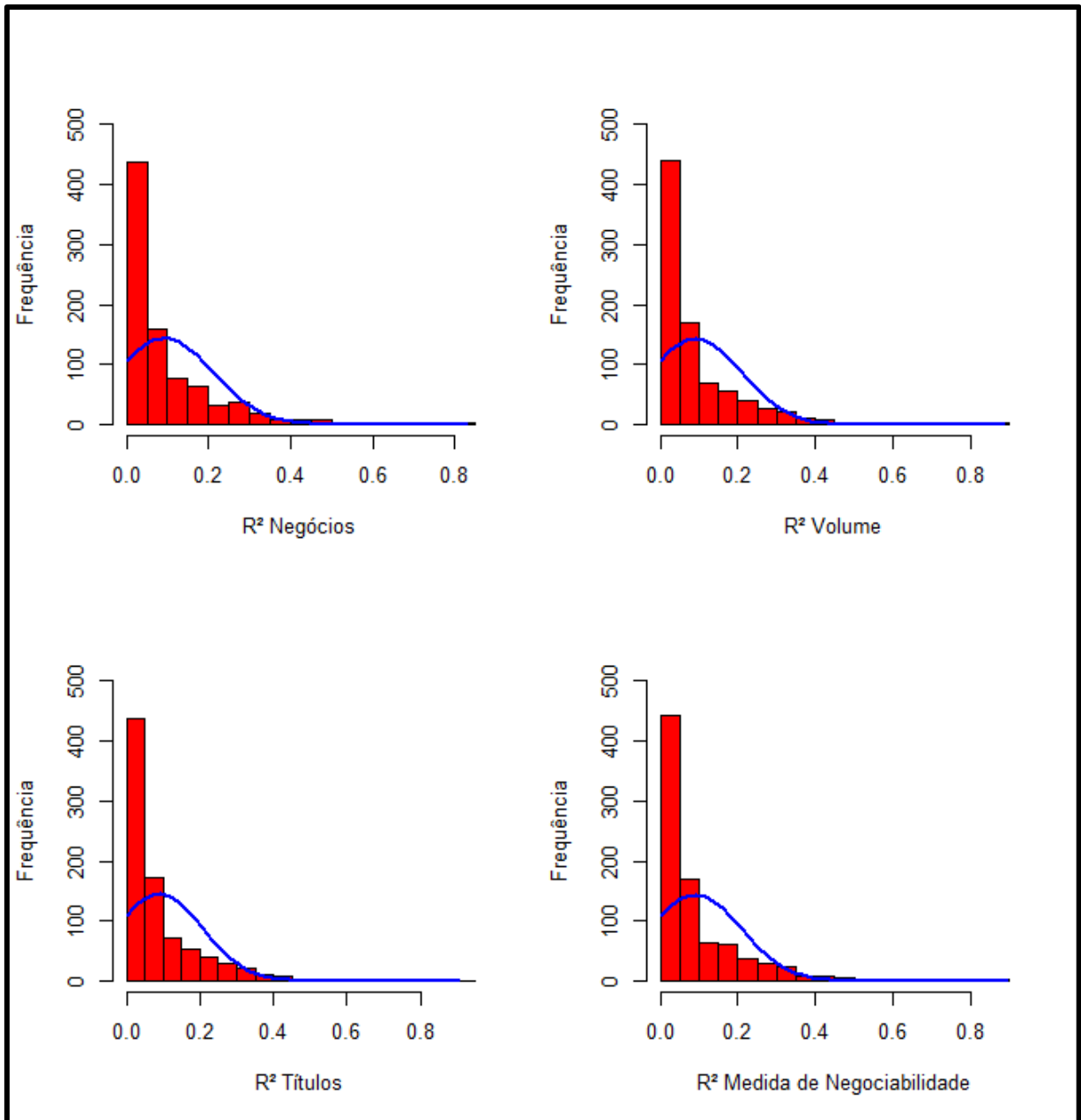
Neste caso, uma associação positiva se mostra contrária ao esperado, de acordo com a literatura norte-americana, como constatado por Datar et al. (1998) e Amihud (2002), uma vez que ativos com maior liquidez seriam menos arriscados e proporcionariam um menor retorno. No entanto, estes resultados coincidem com os encontrados por Jun, Marathe e Shawky (2003) e Correia e Amaral (2012) para mercados emergentes, que sugerem que a liquidez pode estar funcionando como um fator de risco na precificação dos ativos.

Dado que a liquidez pode estar funcionando como um fator de risco na precificação dos ativos, pode-se conjecturar como hipótese explicativa, que aumentos na intensidade de negociação das ações podem estar sendo vistos por investidores como aumentos na volatilidade das negociações. Desse modo, aumentos na volatilidade das ações indicariam um maior risco, levando as ações a oferecer um maior retorno. Neste sentido, tais relacionamentos divergiriam dos normalmente encontrados em mercados desenvolvidos, como o norte-americano, onde aumentos da liquidez são entendidos como um indicativo de redução no risco dos investimentos.

Em termos gerais, observa-se que nos 4 gráficos apresentados na Figura 4, prevalecem duas classes de frequência, sendo que a maior, representa o grupo de empresas com uma relação inversa entre retorno e liquidez, e a segunda, indicando relações diretas entre retorno e liquidez. Tal fenômeno sugere que exista alguma característica específica das empresas que possa ser determinante do grupo. Uma possibilidade, é de que a frequência de negociações seja importante para a definição do tipo de relação (direta ou inversa) que existirá entre retorno e liquidez. Esta questão é abordada na seção 5.3.

Na sequência, são apresentados na Figura 5 os R^2 das regressões de séries temporais. Os resultados obtidos sugerem que, em geral, o R^2 varia entre valores próximos a zero e 0,4. Além disso, para as quatro medidas utilizadas, a maioria das ações apresentou resultados entre 0,01 e 0,1, como visto anteriormente nas estimações em painel. Assim, os números obtidos nas regressões sugerem que a medida de negociabilidade, quando empregada em regressões, possui um poder explicativo similar às *proxies* tradicionais. Contudo, apresenta a vantagem de reduzir as dimensões de liquidez, pois considera a informação contida em todas as *proxies* em apenas uma medida.

Figura 5 - Frequência dos R^2 das regressões de séries temporais com liquidez



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como próximo passo desta análise descritiva, são apresentados na Tabela 9 as estatísticas descritivas dos coeficientes e dos R^2 das regressões de séries temporais. Em síntese, os coeficientes apresentaram médias próximas a zero e um desvio padrão de até 3 pontos percentuais, com o número de negócios apresentando os maiores pontos de máximo e mínimo dentre as variáveis. A medida de negociabilidade, por sua vez, denotou resultados similares. Ademais, com exceção do coeficiente do número de negócios, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à

esquerda da média, e todas as medidas se mostraram leptocúrticas, destacando uma maior presença de valores concentrados. As estatísticas descritivas dos R^2 apontam valores muito similares para todas as variáveis, com o coeficiente de determinação médio estando próximo a 0,09. O ponto de maior destaque se deve aos pontos de máximo e mínimo, que ostentam valores próximos a zero e a 0,9, o que possivelmente se deve a estimativas espúrias inerentes a um número tão elevado de análises de regressões.

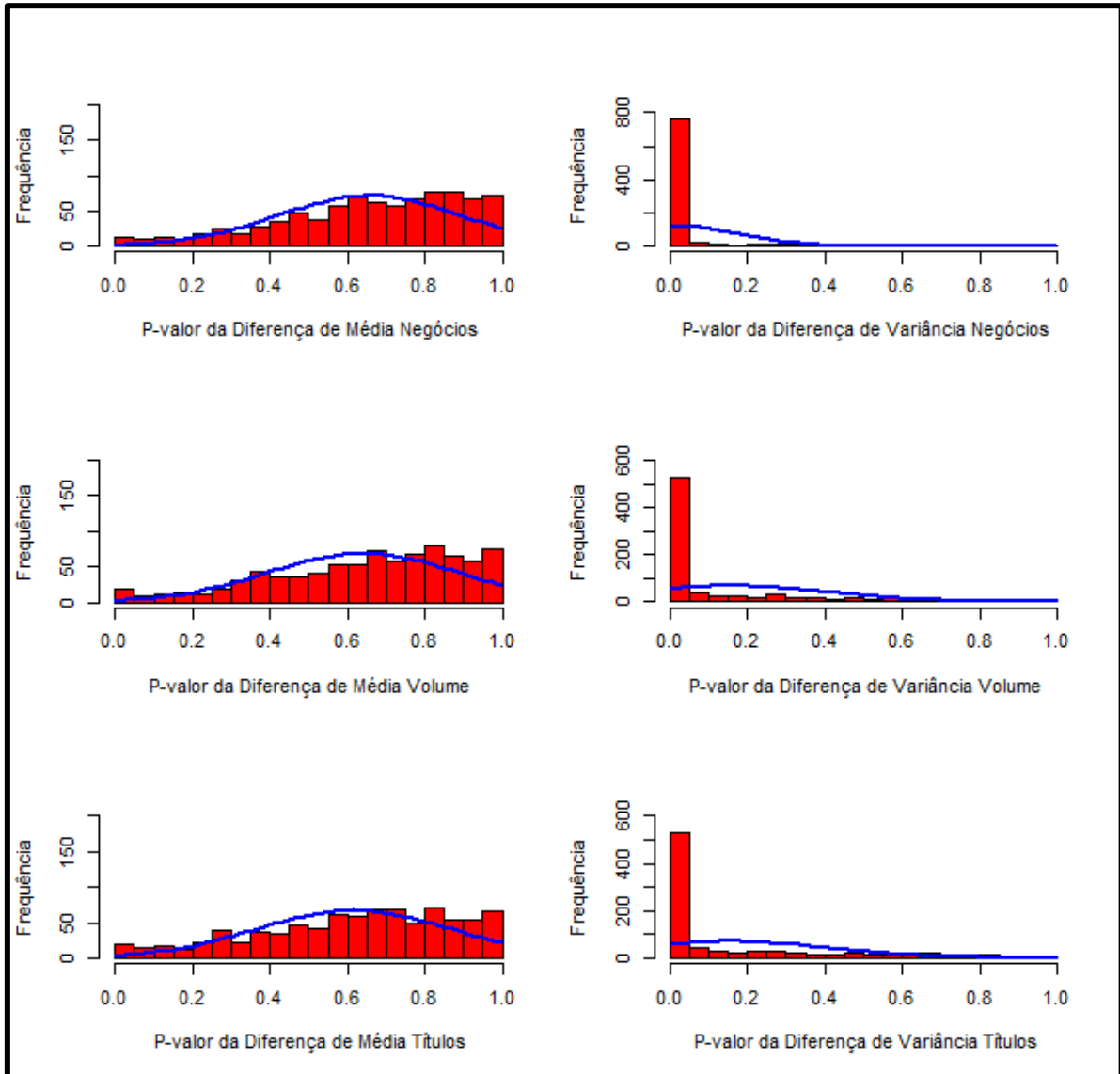
Tabela 9 - Estatísticas descritivas dos coeficientes e R^2 das regressões de séries temporais com liquidez

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Coef Neg	-0,0007	0,0338	-0,5175	0,4289	-3,4945	108,2020
Coef Vol	0,0019	0,0207	-0,1486	0,3771	7,8434	141,2692
Coef Tit	-0,0003	0,0177	-0,1433	0,3310	6,4256	154,7139
Coef MN	0,0008	0,0190	-0,1673	0,3139	4,7215	102,9654
R² Neg	0,0920	0,1191	<0,0001	0,8288	2,4320	8,0674
R² Vol	0,0909	0,1194	<0,0001	0,8872	2,4958	8,7986
R² Tit	0,0897	0,1178	<0,0001	0,9077	2,5252	9,1260
R² MN	0,0904	0,1188	<0,0001	0,8957	2,5057	8,8397

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na sequência, são expostos os testes t e F entre a medida de negociabilidade e cada uma das *proxies* utilizadas em sua construção. Tais testes, apesar de suas limitações técnicas, visam servir como indicativos das diferenças existentes entre as séries. O teste t objetiva verificar as diferenças de média entre as variáveis e o F as de variância. Novamente, foram realizadas estimações individuais para as 858 ações que compõem a amostra, sendo os resultados do P-valor destes testes colocados na Figura 6.

Figura 6 - P-valores dos testes t e F entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 6, o lado esquerdo exibe os P-valores dos testes de diferença de média e o direito os resultados obtidos para a diferença de variância, sendo que, para serem consideradas diferenças estatisticamente significativas, ambos os testes devem obter valores inferiores a 0,05. Na observação do lado esquerdo da Figura, percebe-se que menos de 50 ações apresentaram resultados estatisticamente significativos para a diferença de média entre a medida de negociabilidade e as três *proxies* analisadas. Quando examinado o lado direito, por sua vez, a maioria das ações possuíam diferenças de variância significativas entre as

variáveis. Para o volume e o número de títulos houve diferenças em mais de 500 ativos, já no número de negócios este valor ficou próximo a 800.

No geral, estes resultados sugerem que a medida de negociabilidade construída não possui diferenças em termos de média em relação às demais *proxies*, e, neste caso, especificamente, se limita a reduzir as dimensões da liquidez. Contudo, quando observado a variância, a medida apresentou diferenças estatisticamente significativas em relação as demais medidas, e como visto na Figura 3, intermediaria em relação as demais variáveis.

5.3 APLICAÇÃO DA MEDIDA DE NEGOCIABILIDADE PARA DIFERENTES FREQUÊNCIAS DE NEGOCIAÇÃO

A terceira etapa deste estudo consistiu na aplicação da medida de negociabilidade para a amostra anteriormente analisada, a qual foi dividida em duas diferentes frequências de negociação. A divisão dos ativos foi realizada pela mediana do número médio de dias que a ação ficou sem ser negociada no mercado. Desse modo, a primeira metade da amostra é composta pelas 429 ações com o menor número de dias sem negociação (Amostra 1) e a segunda metade pelas 429 ações que apresentaram o maior número de dias sem negociação (Amostra 2).

Neste sentido, esta análise objetiva descrever o comportamento da medida de negociabilidade diante das ações mais negociadas e conseqüentemente mais líquidas, ao mesmo tempo em que permite a observação da medida diante dos ativos menos líquidos, que passam um maior número de dias sem serem negociados. Tendo isso por base, e, visando descrever estas duas novas amostras, são apresentadas na Tabela 10 as estatísticas descritivas das variáveis analisadas.

Tabela 10 - Estatísticas descritivas dos log-retorno do número de negócios, do volume negociado, do número de títulos e da medida de negociabilidade para as novas amostras

Amostra1	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Negócios	0,0088	0,9233	-9,5470	9,7566	0,2893	5,2484	829249
Volume	0,0109	1,3442	-12,0139	12,6583	0,1588	4,5759	829249
Títulos	0,0126	1,3446	-11,9899	12,6830	0,1629	4,5713	829249
Negoc.	0,0112	1,2285	-11,1996	11,6588	0,1843	4,4302	829249
Amostra2	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Negócios	-0,0122	0,9996	-9,5042	10,0303	0,3814	4,1646	180854
Volume	-0,0162	1,6307	-11,3830	11,9095	0,1233	2,8703	180854
Títulos	-0,0164	1,6336	-11,4933	13,2026	0,1255	2,9456	180854
Negoc.	-0,0155	1,4819	-10,6176	11,3424	0,1517	2,8762	180854

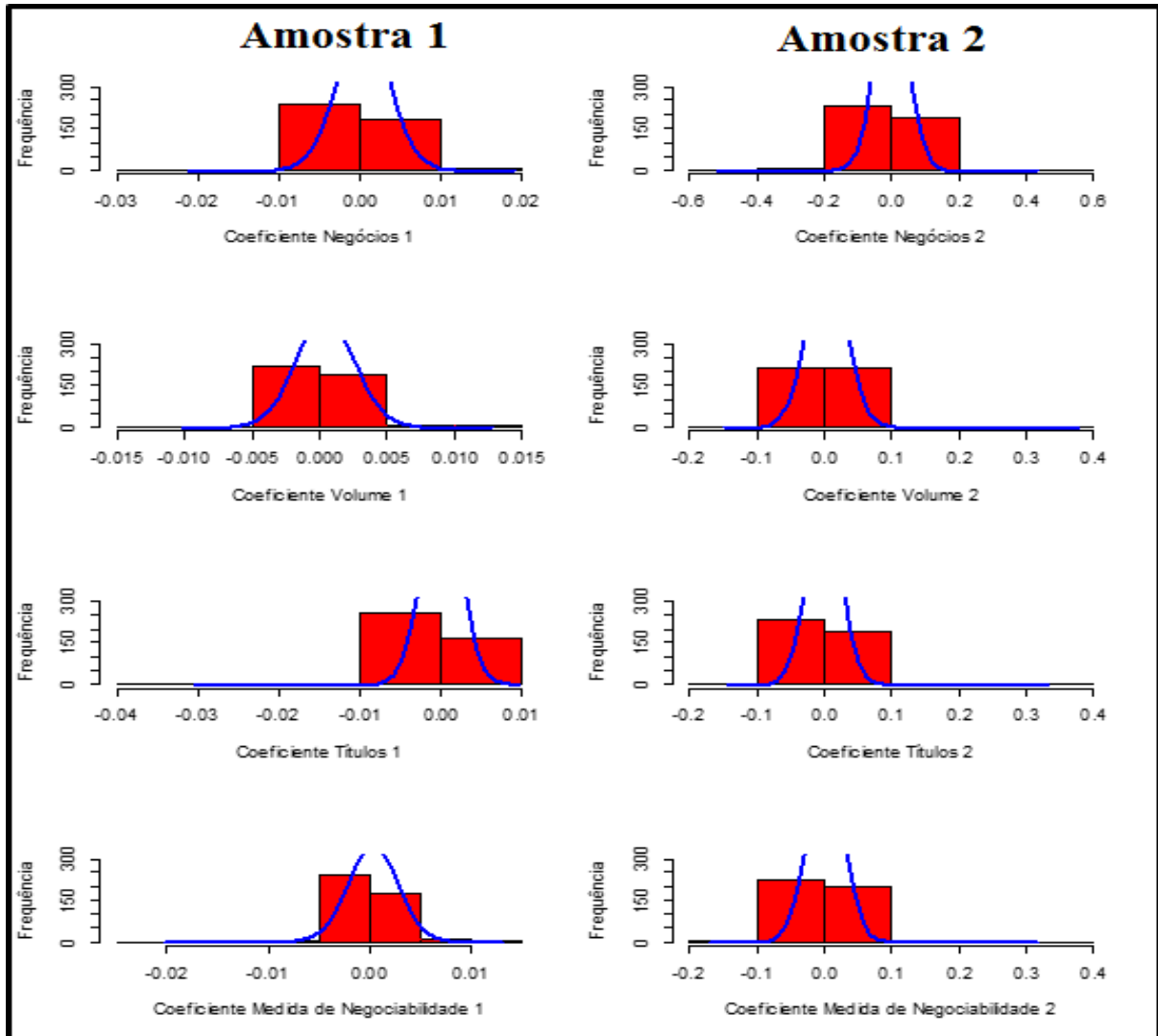
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 10, o primeiro elemento de destaque é a ampla diferença existente entre o número de observações em cada amostra. De um total de mais de um milhão e 10 mil observações, 829 mil representam as 429 ações mais frequentemente negociadas, sendo os ativos restantes compostos por apenas 180 mil observações. Esta disparidade salienta a concentração da liquidez no mercado brasileiro, onde um grupo reduzido de ações é responsável pela maior parte das transações realizadas.

Quanto as estatísticas, percebe-se que as ações menos transacionadas tendem a apresentar médias negativas e desvios um pouco maiores em relação aos ativos mais negociados. Os pontos de máximo e mínimo se mostraram similares, indicando que a presença de eventos extremos é comum em ambas as amostras. Já a assimetria e a curtose também foram semelhantes para os dois conjuntos.

Como feito na subseção anterior, foram estimadas modelos de regressões de séries temporais para cada ação das duas novas amostras. Novamente por questões de parcimônia, os resultados são apresentados na forma de gráficos de frequências seguindo os modelos apresentados na subseção 4.3.5. A Figura 7 apresenta os coeficientes obtidos para as estimações.

Figura 7 - Frequência dos coeficientes das regressões de séries temporais com liquidez para as duas novas amostras



Fonte: Elaborado pelo autor.

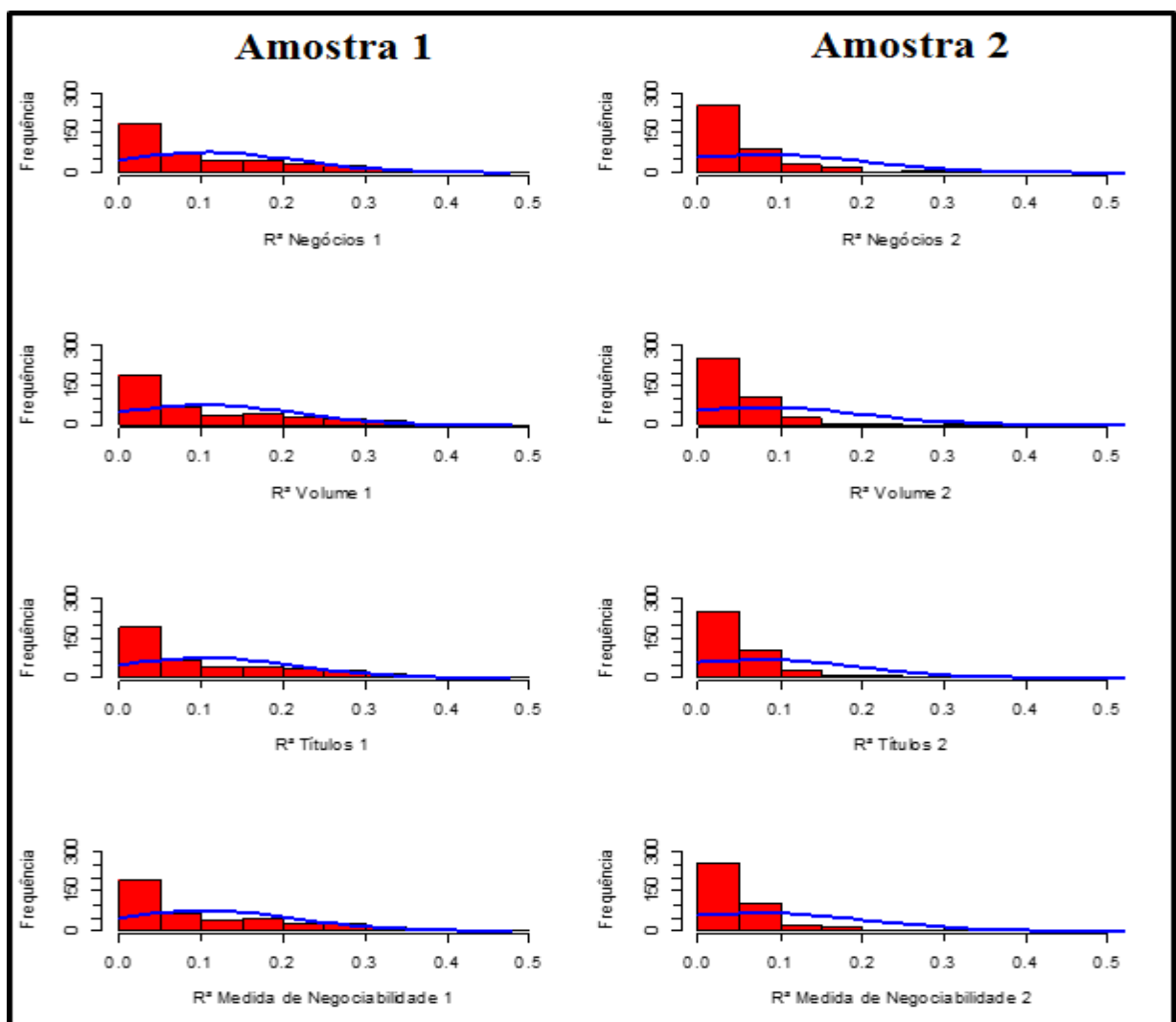
Na Figura 7 são apresentados gráficos da frequência dos coeficientes de liquidez dos modelos de regressão estimados. O lado esquerdo é composto pelas 429 ações mais negociadas e o lado direito pelos ativos com maior número de dias sem negociação. Novamente, percebe-se que as medidas de liquidez e o retorno das ações apresentaram um relacionamento negativo e positivo, havendo uma maior frequência de valores negativos.

No restante da Figura, constata-se os coeficientes como o principal ponto de destaque. Para as ações mais negociadas, os valores, em geral, variaram entre menos 0,01 e mais 0,01 e, quando analisado o volume negociado, estes se reduziram para 0,005. Por outro lado, quando observado os coeficientes dos ativos menos transacionados, nota-se que os

valores tendem a oscilar entre 0,1 negativo e positivo, chegando a 0,2 para o número de negócios. Tais resultados indicam que o impacto da liquidez no retorno das ações mais líquidas é consideravelmente menor do que o visto nas ações menos negociadas. Desse modo, quanto menos transacionado é o ativo, maior tende a ser o impacto da liquidez no seu retorno.

Na sequência são apresentados os R^2 dos modelos estimados acima. A Figura 8 expõe os resultados obtidos.

Figura 8 - Frequência dos R^2 das regressões de séries temporais com liquidez para as duas novas amostras



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura, percebe-se que os valores do R^2 tendem a ser menores e mais concentrados para as ações menos negociadas, apresentando uma maior frequência entre zero e 0,2. Quando observado os ativos mais transacionados, os R^2 se mostram mais elevados e melhores distribuídos, havendo uma maior presença de valores acima de 0,1. Em termos práticos, um

coeficiente de determinação mais elevado indica uma maior capacidade de explicação das variáveis independentes para os ativos mais negociados, o que em parte pode se dever a existência de um número superior de observações.

No que segue, são apresentados na Tabela 11 às estatísticas descritivas dos coeficientes e dos R^2 das regressões de séries temporais estimadas. Na análise dos coeficientes, pode-se constatar que os pontos de máximo e mínimo tendem a ser significativamente maiores para as ações menos negociadas, o que também é acompanhado por uma elevação em sua média, seus desvios padrões e por uma curtose leptocurtica mais acentuada. Tais fatos salientam o maior impacto da liquidez em ativos menos negociados, como visto nos gráficos de frequência.

Tabela 11 - Estatísticas descritivas dos coeficientes e R^2 das regressões de séries temporais com para liquidez para as duas novas amostras

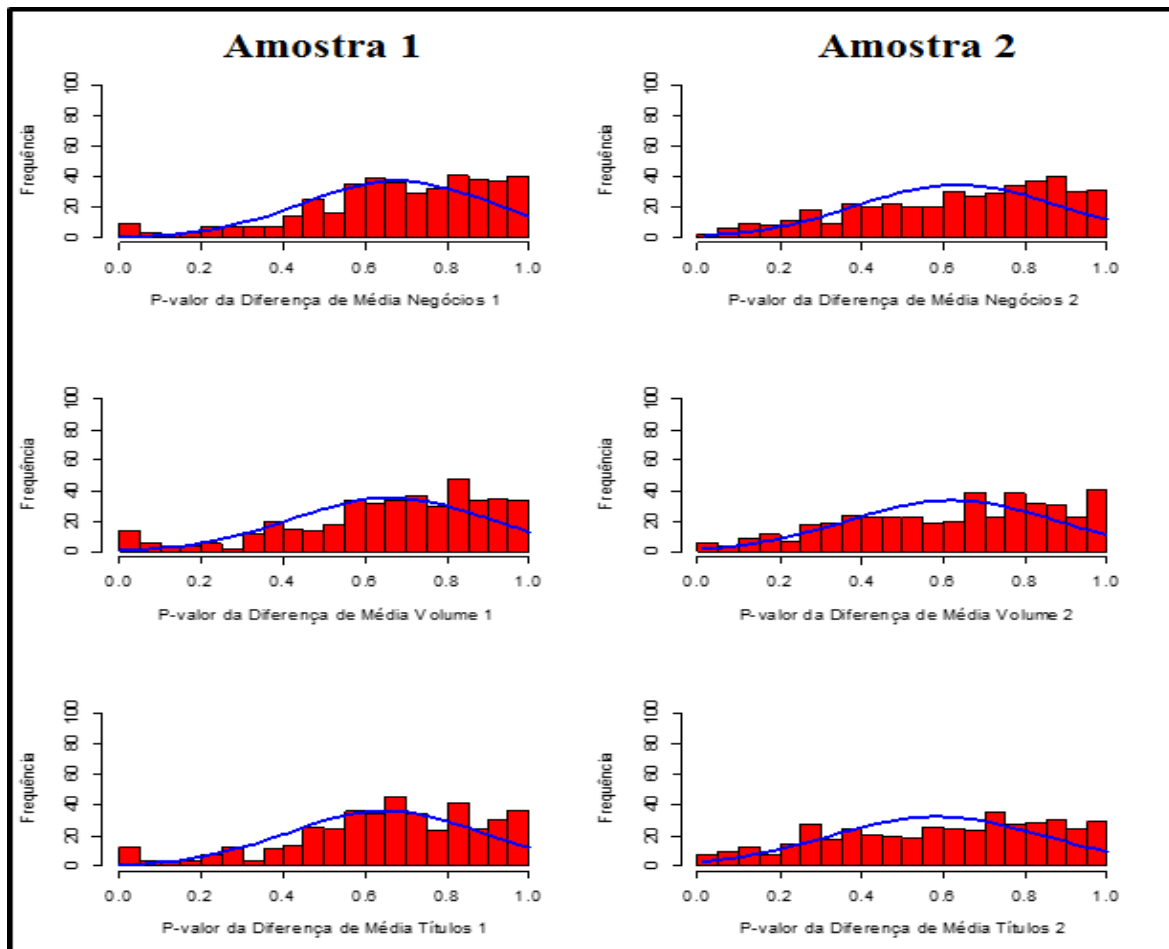
Coeficientes	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios 1	0,0004	0,0032	-0,0210	0,0190	0,2678	14,2803
Volume 1	0,0004	0,0022	-0,0101	0,0127	1,3045	8,6103
Títulos 1	0,0002	0,0024	-0,0303	0,0095	-4,4389	63,4458
Negoc. 1	0,0001	0,0024	-0,0203	0,0130	-0,4168	17,2691
Negócios 2	-0,0018	0,0477	-0,5175	0,4289	-2,4229	53,0011
Volume 2	0,0035	0,0291	-0,1486	0,3771	5,4806	69,5694
Títulos 2	-0,0006	0,0249	-0,1433	0,3310	4,6496	77,5819
Negoc. 2	0,0013	0,0268	-0,1673	0,3139	3,3247	50,6836
R^2	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios 1	0,1052	0,1109	<0,0001	0,4767	1,0489	0,3203
Volume 1	0,1047	0,1114	<0,0001	0,4793	1,0603	0,3435
Títulos 1	0,1046	0,1109	<0,0001	0,4778	1,0592	0,3443
Negoc. 1	0,1048	0,1109	<0,0001	0,4784	1,0585	0,3486
Negócios 2	0,0787	0,1255	<0,0001	0,8288	3,5112	14,0398
Volume 2	0,0770	0,1255	<0,0001	0,8872	3,6342	15,4452
Títulos 2	0,0748	0,1226	<0,0001	0,9077	3,7672	16,7500
Negoc. 2	0,0760	0,1246	<0,0001	0,8957	3,6735	15,7054

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na segunda parte da Tabela 11 são apresentados os R^2 dos modelos estimados. Durante a observação da Tabela, percebe-se que ambas as amostras tendem a apresentar um padrão de valores, independentemente da variável empregada. Os R^2 médios das ações menos negociadas apresentaram valores inferiores aos dos ativos mais transacionados e desvios levemente superiores. Como principal destaque, como já constatado na subseção anterior, tem-se os pontos de máximo, que atingem valores de até 0,90 e são indicativos de regressões espúrias. Tal fato, apesar de indesejado, acaba se tornando inerente a realização de um número tão elevado de regressões independentes.

Como anteriormente realizado, são expostos os testes t de diferença de média entre a medida de negociabilidade e cada uma das variáveis utilizadas em sua construção. Do mesmo modo que para os demais resultados, foram realizados 429 testes individuais para cada uma das amostras utilizadas nesta subseção. Os P-valores destes testes são expostos na Figura 9.

Figura 9 - P-valores dos testes t entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez

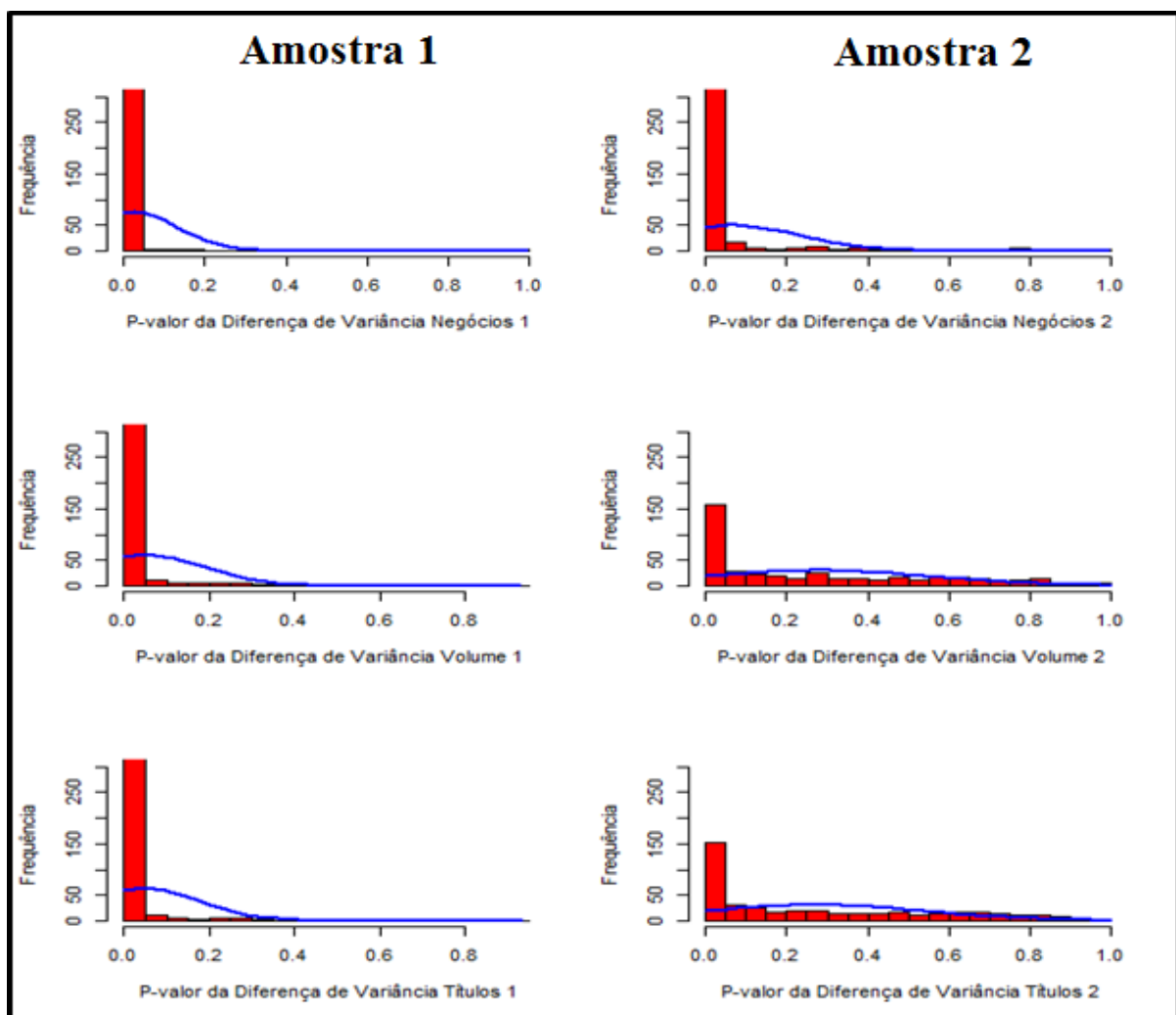


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 9, é possível visualizar que menos de 20 ativos apresentaram diferenças de média estatisticamente significativas a um nível de 5% para ambas as amostras, independentemente da variável considerada. De um modo geral, pode-se observar uma distribuição equilibrada dos p-valores, começando em zero e evoluindo até valores próximos a 1. Neste sentido, os resultados obtidos coincidem com os já vistos na subseção anterior e sugerem que a frequência com que os ativos são negociados não interfere no padrão de comportamento das médias das variáveis de liquidez.

Como etapa final, são apresentados os testes F de diferença de variância entre a medida de negociabilidade e cada uma das variáveis utilizadas em sua construção. Novamente, foram realizados 429 testes individuais para cada uma das amostras utilizadas nesta subseção. Os P-valores destes testes são expostos na Figura 10.

Figura 10 - P-valores dos testes F entre a medida de negociabilidade e as demais proxies de liquidez



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 10, de um total de 429 testes realizados para as ações mais transacionadas, mais de 300 foram significativos a um nível de significância de 5% para todas as variáveis testadas. Para os ativos menos transacionados o mesmo padrão pode ser observado para o número de negócios. Contudo, para o volume negociado e para o número de títulos houve diferenças de variância para aproximadamente 150 ações. Estas constatações, apesar de ainda inconclusivas, sugerem que as diferenças de variâncias captadas pela medida de negociabilidade tendem a ser mais facilmente vistas em ativos mais negociados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo sugeriu uma forma alternativa de mensurar a liquidez, através da construção de uma medida que buscou considerar a negociabilidade das ações. A medida foi construída para o mercado brasileiro e suas ações individuais e posteriormente foram avaliadas, através de exames estatísticos, as suas semelhanças e diferenças em relação as demais variáveis tradicionalmente utilizadas. Foram estimadas 859 análises fatoriais para séries temporais, 6868 regressões e 10296 testes de diferença, totalizando mais de 18 mil procedimentos estatísticos individuais.

Como principais constatações, tem-se que a construção da medida de negociabilidade mostrou-se viável para o mercado brasileiro. A medida demonstrou-se consistente em relação às demais e capaz, em termos de correlação, de substituir as *proxies* utilizadas na sua construção. Além disso, apresentou estatísticas descritivas intermediárias em relação aos seus pares, sendo maiores para o número de negócios e menores em comparação ao volume e número de títulos, o que sugere que a medida pode exibir resultados mais equilibrados.

Reiterando estas constatações, as descobertas sugeriram não haver diferenças de médias entre as medidas. Porém, quando observada a variância, a medida de negociabilidade se mostrou distinta das demais. Neste sentido, é possível pressupor que a medida de negociabilidade tende a apresentar resultados similares quando utilizada em modelos baseados em média, como é o caso das regressões. Por outro lado, pode ser mais vantajosa e precisa em modelos que considerem a variância.

Em termos práticos, a obtenção de resultados mais equilibrados poderia evitar que investidores superestimem ou subestimem a liquidez dos ativos. Como implicações financeiras, a superestimação da liquidez de uma ação pode fazer com que investidores se deparem com a necessidade de transformar seus ativos em dinheiro em um curto período de tempo e não obtenham sucesso devido à falta de liquidez. Ao passo que subestimar a liquidez pode levar a uma avaliação equivocada do risco, levando um agente a reter capital que poderia ser aplicado em investimentos lucrativos.

Quando analisada a aplicabilidade da medida nos modelos, observou-se que ela possui um poder explicativo similar ao das outras *proxies* utilizadas. Tendo como principal diferencial, a vantagem de reduzir as dimensões da liquidez, pois considera a informação contida em todas as *proxies* em apenas uma medida. Está característica se mostra relevante por reduzir problemas de colinearidade nas estimações, além de promover a ampliação de graus de liberdade.

Durante a análise dos coeficientes dos modelos foi possível perceber que as medidas de liquidez e o retorno das ações apresentaram um relacionamento negativo (consistente com a teoria) e positivo (contrário a teoria) de forma quase equilibrada, havendo uma maior frequência de valores negativos. Quando a amostra foi dividida de acordo com a frequência de negociação, as diferenças entre os coeficientes se tornaram ainda mais marcantes. Percebeu-se que o impacto da liquidez no retorno das ações mais líquidas é consideravelmente menor do que o visto nas ações menos negociadas.

Neste sentido, é possível conjecturar que os resultados conflitantes entre as teorias financeiras, especialmente do grupo mais transacionado, tenham alguma relação direta com os reais níveis de liquidez do mercado brasileiro, comparativamente aos mercados mais desenvolvidos, que são mais estudados. Observa-se que nos mercados desenvolvidos a frequência de negociação, especificamente o número de dias sem transações, não parece ser um aspecto relevante para a avaliação do risco de liquidez. Nestes mercados, mesmo as ações com menor número de negócios ou volume são negociadas diariamente. Já no Brasil, para um elevado número de ativos, a baixa liquidez implica em uma alta probabilidade de ausência de negociação. Nesse contexto, o risco de liquidez em mercados desenvolvidos estaria mais associado aos custos de transação ao passo que em mercados em desenvolvimento, em muitos casos, se refere ao risco de não conseguir negociar no tempo desejado.

Como principais limitações deste estudo, destacam-se as restrições amostrais e econométricas observadas. Por fim, propõe-se como sugestões de futuras pesquisas, a construção da medida de negociabilidade para novas amostras, tanto para mercados desenvolvidos como emergentes, empregando diferentes *proxies* de liquidez e modelos econométricos a fim de confirmar a aplicabilidade e possíveis vantagens financeiras, que podem ser testadas em portfólios que considerem a liquidez, modelos de precificação, entre outros.

REFERÊNCIAS

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H. Asset pricing and the bid-ask spread. **Journal of Financial Economics**, v.17, n.2, p. 223-249, 1986.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H. Liquidity, assets prices and financial policy. **Financial Analysts Journal**, v.47, n.6, p.56-66, 1991.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H.; LAUTERBACH, B. Market microstructure and securities values: evidence from the Tel Aviv Stock Exchange. **Journal of Finance Economics**, v. 45, p. 365–390, 1997.

AMIHUD, Y. Illiquidity and stock returns: cross-section and time series effects. **Journal of Financial Markets**, v. 5, n. 1, p.31-56, 2002.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H.; PEDERSEN, L. H. **Market Liquidity Asset Pricing, Risk, and Crises**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

ARELLANO, M. 1987. Computing Robust Standard Errors for Within Group Estimators. **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, v.49, p.431-434, 1987.

ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.; HEATH, D. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, v.9, p. 203-228, 1999.

ASSUNÇÃO, F. **Estratégias para tratamento de variáveis com dados faltantes durante o desenvolvimento de modelos preditivos**. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

BACIDORE, J. M. The impact of decimalization on market quality: An empirical investigation of the Toronto stock exchange. **Journal of Financial Intermediation**, v.6, n.2, p.92-120, 1997.

BAI, M.; QIN, Y. Commonality in liquidity in emerging markets: Another supply-side explanation. **International Review of Economics & Finance**, v. 39, p. 90–106, 2015.

BAKER, H. K. Trading location and liquidity: An analysis of U.S. dealer and agency markets for common stocks. **Financial Markets, Institutions & Instruments**, v.5, n. 4, p.1-51, 1996.

BLACK, F. Towards a fully automated exchange. **Financial Analysts Journal**, v.27, p. 29-35, 1971.

BM&F/Bovespa. BM&F/Bovespa Supervisão de Mercados. **Relatório de Análise 001/2011: Determinação dos parâmetros para a caracterização da prática de *churning* no Brasil**, 2011.

BREUSH T.; PAGAN A. The Lagrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specication in Econometrics. **Review of Economic Studies**, v.47, p.239-253, 1980.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. Liquidez e avaliação de ativos financeiros: evidências empíricas na bovespa (1988-1996). In: Encontro Anual da Associação Nacional do Programas de Pós-Graduação em Administração, 22, 1998. **Anais...** Foz do Iguaçu, 1998.

CASTRO, Q. C. **Uma Aplicação de Métodos de Imputação no Estudo de Fatores Associados ao Baixo Peso ao Nascer**. Monografia. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

CHANG, Y. Y.; FAFF, R.; HWANG, C.-Y. Liquidity and stock returns in Japan: New evidence. **Pacific-Basin Finance Journal**, v. 18, n. 1, p. 90–115, 2010.

CHIANG, T. C.; ZHENG, D. Liquidity and stock returns: Evidence from international markets. **Global Finance Journal**, v. 27, p. 73–97, 2015.

CHORDIA, T.; ROLL, R.; SUBRAHMANYAN, A. Commonality in liquidity. **Journal of Financial Economics**, v. 56, n. 1, p.3-28, 2000.

CHORDIA, T.; ROLL, R.; SUBRAHMANYAN, A. Market liquidity and trading activity. **The Journal of Finance**, v. 56, n.2, p.501-530, 2001.

CHRISTIE, W. G. & SCHULTZ, P. H. Dealer markets under stress: The performance of NASDAQ market makers during the november 15, 1991, market break, **Journal of Financial Services Research**, v. 13, n. 3, p.205-229, 1998.

CORREIA, L. F.; AMARAL, H. F.; BRESSAN, A. A. O efeito da liquidez sobre a rentabilidade de mercado das ações negociadas no mercado acionário brasileiro. **Revista de Administração e Contabilidade da Unisinos – BASE**, v. 5, n. 2, p.111-118, 2008.

CORREIA, L. F.; AMARAL, H. F. A Influência da Liquidez das Ações sobre o Retorno no Mercado Acionário Brasileiro. 12º Encontro Brasileiro de Finanças, São Paulo, 2012. Disponível em:
<http://bibliotecadigital.fgv.br/ocs/index.php/ebf/12EBF/schedConf/presentations> Acesso em: 15 nov. 2015.

COUGHENOUR, J; SAAD, M. Common market makers and commonality in liquidity. **Journal of Financial Economics**, v.73, p. 37–70, 2004.

CROISSANT, Y.; MILLO G. Panel Data Econometrics in R: The plm Package. **Journal of Statistical Software**, v.27, 2008.

DATAR, V. T.; NAIK, N. Y.; RADCLIFFE, R. Liquidity and stock returns: an alternative test. **Journal of Financial Markets**, v.1, p.203-219, 1998.

FAMA, E.; MACBETH, J. Risk, return and equilibrium: empirical tests. **Journal of Political Economy**, v.71, p. 607-636, 1973.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v.33, n.1, p. 3-56, 1993.

GABRIELSEN, A.; MARZO, M.; ZAGAGLIA, P. Measuring Market Liquidity: An Introductory Survey. **SSRN Electronic Journal**, 2011. Disponível em:

<http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1976149> Acesso em: 15 nov. 2015.

GILBERT, P. D.; MEIJER, E. Time Series Factor Analysis with an Application to Measuring Money, Research Report 05F10, University of Groningen, SOM Research School, 2005. Disponível em: <<http://som.eldoc.ub.rug.nl/reports/themeF/2005/05F10/>> Acesso em: 15 nov. 2015.

GILBERT, P. D.; MEIJER, E. Money and Credit Factors, **Bank of Canada Working Paper 2006-3**, 2006. Disponível em: <<http://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/02/wp06-3.pdf>> Acesso em: 15 out. 2015.

GOYENKO, R.Y.; HOLDEN, C.W.; TRZCINKA, C.A. Do liquidity measures measure liquidity? **Journal of Financial Economics**, v. 92, p. 153–181, 2009.

GREENE, W.H. **Econometric Analysis**. 5 ed. Prentice Hall, 2003.

GUJARATI, D. **Econometria Básica**. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006.

HAIR JUNIOR, J. F. et al. **Multivariate Data Analysis**. 7. ed. New: Bookman, 2010.

HALLIN, M.; MATHIASSE, C.; PIROTTE, H.; VEREDASE, D. Market liquidity as dynamic factors. **Journal of Econometrics**, v. 163, n. 1, p. 42–50, 2011.

HAMEED, A.; KANG, W.; VISWANATHAN, S. Stock market decline and liquidity. **Journal of Finance**, v.65, p. 257-293, 2010.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

HAUSMAN, J. A. Specification tests in econometrics. **Econometrica**, n.46, p.1251–1271, 1978.

HSIAO, C. Panel Data Analysis - Advantages and Challenges, IEPR Working Papers, **Institute of Economic Policy Research (IEPR)**, 2006.

HUBERMAN, G.; HALKA, D; Systematic liquidity. **Journal of Financial Research**, v. 24, p. 161-178, 2001.

HUI, B.; HUEBEL, B. Comparative Liquidity Advantages Among Major U.S. Stock Markets, DRI Financial Information Group Study Series, 1984.

JUN, S.; MARATHE; A.; SHAWKY, H. A. Liquidity and stock returns in emerging markets. **Emerging Markets Review**, v. 4, n. 1, p. 1-24, 2003.

KAMARA, A. & KOSKI, J. L. Volatility, autocorrelations, and trading activity after stock splits. **Journal of Financial Markets** v. 4, p.163-184, 2001.

KAMARA, A; LOU, X.; SADKA, R. The divergence of liquidity commonality in the cross-section of stocks. **Journal of Financial Economics**, v.89, p. 444-466, 2008.

KANG, W.; ZHANG, H. Measuring liquidity in emerging markets. **Pacific-Basin Finance Journal**, v. 27, p. 49–71, 2014.

KAROLYI, G. A.; LEE, K.; DIJK, M. A.; Understanding commonality in liquidity around the world. **Journal of Financial Economics**, v. 105, n. 1, p. 82-112, 2012.

KEENE, M. A.; PETERSON, D. R. The importance of liquidity as a factor in asset pricing. **The Journal of Financial Research**, v. 30, n. 1, p. 91-109, 2007.

KESSLER, S.; SCHERER, B. Hedge fund return sensitivity to global liquidity. **Journal of Financial Markets**, v. 14, n. 2, p.301–322, 2011.

KHAN, W. A.; BAKER, H. K. Unlisted trading privileges, liquidity and stock returns. **Journal of Financial Research**, v. 16, p. 221–236, 1993.

KOCH, A.; RUENZI, S; STARKS, L. Commonality in liquidity: a demand-side explanation. Working paper, 2010.

KORAJCZYK, R.; SADKA, R. Pricing the commonality across alternative measures of liquidity. **Journal of Financial Economics**, v.87, p. 45–72, 2008.

KYLE, A. S. Continuous Auctions and Insider Trading. **Econometrica**, v.53, p.1315-1335, 1985.

LACKER, D. Liquidity, risk measures, and concentration of measure. **Arxiv Working Paper**, 2015. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1510.07033v2>> Acesso em: 15 nov. 2016.

LESMOND, D.; OGDEN, J.; TRZCINKA, C. A new estimate of transaction costs. **The Review of Financial Studies**, v. 12, p. 1113–1141, 1999.

LIANG, S. X.; WEI, J. K. C. Liquidity risk and stock returns around the world. **Journal of Banking & Finance**, v. 36, n. 12, p. 3274–3288, 2012.

LIU, W. A liquidity-augmented capital asset pricing model. **Journal of Financial Economics**, v.82, p.631-671, 2006.

MACHADO, M. A. V.; MEDEIROS, O. R. de. Modelos de precificação de ativos e o efeito liquidez: evidências empíricas no mercado acionário brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 9, n. 3, p. 383-412, 2011.

MACHADO, M. A. V.; MEDEIROS, O. R. Existe o efeito liquidez no mercado acionário brasileiro? **Brazilian Business Review**, v. 9, n. 4, p.28-51, 2012.

MACHADO, M. A. V.; MACHADO, M. R. Liquidez e precificação de ativos: evidências do mercado brasileiro, **Brazilian Business Review**, v.11, n.1, p. 73–95, 2014.

MARSH, T.; ROCK, K. Exchange Listing and Liquidity: A Comparison of the American Stock Exchange with the NASDAQ National Market System. American Stock Exchange Transaction Data Research Project, Report No. 2, 1986.

MARSHALL, B. R.; NGUYEN, N. H; VISALTANACHOTI, N. Liquidity commonality in commodities. **Journal of Banking & Finance**, v. 37, n.1, p. 11-20, 2013.

MARTIN, P. Analysis if the Impact of Competitive Rates on the Liquidity of NYSE Stocks, Economic Staff Paper, Securities and Exchange Commission, 1975.

MAYNES, E.; RUMSEY, J. Conducting event studies with thinly traded stocks. **Journal of Banking and Finance**, v.17, p.145-157, 1993.

MINARDI, A. M.; SANVICENTE, A. Z. MONTEIRO, R. Spread de compra e venda no mercado acionário brasileiro, liquidez, assimetria de informação e prêmio por liquidez. V Encontro Brasileiro de Finanças. Rio de Janeiro. **Anais do V Encontro Brasileiro de Finanças da Sociedade Brasileira de Finanças**, 2005.

NEWKEY, W. K.; WEST, K. D. A. A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. **Econometrica**, v. 55, p. 703-708, 1987.

NUNES, L. N.; KLÜCK, M. M.; FACHEL, J. M. G. Uso da imputação múltipla de dados faltantes: uma simulação utilizando dados epidemiológicos. **Cad. Saúde Pública**, v. 25, n. 2, p. 268-278, 2009.

PASQUARIELLO, P. The anatomy of financial crises: evidence from the emerging ADR market. **Journal of International Economics**, v. 76, p.193-207, 2008.

PASTOR, L.; STAMBAUGH, R. F. Liquidity risk and expected stock returns. **Journal of Political Economy**, v.111, p. 642-685, 2003.

PIGOTT, T. D. A review of methods for missing data. **Educational research and evaluation**, v. 7, n. 4, p. 353-383, 2001.

RIGHI, M. B.; VIEIRA, K. M. Verifying the presence of the liquidity premium in the Brazilian market through different time scales. **African Journal of Business Management**, v. 1, 2012.

RIGHI, M. B.; VIEIRA, K. M.; CORONEL, D. A.; BENDER FILHO, R.; CERETTA, P. S. Decomposing the bid-ask spread in the Brazilian market: an intraday framework. **Economics Bulletin**, v. 34, p. 2010-2023, 2014.

RIGHI, M. B. Proper liquidity measures. Working paper, 2016. Disponível em: <<http://www.4shared.com/web/preview/pdf/kV6QZ8hyce>> Acesso em: 15 nov. 2016.

SADKA, R. Liquidity risk and accounting information. **Journal of Accounting and Economics**, v. 52, n. 2-3, p.144–152, 2011.

SARR, A.; LYBEK, T. Measuring liquidity in financial markets. International Monetary Fund Working Paper. 2002. Disponível em: <http://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2002/wp02232.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2015.

TSAY, R.S. **Analysis of financial time series**. 3 ed. John Wiley & Sons, 2010.

TSIKRIKTSIS, N. A review of techniques for treating missing data in OM survey research. **Journal of Operations Management**, v. 24, n. 1, p. 53-62, 2005.

VICTOR, F. G.; PERLIN, M. S.; MASTELLA, M. Comunalidades na Liquidez – Evidências e Comportamento Intradiário para o Mercado Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 3, p. 375–398, 2013.

VIEIRA, K. M. **Reação do Mercado a Stock Splits e Stock Dividends: um estudo de evento e um teste de liquidez**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre - RS, Brasil, 1998.

VIEIRA, K. M.; MILACH, F. T. Liquidez/Ilíquidez no mercado Brasileiro: comportamento no período 1995-2005 e suas relações com o retorno. **Revista de Administração e Contabilidade da Unisinos – BASE**, v. 5, n. 1, p.5-16, 2008.

VIEIRA, K. M.; SILVERIA, V. G.; RIGHI, M. B.; Análise do comportamento temporal da liquidez no mercado acionário brasileiro. **Revista de Finanças Aplicadas**, v. 1, 2012.

VIEIRA, K. M.; JUSTEN JÚNIOR, A. A.; RIGHI, M. B. O papel da liquidez e suas múltiplas dimensões no retorno das ações: um estudo com dados em painel do mercado brasileiro. **CONTEXTUS Revista Contemporânea de Economia e Gestão**, v. 13, n. 2, p. 7–35, 2015.

WEE, C. K. G.; **Liquidity commonality around the world**. Dissertação de Mestrado. University of New South Wales, 2012.

WHITE, H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. **Econometrica**, v. 50, p. 1–25, 1982.

WYSS, R. **Measuring and Predicting Liquidity in the Stock Market**. Dissertação de Mestrado, Universitat St. Gallen, 2004.