

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA
APLICADA AOS PROCESSOS PRODUTIVOS**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM EJETOR A VAPOR COM O
AUXÍLIO DA TERMOGRAFIA**

Joseane da Silva

**Santana do Livramento, RS
2017**

Joseane da Silva

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM EJETOR A VAPOR COM O AUXÍLIO DA
TERMOGRAFIA**

Monografia apresentada ao Curso de Pós-Graduação – Especialização em Eficiência Energética Aplicada aos Processos Produtivos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Eficiência Energética.**

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Roberto Losekann

Santana do Livramento, RS

2017

Joseane da Silva

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM EJETOR A VAPOR COM O AUXÍLIO DA
TERMOGRAFIA**

Monografia apresentada ao Curso de Pós-Graduação – Especialização em Eficiência Energética Aplicada aos Processos Produtivos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Eficiência Energética**.

Aprovado em 22 de julho de 2017:

Cláudio Roberto Losekann, Dr. (UFSM)
Presidente - Orientador

Natanael Rodrigues Gomes, Dr. (UFSM)
1º Avaliador

Geomar Machado Martins, Dr. (UFSM)
2º Avaliador

Cezar Augusto Beltrame, Dr. (UFSM)
Suplente

Santana do Livramento, RS

2017

RESUMO

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM EJETOR A VAPOR COM O AUXÍLIO DA TERMOGRAFIA

AUTORA: Joseane da Silva

ORIENTADOR: Cláudio Roberto Losekann

Ejetores a vapor são equipamentos que desempenham um importante papel na confiabilidade de processos e instalações industriais. Este trabalho apresenta uma análise do desempenho de um ejedor a vapor onde as transformações termodinâmicas ocorridas no fluxo são avaliadas através de modelagem matemática e relacionadas ao perfil termográfico do equipamento. A pesquisa parte da modelagem unidimensional de um ejedor operando sob diferentes condições e relaciona os resultados obtidos com uma análise termográfica. Por fim concluiu-se que a técnica de termografia representa uma valiosa contribuição na análise de desempenho de ejedores a vapor.

Palavras-chave: Ejetores a vapor. Termografia por infravermelho. Análise unidimensional.

ABSTRACT

PERFORMANCE EVALUATION OF A STEAM EJECTOR WITH THE AID OF THERMOGRAPHY

AUTHOR: Joseane da Silva

ADVISOR: Cláudio Roberto Losekann

Steam ejectors are equipment that play an important role in the reliability of industrial processes and installations. This work presents a study of the performance of a steam ejector where as thermodynamic flux transformations are evaluated through mathematical modeling and are related to the thermographic profile of the equipment. A search of one-dimensional models of an ejector operating under key conditions and relates the results obtained with a thermographic analysis. Finally, it was concluded that the thermography technique represents a valuable contribution in the performance analysis of steam ejectors.

Keywords: Steam ejectors. Infrared thermography. One-dimensional analysis.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Objetivos.....	11
1.1.1 Objetivo geral	11
1.1.2 Objetivos específicos.....	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1 Ejetores a vapor	12
2.1.1 Princípio de funcionamento.....	12
2.1.2 Modos de operação de um ejetor.....	13
2.1.3 Análise termodinâmica do ejetor.....	16
2.1.4 A qualidade do vapor motriz	18
2.2 Modelos matemáticos aplicados a ejetores.....	19
2.2.1 Modelagem do bocal primário.....	20
2.2.2 Modelagem da seção de mistura, onda de choque e seção do difusor	24
2.3 Termografia por infravermelho	26
2.3.1 Princípio de funcionamento e aplicações	26
3 METODOLOGIA	28
3.1 Modelagem unidimensional do desempenho do ejetor A	29
3.2 Análise termográfica do ejetor A	29
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
4.1 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 1.....	31
4.2 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 2.....	32
4.3 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 3.....	34
4.4 O efeito da condensação no escoamento supersônico.....	36
5 CONCLUSÃO	38
REFERÊNCIAS	39
APÊNDICE A	42

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama de um ejetor a vapor e perfis de pressão e velocidade axial (IGLESIAS, 2012).....	13
Figura 2 – Modo de operação de um ejetor a vapor	15
Figura 3 - Posição assumida pela área efetiva do fluido primário com a variação da pressão de entrada	16
Figura 4 - Expansão isentrópica ao longo do bocal primário	17
Figura 5 - (a) Congelamento externo registro por Lines (2017) e (b) congelamento interno registrado por Power (2005).....	19
Figura 6 - Termograma da condição do suprimento de vapor.....	27
Figura 7 - Fluxograma para a análise unidimensional de desempenho do ejetor A.....	29
Figura 8 - Perfil de temperatura superficial do ejetor A para o caso 1.....	31
Figura 9 - Termografia do ejetor A para o caso 1: (A) região convergente; (B) região divergente.	32
Figura 10 - Perfil de temperatura superficial do ejetor A para o caso 2.....	33
Figura 11: Termografia do ejetor A para o caso 2: (A) região convergente; (B) região divergente.	34
Figura 12 - Termografia do ejetor A para o caso 3: (A) região convergente; (B) região divergente.	35
Figura 13 - Perfil de temperatura superficial do Ejetor A para o caso 3.	36
Figura 14 - Ejetor A apresentando o fenômeno de condensação ao longo do ejetor.	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Características geométricas e variáveis operacionais do ejetor A.....	28
Tabela 2: Resultados da análise unidimensional de desempenho do ejetor A para os três casos estudados.	30

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área, m ²
C	Velocidade do som, m/s
D_1	Diâmetro da saída do bocal primário, mm
D_2	Diâmetro da entrada da seção convergente do difusor, mm
D_n	Diâmetro da garganta do bocal primário, mm
D_t	Diâmetro da saída da seção divergente do difusor, mm
h	Entalpia, kJ/kg
M	Número de Mach
\dot{m}	Fluxo de massa
P	Pressão, Mpa;
P_c	Pressão de saída do difusor, Mpa
P_e	Pressão na sucção, Mpa
P_g	Pressão na garganta, Mpa
T	Temperatura, K
V	Velocidade, m/s
r	Razão entre o fluxo de massa primário e secundário
s	Entropia, kJ/kgK
ρ	Massa específica
ω	Taxa de arraste
γ	Razão dos calores específicos, cp/cv

Sobrescrito

- * Condição crítica

Subscrito

p_0	Fluido primário na condição de entrada
s_0	Fluido secundário na condição de entrada
g	Garganta do bocal primário
s	Fluido secundário
p	Fluido primário
1	Seção a saída do bocal primário
2	Seção de mistura
3	Seção jusante a onda de choque
4	Entrada do difusor

1 INTRODUÇÃO

O elevado custo da energia na produção industrial motiva o desenvolvimento de estudos de eficiência energética com vistas ao desempenho de equipamentos e a otimização de processos (POWER, 2005).

Ejetores a vapor são equipamentos amplamente utilizados em indústrias que dispõem de vapor d'água para a geração de vácuo em seus processos e o bom desempenho destes equipamentos são essenciais para o bom funcionamento da planta industrial (BRASIL, 2002).

O princípio de operação de um ejetor é baseado na teoria do escoamento compressível em bocais convergente-divergente e diversos parâmetros podem afetar a performance deste equipamento, incluindo as condições de operação, a qualidade do vapor motriz e a geometria do ejetor (POWER, 2005).

A análise termodinâmica é uma ferramenta importante na avaliação de equipamentos e processos industriais. Com o uso dela é possível estimar as eficiências, o consumo de energia e os impactos ambientais, entre outros parâmetros (ÇENGEL & BOLIS, 2013).

A evolução e a crescente utilização da termografia nos mais diversos campos da indústria justificam o interesse na aplicação da análise termográfica na avaliação de desempenho de ejtores a vapor, atuando como uma ferramenta auxiliar utilizada na avaliação do equipamento.

A presente monografia analisa o desempenho de um ejetor a vapor operando sob diferentes condições de trabalho, onde o comportamento termodinâmico do fluxo é avaliado através de modelagem unidimensional e auxiliado pela técnica da termografia por infravermelho, demonstrando a valiosa contribuição desta técnica na análise de desempenho de ejtores a vapor.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Avaliar o desempenho de um ejetor a vapor utilizando modelagem matemática e termografia por infravermelho.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar o comportamento termodinâmico de um ejetor a vapor utilizando modelagem matemática;
- Relacionar os resultados obtidos com a modelagem matemática ao perfil termográfico do ejetor;
- Avaliar o efeito da variação das condições operacionais no perfil de temperatura superficial de um ejetor.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Ejetores a vapor

Ejetores a vapor são compressores estáticos, de dois estágios de compressão, que convertem a pressão e a entalpia de um fluido motriz em energia cinética ou velocidade. Esse fenômeno ocorre devido ao formato convergente e divergente presente no bocal primário e no difusor (LINES, 2016).

Em virtude da simplicidade de seu desenho e da ausência de partes móveis na sua composição, os ejtores são componentes confiáveis que requerem pouca manutenção e que têm custos de instalação muito baixos em comparação com compressores mecânicos (COUTO, 2015).

Embora o investimento inicial seja baixo, os ejtores têm um elevado custo operacional devido à baixa eficiência térmica, o que deve ser considerado na avaliação de alternativas, ainda que a substituição total dos ejtores por bombas mecânicas não seja justificável, devido a eficiência dos ejtores aumentar para faixas de operação abaixo de 10 mmHg (BRASIL, 2002).

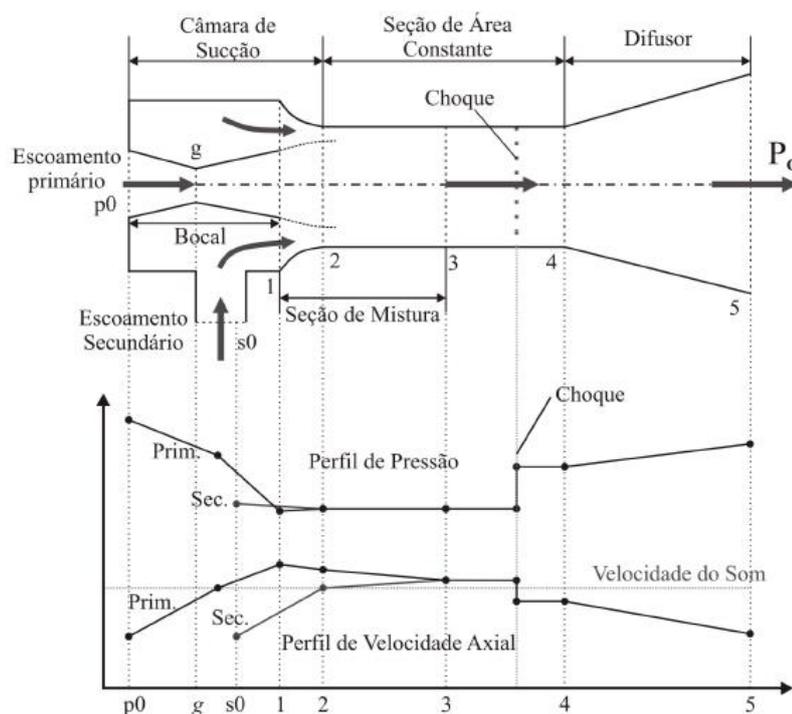
2.1.1 Princípio de funcionamento

O princípio de funcionamento de um ejtor a vapor é detalhado a seguir por Iglesias (2012), que associa o diagrama de um ejtor a vapor aos perfis de pressão e velocidade axial, conforme Figura 1.

O fluido primário entra no ejtor (p_0) a uma velocidade subsônica. À medida que o fluido escoar na seção convergente do bocal a pressão é reduzida e a velocidade aumenta. O escoamento atinge a velocidade do som na garganta do bocal (g). O escoamento pela seção divergente do bocal resulta em uma redução adicional da pressão e no conseqüente aumento da velocidade até uma condição supersônica. No plano de saída do bocal (1), a pressão estática do escoamento primário é menor que a do fluido secundário, do que resulta a indução do

escoamento secundário. Na saída do bocal, no escoamento primário ocorre uma expansão que dá origem a um duto convergente secundário. Em algum ponto deste duto, aqui denominado de garganta aerodinâmica, a velocidade do escoamento secundário alcança a velocidade do som (2), causando a condição de escoamento bloqueado secundário, o qual pode ocorrer na câmara de sucção (seção convergente) ou na seção de área constante (3). A pressão na câmara de mistura depende da pressão do fluido primário, do secundário e da pressão externa ao difusor. Normalmente essa pressão é maior do que a pressão do escoamento da mistura, do que resulta o desenvolvimento de uma onda de choque. Essa onda é associada a um aumento súbito na pressão e a uma desaceleração abrupta, até uma condição subsônica. A mistura subsônica, ao passar pelo difusor, desacelera aumentando a pressão e recuperando parte da energia cinética do escoamento (5) (IGLESIAS, 2012).

Figura 1 - Diagrama de um ejetor a vapor e perfis de pressão e velocidade axial (IGLESIAS, 2012).



Fonte: (IGLESIAS, 2012).

2.1.2 Modos de operação de um ejetor

Segundo Sriveerakul *et al* (2007), o bom desempenho de um ejetor a vapor supersônico envolve a ocorrência de dois fenômenos de bloqueio (choque): um no fluxo primário após sair do bocal e o outro no fluxo secundário. O segundo bloqueio do ejetor resulta da aceleração do

fluxo arrastado de um estado de estagnação da entrada da sucção até um fluxo supersônico na seção de área constante. A Figura 2 mostra a variação da relação de arraste ω com a pressão crítica (P_c) da descarga ou da pressão de saída a uma pressão fixa da sucção P_e e a um fluxo de pressão primária fixa P_g .

A pressão crítica define a fronteira entre os dois modos de operação e define-se como um parâmetro de desempenho do ejetor a vapor, uma vez que quanto maior o valor deste parâmetro, mais ampla é a faixa de pressões para as quais o funcionamento do ejetor apresenta desempenho máximo (COUTO, 2015).

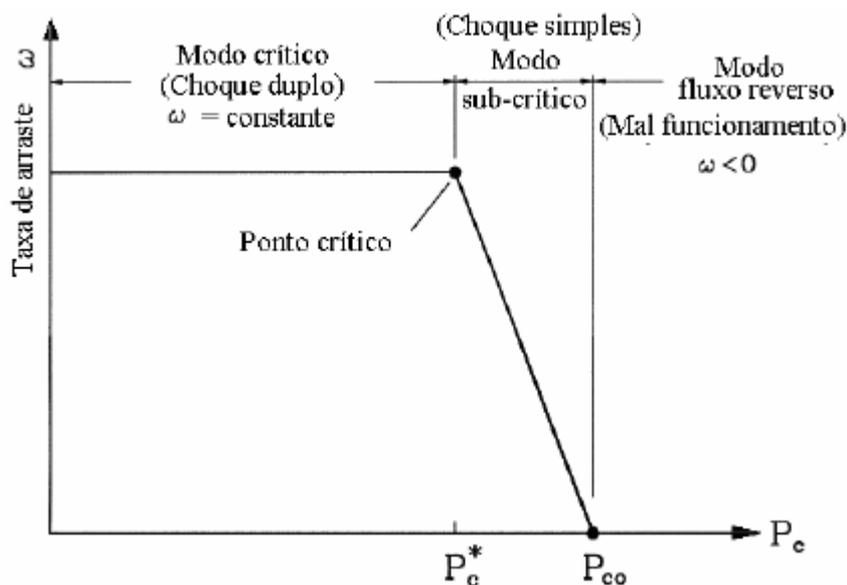
Segundo Huang *et al* (1999), o desempenho de um ejetor pode então ser dividido em três modalidades operacionais, de acordo com a pressão de saída (P_c):

- i. O duplo bloqueio ou modalidade crítica com o $P_c \leq P_c^*$, quando o fluxo primário e o secundário, são ambos bloqueados e a relação de arraste é constante, isto é, $\omega = \text{constante}$;
- ii. Choque simples ou modalidade subcrítica $P_c^* < P_c < P_{co}$, quando somente o fluxo primário sofre o choque e ω muda com a pressão de saída;
- iii. Fluxo reverso ou modalidade de mau funcionamento $P_c \geq P_{co}$, quando ambos os fluxos, primário e o secundário, não sofrem choque e o fluxo arrastado é reverso (mau funcionamento), isto é, $\omega \leq 0$.

A melhor eficiência é alcançada quando o ejetor tem um desempenho no modo crítico (HUANG *et al*, 1999).

Huang *et al* (1999) desenvolveram, através de uma análise de um modelo de fluxo do ejetor unidimensional (1-D), uma previsão do desempenho de um ejetor, operando em modo crítico, supondo que a mistura dos fluxos primário e secundário ocorre na câmara de mistura do ejetor a pressão constante dentro da seção de área constante, mostrando que a análise 1-D pode prever exatamente o desempenho de ejetores.

Figura 2 – Modo de operação de um ejetor a vapor

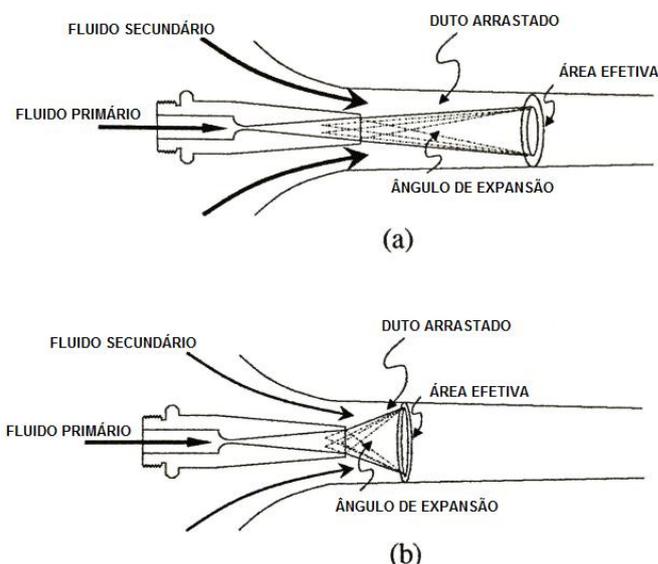


Fonte: (HUANG *et al*, 1999).

Sriveerakul *et al* (2007) e Aphornratana *et al* (2007) realizaram um estudo utilizando a dinâmica dos fluidos computacional demonstrando a complexidade do fluxo e do processo de mistura de um ejetor a vapor. Eles demonstram as mudanças estruturais dos fluxos e seus comportamentos dentro da câmara do ejetor e suas influências na performance de funcionamento do ejetor, concluindo ser esta uma boa ferramenta para a previsão do desempenho de ejetores.

Segundo Lines (2017), cada ejetor tem a sua própria curva de desempenho, definida pela pressão de sucção que o ejetor irá manter em função da carga de sucção quando abastecido com vapor motriz com a pressão de projeto - e uma pressão de descarga que não exceda a capacidade máxima.

Figura 3 - Posição assumida pela área efetiva do fluido primário com a variação da pressão de entrada



Fonte: (Adaptado de CHUNNANOND & APHORNRATANA, 2004).

Chunnanond e Aphornratana (2004) demonstra em seu estudo a posição assumida pela área efetiva do fluido primário quando ocorre a variação de sua pressão de entrada, afirmando que a operação a uma pressão reduzida, reduz a velocidade de saída do bocal, formando um menor ângulo de expansão e o deslocando a área efetiva a jusante da região convergente do ejetor. Conforme Chunnanond e Aphornratana (2004), o padrão que apresenta o menor ângulo de expansão apresenta a maior eficiência, pois possibilita um maior arraste do fluxo secundário. A Figura 3a e 3b apresentam esta relação.

2.1.3 Análise termodinâmica do ejetor

Ejetores com geometria convergente-divergente possuem a propriedade de acelerar o fluido de trabalho a velocidades acima da velocidade do som. A relação da velocidade local do escoamento e a velocidade de propagação do som no fluido é denominada número de Mach (M), sendo $M < 1$ para escoamento subsônico, $M = 1$ para escoamento sônico e $M > 1$ para escoamento supersônico (ÇENGEL & BOLES, 2013).

A seção divergente do ejetor somente consegue acelerar o escoamento a velocidades supersônicas caso a velocidade na garganta seja sônica. Caso a velocidade do fluido seja inferior

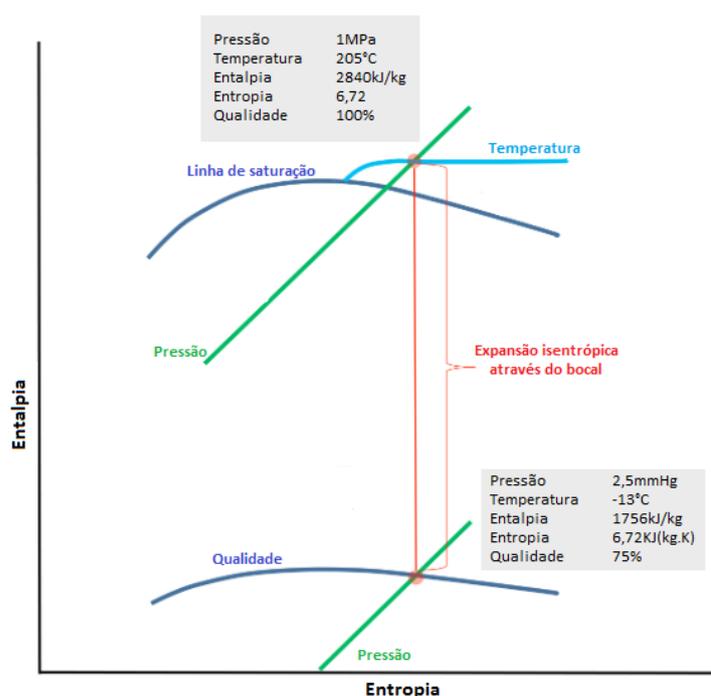
à sônica na garganta do bocal, o escoamento é desacelerado na seção divergente (POWER, 2005).

A expansão isentrópica do vapor a uma baixa pressão na câmara de sucção induz a mistura com os gases do processo, mantendo supersônica a velocidade da mistura. (LINES, 2017). A Figura 4 representa a expansão isentrópica ao longo do bocal primário de um ejetor.

Conforme relatam Çengel e Boles (2013), medida que a mistura alcança a região convergente-divergente do difusor, ondas de choque se formam quando a razão entre a pressão de saída do difusor e a pressão de sucção excedem a razão de pressão crítica. Uma onda acústica percorre a direção oposta ao fluxo.

Segundo Brasil (2002), o fenômeno de choque normal desenvolvido no ejetor provém inteiramente do caráter simplista da análise unidimensional do ejetor. Na realidade o fenômeno descrito trata de uma série de choques com padrões oblíquos e normais à direção de deslocamento do fluido. O choque normal causa a elevação repentina da pressão e da temperatura e uma queda repentina da velocidade até níveis subsônicos (BRASIL, 2002).

Figura 4 - Expansão isentrópica ao longo do bocal primário



Fonte: (adaptado de LINES, 2017).

2.1.4 A qualidade do vapor motriz

A qualidade do vapor é de extrema importância no desempenho de ejetores. O vapor úmido pode ser nocivo ao sistema, onde gotículas de umidade presentes nas linhas de vapor são aceleradas a altas velocidades tornando-se erosivas e promovendo o desgaste do bocal primário e da seção divergente. A umidade presente no vapor motriz vaporiza quando alcança a região de baixa pressão localizada na entrada da região convergente do ejetor, causando uma elevada extração de calor deste vapor, reduzindo assim seu desempenho (MCKETTA, 1997).

Ejetores a vapor que operam com uma pressão de sucção inferior a 0,0006MPa requerem considerações especiais. Isto é devido ao fato de que o vapor d'água a 0,0005MPa e a 0°C atinge o ponto triplo da água. Neste ponto, as fases líquido, sólido e vapor estão em equilíbrio. Abaixo do ponto triplo, a fase líquida deixa de existir, passando a ocorrer depósitos onde fase líquida passa diretamente para a fase sólida e a sublimação, onde a fase sólida retorna diretamente a fase vapor (LIEBERMAN, 2012).

O vapor motriz na saída do bocal primário, ao encontrar pressões abaixo de 0,0006MPa na câmara de sucção, expande-se isentropicamente e cristais de gelo são formados no interior da região convergente do difusor, podendo este acúmulo provocar a restrição ou até mesmo o bloqueio do escoamento interno. Devido à baixa temperatura interna desta seção, ocorre a condensação da umidade do ar e é possível visualizar a formação de gelo na região externa do ejetor. A fim de manter as condições operacionais do ejetor, uma camisa de vapor deve ser instalada nesta região. A figura 5 apresenta (a) o congelamento externo registrado por Lines (2017) e (b) o congelamento interno registrado por Power (2005).

Deste modo, na região convergente de um ejetor que opera com pressões abaixo de 5 mmHg pode estar presente uma mistura de alta velocidade de cristais de gelo e gás superaquecido erodindo qualquer superfície que encontrar (POWER, 2005).

Figura 5 - (a) Congelamento externo registrado por Lines (2017) e (b) congelamento interno registrado por Power (2005).



2.2 Modelos matemáticos aplicados a ejetores

A elaboração de modelos matemáticos tem se revelado um método bastante eficaz na análise de desempenho de ejetores, sendo utilizado como referência para o estabelecimento das condições operacionais, da geometria e na interpretação de dados experimentais.

Karameldin *et al* (1999) desenvolveram dois modelos computacionais de simulação, onde o primeiro aplica a equação de conservação de energia, momento e continuidade ao bocal primário, ao difusor e à seção de mistura a fim de determinar a pressão e a velocidade de cada seção em uma análise de desempenho e o segundo modelo considera o fluxo como gás ideal e calcula a pressão e número de Mach do fluxo no ejetor a fim de identificar as características do sistema e o efeito da variação de diferentes parâmetros.

Iglesias (2012) apresenta um algoritmo de projeto de ejetores para gases reais, orientado para a simulação e otimização de dois ciclos de refrigeração acionados por energia solar ou, alternativamente por uma fonte térmica residual.

Gupta *et al* (1979) desenvolveram um modelo teórico para a análise do consumo de vapor motriz de um ejetor de único estágio, relacionado com a eficiência do bocal primário e do difusor.

2.2.1 Modelagem do bocal primário

O modelo unidimensional definido por Iglesias (2012) é baseado nas equações de conservação de massa, de quantidade de movimento linear e da conservação de energia. Essas equações são definidas em volumes de controle respectivos aos processos de transporte que ocorrem no ejetor. A figura 01 ilustra tais volumes de controle. As equações de conservação, na condição de perdas por atrito nulas são expressas conforme segue:

i. Conservação de massa

$$\sum \rho_i V_i A_i = \sum \rho_0 V_0 A_0 \quad (1)$$

ii. Conservação da quantidade de movimento linear

$$P_i A_i + \sum \dot{m}_i V_i = P_0 A_0 + \sum \dot{m}_0 V_0 \quad (2)$$

iii. Conservação de energia

$$\sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = \sum \dot{m}_0 \left(h_0 + \frac{V_0^2}{2} \right) \quad (3)$$

onde ρ é a massa específica, V é a velocidade axial, A é a área da seção transversal, P é a pressão, h é a entalpia e \dot{m} é a vazão mássica. Os subscritos i e 0 indicam que as propriedades se referem à entrada e a saída do volume de controle.

Segundo a teoria de Munday e Bagster (1977) os escoamentos primário e secundário não se misturam até o bloqueio do escoamento secundário. Portanto, entre as seções de entrada (p_0 e s_0) e a seção de início da mistura (2) os escoamentos são totalmente distinguíveis. Desta

forma, na seção (1) pode-se distinguir duas seções p_1 e s_1 , relativas ao escoamento primário e secundário, respectivamente. Analogamente na seção (2) distinguem-se as duas seções p_2 e s_2 .

Admite-se nesta análise a disponibilidade de uma equação de estado apropriada para o fluido de trabalho considerado. Além da equação de estado, supõe-se também conhecidos os estados termodinâmicos dos fluidos primários e secundários na entrada do ejetor, bem como a geometria deste (IGLESIAS, 2012).

Com o intuito de simplificar o modelo e sem perder a generalidade, as seguintes hipóteses simplificativas são adotadas:

- a) O escoamento no interior do bocal é unidimensional e ocorre sob regime permanente;
- b) Os fluidos primário e secundário entram no ejetor nas condições termodinâmicas de estagnação ($V_{p0} = V_{s0} = 0$);
- c) O processo é adiabático;
- d) As perdas por atrito são desprezadas;
- e) Depois de passar pelo bocal o fluido primário expande-se na câmara de sucção sem misturar-se com o escoamento secundário, formando uma garganta aerodinâmica dentro da câmara de mistura (HUANG et al, 1999);

Considerando as hipóteses simplificativas adotadas, as equações de conservação são estabelecidas para cada volume de controle, conforme segue.

2.2.1.1 Garganta do bocal primário

Define-se o primeiro volume de controle entre a entrada do bocal no ponto 0 e a garganta no ponto g. A equação de conservação de energia nesse volume de controle, segundo as hipóteses simplificativas adotadas, é reduzida para a equação que segue

$$h_0 - h_g = \frac{V_g^2}{2} \quad (4)$$

Onde h_0 e h_g são as entalpias do fluido na entrada e na garganta do bocal, respectivamente, e V_g é a velocidade do escoamento na garganta do bocal.

No bocal o fluido primário é acelerado até a velocidade sônica, ponto no qual o número de Mach é unitário e, por conseguinte, o escoamento é considerado bloqueado. Dessa forma, fazendo-se uso da definição da velocidade do som, calculada através da equação de estado do gás, se estabelecem as seguintes equações:

$$V_g = C_g = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} \quad (5)$$

$$\rho_g = \rho(h_g, P_g) \quad (6)$$

$$s_g = s(h_g, P_g) \quad (7)$$

Onde ρ_g e s_g são, respectivamente, a massa específica e a entropia específica do fluido na garganta.

Finalmente, a vazão mássica de fluido primário que entra o ejetor é expressa conforme segue,

$$\dot{m}_p = \rho_g V_g A_g \quad (8)$$

Onde \dot{m}_p é a vazão mássica de fluido primário que escoo no ejetor e A_g é a área da seção transversal da garganta.

2.2.2.1 Saída do bocal primário

Para a seção divergente do bocal Sherif et al (2000) sugerem utilizar um procedimento análogo ao descrito na seção anterior, onde o processo de expansão do escoamento pode ser considerado como isentrópico ($s_{p1} = s_g$).

A vazão mássica do fluido primário é conhecida a partir da equação 9. Fazendo-se o uso da equação da continuidade para o volume de controle obtém-se a seguinte equação

$$\dot{m}_p = \rho_{p1} V_{p1} A_{p1} \quad (9)$$

Onde ρ_{p1} e V_{p1} representam a massa específica do fluido e a velocidade do escoamento, avaliadas no ponto p_1 . A massa específica ρ_{p1} é calculada a partir da equação de estado do gás, conforme segue,

$$\rho_{p1} = \rho(P_{p1}, s_{p1}) \quad (10)$$

Analogamente à seção anterior, aplicando-se a equação de conservação da energia nesse volume de controle tem-se,

$$h_g + \frac{V_g^2}{2} = h_{p1} + \frac{V_{p1}^2}{2} \quad (11)$$

Onde h_{p1} é a entalpia do fluido primário no plano de saída do bocal, calculada a partir da equação de estado conforme segue,

$$h_{p1} = h(P_{p1}, s_{p1}) \quad (12)$$

O número de Mach na saída do bocal primário é obtido a partir da relação da velocidade local com a velocidade do som nas condições locais, conforme segue,

$$M_{p1} = \frac{V_{p1}}{C_{p1}} \quad (13)$$

2.2.2 Modelagem da seção de mistura, onda de choque e seção do difusor

Segundo o modelo desenvolvido por Karameldin *et al* (1999), o número de Mach e a razão de pressão no ejetor ao longo de diferentes seções são avaliadas pela aplicação da equação de massa, energia e momento. O fluxo no ejetor é considerado um gás perfeito com razão de calor específico (γ) constante de 1,13, considerando regiões bifásicas.

i. Seção de mistura

Aplicando a equação de momento e energia na seção de mistura, a velocidade do fluxo e a temperatura são dadas por:

$$V_2 = \frac{rV_{p1} + V_{s1}}{r + 1} \quad (14)$$

$$T_2 = \frac{rT_{p1} + T_{s1}}{r + 1} \quad (15)$$

Onde r é a razão entre o fluxo de massa do fluxo primário e do fluxo secundário.

$$r = \dot{m}_p / \dot{m}_s \quad (16)$$

Em relação a velocidade crítica, o número de Mach pode ser definido como a velocidade atual dividida pela velocidade do som na mistura sob condições críticas, isto é, $M=1$ ou $V^* = C^*$.

A equação 15 pode ser reescrita em termos de número de Mach como

$$M_2^* = \frac{rM_1^* + M_{1v}\sqrt{T_s/T_p}}{\sqrt{(r+1)(r+T_s/T_p)}} \quad (17)$$

Onde

$$M^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}} \quad (18)$$

ii. Onda de choque normal

A relação entre o número de Mach antes e após a onda de choque é dada por

$$M_3 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma-1} + M_2^2\right)}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_2^2 - 1\right)}} \quad (19)$$

e a relação de pressão através da onda de choque é dada por

$$P_3/P_2 = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_3^2} \quad (20)$$

A velocidade da mistura após a onda de choque é determinada relacionando o número de Mach após a onda de choque e a velocidade do som local.

A temperatura após a onda de choque é expressa por

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{1 + \frac{M_2^2(\gamma-1)}{2}}{1 + \frac{M_3^2(\gamma-1)}{2}} \quad (21)$$

iii. Seção do difusor

A razão de pressão no difusor é expressa por

$$P_4/P_3 = \left(\frac{\gamma-1}{2} M_3^2 + 1 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (22)$$

2.3 Termografia por infravermelho

2.3.1 Princípio de funcionamento e aplicações

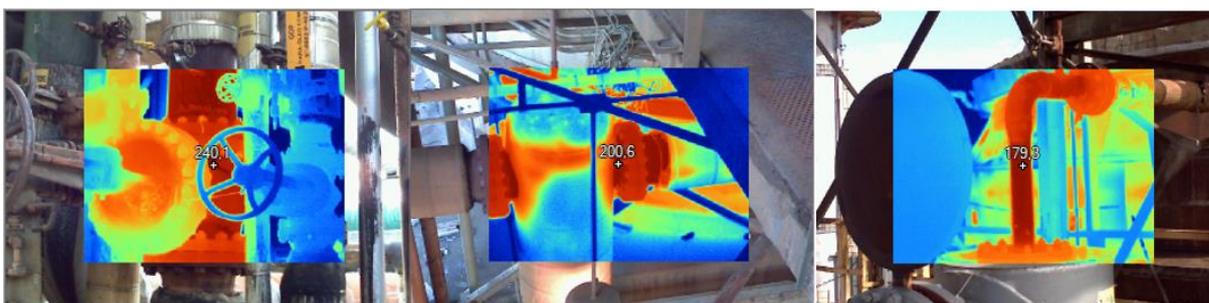
Termografia por infravermelho é uma técnica não-destrutiva de monitoramento da condição de um equipamento, utilizada para medir o padrão de radiação térmica emitida por um corpo ou máquina, obtendo o perfil da temperatura superficial e, subsequentemente, a correlação da informação obtida com algumas imperfeições internas (Thomas & Donne, 2001).

Cortizo *et al* (2008) definem a análise termográfica como a percepção da temperatura superficial de um corpo pelo mecanismo de transferência de calor (radiação) uma vez que todo corpo com temperatura acima de zero absoluto emite radiação térmica.

Uma compreensão sólida da tecnologia do infravermelho e seus princípios se baseiam na medição precisa de temperaturas. Quando a temperatura é medida por um dispositivo sem contato, a energia emitida pelo objeto medido passa pelo sistema óptico do termovisor e é convertida em sinal elétrico no detector. O sinal é então exibido como leitura de temperatura ou uma imagem térmica. Cada faixa de temperatura gera um determinado comprimento de onda, ao qual corresponde a uma tonalidade de cor que pode ser representada em uma escala cromática que varia de acordo com as diferentes faixas de temperatura do objeto em observação (ALVARENGA *et al*, 2010).

A Figura 6 ilustra um termograma utilizado no monitoramento da condição do suprimento de vapor em uma indústria.

Figura 6 - Termograma da condição do suprimento de vapor.



Fonte: AUTOR, 2017.

Para Oliveira (2012), a termografia é uma ferramenta com forte implementação em manutenção preditiva, manutenção preventiva, manutenção condicionada, garantia de qualidade, análises forenses e pode ser utilizada com vantagens, na fase de desenvolvimento de novos produtos onde a temperatura seja uma variável crítica.

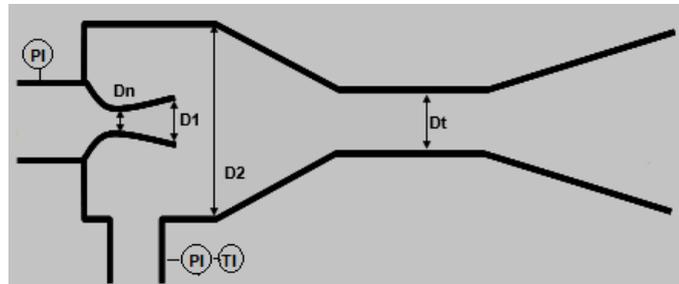
A termografia também pode ser utilizada na monitoração da condição de funcionamento e da operação dos componentes que integram os sistemas de fluido e vapor. Problemas de caudais de fluidos, fugas e bloqueios em sistemas de vapor e em sistemas de fluidos quentes ou frios, danificação e defeitos no isolamento de refratários são acompanhados por uma mudança na temperatura de operação (OLIVEIRA, 2012).

3 METODOLOGIA

O desempenho de um ejetor a vapor é avaliado através da modelagem matemática unidimensional em três diferentes patamares de pressão e temperatura do vapor motriz e do fluido secundário. A técnica de termografia por infravermelho é utilizada em comparação aos resultados obtidos através destes modelos, a fim de evidenciar a contribuição desta técnica na análise de desempenho de ejetores a vapor.

O ejetor a vapor objeto desta análise, denominado de ejetor A, realiza a compressão dos gases de topo de uma coluna de destilação a vácuo. O fluido motriz é vapor d'água superaquecido e o fluido secundário é composto por hidrocarbonetos não condensáveis. A Tabela 1 apresenta as características geométricas do ejetor a vapor e as variáveis operacionais em três casos estudados. Transmissores de pressão monitoram a pressão do vapor motriz e do fluido secundário, a temperatura do vapor motriz é obtida através da termografia e a temperatura do fluido secundário é obtida através de um transmissor de temperatura.

Tabela 1: Características geométricas e variáveis operacionais do ejetor A.



Características geométricas do ejetor A

Dn: 20,24mm D1: 224,54mm D2: 603,25mm Dt: 304,80mm

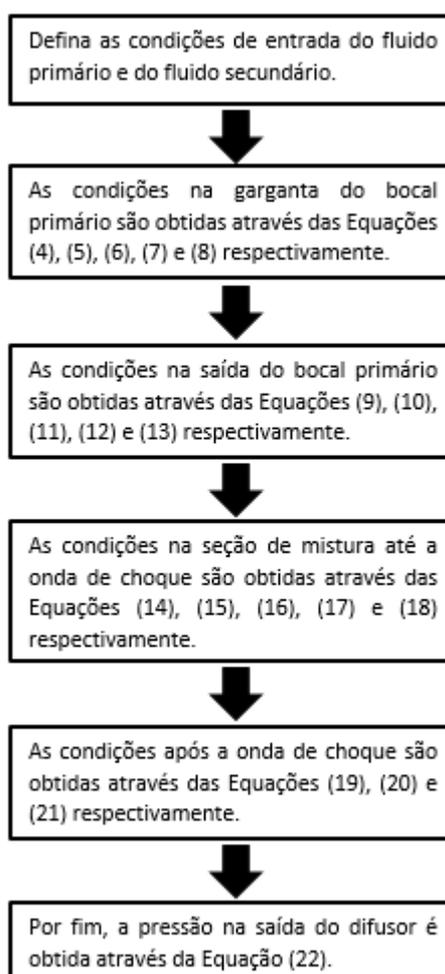
Variáveis operacionais

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
<i>Fluido primário</i>			
Pressão (MPa)	0,86	0,60	0,96
Temperatura (°C)	180	170	193
<i>Fluido secundário</i>			
Pressão (MPa)	0,0006	0,0003	0,0004
Temperatura (°C)	35	35	35

3.1 Modelagem unidimensional do desempenho do ejetor A

Utilizando o modelo unidimensional desenvolvido por Iglesias (2012), o desempenho do bocal primário do ejetor em estudo é analisado. O modelo unidimensional proposto por Karameldin *et al* (1999) é utilizado para o estudo do desempenho da seção de mistura, da onda de choque e da seção do difusor. A Figura 7 apresenta o fluxograma que define as etapas utilizadas para a análise unidimensional destes componentes.

Figura 7 - Fluxograma para a análise unidimensional de desempenho do ejetor A.



3.2 Análise termográfica do ejetor A

Para os três casos apresentados na Tabela 1, uma análise termográfica é realizada, obtendo-se a imagem térmica correspondente associada a um gráfico do perfil de temperatura superficial do ejetor. Uma câmera termográfica modelo Fluke Ti32 é utilizada para a captura das imagens.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo proposto por Iglesias (2012) e Karameldin et al (1999) foi aplicado ao ejetor A para os casos 1, 2 e 3 e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2. O Apêndice 1 apresenta os meios de obtenção destes resultados. Registros termográficos foram realizados a fim de identificar os diferentes estados termodinâmicos, relacionando-os com a análise unidimensional.

Tabela 2: Resultados da análise unidimensional de desempenho do ejetor A para os três casos estudados.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
<i>Condições na garganta do bocal</i>			
Pressão (MPa)	0,4700	0,3800	0,5200
Temperatura (°C)	150	142	153
Velocidade (m/s)	476	476	484
Mach	1	1	1
<i>Condições na saída do bocal</i>			
Pressão (MPa)	0,0006	0,0003	0,0004
Temperatura (°C)	0,2	-7	-5
Velocidade (m/s)	1388	1432	1458
Mach	3,7	3,8	3,9
<i>Condições na seção de mistura</i>			
Pressão (Mpa)	0,0006	0,0003	0,0004
Temperatura (°C)	9,7	4	6
Velocidade (m/s)	1012	1045	1063
Mach	2,0	2,3	2,3
<i>Condições após a onda de choque</i>			
Pressão (Mpa)	0,0025	0,0017	0,0035
Temperatura (°C)	77	91	95
Velocidade (m/s)	226	209	210
Mach	0,53	0,48	0,48
<i>Condições na saída do difusor</i>			
Pressão (Mpa)	0,0030	0,0019	0,0040

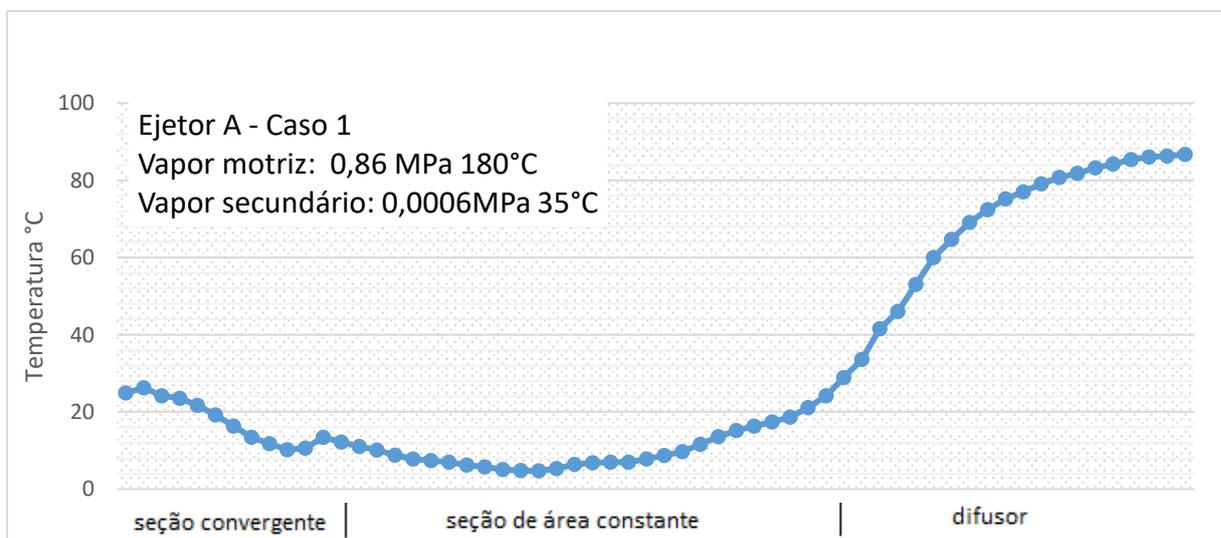
4.1 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 1

A análise unidimensional do bocal primário indica que o vapor motriz atinge a velocidade sônica na garganta do bocal e à saída deste atinge a velocidade supersônica a uma temperatura de $0,2^{\circ}\text{C}$. O estado termodinâmico à saída do bocal primário é bifásico, mas segundo Çengel e Boles (2013), o tempo de residência do vapor no bocal é pequeno e pode não haver tempo para a formação de gotas de líquidos.

A Figura 9A apresenta a imagem termográfica da região convergente do ejetor, apresentando a geometria que define a posição assumida pelo vapor motriz, consequência da velocidade moderada à saída do bocal, fortemente influenciada pela pressão da câmara de sucção. Conforme Chunnanond e Aphonratana (2004), esta geometria apresenta uma maior eficiência do bocal pois possibilita maior arraste do fluido secundário.

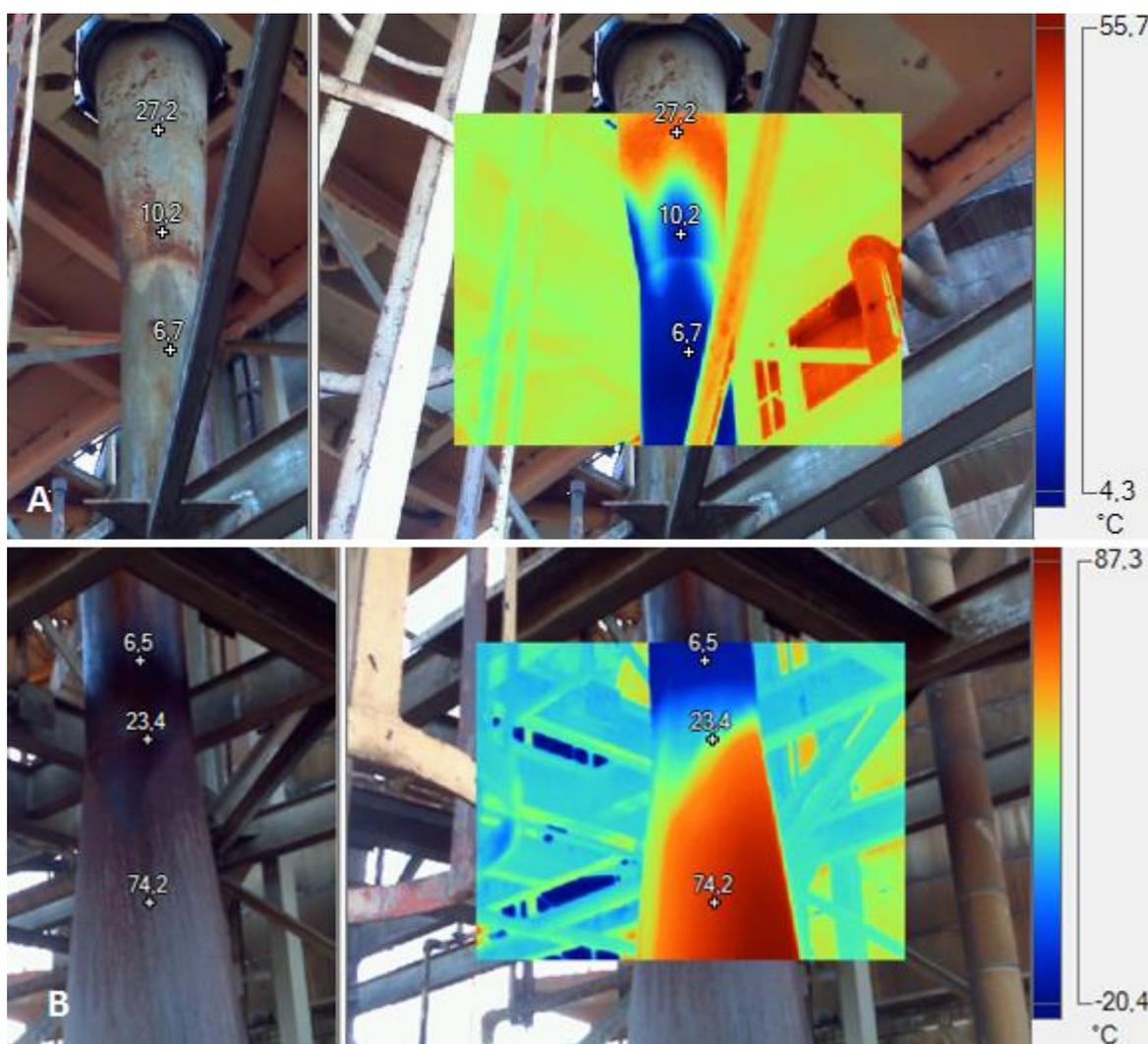
A análise da seção de área constante ilustrada na Figura 9B, aponta para a manutenção da condição supersônica, ao passo que é observado no início da região divergente uma elevação abrupta da temperatura, indicando a ocorrência da onda de choque nesta seção e a redução da velocidade a níveis subsônicos. De acordo com Çengel e Boles (2013), a temperatura termodinâmica da mistura sobe drasticamente através da onda de choque em consequência da conversão da energia cinética em entalpia, devido a uma grande queda na velocidade do fluido. O perfil da temperatura superficial do ejetor A é apresentado na Figura 8.

Figura 8 - Perfil de temperatura superficial do ejetor A para o caso 1.



De acordo com a definição de Huang et al (1999), a condição operacional apresentada no Caso 1 apresenta uma dupla formação de choque (no bocal primário e na região divergente), operando na modalidade crítica, apresentando assim, um bom desempenho.

Figura 9 - Termografia do ejetor A para o caso 1: (A) região convergente; (B) região divergente.



4.2 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 2

O estado termodinâmico à saída do bocal primário para as condições no Caso 2 é bifásico. A alta velocidade desenvolvida nesta região, consequência da alta pressão de entrada do vapor motriz e da baixa pressão de saída na câmara de mistura, faz com que ocorra o deslocamento da área efetiva do fluxo primário para uma região a montante na região convergente, se aproximando do padrão apresentado por Chunnanond e Aphornratana (2014), presente na Figura 3. Conforme estes autores, esta geometria apresenta uma menor eficiência

pois aumenta o ângulo de expansão e a área efetiva do fluxo primário, reduzindo o arraste do fluxo secundário.

Lines (2017) associa o congelamento observado na Figura 11A, à baixa qualidade do vapor motriz que se expande em uma região de baixa pressão na câmara de sucção. Segundo Chunnanond e Aphornratana (2014), o aumento do ângulo de saída do bocal também contribui para este fenômeno, devido a uma maior incidência do vapor motriz nas paredes da região convergente. Power (2005) relata o potencial erosivo desta mistura presente na saída do bocal.

A Figura 11B revela uma elevação da temperatura na região de área constante. Segundo Chunnamond (2006), o efeito da variação da pressão jusante à saída do difusor pode ser o responsável pela alteração da posição da onda de choque, que se movimenta no contra fluxo, à medida que a pressão a saída do difusor se aproxima da pressão crítica. O baixo fluxo de massa, relacionado com a baixa pressão do vapor motriz, conforme relata Huang (1999), também pode causar esta alteração, aproximando o ejetor do modo de operação sub-crítico.

De acordo com Mcketta (1997), um ejetor operando no modo sub-crítico recebe um suprimento de vapor motriz insuficiente para arrastar e comprimir o fluxo secundário a uma determinada pressão de descarga. Quando a pressão à jusante do ejetor é maior que sua pressão de descarga, um mau funcionamento é identificado. O perfil de temperatura do ejetor é apresentado na Figura 11, evidenciando a elevação da temperatura na seção de área constante.

Figura 10 - Perfil de temperatura superficial do ejetor A para o caso 2.

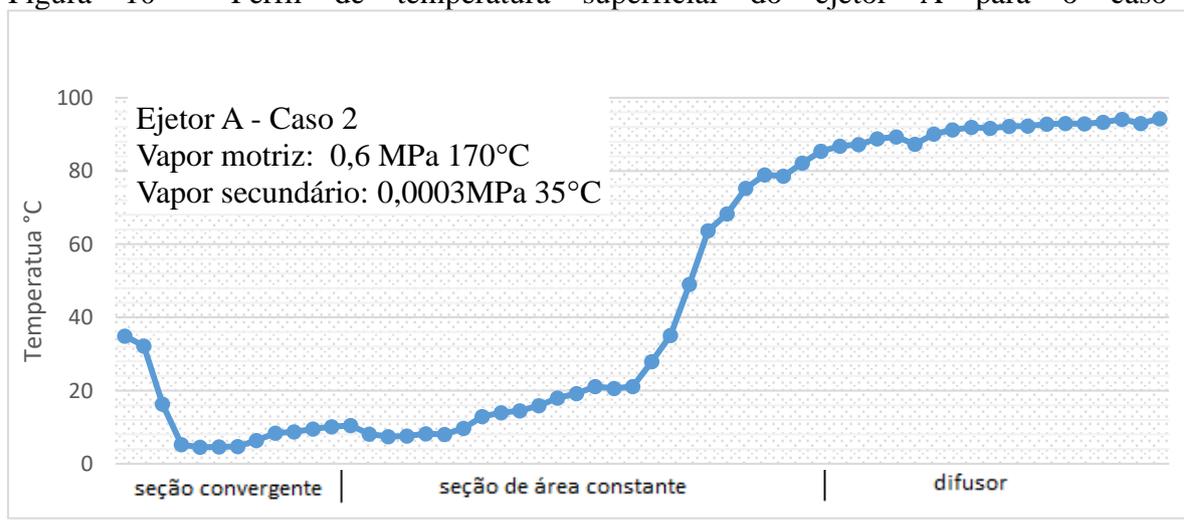
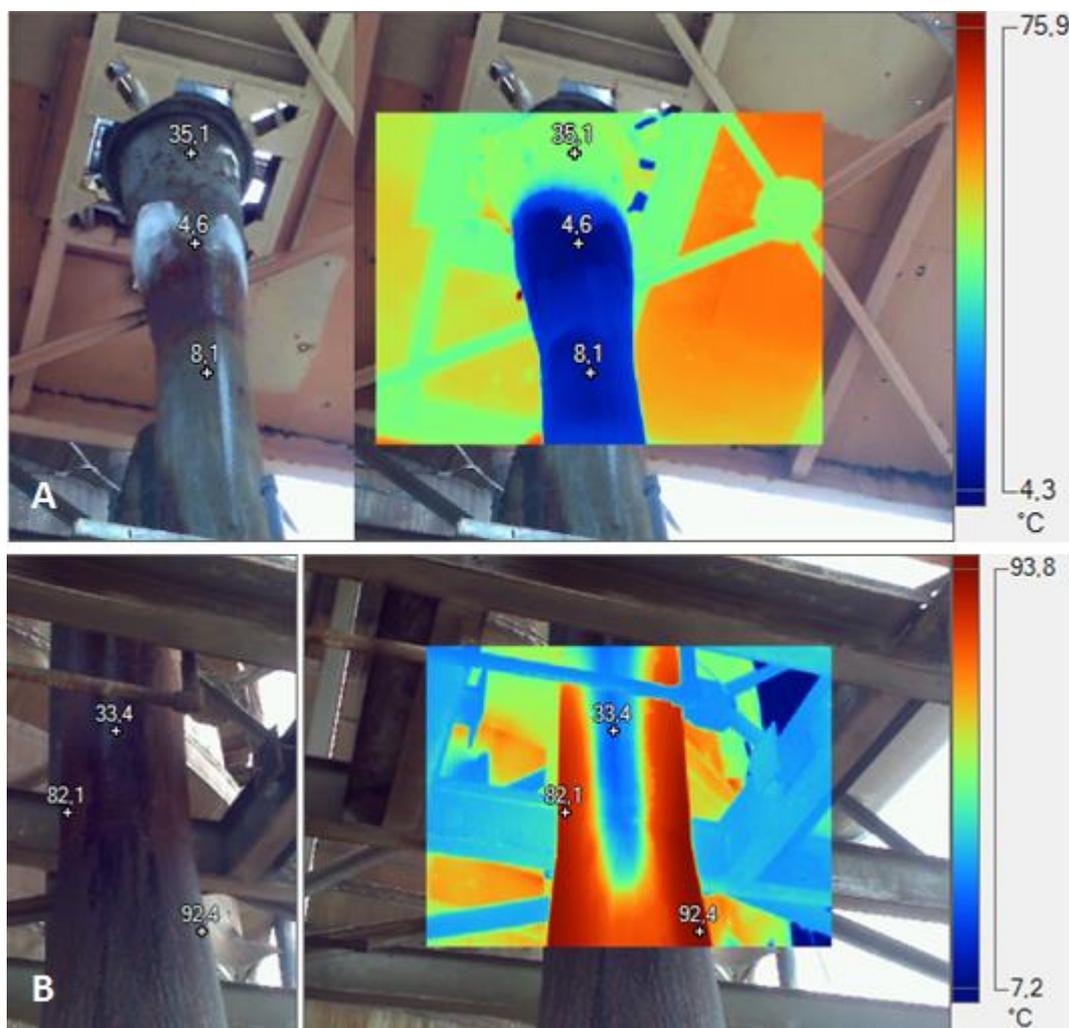


Figura 11: Termografia do ejetor A para o caso 2: (A) região convergente; (B) região divergente.



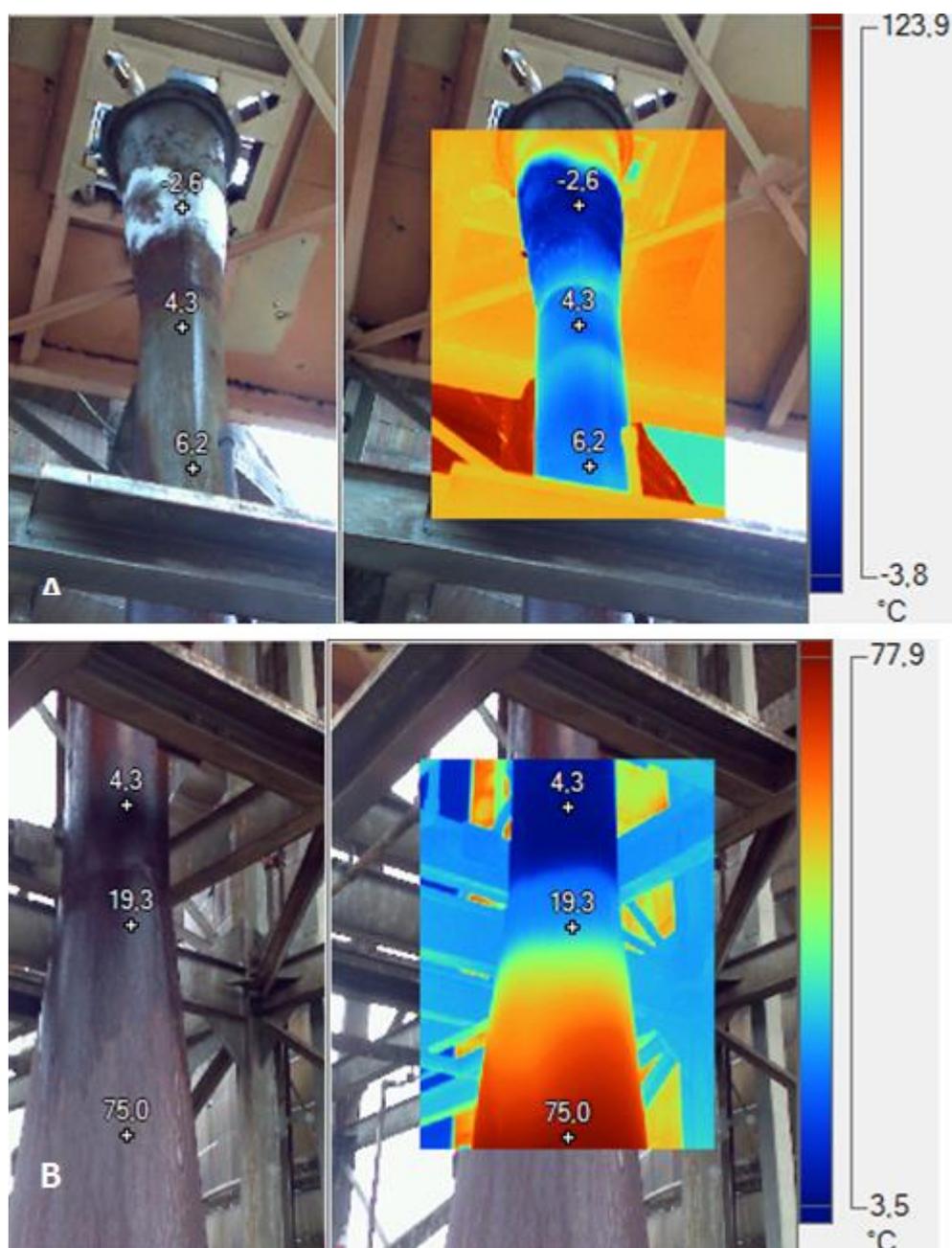
4.3 Análise unidimensional e termográfica para o Caso 3

A análise da região convergente para o Caso 3 é similar às observações realizadas para o Caso 2. A baixa pressão na câmara de sucção associada a alta velocidade de saída do vapor no bocal primário é responsável pelo perfil térmico apresentado na Figura 12A e pelo congelamento externo.

De acordo com Çengel e Boles (2013), o efeito do resfriamento na saída da região divergente de um bocal convergente-divergente se deve ao grande aumento da velocidade do fluido e à consequente queda da temperatura.

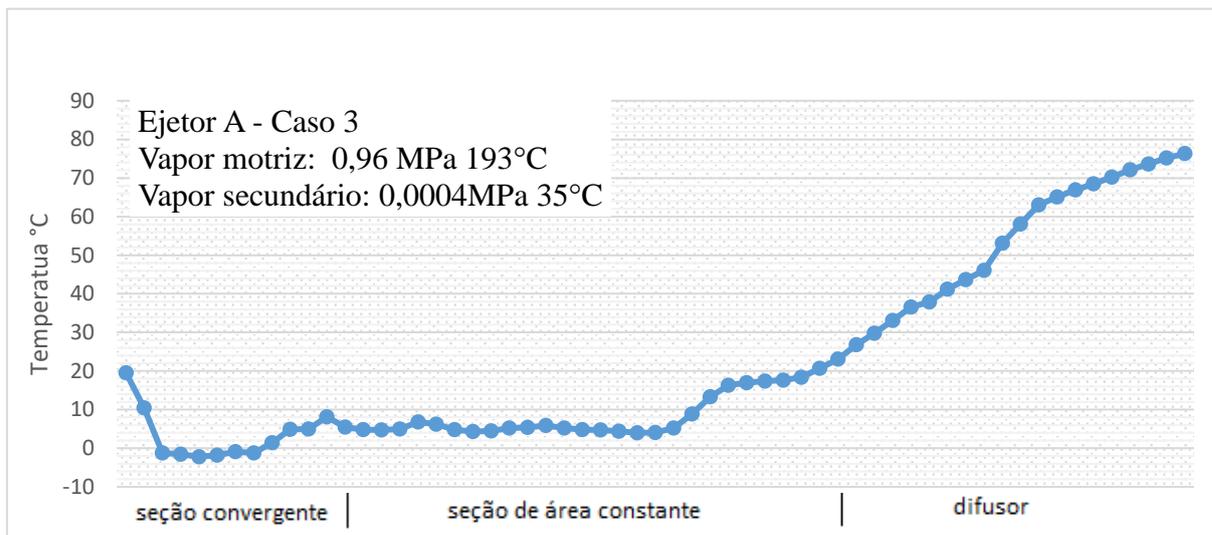
O fluxo alcança a seção de área constante a uma velocidade supersônica e a temperatura constante, quando é verificada a ocorrência da onda de choque na entrada da região divergente. A Figura 12B evidencia a brusca variação da temperatura nesta região e a Figura 13 apresenta a variação da temperatura ao longo do ejetor.

Figura 12 - Termografia do ejetor A para o caso 3: (A) região convergente; (B) região divergente.



A termografia do difusor para o Caso 3 se aproxima do perfil de alta eficiência apresentado por Huang et al (1999), indicando que o ejetor opera na região de fluxo chocado.

Figura 13 - Perfil de temperatura superficial do Ejetor A para o caso 3.



4.4 O efeito da condensação no escoamento supersônico

De acordo com Chen e Sun (1997), é comum o aparecimento de gotículas de água na seção de mistura de um ejetor a vapor. Além disso, estas gotículas são mantidas na seção de área constante e vaporizadas na seção do difusor. A grande diferença de velocidade existente entre o fluxo primário e o fluxo secundário faz com que ocorra um fluxo circulante na borda da seção de mistura, intensificando o fenômeno de mudança de fase (condensação). Este fenômeno é mais aparente para escoamentos com $Ma > 2,7$ e pode ser atribuído ao fato de que um número de Mach de saída mais alto produza uma menor temperatura na saída do bico primário.

Considerando este fenômeno, Chen e Sun (1997) apontam para a necessidade de reconsideração da validade das suposições usuais feitas na análise teórica para um gás ideal, mas justificam que estas reconsiderações aumentariam consideravelmente as dificuldades de uma análise numérica.

A Figura 14 apresenta o comportamento do ejetor A para uma condição de alta velocidade na saída do bocal.

Figura 14 - Ejetor A apresentando o fenômeno de condensação ao longo do ejedor.



5 CONCLUSÃO

No presente estudo dois modelos matemáticos foram empregados com a finalidade de identificar os estados termodinâmicos que se desenvolvem no interior de ejetor a vapor, sob diferentes condições de operação e relacioná-los com o desempenho de equipamento. Em adição, uma análise termográfica comparou os resultados obtidos com o perfil termográfico do ejetor.

O desempenho de um ejetor a vapor pode ser relacionado, dentre outras variáveis, ao seu perfil de temperatura superficial. O comportamento do vapor motriz na saída do bocal primário, a condição na câmara de sucção e a possibilidade de identificação da exata posição da onda de choque são algumas das contribuições associadas à termografia em ejetores.

A ocorrência do congelamento na região convergente do ejetor, observada nos casos 2 e 3, está associada a alta velocidade desenvolvida pela expansão do vapor motriz em uma região de alto vácuo, que de acordo com Lines (2017) e Power (2005), é um comportamento nocivo ao sistema por provocar a restrição do escoamento e acelerar a erosão desta região. O segundo caso, além do registro de congelamento, ainda recebe um suprimento insuficiente de vapor motriz, causando o deslocamento da onda de choque e a redução da eficiência termodinâmica do sistema.

Sendo assim, a análise aponta para os parâmetros registrados no caso 1 como o de melhor desempenho, que apresenta uma velocidade e temperatura moderada na saída do bocal primário e um consumo de vapor motriz necessário para a manutenção da posição da onda de choque na região de entrada do difusor.

As diferentes condições operacionais produziram referências termográficas que podem contribuir para o desenvolvimento de estudos futuros e auxiliar quando da inspeção interna deste equipamento.

A técnica de termografia por infravermelho pode ser utilizada em conjunto com a modelagem matemática, contribuindo com informações sobre o desempenho do equipamento ou isoladamente para um prognóstico energético. Por fim, o estudo revela a análise termográfica como uma importante ferramenta na análise de desempenho de ejetores a vapor.

REFERÊNCIAS

APHORNRATANA, S.; SRIVEERAKUL, T.; CHUNNANOND, K. **Performance prediction of steam ejector using computational fluid dynamics: Part 2. Flow structure of a steam influenced by operating pressures and geometries.** International Journal of Thermal Sciences ed. 46 p. 823 – 833, Thailand, 2007.

BRASIL, N. I. **Sistemas de geração de vácuo.** Ed. UP. Rio de Janeiro, 2002.

ÇENGEL, Y.; BOLES, M. **Termodinâmica.** 7. Ed. Editora Bookman. Porto Alegre, 2013.

CHEN, Y; SUN, C. **Experimental study of the performance characteristics of a steam-ejector refrigeration system.** Experimental Thermal and Fluid Science 15 p. 384 - 394. New York, 1997.

CHUNNANOND, K.; APHORNRATANA, S. **An experimental investigation of a steam ejector refrigerator: the analysis of the pressure profile along the ejector.** Applied Thermal Engineering 24 p. 311 – 322. Thailand, 2004.

CORTIZO E.; BARBOSA, M.; SOUZA, L. **Estado da arte da termografia.** Artigo Fórum Patrimônio. Belo Horizonte, 2008. Acesso em junho de 2017. Disponível em http://www.forumpatrimonio.com.br/seer/index.php/forum_patrimonio/article/view/97.

COUTO, J. **Desenvolvimento de um modelo matemático para análise de sistemas de dessalinização por compressão térmica do vapor alimentado por energia solar.** Dissertação. Universidade do Porto. Porto, 2015.

ELETROBRAS. **Eficiência energética na utilização do vapor.** Rio de Janeiro, Ed. ELETROBRAS, 2005.

GUPTA, S.; SINGH, R.; DIXIT, R. **A comparative parametric study of two theoretical models of a single-stage, single fluid, steam jet ejector.** The Chemical Engineering Journal, Vol. 18, p. 81 - 85. Índia, 1979.

HUANG, B.; CHANG J.; WANG, C.; PETRENKO, V. **A 1-D analysis of ejector performance.** International Journal of Refrigeration Vol. 22 p. 354 – 364, Taiwan, 1999.

IGLESIAS, J. M. **Uma análise de modelos de projeto de ejetores e aplicações em ciclos de refrigeração utilizando vapor d'água e co2.** Tese UFSC. Florianópolis, 2012.

KARAMELDIN, A.; NARMINE, A.; SHAMLOUL M. **Modelling and simulation of steam jet ejectors.** Revista Desalination, Ed. 123 p. 1 - 8, Egypt, 1999.

LIEBERMAN, N. P. **Troubleshooting vacuum systems: steam turbine surface. Condenser and refinery vacuum towers.** Ed. Scrivener. Massachusetts. 2012.

LINES, J. **A mystery solved.** Revista Hydrocarbon Engineering. USA. 2017. Acesso em junho de 2017. Disponível em: http://www.graham-mfg.com/usr/pdf/TechLibVacuum/Article_-_A_Mystery_Solved_2017_Hydrocarbon_Engineering.pdf.

LINES, J. **Operating vacuum distillation ejector system.** Revista EPTQ Q4. 2016. Acesso em junho de 2017. Disponível em: <http://www.graham-mfg.com/usr/pdf/TechLibVacuum/VDU-ejector-article-PTQ.pdf>.

MCKETTA, J. **Encyclopedia of chemical processing and design.** Volume 61 New York, 1997.

OLIVEIRA, T. M. **Análise de sistemas de energia e máquinas elétricas com recurso a termografia.** Dissertação de mestrado. Porto. 2012.

POWER, R. B. **Steam jet ejectors for the process industries.** Ed. McsGraw-Hill. USA, 2005.

SHERIF, S.; LEAR, W; STEADHAM, J; HUNT, P; HOLLADAY, J. **Analysis and modeling of a two-phase jet pump of a thermal management system for aerospace applications.** Int. Journal of Mechanical Science, v.42, p. 185 – 198, 2000.

ALVARENGA, A.; TEIXEIRA, E.; NEVES, T. **Emprego da termografia na manutenção preditiva.** Revista Bolsista de valor. V.1. p. 37 - 41. 2010. Acesso em junho de 2017.

Disponível

em

<http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/BolsistaDeValor/article/viewFile/1789/967>.

SRIVEERAKUL, T; APHORNRATANA, S.; CHUNNANOND, K. **Performance prediction of steam ejector using computational fluid dynamics: Part 1. Validation of the CFD results.** International Journal of Thermal Sciences ed. 46 p. 812 – 822, Thailand, 2007.

APÊNDICE A

APLICAÇÃO DA ANÁLISE UNIDIMENSIONAL DE DESEMPENHO DO EJETOR A

PARA O CASO 1

$$h_0 - h_g = \frac{V_g^2}{2} \qquad 2788,11 - 2674,8 = \frac{V_g^2}{2} \qquad V_g = 476 \text{ m/s}$$

$$M_g = \frac{V_g}{C_g} \qquad M_g = \frac{476}{454} \qquad M_g = 1$$

$$h_0 - h_1 = \frac{V_1^2}{2} \qquad 2788 - 1824 = \frac{V_1^2}{2} \qquad V_1 = 1388 \text{ m/s}$$

$$M_{p1} = \frac{V_{p1}}{C_{p1}} \qquad M_{p1} = \frac{1388}{377} \qquad M_{p1} = 3,7$$

$$V_2 = \frac{rV_{p1} + V_{s1}}{r + 1} \qquad V_2 = \frac{2,7 \cdot 1388 + 0}{2,7 + 1} \qquad V_2 = 1012 \text{ m/s}$$

$$T_2 = \frac{rT_{p1} + T_{s1}}{r + 1} \qquad T_2 = \frac{2,7 \cdot 273,2 + 308}{2,67 + 1} \qquad T_2 = 9,7^\circ\text{C}$$

$$M_1^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)}} \qquad M_1^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} 3,7^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} 3,7^2\right)}} \qquad M_1^* = 2,8$$

$$M_2^* = \frac{rM_1^* + M_{1v}\sqrt{T_s/T_p}}{\sqrt{(r+1)(r+T_s/T_p)}} \qquad M_2^* = \frac{2,7 \cdot 2,8 + 0}{\sqrt{(2,7+1)(2,7+308/273)}} \qquad M_2^* = 2,01$$

$$M_2^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}} \qquad 2,01 = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}} \qquad M_2 = 2$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma-1} + M_2^2\right)}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_2^2 - 1\right)}}$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{19,4}{68,5}}$$

$$M_3 = 0,53$$

$$M_3 = \frac{V_3}{C_3}$$

$$0,53 = \frac{V_3}{427}$$

$$V_3 = 226 \text{ m/s}$$

$$P_3/P_2 = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_3^2}$$

$$P_3/P_2 = \frac{1 + \gamma(2_2^2)}{1 + \gamma(0,53_3^2)}$$

$$P_3 = 0,0025 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{1 + \frac{M_2^2(\gamma-1)}{2}}{1 + \frac{M_3^2(\gamma-1)}{2}}$$

$$\frac{T_3}{282,7} = \frac{1,26}{1,018}$$

$$T_3 = 77^\circ\text{C}$$

$$P_4/P_3 = \left(\frac{\gamma-1}{2} M_3^2 + 1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad P_4/0,0025 = \left(\frac{\gamma-1}{2} 0,53_3^2 + 1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad P_4 = 0,0030 \text{ MPa}$$

$$(\gamma = 1,13)$$

PARA O CASO 2

$$h_0 - h_g = \frac{V_g^2}{2}$$

$$2783 - 2672 = \frac{V_g^2}{2}$$

$$V_g = 471 \text{ m/s}$$

$$M_g = \frac{V_g}{C_g}$$

$$M_g = \frac{471}{450}$$

$$M_g = 1$$

$$h_0 - h_1 = \frac{V_1^2}{2}$$

$$2783 - 1750 = \frac{V_1^2}{2}$$

$$V_1 = 1437 \text{ m/s}$$

$$M_{p1} = \frac{V_{p1}}{C_{p1}}$$

$$M_{p1} = \frac{1432}{372}$$

$$M_{p1} = 3,8$$

$$V_2 = \frac{rV_{p1} + V_{s1}}{r + 1}$$

$$V_2 = \frac{2,7 \cdot 1432 + 0}{2,7 + 1}$$

$$V_2 = 1045 \text{ m/s}$$

$$T_2 = \frac{rT_{p1} + T_{s1}}{r + 1}$$

$$T_2 = \frac{2,7 \cdot 266 + 308}{2,67 + 1}$$

$$T_2 = 4^\circ C$$

$$M_1^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)}}$$

$$M_1^* = \sqrt{\frac{15,4}{1,9}}$$

$$M_1^* = 2,85$$

$$M_2^* = \frac{rM_1^* + M_{1v}\sqrt{T_s/T_p}}{\sqrt{(r+1)(r+T_s/T_p)}}$$

$$M_2^* = \frac{2,7 \cdot 2,8 + 0}{\sqrt{(2,7+1)(2,7+308/266)}}$$

$$M_2^* = 2,03$$

$$M_2^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}}$$

$$2,03 = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}}$$

$$M_2 = 2,3$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma-1} + M_2^2\right)}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_2^2 - 1\right)}}$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma-1} + 2,3^2\right)}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} 2,3^2 - 1\right)}}$$

$$M_3 = 0,48$$

$$M_3 = \frac{V_3}{C_3}$$

$$0,48 = \frac{V_3}{435}$$

$$V_3 = 209 \text{ m/s}$$

$$P_3/P_2 = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_3^2}$$

$$P_3/0,0003 = \frac{6,98}{1,26}$$

$$P_3 = 0,0017 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{1 + \frac{M_2^2(\gamma-1)}{2}}{1 + \frac{M_3^2(\gamma-1)}{2}}$$

$$\frac{T_3}{277} = \frac{1,34}{1,02}$$

$$T_3 = 91^\circ C$$

$$P_4/P_3 = \left(\frac{\gamma-1}{2} M_3^2 + 1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_4/0,0017 = \left(\frac{\gamma-1}{2} 0,48^2 + 1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_4 = 0,0019 \text{ MPa}$$

$$(\gamma = 1,13)$$

PARA O CASO 3

$$h_0 - h_g = \frac{V_g^2}{2}$$

$$2813,6 - 2696,4 = \frac{V_g^2}{2}$$

$$V_g = 484 \text{ m/s}$$

$$M_g = \frac{V_g}{C_g}$$

$$M_g = \frac{484}{457}$$

$$M_g = 1$$

$$h_0 - h_1 = \frac{V_1^2}{2}$$

$$2813,6 - 1750 = \frac{V_1^2}{2}$$

$$V_1 = 1458 \text{ m/s}$$

$$M_{p1} = \frac{V_{p1}}{C_{p1}}$$

$$M_{p1} = \frac{1458}{374}$$

$$M_{p1} = 3,9$$

$$V_2 = \frac{rV_{p1} + V_{s1}}{r + 1}$$

$$V_2 = \frac{2,7 \cdot 1458 + 0}{2,7 + 1}$$

$$V_2 = 1063 \text{ m/s}$$

$$T_2 = \frac{rT_{p1} + T_{s1}}{r + 1}$$

$$T_2 = \frac{2,7 \cdot 268 + 308}{2,7 + 1}$$

$$T_2 = 6^\circ\text{C}$$

$$M_1^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)}}$$

$$M_1^* = \sqrt{\frac{16,2}{1,99}}$$

$$M_1^* = 2,85$$

$$M_2^* = \frac{rM_1^* + M_{1v}\sqrt{T_s/T_p}}{\sqrt{(r+1)(r+T_s/T_p)}}$$

$$M_2^* = \frac{2,7 \cdot 2,8 + 0}{\sqrt{(2,7+1)(2,7+308/268)}}$$

$$M_2^* = 2,04$$

$$M_2^* = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}}$$

$$2,04 = \sqrt{\frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_2^2\right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}}$$

$$M_2 = 2,3$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma-1} + M_2^2\right)}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_2^2 - 1\right)}}$$

$$M_3 = \sqrt{\frac{20,7}{90,96}}$$

$$M_3 = 0,48$$

$$M_3 = \frac{V_3}{C_3}$$

$$0,48 = \frac{V_3}{438}$$

$$V_3 = 210 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_3^2}$$

$$\frac{P_3}{0,0004} = \frac{6,98}{1,26}$$

$$P_3 = 0,0035 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{1 + \frac{M_2^2(\gamma-1)}{2}}{1 + \frac{M_3^2(\gamma-1)}{2}}$$

$$\frac{T_3}{279} = \frac{1,34}{1,015}$$

$$T_3 = 95^\circ\text{C}$$

$$\frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{\gamma-1}{2} M_3^2 + 1 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \frac{P_4}{0,0035} = \left(\frac{\gamma-1}{2} 0,48^2 + 1 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad P_4 = 0,0040 \text{ MPa}$$

$$(\gamma = 1,13)$$