UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

GEOMETRIA DINÂMICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES NO ESTUDO DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Patrícia Perlin

Santa Maria, RS, Brasil
2010

GEOMETRIA DINÂMICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES NO ESTUDO DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

por

Patrícia Perlin

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática do Curso de Pós-Graduação em Matemática Especialização em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Inês Farias Ferreira

Santa Maria, RS, Brasil

2010

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Curso de Pós-Graduação em Matemática
Especialização em Educação Matemática

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia de Especialização

GEOMETRIA DINÂMICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES NO ESTUDO DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

elaborada por
Patrícia Perlin

como requisito parcial para obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

COMISÃO EXAMINADORA:

Inês Farias Ferreira, Dra.
(Presidente/Orientador)

Carmen Vieira Mathias, Dra. (UFSM)

Ricardo Fajardo, Dr. (UFSM)

Rosane Rossato Binotto, Dr. (UFSM)

Santa Maria, 08 de setembro de 2010.

Dedicatória

Dedico este trabalho à Ana Paula Perlin,

minha irmã,

meu anjo.

AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de iniciar meus agradecimentos me dirigindo aos meus incansáveis incentivadores, minha mãe Naira e meus irmãos Maria Luíza e Guilherme, pessoas sem as quais eu não teria chegado até aqui.

Da mesma forma, agradeço àqueles que já nos deixaram, pai e maninha, mas que estão sempre presentes no meu coração e nas minhas orações.

Às amigas e colegas Cristina, Deise, Elenice, Fernanda, Luciani, Milene, Sônia, Tanise e Viviane, pela alegria e aprendizado que me proporcionaram em todos os momentos de estudo e também de descontração.

Aos professores Dalzija T. Gozanto Gavioli e Leonardo Gonçalves, pessoas que são exemplos de profissionais, meus professores de Matemática do Ensino Fundamental, período em que me apaixonei pela Matemática e que escolhi minha profissão.

Aos alunos, futuros professores de Matemática, que me incentivam, motivam e demonstram excelência e confiança na escolha da profissão.

Não poderia deixar de agradecer com muita admiração a todos os professores e professoras do Curso de Especialização em Educação Matemática, em especial, à professora desde a graduação e orientadora deste trabalho, Inês Farias Ferreira pelo auxílio na escolha do tema, incentivo, acolhida e paciência.

Ainda agradeço, com muito carinho, ao professor Ricardo Fajardo, pelas brilhantes discussões proporcionadas em aula, tanto nas disciplinas da graduação quanto no Curso de Especialização e às professores Carmen Vieira Mathias e Rosane Rossato Binotto cujo convívio durante o curso foi breve, mas de muita importância para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Monografia de Especialização
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Universidade Federal de Santa Maria

GEOMETRIA DINÂMICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES NO ESTUDO DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

AUTORA: PATRÍCIA PERLIN
ORIENTADORA: INÊS FARIAS FERREIRA
Data e Local da Defesa: Santa Maria, 08 de setembro de 2010.

Este trabalho tem a pretensão de fazer uma análise a cerca da utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), mais especificamente do computador, nas aulas de matemática nas séries finais do Ensino Fundamental. A proposta nele contida é de atividades direcionadas ao estudo dos triângulos no 8º ano do ensino fundamental com a utilização do *software* de Geometria Dinâmica (GD) GeoGebra. A partir de um breve estudo a cerca do construcionismo, teoria criada por Seymour Papert, estudioso que conviveu com Piaget na década de 60, é abordada a questão do uso do computador no processo de ensino e aprendizagem e embasa-se na utilização das TIC na Educação Matemática. A importância destas tecnologias e os recursos disponíveis para o ensino e aprendizagem da Matemática são vistos com ênfase ao ensino da geometria plana, visto a importância de tal conteúdo matemático para o conhecimento dos alunos e ao descuido que muitos professores tem quando do ensino deste. A geometria será abordada pela visão da GD, pois além de ser um campo rico de situações de ensino e aprendizagem da geometria, está diretamente conectada às TIC através de *software* educacionais destinados a ela. O s*oftware* de domínio público GeoGebra é apresentado, tanto na sua estrutura quanto nas potencialidades que ele proporciona à Educação Matemática. As sete atividades apresentadas são propostas de utilização do GeoGebra para justificar e/ou generalizar alguns resultados do estudo dos triângulos e seus pontos notáveis.

Palavras-chave: Educação Matemática; tecnologias da informação e comunicação; ensino de geometria; geometria dinâmica; GeoGebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Espiral da aprendizagem que ocorre na interação aprendiz-computador..... 16
FIGURA 2 – Interação aprendiz-computador ao utilizar software de programação..... 18
FIGURA 3 – Formas geométricas encontradas na natureza: Forma dos favos de mel lembram muito o formato de um hexágono regular..... 27
FIGURA 4 – Formas geométricas encontradas na natureza: Pedra de diversos formatos, algumas lembram pirâmides, possuem faces próximas de triângulos 27
FIGURA 5– Janela do GeoGebra..... 31
FIGURA 6 – Janelas de álgebra e de desenho..... 32
FIGURA 7 – Barra de ferramentas..... 32
FIGURA 8 – Ferramenta mover..... 33
FIGURA 9 – Ferramenta novo ponto..... 33
FIGURA 10 – Ferramenta segmento..... 34
FIGURA 11 – Ferramenta reta..... 34
FIGURA 12 – Ferramenta polígono..... 35
FIGURA 13 – Ferramenta ângulo..... 35
FIGURA 14 – Ferramenta seletor..... 36
FIGURA 15 – Ferramenta deslocar eixos..... 36
FIGURA 16 – Planta exótica que quando aberta apresenta folha em formato triangular.. 39
FIGURA 17 – Borboleta azul australiana..... 39
FIGURA 18 – Pedra rachão, quando moída dá origem a brita, pode-se observar algumas pedras com formato triangular..... 39
FIGURA 19 – Triângulo ABC construído no GeoGebra..... 40
FIGURA 20 – Janela da ferramenta seletor..... 40
FIGURA 21 – Ilustração da atividade 1..... 41
FIGURA 22 – Arredondamento com zero casas decimais..... 43
FIGURA 23 – Triângulo ABC construído no GeoGebra em que um dos seus ângulos internos é exibido..... 43
FIGURA 24 – Campo de entrada do GeoGebra..... 44

FIGURA 25 – No triângulo ABC, o ponto D é o ponto médio do segmento AB e o segmento CD é a mediana relativa ao lado AB, logo AD é a mediana relativa ao lado AB..... 47
FIGURA 26 – O segmento BE é a mediana relativa ao lado AC..... 48
FIGURA 27 – O segmento AF é a mediana relativa ao lado BC e o segmento BE é a mediana relativa ao lado AC..... 48
FIGURA 28 – Movendo o ponto C..... 49
FIGURA 29 – Movendo o ponto B..... 49
FIGURA 30 – Movendo o ponto A..... 49
FIGURA 31 – Construção da altura relativa ao lado AC..... 50
FIGURA 32 – Intersecção das retas suportes das alturas..... 51
FIGURA 33 – Movimentando o ponto A..... 51
FIGURA 34 – Movimentando o ponto B..... 51
FIGURA 35 – Movimentando o ponto C..... 52
FIGURA 36 – Bissetriz do triângulo..... 53
FIGURA 37 – Intersecção das bissetrizes do triângulo..... 53
FIGURA 38 – Movimentando o ponto A..... 54
FIGURA 39 – Movimentando os pontos B e C..... 54
FIGURA 40 – Mediatrizes de um triângulo..... 55
FIGURA 41 – Ortocentro do triângulo..... 55

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1 – Ficha de registro da atividade 1 61
Anexo 2 – Ficha de registro da atividade 2 62

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..... 10

1 CONSTRUCIONISMO..... 12

1.1 O aprendizado construcionista..... 14

1.2 Ambientes construcionistas..... 19

1.2.1 Características dos ambientes educacionais construcionistas..... 20

2 TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA..... 23

2 1 Tecnologias da Informação e Comunicação..... 24

3 GEOMETRIA..... 26

3.1 Ensino de Geometria..... 26

3.2 Geometria Dinâmica..... 28

3.3 Aplicativos de Geometria Dinâmica..... 29

3.4 Conhecendo o *software* GeoGebra..... 30

3.5 Elementos da barra de ferramentas..... 31

4 PROPOSTA DE ATIVIDADES: INTEGRANDO O GEOGEBRA ÀS AULAS DE GEOMETRIA 37

4.1 Atividade 1 – Desigualdade triangular..... 38

4.2 Atividade 2 – Soma dos ângulos internos do triângulo..... 42

4.3 Atividade 3 – Classificação dos triângulos..... 45

4.4 Atividade 4 – Mediana e baricentro..... 47

4.5 Atividade 5 – Altura e ortocentro..... 50

4.6 Atividade 6 – Bissetriz e incentro..... 52

4.7 Atividade 7 – Mediatriz e cincuncentro..... 54

CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 56

REFERÊNCIAS..... 57

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas podemos perceber a evolução crescente do pensamento humano no que diz respeito às invenções e criações que facilitam a realização de atividades, seja diária ou de característica específica em todos os campos da atividade humana, especialmente o século XX foi marcado como o século das revoluções tecnológicas. O campo educacional, assim como os demais campos, também recebeu atenção quanto ao desenvolvimento de tecnologias para auxiliar professores e alunos na sua atividade diária de ensinar e aprender.

Papel, lápis e caneta são alguns exemplos de tecnologias presentes em sala de aula que assumem a função de registro para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Pensar em uma escola sem tais recursos é uma tarefa difícil. Ao mesmo tempo em que surge a discussão da necessidade urgente de serem modificadas as aulas tradicionais, meramente expositivas, em que o giz e o quadro negro são as únicas tecnologias utilizadas surge a questão da ascensão de novas tecnologias destinadas ao processo educativo.

Diante desse cenário, surgem algumas dúvidas recorrentes aos professores, em particular, ao professor de matemática: Como planejar suas aulas de modo a inserir e incorporar os recursos tecnológicos na escola? Como utilizar tais recursos já existentes na escola para auxiliar no processo diário de ensino e aprendizagem? O quanto é interessante, do ponto de vista educativo, a incorporação às aulas de Matemática de tais tecnologias, diferentes das convencionais? Existe um embasamento teórico que auxilie na tomada de decisão quanto à utilização ou não de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem?

Tais questões causam a inquietação de professores e pesquisadores do âmbito da Educação Matemática e se tornam uma excelente área de pesquisa. Não somente os métodos de utilização de tecnologias, mas também a discussão das vantagens e desvantagens de uma mudança na formatação tradicional das aulas de Matemática são temas de inúmeros trabalhos, dissertações e teses nesta área do conhecimento.

Uma preocupação constante de muitos educadores está na forma de motivar, despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem, e ainda mais importante, fazer com que o aprendizado da escola tenha alguma utilização prática fora da escola.

Este trabalho tem a pretensão de fazer uma análise a cerca da utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), mais especificamente do computador, nas

aulas de matemática nas séries finais do Ensino Fundamental através do uso de *software* educacionais no ensino de geometria plana.

Através da busca da respostas para alguns dos questionamentos citados anteriormente surgiu a idéia de elaboração deste trabalho que foi desenvolvido a partir de uma pesquisa bibliográfica sobre a utilização do computador e demais TIC no ensino e aprendizagem da Matemática.

No primeiro capítulo é apresentado um breve estudo cerca do construcionismo, abordando a questão do uso do computador na educação, em especial, na Educação Matemática.

A discussão sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) estará no segundo capítulo, onde a importância destas e os recursos disponíveis para o ensino e aprendizagem da Matemática serão abordados.

No terceiro capítulo, será dada ênfase ao ensino da geometria plana, visto a importância de tal conteúdo matemático e ao descuido que muitos professores tem quando do ensino deste. A geometria será abordada pela visão da GD, pois além de ser um campo rico de situações de ensino e aprendizagem da geometria, está diretamente conectada às TIC através de *software* educacionais destinados a ela. O s*oftware* de domínio público GeoGebra é apresentado, tanto na sua estrutura quanto nas potencialidades que ele proporciona a Educação Matemática.

Já o último capítulo é destinado à apresentação de propostas de atividades de integração da utilização do *software* nas aulas de geometria, particularmente no estudo de ~~os~~ triângulos e suas propriedades. Por último, seguem as considerações finais deste trabalho.

1 CONSTRUCIONISMO

De uma forma geral, o construcionismo pode ser entendido como um conjunto de ideias (ou uma teoria) que estuda o desenvolvimento e o uso da tecnologia, em especial do computador, na criação de ambientes educacionais.

Criado por Seymour Papert no final da década de 60, o construcionismo é uma síntese da teoria de Piaget e das oportunidades oferecidas pela tecnologia para o desenvolvimento de uma educação contextualizada, onde os estudantes possam trabalhar na construção de elementos que lhe sejam significativos e através do qual, determinados conhecimentos e fatos possam ser aplicados e compreendidos. Seymour Papert era matemático e foi considerado um dos pais da Inteligência Artificial. Além disso, ele é internacionalmente reconhecido como um dos principais pensadores sobre as formas pelas quais a tecnologia pode modificar a aprendizagem. Papert nasceu e foi educado na África do Sul. No início de 1960, Papert chegou ao *Massachussets Institute of Technology* (MIT) nos Estados Unidos, onde, com Marvin Minsky, fundou o Laboratório de Inteligência Artificial. Escreveu diversos artigos sobre matemática, inteligência artificial, educação, aprendizagem e pensamento. Matemático por formação, sua colaboração com Jean Piaget na Universidade de Genebra, na Suíça, o levou a considerar o uso da matemática a serviço da compreensão de como as crianças podem aprender e pensar.

Um ponto importante do construcionismo é que ele vai além do aspecto cognitivo, incluindo também facetas social e afetiva da educação. Assim ele abre espaço para o estudo das questões da tecnologia, gênero, cultura, personalidade, motivação, etc, que, normalmente, não são tratadas em abordagens educacionais mais tradicionais.

Influenciado diretamente pelos anos que Papert trabalhou ao lado de Piaget em Genebra e pelos conceitos de inteligência artificial que floresciam no MIT, o construcionismo propôs uma série de ideias inovadoras a respeito do uso da tecnologia na educação.

Papert associou à teoria de Piaget às vantagens e possibilidades da tecnologia através da construção de objetos que sejam significativos proporcionando conhecimentos e habilidades que podem ser aplicados e compreendidos.

> Para Piaget, a criança constrói mentalmente seu conhecimento através das ações; Papert complementa que é importante que ela construa algo palpável externamente, reflita sobre o que foi construído para então construí-lo na mente, isto é, passa do concreto para o abstrato e do abstrato para o concreto, chegando ao desenvolvimento

> dos estágios de pensamento mais elevados considerados por Piaget. O construcionismo complementa o construtivismo. (FAINGUELERT, 1999, p. 33 apud FOLLADOR, 2007, p. 54)

Para Piaget o processo de aquisição do conhecimento se dá através de processos sucessivos de assimilação e acomodação. Na assimilação o sujeito entra em contato com o objeto, retira informações e as interpreta. Os objetos do conhecimento apresentam propriedades e particularidades que nem sempre foram incorporadas pelos esquemas já interiorizados no sujeito. A esse esquema de ampliação ou modificação de um esquema de assimilação, Piaget chamou de acomodação.

Assim conhecer um objeto é assimilá-lo. No entanto, quando um objeto apresenta certas resistências ao conhecimento, a organização mental se modifica e a esse processo chamamos acomodação.

Desde a infância, Papert desenvolveu seu pensamento matemático através de uma estrutura mental em que seu objeto transitório era sistema de engrenagens. "Adorava girar objetos uns contra os outros em movimentos circulares e, naturalmente, meu primeiro 'projeto de construção' foi um sistema rudimentar de engrenagens... Habituei-me a pensar em termos de esferas giratórias e a estabelecer cadeias de causa e efeito: Esta gira para um lado, então aquela deve girar em sentido contrário, então..." (PAPERT, 1988, p. 11). Engrenagens como modelos facilitavam seu acesso e compreensão de ideias que eram muito abstratas. Quando se deparou com as obras de Jean Piaget, ficou muito impressionado por perceber que seu sistema de engrenagens da infância servia de modelos para a noção de assimilação e acomodação que Piaget propunha.

Segundo Papert (1988), o que um indivíduo pode aprender e a maneira com que ele pode aprender depende dos modelos que tem disponível. Afirma ainda que certos modelos tanto abstratos quanto sensoriais possam ser usados para ilustrar muitas ideias matemáticas na mente e definir assim o modo de pensar matematicamente e aprender conceitos novos. "Qualquer coisa é simples se a pessoa consegue incorporá-la a seu arsenal de modelos; caso contrário tudo pode ser extremamente difícil." (PAPERT, 1988, p. 13).

No construcionismo, "o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno" (MALTEMPI, 2004, p. 265)

Paulo Freire também nos diz que a educação não é um simples processo de transmissão ou transferência de conhecimento. Para ele, o professor deve

> Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, as suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto face da tarefa que tenho - a de ensinar e não a de transferir conhecimento. (FREIRE, 1996, p. 47)

Diferente da abordagem predominante na época, onde o computador era visto como uma máquina de ensinar, que ia passando informações de acordo com as respostas do aluno, Papert propôs uma visão mais centrada na construção do conhecimento em si, onde a tecnologia deveria ser utilizada não como elemento regente, mas sim como algo que possibilitasse a criação de situações mais propícias e específicas na constituição de ambientes educacionais que favoreçam o aprendizado.

Ainda segundo Papert, o computador é algo que viabilizaria a criação de um ambiente de aprendizagem para o processo de construção do conhecimento. Este ambiente geralmente está relacionado ao desenvolvimento de projetos, pois "o aprendiz tem mais oportunidade de aprender quando está ativamente engajado na construção de um artefato sobre o qual possa refletir e mostrar a outras pessoas" (MALTEMPI, 2004, p. 265).

A principal tese defendida por Papert é a de que o computador pode ser usado como um tipo de simulador desses modelos mentais a serem desenvolvidos pelos estudantes. "Minhas tentativas, na última década, para transformar computadores em instrumentos flexíveis o bastante para que muitas crianças possam criar para si próprias algo como as engrenagens foram para mim." (PAPERT, 1988, p. 14)

1.1 O Aprendizado Construcionista

No aprendizado construcionista, de acordo com Burd (1999) alguns princípios se destacam:

a) O conhecimento não é transmitido, é construído ativamente pelo indivíduo.

Nosso cotidiano nos deparamos constantemente com situações que no confrontam com conhecimentos anteriores aonde, através de processos de assimilação e acomodação, vamos acrescentando às estruturas mentais antigas essas situações e conhecimentos novos. O

conhecimento vai sendo construindo no indivíduo através de suas ações e se incorporando aos conhecimentos anteriores.

b) A possibilidade de articular os processos do pensamento permite aprimorá-lo, isto é, a visualização e a manipulação das estratégias permite otimizá-las.

Papert, ao ingressar no MIT, deparou-se com uma cultura que via no computador um grande auxiliar para a compreensão da inteligência humana. A resolução de problemas por computador e, principalmente, sua capacidade de simulação em muito contribuíram para essa compreensão. Foi esta visão do computador, como uma ferramenta que permite pensar de forma concreta sobre as questões abstratas do pensamento e do funcionamento da mente, que determinou o seu papel como central dentro do construcionismo.

A partir de então, Papert passou a "visualizar as ideias da ciência da computação não apenas como instrumentos que pudessem explicar como o aprendizado e o pensamento de fato funcionam, mas também como instrumentos de mudança que poderiam alterar possivelmente melhorar, a forma com que as pessoas aprendem e pensam." (PAPERT, 1993, p. 208)

Segundo Valente (1999), um programa é um registro preciso da organização e seleção dos comandos que o aprendiz usou na resolução de um problema, podendo ser tratado como uma representação objetiva dos procedimentos adotados, facilitando o aprimoramento dos mesmos.

O ciclo da *descrição-execução-reflexão-depuração* descreve, através de um ciclo composto pelas fases de descrição, execução, reflexão e depuração. O desenvolvimento cognitivo do aprendiz ao programar o computador pode representar um ciclo que inicia quando ele deseja iniciar um projeto. A sequência de comando a ser passada para o computador representa a *descrição* da solução do problema. "As ideias que concretizam o projeto devem ser passadas para o computador na forma de uma sequência de comandos da linguagem de programação, que representa a descrição da solução do problema" (MALTEMPI, 2004, p. 270).

Na etapa seguinte o computador realiza a *execução* da sequencia de comandos, apresentando na tela, por exemplo, o resultado. Observando o resultado apresentado pelo computador, o aprendiz faz uma *reflexão*, comparando com o que havia planejado. Se a resposta for àquela esperada, a atividade está concluída. Caso contrário é necessário que seja rever o processo de representação do problema.

A depuração pode ser em termos da lógica ou estratégia adotada na solução, dos comandos ou sobre algum conceito envolvido. “A revisão do programa leva o aprendiz a buscar as informações que lhe faltam e requer também reflexões sobre os erros cometidos e as formas possíveis de corrigi-los.” (MALTEMPI, 2004, p. 271).

A existência do programa facilita muito a depuração, pois contem a descrição das ideias do aprendiz em uma linguagem precisa e formal. Após a depuração, é gerada uma nova descrição em que se repete o ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração* até que o resultado obtido seja satisfatório no sentido de aprimorar o conhecimento já construído associando a ele novos elementos presentes no processo de depuração. A Figura 1, adaptada de Valente representa a *espiral de aprendizagem* resultante deste processo.

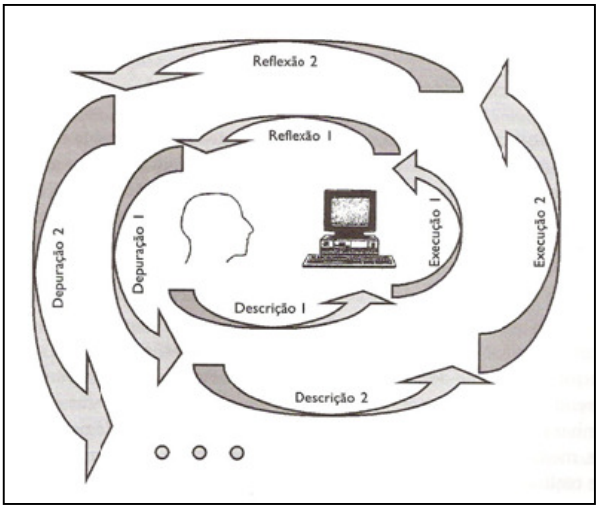

Figura 1 – Espiral da aprendizagem que ocorre na interação aprendiz-computador
Fonte: Maltempi (2004, p. 271)

A depuração tem sua origem no erro e está intimamente relacionada com a construção do conhecimento, já que o processo desequilíbrio presente nessa etapa faz com que o aluno reveja seus conceitos e estratégias para melhorar o que já conhece para reformular seus modelos. Assim, segundo Maltempi (2004, p. 272), “novas informações são processadas e agregadas ao conhecimento já existente. Portanto, o aprendizado se dá através da construção de uma série de teorias transitórias”. Durante esse processo de erros e acertos o aprendiz vai desenvolvendo suas próprias teorias. Teorias que não forem adequadas são descartadas ou melhoradas.

> A construção do conhecimento é auxiliada pelo projeto, que serve de contexto para que o novo conhecimento seja empregado e adaptado a outros já existentes. Sendo assim, e em harmonia com as ideias construcionistas, é interessante que o aprendiz desenvolva projetos de interesse pessoal que contextualizem o conhecimento e facilitem o engajamento do aprendiz no processo. (MALTEMPI, 2004, p. 272)

Seguindo esta concepção, a depuração é a atividade fundamental para a construção do conhecimento ao passo que pode ser facilitada em ambientes de aprendizagem que sejam baseados na utilização do computador.

O ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração* não acontece apenas colocando o aprendiz na frente do computador. Mesmo em um ambiente construcionista, em que a uma importância pessoal no que está sendo desenvolvida, as atividades demandam muito esforço e concentração. O aprendiz sozinho, sem o auxilio do professor, dificilmente obteria sucesso em fazer com que esse ciclo se torne efetivamente em construção do conhecimento. A presença do professor é fundamental para que possa estimular as cinco dimensões do construcionismo: pragmática, sintônita, sintática, semântica e social que serão abordadas mais adiante.

"O professor, junto com a comunidade escolar, necessita se emprenhar em dar suporte computacional, pedagógico e psicológico ao aprendiz, mediando o processo de descrição, reflexão e depuração que o aprendiz realiza por meio do computador." (MALTEMPI, 2004, p. 272).

"O ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração* torna-se visível em ambientes computacionais ao exigir que o aprendiz explicite seu raciocínio ao programar o computador que, por sua vez, executa os comandos solicitados" (REZENDE, 2004, p. 48). O computador, utilizado desta maneira, permite que tanto aluno quanto professor reflitam sobre o foi feito e compreendam e analisem os "passos" ou "caminhos" realizados durante o processo de busca de solução. De acordo com Valente (1999), primeiramente porque analisam o pensamento do aprendiz e sobre ele o aluno irá refletir e depurar. Segundo, porque a resposta é imediata permitindo que o aluno confronte sua ideia original com o que é apresentado na interface. Desta forma, o computador ajuda a explicitar os modelos mentais do aprendiz (Figura 2).

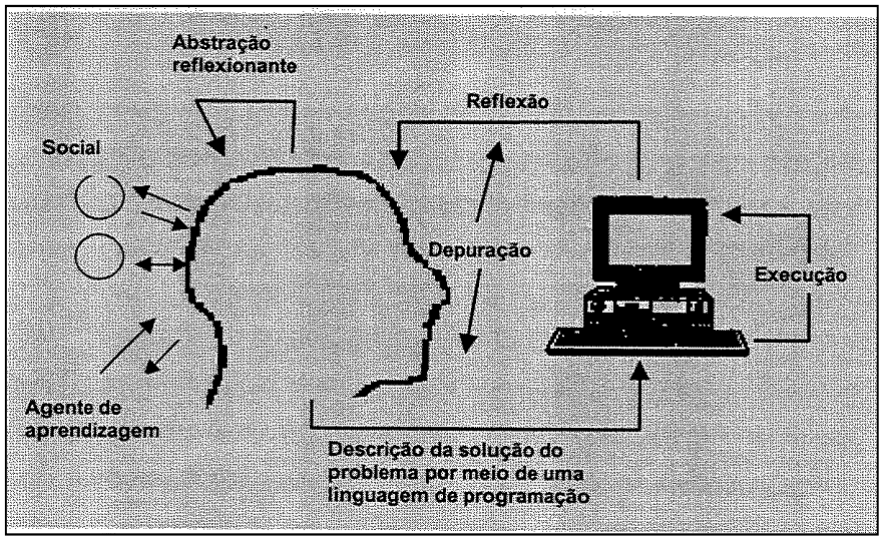

Figura 2 – Interação aprendiz-computador ao utilizar *software* de programação
Fonte: Burd (1999)

c) O aprendizado de um conceito está relacionado com a sua estrutura, isto é, o aprendizado de alguns conceitos e a possibilidade de combiná-los facilita o aprendizado de outros conceitos.

Piaget acreditava que é necessário compreender as chamadas "estruturas-mãe" do conhecimento a ser aprendido. Desta forma, o aprendizado é resultante do processo de aquisição e manipulação destas estruturas-mãe.

Os estudos de Piaget mostraram para Papert (1993 apud BURD, 1999, p. 60) que estas estruturas fundamentais devem têm certas características que as tornam "aprendíveis":

- As estruturas-mãe são conceitos que fazem sentido para a criança e que, em princípio, podem ser aprendidos e compreendidos isoladamente das outras estruturas.
- Podem ser agrupadas entre si, possibilitando a formação de novos conceitos que também podem ser compreendidos pela criança.
- Suportam-se mutuamente, isso é, ainda que independentes, o aprendizado de uma facilita o aprendizado as outras.

Para o construcionismo, o aprendizado de informática pode ser integrado às demais matérias sem que seja exigido tempo extra no horário escolar, resultando um melhor aproveitamento global das demais disciplinas do currículo escolar.

d) O aprendizado é influenciado pelo ambiente. Algumas dinâmicas e contextos facilitam a percepção e a construção de determinados conhecimentos, atitudes e procedimentos.

Segundo Papert (apud BURD, 1999, p. 61), o conhecimento não pode ser construído do nada. É o meio sociocultural que fornece o material a ser usado, influenciando os tipos de construção e a forma com que elas são construídas. Inclusive, Papert vai mais além, sugerindo que até mesmo a sequência dos estágios do desenvolvimento cognitivo proposta pela teoria piagetiana poderia ser mais ou menos acelerada, dependendo da cultura e dos materiais presentes no meio.

1.2 Ambientes Construcionistas

Um ambiente construcionista exige muito mais do que o aluno e o computador embora a tecnologia seja foco central do construcionismo. É preciso um ambiente acolhedor que motive o aprendiz a continuar aprendendo, um ambiente que seja rico em materiais de referência, que incentive a discussão e a descoberta e que respeite as características específicas de cada um.

Faz-se pertinente um ambiente que respeite as individualidades. Nesse processo, o professor tem papel fundamental à medida que, em parceria com a comunidade escolar, desempenhe a difícil tarefa de fazer com que o ambiente seja produtivo e produza os resultados esperados.

O construcionismo propõe que o aprendiz construa produtos que podem ser mostrados à outras pessoas e que possam conversar sobre ele, dessa forma, quando é capaz de explicitar suas ideias e gerar um registro de seu pensamento e raciocínio pode atingir níveis mais elevados de aprendizagem. Por este motivo que o computador é um grande aliado nos ambientes construcionistas de aprendizagem, pois possibilita visualizar e manipular as estratégias empregadas na solução de problemas.

1.2.1 Características dos Ambientes Educacionais Construcionistas

Dimensão Pragmática

O aluno sabe que vai utilizar o que está aprendendo imediatamente. Segundo Papert, (1994) as construções mentais devem ser apoiadas por construções concretas "no mundo", cujo produto deve ser "mostrado, discutido, examinado e admirado" possibilitando com que o aluno aprimore e torne seus projetos mais complexos, envolvendo novos conhecimentos. Esta dimensão também é conhecida como o "princípio do poder" (Papert, 1993, p. 54 apud BURD, 1999, p. 64)

Dessa forma, esta dimensão dá uma importância social e emocional bem maior para esse conhecimento. Além da construção de algo imediatamente significativo, costuma-se descrever o aprendizado construcionista como uma atividade de construção no mundo.

Dimensão Sintônica

Projetos contextualizados e em sintonia com o que o aluno considera importante aumenta a possibilidade de que os conceitos trabalhados sejam aprendidos.

O professor deve mediar a escolha dos temas trabalhados pelos alunos de maneira que o projeto seja viável e desafiador. "O computador, muitas vezes, viabiliza projetos que seriam impossíveis no ambiente real devido a limitações físicas de materiais e de meio" (MALTEMPI, 2004, p. 267)

Se o aluno escolhe o tema em sintonia com o que considera importante, este projeto já nasce com uma possibilidade bem maior de obter sucesso e uma maior motivação por parte do estudante perto daquele projeto em que o tem já vem pré-escolhido pelo professor ou sugerido em livros didáticos.

Segundo Burd, (1999, p. 65) "no aprendizado sintônico, o aprendiz se identifica com os elementos com que está lidando e com a atividade que está executando, o aprendizado está bem contextualizado e integrado com o seu dia-a-dia".

Dimensão Sintática

Possibilita ao aluno ter acesso aos elementos básicos que compõe o ambiente de aprendizagem e efetuar a manipulação destes de acordo com sua necessidade e desenvolvimento cognitivo.

O professor deve propiciar ao aluno o acesso a todas as informações, objetivos, organização deste objeto de ensino-aprendizagem que são os projetos, assim como o máximo domínio dos *software*, tecnologias e ambientes computacionais utilizados para o desenvolvimento deste. O ideal seria que os materiais usados pudessem ser acessados sem nenhum pré-requisito e que também ofereçam um desenvolvimento ilimitado.

Dimensão Semântica

Refere-se à importância de que o aluno manipule elementos que carreguem significado, que façam sentido para ele. É necessário que estes elementos sejam estruturados de maneira que tenham múltiplos significados, "além de serem psicologicamente evocativos para o aprendiz, eles também devem trazer dentro de si conceitos e ideias que sejam representativas do assunto que está sendo estudado." (MALTEMPI, 2004, p. 268)

Papert quando fala de suas engrenagens da infância, as têm como objetos bastante familiares. Ele conseguia, através da imaginação, obter conceitos de física e matemática. Essa multiplicidade de significados, "segundo ele, serviu como uma porta de entrada bastante suave do seu mundo de brincadeira para o universo dos números." (BURD, 1999, p. 66)

> É importante notar como as dimensões sintática e semântica se complementam nesta questão do foco da atividade. Diferentes objetos possuem diferentes significados que lhe são atribuídos pela cultura. Estes significados representam as possibilidades do que um aprendiz poderia explorar. O que de fato será explorado depende das ferramentas disponíveis. Enquanto a dimensão semântica se preocupa com os múltiplos significados dos objetos, a sintática é que delimita o que poderá ser acessado e como. (BURD, 1999, p. 67)

Dimensão Social

As atividades devem estar relacionadas às pessoas e com a cultura do local onde elas se encontram, seria ideal que todo e qualquer material utilizado fosse valorizado culturalmente. Pensando desta forma, as tecnologias de informação e comunicação se tornam aliadas da educação, principalmente o computador, que é supervalorizado na nossa sociedade.

Tais dimensões norteiam a criação de ambientes de ensino-aprendizagem através de projetos para a utilização de ferramentas e construção do conhecimento. Desta forma, essas dimensões indicam que "o construcionismo vai além do aspecto cognitivo, mas também tangencia o aspecto social e afetivo da educação". (MALTEMPI, 2004, p. 268)

Além de um estímulo inicial para o aprendizado, a valorização e o reconhecimento social do trabalho do aprendiz adiciona um novo impulso para a sua atividade. Este aprendizado é algo que envolve situações inovadoras e muitas vezes frustrantes, nos momentos em que o aluno se cansou de tentar, o estímulo é essencial.

O reconhecimento social é algo de extrema importância na dimensão social de um ambiente construcionista, este reconhecimento deve ser verdadeiro. Críticas e elogios por parte da comunidade enriquecem e muito o aprendizado

Também o suporte intelectual, através de troca de ideias e da discussão com colegas, amigos, professores e familiares vislumbram como fonte de ideias, conhecimento ou problemas, influenciando também as ferramentas a serem utilizadas na resolução destes problemas.

2 TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Quando pensamos em tecnologia, nos vêm em mente aparelhos eletrônicos, computadores de última geração, inovações, modernidades. Entretanto, embora muitos ainda pensem dessa forma, as tecnologias são bem mais do que apenas "máquinas". Como afirma Kenski (2007, p. 23), "o conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações".

Segundo o dicionário Aurélio, tecnologia é "o conjunto dos conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo de atividade" (FERREIRA, 1986, p. 1956). Dessa forma, entendemos por tecnologias os conhecimentos científicos e os produtos desenvolvidos a partir destes conhecimentos que são utilizados para facilitar nossas ações diárias, utilizados em larga escala no nosso cotidiano. Desde o controle do fogo para o cozimento de alimentos e as pinturas nas cavernas são exemplos de tecnologias que o homem criou para melhorar sua vida.

> O uso do raciocínio tem garantido ao homem um processo crescente de inovações. Os conhecimentos daí derivados, quando colocados em prática, dão origem a diferentes equipamentos, instrumentos, recursos, produtos, processos, ferramentas, enfim, a tecnologias. (KENSKI, 2007, p.1)

No decorrer da evolução da humanidade, todo o conhecimento se transformou mediante a elaboração e o desenvolvimento de diversas tecnologias. A própria linguagem falada e escrita surgiram da necessidade da comunicação entre os indivíduos e da informação destes conhecimentos. "As tecnologias invadem nossas vidas, ampliam a nossa memória, garantem novas possibilidades de bem-estar e fragilizam as capacidades naturais do ser humano" (KENSKI, 2007, p. 19).

> As sociedades com tradições orais desenvolviam mitos para conservar a lembrança de fatos da mesma forma que um matemático utiliza lápis e papel para estender sua memória e gerar uma demonstração de determinada proposição. Analogamente, hoje a informática amplia a nossa memória e modifica o conhecimento produzido (BORBA, 2000, p. 58)

Por isso podemos dizer que a evolução da tecnologia acompanhou a própria evolução humana. Atualmente, é a tecnologia computacional que exerce esse papel, tanto de comunicação quanto de informação.

2.1 Tecnologias da Informação e Comunicação

Com o advento da crescente demanda de tecnologias computacionais e demais TIC, torna-se cada vez mais necessária a utilização destas em todas as áreas do conhecimento principalmente em termos de educação escolar. Este emprego vem ao encontro dos novos rumos da educação, pois como afirma Gadotti (2007, p. 17) "as novas tecnologias da informação criaram novos espaços do conhecimento, além da escola, também a empresa, o espaço domiciliar e o espaço social tornaram-se educativos".

> A expressão Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) designa um conjunto de recursos tecnológicos usado para produzir e disseminar informações; ferramentas que permitem arquivar e manipular textos, sons e imagens e que permitem que nos comuniquemos. (SANCHEZ, 2003, p. 7)

Desta forma a escola não pode permanecer à margem dos avanços de tais tecnologias, pelo contrário, ela deve estar integrada para que seu público possa estabelecer relações sociais mais eficazes:

> A instituição escola propõe modos de perceber, conhecer e expressar-se que já não correspondem aos processos de comunicação e aos meios que caracterizam a situação da passagem do milênio. Em nosso país, encontramo-nos diante de uma contradição, pois os modos de expressão legitimados nas escolas ainda passam, quase que com exclusividade, pela palavra oral ou escrita. Outras formas de expressão pouco participam da comunicação cultural da escola, entre elas, uma grande quantidade de formas que crianças e adolescentes consideram próprias de seu tempo e espaço: a TV, os vídeos-clipes, os festivais de rock, os pôsters, o cinema em vídeos, os softwares em informática, as informações da Internet, e outras. (ITACARAMBI, 2001, p.35)

Há algumas décadas, os lares e as escolas não possuíam um computadores, em sua maioria. Esta realidade que está bem diferente, pois muitos dos alunos possuem computador e também as escolas estão melhores equipadas, e até mesmo possuem laboratórios de informática. Entretanto, o que parecia ser uma grande conquista para os professores, a possibilidade de utilizar o computador e demais tecnologias para enriquecer suas aulas, não

significa ainda um grande avanço no âmbito escolar. Percebemos que mesmo com o recurso disponível em casa e na escola, muitos professores continuam ministrando aulas tradicionais, puramente expositivas. Aulas estas que não apresentam grandes resultados quanto à aprendizagem dos alunos.

> As pesquisas pedagógicas comprovam que o índice de aproveitamento daquilo que foi ensinado por mera exposição, um ano depois, é de 10 a 20%. Um dos objetivos que se espera da educação escolar é o desenvolvimento de conhecimento duradouro por parte dos educandos. Ora, este atual baixo índice de aproveitamento demonstra a grande parcela de trabalho inútil que se está realizando na escola, o que representa um custo social elevadíssimo. (VASCONCELLOS, 2005, p. 32)

O ensino através de aulas meramente expositivas, tradicionais se reforça ainda mais a pura e simples memorização em que o importante é "o não esquecimento" e não a aprendizagem. Dizemos que um aluno efetivamente aprendeu se ele for capaz de reconstruir o conhecimento tempos depois, fato que não está ocorrendo (VASCONCELLOS, 2005, p. 33). Logo, não está havendo muita aprendizagem na escola.

Além do receio do novo e na resistência de modificar a estrutura da sala de aula, a não utilização de recursos tecnológicos se dá em grande parte, não só pela falta de preparo e/ou vontade para utilizá-la em suas aulas, mas também pelo desconhecimento por parte dos professores, de ferramentas (como *software* educacionais) aliada a falta de tempo para desenvolver atividades a serem trabalhadas de maneira significativa ao aprendizado dos alunos em suas aulas.

> O uso do computador na criação de ambientes de aprendizagem que enfatizam a construção do conhecimento, apresenta enormes desafios. Primeiro em entender o computador como uma nova maneira de representar o conhecimento, provocando um redimensionamento dos conceitos já conhecidos e possibilitando a busca e compreensão de novas idéias e valores. Usá-lo com essa finalidade, requer a análise cuidadosa do que significa ensinar e aprender bem como, demanda rever o papel do professor nesse contexto. (VALENTE, 1999, p. 3)

3 GEOMETRIA

Uma das grandes dificuldades encontrada pelos professores de Matemática está no ensino da geometria, pois além de estudo e dedicação dos alunos, a aprendizagem desse conhecimento exige o desenvolvimento do pensamento geométrico.

3.1 Ensino de Geometria

O ensino da geometria na escola se faz necessário para o desenvolvimento da percepção geométrica, do raciocínio geométrico e da linguagem geométrica desta forma um ensino baseado na pura algebrização, "decoreba" de todas as fórmulas das áreas, volumes, quantidade de faces, arestas, vértices de sólidos geométricos enfim, não desenvolve tal habilidade.

> As vivências e o reconhecimento dos procedimentos e métodos da Geometria possibilitam o desenvolvimento de habilidades de síntese e de análise. O domínio do vocabulário geométrico proporciona a ampliação da comunicação e da compreensão das situações relacionadas ao espaço. A percepção espacial é necessária à compreensão da Matemática e também das Ciências humanas e da natureza. O desenvolvimento do pensamento geométrico propicia entender o mundo e adquirir formas de apreciar a natureza e a arte em todas as suas manifestações, na medida em que as estruturas geométricas permeiam o universo natural e estético. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38)

A geometria nos ajuda a evidenciar o mundo em que vivemos. Através da percepção geométrica, que desenvolvemos quando aprendemos geometria dentro do âmbito da Matemática escolar, nos apropriamos de uma visão mais clara e correta de percebermos a realidade ao nosso redor.

> A Geometria está por toda a parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo que não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no laser, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Nas imagens a seguir, observamos que na natureza existem formas, padrões geométricos, que muitas vezes passam despercebidos.

Figura 3 – Formas geométricas encontradas na natureza: Forma dos favos de mel lembram muito o formato de um hexágono regular.
Fonte: www.abelha.com.br/comeia

Figura 4 – Formas geométricas encontradas na natureza: Pedra de diversos formatos, algumas lembram pirâmides, possuem faces próxima a triângulos.
Fonte: www.stonestructures.org/html/symbolism.html

O ensino da geometria é um excelente meio de chamar a atenção dos educandos para a Matemática, para a necessidade do seu aprendizado e para as vantagens que tal conhecimento lhes trará. Desenvolve-se com o auxílio do pensamento geométrico não somente para a Matemática, mas também como um apoio às outras disciplinas, por exemplo, cita-se, a orientação espacial ou a interpretação de um mapa. De acordo com Lorenzato (1995) os processos mentais que a geometria oferece facilitam o processo de construção do conhecimento, valorizam o conjecturar, o experimentar e o descobrir além de esclarecer situações abstratas. Esses processos também facilitam a comunicação e informação de uma idéia matemática.

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificadas pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 7)

Atualmente existe uma grande demanda para o uso do computador como ferramenta auxiliar ao ensino e à aprendizagem, particularmente de Matemática. Neste sentido a geometria é privilegiada devido à existência de uma gama muito grande de programas que implementam a geometria dos "desenhos em movimento". Nestes programas a interatividade é muito grande, agilizando a experimentação do aprendiz.

3.2 Geometria Dinâmica

O ponto positivo da existência de uma variedade de *software* como recurso educacional é a possibilidade de se trabalhar com a GD cuja implementação exige uma modificação das aulas tradicionais, pois utilizando somente giz e quadro-negro se torna inviável tal abordagem da geometria na sala de aula. Desta forma o computador vem a ser um aliado do professor e um grande incentivo a aprendizagem dos alunos.

> Numa sala de aula convencional até podemos imaginar um ensino que olhe para configurações com "desenhos em movimento". Mas em configuração com muitos objetos em relação tal se torna difícil, já que o movimento sincrônico dos elementos pode ser complexo. Especialmente nestas situações o recurso informático entra como ferramenta ideal. (GRAVINA, 1996, p. 6)

Segundo Gravina (1996), os programas de GD "são ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem". Por meio da movimentação ou animação destes objetos (desenho na tela) podemos obter uma coleção de "desenhos em movimento". O papel do professor neste momento está em tornar o aluno o capaz de identificar quais características ou propriedades geométricas existem em comum em todos os objetos pertencentes a esta coleção, através da análise e investigação dessas coleções. O trabalho com *software* de GD possibilita um diferencial na aula de geometria, pois o aluno é convidado a elaborar conjecturas. Com a manipulação e a descoberta de coleções de "desenhos em movimentos" em que algumas características são mantidas, o processo de generalização de um resultado se torna natural.

3.3 Aplicativos de Geometria Dinâmica

Para a implementação de uma proposta diferenciada de ensino geometria e colocando em prática as questões mais relevantes trazidas pela GD, somado ainda à importância e necessidade de inserção e integração das TIC nas aulas de Matemática, os *softwares* de GD podem oportunizar uma melhoria no ensino e aprendizagem da geometria.

Segundo Gravina (1996), os principais ganhos que um professor de matemática pode obter com a utilização de programas de GD é a necessidade do total domínio dos conceitos de geometria que os estudantes devem se apropriar para as construções geométricas que irão desenvolver, além da possibilidade de descoberta das propriedades invariantes de cada uma dessas construções - tanto suas, quanto propostas pelo professor - através da experimentação. Por exemplo, cada vez que se movimenta um ponto, um vértice do polígono, ou a amplitude de uma reta, se obtem diversas possilidades de apresentação de um mesmo ente geométrico.

A função de um *software* de GD é possibilitar o trabalho com construções geométricas que podem ser alteradas movendo-se um dos pontos básicos, permitindo a preservação das propriedades originais (BATISTA, 2004) facilitando assim o processo de generalização de conceitos e resultados da geometria.

Tais programas de GD oferecem um recurso didático importante, pois

> a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento. (GRAVINA, 1996, p. 6)

Embora, segundo Garnica (2003, p. 77) “a utilização da informática para desenvolver provas ainda é questão altamente polêmica, cercada de paradoxos que focam validade, teoria e prática”, podemos utilizar a informática para criar justificativas e generalizações bastante necessárias para o processo de provas e demonstrações numa etapa posterior. “ambientes de GD constituem laboratórios virtuais em que os estudantes podem investigar e aprender matemática”. Através desta investigação e processos de tentativa e erro, os conceitos geométricos e a noção de generalização vão sendo criados, mas de forma alguma utilizando tais processos interativos devem ser utilizados como prova ou demonstração de resultados. O uso do computador no ensino da geometria deve ser apenas um meio, um “laboratório” de aprendizagem que venha a enriquecer e modificar as aulas de matemática.

3.4 Conhecendo o *software* GeoGebra

A utilização de *software* educativos para o ensino da Matemática em sala de aula é uma escolha recorrente para auxiliar na compreensão da geometria, principalmente de *software* de Geometria Dinâmica. O *software* de GD utilizado para o desenvolvimento deste trabalho é o GeoGebra - *Dynamic Mathematics for Schools* versão 3.2.41.0 de 24 de março de 2010. Este *software* é gratuito e pode ser encontrado em www.geogebra.org . Além de ser um *software* de domínio público, também existe a possibilidade de ser utilizado *on-line* - na própria página do programa na rede - sem a necessidade de tê-lo instalado no computador.

O GeoGebra é um *software* educativo que combina Geometria (Geo) com Álgebra (Gebra). Nele podemos trabalhar tanto conceitos e construções geométricas quanto equações envolvendo conceitos de Álgebra, sem dar importância maior a uma ou outra, ambas podem ser trabalhadas concomitantemente. Além de ser unir em uma mesma tela duas janelas, uma de geometria e outra de álgebra, ele também é um *software* de GD, ou seja, nos dá a possibilidade de mover alguns entes geométricos (como pontos, segmentos de reta, movimentar os eixos) sem que as propriedades geométricas de cada uma das construções exploradas sejam perdidas.

Criado por Marcus Hohenwarter é um *software* gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Este *software* possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de GD traz a possibilidade ao educando de trabalhar ao mesmo tempo com as equações e coordenadas que podem ser inseridas diretamente, sem que necessariamente sejam "construídas" geometricamente através da atribuição das propriedades de cada um dos "objetos" matemáticos ali inserido.

> O GeoGebra foi objeto de tese de doutorado de Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburgo, Áustria. Ele criou e desenvolveu esse *software* com o objetivo de obter um instrumento adequado ao ensino da Matemática, combinando procedimentos geométricos e algébricos (RECKZIEGEl, 2009, p. 2 apud ARAUJO, 2008, p. 43)

Desta forma, o GeoGebra dá ao professor, de maneira fácil e de agradável visualização, a possibilidade de apresentar simultaneamente a representação algébrica e a representação geométrica de um mesmo "objeto" matemático, e propiciando também ao aluno a possibilidade de perceber que tais representações interagem entre si, modificando a equação algébrica obtemos outra representação geométrica e vice-versa.

A utilização do GeoGebra como ferramenta para ensinar matemática atende ao Referencial Curricular de Matemática para o Ensino Fundamental do estado do Rio Grande do Sul, pois este sugere que "sempre que possível, a Geometria seja utilizada na representação de cálculos aritméticos e algébricos" (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 57) possibilitando assim que o pensamento algébrico e o pensamento geométrico sejam desenvolvidos de maneira interligada.

A interface do GeoGebra é simples e de fácil visualização (Figura 5).

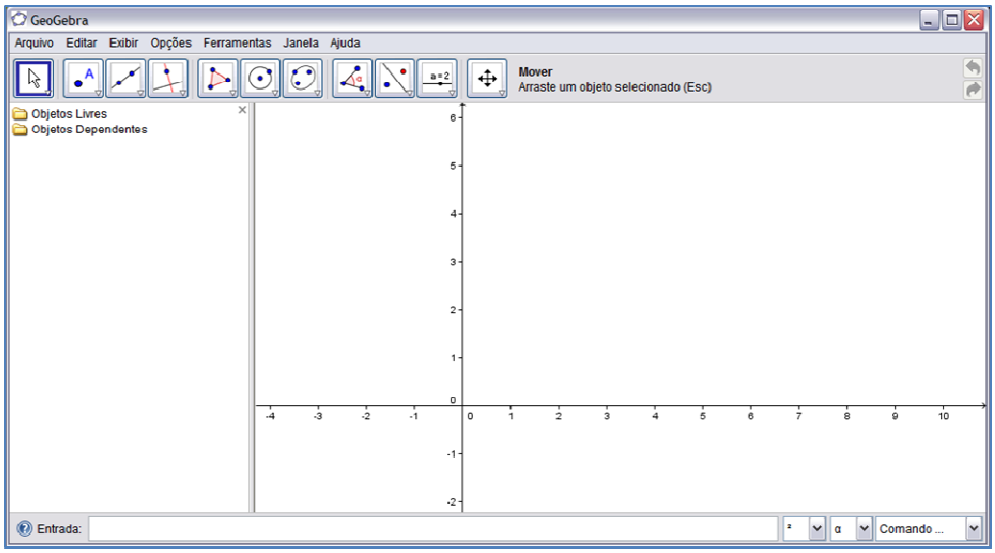

Figura 5 – Janela do GeoGebra

Na janela do GeoGebra (Figura 6) temos uma *barra de ferramentas*, uma *janela algébrica*, uma *janela de desenho* (ou zona gráfica) e o *campo de entrada*. Uma expressão na janela algébrica representa uma representação geométrica na janela de desenho, e vice-versa. Estas duas perspectivas caracterizam o GeoGebra.

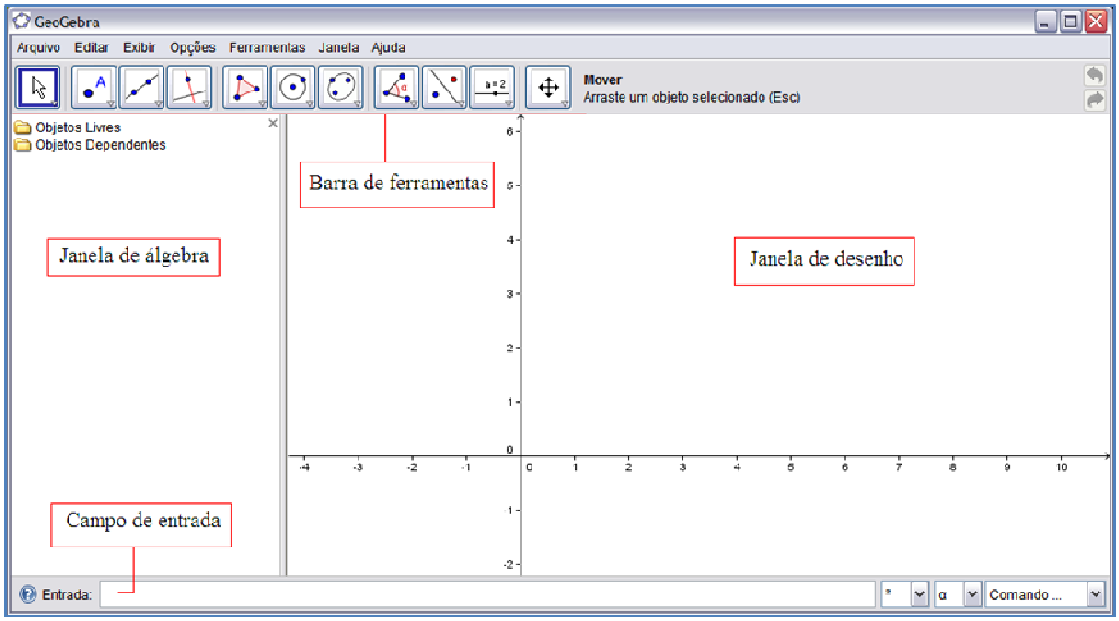

Figura 6 – Janelas de álgebra e de desenho. Na parte superior temos a barra de ferramentas e na inferior o campo de entrada.

3.5 Elementos da barra de ferramentas

Na barra de ferramentas (Figura 7) temos os ícones dos principais comandos do *software*. A seguir descrevo cada um deles.

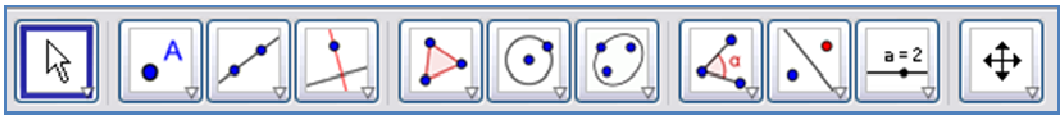

Figura 7 – Barra de ferramentas

Mover

Este comando serve para movermos pontos, segmentos, retas. Ele nos possibilita a dinâmica do programa. Para movimentar um ponto, por exemplo, basta clicar sobre o ícone e após selecionar o ponto a ser movimentado, possibilitando a movimentação deste ponto.

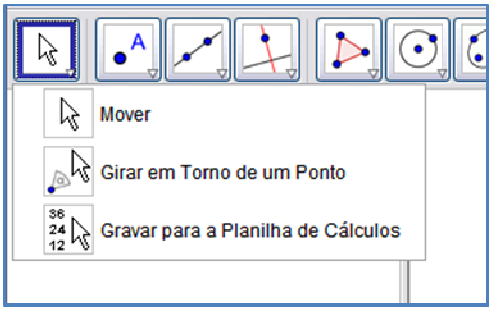

Figura 8 – Ferramenta mover.

Novo ponto

Para criarmos um *novo ponto* basta selecionarmos este ícone e, após, clicarmos sobre qualquer lugar da janela gráfica. Podemos também encontrar o ponto de *intersecção entre dois objetos* selecionando esta ferramenta e depois os dois objetos. Para encontrarmos o *ponto médio* entre dois pontos, basta selecionar esta ferramenta e após, os dois pontos. (Figura 9)

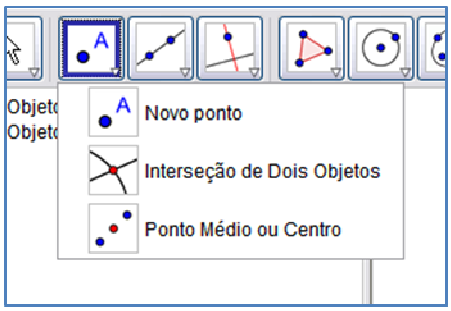

Figura 9 – Ferramenta novo ponto.

Segmento

Para criarmos um segmento basta criarmos dois pontos, logo em seguida clicarmos sobre o item *reta definida por dois pontos* ou *segmento definido por dois pontos*, e

selecionarmos os pontos que estarão inseridos na reta ou que serão utilizados como extremidade do segmento. O comprimento do segmento aparecerá na janela algébrica.

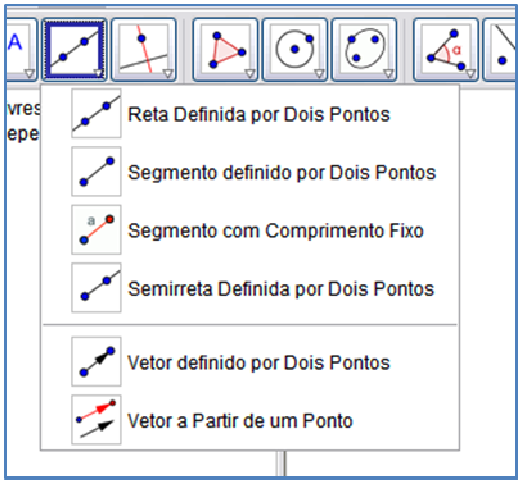

Figura 10 – Ferramenta segmento.

<u>Reta</u>

Este item nos permite construir uma reta *perpendicular* e *paralela* a certa reta ou segmento. Clicando no item desejado após, selecionamos a *reta* ou *segmento* e em seguida o ponto pelo qual a reta construída deverá passar.

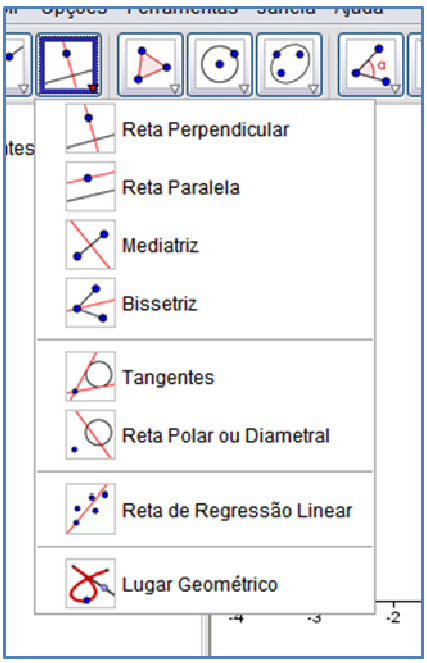

Figura 11 – Ferramenta reta.

Polígono

No item polígono construímos um *polígono* qualquer, clicamos sobre o ícone e em seguida marcamos três pontos ou mais. Note que devemos clicar sobre o primeiro ponto definido para que se complete o segmento do polígono.

Para um *polígono regular* marcamos dois pontos e inserimos o número de vértices na janela que aparecerá na tela.

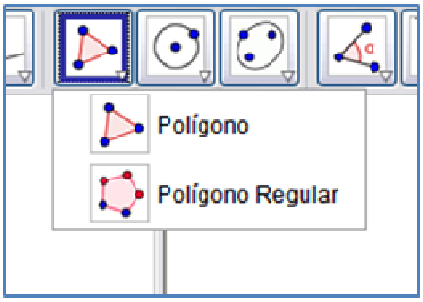

Figura 12 – Ferramenta polígono.

Ângulo

Podemos neste item encontrar o ângulo entre três pontos quaisquer, entre dois segmentos, entre duas retas, dois vetores, todos os ângulos internos de um polígono ou construir um ângulo com amplitude fixa. Para exibirmos os ângulos internos de um polígono, selecionemos os vértices no sentido horário, para os ângulos externos, no sentido anti-horário.

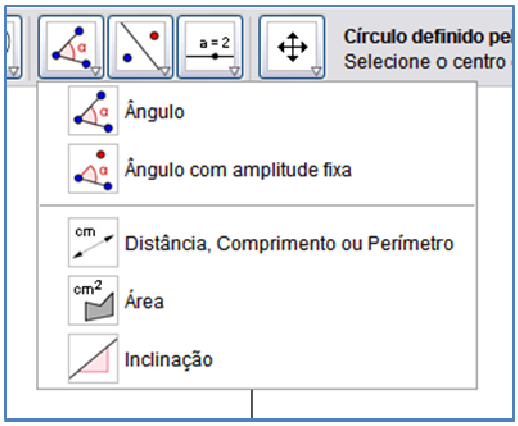

Figura 13 – Ferramenta ângulo.

Seletor

Neste ícone podemos criar num número ou um ângulo na janela geométrica. A janela que surge na tela nos permite especificar o nome e o intervalo [mín, máx] do número ou do ângulo e a posição e o comprimento do seletor.

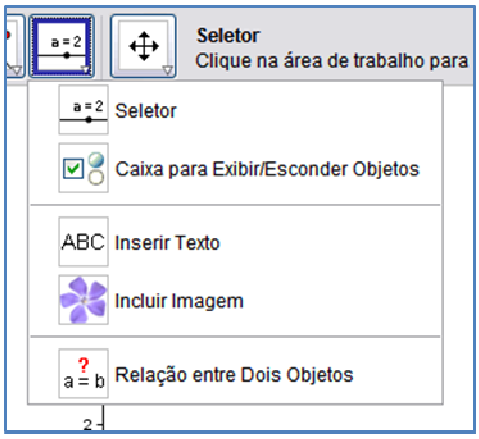

Figura 14 – Ferramenta seletor.

Deslocar eixos

A ferramenta deslocar eixos serve para deslocarmos os eixos, além de ampliar ou reduzir a imagem que aparece na janela geométrica.

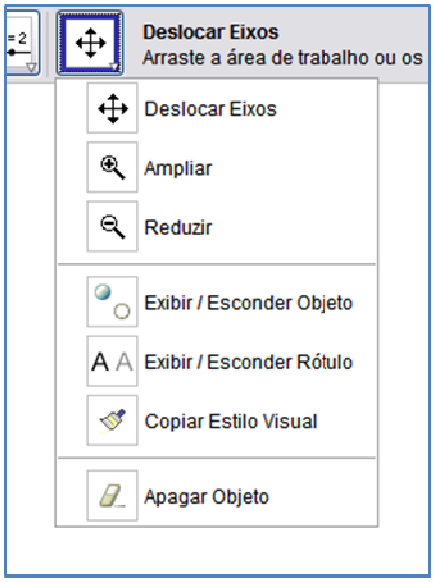

Figura 15 – Ferramenta deslocar eixos.

4 PROPOSTA DE ATIVIDADES: INTEGRANDO O GEOGEBRA ÀS AULAS DE GEOMETRIA

Neste capítulo são apresentadas propostas de atividades orientadas a serem desenvolvidas nas aulas de matemática, mais especificamente aulas de geometria plana. O tema escolhido para o desenvolvimento destas atividades foi o triângulo, suas propriedades e pontos notáveis, conteúdo este que faz parte do programa de conteúdos abordados no 8º ano do Ensino Fundamental de nove anos.

As atividades propostas com o *software* GeoGebra são sugestões de como pode ser realizada uma integração das tecnologias de informação e comunicação na educação, não apenas inserindo o computador em uma ou outra aula, mas uma modificação das aulas de geometria com o auxílio desta ferramenta. Estas atividades são propostas de trabalho em que as aulas de Matemática deverão ser realizadas no laboratório de informática da escola de maneira intercalada entre a exposição dos conceitos e o manuseio do *software*, o aluno é levado a refletir e tirar suas próprias conclusões a cerca dos conteúdos trabalhados.

O professor relembra conceitos trabalhados anteriormente para associar aos conhecimentos já construídos pelos alunos os novos conceitos propostos, utiliza-se o *software* para propiciar uma interação do aluno com os objetos matemáticos envolvidos na atividade. Desta forma, o professor questiona, dialoga, interage com os estudantes e propõe construções e experimentações com o *software*.

Nestas atividades, as cinco dimensões do construcionismo são utilizadas para caracterizar um ambiente construcionista. A *dimensão pragmática* é trabalhada toda vez que os alunos são levados a mostrar seu trabalho aos colegas, discutir suas descrições da atividade, examinar seus processos de construção para perceber um provável erro. A *dimensão sintônita* é abordada quando o professor propõe aos alunos que eles mesmos projetem sua construção, por exemplo, quando pede para que eles construam um triângulo qualquer. Neste caso o estudante projeta sua construção de acordo com suas escolhas, e com as ferramentas do *software* que ele acredita serem mais eficazes naquele momento. Para que isso seja possível é importante que o professor propicie ao aluno o acesso a todas as informações solicitadas por ele, o que caracteriza a *dimensão sintática*. Os questionamentos e diálogos são de fundamental importância durante todas as atividades, pois a partir deles o professor dar-se-á conta dos significados que os alunos estão produzindo para os conceitos

matemáticos trabalhados. Os significados produzidos pelos alunos são baseados nos objetos matemáticos construídos por eles e carregados do valor dado a esses conhecimentos. Na medida em os alunos são levados a mostrar o que fizeram, explicar suas construções, reconhecer que a estratégia utilizada foi mais ou menos trabalhosa que a dos demais colegas há um reconhecimento e uma valorização social para o aprendizado de cada um. Tais processos de significação e valorização do conhecimento construído pelos alunos envolvendo os principais aspectos da *dimensão semântica* e da *dimensão social* de um ambiente construcionista.

Estas atividades não servem de demonstração para resultados nelas explorados, mas são tentativas de uma generalização e/ou justificativa para tais ficando a critério do professor fazer ou não a demonstração formal de todos os resultados abordados.

4.1 Atividade 1 – Desigualdade triangular

Esta atividade, assim como as seguintes, é destinada para alunos de 8º ano que supostamente já tiveram contato com algumas noções de triângulo. Assim no início desta atividade é interessante fazer uma sondagem para investigar o quanto destes conceitos os alunos conhecem para, a partir do conhecimento que eles já possuem, se proponham as atividades que explorem os conteúdos matemáticos sobre triângulos esperados para esta série.

A vantagem da utilização do GeoGebra nesta atividade é a praticidade e possibilidade de construção de diversos triângulos em pouco espaço de tempo o que aumenta o tempo de experimentação. Perguntas do tipo: "Você sabe o que é um triângulo? Por que este polígono recebe este nome?" se tornam pertinentes para que o professor perceba a necessidade de se retomar conceitos trabalhados anteriormente antes de iniciar a atividade. Faça perguntas do tipo: "Você sabia que:

- ✓ O triângulo é o polígono com o menor número de lados?
- ✓ O único polígono que não possui diagonais?
- ✓ Na natureza podemos observar algumas formam que lembram o formato de um triângulo em pedras, plantas, animais?" (Figuras 16, 17 e 18)

Figura 16 – Planta exótica que quando aberta apresenta folha em formato triangular.
Fonte: www.artheals.info/nature%20mandalas.htm

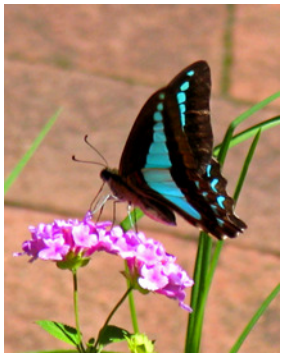

Figura 17 – Borboleta azul australiana.
Fonte: www.sydneynaturally.com.au/eloura6.htm

Figura 18 – Pedra rachão, quando moída dá origem a brita, pode-se observar algumas pedras com formato triangular.
Fonte: www.diariodaobra.blogspot.com

Após esta sondagem, pode-se falar da definição de triângulo.

- ✓ A mais simples das figuras planas é o triângulo que é formado por três pontos que não pertencem a uma mesma reta e pelos três segmentos determinados por estes pontos. Os três pontos são chamados vértices do triângulo e os segmentos, lados do triângulo.

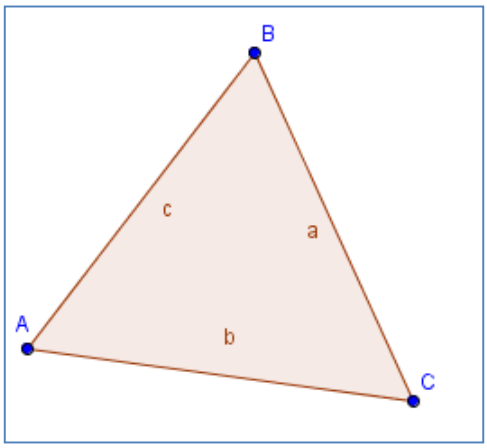

Figura 19 – Triângulo ABC construído no GeoGebra.
Onde: Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo e a, b e c representam as medidas dos lados BC, AC e AB, respectivamente.

Ao iniciar a atividade no GeoGebra, deve-se desmarcar a opção exibir eixos. Para esta atividade utilizaremos a ferramenta *seletor*. O seletor é a representação gráfica de um número ou ângulo, é a décima ferramenta da barra de ferramentas (Figura 14). Quando selecionamos esta ferramenta e clicamos na janela gráfica é aberta uma janela onde escolhemos um nome para o seletor, os valores mínimo, máximo e o incremento que ele poderá assumir.

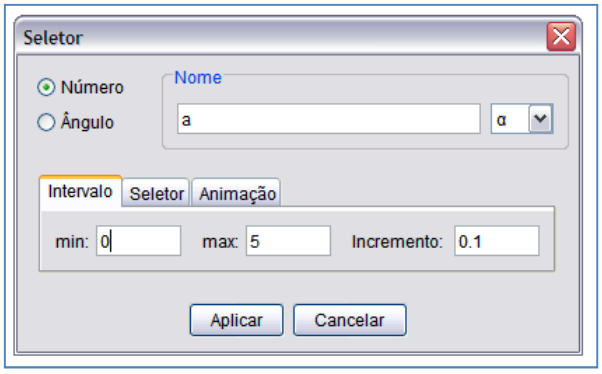

Figura 20 – Janela da ferramenta seletor.

Podemos variar a medida do seletor através do arraste deste objeto. Para esta atividade utilizaremos três seletores com intervalos de mínimo zero, máximo cinco e incremento de um décimo aos quais chamaremos a, b e c. Cada um destes seletores representará a medida de um segmento. Peça para que os alunos construam três segmentos de comprimento fixo: segmento AB de comprimento a, AC de comprimento b e CD de comprimento c.

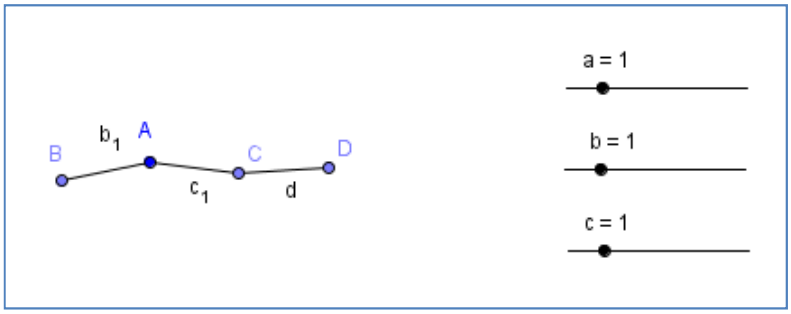

Figura 21 – Ilustração da atividade 1.

Peça aos alunos que, movimentem os pontos B e D, procurando formar um triângulo sobrepondo estes dois pontos. Para auxiliar nesta atividade, entregue aos alunos uma ficha de registro para que anotem as medidas dos segmentos utilizados, a soma destes segmentos dois a dois e respondam se conseguiram ou não formar um triângulo com tais segmentos. A ficha para registro encontra-se no (Anexo 1).

Primeiramente, proponha a construção com a=1, b=1 e c=1 depois peça para que os alunos modifiquem o comprimento dos segmentos através do seletor e façam mais nove tentativas, sempre registrando-as na tabela. Para estas tentativas chame atenção de que dois ou os três segmentos podem eventualmente ter a mesma medida.

Após o preenchimento da tabela, chame a atenção dos alunos para as medidas as quais foram formados triângulos e pergunte os motivos pelos quais eles acreditam terem sido formados, peça também para que observem a coluna que mostra a soma de dois segmentos do triângulo e em seguida os questione sobre a existência de um padrão. Ouça as ideias dos alunos e promova uma discussão a cerca deste tema. Algumas perguntas podem direcionar a discussão:

- ✓ É possível formar um triângulo com três segmentos de medidas diferentes?
- ✓ É possível formar um triângulo com dois segmentos congruentes?
- ✓ É possível formar um triângulo com os TRE
- ✓ s segmentos congruentes?

- ✓ Sob que condições, em relação às medidas dos segmentos, pode-se garantir a existência de um triângulo?

Abaixo segue uma simulação de preenchimento da ficha de registro para três segmentos que formam um triângulo.

Medidas dos segmentos			Calcule a soma dos segmentos dois a dois			Você formou um triângulo com estes segmentos?	
a	b	c	a+b	b+c	a+c	Sim	Não
3,5	1	4	4,5	5	7,5	X	

Podemos observar que a soma das medidas de dois segmentos é sempre maior que a medida do terceiro segmento do triângulo. Observando este padrão em todas as construções em que foi possível construir o triângulo, chega-se a conclusão da única condição de existência do triângulo:

DESIGUALDADE TRIANGULAR

Num triângulo o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos outros dois.

4.2 Atividade 2 – Soma dos ângulos internos do triângulo

Com esta atividade retomamos aos conceitos de ângulo, ângulo interno de um triângulo. Pergunte aos alunos se eles sabem identificar os ângulos internos de um triângulo. Apresente um exemplo ou peça para que eles utilizem os triângulos utilizados na atividade anterior exibindo os ângulos internos deste. Exibiremos os ângulos sem nenhuma casa decimal, na ferramenta opções, selecionamos arredondamento para zero casas decimais (Figura 22).

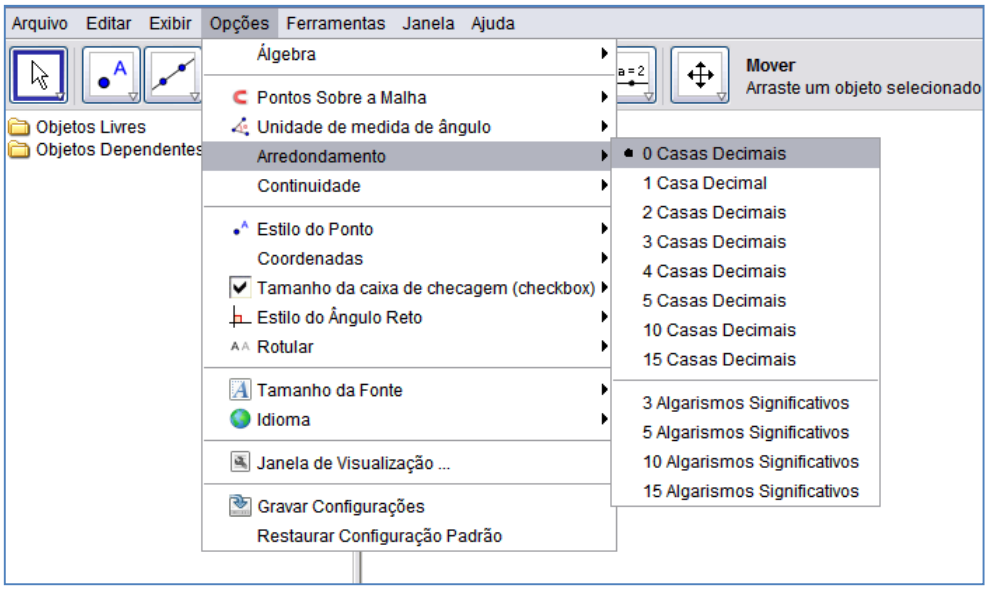

Figura 22 – Arredondamento com zero casas decimais.

Para isso basta utilizar a ferramenta *ângulo* e selecionar os três vértices do triângulo. Para visualizarmos um dos ângulos internos do triângulo selecionamos os vértices no sentido horário. Veja no exemplo abaixo, para exibirmos o ângulo ABC, selecionamos primeiro o vértice A, depois B e em seguida C.

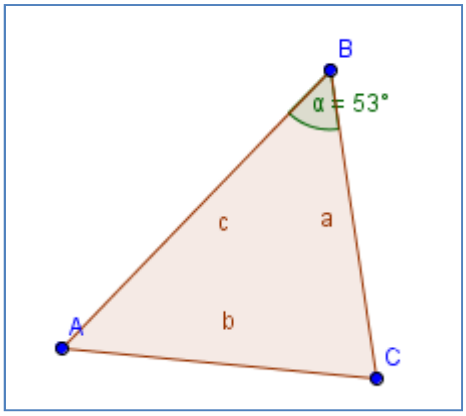

Figura 23 – Triângulo ABC construído no GeoGebra em que um dos seus ângulos internos é exibido.

Desta forma, exibimos os três ângulos do triângulo.

Peça que os estudantes mostrem seus exemplos aos colegas e chame atenção da diversidade de triângulos e variedade de medidas dos ângulos destes.

Entregue para os alunos a ficha de registro (Anexo 2). Peça que os alunos escrevam na tabela as medidas dos ângulos internos do triângulo e a soma destes ângulos. Após peça para

que, movendo os vértices do triângulo já construído anteriormente, construam mais quatro triângulos distintos sempre registrando seus ângulos internos e sua soma na tabela.

No campo entrada (Figura 23), que se encontra na parte inferior do GeoGebra, conforme indicado na figura abaixo, peça para que os alunos escrevam a soma das medidas destes ângulos digitando no campo entrada: S=α+β+γ (as letras gregas que representam os ângulos estão no lado direito do campo entrada).

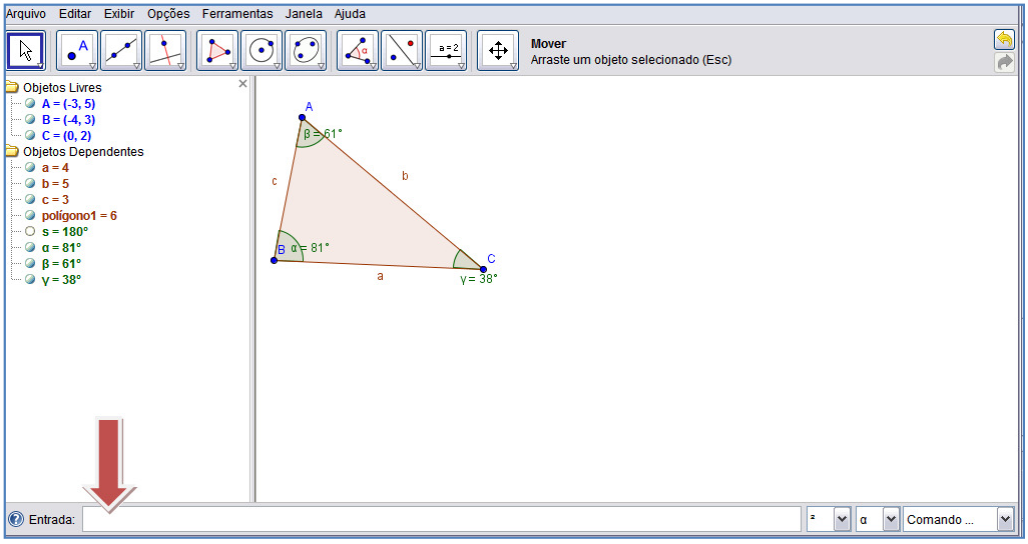

Figura 24 – Campo de entrada do GeoGebra.

Peça que os alunos observem na janela algébrica o valor de S e digam que valor cada um encontrou para tal soma. É interessante que eles observem a diversidade de triângulos produzidos por eles mesmos e pelos colegas e conversem sobre isto. Para aumentar ainda mais esta diversidade sugira que eles movimentem os vértices do triângulo construindo mais cinco triângulos distintos e continuem o registro na ficha.

Para promover e conduzir a discussão pergunte:

- ✓ Existe um padrão para a soma dos ângulos internos do triângulo?
- ✓ Qual valor foi encontrado?
- ✓ A soma é a mesma para qualquer triângulo?
- ✓ É possível afirmar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º?

Com estes questionamentos concluímos que:

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO
A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

4.3 Atividade 3 – Classificação dos triângulos

Nesta atividade a proposta é trabalhar com a classificação dos triângulos. Primeiro quantos aos ângulos e depois quanto aos lados. Nesta atividade utilizaremos o GeoGebra para facilitar a visualização dos triângulos e a medida de seus ângulos com o objetivo de criar um ambiente de aprendizagem que utiliza conhecimentos já estruturados nas atividade anteriores, a relação de desigualdade triangular e a soma dos ângulos internos de um triângulo. Os conceitos trabalhados nesta atividade além de enriquecer o vocabulário matemático do aluno visam permitir que ele perceba a existência de diversas possibilidades de representação do ente geométrico triângulo bem como da possibilidade de classificação destes de acordo com um padrão presente nestas representações, seja quanto a medida dos lados seja quanto a medida de seus ângulos.

Para a classificação quanto aos ângulos é necessário uma sondagem para saber se os alunos lembram as nomenclaturas destinadas a classificação dos ângulos. Para isso podemos perguntar o que significa dizer que um ângulo é agudo, obtuso, reto e o que são ângulos congruentes. Desta forma relembramos termos necessários para a sequência da atividade.

Relembrando:

- ✓ Ângulo agudo é um ângulo que mede menos de 90º
- ✓ Ângulo reto é um ângulo cuja medida é 90º
- ✓ Ângulo obtuso é um ângulo que mede mais de 90º
- ✓ Dois ângulos são congruentes se têm a mesma medida.

Proponha a construção de um triângulo qualquer em que sejam exibidos seus ângulos internos.

Peça para que os alunos identifiquem os ângulos quantos à suas medidas. Você pode fazer perguntas do tipo: “Quantos ângulos agudos existe no triângulo que você construiu?

Quantos ângulos obtusos? Alguém construiu um triângulo que possua ângulos congruentes? Qual a medida deles? É possível construir um triângulo com dois ângulos retos? Por quê?”

Diante das respostas dadas pelos alunos a estes questionamentos, percebe-se a necessidade de retomar ou não conceitos trabalhados anteriormente. Caso a resposta seja “sim” à existência de um triângulo com mais de um ângulo reto, por exemplo, ele não tem clara a ideia trabalhada na atividade anterior, que se referia à soma dos ângulos internos de um triângulo e nesse momento pode-se aproveitar para relembrar tal atividade.

Tirando proveito da variedade de respostas produzidas pelos alunos, falamos sobre a existência de uma classificação para os triângulos de acordo com certas características, nesse caso, quanto aos ângulos que é a seguinte:

- ✓ Triângulo acutângulo é aquele que possui todos os ângulos agudos.
- ✓ Triângulo equiângulo é aquele que possui todos os ângulos congruentes.
- ✓ Triângulo obtusângulo é aquele que possui um ângulo obtuso.
- ✓ Triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo reto.

Peça para que os alunos classifiquem os triângulos construídos na atividade 2 de acordo com os ângulos, para isso utilize a mesma ficha de registro desta atividade.

Da mesma forma da classificação quanto aos ângulos abordamos a classificação quanto aos lados.

Um triângulo pode ser classificado de acordo com as medidas dos seus lados em:

- ✓ Triângulo eqüilátero é aquele que possui todas as medidas dos lados iguais.
- ✓ Triângulo isósceles é aquele que possui as medidas de dois lados iguais.
- ✓ Triângulo escaleno é aquele que não possui lados com a mesma medida.

Peça para que os alunos classifiquem os triângulos construídos na atividade 1 de acordo com seus lados, para isso utilize a mesma ficha de registro desta atividade.

4.4 Atividade 4 – Mediana e baricentro

Nesta atividade trabalhamos com o GeoGebra para fazer a construção das medianas do triângulo e, por conseqüência, o baricentro. Antes de iniciarmos a construção da mediana, devemos perguntar aos alunos se eles lembram o que é o ponto médio de um segmento, pois esse conhecimento será necessário para esta construção.

Relembrando:

- ✓ O ponto médio de um segmento AB é o ponto C, entre A e B, tal que o segmento AC é congruente ao segmento BC.

Na ferramenta novo ponto, como mostra a Figura 9, temos a opção de ponto médio de um segmento. Pode-se construir um segmento qualquer e pedir para que os alunos, utilizando a ferramenta, marquem o ponto médio deste.

Em seguida, expõe a definição de mediana.

- ✓ A mediana de um triângulo é um segmento que tem uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra extremidade no ponto médio do lado oposto ao vértice.

Peça aos alunos que construam um triângulo qualquer e uma de suas medianas. Para isso, utilizarão as ferramentas ponto médio e segmento definido por dois pontos (Figura 10).

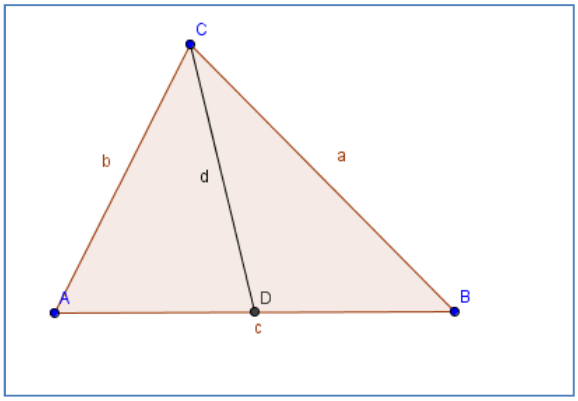

Figura 25 – No triângulo ABC, o ponto D é o ponto médio do segmento AB e o segmento CD é a mediana relativa ao lado AB, logo AD é a mediana relativa ao lado AB.

Proponha a construção de outra mediana e que seja observando o comportamento de uma mediana em relação à outra. Pergunte se elas se interceptam.

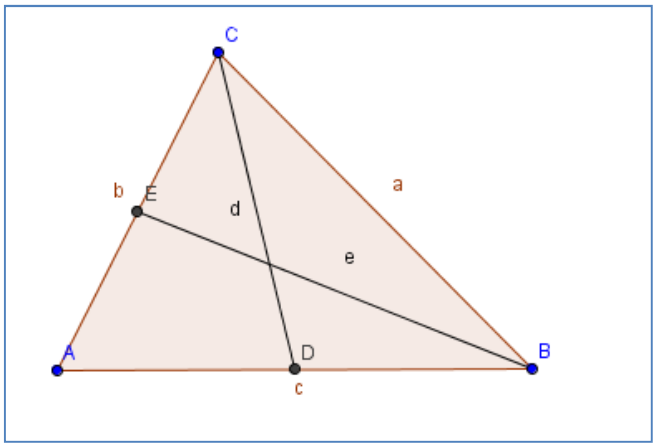

Figura 26 – O segmento BE é a mediana relativa ao lado AC.

Em seguida proponha a construção da última mediana.

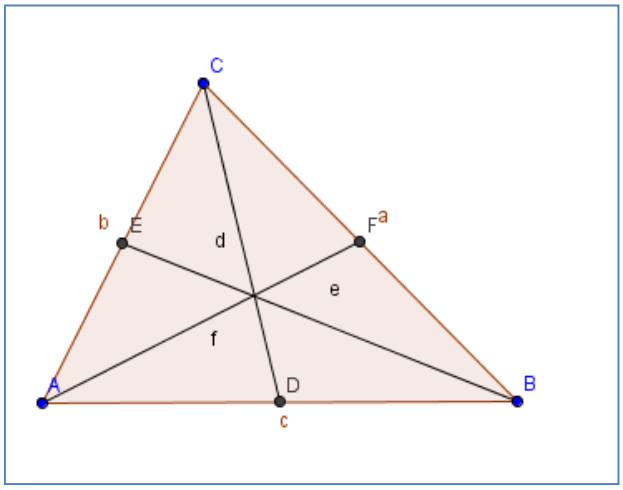

Figura 27 – O segmento AF é a mediana relativa ao lado BC e o segmento BE é a mediana relativa ao lado AC.

Observando as medianas do triângulo, peça que os alunos que descrevam algo que lhes chamou a atenção. Pode ser que algum aluno diga que elas se interceptam. Nesse caso pergunte onde elas se interceptam, quantas delas se interceptam e onde se interceptam. Caso contrário, que nenhum aluno tenha percebido tal intersecção, questione sobre ela.

Proponha que movam os vértices do triângulo observando o comportamento das medianas. Pergunte se elas continuam se interceptando, quantas vezes elas se interceptam.

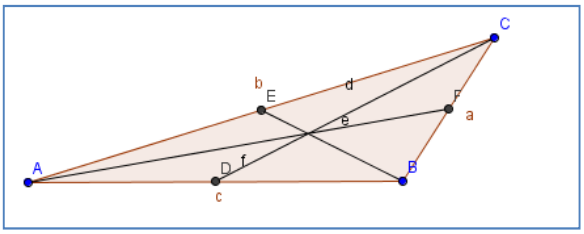

Figura 28 – Movendo o ponto C.

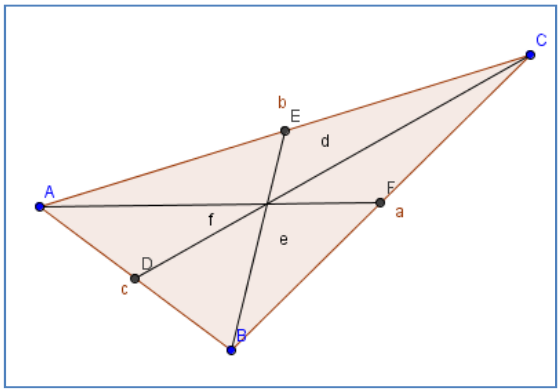

Figura 29 – Movendo o ponto B.

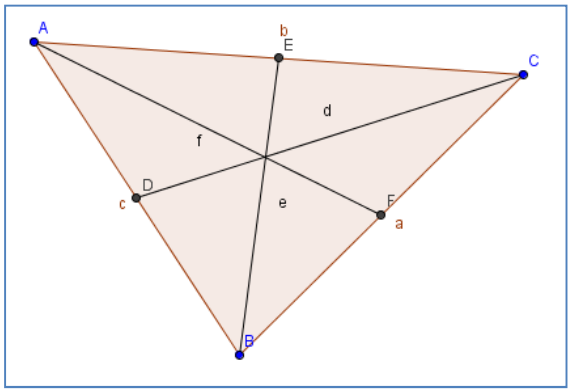

Figura 30 – Movendo o ponto A.

Percebemos que as três medianas se interceptam em um único ponto. Este ponto é chamado baricentro do triângulo. O baricentro é sempre um ponto do interior do triângulo.

BARICENTRO
As medianas de um triângulo interceptam-se em um único ponto, a este ponto chamamos baricentro.

Essa atividade de experimentação e observação dos “desenhos em movimento” que se propõe com a movimentação dos vértices do triângulo para observar as medianas, é importante para que se perceba a existência de um padrão de comportamento entre elas. Entretanto esta atividade de forma alguma é uma prova ou demonstração para a existência e unicidade do baricentro, é apenas uma justificativa visual da existência de tal ponto.

4.5 Atividade 5 – Altura e ortocentro

Esta atividade assim como a atividade anterior, nos possibilita através GD, uma justificativa visual para a existência de um único ponto (chamado ortocentro) em que todas as retas suportes das alturas do triângulo se interceptam.

Antes de propor a construção de uma das alturas do triângulo, devemos construir uma reta perpendicular a um segmento dado, pois o conhecimento da construção de tal reta será utilizado logo após.

Na ferramenta reta, como mostra a Figura 11, temos a opção reta perpendicular. Pode-se construir um segmento ou reta qualquer e pedir para que os alunos, utilizando a ferramenta, exibam a reta perpendicular a esta passando por algum ponto não pertencente ao segmento ou a reta.

Em seguida fala-se da definição de altura.

- ✓ A *altura* de um triângulo é o segmento que tem uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra extremidade na reta suporte do lado oposto ao vértice, formando um ângulo reto com esse lado.

Proponha a construção de um triângulo. Peça que os alunos escolham um dos vértices do triângulo, por exemplo, A e construam a reta que passa por este ponto e que é perpendicular ao lado oposto a ele. Esta reta intercepta o segmento BC. Utilizando a ferramenta intersecção de dois objetos (encontra-se na segunda ferramenta da barra de ferramentas como mostra a Figura 9) encontramos o ponto D. O segmento AD é a altura relativa ao lado BC.

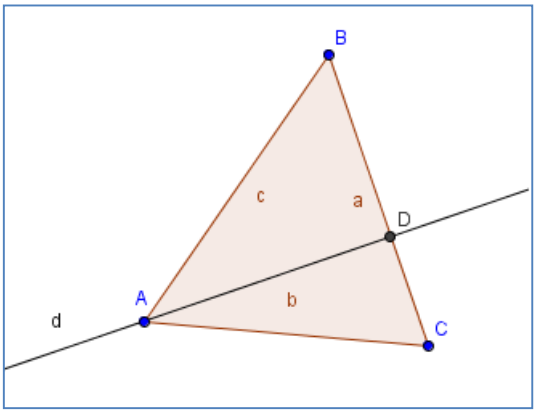

Figura 31 – Construção da altura relativa ao lado AC.

A reta d é a reta suporte da altura AD.

Proponha a construção das outras alturas e peça para que observem o comportamento das retas suportes dessas alturas umas em relação às outras.

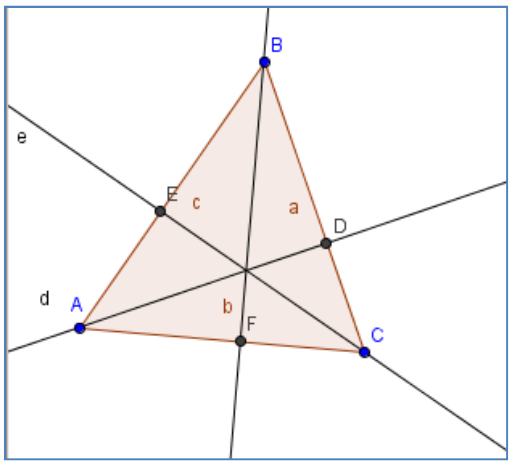

Figura 32 – Intersecção das retas suportes das alturas.

Observando as retas suportes das alturas do triângulo, peça que os alunos descrevam algo que lhes chamou a atenção. Pode ser que algum aluno diga que elas se interceptam. Nesse caso pergunte onde elas se interceptam, quantas delas se interceptam e onde se interceptam. Caso contrário questione sobre tal intersecção.

Proponha que movam os vértices do triângulo observando o comportamento das retas suportes das alturas. Pergunte se elas continuam se interceptando, quantas vezes elas se interceptam. Movimente os vértices do triângulo e continue observando a intersecção das retas suportes das alturas.

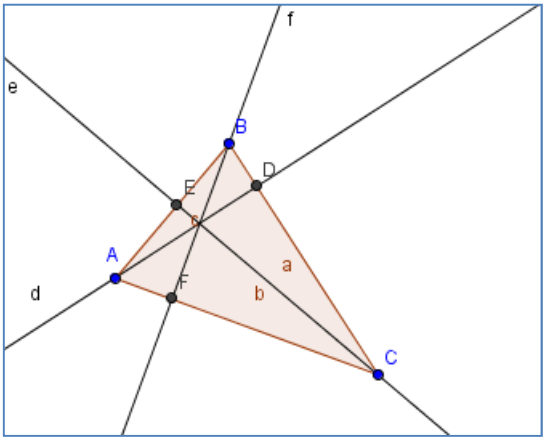

Figura 33 – Movimentando o ponto A.

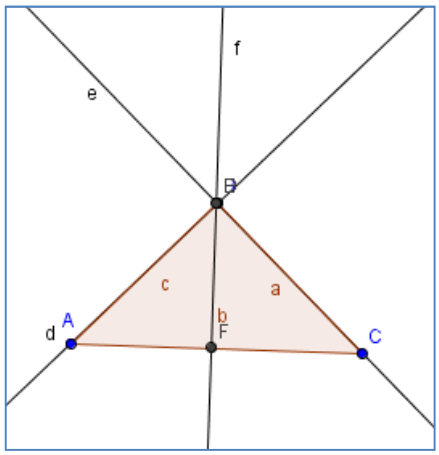

Figura 34 – Movimentando o ponto B.

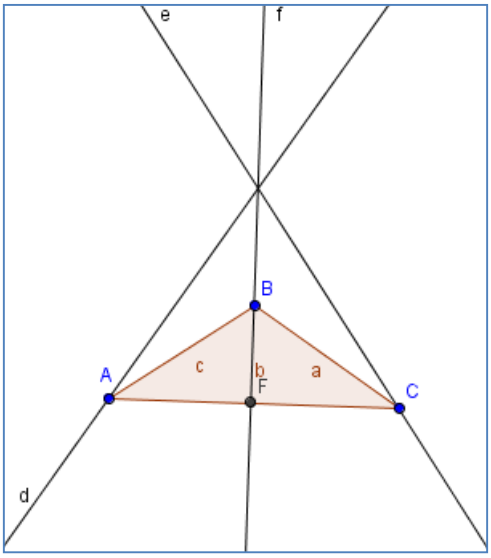

Figura 35 – Movimentando o ponto C.

Percebemos que as três retas suportes das alturas do se interceptam em um único ponto. Este ponto é chamado ortocentro do triângulo. O ortocentro pode ser um ponto do interior do triângulo, pode ser um dos vértices do triângulo ou então um ponto do exterior do triângulo.

ORTOCENTRO
As retas suportes das alturas de um triângulo interceptam-se em um único ponto, a este ponto chamamos ortocentro.

4.6 Atividade 6 – Bissetriz e incentro

Nesta atividade será utilizada a ferramenta *bissetriz* que se encontra no quarto ícone da barra de ferramentas (Figura 11). Ao mostrar onde se encontra essa ferramenta no GeoGebra, pode-se iniciar a explicação sobre a bissetriz:

- ✓ As bissetrizes de um triângulo são os segmentos que têm exatamente em um de seus vértices, dividindo um dos ângulos internos em dois ângulos congruentes, e têm a outra extremidade no lado oposto a esse vértice.

Solicite aos alunos que construam um triângulo e, em seguida, a bissetriz de um dos ângulos deste triângulo (Figura 36).

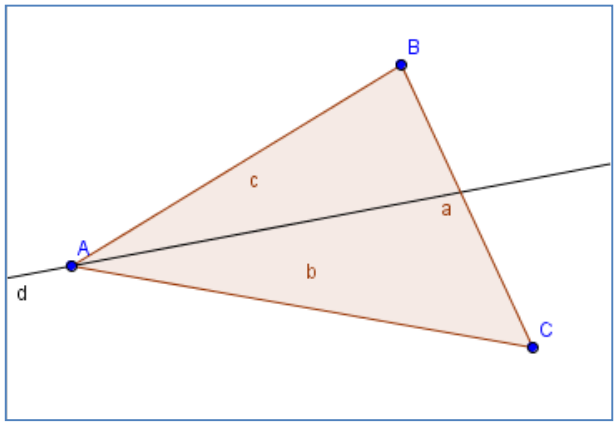

Figura 36 – Bissetriz do triângulo.

Depois, solicite a construção das outras bissetrizes, peça para que os alunos observem o comportamento dessas bissetrizes. Pergunte onde elas se interceptam, quantas delas se interceptam e onde se interceptam. Caso contrário questione sobre tal intersecção.

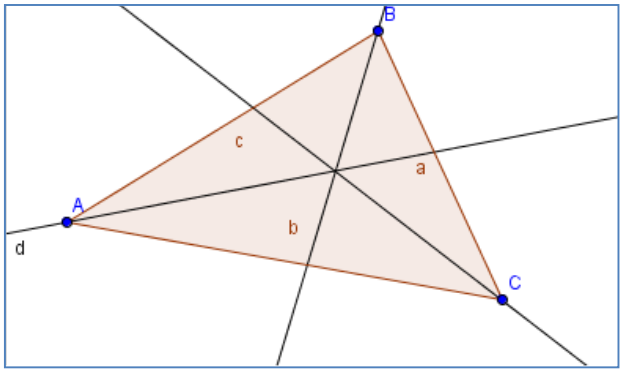

Figura 37 – Intersecção das bissetrizes do triângulo.

Percebemos que as bissetrizes se interceptam em um único ponto (Figura 37), peça para que movimentem os vértices do triângulo e percebam se as bissetrizes continuam se interceptando (Figuras 38 e 39).

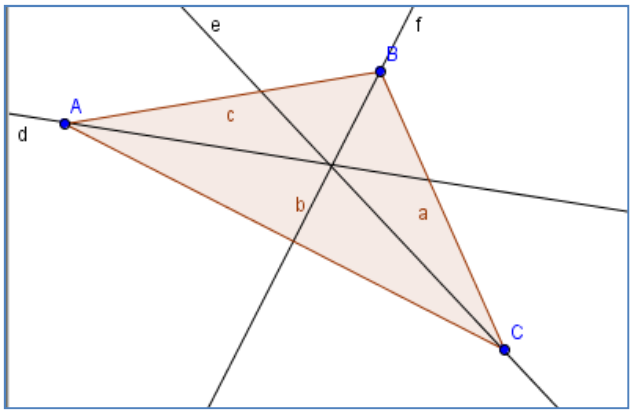

Figura 38 – Movimentando o ponto A.

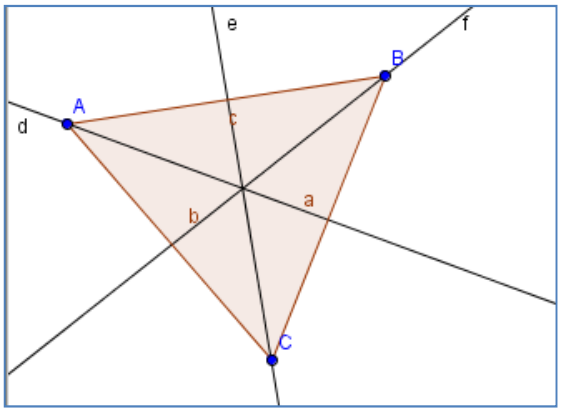

Figura 39 – Movimentando os pontos B e C.

Concluimos assim que as três bissetrizes de um triângulo interceptam-se em um ponto denominado *incentro*.

INCENTRO
As bissetrizes de um triângulo interceptam-se em um único ponto, a este ponto chamamos incentro.

Atividade 7 – Mediatriz e cincuncentro

Nesta atividade aborda-se a mediatriz de um triângulo e consequentemente, o ponto notável circuncentro.

Utilizaremos a ferramenta *mediatriz* que encontra-se no quarto botão da barra de ferramentas (Figura 11).

Inicia-se a atividade apresentando do conceito de mediatriz.

- ✓ As mediatrizes de um triângulo são retas que interceptam cada um dos lados no seu ponto médio e são perpendiculares a esses lados.

Peça aos alunos que construam um triângulo e uma de suas mediatrizes, utilizando a ferramenta, basta selecionar a ferramenta e clicar sobre o lado do triângulo em que se deseja

construir sua mediatriz. O desenvolvimento da atividade é similar a atividade anterior em que propõe a construção das demais mediatrizes (Figura 40) e indaga-se sobre suas intersecções.

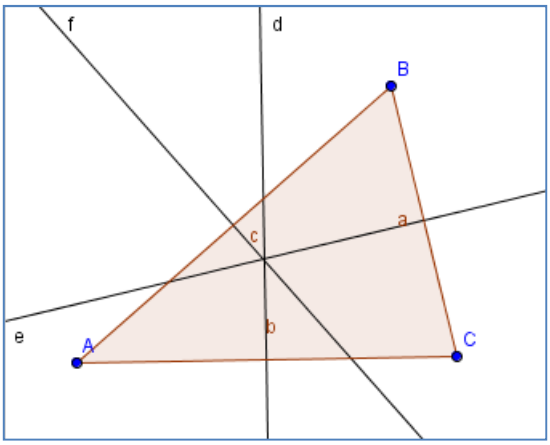

Figura 40 – Mediatrizes de um triângulo.

Observa-se que as mediatrizes se interceptam em um único ponto. O ponto de encontro das mediatrizes é chamado cincuncentro.

CIRCUNCENTRO
As mediatrizes de um triângulo se interceptam em um único ponto, a este ponto chamamos cincuncentro.

É interessante que se movimente os vértices do triângulo, para que se perceba que o cincurcentro nem sempre se localiza no interior do triângulo (Figura 41), assim como o ortocentro.

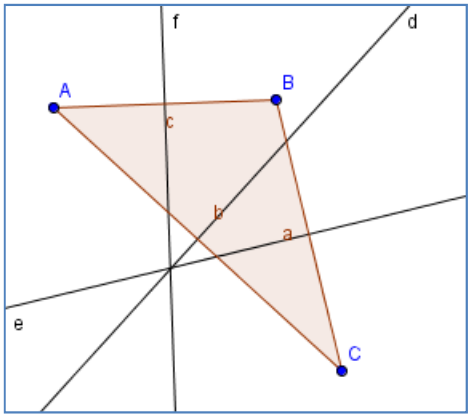

Figura 41 – Ortocentro do triângulo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tanto na formação inicial quanto na formação continuada do profissional que ensina Matemática é relevante a discussão a cerca da utilização de métodos alternativos para o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular da geometria. Neste trabalho, além da pesquisa que visava buscar um embasamento teórico para a utilização do computador como instrumento facilitador ao ensino da matemática, a descoberta de autores como Papert e também o brasileiro Valente, foi de fundamental importância para minha formação como educadora matemática. Isso ocorreu tanto na busca de respostas a alguns questionamentos quanto no próprio processo do ser professor. Durante a elaboração desta monografia pode-se perceber de que é possível elaborar uma aula de matemática em que se pode integrar a utilização do computador. O software GeoGebra se mostrou uma excelente ferramenta para o ensino de geometria, mais especificamente no estudo dos triângulos.

Além do meu crescimento profissional, com este trabalho, espero que outros professores de matemática se utilizem das atividades elaboradas para o estudo dos triângulos para o aprimoramento de sua atividade profissional, ao menos como uma proposta ou modelo de atividades de que é possível trabalhar no ensino da geometria com as TIC, por meio de um aplicativo de GD.

Outro aspecto interessante que surgiu do decorrer da elaboração deste trabalho foi o conhecimento de inúmeras tecnologias desenvolvidas para o ensino da matemática, principalmente no que se refere à quantidade de *software* educacionais existentes. E na busca por um para ser explorado, GeoGebra, percebi a necessidade do professor conhecer a potencialidade do *software* e saber utilizá-lo antes de propor qualquer atividade aos alunos com este aos alunos. È importante que fique claro que as atividades propostas não servem de forma alguma de demonstração para os resultados nelas explorados, servindo apenas de tentativa de generalização e justificativa, deixando a cargo de cada professor fazer ou não as demonstrações matemáticas formais após cada atividade.

Após este trabalho tive mais certeza se que devo continuar no processo de formação continuada, pois o professor que pretende utilizar tecnologias destinadas ao processo educativo deve se manter sempre atualizado visto a rapidez com que novos programas surgem e que os antigos têm novas versões.

REFERÊNCIAS

BATISTA, Silvia Cristina Freitas. **Softmat: Um Repositórios e Softwares para Matemática do Ensino Médio** - Um instrumento em prol de posturas mais conscientes na seleção de software educacionais. Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia) Campos do Goytacazes, RJ. Universidade Estadual do Norte Fluminense-UENF, 2004.

BICUDO, Irineu. **Demonstração em Matemática**. Bolema, Ano 18, n 13, pp 65 a 72, 2003.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Ensino de Matemática e Educação Matemática**: **Algumas considerações sobre seus significados**. Bolema, Ano 12, n 13, pp 1 a 11, 1999.

BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. pp. 264-295

BORBA, M. C. in PENTEADO, Miriam G. **A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

BURD, Leo. **Desenvolvimento de software para atividades educacionais**. Dissertação (Mestrado) Campinas: [sn], 1999.

FERREIRA, Aurélio. B. de Hollanda. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2. Ed. Rio de Janeiro, RJ: Nova Fronteira, 1986.

FOLLADOR, Dollores. **Tópicos especiais no ensino de matemática: tecnologias e tratamento da informação**. Curitiba: IBPEX, 2007

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GADOTTI, Moacir. **O MERCOSUL Educacional e os Desafios do Século 21**. Brasília: INEP, 2007.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **As Demonstrações em Educação Matemática: um ensaio**. Bolema, Ano 18, n 13, 2003, pp 73 a 81.

GRAVINA, Maria Alice. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. Belo Horizonte, 1996, pp 1-13.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Formação contínua de professores comunicadores de matemática: da sala de aula à Internet**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, USP, São Paulo: 2001

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas/SP: Papirus, 2007.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista.** Blumenau, v. 3, p.3-13, 1. sem, 1995.

LOURENÇO, Marcos Luiz. **A Demonstração com Informática Aplicada à Educação**. Bolema, Ano 18, n 13, pp 82 a 92, 2003.

MALTEMPI, Marcus Vinicius. **Construcionismo: Pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V., 2004.

OROFINO, Maria Isabel. **Mídias e Mediação Escolar: Pedagogia dos meios, participação e visibilidade**. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 2005.

PAPERT, Seymour. **Logo: Computadores e Educação**. Tradução José Armando Valente, Beatriz Bitelman e Afira Vianna Ripper. 3. ed. São Paulo: Brasiliense, 1988.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças**. São Paulo: Artmed, 1993

RECKZIEGEL, Ciro Teobldo et all. **Minicurso: Conhecendo o Geogebra, software de geometria dinâmica.** X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí RS 2009. Disponível em www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/.../MC_46.pdf

REZENDE, Flávia Amaral. **Características do ambiente virtual construcionista de ensino e aprendizagem na formação de professores universitários**. Dissertação (Mestrado em Multimeios do Instituto de Artes da Unicamp). Campinas: [sn], 2004.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul**, 2009. Disponível em http://www.seduc.rs.gov.br/pse/html/refer_curric.jsp?ACAO=acao1 Verificado em 06/07/2010.

SANCHEZ, O. R. **Série Didática número 7: O Governo Eletrônico do Estado de São Paulo**, volume 3. São Paulo: CEDEC, julho de 2003.

SOFTWARE **GeoGebra - Dynamic Mathematics for Schools**. Disponível para download em http://www.geogebra.org Verificado em 20/07/2010.

VALENTE, José A. **O uso inteligente do computador na educação**. Texto publicado na revista pedagógica Pátio Editora Artes Médicas Sul - Ano 1, Nº 1, pp.19-21 Disponível em http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/0024.html Verificado em 30/06/2009.

VASCONCELLOS, Celso dos S. **Construção do conhecimento em sala de aula**, 16ª. ed. São Paulo: Liberdad, 2005.

www.abelha.com.br/comeia Verificado em 21/09/2010.

www.artheals.info/nature%20mandalas.htm Verificado em 20/07/2010.

www.diariodaobra.blogspot.com Verificado em 20/09/2010.

www.stonestructures.org/html/symbolism.html Verificado 21/09/2010.

www.sydneynaturally.com.au/eloura6.htm Verificado em 20/09/2010.

ANEXOS

Anexo 1 – Ficha de registro da atividade 1

Triângulo	Medidas dos segmentos			Calcule a soma dos segmentos dois a dois			Você formou um triângulo com estes segmentos?	
	a	b	C	a+b	b+c	a+c	Sim	Não
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Anexo 2 – Ficha de registro da atividade 2

Triângulo	Ângulos internos do triângulo			Soma dos ângulos internos do triângulo
	α	β	Γ	α+β+γ
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				