

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS RURAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRONOMIA**

**MODELOS DE CRESCIMENTO NA CULTURA DE  
CROTALÁRIA JUNCEA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Cláudia Marques de Bem**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2017**

# **MODELOS DE CRESCIMENTO NA CULTURA DE CROTALÁRIA JUNCEA**

**por**

**Cláudia Marques de Bem**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Agronomia do Programa de Pós-Graduação em Agronomia, Área de concentração em Produção Vegetal, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutora em Agronomia**.

**Orientador: Alberto Cargnelutti Filho**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2017**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de geração automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo autor.

---

Todos os direitos autorais reservados a Cláudia Marques de Bem. A reprodução de partes ou todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte. Endereço: Barão do Triunfo, nº 1428, Bairro: Centro, Santa Maria, RS, CEP: 97015-070. Endereço eletrônico: [claudia\\_debem@hotmail.com](mailto:claudia_debem@hotmail.com)

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS RURAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRONOMIA**

A comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Tese de Doutorado

**MODELOS DE CRESCIMENTO NA CULTURA DE CROTALÁRIA  
JUNCEA**

elaborada por  
**Cláudia Marques de Bem**

Como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Doutora em Agronomia**

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

**Prof. Dr. Alberto Cargnelutti Filho**

---

**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Alexandra Augusti Boligon**

---

**Prof. Dr. Leandro Homrich Lorentz**

---

**Prof. Dr<sup>a</sup>. Maria Helena Rigão**

---

**Prof. Dr. Ubirajara Russi Nunes**

Santa Maria, 19 de julho de 2017.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, por ter iluminado minha trajetória ao longo desta etapa de minha vida.

Em especial aos meus pais Cláudio e Carmem, que sempre me deram todo apoio necessário durante estes anos, sempre me ajudando nos momentos difíceis não medindo esforços, também aos meus irmãos, Rafael e Rodrigo, avós e avôs, que de alguma maneira me apoiaram nesta jornada.

Ao professor Alberto Cargnelutti Filho que me auxiliou neste processo de aprendizado, mostrando ser além de um orientador, mas também um grande incentivador na busca de novos conhecimentos, sempre com muita dedicação e comprometimento, o meu muito obrigado por ter tido esta oportunidade de crescimento profissional e pessoal.

Aos co-orientadores, Prof. Alessandro Dal'Col Lúcio e Prof. Sidnei José Lopes pelas contribuições neste trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Experimentação Agrícola, sem a ajuda de vocês este trabalho não seria concluído, valeu pela parceria, isto tornou a caminhada muito mais fácil.

Aos demais professores do Departamento de Fitotecnia e funcionários.

A CAPES pela bolsa de estudos.

A UFSM pela oportunidade de aperfeiçoamento profissional.

A todos meus sinceros agradecimentos

## RESUMO

Tese de Doutorado  
Programa de Pós-Graduação em Agronomia  
Universidade Federal de Santa Maria

### MODELOS DE CRESCIMENTO NA CULTURA DE CROTALÁRIA JUNCEA

AUTORA: CLÁUDIA MARQUES DE BEM  
ORIENTADOR: ALBERTO CARGNELUTTI FILHO  
LOCAL E DATA DE DEFESA: SANTA MARIA, 19 DE JULHO DE 2017.

O objetivo deste trabalho foi ajustar os modelos não lineares, Gompertz e Logístico, na descrição dos caracteres morfológicos e produtivos de crotalária juncea em duas épocas de semeadura, 22/10/2014 e 03/12/2014. Foram realizados dois ensaios de uniformidade. A semeadura foi em fileiras com 0,5m entre fileiras e com densidade de 20 plantas por metro de fileira em área útil de 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). O início das avaliações foi em 29/10/2014 e 16/12/2014, totalizando 94 e 76 dias de avaliação para as épocas 1 e 2, respectivamente. Após a emergência das plântulas de crotalária juncea, para a época 1 a partir dos 7 dias após a semeadura, e para época 2 a partir dos 13 dias após a semeadura, em cada dia, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas. Foram avaliados os caracteres: altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC), comprimento de raiz (CR), massa de matéria verde de folha (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA), massa de matéria verde total (MVT), massa de matéria seca de folha (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA), e massa de matéria seca total (MST). Foram verificados os pressupostos dos resíduos dos caracteres, por meio dos seguintes testes: teste de Shapiro-Wilk, teste de Breusch-Pagan e teste de Durbin-Watson. Para o modelo de Gompertz foi utilizada a equação:  $y_i = a * e^{(-e^{(b-c*x_i)})}$ , e para o modelo Logístico foi utilizada a equação  $y_i = \frac{a}{1+e^{(-b-c*x_i)}}$ . Também foi calculado o ponto de inflexão (pi), ponto de aceleração máxima (pam), ponto de desaceleração máxima (pdm) e ponto de desaceleração assintótica (p1) para os modelos Gompertz e Logístico. Para ambos os modelos, realizou-se o cálculo do intervalo de confiança (IC) para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . A qualidade do ajuste dos modelos de Gompertz e Logístico foi verificada pelo coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o critério de

informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio absoluto (MAPE) e erro de predição médio (EPM). Os cálculos foram realizados com o auxílio do aplicativo SOLVER do Microsoft Office Excel<sup>®</sup> e o software estatístico R. O modelo de Gompertz quando comparado entre as épocas de semeadura por meio do IC dos parâmetros, para os caracteres morfológicos e produtivos diferem. Mesmo resultado foi encontrado para o modelo Logístico. Os modelos de Gompertz e Logístico são adequados para o ajuste dos caracteres morfológicos e produtivos para a cultura de crotalária juncea.

**Palavras – chave:** Caracteres morfológicos e produtivos, épocas de semeadura, modelos não lineares, planejamento experimental, planta de cobertura.

## ABSTRACT

Thesis of Doctoral  
Program of Post-Graduation in Agronomy  
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

### **GROWTH MODELS IN CULTURE OF CROTALÁRIA JUNCEA**

AUTHOR: CLÁUDIA MARQUES DE BEM

ADIVISOR: ALBERTO CARGNELUTTI FILHO

DEFESE'S PLACE AND DATE: SANTA MARIA, JULY 19<sup>th</sup> of 2017

The objective of this research was to adjust non-linear models, Gompertz and Logistic, in the description of morphological and productive traits of sunn hemp in two sowing season, October the 22<sup>th</sup> 2014 and December the 3<sup>th</sup> 2014. Two uniformity were performed. The seeds were between rows 0.5m with rows and density of 20 plants per row meter of floor area of 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). The evaluations began on October the 29<sup>th</sup> 2014 and December the 16<sup>th</sup> 2014, totaling 94 and 76 evaluation days for seasons 1 and 2, respectively. After the emergence of the seeds of sunn hemp, for season 1 from 7 days after sowing, and from 2 to 13 days after sowing, on each day, they were collected randomly four plants. The traits: plant height (PH), number of leaves (NL), stem diameter (SD), root length (RL), fresh matter leaf (FML), fresh matter stem (FMS), fresh matter root (FMR), fresh matter shoot (FMSH), the fresh matter total (FMT), mass of dry matter leaf (DML), dry matter stem (DMS), dry matter root (DMR), dry matter shoot (DMSH), and total dry matter (DMT). The residual assumptions of the characters studied were verified by test Shapiro-Wilk, test Breusch-Pagan and test Durbin-Watson. To model was used Gompertz equation:  $yi = a * e^{(-e^{(b-c*xi)})}$ , and the Logistic model was used the equation:  $yi = \frac{a}{1+e^{(-b-c*xi)}}$ . The inflection point (pi), maximum acceleration point (pam), maximum deceleration point (pdm) and asymptotic deceleration point (pda) for the Gompertz and Logistic models were calculated. For both models the confidence interval (CI) was calculated. The quality setting of the Gompertz and Logistic models was verified by the determination coefficient ( $R^2$ ), the Akaike information criteria(AIC), residual standard deviation (RSD), mean absolute deviation (MAD), mean absolute percentage error (MAPE) and mean prediction error (MPE). The calculations were performed with the help of SOLVER of Microsoft Office Excel<sup>®</sup> application and software statistic R. The Gompertz model when compared between the sowing dates by means of the CI of the parameters, for the morphological and



productive characters differ. Same result was found for the Logistic model. The Gompertz and Logistic models are suitable for adjusting the morphological and productive traits of the sunn hemp.

**Key – words:** Cover crops, experimental design, non – linear models, morphological and productive characters, sowing dates.

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO 3 – MODELOS DE CRESCIMENTO EM CARACTERES MORFOLÓGICOS DE CROTALÁRIA JUNCEA

Tabela 1.1 – Valor-p dos testes de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados sobre os resíduos dos modelos de Gompertz e Logístico, para os caracteres morfológicos de crotalária juncea, em duas épocas de semeadura.....50

Tabela 2.1 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalos de confiança a 95% no ajuste dos caracteres morfológicos de crotalária juncea em duas épocas de semeadura.....51

Tabela 3.1 – Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio (MAPE) e erro de predição médio (EPM) para os modelos Gompertz e Logístico, para altura de plantas (cm), número de folhas, diâmetro de caule (mm) e comprimento de raiz (cm), em função dos dias após a semeadura (DAS) em duas épocas de semeadura.....53

Tabela 4.1 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR), na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.....55

Tabela 5.1 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR), na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.....57

## **CAPÍTULO 4 – MODELOS GOMPERTZ E LOGÍSTICO PARA CARACTERES PRODUTIVOS DE CROTALÁRIA JUNCEA EM ÉPOCAS DE SEMEADURA**

Tabela 1.2 – Valor-p dos testes de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados sobre os resíduos dos modelos de Gompertz e Logístico, para os caracteres produtivos de crotalária juncea, em duas épocas de semeadura.....72

Tabela 2.2 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalos de confiança a 95% no ajuste dos caracteres produtivos de massa de matéria verde de crotalária juncea em duas épocas de semeadura.....73

Tabela 3.2 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalos de confiança a 95% no ajuste dos caracteres produtivos de massa de matéria seca de crotalária juncea em duas épocas de semeadura.....75

Tabela 4.2 – Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio (MAPE) e erro de predição médio (EPM) para os modelos Gompertz e Logístico, para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de crotalária juncea, em função dos dias após a semeadura (DAS) em duas épocas de semeadura.....76

Tabela 5.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria verde, na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.....78

Tabela 6.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria seca, na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.....79

Tabela 7.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria verde, na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.....80

Tabela 8.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria seca, na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.....81

## LISTA DE FIGURAS

### **CAPITULO 3- MODELOS DE CRESCIMENTO EM CARACTERES MORFOLÓGICOS DE CROTALÁRIA JUNCEA**

Figura 1.1 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres morfológicos altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR) para crotalária juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).....58

Figura 2.1 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres morfológicos altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR) para crotalária juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).....59

### **CAPÍTULO 4 – MODELOS GOMPERTZ E LOGÍSTICO NA DESCRIÇÃO DOS CARACTERES PRODUTIVOS DE CROTALÁRIA JUNCEA EM ÉPOCAS DE SEMEADURA**

Figura 1.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de folha, (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA) e massa de matéria verde total (MVT) para crotalária juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).....82

Figura 2.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria seca de folha, (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA) e massa de matéria seca total (MST) para crotalária juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).....83

Figura 3.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de folha, (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA) e massa de matéria verde total (MVT) para crotalária juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).....84

Figura 4.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria seca de folha, (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA) e massa de matéria seca total (MST) para crotalária juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).....85

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 – CONSIDERAÇÕES GERAIS</b> .....	<b>17</b>
<b>1 - INTRODUÇÃO</b> .....	<b>17</b>
<b>2 – HIPÓTESE GERAL</b> .....	<b>18</b>
<b>3 – OBJETIVOS</b> .....	<b>18</b>
3.1 – Objetivo geral .....	18
3.2 – Objetivos específicos.....	19
<b>CAPÍTULO 2 – ESTUDO BIBLIOGRÁFICO</b> .....	<b>20</b>
<b>1 – A cultura de crotalária juncea (<i>Crotalaria juncea</i> L.)</b> .....	<b>20</b>
<b>2 – Modelos de regressão</b> .....	<b>22</b>
<b>3 – Curvas de crescimento</b> .....	<b>24</b>
<b>4 – Modelos de regressão não lineares</b> .....	<b>25</b>
4.1 – Modelos de crescimento .....	25
4.1.1 – Modelo de Gompertz .....	27
4.1.2 – Modelo Logístico.....	29
<b>5 – Estimação dos parâmetros de modelos não lineares</b> .....	<b>30</b>
5.1 – Método dos Mínimos Quadrados .....	31
<b>6 – Análise dos resíduos</b> .....	<b>33</b>
<b>7 – Intervalo de confiança para os parâmetros dos modelos</b> .....	<b>35</b>
<b>8 – Avaliadores da qualidade de ajuste</b> .....	<b>36</b>
8.1 – Coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	39
8.2 – Critério de Informação de Akaike (AIC).....	39
8.3 – Desvio padrão residual (DPR).....	40
8.4 – Desvio médio absoluto (DMA) .....	40
8.5 – Erro percentual médio absoluto (MAPE) .....	41
8.6 – Erro de predição médio (EPM).....	41
<b>CAPÍTULO 3 – MODELOS DE CRESCIMENTO EM CARACTERES MORFOLÓGICOS DE CROTALÁRIA JUNCEA</b> .....	<b>42</b>
Introdução .....	45
Material e métodos .....	46
Resultados e discussão.....	49
Conclusões.....	61

Referências .....	61
<b>CAPÍTULO 4 – MODELOS GOMPERTZ E LOGÍSTICO PARA CARACTERES PRODUTIVOS DE CROTALÁRIA JUNCEA EM ÉPOCAS DE SEMEADURA .....</b>	<b>65</b>
Introdução.....	68
Material e métodos .....	69
Resultados e discussão.....	72
Conclusões.....	86
Referências .....	86
<b>CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>89</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>91</b>



## CAPÍTULO 1 – CONSIDERAÇÕES GERAIS

### 1 – Introdução

A crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.), é uma leguminosa de clima tropical, de crescimento rápido, principalmente em condições de altas temperaturas, sendo excelente cultura para adubação verde, devido às características de crescimento e adaptação às condições edafoclimáticas locais (LEAL et al., 2012). Esta espécie é utilizada na produção de celulose, para fitorremediar solos contaminados (MADALÃO et al, 2012), no controle de plantas invasoras (QUEIROZ et al. 2010), como também no controle de nematóides e na integração dos sistemas agrícolas, devido ao seu grande potencial de fixação biológica de nitrogênio. Contudo, é uma cultura que é pouco utilizada como adubo verde, sendo que ainda não há estimativa de cultivo no Brasil, porém devido as suas características, a crotalária juncea torna-se uma cultura promissora.

Uma forma de estudar e caracterizar o crescimento de uma cultura, é por meio da modelagem. Os modelos, são uma formulação que simula um fenômeno do mundo real, de forma a ser possível fazer previsões, e podem ser utilizados nas mais diversas áreas de pesquisa. Estes visam minimizar os custos de produção, reduzir as possíveis perdas com os riscos ambientais e proporcionar maior sustentabilidade ao planejamento. A utilização de modelos, com fins de predição, pode ser aplicada previamente na semeadura, como durante o crescimento da cultura. O ajuste de modelos de crescimento para espécies auxilia na avaliação da resposta da planta às condições ambientais, bem como na compreensão do padrão de crescimento (LYRA et al., 2003), tornando-se uma ferramenta científica importante.

Os modelos se dividem em duas classes: os modelos de regressão lineares e os modelos de regressão não lineares, em que a principal diferença está relacionada às suas formulações. Os modelos lineares são modelos em que todas as derivadas parciais em relação aos parâmetros do modelo não dependem de nenhum parâmetro, sendo possível obter uma forma analítica para seus parâmetros. Os modelos não lineares por sua vez, são modelos em que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro e não existe transformação capaz de torná-lo linear. O ajuste de modelos não

lineares é bastante utilizado nas mais diversas áreas de pesquisa. Na área de produção vegetal, foi utilizado em diversos experimentos como: estudo de crioconservação de sementes de aroeira e baraúna (GONZAGA et al., 2003); estudo da dinâmica e disponibilização de nutrientes no sistema solo-planta (PEREIRA; MUNIZ; SILVA, 2005); estudos do crescimento de espécies vegetais (MARTINS FILHO et al., 2008); no ajuste de modelos não lineares para a estimativa da produção de tomate tipo cereja (LÚCIO et al., 2016) e na descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro (MUIANGA et al., 2016). Segundo Terra, Muniz e Savian (2010), estes modelos podem condensar informações de uma série de dados, tomados ao longo do tempo, em um pequeno conjunto de parâmetros biologicamente interpretáveis. Estudos sobre modelos de crescimento para caracteres de crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.) são importantes, porém nenhum trabalho foi encontrado na literatura pesquisada. Supõe-se que os modelos não lineares possam ajustar para os caracteres morfológicos e produtivos de crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.).

Assim, objetivou-se com a presente pesquisa ajustar os modelos de crescimento não lineares de Gompertz e Logístico para os caracteres morfológicos e produtivos de crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.) em duas épocas de semeadura.

## **2 – Hipótese geral**

Os modelos de crescimento para os caracteres de crotalária juncea: altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule, comprimento de raiz e massas de matéria verde e seca de caule, folha, raiz, parte aérea e total, diferem.

Os modelos de crescimento diferem entre as épocas de semeadura.

## **3 – Objetivos**

### **3.1 – Objetivo geral**

Gerar modelos de crescimento para caracteres morfológicos e produtivos de crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.) em duas épocas de semeadura.

### 3.2 – Objetivos específicos

Verificar se os modelos de crescimento para os caracteres de crotalária juncea: altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule, comprimento de raiz e massas de matéria verde e seca de folha, caule, raiz, parte aérea e total, diferem.

Verificar se há diferença entre os modelos de crescimento entre as épocas de semeadura.

## CAPÍTULO 2 – ESTUDO BIBLIOGRÁFICO

### 1 – A cultura de crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.)

A crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.), é uma espécie de clima tropical da família das leguminosas, originária da Índia e do Paquistão, cujo uso como adubo verde é amplamente preconizado face ao seu rápido crescimento, grande potencial de produção de biomassa e reciclagem de nutrientes, fácil decomposição e eficiente fixação biológica do nitrogênio atmosférico (DOURADO et al., 2001), fixando entre 180 a 300 Kg ha<sup>-1</sup> de N. Também, reduz os riscos de erosão, diminuindo os prejuízos causados por nematóides e plantas daninhas (DINARDO-MIRANDA; GIL, 2005). A alta eficiência no controle de nematóides é devido ao antagonismo existente entre as plantas e o nematóide, ressaltando a importância da utilização da crotalária juncea. Esta é utilizada na rotação de culturas, principalmente com a cultura da soja, em que os danos causados pelos nematóides são muitas vezes o fator restritivo para o cultivo em determinadas áreas e no enriquecimento do solo.

Destaca-se entre as espécies da família das leguminosas que são utilizadas com a finalidade de adubação verde, sendo uma planta de ciclo anual, arbustiva, de porte ereto e crescimento determinando podendo atingir de 2 a 3 metros de altura, alcançando produtividade entre 40 e 60 toneladas de massa de matéria verde e 6 a 8 toneladas de massa de matéria seca por hectare. Aos 130 dias após a semeadura apresenta raízes de até 4,5 mm, sendo que 79% do seu peso está nos primeiros 30 cm (WUTKE, 1993). A incorporação das plantas ao solo pode ser feita após 8 a 10 semanas, por ocasião do florescimento, antes de possuírem sementes. Esta espécie recebe destaque dentre as leguminosas, produzindo elevada quantidade de massa de matéria seca por área (SOUSA, 2011).

Segundo Gomes et al. (2014), as previsões agrícolas constituem o meio mais importante de servir a agricultura. Grande parte das técnicas de previsão baseiam-se na relação estatística entre as variáveis dependentes que deverão ser estimadas, e as variáveis independentes. Dessa forma, a produtividade de uma cultura agrícola pode ser caracterizada por meio dos modelos de crescimento, sendo estes considerados ferramentas importantes. Segundo Frizzione et al. (2005), os modelos de crescimento

ajustados aos caracteres de interesse do pesquisador, possibilitam a escolha correta da época de semeadura visto que por meio da curva ajustada pode-se observar o comportamento da cultura, para que a mesma não fique exposta a interpéries que possam prejudicar uma boa produção.

Considerando a existência da influência de elementos climáticos no crescimento da cultura, podem existir épocas de semeadura mais adequadas à crotalária juncea. Segundo Valenzuela & Smith (2002), a crotalária juncea, por ser uma espécie que floresce em dias curtos, o maior crescimento é observado em cultivos conduzidos na primavera, verão e início do outono. Em estudo sobre a época de semeadura e os arranjos populacionais da crotalária juncea, Pereira (2004), observou que estes influenciam na produção de biomassa, sementes, e acúmulo de N. Nas regiões Centro e Sul do Brasil, é indicado realizar a semeadura entre março e abril para obter plantas mais baixas e facilitar a colheita de sementes (CALEGARI et al., 1992). Segundo Wutke, Calegari & Wildner. (2014), a crotalária juncea tem potencial de cultivo tanto nas regiões sudeste e centro-oeste como na região Sul do Brasil como “melhoradora” e “recuperadora” de solos, além de ser tolerante a solos de mediana fertilidade.

Segundo Perin et al. (2004), avaliando os efeitos dos cultivos isolado e consorciado dos adubos verdes de verão de crotalária juncea e milho na produção de fitomassa, os autores concluíram que a crotalária juncea apresentou maior produção de fitomassa, sendo 108% maior que a vegetação espontânea e 31% superior a do milho e no consórcio crotalária + milho, a leguminosa contribuiu com 65% da massa de matéria seca total. Em trabalho para avaliar o efeito das densidades de semeadura com dois espaçamentos (0,5 e 0,4 metros entre fileiras), no acúmulo de matéria de matéria seca e nutrientes de *Crotalaria juncea* L., *Mucuna deeringiana*, e *Cajanus cajan*, Lima et al. (2010), observaram que a crotalária juncea, independentemente da densidade de semeadura, foi a espécie mais eficiente na acumulação de massa de matéria seca.

A incorporação de crotalária juncea para o fornecimento de N gradativamente ao sistema é benéfico, sendo evidenciado por Lange et al. (2009), trabalhando com trigo usando como adubo verde a crotalária juncea, os quais concluíram que após dois anos de cultivo, 75% do N da crotalária juncea se encontrava no solo. Assim, um maior aprofundamento sobre o crescimento da crotalária juncea é de suma importância devido às características apresentadas acima.

## 2 – Modelos de regressão

Uma forma de estudar o planejamento, execução, coleta dos dados, análise e interpretação dos resultados dos experimentos é por meio da experimentação. Este estudo é importante para todo o profissional ligado direta ou indiretamente à pesquisa, assim, a análise estatística é fundamental, uma vez que todo experimento envolve dados que estão sujeitos ao erro experimental. Atualmente, diversos pesquisadores vêm estudando a relação entre duas variáveis, ou seja, procuram encontrar a relação que descreva o comportamento de uma variável dependente em função de outra (s) variável (eis) independente (s), tarefa comum em análise estatística. Esta relação pode ser descrita por meio de funções matemáticas, também chamadas de modelos de regressão.

Um modelo é uma formulação que simula um fenômeno do mundo real, de forma a ser possível fazer previsões, e que pode ser utilizado nas mais diversas áreas de pesquisa como biologia, agronomia, e economia. Estes, permitem identificar, ao longo do ciclo da cultura, fatores que atuam negativamente na produtividade, orientando a tomada de decisão (ROSA et al., 2010).

Porém, não é esperado que um modelo, independentemente da área de estudo, seja uma cópia exata do mundo real, mas sim uma simplificação que revele as etapas importantes do fenômeno em causa, de forma a ser possível perceber novas situações dentro do universo em estudo (BRITTO et al., 2007). Os modelos são construídos a partir de uma base teórica, em que o conhecimento e a correta interpretação dos parâmetros fornecem informações sobre o fenômeno estudado ou o comportamento da cultura. A escolha do modelo que melhor descreve a curva de crescimento é baseada na qualidade do seu ajuste aos dados e na interpretação biológica dos parâmetros (LÔBO et al., 2006). Estes são classificados em modelos lineares ou modelos não lineares, diferindo quanto às suas formulações.

Os modelos lineares são modelos em que todas as derivadas parciais em relação aos parâmetros do modelo não dependem de nenhum parâmetro, sendo possível obter uma forma analítica para seus parâmetros. A resposta de interesse, usualmente representada por Y depende somente de uma variável independente, representada por X, a partir de uma representação gráfica de X versus Y, pode-se sugerir possíveis modelos. Porém, se a variável Y depender de várias variáveis independentes, uma alternativa para o ajuste de um possível modelo é partir de um modelo completo, ou seja, um modelo de regressão linear múltipla, e avaliar a qualidade do ajuste por meio de um diagnóstico de

regressão (BESLEY et al., 1980). As principais contribuições do uso destes modelos referem-se à identificação das principais variáveis associadas ao fenômeno, avaliação de mudanças decorrentes de alterações provocadas no processo estocástico e análise de tendências, o que permite o estabelecimento de projeções passadas e futuras, e o fornecimento de subsídios para proceder a uma análise econômica e tomada de decisão a priori (DRAPER & SMITH, 1998).

Alguns exemplos de autores que utilizaram os modelos lineares como: Martins et al. (2003) descreveram o crescimento de frutos de ceriguleira por meio do modelo de regressão linear de segundo grau; Lemos et al. (2004) avaliaram o comportamento de 29 genótipos de feijão do grupo carioca utilizando o ajuste de uma regressão linear de segundo grau; Barreiro et al. (2006) utilizaram a equação exponencial quadrática para avaliar os índices fisiológicos da análise de crescimento de plantas de manjeriço; Povh & Ono (2008) realizaram uma análise de crescimento de plantas de *Sálvia officinalis* em função de diferentes reguladores vegetais, por meio do ajuste de uma função exponencial quadrática; Andrade et al. (2009) estudaram o crescimento e a produtividade de grãos dos cultivares de feijoeiro “Ouro Negro” e “BRS MG Talismã”, utilizando modelos de regressão linear.

Os modelos não lineares por sua vez, são modelos em que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro e não existe transformação capaz de torná-lo linear. Um modelo de regressão não linear pode ser considerado intrinsecamente linear, se por meio de alguma reparametrização apropriada se tornar linear ou para se referir a modelos que podem ser linearizáveis por meio de transformação. Porém, a transformação tem a desvantagem de que além do parâmetro perder sua interpretação intrínseca, pode-se alterar sua estrutura e distribuição do erro, ou seja, se os erros do modelo original satisfizerem as suposições usuais de normalidade, independência e homogeneidade da variância, os erros do novo modelo, em geral, não satisfarão tais suposições (KHURI & CORNELL, 1987). Contudo, quando não é possível obter uma reparametrização ou uma transformação apropriada, que reduza o modelo à forma linear, tem-se os chamados modelos intrinsecamente não lineares.

O ajuste de modelos não lineares é bastante utilizado nas mais diversas áreas de pesquisa. Na área de produção vegetal, é utilizado em diversos experimentos, tais como: análise do comportamento de cana crua e cana queimada (ALVAREZ & CASTRO, 1999); no estudo do comportamento da bananeira “Prata Anã” (PEREIRA et al., 2000);

no desenvolvimento de frutos de Longan (JESUS, MARTINS & BARBOSA, 2008); no crescimento de frutos de maracujá (ALVES et al., 2012) e na descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro (FERNANDES et al., 2014). De acordo com Silva et al. (2001), estes modelos não lineares apresentam parâmetros interpretáveis biologicamente e um outro que se identifica como uma constante matemática.

No ajuste de um modelo, seja ele linear ou não linear, a um conjunto de dados, é desejado um bom ajuste dos dados para serem apresentados; prever os valores da variável resposta  $X$  e estabelecer intervalos de confiança; e comparar os resultados de diferentes condições experimentais usando e/ou interpretando os parâmetros.

A forma de um modelo de regressão não linear é:

$$y_i = f(x_i, \beta) + \varepsilon_i$$

em que:  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $y$  é o vetor com a variável resposta (variável dependente);  $x_i$  é o vetor de uma ou mais variáveis independentes;  $\beta$  é o vetor de parâmetros;  $f(\cdot)$  é a função (relação) que acredita-se existir entre as variáveis e  $\varepsilon_i$  é o vetor de erros associados aos modelos (FERNANDES, 2012).

O modelo de regressão não linear apresenta algumas características que o tornam mais utilizado em relação aos modelos lineares. Sua principal característica é que  $f(x_i, \beta)$  é deduzida a partir de suposições teóricas por meio de equações diferenciais. Sendo assim, os parâmetros resultantes ( $\beta$ ) apresentam interpretação prática direta (CORDEIRO; PRUDENTE; DEMÉTRIO, 2009). Outra característica importante desta classe de modelos é que pelo menos uma das derivadas parciais de  $f(x_i, \beta)$  em relação à  $\beta$  depende de algum parâmetro. Desta forma, deve-se ressaltar a importância destes modelos no estudo do crescimento de culturas agrícolas.

### **3 – Curvas de crescimento**

O conhecimento de como ocorre o crescimento vegetal é de suma importância, contribuindo para um manejo adequado da espécie e na detecção de possíveis problemas durante o desenvolvimento da cultura. Nestes estudos, é possível comparar o comportamento da cultura diante de diversas situações experimentais, como adubação, densidade e época de semeadura. Entre as metodologias disponíveis, a análise de curvas



de crescimento apresenta grande destaque, envolvendo o ajuste dos modelos de regressão não lineares (FERNANDES, 2012).

Estes modelos geralmente são expressos por meio de curvas de crescimento (Sigmoidais). Estas curvas começam em algum ponto fixo e aumentam a sua taxa de crescimento até um ponto de inflexão ( $\pi$ ). Após este ponto, esta taxa de crescimento começa a diminuir até a curva se aproximar a um valor final, chamado de assíntota (RATKOWSKY, 1983). Uma curva descreve uma sequência de medidas de uma determinada espécie, principalmente peso, altura e diâmetro, em função do tempo.

A principal vantagem de modelar as curvas de crescimento por meio dos modelos não lineares é o resumo das informações contidas nos dados, pois estes modelos conseguem resumir as informações em apenas alguns parâmetros com interpretação prática.

#### **4 – Modelos de regressão não lineares**

Como visto anteriormente, os modelos de regressão não lineares são amplamente utilizados em várias áreas de estudo. Contudo, existem três classes de modelos não lineares: os modelos de crescimento, os modelos de rendimento e os modelos compartimentados. Porém, o objetivo deste estudo serão os modelos de crescimento, esses bastantes utilizados em pesquisas envolvendo culturas agrícolas.

##### **4.1 – Modelos de crescimento**

A análise dos dados sobre o crescimento é importante em diversas áreas de pesquisa, como biologia, química, ciências sociais e na agricultura. Na área da agronomia, tem-se a vantagem econômica e administrativa em conhecer como a cultura cresce, o quão rápido ela se desenvolve, e como estes fatores respondem às condições ambientais ou aos tratamentos aplicados. Estes modelos geralmente são expressos por meio de curvas de crescimento. Segundo Loaiza-Echeverri (2011), o termo curva de

crescimento evoca a imagem de uma curva sigmóide, caracterizando o crescimento da maioria das espécies (SILVA et al., 2011).

Estes modelos quando ajustados aos dados de peso, altura, comprimento e outras características quantitativas de interesse, ao longo do tempo, permitem sintetizar grande número de medidas e informações em apenas alguns parâmetros de interpretação biológica. Para modelar este tipo de comportamento, a literatura apresenta vários modelos de crescimento empíricos (SEBER & WILD, 2003), que descrevem o comportamento da planta com base na observação do próprio vegetal, relacionando as variáveis sem referências aos processos que possam estar correlacionados. Os modelos mais utilizados nas pesquisas agrícolas e suas respectivas funções são as seguintes: Logístico:  $f(x) = \alpha / [1 + e^{(\beta - \gamma x)}]$ ; Gompertz:  $f(x) = \alpha e^{(-e^{(\beta - \gamma x)})}$ ; Von Bertalanfly:  $f(x) = \alpha [1 + e^{(-\gamma(x - \delta))}]^{-1/\gamma}$ ; Brody:  $f(x) = \alpha(1 - \beta e^{-\gamma x})$ ; Richards:  $f(x) = \alpha / (1 + e^{(\beta - \gamma x)})^{1/\gamma}$ ; Weibull:  $f(x) = \alpha - \beta e^{-\gamma x^\delta}$  e Morgan – Mercer – Flodin (MMF):  $f(x) = (\beta\gamma + \alpha x^\delta) / (\gamma + x^\delta)$ .

Segundo Prudente (2009), nestes modelos o parâmetro  $\alpha$  é o valor máximo esperado para a resposta, ou assíntota. O parâmetro  $\beta$  está relacionado com o intercepto, isto é o valor de  $\mu = E(y)$  corresponde a  $x = 0$ . O parâmetro  $\gamma$  está relacionado com a taxa média de crescimento da curva e, o parâmetro  $\delta$ , apresentado em alguns modelos, é utilizado para aumentar a flexibilidade dos mesmos no ajuste dos dados.

O desenvolvimento de modelos de crescimento é importante, e tem tido avanços consideráveis nos estudos da interação planta  $\times$  solo  $\times$  atmosfera, conferindo visão mais generalista e, fisiologicamente, embasada para a estimativa do crescimento de diversas culturas (SPATHELF & NUTTO, 2000). Uma das principais vantagens de modelar as curvas de crescimento é o resumo das informações contidas nos dados, em apenas alguns parâmetros com interpretação prática, sendo que estes modelos fornecem um bom ajuste, com menos parâmetros que os modelos lineares. A transformação de um modelo de crescimento não linear em um linear nos parâmetros, facilita por um lado o processo de ajuste, porém implica em fazer suposições não realísticas sobre o modelo, além disso, perde-se informação sobre os erros padrões dos parâmetros originais, sendo considerado uma desvantagem desta classe de modelos.

Nesta classe de modelos de crescimento, os modelos de Gompertz, Logístico, Richards e Von Bertalanfly, são utilizados para descrever vários processos biológicos por meio da curva de crescimento dada pela equação específica de cada modelo. Todos estes modelos tem em comum definir curvas sigmóides, nas quais a curva de crescimento se expande lentamente no início do desenvolvimento, até atingir o ponto de

inflexão ( $\pi$ ) e após atingir o máximo em uma assíntota superior. Porém, nem todos apresentam comportamento sigmoidal, um exemplo é o modelo de Brody, que fornece melhores ajustes na descrição de curvas de crescimento, quando estas não apresentam o padrão de crescimento sigmoidal.

O modelo de Gompertz, este amplamente conhecido, não é tão utilizado como o modelo Logístico. Contudo, a função logística foi primeiramente utilizada para o estudo de crescimento de população humana, porém também é utilizado para descrever o crescimento vegetal. O modelo de Richards, este apresenta 4 parâmetros, muito utilizado na descrição de curvas de crescimento florestal e o modelo de Von Bertalanffy é muito utilizado para a descrição de curvas de crescimento de populações e para o estudo de curvas de crescimento de peixes e crustáceos.

Alguns exemplos de trabalhos utilizando estes modelos separados ou em conjunto: Fayad et al. (2001), utilizaram o modelo Logístico na descrição do acúmulo de matéria seca total do tomateiro em função da idade (dia após replantio); Maia et al. (2009), utilizaram o modelo de Brody, Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy na descrição das curvas de crescimento de bananeiras; Martins Filho et al. (2008), fizeram o ajuste do modelo Logístico ao crescimento de duas cultivares de feijoeiro; Reis et al. (2014), estudaram 5 modelos de regressão não linear (Mitscherlich, Gompertz, Logístico, Brody e Von Bertalanffy) aptos a descrever o acúmulo de massa de matéria seca de diferentes partes da planta de alho ao longo do tempo. Estes modelos são amplamente utilizados para modelar diversas culturas agrícolas, ressaltando a importância dos mesmos.

#### 4.1.1 – Modelo de Gompertz

Este modelo foi proposto por Gompertz em 1825, sendo utilizado na obtenção de curvas de crescimento, tornando-se uma ferramenta importante na área de ciências naturais. Assim como o modelo Logístico, esta função apresenta diferentes parametrizações, sendo que sua forma original foi apresentada por Winsor (1932), dada por:

$$y_i = a * e^{(-e^{(b-c*x_i)})} + \varepsilon_i$$

em que  $y_i$  é a  $i$ -ésima observação do caractere dependente sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $x_i$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $a$  é o valor assintótico que pode ser interpretado como altura de planta;  $b$  é um parâmetro de alocação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoidal do modelo;  $c$  que está associado ao crescimento, valor que indica o índice de maturidade ou precocidade e quanto maior for o valor de  $c$  menos tempo será necessário para a planta atingir o valor assintótico ( $a$ ) e  $\varepsilon_i$  é o erro associado à  $i$ -ésima observação.

Este modelo apresenta algumas características como: a)  $y = a$  é uma assíntota horizontal superior; b) a função é estritamente crescente e não tem ponto crítico; c) apresenta comportamento sigmoidal, porém não é simétrica em relação ao ponto de inflexão ( $\pi$ ), sendo que a taxa de crescimento atinge seu máximo de forma mais precoce do que no modelo Logístico. O ponto de inflexão ( $\pi$ ) deste modelo é calculado por meio de  $x_i = \frac{b}{c}$  e  $y_i = \frac{a}{e}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros encontrados pelo modelo, e  $e =$  base do logaritmo neperiano (2,7182) (FLORENTINO; BISCARO; PASSOS; 2010). Outros pontos da curva do modelo de Gompertz, além do ponto de inflexão ( $\pi$ ), podem ter um significado biológico importante, em relação ao crescimento de um organismo vivo. A curva cresce até um ponto de máximo, que é denominado ponto de aceleração máxima ( $\text{pam}$ ) por meio de  $x_i = \left(\frac{b - \ln(2,6180)}{c}\right)$  e  $y_i = a * e^{(-2,6180)}$ , decrescendo até um ponto mínimo denominado de ponto de desaceleração máxima ( $\text{pdm}$ ) por meio de  $x_i = \left(\frac{b - \ln(0,3819)}{c}\right)$  e  $y_i = a * e^{(-0,3819)}$ . Porém, depois de certo ponto, os acréscimos obtidos são muito pequenos em comparação aos que já foram obtidos. Por isso, surge a questão sobre quando se pode considerar o crescimento constante, ou seja, quando a curva está suficientemente próxima à sua assíntota, e este ponto é denominado de ponto de desaceleração assintótica ( $\text{p1}$ ) por meio de  $x_i = \left(\frac{b - \ln(0,1657)}{c}\right)$  e  $y_i = a * e^{(-0,1657)}$  (MISCHAN & PINHO, 2014).

Algumas pesquisas que utilizam o modelo de Gompertz como: Gazziero et al. (2006), avaliando a deposição de glifosato aplicado para controle de plantas daninhas em soja transgênica; Terra, Muniz e Savian (2010), estudando os dados de crescimento de frutos de tamareira – anã; Araldi et al. (2013), em estudo da variação do tamanho de sementes de plantas daninhas e sua influência nos padrões de emergência das plântulas.

#### 4.1.2 – Modelo Logístico

O modelo Logístico foi proposto inicialmente por Verhulst, em 1838 para estudar o crescimento de populações humanas (SEBER; WILD, 1989), como também utilizado para descrever o crescimento animal e vegetal (VIEIRA & MISCHAN, 1976), onde o crescimento inicial é exponencial e, após o ponto de inflexão ( $\pi$ ), assintótico. Este é o modelo não linear mais conhecido e utilizado na literatura, apresentando muitas parametrizações, sendo a mais comum apresentada por Ratkowski (1983), dada por:

$$y_i = \frac{a}{1 + e^{(-b-c*x_i)}} + \varepsilon_i$$

em que  $y_i$  é a  $i$ -ésima observação do caractere dependente sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $x_i$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $a$  é o valor assintótico que pode ser interpretado como altura de planta;  $b$  é um parâmetro de locação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoideal do modelo;  $c$  que está associado ao crescimento, valor que indica o índice de maturidade ou precocidade e quanto maior for o valor de  $c$  menos tempo será necessário para a planta atingir o valor assintótico ( $a$ ); e  $\varepsilon_i$  é o erro associado à  $i$ -ésima observação.

Esta função apresenta algumas características como: a)  $y = a$  é uma assíntota horizontal superior; b) a função logística é estritamente crescente e não tem ponto crítico; c) é simétrica em relação ao ponto de inflexão ( $\pi$ ), onde ocorre a mudança de concavidade da curva. É neste ponto que a taxa de crescimento atinge seu máximo e após começa a diminuir até estabilizar a zero. Assim, ocorre a simetria em relação ao ponto de inflexão ( $\pi$ ), ou seja, no ponto em que ocorre a mudança da concavidade, o modelo Logístico atinge a metade do valor assintótico. O ponto de inflexão ( $\pi$ ) deste modelo é calculado por meio de  $x_i = \frac{-b}{c}$  e  $y_i = \frac{a}{2}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros encontrados pelo modelo (FLORENTINO; BISCARO; PASSOS; 2010). Outros pontos da curva do modelo Logístico, além do ponto de inflexão ( $\pi$ ), podem ter um significado biológico importante, em relação ao crescimento de um organismo vivo. A curva cresce até um ponto de máximo, que é denominado ponto de aceleração máxima (pam) por meio de  $x_i = \left(\frac{-b}{c}\right) - \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 1,3170\right)$  e  $y_i = \frac{a}{4,7321}$ , decrescendo até um ponto mínimo denominado de ponto de desaceleração máxima (pdm) por meio de  $x_i = \left(\frac{-b}{c}\right) +$

$\left(\frac{1}{c}\right) * 1.3170$ ) e  $yi = \frac{a}{1,2679}$ . Porém, depois de certo ponto, os acréscimos obtidos são muito pequenos em comparação aos que já foram obtidos. Por isso, surge a questão sobre quando se pode considerar o crescimento constante, ou seja, quando a curva está suficientemente próxima à sua assíntota, e este ponto é denominado de ponto de desaceleração assintótica (p1) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) + \left(\frac{1}{c}\right) * 2.2924$  e  $yi = \frac{a}{1,1010}$  (MISCHAN & PINHO, 2014).

Vários são os autores que utilizaram o modelo Logístico como: Pereira et al. (2000) estudaram o comportamento da bananeira em seu primeiro ciclo de produção sob diferentes espaçamentos avaliando a altura das plantas; Gava et al. (2001) avaliaram o crescimento da parte aérea da cana-de-açúcar; Benassi et al. (2007) avaliaram a biometria de frutos de coqueiro em diferentes estágios de desenvolvimentos; Jesus, Martins & Barbosa (2008) estudaram o desenvolvimento de frutas de Logan ajustando o diâmetro externo longitudinal e transversal por meio da composição de uma função logística combinado com uma exponencial quadrática; Martins Filho et al. (2008) utilizaram a metodologia bayesiana para estimar os parâmetros do modelo não linear logístico ajustado aos dados de altura de duas cultivares de feijoeiro; Mangueira et al. (2016), ajustaram o modelo Logístico a dados de altura de planta de milho observados ao longo do tempo (dias).

## **5 – Estimação dos parâmetros de modelos não lineares**

O processo de estimação dos parâmetros dos modelos não lineares é bastante complexo, pois além de escolher o modelo que melhor descreve as variáveis respostas, a interpretação correta dos parâmetros do modelo se torna importante. A obtenção das estimativas dos parâmetros pode ser realizada de diferentes maneiras, podendo ser realizada pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) ou pelo Método da Máxima Verossimilhança (MMV). Em modelos não lineares, o sistema de equações normais não é resolvido facilmente, sendo necessários processos iterativos para a obtenção destas estimativas.

## 5.1 – Método dos Mínimos Quadrados

O método de estimação por mínimos quadrados (MMQ) é usado em análise de dados em que as observações são constituídas por variável resposta  $y_i$  obtida em diferentes níveis da variável independente  $x_i$ , em que  $i = 1, 2, \dots, n$ . Assim, pode ser assumida que a relação variável resposta/variável independente pode ser adequadamente representada por uma equação:

$$y = f(x; \theta) + \varepsilon$$

em que  $y = (y_1, \dots, y_n)^t$  e  $x = (x_1, \dots, x_n)^t$  são os vetores de variáveis resposta e variável explicativa, respectivamente;  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)^t$  é o vetor de parâmetros desconhecidos. Portanto,  $f(x; \theta) = (f(x_1; \theta), \dots, f(x_n; \theta))^t$  é uma função das variáveis regressoras e dos parâmetros chamada de função esperança ou função de regressão e  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^t$  é o vetor dos erros aleatórios. Por consequência de inferências, assume-se que os erros são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídos, normais com média 0 e variância constante  $\sigma^2 I_n$ , em que  $I_n$  representa a matriz identidade de ordem  $n$  (MATTOS, 2013).

Sendo a função esperança considerada contínua e que admite derivadas de primeira e segunda ordem em relação aos parâmetros do modelo, é definida a soma de quadrado dos erros dada pela equação:

$$SQ(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i; \theta)]^2$$

Em um experimento, é observado que  $(x_i; y_i)$  são observações fixas e conhecida. Portanto, a soma de quadrados dos erros depende exclusivamente de  $\theta$ . É utilizada a denotação  $\hat{\theta}$  para os estimadores de mínimos quadrados de  $\theta$ , ou seja, os valores de  $\hat{\theta}$  que minimizam a  $SQ(\theta)$ . Para determinar os estimadores de mínimos quadrados  $\theta$ , é necessário derivar esta equação  $SQ(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i; \theta)]^2$  com relação a cada  $\theta_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ). Desta forma é determinado  $p$  equações chamadas de normais ou homogêneas:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i; \theta)] \left[ \frac{\partial f(x_i; \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{\theta=\hat{\theta}} = 0$$

e quando  $\frac{\partial f(x_i; \theta)}{\partial \theta_j}$  não depender de  $\theta$ , ou  $\frac{\partial^2 f(x_i; \theta)}{\partial \theta_j^2}$ , tem-se equações normais de um modelo de regressão linear (MATTOS, 2013). Nas equações não lineares,  $\theta$  estará presente em pelo menos uma das derivadas parciais de  $f(x_i; \theta)$ . Segundo Bates & Watts (1988) e Ratkowsky, (1990), em modelos multiparamétricos, as soluções das

equações normais podem ser extremamente difíceis de serem obtidas e algum método iterativo de resolução de equações normais não lineares deve ser utilizada.

Vários são os métodos encontrados na literatura para a obtenção das estimativas dos mínimos quadrados. Os mais utilizados são: método de Gauss-Newton ou método da linearização; método de *Steepest-Descent* ou método do gradiente e método de Marquardt (BATES & WATTS, 1988). Todos estes métodos utilizam as derivadas parciais da função esperança  $f(x_i; \theta)$  com relação a cada parâmetro, porém esta característica pode restringir sua utilização, pois geralmente a função de esperança é bastante complexa. A alternativa encontrada para este problema é calcular as derivadas numericamente, por meio de diferenças finitas (HARTMANN, 1990) ou usar o método D.U.D (*doesn't use derivatives*) (RALSTON & JENNRICH, 1978). O método de Gauss-Newton é o mais utilizado para obtenção das estimativas dos mínimos quadrados, apesar deste método ser estável, o mesmo apresenta alguns problemas: se o grau de precisão for grande a convergência pode ser lenta; a convergência pode ser para um mínimo local não podendo ser aplicada a um mínimo global; quando a função esperança é linear, o processo converge em uma única iteração, partindo de qualquer valor inicial.

A maioria dos softwares utilizados para análises de modelos possuem rotinas com a implementação destes métodos, em que os mesmos produzem estimativas similares e em geral são de rápida convergência (BATES & WATTS, 1988). Porém, a rapidez que ocorre a convergência depende primeiramente da complexidade do modelo, e principalmente da qualidade dos valores iniciais, necessários em qualquer método iterativo. Contudo, os estimadores de mínimos quadrados possuem algumas propriedades. Se as suposições de que os erros da função  $y = f(x; \theta) + \varepsilon$ , são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, normais com média zero e variância constante  $\sigma^2$ , pode-se fazer certas considerações a respeito dos estimadores, e a validade destas suposições realizadas por diagnóstico de regressão.

Em modelos de regressão não lineares, estas propriedades são válidas assintoticamente, ou seja, quando o tamanho da amostra é grande, porém quando se dispõe de amostras pequenas estas propriedades são desconhecidas (JENNRICH, 1969). À medida que o tamanho de amostra aumenta os resultados assintóticos vão se tornando mais aplicáveis, no momento em que os estimadores de mínimos quadrados apresentarem um pequeno vício, distribuição próxima da normal e verdadeira variância próxima daquelas dadas pela matriz de variância-covariância assintótica, é afirmado que



estes estimadores exibem um comportamento próximo do linear (SEBER & WILD, 1989). Portanto, quanto mais próximo do linear for o comportamento de um modelo, mais confiáveis são os resultados, e conseqüentemente as inferências sobre o modelo.

Existem algumas expressões que avaliam a adequabilidade da aproximação linear e seus efeitos nas inferências que são as medidas de não linearidade. Duas medidas práticas são as mais utilizadas para avaliar a não linearidade de um modelo de regressão não linear: a medida de vício de Box (1971) e as medidas de curvatura de Bates & Watts. As medidas de curvatura de Bates & Watts (1980) avaliam a não linearidade intrínseca (mede a curvatura do espaço de estimação no espaço amostral) e a não linearidade devida aos efeitos dos parâmetros. Se a não linearidade intrínseca for pequena e não significativa, pode ser que a não linearidade devido ao efeito do parâmetro é alta, e uma reparametrização deve ser utilizada, porém em muitos casos esta não linearidade devida aos parâmetros não oferece alternativas para a reparametrização e, conseqüentemente, não indicando qual (ais) parâmetro (s) são os maiores responsáveis pelo comportamento não linear do modelo (MATTOS, 2013). Sendo assim, a medida de vício de Box é importante, porém se o tamanho da amostra não for suficientemente grande esta não é uma boa alternativa.

## **6 – Análise dos resíduos**

Na análise de regressão não linear, assim como na regressão linear, a análise dos resíduos de um modelo é feita para verificar a plausibilidade das pressuposições envolvidas. Pelo princípio da aleatoriedade do processo de amostragem, para cada conjunto de variáveis independentes ( $x$ ) observadas se coletam as ocorrências da variável dependente ( $y$ ) a elas associadas. Esse processo de aleatoriedade na coleta dos dados é que garante que a amostra de dados selecionada representa a população sobre a qual se quer fazer inferências com a estimativa.

Para a verificação dos pressupostos, pode-se utilizar análise gráfica dos resíduos, sendo este um método informal de análise que envolve os gráficos de resíduo em relação às variáveis independentes e aos valores preditos, ou por meio de testes estatísticos, sendo uma maneira mais objetiva de analisar os resíduos, por fornecer uma medida numérica para algumas das discrepâncias previamente descritas.

Para a verificação dos pressupostos de normalidade, várias formas gráficas têm sido propostas como histogramas dos resíduos, em que se podem visualizar desvios grosseiros de normalidade ou “Q-Q plot” que é um gráfico que testa a conformidade entre a distribuição empírica e uma dada distribuição teórica, apresentando como regra de decisão se a observação gráfica entre os quantis da variável aparecem alinhados com os quantis da distribuição, se isso ocorre é porque os dados estão normalmente distribuídos. O teste estatístico de Shapiro-Wilk (SHAPIRO & WILK, 1965) é um dos mais utilizados para a verificação do pressuposto, no qual a hipótese nula assume que os resíduos seguem distribuição normal. Segundo Shapiro-Wilk (1965), a estatística do teste é descrita pela seguinte expressão:

$$w = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n xi - \bar{x}}$$

em que  $\bar{x}$  é a média amostral;  $xi$  são os valores amostrais ordenados e o valor  $b$  é calculado com base nas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória de tamanho  $n$  de uma distribuição normal. Menores valores de  $w$  indicam evidências sobre os desvios de normalidade. Os testes de normalidade de Kolmogorov-Smirnov e Jarque-Bera são exemplos de testes que também identificam se uma determinada variável possui distribuição normal.

Para verificar se as variâncias dos erros são constantes, observando se a dispersão dos resíduos ocorre aleatoriamente em torno da média zero, um gráfico dos resíduos contra os valores estimados pode ser utilizado. O conjunto de resíduos referentes a cada observação de  $x$  deve ter variância constante ou homogênea em toda a extensão das variáveis independentes, isto é, a dispersão de  $y$  em relação às observações de  $x$  deve manter consistência ou ser constante em todas as dimensões desta variável. Tal característica se define como homocedasticidade, ou seja, dispersão homogênea das ocorrências de  $y$  em relação a cada observação de  $x$ .

O teste estatístico frequentemente usado para o diagnóstico da homocedasticidade é chamado de teste de Breusch-Pagan (BREUSCH & PAGAN, 1979), que testa a hipótese nula de que as variâncias dos erros são iguais (homocedasticidade) versus a hipótese alternativa de que as variâncias dos erros são uma função multiplicativa de uma ou mais variáveis, sendo que estas variáveis podem pertencer ou não ao modelo em questão. A estatística do teste é obtida da seguinte forma: inicialmente, ajustam-se os modelos e encontram-se os resíduos  $e = (e_1 \dots e_n)$  e os valores ajustados  $\hat{y} = (y_1 \dots y_2)$ . Consideramos os resíduos ao quadrado e os

padronizamos de modo que a média do vetor de resíduos padronizados, que denotaremos por  $u$ , seja 1. Esta padronização é feita dividindo cada resíduo ao quadrado pela  $SQE/n$  em que  $SQE$  é a soma de quadrados dos resíduos do modelo ajustado e  $n$  é o número de observações. Desta forma, temos que cada resíduo padronizado é dado por:

$$u_i = \frac{e_i^2}{SQE/n}$$

Por fim, fazemos a regressão entre  $u = (u_1, \dots, u_n)$  (variável resposta) e o vetor  $\hat{y}$  (variável explicativa) e obtemos a estatística do teste  $\chi_{BP}^2$  calculando a soma de quadrados da regressão de  $u$  sobre  $\hat{y}$  e dividindo o valor encontrado por 2 sob a hipótese nula, esta estatística tem distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

O modelo pressupõe que a correlação entre os resíduos, ao longo do espectro das variáveis independentes, é zero, isto implica em que o efeito de uma observação de dada variável  $x$  é nulo sobre as observações seguintes, portanto, não há causalidade entre os resíduos e a variável  $x$ , e, por consequência, a variável  $y$  só sofre influência da própria variável  $x$  considerada e não dos efeitos defasados de  $x$  sobre  $y$ . Resíduos relacionados com o tempo são chamados de autocorrelacionados e para verificar a existência de correlação entre os resíduos, pode-se plotar os resíduos contra o tempo ou os resíduos contra qualquer outra variável de interesse. Quando os erros são independentes, espera-se que os mesmos flutuem aleatoriamente em torno da média zero. O teste de Durbin-Watson (DURBIN & WATSON, 1950), testa a existência de autocorrelação de primeira ordem e é calculado por:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t)^2}$$

em que  $\varepsilon_i$  é o resíduo no tempo  $i$ , e  $\varepsilon_{i-1}$  é o resíduo no tempo  $- 1$ . Tem-se que um valor de  $p$  inferior ou igual a 0,05 rejeita-se a hipótese de dependência nos resíduos. O valor de  $DW$  está entre 0 e 4. Valores calculados próximos de 0 indicam presença de autocorrelação positiva, próximos de 2 significam que os resíduos são independentes e próximos de 4 indicam presença de autocorrelação negativa. Quando o valor de  $p$  é menor ou igual a 0,05 não rejeita-se a hipótese de independência dos resíduos.

## 7 – Intervalo de confiança para os parâmetros dos modelos

Sob a suposição de normalidade dos resíduos, torna-se possível construir intervalos de confiança assintóticos para os parâmetros. De acordo com Draper & Smith (1998), uma aproximação da matriz de variância-covariância dos coeficientes de regressão é dada por:

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}\sigma^2$$

em que  $X$  é a matriz de primeiras derivadas parciais do modelo e  $\sigma^2$  é estimado por:

$$\widehat{\sigma^2} = QME = \frac{SQE}{n - p}$$

Portanto, o erro padrão ( $ep$ ) da estimativa de determinado parâmetro do modelo,  $\hat{\beta}_i$ , é dado por:

$$ep(\hat{\beta}_i) = \hat{V}(\hat{\beta}_i)$$

Sendo  $\hat{V}(\hat{\beta}_i)$  um elemento da diagonal principal da matriz de variância-covariância. Dessa forma, define-se o intervalo de 95% de confiança para o parâmetro  $\hat{\beta}_i$  do modelo como:

$$IC(\beta_i): \hat{\beta}_i \pm t(v; 0,025) \cdot ep(\hat{\beta}_i)$$

em que  $t(v; 0,025)$  é o quantil superior da distribuição t de Student, considerando  $\alpha = 5\%$  e o grau de liberdade  $v = n - p$ .

Portanto, é importante a pressuposição inicial de normalidade dos resíduos, pois se esta pressuposição não for atendida, a estatística  $t$  usada neste passo não terá sentido, fornecendo intervalos de confiança imprecisos.

## 8 – Avaliadores da qualidade de ajuste

Os modelos de regressão não lineares possuem diferenças entre si. Quando estes são ajustados a um mesmo conjunto de dados, torna-se necessário utilizar metodologias estatísticas com o intuito de compará-los e indicar qual o melhor modelo (PUIATTI et al., 2013). Estes denominados de avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos. Na maioria dos trabalhos envolvendo comparação de modelos de regressão não lineares são utilizados o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o critério de informação de Akaike (AIC), o critério de informação Bayesiano (BIC), o desvio padrão residual (DPR), o desvio

médio absoluto (DMA), o erro percentual absoluto médio (MAPE) e o erro de predição médio (EPM), para avaliar o ajuste dos modelos, tornando os mesmos mais precisos uma vez que estes avaliadores levam em consideração outros fatores como a análise da independência residual e o grau de parametrização dos modelos. A comparação entre os modelos quanto ao seu ajustamento aos dados em estudo pressupõe a hipótese de que todos os modelos são igualmente ajustados para descrever a curva de crescimento. Embora seja desejável utilizar testes estatísticos para rejeitar ou não a hipótese nula, a estrutura dos dados e a forma como são analisados não permitem a condução de um teste definitivo (OLIVEIRA et al., 2000).

Segundo Puiatti et al. (2013), quanto maior o número de avaliadores considerados, mais adequada é a indicação de quais são os melhores modelos, porém quando se utiliza um grande número de avaliadores, a escolha do modelo se torna difícil, uma vez que o mesmo modelo pode apresentar bons ajustes em vários avaliadores. Uma forma de minimizar este problema é utilizar métodos multivariados de classificação, como por exemplo, a análise de agrupamento, com o intuito de agrupar os modelos cujo resultado for semelhante em relação a todos os avaliadores considerados (HAIR JR. et al., 2005). Contudo, é possível escolher um modelo que se encontra dentro de um grupo definido como de alto desempenho, ou seja, escolher aquele modelo que apresentou melhor ajuste para todos os avaliadores considerados.

Na área vegetal quando são utilizadas várias cultivares, muitas vezes o modelo que melhor representou o crescimento de uma população pode não ser o melhor para as demais, isto é, os resultados dos avaliadores podem variar de acordo com a população considerada. Assim, a análise de agrupamento permite formar grupos homogêneos de acordo com a avaliação simultânea de várias características de interesse.

Em experimentos agrícolas, vários são os fenômenos que podem ser estudados e estes podem ser descritos por modelos, pois existem diversas metodologias e o pesquisador deve utilizar aquela que julgar mais adequada. Segundo Mazerolle (2004), um bom modelo é aquele que consegue ter um equilíbrio entre a qualidade do ajuste e a complexidade, que em geral, é medida pelo número dos parâmetros do modelo. Porém, deve-se ressaltar que quanto maior o número de parâmetros do modelo, mais complexo torna-se sua explicação.

Os avaliadores da qualidade de ajuste do modelo são amplamente utilizados, e servem para comparar os modelos indicando aqueles que obtiveram um melhor ajuste para a (s) variável (eis) em estudo. Estes são metodologias estatísticas utilizadas para

comparar os diferentes modelos de regressão não linear existentes indicado o (s) melhor (es) modelo (s) quando ajustados a um mesmo conjunto de dados. Burnham & Anderson (2004) destacam a importância de selecionar modelos baseados em princípios científicos, e a utilização de vários avaliadores com o intuito de selecionar os melhores modelos de regressão não linear, pois quanto maior o número de avaliadores considerados, mais adequada torna-se a indicação dos melhores modelos.

Vários são os trabalhos que ressaltam a utilização destes avaliadores como: Dionello et al. (2009), estudando modelos que descrevem curvas de secagem de abacaxi, utilizaram como critérios de seleção o coeficiente de determinação, desvio padrão residual, e o erro percentual absoluto médio; Maia et al. (2009), comparam a qualidade de ajuste dos modelos Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy na descrição do crescimento de duas variedades de bananeiras, utilizando como avaliadores da qualidade do ajuste o quadrado médio do resíduo, porcentagem de convergência, critério de informação bayesiano e o coeficiente de determinação; Terra, Muniz e Savian (2010), ao compararem o modelo Logístico e Gompertz quando ajustados aos dados de diâmetro e comprimento de frutos de tamareira-anã, utilizaram como avaliadores o coeficiente de determinação ajustado, desvio padrão residual, teste de Durbin-Watson e o critério de informação de Akaike; Prado, Savian e Muniz (2013), ao estudarem o crescimento de frutos de coqueiro anão, compararam o modelo Logístico e Gompertz, de acordo com os seguintes critérios de ajuste: o coeficiente de determinação ajustado, o desvio padrão residual e o critério de informação de Akaike.

Outros autores como: Reis et al. (2014), comparando modelos de regressão não lineares aplicados a grupo de acessos de alho, identificou o melhor modelo mediante o coeficiente de determinação, o quadrado médio do resíduo e o desvio médio absoluto dos resíduos; Lúcio et al. (2015), estudando modelos não lineares na produção de abóbora e pimentão, utilizaram como avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos o coeficiente de determinação ajustado e o erro padrão; Deprá et al. (2016), estudando o modelo Logístico de crescimento de cultivares crioulas de milho e de progênies de meios-irmãos maternos em função da soma térmica, utilizaram o coeficiente de determinação e o desvio médio absoluto dos resíduos para avaliar a qualidade do ajuste dos modelos.

Portanto um mesmo modelo pode apresentar alto desempenho para um avaliador e baixo para outro (SILVEIRA et al., 2011), deve-se ressaltar que na presença de

diferentes populações os resultados dos avaliadores variam de acordo com a população considerada, com as variáveis estudadas e com o objetivo da pesquisa.

### 8.1 – Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ )

O coeficiente de determinação é amplamente utilizado nas mais diversas áreas de pesquisas, assim como para a escolha dos melhores modelos, porém o mesmo não faz ponderações sobre o número de componentes utilizados para o modelo matemático que se quer utilizar. Portanto, para a comparação dos modelos, utiliza-se o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), em que se faz uma ponderação pelo número de parâmetros que o modelo apresenta (TERRA; MUNIZ, SAVIAN, 2010).

O coeficiente de determinação ajustado é obtido pela seguinte equação:

$$R^2_{aj} = 1 - \left[ \frac{(1 - R^2)(n - i)}{n - p} \right]$$

em que  $R^2_{aj}$  é o coeficiente de determinação ajustado,  $n$  é o número de medições,  $p$  é o número de parâmetros do modelo e  $i$  está relacionado com o ajuste do intercepto da curva, sendo igual a 1 se houver intercepto e igual a 0, se não houver intercepto no modelo. Porém, deve-se ressaltar que a interpretação do coeficiente de determinação ( $R^2$ ), que indica o quanto da variação dos dados foi explicada pelo modelo, é diferente da interpretação do coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), em que é utilizado apenas para a seleção dos modelos, de forma que o maior valor de  $R^2_{aj}$  indica melhor ajuste do modelo (FERNANDES, 2012). Como foi descrito anteriormente, o ( $R^2_{aj}$ ) é o mais utilizado para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos, pois o cálculo é simples e a conclusão sobre os resultados é de fácil interpretação.

### 8.2 – Critério de informação de Akaike (AIC)

O critério de informação de Akaike (AIC) foi desenvolvido por Hirotugo Akaike sob o nome de “um critério de informação”, em 1971 e proposto em 1974. Fundamentado no conceito de informação, o AIC oferece uma medida relativa das

informações perdidas, quando um determinado modelo é utilizado para descrever a realidade. Akaike (1974) encontrou uma relação entre a esperança relativa da K-L informação em função suporte maximizada, permitindo uma maior interação entre a prática e a teoria, em seleção de modelos e análises de conjuntos de dados complexos. O critério de Informação de Akaike (AIC) é utilizado para penalizar os modelos quanto ao número de parâmetros, evitando os modelos que tenham um excesso de parâmetros. O AIC pode ser definido como:

$$AIC = \ln(\sigma^2) + 2(p + 1)/n$$

em que  $\ln(\sigma^2)$  é o logaritmo da variância dos erros,  $p$  é o número de parâmetros do modelo e  $n$  número de observações, sendo que quanto menor o valor de AIC, melhor o ajuste do modelo. Por este critério, o pesquisador pode comparar os diversos modelos ajustados para uma mesma variável, escolhendo o que tem menor valor de AIC.

### 8.3 – Desvio padrão residual (DPR)

Este mede a variabilidade dos dados, e é obtido pela raiz quadrada do quadrado médio do resíduo e pode ser definido como:

$$DPR = \sqrt{QMR}$$

em que  $QMR = SQR/n - p$ , sendo  $n$  o número de observações e  $p$  o número de parâmetros, e quanto menor o valor do  $QMR$  melhor será considerado o modelo.

### 8.4 – Desvio médio absoluto (DMA)

É a média da diferença absoluta entre os valores observados e os estimados (VARGAS et al., 2000). Quanto menor o valor de DMA, melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações.



### 8.5 – Erro percentual médio absoluto (MAPE)

É uma medida de erro relativa que informa a porcentagem média absoluta de erro em relação aos valores observados. Quanto menor o valor de MAPE, melhor será o ajuste do modelo, sendo definido pela equação:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|}{n} 100$$

em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações.

### 8.6 – Erro de predição médio (EPM)

O erro de predição médio pode ser calculado pela equação:

$$EPM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n EPI$$

em que  $EPI$  é o erro percentual para a  $i$ -ésima observação, designando se a função subestimou (+) ou superestimou (-) o valor observado. A equação é dada por:

$$EPI = \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) 100$$

em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo.

A magnitude deste avaliador de qualidade de ajuste mensura a aderência dos dados estimados aos dados observados (GOONEWARDENE; BERG; HARDIN, 1981).

## CAPÍTULO 3 – MODELOS DE CRESCIMENTO EM CARACTERES MORFOLÓGICOS DE CROTALÁRIA JUNCEA

### Resumo

O objetivo deste trabalho foi ajustar os modelos não lineares, Gompertz e Logístico, na descrição dos caracteres morfológicos de crotalária juncea. Foram realizados dois ensaios de uniformidade e os tratos culturais foram os mesmos em toda área experimental. A semeadura foi em fileiras espaçadas de 0,5m, com densidade de 20 plantas por metro de fileira em área útil de 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). Foram avaliados os caracteres morfológicos: altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz. Estas variáveis foram avaliadas, diariamente, em duas épocas de semeadura, 22 de outubro de 2014 (época 1) e 03 de dezembro de 2014 (época 2), totalizando 94 e 76 dias de avaliação, respectivamente. Para a época 1, aos 7 dias após a semeadura, e para a época 2, aos 13 dias após a semeadura, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas em cada dia. Foram verificados os pressupostos dos resíduos dos modelos, por meio dos seguintes testes: teste de Shapiro-Wilk, teste de Breusch-Pagan e teste de Durbin-Watson. Para o modelo de Gompertz foi utilizada a equação  $y_i = a * e^{-(b-c*x_i)}$  e para o modelo Logístico foi utilizada a equação  $y_i = \frac{a}{1+e^{-(b-c*x_i)}}$ . Foi calculado o ponto de inflexão para os modelos Gompertz e Logístico. Para ambos os modelos, realizou-se o cálculo do intervalo de confiança para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . A qualidade do ajuste dos modelos Gompertz e Logístico foi verificada pelo coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio absoluto (MAPE) e erro de predição médio (EPM). Os cálculos foram realizados com o auxílio dos aplicativos Microsoft Office Excel® e o software estatístico R. Os modelos de Gompertz e Logístico diferem entre si e entre as épocas de semeadura, para as estimativas dos parâmetros para altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz. As curvas de crescimento, para os caracteres altura de planta, número de folhas e diâmetro de caule, apresentaram ajustes satisfatórios para ambos os modelos, utilizando os seguintes critérios de avaliação: coeficiente de determinação

ajustado, critério de informação de Akaike, desvio padrão residual, desvio médio absoluto, erro percentual médio absoluto e erro de predição médio.

**Palavras-chave:** Modelagem, planejamento experimental, planta de cobertura.

## GROWTH MODELS ON MORPHOLOGICAL TRAITS OF SUNN HEMP

### Abstract

The objective of the present study was to fit Gompertz and Logistic nonlinear to descriptions of morphological traits of sunn hemp. Two uniformity trials were conducted and the crops received identical treatment in all experimental area. Sunn hemp seeds were sown in rows 0.5 m apart with a plant density of 20 plants per row meter in a usable area of 52 m × 50 m (2.600m<sup>2</sup>). The following morphological traits were evaluated: plant height (PH), number of leaves (NL), stem diameter (SD), and root length (RL). These traits were assessed daily during two sowing periods—seeds were sown on October 22, 2014 (first period) and December 3, 2014 (second period). Four plants were randomly collected daily, beginning 7 days after first period and 13 days after for second period, totaling 94 and 76 evaluation days, respectively. The residual assumptions of the models studied were verified by test Shapiro-Wilk, test Breusch-Pagan and test Durbin-Watson. For Gompertz models the equation was used  $y_i = a * e^{(-e^{(b-c*x_i)})}$  and Logistic models the equation was used  $y_i = \frac{a}{1+e^{(-b-c*x_i)}}$ . The inflection points of the Gompertz and Logistic models were calculated. For both models the confidence interval was calculated of parameters  $a$ ,  $b$  and  $c$ . The adjustment quality of the Gompertz and Logistic models was verified by the coefficient of determination ( $R^2$ ), Akaike information criterion (AIC), standard deviation of residuals (SDR), mean absolute deviation (MAD), mean absolute percentage error (MAPE), and mean prediction error (MPE). The calculations were performed with the help of SOLVER of Microsoft Office Excel<sup>®</sup> application and software statistic R. Differences were observed between the Gompertz and Logistic models and between the experimental periods in the parameter estimate for all morphological traits measured. Satisfactory growth curve fittings were achieved for plant height, number of leaves, and stem diameter in both models using the evaluation criteria: coefficient of determination ( $R^2$ ), Akaike information criterion (AIC), standard deviation of residuals (SDR), mean absolute

deviation (MAD), mean absolute percentage error (MAPE), and mean prediction error (MPE).

**Key words:** Cover crop, experimental planning, modeling.

## Introdução

A crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.), é uma leguminosa de crescimento rápido, principalmente, em condições de alta temperatura. É excelente cultura para adubação verde, devido às características de crescimento e adaptação às condições edafoclimáticas nos locais de cultivo (LEAL et al., 2012). Destaca-se pelo grande potencial de produção de biomassa e reciclagem de nutrientes, fácil decomposição e eficiente fixação biológica do nitrogênio atmosférico (DOURADO et al., 2001), reduz os riscos de erosão, e diminui os prejuízos causados por nematóides e plantas daninhas (DINARDO-MIRANDA; GIL, 2005).

O plantio de leguminosas é comum entre os agricultores que adotam a adubação verde, prática agroecológica que dispensa adubação convencional (com produtos químicos) e, em seu lugar, utiliza a biomassa das leguminosas para ajudar na fixação biológica de nitrogênio no solo. Na microbacia Campo de Areia, em São João da Barra, região Norte Fluminense (RJ), o plantio de crotalária juncea, uma das espécies mais comuns de leguminosas, tem sido incentivado pelo Programa Rio Rural, da secretaria estadual da Agricultura, porém, em outras regiões não foram encontrados relatos do cultivo de crotalária juncea. Em virtude das características da cultura e de sua crescente utilização, modelar os processos que envolvem o crescimento da mesma até o final de seu ciclo produtivo se torna uma ferramenta importante.

Uma forma de caracterizar o crescimento de uma determinada cultura é pela modelagem (STRECK et al., 2008), em que a utilização destes modelos, com fins de predição, pode ser aplicada previamente na semeadura, como durante o crescimento da cultura. O ajuste de modelos de crescimento para espécies auxilia na avaliação da resposta da planta às condições ambientais, bem como na compreensão do padrão de crescimento (LYRA et al., 2003), tornando-se uma ferramenta científica importante.

Os modelos matemáticos devem ser capazes de reproduzir o comportamento original do sistema da melhor forma possível. Segundo Haefner (2005), a modelagem

matemática é definida como a determinação de um conjunto de equações matemáticas (modelos) que descrevem um sistema. Estes visam minimizar os custos de produção, reduzir as possíveis perdas com os riscos ambientais e proporcionar uma maior sustentabilidade ao planejamento. Os modelos de regressão não lineares são adequados para descrever curvas de crescimento, pois contribuem e facilitam a interpretação dos processos envolvidos no crescimento vegetal, já que seus parâmetros possibilitam interpretação prática (SORATO; PRADO; MORAIS, 2014). Contudo, a utilização destes modelos, depende da área de pesquisa, do problema que se quer solucionar e do tipo de crescimento que necessita ser modelado.

O ajuste de modelos não lineares é bastante utilizado nas mais diversas áreas de pesquisa. Na área de produção vegetal, é utilizado em diversos experimentos como: estudo de crioconservação de sementes de aroeira e baraúna (GONZAGA et al., 2003); estudo da dinâmica e disponibilização de nutrientes no sistema solo-planta (PEREIRA; MUNIZ; SILVA, 2005) e estudos do crescimento de espécies vegetais (MARTINS FILHO et al., 2008). Segundo Terra, Muniz e Savian (2010), estes modelos tem a possibilidade de condensar informações de uma série de dados, tomados ao longo do tempo, em um pequeno conjunto de parâmetros biologicamente interpretáveis.

Dentre os modelos não lineares, o modelo de Gompertz e Logístico, são utilizados para descrever vários processos biológicos por meio da curva de crescimento dada pela equação referente a cada modelo. Estes modelos definem curvas sigmoides, nas quais as curvas de crescimento se expandem lentamente no início do desenvolvimento, passando por um ponto de inflexão ( $\pi$ ) e atinge um máximo em uma assíntota superior. No entanto, estudos que descrevem detalhadamente o desenvolvimento da crotalária juncea, por meio de modelos estatísticos, não foram encontrados na literatura pesquisada.

Assim, o objetivo deste trabalho foi ajustar os modelos não lineares, Gompertz e Logístico, na descrição dos caracteres morfológicos: altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz de *Crotalaria juncea* L., em duas épocas de semeadura.

## **Material e métodos**

Foram realizados dois ensaios de uniformidade (experimentos em branco) e os tratos culturais foram os mesmos em toda área experimental com a cultura de *Crotalaria juncea* L. no ano agrícola 2014/2015, na área experimental do Departamento de Fitotecnia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Rio Grande do Sul. A semeadura foi em fileiras espaçadas de 0,5m, com densidade de 20 plantas por metro de fileira em área útil de 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). A adubação de base foi de 15 kg ha<sup>-1</sup> de N, 60 kg ha<sup>-1</sup> de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e 60 kg ha<sup>-1</sup> de K<sub>2</sub>O.

Após a emergência das plântulas de crotalaria juncea, para a época 1 a partir dos 7 dias após a semeadura (29/10/2014), e para época 2 a partir dos 13 dias após a semeadura (16/12/2014), em cada dia, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas, totalizando 94 e 76 dias de avaliação para as épocas 1 e 2, respectivamente. Foram avaliados os caracteres altura de planta (AP), número de folhas (NF), comprimento de raiz (CR) e diâmetro de caule (DC). Para a mensuração da AP e CR, em cm, foi utilizada uma régua milimétrica, o NF foi obtido pela contagem das folhas verdes, e para o DC, em mm, foi utilizado o paquímetro. Para estes caracteres morfológicos, foram ajustados os modelos de Gompertz e Logístico em função dos dias após a semeadura (DAS).

Foram verificados os pressupostos dos resíduos, por meio dos seguintes testes: teste de Shapiro-Wilk para a normalidade dos resíduos por meio da equação:  $w = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n xi - \bar{x}}$ ; teste de Breusch-Pagan para a homocedasticidade dos resíduos por meio da equação:  $ui = \frac{e_i^2}{SQE/n}$  e teste de Durbin-Watson para a presença de autocorrelação dos resíduos por meio da equação:  $DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t)^2}$ . Para os caracteres que não atenderam estes pressupostos, foi realizada a transformação dos dados por meio da transformação Box-Cox utilizando o Software estatístico Action.

Para o modelo Gompertz foi utilizada a equação  $yi = a * e^{(-e^{(b-c*xi)})}$ , e para o modelo Logístico foi utilizada a equação  $yi = \frac{a}{1+e^{(-b-c*xi)}}$ , em que  $yi$  é a  $i$ -ésima observação do caractere dependente sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $xi$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $a$  é o valor assintótico;  $b$  é o parâmetro de locação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoidal do modelo;  $c$  é o parâmetro associado ao crescimento, valor que indica o índice de maturidade ou precocidade e quanto maior for o valor de  $c$  menos tempo será necessário para a planta atingir o valor assintótico ( $a$ ).

Para o modelo de Gompertz, foram calculados o ponto de inflexão (pi) por meio de  $xi = \frac{b}{c}$  e  $yi = \frac{a}{e}$ , o ponto de aceleração máxima (pam) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(2,6180)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-2,6180)}$ , o ponto de desaceleração máxima (pdm) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(0,3819)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-0,3819)}$  e o ponto de desaceleração assintótica (p1) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(0,1657)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-0,1657)}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros do modelo, e  $e$  = base do logaritmo neperiano (2,7182) (MISCHAN & PINHO, 2014). Também, para o modelo Logístico, foram calculados o ponto de inflexão (pi) por meio de  $xi = -\frac{b}{c}$  e  $yi = \frac{a}{2}$ , o ponto de aceleração máxima (pam) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) - \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 1,3170\right)$  e  $yi = \frac{a}{4,7321}$ , o ponto de desaceleração máxima (pdm) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) + \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 1,3170\right)$  e  $yi = \frac{a}{1,2679}$  e o ponto de desaceleração assintótica (p1) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) + \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 2,2924\right)$  e  $yi = \frac{a}{1,1010}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros do modelo (MISCHAN & PINHO, 2014).

Posteriormente, a comparação entre os modelos de crescimento ajustados para os caracteres avaliados, adotou-se o critério de sobreposição dos intervalos de confiança dos parâmetros estimados para cada modelo. Para isso, ajustou-se uma curva de crescimento para cada caractere obtendo-se os limites dos intervalos de confiança a 100 (1- $\alpha$ ) para os parâmetros. A comparação será feita pela verificação de coincidência ou não dos respectivos intervalos. Por exemplo, para comparar as épocas para um mesmo caractere, quando, ao menos, uma estimativa do parâmetro de um caractere para uma determinada época estiver contida no intervalo de confiança do parâmetro do mesmo caractere de outra época, as mesmas não diferem. Entretanto, se nenhuma das estimativas estiver contida no intervalo de confiança da outra, as estimativas dos parâmetros diferem entre elas. Para esta análise foi utilizado o software estatístico R (R Development Core Team, 2017).

Com o intuito de verificar a qualidade do ajuste dos modelos Gompertz e Logístico determinou-se o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) pela expressão:  $R^2 = SQR/SQT$ , em que  $SQR$  é a soma de quadrados dos resíduos e  $SQT$  é a soma de quadrado total, sendo considerado como melhor modelo aquele que forneceu o maior valor de  $R^2$ ; o critério de informação de Akaike (AIC) pela expressão:  $AIC = \ln(\sigma^2) + 2(p + 1)/n$ , em que  $\ln(\sigma^2)$  é o logaritmo da variância dos erros,  $p$  é o



número de parâmetros do modelo e  $n$  é o número de observações, indicado como melhor modelo aquele que apresentou o menor valor; desvio padrão residual (DPR) calculado pela equação:  $DPR = \sqrt{QMR}$ , em que  $QMR = \frac{SQR}{n-p}$ , sendo  $SQR$  a soma de quadrado do resíduo,  $n$  é o número de observações e  $p$  é o número de parâmetros do modelo, quanto menor o valor do  $QMR$  melhor será considerado o ajuste do modelo; desvio médio absoluto (DMA) por meio da expressão:  $DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$ , em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações, quanto menor o valor melhor será o ajuste do modelo; erro percentual médio absoluto (MAPE) pela expressão:  $MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|}{n} 100$ , em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações, sendo considerado melhor ajuste aquele modelo que obtiver o menor valor e o erro de predição médio (EPM), por meio da equação:  $EPM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n EPI$ , em que  $EPI$  é o erro percentual para a  $i$ -ésima observação designando se a função subestimou (+) ou superestimou (-) o valor observado. Os cálculos foram realizados com o auxílio do aplicativo Microsoft Office Excel<sup>®</sup> e o software estatístico R (R Development Core Team, 2017).

## Resultados e discussão

Observando os resultados, percebe-se por meio do teste de Shapiro-Wilk, que a pressuposição de normalidade residual foi atendida em ambos os modelos, para as duas épocas de semeadura, pois este teste apresentou valor-p maior que 0,05 para todos os caracteres estudados. Pelo teste de Breusch-Pagan, também com base no valor-p, conclui-se que as variâncias residuais são homogêneas, em todos os caracteres nas duas épocas de semeadura ( $p > 0,05$ ). Por meio do teste de Durbin-Watson, considerando um nível de significância de 5%, foi possível perceber que os resíduos atenderam ao pressuposto de independência ( $p > 0,05$ ), ou seja, são autocorrelacionados, para todos os caracteres estudados nas duas épocas de semeadura (Tabela 1.1). Portanto, observa-se que por meio do teste de Shapiro-Wilk, teste de Breusch-Pagan e teste de Durbin-Watson, os modelos de Gompertz e Logístico são adequados para o ajuste dos

caracteres altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR).

Tabela 1.1 – Valor-p dos testes de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados sobre os resíduos dos modelos de Gompertz e Logístico, para os caracteres morfológicos de *crotalaria juncea*, em duas épocas de semeadura.

Caractere	Modelo	Época 1 (22/10/2014)			Época 2 (03/12/2014)		
		SW	BP	DW	SW	BP	DW
AP	Gompertz	0,3417	0,4972	0,5498	0,0913	0,5525	0,0500
	Logístico	0,4340	0,4971	0,2621	0,4206	0,1976	0,0501
NF	Gompertz	0,5863	0,0677	0,1761	0,1664	0,2377	0,1124
	Logístico	0,2214	0,0547	0,1762	0,5094	0,2015	0,1234
DC	Gompertz	0,6982	0,6197	0,0500	0,4670	0,0881	0,3685
	Logístico	0,2614	0,6198	0,0501	0,1208	0,1171	0,3989
CR	Gompertz	0,0988	0,6197	0,1260	0,0583	0,5120	0,1148
	Logístico	0,1146	0,6198	0,1232	0,8558	0,5043	0,1127

\*AP = altura de planta; NF = número de folhas; DC = diâmetro de caule; CR = comprimento de raiz.

Observa-se que para o modelo de Gompertz para AP (Tabela 2.1), a estimativa do parâmetro  $a$  na época 1 foi 262,70. Essa estimativa foi menor que o limite inferior (LI) do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 2, ou seja, está fora do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 2. Para a estimativa do parâmetro  $a$  na época 2 o valor encontrado foi 304,10. Essa estimativa foi maior que o limite superior (LS) do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 1, ou seja, está fora do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 1. Portanto, as estimativas do parâmetro  $a$  diferem a 5% de probabilidade (efeito significativo). Para o parâmetro  $b$  na época 1 a estimativa foi 2,30. Essa estimativa foi maior que o LS do IC 95% da estimativa deste parâmetro na época 2. Para a estimativa desse parâmetro na época 2 o valor encontrado foi 2,25. Essa estimativa foi menor que o LS do IC 95% da estimativa do parâmetro  $b$  na época 1, ou seja, está dentro do IC 95% da estimativa do parâmetro  $b$  na época 1. Portanto, as estimativas do parâmetro  $b$  não diferem a 5% de probabilidade (efeito não significativo). Com relação ao parâmetro  $c$ , observa-se que o efeito foi também\* não significativo. (Tabela 2.1). Contudo, para concluir se as estimativas dos parâmetros diferem ou não, utilizou-se o critério: se as duas estimativas dos parâmetros estiverem fora dos IC 95%, conclui-se que o efeito foi significativo, porém se ao menos uma estimativa estiver dentro do IC 95%, conclui-se que o efeito foi não significativo. Esse

mesmo critério foi utilizado para as estimativas dos parâmetros *a*, *b* e *c* dos caracteres NF, DC e CR (WHEELER; PARK; BAILER, 2006).

Tabela 2.1 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalos de confiança a 95% no ajuste dos caracteres morfológicos de crotalaria juncea em duas épocas de semeadura.

Caractere*	Parâmetro	Época 1 (22/10/2014)				Época 2 (03/12/2014)			
		Estimativa	EP	LI	LS	Estimativa	EP	LI	LS
Modelo de Gompertz									
AP	<i>a</i> (*)	262,70	9,9552	243,69	288,25	304,10	28,21	289,00	407,16
	<i>b</i> (ns)	2,30	0,1217	2,0566	2,5983	2,06	0,1088	1,7539	2,1932
	<i>c</i> (ns)	0,0431	0,0029	0,0368	0,0501	0,0391	0,0035	0,0282	0,0423
NF	<i>a</i> (*)	121,98	7,2576	109	142	85,23	5,1062	77	95
	<i>b</i> (*)	1,76	0,1016	1,5712	2,0166	2,25	0,2399	1,8374	2,8107
	<i>c</i> (*)	0,0339	0,0031	0,0275	0,0412	0,0533	0,0069	0,0414	0,0676
DC	<i>a</i> (*)	14,66	0,6465	13,48	16,31	10,92	0,7679	9,71	13,01
	<i>b</i> (ns)	1,84	0,1152	1,6065	2,1617	1,61	0,1429	1,3527	1,9511
	<i>c</i> (ns)	0,0397	0,0033	0,0326	0,0500	0,0405	0,0051	0,0304	0,0519
CR	<i>a</i> (*)	14,12	0,4008	13,47	14,86	23,70	8,0091	19,27	24,89
	<i>b</i> (*)	1,17	0,5402	2,3742	5,2469	0,78	0,2027	0,5436	0,9503
	<i>c</i> (*)	0,0590	0,0073	0,0481	0,0715	0,0165	0,0056	0,0012	0,0379
Modelo Logístico									
AP	<i>a</i> (*)	232,87	5,4235	222,05	245,82	257,65	10,357	239,62	282,02
	<i>b</i> (ns)	-4,49	0,1891	-4,902	-4,141	-4,26	0,1990	-4,6881	-3,9039
	<i>c</i> (ns)	0,0764	0,0039	0,0687	0,0851	0,0746	0,0048	0,0654	0,0847
NF	<i>a</i> (*)	102,78	3,4018	96	112	78,31	2,9251	75	84
	<i>b</i> (*)	-3,66	0,1805	-4,067	-3,327	-4,46	0,3837	-5,2665	-3,8161
	<i>c</i> (*)	0,0646	0,0043	0,0056	0,0746	0,0930	0,0093	0,0778	0,1111
DC	<i>a</i> (*)	13,01	0,3365	12,37	13,78	9,63	0,3992	8,9289	10,632
	<i>b</i> (ns)	-3,74	0,1927	-4,180	-3,372	-3,28	0,2462	-3,8384	-2,8311
	<i>c</i> (ns)	0,0715	0,0045	0,0626	0,0817	0,0725	0,0070	0,0591	0,0881
CR	<i>a</i> (*)	13,92	0,3236	13,36	14,51	23,70	7,9626	18,95	24,66
	<i>b</i> (ns)	-2,36	0,2653	-2,893	-1,876	-1,80	0,2765	-2,1101	-2,9908
	<i>c</i> (*)	0,0859	0,0097	0,0714	0,1027	0,0257	0,0061	0,0028	0,0472

\*AP = altura de planta; NF = número de folhas; DC = diâmetro de caule; CR = comprimento de raiz. (\*) significativo e (ns) não significativo.

Em relação ao NF, para o modelo de Gompertz, observa-se que houve diferença para todos os parâmetros entre as épocas, este mesmo resultado foi encontrado para o CR. Contudo, para o DC, não houve diferença para os parâmetros entre as épocas de semeadura. Por meio destes resultados, observa-se que na época 1, as plantas foram mais baixas, com maior número de folhas e diâmetro de caule, porém o comprimento de raiz foi menor, pois este caractere está diretamente relacionado com a altura de planta (AP). Contudo, na época 2 observa-se plantas mais altas, com menor número de folhas e diâmetro de caule, porém o comprimento de raiz foi maior (Tabela 2.1).

Assim, como no modelo de Gompertz, a comparação das estimativas dos parâmetros do modelo Logístico também foi por meio dos intervalos de confiança (IC). Observa-se que para AP, houve diferença para o parâmetro  $a$ , sendo que a época 2 apresentou o maior valor de crescimento assintótico ( $a=257,65$ ). Com relação ao NF, houve diferença para todos os parâmetros, em que o maior número de folhas foi encontrado na época 1 ( $a=102,78$ ). Para o DC, houve diferença somente para o parâmetro  $a$ , apresentando maior valor para a época 1, e para o CR, houve diferença para os parâmetros  $a$  e  $c$ . Contudo, na época 1 as plantas foram mais baixas, com maior número de folhas e diâmetro de caule, porém com menor comprimento de raiz quando comparada com a época 2 (Tabela 2.1).

Deve-se ressaltar que os parâmetros dos modelos de Gompertz e Logístico, tendo como variável independente DAS, foram ajustados para as condições locais e para as épocas de semeadura de 22/10/2014 e 03/12/2014. Portanto, se estes parâmetros obtidos neste estudo forem utilizados para a estimativa do crescimento para a crotalária juncea em outras regiões, os valores estimados, utilizando como variável independente DAS, poderão divergir com os encontrados neste trabalho, o que é esperado devido às diferenças que existem entre os locais e épocas de semeadura. Porém, este estudo poderá servir de referência para futuras pesquisas, visto que para a cultura da crotalária juncea não foram encontrados trabalhos que utilizam da técnica de modelagem para avaliar caracteres morfológicos.

Quando vários modelos são ajustados aos mesmos dados, é importante saber qual modelo possui o melhor ajuste. Para todos os caracteres estudados houve convergência para ambos os modelos, observa-se que os valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ), foram acima de 0,85 para os dois modelos na primeira época de semeadura para os caracteres AP, NF, e DC, indicando que, de modo geral, houve um bom ajuste dos modelos para estes caracteres. Porém, para o caractere CR, o valor encontrado foi 0,51 e 0,53 para o modelo de Gompertz e Logístico, respectivamente, indicando que para este caractere a qualidade de ajuste dos modelos foi inferior em relação aos caracteres AP, NF e DC. Estes mesmos resultados foram observados para a segunda época de semeadura, porém os valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foram inferiores aos valores encontrados para a primeira época (Tabela 3.1). Também, observa-se um bom ajuste dos modelos de Gompertz e Logístico para a segunda época de semeadura. Além disso, ressalta-se que o  $R^2$ , mediu a proporção total da variação destes caracteres, sendo assim, os modelos tiveram diferentes valores de variação e o

restante desta variação foi atribuído a outros fatores que não estão incluídos no modelo, como por exemplo, fatores ambientais que não são contabilizados nos modelos.

Tabela 3.1 – Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio (MAPE) e erro de predição médio (EPM) para os modelos Gompertz e Logístico, para altura de plantas (cm), número de folhas, diâmetro de caule (mm) e comprimento de raiz (cm), em função dos dias após a semeadura (DAS) em duas épocas de semeadura.

Época 1 (22/10/2014)							
Caractere*	Modelo	$R^2$	AIC	DPR	DMA	MAPE	EPM
AP	Gompertz	0,91	6,42	47,70	0,0112	0,0109	1,0857
	Logístico	0,91	6,50	48,63	0,0050	0,0048	-0,4748
NF	Gompertz	0,85	5,28	26,44	0,0014	0,0029	0,2861
	Logístico	0,85	5,31	26,81	0,0030	0,0063	-0,6320
DC	Gompertz	0,85	1,27	3,56	0,0009	0,0141	1,4080
	Logístico	0,85	1,24	3,52	0,0049	0,0003	0,4857
CR	Gompertz	0,49	2,61	6,98	0,0005	0,0044	0,4390
	Logístico	0,51	2,58	6,86	0,0006	0,0061	0,6080
Época 2 (03/12/2014)							
AP	Gompertz	0,88	6,75	52,66	0,0093	0,0086	0,7525
	Logístico	0,88	6,74	52,47	0,0030	0,0027	-0,2418
NF	Gompertz	0,71	5,64	30,25	0,0059	0,0140	1,2301
	Logístico	0,72	5,60	29,70	0,0023	0,0054	0,4732
DC	Gompertz	0,72	1,19	3,28	0,0002	0,0038	0,3305
	Logístico	0,72	1,19	3,27	0,0000	0,0006	0,0550
CR	Gompertz	0,54	2,10	5,16	0,0000	0,0004	0,0329
	Logístico	0,54	2,10	5,17	0,0001	0,0008	-0,0677

\*AP = altura de planta; NF = número de folhas; DC = diâmetro de caule; CR = comprimento de raiz.

Vários autores utilizaram como critério da qualidade de ajuste dos modelos o coeficiente de determinação ( $R^2$ ): em estudo sobre curvas de crescimento para a cultura de mamoeiro, avaliadas pelo modelo de Gompertz e Logístico para o caractere altura de planta, diâmetro do caule e da copa, Lyra et al (2013), encontraram valores de  $R^2$

superiores a 0,86, o que possibilitou a utilização dos modelos para o ajuste de curvas de crescimento para este caractere; em pesquisa conduzida por Fernandes et al. (2014), comparando modelos de regressão não lineares em café, concluíram que o modelo de Gompertz apresentou melhor qualidade de ajuste ( $R^2$ ) e Deprá et al. (2016), estudando o modelo logístico de crescimento de cultivares crioulas de milho, obtiveram valores de  $R^2$  superiores a 0,85. Estes resultados mostram que a utilização do  $R^2$  é importante e serve como ferramenta de suporte para comparar os modelos de crescimento, devido ao seu alto poder de explicação.

Assim, como o  $R^2$ , os demais critérios para avaliar a qualidade do ajuste dos modelos estudados foram de grande relevância para avaliar os caracteres morfológicos de crotalária juncea. Comparando os valores do critério de informação de Akaike (AIC) e desvio padrão residual (DPR), dos modelos ajustados dentro de cada época de semeadura, percebe-se que para a época 1, apesar da pequena diferença entre eles, o modelo de Gompertz foi o melhor ajustado para os caracteres AP e NF, porém para os caracteres DC e CR, o modelo Logístico foi o melhor ajustado, mostrando os menores valores para estes dois avaliadores respectivamente. Para a época 2, observa-se também uma pequena diferença entre os modelos, para os caracteres AP, NF, DC e CR, porém o modelo Logístico apresentou os menores valores para o AIC e DPR. Verifica-se ainda que para os critérios, desvio médio absoluto (DMA) e erro percentual médio (MAPE), os valores encontrados foram praticamente iguais para ambos os modelos dentro de cada época de semeadura, assim valores menores indicam que os dados dos caracteres AP, NF, DC e CR para a época 1 e época 2 se ajustaram de maneira satisfatória aos modelos estudados. Contudo, para o critério erro de predição médio (EPM), os valores foram diferentes entre os modelos e entre as épocas de semeadura, sendo que, valores positivos são um indicativo de que a função subestimou os valores observados e que os valores negativos indicam que a função superestimou os valores observados (Tabela 3.1).

Vários são os trabalhos que ressaltam a utilização destes avaliadores como: Dionello et al. (2009), estudando modelos que descrevem curvas de secagem de abacaxi, utilizaram como critérios de seleção o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), desvio padrão residual (DPR), e o erro percentual absoluto médio (MAPE); Terra, Muniz e Savian (2010), utilizaram como avaliadores o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), desvio padrão residual (DPR), e o critério de informação de Akaike (AIC), estudando os modelos de Gompertz e Logístico aos dados de frutos de tamareira-anã; Reis et al.

(2014), estudando grupos de acessos de alho, identificaram que o melhor modelo mediante o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o quadrado médio do resíduo (QMR) e o desvio médio absoluto dos resíduos (DMA); Lúcio et al. (2015), estudando modelos não lineares na produção de abóbora e pimentão, utilizaram como critério o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2aj$ ) e o erro padrão e Deprá et al. (2016), estudando o modelo logístico de crescimento de cultivares crioulas de milho e de progênies de meios-irmãos maternos, utilizaram o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o desvio médio absoluto dos resíduos (DMA) para avaliar a qualidade do ajuste dos modelos. Segundo Puiatti et al. (2013), quanto maior o número de avaliadores considerados, mais adequada é a indicação de quais são os melhores modelos. Portanto, cabe ao pesquisador à decisão de quais critérios utilizarem e a escolha do melhor ou dos melhores critérios que explicarão seus resultados de pesquisa.

A curva representativa de cada modelo de crescimento possui alguns pontos importantes com significados específicos. Na Tabela 4.1, são apresentados os pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico na primeira época de semeadura.

Tabela 4.1 – Pontos influentes das funções Gompertz e Logística ajustada para os caracteres: altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR), na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.

		pam <sup>**</sup>	pi <sup>**</sup>	pdm <sup>**</sup>	p1 <sup>**</sup>
		Modelo de Gompertz			
Caractere*					
AP	xi	31,12	53,44	75,75	95,11
	yi	19,16	96,65	179,30	222,57
NF	xi	23,63	52,02	80,42	105,04
	yi	8,89	44,87	83,25	103,35
DC	xi	22,25	46,50	70,74	91,77
	yi	1,07	5,40	10,00	12,42
CR	xi	3,54	19,84	36,14	50,28
	yi	1,03	5,19	9,64	11,96
		Modelo Logístico			
AP	xi	41,58	58,82	76,05	88,82
	yi	49,21	116,43	183,66	211,50
NF	xi	36,28	56,67	77,05	92,15
	yi	21,72	51,39	81,06	93,35
DC	xi	33,89	52,31	62,92	84,36

	$y_i$	2,75	6,50	10,26	11,81
CR	$x_i$	12,12	27,45	42,77	54,13
	$y_i$	2,94	6,96	10,98	12,64

\*AP = altura de planta; NF = número de folhas; DC = diâmetro de caule; CR = comprimento de raiz.

\*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.

O valor de  $x$  representa os dias após a semeadura (DAS) e o valor de  $y$  é a variável dependente. O ponto de aceleração máxima (pam) é encontrado na fase inicial do crescimento da crotalária juncea, momento em que inicia o desenvolvimento da planta ocorrendo aumento da altura, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz. Esta fase de crescimento é compreendida entre o pam e o ponto de inflexão (pi). Pode-se verificar que para o modelo de Gompertz, o pi foi alcançado quando a planta atingiu aproximadamente 50% do seu crescimento para as variáveis AP, NF e DC, porém o pi foi alcançado aos 19 DAS para o caractere CR, em que o modelo não teve um bom ajuste para este caractere, pois o comportamento não foi condizente com as características do modelo. Contudo, para o modelo Logístico, o pi foi alcançado após a planta atingir metade de seu crescimento para os caracteres AP, NF e DC, porém para o CR este valor foi alcançado aos 27 DAS. Neste momento da curva, os tratos culturais como adubação, manejo de pragas e doenças, aplicação de herbicidas devem ser realizados, pois a planta responderá a estes manejos de maneira eficiente. A partir deste ponto, as taxas de crescimento passam de crescentes para decrescentes, ou seja, após o pi o crescimento da crotalária juncea tende a estabilizar com o término do seu ciclo, ou seja, a planta vai diminuindo a taxa de crescimento até atingir o florescimento pleno, não respondendo de forma satisfatória os devidos tratos culturais. Também, observa-se que após a planta atingir o pi, diminui a taxa de crescimento da planta, esta fase se refere ao ponto de desaceleração máxima (pdm). Este pdm é um indicativo em que a cultura está na fase final de seu ciclo, ou seja, próxima de atingir o máximo de crescimento atingindo o ponto de desaceleração assintótica (p1). Este ponto é importante, pois se pode prever o final do ciclo da cultura, planejando com antecedência sua retirada do campo (Tabela 4.1).

Observa-se que os valores encontrados para a segunda época de semeadura, são inferiores quando comparados com os valores da primeira época de semeadura (Tabela 5.1). Este resultado pode ser explicado devido à semeadura mais tardia da crotalária juncea, ou seja, o ciclo da cultura foi menor. Assim, como para a primeira época de



semeadura, estes pontos são importantes para aplicação dos manejos culturais e para a previsão de colheita da crotalária juncea.

Tabela 5.1 – Pontos influentes das funções Gompertz e Logística ajustada para os caracteres: altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR), na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.

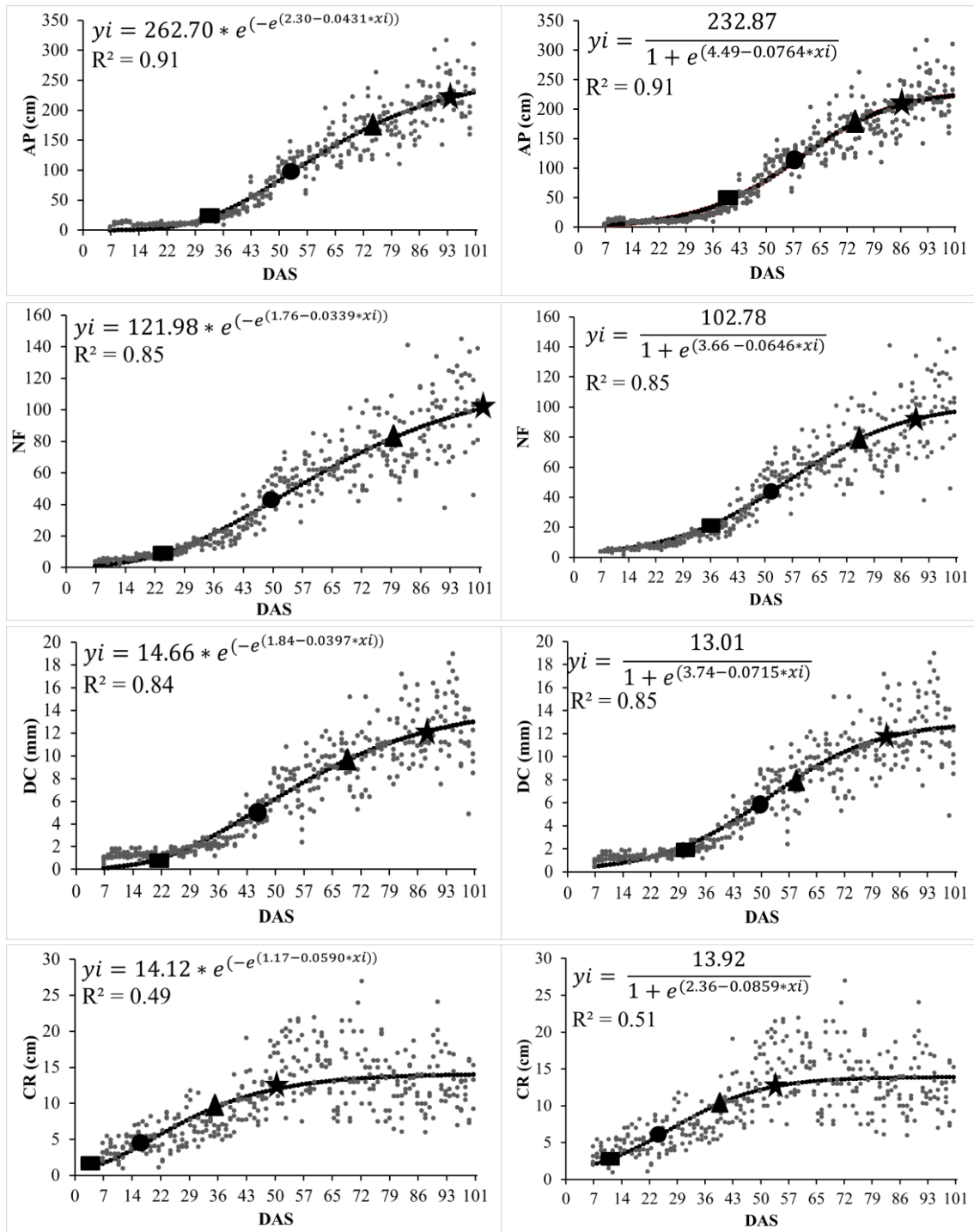
		pam**	pi**	pdm**	p1**
Modelo de Gompertz					
Caractere*					
AP	xi	28,12	52,71	77,30	98,63
	yi	22,18	111,87	207,55	257,65
NF	xi	24,22	42,28	60,35	76,02
	yi	6,22	31,56	58,17	72,21
DC	xi	15,98	39,74	63,50	84,11
	yi	0,79	4,02	7,45	9,25
CR	xi	10,68	47,68	106,04	156,66
	yi	1,73	8,72	16,17	20,08
Modelo Logístico					
AP	xi	39,50	57,15	74,81	87,89
	yi	54,45	128,82	203,21	234,01
NF	xi	33,83	47,98	62,14	72,62
	yi	16,55	39,15	61,76	71,12
DC	xi	27,06	45,22	63,37	76,83
	yi	2,04	4,81	7,60	8,75
CR	xi	18,94	64,95	121,37	159,30
	yi	5,00	11,08	18,69	21,52

\*AP = altura de planta; NF = número de folhas; DC = diâmetro de caule; CR = comprimento de raiz.

\*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.

Na Figura 1.1, são apresentadas as curvas de crescimento, as respectivas equações, o ponto de inflexão (pi), ponto de aceleração máxima (pam), ponto de desaceleração máxima (pdm) e ponto de desaceleração assintótica (p1), dos modelos de Gompertz e Logístico para a primeira época de semeadura em relação aos caracteres AP, NF, DC e CR.

Figura 1.1 Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres morfológicos altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR) para crotalária juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).



\*■ ponto de aceleração máxima; ponto de inflexão; ponto de desaceleração máxima; ponto de desaceleração assintótica.

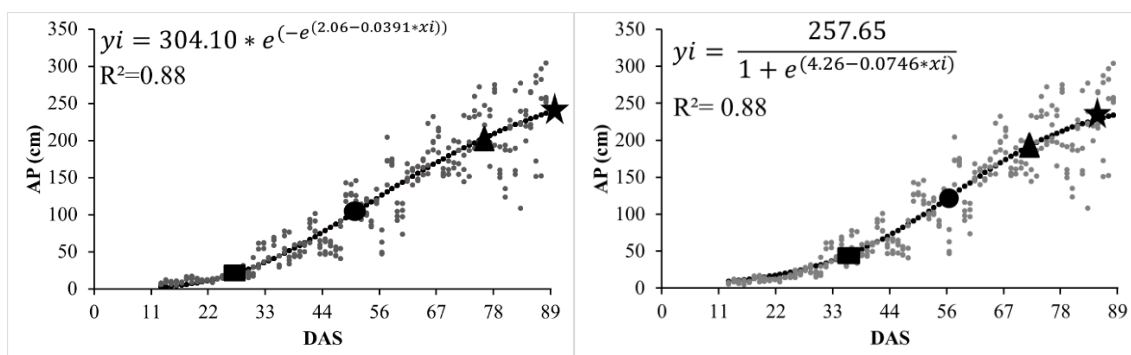
Observa-se nestes gráficos que as curvas representam os modelos ajustados para estes caracteres de maneira satisfatória. A equação do modelo de Gompertz ajustado para o caractere AP na época 1 foi:  $y_i = 262,70 * e^{(-e^{(2,30-0,0431*x_i)})}$ , para o modelo Logístico foi:  $y_i = \frac{232,87}{1+e^{(4,49-0,0764*x_i)}}$ , utilizando como variável independente DAS ( $x_i$ ), portanto substituindo esse valor de  $x_i$  em dias podemos encontrar o valor que a planta

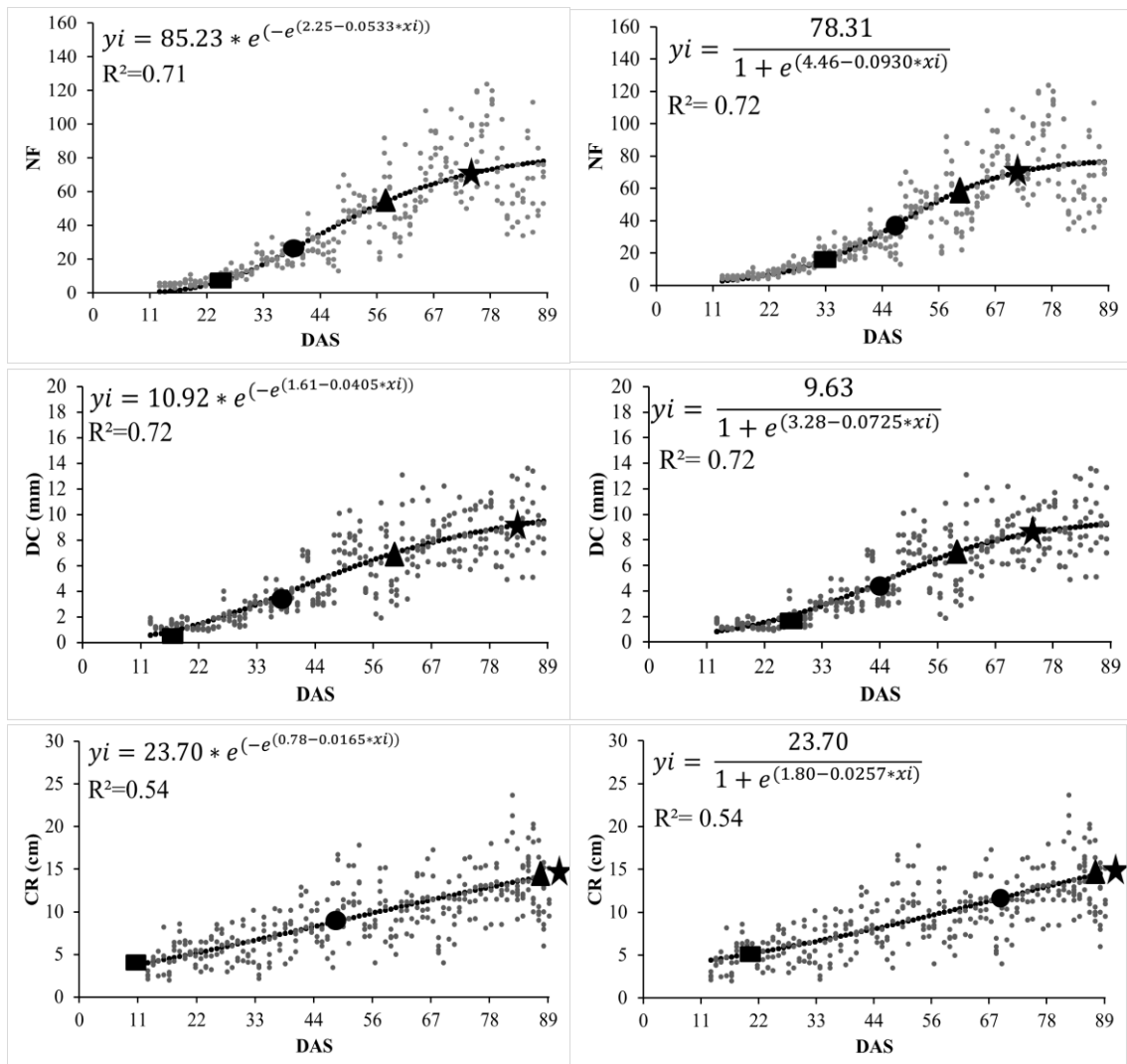
irá atingir em um determinado período de seu ciclo, sendo essas equações importantes para futuras projeções de crescimento da crotalária juncea. Estes resultados também são observados para os demais caracteres morfológicos.

Analisa-se também que os modelos representantes dos caracteres AP, NF e DC, apresentam um formato sigmoidal, o que é esperado quando são ajustados os modelos de crescimento Gompertz e Logístico. Esse formato pode ser observado bem definidamente em trabalhos envolvendo curvas de crescimento de bananeiras (MAIA et al., 2009) e no acúmulo de massa de matéria seca do bulbo de cebolas (PÔRTO et al., 2007). Contudo, para o caractere comprimento de raiz (CR), pode-se observar um comportamento diferente quando comparado aos outros caracteres estudados. Porém, o modelo adequado para o ajuste é o modelo de Brody, este tem como característica o ajuste de curvas para dados que não apresentam um comportamento sigmoidal, porém este modelo não possui ponto de inflexão ( $\pi$ ), dificultando a interpretação prática para a curva ajustada.

Na Figura 2.1, são apresentadas as curvas de crescimento, as respectivas equações, o ponto de inflexão ( $\pi$ ), ponto de aceleração máxima ( $\text{pam}$ ), ponto de desaceleração máxima ( $\text{pdm}$ ) e ponto de desaceleração assintótica ( $\text{p1}$ ), dos modelos de Gompertz e Logístico para a segunda época de semeadura em relação aos caracteres AP, NF, DC e CR.

Figura 2.1 Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres morfológicos altura de planta (AP), número de folhas (NF), diâmetro de caule (DC) e comprimento de raiz (CR) para crotalária juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).





\*■ ponto de aceleração máxima; ponto de inflexão; ponto de desaceleração máxima; ponto de desaceleração assintótica.

A equação do modelo de Gompertz ajustado para o caractere AP na época 1 foi:  $y_i = 304,10 * e^{(-e^{(2,06-0,0391*x_i)})}$  e para o modelo Logístico foi:  $y_i = \frac{257,65}{1+e^{(4,26-0,0746*x_i)}}$ , utilizando como variável independente DAS (xi), sendo que as inferências citadas para a época 1, também são aplicadas para a época 2. Com relação ao pi, o modelo de Gompertz atinge o pi alguns dias antes da planta atingir metade de seu ciclo de crescimento quando comparado com o modelo Logístico, este resultado é esperado devido a fórmula do cálculo da coordenada yi ser diferente nos modelos. Observa-se que estes gráficos, representam o ajuste dos modelos estudados, sendo que o comportamento sigmoidal é mais bem representado pelo modelo Logístico para os caracteres AP, NF e DC. Todavia, para o caractere CR, as curvas não apresentam um comportamento sigmoidal, este resultado pode ser explicado pelo fato da natureza da raiz da crotalaria juncea ser pivotante e também pode-se associar a algum evento

fisiológico, como o enraizamento não suficiente para o desenvolvimento, o que explica o comportamento de crescimento linear representado pelas curvas em ambos os modelos para essa época de semeadura.

Contudo, os resultados desta pesquisa devem servir de referência para futuras pesquisas com a cultura de crotalária juncea, visto que os modelos de Gompertz e Logístico são adequados quando ajustados aos dados de caracteres morfológicos.

## **Conclusões**

O modelo de Gompertz quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres altura de planta, número de folhas e comprimento de raiz, diferem. Porém, para o diâmetro de caule não houve diferença entre as épocas.

O modelo Logístico quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz, diferem.

Os modelos de Gompertz e Logístico, ajustados para os caracteres altura de planta, número de folhas e diâmetro de caule, obtiveram um bom ajuste, porém a qualidade de ajuste para o caractere comprimento de raiz foi inferior.

## **Referências Bibliográficas**

DEPRÁ, M.S. et al. Modelo Logístico de crescimento de cultivares crioulas de milho e de progênies de meios-irmãos maternos em função da soma térmica. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.46, n.1, p.36-43, 2016.

DIONELLO, R. et al. Secagem de fatias de abacaxi in natura e pré-desidratadas por imersão-impregnação: cinética e avaliação de modelos. *Ciência e Tecnologias de alimentos*, Campinas, v.29, n.1, p.232-240, 2009.

DINARDO-MIRANDA, L.L.; GIL, M.A. Efeito de rotação com *Crotalaria juncea* na produtividade de cana-de-açúcar tratada ou não com nematicidas no plantio. *Revista de Nematologia Brasileira*, Piracicaba, v.29, n.1, p.63-66, 2005.

DOURADO, M.C. et al. Matéria seca e produção de grãos de *Crotalaria juncea* L. submetida à poda e adubação fosfatada. *Scientia Agrícola*, Piracicaba, v.58, n.2, p.287-293, 2001.

FERNANDES, T.J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição de curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. *Coffee Science*, Lavras, v.9, n.2, p.207-215, 2014.

GONZAGA, T.W.C. et al. Crioconservação de sementes de aroeira (*Astronium urundeuva* Engl.), e baraúna (*Schinopsis brasiliensis* Engl.). *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, Campina Grande, v.5, n.2, p.145-154, 2003.

HAEFNER, J.W. *Modeling biological systems: principles and applications*. New York: Springer, 2005, 475p.

LEAL, M.A.A. et al. Desempenho de crotalária cultivada em diferentes épocas de semeadura e de corte. *Revista Ceres*, Viçosa, v.59, n.3, p.386-391, 2012.

LÚCIO, A.D. et al. Nonlinear models to describe production of fruit in *Cucurbita pepo* and *Capiscumannuum*. *Scientia Horticulturae*, v.193, p.286-293, 2015.

LYRA, G.B. et al. Modelos de crescimento para alface (*Lactuca sativa* L.) em sistema hidropônico sob condições de casa-de-vegetação. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v.11, n.1, p.69-77. 2003.

LYRA, G.B. et al. Produtividade e modelos de crescimento para o mamoeiro cultivar Golden. *Revista Ciência Agrícola*, Alagoas, v.11, n.1, p.1-12, 2013.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.39, n.5, p.1380-1386, 2009.

MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.38, n.6, p.1516-1521, 2008.

MISCHAN, M.M.; PINHO, S.Z. Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento. 1.ed – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

PEREIRA, J.; MUNIZ, J.A.; SILVA, C.A. Non linear models to predict nitrogen mineralization in na oxisol. *Scientia Agrícola*, Santa Maria, v.62, n.4, p.395-400, 2005.

PÔRTO, D.R.Q. et al. Acúmulo de macronutrientes pela cultivar de cebola “Superex” estabelecida por semeadura direta. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.37, n.4, p.949-955, 2007.

PUIATTI, G.A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. *Revista Brasileira de Biometria*, São Paulo, v.31, n.3, p.337-351, 2013.

R DEVELOPMENT CORE TEAM.**R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2017.

REIS, R.M. et al. Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acesso de alho. *Horticultura Brasileira*, Bahia, v.32, n.2, p.178-183, 2014.

SORATO, A.M.C.; PRADO, T.K.L.; MORAIS, A.R. Análise do crescimento vegetal por meio de modelo não linear via regressão isotônica. *Revista da Estatística*, Ouro preto, v.3, n.3, p. 139-143, 2014.

SOUSA, I.F. et al. Fitting nonlinear autoregressive models to describe coffe seed germination. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.44, n.11, p.2016-2021, 2014.

STRECK, N.A. et al. Modelagem da emissão de folhas em arroz. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.43, n.5, p.559-567, 2008.

TERRA, M.F.; MUNIZ, J.A.; SAVIAN, T.V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos de tamareira anã (*Phoenix roebelenni* O'BRIEN). *Magistra*, Cruz das Almas, v.22, n.1, p.1-7, 2010.

WHEELER, M.W.; PARK, R.M.; BAILER, A.J. Comparing median lethal concentration values using confidence interval overlap or ratio tests. *Environmental Toxicology and Chemistry*, v.25, n.5, p.1441-1444, 2006.



## CAPÍTULO 4 –MODELOS GOMPERTZ E LOGÍSTICO PARA CARACTERES PRODUTIVOS DE CROTALÁRIA JUNCEA EM ÉPOCAS DE SEMEADURA

### Resumo

O objetivo deste trabalho foi ajustar os modelos não lineares, Gompertz e Logístico, na descrição dos caracteres produtivos de crotalária juncea. Foram realizados dois ensaios de uniformidade e os tratos culturais foram os mesmos em toda área experimental. A semeadura foi em fileiras espaçadas de 0,5m, com densidade de 20 plantas por metro de fileira em área útil de 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). Foram avaliados os caracteres produtivos: massas de matéria verde de folha, caule, raiz, parte aérea e total, e massas de matéria seca de folha, caule, raiz, parte aérea, e total. Estas variáveis foram avaliadas, diariamente, em duas épocas de semeadura, 22 de outubro de 2014 (época 1) e 03 de dezembro de 2014 (época 2), totalizando 94 e 76 dias de avaliação, respectivamente. Para a época 1, aos 7 dias após a semeadura, e para a época 2, aos 13 dias após a semeadura, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas em cada dia. Foram verificados os pressupostos dos resíduos dos modelos, por meio dos seguintes testes: teste de Shapiro-Wilk, teste de Breusch-Pagan e teste de Durbin-Watson. Para o modelo de Gompertz foi utilizada a equação  $y_i = a * e^{(-e^{(b-c*x_i)})}$  e para o modelo Logístico foi utilizada a equação  $y_i = \frac{a}{1+e^{(-b-c*x_i)}}$ . Foi calculado o ponto de inflexão para os modelos Gompertz e Logístico. Para ambos os modelos, realizou-se o cálculo do intervalo de confiança para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . A qualidade do ajuste dos modelos Gompertz e Logístico foi verificada pelo coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio absoluto (MAPE) e erro de predição médio (EPM). Os cálculos foram realizados com o auxílio dos aplicativos Microsoft Office Excel® e o software estatístico R. O modelo de Gompertz, quando comparado entre as épocas de semeadura por meio do intervalo de confiança dos parâmetros, difere para os caracteres

produtivos. Mesmo resultado foi encontrado para o modelo Logístico. Os modelos de crescimento de Gompertz e Logístico apresentaram boa qualidade de ajuste.

**Palavras – chave:** *Crotalaria juncea*, massa de matéria verde, massa de matéria seca, modelos não lineares.

## GOMPERTZ AND LOGISTIC MODELS TO THE PRODUCTIVE TRAITS OF SUNN HEMP IN SOWING SEASONS

### Abstract

The objective of the present study was to fit Gompertz and Logistic nonlinear to descriptions of productive traits of sunn hemp. Two uniformity trials were conducted and the crops received identical treatment in all experimental area. Sunn hemp seeds were sown in rows 0.5 m apart with a plant density of 20 plants per row meter in a usable area of 52 m × 50 m (2.600m<sup>2</sup>). The following productive traits were evaluated: fresh matter leaf, stem, root, shoot, and total, and dry matter leaf, stem, root, shoot, and total. These traits were assessed daily during two sowing periods—seeds were sown on October 22, 2014 (first period) and December 3, 2014 (second period). Four plants were randomly collected daily, beginning 7 days after first period and 13 days after for second period, totaling 94 and 76 evaluation days, respectively. The residual assumptions of the models studied were verified by test Shapiro-Wilk, test Breusch-Pagan and test Durbin-Watson. For Gompertz models the equation was used  $y_i = a * e^{(-e^{(b-c*x_i)})}$  and Logistic models the equation was used  $y_i = \frac{a}{1+e^{(-b-c*x_i)}}$ . The inflection points of the Gompertz and Logistic models were calculated. For both models the confidence interval was calculated of parameters  $a$ ,  $b$  and  $c$ . The adjustment quality of the Gompertz and Logistic models was verified by the coefficient of determination (R<sup>2</sup>), Akaike information criterion (AIC), standard deviation of residuals (SDR), mean absolute deviation (MAD), mean absolute percentage error (MAPE), and mean prediction error (MPE). The calculations were performed with the help of SOLVER of Microsoft Office Excel<sup>®</sup> application and software statistic R. The Gompertz model when compared between the sowing seasons through the CI of the parameters, for the productive traits, differs. The same result was found for the Logistic model. The growth models of Gompertz and Logistic presented good adjustment quality.

**Key words:** *Crotalaria juncea*, fresh matter, dry matter, nonlinear models.

## Introdução

A crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.) é uma espécie de crescimento rápido, usada como adubo verde em rotação com diversas culturas. Segundo Wutke, Calegari & Wildner. (2014), a crotalária juncea tem potencial de cultivo tanto nas regiões sudeste e centro-oeste como na região Sul do Brasil como “melhoradora” e “recuperadora” de solos, além de ser tolerante a solos de fertilidade média. Esta espécie destaca-se entre as leguminosas, produzindo elevada quantidade de massa de matéria seca por área (Sousa, 2011).

Uma forma de caracterizar o crescimento de uma determinada cultura é pela modelagem (STRECK et al., 2008). Segundo Gomes et al. (2014), os modelos de simulação de crescimento de culturas são ferramentas importantes para determinar a melhor época de semeadura, para a previsão de safras em distintos cenários. Atualmente, diversos pesquisadores vêm estudando a relação entre duas variáveis, ou seja, procuram encontrar uma relação que descreva o comportamento de uma variável dependente em função de outra variável (outras variáveis) independente (s). Esta relação pode ser descrita por meio de funções matemáticas, sendo estas denominadas modelos de regressão.

A análise de curvas de crescimento, envolvendo o ajuste de modelos de regressão não lineares, serve para estimar as causas de crescimento e inferir sobre as contribuições dos diversos processos presentes no desenvolvimento vegetal. Segundo Fernandes et al. (2014), o estudo de curvas de crescimento, por meio dos modelos não lineares, possibilita sintetizar informações de um conjunto de dados. Dentre os vários modelos que são utilizados com esta finalidade, destacam-se os modelos de Gompertz e Logístico, os quais podem contribuir ou facilitar a interpretação dos processos envolvidos no crescimento das plantas, uma vez que seus parâmetros possibilitam interpretações práticas eficientes.

O ajuste de modelos não lineares tem sido estudado em diversas áreas da ciência agrária, como: na comparação de diferentes modelos não lineares em bananeiras (MAIA et al., 2009); no ajuste do modelo Logístico na descrição do crescimento de frutos de coqueiro anão (PRADO, SAVIAN & MUNIZ, 2013); no estudo de modelos para a estimativa da produtividade para a cultura da soja (GOMES et al., 2014); no ajuste do modelo Logístico aos dados de altura de milho (MANGUEIRA et al., 2016) e no estudo

dos modelos de Gompertz e Logístico na descrição do crescimento de frutos de cacau (MUNIZ, NASCIMENTO & FERNANDES, 2017). Portanto, estudos sobre modelos de crescimento para caracteres produtivos de crotalária juncea são importantes para conhecer o comportamento da cultura, porém nenhum trabalho foi encontrado na literatura pesquisada. Supõe-se que esses modelos possam descrever, adequadamente, os caracteres produtivos de massas de matéria verde e seca de folha, caule, raiz, parte aérea e total de crotalária juncea.

Assim, o objetivo deste trabalho foi ajustar os modelos não lineares, de Gompertz e Logístico, na descrição dos caracteres produtivos de *Crotalaria juncea* L., em duas épocas de semeadura.

## Material e métodos

Foram realizados dois ensaios de uniformidade (experimentos em branco) e os tratamentos culturais foram os mesmos em toda área experimental com a cultura de *Crotalaria juncea* L. no ano agrícola 2014/2015, na área experimental do Departamento de Fitotecnia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Rio Grande do Sul. A semeadura foi em fileiras espaçadas de 0,5m, com densidade de 20 plantas por metro de fileira em área útil de 52m x 50m (2.600m<sup>2</sup>). A adubação de base foi de 15 kg ha<sup>-1</sup> de N, 60 kg ha<sup>-1</sup> de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e 60 kg ha<sup>-1</sup> de K<sub>2</sub>O.

Após a emergência das plântulas de crotalária juncea, para a época 1 a partir dos 7 dias após a semeadura (29/10/2014), e para época 2 a partir dos 13 dias após a semeadura (16/12/2014), em cada dia, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas, totalizando 94 e 76 dias de avaliação para as épocas 1 e 2, respectivamente. Foram avaliados os caracteres massa de matéria verde de folha (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA=MVF+MVC), massa de matéria verde total (MVT=MVF+MVC+MVR), massa de matéria seca de folha (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA=MSF+MSC), e massa de matéria seca total (MST=MSF+MSC+MSR). As massas de matéria verde de folha, caule e raiz, em g,

foram obtidas por pesagens em balança digital, e o material foi seco em estufa a 60°C, com ventilação forçada, até atingir peso constante, para a obtenção das massas de matéria seca de folha, caule e raiz. Para estes caracteres produtivos, foram ajustados os modelos Gompertz e Logístico em função dos dias após a semeadura (DAS).

Foram verificados os pressupostos dos resíduos, por meio dos seguintes testes: teste de Shapiro-Wilk para a normalidade dos resíduos por meio da equação: teste de Breusch-Pagan para a homocedasticidade dos resíduos por meio da equação:  $ui = \frac{e_i^2}{SQE/n}$  e teste de Durbin-Watson para a presença de autocorrelação dos resíduos por meio da equação:  $DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - (\varepsilon_{t-1}))^2}{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t)^2}$ . Para os caracteres que não atenderam estes pressupostos, foi realizada a transformação dos dados por meio da transformação Box-Cox utilizando o Software estatístico Action.

Para o modelo Gompertz foi utilizada a equação  $yi = a * e^{(-e^{(b-c*xi)})}$ , e para o modelo Logístico foi utilizada a equação  $yi = \frac{a}{1+e^{(-b-c*xi)}}$ , em que  $yi$  é a  $i$ -ésima observação do caractere dependente sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $xi$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $a$  é o valor assintótico;  $b$  é o parâmetro de locação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoidal do modelo;  $c$  é o parâmetro associado ao crescimento, valor que indica o índice de maturidade ou precocidade e quanto maior for o valor de  $c$  menos tempo será necessário para a planta atingir o valor assintótico ( $a$ ).

Para o modelo de Gompertz, foram calculados o ponto de inflexão ( $\pi_i$ ) por meio de  $xi = \frac{b}{c}$  e  $yi = \frac{a}{e}$ , o ponto de aceleração máxima ( $\text{pam}$ ) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(2,6180)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-2,6180)}$ , o ponto de desaceleração máxima ( $\text{pdm}$ ) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(0,3819)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-0,3819)}$  e o ponto de desaceleração assintótica ( $\text{p1}$ ) por meio de  $xi = \left(\frac{b - \ln(0,1657)}{c}\right)$  e  $yi = a * e^{(-0,1657)}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros do modelo, e  $e$  = base do logaritmo neperiano (2,7182) (MISCHAN & PINHO, 2014). Também, para o modelo Logístico, foram calculados o ponto de inflexão ( $\pi_i$ ) por meio de  $xi = -\frac{b}{c}$  e  $yi = \frac{a}{2}$ , o ponto de aceleração máxima ( $\text{pam}$ ) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) - \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 1,3170\right)$  e  $yi = \frac{a}{4,7321}$ , o ponto de desaceleração máxima ( $\text{pdm}$ ) por meio de  $xi = \left(\frac{-b}{c}\right) + \left(\left(\frac{1}{c}\right) * 1,3170\right)$  e  $yi = \frac{a}{1,2679}$  e o ponto de

desaceleração assintótica (p1) por meio de  $x_i = \left(\frac{-b}{c}\right) + \left(\frac{1}{c}\right) * 2,2924$  e  $y_i = \frac{a}{1,1010}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros do modelo (MISCHAN & PINHO, 2014).

Posteriormente, para a comparação entre os modelos de crescimento ajustados para os caracteres avaliados, adotou-se o critério de sobreposição dos intervalos de confiança dos parâmetros estimados para cada modelo. Para isso, ajustou-se uma curva de crescimento para cada caractere obtendo-se os limites dos intervalos de confiança a 100 (1- $\alpha$ ) para os parâmetros. A comparação será feita pela verificação de coincidência ou não dos respectivos intervalos. Por exemplo, para comparar as épocas para um mesmo caractere, quando, ao menos, uma estimativa do parâmetro de um caractere para uma determinada época estiver contida no intervalo de confiança do parâmetro do mesmo caractere de outra época, as mesmas não diferem. Entretanto, se nenhuma das estimativas estiver contida no intervalo de confiança da outra, as estimativas dos parâmetros diferem entre elas. Para esta análise foi utilizado o software estatístico R (R Development Core Team, 2017).

Com o intuito de verificar a qualidade do ajuste dos modelos Gompertz e Logístico determinou-se o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) pela expressão:  $R^2 = SQR/SQT$ , em que  $SQR$  é a soma de quadrados dos resíduos e  $SQT$  é a soma de quadrado total, sendo considerado como melhor modelo aquele que forneceu o maior valor de  $R^2$ ; o critério de informação de Akaike (AIC) pela expressão:  $AIC = \ln(\sigma^2) + 2(p + 1)/n$ , em que  $\ln(\sigma^2)$  é o logaritmo da variância dos erros,  $p$  é o número de parâmetros do modelo e  $n$  é o número de observações, indicado como melhor modelo aquele que apresentou o menor valor; desvio padrão residual (DPR) calculado pela equação:  $DPR = \sqrt{QMR}$ , em que  $QMR = \frac{SQR}{n-p}$ , sendo  $SQR$  a soma de quadrado do resíduo,  $n$  é o número de observações e  $p$  é o número de parâmetros do modelo, quanto menor o valor do  $QMR$  melhor será considerado o ajuste do modelo; desvio médio absoluto (DMA) por meio da expressão:  $DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$ , em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações, quanto menor o valor melhor será o ajuste do modelo; erro percentual médio absoluto (MAPE) pela expressão:  $MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|}{n} 100$ , em que  $y_i$  é o valor observado,  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $n$  é o número de observações, sendo considerado melhor ajuste aquele modelo que obtiver o menor valor e o erro de predição médio (EPM), por

meio da equação:  $EPM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n EPI$ , em que  $EPI$  é o erro percentual para a  $i$ -ésima observação designando se a função subestimou (+) ou superestimou (-) o valor observado. Os cálculos foram realizados com o auxílio do aplicativo Microsoft Office Excel<sup>®</sup> e o software estatístico R (R Development Core Team, 2017).

## Resultados e discussão

Depois de estabelecidos os modelos de Gompertz e Logístico investigou-se a adequabilidade dos mesmos com base nos resíduos. Porém, para os caracteres MVF, MVC e MSC na época 1, e para os caracteres MVF e MSF na época 2, os dados foram transformados por meio da transformação Box-Cox para que estes pressupostos fossem atendidos.

Por meio do teste de Shapiro-Wilk, a pressuposição de normalidade residual foi atendida em ambos os modelos, para as duas épocas de semeadura, pois este teste apresentou valor-p maior que 0,05 para todos os caracteres estudados. Pelo teste de Breusch-Pagan, também com base no valor-p, pode-se inferir que as variâncias residuais foram homogêneas em todos os caracteres das duas épocas de semeadura ( $p > 0,05$ ). Por meio do teste de Durbin-Watson, considerando o nível de significância de 5%, verificou-se que os resíduos atenderam ao pressuposto de independência ( $p > 0,05$ ) para todos os caracteres nas duas épocas de semeadura (Tabela 1.2). Portanto, os modelos de Gompertz e Logístico são adequados para o ajuste dos caracteres produtivos de crotalária juncea.

Tabela 1.2 - Valor-p dos testes de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados sobre os resíduos dos modelos de Gompertz e Logístico, para os caracteres produtivos de crotalária juncea, em duas épocas de semeadura.

Caractere	Modelo	Época 1 (22/10/2014)			Época 2 (03/12/2014)		
		SW	BP	DW	SW	BP	DW
MVF	Gompertz	0,0500	0,1007	0,0576	0,0817	0,0500	0,0817
	Logístico	0,0769	0,1510	0,0542	0,0527	0,0501	0,0616
MVC	Gompertz	0,0576	0,0658	0,9793	0,2983	0,2706	0,1124
	Logístico	0,1684	0,0500	0,9463	0,0648	0,4048	0,1357
MVR	Gompertz	0,0963	0,3960	0,5389	0,0619	0,0654	0,7159



	Logístico	0,1065	0,5155	0,5005	0,1134	0,0760	0,7496
MVPA	Gompertz	0,0589	0,1651	0,7700	0,1745	0,0900	0,1345
	Logístico	0,1807	0,1393	0,5958	0,0508	0,1503	0,1236
MVT	Gompertz	0,0501	0,1088	0,8198	0,2317	0,1213	0,1969
	Logístico	0,0745	0,0966	0,6693	0,0548	0,1901	0,1879
MSF	Gompertz	0,0879	0,1738	0,3103	0,2449	0,0500	0,2583
	Logístico	0,1292	0,1726	0,2321	0,2290	0,0502	0,3173
MSC	Gompertz	0,8002	0,8067	0,9881	0,4266	0,3728	0,9039
	Logístico	0,8131	0,0500	0,9874	0,3348	0,3589	0,9124
MSR	Gompertz	0,2777	0,7099	0,1628	0,1790	0,1569	0,6076
	Logístico	0,1042	0,4578	0,5698	0,1602	0,1893	0,6385
MSPA	Gompertz	0,4391	0,2132	0,9284	0,3873	0,2884	0,8790
	Logístico	0,0694	0,5642	0,9184	0,0773	0,2421	0,8545
MST	Gompertz	0,2322	0,3253	0,7270	0,4455	0,2395	0,7089
	Logístico	0,1481	0,3070	0,9298	0,0544	0,1288	0,6085

\*MVF = massa de matéria verde de folha; MVC = massa de matéria verde de caule; MVR = massa de matéria verde de raiz; MVPA = massa de matéria verde de parte aérea e MVT = massa de matéria verde total.

Para a comparação das estimativas dos parâmetros dos modelos entre as épocas de semeadura utilizou-se o critério de sobreposição dos intervalos de confiança dos parâmetros estimados para cada modelo. Observa-se que para o modelo de Gompertz, para MVF, a estimativa do parâmetro  $a$  na época 1 foi 49,32. Essa estimativa foi maior que o LI e menor que o LS do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 2, ou seja, está dentro do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 2. A estimativa do parâmetro  $a$  na época 2 foi 49,36. Essa estimativa foi maior que o LI e menor que o LS do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 1, ou seja, está dentro do IC 95% da estimativa do parâmetro  $a$  na época 1. Portanto, as estimativas do parâmetro  $a$  das épocas não diferem a 5% de probabilidade (efeito não significativo). Porém, para os parâmetros  $b$  e  $c$  observa-se que houve diferença significativa. (Tabela 2.2).

Tabela 2.2 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalo de confiança a 95%, no ajuste dos caracteres produtivos de massa de matéria verde de crotalaria juncea em duas épocas de semeadura.

Caractere* Parâmetro	Época 1 (22/10/2014)				Época 2 (03/12/2014)			
	Estimativa	EP	LI	LS	Estimativa	EP	LI	LS

		Modelo de Gompertz							
MVF	<i>a</i> (ns)	49,32	2,5513	44,16	57,66	49,36	12,514	34,44	148,63
	<i>b</i> (*)	3,38	0,5402	2,3742	5,2469	2,18	0,3814	1,6803	3,3017
	<i>c</i> (*)	0,0712	0,0118	0,0472	0,1128	0,0371	0,0111	0,0166	0,0660
MVC	<i>a</i> (*)	128,89	11,70	110,79	162,97	201,92	190,51	190,22	231,12
	<i>b</i> (ns)	2,90	0,4042	2,2590	3,7939	2,37	0,4001	2,1213	3,8777
	<i>c</i> (*)	0,0498	0,0085	0,0351	0,0682	0,0309	0,0098	0,0270	0,0401
MVR	<i>a</i> (*)	31,11	2,8585	26,88	39,13	41,32	2,4500	36,97	47,652
	<i>b</i> (*)	3,24	0,5120	2,4246	4,3775	2,03	0,3550	1,8701	2,4532
	<i>c</i> (*)	0,0550	0,0102	0,0377	0,0768	0,0226	0,0088	0,0189	0,0304
MVPA	<i>a</i> (*)	179,18	14,000	156,06	220,70	274,09	18,700	245,67	296,12
	<i>b</i> (*)	2,86	0,3942	2,2119	3,7776	2,21	0,3221	1,9804	2,4301
	<i>c</i> (*)	0,0521	0,0085	0,0367	0,0718	0,0292	0,0093	0,0268	0,0312
MVT	<i>a</i> (*)	211,43	16,820	184,13	260,36	315,41	21,901	298,76	330,32
	<i>b</i> (*)	2,88	0,3940	2,2348	3,7760	2,18	0,3150	1,9700	2,2908
	<i>c</i> (*)	0,0517	0,0084	0,0367	0,0708	0,0283	0,0096	0,0275	0,0309
		Modelo Logístico							
MVF	<i>a</i> (*)	46,56	1,7895	42,227	52,352	39,16	5,2881	37,15	45,677
	<i>b</i> (ns)	-5,95	0,8184	-9,855	-4,412	-4,59	0,6098	-8,500	-3,512
	<i>c</i> (*)	0,1146	0,0167	0,0796	0,2009	0,0752	0,0143	0,0123	0,1091
MVC	<i>a</i> (*)	115,80	6,5474	104,19	132,86	201,92	190,49	190,00	230,10
	<i>b</i> (ns)	-5,53	0,5888	-6,777	-4,623	-5,27	0,3609	-6,600	-4,550
	<i>c</i> (ns)	0,0871	0,0109	0,0687	0,1107	0,0613	0,0108	0,0105	0,0915
MVR	<i>a</i> (*)	28,05	1,5719	25,38	31,88	39,22	2,4428	36,90	47,81
	<i>b</i> (*)	-6,22	0,7633	-7,887	-5,025	-4,87	0,2890	-5,3501	-3,780
	<i>c</i> (*)	0,0976	0,0136	0,0753	0,1269	0,0505	0,0100	0,0350	0,0701
MVPA	<i>a</i> (*)	164,35	8,4972	148,42	187,33	238,68	19,914	210,12	270,31
	<i>b</i> (ns)	-5,28	0,5650	-6,521	-4,390	-4,87	0,2476	-5,3200	-3,550
	<i>c</i> (ns)	0,0871	0,0108	0,0683	0,1122	0,0599	0,0095	0,0101	0,0910
MVT	<i>a</i> (*)	193,13	10,016	174,71	219,52	281,63	125,87	260,12	300,01
	<i>b</i> (ns)	-5,36	0,5679	-6,582	-4,466	-4,85	0,3149	-6,400	-4,531
	<i>c</i> (*)	0,0875	0,0108	0,0692	0,1112	0,0582	0,0112	0,0368	0,0710

<sup>†</sup>MVF = massa de matéria verde de folha; MVC = massa de matéria verde de caule; MVR = massa de matéria verde de raiz; MVPA = massa de matéria verde de parte aérea e MVT = massa de matéria verde total. (\*) significativo e (ns) não significativo.

Para a estimativa do parâmetro *a* houve efeito significativo para os caracteres MVC, MVR, MVPA e MVT; para o parâmetro *b* houve efeito significativo para os caracteres MVR, MVPA e MVT; e para o parâmetro *c* houve efeito significativo para os caracteres MVF, MVC, MVR, MVPA e MVT (Tabela 2.2). Portanto, para o modelo de

Gompertz, as estimativas dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  diferem a 5% de probabilidade entre as épocas de semeadura.

Com relação ao modelo Logístico, observa-se que para o parâmetro  $a$ , houve efeito significativo para os caracteres MVF, MVC, MVR, MVPA e MVT; para o parâmetro  $b$ , houve efeito significativo somente para o caractere MVR; e para o parâmetro  $c$  houve efeito significativo para os caracteres MVF, MVR e MVT. Portanto, para o modelo Logístico, as estimativas dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  diferem a 5% de probabilidade entre as épocas de semeadura (Tabela 2.2). Esses resultados são importantes, pois se observa que as épocas de semeadura têm influência sobre a produção de massa de matéria verde na cultura de crotalária juncea, e para fins produtivos a época 2 proporcionou maiores valores de massa de matéria verde.

Em relação às massas de matéria seca, observa-se que para o modelo de Gompertz para MSF, MSC, MSPA e MST, houve efeito significativo para o parâmetro  $a$ , para o parâmetro  $b$ , houve efeito significativo somente para o caractere MSF, e para o parâmetro  $c$ , houve efeito significativo para os caracteres MSF e MSPA (Tabela 3.2).

Tabela 3.2 – Estimativas dos parâmetros, e respectivos erros padrão (EP) e limites inferior (LI) e superior (LS) aproximados de intervalo de confiança a 95%, no ajuste dos caracteres produtivos de massa de matéria seca de crotalária juncea em duas épocas de semeadura.

Caractere*	Parâmetro	Época 1 (22/10/2014)				Época 2 (03/12/2014)			
		Estimativa	EP	LI	LS	Estimativa	EP	LI	LS
Modelo de Gompertz									
MSF	$a$ (*)	11,56	0,9300	10,09	14,24	26,74	1,6300	23,15	31,00
	$b$ (*)	2,89	0,4400	2,1809	3,8914	2,09	0,6640	1,9402	2,4304
	$c$ (*)	0,0536	0,0094	0,0371	0,0748	0,0238	0,0110	0,0101	0,0302
MSC	$a$ (*)	33,19	3,4212	28,28	42,96	95,64	7,8100	90,05	100,30
	$b$ (ns)	3,51	0,5236	2,6575	4,7132	3,58	0,5500	2,7501	4,8004
	$c$ (ns)	0,0542	0,0097	0,0375	0,0754	0,0415	0,0088	0,0355	0,0690
MSR	$a$ (ns)	9,76	1,1280	8,24	13,09	12,99	0,7445	10,40	17,03
	$b$ (ns)	3,67	0,6672	2,1115	5,2218	2,28	0,6680	2,1680	5,2311
	$c$ (*)	0,0575	0,0123	0,0369	0,0841	0,0252	0,0011	0,0192	0,0303
MSPA	$a$ (*)	46,17	4,7840	39,33	59,63	115,30	9,7093	110,00	125,90
	$b$ (ns)	3,11	0,4415	2,4055	4,0816	3,03	0,4402	2,4321	4,1012
	$c$ (ns)	0,0497	0,0087	0,0347	0,0680	0,0354	0,0900	0,0270	0,0412
MST	$a$ (*)	56,07	5,7535	47,88	72,09	127,11	10,050	112,12	134,06
	$b$ (ns)	3,18	0,4557	2,4570	4,1894	2,98	0,4776	2,5031	4,2345
	$c$ (*)	0,0507	0,0089	0,0348	0,0693	0,0342	0,0909	0,0268	0,0421

		Modelo Logístico							
MSF	<i>a</i> (*)	10,66	0,5727	9,65	12,12	26,74	1,6213	23,12	30,14
	<i>b</i> (ns)	-5,34	0,6306	-6,690	-4,351	-5,13	0,6210	-6,300	-4,300
	<i>c</i> (ns)	0,0895	0,0123	0,0691	0,1163	0,0536	0,0120	0,0750	0,1100
MSC	<i>a</i> (*)	28,86	1,6542	26,07	32,96	95,64	7,8120	90,12	100,79
	<i>b</i> (ns)	-7,00	0,7893	-8,789	-5,731	-8,74	0,0905	-9,001	-7,600
	<i>c</i> (ns)	0,1021	0,0131	0,0800	0,1314	0,0966	0,0113	0,0800	0,1210
MSR	<i>a</i> (*)	8,64	0,5682	7,74	10,01	12,99	0,7444	10,23	16,00
	<i>b</i> (*)	-7,26	1,0076	-9,515	-5,675	-5,68	0,6300	-6,3800	-4,200
	<i>c</i> (*)	0,1066	0,0166	0,0798	0,1428	0,0589	0,0810	0,0510	0,0700
MSPA	<i>a</i> (*)	40,15	2,3365	36,36	45,85	115,28	9,7090	100,01	123,00
	<i>b</i> (ns)	-6,23	0,6683	-7,671	-5,165	-7,29	0,7788	-8,600	-5,500
	<i>c</i> (ns)	0,0932	0,0117	0,0737	0,1179	0,0801	0,0105	0,0721	0,0914
MST	<i>a</i> (*)	48,84	2,8107	44,19	55,60	127,11	10,000	110,31	134,15
	<i>b</i> (ns)	-6,38	0,6899	-7,868	-5,280	-7,39	0,7798	-8,5001	-5,9552
	<i>c</i> (ns)	0,0951	0,0119	0,0752	0,1203	0,0813	0,0102	0,0720	0,0920

\*MSF = massa de matéria verde de folha; MSC = massa de matéria verde de caule; MSR = massa de matéria verde de raiz; MSPA = massa de matéria verde de parte aérea e MST = massa de matéria verde total. (\*) significativo e (ns) não significativo.

Portanto, conclui-se que as estimativas dos parâmetros *a* e *b* das épocas diferem a 5% de probabilidade. Para o modelo Logístico, observa-se que para o parâmetro *a*, houve efeito significativo para todos os caracteres produtivos, para o parâmetro *b* e *c*, houve efeito significativo para o caractere MSR (Tabela 3.2). Portanto, conclui-se que para o modelo Logístico, as estimativas dos parâmetros *a*, *b* e *c* das épocas diferem a 5% de probabilidade. Assim, como para os caracteres de massa de matéria verde, também, conclui-se que as épocas de semeadura têm influência sobre a produção de massa de matéria seca.

Os critérios de qualidade de ajuste dos modelos de Gompertz e Logístico são de suma importância para comparar qual foi o melhor modelo. Observa-se, que para os caracteres de MVF, MVC, MVR, MVPA e MVT para a época 1, os valores para os critérios  $R^2$ , AIC, DPR, DMA e MAPE, foram semelhantes para ambos os modelos, indicando que, de modo geral, houve bom ajuste dos modelos. Para o critério de avaliação EPM, os valores diferiram entre os modelos ajustados e entre as épocas de semeadura tanto para massa de matéria verde quanto para massa de matéria seca dos caracteres (Tabela 4.2).

Tabela 4.2 – Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC), desvio padrão residual (DPR), desvio

médio absoluto (DMA), erro percentual médio (MAPE) e erro de predição médio (EPM) para os modelos Gompertz e Logístico, para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de crotalária juncea, em função dos dias após a semeadura (DAS) em duas épocas de semeadura.

Caractere	Época 1 (22/10/2014)						Época 2 (03/12/2014)					
	R <sup>2</sup>	AIC	DPR	DMA	MAPE	EPM	R <sup>2</sup>	AIC	DPR	DMA	MAPE	EPM
Modelo de Gompertz												
MVF	0,61	5,48	29,31	-0,0006	-0,0024	-0,2354	0,49	4,98	20,92	-0,0008	-0,0057	-0,5038
MVC	0,67	6,77	55,74	-0,0034	-0,0075	-0,7465	0,59	6,57	48,12	0,0005	0,0016	0,1403
MVR	0,63	4,17	15,16	0,0000	0,0004	0,0358	0,41	3,36	9,70	0,0000	-0,0052	-0,4552
MVPA	0,67	7,54	81,78	-0,0047	-0,0069	-0,6901	0,57	7,28	68,78	-0,0019	-0,0041	-0,3645
MVT	0,69	7,83	95,59	-0,0049	-0,0062	-0,6226	0,56	7,51	77,25	-0,0016	-0,0031	-0,2704
MSF	0,62	2,28	5,92	-0,0001	-0,0018	-0,1792	0,45	2,42	6,06	0,0000	0,0011	0,0925
MSC	0,69	3,91	13,37	0,0002	0,0000	0,2025	0,54	4,58	17,88	0,0087	0,1030	9,0606
MSR	0,60	1,93	4,95	0,0002	0,0065	0,6539	0,42	0,98	2,95	0,0001	0,0042	0,3674
MSPA	0,69	4,57	18,54	0,0001	0,0005	0,0504	0,53	5,13	23,46	0,0082	0,0696	6,1264
MST	0,64	4,96	22,56	0,0003	0,0015	0,1468	0,53	5,32	25,88	0,0082	0,0628	5,5258
Modelo Logístico												
MVF	0,60	5,50	29,61	-0,0041	-0,0174	-1,7385	0,49	4,99	21,86	-0,0029	-0,0198	-1,7393
MVC	0,67	6,78	56,20	-0,0102	-0,0228	-2,2753	0,60	6,56	48,10	-0,0083	-0,0256	-2,2600
MVR	0,63	4,17	15,18	0,0014	-0,0128	-1,2782	0,41	3,36	9,69	-0,0008	-0,0153	-1,3448
MVPA	0,66	7,56	82,64	-0,0158	-0,0230	-2,3043	0,57	7,28	69,00	-0,0122	-0,0260	-2,2898
MVT	0,67	7,84	95,50	-0,0175	-0,0220	-2,2002	0,56	7,52	77,46	-0,0122	-0,0236	-2,0738
MSF	0,62	2,29	5,95	0,0009	-0,0169	-1,6904	0,46	2,42	6,04	-0,0004	-0,0131	-0,0131
MSC	0,69	3,91	13,37	0,0011	-0,0114	-1,1383	0,57	4,52	17,32	0,0075	0,0884	7,7768
MSR	0,61	1,92	4,94	0,0002	-0,0051	-0,5108	0,42	0,98	2,94	-0,0001	-0,0079	-0,6915
MSPA	0,69	4,57	18,56	-0,0018	-0,0127	-1,2680	0,55	5,08	22,87	0,0054	0,0459	4,0380
MST	0,68	4,96	22,57	-0,0020	-0,0115	-1,1456	0,55	5,28	25,29	0,0092	0,0698	6,1386

\*MVF = massa verde de folha; MVC = massa verde de caule; MVR = massa verde de raiz; MVPA = massa verde parte aérea e MVT = massa verde total, MSF = massa seca de folha; MSC = massa seca de caule; MSR = massa seca de raiz; MSPA = massa seca parte aérea e MST = massa seca total.

Porém, para a época 2, a qualidade de ajuste dos modelos foi inferior em relação aos caracteres da época 1. Pode-se inferir que na época 2, em que a semeadura da crotalária juncea foi mais tardia, o florescimento ocorreu aos 88 DAS, ou seja, teve menor ciclo quando comparado com a época 1, em que o florescimento ocorreu aos 100

DAS, e isto pode ter contribuído na qualidade de ajuste dos modelos. Resultados semelhantes foram observados em relação aos caracteres MSF, MSC, MSR, MSPA e MST (Tabela 4.2).

Segundo Moura et al. (2011), em estudo sobre os modelos de crescimento Expolinear, Logístico e de Gompertz quanto ao acúmulo de fitomassa seca das culturas de feijão-caupi e milho, encontraram valores do coeficiente de determinação superiores a 0,97 para todos os modelos utilizando como variável independente DAS; Prado, Savian & Muniz (2013), ao estudarem o crescimento de frutos de coqueiro anão, compararam o modelo Logístico e Gompertz, de acordo com os seguintes critérios de ajuste: o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2aj$ ), o desvio padrão residual (DPR) e o critério de informação de Akaike (AIC) e Reis et al. (2014), comparando cinco modelos de regressão não linear para descrever o acúmulo de massa seca diferentes partes de alho ao longo do tempo. Dessa forma, estes trabalhos vem de encontro com o objetivo da pesquisa, ajustando os modelos de Gompertz e Logístico para os caracteres produtivos de crotalária juncea.

Observa-se nas Tabelas 5.2, 6.2, 7.2 e 8.2 os pontos influentes dos modelos para os caracteres para as duas épocas de semeadura.

Tabela 5.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria verde, na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.

		pam**	pi**	pdm**	p1**
Modelo de Gompertz					
Caractere*					
MVF	xi	34,04	47,56	61,08	72,81
	yi	3,59	18,14	33,66	41,79
MVC	xi	38,96	58,28	77,60	94,35
	yi	9,40	47,42	87,97	109,20
MVR	xi	43,99	58,90	76,41	91,59
	yi	2,27	11,44	21,23	26,36
MVPA	xi	36,47	54,95	73,43	89,46
	yi	13,07	65,92	122,30	151,81
MVT	xi	37,05	55,65	74,25	90,40
	yi	15,42	77,78	144,30	179,33
Modelo Logístico					
MVF	xi	40,44	51,94	63,44	71,95
	yi	9,84	23,28	36,72	42,29

MVC	xi	48,45	63,57	78,69	89,89
	yi	24,47	57,90	91,33	105,16
MVR	xi	50,28	63,78	77,27	87,27
	yi	5,93	14,02	22,12	25,48
MVPA	xi	45,51	60,63	75,75	86,94
	yi	34,73	82,17	129,63	149,28
MVT	xi	46,19	61,24	76,29	87,43
	yi	40,81	96,56	152,32	175,41

\*MVF = massa de matéria verde de folha; MVC = massa de matéria verde de caule; MVR = massa de matéria verde de raiz; MVPA = massa de matéria verde de parte aérea e MVT = massa de matéria verde total. \*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.

Tabela 6.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria seca, na primeira época de semeadura (22/10/2014), para a cultura de crotalária juncea.

		pam**	pi**	pdm**	p1**
Modelo de Gompertz					
Caractere*					
MSF	xi	35,98	53,93	71,88	87,46
	yi	0,84	4,25	7,88	9,79
MSC	xi	48,45	64,77	82,53	97,94
	yi	2,42	12,21	22,65	28,12
MSR	xi	47,16	63,91	80,66	95,19
	yi	0,71	3,60	6,66	8,27
MSPA	xi	38,17	62,61	81,98	98,78
	yi	3,67	16,98	31,51	39,12
MST	xi	43,90	62,89	81,89	98,37
	yi	4,09	20,62	38,27	47,50
Modelo Logístico					
MSF	xi	44,94	59,65	74,36	85,26
	yi	2,25	5,33	4,70	9,68
MSC	xi	55,73	68,63	81,52	91,07
	yi	6,09	14,43	22,76	26,21
MSR	xi	55,74	68,09	80,44	89,59
	yi	1,82	4,32	6,81	7,84
MSPA	xi	52,74	66,87	81,00	91,47

	yi	8,48	20,07	31,67	36,47
MST	xi	53,27	67,13	80,98	91,24
	yi	10,32	24,42	38,52	44,36

\*MSF = massa de matéria seca de folha; MSC = massa de matéria seca de caule; MSR = massa de matéria seca de raiz; MSPA = massa de matéria seca de parte aérea e MST = massa de matéria seca total. \*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.

Tabela 7.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustado para os caracteres produtivos de massa de matéria verde, na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.

		pam**	pi**	pdm**	p1**
Modelo de Gompertz					
Caractere*					
MVF	xi	32,79	58,58	84,37	106,75
	yi	3,60	18,16	33,68	41,82
MVC	xi	45,72	76,84	107,96	134,96
	yi	14,73	74,28	137,81	171,07
MVR	xi	47,09	89,73	132,37	169,36
	yi	3,01	15,20	28,20	35,01
MVPA	xi	42,78	75,79	108,81	137,44
	yi	20,00	100,83	187,07	232,22
MVT	xi	43,24	77,24	111,23	140,72
	yi	23,01	116,03	215,27	267,23
Modelo Logístico					
MVF	xi	43,47	61,00	78,48	91,45
	yi	8,27	19,58	30,88	35,56
MVC	xi	64,56	86,03	107,75	123,40
	yi	42,67	100,96	159,25	183,40
MVR	xi	70,45	96,54	122,61	141,93
	yi	8,29	19,61	30,93	35,62
MVPA	xi	59,34	81,33	103,32	119,60
	yi	50,44	119,34	188,25	216,79
MVT	xi	60,91	83,53	106,14	122,88
	yi	59,51	140,81	222,12	255,80

\*MVF = massa de matéria verde de folha; MVC = massa de matéria verde de caule; MVR = massa de matéria verde de raiz; MVPA = massa de matéria verde de parte aérea e MVT = massa de matéria verde total. \*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.



Tabela 8.2 – Pontos influentes dos modelos de Gompertz e Logístico ajustados para os caracteres produtivos de massa de matéria seca, na segunda época de semeadura (03/12/2014), para a cultura de crotalária juncea.

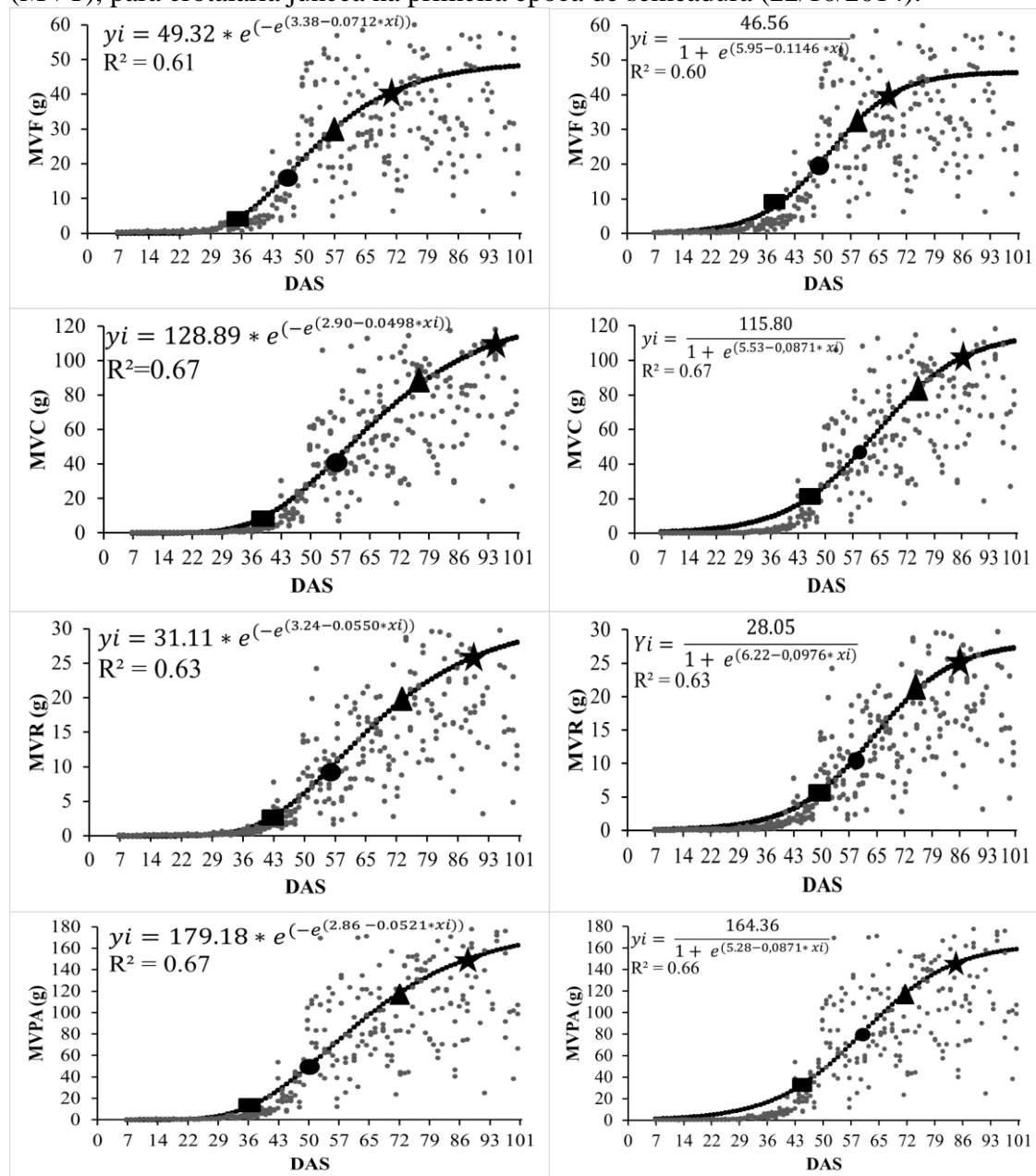
		pam <sup>**</sup>	pi <sup>**</sup>	pdm <sup>**</sup>	p1 <sup>**</sup>
Modelo de Gompertz					
Caractere*					
MSF	xi	47,64	88,03	128,42	163,43
	yi	1,95	9,84	18,25	22,65
MSC	xi	63,17	86,36	109,56	129,68
	yi	6,97	35,18	65,27	81,03
MSR	xi	52,13	90,31	128,48	161,60
	yi	0,95	4,78	8,86	11,00
MSPA	xi	58,53	85,73	112,92	136,51
	yi	8,41	42,41	78,68	97,67
MST	xi	57,75	85,88	114,01	138,41
	yi	9,27	46,76	86,75	107,69
Modelo Logístico					
MSF	xi	71,08	95,65	120,22	138,42
	yi	5,65	13,37	21,09	24,28
MSC	xi	76,92	90,56	104,19	114,29
	yi	20,22	47,82	75,43	86,86
MSR	xi	74,09	96,46	118,83	135,40
	yi	2,74	6,50	10,24	11,79
MSPA	xi	74,07	91,00	107,44	119,61
	yi	24,36	57,64	90,92	104,70
MST	xi	74,68	90,88	107,08	115,45
	yi	26,86	63,55	100,25	115,45

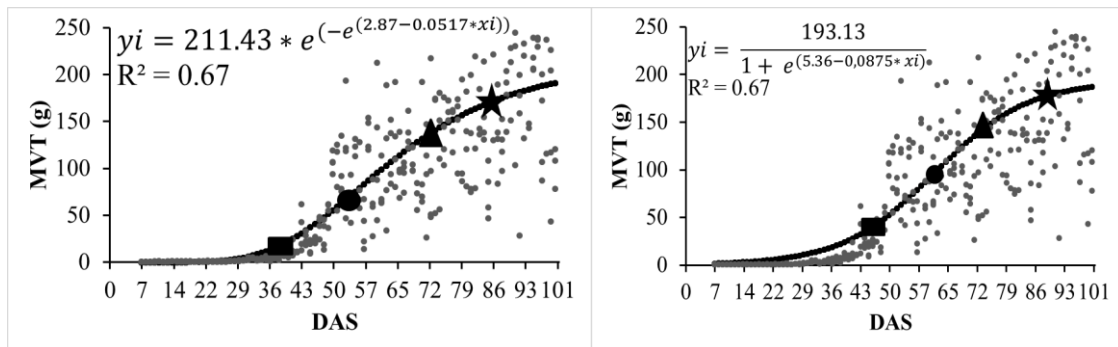
\*MSF = massa de matéria seca de folha; MSC = massa de matéria seca de caule; MSR = massa de matéria seca de raiz; MSPA = massa de matéria seca de parte aérea e MST = massa de matéria seca total. \*\*pam: ponto de aceleração máxima; pi: ponto de inflexão; pdm: ponto de desaceleração máxima e p1: ponto de desaceleração assintótica.

Nas Figuras 1.2, 2.2, 3.2 e 4.2, são apresentadas as curvas de crescimento, as respectivas equações, o ponto de inflexão (pi), ponto de aceleração máxima (pam), ponto de desaceleração máxima (pdm) e ponto de desaceleração assintótica (p1), dos modelos de Gompertz e Logístico para as duas épocas de semeadura. Observa-se que o ponto de aceleração máxima (pam) ocorre no início da curva e termina quando a cultura atinge o pi, neste momento pode-se inferir sobre os manejos a serem realizados na

crotalária junceacomoadubação, controle de pragas e doenças, aplicação de herbicidas, pois a planta responderá a estes manejos de maneira eficiente. Após, o pi a curva começa a estabilizar o crescimento, momento em que ocorre o ponto de desaceleração máxima (pdm) estabilizando o crescimento até atingir o ponto de desaceleração assintótica (p1), nesta fase a cultura atinge o florescimento. Portanto, todos estes pontos são importantes para futuras projeções e para o planejamento das atividades com a cultura.

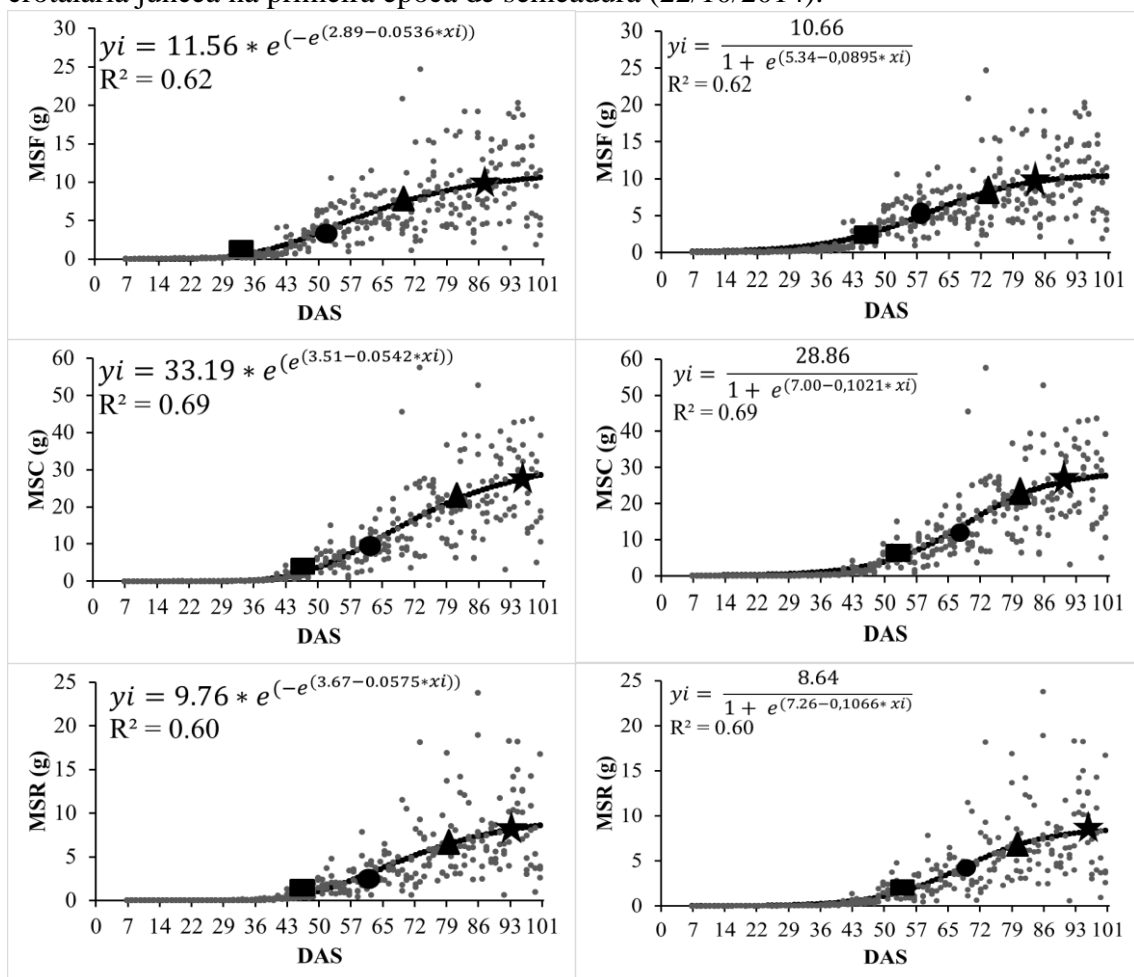
Figura 1.2 Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de folha (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA) e massa de matéria verde total (MVT), para crotalária juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).

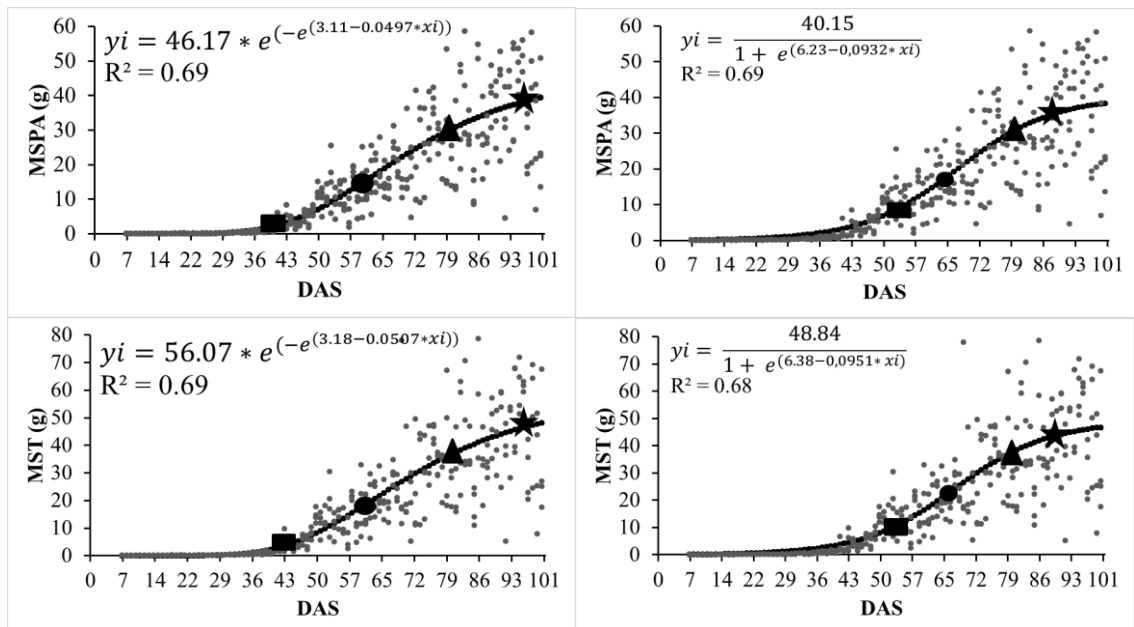




\*■ ponto de aceleração máxima; ● ponto de inflexão; ▲ ponto de desaceleração máxima; ★ ponto de desaceleração assintótica.

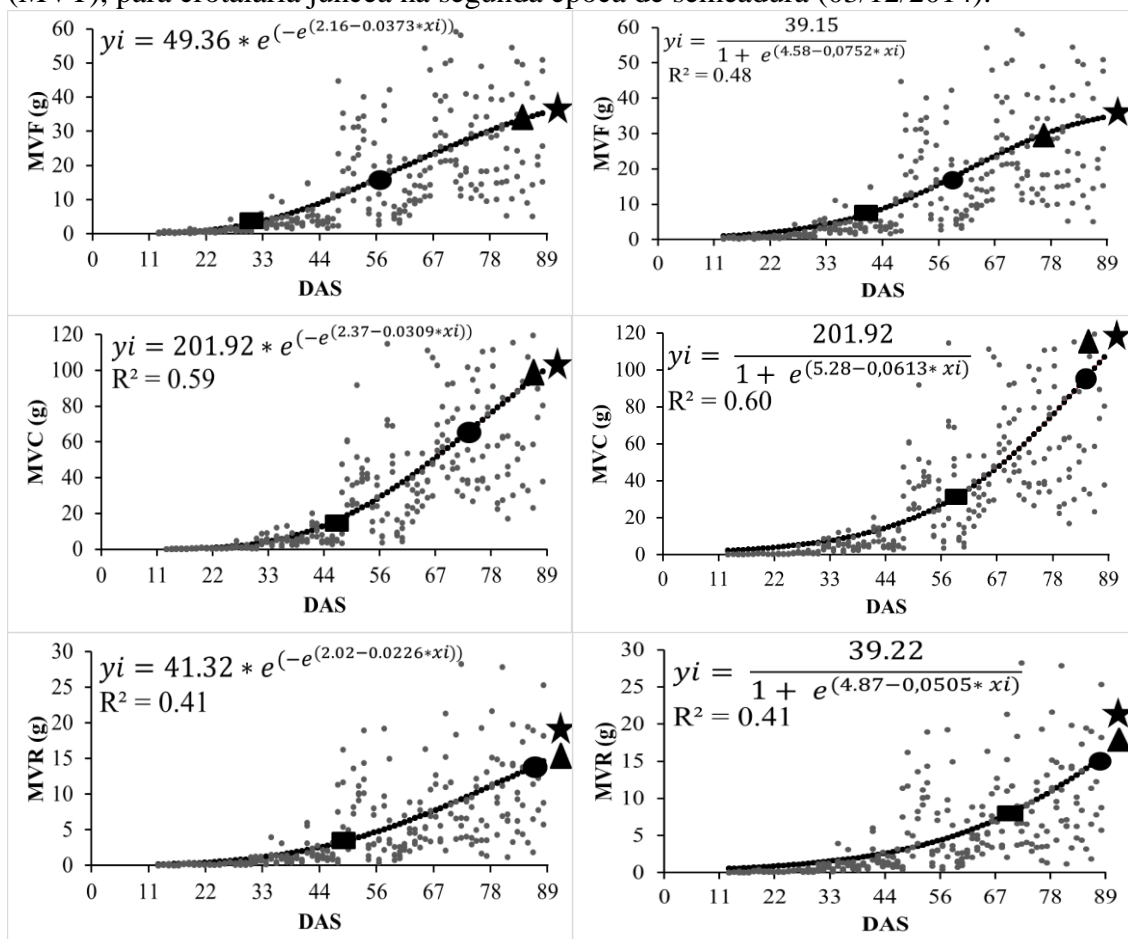
Figura 2.2 Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos massa de matéria seca de folha (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA) e massa de matéria seca total (MST), para crotalaria juncea na primeira época de semeadura (22/10/2014).

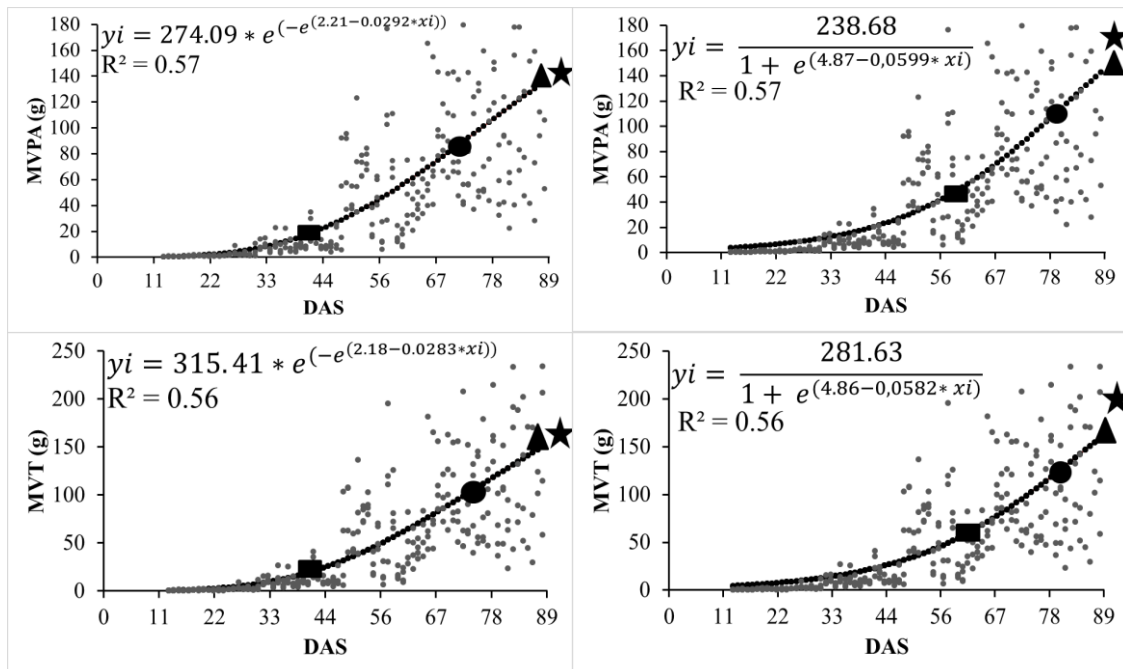




\*■ ponto de aceleração máxima; ● ponto de inflexão; ▲ ponto de desaceleração máxima; ★ ponto de desaceleração assintótica.

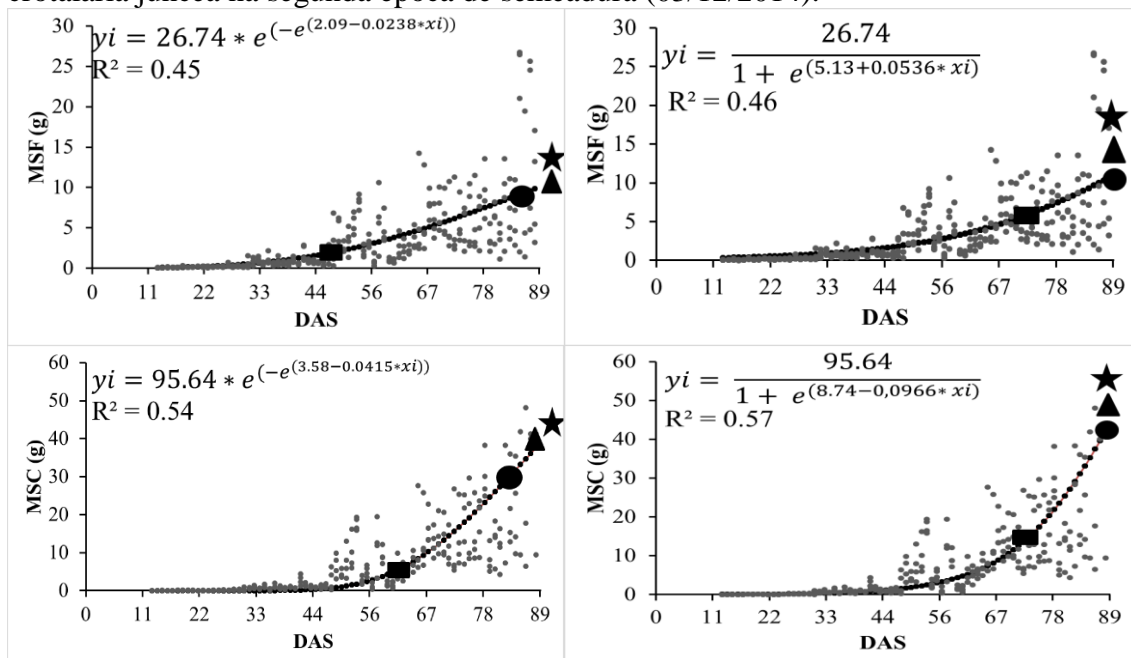
Figura 3.2. Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria verde de folha (MVF), massa de matéria verde de caule (MVC), massa de matéria verde de raiz (MVR), massa de matéria verde de parte aérea (MVPA) e massa de matéria verde total (MVT), para crotalaria juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).

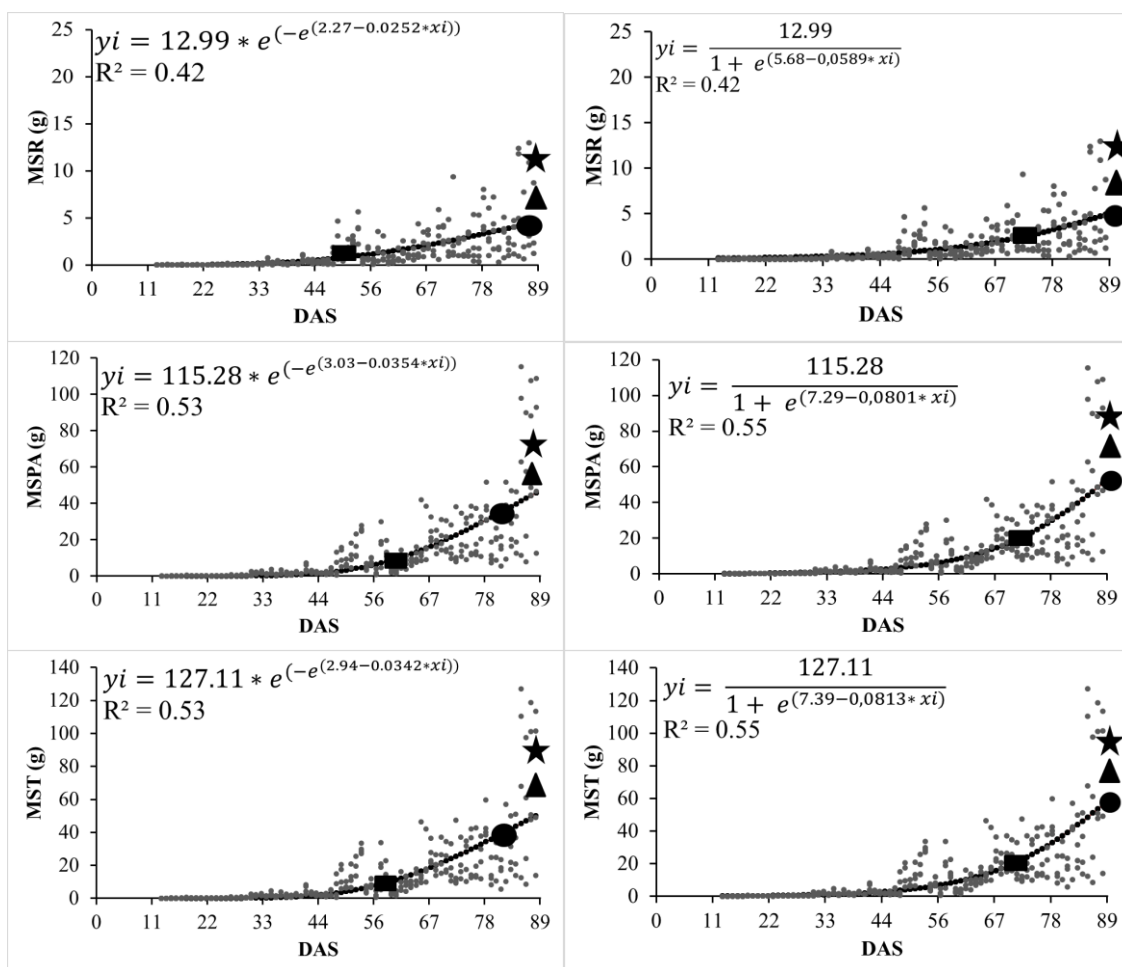




\* ■ ponto de aceleração máxima; ● ponto de inflexão; ▲ ponto de desaceleração máxima; ★ ponto de desaceleração assintótica.

Figura 4.2. Pontos influentes do modelo Gompertz (coluna da esquerda) e Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos massa de matéria seca de folha (MSF), massa de matéria seca de caule (MSC), massa de matéria seca de raiz (MSR), massa de matéria seca de parte aérea (MSPA) e massa de matéria seca total (MST), para crotalaria juncea na segunda época de semeadura (03/12/2014).





\*■ ponto de aceleração máxima; ponto de inflexão; ponto de desaceleração máxima; ponto de desaceleração assintótica.

## Conclusões

Os modelos de Gompertz e Logístico quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres de massas de matéria verde e seca de folha, caule, raiz, parte aérea e total, diferem.

Os modelos Gompertz e Logístico, ajustados aos dados de massas de matéria verde e seca apresentaram boa qualidade de ajuste.

## Referências Bibliográficas

DIONELLO, R.G. et al. Secagem de fatias de abacaxi in natura e pré-desidratadas por imersão-impregnação: cinética e avaliação de modelos. *Ciência e Tecnologias de Alimentos*, Campinas, v.29, n.1, p.232-240, 2009.

FAYAD, J.A. et al. Crescimento e produção do tomateiro cultivado sob condições de campo e de ambiente protegido. *Horticultura Brasileira*, Brasília, v.19, n.3, p.232-237, 2001.

FERNANDES, T.J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição de curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. *Coffee Science*, Lavras, v.9, n.2, p.207-215, 2014.

GOMES, A.C. dos S. et al. Modelo para estimativa da produtividade para a cultura da soja. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.44, n.1, p.43-49, 2014.

LYRA, G.B. et al. Resistência difusiva de superfície e estimativa de evapotranspiração para alface (*Lactuca sativa* L.) cultivada em sistema hidropônico sob condições de casa-de-vegetação. *Engenharia Agrícola*, Jaboticabal, v.23, n.2, p.201-210, 2003.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.39, n.5, p.1380-1386, 2009.

MANGUEIRA, R.A.F. et al. O modelo Logístico considerando diferentes distribuições para os erros aplicado a dados de altura de milho. *Revista Brasileira de Biometria*, Lavras, v.34, n.2, p.317-333, 2016.

MISCHAN, M.M.; PINHO, S.Z. Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento. 1.ed – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

MOURA, M.S.B. et al. Modelos de crescimento para o feijão-caupi e o milho, sob sistemas de plantios exclusivo e consorciado, no Semiárido brasileiro. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v.16, n.3, p.275-284, 2011.

MUNIZ, J.A.; NASCIMENTO, M.S.; FERNANDES, T.J. Nonlinear models for description of cacao fruit growth with assumption violations. *Revista Caatinga*, v.30, n.1, p.250-257, 2017.

PRADO, T.K.L.; SAVIAN, T.V.; MUNIZ, J.A. Ajuste dos modelos Gompertz e logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.43, n.5, p.803-809, 2013.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2017.

REIS, R.M. et al. Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acessos de alho. *Horticultura Brasileira*, v.32, n.2, p.178-183, 2014.

SOUSA, G.M.M de. *Adubação orgânica e densidade de plantas em crotalaria juncea antecedendo o arroz*. Mossoró, 2011. 48p. Dissertação (Mestrado em Ciência do Solo). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2011.

STRECK, N. et al. Modelagem da emissão de folhas em arroz. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.43, n.5, p.559-567, 2008.

TERRA, M.F.; MUNIZ, J.A.; SAVIAN, T.V. Ajuste dos modelos logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos de tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). *Magistra*, Cruz das Almas, v.22, n.1, p.1-7, 2010.

TIMOSSI, P.C. et al. Produção de sementes de *Crotalaria juncea* em diferentes épocas de semeadura no Sudeste Goiano. *Global Science and Technology*, Rio Verde, v.7, n.3, p.58-66, 2014.

WHEELER, M.W.; PARK, R.M.; BAILER, A.J. Comparing median lethal concentration values using confidence interval overlap or ratio tests. *Environmental Toxicology and Chemistry*, v.25, n.5, p.1441-1444, 2006.



WUTKE, E.B.; CALEGARI, A.; WILDNER, L. do P. Espécies de adubos verdes e plantas de cobertura e recomendações para seu uso. In: LIMA FILHO, O.F. de; AMBROSANO, E.J.; ROSSI, F.; CARLOS, J.A.D. (Ed.). Adubação verde e plantas de cobertura no Brasil: fundamentos e prática. Brasília: Embrapa, 2014. v.1, p.59-168.

## CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo nos mostra que os modelos de crescimento de Gompertz e Logístico são adequados para ajustar os caracteres morfológicos e produtivos da crotalária juncea. Por meio desta pesquisa, observou-se o comportamento da cultura na Região Central do Rio Grande do sul em duas épocas de semeadura, visto que nenhum trabalho com a cultura foi realizado nesta região. Na primeira época de semeadura (22/10/2014), obtiveram-se plantas mais baixas e com menor comprimento de raiz, porém com maior número de folhas e diâmetro de caule, e estes resultados podem ter interferido em uma menor produtividade, considerando o valor de massa verde total. Plantas com este tipo de comportamento são ideais para a produção de sementes, pois a colheita é facilitada, uma vez que para a crotalária juncea não foi encontrada na literatura pesquisada equipamentos que auxiliem na colheita. Contudo, na segunda época de semeadura (03/12/2014), observou-se comportamento inverso quando comparado com a primeira época de semeadura. As plantas de crotalária juncea apresentaram maior altura e comprimento de raiz, porém menor número de folhas e diâmetro de caule e conseqüentemente apresentaram maior produtividade (massa verde total), tornando sua utilização como adubo verde vantajosa.

De uma maneira geral, a cultura da crotalária juncea apresentou comportamento distinto entre as épocas de semeadura, considerando que estes resultados podem servir de referência para futuras pesquisas, visto que esta cultura está tornando-se promissora na região devido a suas características.

Também, deve-se ressaltar a importância dos modelos de crescimento Gompertz e Logístico no presente estudo, pois por meio destes modelos pode-se conhecer o comportamento da cultura em duas épocas de semeadura, assim, facilitando futuramente nos tratos culturais ao longo de seu desenvolvimento. Contudo, o modelo que apresentou melhores resultados foi o modelo de Gompertz.

Portanto, deve-se ressaltar que o modelo de Gompertz quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres altura de planta, número de folhas e comprimento de raiz, diferem. Porém, para o diâmetro de caule não houve diferença entre as épocas.

O modelo Logístico quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres altura de planta, número de folhas, diâmetro de caule e comprimento de raiz, diferem.

O modelo de Gompertz quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres massa de matéria verde e seca de folha, caule, raiz, parte aérea e total, diferem.

O modelo Logístico quando comparado entre as épocas de semeadura por meio dos intervalos de confiança dos parâmetros, para os caracteres massa de matéria verde e seca de folha, caule, raiz, parte aérea e total, diferem.

Contudo, futuras pesquisas com a crotalária juncea devem ser realizadas, como sugestões utilizar outros modelos de crescimento; semear em mais épocas para que a pesquisa possa contemplar diferentes condições climáticas, como também, semear em locais distintos e utilizar outras cultivares de crotalária. Portanto, estudar o crescimento da crotalária juncea é importante, visto que as pesquisas com esta cultura são escassas e o conhecimento do comportamento irá expandir o cultivo em outras regiões.

## REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H.A. New look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transaction on automatic control*, Minato-Ku, Tokyo, Japan, v.19, n.6, p.716-723, 1974.
- ALVAREZ, I.A.; CASTRO, P. R. de C. Crescimento da parte aérea de cana crua e queimada. *Scientia Agrícola*, Piracicaba, v.56, n.4, p.1069-1079, 1999.
- ALVES, R.R. et al. Desenvolvimento do maracujá doce em Viçosa, Minas Gerais. *Revista Ceres*, Viçosa, v.59, n.6, p.127-133, 2012.
- ANDRADE, C.A.B. et al. Produtividade, crescimento e partição de matéria seca em duas cultivares de feijão. *Acta Scientiarum Agronomy*, Maringá, v.31, n.4, p.683-688, 2009.
- ARALDI, R. et al. Variação do tamanho de sementes de plantas daninhas e sua influência nos padrões de emergência das plântulas. *Plantas Daninhas*, Viçosa, v.31, n.1, p.117-126, 2013.
- BARREIRO, A.P. et al. Análise de crescimento de plantas de manjeriço tratadas com reguladores vegetais. *Bragantia*, Campinas, v.65, n.4, p.563-567, 2006.
- BATES, D.M.; WATTS; D.G. Relative curvature measures of nonlinearity. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, JSTOR, p.1-25, 1980.
- BATES, D.M.; WATTS, D.G. Parameter transformations for improved approximate confidence regions in nonlinear least squares. New York: John Wiley and Sons, 1988.
- BENASSI, A.C. et al. Caracterização biométrica de frutos de coqueiro *Cocos nucifera* L. variedade Anã-Verde, em diferentes estádios de desenvolvimento. *Revista Brasileira de Fruticultura*, Jaboticabal, v.29, n.2, p.302-307, 2007.

BESLEY, D.A. et al. *Regression diagnostic – identifying influential data and sources of variation*. New York: John Wiley and Sons, 1980.

BOX, M. Bias in nonlinear estimation. *Journal of the Royal Statistic Society. Series B*, Oxford, v.32, n.2, p.171-201, 1971.

BREUSCH, T., PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. *Sociedade Econométrica*, Rio de Janeiro, v.47, p.1287-1294, 1979.

BRITO, C.C.R. et al. Modelos de crescimento resultantes da combinação e variações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey aplicados em *Leucaena leucocephala*. *Ciência Florestal*, v.17, n.2, p.175-185, 2007.

BURNHAM, K.P.; ANDERSON, D.R. Multimodel inference: understanding aic and bic in model selection. *Sociological Methods and Research*, Beverly Hills, v.33, n.2, p.261-304, 2004.

CALEGARI, A. et al. Aspectos gerais da adubação verde. In: COSTA, M.B.B.(Coord.). *Adubação verde no sul do Brasil*. Rio de Janeiro: AS-PTA, 1992. p.1-55.

CORDEIRO, G.M.; PRUDENTE, A.A.; DEMÉTRIO, C.G.B. Uma revisão dos modelos normais não-lineares. *Revista Brasileira de Biometria*, São Paulo, v.27, n.3, p.360-393, 2009.

CRAMER, J.S. (1986), *Econometric Applications of Maximum Likelihood Methods*, Cambridge University Press, Cambridge.

DEPRÁ, M.S. et al. Modelo Logístico de crescimento de cultivares crioulas de milho e de progênies de meios-irmãos maternos em função da soma térmica. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.46, n.1, p.36-43, 2016.

DINARDO-MIRANDA, L.L.; GIL, M.A. Efeito de rotação com *Crotalaria juncea* na produtividade de cana-de-açúcar tratada ou não com nematicidas no plantio. *Revista Nematologia Brasileira*, Piracicaba, v.29, n.1, p.63- 66, 2005.

DIONELLO, R.G. et al. Secagem de fatias de abacaxi in natura e pré-desidratadas por imersão-impregnação: cinética e avaliação de modelos. *Ciência e Tecnologias de Alimentos*, Campinas, v.29, n.1, p.232-240, 2009.

DOURADO, M.C. et al. Matéria seca e produção de grãos de *Crotalaria juncea* L. submetida à poda e adubação fosfatada. *Scientia Agricola*, Piracicaba, v.58, n.2, p.287-293, 2001.

DRAPER, N.R.; SMITH, H. *Applied regression analysis*. 3rd ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

DURBIN, J.; WATSON, G.S. Teste de correlação serial em Mínimos Quadrados de Regressão I. *Biometrika*, v.37, p.409-428, 1950.

FAYAD, J.A. et al. Crescimento e produção do tomateiro cultivado sob condições de campo e de ambiente protegido. *Horticultura Brasileira*, Brasília, v.19, n.3, p.232-237, 2001.

FERNANDES, T.J. *Curva de crescimento do fruto do cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares*. Lavras, 2012. 80p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Lavras, 2012.

FERNANDES, T.J. et. al. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. *Coffee Science*, Lavras, v.9, n.2, p.204-212, 2014.

FLORENTINO, H.O.; BISCARO, A.F.V.; PASSOS, J.R.S. Funções sigmoidais aplicadas na determinação da atividade metanogênica específica – AME. *Revista Brasileira de Biometria*, São Paulo, v.28, n.1, p.141-150, 2010.

FRIZZIONE, J.A. et al. Funções de produção água-cultura. Planejamento de irrigação: análise e decisão de investimento. Brasília: Embrapa, 2005. p.283-314.

GAVA, G.J.C. et al. Crescimento e acúmulo de nitrogênio em cana-de-açúcar cultivada em solo coberto com palhada. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.36, n.11, p.1347-1354, 2001.

GAZZIERO, D.L.P. Deposição de glifosato aplicado para controle de plantas daninhas em soja transgênica. *Plantas Daninhas, Viçosa*, v.24, n.1, p.173-181, 2006.

GOMES, A.C.dos S. et al. Modelo para estimativa da produtividade para a cultura da soja. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.44, n.1, p.43-49, 2014.

GOONEWARDENE, L.A.; BERG, R.T.; HARDIN, R.T. A growth study of beef cattle. *Canadian Journal of Animal Science*, Ottawa, v.61, n.4, p.1041-1048, 1981.

GONZAGA, T.W.C. et al. Crioconservação de sementes de aroeira (*Astronium murundeuva* Engl.) e baraúna (*Schinopsis brasiliensis* Engl.). *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, Campina Grande, v.5, n.2, p.145-154, 2003.

HAEFNER, J.W. *Modeling biological systems: principles and applications*. New York: Springer, 2005, 475p.

HAIR JR, J.F. et al. *Análise multivariada de dados*. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

HARTMANN, W.M. Internal draft document: nonlinear optimization in I.M.L. SAS Institute, 1994.

JENNRICH, R.I. Asymptotic properties of nonlinear least squares estimators. *Ann. Math. Stat.*, Beochwood, v.40, p.633-643, 1969.

JESUS, N.; MARTINS, A.B.G.; BARBOSA, J.C. Desenvolvimento de frutos de Longan (*Dimocarpus logan* Lour) na região de Jaboticabal, SP. *Revista Brasileira de Fruticultura*, Jaboticabal, v.30, n.1, p.159-164, 2008.

KHURI, A.I; CORONELL, J.A. *Response surface: designs and analyses*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1987.

LANGE, A.et al. Aproveitamento pelo trigo do nitrogênio residual da crotalária (*Crotalaria juncea* L.) e da uréia aplicado ao solo em cultivo precedente. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.39, n.6, p.1715-1720, 2009.

LEAL, M.A.A. et al. Desempenho de crotalária cultivada em diferentes épocas de semeadura e de corte. *Revista Ceres*, Viçosa, v.59, n.3, p.386-391, 2012.

LEMOS, L.B. et al. Características agronômicas e tecnológicas de genótipos de feijão do grupo comercial carioca. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.39, n.4, p.319-326, 2004.

LIMA, D.J. et al. Arranjo espacial, densidade e época de semeadura no acúmulo de matéria seca e nutrientes de três adubos verdes. *Pesquisa Agropecuária Tropical*, Goiânia, v.40, n.4, p.531-540, 2010.

LOAIZA-ECHEVERRI, A.M. Utilização de modelos não-lineares para descrever o crescimento do perímetro escrotal em ruminantes. *Revista Veterinária e Zootecnia*, Botucatu, v.5, n.2, p.9-23, 2011.

LÔBO, R.N.B. et al. Parâmetros genéticos de características estimadas da curva de crescimento de ovinos da raça Santa Inês. *Revista Brasileira de Zootecnia*, Viçosa, v.35, n.3, p.1012-1019, 2006.

LÚCIO, A.D. et al. Nonlinear models to describe production of fruit in *Cucurbita pepo* and *Capiscumannuum*. *Scientia Horticulturae*, v.193, p.286-293, 2015.



LÚCIO, A.D. et al. Modelos não-lineares para a estimativa da produção de tomate do tipo cereja. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.46, n.2, p.233-241, 2016.

LYRA, G.B. et al. Resistência difusiva de superfície e estimativa de evapotranspiração para alface (*Lactuca sativa* L.) cultivada em sistema hidropônico sob condições de casa-de-vegetação. *Engenharia Agrícola*, Jaboticabal, v.23, n.2, p.201-210, 2003.

LYRA, G.B. et al. Produtividade e modelos de crescimento para o mamoeiro cultivar Golden. *Revista Ciência Agrícola*, Alagoas, v.11, n.1, p.1-12, 2013.

MADALÃO, J.C. et al. Uso de leguminosas na fitorremediação de solo contaminado com sulfentrazone. *Pesquisa Agropecuária Tropical*, Goiás, v.42, n.4, p.390-396, 2012.

MAIA, E. et al. Métodos de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.39, n.5, p.1380-1386, 2009.

MANGUEIRA, R.A.F. et al. O modelo Logístico considerando diferentes distribuições para os erros aplicado a dados de altura de milho. *Revista Brasileira de Biometria*, Lavras, v.34, n.2, p.317-333, 2016.

MARTINS, L.P. et al. Desenvolvimento de fruto de cerugueleira (*Spondias purpúrea* L.). *Revista Brasileira de Fruticultura*, Jaboticabal, v.25, n.1, p.11-14, 2003.

MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.38, n.6, p.1516-1521, 2008.

MATTOS, T.do B. Modelos não lineares e suas aplicações. Juiz de Fora. 58p. Monografia. Universidade de Juiz de Fora, 2013.

MAZEROLLE, M.J. *Mouvementset reproduction des amphibiens en tourbièrespertubées*.2004. 205p. Thesis (Doctoral en Sciences Forestières) – Université Laval, Québec, 2004.

MISCHAN, M.M.; PINHO, S.Z. Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento. 1.ed – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

MOURA, M.S.B. et al. Modelos de crescimento para o feijão-caupi e o milho, sob sistemas de plantios exclusivo e consorciado, no Semiárido brasileiro. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v.16, n.3, p.275-284, 2011.

MUIANGA, C.A. et al. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. *Revista Brasileira de Fruticultura*, Jaboticabal, v.38, n.1, p.22-32, 2016.

MUNIZ, J.A.; NASCIMENTO, M.S.; FERNANDES, T.J. Non linear models for description of cacao fruit growth with assumption violations. *Revista Caatinga*, v.30, n.1, p.250-257, 2017.

OLIVEIRA, de. H.N. et al. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.35, n.9, p.1843-1851, 2000.

PEREIRA, M.C.T. et al. Crescimento e produção de primeiro ciclo da bananeira “Prata Anã” (AAB) em sete espaçamentos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.35, n.7, p.1377-1387, 2000.

PEREIRA, A.J. Produção de biomassa e de sementes de *Crotalaria juncea* L. a partir de diferentes arranjos populacionais e épocas do ano. Rio de Janeiro. 68p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2004.

PEREIRA, J.; MUNIZ, J.A.; SILVA, C.A. Non linear models to predict nitrogen mineralization in naoxisol. *Scientia Agrícola*, Santa Maria, v.62, n.4, p.395-400, 2005.

PERIN, A. et al. Produção de fitomassa, acúmulo de nutrientes e fixação biológica de nitrogênio por adubos verdes em cultivo isolado e consorciado. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.39, n.1, p.35-40, 2004.

PÔRTO, D.R.Q. et al. Acúmulo de macronutrientes pela cultivar de cebola “Superex” estabelecida por semeadura direta. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.37, n.4, p.949-955, 2007.

POVH, J.A.; ONO, E.O. Crescimento de plantas de *Salvia officinalis* sob ação de reguladores de crescimento vegetal. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.38, n.8, p.2186-2190, 2008.

PRADO, T.K.L.; SAVIAN, T.V.; MUNIZ, J.A. Ajuste dos modelos Gompertz e logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.43, n.5, p.803-809, 2013.

PRUDENTE, A.A. *Modelos não lineares de regressão: Alguns aspectos de teoria assintótica*. 2009.

PUIATTI, G.A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. *Revista Brasileira de Biometria*, São Paulo, v.31, n.3, p.337-351, 2013.

QUEIROZ, L.R. et al. Supressão de plantas daninhas e produção de milho-verde orgânico em sistema de plantio direto. *Planta Daninha*, Viçosa, v.28, n.2, p.263-270, 2010.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2017.

RALSTON, M.L., & JENRICH, R.I. DUD, a derivative free algorithm for nonlinear least squares. *Technometrics*, v.20, p.7-14, 1978.

RATKOWSKI, D.A. *Nonlinear regression modeling: a unified practical approach*. New York: M. Dekker, 1983. 153 p.

RATKOWSKY, D.A. *Handbook of nonlinear regression models*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1990.

REIS, R.M. et al. Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acessos de alho. *Horticultura Brasileira*, v.32, n.2, p.178-183, 2014.

ROSA, V.G.C. et al. Estimativa da produtividade de café com base em um modelo agrometeorológico espectral. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.45, n.12, p.1478-1488, 2010.

SEBER, G.A.F.; WILD, C.J. *Nonlinear regression*. New Jersey: J Wiley, 1989. 752p.

SEBER, G.; WILD, C. *Nonlinear Regression*. [S.l.]: Wiley, 2003. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9780471471356.

SHAPIRO, S.S.; WILK, M.B. An analysis of variance test for normality. *Biometrika*, Cambridge, v.52, n.3/4, p.591-611, 1965.

SILVA, F. et al. Influência de fatores genéticos e ambientais sobre as estimativas dos parâmetros das funções de crescimento em gado nelore. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v.25, n.5, p.1195-1205, 2001.

SILVA, F.de L. et al. Curvas de crescimento em vacas de corte de diferentes tipos biológicos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.46, n.3, p.262-271, 2011.

SILVEIRA, F.G. et al. Análise de agrupamento na seleção de modelos de regressão não-lineares para curvas de crescimento de ovinos cruzados. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.41, n.4, p.692-698, 2011.

SORATO, A.M.C.; PRADO, T.K.L.; MORAIS, A.R. Análise do crescimento vegetal por meio de modelo não linear via regressão isotônica. *Revista da Estatística*, v.3, p. 139-143, 2014.

SOUSA, G.M.M de. *Adubação orgânica e densidade de plantas em crotalária juncea antecedendo o arroz*. Mossoró, 2011. 48p. Dissertação (Mestrado em Ciência do Solo). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2011.

SOUSA, I.F. et al. Fitting nonlinear auto regressive models to describe coffee seed germination. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.44, n.11, p.2016-2021, 2014.

SPATHELF, P.; NUTTO, L. *Modelagem aplicada ao crescimento florestal*. Santa Maria: [s.n], 2000. 70 p.

STRECK, N.A. et al. Modelagem da emissão de folhas em arroz. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.43, n.5, p.559-567, 2008.

TERRA, M.F.; MUNIZ, J.A.; SAVIAN, T.V. Ajuste dos modelos logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos de tamareira-anã (*Phoenix roebelenni* O'BRIEN). *Magistra*, Cruz das Almas, v.22, n.1, p.1-7, 2010.

TIMOSSI, P.C. et al. Produção de sementes de *Crotalaria juncea* em diferentes épocas de semeadura no Sudeste Goiano. *Global Science and Technology*, Rio Verde, v.7, n.3, p.58-66, 2014.

VARGAS, B. et al. Modeling extended lactations of dairy cows. *Journal of Dairy Science*, Champaign, v.83, n.3, p.1371-1380, 2000.

VALENZUELA H & SMITH J (2002) '*Tropic sun*' sunn hemp. Hawaii: Cooperative Extension Service, College of Tropical Agriculture and Human Resources. 3p. (Sustainable Agriculture e Green Manure Crops, August 2002, SA-GM-11).

VIEIRA, S.; MISCHAN, M.M. A Logística e Gompertz: duas funções alternativas no estudo de dados de crescimento. *Ciência e Cultura*, São Paulo, v.28, n.8, p.950-952, 1976.

WINSOR, C.P. The Gompertz curve as a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Science*, Washington, v.18, p.1-17, 1932.

WUTKE, E.B. Adubação Verde, manejo da fitomassa e espécies utilizadas no Estado de São Paulo. In: WUTKE, E.B.; BULISANI, E.A.; MASCARENHAS, H.A.A. *Curso de*

*adubação verde no Instituto Agronômico*. Campinas: Instituto Agronômico, 1993. p.17-29. (Documentos, 15).

WUTKE, E.B.; CALEGARI, A.; WILDNER, L.do P. Espécies de adubos verdes e plantas de cobertura e recomendações para seu uso. In: LIMA FILHO, O.F. de; AMBROSANO, E.J.; ROSSI, F.; CARLOS, J.A.D. (Ed.). *Adubação verde e plantas de cobertura no Brasil: fundamentos e prática*. Brasília: Embrapa, 2014. v.1, p.59-168.

WHEELER, M.W.; PARK, R.M.; BAILER, A.J. Comparing median lethal concentration values using confidence interval overlap or ratio tests. *Environmental Toxicology and Chemistry*, v.25, n.5, p.1441-1444, 2006.