

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:  
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

**Sabrina Zancan**

**MÉTODO LÍQUEN: UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO  
DE ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS**

Santa Maria, RS, Brasil  
2017



**Sabrina Zancan**

**MÉTODO LÍQUEN: UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO DE  
ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Educação em Ciências**.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Andreas Sauerwein

Santa Maria, RS, Brasil  
2017

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Zancan, Sabrina

Método Líquen: Uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais / Sabrina Zancan.- 2017.

170 p.; 30 cm

Orientador: Ricardo Andreas Sauerwein

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, RS, 2017

1. Método Líquen 2. Aritmética 3. Anos Iniciais 4. Cálculo Mental I. Sauerwein, Ricardo Andreas II. Título.

---

© 2017

Todos os direitos autorais reservados a Sabrina Zancan. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

E-mail: Sabrina\_zancan@yahoo.com.br

**Sabrina Zancan**

**MÉTODO LÍQUEN: UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO DE  
ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Educação em Ciências**.

**Aprovado em 29 de setembro de 2017:**

---

**Ricardo Andreas Sauerwein, Dr. (UFSM)  
(Presidente/Orientador)**

---

**Cátia Maria Nehring, Dra. (UNIJUI)**

---

**Antônio Maurício Medeiros Alves, Dr. (UFPel)**

---

**Marta Cristina Cezar Pozzobon, Dra. (Unipampa)**

---

**Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dra. (UFSM)**

Santa Maria, RS, Brasil  
2017



*Dedico esta tese à minha amada, pequena princesa e filha, Luíza.*





## AGRADECIMENTO

Quando o trabalho está concluído parece que foi fácil, mas não foi. Aprimorar os conhecimentos, as opiniões e a escrita com as disciplinas e orientações, o desafio das viagens à Santa Maria, deixar a Luíza, foram situações desafiadoras. Desenvolver o Método Líquen, construir, aplicar e melhorar as tarefas, deixam memórias e aprendizados para a vida. Mas, não estive sozinha neste caminho, por isso agradeço algumas pessoas que me guiaram, apoiaram, incentivaram e acompanharam dia após dia:

- Minha coorientadora, amiga e irmã de coração Terimar Moresco. Obrigada por desbravar os caminhos, por ler todos os meus textos e me deixar ser supercrítica com os teus. Obrigada por deixar eu ser espaçosa na sua casa em dias de orientação e nos demais e pelos: “Calma, vai passar!”.

- Minha filha Luíza Zancan Peripolli, razão da minha vida. Obrigada por fazer as tarefas do “tema de mãe”, aprender cálculo mental com elas e me motivar a desenvolver o Método Líquen.

- Meu noivo Luciano Sulzbach. Obrigada por me apoiar, incentivar e me tornar uma pessoa melhor com teus exemplos. Agradeço teu carinho e cuidado com a Luíza, principalmente quando precisei viajar para as aulas e para as orientações. Amo quem sou quando estou contigo.

- Meu orientador Professor Ricardo Sauerwein. Obrigada por acreditar em mim antes do início, na ideia de desenvolver o cálculo mental e, principalmente, por me orientar, ensinar a repensar conceitos e a escrever.

- Equipe diretiva das escolas, professores e alunos que confiaram no Método Líquen diariamente, muito antes de eu ter qualquer resultado positivo para mostrar.

- A banca da qualificação. Obrigada professoras Edda Curi, Inês Ferreira, Rita de Cássia Mariani e Liane Ross pelas sugestões muito pertinentes, que colaboraram muito com o melhoramento deste trabalho.

- Minha amiga Cléia Baiotto. Obrigada por ter se tornado uma amiga especial. Você é meu presente de doutorado.

- Aos professores da banca de defesa, obrigada por aceitarem avaliar e colaborar com sugestões para a finalização desta etapa.

Obrigada Universidade Federal de Santa Maria. Agradeço como professora pelo afastamento para qualificação e como aluna pela possibilidade de cursar um doutorado gratuito e de qualidade. Agradeço imensamente ao transporte intercampi.

Outros merecem meu agradecimento porque estão comigo desde sempre:

- Meu pai Antônio Pio Zancan. Obrigada por me incentivar a estudar, me deixando livre, sem nunca dizer o que eu deveria fazer. Agora você tem uma filha Doutora!

- Minha mãe Veneranda Adelaide Zancan. Obrigada pela Vida, pelas orações e por me ensinar a perdoar.

- Minha família por me fazerem sentir em uma família, especialmente a Renata Pivotto por morar conosco e cuidar da Luíza naquele ano difícil.

Obrigada à todos, de coração.



## RESUMO

### MÉTODO LÍQUEN: UMA PROPOSTA PARA AUXILIAR O ENSINO DE ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS

**AUTORA: Sabrina Zancan**  
**ORIENTADOR: Ricardo Andreas Sauerwein**

Analisando atividades didáticas propostas por professores a alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, notamos que estas abordam sequência numérica, contagem, operações de adição e subtração, mas não encontramos um ensino sistematizado de conteúdos matemáticos com o objetivo de desenvolver os conhecimentos necessários ao cálculo mental. Apesar disso, alguns alunos desenvolvem autonomamente habilidades com este tipo de cálculo, enquanto outros permanecem dependentes da contagem, ocasionando uma disparidade na sala de aula. Uma das consequências desta disparidade é a ansiedade relacionada a aprendizagem da Matemática por aqueles que não utilizam cálculo mental, iniciando desde os primeiros anos de escolarização, ocasionando possíveis deficiências na formação matemática destes alunos. No entanto, as atividades analisadas têm um potencial que não é aproveitado. Percebemos que é possível uma sistematização destas atividades para que permitam um melhor entendimento das propriedades numéricas e promovam o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental pelos alunos. Por meio da sistematização de algumas atividades, aliadas a ações que facilitam o aprendizado, desenvolvemos o Método Líquen, cujos objetivos são: auxiliar alunos na construção dos conhecimentos necessários às estratégias de cálculo mental e promover o nivelamento da turma em relação ao aprimoramento de suas habilidades de cálculo aritmético básico nos quesitos agilidade e acurácia. O Método Líquen possui um conjunto de ações específico de trabalho diário e um conjunto de tarefas com baixo custo, realizadas por toda a turma, mas individualmente pelos alunos, em sala de aula. O método auxilia a construção do sentido de número e das operações e propriedades numéricas, inserindo os conhecimentos e, assim, estimulando o uso de estratégias de cálculo para números menores que 20, de forma sistemática, simples e diferenciada, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, iniciando em um ponto de domínio de todos os alunos e evoluindo gradativamente, para que todos desenvolvam o maior potencial de suas habilidades. Implementamos o Método Líquen durante quatro anos, em sete escolas. Utilizaram o método 34 diferentes professores e aproximadamente 700 alunos, de turmas de primeiro ao quinto ano, por no mínimo um ano letivo. Avaliações por meio de testes mostraram que os alunos que utilizaram o Método Líquen ficaram mais ágeis e com maior acurácia em relação a aritmética básica e as turmas ficaram mais uniformes nestes quesitos: agilidade e acurácia para aritmética básica. Avaliações das estratégias de cálculo, utilizadas nas respostas às questões de adição contidas em um baralho, mostraram que mais de 50% dos alunos estão utilizando estratégias de cálculo mental em adições simples de números menores que 20, nas turmas de terceiro e quarto ano, que utilizaram o método por dois ou três anos letivos. Enquanto o percentual é menor que 20% em turmas de mesmo ano que não utilizaram o método. Estas investigações mostraram que o Método Líquen, com suas tarefas e ações, promove o desenvolvimento do cálculo mental.

**Palavras-chave:** Método Líquen. Cálculo Mental. Anos Iniciais.



## ABSTRACT

### **LICHEN METHOD: A PROPOSAL TO ASSIST THE TEACHING OF ARITHMETIC IN THE EARLY YEARS.**

**Author: Sabrina Zancan**

**Advisor: Ricardo Andreas Sauerwein**

Analyzing didactic activities proposed by teachers to first year students of elementary school, we note that they address numerical sequence, count, addition and subtraction operations, but we did not find a systematized teaching of mathematical contents with the aim of developing the knowledge necessary for mental calculation. In spite of this, some students develop autonomous abilities with this type of calculation, while others remain dependent on counting, causing a disparity in the classroom. One of the consequences of that disparity is anxiety related to the learning of Mathematics by those who do not use mental calculation, starting from the first years of schooling, causing possible deficiencies in the mathematical formation of these students. However, the activities analyzed have a potential that is not harnessed. We realized that it is possible to systematize these activities to allow a better understanding of the numerical properties and promote the development of mental calculation strategies by students. Through the systematization of some activities, linked to actions that facilitate learning, we developed the Liquen Method, whose objectives are: assist students in the construction of the necessary knowledge of mental calculation strategies and to promote class leveling in relation to the improvement of their basic arithmetic calculation skills in agility and accuracy. The Lichen Method has a set of specific actions of daily work and a set of tasks with low cost, carried out by the whole class, but individually by the students, in the classroom. The method assists in the construction of number sense and numeric operations and properties, inserting the knowledge and, thus, stimulating the use of calculation strategies for numbers smaller than 20, in a systematic, simple and differentiated way, since the first year of elementary school, starting at a point of dominance of all students and gradually evolving, so that everyone develops the greatest potential of their abilities. We implemented the Liquen Method for four years in seven schools. The method was used by 34 different teachers and approximately 700 students from first to fifth grade classes for at least one school year. Assessment by means of tests showed that students who used the Lichen Method were more agile and with greater accuracy compared to basic arithmetic and the classes became more uniform in these questions: agility and accuracy for basic arithmetic. Evaluations of calculation strategies, used in the answers to addition questions contained in a deck, showed that more than 50% of students are using mental calculation strategies in simple additions of numbers smaller than 20, in the third and fourth year classes, who used the method for two or three school years. While the percentage is less than 20% in classes of the same year that did not use the method. Those investigations have shown that the Lichen Method, with its tasks and actions, promotes the development of mental calculation.

**Keywords:** Lichen Method. Mental Calculation. Early Years.



## SUMÁRIO

<b>1 JUSTIFICATIVA PESSOAL E ACADÊMICA</b> .....	1
<b>2 INTRODUÇÃO</b> .....	5
2.1 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS.....	8
2.2 REFERENCIAL TEÓRICO .....	9
2.3 CONCEPÇÃO DE PESQUISA.....	14
<b>3 METODOLOGIAS E RESULTADOS</b> .....	19
3.1 ARTIGO 1 - UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS E DO CÁLCULO MENTAL NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	19
3.2 MANUSCRITO 1 – REORGANIZANDO ATIVIDADES PARA ESTIMULAR O CÁLCULO MENTAL NOS ANOS INICIAIS .....	31
3.3 ARTIGO 2 - MÉTODO LÍQUEN – ARITMÉTICA PARA OS ANOS INICIAIS.....	45
3.4 MANUSCRITO 2 - MÉTODO LÍQUEN – RESULTADOS DA IMPLEMENTAÇÃO PILOTO .....	61
3.5 MANUSCRITO 3 – MÉTODO LÍQUEN – RESULTADO DA IMPLEMENTAÇÃO	71
3.6 MANUSCRITO 4 - PROCEDIMENTO PARA INVESTIGAR O USO DO CÁLCULO MENTAL POR ALUNOS DOS ANOS INICIAIS .....	93
3.7 MANUSCRITO 5 - RESULTADOS PRELIMINARES DO DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL USANDO O MÉTODO LÍQUEN.....	105
<b>4 DISCUSSÃO</b> .....	119
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	125
<b>6 BIBLIOGRAFIA</b> .....	127
APÊNDICE A	
APÊNDICE B	





## 1 JUSTIFICATIVA PESSOAL E ACADÊMICA

Desde criança queria ser professora de Matemática e, em 1998, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, fui bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET) durante toda a graduação, concluída em 2002. Após este período, optei por cursar o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), onde obtive o grau de mestre em 2004. Neste momento, encerrei a primeira etapa de minha qualificação profissional e iniciei o trabalho docente no ensino superior como professora na Universidade de Santa Cruz do Sul (UNISC), onde trabalhei de 2004 a 2007. Em 2007 assumi o cargo de professora assistente na UFSM no Campus em Palmeira das Missões.

Atuando como professora de Cálculo I no primeiro semestre dos cursos de graduação em Zootecnia, Biologia e Administração, encontrei muita dificuldade para ensinar conteúdos como: valor numérico de funções, derivada de uma função, limites e equações. A maioria dos alunos apresentava dificuldade em aritmética básica, principalmente quando se tratava de operações com frações e potências.

Esta dificuldade com aritmética básica comprometia a aprendizagem e tornava as aulas de Matemática maçantes e desinteressante. Aqueles alunos que tinham facilidade com os cálculos aritméticos conseguiam manter o foco na construção do novo conhecimento, seus esforços acabavam sendo dedicados ao entendimento dos novos conceitos, não sendo dispersados pela dificuldade nas operações numéricas intermediárias, presentes nos processos.

Na tentativa de mudar este quadro e facilitar o andamento da aula e do conteúdo, passei a dedicar 12 horas, das 60 horas semestrais da disciplina, à revisão da Matemática do Ensino Fundamental. Sempre consciente que esta era uma atitude paliativa, pois remediava um problema, que no ano seguinte, com um novo grupo de alunos ingressantes, se repetiria. Passei a um questionamento pessoal: “O que posso fazer para mudar esta situação? Como e onde posso atuar?”

Paralelamente a esta década de atividade docente, nasceu minha filha. Como mãe e professora sempre desejei o melhor para ela e, entre as coisas boas que almejo, saber Matemática é uma delas. Então, desde pequena, incentivei que contasse objetos e que resolvesse pequenos problemas envolvendo maçãs e chocolates, por exemplo. Quando iniciou a alfabetização e aprendeu a escrever letras e números, comecei atividades diárias de escrita, leitura e matemática, manuscritas por mim todos os dias em uma página de caderno. As

atividades oferecidas eram simples, sendo algumas das de Matemática baseadas no Método Kumon<sup>1</sup>.

Com as atividades, minha filha abandonou muito cedo a contagem nos dedos e passou a utilizar raciocínio lógico, ou algum tipo de estratégia de cálculo para realizar adições, desde o primeiro ano do ensino fundamental. Então, como mãe e professora, percebi que obtive sucesso com o método que utilizei com ela, pois ela realizava, aos 6 anos, adições como  $15+17$  com o uso de estratégias de cálculo mental.

A docência me mostrou que, nas salas de aula, quanto mais alunos têm dificuldade, mais o professor se demora em explicações. Este fato me levou a outra reflexão: para que a aprendizagem das crianças na escola seja melhor é preciso que toda a turma possua conhecimentos básicos razoáveis. Ou seja, se o nível de conhecimentos básicos da turma aumentar, os alunos saberão mais, será mais prazeroso para eles aprenderem e para o professor ensinar. Assim, desenvolvendo um trabalho com a turma, é possível obter melhores resultados do que trabalhando somente com alguns alunos, fora da escola, em estudos paralelos.

Contudo, uma iniciativa diferenciada para o ensino de Matemática, que promova o desenvolvimento do raciocínio lógico e a construção de estratégias de cálculo mental no Ensino Fundamental, anos iniciais, poderia tornar os alunos mais ágeis, independentes da contagem e com entendimento avançado do campo numérico, suas propriedades numéricas e operacionais. A curto prazo teríamos turmas onde a maioria dos alunos sentiria facilidade ao realizar operações de aritmética básica, seriam independentes da contagem com dedos ou palitos. A médio prazo, acredito que ocasionaria uma influência positiva na aprendizagem de conceitos matemáticos dos anos posteriores e, a longo prazo, teríamos alunos ágeis em aritmética básica na universidade, que não dependessem de calculadoras para cálculos simples, podendo dedicar esforços para construir novos conhecimentos.

Na sequência, pesquisei por trabalhos científicos que corroborassem com as ideias e sugerissem ações. O primeiro artigo encontrado afirmava que aqueles que tem memorizados

---

<sup>1</sup> Criado em 1954, no Japão, pelo professor de Matemática e pai Toru Kumon, preocupado com o processo de aprendizagem do filho Takeshi. Ele trabalhava fora o dia todo e queria ajudar o filho nos estudos. Então, passou a deixar folhas de atividades para o filho resolver durante o dia, elaboradas de forma que este não precisasse de ajuda, e a noite, apontava os erros e ele, o filho, os corrigia. Os resultados chamaram atenção de professores e outros pais que se interessaram pela metodologia. A metodologia de Toru Kumon foi se expandindo para outros pais e filhos, se tornando um método para ser utilizado paralelamente a escola (este nunca pretendeu substituí-la) e atualmente, é mundialmente conhecido. O Kumon é um método que visa incentivar na criança a autonomia nos estudos, sempre buscando fortalecer o potencial de aprendizado de cada um, por meio de atividades diárias, com grau de dificuldade crescente.

resultados de aritmética tiram notas mais altas, ou seja, que é válido ser fluente em aritmética básica. Os autores Price, Mazzocco e Ansari (2013) afirmam que o professor deve repensar sobre a importância da memorização, ao examinar o papel dessa fluência em cálculos básicos, na hora de lidar com Matemática mais avançada. Segundo eles, o professor pode ajudar o aluno a decorar detalhes importantes da matéria com exercícios de fixação bem elaborados e bem encadeados, que estimulem a memorização, mas que não deixem o aluno cair numa decoreba sem significado. Para estes autores, quando o aluno automatiza uma ideia importante, seu cérebro fica dispensado de gastar recursos de processamento para usar aquela ideia podem se dedicar a ideias ainda mais complicadas.

Ampliando a pesquisa, encontrei outros autores que relatam a valia da habilidade em aritmética básica. Geary (2004) escreve sobre a importância dos alunos desenvolverem estratégias de cálculo mental, abandonarem a contagem com os dedos e recuperarem fatos da memória, para um bom aprendizado de matemática. Duncan e colaboradores (2007) relatam que a habilidade Matemática nos anos iniciais é um forte indicador de sucesso acadêmico, mais que habilidade de leitura e sócio emocional. Os resultados de Nunes e colaboradores (2007) sugerem fortemente que a lógica forma uma base para a aprendizagem de Matemática das crianças, afirmando que a escola deve proporcionar-lhes um embasamento sólido para a compreensão da lógica dos números e das operações.

Constance Kammi (2005) aborda a implicação da Teoria de Piaget, colocando a importância de estimular o raciocínio e de criar uma rede de relações numéricas para os números. Karpicke e Blunt (2011) escreve que a recuperação de informações é essencial para haver aprendizagem, porque todas as expressões do conhecimento envolvem a recuperação e, portanto, dependem dos sinais desta recuperação, disponíveis em um determinado contexto. Carpenter, Cepeda, et al., (2012) afirmam que, para manter uma informação na memória de longo prazo são necessários tempo e prática, sugerindo a técnica chamada de repetição espaçada, uma prática estendida em pequenas seções ao longo de vários dias ou meses.

As ambições pessoais descritas acima e os resultados destas pesquisas, dentre outras não apontadas aqui, motivaram o desenvolvimento de um método para o ensino da Matemática, aplicado às crianças dos anos iniciais. Este método deveria estimular a construção de estratégias de cálculo mental e o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, promovendo a abstração, a memorização de alguns fatos aritméticos e o abandono da contagem. Ainda, que pudesse ser aplicado em escolas públicas, para todos os alunos dos anos iniciais, com baixo custo, sem interferir significativamente na prática dos professores.

Em agosto de 2013 iniciei o Projeto Líquen como um projeto de extensão com as turmas de segundo ano da escola onde minha filha estudava, estando ela frequentando uma das turmas. Em março de 2014, com o ingresso no doutorado, meu orientador sugeriu que déssemos continuidade a este trabalho e com ele elaborássemos esta tese. Nos anos seguintes, 2014, 2015, 2016 e 2017 trabalhamos no aperfeiçoamento e na expansão do Método Líquen.

Desenvolver o Método Líquen, acompanhar a evolução no conhecimento matemático dos alunos e sentir seu carinho, o apoio dos primeiros professores, que acreditaram na ideia e a executaram com dedicação foi extremamente gratificante. Neste período percebi que não existem mudanças ou aprendizados rápidos, que acontecem como um passe de mágicas. Mudanças profundas exigem dedicação, paciência e tempo.

Minha maior satisfação com o desenvolvimento deste trabalho está no fato de que, dentre tantas pesquisas com o objetivo de diagnosticar a situação do ensino no Brasil, propomos uma possível solução para o problema da dificuldade de aprendizagem da Matemática nos anos iniciais e esta proposta foi implementada na escola e se expandiu para outras. Hoje encerro uma etapa, mas permaneço acompanhando professores e alunos das escolas que implementaram o Método Líquen e aberta a implementações em outras escolas.

## 2 INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem de Matemática sempre foram desafiadores para professores e alunos. Existem os que a adoram e a compreendem, frequentemente classificados como aqueles que “sabem Matemática”, e aqueles que não a entendem, normalmente classificados como aqueles que “odeiam Matemática”. Essas diferenças são observadas empiricamente.

Desde os anos iniciais existe uma grande diversidade entre os alunos de uma mesma turma em relação ao conhecimento matemático, principalmente para as atividades de aritmética básica. Os professores precisam estar atentos às diferenças no tempo que os alunos demandam para concluir uma atividade e na forma de obtenção das respostas, sem associar o entendimento do aluno somente a resposta correta. Nas salas de aula existem alunos ágeis, que resolvem rapidamente adições e subtrações por meio de cálculo mental, e outros que necessitam de material concreto e demoram para obter os resultados.

Implicações destas diferenças podem ser observadas ao longo de toda a vida acadêmica. Alunos que tem baixo desempenho, utilizam procedimentos primitivos como a contagem e que demoram na obtenção de respostas se sentem inferiores aos demais e desenvolvem altos níveis de ansiedade Matemática (ASHCRAFT e FAUST, 1994) (HEMBREE, 1990, p. 37). Podemos construir com os alunos uma visão positiva acerca da Matemática e evitar a ansiedade ao promover, com altos níveis de desempenho, uma igualdade com relação a resolução de questões de aritmética básica.

Assim, para auxiliar os alunos ao aprender, desenvolvemos e implementamos o Método Líquen<sup>2</sup>. Este método foi criado para os primeiros anos do Ensino Fundamental e tem os objetivos de auxiliar o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e promover a uniformidade da turma em relação à agilidade e acurácia em cálculo. O Método Líquen oferece uma possível alternativa para minimizar dois problemas comumente encontrados no aprendizado da aritmética nos anos iniciais. O primeiro deles é a não uniformidade da turma

---

<sup>2</sup> Escolhemos este nome porque os líquens são seres vivos muito simples, assim como o método. Eles constituem uma simbiose entre um fungo e uma alga, podem ser encontrados nos mais diversos habitats e são organismos pioneiros, excelentes colonizadores primários. Os líquens são a primeira estrutura viva que cresce sobre uma rocha, para que, mais tarde, uma floresta possa se desenvolver. Caracterizamos o Método Líquen como um colonizador primário da Matemática, pois ele auxilia a construção da aritmética básica nos anos iniciais, base para que a Matemática superior cresça, como uma floresta, ao longo da vida.

em relação ao tempo demandado para realização de tarefas que envolvam operações aritméticas básicas. Enquanto alguns alunos utilizam estratégias de cálculo mental e encontram soluções com rapidez e precisão, outros utilizam estratégias de contagem primitivas, com palitos ou desenhos, demoradas e, muitas vezes erradas. O segundo problema é o pequeno número de crianças que desenvolvem estratégias de cálculo mental nas turmas dos anos iniciais.

Em sua construção atentamos para: atender as exigências pontuadas nos documentos oficiais que balizam o ensino; auxiliar os professores sem alterar consideravelmente suas práticas; utilizar atividades características do ensino de aritmética que são cotidianamente utilizadas por estes professores e ter baixo custo. Preocupamo-nos com o baixo custo para que o método pudesse ser oferecido para todos os alunos, principalmente de escolas públicas carentes, e assim diminuir a desigualdade nas turmas. Alguns pais ou responsáveis, quando percebem as dificuldades das crianças, procuram meios para contornar a situação, como: contratar professores particulares, matricular os filhos em outras escolas, em cursos complementares como o Kumon<sup>3</sup>. No entanto, estas ações implicam comprometimento pessoal e principalmente financeiro, que nem todos os pais ou responsáveis têm condições de arcar.

Nesta tese apresentamos o Método Líquen e os resultados da sua implementação, visíveis na aprendizagem Matemática dos alunos, na uniformidade das turmas, no desenvolvimento do cálculo mental e na expansão para outras escolas. As principais contribuições e reivindicações desta tese são apresentadas em uma sequência de dois artigos e cinco manuscritos, desta forma, justificativa, referenciais teóricos e análises estão feitas em âmbito destes textos. Estes artigos e manuscritos, na ordem em que estão apresentados, descrevem a história do Método Líquen, que é uma das principais contribuições do presente trabalho acadêmico, pois ele é uma alternativa capaz de promover a uniformidade da turma em relação a tempo e acurácia na resolução de questões de aritmética básica e na construção de estratégias de cálculo mental. O método é uma forma de facilitar a aprendizagem da aritmética para o maior número de alunos e, assim, evitar os rótulos relacionados a saber ou não saber Matemática.

Nas próximas seções teremos: Objetivos, Referencial Teórico e a nossa Concepção de Pesquisa. Na sequência, apresentaremos os resultados obtidos neste estudo na forma de artigos<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> Escola de ensino de Matemática, particular, semelhantes a cursos de inglês.

<sup>4</sup> Segundo o Manual de Dissertações e Teses da UFSM (MDT 2015) as teses podem ser apresentadas neste formato.

e manuscritos, que foram produzidos por mim, autora desta tese, e por meu orientador. O encadeamento destes artigos e manuscritos, esta introdução e a conclusão fazem parte de um todo, que é o núcleo desta tese, que pode ser visto como o desenvolvimento, implementação e investigação do Método Líquen nas escolas, dentro de um contexto de pesquisa de *design* educacional.

Artigo 1 - *Uma Análise das Atividades Didáticas e do Cálculo Mental no Primeiro Ano do Ensino Fundamental*. Neste artigo investigamos as atividades didáticas oferecidas aos alunos e a prática implementada por uma professora de primeiro ano do Ensino Fundamental. Nesta investigação constatamos que as atividades didáticas utilizadas em aula que foram avaliadas não fazem qualquer referência ao cálculo mental ou às estratégias de cálculo. Artigo publicado na Revista Acta Scientiae, Volume 19, n. 1, 2017.

Manuscrito 1 - *Reorganizando Atividades para Estimular o Cálculo Mental nos Anos Iniciais*. Neste estudo avaliamos as estratégias de cálculo mental utilizadas por alguns alunos que as desenvolveram autonomamente e percebemos que existem alguns conhecimentos específicos que as embasam. No estudo anterior percebemos que as atividades relacionadas a Matemática que são oferecidas aos alunos dos anos iniciais possuem um potencial implícito para a construção dos conhecimentos necessários ao cálculo mental, no entanto, inexplorado. Assim, sugerimos algumas atividades e apresentamos uma releitura para outras para que estas promovam a construção de conhecimentos necessários ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, como por exemplo, o sentido de número e as propriedades numéricas e operacionais. Manuscrito submetido à Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, em 11 de maio de 2016, encontra-se em avaliação.

Artigo 2 - *Método Líquen – Aritmética para os anos iniciais*. Com o objetivo de auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e de promover o nivelamento da turma em relação ao desenvolvimento de suas habilidades de cálculo, no quesito agilidade e acurácia, construímos o Método Líquen e o apresentamos neste artigo. Nele justificamos e apresentamos detalhadamente uma sistematização das atividades propostas no Manuscrito 2, no formato de pequenas tarefas, as quais associamos ações apontadas por pesquisadores como facilitadoras do aprendizado. Artigo publicado na Revista Eletrônica Vivências, Volume 13, n. 24, 2017

Manuscrito 2 - *Método Líquen – Resultados da Implementação Piloto*. Neste manuscrito apresentamos os resultados positivos relacionados a acurácia e agilidade em aritmética básica,

obtidos com duas turmas de segundo ano que utilizaram o Método Líquen em sua primeira implementação em uma escola. Manuscrito não submetido.

Manuscrito 3 - *Método Líquen – Resultado da Implementação*. Neste manuscrito relatamos os resultados da implementação do método durante dois anos, em três escolas. Nele mostramos que os alunos que utilizaram o método ficaram mais ágeis na resolução de cálculos aritméticos e que as turmas ficaram mais uniformes em relação ao tempo de resolução e número de acertos. Manuscrito submetido à Educação Matemática em Revista – RS, em edição desde 27 de agosto de 2017.

Manuscrito 4 - *Procedimento para investigar o uso do cálculo mental por alunos dos anos iniciais*. Neste manuscrito apresentamos um procedimento desenvolvido para auxiliar na identificação das estratégias de cálculo utilizados pelos alunos na resolução de adições simples. Manuscrito submetido à Educação Matemática em Revista, em 27 de maio de 2017, encontra-se em avaliação.

Manuscrito 5 - *Resultados preliminares do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental usando o Método Líquen*. Utilizando o procedimento descrito no Manuscrito 6, neste manuscrito mostramos que as turmas que utilizaram o Método Líquen possuem mais da metade dos alunos utilizando estratégias de cálculo mental para resolver adições. Manuscrito submetido à Revista de Ensino de Ciências e Matemática, em 27 de maio de 2017, está aguardando designação.

Na sequência apresentaremos uma discussão onde faremos considerações que não puderam ser incluídas nos artigos e manuscritos, mas que permeiam todos eles. As conclusões da tese e perspectivas para estudos futuros estão na Conclusão. No Apêndice A apresentamos uma amostra do material didático do Método Líquen e no Apêndice B apresentamos os testes. Muitos dos artigos e manuscritos partilham dos mesmos conceitos, pois tratam de assuntos articulados.

## **2.1 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS**

### **Objetivo geral**

Desenvolver, implementar e avaliar um método de ensino que promova a uniformidade da turma em relação a agilidade e acurácia em aritmética básica e estimule os alunos a construir estratégias de cálculo mental.



### **Objetivos específicos**

- Investigar e classificar as práticas didáticas nos anos iniciais de uma escola pública do interior do Rio Grande do Sul;
- Reorganizar e sistematizar atividades para promover o cálculo mental;
- Desenvolver um método de ensino (Método Líquen) com atividades ordenadas, padronizadas, auto instrutivas, permeadas por propriedades numéricas, associadas a ações que potencializem o aprendizado;
- Implementar o Método Líquen nos anos iniciais de escolas públicas;
- Analisar os resultados da implementação do Método Líquen nos aspectos: agilidade, acurácia e uniformidade da turma, em relação as habilidades aritméticas básicas.
- Analisar os resultados da implementação do Método Líquen em relação ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.

## **2.2 REFERENCIAL TEÓRICO**

Conforme definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), é a Base Nacional Comum Curricular que deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2016). O Projeto Político Pedagógico é um instrumento que reflete a proposta educacional da escola e é um mecanismo eficiente e capaz de proporcionar a escola condições de se planejar, buscar meios, reunir pessoas e recursos para a efetivação desse projeto.

As inovações para o ensino da Matemática que são propostas às escolas precisam concordar com estes documentos normativos e norteadores. Não obstante, para serem possíveis de implementação, precisam gerar resultados iguais ou melhores, aqueles tradicionalmente

obtidos pelos alunos da escola, e os professores precisam estar aptos, sentindo-se seguros para implementá-las. Estas precisam ser cuidadosamente elaboradas, sempre lembrando que os profissionais que atuam no Ensino Fundamental, anos iniciais, são professores polivalentes, normalmente Licenciados em Pedagogia ou com Magistério, que não têm um conhecimento específico de cada uma das áreas, mas é de suas alçadas a responsabilidade de ensinar um pouco de cada uma delas.

Segundo Ruhama Even (1990), o conhecimento do conteúdo a ser trabalhado tem influência direta no trabalho do professor, pois “ninguém é capaz de ensinar aquilo que não sabe”. Para a autora, o professor precisa ter ciência das características essenciais do conteúdo, conhecer exemplos e diferentes representações e formas alternativas de abordagem, saber o repertório básico de conhecimentos para o entendimento do conteúdo e as derivações possíveis (EVEN, 1990). Conhecer os erros comuns provocados pelo conteúdo e os erros comuns cometido pelos estudantes são saberes necessários ao professor que estão ligados ao saber pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986). Eles permitem ao professor a antecipação, exploração e clarificação aos alunos das falsas verdades carregadas ao longo da vida acadêmica (BALL, THAMES e PHELPS, 2008). O conhecimento das facetas do conteúdo ainda oferece uma previsão que ajuda na elaboração e condução das atividades, evitando equívocos que podem vir a desmotivar os estudantes e fragilizar a posição do professor.

Apesar disso, em geral, os professores dos anos iniciais não têm amplo conhecimento dos conteúdos e nem das habilidades que são construídas nos anos posteriores a partir da base de conhecimentos que é construída por eles nos anos iniciais. Estes seguem orientações de documentos oficiais que, muitas vezes, não são pontuais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam que o ensino de Matemática no primeiro ciclo deve levar o aluno a “desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações... (BRASIL, 1997, p. 47)”. Vejamos um exemplo relacionado a observação de regularidade nas igualdades:  $5 + 7 = \_$ ;  $\_ = 5 + 7$ ;  $12 = 7 + \_$ ,  $7 + \_ = 12$ . Notar esta regularidade com números pode contribuir para que o aluno, nos anos posteriores, identifique as formas  $x + 7 = 12$  e  $12 = x + 7$  como sendo a mesma equação. No entanto, encontramos muitos alunos no Ensino Médio e Superior que não conseguem resolver uma equação naturalmente, quando apresentada na segunda forma, e esta habilidade não desenvolvida ou construída de maneira completa nos anos iniciais, muitas vezes, só será percebida dois ou três anos à frente.

Torna-se necessário notarmos a importância da Aritmética como alicerce dos muitos conteúdos matemáticos que serão construídos ou, fazendo um paralelo com a natureza, ela pode ser considerada uma “colonizadora primária” sobre as quais crescerão tantos outros conhecimentos matemáticos. Entretanto, obter respostas corretas para questões de aritmética não significa “saber Matemática”. A competência em cálculos é essencial e é parte de uma aprendizagem Matemática significativa, mas o conhecimento de termos e o domínio de técnicas não pode ser confundido com a competência Matemática (ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999, p. 39), (GIMÉNEZ, 2010, p. 12).

Competência Matemática é a predisposição e a aptidão para raciocinar matematicamente, é o gosto e a confiança em desenvolver atividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático, é a aptidão para discutir e comunicar descobertas e ideias matemáticas com linguagem adequada, assim como a capacidade para resolver problemas, decidir razoavelmente entre cálculo mental, algoritmos escritos ou instrumentos tecnológicos, saber fazer e analisar soluções (ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999, p. 41) compreender globalmente os números e seu uso em situações diversa (GIMÉNEZ, 2010, p. 5).

Esta competência Matemática se desenvolve gradualmente (ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999, p. 42) desde os anos iniciais e este desenvolvimento acontece em níveis (GIMÉNEZ, 2010, p. 12), que precisam ser alcançados para que o novo conhecimento se construa e se consolide “sobre” outro. Como a Matemática é a ciência dos números e dos padrões, a compreensão do sentido do número é, portanto, o princípio de tudo.

McIntoch, Reys e Reys (1992, p. 3) entendem sentido do número como a compreensão global do número e das operações, juntamente com a capacidade e a disposição para usar este entendimento de forma flexível, fazendo julgamentos matemáticos e desenvolvendo estratégias úteis para trabalhar com os números e as operações. Seu entendimento se reflete na disposição e na habilidade para usar números e métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e interpretação de informações.

Para Abrantes et. al (1999, p. 63), o sentido de número está ligado ao desenvolvimento de hábitos de pensamentos matemáticos e de atitudes investigativas. Ter o sentido de números significa atribuir significados matemático a situações quantificáveis do mundo que nos rodeia (GIMÉNEZ, 2010, p. 7), compreendendo que existem diferentes utilizações do número, por exemplo, para contagem, ordenação, localização, estimação numérica de cálculos e de medidas (SERRAZINA, 2002, p. 58).

Uma significativa compreensão do sentido do número, considerando todas as características descritas, resulta na consciência de que os números são úteis e que a Matemática tem determinada regularidade. E, principalmente, que o sentido do número está subjacente a capacidade de aplicar procedimentos de cálculo de forma sensata (BROWN, 2010, p. 19) e de compreender a Matemática superior.

Contudo, para que os alunos obtenham sucesso em Matemática, a base desta construção precisa ser sólida e prosseguir de forma gradativa ao longo dos demais anos, respeitando e superando cada um dos níveis.

Como o sentido de número está altamente relacionado com a habilidade com cálculo mental (MARKOVITS e SOWDER, 1994, p. 6) e, ao mesmo tempo, este tipo de cálculo é uma forma de promover o sentido numérico, pois encoraja a procura por processos mais fáceis embasados nas propriedades dos números e das operações (MACLELLAN, 2001, p. 148), (ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999, p. 61) (PARRA, 1996), temos no cálculo mental uma alternativa para o ensino da Matemática.

Segundo Parra (1996, p. 201) e Thompson (2010, p. 180), o cálculo mental: contribui para o desenvolvimento de melhores habilidades para resolver problemas, desenvolve bom senso numérico, promove uma progressão natural aos métodos convencionais por meio de métodos escritos, forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimação e promove o pensamento criativo e independente. O cálculo mental permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados e é um diferencial no enfrentamento de problemas (FONTES, 2010).

Entretanto, o cálculo mental possui diferentes entendimentos para diferentes autores. Por exemplo: Buys (2008) entende cálculo mental como o trabalho com números como um todo, não com dígitos, que utiliza propriedades elementares e relações numéricas, apoiado em bom conhecimento dos fatos numéricos básicos com números até 20 e até 100, podendo utilizar notas intermediárias de acordo com a situação. Parra entende como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (1996, p. 195).

No desenvolvimento deste trabalho entendemos como cálculo mental aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam

estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais.

O cálculo mental está baseado em estratégias de cálculo que devem ser criadas individualmente. Se ensinarmos as estratégias para os alunos, estes passarão a repetir estas estratégias e não construirão as suas. Isso mostra que é necessário capacitar o aluno para que ele tenha condições, conhecimentos suficientes, para desenvolver suas próprias estratégias de cálculo mental. O cálculo mental deve ser ensinado metodicamente, com regularidade, lições frequentes, que não devem durar mais que 10 minutos, tendo como objetivo primordial melhorar a prática das quatro operações aritméticas (TATON, 1969, p. 3).

Apesar de cada um criar suas próprias estratégias de cálculo mental, quando avaliamos aquelas utilizadas para adições e subtrações, percebemos que elas estão ancoradas em um número limitado de conhecimentos matemáticos. Basicamente, as estratégias de cálculo mental utilizam: a memória dos dobros ou dobros próximos, usadas quando calculamos  $7+8$  lembrando o resultado de  $7+7$  ou de  $8+8$ ; a subtração e adição como operações inversas, quando lembramos que  $10-6$  é 4 porque  $6+4$  é 10; a decomposição, quando calculamos  $8+5$  transformando em  $5+3+5$ ; ponte pelo 10, quando fazemos  $13-5$  retirando 3 e depois 2 unidades; a compensação, quando transformamos adições como  $9+5$  em  $10+4$  (THOMPSON, 1999).

Contudo, construir com os alunos o conhecimento de propriedades numéricas como: comutatividade, associatividade, distributividade e particionalidade (decomposição do número em adições) são essenciais para as estratégias de cálculo mental (THOMPSON, 2010, p. 180), assim como auxiliar na memorização de fatos básicos como dobros dos números e somas que completam 10.

Acreditamos que: “Sim, todos podem aprender” (DE MACEDO, 2002, p. 132). Nenhuma pesquisa sobre *expertise* indica ser tal capacidade é específica de um seleto grupo de pessoas, ao contrário, quanto mais se estudam tais processos, mais forte é a crença de que qualquer pessoa pode tornar-se um *expert* (GALVÃO, 2001, p. 229). Entretanto, respostas acerca dos tipos de atividades que tornam possível a emergência de um *expert* apontam o estudo deliberado individual como um dos aspectos tidos como imprescindíveis na melhoria e no aperfeiçoamento do desempenho acadêmico, bem como na busca de uma *performance expert* de aprendizagem (ERICSSON, KRAMPE e TESCH-RÖMER, 1993) (GALVÃO, 2001).

Segundo Ericsson e colaboradores (1993), o estudo individual deliberado deve ser entendido como uma atividade necessária na busca da *expertise*. Entretanto, este tipo de estudo demanda tarefas bem definidas, com um nível de dificuldade apropriado para o indivíduo, feedback informativo e oportunidades para repetições e correção de erros (ERICSSON, KRAMPE e TESCH-RÖMER, 1993, p. 368).

Ao integrar padrões no ensino da Matemática, ajudamos os alunos a extraírem e construir uma coleção de significados (PALHARES e MAMEDE, 2002, p. 109). Estes significados, propriedades numéricas e as experiências com números fornecerão os fundamentos para trabalhar com símbolos e expressões algébricas, facilitando a formação das noções elementares sobre modelagem matemática, promovendo a capacidade de generalização (BORRALHO, CABRITA, *et al.*, 2007, p. 205).

“A Matemática é a ciência dos padrões e os matemáticos procuram padrões em números, no espaço, na ciência, nos computadores e na imaginação” (STEEN, 1988, p. 615). Padrões numéricos podem ser inseridos na construção de atividades e seu potencial pode ser aumentado agregando à resolução o questionamento ou a discussão sobre estes padrões. Segundo Borralho e colaboradores (2007, p. 198), com o estudo dos padrões apoiamos a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem generalizações e previsões. Com a análise das regras, tanto numéricas, quanto das inseridas na construção das atividades, “os alunos desenvolvem um forte sentido do número e ao mesmo tempo desenvolvem o conceito de função” (BORRALHO, CABRITA, *et al.*, 2007, p. 199), importante, em anos posteriores, para a construção da álgebra.

Todo embasamento teórico para a construção do Método Líquen, para a escolha e apresentação das atividades, para as ações do método, está ancorado nestes autores citados acima e em outros citados nos artigos e manuscritos, por isso não serão repetidos aqui.

### **2.3 CONCEPÇÃO DE PESQUISA**

Nosso trabalho contribui com as escolas apresentando sugestões de intervenções como alternativas para solucionar problemas relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem. Nossas sugestões são construídas juntamente com a equipe diretiva, professores e alunos. *Educational Design Research* (EDR) é uma metodologia que têm o objetivo de envolver, de unir teoria, prática e pesquisa.

O *Educational Design Research* é uma metodologia de pesquisa recente, cuja abordagem inovadora de investigação conta com benefícios das metodologias qualitativas e quantitativas, focando no desenvolvimento de aplicações que podem ser realizadas e de fato integradas às práticas (MCKENNEY e REEVES, 2013). O EDR indica quatro fases para construção e condução de uma pesquisa: análise do problema prático por pesquisadores e sujeitos engajados em colaboração; desenvolvimento da proposta de solução responsiva aos princípios de design, às técnicas de inovação e à colaboração de todos os envolvidos; ciclos iterativos de aplicação e refinamento em práxis da solução; reflexão para produzir “Princípios de Design” e melhorar a implementação da solução (MATTA, SILVA e BOAVENTURA, 2014, p. 29).

De forma geral, nesta tese seguimos o EDR, por estar de acordo com nossas concepções e com nosso desejo de provocar uma mudança na prática no contexto a que se aplica. Em nossa pesquisa, as fases são caracterizadas pela: imersão na realidade escolar e observação das facilidades e dificuldades dos alunos e professores; desenvolvimento das primeiras tarefas com base nas atividades cotidianas; implementação e refinamento semanal das tarefas por três anos, guiados pelas necessidades e atividades propostas pelas professoras, pelas dificuldades e facilidades dos alunos e por nossos objetivos; elaboração de avaliações e testes para visualizar os resultados e apresentar um feedback, tanto para a equipe diretiva, quanto para professores e alunos. Embora estas fases possam ser e estejam separadas nesta apresentação, há uma grande intersecção entre elas.

Na próxima seção apresentamos um relato de como aconteceu a escolha dos sujeitos envolvidos e a construção geral do Método Líquen.

### **Descrição dos sujeitos**

Neste relato vamos considerar como sujeitos todos os envolvidos que participaram das implementações do Método Líquen de 2013 a 2017, agrupados por escola, professores e alunos.

Ao longo destes quatro anos, sete escolas implementaram o método: quatro estaduais, duas de Ensino Fundamental e duas de Ensino Médio; três municipais, de Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Destas, seis pertencem a um município da região norte e uma escola pertence a um município da região central do estado do Rio Grande do Sul. Apenas a primeira implementação do Método Líquen ocorreu por meio de nossa iniciativa, na qual apresentamos

o projeto e o convite à participação. As demais escolas solicitaram a implementação do método, após tomarem conhecimento dos resultados obtidos nas escolas participantes.

No Quadro 1 apresentamos um esquema com as escolas, os anos escolares e o número de alunos em cada ano escolar, nos anos de 2013 a 2017, considerando o número de alunos no ano escolar, não separamos por turma.

Turmas	2013	2014	2015	2016	2017
Escola A	2º Ano (51 a)	3º Ano (61 a)	4º Ano (61 a)	5º Ano (61 a)	
		1º Ano (51 a)	2º Ano (52 a)		
		2º Ano (47 a)	3º Ano (49 a)	4º Ano (48 a)	
			1º Ano (60 a)		
				1º Ano (57 a)	
Escola B			1º Ano (26 a)	2º Ano (26 a)	3º Ano (28 a)
			2º Ano (27 a)	3º Ano (26 a)	4º Ano (26 a)
			3º Ano (25 a)	4º Ano (24 a)	5º Ano (26 a)
				1º Ano (34 a)	2º Ano (36 a)
					1º Ano (39 a)
Escola C			1º Ano (12 a)	2º Ano (16 a)	3º Ano (10 a)
			2º Ano (23 a)	3º Ano (25 a)	4º Ano (16 a)
			3º Ano (10 a)	4º Ano ( 9 a)	5º Ano ( 6 a)
				1º Ano (18 a)	2º Ano (11 a)
					1º Ano (20 a)
Escola D				1º Ano (26 a)	2º Ano (25 a)
				2º Ano (23 a)	3º Ano (23 a)
					1º Ano (20 a)
Escola E				1º Ano (11 a)	2º Ano (13 a)
				2º Ano (14 a)	3º Ano (15 a)
					1º Ano (11 a)
Escola F					1º Ano (46 a)
Escola G					1º Ano (16 a)
					2º Ano (21 a)

Quadro 1: Escolas, turmas e número de alunos que utilizaram o Método Líquen em cada ano.



Em 2013, iniciamos as atividades na Escola A com os alunos de segundo ano, porque neste ano eles iniciam com a aritmética, mas percebemos que alguns conhecimentos de primeiro ano também precisavam ser construídos com mais profundidade, como antecessor e sucessor. Assim, em 2014, demos continuidade a esta turma no terceiro ano, seguimos com as atividades para o segundo ano e ampliamos a implementação para o primeiro ano. Em 2015 seguimos com os alunos do segundo ao quarto ano e implementamos para a nova turma de primeiro ano. Duas novas escolas, Escolas B e C, solicitaram o método, onde implementamos para as turmas de primeiro, segundo e terceiro anos.

Em 2016, a Escola A descontinuou as atividades, apenas as professoras de primeiro, quarto e quinto decidiram manter. As Escolas B e C ingressantes em 2015 mantiveram as atividades e duas novas escolas, Escolas D e E, solicitaram implementação. Nestas escolas D e E, que solicitaram implementação em 2016, o fizemos para primeiro e segundo ano, pois percebemos que a implementação no terceiro ano é cansativa para os alunos, estes precisam construir os conhecimentos necessários ao cálculo mental presentes no conteúdo do primeiro, segundo e terceiro ano, em um.

Em 2017, a Escola A decidiu findar as atividades do método, as outras quatro, B, C, D e E deram continuidade com todas as turmas e duas novas escolas, Escolas F e G, solicitaram o método por indicação de professoras que haviam utilizado. Implementamos nas turmas de primeiro ano da Escola F e nas turmas de primeiro e segundo da Escola G. Aceitamos a turma de segundo ano, pois a professora desta turma sugeriu o método para escola e fez parte da implementação na Escola A.

No Quadro 2 apresentamos o número de turmas e o número de alunos envolvidos em cada ano.

	2013	2014	2015	2016	2017
Turmas	2 turmas	6 turmas	15 turmas	20 turmas	23 turmas
Alunos	51 alunos	159 alunos	345 alunos	418 alunos	408 alunos

Quadro 2: Número de turmas e de alunos por ano.

Nestes cinco anos de atividades, considerando o Piloto Líquen em 2013, colaboraram 34 diferentes professoras (todas foram mulheres), que foram regentes de alguma turma de primeiro ao quinto ano, com o método implementado, por no mínimo um ano letivo.

Aproximadamente 700 alunos diferentes utilizaram o método por um, dois ou três anos letivos. Não temos registro do número exato de alunos, pois houveram transferências durante o ano.

### **Construção do Método Líquen**

Desenvolvemos nosso trabalho em escolas públicas e implementamos as intervenções em parceria com a escola, incluindo os alunos de todas as turmas aptas a utilizarem o Método Líquen. Iniciamos com uma imersão na realidade escolar, observação das dificuldades e desenvolvimento das primeiras tarefas. Primamos por tarefas simples, com tempo determinado, objetivos mínimos, aplicáveis a todos e amparadas por referencial teórico. Implementamos e refinamos as tarefas semanalmente, guiados pelas atividades e necessidades das professoras, pelas dificuldades e facilidades observadas nos alunos e por nossos objetivos.

O material do Método Líquen sofreu refinamento semanal durante a primeira, segunda e terceira implementação. Ou seja, as tarefas foram construídas, refinadas e lapidadas durante os anos de 2014, 2015 e 2016, semanalmente. Em 2017 algumas tarefas ainda sofrem ajustes por sugestão das professoras, principalmente as tarefas do quinto ano ainda estão sendo construídas e refinadas semanalmente.

Este processo de construção não caracteriza um experimento, pois não testamos atividades desconhecidas. As atividades utilizadas nas tarefas são populares entre professores e alunos e semelhantes aquelas apresentadas em livros didáticos.

Elaboramos avaliações por meio de um baralho e testes onde consideramos tempo de resolução e número de acertos. Estas avaliações possibilitam a apresentação um *feedback*, tanto para a equipe diretiva, quanto para professores e alunos. Os testes foram incorporados ao material didático do método, que apresentamos nos Anexos A e B.

### 3 METODOLOGIAS E RESULTADOS

#### 3.1 ARTIGO 1 - UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS E DO CÁLCULO MENTAL NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

## Uma Análise das Atividades Didáticas e do Cálculo Mental no Primeiro Ano do Ensino Fundamental

### An Analysis of Didactic Activities and Mental Calculation in the First Year of Elementary School

Sabrina Zancan

Ricardo Andreas Sauerwein

#### Resumo

Neste trabalho, estudamos o desenvolvimento da aritmética de Butterworth (2005), as estratégias de contagem e cálculo de Gelman e Gallistel (1978) e Tompson (1999) e identificamos os conhecimentos necessários a estas estratégias. Observamos uma sala de aula de primeiro ano do Ensino Fundamental e as atividades envolvendo conhecimentos matemáticos propostas às crianças. Por fim, verificamos que o cálculo mental não aparece de forma sistemática nas atividades; as orientações da professora não contemplam raciocínios envolvendo estratégias sem contagem; as atividades propostas mostram um uso excessivo de algoritmos e não colaboram para a construção dos conhecimentos necessários às estratégias de cálculo.

Palavras-chave: Matemática. Cálculo Mental. Anos Iniciais.

#### Abstract

In this work, we studied the development of the arithmetic of Butterworth (2005), the counting strategies and calculation of Gallistel and Gelman (1978) and Thompson (1999) and identify the necessary knowledge to these strategies. We observed a first year classroom of the Elementary School and activities involving mathematical knowledge proposed to children. Ultimately, we found that the mental calculation does not appear systematically in the activities; the teacher's guidelines do not include reasoning involving strategies without counting; the proposed activities showed an excessive use of algorithms and do not build the necessary knowledge to the calculation strategies.

Keywords: Mathematics. Mental Calculation. Elementary School.

## INTRODUÇÃO

Os primeiros anos de escolarização são muito importantes, pois têm uma grande influência na formação do indivíduo (HECKMAN, 2006, p. 1900), tanto que, aqueles que apresentarem baixo desempenho neste período terão dificuldades na escola e, mais tarde, no mercado de trabalho (OECD, 2012). Neste período as crianças aprendem a ler, escrever, contar, entre outras habilidades que as acompanharão ao longo da vida. No entanto, embora pareça

fácil para os adultos, aprender a contar e operar com os números não é uma tarefa fácil para as crianças, necessita de muito conhecimento.

Gelman e Gallistel (1978) identificam habilidades que são necessárias, que regem e definem a contagem. São elas: correspondência um-a-um, princípio da ordem, princípio cardinal, princípio da abstração e princípio da irrelevância da ordem. Descrevemos estas habilidades detalhadamente e, por meio de análise desta descrição, percebemos que tais habilidades exigem conhecimentos específicos sobre os números:

**Correspondência um-a-um:** consiste em atribuir uma palavra número (um, dois, três...) para cada objeto da coleção a ser dimensionada. Para isso, a criança precisa ser capaz de dividir e redividir o conjunto de elementos entre aqueles nomeados (ou contados), e aqueles que não receberam nome (não contados).

**Princípio da ordem:** consiste em conhecer e ter memorizado os nomes das palavras número e sua ordem. Para isso a criança precisa saber as palavras número e a ordem correta delas.

**Princípio cardinal:** consiste em compreender que o nome atribuído ao último elemento da sequência representa o cardinal, o número de itens da coleção. Conhecimento ancorado na correspondência um-a-um e no princípio da ordem.

**Princípio da abstração:** significa que os princípios anteriores podem ser aplicados a qualquer coleção de objetos, palpáveis ou não. Para entender esse princípio as crianças precisam perceber que eles podem contar coisas não-físicas, como desejos e objetos imaginários.

**Princípio da irrelevância da ordem:** consiste em entender que a ordem em que os itens são contados é irrelevante. A criança precisa compreender que não importa se o processo de contagem é realizado da esquerda para a direita, da direita para a esquerda ou de algum outro lugar, desde que cada item na coleção seja contado uma vez e apenas uma vez (GELMAN e GALLISTEL, 1978, p. 77).

Com base no exposto, compreendemos que o entendimento desses princípios é de suma importância para a aprendizagem matemática, pois são os princípios da contagem e a contagem é a base da aritmética.

No universo das operações, uma criança tem as primeiras noções de adição quando percebe que adicionar dois números  $x$  e  $y$  é equivalente a contar os elementos da união de dois conjuntos disjuntos com cardinais  $x$  e  $y$ , respectivamente. Brian Butterworth (2005), por meio de exemplo, classifica em três estágios o desenvolvimento da contagem como uma estratégia para o cálculo de adições, que não acontecem estritamente separados. Complementamos os

exemplos de Butterworth com os conhecimentos matemáticos específicos que estas estratégias exigem:

**Contar todos:** Para calcular  $5+7$ , por exemplo, as crianças contam “1, 2, 3, 4, 5”, depois “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7”, e depois “1, 2, 3, ..., 12”, ou seja, contam desde o 1. É um processo elementar realizado com material manipulável ou dedos. Para esta estratégia é necessário apenas saber contar.

**Contar do primeiro:** Para calcular  $5+7$ , por exemplo, as crianças falam “5”, depois “6, 7, 8, 9, 10, 11, 12”, ou seja, iniciam a contagem no primeiro número. Esta contagem exige a compreensão de que a sequência numérica é quebrável, ou seja, que podemos iniciar uma contagem em qualquer número.

**Contar do maior:** Para calcular  $5+7$ , por exemplo, a criança inicia no 7 e conta mais 5 números. Neste estágio, para a criança usar esta estratégia de contagem, ela precisa saber comparar números e conhecer a propriedade comutativa, mesmo que inconscientemente (BUTTERWORTH, 2005, p. 5).

Ian Thompson (1999) estudou as estratégias de cálculo mental para adição e subtração de números menores que 20, utilizadas e desenvolvidas autonomamente por alunos. Agrupou em “Estratégias de Contagem” e “Estratégias de Cálculo”. As duas primeiras estratégias de contagem, assim como os conhecimentos, coincidem com os dois últimos estágios de Brian Butterworth: contar do primeiro e contar do maior, as outras três envolvem subtração. Abaixo apresentamos um resumo das estratégias de Thompson, bem como os conhecimentos matemáticos necessários a elas, apontados pelo autor:

**Contar para trás:** Para efetuar  $9-3$ , por exemplo, a criança conta “8, 7, 6”, ou seja, ela retira contando para trás. Esta estratégia exige as habilidades de contar para trás de um determinado número, contar para trás um determinado número de vezes, manter o controle para que não se confunda nestes dois passos, e ainda, associar a resposta ao último número dito na contagem.

**Contar de volta:** Para efetuar  $9-3$ , por exemplo, a criança conta “8, 7, 6, 5, 4, 3”, ou seja, ela conta até chegar no subtraendo e a resposta é o número de números que voltou. Esta estratégia exige habilidades semelhantes aquelas da estratégia anterior.

**Contar a partir de:** Para efetuar  $9-3$ , por exemplo, a criança conta “3, 4, 5, 6, 7, 8, 9”. Esta estratégia exige, além do controle de contar quantos números são necessários para ir do menor até o maior, a associação entre subtração e completar.

**Memória dos dobros e dobros próximos, para adição e subtração:** Para efetuar  $7+6$ , por exemplo, a criança recupera da memória que  $6+6=12$  e conclui que  $7+6=13$ . Esta estratégia

consiste em recuperar da memória os dobros dos números e utilizar alguma propriedade das operações para derivar o resultado. A utilização deste tipo de estratégia exige compreensão da sequência numérica, antecessor e sucessor, propriedades numéricas e operacionais.

**Subtração como inverso da adição:** Para efetuar  $7-3$ , por exemplo, a criança recupera da memória que  $3+4=7$  e conclui que  $7-3=4$  pois está tirando 3 de 7. Esta estratégia consiste em recuperar resultados aleatórios da memória e utilizar a propriedade inversa das operações.

**Decomposição:** Para efetuar  $6+8$ , por exemplo, a criança pensa em  $6+8=5+1+5+3=5+5+1+3$ . Esta estratégia exige a habilidade de decompor os números de um dígito em adições onde o cinco é uma parcela, conhecer a propriedade comutativa e associativa e recuperar resultados da memória.

**Compensação:** Para efetuar  $9+5$ , por exemplo, a criança calcula  $9+1+4=10+4$ . Esta estratégia da compensação consiste em retirar um número de uma parcela e colocar na outra, transformando em uma expressão equivalente, frequentemente utilizada com o algarismo 9. Esta exige a compreensão do conceito de equivalência entre expressões, decomposição e memorização de adições onde o 10 é uma das parcelas.

**Ponte pelo 10 para adição e subtração:** Para efetuar  $8+5$ , por exemplo, a criança completa o 10 fazendo  $8+5=8+2+3$ . Esta é a estratégia onde a criança completa o dez e depois adiciona o restante, ou quando tira até o dez e depois tira o restante. Para a utilização desta estratégia é necessário decompor os números em duas parcelas, ter memorizado as adições que tem soma 10:  $5+5$ ,  $6+4$ ,  $7+3$ ,  $8+2$  e  $9+1$ . E ainda, recuperar rapidamente adições e subtrações do tipo  $10+4=14$ ,  $10+5=15$ , ou ainda,  $15-5=10$ ,  $17-7=10$ . Esta é a estratégia mais utilizada pelos adeptos do cálculo mental (THOMPSON, 1999, p. 3).

Por meio deste estudo, percebemos que todas as estratégias são fortemente dependentes de conhecimentos matemáticos e de fatos básicos memorizados. Segundo Butterworth (2005, p. 9), as crianças que usam estratégias de contagem não utilizam recuperação de fatos da memória, enquanto aquelas que usam estratégias de cálculo mental, sem contagem, possuem alguns resultados memorizados e fatos numéricos organizados. Portanto, sem conhecimentos prévios e a memorização destes fatos básicos, muitas destas estratégias não podem ser utilizadas.

O trabalho sistemático com cálculo mental traz benefícios às crianças, pois: contribui para o desenvolvimento de melhores habilidades para resolver problemas; desenvolve bom senso numérico; promove uma progressão natural aos métodos convencionais por meio de métodos escritos (PARRA, 1996, p. 201); forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimativa, representa a maioria dos cálculos na vida real (que são feitos na cabeça, e não no

papel) e promove o pensamento criativo e independente (THOMPSON, 2010, p. 180). O cálculo mental permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados, e é um diferencial no enfrentamento de problemas (FONTES, 2010).

No entanto, alguns professores mantêm o ensino da aritmética somente ligado a estratégias de contagem e ao uso de algoritmos, pois estes produzem resultados corretos. De acordo com Mandarino, “no campo das operações com números naturais, os professores não justificam os procedimentos de cálculo, apresentados como único padrão; as propriedades numéricas e operatórias são enunciadas sem que se evidencie sua utilidade; o cálculo mental e por estimativa não são valorizados (2009, p. 15)”. Esta atitude faz com que muitas crianças não se preocupem em encontrar caminhos alternativos e se contentem em utilizar este processo.

Como a contagem é efêmera, após encontrar a resposta, pouco é construído na memória da criança. Por outro lado, aquelas crianças que conseguem substituir a simples contagem por alguma outra estratégia de cálculo melhoram sua capacidade cognitiva, visto que constroem competências numéricas que vão além das utilizadas com o processo de contagem.

Desta forma, diante do exposto, questionamos: As atividades didáticas propostas pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental estão direcionadas para o desenvolvimento de estratégias de cálculo, para a construção dos conhecimentos necessários ao cálculo mental? Existe a preocupação com as necessidades da Matemática dos anos finais?

Para buscar respostas a estas questões, observamos as aulas e avaliamos as atividades didáticas, propostas por uma professora de primeiro ano do Ensino Fundamental, com o intuito de verificar se tais atividades e a forma como são trabalhadas em aula contemplam o cálculo mental e a Matemática dos anos seguintes.

## **METODOLOGIA**

Delimitamos como abordagem metodológica a pesquisa quali-quantitativa, a partir de um estudo descritivo, realizado em uma turma do primeiro ano do Ensino Fundamental, 27 alunos, de uma escola estadual da região norte do Rio Grande do Sul (RS), regida por uma professora com formação em Magistério. A coleta de dados se deu por meio de uma pesquisa documental no final do ano letivo, com base nos cadernos dos alunos e pela observação participativa e estruturada das aulas (MARCONI e LAKATOS, 1999), que ocorreu duas vezes por semana, de maio a novembro do ano de 2014. Na análise documental, classificamos as atividades referentes ao ensino de Matemática e registradas nos cadernos dos alunos, bem

como, a frequência com que foram utilizadas, sem a preocupação com sua fonte. As mesmas foram agrupadas de acordo com o conhecimento: contagem, sequência numérica e operações. Nas observações, atentamos para a forma com que a professora conduziu as atividades e o objetivo que pretendia atingir com elas. Destacamos que não houve interferência no desenvolvimento da aula, apenas auxiliamos a professora durante a interação com os alunos. Por meio de questionamentos pertinentes verificamos alguns conhecimentos consolidados e algumas dificuldades de aprendizagem encontradas pelos alunos. O diário de campo foi outro instrumento de coleta de dados utilizado.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Durante o ano, a professora propunha, em média, três atividades envolvendo conhecimentos matemáticos por dia letivo, algumas escritas no quadro e outras impressas. A grande maioria das atividades envolveu números e operações, corroborando com os resultados da pesquisa de Mônica Mandarino (MANDARINO, 2009, p. 7). Em sua pesquisa, a autora observou um privilégio demasiado dado ao campo de números e operações nos anos iniciais, sendo este um modelo considerado dominante no ensino de Matemática e percebido claramente nesta sala de aula.

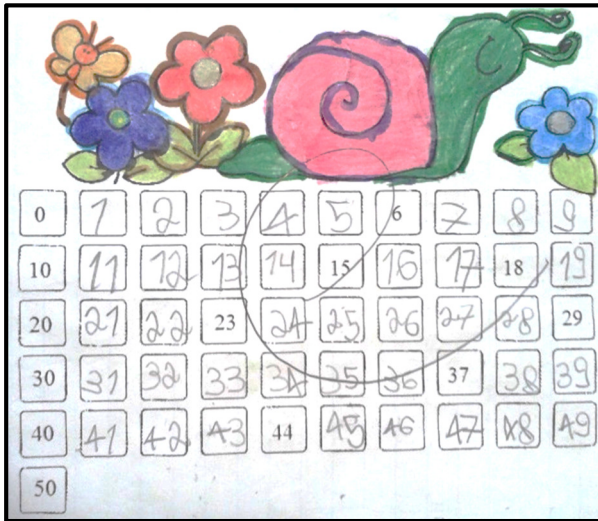
Atividades consideradas representativas das demais foram selecionadas no caderno de uma aluna e são apresentadas e comentadas. Cabe ressaltar que não fizemos distinção se as atividades foram impressas ou escritas no quadro e não buscamos informações da fonte utilizada pela professora, por não ser este o objetivo do trabalho.

Na Figura 1 temos uma atividade de sequência numérica, onde as crianças completaram os números em ordem crescente, de um até 50. Atividades como esta, ou na variação de recortar e colar os números ordenadamente, foram propostas 12 vezes ao longo do ano. Os alunos que apresentavam dificuldades consultavam os números exposto na parede ou solicitavam ajuda.

Em outras 22 atividades, as crianças escreveram por extenso o nome do número e/ou representaram a quantidade referente a eles, com desenhos livres, ou sugeridos, e com ou sem agrupamentos em dezenas. Os números variaram de 0 a 50 e cada atividade apresentava menos de 10 itens. Em algumas destas atividades o desenho sugerido apresentou riqueza de detalhes, o que dificultou a resolução, pois os alunos argumentavam que não conseguiam reproduzi-lo.



Figura 1 - Atividade de sequência numérica  
(Junho)



Fonte: Caderno de uma aluna da turma.

Figura 2 - Atividade de contagem  
(Agosto)



Fonte: Caderno de uma aluna da turma

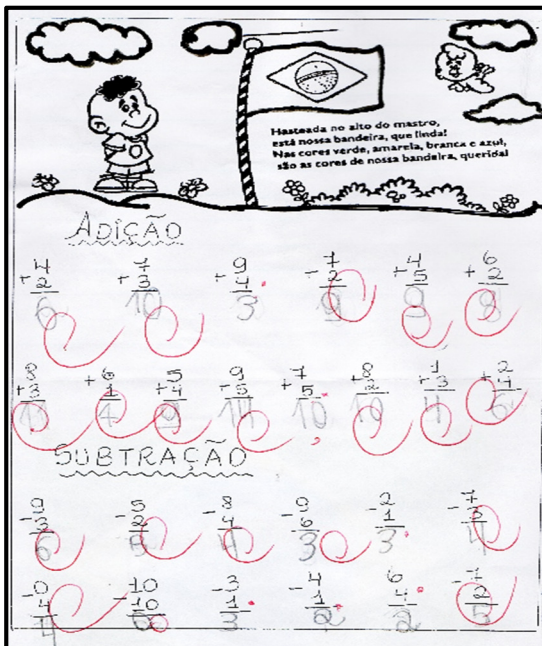
Nestes casos, o objetivo da atividade se perdeu, pois a atenção das crianças ficou nos detalhes do desenho, e não na quantidade.

Além disso, atividades de contagem de elementos e registro da quantidade foram propostas 36 vezes ao longo do ano, 31 com quantidades até 15 e 5 com quantidades até 50. Estas, exemplificadas pela Figura 2, foram propostas no segundo semestre e solicitavam um agrupamento em dezenas e depois a contagem. No entanto, apesar da solicitação de delimitação, as crianças somente contaram um-a-um e registraram.

Nas Figuras 3 e 4, temos exemplos de atividades de adição e subtração que foram resolvidas com o uso de material manipulável. Durante todo o ano foram propostas 22 atividades envolvendo apenas adições e subtrações de unidades e, no segundo semestre, 14 envolvendo números com dezenas. Observamos que o material manipulável foi utilizado pela grande maioria das crianças, mesmo para o cálculo de pequenas quantidades, por exemplo,  $4+2$ ,  $6+1$ . Ainda, estas atividades com diferentes grandezas foram propostas em uma mesma semana do mês agosto.

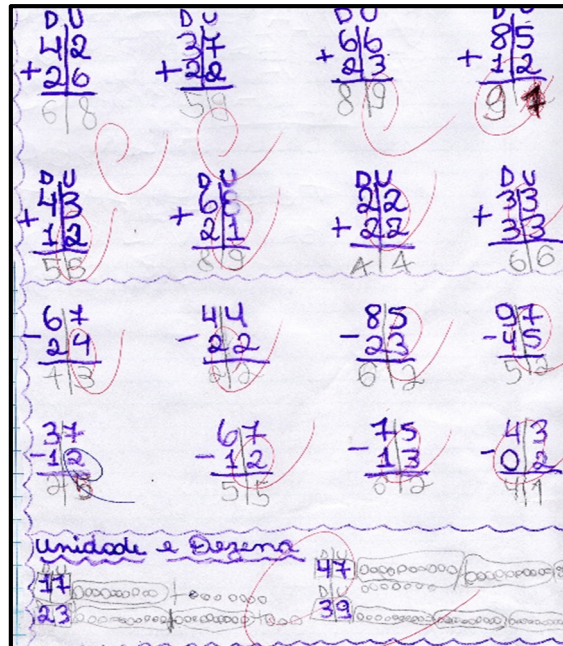
Constatamos que as crianças não foram instigadas sistematicamente a calcular mentalmente ou utilizar qualquer estratégia diferente às de contagem com material manipulável, nem mesmo para adições simples. Notamos que elas não possuíam noção das grandezas e das operações, haja vista que os erros cometidos passavam despercebidos. As adições raramente foram escritas na horizontal, já iniciaram na vertical, lembrando algoritmos.

Figura 3 - Adição e subtração com unidades (Agosto)



Fonte: Caderno de aluno

Figura 4 - Adição e subtração com dezenas (Agosto)



Fonte: Caderno de aluno

Situações-problema envolvendo adições e subtrações foram propostas sete vezes e a partir do mês de outubro. Em algumas delas os alunos completavam com um desenho, com a sentença matemática e com o cálculo, noutras (Figura 5) apenas com o cálculo. A grandeza numérica, em diferentes problemas da mesma atividade, teve grande variação. Números que representavam grandes quantidades dificultaram o uso da intuição.

Verificamos que adições de conjuntos foram propostas nos dois primeiros meses de aula por nove vezes, com quantidades, por conjunto, menores que 10. Dentre estas, encontramos duas consideradas inadequadas, pois adicionavam conjuntos com elementos diferentes. Por exemplo, sorvetes com picolés (Figura 6). Atividades como estas podem ocasionar a construção de conceitos matemáticos incorretos pelos alunos, prejudicando o entendimento da matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Em outras palavras, adicionar sorvetes e picolés terá influência na adição de variáveis  $x$  com  $y$  no estudo da Álgebra, por exemplo.

Ainda, foram realizadas três atividades de construção de gráficos de barras, quatro de escrever a quantidade de dezenas e de unidades representadas pelo Material Dourado (Figura 7), doze grupos de dez adições e subtrações horizontais para números menores que 10 e algumas para completar antecessor e sucessor de números menores que 50.

No início do ano letivo os alunos tinham grande dificuldade para lembrar o traçado do número e, constantemente, precisavam consultar a sequência numérica e contar até chegar ao número desejado para copiar seu traçado. Por exemplo, ao resolver questões de adição de

Figura 5 - Problemas aplicados (Outubro)

É DE MAIS OU DE MENOS?

- ROBERTA COMPROU 86 FIGURINHAS E GANHOU 25 DE SEU PRIMO. COM QUANTAS FIGURINHAS ROBERTA FICOU?  $86 + 25 = 111$  FIGURINHAS

- NA BIBLIOTECA DA ESCOLA HAVIA 19 LIVROS DE AVENTURA. OS ALUNOS RETIRARAM 5 QUANTOS LIVROS FICARAM?  $19 - 5 = 14$  LIVROS

- ANDRÉ TINHA 18 BOLINHAS DURANTE UM JOGO PERDEU 14 COM QUANTAS BOLINHAS FICOU?  $18 - 14 = 4$  BOLINHAS

- CLÁUDIO COLHEU 37 MANGAS E LIA 15 QUANTAS MANGAS CLÁUDIO E LIA COLHERAM JUNTOS?  $37 + 15 = 52$  MANGAS

- EDUARDO TEM 13 SELOS E ALBERTO TEM 19 SELOS QUANTOS SELOS TEM EDUARDO E ALBERTO JUNTOS?  $13 + 19 = 32$  SELOS

Fonte: Caderno de aluno

Figura 6 - Adições de conjuntos (Maio)

AO TODO  $3 + 2 = 5$

AO TODO  $3 + 3 = 6$

AO TODO  $5 + 2 = 7$

Fonte: Caderno de aluno

unidades como na Figura 7, primeiro os alunos contavam com material manipulável e depois consultavam a sequência contando os números até o número desejado para ver o traçado. Como o objetivo das atividades era encontrar a resposta correta, sem a preocupação com a forma de obtenção, esta forma foi considerada apropriada.

Além disso, três alunos realizavam rapidamente as atividades, inclusive as adições e subtrações. Por meio de questionamentos individuais sobre a forma de obtenção das respostas, percebemos que estes possuíam o conhecimento da sequência numérica até 100 e usavam estratégias de cálculo mental e não de contagem. No entanto, suas estratégias praticamente nunca foram socializadas com a turma. Em razão da facilidade com que realizavam os cálculos, eles eram vistos como diferentes pelos colegas. O ócio destes alunos ao aguardar os demais colegas concluírem as atividades causava transtorno na sala, uma vez que, o tempo de espera chegava a dez vezes o tempo demandado por eles para realizar a atividade.

Figura 7 - Material Dourado

ESCREVA O NÚMERO CORRESPONDENTE AO MATERIAL DOURADO:

14 e 16 e 13 e 16 e 11 e 15 e 12 e 14 e 14 e

CONTINUE ESCRREVENDO:

60 e 120

## CONCLUSÃO

Neste estudo, percebemos que a grande maioria das atividades contemplaram a sequência numérica, a contagem, as operações de adição e

Fonte: Caderno de aluno

subtração, frequentemente tendo como objetivo a resposta correta e não estavam direcionadas para o desenvolvimento de estratégias de cálculo ou construção dos conhecimentos necessários ao cálculo mental. Por exemplo, a aprendizagem da adição foi considerada suficiente quando as crianças identificavam a operação e, tomando os materiais manipuláveis, efetuavam a contagem, mesmo para adições de uma unidade ou duas unidades. A associação entre sucessor e adição de uma unidade não aconteceu de forma sistemática. Adições como, por exemplo,  $1+1$  e  $8+9$ , foram oferecidas ao mesmo tempo, não gradativamente, de forma que os alunos não tinham como recuperar resultados da memória e/ou construir estratégias de cálculo. Estas atividades também não contemplaram propriedades numéricas como comutatividade ou associatividade.

Percebemos um uso excessivo e precoce dos algoritmos, o que prejudicou a construção de estratégias de cálculo e a aprendizagem de conceitos pertinentes ao entendimento da Matemática, como sentido de número, por exemplo. Segundo Kamii e Joseph, nos primeiros anos, “os algoritmos são prejudiciais por duas razões: (1) Eles fazem com que a criança desista de pensar e (2) ‘desensinam’ o valor posicional, impedindo que as crianças desenvolvam o senso numérico” (2005, p. 40).

Esta situação é compreensível quando atentamos à formação destes professores. Estudos mostram que professores polivalentes estão sendo formados em cursos cujas ementas das disciplinas registam preocupações simplórias sobre o quê e como ensinar. Na grande maioria dos cursos de formação em pedagogia e magistério, os conteúdos a serem ensinados na educação básica aparecem esporadicamente e são abordados de forma genérica ou superficial no interior das disciplinas de metodologia e prática de ensino (GATTI e NUNES, 2009, p. 59). Os professores oriundos de formações com estas lacunas, com pouco conhecimento dos conteúdos que devem ensinar, em suas práticas, têm dificuldade para realizar situações didáticas, evitam temas que não dominam, mostram insegurança e se apoiam em memorização de informações, como constata Edda Curi em sua pesquisa com professores polivalentes (CURI, 2005, p. 145).

Em hipótese alguma tivemos o intuito de criticar a metodologia utilizada pela professora durante seu trabalho em sala de aula. Nosso intuito foi realizar uma análise de como o cálculo mental e a Matemática estão sendo tratados no primeiro ano e a forma que encontramos foi por meio da observação de uma sala de aula. Apesar desta pesquisa ser um estudo de caso, acreditamos que as situações de ensino encontradas estejam em conformidade com outras tantas salas de aula de primeiro ano do Brasil, mostrando a necessidade de uma formação continuada

e de uma conscientização sobre os benefícios do cálculo mental para o bom entendimento da Matemática.

Como a habilidade com conceitos matemáticos nos anos iniciais são fortes indicadores de sucesso acadêmico em anos posteriores, mais que habilidade de leitura e sócio-emocional (DUNCAN, DOWSETT, *et al.*, 2007, p. 1443), para termos jovens com melhores habilidades Matemáticas, faz-se necessário melhores escolhas e condução das atividades, que resulte em um aprendizado significativo da matemática nos anos iniciais.

## **BIBLIOGRAFIA**

BUTTERWORTH, B. The development of arithmetical abilities. **Journal of Child Psychology and Psychiatry**, v. 46, n. 1, p. 3-18, 2005.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. 1. ed. São Paulo: Musa, v. 2, 2005.

DUNCAN, G. J. et al. School readiness and later achievement. **Developmental psychology**, v. 43, n. 6, p. 1428-1446, 2007.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 220. 2010.

GATTI, B. A.; NUNES, M. N. R. Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas. , v. 29, p. 155, 2013. In: GATTI, B. A. **Coleção de textos FCC**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, v. 29, 2009. p. 155.

GELMAN, R.; GALLISTEL, C. **Gelman, R. & Gallistel, C. The Child's Understanding of Number**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

HECKMAN, J. J. Skill Formation and the Economics of Investing in Disadvantaged Children. **Science**, v. 312, p. 1900-1902, June 2006.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget (series iniciais)**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MANDARINO, M. C. F. **Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental priorizam**. Rio de Janeiro: UNIRIO, 2009.

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**. São Paulo: Atlas, v. 4, 1999.

OECD. The Organization for Economic Co-operation and Development. [www.oecd.org/brazil/Pisa-2012-results-brazil.pdf](http://www.oecd.org/brazil/Pisa-2012-results-brazil.pdf), 2012. Disponível em: <<http://www.oecd.org/>>. Acesso em: 22 Mar 2016.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

THOMPSON, I. **Issues in teaching numeracy in primary schools**. 2. ed. Buckingham: Open University Press, 1999.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction. **Mathematics in school**, v. 28, n. 5, p. 3, November 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

### 3.2 MANUSCRITO 1 – REORGANIZANDO ATIVIDADES PARA ESTIMULAR O CÁLCULO MENTAL NOS ANOS INICIAIS

## Reorganizando atividades para estimular o cálculo mental nos anos iniciais

---



---

#### Resumo

O objetivo deste trabalho é conhecer as estratégias de cálculo mental e propor uma reorganização e padronização das atividades rotineiramente realizadas na escola, para que estas instiguem o aprendizado das propriedades numéricas e facilitem a recuperação automática de resultados. Assim, capacitando e estimulando o uso do cálculo mental em classe desde os primeiros anos de escolarização. Para isso, observamos crianças de segundo e terceiro anos do ensino fundamental e analisamos as principais estratégias de cálculo, com ou sem contagem, para operações com números menores que 20. O estudo mostrou que existem estratégias de cálculo mental comuns, e que estas são utilizadas por uma minoria de alunos, pois os professores, em geral, enfatizam a resposta e não o meio pelo qual foram obtidas. Destas análises, propomos a reorganização e padronização de atividades que podem ser utilizadas em todas as escolas e que promovem o cálculo mental.

**Palavras-chave:** Matemática, Cálculo Mental, Anos Iniciais.

---

#### Abstract

##### *Organizing activities to stimulate the mental arithmetic in primary school*

The purpose of this study is to know the mental calculation strategies and propose a reorganization and standardization of activities performed routinely in school that encourage the learning of numerical properties and facilitate the memorization of results. Thereby enabling and encouraging the use of mental calculation in class since the primary school. For this, we observe children of second and third year of elementary school and we analyse the main calculation strategies, with or without counting for operations with numbers less than 20. The study showed that there are common mental calculation strategies, and these are used a minority of students, for in general teachers emphasize response and not the way by which they were obtained. From these analyses, we propose the reorganization and standardization of activities that can be used in all schools and promoting mental calculation

**Keywords:** Mathematics, Mental Calculation, Primary School.

---

## 1. Introdução

Cálculo Mental é um conjunto de procedimentos que se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido, para obter resultados. Estes processos se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações e colocam em ação

diferentes tipos de escrita numérica e diferentes relações entre os números (PARRA, 1996, p. 195).

A importância do cálculo mental no processo de ensino-aprendizagem de matemática é reconhecida em documentos oficiais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais escrevem que “os procedimentos de cálculo mental, fornecem à criança uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento (BRASIL, 2000, p. 59)” e preveem seu ensino desde os anos iniciais.

Os professores também validam sua importância, mas na prática, ele é pouco utilizado em sala de aula por professores polivalentes, que não tem uma formação específica de matemática e não trazem consigo uma experiência de vida pautada neste tipo de cálculo (FONTES, 2010, p. 174).

Alguns professores podem manter o ensino da aritmética somente com estratégias de contagem, pois estas resultam em respostas corretas, a maioria das vezes. Mas, a contagem é efêmera e, após encontrar a resposta por contagem, pouco é construído na memória da criança. Aquelas crianças que conseguem substituir a contagem melhoram sua capacidade cognitiva, pois constroem competências numéricas que vão além das utilizadas com este processo. O nível de eficiência da estratégia de cálculo mental aumenta de acordo com o domínio de fatos numéricos básicos, que precisam ser associados com relações numéricas mais complexas por meio de atividades frequentes (SANTOS e SANTOS-WAGNER, 2014, p. 221).

Assim, embora o cálculo mental permita uma melhor compreensão da matemática e tenha implicações no futuro das crianças, pois a habilidade em conceitos matemáticos nos anos iniciais são fortes indicadores de sucesso acadêmico em anos posteriores (DUNCAN, DOWSETT, et al., 2007, p. 1443), esta ferramenta não vem sendo utilizada com todo o seu potencial. Apenas alguns alunos fazem uso desta.

Para que sua utilização aconteça, é preciso que os professores estejam conscientes de sua importância no processo de ensino-aprendizagem. Afinal, a prática dos professores de matemática está relacionada com suas crenças, visões e preferências em relação a esta disciplina (THOMPSON, 1997, p. 40). Um professor que não utiliza o cálculo mental, desconhece seus caminhos, suas características e suas facilidades, em consequência disso, não o desenvolve de forma sistemática com seus alunos.



Os professores, tendo consciência das principais estratégias do cálculo mental, podem distinguir os conhecimentos necessários e trabalhar os princípios para o desenvolvimento destes, com atividades que fornecem a base para o raciocínio estratégico. Uma reorganização e padronização de atividades de matemática comumente utilizadas podem influenciar mais crianças a desenvolver tal habilidade, capacitando a turma como um todo.

Acreditamos que existe a possibilidade de os professores trabalharem a matemática de forma que facilite a apropriação da habilidade com cálculo mental, através da reorganização e padronização de atividades cotidianas.

Neste trabalho, investigamos quais estratégias de cálculo são frequentemente usadas pelos alunos adeptos do cálculo mental, mesmo que de maneira ineficiente. A partir dessa investigação, identificamos o grupo de estratégias de cálculo mental mais frequente e eficiente. Após, explicitamos os conhecimentos prévios necessários para que os alunos possam utilizar as estratégias de cálculo mental. Por fim, elaboramos sugestões para reorganizar e padronizar atividades de sala de aula, que capacitam e estimulam a criação de estratégias de cálculo nos primeiros anos de escolarização. O objetivo das nossas recomendações é instruir o professor a reorganizar atividades de forma a oportunizar e capacitar o uso do cálculo mental, diminuindo a disparidade na turma.

## **2. Metodologia**

Esta pesquisa possui abordagem qualitativa, com objetivo explicativo, de natureza observacional, não participante, individual, de campo e sem interferência (MARCONI e LAKATOS, 2002). As observações foram realizadas durante um ano letivo, semanalmente, por um período de 30 minutos. As crianças observadas foram das turmas de segundo e terceiro anos do ensino fundamental de uma escola estadual localizada na região norte do Rio Grande do Sul.

Escolhemos observar, a entrevistar os alunos, pois a entrevista traz algumas limitações, como a possibilidade de o entrevistado ser influenciado pelo pesquisador (MARCONI e LAKATOS, 2002, p. 90). Neste caso, a ansiedade e a insegurança causados pela estranheza poderiam mascarar as estratégias. Frente ao pesquisador, as crianças poderiam utilizar mais contagem, por se sentirem mais seguras com ela, e garantir uma resposta correta. Também não

identificamos alunos ou professores, pois o objetivo são as estratégias em geral e algumas formas de abordagem, não a forma de cada aluno ou cada professor em particular.

Para conhecer as estratégias de cálculo mental utilizadas pelas crianças observamos do fundo da sala e solicitamos às professoras que, durante a realização de alguns cálculos, perguntassem aos alunos “Por quê?”, ou “Como você fez?”, para que estes explicassem os raciocínios utilizados. Registramos as estratégias relatadas pelos alunos para adições e subtrações, para números menores que 20, e agrupamos por semelhança de raciocínio.

Analisamos a evolução no conhecimento da sequência numérica e as estratégias de cálculo de cada grupo. Descrevemos o conhecimento intrínseco para cada uma das estratégias e elaboramos propostas de atividades que auxiliam na assimilação das propriedades numéricas, percebidas como alicerces para as estratégias, aplicáveis a partir dos primeiros anos de escolarização no ensino fundamental.

### **3. Estratégias de cálculo**

Nas observações feitas em sala de aula percebemos que o processo de ensino da matemática iniciou com a construção da sequência numérica, conhecimento do nome, da ordem e do traçado dos números. Nas operações de adição e subtração, as estratégias mais rudimentares foram as de contagem com material manipulável e, raramente, outras que utilizavam propriedades numéricas e recuperação de resultados.

A partir da análise das observações foi possível agrupar as estratégias de contagem e de realização de operações. Essas vão ao encontro daquelas descritas por Thompson (1999, p.03) e ambas concordam com o caminho de desenvolvimento da aritmética elaborado por Butterwoth (2005). A seguir, descrevemos estas estratégias e os conhecimentos intrínsecos a cada uma delas.

#### **3.1. Estratégias com contagem um-a-um**

Contar é a base da aritmética e muitas crianças fazem uso desta habilidade nos estágios iniciais da aprendizagem, como veremos nas primeiras estratégias descritas.

### a) Contagens

Nas contagens, as atividades consistiam em contar elementos, em grande número (10 a 20), dispostos aleatoriamente. As crianças precisavam apontar um-a-um para encontrar o cardinal do conjunto e frequentemente erravam na contagem, por esquecer algum ou contar duas vezes outro. Não havia padrão na distribuição, não incentivando a construção de processos mais avançados de contagem.

### b) Adições

Nas adições, o processo mais rudimentar utilizado pelas crianças, com material manipulável ou dedos, foi o contar todos, sempre começando do número 1. Para realizar  $5+7$ , por exemplo, estas contavam “1, 2, 3, 4, 5”, depois “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7”, e depois “1, 2, 3, ..., 12”. Para esta estratégia é necessário apenas saber contar. O processo seguinte foi contar do primeiro. Ou seja, para  $5+7$  as crianças falavam “5”, depois “6, 7, 8, 9, 10, 11, 12”. Esta contagem só acontece quando a criança compreende que a sequência numérica é quebrável, ou seja, que podemos iniciar uma contagem em qualquer número. Contar do maior, ou seja, calcular  $5+7$ , iniciando no 7 e contando mais 5 números, também foi observado. As crianças precisam saber comparar números e conhecer a comutatividade, mesmo que inconscientemente, para utilizar esta estratégia. Estes estágios não são estritamente separados, as crianças podem mudar de estratégia de um problema para outro (BUTTERWORTH, 2005, p. 9).

### c) Subtrações

Nas subtrações contar para trás foi muito utilizado. Por exemplo,  $9-3$  foi calculado contando “8, 7, 6”. Esta estratégia exige as habilidades de contar para trás de um determinado número, contar para trás um determinado número de vezes, manter o controle para que não se confunda nestes dois passos, e ainda, associar a resposta ao último número dito na contagem (THOMPSON, 1999). Contar do menor número até o maior para calcular subtrações é uma estratégia simples de contagem. Porém, foi pouco utilizada pelas crianças, pois muitas têm a subtração associada somente ao tirar.

As crianças que usam estratégias de contagem não utilizam recuperação de fatos da memória. Enquanto aquelas que usam estratégias de cálculo mental, sem contagem, possuem alguns resultados memorizados e fatos numéricos organizados. (BUTTERWORTH, 2005, p. 9)

### 3.2 Estratégias de cálculo mental sem contagem um-a-um

O cálculo mental só é possível quando o aluno internaliza alguns conhecimentos da sequência numérica, como destacamos abaixo. De posse destes conhecimentos, esse passa a utilizar o cálculo mental e abandona as estratégias de contagem, pois percebe que este, o cálculo mental, é mais eficiente.

#### a) Memória

Ao recuperar automaticamente da memória o dobro dos números e utilizar alguma propriedade das operações, as crianças efetuaram cálculos sem necessitar contagem. Por exemplo,  $7+6=13$ , pois  $6+6=12$ , ou ainda,  $14-7=7$ , pois  $7+7=14$ . Dobros próximos também auxiliaram, como  $13-7=6$ , quando recordaram que  $14-7=7$ . No entanto, a utilização deste tipo de estratégia exige compreensão da sequência numérica, antecessor e sucessor e das particularidades de cada uma das operações, ao adicionar ou retirar unidades.

#### b) Decomposição

Em situações de adição com parcelas de um dígito algumas crianças mantiveram o 5 como centro do raciocínio. Por exemplo,  $6+8=5+5+1+3$ . A habilidade de decompor os números de um dígito em adições onde o cinco é uma parcela, conhecer a propriedade comutativa e associativa, recuperar resultados da memória, são os conhecimentos necessários para o uso desta estratégia.

#### c) Compensação

A estratégia da compensação, que consiste em retirar um número de uma parcela e colocar na outra, por exemplo,  $9+5=10+4$ , frequentemente utilizada com o algarismo 9 também foi observada. Esta exige a compreensão do conceito de equivalência entre expressões, decomposição e recuperação automática de adições onde o 10 é uma das parcelas.

#### d) Ponte pelo 10

A estratégia sem contagem muito utilizada, tanto para adições, quanto para subtrações, foi a ponte pelo 10. Esta é a estratégia onde a criança completa o dez e depois adiciona o

restante, ou quando tira até o dez e depois tira o restante. Por exemplo,  $8+5=8+2+3$  e  $14-6=14-4-2$ . Para a utilização desta estratégia é necessário decompor os números em duas parcelas, ter memorizado as adições que tem soma 10:  $5+5$ ,  $6+4$ ,  $7+3$ ,  $8+2$  e  $9+1$ . E ainda, recuperar rapidamente adições e subtrações do tipo  $10+4=14$ ,  $10+5=15$ , ou ainda,  $15-5=10$ ,  $17-7=10$ .

### **3.3 Utilização de estratégias**

Nas seções anteriores identificamos as estratégias de contagem e de cálculo mental utilizadas na resolução de problemas envolvendo números. Mas, precisamos ressaltar que as estratégias relacionadas em cálculo mental são utilizadas por apenas 10% dos alunos das turmas. Esta quantidade se mantém pequena porque, em geral, a metodologia de ensino utilizada pelas professoras enfatiza o fim, a resposta correta, e não o meio, como o aluno a obteve. Focalizar a resposta faz com que os alunos não se preocupem em encontrar caminhos alternativos a contagem, apenas finalizem com uma resposta correta, sem questionar se o meio de obtenção desta foi correto e se há outras possibilidades. Esse comportamento divide a turma em alunos que tem facilidade, usam o cálculo mental, e outros que pensam a matemática onerosa, dependem da contagem, criando e aumentando a disparidade entre eles. Nos primeiros anos, a resposta rápida não tem muito valor, mas com o avanço nos anos escolares, os alunos que ainda precisam contar demoram para dar respostas. Estes se sentem incapazes perante os demais colegas e desenvolvem a ansiedade matemática (ASHCRAFT e KRAUSE, 2007, p. 247).

Por isso, após análise das estratégias de cálculo mental daqueles que utilizam esta ferramenta e a desenvolveram autonomamente, descrevemos algumas sugestões de organização e padronização para atividades rotineiramente realizadas na escola. Para, desta forma, capacitar e estimular todos os alunos a criarem novas estratégias e a utilizarem o cálculo mental, melhorando suas habilidades com a matemática e evitando o início e o aumento de uma defasagem de conhecimentos entre eles em anos posteriores.

## **4. Sugestões para organização de atividades didáticas**

As sugestões são indicadas para os anos iniciais, no período de alfabetização numérica. Englobam contagem, operações e propriedades numéricas e tem o objetivo de auxiliar os alunos na apropriação de conhecimentos necessários para a utilização do cálculo mental.

a) Organizar a contagem em conjuntos.

Na aprendizagem da contagem as atividades normalmente são constituídas por conjuntos com desenhos dispostos aleatoriamente. A criança conta apontando, ou riscando cada item, e escreve o símbolo do número ao lado. Este modelo de atividade trabalha o contar, a correspondência um-a-um e a cardinalidade. Como podemos identificar com o olhar até 5 itens (KAMII e JODEPH, 2005), conjuntos com cardinal maior que 5, quando dispostos aleatoriamente, exigem que a criança continue apontando os objetos e não crie estratégias de contagem.

Para que algumas estratégias de contagem sejam construídas pelas crianças podemos arranjar estes objetos de alguma forma, alinhados aos pares, trios, quartetos, agrupados em conjuntos menores, para que seja possível contar com o olhar, desenvolvendo habilidades que as figuras dispostas aleatoriamente não desenvolvem. Estes arranjos estimulam a criança a buscar atalhos para dimensionar um conjunto, a criar estratégias de contagem, sem excluir a possibilidade de algumas contarem todos como se estivessem dispostos aleatoriamente.

b) Padronizar desenhos e sua distribuição nos conjuntos.

Quando a criança se apropria do conhecimento de que o cardinal de um conjunto independe do tipo de elemento do conjunto, podemos oferecer contagens de forma organizada e padronizada e construir mais conhecimento com ela. Uma alternativa está na padronização dos desenhos e da forma dos conjuntos. Por exemplo, bolinhas dentro de retângulos com capacidade para dez, dispostas em duas linhas com cinco em cada (em associação aos cinco dedos de cada mão e ao sistema de base 10) e as quantidades representadas da esquerda para a direita, preenchendo a primeira linha e depois a segunda.

Quando o retângulo possui até 5 bolinhas na primeira linha, alinhadas a esquerda, a criança não precisará contar para identificar a quantidade, pois consegue percebê-la com o olhar. As quantidades de 6 a 10, como utilizam a primeira linha completa e mais a segunda linha, induzem a criança a também não contar. Pois, depois de algumas contagens organizadas

desta forma as crianças passam a reconhecer o número de bolinhas simplesmente observando o conjunto. Também podem passar a associar a disposição das bolinhas com os dedos das mãos e, por exemplo, não contando mais sete dedos, apenas levantando uma mão cheia e dois dedos da outra para representar o sete.

Com esta organização e padronização, se constrói o princípio de uma rede de relações numéricas (KAMII e JODEPH, 2005, p. 63) para os números de 1 a 10. Os alunos passam a entender, por exemplo, o sete, como cinco bolinhas (unidades) mais duas bolinhas, uma bolinha a mais que o seis, uma a menos que o oito e três bolinhas a menos que o 10. Este conhecimento é essencial para o desenvolvimento do cálculo mental.

c) Transformar em memória automática sucessores e antecessores.

A criança precisa conhecer a reta numérica, o nome, traçado e ordem dos número, ao ônus de demandar muito esforço cognitivo para efetuar operações relativamente simples ao ter que recitar toda a sequência numérica para encontrar antecessor e sucessor. Escrever ou falar a sequência, iniciando no número 1 é tarefa simples. O que exige um esforço maior é pensar em um número, por exemplo, 7, e recuperar rapidamente o antecessor, 6, e o sucessor, 8, sem contar desde o 1.

Padronizar atividades de escrita de antecessor e sucessor para números de 1 a 10 e ofertá-las com frequência para as crianças transforma em memória automática estes resultados. Depois, parear antecessores e sucessores de números de 1 a 10 com números de 11 a 20 facilita o entendimento da lógica dos números. Por exemplo, solicitar que o aluno escreva o antecessor e o sucessor de 7, seguido do antecessor e sucessor de 17.

d) Associar sucessor e antecessor com adição e subtração de 1 unidade.

Iniciar a operação de adição com todos os números misturados leva a compreensão da operação, mas não facilita o entendimento do padrão numérico. Vislumbrando o cálculo mental, se estas estiverem estruturadas e organizadas de forma que o padrão numérico fique explícito, teremos uma chance maior de recuperação de resultados da memória. Esta afirmação pode causar estranhamento mas, primeiramente, os alunos tem habilidade em recuperar instantaneamente o sucessor de um número, mas não tem resposta pronta para adições de um número com 1 unidade.

Associar sucessor com adição de 1 unidade de forma organizada e repetida melhora o conhecimento da sequência numérica e transforma este resultado em memória automática, pois foi associada ao sucessor que já está automatizado. Consolidada e automatizada a etapa da adição de 1 unidade é possível passar para a adição de 2 unidades, como o sucessor do sucessor, e gradativamente para as adição de 3, 4 e 5 unidades.

e) Construir a adição com números menores que 10.

Utilizar problemas envolvendo grandes quantidades, por exemplo,  $15+6$ , quando o objetivo é a construção do conceito das operações através de material manipulável, demanda um esforço demasiado. As crianças não tem agilidade para contar 15 palitos, por exemplo, se atrapalham, recontam e, neste tempo, a adição perde o foco. Para uma criança, 5 palitos são distinguidos de outro grupo com 4 palitos com o olhar, enquanto 15, 14, 16 palitos são apenas um monte de palitos.

Na construção das operações, através de problemas e com a utilização de material manipulável, uma atitude favorável é a utilização de pequenas quantidades, menores que 10, para que os conhecimentos já construídos sobre os números e a intuição operem a favor.

f) Construir uma rede de relações numéricas para o 10.

A ponte pelo 10 é uma estratégia muito utilizada no cálculo mental, tanto para adições quanto para subtrações, mas essa não é trabalhada sistematicamente nas salas de aula.

Podemos construir uma rede de relações numéricas (KAMII e JOSEPH, 2005, p. 63) para o número 10 oferecendo atividades com adições que resultam em 10 unidades, por exemplo,  $8+2$ ,  $7+3$ ,  $6+4$ , adições da forma  $10+2$ ,  $10+6$ ,  $10+8$  e subtrações da forma  $15-5$ ,  $14-4$ ,  $18-8$ , sempre agrupadas e repetidas, para que o padrão numérico será percebido, compreendido e memorizado pelas crianças.

g) Construir padrões numéricos.

O passo seguinte ao domínio das estratégias de adição para números de um dígito é estender para as adições de números entre 10 e 30 com números de um dígito. Tarefas que apresentam  $5+3$ , seguido por  $15+3$ ,  $25+3$ , constroem o padrão numérico sem ajuda do professor. A princípio, a criança sabe a resposta da primeira, mas não sabe a resposta das demais. Com a



oferta de tarefas padronizadas, agrupadas e organizadas desta forma, ela percebe o padrão que existe nos números e estende para os demais, respondendo rapidamente  $55+3$ , por exemplo, sem contagem ou explicações.

h) Construir propriedades numéricas.

Nas adições de números de um dígito, as crianças, primeiramente, contam a partir do primeiro e, depois, a partir do maior. Para isso, precisam compreender a propriedade comutativa. Ofertar atividades que apresentam em sequência, somas com parcelas comutadas, como  $5+3$  seguida por  $3+5$ , faz com que os alunos calculem ambas as adições e, quando perceberem a propriedade comutativa, realizam apenas um dos cálculos. Ao leitor pode parecer um resultado óbvio, mas as crianças precisam desta construção, que pode ser facilitada pelo professor e não ensinada.

i) Memorizar o dobro dos números.

Recuperar automaticamente a memória dos dobros permite as crianças encontrarem resultados de adições próximas, utilizando propriedades numéricas. Podemos inicialmente propor atividades de adição que contenham apenas adições de parcelas iguais para números de 1 a 10, ou seja,  $5+5$ ,  $7+7$ ,  $3+3$ . Posteriormente, parear adições com resultados que podem ser derivados destes,  $5+5$ , seguido de  $5+6$ , ou  $8+8$ , seguido de  $9+8$ . Com a memória dos dobros, antecessor e sucessor, as crianças rapidamente obtêm a resposta sem necessitar de contagem.

j) Compreender as diferentes abordagens da subtração.

A criança que tem fluência na adição tem melhores condições de compreender a subtração. Lembrando que, como a subtração está associada a três conceitos: tirar, completar e inverso da adição. Estas três abordagens precisam ser trabalhadas. Se construídas separadamente, mais fácil para a criança se apropriar de cada uma delas. Para construir a ideia de subtração como tirar podem ser propostas atividades como  $5-3$ ,  $15-3$ ,  $8-2$ ,  $18-2$ . Completar e aponte pelo 10 podem ser construídas com adições como  $7+_=12$ ,  $8+_=14$  e  $9+_=13$ . Ainda, a subtração como inverso da adição pode ser conseguida com tarefas como  $7+_=12$ , seguidas de  $12-7$  e  $12-5$ . Quando oferecidas em blocos permitem que a criança perceba a diferença entre cada uma delas e, com a ajuda do professor, aplicam estes conceitos na resolução de problemas.

## 5. Conclusões

Neste estudo observamos estratégias de cálculo mental e de contagem utilizadas pelos alunos. Uma minoria, cerca de 10% dos alunos, utilizam cálculo mental rotineiramente. Identificamos as principais estratégias de cálculo mental desta minoria e explicitamos os conhecimentos matemáticos básicos necessários para cada uma dessas. De posse destas informações, mostramos que é possível organizar atividades de sala de aula que constroem alguns dos conhecimentos encontrados como básicos e necessários ao cálculo mental, de modo a estimular e capacitar todos os alunos da turma a utilizarem este tipo de cálculo desde os anos iniciais.

Estas sugestões ajudam o professor a organizar, agrupar e padronizar tarefas comumente utilizadas em sala de aula. Assim, o professor trabalha um conceito específico e as crianças constroem o padrão numérico presente nos números de forma gradativa, fazendo relações de nível mais alto derivarem das de nível mais baixo, facilitando a aprendizagem. Acreditamos que este estímulo possa levar mais alunos a utilizarem o cálculo mental.

Estas sugestões são aplicáveis às crianças do primeiro, segundo e terceiro ano do ensino fundamental, respeitando as limitações cognitivas de cada grupo, e não substitui as demais atividades realizadas na escola, como ensino de algoritmos. Apenas soma-se às demais visando um melhor entendimento da matemática pelos alunos.

## 6. REFERÊNCIAS

ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, p. 243-248, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: 1997.

BUTTERWORTH, B. The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 46:1, p. 3-18, 2005.

DUNCAN, G. J. et al. School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, v. 43, p. 1428, 2007.

- FONTES, C. G. D. O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais. Faculdade de Educação. São Paulo. 2010.
- KAMII, C.; JOSEPH, L. L. Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. Técnicas de pesquisa. São Paulo: Atlas, v. 2, 2002.
- PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.
- SANTOS, D. M. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. D. Cálculo Mental: diagnóstico de estratégias espontâneas de alunos do 6º ano. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 9, p. 210-223, 2014.
- THOMPSON, A. G. A relação entre concepções de Matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. Revista Zetetiké, v. 5, n. 8, p. 11-44, 1997.
- THOMPSON, I. Mental Calculation: Strategies for Addition and Subtraction. Mathematics in School, Leicester, v. 28, n. 5, p. 1-4, November 1999.



### 3.3 ARTIGO 2 - MÉTODO LÍQUEN – ARITMÉTICA PARA OS ANOS INICIAIS

#### MÉTODO LÍQUEN – ARITMÉTICA PARA OS ANOS INICIAIS

Sabrina Zancan<sup>5</sup>

Ricardo Andreas Sauerwein<sup>6</sup>

#### RESUMO

Neste trabalho apresentamos o Método Líquen, concebido com o objetivo de facilitar o desenvolvimento de estratégias de cálculo por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O método consiste em uma sequência de tarefas de curta duração, com grau progressivo de dificuldade, para serem resolvidas aula. Desenvolvido para criar momentos de focalização e concentração, nos quais os alunos resolvem individualmente as questões impressas em uma folha, preferencialmente, todos os dias letivos. Cada folha, denominada *tarefa*, é fisicamente uma folha de tamanho A5, com diferentes atividades. Estas são selecionadas a partir de cinco blocos estruturados de atividades envolvendo números e operações. Em 2014 o Método Líquen foi implementado em turmas de 1º, 2º e 3º anos de uma escola estadual. Nesta oportunidade, cerca de 540 tarefas foram efetivamente criadas e aplicadas. Os resultados preliminares destas aplicações mostram a efetividade do Método Líquen, seu baixo custo e a facilidade de sua implementação.

**Palavras-chave: Estratégias de Cálculo. Anos Iniciais. Método Líquen.**

#### ABSTRACT

##### **Líquen Method – Arithmetics to the Elementary School**

In this work we present the Líquen Method, designed with the objective of facilitating the development of calculation strategies for students in the early years of elementary school. The method consists of a sequence of short tasks, with a progressive degree of difficulty for the students settle in the classroom. It was developed to create moments of close attention and concentration, in which students individually solve a set of printed questions on a sheet, preferentially every school day. Each sheet, that we call tasks, physically is an A5 size sheet, with different activities. These are selected from a database with five structured blocks of activities involving numbers and operations. In 2014 the Líquen Method was implemented on classes of 1st, 2nd and 3rd grades of a State School. In this opportunity, about 540 tasks were actually created and applied. The preliminary results of these applications show the effectiveness of Líquen Method, its low cost and ease of implementation.

**Keywords: Calculation Strategies. Elementary School. Líquen Method.**

---

<sup>5</sup> Mestrado, Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência – Química da Vida e Saúde, Universidade Federal de Santa Maria /UFSM. Avenida Independência 3751, Vista Alegre, CEP 98300-000, Palmeira das Missões - Rio Grande do Sul, Brasil, [sabrina\\_zancan@yahoo.com.br](mailto:sabrina_zancan@yahoo.com.br).

<sup>6</sup> Doutorado, Professor Adjunto da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Departamento de Física. Avenida Roraima 100, Camobi, CEP 97105-900, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil, [rsauer.ufsm@gmail.com](mailto:rsauer.ufsm@gmail.com).

## INTRODUÇÃO

Os primeiros anos de escolarização têm uma grande influência na formação do indivíduo pois, são decisivos para moldar habilidades que servirão de base para que outras surjam (HECKMAN, 2006, p. 1900). Capacitar o aluno com uma iniciação de sucesso, particularmente frente à matemática, terá efeito benéfico no decorrer de sua trajetória acadêmica e profissional. Afinal, a habilidade com conceitos matemáticos nos anos iniciais, como conhecimento de número e ordinalidade, são fortes indicadores de sucesso acadêmico em anos posteriores, mais que habilidade de leitura e sócio-emocional (DUNCAN, DOWSETT, *et al.*, 2007, p. 1443). Ainda, alunos com baixo desempenho terão dificuldades na escola e, mais tarde, no mercado de trabalho, podendo não ascender socialmente (OECD, 2012).

De acordo com os dados da Avaliação Nacional da Alfabetização 2014 (BRASIL, 2014, p. 21), 57,07% dos estudantes brasileiros do 3º ano do ensino fundamental (8 anos) têm rendimento inadequado em matemática, não são capazes de, por exemplo, resolver problemas com números maiores de 20 e calcular divisões entre partes iguais, com apoio de imagem. Os resultados do PISA 2012 (Programme for International Student Assessment) revelam que 67,1% dos alunos, com 15 anos, tem fraco desempenho em matemática. Estes não conseguem extrair informações relevantes a partir de uma única fonte, usar algoritmos e fórmulas básicas para resolver problemas envolvendo números inteiros. Aproximadamente metade, 49% destes alunos, relataram ansiedade matemática, ficando muito acima da média dos alunos participantes (31%). Altos níveis de ansiedade matemática entre alunos podem ter graves consequências. A longo prazo, esta se manifesta em escassez de competências em setores-chave do mercado de trabalho. (OECD, 2012)

Em sala de aula, os professores dos anos iniciais muitas vezes consideram que os alunos sabem matemática por darem respostas corretas, obtidas pela contagem, a questões de aritmética. No entanto, este procedimento de contagem para solucionar problemas não será suficiente para o bom desempenho dos alunos em matemática em anos posteriores. Pois, a dependência de procedimentos para resolver as questões simples de aritmética de um único dígito está associada a baixo desempenho em matemática, mesmo no ensino médio (PRICE, MAZZOCCO e ANSARI, 2013, p. 160).

Ao recitar os nomes ordenadamente, associando a dedos ou palitos, o aluno encontra o resultado, utiliza e esquece. De acordo com David G. Geary (2004), um aluno com dificuldades de aprendizagem matemática e dependente da contagem, seja com material manipulável (dedos) ou mental, e que não é estimulado a utilizar estratégias, raramente desenvolve o cálculo mental.

Com o passar dos anos, apenas aprimora a contagem e a realiza com destreza. Ele não evoluirá para o cálculo mental. Enquanto aquele aluno que desenvolve estratégias ligadas ao raciocínio, além de mantê-las por mais tempo, as expande para outras ações cotidianas, escolares ou não.

O cálculo mental possui diferentes entendimentos para diferentes autores. Por exemplo, para Parra: “é o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (PARRA, 1996, p. 195). Buys (2008) entende cálculo mental como o trabalho com números como um todo, não com dígitos, que utiliza propriedades elementares e relações numéricas, apoiado em bom conhecimento dos fatos numéricos básicos com números até 20 e até 100, podendo utilizar notas intermediárias de acordo com a situação. Neste trabalho, tomamos uma caracterização própria para cálculo mental.

Entendemos por cálculo mental aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais.

Parra (1996, p. 201) e Thompson (2010, p. 180) afirmam que devemos ensinar cálculo mental porque ele: contribui para o desenvolvimento de melhores habilidades para resolver problemas; desenvolve bom senso numérico; promove uma progressão natural aos métodos convencionais por meio de métodos escritos. Para Thompson, este tipo de cálculo também forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimação, representa a maioria dos cálculos na vida real (que são feitos na cabeça, e não no papel) e promove o pensamento criativo e independente. O cálculo mental permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados, e é um diferencial no enfrentamento de problemas (FONTES, 2010).

Na perspectiva do professor como mediador do processo educativo é necessário que o professor entenda a importância do cálculo mental e esteja preparado para incluí-lo em seu planejamento. Na complexa tarefa de ensinar Matemática, o professor é importante no estímulo ao desenvolvimento e no acompanhamento das estratégias de cálculo mental criadas pelos alunos, para que estes não fiquem presos a procedimentos de contagem. Este precisa observar, discutir e compreender como os alunos resolvem determinados problemas, sempre consciente e refletindo sobre o processo de ensino aprendizagem e sobre suas práticas.

Os alunos aprendem e constroem suas estratégias de formas diferentes e uma disparidade cognitiva natural é observada nas salas de aula. Com o passar dos anos escolares

esta diferença aumenta e divide a turma entre aqueles que sabem e aqueles que não sabem, a tal ponto, que a barreira do conhecimento insuficiente se torna intransponível. O professor precisa atentar para esta diferença, ao custo de outras adversidades surgirem. Por exemplo, a ansiedade matemática, é aprendida na sala de aula quando o aluno tem conhecimentos insuficientes do conteúdo e se sente incapaz perante seus colegas de classe na realização de atividades (ASHCRAFT e KRAUSE, 2007, p. 247). Logo, é importante desenvolver atividades que contribuam para que a turma atinja o mesmo grau de competência para a realização da tarefa. Não somente em relação aos resultados da mesma (acurácia), como também na capacidade de realizá-las em um adequado intervalo de tempo (agilidade).

Neste trabalho apresentamos o Método Líquen. Uma proposta didática que busca encaminhar soluções para os problemas acima identificados. Especificamente, este método auxilia a construção do sentido de número, o conhecimento de propriedades numéricas e estimula o desenvolvimento de estratégias de cálculo. Insere o cálculo com o uso de estratégias, para números menores que 20, nas práticas pedagógicas dos anos iniciais de forma sistemática, simples, diferenciada e, juntamente com o professor, proporciona uma melhor inicialização Matemática às crianças. O método é de baixo custo e foi desenvolvido para ser aplicado em escolas públicas.

Na próxima seção apresentamos o Método Líquen, seus procedimentos de aplicação e as justificativas teóricas de sua estrutura básica. Na última seção apresentamos algumas considerações qualitativas e discussões de sua implementação inicial em turmas do 1º ao 4º ano de uma pública, envolvendo cerca 200 alunos e 8 professores, ao longo de dois anos.

## **O MÉTODO LÍQUEN – AÇÕES E MATERIAL DIDÁTICO**

O momento destinado à realização das tarefas do Método Líquen é **Individual e Silencioso**. Cada aluno responde sua tarefa contando apenas com suas táticas para a construção das estratégias. Segundo Piaget, enquanto o conhecimento físico e social-convencional tem suas fontes no mundo externo, o conhecimento lógico-matemático consiste em relações mentais que são construídas internamente por cada pessoa (KAMII e JOSEPH, 2005, p. 14). Assim, o método oferece mais um momento de concentração e construção individual inserido na prática.

A **Correção** da tarefa dos alunos de primeiro ano é feita pelo professor, individualmente. Para os demais anos letivos, o professor organiza e conduz o momento da correção, mas cada aluno corrige sua tarefa. As respostas equivocadas são retificadas, permitindo ao aluno tomar consciência de seu erro, reformular sua estratégia e construir seu



conhecimento. Entendemos e aproveitamos o erro como uma fonte de saberes (para o aluno), apontando (ao professor) algum problema que exige atenção (CURY, 2013, p. 93). Este modelo de correção diminui o tempo dispensado pelo professor para a correção, pois não precisa corrigir um-a-um, este apenas fala as respostas ou solicita aos alunos que o façam. Neste momento o professor exercita com o aluno valores como a responsabilidade e a honestidade ao corrigir corretamente.

Durante esta correção, o professor faz questionamentos aos alunos sobre a estratégia que utilizaram para obter determinados resultados da tarefa. Alguns explicam e todos tem a possibilidade de aprender estratégias diferentes neste relato. Crianças aprendem em discussões com os colegas sobre as diferentes estratégias utilizadas para resolver um mesmo problema (FUSON, WEARNE, *et al.*, 1997, p. 134), mesmo quando tratamos de estratégias de cálculo.

O **momento diário** destinado ao Método Líquen é de aproximadamente 15 minutos. Optamos por esta regularidade, pois relembrar estratégias de cálculo com frequência reforça as estruturas mentais e torna mais fácil reproduzi-las. A recuperação não é apenas uma leitura do conhecimento armazenado na mente, o ato de reconstruir o próprio conhecimento melhora a aprendizagem (KARPICKE e BLUNT, 2011, p. 774). Ainda, não são eficientes estratégias didáticas que trabalham um mesmo procedimento, repetidas vezes, no mesmo dia, quando se deseja manter uma informação na memória de longo prazo (CARPENTER, CEPEDA, *et al.*, 2012, p. 376) (ROHRER e TAYLOR, 2006, p. 1215).

As **tarefas são escritas**, realizadas em papel. Escolhemos a forma escrita a digital, pois o movimento de traçar melhora a memorização de caracteres pelas crianças (MANGEN e VELAY, 2010, p. 395). Evidências indicam que os movimentos de escrita estão envolvidos na memorização das letras, por exemplo, a escrita repetida é uma forma comumente utilizada para ajudar crianças japonesas a memorizar ideogramas (LONGCAMP, ZERBATO-POUDOU e VELAY, 2005, p. 69).

Na **aplicação**, o professor anuncia que a atividade é do Método Líquen, os alunos deixam somente lápis e borracha sobre a mesa, recebem a tarefa do dia e, em silêncio, iniciam ao mesmo tempo. Usam suas estratégias de cálculo de acordo com o nível de desenvolvimento cognitivo que possuem, e resolvem todas as questões sem o auxílio de colegas ou professor. Ao concluírem, aguardam os demais colegas colorindo o desenho. Então, o professor faz a correção com toda a turma e cada um corrige suas próprias respostas. Ao perceber um erro, o próprio aluno retifica-o refazendo seu processo de raciocínio, sozinho e rapidamente, pois, normalmente, os erros são consequência de falta de atenção, não de conhecimento. O professor ou os alunos tecem comentários que julgam pertinentes sobre a lógica numérica ou aquela

utilizada na construção dos blocos e encerram a correção. Cada aluno cola a tarefa em seu caderno e a aula prossegue. Esta metodologia é são explicadas previamente ao professor, para que a execução aconteça da forma planejada.

Todas as atividades possuem nível de dificuldade progressivo, iniciando com aquelas de pleno domínio dos alunos e gradativamente tornam-se mais complexas, porém dentro da possibilidade de entendimento. De acordo com Medeiros e colaboradores (2000, p. 334), quando o grau de exigência de uma atividade é alto, ou o aluno comete falhas, fica implantado o sentimento de inferioridade. O desempenho escolar é prejudicado porque este se sente incapaz frente a atividade fora de seu nível, e sua capacidade é posta em xeque. Conseqüentemente, este baixo senso de auto eficácia pode levá-lo a render menos do que realmente renderia, não porque não seja capaz, mas por não acreditar em sua capacidade. Ao contrário, quando as tarefas são realizadas com sucesso, estas motivam e afloram o sentimento de competência no trabalho. Esta estrutura gradativa desenvolve a autonomia e o autodidatismo, pois todos os alunos resolvem as atividades sem demandar explicações e criam suas próprias técnicas ou estratégias, que são monitoradas pelo professor e socializadas nas correções.

Todas as tarefas do Método Líquen possuem uma imagem para colorir. As turmas das escolas são numerosas e existe uma diferença natural de tempo de realização entre os alunos. Assim, os alunos que primeiro concluem as atividades podem colorir enquanto aguardam os demais colegas findarem, exercitando o respeito a esta diferença.

O **material didático** do Método Líquen, para cada ano letivo, é composto por 180 tarefas ordenadas e impressas em folha A5. Cada uma destas folhas, denominada *tarefa*, representa a atividade do método para um dia letivo. Uma tarefa contém vários espaços ou campos que devem ser preenchidos e que implementam o que denominamos *atividades*. As atividades de uma tarefa são agrupadas e facilmente identificadas pela distribuição espacial e outros aspectos gráficos. O número de atividades em cada tarefa é variável, mas cada uma apresenta, no mínimo quatro atividades diferentes. O que define um bloco de tarefas do Método Líquen é a afinidade dos conhecimentos ou habilidades específicas que são trabalhadas. No método, as atividades podem ser classificadas como pertencentes a um dos cinco blocos: (1) Contagem, (2) Sequência, (3) Rede do 10, (4) Operações e Propriedades, (5) Multiplicações e Divisões. No momento, destacamos que as mesmas foram elaboradas com inspiração nas atividades comumente utilizadas com os anos iniciais do Ensino Fundamental (ZANCAN e SAUERWEIN) e a seleção do nível de dificuldade e encadeamento do material depende dos conteúdos e das necessidades de cada ano escolar. Nas subseções seguintes, apresentamos e justificamos os objetivos didáticos das atividades dos blocos.

## Blocos de Atividades

As atividades contidas nos **Blocos de Contagem** consistem em escrever o número de imagens presentes em um retângulo. Uma delas possui retângulos com capacidade para duas linhas com 5 bolinhas em cada uma. Esta disposição cria um padrão para os números de um a dez, que pode ser reproduzido pelos dedos. Por exemplo, o número sete é construído com 5 bolinhas da primeira linha e duas bolinhas na segunda, alinhadas à esquerda, podendo ser associado aos 5 dedos de uma mão e a dois dedos da outra mão. Este padrão associa o 7 com uma soma de  $5 + 2$ , onde faltam 3 para completar dez. Marcando o início da construção de uma rede de relações numéricas (KAMII e JOSEPH, 2005, p. 63) para os números de um dígito, essencial para o desenvolvimento do sentido de número e de estratégias de cálculo.

Outros retângulos são preenchidos com desenhos distribuídos aleatoriamente, cujo objetivo é levar o aluno a perceber a quantidade com o olhar, sem necessidade de apontar (Figura 1). Como temos percepção para quantidades até cinco (Ibdem, p.14), limitamos a quantidade a seis nestes retângulos. Esta tarefa de quantificar objetos auxilia a criança na construção do número (KAMII, 1992, p. 37).

O **Bloco das Sequência** contém atividades em que a criança escreve sequências numéricas com dez números, ou escreve o antecessor e/ou o sucessor. As sequências com dez números iniciam, primeiramente, com 1, 11, 21, ... 91 e acabam com 10, 20, 30, ... 100, respectivamente. Algumas tarefas mais adiantadas, iniciam com números aleatórios menores que 50. Nas atividades de sucessor e antecessor são colocados dois, três ou quatro quadrados ligados, com apenas um deles preenchido por um número menor que 20, e o aluno completa os quadrados em branco com os números antecessores e/ou sucessores.

No início da construção do número, o aluno precisa entender a tríade: relacionar a palavra número, o traçado do número e a quantidade que ele representa. A maioria das crianças aprendem as tríades de um dígito unitárias com associações memorizadas (FUSON, WEARNE, *et al.*, 1997, p. 138) e a forma escrita, auxilia, principalmente, à memorização do traçado. Esta atividade contribui para a construção desta tríade.

Na Figura 1 temos um exemplo característico de tarefa do primeiro ano. Nela podemos observar um bloco de atividades de completar sequência, situado acima e horizontalmente, onde o aluno completa uma sequência com 10 números, iniciando em 1. Na primeira coluna temos um bloco com atividades de contagem, com imagens e distribuição aleatórias. Enquanto que, na terceira coluna, temos outro bloco, também com atividades de contagem com imagens, mas

distribuição padronizada. O segundo e o último bloco de atividades são de antecessor e/ou sucessor.

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR

15

Método Lúquen - PRIMEIRO NÍVEL

Figura 1 - Exemplo de tarefa para o primeiro ano.

Fonte: Próprio autor

Os **Blocos da Rede do 10** propõem atividades de adição e subtração que, de alguma forma, envolvem o 10 nas parcelas, na soma ou na diferença. Por exemplo: adições que resultam 10 ( $3 + 7 = \_$ ,  $8 + 2 = \_$ ), adições com soma 10 e uma das parcelas a completar ( $\_ + 3 = 10$ ), subtrações que resultam 10 ( $12 - 2 = \_$ ). Pois, de acordo com Thompson (1999, p. 3), uma das estratégias de cálculo mental mais utilizadas é a “Ponte pelo 10”, e esta exige conhecimentos como transformar números de um dígito em uma adição de outros dois e subtrair números de um dígito de 10.

No **Bloco das Operações e Propriedades**, as quatro operações são apresentadas no formato de sentença matemática e organizadas em colunas, assim como a maioria dos demais blocos. As propriedades numéricas como comutatividade e operações inversas permeiam estes blocos de atividades. Desta forma, os alunos as reconhecem e as constroem autonomamente, de acordo com sua capacidade. Investimos nas propriedades, pois as estratégias de adição e subtração requerem pelo menos o conhecimento implícito das propriedades das operações, comutativa e associativa. (FUSON, WEARNE, *et al.*, 1997, p. 150)

As adições iniciam com a associação entre sucessor e adição de uma unidade. Pois, no início da alfabetização matemática, alunos têm memorizado o sucessor de 5, por exemplo, mas

não sabem responder, sem utilizar material manipulável, quanto é  $5+1$ <sup>7</sup>. Na sequência, construímos atividades que associam sucessor do sucessor ao mais dois.

As seguintes, apresentam somente a soma de uma unidade à números de 1 a 9, depois de duas unidades, até 9 unidades. Estas adições progressivas e acumulativas são distribuídas de forma que o aluno possa utilizar o resultado de alguma adição anterior para realizar a próxima. O grande diferencial das adições propostas pelo Método Líquen é o aumento gradativo de uma das parcelas. São propostas várias atividades de adição para melhorar a subtração, pois a destreza na adição de dígitos simples torna as crianças fluentes na subtração (KAMII e JOSEPH, 2005, p. 70). As subtrações também são estruturadas de forma progressiva, com minuendos sempre menores que 20, e iniciam com a associação de antecessor com menos um.

Inicialmente, as adições e subtrações são separadas em dois grupos: aquelas que não perpassam 10 ( $5 + 3 = \_$ ,  $9 - 2 = \_$ ,  $14 - 3 = \_$ ) e aquelas que perpassam 10 ( $8 + 6 = \_$ ,  $13 - 7 = \_$ ), pois a estratégia de cálculo utilizada em cada uma delas é diferente. Naquelas que perpassam o 10, os alunos são orientados a construir a ponte pelo 10. Por exemplo, as primeiras adições são apresentadas da forma:  $8 + 6 = 8 + 2 + 4 = \_$ , e as subtrações da forma  $13 - 5 = 13 - 3 - 2 = \_$ .

Para induzir ao raciocínio de partir do menor número e chegar ao maior, utilizado nas operações de subtração que passam pelo 10, oferecemos atividades em que o aluno completa uma das parcelas em branco nas adições, como por exemplo:  $7 + \_ = 12$ ,  $8 + \_ = 13$ , para resultados menores que 20. Em outro bloco associamos estas com  $12 - 7$  e  $13 - 8$ , respectivamente, para que a criança perceba que o resultado é o mesmo. Quando a criança “interpreta a subtração com o significado de quanto falta, ela aprende a contar para cima e sua subtração fica tão rápida e correta quanto a adição” (FUSON, WEARNE, *et al.*, 1997, p. 150).

A propriedade comutativa é construída combinando adições comutadas em sequência, como  $5 + 3 = \_$  seguido por  $3 + 5 = \_$ . Outra atividade oferece adições como  $5 + 3 = \_$  seguida por  $15 + 3 = \_$  e  $13 + 5 = \_$  e subtrações como  $8 - 5 = \_$  seguida por  $18 - 5 = \_$  e  $15 - 8 = \_$ . Com as sequências assim estruturadas os alunos descobrem de forma autônoma quando a comutatividade é válida.

Os alunos completem uma sequência com 10 elementos, iniciando em 2 e adicionando 2 unidades, iniciando em 3 e adicionando 3 unidades e, assim, sucessivamente, para construir múltiplos de um número, futuramente os resultados da tabuada. Este cálculo habilita o aluno a

---

<sup>7</sup> Constatação feita durante observação de uma turma de primeiro ano durante a realização de uma tarefa.

pensar com destreza de dois em dois, três em três, quatro em quatro, ou seja, a pensar em múltiplos.

Na Figura 2 temos um exemplo de tarefa do terceiro ano com quatro blocos de atividades. Completar o bloco com atividades de múltiplos do 2, colocados horizontalmente acima das atividades. A primeira e a segunda colunas com blocos que constroem a rede pelo 10. A terceira coluna com um bloco que exercita completar do menor até o maior, passando pelo 10. E as duas últimas colunas com blocos de adição e subtração, explorando propriedades dos números.

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO				
2	+2		+2	
2+__=10	14-4=	7+__=12	4+3=	5-4=
3+__=10	12-2=	6+__=12	14+3=	15-4=
5+__=10	13-3=	9+__=11	13+4=	14-5=
4+__=10	11-1=	8+__=11	6+4=	4-2=
1+__=10	15-5=	8+__=13	4+6=	14-2=
9+__=10	16-6=	9+__=13	14+6=	12-4=
6+__=10	18-8=	7+__=14	16+4=	6-3=
8+__=10	17-7=	9+__=14	2+3=	16-3=
7+__=10		8+__=10	12+3=	13-6=
10+__=10		7+__=10	13+2=	7-1=
9+__=10		9+__=15	3+1=	17-1=
6+__=10		8+__=15	13+1=	11-7=
7+__=10		6+__=14	11+3=	10-7=

Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.ª Sabrina Zancan

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

35

Figura 2 - Exemplo de tarefa para o terceiro ano

Fonte: Próprio autor

No **Bloco das Multiplicações e Divisões**, a operação de multiplicação é primeiramente associada a uma soma de parcelas iguais. Iniciamos com somas de duas parcelas com números iguais associada a multiplicação por dois, soma de três parcelas iguais para a multiplicação por três, e assim até cinco parcelas. Optamos por este método apesar deste deixar a desejar futuramente quando no estudo das proporções (BUTTERWORTH, 2005, p. 10).

A construção do raciocínio necessário para efetuar divisões inicia indiretamente por meio de questões de multiplicação. São oferecidas multiplicações em que o aluno deve completar um dos fatores, por exemplo,  $4 \times \_ = 20$ ,  $3 \times \_ = 18$ . Esta atividade estimula o pensamento inverso da multiplicação, pois o aluno visualiza o resultado da multiplicação e um dos fatores e deve lembrar do outro. Esta recordação é relativamente fácil, pois a tabuada foi

trabalhada. Na sequência, inserimos divisões exatas no formato  $15 \div 3 = \_$ ,  $24 \div 4 = \_$ , sempre envolvendo as tabuadas já estudadas, abordando, inicialmente, apenas uma delas em cada atividade. Ou seja, uma coluna somente com atividades de divisões exatas por 3, outra somente com divisões exatas por quatro, e assim por diante. Por fim, atividades com multiplicações e divisões de números aleatórios. Os resultados memorizados para a tabuada auxiliam na resolução de problemas, pois permitem que o aluno concentre sua atenção em informações de mais relevância e estime rapidamente alguns resultados.

O Método Líquen trata também de divisão com resto. Um dos maiores diferenciais de suas atividades. Pois, normalmente, a frase que acompanha divisões não exatas é: “Não dá para dividir”, construindo uma concepção errônea. Afinal, a divisão é possível, no entanto, temos resto ou o resultado não é inteiro. Por isso, construímos uma atividade que propõe divisões não exatas, em que o aluno deve indicar quantas vezes podemos dividir e o resto da divisão. Por exemplo, são propostas as divisões  $17 \div 3$  e  $37 \div 4$  onde o aluno responde  $5 \sim 2$  (lê-se: cinco e sobram dois) e  $9 \sim 1$  (lê-se: nove e sobra um), respectivamente. Esta atividade nas tarefas, assim como todas as demais, não necessita explicações, apenas são colocados alguns exemplos com a solicitação que o observem o sigam.

Na Figura 3 temos um exemplo de tarefa do quarto ano, com seis blocos de atividades.

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO				
3	$+3$			
6+6+6=	4×3=	18+2-8=	3×_= 9	7÷3= 2 ~ 1
8+8+8=	7×3=	15+4-5=	3×_= 6	17÷3= 5 ~ 2
2+2+2=	9×3=	12-5-2=	3×_=12	9÷3= 0
5+5+5=	6×3=	13-4-3=	3×_=18	15÷3=
4+4+4=	1×3=	14+5-4=	3×_=15	16÷3=
3+3+3=	3×3=	15+3-5=	3×_=21	19÷3=
1+1+1=	5×3=		3×_=27	21÷3=
9+9+9=	2×3=		3×_=24	23÷3=
7+7+7=	1×3=		3×_=30	24÷3=
8+8+8=	8×3=		3×_= 3	28÷3=
5+5+5=	4×3=		3×_= 0	30÷3=
6+6+6=	2×3=		3×_=18	25÷3=
7+7+7=	9×3=		3×_=27	27÷3=

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

45

Figura 3 - Exemplo de tarefa para o quarto ano

Fonte: Próprio autor

Nesta tarefa (Figura 3), temos um bloco horizontal para escrever os múltiplos. A primeira coluna com o bloco de adição de parcelas iguais, explorando a tabuada do três, assim como a segunda coluna. A terceira coluna trabalha indiretamente com a comutatividade, induzindo o aluno a comutar mentalmente as duas últimas parcelas da adição. Na quarta coluna temos a atividade de completar um dos fatores das multiplicações para construir o raciocínio da divisão. Na quinta coluna incluímos as divisões com resto, onde o aluno observa o exemplo e completa as demais. Identificamos o resto com til, para não haver confusão com os demais símbolos matemáticos. Exemplificamos, na Figura 4, uma tarefa de cada ano escolar.

## **IMPLEMENTAÇÃO INICIAL E DISCUSSÕES**

A aplicação e desenvolvimento do Método Líquen aconteceu em uma escola estadual da região Norte do Rio Grande do Sul. A escola possui educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, dividido em politécnico e magistério, atendendo aproximadamente 800 alunos.

Em 2014 foi desenvolvida, e concomitantemente aplicada, a primeira versão das tarefas para as turmas do 1º 2º e 3º anos. Estas foram construídas, aplicadas e avaliadas em ciclos semanais. Para cada ciclo consideramos as dificuldades encontradas pelos alunos, as observações dos professores em cada ciclo anterior e os conhecimentos que desejávamos construir. Este processo se repetiu ao longo do ano e resultou na primeira versão do material, com 180 tarefas para cada ano letivo.

As tarefas foram construídas combinando atividades selecionadas dentre os cinco blocos, com grau de dificuldade em conformidade com o ano escolar. Por exemplo, uma tarefa com subtração do primeiro ano envolve subtraendos menores que 10 e minuendos menores que 3, para o segundo ano os minuendos e subtraendos são menores que 20.

A avaliação semanal das tarefas foi observacional participante. Durante as observações atentamos se os alunos estavam desenvolvendo alguma estratégia ou utilizando a contagem com os dedos. Avaliamos as dificuldades que apresentavam e o porquê destas, ambas por meio de questionamentos individuais sistemáticos. Estas informações delinearam a construção das tarefas da semana seguintes, donde refinamos os blocos para construir os conhecimentos diagnosticados como ausentes e os desejados.

Em 2015, as atividades do Método Líquen foram refinadas, aplicadas e novamente avaliadas na mesma escola para o primeiro, segundo e terceiro anos. Também foram



<p style="text-align: center;">CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO</p> <p>Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.ª Sabrina Zancan</p> <p>1</p> <p>10+1=    1+1=    3+1=</p> <p>11+1=    1+2=    3+2=</p> <p>13+1=    2+1=    8+1=</p> <p>12+1=    2+2=    8+2=</p> <p>14+1=    3+1=    5+1=</p> <p>16+1=    3+2=    5+2=</p> <p>15+1=    4+1=    9+1=</p> <p>7</p> <p>17</p> <p>6</p> <p>16</p> <p>4+2=    9+2=</p> <p>6+1=    6+1=</p> <p>6+2=    6+2=</p> <p>5+1=    7+1=</p> <p>5+2=    7+2=</p> <p>Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL</p> <p style="text-align: right;">127</p>	<p style="text-align: center;">SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO</p> <p>Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.ª Sabrina Zancan</p> <p>64</p> <p>11    5-2=    5+__=6    3+6=    6+2=</p> <p>22    15-2=    15+__=16    6+3=    16+2=</p> <p>33    8-2=    1+__=5    6+4=    7+2=</p> <p>8    18-2=    11+__=15    7+3=    17+2=</p> <p>18    9-2=    4+__=8    3+7=    8+3=</p> <p>28    19-2=    14+__=18    8+3=    18+3=</p> <p>10    4-2=    5+__=7    5+5=    28+3=</p> <p>20    14-2=    17+__=17    5+8=</p> <p>30    6-2=    8+__=10    8+5=</p> <p>40    16-2=    18+__=20    9+6=</p> <p>10-2=    7+__=9    6+9=</p> <p>20-2=    17+__=19    7+5=</p> <p>11-2=    17+__=20    10+5=</p> <p>Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL</p> <p style="text-align: right;">138</p>
<p style="text-align: center;">SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO</p> <p>Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.ª Sabrina Zancan</p> <p>3    6    30</p> <p>11+5=    6+__=12    14-3=    5+5=    5+1+2=</p> <p>12+5=    6+__=13    14-2=    5+6=    6+1+2=</p> <p>11+6=    5+__=12    14-7=    6+6=    7+1+2=</p> <p>12+6=    5+__=13    6+7=    6+7=    9+1+2=</p> <p>11+8=    9+__=12    7+6=    7+6=    8+1+2=</p> <p>12+8=    9+__=13    7+7=    7+7=    4+1+2=</p> <p>11+7=    8+__=12    7+8=    7+8=    3+1+2=</p> <p>12+7=    8+__=13    1+1=    1+1=    5+1+2=</p> <p>11+9=    4+__=12    15-6=    1+2=    7+1+2=</p> <p>12+9=    4+__=13    15-3=    2+2=    9+1+2=</p> <p>11+4=    7+__=12    15-4=    2+3=    8+1+2=</p> <p>12+4=    7+__=13    15-6=    4+4=    6+1+2=</p> <p>11+10=    10+__=13    15-7=    4+5=    4+1+2=</p> <p>Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL</p> <p style="text-align: right;">94</p>	<p style="text-align: center;">QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO</p> <p>Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.ª Sabrina Zancan</p> <p>4</p> <p>11-4=    10÷4=    16+__=20    4×2=    15+4=</p> <p>21-4=    8÷4=    15+__=20    4×1=    15+6=</p> <p>11-5=    6÷4=    5×__=20    4×3=    15+5=</p> <p>21-5=    12÷4=    20÷__=5    4×5=    19+1=</p> <p>11-3=    14÷4=    12+__=20    4×6=    19+2=</p> <p>21-3=    17÷4=    2×__=20    4×4=    18+2=</p> <p>11-7=    20÷4=    20-__=13    4×8=    18+3=</p> <p>21-7=    26÷4=    10+__=13    4×9=    18+4=</p> <p>11-9=    33÷4=    4×__=16    4×7=    17+3=</p> <p>21-9=    37÷4=    32÷__=8    4×10=</p> <p>11-8=    34÷4=    8+__=16    4×8=</p> <p>21-8=    30÷4=    8×__=16    4×6=</p> <p>21-10=    40÷4=    18-__=16    4×9=</p> <p>Método Líquen - QUARTO NÍVEL</p> <p style="text-align: right;">124</p>

Figura 4 - Exemplos de tarefas de primeiro a quarto ano  
 Fonte: Próprio autor

desenvolvidas e aplicadas as tarefas para o quarto ano, com a mesma metodologia que dos anos anteriores, completando assim as tarefas do método.

Durante os ciclos de desenvolvimento, aplicação e avaliação do Método Líquen, percebemos: turmas mais homogêneas com relação ao tempo durante a realização das tarefas do método e, segundo relato das professoras, nas tarefas propostas em aula. Muitos alunos satisfeitos com seus avanços e gostando de estudar Matemática. Professores conectando atividades do método com as demais atividades de seu plano e indicando a colegas de outras escolas.

Nosso objetivo com este artigo foi apresentar o Método Líquen e algumas considerações sobre sua primeira aplicação em uma escola. Apesar do método ter sido desenvolvido em uma escola, a expansão mostrou que ele pode ser generalizado para outras e colher bons resultados.

**BIBLIOGRAFIA**

ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A. Working memory, math performance, and math anxiety. **Psychonomic bulletin & review**, v. 14, n. 2, p. 243-248, 2007.

BRASIL. **Avaliação Nacional da Alfabetização**. Ministério da Educação. Brasília, p. 34. 2014.

BUTTERWORTH, B. The development of arithmetical abilities. **Journal of Child Psychology and Psychiatry**, v. 46, n. 1, p. 3-18, 2005.

BUYS, K. Mental arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school**. [S.l.]: Sense publishers, 2008.

CARPENTER, CEPEDA, et al. Using spacing to enhance diverse forms of learning: Review of recent research and implications for instruction. **Educational Psychology Review**, v. 24, n. 3, p. 369-378, 2012.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

DUNCAN, DOWSETT, et al. School readiness and later achievement. **Developmental psychology**, v. 43, n. 6, p. 1428-1446, 2007.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. 220 f. Dissertação - Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

FUSON, K. C. et al. Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction.. **Journal for Research in Mathematic**, v. 28, n. 2, p. 130-162, March 1997.

GEARY, D. C. Mathematics and learning disabilities. **Journal of learning disabilities**, v. 37, n. 1, p. 4-15, 2004.

HECKMAN, J. J. Skill Formation and the Economics of Investing in Disadvantaged Children. **Science**, v. 312, p. 1900-1902, June 2006.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. [S.l.]: Papyrus Editora, 1992.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget (series iniciais)**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KARPICKE, J. D.; BLUNT, J. R. Retrieval practice produces more learning than elaborative studying with concept mapping. **Science**, v. 331, n. 6018, p. 772-775, 2011.

LONGCAMP, M.; ZERBATO-POUDOU, M.-T.; VELAY, J.-L. LONGCAMP, Marieke; ZERBATO-POUDOU, Marie-Thérèse; VELAY, Jean-Luc. The influence of writing practice on letter recognition in preschool children: A comparison between handwriting and typing. **Acta psychologica**, v. 119, n. 1, p. 67-79, 2005.

MANGEN, A.; VELAY, J.-L. **Digitizing literacy: reflections on the haptics of writing**. Norway: INTECH Open Access Publisher, 2010.

OECD. The Organization for Economic Co-operation and Development. **www.oecd.org/brazil/Pisa-2012-results-brazil.pdf**, 2012. Disponível em: <<http://www.oecd.org/>>. Acesso em: 22 Mar 2016.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

PRICE, G. R.; MAZZOCCO, M. M.; ANSARI, D. Why Mental Arithmetic Counts: brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores. **The Journal of Neuroscience**, v. 1, n. 33, p. 156-163, 2013.

ROHRER, D.; TAYLOR, K. The effects of overlearning and distributed practise on the retention of mathematics knowledge. **Applied Cognitive Psychology**, v. 20, n. 9, p. 1209-1224, 2006.

THOMPSON, I. **Issues in teaching numeracy in primary schools**. 2. ed. Buckingham: Open University Press, 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2ª. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Reorganizando atividades para estimular o cálculo mental nos anos iniciais. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**.(Submetido)



### 3.4 MANUSCRITO 2 - MÉTODO LÍQUEN – RESULTADOS DA IMPLEMENTAÇÃO PILOTO

#### Método Líquen – Resultados da Implementação Piloto

#### Lichen Method - Results of Pilot Implementation

Sabrina Zancan<sup>8</sup>

Ricardo Andreas Sauerwein<sup>9</sup>

#### RESUMO

O Método Líquen tem foco no estudo dos fatos básicos e propriedades numéricas, auxilia a construção do sentido de número e das operações e propriedades numéricas, inserindo e estimulando o uso de estratégias de cálculo para números menores que 20, de forma sistemática, simples e diferenciada, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, iniciando em um ponto de domínio de todos os alunos e evoluindo gradativamente, para que todos desenvolvam o maior potencial de suas habilidades. Foi desenvolvido com vistas a melhorar a acurácia e a agilidade dos alunos dos anos iniciais em aritmética básica. Sua primeira implementação aconteceu na forma de piloto para duas turmas de segundo ano de uma escola estadual, durante um semestre letivo. Os alunos resolveram as tarefas do método diariamente, individualmente e sem o uso de material manipulável. Os resultados coletados por meio de um teste puramente aritmético mostraram que estes alunos ficaram mais ágeis e mais precisos. Desta forma, concluímos que o Método Líquen é uma alternativa viável para auxiliar professores de escolas públicas a desenvolverem as habilidades aritméticas fundamentais de seus alunos de maneira uniforme, evitando criar disparidades precoces de desempenho dos mesmos.

Palavras chave: Aritmética. Anos Iniciais. Método Líquen.

#### ABSTRACT

The Lichen Method focuses on the study of basic facts and numerical properties, helps the construction of number sense and numerical operations and properties, inserting and stimulating the use of calculation strategies for numbers smaller than 20, in a systematic, simple and differentiated way, from the first year of Elementary School, beginning at a point of mastery of all students and gradually evolving, so that everyone develops the greatest potential of their abilities. The method was developed with a view to improving the accuracy and agility of students in the early years in basic arithmetic. Its first implementation happened in the form of pilot for two classes of second year of a state school, during a semester school. The students solved the tasks of the method daily, individually and without the use of manipulative material. The results collected through a purely arithmetic test showed that these students were more agile and more precise. In this way, we conclude that the Lichen Method is a viable alternative to help teachers of public schools to develop the fundamental arithmetic skills of their students in a uniform way, avoiding creating early disparities of their performance.

Keywords: Arithmetic. Early Years. Lichen Method.

---

<sup>8</sup> Mestrado, Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência – Química da Vida e Saúde, Universidade Federal de Santa Maria /UFSM. Avenida Independência 3751, Vista Alegre, CEP 98300-000, Palmeira das Missões - Rio Grande do Sul, Brasil, [sabrina\\_zancan@yahoo.com.br](mailto:sabrina_zancan@yahoo.com.br).

<sup>9</sup> Doutorado, Professor Adjunto da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Departamento de Física. Avenida Roraima 100, Camobi, CEP 97105-900, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil, [rsauer.ufsm@gmail.com](mailto:rsauer.ufsm@gmail.com).

## INTRODUÇÃO

O Método Líquen foi desenvolvido para colaborar com os processos de ensino e de aprendizagem da aritmética, de seu repertório básico de fatos numéricos, nos anos iniciais do Ensino Fundamental (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017 (b)). Este método, por meio de ações e de material didático, auxilia professores e alunos na construção do sentido de número e das operações e propriedades numéricas, inserindo e estimulando o uso de estratégias de cálculo para números menores que 20, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, de forma sistemática, simples e diferenciada.

O material didático do método possui uma tarefa para cada dia letivo, constituída por atividades simples, estrategicamente desenvolvidas e envolvendo pequenas quantidades inteiras. Estas iniciam em um ponto de domínio de todos os alunos e evoluem gradativamente, para que todos tenham a possibilidade de desenvolver o maior potencial de suas habilidades de forma autônoma. Este formato foi considerado pois, segundo Butterworth (2005, p. 15), a aritmética tem desenvolvimento gradual, onde o conhecimento do número, das suas propriedades e das habilidades de manipulação numérica se tornam cada vez mais sofisticados. Assim, um material gradual e estrategicamente projetado torna-se uma boa ferramenta para auxiliar esta construção.

O Método Líquen auxilia a construção de estratégias de cálculo e a construção do número, contemplando algumas das necessidades do ensino de Matemática apontados nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Nestes documentos, dentre outros apontamentos, encontramos que o primeiro ciclo de aprendizagem da Matemática tem como principal característica o trabalho com atividades que aproximam o aluno das operações, dos números e seu ensino deve levar o aluno a: construir o significado do número natural; interpretar e produzir escritas numéricas; desenvolver procedimentos de cálculo mental, escrito, exato e aproximado; sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos; dentre outros (BRASIL, 1997, p. 47).

Outra questão relevante considerada pelo Método Líquen são as consequências de uma turma onde os alunos apresentam diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo e existe a crença de que a Matemática é difícil e para poucos. As crianças com dificuldades em Matemática, em níveis baixos e com conhecimentos insuficientes do conteúdo, começam a se sentir diferentes, inferiores, incapazes perante seus colegas com melhor desempenho e acabam desenvolvendo a ansiedade Matemática (ASHCRAFT e KRAUSE, 2007, p. 247), grande influenciadora do desempenho nesta disciplina. Esta questão é de suma importância e deve ser

considerada, pois, a ansiedade matemática interrompe as atividades em andamento, relacionadas à tarefa da memória de trabalho, retardando o desempenho e degradando sua precisão (ASHCRAFT e KIRK, 2001, p. 236). A crença de que Matemática é difícil e para poucos corrobora com a acomodação nesta posição de inferioridade e a utilização do método, por todos os alunos, desde os anos iniciais, melhora os conhecimentos daqueles com mais dificuldades, provocando uma uniformidade em conhecimentos aritméticos, aumentando a autoestima das crianças.

Os primeiros anos de escolarização influenciam na formação do indivíduo pois são decisivos para moldar habilidades que servirão de base para que outras surjam (HECKMAN, 2006, p. 1900). A grande maioria das crianças tem condições desenvolver muitas habilidades, inclusive de aprender Matemática e de desenvolver estratégias mais eficientes para realizar cálculos aritméticos. No entanto, algumas desenvolvem autonomamente, em consequência dos estímulos oriundos de jogos e brincadeiras realizados na infância. Outras necessitam de uma orientação pontual e sistemática, ao custo de nunca conseguirem sem ela. Com estas orientações iniciando no primeiro ou segundo ano do ensino fundamental, a criança constrói e abstrai as informações mais simples e a elas vai agregando informações mais complexas gradativamente. Como todos os alunos estão aprendendo a sequência numérica e as primeiras noções das operações e propriedades, é mais simples conseguir uma turma uniforme em altos níveis de conhecimentos matemáticos. O que não se consegue em uma turma de quarto ou quinto ano, quando muitos conhecimentos matemáticos estão envolvidos.

Neste sentido, Método Líquen é um apoio para professores dos anos iniciais que validam o uso de estratégias e de recuperação de fatos básicos memorizados, mas pouco utilizam, por não trazerem consigo experiências pautadas neste tipo de cálculo, não terem formação específica em Matemática (FONTES, 2010, p. 174) e não terem ciência dos conhecimentos necessários para o uso de estratégias. As práticas de muitos destes professores se restringem a obtenção da resposta final e não ao meio de obtenção da mesma, dedicando pouco estímulo para a criação de estratégias mentais que substituam a contagem. Não obstante, existe pouco diálogo entre professores dos anos iniciais dos anos finais do Ensino Fundamental sobre as necessidades da Matemática superior.

Neste artigo, apresentamos uma análise dos resultados da aplicação piloto do Método Líquen, que foi construída e aplicada durante um semestre letivo para alunos do segundo ano,

em uma escola estadual. Nesta primeira implementação, percebemos os alunos mais ágeis e precisos, abandonando o uso de dedos e de material concreto para cálculos de aritmética básica.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Para avaliar a capacidade do Método Líquen em promover uniformemente o desenvolvimento das competências de cálculo aritmético nos anos iniciais, analisamos os resultados da implementação da aplicação piloto do Método Líquen, com material didático proporcional ao período, de agosto a dezembro de 2013. A implementação aconteceu em duas turmas de segundo ano, 49 alunos, de uma escola estadual, com educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, dividido em politécnico e magistério, denominada Escola A, que atende aproximadamente 800 alunos.

A promoção da uniformidade da turma pela aplicação piloto do Método Líquen foi medida por meio do desempenho dos alunos em relação a acurácia e agilidade na realização do Teste Piloto (TP), desenvolvido especificamente para este fim. O TP, com 49 questões, envolvendo as operações de contagem, adição e subtração, compatíveis com o segundo ano e semelhantes àquelas propostas em sala de aula, apresentou 15 questões de contagem com conjuntos de até 6 bolinhas dispostas aleatoriamente, 10 questões de adição de uma unidade a números menores que 10, 24 questões envolvendo adições e subtrações simples de números menores que 20, destas, 11 envolvendo parcelas com números menores que 10, 8 envolvendo uma parcela com números entre 10 e 20 e outra com números menores que 10 e 5 envolvendo duas parcelas com números entre 10 e 20.

A realização do TP aconteceu durante a aula, juntamente com o professor da turma e em horário pré-estabelecido. Todos os alunos realizaram individualmente, concomitantemente, pelo tempo máximo de 20 minutos. Iniciaram todos juntos e comunicaram quando respondidas todas as questões, para que o tempo de cada um pudesse ser registrado. Não foi permitido consulta, mas os alunos estavam livres para utilizarem material manipulável, dedos ou fazer desenhos. O TP foi respondido pelos 49 alunos do segundo ano, que participaram da aplicação piloto do Método Líquen, em agosto e dezembro de 2013 e em dezembro de 2014. Escolhemos, aleatoriamente, 40 alunos, dos 60 alunos do terceiro ano de 2013, que não participaram do piloto, para também responderem ao TP em dezembro de 2013.

Para analisar os resultados obtidos no TP, apesar dos alunos pertencerem a diferentes turmas, consideramos todos os alunos como pertencentes a uma mesma turma. Denominamos a turma de segundo ano de 2013 e terceiro ano de 2014, que participou da aplicação piloto do



Método Líquen, por A2a, e a turma de terceiro ano, que não participou da aplicação piloto do Método Líquen, denominamos A3a. Os dados foram analisados por meio de estatística descritiva.

Os alunos, professores e escola participante receberam os resultados do TP no final dos anos letivos. Os alunos receberam uma carta mostrando o número de acertos e tempo conseguidos no teste do início e do final da utilização da aplicação piloto do Método Líquen, os professores receberam um relatório das suas turmas e a escola recebeu um relatório dos resultados das turmas. Com estes relatórios os alunos puderam avaliar seus desempenhos, os professores avaliaram os resultados da turma, como uniformidade, e a escola pode avaliar resultados das turmas com e sem o Piloto Líquen.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No Quadro 3 apresentamos uma descrição os resultados obtidos no Teste Piloto (TP), em diferentes datas, pelos alunos participantes da aplicação piloto do Método Líquen (A2a) e, também pelos alunos das turmas de terceiro ano (A3a) que não participaram.

Piloto Líquen	A2a			A3a
	2º Ano Ago/2013	2º Ano Dez/2013	3º Ano Dez/2014	3º Ano Dez/2013
Número de alunos	49	49	49	40
Média de acertos	44,3	44,3	47,6	46,6
Desvio dos acertos	5,1	4,8	1,6	3,5
Mín/Máx de acertos	29/49	31/49	43/49	32/49
Tempo Mediano (min)	14,0	6,3	3,5	6,0
Mín/Máx de tempo (min)	3/20	2/12,7	1,5/7,2	2/19,7
Concluintes até 10 min	34%	93,9%	100%	87,3%

Quadro 3 – Resultados do Teste Piloto

Fonte: Próprio autor.

A média do número de acertos da turma A2a ficou em aproximadamente 44 acertos, de um total de 49, com desvios de 5,1 acertos em agosto e 4,8 acertos em dezembro, mostrando leve melhora na uniformidade da turma com relação a número de acertos. A pouca variação no número médio de acertos mostra que estes alunos têm o domínio das operações e conseguem

encontrar resultados. No entanto, de acordo com diário de campo, a forma de obtenção destes resultados é que sofreu variação pois, durante o teste de agosto de 2013, a grande maioria dos alunos utilizou material manipulável, enquanto que, em dezembro, nenhum utilizou sequer os dedos. O tempo para realização do teste também indica esta mudança.

O tempo mediano para a resolução do TP pela turma A2a foi de 14 minutos em agosto e 6 minutos em dezembro de 2013. Em agosto, o tempo mínimo foi de 3 minutos e o máximo foi de 20 minutos, ou seja, alguns alunos não concluíram o teste. Em dezembro, o tempo máximo foi de 12,7 minutos, mostrando que todos os alunos resolveram o teste em um intervalo de tempo muito menor, caracterizando uma turma mais uniforme no quesito agilidade, neste teste de aritmética básica.

Em dezembro de 2013, 40 alunos da turma A3a, escolhidos aleatoriamente, resolveram o teste TP, cuja descrição dos resultados está mostrada no Quadro 1. Esta turma obteve tempo mediano de 6 minutos, com mínimo de 2 e máximo de 19 minutos, a média de acertos foi de 46,6, com desvio padrão de 3,7. Destes dados temos que os alunos participantes da aplicação piloto do Método Líquen, da turma A2a, no final do segundo ano, alcançaram resultados muito semelhantes aos dos alunos do terceiro ano da mesma escola.

A turma A2a, em dezembro de 2013, após o Piloto Líquen, alcançou uma agilidade mediana de 6,3 minutos, menos da metade daquela obtida em agosto e muito próximo daquele obtido pelos colegas do terceiro ano, que foi de 6 minutos. O tempo máximo em dezembro foi de 12,7 minutos, 7 minutos menor que o tempo máximo dos colegas do terceiro ano. Ainda, 54% dos alunos da turma A2a resolveram o teste TP, em dezembro de 2013, em menos de 6 minutos.

Na Figura 1 apresentamos a distribuição dos alunos da turma A2a de acordo com os o tempo para resolução do TP em agosto e dezembro de 2013. Notamos que, em agosto, quase metade da turma A2a (48%) resolveu o teste em mais de 12 minutos, enquanto em dezembro, aos 12 minutos praticamente todos haviam concluído. Em agosto, 18% dos alunos concluíram o teste em menos de 6 minutos, enquanto em dezembro, 61% concluíram neste tempo. A distribuição dos tempos apresentada na Figura 1 ilustra estes resultados e também mostra uma turma mais homogênea, com menores tempos, após a utilização da aplicação piloto do Método Líquen.

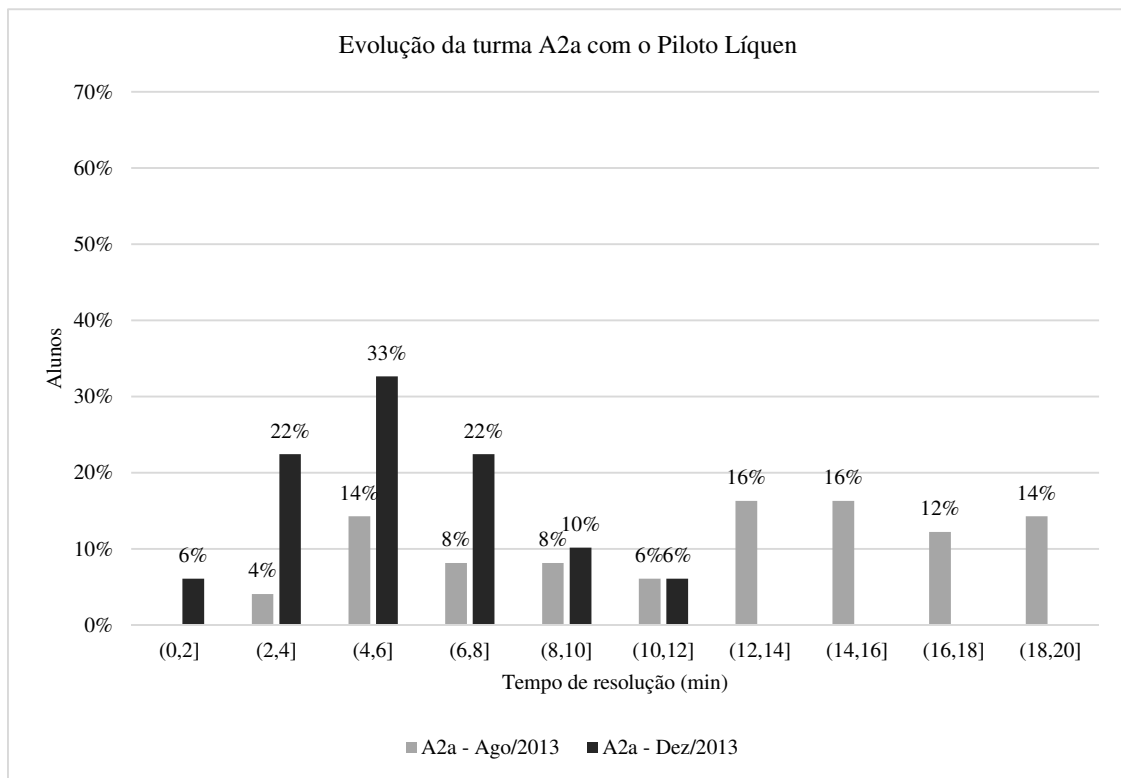


Figura 1 - Distribuição dos alunos do segundo ano, de acordo com o tempo para resolução do teste piloto

Fonte: Próprio autor

Em dezembro de 2014 propomos novamente o TP aos alunos da turma A2a. Neste teste, estes alunos obtiveram tempo mediano de 3,5 minutos, com mínimo de 1,5 e máximo de 7,2 minutos, sendo que 97% da turma concluiu em menos de 6 minutos. O número médio de acertos foi de 47,6 acertos, com desvio de 1,6 acertos. Estas informações podem ser vistas no Quadro 3 e a distribuição de acordo com os intervalos de tempo, comparadas com a turma A3a podem ser vistas na Figura 2. Destes dados percebemos que a turma A2a chegou ao final do terceiro ano com resultados no TP muito melhores que seus pares do ano anterior, no quesito agilidade e acurácia em uma avaliação puramente aritmética.

A turma A2a mostra uma maior uniformidade no tempo para resolução do teste. Esta uniformidade tem grande influência durante a aula, quando o professor propõe atividades coletivas, pois os alunos mais ágeis não precisam esperar um tempo muito grande e os alunos menos ágeis não se sentem inferiores.

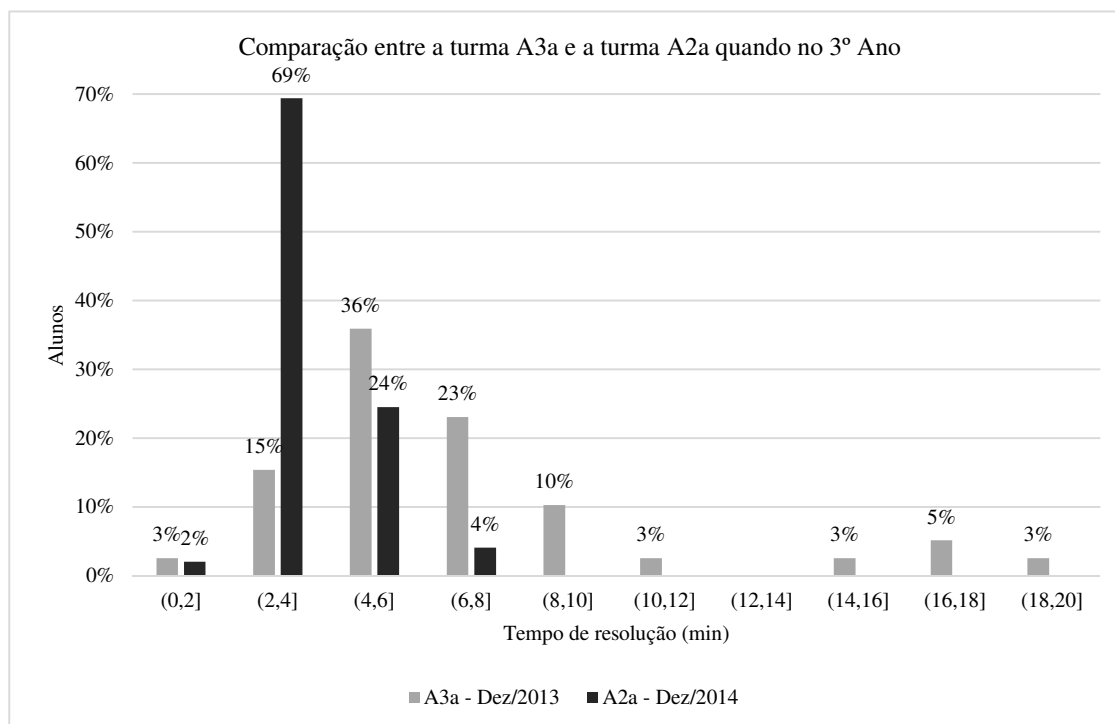


Figura 2 - Distribuição dos tempos para resolução do Teste Piloto pelos alunos no terceiro ano

Fonte: Próprio autor

## CONCLUSÃO

Os resultados da aplicação da aplicação piloto do Método Líquen em uma escola pública, durante um semestre, mostram que os alunos participantes apresentam distribuição mais uniforme em relação a agilidade e acurácia nas questões puramente aritméticas do Teste Piloto. Todos os alunos da turma de segundo anos realizaram o teste em menor tempo e com maior precisão, alcançando resultados semelhantes aos colegas no terceiro ano da mesma escola, que tiveram um ano a mais de escolaridade. Ainda, quando no terceiro ano, os alunos participantes do método conseguiram resultados melhores que os alunos de terceiro ano do ano anterior.

Estes resultados mostram que o Método Líquen é uma alternativa viável para auxiliar professores de escolas públicas a desenvolverem as habilidades aritméticas fundamentais de seus alunos de maneira uniforme, evitando criar disparidades precoces no desempenho de seus alunos. Com o método, os alunos ficaram mais confiantes, diminuindo as chances de desenvolverem ansiedade matemática.

O Método Líquen, que tem foco no estudo dos fatos básicos, propriedades numéricas e foi desenvolvido com vistas a promover o uso de estratégias de cálculo para melhorar a acurácia e a agilidade dos alunos em aritmética básica, mostrou ter atingido seus objetivos quando implementado na forma de Piloto Líquen. Em consequência desta aplicação bem-sucedida, no ano seguinte, o Método Líquen foi implementado para as turmas de primeiro, segundo e terceiros anos da mesma escola, envolvendo 146 alunos e 6 professores, durante todo o ano letivo.

## **BIBLIOGRAFIA**

- ASHCRAFT, M. H.; KIRK, E. P. The relationships among working memory, math anxiety, and performance. **Journal of experimental psychology: General**, v. 130, n. 2, p. 224-237, 2001.
- ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A. Working memory, math performance, and math anxiety. **Psychonomic bulletin & review**, v. 14, n. 2, p. 243-248, 2007.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília, p. 142. 1997.
- BUTTERWORTH, B. The development of arithmetical abilities. **Journal of Child Psychology and Psychiatry**, v. 46, n. 1, p. 3-18, 2005.
- FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 220. 2010.
- HECKMAN, J. J. Skill Formation and the Economics of Investing in Disadvantaged Children. **Science**, v. 312, p. 1900-1902, June 2006.
- ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen- Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321, Maio 2017.



### 3.5 MANUSCRITO 3 – MÉTODO LÍQUEN – RESULTADO DA IMPLEMENTAÇÃO

## MÉTODO LÍQUEN - RESULTADOS DA IMPLEMENTAÇÃO

### LICHEN METHOD: IMPLEMENTATION RESULTS

Sabrina Zancan<sup>10</sup>

Ricardo Andreas Sauerwein<sup>11</sup>

#### Resumo

A aritmética é a base da Matemática, seu ensino sistemático começa nos anos iniciais e sem um bom embasamento de aritmética básica é mais difícil compreender a Matemática superior. Os resultados de avaliações nacionais e internacionais têm apontado uma deficiência na aprendizagem da Matemática dos alunos brasileiros. Almejando colaborar com os processos, tanto de ensino, quanto de aprendizagem da aritmética e seu repertório básico de fatos numéricos nos anos iniciais, desenvolvemos o Método Líquen. Este método auxilia a construção do sentido de número e das operações e propriedades numéricas, inserindo e estimulando o uso de estratégias de cálculo para números menores que 20, de forma sistemática, simples e diferenciada, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, iniciando em um ponto de domínio de todos os alunos e evoluindo gradativamente, para que todos desenvolvam o maior potencial de suas habilidades. Avaliamos a implementação deste método durante dois anos, em três escolas e percebemos que os alunos que o utilizaram ficaram mais ágeis na resolução de cálculos aritméticos e que as turmas ficaram mais uniformes.

Palavras chave: Aritmética. Anos Iniciais. Método Líquen.

#### Abstract

Arithmetic is the basis of mathematics, their systematic teaching begins in the early years and without a good foundation of basic arithmetic it is more difficult to understand higher mathematics. The results of national and international evaluations have pointed to a deficiency in the mathematics learning of Brazilian students. Aiming to collaborate with the processes of both teaching and learning of arithmetic and its basic repertoire of numerical facts in the initial years, we developed the Lichen Method. This method assists the construction of number sense and numerical operations and properties, inserting and stimulating the use of calculation strategies for numbers smaller than 20, in a systematic, simple and differentiated way, from the first year of elementary school, starting at a point of mastery of all students and gradually evolving, so that everyone develops the greatest potential of their abilities. We evaluated the implementation of this method over two years, in three schools and we noticed that the students who used it were more agile in the resolution of arithmetic calculations and that the classes became more uniform.

Keywords: Arithmetic. Early Years. Lichen Method.

---

<sup>10</sup> Mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência – Química da Vida e Saúde; Universidade Federal de Santa Maria /UFSM, Santa Maria, RS, Brasil. [sabrina\\_zancan@yahoo.com.br](mailto:sabrina_zancan@yahoo.com.br).

<sup>11</sup> Doutor em Física pela Universidade de São Paulo, Brasil; Professor Adjunto; Universidade Federal de Santa Maria/UFSM; Santa Maria, RS, Brasil. [rsauer.ufsm@gmail.com](mailto:rsauer.ufsm@gmail.com).

## INTRODUÇÃO

A aritmética deve ser cuidadosamente considerada nos anos iniciais por ser o alicerce da Matemática utilizada, tanto na escola, quanto na vida diária. A grande maioria dos problemas modelados matematicamente tem sua solução finalizada com algum cálculo envolvendo números reais e as quatro operações. Estes cálculos envolvendo números menores, isoladamente e como componentes dos problemas maiores, ocorrem com maior frequência do que os cálculos com números grandes (ASHCRAFT, 1992, p. 102).

O desenvolvimento da aritmética é gradual e pode ser entendido como um conhecimento cada vez mais sofisticado do número e das suas propriedades e um aumento nas habilidades de manipulação numérica (BUTTERWORTH, 2005, p. 15). Inicia com o conceito de número, operações de adição e subtração envolvendo pequenas quantidades inteiras e prossegue com a manipulação de números maiores e com as operações de multiplicação e divisão. O domínio de sua forma mais elementar é alcançado quando todos os fatos básicos podem ser recuperados da memória de longo prazo sem erro (GEARY, 1993, p. 347).

Estes fatos básicos compreendem todos os problemas de adição e multiplicação de dígito simples e seus inversos na subtração e na divisão, compondo, aproximadamente 100 fatos básicos para cada uma das quatro operações (GARNETT e FLEISCHNER, 1983, p. 223). Estes fatos básicos, também chamados de pontos de apoio, listas de fatos fundamentais, repertório básico, englobam ainda as propriedades numéricas e operacionais, formando um conjunto de informações básicas memorizadas, utilizadas para derivar outras mais complexas. Todos possuem um conjunto de fatos básicos memorizados, o que diferencia dois indivíduos é a quantidade destes fatos e a velocidade de acesso e processamento para com eles.

Vários estudos têm mostrado que a necessidade da memorização de fatos básicos e um bom desempenho em contagem e em regras ou propriedades são os principais componentes de modelos de processamento aritmético (ASHCRAFT, 1992, p. 83). A escolha das estratégias para as operações e a velocidade de recuperação dos fatos numéricos básicos da memória de longo prazo também influenciam na aquisição de conceitos e procedimentos matemáticos mais complexos (GEARY e BURLINGHAM-DUBREE, 1989, p. 188) e a estas está associada a melhora nas habilidades de cálculo (HECHT, TORGESEN, *et al.*, 2001, p. 217).

Investigar o desempenho em aritmética é uma forma de avaliar o nível das habilidades matemáticas básicas das crianças, tanto com dificuldades de aprendizagem matemática, quanto normais, pois muito se sabe sobre a progressão do desenvolvimento de estratégias em questões aritméticas (GEARY, 1993, p. 346). Alguns textos descrevem esta progressão, por exemplo,



“The development of arithmetical abilities”, de Brian Butterworth (2005), e outros analisam o que diferencia as crianças com facilidade das com dificuldades (GEARY e BROWN, 1991) (GARNETT e FLEISCHNER, 1983).

Um estudo realizado por David Geary e Sam Brown (1991, p. 404) comparou crianças dotadas, normais e com dificuldades em relação a aprendizagem da Matemática, em termos da escolha de estratégias e o tempo utilizados para resolução de problemas simples de adição. Os pesquisadores encontraram que as crianças dotadas recuperam mais informações da memória, utilizam menos contagem e recuperam uma proporção menor de respostas erradas. Enquanto que as crianças consideradas normais e, principalmente, as com dificuldades utilizam mais estratégias de contagem quando o grau de dificuldade do problema aumenta, sendo estas estratégias mais elementares que aquelas de seus pares dotados. Geary, Bow-Thomas e Yao (1992) mostraram que as fracas habilidades computacionais das crianças com dificuldades no primeiro ano estão relacionadas a um desenvolvimento atrasado da compreensão das características essenciais e não essenciais da contagem e habilidades relativamente fracas na detecção de erro de contagem.

Desde os primeiros anos de escolarização estas crianças com dificuldades em Matemática, com conhecimentos insuficientes do conteúdo, começam a se sentir diferentes, inferiores, incapazes perante seus colegas com melhor desempenho e acabam por desenvolver a ansiedade Matemática (ASHCRAFT e KRAUSE, 2007, p. 247), grande influenciadora do desempenho nesta disciplina. A ansiedade matemática interrompe as atividades em andamento, relacionadas à tarefa da memória de trabalho, retardando o desempenho e degradando sua precisão (ASHCRAFT e KIRK, 2001, p. 236). Entretanto, segundo Ashcraft e Faust (1994, p. 120), em termos de velocidade de processamento e de detecção de erros na realização de adições complexas, os sujeitos com baixa ansiedade têm maior eficiência e acurácia.

Souza e Brito (2008, p. 200), citando também outros autores, afirmam que a crença de que a Matemática é uma disciplina difícil de aprender e acessível a uma minoria podem resultar níveis altos de ansiedade. Não obstante, professores que sustentam esta crença dificilmente terão expectativas altas com todos os alunos e podem ensinar Matemática acreditando que somente uma parcela dos alunos irá entender. Desta maneira, durante suas práticas de ensino, conscientemente ou não, acabam por rotular os alunos em capazes e incapazes de aprender, diversificando o tratamento direcionado a eles e segregando a turma.

Em pesquisa empírica, Chahay (2013, p. 189) percebeu que a diferenciação do ensino constitui um componente do dispositivo escolar que o torna desigual, pois encontrou diferenças entre turmas homogêneas e heterogêneas sem o controle da qualidade do ensino, enquanto não

houve diferença quando realizadas comparações entre resultados de turmas homogêneas e heterogêneas com conteúdo e qualidade pedagógica equivalentes (p. 189).

Muitas turmas são consideradas uniformes em relação a aritmética porque todos os alunos encontram respostas corretas. No entanto, a estratégia utilizada e o tempo demandado para obtenção dos resultados podem mostrar uma heterogeneidade importante de ser avaliada nos anos iniciais. Por exemplo, uma turma que possui alunos que resolvem questões de aritmética por meio do cálculo mental, em segundos, e outros que resolvem por meio de contagem com material manipulável, em minutos, não pode ser considerada uniforme, apesar de ambos encontrarem a resposta correta. Esta diferença precisa ser tratada nos primeiros anos de escolarização, ao custo de que a discrepância aumente e os alunos com menor agilidade tenham dificuldades de acompanhar a turma e sejam considerados incapazes de aprender Matemática.

Percebemos a importância e a influência que o bom entendimento em aritmética nos anos iniciais, a acurácia e a agilidade em seus procedimentos e o desenvolvimento destas habilidades por todos os alunos da turma, têm sobre a matemática superior e sobre o crescimento pessoal do aluno, embora existam poucos estudos que abordam esse tema. Desta forma, são necessárias metodologias que desenvolvam habilidade e agilidade aritmética por todos os alunos da turma, visando um nivelamento da turma.


Almejando colaborar com os processos, tanto de ensino, quanto de aprendizagem da aritmética e seu repertório básico de fatos numéricos nos anos iniciais, desenvolvemos o Método Líquen. O Método Líquen é um método de ensino que foi construído para auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental desde o primeiro ano do Ensino Fundamental e promover o nivelamento da turma em relação ao desenvolvimento de suas habilidades de cálculo, no quesito agilidade e acurácia.

O Método Líquen possui algumas tarefas, com atividades características, que são propostas pelo professor, realizadas em sala de aula, com grau de dificuldade crescente. Estas atividades foram elaboradas para serem iniciadas com as turmas de primeiro ou segundo ano do Ensino Fundamental e continuadas até o quinto ano. A forma como estas tarefas foram estruturadas permitem ao aluno se familiarizar com os números e conhecer suas propriedades por meio de atividades envolvendo sequência numérica, contagem, antecessor e sucessor, adição e subtração. Cada uma de acordo com o nível de conhecimento exigido e aplicável à turma. As tarefas são apresentadas em folhas A5, contendo uma mescla de atividades com grau de dificuldade progressivo e acumulativo, sem ser extensa, revisitando conteúdos e levando o aluno sentir-se autônomo durante sua resolução.

Nas Figura 1 apresentamos exemplos de tarefa do primeiro ano, com atividades de sequência numérica até o 18, adição de uma unidade e a introdução da adição de duas unidades, comparando com o sucessor do sucessor, bem como adição de duas unidades. Ainda, contagem com dezena e sequências de quatro números.

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan



Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

1									
8+1=	5	→	→						
3+1=	5+2=								
4+1=	4	→	→						
2+1=	4+2=								
1+1=	3	→	→						
5+1=	3+2=								
9+1=	6	→	→	1+2=	6+2=				
7+1=	6+2=			2+2=	8+2=				
6+1=	8	→	→	3+2=	7+2=				
10+1=	8+2=			4+2=	9+2=				
12+1=	9	→	→	5+2=	10+2=				
14+1=	9+2=			1+2=	11+2=				

Figura 1 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o primeiro ano.

Fonte: Próprio autor

Na Figura 2 temos um exemplo de tarefa do terceiro ano, com atividades de sequência de múltiplos do quatro, adições com 8 ou 7 como uma das parcelas, adições com três parcelas iguais para utilizar os resultados da tabuada do três, adições combinadas duas a duas, onde uma facilita a obtenção da resposta da outra, subtrações com o mesmo objetivo e adições com resultados da tabuada do quatro.

CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

4	+4								
8+__=16	8+8+8=	12+5=	16-3=	12+6=					
8+__=14	5+5+5=	22+5=	16-4=	15+5=					
8+__=13	2+2+2=	12+6=	14-4=	24+8=					
8+__=11	9+9+9=	22+6=	14-3=	21+7=					
8+__=12	6+6+6=	12+7=	15-5=	27+9=					
8+__=15	3+3+3=	22+7=	15-4=	8+2=					
8+__=16	7+7+7=	12+8=	18-4=	3+1=					
7+__=16	4+4+4=	22+8=	18-5=	9+3=					
7+__=14	1+1+1=	12+4=	17-6=	12+4=					
7+__=17		22+4=	17-4=	9+3=					
7+__=13		12+3=	19-8=	24+8=					
7+__=11		22+3=	19-9=	18+6=					
7+__=12		12+9=	20-5=	6+2=					



Figura 2 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o terceiro ano.  
Fonte: Próprio autor

Na Figura 3 temos um exemplo de tarefa do quarto ano, com atividades de sequência de múltiplos do cinco, várias operações que resultam 12 ou 16, tabuada do cinco e divisões por cinco com resto, subtrações e adições organizadas de forma que um resultado auxilia a obtenção do seguinte.

QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO

5	+5		+5						50
20-__=16	2×5=	10÷5=	11-1=	4+3=					
10+__=16	3×5=	13÷5=	11-2=	4+4=					
8×__=16	5×5=	15÷5=	12-2=	6+4=					
32÷__=16	2×5=	19÷5=	12-3=	6+5=					
8+__=16	6×5=	23÷5=	10-4=	5+5=					
4×__=16	8×5=	29÷5=	10-5=	5+6=					
4+__=16	9×5=	30÷5=	11-5=	8+8=					
3×__=12	7×5=	37÷5=	11-4=	8+9=					
24÷__=12	3×5=	39÷5=	12-6=	9+9=					
5+__=12	6×5=	40÷5=	12-5=						
2×__=12	9×5=	45÷5=	11-6=						
6+__=12	8×5=	47÷5=	11-4=						
15-__=12	10×5=	49÷5=	11-3=						




Figura 3 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o quarto ano.  
Fonte: Próprio autor

O Método Líquen, além do material didático, é composto pelos seus procedimentos de aplicação. Nestes procedimentos os alunos resolvem a tarefa todos ao mesmo tempo, individualmente, em silêncio e concentrados. Quem conclui, ou tem a tarefa corrigida pelo professor, ou aguarda os demais colegas para que, juntos com o professor, realizem a correção, dependendo da maturidade dos alunos da turma. O professor, ao finalizar, solicita que alguns explicitem para os colegas as estratégias utilizadas para obter o resultado de determinadas questões estrategicamente escolhidas por ele e, na sequência, todos colam a tarefa no caderno. O tempo estimado para a realização de uma tarefa diária do Método Líquen varia de 10 a 20 minutos.

As tarefas do Método Líquen foram construídas para desenvolver os conhecimentos considerados necessários ao cálculo mental de forma gradativa, pois, segundo Ian Thompson, para desenvolver o cálculo mental o aluno precisa: ter conhecimento seguro de fatos numéricos, ter boa compreensão do sistema numérico (2010, p. 188), conhecer antecessor e sucessor, as propriedades numéricas e operacionais, recuperar resultados da memória, compreender o conceito de equivalência entre expressões, decompor os números e memorizar o resultado das operações onde 10 é uma das parcelas, dentre outras (1999, p. 3).

O Método Líquen possui um material e uma metodologia específica de trabalho diário. A descrição detalhada do Método Líquen está publicada em Zancan e Sauerwein (2017 (b)).

A primeira fase da construção do método foi na forma de projeto piloto, denominado Piloto Líquen. O Piloto Líquen foi aplicado para duas turmas de segundo ano de uma escola durante um semestre letivo. Neste período, tivemos indícios de que os alunos ficam mais ágeis, mais precisos e de que o método promove a uniformidade da turma em relação a aritmética básica (ZANCAN e SAUERWEIN).

Posteriormente, durante dois anos, acompanhamos sistematicamente a utilização do Método Líquen pelas turmas de primeiro a quarto ano de três escolas. No presente trabalho mostramos que o Método Líquen é uma alternativa para promover a uniformidade da turma em termos de agilidade e acurácia dos alunos, quando resolvendo questões de aritmética básica.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Para avaliar a capacidade do Método Líquen em promover, de maneira uniforme, o desenvolvimento das competências de cálculo aritmético nos anos iniciais, analisamos os resultados de sua implementação em três escolas do Norte do Rio Grande do Sul

nos anos letivos de 2014 e 2015. Em 2014 trabalhamos com 159 alunos e 6 professores e, em 2015, com 345 alunos e 15 professores.

A promoção da uniformidade da turma pela aplicação do Método Líquen é medida por meio do desempenho dos alunos em relação a acurácia e tempo de realização em testes padronizados, desenvolvidos especificamente para este fim, que são aplicados no início e no final do ano letivo. O teste desenvolvido para o segundo ano (T2) é composto por 60 questões, algumas para completar sequência até o número 40, outras para efetuar adições e subtrações horizontais com números menores que 20. O teste do terceiro ano (T3) contém 72 questões, sendo: antecessor e sucessor para números menores que 99, adições e subtrações horizontais, com números menores que 30, e verticais, com números menores que 100. O teste do quarto ano (T4) possui 48 questões envolvendo adições, subtrações, multiplicações e divisões, horizontais e verticais, para as tabuadas do 2 ao 5 e números menores que 99. Não há teste para o primeiro ano pois os alunos estão em processo de alfabetização e não tem domínio total da escrita.

Estes quatro testes possuem questões diferentes daquelas das tarefas do método. Suas questões são puramente aritméticas, englobando quantidades e operações compatíveis com o ano escolar e semelhantes àquelas propostas em sala de aula com o uso de algoritmos. Devemos ressaltar que as questões das tarefas do Método Líquen são diferentes daquelas dos testes. As atividades do método utilizam números menores que 20 e tem alguma propriedade numérica implícita. Enquanto as questões dos testes são aleatórias e a magnitude numérica pode chegar a centena, dependendo do ano escolar.

Neste trabalho apresentamos nossas mensurações de tempo e acertos nos testes T2, T3 e T4, realizadas em abril e dezembro de 2014 e de 2015. Os testes são aplicados durante a aula, juntamente com o professor da turma e em horário pré-estabelecido. Todos os alunos realizam individualmente, concomitantemente, pelo tempo máximo de 20 minutos. Iniciam todos juntos e comunicam quando respondidas todas as questões, para que o tempo de cada um pudesse ser registrado. Não é permitido consulta, mas os alunos são livres para utilizar material manipulável, dedos ou fazer desenhos.

Os procedimentos de avaliação continuada do Método Líquen são necessários para que alunos, professores e escola acompanhem e assim percebam se os recursos em dedicação, tempo e custos estão produzindo os resultados almejados. Os alunos, professores e escola participantes recebem os resultados dos testes no final do ano letivo. Os alunos recebem uma carta mostrando o número de acertos e tempo conseguidos nos testes no início e no final do ano letivo, de forma que a melhora nestes indicadores mostra que valeu a pena ter se dedicado as tarefas do método.

Os professores recebem um relatório da turma, onde podem avaliar se houve uma melhora no desempenho dos alunos e na uniformidade da turma, como uma forma de considerar se os 15 minutos diários dedicados a realização da tarefa são justificados. A escola recebe um relatório dos resultados das turmas para que possam decidir pela continuidade ou não da utilização desta metodologia.

Neste trabalho, analisamos a efetividade do Método Líquen em relação a uniformidade por meio de sua aplicação em três escolas, que denominamos como Escola A, Escola B e Escola C. A Escola A é uma escola estadual, com educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, dividido em politécnico e magistério, atendendo aproximadamente 800 alunos. A Escola B é também uma escola estadual, com educação infantil e ensino fundamental, atendendo aproximadamente 320 alunos. A Escola C é uma escola municipal, com educação infantil e ensino fundamental, anos iniciais, atendendo aproximadamente 150 alunos. A estrutura das duas escolas estaduais é considerada boa, com salas espaçosas e boa iluminação. No entanto, a Escola C atende seus alunos em um prédio adaptado, onde duas turmas, atendidas por professoras diferentes, são separadas apenas por divisórias de Eucatex a meia altura, de forma que não há qualquer isolamento acústico.

A implementação não aconteceu de forma simultânea nas três escolas. Iniciamos a implementação do Método Líquen na forma de Piloto Líquen no segundo semestre de 2013, nas duas turmas de segundo ano da Escola A, com material didático e teste proporcional ao período. Os resultados do piloto foram positivos e estão descritos em Zancan e Sauerwein (Submetido). Em 2014, devido aos bons resultados do Piloto, o Método Líquen seguiu sendo usado pela Escola A, pelas turmas de primeiro, segundo e terceiro ano e, no ano seguinte, pelas turmas de quarto ano. Em 2015, uma professora da escola A que também é professora da escola B, solicitou a implementação do ML nas turmas de primeiro, segundo e terceiro ano das Escolas B. Da mesma forma, uma professora da Escola B solicitou a implementação na Escola C. No Quadro 1 apresentamos um esquema de identificação das turmas participantes. Estas estão organizadas considerando todos os alunos de um ano escolar da mesma escola como pertencentes a uma única turma, mesmo quando haviam duas turmas. Ainda, o código de cada turma faz referência ao ano de início da utilização do método e não será alterado com o passar dos anos.

Denominação das Turmas		2013	2014	2015
<b>Escola A</b>	A3a <sup>12</sup>	3º Ano (58 alunos)	4º Ano (56 alunos)	
	A2a	2º Ano (51 alunos)	3º Ano (61 alunos)	4º Ano (61 alunos)
	A1a		1º Ano (51 alunos)	2º Ano (52 alunos)
	A2b		2º Ano (47 alunos)	3º Ano (49 alunos)
	A1b			1º Ano (60 alunos)
<b>Escola B</b>	B1a			1º Ano (26 alunos)
	B2a			2º Ano (27 alunos)
	B3a			3º Ano (25 alunos)
<b>Escola C</b>	C1a			1º Ano (12 alunos)
	C2a			2º Ano (23 alunos)
	C3a			3º Ano (10 alunos)

Quadro 1 - Denominação das turmas e número de alunos envolvidos, por ano e por escola

Fonte: Próprio autor

Os nomes das turmas estão codificados de forma que, a primeira letra (maiúscula) representa a escola, o dígito representa o ano escolar que esta turma ingressou no método e a segunda letra (minúscula) representa e ordena as implementações naquele ano escolar, naquela escola. Neste esquema de identificação, por exemplo, a turma A2a é a primeira turma (a) de segundo ano (2) da Escola A (A) a utilizar o método. Os alunos desta turma iniciaram o método no segundo ano, continuaram no terceiro e quarto ano. A turma A2b é a segunda turma (b) de segundo ano (2) da Escola A (A) a utilizar o método no segundo e também no terceiro ano.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO - IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO LÍQUEN

### Avaliação do Método Líquen para 2º Ano

Os alunos das turmas A2b, A1a, B2a e C2a, quando no segundo ano, resolveram o teste T2 em abril e dezembro, com exceção dos alunos da Escola C, que não realizaram o teste de abril devido às questões estarem muito aquém de suas capacidades. No

Quadro 2, temos os resultados gerais do teste.

<sup>12</sup> Os alunos desta turma não participaram do piloto, pois este foi realizado com o segundo ano. Também não participaram do método por estarem no quarto ano quando este foi implementado. Estes alunos responderam aos testes como atividade didática da aula para fins de comparação com os resultados de seus pares nos anos seguintes.



2º Ano	A2b		A1a		B2a		C2a
	Abr	Dez	Abr	Dez	Abr	Dez	Dez
Nº Alunos	44	47	45	42	22	21	19
Média de acertos	47,3	55,8	54,5	56,4	44,0	56,6	54,9
Desvio dos acertos	14,4	7,1	7,8	6,5	12,6	5,2	11,2
Mín/Máx de acertos	3/60	24/60	22/60	27/60	12/60	37/60	19/60
Tempo Mediano (min)	13,9	6,7	9,5	5,7	20	6	7,5
Tempo Mínimo (min)	7,2	2,8	4,3	3,2	7,0	2,9	3,5
Concluintes até 10 min	25%	78%	62%	85%	5%	85%	73%

Quadro 2 – Resultados da implementação do Método Líquen para alunos do 2º Ano

Fonte: Próprio autor

Houve grande diferença no número de acertos quando comparamos os resultados de abril dos alunos das turmas A2b e B2a, com os alunos da turma A1a que fizeram o método no primeiro ano escolar. Os alunos da turma A1a ingressaram o segundo ano com maior eficiência matemática no teste T2, obtiveram média de 54,5 acertos, enquanto seus pares conseguiram média de 47,3 e 44 acertos ( Quadro 2). Esses obtiveram média de acertos 15% maior.

Quando consideramos o conhecimento matemático, o menor desvio obtido em abril, 7,8 acertos da turma A1a, é característica de uma turma mais homogênea, mostrando que a utilização do método durante o primeiro ano provocou mudanças no desempenho matemático da turma. A Escola B reduziu a diferença no número de acertos, teve menor desvio em dezembro, 5,2 acertos, e a média teve um aumento relativo de 21%.

Uma análise interessante é a comparação entre as turmas de segundo ano de duas escolas, uma que fez o método durante o primeiro ano e outra que não fez o método durante o primeiro ano. Nas Figuras 4 e 5 percebemos a mudança na distribuição dos alunos das turmas A1a e B2a quanto ao tempo para resolução do teste T2. Após a utilização do método a distribuição passou a ter maior normalidade, representando uma turma homogênea, e o tempo mediano foi menor em dezembro.

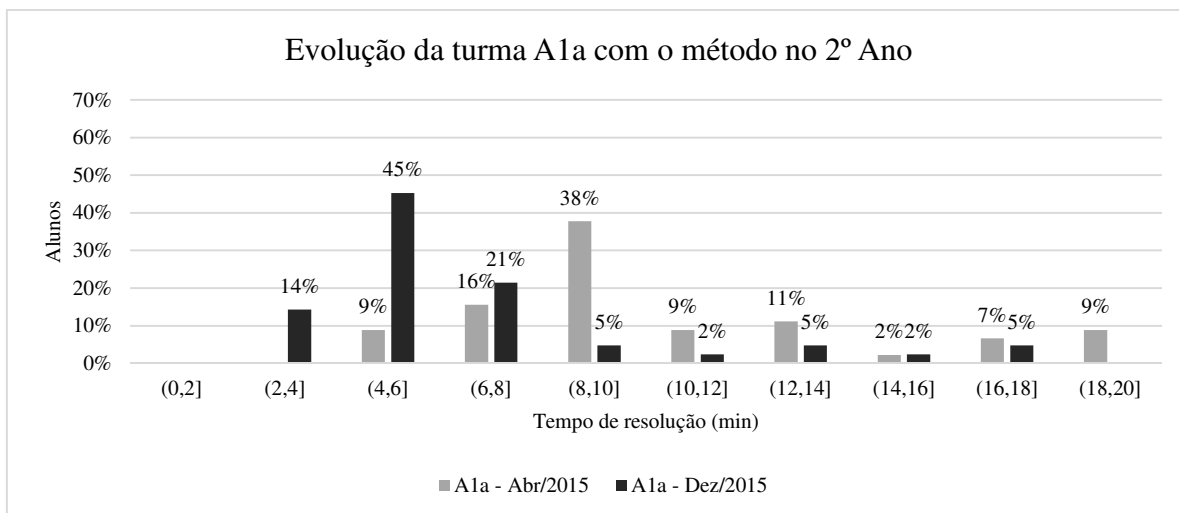


Figura 4 - Distribuição dos alunos em relação ao tempo para realização do teste T2-Turma A1a.

Fonte: Próprio autor

Na Figura 5, comparando os resultados da turma B2a em abril e dezembro, percebemos a existência de uma grande diferença na distribuição dos tempos. Em abril, 64% dos alunos não concluiu o teste em 20 minutos, enquanto que, em dezembro, 81% deles concluíram em menos de 8 minutos. Esta diferença não é acentuada na turma A1a, Figura 4, porque esta ingressou com melhores resultados que a turma A2a no segundo ano.

Uma análise do Quadro 2 permite notar uma melhora na agilidade dos alunos, perceptível na redução dos tempos mínimos e mediano. Enquanto 25% dos alunos da turma A2b concluíram o teste, em abril, em menos de 10 min, 62% dos alunos do A1a o fizeram em abril de 2015. Atribuímos este resultado à utilização do método por esta turma A1a, de segundo ano, enquanto estava no primeiro ano, e outra turma, A2b, não ter utilizado. Na Escola B, nos testes de dezembro, tivemos um crescimento de 80% no número de alunos da turma B2a que concluíram o teste em menos de 10 minutos.

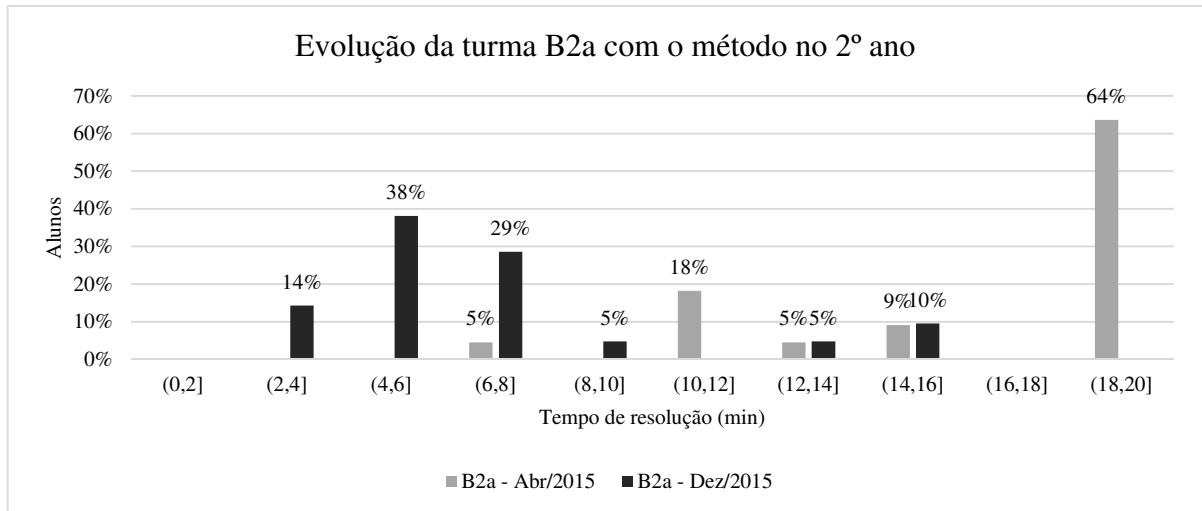


Figura 5 – Distribuição dos alunos em relação ao tempo na realização do teste T2-Turma B2a.

Fonte: Próprio autor

### Avaliação do Método Líquen para 3º Ano

Apresentamos os resultados das turmas no 3º Ano das três escolas no teste T3. Analisando os dados de dezembro este quadro percebemos que as turmas A2a e A2b são mais homogêneas e tem melhor desempenho que as turmas B3a e C3a. O desvio no número de acertos destas turmas é menor, 6,6 e 3,5 comparado a 7,4 e 8,9, e a média de acertos é maior, 67,4 e 68,1 comparado a 66 e 61,8. Atribuímos este resultado diferenciado ao Piloto Líquen para a turma A2a, ao método no segundo ano para a turma A2b.

3º Ano	A2a		A2b		B3a		C3a
	Abr	Dez	Abr	Dez	Abr	Dez	Dez
Nº Alunos	56	56	28	37	23	23	9
Média de acertos	64	67,4	67	68,1	56,1	66	61,8
Desvio dos acertos	7,8	6,6	3,5	3,5	14,1	7,4	8,9
Mín/Máx de acertos	34/72	38/72	58/72	59/72	23/72	39/72	40/69
Tempo Mediano (min)	13,7	8,2	13,2	7,6	20	11,2	13,6
Tempo Mínimo (min)	5,5	3,5	6,5	3,5	8	4,5	6,2
Concluintes até 10 min	19,7%	75,1%	28,6%	61,1%	13%	47%	22%

Quadro 4 – Resultados da implementação do Método Líquen para alunos do 3º Ano Fonte:

Próprio autor

Os tempos medianos reduziram nas escolas A e B, mas ressaltamos a maior redução, de 8,2 minutos, na turma B3a. A mais ágil para efetuar os cálculos ainda foi a do Piloto Líquen, A2a, onde 75% da turma concluiu o teste em menos de 10 minutos.

### **Avaliação do Método Líquen para 4º Ano**

A eficiência do Método Líquen foi avaliada nos 4º anos da Escola A por meio do teste T4. A turma do quarto ano de 2014, A3a, não foi incluída na implementação porque o método deve ser implementado em turma de primeiro ou segundo ano. No entanto, como esperávamos seguir com a utilização em 2015, solicitamos as professoras que aplicassem o teste T4 a estes alunos, em 2014, como uma atividade didática de matemática. A turma de quarto de 2015, A2a, também respondeu a este teste. Assim, temos a possibilidade de comparar duas turmas de quarto ano, uma com método desde o piloto, no segundo ano, A2a, e outra sem método, A3a. O Quadro 5 mostra a descrição dos dados mensurados.

Houve grande diferença na agilidade dos alunos das turmas A2a e A3a no quarto ano. Em abril de 2015, aos 10 minutos, tínhamos 40,7% dos alunos da turma A2a com o teste completo, contra 8,7% no ano anterior, turma A3a. Nos testes de dezembro, aos 10 minutos, 78,2% dos alunos com método haviam concluído e apenas 21,4% dos sem método. A turma A2a obteve média de 41,1 acertos em abril, com metade da turma concluindo o teste em 11,5 minutos. A turma A3a obteve 38,4 acertos, no entanto, metade desta turma demorou mais de 20 min. (Quadro 5)

<b>4º Ano</b>	<b>A3a*</b>		<b>A2a</b>	
	<b>Abr</b>	<b>Dez</b>	<b>Abr</b>	<b>Dez</b>
Nº Alunos	69	56	59	55
Média de acertos	38,4	43,4	41,4	44,8
Desvio dos acertos	9	4,8	7,8	3,8
Mín/Máx de acertos	6/48	29/48	10/48	32/48
Tempo Mediano (min)	20	13	11,5	7,4
Tempo Mínimo (min)	6,6	6,2	4,2	3,5
Concluintes até 10 min	8,7%	21,4%	40,7%	78,2%

Quadro 5 – Dados da implementação do Método Líquen para alunos do 4º Ano

\* Turma sem método

Fonte: Próprio autor

O desempenho semelhante percebido no número de acertos, mas a grande diferença nos tempos (Quadro 5), nos leva a conclusão que todos os alunos do 4ºAno, da turma A3a, tem condições de encontrar o resultado para questões de aritmética como as do teste. No entanto, a forma e o tempo demandado na obtenção de alguns resultados são diferente. Durante a resolução de atividades como:  $18 + 8$  e  $13 - 8$ , muitos alunos da turma A3a fizeram risquinhos na folha. Em divisões como  $32 \div 4$  a maioria desenhou 4 balões e distribuiu 32 risquinhos para encontrar o resultado. Enquanto os alunos da turma A2a recuperaram da memória ou utilizaram alguma estratégia de cálculo, encontrando os resultados rapidamente.

As Figuras 6 e 7 mostram a distribuição dos alunos das turmas de quarto ano da escola A, A3a/2014 (sem método) e A2a/2015 (com método), com número de acertos em função do tempo, em abril e em dezembro.

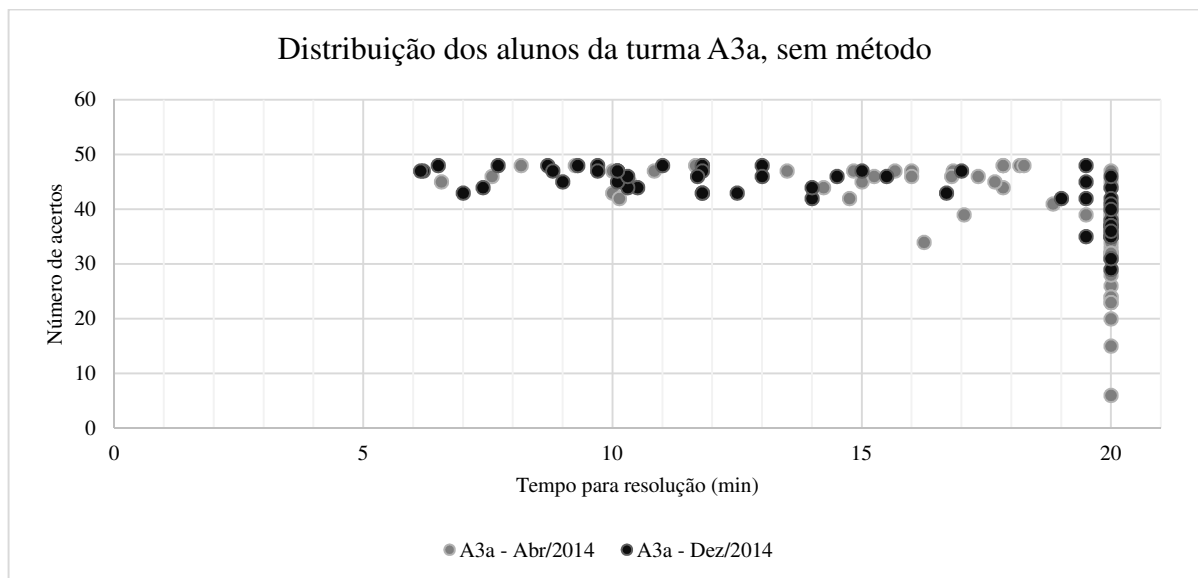


Figura 6 – Alunos do 4ºAno/2014 distribuídos por tempo e acertos no teste T4

Fonte: Próprio autor

Avaliando os pontos das figuras percebemos uma grande diferença na evolução destas turmas durante o ano escolar. Ao final do ano letivo de 2014, tivemos nenhum aluno da A3a concluindo o teste em menos de 6 minutos, enquanto um terço dos alunos da turma A2a, em 2015, haviam concluído. A acurácia delas é semelhante, mas a turma A2a tem maior agilidade em aritmética básica. Muitos alunos da turma A3a não concluíram o teste aos 20 minutos.

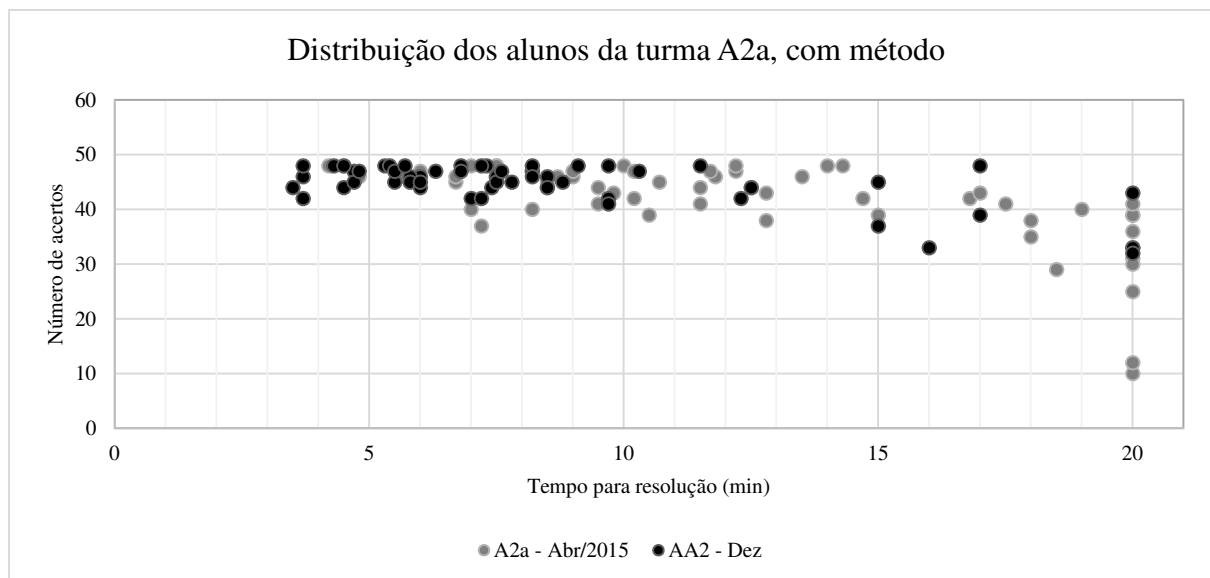


Figura 7 - Alunos do 4ºAno/2015 distribuídos por tempo e acertos no teste T4

Fonte: Próprio autor

Segundo relato informal das professoras, a turma A2a possuía maior agilidade em aritmética ao ingressar no quarto ano, era mais homogênea, quando comparada as turmas anteriores. Estas encerraram o ano letivo de 2015 com divisões com resto e com o estudo das frações, o que não foi possível em anos anterior, quando encerraram o ano em divisões exatas. Estas também relataram que os alunos compreenderam mais facilmente os algoritmos de multiplicação e de divisão, pois sabiam de memória ou rapidamente obtinham os resultados parciais das operações.

### Resultados por ciclo de implementação do Método Líquen

Agrupamos todos os resultados dos alunos por ciclo de implementação. Como os testes foram realizados em abril e em dezembro, os ciclos de utilização do método foram contados da seguinte forma: uma turma que utilizou o método pela primeira vez em ou 2014 ou 2015, em abril é considerada como 0 ciclos de método, em dezembro é considerada com 1 ciclo de método; aquelas que utilizaram em 2014, em abril de 2015 são consideradas com 1 ciclo e em dezembro de 2015 com dois ciclos de método. Os resultados de agilidade e eficácia com estes agrupamentos são mostrados nas Figura 8 e 9.

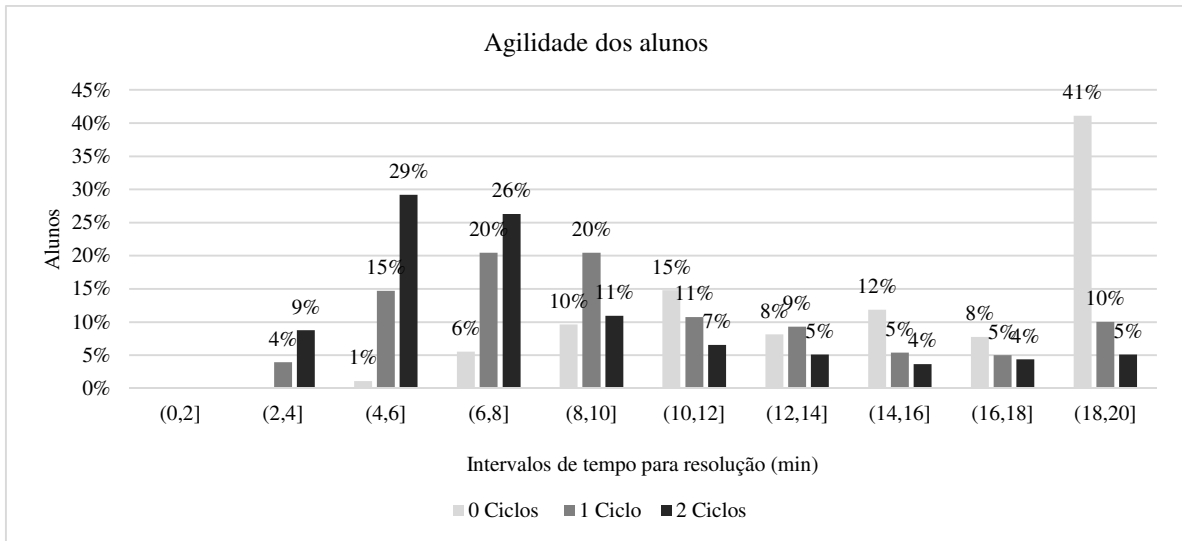


Figura 8 - Percentual de alunos em função do tempo de resolução dos testes, por ciclo de método

Fonte: Próprio autor

Avaliando os dados organizados por ciclo de Método Líquen, percebemos que os alunos que utilizaram o método por dois ciclos concluíram o teste em tempos menores, independente do ano escolar ou do teste (Figura 8). Daqueles com 0 ciclos, 84% demoraram mais de 10 minutos para finalizar, e destes, 41% não concluíram o teste. Enquanto aqueles com 2 ciclos, apenas 25% demoraram mais de 10 minutos e somente 5% não concluíram. Estes números indicam que os alunos ficaram mais ágeis na resolução de questões de aritmética básica com o método.

De forma semelhante, quanto mais ciclos de utilização do método, mais alunos acertam mais questões, também independente do ano ou teste (Figura 9).

Tivemos um aumento de 27% no percentual de alunos que acertaram entre 90% e 100% do teste, quando comparamos aqueles com 0 ciclos e 2 ciclos. Ainda, 36% dos alunos com 0 ciclos acertaram menos de 80% dos testes, enquanto apenas 14% o fizeram com 2 ciclos de método (Figura 9). Este gráfico indica que os alunos ficaram mais eficientes em aritmética básica depois que utilizaram o Método Líquen.

Na Figura 9, encontramos um grupo de alunos que apresenta um percentual de acertos menor que 10%, independentemente da quantidade de ciclos em que utilizaram o método. Esses são os alunos que, durante a resolução do teste, não responderam ou o fizeram aleatoriamente. Percebemos que desses, alguns têm alguma necessidade especial, outros apresentam muita dificuldade com a disciplina e há, ainda, aqueles que não querem ser os últimos a concluir o teste.

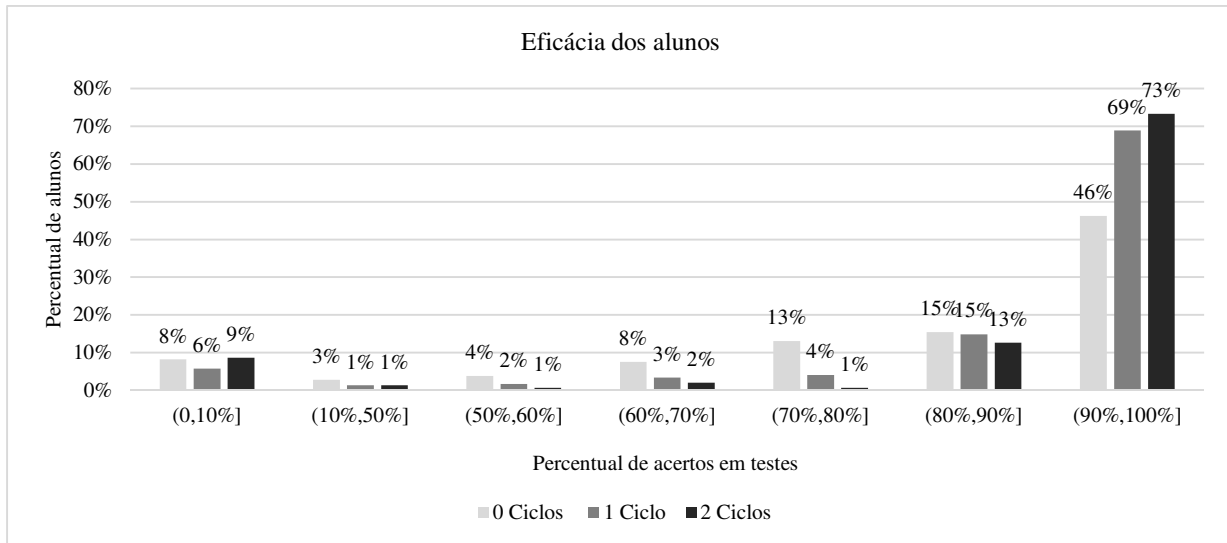


Figura 9 - Percentual de aluno de acordo com o percentual de acertos nos testes, por ciclo de método

Fonte: Próprio autor

O comportamento revelado nos resultados anteriores não é incomum em salas de aula. Segundo Santos e Santos-Wagner (2016, p. 174), é possível observar alunos que apresentam o estado emocional de desconfiança na própria capacidade, de desânimo, de pessimismo e de impaciência frente a um problema matemático, em estado de desorientação e de dúvida. Tal estado emocional é revelado quando o aluno termina as tarefas rapidamente sem que elas estejam próximas da resposta correta, apenas para “se ver livre” da atividade (SANTOS e SANTOS-WAGNER, 2016, p. 174).

## CONCLUSÃO

Os resultados da aplicação do Método Líquen em três escolas públicas, que utilizaram o método durante 1 ou 2 anos, mostram que as turmas participantes apresentam distribuição mais uniforme em relação a agilidade e acurácia em testes puramente aritméticos. A turma como um todo realizou os testes em menor tempo e com maior precisão. Cabe notar que os testes utilizados constam de questões características dos respectivos níveis e são diferentes das tarefas do Método. Estes resultados mostram que o Método Líquen é uma alternativa viável e de baixo custo para que professores de escolas públicas desenvolvam as habilidades aritméticas fundamentais de seus alunos de maneira uniforme, evitando criar disparidades precoces no desempenho de seus alunos.



Segundo HECHT, TORGESEN, et al. (2001, p. 217), as intervenções de treinamento que se concentram em melhorar a velocidade e a precisão de estratégias baseadas em contagem e recuperação, ao mesmo tempo em que resolvem problemas aritméticos simples podem melhorar a aquisição de habilidades gerais de computação por parte de crianças. O Método Líquen oferece aos professores que o adotam uma possibilidade de, sistematicamente, implementar estas intervenções. Os professores das turmas participantes observaram que os alunos passaram a responder mais rapidamente e corretamente as questões propostas em aula. Estes alunos não se preocupam em procurar palitos para efetuar cálculos, recuperam resultados da memória ou utilizam estratégias mais eficientes que as de contagem, e podem dedicar sua atenção aos problemas e as outras questões, que não os cálculos intermediários.

Frequentemente, os alunos que tem mais habilidade com números, que utilizam estratégias de cálculo e recuperam resultados da memória são considerados diferentes pelos colegas, são ditos mais inteligentes. A separação da turma em capazes e incapazes de aprender matemática foi menor com as turmas que utilizaram o Método Líquen. Este fato é de grande valia, pois a comparação que um aluno faz entre seu desempenho e o de seus colegas, caso muito desfavorável, gera ansiedade matemática, que prejudica o seguimento normal do processo de aprendizagem de cálculos e também consome recursos de memória de trabalho, degradando o desempenho nas tarefas que dependem fortemente desta memória (ASHCRAFT e FAUST, 1994, p. 122 e 117), como aritmética básica, por exemplo.

O Método Líquen é um conjunto de tarefas que não utiliza material manipulável. Muitos professores dos anos iniciais normalmente trabalham aritmética somente com material manipulável e, por isso apresentam uma resistência na adoção do método. Em geral, estes professores focalizam somente no resultado e não na forma e no tempo demandado para obtenção do mesmo. Ao adotar o Método Líquen, estes professores começam a perceber que os alunos, paulatinamente, abandonam o material manipulável e são capazes de utilizar estratégias mais eficientes de cálculo e não precisam ficar dependentes da contagem até o quarto ano.

O método apresenta resultados preliminares em que avaliamos a questão da uniformidade da turma, que com todo o exposto anteriormente, foi um resultado importante desta metodologia. Outros aspectos estão sendo investigados e buscam explicar os fatores que tornam os alunos mais ágeis e precisos, por exemplo, quais estratégias os alunos estão adotando, se de cálculo mental ou de contagem mais eficientes.

Consideramos que o método está sendo bem-sucedido, porque ele está sendo adotado por mais escolas e professores. Os dados utilizados neste artigo envolvem o acompanhamento

das turmas que adotaram o método em duas escolas, envolvendo 6 professores e 159 alunos em 2014 e 15 professores e 345 alunos 2015. Estes professores divulgaram o método para colegas que solicitaram a implementação em outras escolas e, ao final de 2016, o método vem sendo utilizado por 5 escolas, 20 professores e 408 alunos.

## **BIBLIOGRAFIA**

ASHCRAFT, M. H. Cognitive arithmetic: A review of data and theory. **Cognition**, v. 44, n. 1-2, p. 75-106, 1992.

ASHCRAFT, M. H.; FAUST, M. W. Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. **Cognition & Emotion**, v. 8, n. 2, p. 97-125, 1994.

ASHCRAFT, M. H.; KIRK, E. P. The relationships among working memory, math anxiety, and performance. **Journal of experimental psychology: General**, v. 130, n. 2, p. 224-237, 2001.

ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A. Working memory, math performance, and math anxiety. **Psychonomic bulletin & review**, v. 14, n. 2, p. 243-248, 2007.

BUTTERWORTH, B. The development of arithmetical abilities. **Journal of Child Psychology and Psychiatry**, v. 46, n. 1, p. 3-18, 2005.

CRAHAY, M. Qual pedagogia para aos alunos em dificuldade escolar? **Cadernos de Pesquisa**, v. 37, n. 130, p. 181-208, 2013.

GARNETT, K.; FLEISCHNER, J. E. Automatization and basic fact performance of normal and learning disabled children. **Learning Disability Quarterly**, v. 6, n. 2, p. 223-230, 1983.

GEARY, D. C. Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. **Psychological Bulletin**, v. 114, n. 2, p. 345-362, 1993.

GEARY, D. C.; BOW-THOMAS, C. C.; YAO, Y. Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. **Journal of experimental child psychology**, v. 54, n. 3, p. 372-391, 1992.

GEARY, D. C.; BROWN, S. C. Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. **Developmental psychology**, v. 27, n. 3, p. 398-406, 1991.

GEARY, D. C.; BURLINGHAM-DUBREE, M. External validation of the strategy choice model for addition. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 47, n. 2, p. 175-192, 1989.

HECHT, S. A. et al. HECHT, Steven A. et al. The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: A longitudinal study from second to fifth grades. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 79, n. 2, p. 192-227, 2001.

SANTOS, D. M. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. D. A influência dos afetos no desempenho de estudantes do 6º ano em atividades de cálculo mental envolvendo adição e subtração. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 2, p. 167-185, 2016.

SOUZA, L. F. N. I. D.; BRITO, M. R. F. D. Crenças de auto-eficácia, autoconceito e desempenho em matemática.. **Estudos de Psicologia**, Campinas, v. 25, n. 2, p. 193-201, abril - junho 2008.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction. **Mathematics in school**, v. 28, n. 5, p. 3, November 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2ª. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen- Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321, Maio 2017.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen - Implementação Piloto. **Acta Scientiae**, Submetido.



### **3.6 MANUSCRITO 4 - PROCEDIMENTO PARA INVESTIGAR O USO DO CÁLCULO MENTAL POR ALUNOS DOS ANOS INICIAIS**

#### **Procedimento para Investigar o uso do Cálculo Mental por Alunos dos Anos Iniciais**

Procedure to Investigate the use of Mental Calculation by Students of the Initial Years

#### **Resumo**

O cálculo mental contribui para o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas, desenvolve bom senso numérico, promove uma progressão natural aos métodos convencionais, forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimação, dentre outras. Neste trabalho desenvolvemos um procedimento para que os professores possam identificar o tipo de estratégia de cálculo utilizada por seus alunos ao efetuarem adições simples. Em sua primeira aplicação, avaliamos 128 alunos, de 7 turmas, e encontramos apenas 12,5% deles utilizando ou com indícios de utilização do cálculo mental. Com a identificação destes alunos o professor pode: estimular que continuem utilizando e aprimorando cada vez as estratégias, reforçando que são mais valiosas que as de contagem um-a-um; propor atividades para a difusão das estratégias entre os colegas por meio de relatos; buscar na literatura algumas iniciativas que auxiliam o trabalho sistemático dos conhecimentos base para o cálculo mental; acompanhar o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Palavras chave: Baralho. Estratégias. Cálculo Mental.

#### **Abstract**

The mental calculation contributes to the development of skills to solve problems, develops good numerical sense, promotes a natural progression to conventional methods by means of written methods, forms the basis for the development of estimation skills. In this work, we developed a procedure for teachers to identify the type of calculation strategy used by their students when making simple additions. In its first application, we evaluated 130 students, from 7 classes, and we found only 12.3% of them using or with indications of use of mental calculation. With the identification of these students the teacher can: encourage them to continue to use and improve their strategies, reinforcing that they are more valuable than counting one-by-one; propose activities for the dissemination of strategies among colleagues through reports; search the literature some initiatives that support the systematic work of the knowledge base for mental calculation; follow the cognitive development of students.

Keywords: Deck of Cards; Strategies; Mental Calculation.

#### **Introdução**

O cálculo mental possui diferentes entendimentos para diferentes autores. Por exemplo, para Parra: “é o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (1996, p. 195). Buys (2008) entende cálculo mental como o trabalho com números como um todo, não com dígitos, que utiliza propriedades elementares e relações

numéricas, apoiado em bom conhecimento dos fatos numéricos básicos com números até 20 e até 100, podendo utilizar notas intermediárias de acordo com a situação. Para Reys (1984, p. 548) o cálculo mental possui a característica de oferecer a resposta exata, com o procedimento realizado mentalmente, sem o uso de lápis e papel; e outra característica de ser a base para os diversos processos usados na obtenção de estimativas para os resultados de cálculos numéricos.

Dentre as definições, entendemos por *cálculo mental* aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais.

Thompson (1999, p. 2) argumenta sobre o crescente consenso da diferença entre ‘cálculo mental’ e ‘aritmética mental’. Quando esta pode envolver somente recuperação mental, memória, associando o mental com o cálculo feito **na** cabeça. Enquanto esse, o ‘cálculo mental’, exige estratégias mentais, assim como memorização, quando o cálculo é feito **com** a cabeça. Estas estratégias mentais estão mais relacionadas com a aplicação do conhecimento, com resultados numéricos calculados rapidamente, combinando propriedades específicas do sistema de numeração. Estas estratégias são variadas e escolhidas de acordo com os números específicos envolvidos. O cálculo mental é parte destas estratégias mentais de cálculo.

Vários autores ( (PARRA, 1996, p. 201) (THOMPSON, 2010, p. 180) (REYS, 1984, p. 549), (FONTES, 2010) ) afirmam que devemos ensinar cálculo mental porque ele: contribui para o desenvolvimento de melhores habilidades para resolver problemas; desenvolve bom senso numérico; promove uma progressão natural aos métodos convencionais por meio de métodos escritos. Para eles este tipo de cálculo também forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimação, representa a maioria dos cálculos na vida real (que são feitos na cabeça, e não no papel), promove o pensamento criativo e independente, permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados, e é um diferencial no enfrentamento de problemas.

A importância deste tipo de cálculo no ensino-aprendizagem de matemática é reconhecida em documentos oficiais. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa encontramos que “os procedimentos de cálculo mental fornecem à criança uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento” (BRASIL, 1997, p. 59) (BRASIL, 2014, p. 37,42) e estes orientam seu ensino desde os anos iniciais.

O cálculo mental também é validado por professores polivalentes. Mas, na prática, este é pouco explorado nas atividades dos anos iniciais, como por exemplo, no primeiro ano (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017). Compreensível, pois os professores deste nível de ensino não têm formação específica em matemática e não trazem consigo experiência de vida pautada neste tipo de cálculo (FONTES, 2010, p. 174). Como consequência, acabam ficando atrelados a práticas que não estimulam a criação de estratégias mentais para substituir a contagem, optam por ensinar técnicas ligadas à realização de operações, normalmente por meio da contagem, e a maioria das crianças se limita a reproduzir este ensinamento e simplesmente obter respostas, independente da forma.

Mesmo assim alguns alunos desenvolvem as habilidades de calcular mentalmente e de utilizar estratégias de cálculo. Em algumas turmas é possível encontrar alunos com estratégias mais eficientes, que dispensam palitos ou dedos ao efetuarem operações de adição e subtração.

Segundo Ian Thompson, o requisito mínimo para as crianças efetuarem cálculo mental é o desenvolvimento das seguintes habilidades: ter conhecimento seguro de fatos numéricos; ter boa compreensão do sistema numérico, saber como ele funciona, quais operações são permitidas e quais não são, de modo que os fatos numéricos possam ser combinados usando operações apropriadas para extrair outros resultados; ter a capacidade de executar com precisão as habilidades apoiadas por esse entendimento e a confiança para usar o que sabem em sua própria maneira de encontrar soluções (THOMPSON, 2010, p. 188).

Este mesmo autor investigou as estratégias de cálculo mental para resolver adições e subtrações de números menores que 20, comumente utilizadas e desenvolvidas autonomamente pelos alunos, e identificou os conhecimentos indispensáveis para estas. Segundo Thompson, as principais Estratégias de Contagem para adição e subtração são: contar do primeiro, contar do maior, contar para traz, contar de volta e contar a partir de. Para utilizar estas estratégias, os alunos precisam, por exemplo: ter habilidades de identificar o número maior e ter o controle de contar para frente e para traz um determinado número de vezes. As Estratégias de Cálculo foram classificadas pelo autor como: Memória dos dobros e dobros próximos, para adição e subtração; Subtração como inverso da adição; Decomposição; Compensação e Ponte pelo 10 para adição e subtração. Todas estas estratégias envolvem fatos numéricos ou derivam deles. Para poder utilizá-las é necessário: compreender a sequência numérica, antecessor e sucessor; propriedades numéricas e operacionais, como comutatividade e associatividade; recuperar resultados da memória, como dobro dos números; compreensão do conceito de equivalência entre expressões, decomposição e memorização de adições onde o 10 é uma das parcelas (THOMPSON, 1999, p. 3).

Os conhecimentos apontados por Thompson, necessários para o uso destas estratégias de cálculo mental, nem sempre são trabalhados sistematicamente em sala de aula. O ensino de algoritmos é primado em detrimento das estratégias, pois a seleção dos conteúdos realizada pelos professores evidencia a valorização de um saber procedimental, baseado numa organização etapista, sendo a abordagem muito superficial e fragmentada, com pouco engajamento dos alunos (MANDARINO, 2009, p. 14).

Segundo Nogueira e Signorini, existe um distanciamento quase que total entre a aprendizagem dos algoritmos convencionais e os princípios e propriedades do sistema decimal de numeração e a conexão entre essas duas habilidades não se desenvolve espontaneamente, ou seja, a criança que opera adequadamente os algoritmos convencionais da adição e da subtração pode não perceber a sua relação com o sistema decimal de numeração (2016, p. 272).

Assim, para uma boa aprendizagem matemática, as competências de cálculo não bastam e o grande desafio que se coloca à escola e seus professores é construir um currículo que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais (NACARATO, DA SILVA MENGALI e PASSOS, 2017), dando mais abertura e atenção ao cálculo mental.

Alguns trabalhos vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de inserir o cálculo mental nas práticas de ensino. Por exemplo, Zancan e Sauerwein (2017) desenvolveram o Método Líquen, com o objetivo de auxiliar a construção do sentido de número, o conhecimento de propriedades numéricas e estimular o desenvolvimento de estratégias de cálculo para números menores que 20 nas práticas pedagógicas dos anos iniciais de forma sistemática, simples, diferenciada. Teixeira, Carvalho e Ferreira (2014) desenvolveram tarefas para estimular o cálculo mental através da resposta a desafios no contexto de vários jogos, com o incentivo à resolução de problemas e à explicitação dos processos de raciocínio.

Nos processos de ensino e aprendizagem, o processo de raciocínio utilizado pelos alunos na obtenção de respostas é um mistério para os professores. Frequentemente, estes veem o resultado escrito, no silêncio, muitas vezes *a posteriori*, e o classificam como ou certo ou errado, sem maiores preocupações. Enquanto esses, os alunos, diferentemente uns dos outros, escolhem procedimentos apropriados, ou não, ancorados em seus conhecimentos, obtém um resultado, registram e o trabalho está concluído.

Conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos parece ser uma forma de os professores ficarem alertas para os procedimentos empregados. Não é uma prática comum nos anos iniciais estimular que os alunos expliquem o pensamento que os levou ao resultado das adições e subtrações características deste nível de ensino. No entanto, ao colocar os alunos a falar sobre



matemática, o professor traz a oralidade para a sala de aula e este estímulo pode constituir um fator decisivo, entre outros aspetos, para desenvolver alguma destreza em cálculo mental (TEIXEIRA, CASCALHO e FERREIRA, 2014, p. 54), beneficiando quem fala, pois organiza os argumentos, e beneficiando quem escuta, pois expõe outras possibilidades de alcançar os mesmos resultados.

Consideramos importante o professor se ocupar, trabalhar o cálculo mental sistematicamente em sala de aula, pois o cálculo mental permite maior flexibilidade e facilidade com a matemática, tanto em cálculos como na resolução de problemas (PARRA, 1996, p. 201) (THOMPSON, 2010, p. 180) (FONTES, 2010). A discussão aberta sobre matemática, não simplesmente se o resultado correto foi encontrado ou não, estimula os alunos a falarem sobre números, propriedades numéricas, propriedades operacionais e isto leva ao entendimento de que a matemática é uma ciência recheada de lógica e não de regras sem uma justificativa. Os alunos passam a discutir matemática, a entender o porquê de suas respostas e a desenvolver a capacidade de justificar seus procedimentos.

Diante da importância e dos benefícios do cálculo mental e do professor conhecer as estratégias que os alunos estão utilizando, neste estudo sugerimos um procedimento que permite ao professor sondar as estratégias dos alunos, conhecê-las e identificar os alunos que utilizam cálculo mental ou mostram indícios dele em sua forma mais primitiva, ou seja, em adições para números menores que 20. Com este conhecimento, caso o professor julgue importante e necessária a construção do cálculo mental e perceba que os alunos não estão utilizando, este pode repensar e reestruturar sua prática para desenvolver o mesmo de maneira sistemática.

### **Procedimento de Sondagem**

Inicialmente, precisamos conhecer, ouvir os pensamentos dos alunos para identificar o tipo de estratégia utilizada ao efetuarem cálculos aritméticos. Mas, isso não é possível apenas com a observação. Para conhecer estas estratégias podemos solicitar que estes verbalizem, contem, expliquem os caminhos escolhidos em um diálogo com o professor. Neste diálogo, o professor, com algum material auxiliar, pode iniciar a investigação ficando atento não somente ao relato oral, mas também a linguagem corporal, e colher muitos indícios do tipo de raciocínio que está sendo arquitetado na mente do aluno.

Desenvolvemos uma sugestão de material para auxiliar e sistematizar a investigação das estratégias durante este diálogo entre professor e aluno, apresentado na forma de um baralho

com algumas adições cuidadosamente selecionadas. Escolhemos este formato de cartas e de diálogo individual para diferenciar o procedimento de uma avaliação tradicional e caracterizar como uma conversa lúdica. As cartas permitem a visualização dos números e da operação e ao explicar a resposta o aluno tem condições de ser mais detalhista.

Como o professor busca o processo e não o resultado, o aluno não desenvolve a insegurança de estar sendo avaliado ou de estar errado, pois não existem respostas erradas. Desta forma, ao ouvir o relato do aluno, o professor pode identificar o tipo de estratégia e saber se este tem domínio das estratégias de cálculo mental ou ainda depende e necessita de contagem.

### *Descrição do Baralho*

O baralho criado (Figura 1) possui 12 cartas contendo adições que podem ser separadas em três grupos: Grupo 1 (4+3, 5+4, 6+2, 7+3) com somas menores ou iguais a 10; Grupo 2 (8+3, 7+6, 8+7, 9+4) com somas entre 10 e 20; Grupo 3 (13+5, 14+8, 15+12, 17+16) com somas maiores ou iguais a 18. Estas adições foram escolhidas pois as respostas das adições do Grupo 1 permitem estratégias de cálculo, no entanto, também são propícias a estratégia de contagem, pois os alunos podem facilmente contar a partir do maior, ou ainda ter os resultados memorizados. As respostas às questões do Grupo 2 são propícias ao uso de estratégias de cálculo como: a estratégia de completar o 10, recuperar da memória dobros de números próximos e/ou decompor os números. As respostas às adições do Grupo 3 permitem o uso de propriedades numéricas, de estratégias de cálculo como decomposição e/ou completar o 20, ou ainda utilizar o algoritmo mentalmente.

Figura 1: Itens do Baralho

<b>4+3</b>	<b>5+4</b>	<b>6+2</b>	<b>7+3</b>	← Grupo 1
<b>8+3</b>	<b>7+6</b>	<b>9+4</b>	<b>8+7</b>	← Grupo 2
<b>13+5</b>	<b>14+8</b>	<b>15+12</b>	<b>17+16</b>	← Grupo 3

Fonte: Próprio autor

As cartas do baralho apresentam as adições com o maior número na primeira parcela para manter um padrão e restringimos apenas às adições com números menores que 20 porque

queremos identificar o tipo de estratégias utilizadas por alunos ao final do terceiro, quarto ou quinto ano, no tipo mais básico de cálculo.

Na sistematização do diálogo entre professor e aluno, primeiramente, esse explica que a conversa não se refere a uma avaliação e que o interesse está no processo de obtenção da resposta de alguns cálculos aritméticos simples. Na sequência, apresenta as cartas ao aluno, de forma aleatória, respeitando apenas os grupos. Ao visualizar a carta, este, o aluno, fala o resultado da adição. Quando o aluno oferece a resposta o professor questiona: “Por que?” ou “Como você obteve este resultado?”, ou “Consegue fazer de outra forma?”. Ao ouvir a explicação do aluno, o professor pode identificar e classificar a estratégia em Estratégia de Contagem ou Estratégia de Cálculo.

Sugerimos que esta classificação seja realizada de acordo com a classificação dada por Thompson (1999, p. 3), a saber: *Estratégia de Contagem* - aquela em que, de alguma forma, ou com dedos, ou movimentando a cabeça, ou verbalizando, ou contando na cabeça, o aluno utiliza-se da contagem um a um para obter a resposta; *Estratégia de Cálculo* - aquela em que o resultado é derivado de outros resultados memorizados por meio da utilização de algum raciocínio lógico numérico validado pelas propriedades numéricas e operacionais. Outros autores como Lucangeli, Tressoldi e colaboradores (2003, p. 511) sugerem uma classificação mais detalhada, mas devido aos nossos objetivos, optamos pela classificação mais simples descrita por Thompson.

Ao explicar seu procedimento o aluno pode recuperar alguns resultados da memória ou utilizar contagem (provavelmente no Grupo 1), ou utilizar o algoritmo mentalmente (propícios no Grupo 3) ou utilizar outras estratégias. Devido a esta variedade de situações, orientamos que seja considerado “utiliza ou mostra indícios de utilização do cálculo mental” (CCM) o aluno que der pelo menos cinco explicações com referência as estratégias de cálculo descritas por Thompson (1999, p. 3) ou use algum outro raciocínio lógico matemático, diferente da contagem, baseado em alguma propriedade numérica ou operacional. Caso contrário, o aluno pode ser considerado como dependente da contagem (SCM).

### *Aplicação*

Realizamos a primeira aplicação deste procedimento em conjunto com os professores em outubro de 2016, envolvendo 128 alunos, distribuídos em três turmas de terceiro ano e quatro turmas de quarto ano, estudantes de três escolas, conforme mostrado no Quadro 1. As três escolas são de Ensino Fundamental, sendo: Escola A, municipal, atendendo

aproximadamente 120 alunos; Escola B, municipal, atendendo aproximadamente 250 alunos; Escola C, estadual, atendendo aproximadamente 320 alunos. Todos os alunos das turmas participantes foram entrevistados, individualmente, em local escolhido para tal, sem que houvesse interferência de terceiros ou interação com os colegas depois da avaliação.

Quadro 1: Identificação das turmas e número de alunos

<b>Identificação das turmas</b>	<b>Codificação</b>	<b>Número de alunos</b>
3º Ano da Escola A - Municipal	3°_A	9 alunos
4º Ano da Escola A - Municipal	4°_A	10 alunos
3º Ano da Escola B - Municipal	3°_B	24 alunos
4º Ano da Escola B - Municipal	4°_B	26 alunos
3º Ano da Escola C - Estadual	3°_C	22 alunos
4º Ano da Escola C – Estadual – Turma 1	4°_C1	22 alunos
4º Ano da Escola C – Estadual - Turma 2	4°_C2	15 alunos

Fonte: Próprio autor

Durante esta primeira investigação os alunos explicaram facilmente seu raciocínio e, quando não utilizaram estratégias de cálculo mental, diziam ter contado e mostravam a contagem. Estes estavam tranquilos, pois as adições presentes eram simples para estudantes de terceiro e quarto anos. Nenhum se recusou a responder, ao contrário, aguardavam ansiosos a sua vez.

A investigação realizada oralmente trouxe uma riqueza de detalhes, tanto na interpretação da fala, quanto na interpretação da linguagem corporal, inexistente em registros escritos. Além disso, os alunos, com idade entre 8 e 10 anos, tiveram uma facilidade para explicar verbalmente o raciocínio que acreditamos não teriam ao escrever. Por exemplo, quando não utilizaram estratégias de cálculo mental, diziam ter contado e relatavam como efetuaram a contagem, o que não seria simples relatar na forma escrita.

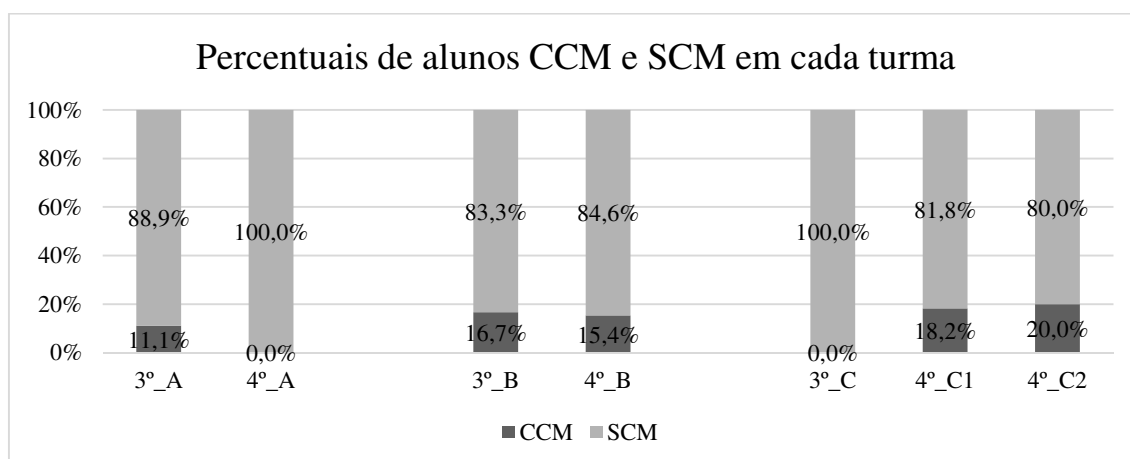
Percebemos que a apresentação no formato de cartas, com a visualização dos números e da operação, sem que o professor falasse a questão, contribuiu para o uso de estratégia. Notamos que os alunos, devido a visualização do número e da operação, ao efetuarem os

cálculos, recuperavam, por exemplo, a memória dos dobros e derivavam os demais resultados com certa facilidade, apontando para os números e construindo a estratégia.

Ao identificar o tipo de estratégia obtivemos informações preocupantes sobre a proporção de alunos que utilizam ou mostram indícios da utilização de estratégias de cálculo mental em cada uma das turmas. Dos 128 alunos entrevistados, apenas 16 foram classificados como CCM, ou seja, 12,5% do total. Na Figura 2 apresentamos estes resultados quantitativos agrupados por escola e por turma.

Na Figura 2 notamos que, em todas as três escolas participantes, em duas turmas o percentual de alunos CCM foi nulo e nas outras cinco, menor ou igual a 20%. Esta pequena quantidade de alunos utilizando o cálculo mental pode ser consequência da pouca atenção dada a ele nestas escolas. Nestas turmas avaliadas, os conhecimentos para cálculo mental e o cálculo mental em si estão sendo aprendidos e utilizados por pouquíssimos alunos.

Figura 2: Percentuais de alunos classificados como CCM e SCM em cada uma das turmas avaliadas



Fonte: Próprio autor

Ressaltamos que, nestas entrevistas, alguns alunos deram a resposta errada no primeiro momento e, ao justificarem sua estratégia, perceberem o erro e obtiveram a resposta correta. Nesta condição, consideramos o primeiro erro como um ato falho e avaliamos a explicação

dada pelo aluno, pois o foco deste procedimento é o processo de obtenção e não simplesmente a resposta.

### **Considerações Finais**

Introduzimos um procedimento simples e factível para que os professores possam identificar os alunos que desenvolveram estratégias de cálculo mental. O procedimento aqui apresentado permite uma aproximação e uma interação entre professor e aluno, individualmente, sem que o aluno perceba o diálogo como uma avaliação. Ao repetir o procedimento ao longo do ano, o professor pode acompanhar as mudanças no desenvolvimento cognitivo do aluno e colher indícios de que este está desenvolvendo estratégias de cálculo mental ou não.

A primeira aplicação com 128 alunos, de terceiro e quarto anos, de três escolas públicas, mostrou que o percentual de alunos que utilizam o cálculo mental é baixo. Do total de alunos do estudo, 12,5% apresentam indícios de cálculo mental, número consideramos muito baixo. Esta pode ser uma evidência de que o cálculo mental ou a base de seus conhecimentos não estão sendo trabalhados de forma sistemática nestas escolas.

Visando a construção do cálculo mental, é fundamental ao professor a identificação dos alunos que utilizam este tipo de cálculo para que possa estimulá-los a continuarem utilizando e a aprimorarem cada vez mais as estratégias, reforçando sempre que estas são mais valiosas que as estratégias de contagem um-a-um. O professor também pode promover atividades para a difusão das mesmas entre os colegas por meio do relato de alguns alunos, mostrando aos demais que existem outros meios, além da contagem, para obtenção de respostas a questões de aritmética. Não obstante, o professor pode buscar na literatura algumas iniciativas que auxiliam o trabalho sistemático dos conhecimentos base para o cálculo mental e capacitar mais alunos para sua construção e acompanhar o crescimento cognitivo de cada por meio da observação e do diálogo.

### **BIBLIOGRAFIA**

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais : matemática**. Ministério da Educação. Brasília, p. 142. 1997.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Ministério da Educação. Brasília, p. 72. 2014.

BUYS, K. Mental arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school**. [S.l.]: Sense publishers, 2008.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 220. 2010.

LUCANGELI, D. et al. Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. **Educational Psychology**, v. 23, n. 5, p. 507-520, 2003.

MANDARINO, M. C. F. **Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental priorizam**. Rio de Janeiro: UNIRIO, 2009.

NACARATO, A. M.; DA SILVA MENGALI, B. L.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental-Tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

NOGUEIRA, C. M. I.; SIGNORINI, M. B. Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 15, n. 2, p. 259-274, 2016.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

REYS, R. E. Mental computation and estimation: Past, present, and future. **The Elementary School Journal**, v. 84, n. 5, p. 547-557, 1984.

TEIXEIRA, R. E. C.; CASCALHO, J. M.; FERREIRA, R. F. M. Cálculo mental na aula de matemática: explorações no 1.º ciclo do Ensino Básico. **Jornal das Primeiras Matemáticas**, v. 2, p. 52-64, 2014.

TEIXEIRA, R. E. C.; CASCALHO, J. M.; FERREIRA, R. F. M. Cálculo mental na aula de matemática: explorações no 1.º ciclo do Ensino Básico. **Jornal das Primeiras Matemáticas**, v. 2, p. 52-64, 2014.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction. **Mathematics in school**, v. 28, n. 5, p. 3, November 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Uma Análise das Atividades Didáticas e do Cálculo Mental no Primeiro Ano do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 1, 2017.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen- Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321, Maio 2017.



### **3.7 MANUSCRITO 5 - RESULTADOS PRELIMINARES DO DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL USANDO O MÉTODO LÍQUEN**

## **RESULTADOS PRELIMINARES DO DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL USANDO O MÉTODO LÍQUEN**

### **PRELIMINARY RESULTS OF THE DEVELOPMENT OF MENTAL CALCULATION STRATEGIES UNSING THE LICHEN METHOD**

#### **Resumo**

O Método Líquen foi desenvolvido com os objetivos de auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e promover o nivelamento da turma em relação às habilidades de cálculo, no quesito agilidade e acurácia, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Em estudo anterior, por meio de avaliação escrita, puramente aritmética, constatamos que os alunos que utilizam o Método Líquen ficam com melhor acurácia e agilidade em cálculos aritméticos básicos e as turmas com maior conhecimento e com uma distribuição uniforme em relação aos quesitos: tempo e número de acertos. Neste artigo, investigamos se a utilização do Método Líquen promoveu o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental para alunos das turmas de terceiro e quarto anos, que utilizaram o método. Para isso, investigamos as estratégias de cálculo de 95 alunos, de quatro turmas, que utilizaram o método por dois ou três anos consecutivos. Destes, identificamos 56 alunos utilizando ou com indícios da utilização de cálculo mental, o que representa 58,9% do total de alunos investigados. Concluimos, assim, que a implementação do Método Líquen nas escolas traz bons resultados para a aprendizagem dos alunos, a longo prazo, promovendo a uniformidade da turma e o desenvolvimento do cálculo mental.

Palavras chave: Método Líquen. Estratégias de Cálculo Mental.

#### **Abstract**

The Lichen Method was developed with the objective of assisting teachers and students in the development of mental calculation strategies and to promote the leveling of the class in relation to the calculation skills, in terms of agility and accuracy, since the first years of Elementary School. In a previous study, by written evaluation, purely arithmetic, we found that students who use the Lichen Method get better accuracy and agility in basic arithmetic calculations and classes with greater knowledge and with a uniform distribution in relation to the questions: time and number of hits. In this article, we investigated whether the use of the Lichen Method promoted the development of mental calculation strategies for students in the third and fourth

year classes, who used the method. For that, we investigated the calculation strategies of 95 students, of four classes, who used the method for two or three consecutive years. Of these, we identified 56 students using or with indications of the use of mental calculation, which represents 58.9% of the total number of students investigated. We conclude, therefore, that the implementation of the Lichen Method in schools brings good results for student learning, In the long run, by promoting the uniformity of the class and the development of mental calculation.

Keywords: Lichen Method. Strategies of Mental Calculation.

## Introdução

“Entendemos por *cálculo mental* aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais” (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017 (b)).

Autores como Cecília Parra (1996, p. 201), Ian Thompson (2010, p. 180), Robert Reys (1984, p. 549) oferecem definições ligeiramente diferentes para o cálculo mental, mas todas concordam em sua essência. Estes autores apontam a importância do desenvolvimento do cálculo mental, pois ele desenvolve, por exemplo, bom senso numérico, promove uma progressão natural aos métodos convencionais, forma a base para as habilidades de estimação, promove o pensamento criativo e independente, permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados.

Constance Kammi e Linda Joseph, no livro *Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da teoria de Piaget* (2005), oferecem conselhos práticos sobre o que funciona e o que deve ser evitado no ensino da Matemática quando se trabalha com as crianças nos anos iniciais. O livro traz atividades que permitem a construção do número e das propriedades numéricas e operacionais, sugerindo o máximo adiamento do ensino dos algoritmos nos anos iniciais, pois, segundo a teoria de Piaget, a criança aprende aritmética pela construção interna do número e das operações, por meio de sua capacidade natural de pensar.

Carpenter e colaboradores (1998), corroborando com Constance Kammi, em estudo longitudinal com 84 crianças, constataram que 90% delas, antes de aprenderem algoritmos, usaram estratégias por elas inventadas para resolver adições e subtrações. Estas demonstraram um melhor conhecimento do conceito de número, do sistema numérico de base dez e foram melhor sucedidos ao estender seus conhecimentos a novas situações do que aqueles alunos que aprenderam inicialmente os algoritmos padronizados.

Apesar de reconhecidamente importante, em salas de aula dos anos iniciais, Mandarino (2009, p. 14) mostra uma realidade em que os professores selecionam conteúdos que evidenciam a valorização de um saber procedimental, baseado numa organização etapista, que oferecem uma abordagem superficial e fragmentada, com pouco engajamento dos alunos, além de informações inadequadas, incompletas e até equivocadas que estão diretamente associadas a dificuldade de aprendizagem dos alunos. Em estudo piloto, realizado anteriormente, percebemos esta realidade quando investigamos as atividades oferecidas durante o ano letivo de 2014, relacionadas a Matemática, ministradas a uma turma de primeiro ano de uma escola estadual do Noroeste do Rio Grande do Sul. Nele, percebemos que a grande maioria das atividades contemplava a sequência numérica, a contagem, as operações de adição e subtração e o uso excessivo e precoce dos algoritmos. Frequentemente, o objetivo estava na obtenção da resposta correta, sem qualquer direcionamento ao desenvolvimento de estratégias de cálculo ou construção dos conhecimentos necessários ao cálculo mental (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017 (a), p. 83).

As estratégias utilizadas pelos alunos que utilizam cálculo mental ao efetuarem adições e subtrações são descritas por Thompson (1999, p. 3). O autor, neste mesmo texto, descreve os conhecimentos que são necessários aos alunos para que sejam capazes de utilizar determinadas as estratégias. Por exemplo, para que o aluno utilize a estratégia de cálculo de completar o 10 ao efetuar a adição de  $7+6$ , este precisa saber que de 7 a 10 faltam 3, que 6 pode ser decomposto em  $3+3$  e que  $10+3$  são 13. Só assim conseguirá resolver  $7+6$  tomando a expressão equivalente  $7+3+3$ . Estes conhecimentos apontados pelo autor, necessários às estratégias de cálculo mental, podem ser trabalhados em sala de aula com uma releitura ou reestruturação das

atividades cotidianas e algumas sugestões podem ser encontradas em Zancan e Sauerwein (Submetido (a)).

Existem muitas ações sendo implementadas em sala de aula com o objetivo de investigar e/ou estimular a construção dos conhecimentos para o cálculo mental. Por exemplo, Fontes (2010) investigou o papel e a importância do cálculo mental nos primeiros anos de escolarização. Guimarães (2009) investigou a natureza do cálculo mental e suas contribuições para a aprendizagem dos conceitos aditivos e multiplicativos de alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em situações didáticas vivenciadas de forma dialógica. Moraes (2011) também investigou que estratégias de cálculo mental são utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de adição e subtração, de que modo elas evoluem e se o significado da operação de adição ou subtração, presente no problema influencia a estratégia de cálculo mental utilizada na sua resolução. Carvalho e Ponte (2012) realizaram uma experiência de ensino centrada em tarefas de cálculo mental com números racionais envolvendo as quatro operações e discussões das estratégias dos alunos do 6.º ano. Teixeira, Carvalho e Ferreira (2014) desenvolveram tarefas para estimular o cálculo mental através da resposta a desafios no contexto de vários jogos, com o incentivo à resolução de problemas e à explicitação dos processos de raciocínio.

De forma diferenciada das anteriormente citadas, mas do mesmo modo visando colaborar com o desenvolvimento do cálculo mental nos anos iniciais de escolarização, desenvolvemos o Método Líquen. O Método Líquen é um método de ensino que foi desenvolvido com duplo objetivo. Primeiro, de auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. Segundo, promover o nivelamento da turma em relação ao desenvolvimento de suas habilidades de cálculo, no quesito agilidade e acurácia.

O Método Líquen possui algumas tarefas, com atividades características, que são propostas pelo professor, realizadas em sala de aula, com grau de dificuldade crescente. Estas atividades foram elaboradas para serem iniciadas com as turmas de primeiro ou segundo ano do Ensino Fundamental e continuadas até o quinto ano. A forma como estas tarefas foram estruturadas permitem ao aluno se familiarizar com os números e conhecer suas propriedades por meio de atividades envolvendo sequência numérica, contagem, antecessor e sucessor, adição e subtração. Cada

uma de acordo com o nível de conhecimento exigido e aplicável à turma. As tarefas são apresentadas em folhas A5, contendo uma mescla de atividades com grau de dificuldade progressivo e acumulativo, sem ser extensa, revisitando conteúdos e levando o aluno sentir-se autônomo durante sua resolução (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017 (b)).

Nas Figura 1, apresentamos exemplos de tarefa do primeiro ano, com atividades de sequência numérica, contagem com dezena, adição de uma unidade e a introdução da adição de duas unidades, referenciando a adição de uma unidade.

		CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO						
Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan	1							
					$3+1=$	$1 - \_ - \_$	$2+1=$	$8+1=$
					$2+1=$	$1+2=$	$2+2=$	$8+2=$
					$5+1=$	$3 - \_ - \_$	$3+1=$	$7+1=$
					$4+1=$	$3+2=$	$3+2=$	$7+2=$
					$1+1=$	$5 - \_ - \_$	$1+1=$	$10+1=$
					$6+1=$	$5+2=$	$1+2=$	$10+2=$
					$8+1=$	$6 - \_ - \_$	$5+1=$	$4+1=$
					$7+1=$	$6+2=$	$5+2=$	
Método Líquen -	3				$9+1=$	$7 - \_ - \_$		
	8				$10+1=$	$7+2=$		
	10				$10+1=$	$9 - \_ - \_$	$6+1=$	
	4				$12+1=$	$9 - \_ - \_$	$6+2=$	
	9				$11+1=$	$9+2=$	$6+2=$	

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL




Figura 1 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o primeiro ano.

Fonte: Próprio autor

Na Figura 2 temos um exemplo de tarefa do terceiro ano, com atividades de sequência de múltiplos do três, subtração do mesmo número do 13 e do 14, em sequência, adição com termos iguais, adições com três fatores, sendo que os três primeiros sempre completam 10 unidades, adição e subtração de uma unidade e atividades de adição para completar o 14 e o 15.

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

3	+3								30
13-3=	3+3=	6+4+2=	4+1=	7+__=14					
14-4=	4+4=	7+3+4=	4-1=	7+__=15					
13-4=	6+6=	9+1+3=	5+1=	10+__=14					
14-7=	5+5=	8+2+5=	5-1=	10+__=15					
13-7=	8+8=	4+6+3=	9+1=	8+__=14					
14-6=		5+5+4=	9-1=	8+__=15					
13-6=		3+7+6=	7+1=	9+__=15					
14-8=		8+2+1=	7-1=	9+__=14					
13-8=		9+1+4=	6+1=	6+__=14					
14-5=	4+4=	4+6+6=	6-1=	6+__=15					
13-5=	6+6=	7+3+5=	8+1=	5+__=15					
14-3=	2+2=	6+4+2=	8-1=	5+__=14					
13-9=	1+1=	8+2+7=	3+1=	13+__=14					



Figura 2 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o terceiro ano.  
 Fonte: Próprio autor

Na Figura 3 temos um exemplo de tarefa do quarto ano, com atividades de sequência de múltiplos do sete e da tabuada do sete, várias operações que resultam 24 ou seis, divisões por cinco com resto, subtrações como inverso da adição e adições permeadas por uma propriedade numérica.

QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO

7	+7								
4x__=24	7x2=	3+5=	7+__=16	7+3=					
10+__=24	7x3=	4+5=	16-7=	17+3=					
8x__=24	7x5=	5+5=	9+__=14	7+5=					
25-__=24	7x6=	7+5=	14-9=	17+5=					
15+__=24	7x8=	9+5=	9+__=13	7+1=					
2x__=24	7x9=	10+5=	13-9=	17+1=					
40-__=24	7x7=	12+5=	8+__=15	7+4=					
1+__=6	7x10=	20+5=	15-8=	17+4=					
10-__=6	7x4=	21+5=	8+__=13	9+5=					
12-__=6	4x7=	22+5=	13-8=	19+5=					
2x__=6	8x7=	23+5=							
18÷__=6	7x8=	24+5=							
2+__=6	7x9=	15+5=							



Figura 3 - Exemplo de atividade do Método Líquen para o quarto ano.  
 Fonte: Próprio autor

O Método Líquen, além do material didático, é composto pelos seus procedimentos de aplicação. Nestes procedimentos os alunos resolvem a tarefa todos ao mesmo tempo, individualmente, em silêncio e concentrados. Quem conclui, ou tem a tarefa corrigida pelo professor, ou aguarda os demais colegas para que, juntos com o professor, realizem a correção, dependendo da maturidade dos alunos da turma. O professor, ao finalizar, solicita que alguns explicitem para os colegas as estratégias utilizadas para obter o resultado de determinadas questões estrategicamente escolhidas por ele e, na sequência, todos colam a tarefa no caderno. O tempo estimado para a realização de uma tarefa diária do Método Líquen varia de 10 a 20 minutos (ZANCAN e SAUERWEIN, 2017 (b)).

As tarefas do Método Líquen foram construídas para desenvolver os conhecimentos considerados necessários ao cálculo mental de forma gradativa, pois, segundo Ian Thompson, para desenvolver o cálculo mental o aluno precisa: ter conhecimento seguro de fatos numéricos, ter boa compreensão do sistema numérico (2010, p. 188), conhecer antecessor e sucessor, as propriedades numéricas e operacionais, recuperar resultados da memória, compreender o conceito de equivalência entre expressões, decompor os números e memorizar o resultado das operações onde 10 é uma das parcelas, dentre outras (1999, p. 3).

Atualmente, o Método Líquen está sendo utilizado em várias escolas, permitindo que algumas investigações possam ser realizadas acerca de seus resultados. Por exemplo, em um trabalho anterior (ZANCAN e SAUERWEIN, no prelo), constatamos, por meio de uma avaliação escrita, puramente aritmética, que os alunos que utilizam o Método Líquen ficam com melhor acurácia e agilidade em cálculos aritméticos básicos e as turmas com maior conhecimento e com uma distribuição mais uniforme em relação a estes quesitos: tempo e número de acertos. O resultado deste estudo revelou que o método tem atingido um de seus principais objetivos.

Neste artigo, investigamos se a utilização do Método Líquen promove o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental para alunos das turmas de terceiro e quarto anos, por meio da análise do percentual destes alunos que apresentam indícios de uso de estratégias de cálculo, em turmas que utilizaram o Método Líquen por dois ou três anos consecutivos.

## **Metodologia**

Apenas na primeira implementação do Método Líquen buscamos uma escola que concordasse com a proposta do Método Líquen. Nas demais escolas, a implementação do método aconteceu por solicitação da equipe diretiva das mesmas. Desta maneira o método se difundiu por seis escolas. A decisão de implementação do Método Líquen tem sido feita pela escola, logo todas as turmas da mesma desenvolvem as atividades.

Com esta metodologia de propagação do Método Líquen não temos turma selecionada para controle, por isso encontramos algumas limitações para investigar seus resultados. Uma das possibilidades encontradas para avaliar o método foi utilizar informações daquelas turmas que, no momento da implementação do método na escola, estavam adiantadas, ou seja, no terceiro, quarto e quinto anos. Estas turmas, apesar das diferenças naturais, de alguma forma são semelhantes, representam a escola, pois têm os mesmos professores, a mesma estrutura física, o mesmo material didático, o mesmo plano político pedagógico, a mesma localização, dentre outros aspectos.

Nas primeiras duas escolas que solicitaram a implementação do método, o fizemos com as turmas de primeiro, segundo e terceiro anos, onde percebemos que o método não deve ser iniciado no terceiro ano, pois os conteúdos matemáticos estão muito avançados. Nas demais escolas a implementação aconteceu para as turmas de primeiro e segundo anos. Nestas implementações, levamos o Método para a escola e oferecemos um acompanhamento para os professores, semanal ou de acordo com a necessidade, para as turmas envolvidas.

Nosso objetivo neste trabalho é avaliar se o Método Líquen promoveu o desenvolvimento do cálculo mental. Como não realizamos um acompanhamento individual dos alunos neste período, vamos investigar a turma, mensurando o percentual de alunos que apresentam indícios de utilização ou utilizam cálculo mental em sua forma mais primitiva, ou seja, para adições de números menores que 20.

Considerando que o método apresenta resultados a longo prazo, escolhemos avaliar turmas de terceiro e quarto anos que utilizaram o método por dois ou três anos,



ou ciclos, consecutivos. Das escolas que implementaram o Método Líquen, apenas duas satisfazem esta condição, ou seja, possuem turmas de terceiro ou quarto anos que utilizaram o Método Líquen por dois ou três anos consecutivos, incluindo 2016. Assim, 95 alunos de quatro turmas (uma turma de terceiro ano, três turmas de quarto ano), estudantes de duas escolas estaduais que implementaram o método, conforme mostrado no Quadro 1, puderam ser avaliados.

Identificação das turmas em 2016	Turma	Número de alunos	Ciclos de Método
3º Ano - Escola Y - Estadual	3º_Y	26 alunos	3º Ano/2015 4º Ano/2016
4º Ano - Escola Y - Estadual	4º_Y	24 alunos	3º Ano/2015 4º Ano/2016
4º Ano - Escola Z – Estadual – Turma A	4º_Z1	24 alunos	2ºAno/2014 3º Ano/2015 4º Ano/2016
4º Ano - Escola Z – Estadual – Turma B	4º_Z2	21 alunos	2ºAno/2014 3º Ano/2015 4º Ano/2016

Quadro 1: Identificação das turmas e número de alunos

Fonte: Próprio autor

A saber, a Escola Estadual Y de Ensino Fundamental, com aproximadamente 360 alunos, implementou o método em 2015 para as turmas de primeiro, segundo e terceiro anos. Ao final de 2016, as turmas de terceiro e quarto anos tem dois anos de método, ou seja, dois ciclos completos. A Escola Estadual Z de Ensino Fundamental e Médio, com aproximadamente 800 alunos, implementou o método em 2014 para as turmas de primeiro a terceiro anos. No entanto, descontinuou as atividades com as turmas de terceiro ano em 2016, por isso, apenas as turmas de quarto foram selecionadas, neste caso, com três anos de método.

A identificação das estratégias utilizadas pelos alunos aconteceu por meio de um diálogo entre professor e aluno mediado por um baralho (Figura 4: Baralho) construído para este fim, cujo procedimento para utilização está descrito em Zancan e Sauerwein (Submetido (b)).

<b>4+3</b>	<b>5+4</b>	<b>6+2</b>	<b>7+3</b>	← Grupo 1
<b>8+3</b>	<b>7+6</b>	<b>9+4</b>	<b>8+7</b>	← Grupo 2
<b>13+5</b>	<b>14+8</b>	<b>15+12</b>	<b>17+16</b>	← Grupo 3

Figura 4: Baralho

Fonte: (ZANCAN e SAUERWEIN, Submetido (b))

Conforme indicado por Zancan e Sauerwein (Submetido (b)), foram organizados diálogos individuais com o aluno em local reservado. As cartas foram mostradas pelo professor ao aluno, uma a uma, respeitando a ordem dos grupos (Figura 4) e, após estes oferecerem a resposta, foram questionados sobre o procedimento utilizado para obtenção da mesma. A explicação oral dada para cada uma delas possibilitou a identificação das estratégias. Seguindo a orientação dos autores, quando mais de cinco estratégias das estratégias relatadas pelos alunos são de cálculo, este aluno pode ser considerado com indícios ou utilizando o cálculo mental (CCM). Caso contrário, prevalecendo as estratégias de contagem, o aluno pode ser considerado dependente da contagem (SCM) (ZANCAN e SAUERWEIN, Submetido (b)).

### **Resultados e Discussão**

Nesta investigação, dos 95 alunos avaliados, encontramos 56 utilizando ou com indícios da utilização de cálculo mental, o que representa 58,9% do total de alunos investigados. Um percentual considerado alto, mais da metade dos alunos investigados. Na Figura 5 apresentamos o percentual de alunos CCM e SCM para cada uma das turmas das Escolas Y e Z.

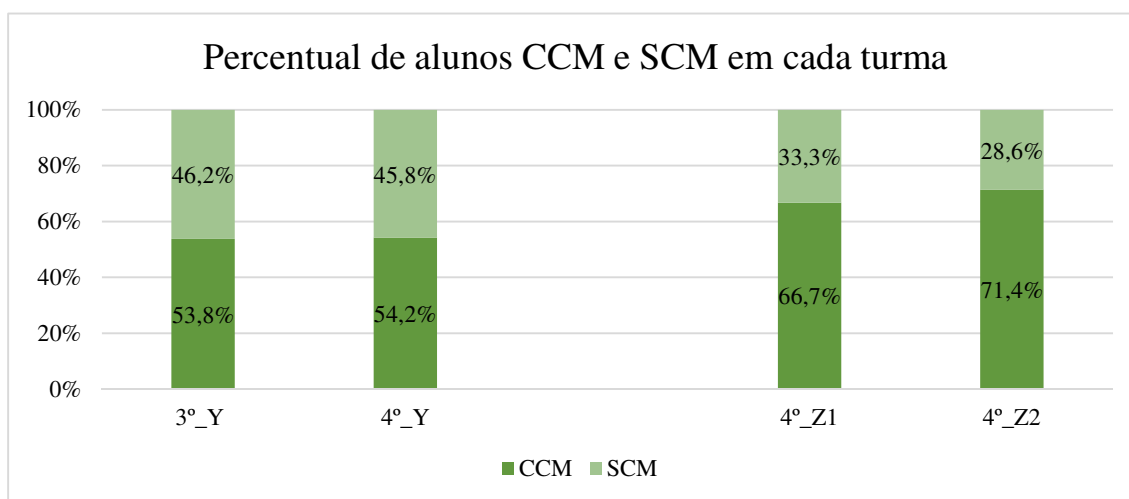


Figura 5: Percentual de alunos CCM e SCM que utilizaram o Método Líquen por dois ou três ciclos.

Fonte: Próprio autor

Neste gráfico percebemos que o percentual de alunos CCM é maior nas turmas 4º\_Z1 e 4º\_Z2, que utilizaram o Método Líquen por três ciclos, ou seja, durante o segundo, terceiro e quarto anos, quando comparado as turmas que utilizaram por dois ciclos. Nestas, não houve grande diferença entre terceiro e quarto anos, ou seja, uma turma com um ano a mais de estudo não implicou diferença neste percentual.

Em um trabalho anterior (ZANCAN e SAUERWEIN, Submetido (b)) nós avaliamos 128 alunos que nunca utilizaram o Método Líquen, de terceiro e quarto anos, de uma escola estadual e duas escolas municipais que implementaram o Método Líquen em 2016 para as turmas de primeiro e segundo anos. Nesta investigação foram encontrados 12,5% de alunos CCM, um percentual indesejável considerando os benefícios do cálculo mental para a aprendizagem da matemática.

Estas duas pesquisas mostram percentuais de alunos CCM e SCM discrepantes entre as escolas avaliadas, sendo 12,5% para turmas de terceiro e quarto anos que não utilizaram o Método Líquen e 58,9% para os mesmos anos que utilizaram. Temos ciência de que existem diferenças nas escolas nos quesitos unidade mantenedora, estrutura física, número de alunos e localização (centro, bairros ou rural). No entanto, dentre as escolas que implementaram o método, considerando os quesitos: número de alunos, unidade mantenedora e localização, podemos comparar

somente as escolas C e Y, pois tem 320 e 360 alunos respectivamente, são estaduais, instaladas na zona urbana. Na Figura 6 apresentamos esta comparação.

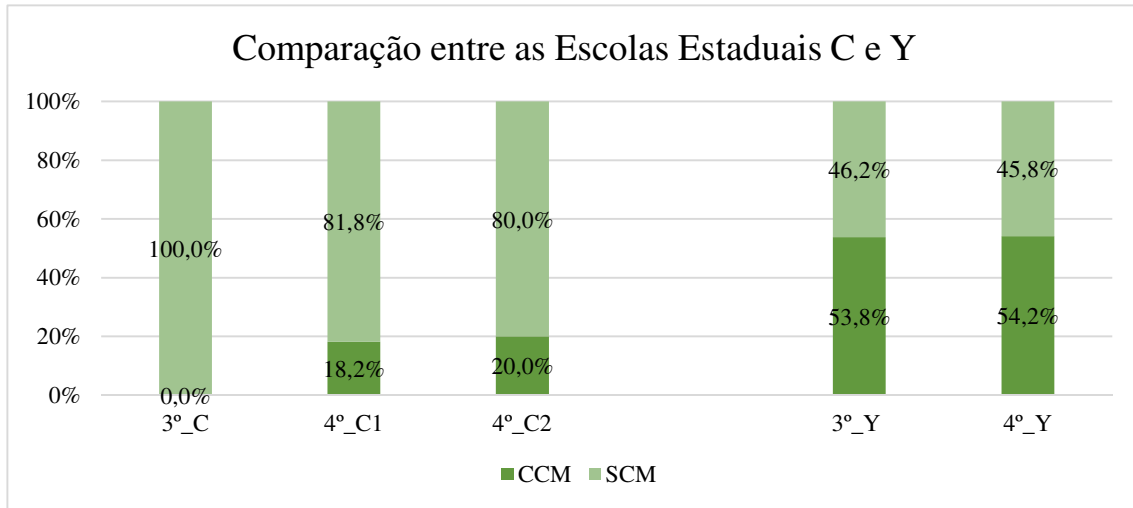


Figura 6: Comparação entre as Escolas Estaduais de Ensino Fundamental, sendo as turmas da Escola C sem Método Líquen e as turmas da Escola Y com dois ciclos de Método Líquen.

Fonte: Próprio autor

Novamente encontramos grande diferença entre o percentual de alunos CCM e SCM entre as turmas destas duas escolas. Na Escola C temos um terceiro ano sem alunos CCM, enquanto na Escola Y, na turma de terceiro ano que utilizou o Método Líquen por dois ciclos, temos mais da metade dos alunos CCM. O quarto ano da Escola C tem 18,9% de seus alunos CCM, mas o quarto ano da Escola Y tem 54,2%. Consideramos que esta diferença seja consequência da implementação do Método Líquen pela Escola Y.

## Conclusão

Ao comparar a fração de alunos CCM e SCM de turmas de escolas consideradas equivalentes, pois tem características semelhantes, percebemos mais da metade dos alunos CCM, nas turmas que utilizaram o método, enquanto no máximo 20 % de alunos CCM naquelas que não utilizaram. Estes resultados são preliminares, pois ainda não temos como comparar turmas de uma mesma escola, mas estamos convencidos que estes resultados indicam fortemente a contribuição do

Método Líquen, pois a diferença de percentual entre as turmas foi bastante expressiva. No entanto, estes resultados não são imediatos, podendo ser visualizados apenas a longo prazo.

Em trabalho anterior, Zancan e Sauerwein (no prelo) mostramos que os alunos que utilizam o Método Líquen ficaram mais ágeis e com maior acurácia ao resolver questões de aritmética básica, envolvendo as quatro operações. Neste trabalho mostramos que o percentual de alunos que utilizam ou mostram indícios de utilização do cálculo mental (CCM) é maior nas turmas que utilizaram o Método Líquen. Concluimos, desta forma, que a implementação do Método Líquen nas escolas traz bons resultados para a aprendizagem dos alunos, promovendo a uniformidade da turma e o desenvolvimento do cálculo mental. Esta pode ser uma das razões pelas quais os professores que utilizam o Método Líquen o recomendem para outras escolas, o que explica a maneira pela qual o método tem se difundido espontaneamente.

## **BIBLIOGRAFIA**

CARPENTER, T. P. et al. CARPENTER, Thomas P. et al. A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. **Journal for research in mathematics education**, p. 3-20, 1998.

CARVALHO, R.; PONTE, J. P. D. **Práticas de ensino com cálculo mental**. Encontro de Investigação em Educação Matemática, p. 361-370, 2012. Lisboa: [s.n.]. 2012. p. 361-370.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 220. 2010.

GUIMARÃES, S. D. **A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental**. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, p. 262. 2009.

KAMMI, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MANDARINO, M. C. F. **Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental priorizam**. Rio de Janeiro: UNIRIO, 2009.

MORAIS, C. M. D. S. **O cálculo mental na resolução de problemas: Um estudo no 1.º ano de escolaridade.** Instituto Politécnico de Lisboa. Lisboa, p. 211. 2011.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

REYS, R. E. Mental computation and estimation: Past, present, and future. **The Elementary School Journal**, v. 84, n. 5, p. 547-557, 1984.

TEIXEIRA, R. E. C.; CASCALHO, J. M.; FERREIRA, R. F. M. Cálculo mental na aula de matemática: explorações no 1.º ciclo do Ensino Básico. **Jornal das Primeiras Matemáticas**, v. 2, p. 52-64, 2014.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction. **Mathematics in school**, v. 28, n. 5, p. 3, November 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools.** 2ª. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen- Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321, Maio 2017 (b).

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Uma Análise das Atividades Didáticas e do Cálculo Mental no Primeiro Ano do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 1, p. 70-84, Janeiro-Fevereiro 2017 (a).

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen - Resultados da implementação, no prelo.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Reorganizando atividades para estimular o cálculo mental nos anos iniciais. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Submetido (a).

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Procedimento para investigar o uso do cálculo mental por alunos dos anos iniciais. Submetido (b).

#### 4 DISCUSSÃO

Os artigos e manuscritos relatam nossa caminhada de pesquisa e desenvolvimento do Método Líquen. Mostramos que o método é uma proposta para auxiliar os professores dos anos iniciais, de escolas públicas, no desenvolvimento dos conhecimentos necessários ao cálculo mental e na promoção da uniformidade das turmas em relação a conhecimentos de aritmética básica, nos quesitos agilidade e acurácia. A construção, implementação e avaliação, relatada nos artigos e manuscritos, mostram que o Método Líquen obteve bons resultados, deixando os alunos mais ágeis e com mais acurácia nas questões de aritmética básica, assim como um grande percentual destes alunos desenvolveram estratégias de cálculo mental, mais de 50% dos alunos das turmas que utilizaram o Método Líquen por dois ou três anos.

Entretanto, algumas situações relacionadas aos professores não foram relatadas nos textos, por não serem do escopo destes. Aproveitamos esta seção para ressaltar a presença e a importância dos professores durante todo este trabalho, complementando as informações que não puderam ser inseridas no corpo dos artigos e manuscritos.

Em contato com escolas, professores e alunos, observamos que, na prática dos professores, nas atividades propostas, nas respostas dos alunos, o cálculo mental estava praticamente ausente. Ao efetuarem cálculos básicos, algumas professoras necessitavam da contagem nos dedos, enquanto outras utilizavam o cálculo mental, mas nenhuma delas relatou referenciar ou inserir o cálculo mental em suas práticas didáticas. Ainda, em conversas informais notamos que as professoras não conseguem detalhar os objetivos das atividades que propõe a seus alunos. Frequentemente, as atividades estão voltadas a obtenção da resposta correta, independente do processo, são escolhidas aleatoriamente, com a melhor das boas intenções, mas que constroem pouco de conhecimento matemático. Essas dificuldades pessoais das professoras se transformam em dificuldades de ensino e de aprendizagem.

Vejamos um exemplo. No primeiro ano é solicitado aos alunos uma atividade corriqueira de somar  $13+12$  com palitos, pois não conhecem algoritmos. Fazemos o seguinte questionamento: O que se constrói com esta atividade? Algumas respostas: a noção de adição; a habilidade de contar 13, 12 e 25 palitos; uma grande confusão de palitos na sala de aula; a ideia de que somar  $13+12$  é uma atividade árdua ou que a Matemática é difícil. Em atividades como esta, notamos que os alunos ficam ocupados em contar os palitos e, como não contam por

meio de agrupamentos, acabam se perdendo na contagem. Sem considerar aqueles que ainda não aprenderam a sequência numérica até 20.

Estas nuances não são percebidas devido à falta de conhecimento matemático acerca das relações numéricas, propriedades operacionais e as necessidades da Matemática dos anos posteriores. Mesmo aquelas que utilizam o cálculo mental em seus cálculos pessoais, apenas o utilizam, sem ciência dos conhecimentos que precisam ter para utilizar os mesmos e não fazem referência a ele em suas práticas. Uma formação que aborde os conhecimentos pertinentes ao desenvolvimento cognitivo do professor nas categorias: conhecimento do conteúdo a ser ensinado, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular (SHULMAN, 1986) pode mudar este quadro. Unido a este conhecimento, um olhar atento às atividades pode aumentar o potencial e o rendimentos, inclusive o potencial dos professores e dos alunos, pois todos esses potenciais se dissipam com a desorientação que paira sobre a sala de aula.

Atuar na formação de professores com cursos de capacitação dedicados ao cálculo mental, com o intuito de provocar uma mudança nas crenças e concepções dos professores pode melhorar os resultados do processo ensino e aprendizagem, considerando que a prática dos professores é dirigida pelos seus pensamentos, crenças, concepções e teorias implícitas (SILVA, 2009, p. 29). Assim como, a concepção dos formadores acerca da Matemática e dos professores terão influência de modo determinante nos conteúdos, métodos e estratégias utilizadas para formá-los (GARCIA, 1999, p. 30).

A realidade observada mostrou pouca disponibilidade dos professores por cursos de formação. Durante a implementação, o diálogo com as professoras era muito escasso, acontecendo somente durante as observações em sala de aula ou enquanto os alunos resolviam a tarefa diária do método. O tempo destas profissionais também é escasso. Com 40 horas de aula semanais, duas turmas, algumas em escolas diferentes, com mais de 20 alunos em cada uma, torna-se complicado desejar que essas participem de cursos a noite ou nos finais de semana para compreenderem melhor o cálculo mental e a Matemática. Mesmo porque, essas também ensinam Ciências, Português, História, Artes, e comportamento adequado em sala de aula. Por isso, nossa proposta foi construída a partir da reorganização e sistematização de práticas dos próprios professores, sem que esses precisassem dedicar um tempo extraclasse para aprender a implementá-las.



Nem todos os professores, nem todos os alunos gostaram do Método Líquen. Alguns professores utilizaram o método porque a escola o implementou, mas não concordavam com a metodologia ou com o formato do material. Estes achavam o método repetitivo e pensavam estar desperdiçando o tempo de sua aula para a execução dele, passando, inconscientemente, esta aversão aos alunos. Muitas diferenças nos desempenhos dos alunos podem ser explicadas pelas intervenções do professor (GAUTHIER, BISSONNETTE e RICHARD, 2014), seus pensamentos, crenças e concepções (SILVA, 2009). Percebemos claramente a influência que a percepção das professoras teve sobre os alunos quando duas professoras mudaram suas posturas frente ao método. Suas turmas de quarto ano foram as que mostraram maior evolução nos testes de aritmética e mais de 70% dos alunos tiveram indícios de cálculo mental. Ao mesmo tempo, com duas turmas de quinto ano foi necessário descontinuar as atividades porque as duas professoras destas turmas não consentiram com o Método Líquen.

Dentre os alunos, encontramos aqueles que adoram o método, o solicitam diariamente e fazem corretamente, ficando incomodados quando faltam tarefas. Outros, poucos: não gostam, não respondem às atividades, respondem aleatoriamente, copiam dos colegas ou esperam a correção para completar a tarefa. A causa desta diferença precisa ser investigada. Segundo Santos e Santos-Wagner (2016, p. 174), é possível observar alunos que apresentam o estado emocional de desconfiança na própria capacidade, de desânimo, de pessimismo e de impaciência frente a um problema matemático, em estado de desorientação e de dúvida. Para estes autores, esse estado emocional é revelado quando o aluno termina as tarefas rapidamente sem que elas estejam próximas da resposta correta, apenas para “se ver livre” da atividade (SANTOS e SANTOS-WAGNER, 2016, p. 174). Observamos com mais frequência que os alunos que não gostam do método, não conseguem fazer, ou vice-versa; não avaliamos causa e efeito. Como o método é para a turma, estes alunos com dificuldade de aprendizagem precisam ser tratados individualmente.

No entanto, apesar destes, o método mostrou resultados positivos para escolas, professores e alunos. Os professores comentaram que ficou mais fácil para eles trabalharem a multiplicação no terceiro ano. Relataram que os alunos, por terem escrito os múltiplos de 2 a 5 nas tarefas, rapidamente associaram estes aos resultados das tabuadas. Disseram que passaram a utilizar o livro didático, porque os alunos conseguiam ler os problemas e resolver, o que antes não conseguiam, por isso era deixado de lado. Da mesma forma, estes passaram a propor aos alunos as atividades do livro que exploravam o cálculo mental, que antes eram suprimidas,

porque nem professores, nem alunos, tinham conhecimento de como proceder frente a esta proposta de cálculo.

Principalmente nas turmas de quarto e quinto ano é possível perceber o desenvolvimento do cálculo mental e a bagagem de fatos básicos memorizados que estes alunos construíram e trazem consigo, juntamente com a amplitude da rede de relações numéricas. Os professores comentaram que estes alunos ficaram mais espertos, mais rápidos e com raciocínio lógico, enquanto aqueles que têm dificuldade com a Matemática, também têm com as demais disciplinas.

O quarto, quinto e sétimo manuscritos apresentam os resultados da implementação nos quesitos: tempo, número de acertos e o percentual de alunos com indícios de cálculo mental. Nestes manuscritos temos uma apresentação quantitativa dos resultados conquistados pelos alunos, gratificante para nós, para professores, para a escola e para os próprios alunos. Entretanto, outros resultados qualitativos, percebidos pontualmente com alguns alunos, tornou ainda mais gratificante o trabalho. Por exemplo, um aluno que chorava todos os dias quando estava no segundo e não conseguia fazer a tarefa e passou a ser o primeiro a completar após alguns meses no terceiro ano, com outra professora. Alunos dependentes da contagem que despertaram para o cálculo mental com o incentivo e insistência das professoras, sem a qual provavelmente não teriam despertado.

A diferença de habilidade em aritmética entre os alunos que fazem o Método Líquen daqueles que não o fazem fica visível quando algum aluno é transferido de uma escola sem método para uma escola com método. Apesar de não termos acompanhado sistematicamente esta situação, ela foi observada, durante os quatro anos, aproximadamente, uma dezena de vezes.

Aprendemos muito sobre a realidade da sala de aula acompanhando o trabalho das professoras e conhecemos algumas das dificuldades, muitas vezes não relatadas em livros ou artigos acadêmicos, mas que atrapalham o processo de ensino e de aprendizagem. Como exemplos temos desde os alunos que chegam atrasados, o caderno da moda com desenhos em todas as folhas, as borrachas esféricas que não param na classe, até as discontinuidades provocadas por trocas de professores, o não acompanhamento dos pais nas atividades extraclasse, o sentimento de incapacidade ao pedir ajuda quando outros colegas haviam concluído. Destas situações, aquelas que baixam a estima podem levar a criança a render menos

do que realmente poderia, não porque não seja capaz, mas sim porque não acredita em sua capacidade (MEDEIROS, LOUREIRO, *et al.*, 2000, p. 334) de ter, ou ser, ou poder.

As conclusões apresentadas nos artigos e manuscritos mostram que são oferecidas aos alunos do primeiro ano atividades matemáticas relacionadas a sequência numérica, contagem, operações de adição e subtração. Não encontramos uma sistematização no ensino dos conteúdos matemáticos com o objetivo de desenvolver os conhecimentos necessários ao cálculo mental.



## 5 CONCLUSÃO

Construímos o Método Líquen por meio de sistematizações, releituras, organização de algumas atividades. As ações do Método Líquen foram fundamentadas em recomendações de melhores práticas no processo de ensino e aprendizagem, dada por especialistas da área, como Rohrer e Taylor (2006) e Carpenter e colaboradores (2012).

Nosso propósito foi, principalmente, auxiliar os professores do Ensino Fundamental, anos iniciais, que não tem Licenciatura em Matemática, reorganizando algumas de suas práticas. Durante a organização do material didático, o diálogo com os professores foi crucial para a construção do método. Nestes diálogos, estes professores pontuavam as necessidades específicas dos alunos a cada semana, o que nos guiava na elaboração das atividades e na escolha das ações aplicáveis a realidade das salas de aula. A colaboração dos professores foi fundamental na construção do método.

Fomos convidados a implementar e a continuar desenvolvendo e aprimorando o Método Líquen em outras escolas por indicação de professores. Esta forma de disseminação foi muito gratificante, pois iniciamos o trabalho em uma escola e trabalhamos com outras seis. Consideramos esta propagação como uma indicação de que o Método Líquen vem sendo bem aceito e bem-sucedido nas escolas.

Os estudos realizados até o momento mostraram que as turmas que utilizaram o Método Líquen ficaram mais uniformes em aritmética básica e trouxeram indícios do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, em sua forma mais primitiva. Entretanto, todos os resultados de aprendizado promovidos pelo Método Líquen não foram imediatos, foram necessários de dois a três anos contínuos de utilização para que fosse percebida a uniformidade da turma e as estratégias de cálculo mental. O tempo limitado destinado a execução desta tese não permitiu uma avaliação sobre as implicações destes resultados com muitas turmas, mas aquelas que puderam ser avaliadas mostraram resultados gratificantes.

A realidade mostra que é muito difícil que artigos acadêmicos, que fazem diagnóstico dos problemas escolares, sensibilizem os gestores de políticas públicas para que sejam encaminhadas soluções que possam ser aplicadas na escola imediatamente. Desta forma, há uma carência de metodologias que sejam diretamente aplicáveis a realidade escolar, como está sendo o Método Líquen. Este método está sendo mais que um trabalho acadêmico. Ele não está

somente relatado em artigos ou manuscritos, ou é um elemento componente desta tese, ele está na escola e está sendo utilizado por 408 alunos, 34 professores e cinco escolas, nesse primeiro semestre de 2017. Os resultados observados e as considerações recebidas da comunidade escolar foram promissoras, no entanto, com o fim desta etapa do trabalho, percebemos a necessidade de criação de metodologias de sustentação para o Método Líquen na escola, como formações continuadas para o corpo docente das escolas.

A continuidade e ampliação do Método Líquen pode acontecer por meio de uma parceria entre escolas, professores e academia, visto os benefícios da implementação do método e a quantidade de problemas em aberto que assolam as salas de aula dos anos iniciais.

## 6 BIBLIOGRAFIA

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica**. 1. ed. Lisboa: Ministério da Educação, v. 1, 1999.

ASHCRAFT, M. H.; FAUST, M. W. Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. **Cognition & Emotion**, v. 8, n. 2, p. 97-125, 1994.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching what makes it special? **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BORRALHO, A. et al. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE, I., et al. **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2007. p. 193-211.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília, p. 142. 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 04 julho 2017.

BROWN, M. Swings and roundabouts.. In: TOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2ª. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 1, p. 19-42.

BUYS, K. Mental arithmetic. In: HEUVEL PANHUIZEN, M. V. D. **Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school**. [S.l.]: Sense publishers, 2008.

CARPENTER, S. K. et al. Using spacing to enhance diverse forms of learning: Review of recent research and implications for instruction. **Educational Psychology Review**, v. 24, n. 3, p. 369-378, 2012.

CARPENTER, S. K. et al. Using spacing to enhance diverse forms of learning: Review of recent research and implications for instruction. **Educational Psychology Review**, v. 24, n. 3, p. 369-378, 2012.

DE MACEDO, L. A questão da inteligência: todos podem aprender? In: OLIVEIRA, M. K. D.; REGO, T. C.; SOUZA, D. T. **Psicologia, educação e as temáticas da vida contemporânea**. São Paulo: Moderna, 2002. p. 117-137.

DUNCAN, G. J. et al. School readiness and later achievement. **Developmental psychology**, v. 43, n. 6, p. 1428, 2007.

ERICSSON, K. A.; KRAMPE, R. T.; TESCH-RÖMER, C. The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. **Psychological review**, v. 100, n. 3, p. 363-406, 1993.

EVEN, R. Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. **Educational studies in mathematics**, v. 21, n. 6, p. 521-544, 1990.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 220. 2010.

GALVÃO, A. Pesquisa sobre expertise: perspectivas e limitações. **Temas em Psicologia da SBP**, v. 9, n. 3, p. 223-237, 2001.

GARCIA, C. M. **Formação de professores - Para uma mudança educativa**. 1. ed. Portugal: Porto Editora, 1999.

GAUTHIER, C.; BISSONNETTE, S.; RICHARD, M. **Ensino Explícito e Desempenho dos Alunos - A Gestão dos Aprendizados**. Petrópolis: Vozes, 2014.

GEARY, D. C. Mathematics and learning disabilities. **Journal of learning disabilities**, v. 37, n. 1, p. 4-15, 2004.

GIMÉNEZ, J. Potenciando competencia numérica con alumnado de 6 a 12 años. **Uno: Revista de didáctica de las matemáticas**, v. 54, p. 5-15, Abril 2010.

HEMBREE, R. The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. **Journal for research in mathematics education**, 1990. 33-46.

KAMII, C. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. [S.l.]: Artmed Editora, 2005.

KARPICKE, J. D.; BLUNT, J. R. Retrieval practice produces more learning than elaborative studying with concept mapping. **Science**, v. 331, n. 6018, p. 772-775, 2011.

MACLELLAN, E. Mental calculation: Its place in the development of numeracy. **Westminster studies in education**, v. 24, n. 2, p. 145-154, 2001.

MARKOVITS, Z.; SOWDER, J. Developing number sense: an intervention study in grade 7. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 25, n. 1, p. 2-29, 1994.



MATTA, A. E. R.; SILVA, F. D. P. S. D.; BOAVENTURA, E. M. Design-Based Research ou Pesquisa de Desenvolvimento: Metodologia para Pesquisa Aplicada de Inovação em Educação do Século XXI. **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 23, n. 42, p. 23-36, julho/dezembro 2014.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic number sense. **For the learning of mathematics**, v. 12, n. 3, p. 2-44, 1992.

MCKENNEY, S.; REEVES, T. C. **Conducting educational design research**. 1. ed. London : Routledge, 2013.

MEDEIROS, P. C. et al. A auto-eficácia e os aspectos comportamentais de crianças com dificuldade de aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica** 13.3, p. 327-336, 2000.

NUNES, T. et al. NUNES, Terezinha et al. The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. **British Journal of Developmental Psychology**, v. 25, n. 1, p. 147-166, 2007.

PALHARES, P.; MAMEDE, E. Os padrões na matemática do pré-escolar. **EDUCARE-EDUCERE**, v. 1, n. 10, p. 107-123, 2002.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

PRICE, G. R.; MAZZOCCO, M. M.; ANSARI, D. Why mental arithmetic counts: brain activation during single digit arithmetic predicts high school math score. **The Journal of Neuroscience** , v. 33, n. 1, 2013.

ROHRER, D.; TAYLOR, K. The effects of overlearning and distributed practise on the retention of mathematics knowledge. **Applied Cognitive Psychology**, v. 20, n. 9, p. 1209-1224, 2006.

SANTOS, D. M. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. D. A influência dos afetos no desempenho de estudantes do 6º ano em atividades de cálculo mental envolvendo adição e subtração. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 2, p. 167-185, 2016.

SERRAZINA, L. Competência matemática e competências de cálculo no 1º ciclo. **Educação e Matemática**, v. 69, p. 57-60, Setembro/Outubro 2002.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **American Educational Research Association**, 1-14 February 1986.

SILVA, A. C. D. **Reflexão sobre a Matemática e seu processo de ensino-aprendizagem: implicações na (re) elaboração de concepções e prática de professores**. João Pessoa: UFP, 2009.

STEEN, L. A. The science of patterns. **Science**, v. 240, n. 29, p. 609-616, Abril 1988.

TATON, R. **O cálculo mental**. Lisboa: Arcádia, 1969. in CARVALHO, Renata. Calcular de cabeça ou com a cabeça. Anais do ProfMat2011. Lisboa: Associação de Professores de Matemática-APM, p. 1-8, 2011.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction. **Mathematics in school**, v. 28, n. 5, p. 3, November 1999.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. **Issues In Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap. 12, p. 178-190.

## APÊNDICE A



## AMOSTRA DO MATERIAL PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

This worksheet contains several rows of mathematical exercises. The first row is a sequence of ten speech bubbles, with the first containing the number '1'. The second row consists of ten boxes, each containing a different number of dots (1 to 10) and followed by an empty box for the count. The third row features a central illustration of a chicken. The fourth row contains ten boxes, each with a number (9, 7, 5, 3, 3, 6, 4, 1, 9, 6) and a speech bubble for the successor. The fifth row contains ten boxes, each with a number (9, 8, 3, 7, 4, 1, 9, 6) and a speech bubble for the predecessor.

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

20

This worksheet contains several rows of mathematical exercises. The first row is a sequence of ten speech bubbles, with the first containing the number '1'. The second row consists of ten boxes, each containing a different number of dots (1 to 10) and followed by an empty box for the count. The third row features a central illustration of a girl. The fourth row contains ten boxes, each with a number (2, 5, 9, 10, 8, 4, 7) and a speech bubble for the successor. The fifth row contains ten boxes, each with a number (3, 6, 5, 7, 9, 10, 4, 8) and a speech bubble for the predecessor.

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>		<input type="text"/>


5

9

7

8

6



Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL


30

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>		<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>		<input type="text"/>



Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

40

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

12

10

8

9

11

3

$3+1=$

6

$6+1=$

4


$4+1=$

7

$7+1=$

8

$8+1=$



Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

6

5

8

11

10

9

11

3

$3+1=$

5

$5+1=$

7


$7+1=$

9

$9+1=$

10

$10+1=$



Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

9 →

5 →

5+1=

3 →

3+1=

2 →

2+1=

7 →

7+1=

8 →

8+1=

4 →

4+1=

6 →

6+1=

7

6

11

8

13

9

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

70

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

5 →

3+1=

8+1=

5+1=

5+1=

9+1=

7 →

4+1=

7+1=

7+1=

6+1=

10+1=

6 →

6+1=

2

8

8 →

8

8+1=

6

9 →

9

9+1=

11

3 →

11

13+1=

14

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

80



CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

2


12

7

9

3

13



9+1=

10+1=

7+1=

8+1=

6+1=

4+1=

3+1=

5+1=

12+1=

11+1=

7 →

7+1=

8 →

8+1=

6 →

6+1=

4 →

4+1=

2 →

2+1=

12 →

12+1=

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

7+1=

8+1=

6+1=

3+1=

4+1=

10+1=

5+1=

4+1=

1+1=

2+1=

7+1=

2+1=

10+1=

12+1=

11+1=

6+1=

3+1=


7+1=

9+1=

5+1=

3+1=

6+1=



9

5

11

14






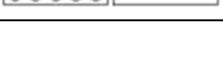
10

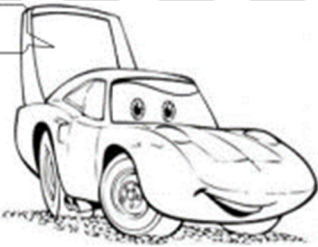
Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

5 → → 7+2= 1+2= 4+1=  
 5+2= 6+2= 2+2= 2+1=  
 4 → → 8+2= 4+2= 3+1=  
 4+2= 9+2= 3+2= 6+1=  
 3 → → 10+2= 5+2= 8+1=  
 3+2= 5+1=  
 8 → →  3+1=  
 8+2=  13+1=  
 9 → →  6+1=  
 9+2=  16+1=  
 7 → →  5+1=  
 7+2=  15+1=



3

13

11

9

8

14


Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL 110









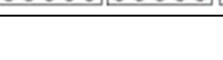
CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1

3 → → 1 → → 2+2= 6+2=  
 3+2= 1+2= 3+2= 7+2=  
 6 → → 2 → → 1+2= 9+2=  
 6+2= 2+2= 5+2= 8+2=  
 4 → → 9 → → 4+2= 10+2=  
 4+2= 9+2= 8















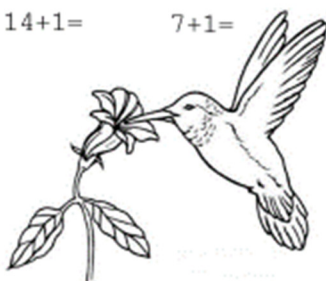
5 → →  6 → →  19  
 5+2=  6+2= 6  
 8 → →  7 → →  17  
 8+2=  7+2= 1  
 7 → →  5 → →  12  
 7+2=  5+2=

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL 120

CONTAGEM - SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

1									
			$10+1=$	$2+1=$	$1+1=$	$6+2=$			
			$12+1=$	$1+2=$	$1+2=$	$3+2=$			
			$11+1=$	$5+1=$	$3+1=$	$8+2=$			
			$13+1=$	$1+5=$	$3+2=$	$2+2=$			
			$15+1=$	$6+1=$	$5+1=$	$7+2=$			
			$16+1=$	$1+6=$	$5+2=$	$5+2=$			
			$14+1=$	$7+1=$	$8+1=$	$9+2=$			
7					$8+2=$	$4+2=$			
17					$9+1=$	$5+2=$			
1					$9+2=$	$3+2=$			
11					$6+1=$	$8+2=$			
10					$6+2=$	$1+2=$			




Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL 130

SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

11									
$9 \rightarrow$	$2-1=$	$2+1=$	$2+1=$						
$10-1=$	$3-1=$	$1+2=$	$12+1=$						
$6 \rightarrow$	$5-1=$	$4+1=$	$1+1=$						
$7-1=$	$1-1=$	$1+4=$	$11+1=$						
$7 \rightarrow$	$4-1=$	$6+1=$	$3+1=$						
$8-1=$	$6-1=$	$1+6=$	$13+1=$						
$6 \rightarrow$	$7-1=$	$7+1=$	$4+1=$						
$7-1=$	$9-1=$	$1+7=$	$14+1=$						
$10 \rightarrow$	$8-1=$	$10+1=$	$6+1=$						
$11-1=$	$10-1=$	$1+10=$	$16+1=$						
$11 \rightarrow$	$11-1=$	$10+2=$	$8+1=$						
$12-1=$	$12-1=$	$2+10=$	$18+1=$						




		3	
		13	
	8		
	18		
	9		
	19		

Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL 140

SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

**Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan**

21


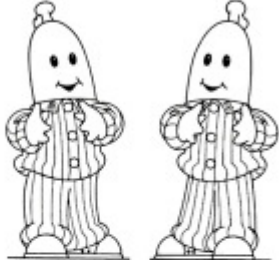
9 → ___	1-1=	5+3=	2+3=																															
10-1=	3-1=	7+3=	3+2=																															
___ → 5	5-1=	3+7=	7+3=																															
5-1=	8-1=	8+3=	6+3=																															
8 → ___	7-1=	9+3=	3+6=																															
9-1=	6-1=	6+3=	9+3=																															
___ → 12	9-1=	3+6=	10+3=																															
12-1=	10-1=	4+3=	8+2=																															
10 → ___	4-1=	10+3=	7+3=																															
11-1=	14-1=	10+4=	1+9=																															
___ → 13	5-1=	10+2=	2+8=	<table border="0"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>10</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>17</td><td></td><td></td></tr> </table>				6				10						13				8			15							17		
			6																															
		10																																
			13																															
		8																																
15																																		
		17																																
13-1=	15-1=	10+5=	3+7=																															

**Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL**

SEQUÊNCIA - ANTECESSOR E SUCESSOR - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

**Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan**

38

4-2=		10+6=	2+3=																															
6-2=		10+3=	12+3=																															
2-2=		4+___=10	10+2=		1+3=																													
8-2=		3+___=10	10+4=		11+3=																													
9-2=		5+___=10	10+5=		5+3=																													
3-2=		2+___=10	10+6=		15+3=																													
7-2=		6+___=10	10+8=		3+3=																													
5-2=		1+___=10	10+9=		13+3=																													
9-2=		8+___=10	10+7=		4+3=																													
19-2=		9+___=10	10+5=		14+3=																													
3-2=	7+___=10	10+2=	0+3=	<table border="0"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>23</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>18</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>28</td><td></td></tr> </table>				3					13					23					8					18					28	
			3																															
			13																															
			23																															
			8																															
			18																															
			28																															
13-2=	10+___=10	10+10=	10+3=																															













**Método Líquen - PRIMEIRO NÍVEL**



SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

30

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan













41									
11			$9+2=$	$7+2=$	$1+3=$				
	13		$8+3=$	$7+3=$	$2+3=$				
14			$8+2=$	$5+2=$	$3+2=$				
	11		$7+3=$	$5+3=$	$3+3=$				
	13		$5+2=$	$6+2=$	$4+3=$				
	9		$4+3=$	$6+3=$	$3+4=$				
	7+1=		$6+2=$	$3+2=$	$7+3=$				
5			$17+1=$	$6+3=$	$3+3=$	$8+3=$			
	15		$6+1=$	$7+2=$	$8+2=$	$5+3=$			
	8		$16+1=$	$5+3=$	$8+3=$	$6+3=$			
	9+1=	$6+2=$	$10+2=$	$3+6=$					
	18	$19+1=$	$6+3=$	$10+3=$	$7+3=$				

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

40

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

25							
8			$6+2+2=$	$1+2+2=$			
	80		$7+3+1=$	$3+2+2=$			
	7		$8+2+2=$	$2+2+2=$			
	17		$5+2+3=$	$4+2+2=$			
	2+__=10		$9+1+1=$	$5+2+2=$			
	1		$3+2+1=$	$7+2+2=$			
	5+__=10		$4+2+1=$	$6+2+2=$			
	11		$10+1+2=$	$9+2+2=$			
	3		$9+1+2=$	$8+2+1=$			
	13		$4+__=10$	$8+2+1=$	$9+1+2=$		
	9+__=10	$7+3+1=$	$8+1+2=$				
	20	$7+__=10$	$7+3+2=$	$9+2+1=$			

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

**SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES**

**50**

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

39								
3		1+3=	9+3=	5+2+2=	1+__=4			
	13	1+4=	9+4=	6+2+2=	__+1=6			
5		5+3=	10+3=	8+2+2=	1+__=7			
	15	5+4=	10+4=	9+2+2=	__+1=9			
	11	6+3=	2+3=	4+2+2=	1+__=8			
	21	6+4=	2+4=	7+2+2=	6-1=			
	0	8+3=	7+3=	2+2+2=	8-1=			
	21	8+4=	7+4=	3+2+2=	5-1=			
	0	4+3=	3+3=	1+2+2=	7-1=			
	10	4+4=	3+4=	10+2+2=	4-1=			
	20	8+4=	8+2=	11+2+2=	3-1=			
		9+3=	8+3=	10+2+2=	10-1=			



Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

**SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES**

**60**

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

10								
	3		6+__=10	2+2=	9+1=			
	13		5+__=10	2+3+2=	9+1+3=			
	23		9+__=10	2+5=	9+4=			
8			7+__=10	5+2=	5+5=			
	8		8+__=10	3+3+2=	5+5+1=			
	18		4+__=10	3+5=	5+6=			
		14	10-1=	5+3=	3+3+3=			
		24	8-1=	5+5=	6+3=			
		10	9-1=	5+3+5=	10+4=			
		20	6-1=	8+5=	10+5=			
			7-1=	5+5+3=	10+3=			
			5-1=	5+8=	10+2=			



Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

21

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

	<input type="text"/>	1		<input type="text"/>	$8+1=$	$9+1=$	$9+2=$	$6+ \_ =10$
	<input type="text"/>	11		<input type="text"/>	$8-1=$	$9+2=$	$9+3=$	$5+ \_ =10$
	<input type="text"/>	6		<input type="text"/>	$7+1=$	$6+1=$	$5+2=$	$9+ \_ =10$
	<input type="text"/>	16		<input type="text"/>	$7-1=$	$6+2=$	$5+3=$	$7+ \_ =10$
	<input type="text"/>	8		<input type="text"/>	$9+1=$	$5+1=$	$8+2=$	$8+ \_ =10$
	<input type="text"/>	18		<input type="text"/>	$9-1=$	$5+2=$	$8+3=$	$4+ \_ =10$
	<input type="text"/>	4		<input type="text"/>	$6+2=$	$8+1=$	$3+2=$	$3+ \_ =10$
	<input type="text"/>	14		<input type="text"/>	$6-2=$	$8+2=$	$3+3=$	
	<input type="text"/>	10		<input type="text"/>	$5+2=$	$7+1=$	$10+2=$	
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$5-2=$	$7+2=$	$10+3=$	
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$10+2=$	$3+1=$		
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$10-2=$	$3+2=$		

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

70

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

31

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

	<input type="text"/>	4		<input type="text"/>	$2+3=$	$3+3=$	$1+ \_ =4$	$5-1=$
	<input type="text"/>	14		<input type="text"/>	$2+4=$	$3+4=$	$1+ \_ =6$	$3-1=$
	<input type="text"/>	7		<input type="text"/>	$6+3=$	$7+3=$	$1+ \_ =2$	$4-1=$
	<input type="text"/>	17		<input type="text"/>	$6+4=$	$7+4=$	$1+ \_ =8$	$2-1=$
	<input type="text"/>	8		<input type="text"/>	$4+3=$	$8+3=$	$1+ \_ =9$	$8-1=$
	<input type="text"/>	18		<input type="text"/>	$4+4=$	$8+4=$	$1+ \_ =10$	$7-1=$
	<input type="text"/>	1		<input type="text"/>	$5+3=$	$9+3=$	$5+ \_ =10$	$6-1=$
	<input type="text"/>	11		<input type="text"/>	$5+4=$	$9+4=$	$7+ \_ =10$	$10-1=$
	<input type="text"/>	21		<input type="text"/>	$10+3=$	$1+3=$	$9+ \_ =10$	
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$10+4=$	$1+4=$	$8+ \_ =10$	
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$10+5=$	$2+3=$	$6+ \_ =10$	
	<input type="text"/>			<input type="text"/>	$10+2=$	$2+4=$	$4+ \_ =10$	

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL










80




SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

51

5	$\_ + 1 = 9$	$10 + 3 =$	$8 + 2 =$	$5 + 5 =$	
8	$1 + \_ = 6$	$11 + 3 =$	$8 + 4 =$	$5 + 6 =$	
11	$\_ + 1 = 7$	$13 + 3 =$	$8 + 6 =$	$5 + 4 =$	
14	$1 + \_ = 8$	$12 + 3 =$	$6 + 2 =$	$7 + 5 =$	
18	$\_ + 1 = 5$	$14 + 3 =$	$6 + 4 =$	$7 + 6 =$	
16	$1 + \_ = 4$	$15 + 3 =$	$6 + 6 =$	$7 + 4 =$	
21	$\_ + 1 = 10$			$4 + 4 =$	
26	$8 + \_ = 10$			$4 + 6 =$	
30	$6 + \_ = 10$			$4 + 5 =$	
	$7 + \_ = 10$			$9 + 4 =$	
	$9 + \_ = 10$			$9 + 5 =$	
	$4 + \_ = 10$			$9 + 6 =$	
	$5 + \_ = 10$			$9 + 7 =$	



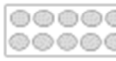




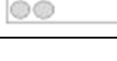
Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL


90

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

51

6	$\_ + 1 = 3$	$1 + 1 =$	$5 + 2 =$	$2 + 1 =$	
3	$1 + \_ = 2$	$1 + 2 =$	$8 + 1 =$	$2 - 1 =$	
15	$\_ + 1 = 4$	$3 + 1 =$	$8 + 2 =$	$3 + 1 =$	
17	$1 + \_ = 5$	$3 + 2 =$	$9 + 1 =$	$3 - 1 =$	
24	$\_ + 1 = 7$	$4 + 1 =$	$9 + 2 =$	$5 + 1 =$	
28	$1 + \_ = 6$	$4 + 2 =$	$1 + 1 =$	$5 - 1 =$	
33	$\_ + 1 = 8$	$2 + 1 =$	$1 + 2 =$	$4 + 1 =$	
38	$8 + \_ = 10$	$2 + 2 =$	$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	
40	$6 + \_ = 10$	$7 + 1 =$	$3 + 2 =$	$6 + 1 =$	
	$7 + \_ = 10$	$7 + 2 =$	$2 + 1 =$	$6 - 1 =$	
	$9 + \_ = 10$	$6 + 1 =$	$2 + 2 =$	$7 + 1 =$	
	$4 + \_ = 10$	$6 + 2 =$	$4 + 1 =$	$7 - 1 =$	
	$5 + \_ = 10$	$5 + 1 =$	$4 + 2 =$	$8 + 1 =$	












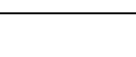

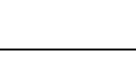

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL


100

**SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES**

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

110

51									
5		5+5=	8+1=	2+_=10	1+5=				
15		5+6=	8-1=	6+_=10	1+6=				
2		4+5=	6+1=	4+_=10	3+5=				
12		4+6=	6-1=	5+_=10	3+6=				
8		7+5=	9+1=	7+_=10	4+5=				
18		7+6=	9-1=	9+_=10	4+6=				
3		9+5=	10+1=	8+_=10	2+5=				
13		9+6=			2+6=				
9		8+5=			5+5=				
19		8+6=			5+6=				
		6+4=			6+5=				
		6+5=			6+6=				
		6+6=			7+6=				



Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

**SEQUÊNCIA, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

Método Líquen - MATEMÁTICA Profª Sabrina Zancan

120

81								
	9	2-1=	6+_=10	5+4=	6+4=	4+4=		
8		2-2=	10-6=	5+5=	6+8=	4+6=		
	7	6-1=	7+_=12	3+4=	7+7=	6+4=		
16		6-2=	12-7=	3+5=	7+8=	6+6=		
	10	8-1=	8+_=12	6+6=	9+5=	5+4=		
19		8-2=	12-8=	6+7=	9+6=	5+5=		
	8	9-1=	3+_=10	8+2=	9+7=	9+8=		
17		9-2=	10-3=	8+4=				
	19	7-1=	6+_=11	9+3=				
18		7-2=	11-6=	9+6=				
		10-1=	9+_=13	7+3=				
		10-2=	13-9=	7+5=				
		10-3=	10+_=15	10+4=				




Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

SEQUÊNCIA, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.ª Sabrina Zancan

38								
6	$3 + \_ = 10$	$\_ + 2 = 5$	$5 + 5 =$	$6 + 4 =$	$8 + 2 =$			
16	$10 - 7 =$	$\_ + 2 = 7$	$5 + 4 =$	$6 + 5 =$	$8 + 3 =$			
8	$10 - 3 =$	$\_ + 2 = 9$	$5 + 3 =$	$7 + 3 =$	$5 + 3 =$			
18	$7 + 3 =$	$\_ + 2 = 8$	$5 + 2 =$	$7 + 4 =$	$5 + 4 =$			
28	$6 + \_ = 10$	$\_ + 2 = 4$	$8 + 5 =$	$9 + 5 =$	$8 + 5 =$			
10	$10 - 4 =$	$\_ + 2 = 6$	$7 + 5 =$	$9 + 6 =$	$8 + 4 =$			
20	$10 - 6 =$	$\_ + 2 = 10$	$9 + 5 =$	$9 + 7 =$	$8 + 6 =$			
1	$4 + 6 =$	$\_ + 2 = 12$	$6 + 5 =$					
11	$8 + \_ = 10$	$5 + \_ = 10$	$5 + 5 =$					
21	$10 - 8 =$	$7 + \_ = 10$	$6 + 6 =$					
	$10 - 2 =$	$9 + \_ = 10$	$7 + 6 =$					
	$2 + 8 =$	$8 + \_ = 10$	$7 + 8 =$					
	$10 - 9 =$	$6 + \_ = 10$	$8 + 9 =$					



Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

130

SEQUÊNCIA, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.ª Sabrina Zancan

34								
8	$2 - 5 =$	$5 + 4 =$	$6 + 6 =$	$4 + 6 =$	$10 - 2 =$			
4	$12 - 5 =$	$15 + 4 =$	$16 + 6 =$	$14 + 6 =$	$10 - 3 =$			
6	$6 - 5 =$	$3 + 4 =$	$7 + 6 =$	$6 + 6 =$	$10 - 7 =$			
14	$16 - 5 =$	$13 + 4 =$	$17 + 6 =$	$16 + 6 =$	$10 - 9 =$			
13	$8 - 5 =$	$6 + 4 =$	$9 + 6 =$	$5 + 6 =$	$10 - 8 =$			
10	$18 - 5 =$	$16 + 4 =$	$19 + 6 =$	$15 + 6 =$	$10 - 6 =$			
7	$9 - 5 =$	$8 + 4 =$	$29 + 6 =$	$25 + 6 =$	$10 - 5 =$			
13	$19 - 5 =$	$18 + 4 =$						
8	$7 - 5 =$	$9 + 4 =$						
6	$17 - 5 =$	$19 + 4 =$						
	$10 - 5 =$	$7 + 4 =$						
	$10 - 6 =$	$17 + 4 =$						
	$10 - 7 =$	$10 + 4 =$						



Desafio:  $15 + 14 =$

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL

140

Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

45

10

20

30

40

50

8

18

28

38

48

5+3=      \_+3=5      14-4-3=      8+2+1=

5+2=      \_+3=7      14-7=      4+3+7=

5+4=      \_+3=9      14-4-2=      3+3+3=

5+5=      \_+3=8      14-6=      6+4+2=

8+2=      \_+3=4      13-3-1=      4+5+5=

7+3=      \_+3=6      13-4=      8+4+2=

9+2=      \_+3=10      11-1-1=      9+6+1=

6+5=      \_+3=12      11-2=

5+5=      4+\_ =10      11-1-3=

6+4=      8+\_ =10      11-4=

7+2=      5+\_ =10      12-2-2=


7+3=      6+\_ =10      12-4=

7+4=      7+\_ =10      20-5=

Desafio: 28-18=

150

Método Líquen - SEGUNDO NÍVEL



Método Líquen - MATEMÁTICA Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

SEQUÊNCIA, CONTAGEM DE FORMAS E OPERAÇÕES

28

5

15

25

35

11

21

31

41

51

61

9-2=      6+\_ =10      5+5=      6+4=

19-2=      16+\_ =20      5+6=      16+4=

6-2=      26+\_ =30      9+1=      7+3=

16-2=      5+\_ = 7      9+3=      17+3=

3-2=      15+\_ =17      6+6=      8+2=

13-2=      1+\_ = 5      6+7=      18+2=

7-2=      11+\_ =15      4+4=      28+2=

17-2=      8+\_ = 9      4+5=

5-2=      18+\_ =19      7+7=

15-2=      5+\_ = 7      7+6=

4-2=      15+\_ =17      8+8=


14-2=      7+\_ = 8      8+9=

24-2=      17+\_ =18      8+7=

Desafio: 27+13=

160

SEGUNDO NÍVEL



## AMOSTRA DO MATERIAL DO TERCEIRO NÍVEL

CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO


91

11	$5-2=$	$3+3=$	$0+4=$	$6+2=$
22	$15-2=$	$3+4=$	$10+4=$	$16+2=$
8	$8-2=$	$4+3=$	$0+3=$	$7+2=$
18	$18-2=$	$5+4=$	$10+3=$	$17+2=$
6	$9-2=$	$4+5=$	$0+2=$	$5+3=$
16	$19-2=$	$6+4=$	$10+2=$	$15+3=$
10	$4-2=$	$4+6=$	$8+2=$	$4+3=$
20	$14-2=$	$8+2=$	$7+2=$	$14+3=$
30	$6-2=$	$1+8=$	$5+4=$	
40	$16-2=$	$8+1=$	$4+5=$	
	$2-2=$	$7+3=$	$6+4=$	
	$10-2=$	$3+7=$	$4+6=$	
	$20-2=$	$9+1=$	$4+4=$	

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan
Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

40

10	$8-4=$	$8+ \_ =10$	$5+5=$	$4+6+1=$
20	$18-4=$	$6+ \_ =10$	$15+5=$	$3+7+3=$
30	$5-4=$	$9+ \_ =10$	$8+2=$	$5+5+1=$
11	$15-4=$	$7+ \_ =10$	$18+2=$	$3+7+2=$
21	$9-4=$	$5+ \_ =10$	$6+4=$	$5+5+1=$
31	$19-4=$	$4+ \_ =10$	$16+4=$	$9+1+4=$
9	$7-4=$	$\_ +5=10$	$7+3=$	$6+4+2=$
19	$17-4=$	$6+ \_ =10$	$17+3=$	
5	$6-4=$	$\_ +7=10$	$4+1=$	
15	$16-4=$	$9+ \_ =10$	$14+1=$	
	$9-4=$	$\_ +4=10$	$3+2=$	
	$19-4=$	$8+ \_ =10$	$13+2=$	
	$20-4=$	$\_ +3=10$	$12+3=$	

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan
Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

2 +2  +2  +2

5+5=	9+3=	6+4=	5-2=	7-5=
8+5=	9+4=	6+5=	15-2=	17-2=
5+3=	6+7=	8+4=	9-6=	8-5=
6+3=	7+6=	8+6=	19-6=	18-5=
6+5=	4+6=	9+6=	6-4=	6-3=
7+5=	8+2=	9+5=	16-4=	16-3=
6+6=	3+7=	7+5=	4-4=	7-6=
8+4=	8+6=		14-4=	17-6=
9+3=	6+6=		9-5=	8-8=
8+5=	7+6=		19-5=	18-8=
8+6=	7+7=		4-1=	5-2=
6+4=	8+5=		14-1=	15-2=
6+7=	8+6=		10-5=	20-10=



Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

30

CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3 +3          30

7+__=10	5+7=	7+5=	8-3=	13-3=
5+__=10	15+7=	17+5=	18-3=	15-5=
3+__=10	9+5=	8+7=	9-4=	14-4=
9+__=10	19+5=	18+5=	19-4=	18-8=
5+__=10	7+5=	6+4=	9-7=	16-6=
1+__=10	17+5=	16+4=	19-7=	17-7=
8+__=10	8+7=	6+6=	5-5=	12-2=
4+__=10	18+7=	16+6=	15-5=	
6+__=10	7+3=	9+4=	6-3=	
2+__=10	17+3=	19+4=	16-3=	
7+__=10	5+7=	7+3=	4-2=	
9+__=10	15+7=	17+3=	14-2=	
6+__=10	17+5=	13+7=	12-4=	



Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

40


CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3 <sup>+3</sup>

5 + <u>  </u> = 9	13 - 3 - 3 =	Nestas subtrações sempre passe pelo 10!		17 - 4 =
4 + <u>  </u> = 8	13 - 3 - 5 =	11 - 2 =	13 - 4 =	17 - 5 =
6 + <u>  </u> = 9	13 - 3 - 4 =	11 - 3 =	13 - 5 =	16 - 2 =
8 + <u>  </u> = 8	14 - 4 - 4 =	12 - 3 =	15 - 5 =	16 - 3 =
2 + <u>  </u> = 9	14 - 4 - 6 =	12 - 4 =	15 - 7 =	16 - 5 =
4 + <u>  </u> = 7	14 - 4 - 5 =	14 - 6 =	11 - 2 =	15 - 3 =
7 + <u>  </u> = 8	12 - 2 - 2 =	14 - 5 =	11 - 3 =	15 - 4 =
8 + <u>  </u> = 9	12 - 2 - 3 =	12 - 5 =	14 - 5 =	15 - 5 =
4 + <u>  </u> = 6	12 - 2 - 5 =	12 - 2 =	14 - 7 =	
2 + <u>  </u> = 7	12 - 2 - 4 =	13 - 4 =		
4 + <u>  </u> = 8	15 - 5 - 5 =	13 - 5 =		
3 + <u>  </u> = 5	15 - 5 - 6 =	14 - 5 =		
2 + <u>  </u> = 8	15 - 5 - 7 =	14 - 6 =		

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL



CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3 <sup>+3</sup>

3 + 3 =	5 + 2 + 1 =	8 + 2 + 3 =	13 - 5 =	18 - 3 =
4 + 4 =	5 + 3 =	8 + 3 + 2 =	11 - 6 =	16 - 2 =
2 + 2 =	5 + 2 + 3 =	8 + 5 =	13 - 9 =	15 - 4 =
7 + 7 =	5 + 5 =	5 + 5 + 3 =	12 - 7 =	17 - 5 =
5 + 5 =	6 + 4 + 1 =	5 + 8 =	14 - 9 =	19 - 9 =
6 + 6 =	6 + 1 + 4 =	7 + 3 + 2 =	12 - 8 =	18 - 7 =
8 + 8 =	6 + 5 =	7 + 2 + 3 =	13 - 6 =	19 - 6 =
	4 + 4 + 2 =	7 + 5 =	14 - 7 =	15 - 4 =
	4 + 2 + 2 =	5 + 5 + 2 =	13 - 9 =	16 - 1 =
	7 + 3 + 2 =	5 + 7 =	14 - 9 =	15 - 3 =
	7 + 2 + 3 =	6 + 4 + 2 =	13 - 7 =	17 - 5 =
	3 + 7 + 2 =	6 + 2 + 4 =	12 - 8 =	16 - 4 =
	5 + 7 =	6 + 6 =	13 - 6 =	18 - 6 =

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL



SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3	+3	+3	+3						30
2+__=5	6+2=	14-8=	10+4=	17-3-7=					
1+__=6	6+3=	15-8=	9+4=	12-2-4=					
4+__=8	8+2=	13-9=	10+6=	12-3-2=					
3+__=9	8+4=	13-7=	9+6=	16-1-6=					
5+__=7	9+1=	14-9=	10+5=	16-3-6=					
6+__=7	9+3=	14-7=	9+5=	13-2-3=					
3+__=7	10+1=	15-6=	10+2=	13-3-1=					
8+__=11	10+3=	15-8=	9+2=	13-3-2=					
7+__=11	7+3=	15-9=	10+3=	12-5-2=					
8+__=13	7+5=		9+3=	14-5-4=					
9+__=12	5+5=		10+8=	14-4-2=					
9+__=13	5+4=		9+8=	13-3-4=					
5+__=11	5+6=		10+10=	14-7-4=					



Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3	+3	+3	+3						30
2+__=8	6-1=	5+6=	10+9=	3+4+1=					
1+__=8	6-2=	5+7=	9+9=	5+4+1=					
4+__=8	8-3=	6+6=	10+6=	8+6+1=					
3+__=8	8-4=	6+7=	9+6=	6+3+1=					
5+__=8	9-4=	8+6=	10+7=	7+4+1=					
6+__=8	9-3=	8+7=	9+7=	5+3+1=					
3+__=9	10-1=	2+6=	10+3=	3+4+1=					
8+__=9	10-3=	2+7=	9+3=	4+5+1=					
7+__=9	7-2=	4+6=	10+4=	2+3+1=					
8+__=9			9+4=	8+4+1=					
9+__=9			10+8=	1+6+1=					
6+__=9			9+8=	9+7+1=					
5+__=9			10+20=	7+2+1=					




Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL



SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

5	+5		+5		+5					50
13-5=		2+2=		6+4+1=		9+1=		6+__=13		
14-5=		3+3=		7+3+3=		9-1=		6+__=14		
13-9=		4+4=		9+1+4=		7+1=		9+__=13		
14-9=		6+6=		8+2+2=		7-1=		9+__=14		
13-7=		2+2=		4+6+1=		6+1=		8+__=13		
14-7=		1+1=		5+5+3=		6-1=		8+__=14		
13-6=		3+3=		3+7+4=		8+1=		5+__=13		
14-6=		4+4=		8+2+3=		8-1=		5+__=14		
13-8=		6+6=		9+1+2=		4+1=		7+__=13		
14-8=		5+5=		4+6+5=				7+__=14		
13-4=		8+8=		7+3+3=				4+__=13		
14-4=		7+7=		6+4+4=				4+__=14		
13-10=		9+9=		8+2+2=				3+__=13		




Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3	+3		+3		+3					30
8+__=10		10+5=		2+2=		15-2=		1+2+2=		
9+__=10		9+5=		2+3=		15-5=		3+2+2=		
7+__=10		10+6=		4+4=		15-3=		5+2+2=		
6+__=10		9+6=		4+5=		15-1=		2+2+2=		
5+__=10		10+7=		7+6=				6+2+2=		
3+__=10		9+7=		7+7=				4+2+2=		
4+__=10		10+8=		5+5=				2+2+2=		
5+__=15		9+8=		5+6=				4+3+2=		
6+__=15		10+4=		6+6=		20-8=		6+3+2=		
8+__=15		9+4=		6+7=		20-4=		3+3+2=		
9+__=15		10+3=		8+7=		20-7=		1+3+2=		
7+__=15		9+3=		8+8=		20-5=		5+3+2=		
10+__=15		10+20=		9+9=		20-9=		2+3+2=		



Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3 <sup>+3</sup>

5+5+2=		11+3=	5+__=10	2+2=
4+4+2=		12+3=	5+__=9	3+3=
3+3+2=		11+4=	5+__=7	4+4=
2+2+2=		12+4=	5+__=8	6+6=
1+2+2=		11+6=	5+__=6	5+5=
6+6+2=	13-6=	12+6=	5+__=11	8+8=
7+7+2=	12-5=	11+5=	8+__=10	7+7=
5+5+2=	13-5=	12+5=	8+__=11	9+9=
6+6+2=	12-8=	11+1=	6+__=10	2+2=
8+8+2=	13-8=	12+1=	6+__=11	1+1=
9+9+2=	12-4=	11+2=	7+__=10	3+3=
7+7+2=	13-4=	12+2=	7+__=11	4+4=
4+4+2=	12-9=	11+10=	9+__=10	6+6=

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

110

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO


Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

4 <sup>+4</sup>

5+5+1=	18-3=	10+3=	5+__=6	4+2=
4+4+1=	17-3=	11+3=	5+__=8	6+3=
3+3+1=	19-7=	10+4=	5+__=7	8+4=
2+2+1=	18-7=	11+4=	5+__=9	12+6=
1+1+1=	17-6=	10+6=	5+__=5	10+5=
6+6+1=	16-6=	11+6=	5+__=10	16+8=
7+7+1=	18-5=	10+5=	8+__=10	14+7=
5+5+1=	17-5=	11+5=	8+__=11	18+9=
6+6+1=	18-8=	10+1=	6+__=10	
8+8+1=	17-8=	11+1=	6+__=11	
9+9+1=	19-4=	10+2=	7+__=10	
7+7+1=	19-5=	11+2=	7+__=11	
4+4+1=	19-9=	10+10=	9+__=10	

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL


120



CONTAGEM E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

5 <sup>+5</sup>

7+7+7=	18-8=		5+__=9	3+1=	
5+5+5=	17-7=		5+__=7	9+3=	
6+6+6=	19-4=		5+__=11	12+4=	
8+8+8=	18-3=		5+__=12	9+3=	
9+9+9=	17-6=		5+__=10	24+8=	
7+7+7=	16-1=		20+6=	5+__=13	18+6=
4+4+4=	18-3=		10+5=	8+__=11	6+2=
5+5+5=	17-4=		20+5=	8+__=13	12+6=
8+8+8=	18-4=		10+1=	8+__=10	15+5=
3+3+3=	17-9=		20+1=	8+__=12	22+8=
2+2+2=	19-9=	10+2=	7+__=13	21+7=	
9+9+9=	19-8=	20+2=	7+__=15	27+1=	
6+6+6=	19-5=	10+10=	7+__=14	28+2=	

Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Prof.<sup>a</sup> Sabrina Zancan

4 <sup>+4</sup>

9+__=16	5+3=	12-__=6	16-6=	8+2=
9+__=14	6+5=	12-__=7	16-7=	3+1=
9+__=13	8+2=	14-__=8	14-4=	9+3=
9+__=11	7+4=	14-__=9	14-3=	12+4=
9+__=12	4+6=	13-__=4	15-5=	9+3=
9+__=15	9+8=	13-__=5	15-6=	24+8=
10+__=16	3+9=	11-__=6	18-8=	18+6=
10+__=16	2+4=	11-__=7	18-9=	6+2=
10+__=14		15-__=8	17-7=	12+6=
10+__=17		15-__=7	17-8=	15+5=
10+__=13		17-__=9	19-9=	24+8=
10+__=11		17-__=8	19-8=	21+7=
10+__=12		18-__=10	20-8=	27+9=


Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

2	+2		+2		+2					
3	+3		+3		+3					
4	+4		+4		+4					
5	+5		+5		+5					

$3 \times 2 =$	$10 \times 3 =$	$8 \times 4 =$	$4 \times 5 =$
$5 \times 2 =$	$5 \times 3 =$	$6 \times 4 =$	$2 \times 5 =$
$7 \times 2 =$	$9 \times 3 =$	$4 \times 4 =$	$6 \times 5 =$
$8 \times 2 =$	$4 \times 3 =$	$2 \times 4 =$	$8 \times 5 =$
$6 \times 2 =$	$8 \times 3 =$	$7 \times 4 =$	$7 \times 5 =$
$4 \times 2 =$	$2 \times 3 =$	$5 \times 4 =$	$5 \times 5 =$
$2 \times 2 =$	$6 \times 3 =$	$3 \times 4 =$	$3 \times 5 =$
$10 \times 2 =$	$3 \times 3 =$	$10 \times 4 =$	$9 \times 5 =$
$9 \times 2 =$	$7 \times 3 =$	$9 \times 4 =$	$10 \times 5 =$




Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL

SEQUÊNCIA E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

2	+2		+2		+2					
3	+3		+3		+3					
4	+4		+4		+4					
5	+5		+5		+5					

$2 \times \_ = 8$	$3 \times \_ = 21$	$4 \times \_ = 4$	$5 \times \_ = 15$
$2 \times \_ = 2$	$3 \times \_ = 27$	$4 \times \_ = 12$	$5 \times \_ = 5$
$2 \times \_ = 4$	$3 \times \_ = 9$	$4 \times \_ = 20$	$5 \times \_ = 10$
$2 \times \_ = 6$	$3 \times \_ = 12$	$4 \times \_ = 16$	$5 \times \_ = 25$
$2 \times \_ = 14$	$3 \times \_ = 6$	$4 \times \_ = 24$	$5 \times \_ = 45$
$2 \times \_ = 10$	$3 \times \_ = 15$	$4 \times \_ = 32$	$5 \times \_ = 30$
$2 \times \_ = 12$	$3 \times \_ = 24$	$4 \times \_ = 40$	$5 \times \_ = 35$
$2 \times \_ = 18$	$3 \times \_ = 30$	$4 \times \_ = 36$	$5 \times \_ = 50$
$2 \times \_ = 16$	$3 \times \_ = 18$	$4 \times \_ = 8$	$5 \times \_ = 20$




Método Líquen - TERCEIRO NÍVEL












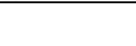

## AMOSTRA DO MATERIAL DO QUARTO NÍVEL



OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan



10

	<input type="text"/>	$2+5=$	$6-2=$	$3 \times 5=$	$10-3=$
	<input type="text"/>	$5+2=$	$16-2=$	$5 \times 3=$	$10-7=$
	<input type="text"/>	$15+2=$	$6-4=$	$3 \times 3=$	$10-5=$
	<input type="text"/>	$12+5=$	$16-4=$	$3 \times 4=$	$10-1=$
	<input type="text"/>	$4+3=$	$4-4=$	$4 \times 3=$	$10-2=$
	<input type="text"/>	$3+4=$	$14-4=$	$8 \times 3=$	$10-9=$
	<input type="text"/>	$13+4=$	$8-6=$	$3 \times 8=$	$9+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$14+3=$	$18-6=$	$3 \times 7=$	$6+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$8+2=$	$8-2=$	$3 \times 6=$	$4+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$2+8=$	$18-2=$	$6 \times 3=$	$5+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$12+8=$	$7-2=$	$3 \times 9=$	$8+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$18+2=$	$17-2=$	$9 \times 3=$	$7+ \_ = 10$
	<input type="text"/>	$19+1=$	$17-5=$	$3 \times 10=$	$9+ \_ = 10$

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan



20

$3 \times 2=$	$5+5=$	$6+4=$	$5-2=$	$7-5=$
$3 \times 4=$	$8+5=$	$6+5=$	$15-2=$	$17-2=$
$6 \times 3=$	$5+3=$	$8+4=$	$9-6=$	$8-5=$
$5 \times 3=$	$6+3=$	$8+6=$	$19-6=$	$18-5=$
$8 \times 3=$	$6+5=$	$9+6=$	$6-4=$	$6-3=$
$3 \times 7=$	$7+5=$	$9+5=$	$16-4=$	$16-3=$
$3 \times 9=$	$6+6=$	$7+5=$	$4-4=$	$7-6=$
$4 \times 3=$	$8+4=$	$7+6=$	$14-4=$	$17-6=$
$2 \times 3=$	$9+3=$	$8+5=$	$9-5=$	$8-8=$
$3 \times 3=$	$8+5=$		$19-5=$	$18-8=$
$6 \times 3=$	$8+6=$		$4-1=$	$5-2=$
$4 \times 3=$	$6+4=$		$14-1=$	$15-2=$
$3 \times 10=$	$6+7=$		$10-5=$	$20-10=$

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

5 <sup>+5</sup>

$6 \times 5 + 2 =$	Sempre passe pelo 10!	$7 + 6 =$	$10 - 5 =$	$16 - 5 =$
$5 \times 2 + 2 =$	$5 + \_ = 12$	$17 + 6 =$	$20 - 5 =$	$15 - 6 =$
$5 \times 8 + 2 =$	$7 + \_ = 13$	$6 + 7 =$	$10 - 9 =$	$14 - 3 =$
$4 \times 5 + 2 =$	$8 + \_ = 12$	$16 + 7 =$	$20 - 9 =$	$13 - 4 =$
$5 \times 4 + 2 =$	$6 + \_ = 11$	$9 + 4 =$	$10 - 4 =$	$15 - 4 =$
$5 \times 7 + 2 =$	$9 + \_ = 13$	$19 + 4 =$	$20 - 4 =$	$14 - 5 =$
$5 \times 9 + 2 =$	$7 + \_ = 14$	$4 + 9 =$	$10 - 7 =$	$17 - 6 =$
$9 \times 5 + 2 =$	$8 + \_ = 16$	$14 + 9 =$	$20 - 7 =$	$16 - 7 =$
$5 \times 3 + 2 =$	$6 + \_ = 15$	$7 + 5 =$	$10 - 8 =$	
$5 \times 5 + 2 =$	$9 + \_ = 15$	$17 + 5 =$	$20 - 8 =$	
$8 \times 5 + 2 =$	$7 + \_ = 15$	$15 + 7 =$	$10 - 6 =$	
$7 \times 5 + 2 =$	$8 + \_ = 15$	$1 + 5 =$	$20 - 6 =$	
$5 \times 10 + 2 =$	$7 + \_ = 11$	$11 + 5 =$	$10 - 2 =$	

Método Líquen - QUARTO NÍVEL



OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

4 <sup>+4</sup>

$6 \times 4 + 2 =$	Sempre passe pelo 10!	$12 - 9 =$	$10 - 3 =$	$15 - 5 =$
$8 \times 4 + 2 =$	$5 + \_ = 12$	$14 - 5 =$	$20 - 3 =$	$15 - 6 =$
$7 \times 4 + 2 =$	$5 + \_ = 11$	$15 - 6 =$	$10 - 4 =$	$13 - 3 =$
$9 \times 4 + 2 =$	$5 + \_ = 13$	$13 - 6 =$	$20 - 4 =$	$13 - 4 =$
$5 \times 4 + 2 =$	$5 + \_ = 14$	$13 - 5 =$	$10 - 5 =$	$14 - 4 =$
$2 \times 4 + 2 =$	$9 + \_ = 11$	$11 - 3 =$	$20 - 5 =$	$14 - 5 =$
$4 \times 2 + 2 =$	$9 + \_ = 13$	$11 - 4 =$	$10 - 8 =$	$16 - 6 =$
$3 \times 4 + 2 =$	$7 + \_ = 12$	$12 - 4 =$	$20 - 8 =$	$16 - 7 =$
$4 \times 4 + 2 =$	$7 + \_ = 13$	$12 - 5 =$	$10 - 6 =$	
$1 \times 4 + 2 =$	$8 + \_ = 13$	$15 - 6 =$	$20 - 6 =$	
$5 \times 4 + 2 =$	$8 + \_ = 14$	$15 - 7 =$	$10 - 7 =$	
$3 \times 4 + 2 =$	$6 + \_ = 12$	$14 - 6 =$	$20 - 7 =$	
$10 \times 4 + 2 =$	$6 + \_ = 14$	$14 - 4 =$	$10 - 7 =$	

Método Líquen - QUARTO NÍVEL



OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

3	<sup>+3</sup>								
16+4=	13-2=	7+7+7=	4×3=	__×3= 9					
18+5=	19-4=	8+8+8=	7×3=	__×3=15					
12+3=	16-5=	6+6+6=	9×3=	__×3=18					
15+6=	17-3=	5+5+5=	6×3=	__×3= 0					
14+4=	16-8=	9+9+9=	1×3=	__×3=30					
13+5=	13-4=	4+4+4=	3×3=	__×3=24					
11+6=	18-6=	3+3+3=	5×3=	__×3=21					
19+3=	17-8=		2×3=	__×3=12					
17+5=	16-6=		1×3=	__×3=27					
18+6=	19-4=		8×3=	__×3= 6					
15+4=	18-7=		4×3=	__×3= 3					
16+8=	16-8=		2×3=	__×3=21					
13+6=	17-5=		9×3=	__×3=18					



Método Líquen - QUARTO NÍVEL

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

4	<sup>+4</sup>								
16+5=	13-2=	1+1+1+1=	4×1=	2×__= 0					
16+4=	13-4=	8+8+8+8=	4×8=	4×__= 0					
16+3=	13-3=	4+4+4+4=	4×4=	2×__=12					
16+6=	13-1=	2+2+2+2=	4×2=	4×__=12					
16+2=	13-6=	9+9+9+9=	4×9=	2×__=20					
16+1=	13-5=	6+6+6+6=	4×5=	4×__=20					
17+7=	14-7=	7+7+7+7=	4×8=	2×__=16					
17+6=	14-9=		4×3=	4×__=16					
17+5=	14-8=		4×10=	2×__= 8					
17+3=	14-6=		4×4=	4×__= 8					
17+1=	14-4=		4×9=	2×__=24					
17+2=	14-8=		4×6=	4×__=24					
17+4=	14-9=		4×7=	4×__=28					



Método Líquen - QUARTO NÍVEL

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

7 <sup>+7</sup>

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

9+3=	8-2=	7×2=	7×5=	
19+3=	18-2=	7×1=	7×3=	
9+5=	8-3=	7×3=	7×4=	
19+5=	18-3=	7×5=	7×2=	
9+6=	8-6=	7×4=	7×1=	
19+6=	18-6=	7×6=	7×6=	7×__=7
9+7=	8-7=	7×7=	7×7=	7×__=0
19+7=	18-7=	7×8=	7×10=	7×__=14
9+5=	8-6=	7×9=	7×8=	__×7=28
19+5=	18-6=	7×7=	7×9=	__×7=35
9+9=	8-9=	8×7=	8×7=	7×__=42
19+9=	18-9=	9×7=	9×7=	7×__=63
19+8=	18-8=	7×7=	7×7=	__×7=49



Método Líquen - QUARTO NÍVEL


70

REVISÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES

6 <sup>+6</sup>

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

8+__=14	2+__=8	7+__=8	3×2=	3÷3=
14-8=	18-2=	9-__=8	3×3=	0÷3=
9+__=16	4+__=8	10-__=8	3×5=	9÷3=
16-9=	18-4=	4×__=8	3×6=	6÷3=
6+__=13	6+__=8	16÷__=8	3×7=	12÷3=
13-6=	18-6=	5+__=8	3×8=	18÷3=
7+__=12	1+__=6	6+__=8	3×4=	21÷3=
12-7=	16-1=	7-__=6	3×5=	15÷3=
8+__=15		10-__=6	3×8=	24÷3=
15-8=		2×__=6	3×9=	30÷3=
8+__=11		12÷__=6	3×10=	27÷3=
11-8=		5+__=6	3×6=	21÷3=
9+__=17		18÷__=6	3×7=	18÷3=




Método Líquen - QUARTO NÍVEL

80



REVISÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES

7	+7								
17-4=	6+ 6=	1+__=6	7×2=	7÷7=					
17-5=	12+ 6=	10-__=6	7×3=	14÷7=					
17-8=	12+12=	12-__=6	6×7=	28÷7=					
17-6=	18+ 6=	2×__=6	7×6=	21÷7=					
17-9=	18+12=	18÷__=6	7×8=	35÷7=					
17-2=		2+__=6	8×7=	14÷7=					
17-3=		8-__=6	5×7=	42÷7=					
18-2=		10-__=7	7×6=	56÷7=					
18-1=		9-__=7	7×4=	49÷7=					
18-8=		36+ 6=	1×__=7	4×7=	35÷7=				
18-9=	36+12=	14÷__=7	7×9=	63÷7=					
18-6=	48+ 6=	2+__=7	9×7=	70÷7=					
18-7=	48+12=	28÷__=7	10×7=	56÷7=					


Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO

7	+7								
4×__=24	7×2=	3+5=	7+__=16	7+3=					
10+__=24	7×3=	4+5=	16-7=	17+3=					
8×__=24	7×5=	5+5=	9+__=14	7+5=					
25-__=24	7×6=	7÷5=	14-9=	17+5=					
15+__=24	7×8=	9÷5=	9+__=13	7+1=					
2×__=24	7×9=	10÷5=	13-9=	17+1=					
40-__=24	7×7=	12÷5=	8+__=15	7+4=					
1+__= 6	7×10=	20÷5=	15-8=	17+4=					
10-__= 6	7×4=	21÷5=	8+__=13	9+5=					
12-__= 6	4×7=	22÷5=	13-8=	19+5=					
2×__= 6	8×7=	23÷5=							
18÷__= 6	7×8=	24÷5=							
2+__= 6	7×9=	15÷5=							

NÃO SEI QUE VOU  
 FAZ QUÊ MAIS, SÓ  
 CÔR DE CORRER COMO  
 DO CORRALMÃO!




Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

8 +8

QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO



	$5 + \_ = 6$	$24 = 3 \times \_$	$8 \times 2 =$	$12 \div 4 =$				
	$7 - \_ = 6$	$24 = 8 \times \_$	$3 \times 8 =$	$13 \div 4 =$				
	$10 - \_ = 6$	$24 = 4 \times \_$	$8 \times 3 =$	$24 \div 4 =$				
	$3 \times \_ = 6$	$24 = 2 \times \_$	$8 \times 6 =$	$25 \div 4 =$				
$9 + 2 =$	$12 \div \_ = 6$	$18 = 3 \times \_$	$8 \times 8 =$	$36 \div 4 =$				
$9 - 2 =$	$3 + \_ = 6$	$18 = 9 \times \_$	$7 \times 8 =$	$37 \div 4 =$				
$9 + 3 =$	$4 + \_ = 6$	$18 = 6 \times \_$	$8 \times 7 =$	$18 \div 4 =$				
$9 - 3 =$	$8 - \_ = 7$	$18 = 2 \times \_$	$8 \times 9 =$	$24 \div 5 =$				
$7 + 2 =$	$10 - \_ = 7$	$30 = 6 \times \_$	$5 \times 8 =$	$29 \div 5 =$				
$7 - 2 =$	$7 \times \_ = 7$	$30 = 3 \times \_$	$8 \times 8 =$	$23 \div 5 =$				
$7 + 3 =$	$14 \div \_ = 7$	$30 = 5 \times \_$	$9 \times 8 =$	$30 \div 5 =$				
$7 - 3 =$	$5 + \_ = 7$	$30 = 10 \times \_$	$8 \times 10 =$	$27 \div 3 =$				
$8 + 2 =$	$21 \div \_ = 7$	$30 = 15 \times \_$	$8 \times 6 =$	$29 \div 3 =$				

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

110

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

6 +6

QUATRO OPERAÇÕES - DIVISÕES COM RESTO




$6 \times 6 =$	$5 + 4 =$	$6 \div 6 =$	$5 + \_ = 6$					
$6 \times 3 =$	$5 + 5 =$	$12 \div 6 =$	$7 - \_ = 6$					
$3 \times 6 =$	$5 + 6 =$	$18 \div 6 =$	$10 - \_ = 6$					
$6 \times 2 =$	$6 + 4 =$	$24 \div 6 =$	$3 \times \_ = 6$					
$6 \times 8 =$	$6 + 6 =$	$30 \div 6 =$	$12 \div \_ = 6$					
$8 \times 6 =$	$6 + 5 =$	$36 \div 6 =$	$3 + \_ = 6$	$6 - 3 =$				
$6 \times 9 =$	$9 + 9 =$	$42 \div 6 =$	$4 + \_ = 6$	$8 - 4 =$				
$6 \times 7 =$	$9 + 8 =$	$48 \div 6 =$	$8 - \_ = 7$	$10 - 5 =$				
$7 \times 6 =$	$9 + 6 =$	$54 \div 6 =$	$10 - \_ = 7$	$12 - 6 =$				
$6 \times 10 =$	$8 + 2 =$	$60 \div 6 =$	$7 \times \_ = 7$	$14 - 7 =$				
$9 \times 6 =$	$8 + 4 =$	$15 \div 6 =$	$14 \div \_ = 7$	$16 - 8 =$				
$7 \times 6 =$	$8 + 6 =$	$22 \div 6 =$	$5 + \_ = 7$	$18 - 9 =$				
$8 \times 6 =$	$8 + 8 =$	$25 \div 6 =$	$21 \div \_ = 7$	$10 - 5 =$				

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

120

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

7	+7		+7							
7=5+__	20-5=	16÷4=	3×4=							
7=3+__	21-5=	28÷4=	4×3=							
7=6+__	20-3=	32÷4=	5×2=							
7=4+__	21-3=	35÷5=	6×6=							
7=12-__	20-4=	42÷6=	3×1=							18+4=
7=__-10	21-4=	30÷3=	4×8=							18+5=
7=10-__	20-8=	27÷3=	5×7=							16+4=
7=__-7	21-8=	30÷5=	6×9=							16+6=
7=1×__	20-7=	45÷5=	3×6=							16+8=
7=7×__	21-7=	50÷5=	4×4=							17+3=
7=14÷__	20-6=	48÷6=	5×3=							17+5=
7=__÷4	21-6=	54÷6=	6×10=							17+7=
7=__÷3	20-10=	20÷5=	3×8=							17+9=

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

130

OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

7	+7		+7							
10=5+__	8+__=16	12÷6=							5-3=	
10=3+__	8+__=14	24÷6=							15-3=	
10=6+__	8+__=13	42÷6=							25-3=	
10=4+__	8+__=11	36÷6=							13-7=	
10=12-__	8+__=12	48÷6=							23-7=	
10=__-10	8+__=15	54÷6=							7×7=	6-6=
10=15-__	8+__=16	60÷6=							6×7=	16-6=
10=__-7	7+__=16	21÷7=							9×7=	26-6=
10=2×__	7+__=14	14÷7=							3×7=	14-8=
10=5×__	7+__=17	28÷7=							2×7=	24-8=
10=30÷__	7+__=13	42÷7=							10×7=	10-9=
10=__÷4	7+__=11	35÷7=							7×7=	20-9=
10=__÷3	7+__=12	49÷7=							8×7=	30-9=

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan

Método Líquen - QUARTO NÍVEL

140

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan		OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO										150
		7	+7									
	5+6=	15÷2=	15-__=12	8+__=16	7×3=							
	15+6=	15÷3=	14-__=12	8+__=18	7×1=							
	25+6=	15÷4=	3×__=12	8+__=15	7×2=							
	3+8=	15÷5=	24÷__=12	8+__=13	7×5=							
	13+8=	15÷6=	5+__=12	8+__=14	7×7=							
	23+8=	15÷7=	2×__=12	8+__=12	7×6=							
	6+4=	20÷2=	20-__=16	9+__=18	7×4=							
	16+4=	20÷3=	10+__=16	9+__=19	7×9=							
	26+4=	20÷4=	8×__=16	9+__=14	7×8=							
	4+9=	20÷5=	32÷__=16	9+__=15	7×10=							
	14+9=	20÷6=	8+__=16	9+__=12	7×8=							
	24+9=	20÷7=	4×__=16	9+__=17	7×6=							
	20+9=	21÷7=	4+__=16	9+__=16	7×9=							

Método Líquen - MATEMÁTICA - Profª Sabrina Zancan		OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO										160
		8	+8									
	1+__=9	5×8=	36÷4=	3+__=9	18+8=							
	10-__=9	2×8=	36÷6=	3+__=10	18+9=							
	12-__=9	4×8=	36÷9=	4+__=10	19+9=							
	3×__=9	1×8=	35÷5=	4+__=11	19+7=							
	18÷__=9	6×8=	35÷7=	5+__=13	17+7=							
	2+__=9	3×8=	28÷3=	5+__=13	17+6=							
	18-__=9	9×8=	28÷4=	6+__=15	18+5=							
	10+__=24	7×8=	28÷5=	6+__=14	18+6=							
	8×__=24	8×8=	28÷6=	7+__=12	19+6=							
	25-__=24	6×8=	28÷7=	7+__=11	19+5=							
	15+__=24	4×8=	42÷5=	8+__=13	17+5=							
	2×__=24	5×8=	42÷6=	8+__=14	17+8=							
	48÷__=24	10×8=	42÷7=	8+__=16	17+4=							

## **APÊNDICE B**


















## TESTES

## PROJETOLÍQUEN - TESTE PILOTO

Nome:..... Turma:..... Data: ...../...../..... Tempo:.....

Quantas bolinhas existem em cada quadro?

Calcule as adições e subtrações:

$1+1=$

$2+1=$

$4+2=$

$3+1=$

$1+3=$

$5+1=$

$6+1=$

$8+1=$

$7+1=$

$9+1=$

$3+1=$

$5+6=$

$9-2=$

$13-10=$

$3+3=$

$7+2=$

$8-6=$

$17-11=$

$4+2=$

$8+4=$

$11-4=$

$20-10=$

$6+3=$

$17+8=$

$10-6=$

$13-11=$

$1+7=$

$10+11=$

$12-6=$

$14-6=$

$2+5=$

$12+7=$

$11-1=$

$20-3=$

MÉTODO LÍQUEN – SEGUNDO ANO – Escola: .....

Nome:.....Data:.....

Complete a sequência numérica:

1 \_\_\_ 3 \_\_\_ \_\_\_ 6 \_\_\_ 8 \_\_\_ \_\_\_

10 \_\_\_ 12 \_\_\_ 14 \_\_\_ \_\_\_ 17 18 \_\_\_ \_\_\_ 21

17 \_\_\_ \_\_\_ \_\_\_ 21 \_\_\_ 23 \_\_\_ \_\_\_

31 \_\_\_ \_\_\_ 34 \_\_\_ 36 \_\_\_ 38 \_\_\_ \_\_\_

Calcule as adições:

$2 + 2 =$

$4 + 4 =$

$4 + 2 =$

$7 + 9 =$

$3 + 1 =$

$9 + 2 =$

$1 + 6 =$

$6 + 6 =$

$3 + 2 =$

$6 + 2 =$

$9 + 4 =$

$8 + 8 =$

$4 + 5 =$

$5 + 3 =$

$8 + 6 =$

$8 + 7 =$

$4 + 2 =$

$9 + 9 =$

$3 + 6 =$

$7 + 2 =$

Calcule as subtrações:

$9 - 6 =$

$9 - 8 =$

$2 - 1 =$

$10 - 7 =$

$8 - 6 =$

$8 - 7 =$

$3 - 3 =$

$7 - 6 =$

$6 - 4 =$

$10 - 5 =$

$5 - 1 =$

$8 - 1 =$

$10 - 3 =$

$5 - 3 =$

$6 - 1 =$

$4 - 2 =$

$10 - 2 =$

$6 - 5 =$

$5 - 2 =$

$9 - 6 =$



MÉTODO LÍQUEN – TERCEIRO ANO – Escola: .....

Nome: ..... Data: .....

Complete com o antecessor e o sucessor:

___ 16 ___	___ 54 ___	___ 29 ___	___ 72 ___
___ 74 ___	___ 11 ___	___ 84 ___	___ 41 ___
___ 94 ___	___ 56 ___	___ 69 ___	___ 30 ___

Encontre o resultado das seguintes adições

$5 + 3 =$	$2 + 7 =$	$12 + 1 =$	$20 + 6 =$
$5 + 8 =$	$9 + 7 =$	$10 + 8 =$	$22 + 5 =$
$9 + 6 =$	$8 + 1 =$	$15 + 9 =$	$22 + 8 =$
$6 + 3 =$	$8 + 8 =$	$13 + 6 =$	$28 + 5 =$
$9 + 2 =$	$6 + 5 =$	$12 + 7 =$	$27 + 1 =$

Calcule as subtrações:

$6 - 1 =$	$10 - 3 =$	$11 - 8 =$	$12 - 9 =$
$5 - 2 =$	$18 - 2 =$	$12 - 4 =$	$19 - 6 =$
$7 - 6 =$	$13 - 3 =$	$16 - 9 =$	$17 - 8 =$
$9 - 8 =$	$13 - 6 =$	$14 - 9 =$	$18 - 7 =$
$5 - 1 =$	$18 - 8 =$	$19 - 8 =$	$15 - 2 =$

Resolva as operações indicadas:

$\begin{array}{r} 92 \\ + 60 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 66 \\ + 73 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 58 \\ + 30 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 95 \\ + 26 \\ \hline \end{array}$
---	---	---	---

---

$\begin{array}{r} 75 \\ - 54 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 57 \\ - 13 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 69 \\ - 18 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \\ - 33 \\ \hline \end{array}$
---	---	---	---

MÉTODO LÍQUEN – QUARTO ANO – Escola:.....

Nome:.....Data:.....

Escreva o resultado das seguintes adições e subtrações:

$5 + 6 =$

$19 + 7 =$

$8 - 5 =$

$17 - 3 =$

$9 + 7 =$

$12 + 5 =$

$9 - 7 =$

$14 - 8 =$

$6 + 5 =$

$18 + 3 =$

$6 - 3 =$

$11 - 3 =$

$8 + 4 =$

$13 + 6 =$

$5 - 5 =$

$10 - 4 =$

Escreva o resultado das multiplicações e divisões:

$4 \times 4 =$

$8 \times 5 =$

$24 \div 3 =$

$36 \div 4 =$

$6 \times 5 =$

$3 \times 4 =$

$20 \div 4 =$

$35 \div 5 =$

$5 \times 7 =$

$2 \times 9 =$

$30 \div 5 =$

$21 \div 3 =$

$9 \times 3 =$

$8 \times 3 =$

$16 \div 2 =$

$18 \div 2 =$

Resolva as operações indicadas:

$$\begin{array}{r} 64 \\ +49 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ +73 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ +66 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ +28 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ -28 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ -65 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ -26 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ -57 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$75 \overline{)4}$

$87 \overline{)3}$

$53 \overline{)2}$

$86 \overline{)5}$