UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Marcia Bertoglio

BALAS DE GOMA: UMA PROPOSTA LÚDICA AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Tapejara, RS
2016

Marcia Bertoglio

BALAS DE GOMA: UMA PROPOSTA LÚDICA AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão apresentada ao Curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, em Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Cecília Pereira Santarosa

Tapejara, RS
2016

Marcia Bertoglio

BALAS DE GOMA: UMA PROPOSTA LÚDICA AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão apresentada ao Curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, em Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovado em 21 de maio de 2016:

____
Maria Cecília Pereira Santarosa, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

____
Viviane Catia Köhler, Dra. (UFSM)

____
Carmen Vieira Mathias, Dra. (UFSM)

Tapejara, RS
2016

RESUMO

BALAS DE GOMA: UMA PROPOSTA LÚDICA AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Autora: Marcia Bertoglio
Orientadora: Maria Cecília Pereira Santarosa

Este trabalho de conclusão de curso apresenta uma análise e reflexão sobre o uso de objetos presentes no cotidiano e construção de materiais, no ensino de Geometria Espacial, para uma possível aprendizagem significativa. O professor é considerado como como mediador e direciona o aluno para a construção dos conceitos formais a partir de seus conhecimentos prévios, levando-o à percepção do conteúdo trabalhado como algo que faz parte de sua vida cotidiana. Para tal, foi aplicada uma proposta de aula estruturada e diferenciada, renovando a prática pedagógica, com viés na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), sobre o estudo dos poliedros e a Relação de Euler – Construção de poliedros com bala de gomas e palitos. O objetivo foi ampliar a visão espacial dos discentes e melhorar a aprendizagem deste conteúdo no Ensino Médio.

Palavras-chave: Poliedros; Material Concreto; Conhecimentos Prévios; Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

JELLYBEANS: A PLAYFUL PROPOSAL IN TEACHING SPATIAL GEOMETRY IN HIGH SCHOOL

Author: Márcia Bertoglio
Adviser: Maria Cecília Pereira Santarosa

This course conclusion work presents an analysis and reflection on the use of objects present in daily life and building materials, in teaching spatial geometry for possible meaningful learning. The teacher is considered as a mediator and directs the student to build the formal concepts from their previous knowledge, leading him to the perception of content served as something that is part of your everyday life. To this end, a proposal for a structured and differentiated class was applied, renewing teaching practice, with bias on the Theory of Meaningful Learning (TAS) on the study of polyhedra and the Euler relationship - polyhedra construction with bullet gum and toothpicks. The goal was to expand the spatial vision of students and enhance learning of this content in high school.

Keywords: Polyhedra; Concrete materials; Preliminary knowledge; Meaningful Learning.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma proposta de estudo que teve como base os pressupostos teóricos firmados no Curso de Especialização à Distância “Ensino de Matemática para o Ensino Médio”, ofertado pela Universidade Federal de Santa Maria – UFSM – no período de agosto de 2014 a dezembro de 2015.

Além da estratégia de formação continuada para a Licenciatura em Matemática, incentivada pela Instituição, outro objetivo do Curso foi proporcionar aos professores atuantes na rede de Ensino Médio, subsídios que os levem à reflexão em torno de temas complexos e problemáticos na área do ensino da Matemática, especificamente sobre novas estratégias de ensino dos conteúdos de Matemática Discreta, Geometria Plana e Espacial e Funções Reais.

A ideia foi apontar novos rumos em termos de estratégias didáticas para a abordagem de tais assuntos em sala de aula, partindo principalmente da contextualização de situações-problema[1] e da utilização de materiais concretos, nas suas mais variadas formas, para a conceituação dos conteúdos abordados.

Particularmente neste trabalho identifica-se o conteúdo de Geometria Espacial, por ser um dos tópicos de maior dificuldade de aprendizagem enfrentada pelos estudantes e um dos maiores desafios para os professores em termos do ensino, no que tange a visualização, a interpretação e a conceituação dos conteúdos trabalhados, tendo em vista a experiência, em sala de aula, da autora deste trabalho.

As noções da Geometria estão sempre presentes em nosso dia a dia, mesmo quando não lidamos diretamente com a Matemática. Quando fazemos algo simples como observar as formas dos objetos, com suas regularidades ou irregularidades, estamos entrando, sem perceber, no mundo da Geometria, e é aí que vemos como, de fato, ela está por toda parte: nas colmeias das abelhas, na simetria da beleza de uma borboleta e em várias situações corriqueiras com que nos deparamos.

Desde os tempos mais remotos, diferentes povos têm utilizado figuras geométricas em diversas manifestações culturais. Para os filósofos da antiguidade, o estudo das formas

---

[1] Vergnaud (1990) nos diz que são as situações com as quais os alunos se deparam ao longo de sua vida cotidiana que irão dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos em sala de aula.

permitia ao homem contemplar "formas perfeitas" da Natureza, chamadas por Platão[2] de "ideais" e descobrir seu encanto e sua magia (DANTE, 2013).

Figuras geométricas são representadas nos mais variados contextos, aparecem nos tecidos e máscaras africanas, nas mandalas como os yantras indianos, na pintura corporal da etnia Kayapó, do Brasil, nos desenhos da "Calçada dos Gigantes" na Irlanda do Norte, nos belíssimos ladrilhamentos, como os encontrados em Alhambra em Granada, dentre várias outras situações. Enfim, podemos facilmente nos encantar com o mundo geométrico que nos cerca.

Apesar de tanto encanto, por que a Geometria é tão pouco abordada nas Escolas? Por que é tão difícil ensinar e aprender Geometria? E, principalmente, por que os egressos do Ensino Médio apresentam tanta dificuldade com esse tema na fase de transição para o Ensino Superior?

Possivelmente, a dificuldade na visualização dos elementos geométricos, em especial, aqueles em três dimensões é um empecilho no ensino da Geometria Espacial. Mas é muito comum, também, no Ensino Médio, ouvir relato dos professores de que o aluno não tem conhecimento prévio da Geometria do Ensino Fundamental, dificultando ainda mais o ensino da Geometria Espacial. Esta falta de domínio dos pré-requisitos para a aprendizagem significativa da Geometria Espacial é apontada por muitos pesquisadores, na literatura. Segundo Silva (2013), esta dificuldade deve, necessariamente, levar a reformulação das práticas pedagógicas.

Ausubel (2000), autor da Teoria da Aprendizagem Significativa, nos diz que *os* conhecimentos e experiências prévias dos estudantes são a variável mais importante para uma aprendizagem significativa. Além do que, é necessário que o aluno tenha predisposição para aprender desta forma, e não de forma mecânica. Ademais, o material instrucional deve possuir potencialidade significativa, isto é, deve poder se relacionar de forma substantiva e não literal aos conhecimentos relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz.

Mas o professor está preparado para estas mudanças pedagógicas? Está preparado para lecionar Geometria Espacial com vistas a uma aprendizagem significativa? Estes são

---

[2] Filósofo grego, discípulo de Sócrates. Nasceu em 427 a.C. e morreu em 347 d.C. Em sua Escola fundada em Atenas em 386 a. C. defendia o *quadrivium*, os quatro campos da Matemática, que compreendia a Aritmética, a Geometria Plana, a Geometria Espacial e a Astronomia (DANTE, 2013).

questionamentos que vêm sendo acentuados ao longo da vivência profissional da autora deste trabalho, ao lecionar Matemática para estudantes do Ensino Médio e do Ensino Fundamental.

A atual legislação educacional, vigente no contexto do Brasil, apregoa que um conhecimento básico de Geometria serve para nos orientar, estimar distâncias, fazer medidas, relacionando as ideias geométricas com números e proporções. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 2008, p. 44)

E, de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio:

> O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medidas. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de Teoremas e argumentações dedutivas. (BRASIL, 2006, p. 70)

Portanto, acredita-se para ensinar geometria cabe a nós, professores, analisarmos os objetos que fazem parte de nosso cotidiano, particularmente de nossos alunos, para ensinar, com instrumentos tão simples e corriqueiros quanto possível, as diversas possibilidades de aplicações desta área da matemática. Lorenzato (2006) nos chama a atenção para os vários educadores do mundo inteiro que ressaltam a importância do apoio visual ou visual-tátil como facilitador para a aprendizagem. O autor sugere a necessidade de Escolas possuírem Laboratórios Didáticos como um espaço para investigar a gama de materiais concretos ou tecnológicos que permitam favorecer a aprendizagem.

Todavia, é comum esbarrarmos em dificuldades quando tentamos ensinar de maneira inovadora este conteúdo, em meio a tanta “correria” e tanta “falta de estrutura” que encontramos nas Escolas Públicas. Neste contexto, a lista de problemas que enfrentamos no cotidiano é grande; vão desde a falta de estímulo que a carreira de professor tem enfrentado ao longo dos tempos, até o desânimo oriundo da “falta de motivação” em aprender de forma significativa, por parte dos alunos. Ocorre que, diante de tantos problemas, os estudantes acabam aprendendo (quando aprendem) de forma mecânica. Seu aprendizado reduz-se à mera repetição dos conteúdos, regras e fórmulas, sem significado algum para sua formação humana e profissional.

Logo, é um desafio estruturar o ensino à luz de situações-problema que possam auxiliar o aluno a dar conta dos enfrentamentos com os quais irá se deparar ao longo de sua vida, instigando sua observação, sua compreensão, sua análise e sua criticidade.

Assim, diante destas justificativas, apresenta-se este trabalho, que tem como objetivo fazer reflexão sobre o uso de objetos presentes no cotidiano e construção de materiais, no ensino de Geometria Espacial, para uma aprendizagem significativa. Mais especificamente sobre o estudo dos poliedros e a Relação de Euler a partir da construção de poliedros com bala de gomas e palitos.

O que se deseja averiguar é se o uso de situações contextuais inclusivas e a construção de materiais que permitem a visualização, facilitam a aprendizagem significativa de Geometria Espacial no Ensino Médio. Para isso, propõe-se uma aula estruturada e diferenciada, renovando a prática pedagógica.

Esta aula é formada por três etapas: 1ª) Introdução de conceitos por meio da contextualização, a partir de embalagens facilmente encontradas e visualizadas pelos alunos no seu dia a dia; 2º) A apresentação do conteúdo por meio da construção de poliedros utilizando bala de goma e palitos, sempre buscando fazer a ligação com os sólidos apresentados na contextualização inicial; 3ª) Avaliação da aprendizagem através da busca de evidências de aprendizagem significativa.

O plano de aula desenvolvido foi aplicado na Escola Estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos, de Tapejara. A escola é aberta nos três turnos e é a única Escola Pública de Ensino Médio do munícipio, atendendo 704 alunos.

A autora é professora da rede estadual e leciona nesta Escola há 14 anos. A turma escolhida para a aplicação da proposta pedagógica foi a Turma 302 do 3º ano do Ensino Médio, com 40 alunos. Nesta turma, 45% dos alunos residem no interior do município e necessitam de transporte para se deslocarem até a Escola. A faixa etária é entre 15 a 17 anos, pertencentes, a maioria, à classe econômica média. A professora é titular dessa turma há 2 anos, o que facilita o relacionamento com os alunos.

Partindo do tema "Balas de goma: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio", foram definidos os seguintes objetivos específicos, os quais foram propostos para serem atingidos tanto pelos educandos quanto pelo professor, com o desenvolvimento de todas as atividades propostas:

- ✓ Retomar e aprofundar os conhecimentos fundamentais da Geometria Espacial com auxílio do material concreto possibilitando assim a Aprendizagem Significativa;
- ✓ Desenvolver a visão geométrica de objetos tridimensionais;
- ✓ Reconhecer e nomear os principais poliedros;
- ✓ Compreender a constituição dos objetos geométricos: vértices, faces e arestas;
- ✓ Identificar poliedros convexos, regulares e não regulares;
- ✓ Entender a Relação de Euler para utilizá-la na resolução de problemas.

No segundo capítulo deste trabalho, buscando atingir os objetivos propostos, é feita uma revisão bibliográfica, evidenciando a concepção de alguns autores e pesquisadores sobre aprendizagem escolar e significativa. Também é apresentada a seção que trata do ensino de Geometria Espacial no Brasil. Em seguida, no capítulo 3, é feita uma "Análise a Priori" do plano de aula desenvolvido e aplicado na turma, detalhando o que foi proposto em cada atividade, relatando as possíveis dificuldades que os alunos poderiam encontrar no desenvolvimento das tarefas propostas, numa fase anterior à aplicação das mesmas. Os PCN do Ensino Médio servem como base, tanto para fundamentar a aprendizagem, quanto para justificar o uso do material concreto nas aulas. No capítulo 4 é apresentada a "Análise a posteriori" por meio do relato de experiência de duas aulas ministradas pela autora, destacando os principais momentos das atividades realizadas bem como o envolvimento dos alunos. Nas considerações finais (capítulo 5) são relatadas as perspectivas, frustrações e concepções da estratégia aplicada, e acerca da importância da participação no Curso de Especialização que gerou a presente monografia.

2 APRENDIZAGEM ESCOLAR

A vida humana é marcada pela evolução simultânea de inúmeros processos fundamentais que lhe são intrínsecos. Vários são esses processos: crescer, amar, raciocinar, viver, assim como aprender. Sendo assim, segundo Vygotsky, apud por Oliveira (1998, p. 57) a aprendizagem: "É o processo pelo qual o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, etc., a partir de seu contato com a realidade, o meio ambiente, as outras pessoas ..."

É através da aprendizagem que o ser humano ajusta-se ou transforma o meio em que vive. A aprendizagem supõe diretamente mudanças, quanto mais for possível modificar um fato ou situação, maior motivação terá o indivíduo de envolver-se nela.

Isto significa que o ensino, para ter êxito, deve ser necessariamente dinâmico e comportar mudanças, pois em todas as teorias de aprendizagem, aprender implica mudar os comportamentos e rever os conhecimentos anteriores.

O homem como agente de sua existência, é um ser em movimento e adaptação permanente às múltiplas mudanças de seu ser, sua história e seu ambiente, como diz Freire (1993, p. 36):

> Gosto de ser homem, de ser gente, porque sei que minha passagem pelo mundo não é predeterminada, preestabelecida. Que o meu "destino" não é um dado, mas algo que precisa ser feito e de cuja responsabilidade não posso me eximir. Gosto de ser gente porque a história em que me faço com os outros e de cuja feitura tomo parte é um tempo de possibilidades e não de determinismo.

Com a vida, o crescimento e o desenvolvimento humano em geral, o ensino também pode caracterizar-se pelo construtivismo, a mutabilidade e a expansão. Portanto, pode constituir-se em um processo dinâmico e multidimensional. Abrangendo fatos da vida e áreas do conhecimento sempre móveis, mutáveis, em construção e transformação.

Quando se fala em conhecimentos, é preciso ter presente que a educação escolar se dá num contexto específico e tem objetivos também determinados. Nesse sentido, a expectativa é que o aluno, pela educação escolar, possa ter preenchido as condições básicas para o desenvolvimento do seu bem estar, compreendido desde o acesso aos bens culturais até a preparação para o exercício do trabalho e da cidadania. Sobre isto os PCN ressaltam:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico. (BRASIL, 2008, p. 6)

Não se pode esquecer que os conhecimentos que devem ser construídos ao longo das atividades de aprendizagem, são fruto de um compartilhamento de ideias, opiniões e experiências, num processo que envolve pelo menos três elementos: o professor, o currículo escolar e os próprios alunos.

De acordo com os PCN:

> O aprendizado dos alunos e dos professores e seu contínuo aperfeiçoamento devem ser construção coletiva, num espaço de diálogo, propiciado pela escola, promovido pelo sistema escolar e com a participação da comunidade. (BRASIL, 2008, p. 7)

Nesse sentido, Coll apud Correa (2001, p. 59) diz:

> A construção do conhecimento pelo aluno é claramente orientada a compartilhar significados e sentidos, enquanto o ensino é um conjunto de atividades sistemáticas mediantes as quais professor e aluno chegam a compartilhar parcelas progressivamente mais amplas de significados com relação aos conteúdos do currículo escolar.

Nada é estático para o ser humano, tudo se caracteriza pela mobilidade e dinamismo. Assim a aprendizagem é também um processo vital e sua vitalidade é mutacional, transformadora e evolutiva. É dinâmica, dialética, complexa e multifatorial e nunca um processo estanque, parcial e linear.

A aprendizagem envolve dimensões de sentimentos, interesses, curiosidades, coragem e prontidão, e só é realmente duradoura a aprendizagem que se liga à vida. Nesse sentido, segundo Brandão (2001, p. 22), é necessário educar as crianças e os jovens para a vida e assim possam:

> Olhar o mundo com os próprios olhos e escrever a vida com a própria letra. Aprender a ler-se a si mesmo com toda a dignidade. Saber olhar os outros nos olhos sem arrogância alguma, mas sabendo que é só quando eu aprendo a conviver com os outros como meus iguais, eu aprendo a conviver comigo mesmo e com todas as pessoas como uma comunidade de gente em busca de saber construir um mundo justo de pessoas felizes.

O processo de aprendizagem depende da motivação do sujeito a aprender. Pode ocorrer aprendizagem sem livros, sem professores, sem escola e sem uma porção de outros recursos. Mas mesmo que existam todos esses recursos favoráveis, se não houver motivação não haverá aprendizagem. A motivação é pessoal e está ligada com as relações que o sujeito estabelece com o meio. Nas situações escolares, o interesse é indispensável para que o aluno tenha motivos de ação no sentido de apropriar-se do conhecimento.

Para Piaget apud Castorina (1998) uma pessoa só se apropria do conhecimento se compreender seu modo de construção, ou seja, se puder reconstruí-lo. Portanto, agindo no mundo, o aluno experimenta situações que desafiam seu raciocínio, e é a partir desse desequilíbrio cognitivo que ocorre a verdadeira aprendizagem.

A aprendizagem e a construção do conhecimento são processos contínuos e individuais, cumulativos e integrados, naturais e espontâneos na nossa espécie.

Nesse sentido, Vigotsky apud Castorina (1998, p. 55) afirma que:

> A aprendizagem está relacionada ao desenvolvimento desde o início da vida humana, sendo um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas. O percurso do ser humano é, em parte, definido pelos processos de maturação do organismo individual, pertencente à espécie humana, mas é a aprendizagem que

> possibilita o despertar de processos internos de desenvolvimento que, se não fosse o contato do indivíduo com determinado ambiente cultural, não ocorreriam...

A ação pedagógica dá-se mediante a relação teoria e prática. Se esta relação não existir, os conteúdos passam a ser mera transmissão de conhecimento e correm o risco de serem esquecidos, havendo uma ação mecânica de "decorar" e eliminar da memória após avaliação ou no momento em que um novo conteúdo é trabalhado. Por isso, o professor precisa definir seu plano de ação, seus objetivos, sua filosofia, construindo com o aluno e não para o aluno, distorcendo a visão de objetivo receptor de conhecimentos isolados e distantes de sua realidade. O professor precisa considerar que o aluno já possui conhecimentos ao ingressar na escola, pois há saberes diferentes e então poderá haver esta troca de saberes, pois como diz Freire (1996, p. 25): "Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender".

Para que o aluno sinta-se bem na escola e tenha prazer em aprender é necessário que o professor aborde os conteúdos com significação, estabelecendo uma relação mais ampla do que a de professor, aluno e sala de aula, desvinculando de hierarquias, proporcionando-lhe possibilidades de explorar caminhos diferentes, desafiando-lhe a buscar soluções e permitindo-lhe a liberdade de imaginação, aguçando assim, sua criatividade. Acreditar na capacidade do aluno é contribuir para sua formação como cidadão crítico, é imprescindível para que não se torne ferramenta útil à sociedade de consumo.

O aluno precisa compreender o que está aprendendo e encontrar algumas ligações com suas atividades cotidianas para gostar do que está fazendo, caso contrário se tornará apenas uma obrigação do currículo que em nada contribuirá para sua vida. "Ensinamos demais e os alunos aprendem de menos e cada vez menos. Aprendem menos porque os assuntos estão a cada dia mais desinteressantes, mais desligados da realidade dos fatos e os objetos mais distantes da realidade da vida" (WERNECK, 1994, p. 13).

Enfim, o processo de aprendizagem é composto pelo "o que se aprende", ou seja, os resultados da aprendizagem; "como se aprende", que são os processos e "em que se aprende" que são as condições práticas para que ocorra uma aprendizagem significativa.

2.1 Aprendizagem Significativa

Pensando na aprendizagem significativa, Ausubel apud Moreira (2006) conceitua a aprendizagem significativa como:

> Aprendizagem significativa é o processo através do qual uma nova informação (um novo conhecimento) se relaciona de maneira **não arbitrária** e **substantiva** (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz. É no curso da aprendizagem significativa que o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito. Para Ausubel (1963, p. 58), a aprendizagem significativa é o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento.

Este tipo de aprendizagem implica sempre alguma ousadia diante do problema posto, o aluno precisa elaborar hipóteses e experimentá-las. Os conhecimentos gerados na história pessoal e educativa têm um papel determinante na expectativa que o aluno tem da escola, do professor e de si mesmo, nas suas motivações e interesses, em seus autoconceitos e sua autoestima. Assim como os significados construídos pelo aluno estão destinados a serem substituídos por outros no transcurso das atividades, as representações que o aluno tem de si e de seu processo de aprendizagem também. Trata-se de uma aprendizagem em que o que se aprende é o produto da informação nova interpretada através do que já se sabe e, se esta for uma experiência de sucesso o aluno construirá uma representação de si mesmo como alguém capaz.

Contrastando com a aprendizagem significativa tem-se a aprendizagem mecânica como sendo a aprendizagem de novas informações com poucas ou nenhuma associação a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, sendo assim é preciso destacar que a aprendizagem significativa não se trata de apenas reproduzir informações, mas de assimilá-la, ou seja, é compreendê-la e somente assim adquirir novos conceitos. É, de alguma forma, compreender e traduzir algo para as próprias ideias ou palavras.

Segundo Ausubel (2000), na aprendizagem por recepção o que deve ser aprendido é apresentado ao aluno em sua forma final, enquanto, que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido deve ser descoberto pelo aluno. Porém, após a descoberta em si, a aprendizagem só é significativa quando o que se descobriu pode ser ligado a conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Para aprender significativamente, o indivíduo deve relacionar um novo conhecimento a proposições e conceitos relevantes em sua estrutura cognitiva, isto é, que já existam com um certo grau de clareza, estabilidade e diferenciação. Evidentemente, o professor e os materiais instrucionais, como mediadores da aprendizagem, precisam estar articulados com a natureza deste empreendimento educacional: os professores adotando uma postura construtivista e os materiais de aprendizagem sendo potencialmente significativos.

Na aprendizagem significativa, o novo conhecimento nunca é internalizado de maneira literal, porque no momento em que passa a ter significado para o aprendiz entra em cena o componente idiossincrático da significação. Aprender significativamente implica atribuir significados, e estes têm sempre componentes pessoais. Aprendizagem sem atribuições de significados pessoais, sem relação com o conhecimento preexistente, é mecânica, não significativa.

Na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária e literal na mente do indivíduo. O que não significa que esse conhecimento é armazenado em um vácuo cognitivo, mas sim que ele não interage significativamente com a estrutura cognitiva preexistente, não adquire significado. Durante um certo período de tempo, a pessoa é capaz de reproduzir o que foi aprendido mecanicamente, mas não significa nada para ela.

Ausubel citado por Moreira (1985, p. 64) diz que: “A essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe”. Ele distingue três tipos de aprendizagem significativa. A primeira é a *representacional,* a qual envolve a atribuição de significados a determinados símbolos, ou seja, a identificação, em significados, por símbolos particulares. A segunda é a de *conceitos*, que é de certa forma, uma aprendizagem representacional, pois também são representados por símbolos particulares. A terceira é a aprendizagem *proposicional* cuja tarefa não é aprender significativamente o que palavras isoladas representam, e sim aprender o significado de ideias em forma de proposição.

Diante do acima exposto verifica-se que a aprendizagem significativa, segundo Ausubel (2000), é um elemento que provém de uma comunicação com o mundo e se acumula sob a forma de riqueza de conteúdos cognitivos. O indivíduo adquire um número crescente de novas ações como forma de inserção em seu meio. É preciso uma aprendizagem distinta, construtiva, que tenha base à compreensão do significado do material e não só em “tentar copiar”.

A educação integral e significativa contrapõe-se à concepção tradicional de aprendizagem acumulativa e mecânica para reproduzir o que foi ensinado, sem compreensão ou relação com a vida, pressupondo um saber único e verdadeiro, de que o educar e o livro didático são os detentores. Implica em pensar o que deve saber este aluno que estamos educando para enfrentar os problemas e as questões impostas pela sociedade ao longo da vida, para ter acesso ao mundo letrado e ao exercício pleno da cidadania. É pensar o que o professor deve ensinar para formar cidadãos que saibam utilizar e aplicar seus conhecimentos em diferentes situações cotidianas.

Os novos conteúdos a serem ensinados devem ser significativos, cientificamente bem construídos, ter funcionalidade, considerando-se as capacidades dos alunos, suas possibilidades cognitivas e afetivas. Uma atitude favorável frente aos novos conteúdos contribui para a realização da atividade mental. Para isso é preciso fornecer o sentido atribuído à tarefa; aumentar a autoestima e autoconceito; valorizá-los em função de suas capacidades individuais e possibilidades reais.

Os alunos constroem conhecimentos, mesmo sem ter passado pelo processo de escolarização, na interação com o contexto social. Valorizar esses conhecimentos e relacioná-los com novos conteúdos é imprescindível para uma aprendizagem significativa, possibilitando ao professor o planejamento de situações de aprendizagem para ampliá-los e/ou transformá-los. Quanto maior a profundidade e qualidade das relações, maior a significação da aprendizagem.

De acordo com Piaget apud Castorina (1998) “conhecer não é contemplar passivamente, mas agir sobre as coisas e acontecimentos, construindo-os e reconstruindo-os em pensamentos”. Se isto não acontecer o aluno não está aprendendo significativamente, ou seja, para sua própria vida.

Enfim, como se percebe a aprendizagem significativa somente acontece quando o aluno puder estabelecer vínculos do conteúdo aprendido com o mundo, ou seja, puder utilizar esses conhecimentos para melhorar sua condição de vida.

2.2 A visualização na Geometria Espacial

Muitos estudiosos apontam a importância da visualização quando se trata do estudo de Geometria Espacial, Marcelo Becker faz um apontamento:

> Gutiérrez (1992) afirma que quando se trabalha Geometria Espacial, é fundamental que se tenha em mente a visualização. A capacidade de visualização é uma habilidade básica nesse campo de conhecimento. Uma pessoa que tem dificuldades em visualização terá problemas em entender contextos gráficos apresentados nos livros e apresentará dificuldades em expressar suas próprias ideias. (BECKER, 2009, p. 27)

No cotidiano de sala de aula é possível verificar o quanto os alunos têm dificuldade na habilidade de visualização. O material manipulável contribui para o desenvolvimento dessa capacidade e com um pouco de esforço é possível o professor ter em mãos modelos que representem os sólidos que estão sendo estudados, para que os alunos se familiarizem e formem uma imagem dos mesmos. Existem no mercado modelos prontos em madeira ou acrílico. Podem ser confeccionado de papel ou outra técnica.

Outra opção são as embalagens que se assemelham a figuras espaciais. É um material acessível, permite que o aluno desenvolva essas imagens mentais possibilitando inclusive que estabeleça relações, de acordo com Ausubel (2000), com conceitos subsunçores[3] específicos, e ainda buscar uma relação com o mundo em que vivemos.

As embalagens podem ser úteis também “abertas” para o aluno visualizar a sua planificação, tendo em vista que a planificação dos sólidos possibilita a conexão dos elementos do plano e do espaço, além de trabalhar a superfície do sólido e a representação do próprio sólido. Os PCN, sugerem atividades de composição e decomposição de figuras geométricas e destaca: “Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 2008, p.44).

Sobre isso Becker afirma:

---

[3] Um conceito subsunçor é um conhecimento específico localizado na estrutura cognitiva que têm a função de “ancorar” os novos conceitos, através do processo de “assimilação”, tornando-se mais elaborado e diferenciado, tornando-se mais rico para a apreensão de novos conceitos, num ciclo que evolui ao longo da aprendizagem significativa.

> Segundo Gutiérrez (1991), é fundamental que o aluno adquira e desenvolva habilidades que o permitam entender e interpretar diferentes tipos de representações bidimensionais de objetos tridimensionais, ou seja, habilidades que permitam ao aluno criar, mover, transformar e analisar imagens mentais de objetos tridimensionais geradas por uma informação dada através de um desenho plano. Os tipos de atividades propostas nos livros não permitem o desenvolvimento dessas habilidades por não oportunizarem aos alunos a experiência e a possibilidade da criação de suas próprias hipóteses (BECKER, 2009 p. 20).

É muito comum que os alunos façam trocas no momento de identificar um tetraedro como um triângulo ou um octaedro como um losango. Isso se deve ao fato de terem dificuldades em diferenciar modelos do plano e do espaço.

De acordo com Eysenck e Keane (2007) uma das principais realizações da percepção visual é a transformação da imagem retiniana bidimensional na percepção de um mundo tridimensional. Na vida real, as pistas para a profundidade com frequência são proporcionadas pelo movimento do observador ou dos objetos no ambiente visual. Justifica-se, assim, a relevância desta proposta de estudo, pela necessidade de o aprendiz estar em contato com material manipulável, para o processo de percepção visual.

2.3 O Ensino de Geometria no Brasil

No Brasil quase não se tem registro do ensino de Geometria. De acordo com Valente (1999) a partir de 1648, os estudos de Geometria foram alavancados pela necessidade de preparo militar, já que os soldados tinham dificuldades de acertar o alvo, fazer leitura de mapas e organizar material de artilharia. Assim em 1699, é criada a aula de *Artilharia e Fortificações* para ensinar a desenhar e trabalhar no forte. Na década de 1730 o ensino militar tornou-se obrigatório a todo o oficial, há registro dos primeiros livros brasileiros sobre Geometria – Exames de Artilheiros (1744) e Exames de Bombeiros (1748) escritos pelo militar português José Fernandes Pinto Alpoim. Com isso podemos concluir que o ensino de Matemática no Brasil iniciou-se com a necessidade de ter noções geométricas para fazer a defesa da colônia por parte dos militares, incentivada pela Coroa Portuguesa, incorporando nos currículos oficiais.

> Em 1824, com a gratuidade do nível primário, as tentativas de incluir noções geométricas, além das quatro operações fundamentais, foram infrutíferas, primeiramente por não haver professores primários habilitados e, depois, por “não ser um conhecimento escolar solicitado para o ingresso em nenhuma instituição secundária” (VALENTE, 1999, p. 113).

De acordo com Ana Célia da Costa Ferreira[4], em 1837 foi criado o Colégio Pedro II, considerado “a primeira instituição brasileira de ensino secundário sistemático” (MARTINS, 1984, p. 38), representando “um primeiro passo em direção de mudanças no ensino secundário brasileiro” (MIORIM, 1998, p. 86). Nesse mesmo ano foi criado um plano gradual e integral de estudos onde a Geometria, Álgebra e Aritmética tinha lugar garantido no currículo e no qual o aluno era promovido por série e não mais por disciplina.

Já, a década de 30, tornou-se um marco para a Matemática. A partir da reforma educacional (Francisco Campos) foram criadas as primeiras instituições de ensinos destinadas a formação de professores dos cursos secundários. Há a primeira reestruturação de ensino, que extingue os cursos preparatórios e faz surgir a disciplina Matemática, unindo Geometria, Álgebra e Aritmética. Esse foi um grande passo para a democratização da Matemática, ao ser ensinada para todos, em todos os níveis, e assim começasse talvez a perder o poder de elite que lhe fora atribuído.

> Em 1929, Euclides Roxo lança o livro Curso de *Mathematica Elementar*, numa tentativa de unir as 3 grandes áreas de Matemática. Seu livro ensinava, através da Geometria, conceitos de Álgebra e Aritmética, sendo adotado pelo Colégio Pedro II em 1930. Este autor propõe o uso de material concreto, pois ao ensinar o conceito de reta, por exemplo, solicitava que os alunos verificassem arames, bordas de papel, etc. Nessa mesma época surgem ginásios e liceus públicos, e a educação, antes exclusiva da elite, passa a ter adesão da classe média. (ANDRADE, 2014, p. 25)

---

[4] Fonte: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI136.pdf.

Segundo Sena e Dorneles (2013) em virtude dos Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática (1955, 1957, 1959, 1961, 1966), a Educação Matemática passou por uma fase de mobilização, ocasião em que surge o Movimento da Matemática Moderna (MMM*)*.

"A intenção do movimento foi de unificar os três campos fundamentais da Matemática (Teoria dos conjuntos, Estruturas algébricas e Funções) dando ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da Matemática" (SENA; DORNELES, 2013, p. 141).

De acordo com Pavanello (1993), a partir desse movimento a geometria assume posição secundária no ensino, pois perde seu caráter intuitivo e pauta-se na demonstração e no formalismo. Assim, o ensino dos conhecimentos geométricos inicia-se "pela noção de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos do plano, adotando-se para sua representação a linguagem da teoria dos conjuntos". Assim manteve-se do final da década de 60 até o final da década de 70. Foi o período do tecnicismo, marcado pela "ênfase às tecnologias do ensino e pela redução da Matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem preocupação com justificativas ou fundamentação" (SENA; DORNELES, 2013, p. 141).

Foi a partir da década de 70 que, no Brasil, começa a influência das ideias construtivistas, concebendo a matemática como uma construção humana. As alterações curriculares dessa época, conforme analisa Pavanello (2013), foram ênfase em um curso intuitivo no primeiro grau, envolvendo aritmética e introdução à teoria dos conjuntos. A "Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus", a 5692/71, facilita, por sua vez, esse procedimento ao permitir que cada professor monte seu programa de ensino. As consequências foram desastrosas, visto que a maioria deixou de aprender Geometria. Logo, os alunos tinham Geometria no 2º grau, quando os conteúdos não eram deixados de lado ou para o final do bimestre, se houvesse tempo, onde chegavam sem ter os conhecimentos prévios necessários, já que o Desenho Geométrico havia sido substituído pela Educação Artística.

Nos anos 80 a Matemática Moderna sofreu muitas críticas, após a constatação de que este ensino tinha fracassado e a aprendizagem estudantil não estava atendendo às expectativas, inicia-se um novo modelo renovador. Hoje, essa nova fase, mostra traços do que é considerado Educação Matemática.

Sobre essa época Sena e Dorneles relatam:

> Em 1987/1989, com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, são estabelecidas as diretrizes para o ensino atual. Nesse contexto, a Geometria é caracterizada como o estudo de espaço, de formas e de medidas. No ensino fundamental I, a ênfase volta-se para a representação e reconhecimento dos objetos em diferentes perspectivas, iniciando com estudos topológicos (a partir do seu próprio corpo), objetos concretos e, por último, a representação. A percepção da Geometria na arte (projetiva), a representação das figuras geométricas e medidas de áreas e perímetros de figuras (desenhadas em malhas) devem ser trabalhadas, ainda sem o uso de fórmulas. (SENA; DORNELES, 2013, p. 142)

Ressaltam ainda:

> As duas últimas décadas de pesquisa em Geometria revelam que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática, apontando para um descaso que parte do processo histórico e se faz presente no cotidiano atual. Entre os desafios, persiste à falta de preparo dos professores para trabalhar com a Matemática de forma geral, especialmente a Geometria, analisada um pouco mais através do recorte obtido. (SENA; DORNELES, 2013, p. 154)

Concluo que, nos últimos tempos, apesar de ser uma minoria segundo as pesquisas, existe esforço para resgatar a Geometria dando-lhe destaque e utilizando materiais concretos para facilitar a aprendizagem e aproximar do mundo real.

3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção, consta a aula introdutória sobre poliedros e Relação de Euler, com a utilização da técnica da “bala de gomas”. Em geral, este conteúdo é ensinado no terceiro trimestre do terceiro ano do Ensino Médio da rede estadual do Rio Grande do Sul.

Introdução ao estudo dos poliedros e Relação de Euler

Construção de poliedros com bala de gomas e palitos

Objetivos:

- Retomar e aprofundar os conhecimentos fundamentais da Geometria Espacial com auxílio do material concreto possibilitando assim a Aprendizagem Significativa;
- Desenvolver a visão geométrica de objetos tridimensionais;
- Reconhecer e nomear os principais poliedros;
- Compreender a constituição dos objetos geométricos: vértices, faces e arestas;
- Identificar poliedros convexos, regulares e não regulares;
- Entender a Relação de Euler para utilizar na resolução de problemas.

Materiais Utilizados:

Balas de gomas, palitos de dentes e de churrasco, projetor, computador, caixa de som, vídeos, poliedros de madeira, embalagens, folha de papel, xérox roteiro de atividades.

Desenvolvimento:

Etapa 1: (duração – 20 minutos)

Na aula que antecede a esta deverá ser solicitado aos alunos os materiais necessários para as atividades. É importante combinar o tipo de bala de goma que devem adquirir para facilitar a construção dos poliedros. Pode-se salientar para que diversifiquem os tipos de embalagens. No momento em que solicitar o material para a aula é muito provável que gere uma expectativa positiva, é oportuno despertar ainda mais a curiosidade em relação as embalagens e aos doces. Aproveitando esse momento que eles estão instigados e curiosos e fazer a pesquisa nos computadores para responderem as questões abaixo relacionadas, que será o primeiro contato com o conteúdo, ou seja, utilizando a pesquisa como instrumento de aprendizagem para, aos poucos, desenvolver iniciativa e autonomia, pois segundo Brasil

(2008, p. 41): “Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento.”

- ✓ O que é Geometria Espacial?
- ✓ O que são poliedros? Exemplifique.
- ✓ Quais são os elementos dos poliedros?
- ✓ Poliedros e corpos redondos: qual a diferença?
- ✓ O que são poliedros convexos ou não convexos?
- ✓ O que são poliedros regulares ou não regulares?

É provável que surjam muitas dúvidas, principalmente para aqueles alunos que não tiveram Geometria Espacial no Ensino Fundamental. A orientação é que façam debates em grupos socializando as respostas e que as dúvidas serão esclarecidas na aula seguinte.

Nesta etapa, é presumível que por meio da observação dos diálogos e da dificuldade na pesquisa se tenha um possível parâmetro do conhecimento dos alunos sobre o Geometria.

Etapa 2 – (duração 135 min)

Introduzir a aula solicitando que os alunos manipulem as embalagens que trouxeram, classificando-as nas que rolam e nas que não rolam. Para assegurar-se de que o conjunto de sólidos não contenha apenas cilindros, paralelepípedos, cubos e prismas, que são formatos facilmente encontrados em embalagens, a professora levará para aula algumas embalagens também. Incluir algumas pirâmides com diferentes bases, bem como cones e os poliedros regulares (Sólidos de Platão). As esferas podem ser representadas por bolas lisas. Pode-se utilizar os poliedros de madeira e de acrílico e próprio ambiente em que o aluno se encontra. Enquanto discute com os alunos as embalagens que rolam e que não rolam, verificar que conhecimentos eles têm sobre sólidos geométricos, representados pelas embalagens, explorando e valorizando os seus conhecimentos prévios.

Neste momento a professora deve estimular o diálogo, permitindo que os alunos falem de suas experiências. Ao discutir com seus pares, os alunos terão oportunidade de rever suas hipóteses e avançar, atingindo novos patamares em seu processo de aprendizagem.

Propor que os alunos explorem os modelos de sólidos e percebam que alguns, os poliedros, têm pontas (os vértices), quinas (as arestas) e regiões planas (as faces). Com esses elementos, explorar a ideia de que as faces são polígonos, as arestas são segmentos de retas e os vértices são pontos. Levando, assim, o aluno a construir conceitos dos sólidos geométricos; Definindo a conexidade e identificando os regulares e os semirregulares.

Ao explorar os sólidos geométricos os alunos podem separar em montes, de acordo com suas semelhanças e questionar: Que objetos há no nosso ambiente que se parecem com esse tipo de embalagem e/ou sólido? Em seguida aproveitar para nomeá-los, questionando: Que nome esse tipo de embalagem recebe? Inicialmente aceitar as expressões usadas pelos alunos, explorá-las e, no momento propício, introduzir os termos convencionais usados na Matemática.

As Lições do Rio Grande indica o uso de embalagem e ressalta:

> Ao manipularem diferentes tipos de embalagens, ao desmontá-las e ao remontá-las, o professor estará oferecendo aos alunos a oportunidade de perceberem suas características, reconhecendo as semelhanças e diferenças existentes entre elas. Ao classificá-las nas que rolam e nas que não rolam, estará proporcionando a construção da geometria plana partindo da geometria espacial.
>
> Ao coletar os mais diferentes tipos de embalagens, os alunos já estarão no primeiro nível de desenvolvimento do raciocínio em geometria segundo a teoria Van Hiele, que é a visualização, ou seja, a identificação de formas geométricas pela aparência. Ao classificar as embalagens nas que rolam e nas que não rolam, os alunos estarão discernindo as suas características, o que é próprio do segundo nível, a análise. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p.16)

Para este início de aula a professora, sustenta o uso deste material, em especial as embalagens (situação familiar ao aluno) e o ambiente do aluno, tendo em vista que no ensino da Matemática há uma estreita relação em observar o mundo real e sua representação e fazer ligação destas com os princípios e conceitos matemáticos. Segundo os PCN, os conceitos e resultados da matemática tem origem no mundo real e permitem aplicações em diversas situações práticas do cotidiano e ainda ressalta: “Um dos pontos de partida para esse processo é tratar, como conteúdo do aprendizado matemático, científico e tecnológico, elementos do domínio vivencial dos educandos, da escola e da sua comunidade imediata.” (BRASIL, 2008, p.7)

Buscando uma aprendizagem significativa, nesta etapa também é onde ocorre a construção de sentido. A professora deve contextualizar o conceito o mais próximo possível da realidade do aluno.

Após a discussão inicial, disponibilizar com auxílio do projetor e distribuir fotocópias aos alunos, das definições (tabela 1 e tabela 2) conforme segue:

Quadro 1 – Poliedros, elementos e conexidade

Poliedro (ou superfície poliédrica) é uma reunião de várias regiões poligonais planas no espaço, chamadas ***faces*** do poliedro.

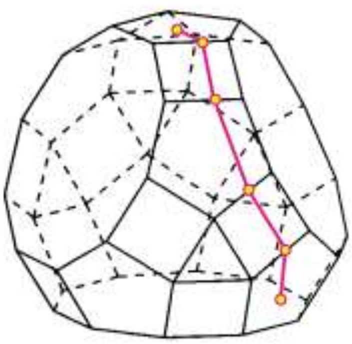
Os sólidos que rolam são chamados de **corpos redondos** e os que não rolam são chamados **poliedros**. Estes, quando colocados sobre uma mesa, por exemplo, apoiam-se sobre uma região plana, pois a superfície de um poliedro é formada por partes planas, o que nem sempre acontece com os corpos redondos.

Temos que:

- A linha de encontro de duas faces do poliedro chama-se ***aresta*** e o ponto onde três ou mais arestas se encontram chama-se ***vértice***.

Os poliedros satisfazem as seguintes ***condições***:

- Duas faces adjacentes do poliedro (faces com uma aresta em comum) nunca estão no mesmo plano);
- Cada aresta do poliedro (lado de uma face) é comum à, exatamente, duas faces do poliedro;
- Para quaisquer duas faces de um poliedro, é possível traçar um caminho poligonal, inteiramente contido na superfície do poliedro, ligando uma face à outra, sem passar por nenhum dos vértices do poliedro.

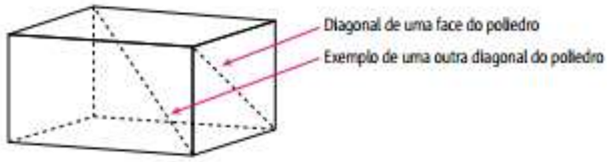


Fonte: Matem@tica na Pr@tica

Essa condição define a conexidade do poliedro, que é a propriedade de que o poliedro tem só um pedaço.

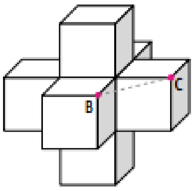
Poliedro convexo e não convexo:

Um poliedro é convexo quando todas as suas diagonais estão contidas no poliedro sólido correspondente. São diagonais de um poliedro os segmentos que têm como extremidades dois vértices do poliedro, mas que não são arestas do poliedro.



Fonte: Matem@tica na Pr@tica

A figura abaixo ilustra um poliedro não convexo, delimitado por 30 faces quadradas. Ele não é convexo porque, conforme o ilustrado, a diagonal BC não está contida no sólido associado ao poliedro.

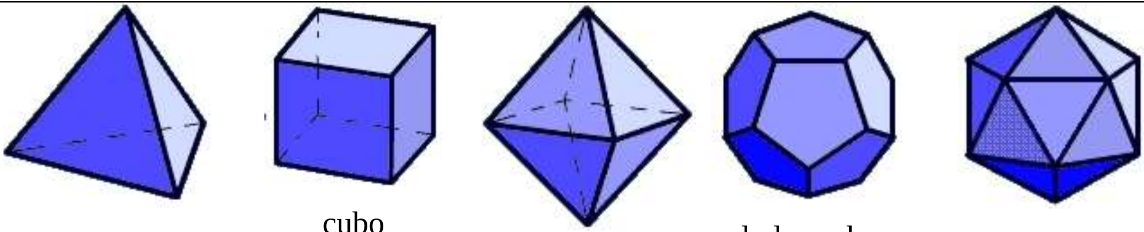


Fonte: Matem@tica na Pr@tica

Quadro 2 – Poliedros regulares e não regulares

Poliedros Regulares

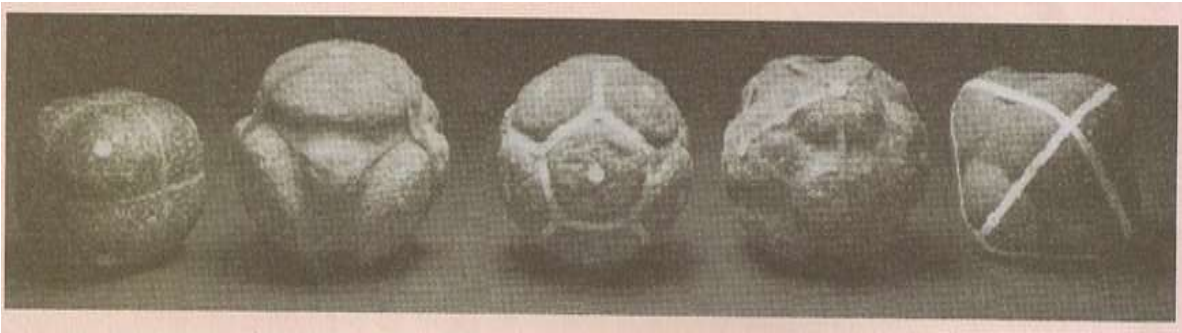
Podemos classificar um poliedro como regular quando ele é convexo, suas faces são todas polígonos regulares de um só tipo e o número de faces adjacentes a cada vértice é constante em todo o poliedro. São cinco os poliedros regulares: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.



tetraedro cubo octaedro dodecaedro icosaedro

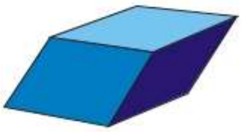
Fonte: PlanCeibal

Modelos de pedra do cubo, tetraedro, dodecaedro, icosaedro e octaedro, feitos no período neolítico (cerca de 2000 a. C.) – Sólidos de Platão

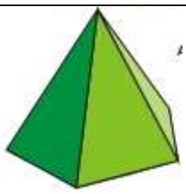


Fonte: João Nuno Tavares

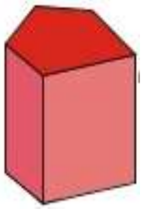
Alguns poliedros não regulares:



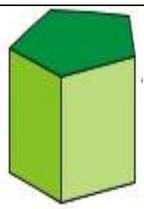
Romboedro



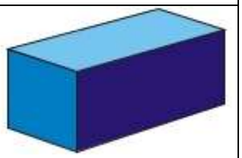
Pirâmide regular



Prisma reto



Prisma regular



Ortoedro

Fonte: Slideshare

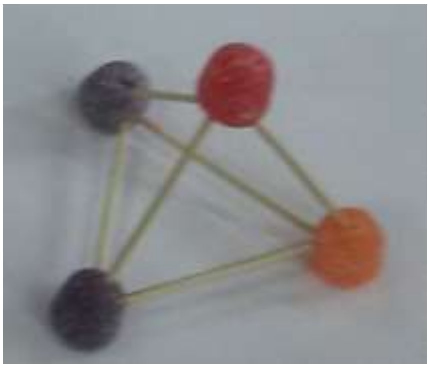
A etapa seguinte é a apresentação do conteúdo que deve ser feita de forma a levar o aluno a construir o significado junto com a professora. Para isto a proposta é, os alunos construam alguns poliedros utilizando as balas de goma e os palitos. Nesse momento deve-se solicitar que os alunos estejam com as mãos higienizadas e trabalhem sobre uma folha de papel, a fim de que as balas de goma não entrem em contato com a mesa e os alunos possam comê-las ao final da atividade, tornando a aula mais divertida. Os alunos formarão grupos, mas alguns poliedros serão feitos individualmente, tais como: o tetraedro, o cubo, o octaedro, pelo menos uma pirâmide e um prisma com bases de diferentes formatos e diferentes tamanhos de palitos, para os casos de figuras não regulares. Para enriquecer o aprendizado, ressaltar as diferenças e semelhanças entre as figuras construídas, tornando o aluno agente construtor de seu conhecimento. Canto (2014) relata que de acordo com a Ausubel (2000) neste momento ocorre "a apreensão de similaridade e diferenças e resolução das contradições resulta em modificações, tanto das novas informações, como dos aspectos relevantes da estrutura cognitiva com a qual a nova informação é relacionada”.

Já o icosaedro e o dodecaedro serão feitos um por grupo devido à complexidade.

Em seguida, entregar uma tabela, apêndice 1, para que os alunos preencham conforme ocorra a construção dos poliedros utilizando o material proposto a fim de instigá-los a perceberem que os vértices são representados pelas balas de goma, as arestas são representadas pelos palitos e as faces o vazio da figura construída.

Atividade 1: Sugerir aos alunos que comecem construindo o tetraedro regular. Durante a construção do triângulo da base, revisar a classificação de um triângulo quanto aos seus lados (equilátero, escaleno e isósceles) e levando os alunos a concluírem que, como os palitos possuem o mesmo tamanho e por se tratar de um poliedro regular, logo suas faces são todas formadas por triângulos equiláteros (Figura 3.1).

Figura 3.1 – Tetraedro

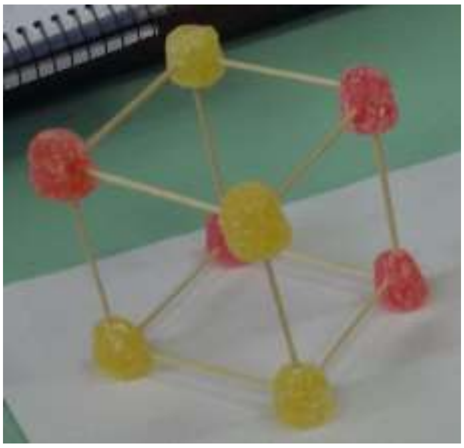


Fonte: Autora

Concluído a construção, estimular os alunos para que manuseiem os tetraedros observando suas faces, vértices, arestas, contando-as e fazendo suas anotações na tabela.

Atividade 2 – Esta atividade consiste em construir o hexaedro regular (Figura 3.2). Durante a construção, é importante revisar conteúdos já vistos pelos alunos. Ao construir o quadrado da base, é possível relembrar as propriedades do quadrado; ao espetar as balas de goma no sentido vertical ressaltar sobre perpendicularidade; E, ainda, após o hexaedro concluído é possível observar o paralelismo das faces opostas. Novamente os alunos devem manuseá-lo observando o número de faces, vértices e arestas e preencher a tabela, segundo suas observações.

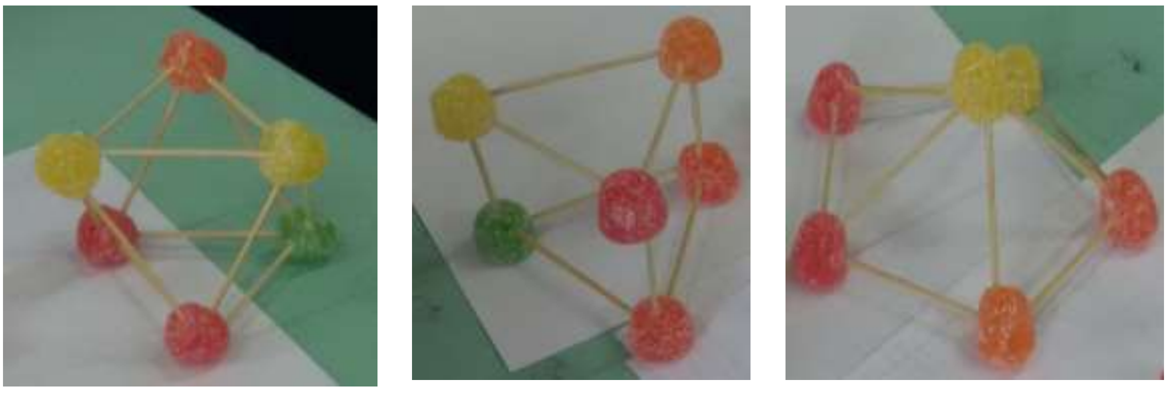
Figura 3.2 – Hexaedro regular



Fonte: Autora

Após a realização das atividades 1 e 2, os alunos devem seguir a sequência já combinada, construindo outros poliedros, como o octaedro, prismas e pirâmides (Figura 3.3) com bases no formato de diferentes polígonos (devem usar as figuras da tabela como referência), deve-se comentar sobre as características de cada poliedro ressaltando, aos alunos, a possibilidade de se construir poliedros não regulares utilizando palitos de diferentes formatos.

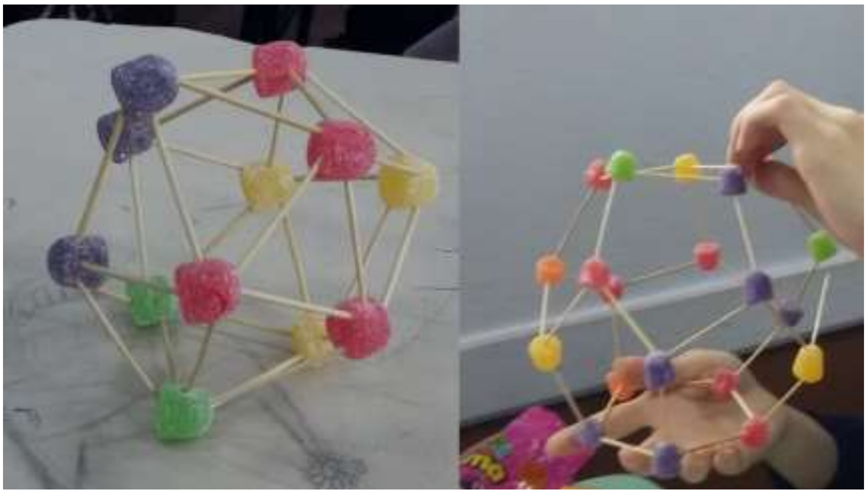
Figura 3.3 – Octaedro, prisma de base triangular e pirâmide de base pentagonal



Fonte: Autora

A última parte das atividades de construção é a confecção do icosaedro e do dodecaedro (Figura 3.4) que deve ser realizada em grupo.

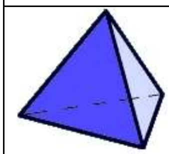
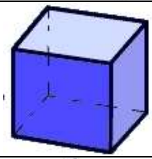
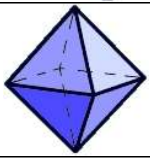
Figura 3.4 – Icosaedro e dodecaedro

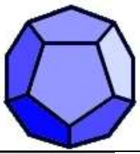
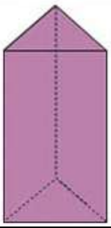
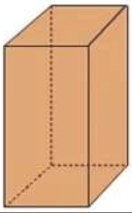
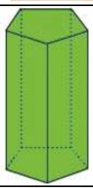
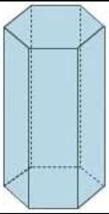
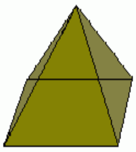


Fonte: Autora

Com a tabela preenchida, analisar com os alunos se eles perceberam alguma regularidade numérica relacionada com a quantidade de faces, vértices e arestas. Espera-se que algum aluno observe que a soma dos vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas.

Sugestão de tabela:

Preencha a tabela a partir da construção, ou não construção dos poliedros.				
Representação do Poliedro	Nome do Poliedro	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
	tetraedro	4	4	6
	Cubo ou Hexaedro regular	8	6	12
	Octaedro regular	6	8	12

Representação do Poliedro	Nome do Poliedro	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
	Icosaedro regular	12	20	30
	Dodecaedro regular	20	12	30
	Prisma de base triangular	6	5	9
	Prisma de base quadrada ou paralelepípedo	8	6	12
	Prisma de base pentagonal	10	7	15
	Prisma de base hexagonal	12	8	18
	Pirâmide de base quadrada	5	5	8
	Pirâmide de base pentagonal	6	6	10
Analisando a tabela preenchida, você consegue observar algumas regularidades numéricas relacionadas aos elementos de cada poliedro? Em caso positivo, descreva-os: *Sim, o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas mais duas unidades.*				

Fonte prismas e pirâmides: Blog do Enem

Utilizando as letras V, F e A para vértices, faces e arestas respectivamente, escrever no quadro a fórmula que os alunos deduziram:

$$V + F = A + 2$$

Deve-se neste momento contar um pouco da história sobre como surgiu a "Fórmula de Euler", ressaltar também a importância do uso desta fórmula para encontrar a quantidade de alguns elementos (V, F ou A) quando os poliedros são mais complexos e não temos o modelo concreto em mãos.

Para completar a aula e fixar melhor a relação de Euler, a professora propõe a aplicação de alguns exercícios como:

Exercício 1: Num poliedro convexo, o número de arestas é 20 e o número de faces é 10. Determine o número de vértices.

Solução:

$$V + F = A + 2$$

$$V + 10 = 20 + 2$$

$$V = 22 - 10$$

$$V = 12$$

Antes de resolver o exercício 2, propor o exercício complementar 1(anexo A) para facilitar o entendimento deste.

Exercício 2: Um poliedro convexo tem três faces quadrangulares e quatro faces pentagonais. Determine o número de arestas e vértices.

Solução: Nesse exercício, é importante observar para o formato das faces na contagem das arestas e que uma aresta é comum a duas faces do poliedro assim como na tabela feita do exercício complementar. Por isso, devemos multiplicar o números de faces pelo número de lados das mesmas e dividir o resultado por dois conforme foi anteriormente.

Contagem das arestas e faces:

$$3F \text{ quadr.: } 3 \times 4 = 12$$

$$4F \text{ pent.: } 4 \times 5 = 20$$

$$F: 3 + 4 = 7 \text{ faces e } A: 12 + 20 = \frac{32}{2} = 16 \text{ arestas}$$

Cálculo dos vértices:

$$V + F = A + 2$$

$$V + 7 = 16 + 2$$

$$V = 18 - 7$$

$$V = 11 \text{ vértices}$$

Exercício complementar 2: (anexo B)

4 ANÁLISE A POSTERIORI

Nos dias seis e oito de outubro de 2015 ministrei aulas diferentes na introdução ao estudo dos poliedros e Relação de Euler por meio da construção de poliedros com bala de gomas e palitos, do meu cotidiano de professora. A turma 302 possuía quarenta alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Uma das aulas de Matemática elaboradas foi de introdução à Geometria Espacial – Poliedros e Relação de Euler, com o objetivo de familiarizar os alunos com o conteúdo do 3º ano do Ensino Médio e exercitar a visão geométrica de objetos tridimensionais propostos por Gutiérrez (1991), Eysenck e Keane (2007).

Na aula anterior a esta, pedi aos alunos que trouxessem balas de gomas, palitos de dente e embalagens, avisei que poderiam usar o celular para registrar a atividade a ser realizada. Houve muitas perguntas a respeito do que se tratava a aula e alguns comentários: *"Vamos ver se é boa a experiência"; "Vamos comer tudo as balas antes da aula"; "Beleza, aula diferente"* Isso gerou expectativa positiva. Destinei 20 minutos dessa aula para que os alunos pesquisassem nos netbooks as questões que constam na etapa 1 do meu plano de aula e logo surgiu muitas perguntas. Constatei que, alguns alunos, tiveram dificuldade de conceituar Geometria, por exemplo, mesmo com auxílio da internet. Esses são alunos que não tiveram este conteúdo no Ensino Fundamental. Respondi que, por enquanto, discutissem entre eles, fizessem suas anotações e que, na aula seguinte esclareceriam suas dúvidas.

No dia da aula, a maioria dos alunos trouxeram as balas de gomas e os palitos de dente, porém poucos lembraram das embalagens. Os que trouxeram balas a mais venderam para os que não tinham e assim todos puderam fazer a atividade. Quanto as embalagens, eu levei várias, já prevendo que seria necessário. Nesse dia também, houve uma palestra no Centro Cultural da nossa cidade e o 3º ano foi convidado a assistir, mas a turma 302 não quis ir, responderam: *"Palestra, não. Nós queremos a aula de matemática hoje"!* Estavam aflitos, cheios de expectativas, todos comendo balas, que precisei comentar: *"Pessoal, vocês já comeram? Vai ter balas para fazer a atividade"?* Riram. *"Calma profe! Tem bastante"!*

Num primeiro momento, fiz uma breve introdução à Geometria Espacial a partir das embalagens (Figura 4.1) que eles tinham e que eu levei e, pedindo para que eles observassem os objetos geométricos do meio em que se encontravam.

Figura 4. 1 – Algumas embalagens utilizadas na aula

Fonte: Autora

Fiz uso das embalagens das superfícies e sólidos geométricos (Figuras 4.2 e 4.3) de minha propriedade e do laboratório da escola para definir o que são corpos redondos e poliedros. Identificamos os elementos do poliedro. Mostrei que cada aresta do poliedro é comum a duas faces deste. Verifiquei junto aos alunos, que nos poliedros duas faces adjacentes nunca estão no mesmo plano.

Figura 4. 2 – Superfícies geométricas em acrílico

Fonte: Autora

Figura 4.3 – Sólidos geométricos em madeira

Fonte: Autora

E, ainda, utilizei-os para demonstrar os poliedro convexos e não convexos. (Figuras 4.4 e 4.5).

Figura 4.4 – Poliedro convexo - observando a diagonal

Fonte: Autora

Figura 4. 5 – Poliedro não convexo

Fonte: Autora

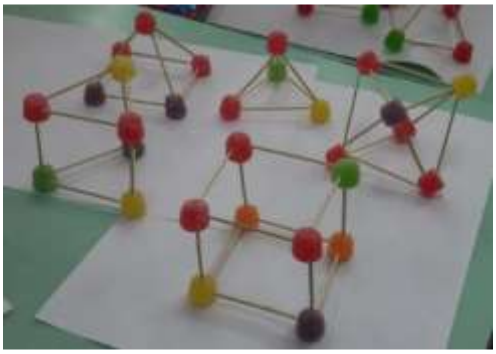
Mostrei os Sólidos de Platão (Figura 4.6) e diferenciei os poliedros regulares dos não regulares. Disse a eles que num outro momento contaria o porquê são chamados assim. Citei a nomenclatura de cada um dos cinco Sólidos de Platão e expliquei como nomear os demais poliedros. Fiz uso da projeção também, para que visualizassem as definições das quais estava falando. Distribui uma cópia para cada aluno.

Figura 4. 6 – Sólidos de Platão

Fonte: Autora

Primeiramente pedi para cada aluno construir o tetraedro, o cubo e o octaedro (Figura 4.7) e entre as pirâmides de base quadrada, de base pentagonal e de base hexagonal, selecionar pelo menos uma para construir, assim como um prisma entre o prisma quadrangular, prisma hexagonal, prisma pentagonal e o prisma triangular. O icosaedro e o dodecaedro poderiam ser construídos em grupo.

Figura 4. 7 – Tetraedro, cubo e octaedro.

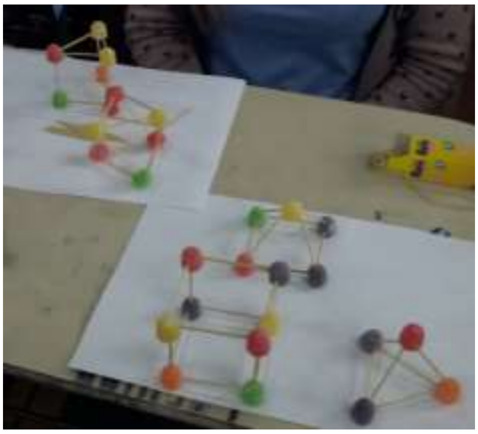


Fonte: Autora

A medida que os alunos foram construindo, fui até os grupos e aproveitei para retomar alguns conceitos da Geometria Plana, como as principais figuras, pois pedi que observassem as faces dos poliedros que estavam construindo. Retomei, também, as definições de poliedro, vértices, faces e arestas e solicitei que contassem o número de faces, de vértices e arestas e registrassem na tabela da folha de atividades, observando se havia alguma regularidade numérica entre os poliedros construídos.

Tive um pouco de dificuldade para que todos realizassem as mesmas atividades, tendo em vista que a turma era grande e alguns alunos tiveram mais facilidade em construir seus poliedros que os outros. Uma das dificuldades encontradas pelos alunos foi deixar as faces iguais. Para suprir essa dificuldade fui auxiliando os grupos retomando os conceitos da Geometria Plana de ângulo, perpendicularidade e paralelismo. Teve um grupo de meninos que construíram alguns poliedros e depois fizeram "brinquedinhos" com o restante das balas, enquanto eu auxiliava os demais, mas não aproveitaram o tempo para fazer o registro na folha ou as comparações que havia solicitado. Mesmo assim, enquanto construíam o tetraedro, o octaedro e a pirâmide que escolheram, fui passando nos grupos auxiliando-os e falando também sobre as características das pirâmides. Fiz com que os alunos percebessem que, o octaedro era a união de duas pirâmides de bases quadradas (Figura 4.8). Alguns dos alunos que construíram mais rapidamente, tinham construído o octaedro unindo dois tetraedros, comparamos com o que construí para que percebessem a diferença e corrigissem o deles. Com isso, notei que eles estavam empolgados em construir, todavia deixaram de contar as faces, de fazer as observações e anotações. Novamente, lembrei-os que deveriam contar as faces, os vértices e arestas afim de fazerem suas observações e anotações.

Figura 4. 8 – Octaedro e pirâmide de base quadrada construídos pelos alunos.



Fonte: Autora

Na sequência, os alunos construíram o cubo e alguns prismas.

Conforme o combinado o icosaedro e o dodecaedro os alunos construíram em grupo e, o icosaedro (Figura 4.9) todos conseguiram com facilidade, já o dodecaedro (Figura 4.10), tiveram um pouco de dificuldade por ser mais complexo e em alguns casos por causa do tipo de bala que não deixava firme. Porém, foram socializando as tentativas, erros e sucessos até que todos os grupos conseguissem.

Figura 4. 9 – Icosaedro construído pelo aluno Paulo

Fonte: Autora

Figura 4.10 – Dodecaedro construído pela aluna Camila.

Fonte: Autora

Depois de um certo tempo, todos os grupos haviam acumulados vários poliedros sobre suas mesas e, (Figura 4.11 e Figura 4.12), alguns alunos aproveitaram e fotografaram a si mesmos com suas criações e postaram nas redes sociais, com os seguintes comentários: *"Diversão na aula de Matemática!"; "Aula prática e divertida"; "Adorei essa aula!".*

Figura 4.11 – Poliedros construídos pelos alunos

Fonte: Autora

Figura 4.12 – Parte dos alunos Turma 302 – E.E.E.M. Senhor dos Caminhos

Fonte: Autora

No final da aula todos haviam construído seus poliedros, porém formam guardando o material antes que analisássemos as anotações que haviam feito. Quanto aos poliedros construídos, alguns alunos levaram para casa, outros desmancharam e eu guardei um de cada tipo para aula seguinte, já que não deu tempo de concluirmos.

No dia 08 de outubro iniciei a aula expondo os poliedros que havia guardado e fazendo perguntas resgatando as definições de Geometria Espacial, sólidos geométricos, poliedros, faces, arestas e vértices, afim de verificar se tinham aprendido e o resultado foi satisfatório. Já, ao serem questionados, se haviam preenchido a tabela dada, em torno de 50% fizeram anotações. Os demais, empolgaram-se com a construção dos poliedros, mas não fizeram as observações que deveriam. Então, quando questionei se haviam percebido alguma regularidade numérica, somente uma aluna respondeu que sim. Pedi para que ela mantivesse em segredo até que o restante analisasse um pouco mais a situação. Solicitei que utilizassem a tabela e, a partir dos desenhos e dos poliedros que eu tinha guardado, revisássemos juntos contando o número de faces, vértices e arestas de cada um, então, todos puderam concluir que somando o número de vértices e de faces o número de arestas era sempre duas unidades menor.

Contei a eles que embora os poliedros já fossem conhecidos desde a antiguidade, até o século XVIII ninguém havia percebido qualquer relação de natureza combinatória entre suas faces, arestas e vértices, até que por volta de 1750 Leonhard Euler (1707-1783) fez essa descoberta, que nos dias de hoje enunciamos como a Fórmula de Euler: $V + F = A + 2$. Mencionei que a fórmula é válida para todos os tipos de poliedros e que iríamos verificar isso na sequência das nossas aulas. Ao final da aula, fizemos exercícios utilizando a relação e relembrando alguns nomes dos poliedros estudados. Reforcei os exercícios (anexo A e B) com a classificação dos sólidos geométricos, nomenclatura e relação numérica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar é uma tarefa que exige competência, criatividade e dinamismo. O ensino deve levar o aluno a desenvolver hábitos de leitura do mundo que o permita perceber, descrever e representar o espaço. Não se deve, portanto, minimizar o ensino da Matemática à memorização de definições e fórmulas, é necessário promover aprendizagem real e significativa que desenvolva no aluno suas capacidades criativas e o ensino de Geometria Plana e Espacial contribui nesse processo.

São várias as possibilidades do professor em sala de aula, quando se tem como auxílio, a visualização e, ao longo deste trabalho, observou-se a importância do uso de materiais concretos para melhorar a aprendizagem da Geometria Espacial. Os materiais utilizados neste trabalho foram: as embalagens, balas de goma e os palitos. A técnica se mostrou aplicável, divertida e útil. Aplicável, pois os materiais são de baixo custo e fácil acesso; divertida, pois motivou os alunos, também apresentou evidências que a maioria dos alunos obteve uma aprendizagem significativa, ampliando sua visão espacial.

Todavia, não é suficiente que o professor apresente uma aula motivadora com material lúdico a seu aluno para que ele aprenda. Existem outros processos e estratégias de ensino que, em conjunto, favorecem a aprendizagem, como a apresentação dos conteúdos e os conhecimentos prévios do aluno. Neste sentido, na proposta criada para a aula, observou-se que foi necessário retomar todos os conceitos da Geometria Plana para que os alunos pudessem executar a construção dos poliedros, da assimilação e compreensão dos conceitos. De acordo com Ausubel, quando os alunos não possuem os conceitos subsunçores necessários, é preciso que o professor os auxilie no processo de reconstrução destes conceitos.

Ressalta-se que a aula a posteriori não ocorreu exatamente da forma como foi planejada, o que leva a entender que os currículos de ensino não devem ser "engessados", mas flexíveis para que o professor possa fazer alterações sempre que for preciso, de acordo com a turma ou com a escola onde for aplicar a proposta da aula.

Esta estratégia de trabalho favorece também uma relação amigável entre alunos e professor. Os alunos ficam descontraídos, motivados e envolvidos com o trabalho, manifestando o prazer pela descoberta dos conceitos e pela aprendizagem da Geometria Espacial.

A educação deve ser sempre um processo por meio do qual o indivíduo toma a história em suas próprias mãos, a fim de mudar o rumo da mesma. E, isso só acontecerá se acreditarmos no educando, na sua capacidade de aprender, descobrir, criar soluções, desafiar, enfrentar, propor, escolher e assumir as consequências de suas escolhas. Tudo isso só será possível se mudarmos as metodologias, se ousarmos acreditar no novo, e não continuarmos bitolando os educandos apenas com exercícios pré-formulados e desvinculados de suas realidades.

Este trabalho foi uma tentativa de contribuição para a melhoria do ensino e aprendizagem da Geometria, entretanto, é começo de uma longa caminhada, de reflexões, buscas, comprometimentos, para tornar o ensino de Matemática mais agradável e acessível.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Fabiana Chagas de. *Jujubas: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.* 2014. 63 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). UNIRIO, Rio de Janeiro, 2014.

AUSUBEL, David Paul. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.* Plátano Edições Técnicas. Lisboa, Portugal, 2003.

BECKER, Marcelo. *Uma alternativa para o ensino de Geometria: Visualização Geométrica e representações de sólidos no plano*. 111 p. Dissertação. Porto Alegre, RS. 2009. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17161/000712216.pdf?sequence=1>. Acesso em: 18 fev.2016.

BLOG DO ENEM. Disponível em: <http://blogdoenem.com.br/estudo-dos-prismas-matematica-enem/ ; pirâmides: http://geomatic4.blogspot.com/2012/10/piramide.html>. Acesso em: 18 fev.2016

BRANDÃO, Carlos Rodrigues. *Ler palavras ler-se a si, ler o mundo*. In: Caderno Pedagógico nº 22, SMED/POA: Porto Alegre, 2001.

BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio.* Brasília, Ministério da Educação, 2008.

_____. *Orientações curriculares para o Ensino Médio; Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias.* Volume 2. Brasília, Ministério da Educação, 2008.

CANTO, Alberto do. Aprendizado Significativo – Parte II. 2014. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=xUii5xMCdO4. Acesso em: 05 fev.2016

CASTORIANA, José Antonio (Org.). Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate. São Paulo: Ática, 1998.

CEIBAL. Poliedros Regulares. Disponível em: <http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/111213_poliedros.elp/poliedros_regulares.html> Acesso em: 18 fev.2016.

CORREA, Rosa Maria. *Dificuldades no aprender: um outro modo de olhar.* Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: Contexto & Aplicações. Volume 2.* Editora Ática. São Paulo, SP, 2013.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática, da teoria à prática*. 4. Ed. São Paulo: Papirus, 1998.

DIAS, Carlos Claudio. SAMPAIO. João Carlos Vieira. ROSA, Marlusa Benedetti da. BARROS, Tomas Edson. *Geometria Espacial: módulo II* – Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. – *(Matem@tica na Pr@tica. Curso de especialização em ensino de matemática para o ensino médio)*

DIAS, Carlos Claudio. SAMPAIO. João Carlos Vieira. *Geometria Espacial: módulo I* – Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. – *(Matem@tica na Pr@tica. Curso de especialização em ensino de matemática para o ensino médio).*

EYSENCK, Michael W.; KEANE, Mark T. *Manual de Psicologia Cognitiva.* Artmed Editora S.A. Porto Alegre, RS, 2007.

FREIRE, Paulo. *Política e Educação*. São Paulo: Cortez, 1993.

___. *Pedagogia da Autonomia.* 14. ed. São Paulo: Paz e terra, 1996.

FURTADO, Julio. *Aprendizagem Significativa - a negociação de sentidos. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=lD1xUCkGJSQ&feature=youtu.br. Acesso em: 16 fev.2016*

LORENZATO, S. (org.). *Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Editora Autores Associados LTDA, Campinas, SP. Coleção Formação de Professores, 2006.

MARTINS, Maria Antonieta Meneghini. *Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no Estado do Paraná com ênfase na disciplina de matemática*. Dissertação de Mestrado. UFPR, 1984.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da educação matemática.* São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, Marco Antonio. *A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua Implementação em Sala de Aula.* Editora UnB, Brasília. 2006, 186 p.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. *Vygotsky aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio histórico*. São Paulo: Scipione, 1997.

PAVANELLO, R. *O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica*. (Dissertação em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M. *"O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas Consequências"*. In: Zetetiké, n.1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

Rio Grande do Sul. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. Lições do Rio Grande: livro do aluno/ Secretaria de Estado da Educação. Porto Alegre: SE/ DP, 2009. v. 4.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. *Ensino de Geometria: Rumo da Pesquisa (1991 – 2011)*. 2013. 155 f. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2013. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2013v8n1p138/25095. Acesso em: 25 fev.2016

SLIDESHARE. Sólidos Geométricos. Disponível em:< http://image.slidesharecdn.com/solidosgeometricos-150103045220-conversion-gate02/95/solidosgeometricos-3-638.jpg?cb=1420260797>. Acesso em: 18 fev.2016

TAVARES, João Nuno. A Fórmula de Euler. Disponível em: < http://cmup.fc.up.pt/cmup/pick/Manhas/Modulo3PolidrosEuler.html>. Acesso em: 18 fev.2016

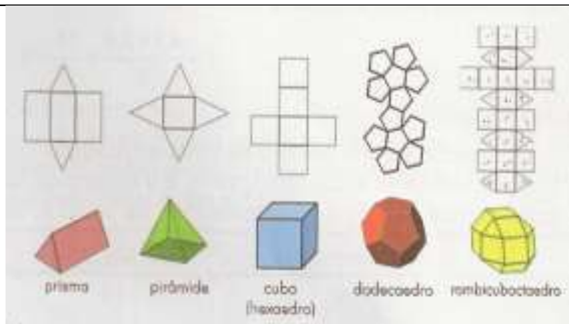
VALENTE, V. R. *Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930).* São Paulo: FAPESP, 1999.

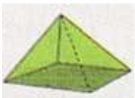
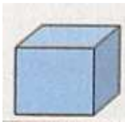
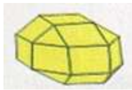
VERGNAUD, Gérard. "La théorie des champs conceptuels". *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(23), p.133-170.* 1990.

WERNECK, Hamilton. *Ensinamos demais, aprendemos de menos*. Petrópolis/Rio de Janeiro: Vozes, 1994.

ANEXO A – EXERCÍCIO COMPLEMENTAR 1 - RELAÇÃO DE EULER

Calculando o número de arestas de um poliedro:

Você vai, agora, encontrar uma maneira de calcular o número de arestas de um poliedro sem conta-las. Para realizar esta tarefa, observe as planificações de alguns poliedros e polígonos por eles determinados. Como você já sabe, as faces dos poliedros são polígonos. Pode –se dizer que cada dois lados de diferentes faces desses polígonos, unidas formam uma aresta do poliedro. Se você souber quantos e quais polígonos formam um poliedro, você poderá calcular o número de arestas sem contá-las. Isso você poderá fazer, observando as planificações acima	
Agora, complete com atenção, o quadro abaixo:	

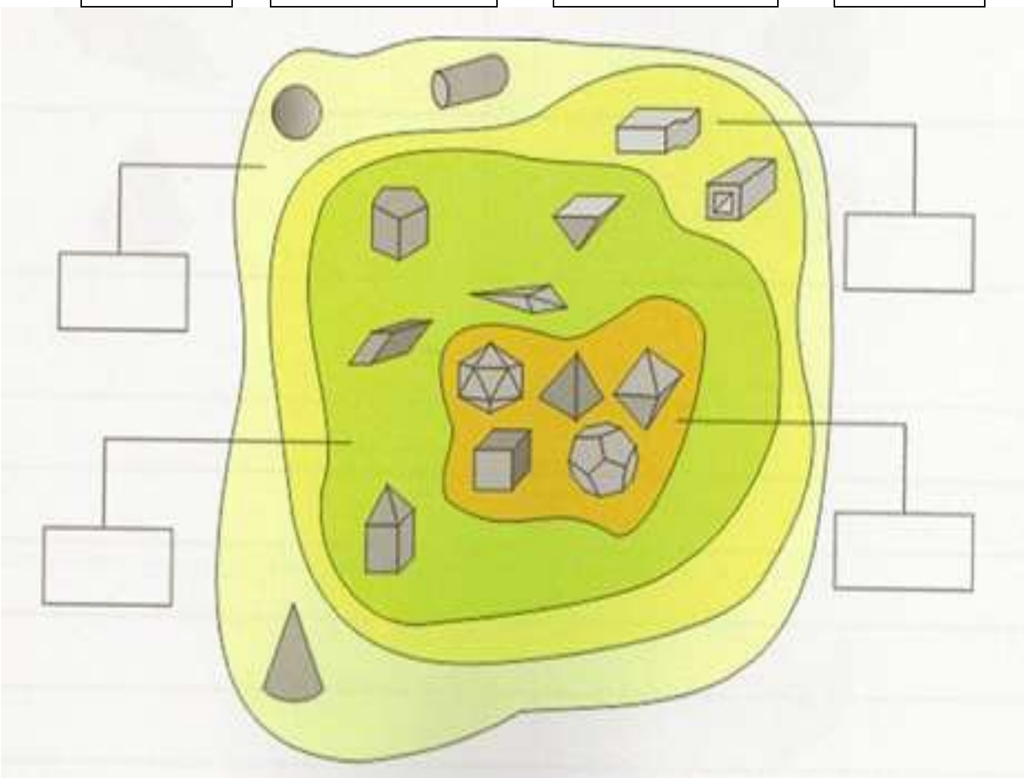
	Prisma 	Pirâmide 	Cubo 	Dodecaedro 	Rombicuboctaedro 
Nº de polígonos que são faces dos poliedros			6		
Tipos de polígonos			Quadrados		
Nº total de lados dos polígonos			6 x 4 = 24 24 lados		
Cada dois lados de um polígono forma uma aresta			$\frac{24}{2}$		
Nº de arestas do políedro			12		

Fonte:Secretaria de Estado da Educação

ANEXO B – EXERCÍCIO COMPLEMENTAR 2

Você trabalhou com os sólidos, os que rolam ou não rolam, construiu poliedros, classificou-os em convexos e não convexos, em regulares e não regulares, identificando os regulares de Sólidos de Platão. Pode-se organizar os sólidos em um diagrama como o que está a seguir. Observe-o muito bem e complete as etiquetas abaixo com as palavras que estão nos quadros.

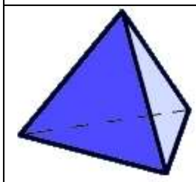
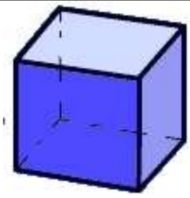
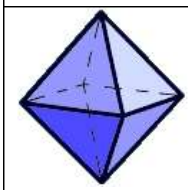
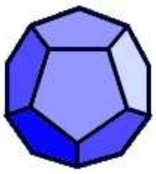
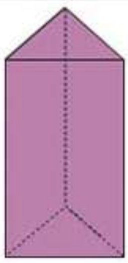
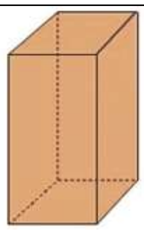
Poliedros convexos	Poliedros regulares	Sólidos	Poliedros

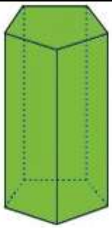
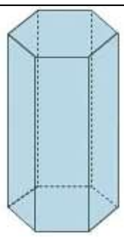
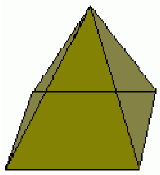


Fonte: Secretaria de Estado da Educação

APÊNDICE

Tabela 1 – Regularidade numérica - Relação de Euler

Preencha a tabela a partir da construção, ou não construção dos poliedros.				
Representação do Poliedro	Nome do Poliedro	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
				
				
				
				
				
				
				

Representação do Poliedro	Nome do Poliedro	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
				
				
				
				
Analisando a tabela preenchida, você consegue observar algumas regularidades numéricas relacionadas aos elementos de cada poliedro? Em caso positivo, descreva-os:				