UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

O MOVIMENTO DE ENSINAR E APRENDER ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Caroline Rodrigues Trindade

Santa Maria, RS, Brasil

2017

O MOVIMENTO DE ENSINAR E APRENDER ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Caroline Rodrigues Trindade

Dissertação apresentada no Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Área de Concentração em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito para obtenção do grau de
Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Santa Maria, RS, Brasil

2017

CAROLINE RODRIGUES TRINDADE

O MOVIMENTO DE ENSINAR E APRENDER ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
(Presidenta / Orientadora)

Profa. Dra. Vanilde Bisognin
Centro Universitário Franciscano

Profa. Dra. Maria Cecília Pereira Santarosa
Universidade Federal de Santa Maria

Santa Maria, RS
2017

Aos meus amados pais Sérgio e Eunice,
ao meu noivo Josias,
à minha avó Maria,
ao meu avô Manoel (in memorian),
a toda a minha família e amigos
que me acompanharam de perto, apoiaram-me
e não permitiram que eu desistisse,
dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Não poderia iniciar sem agradecer primeiramente a Deus, que, em Sua plenitude e benevolência, me manteve forte, até mesmo nos piores dias, permitindo que eu não esmorecesse e que eu continuasse.

Ao meu noivo, em especial, pela compreensão e apoio a todo o momento durante a realização deste trabalho. Com certeza, sem seu amparo isso não se concretizaria.

Aos meus pais, por me oportunizarem viver e traçar esse caminho que escolhi. Por todos os ensinamentos de vida, muito obrigada.

À minha amada e admirável orientadora Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, por sua atenção, carinho, amor, paciência e, principalmente, por sua confiança. Obrigada pela forma humilde e sapiente com a qual compartilha seu conhecimento, pois assim me permitiu conhecer e aprender sobre a Teoria Histórico-Cultural, o que garantiu grande suporte e embasamento teórico tanto a este trabalho quanto à minha prática docente.

À professora Vanilde Bisognin, pelas contribuições na qualificação, as quais nos fizeram refletir e reestruturar nossas ações, e pela leitura e discussão do nosso trabalho.

À professora Maria Cecilia Pereira Santarosa, por suas contribuições vindas desde o primeiro semestre. Obrigada por se dedicar à leitura e discussão deste trabalho.

À direção do Colégio Sinodal Barão do Rio Branco, por acreditar em meu trabalho; pelo incentivo e pela disposição em sempre querer ajudar.

À professora Sandra Regina Ritter, pela amizade e apoio incondicional, por todas as vezes que percebeu que eu não estava bem e estendeu o ombro para desabafar. Além disso, agradeço pela confiança e por sua amizade.

Aos meus colegas de trabalho, pelo apoio, parceria e colaboração para concretização deste trabalho.

À direção e à equipe pedagógica da Escola Municipal Teófilo Teodoro Streck, à Secretaria Municipal de Educação, em especial ao Secretário Municipal de Educação Senhor Valério Garcia, por não medirem esforços em querer promover uma educação de qualidade. Mas, acima de tudo, agradeço pela confiança em meu trabalho.

Às amigas, companheiras e colegas Halana Garcez Borowski e Simone Pozebon, pelas contribuições, pela entrega e doação de tempo para auxiliar na realização deste trabalho.

Às amigas e colegas do GepeMat, por me permitirem sentir parte de um coletivo pelas contribuições em larga escala.

A toda minha família, pelas palavras de carinho, apoio e compreensão nas horas mais difíceis.

Por fim, sou grata a todos que de diversas maneiras cooperaram com a realização deste trabalho.

Muito obrigada.

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
Universidade Federal de Santa Maria

O MOVIMENTO DE ENSINAR E APRENDER ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

AUTOR: CAROLINE RODRIGUES TRINDADE
ORIENTADORA: **Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes**
Santa Maria, 29 de Agosto de 2017.

A pesquisa deriva de nossa preocupação quanto à aprendizagem de alunos do 7º ano em relação ao conceito de Álgebra, especificamente, de Equação do 1º grau. Nesse sentido, o estudo se apoia nos fundamentos teórico-metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) para a organização de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem relacionadas ao referido conceito. Estabelecemos como objetivo investigativo da pesquisa *Investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino*. Com o propósito de alcançar este objetivo, elencamos as seguintes ações investigativas: pesquisar, no movimento lógico histórico como se deu a construção do conceito de Equação do 1º Grau e identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes. Por compreendermos que nossa pesquisa não perpassa o cunho investigativo apenas, estabelecemos, também, um objetivo formativo, o qual consiste em Organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem. A pesquisa foi desenvolvida com 35 alunos, de duas turmas de 7º ano, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, no município de Novo Cabrais – RS. Inicialmente fizemos uma breve incursão teórica sobre a Educação Matemática e, também, um levantamento histórico sobre Álgebra. O referencial teórico e metodológico pauta-se na perspectiva da Teoria Histórico – Cultural (VYGOTSKY), mais especificamente na Teoria da Atividade (LEONTIEV) e Atividade Orientadora de Ensino (MOURA). Os dados foram sistematizados a partir do planejamento, desenvolvimento e avaliação das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, e os instrumentos para coleta de dados foram os registros dos estudantes gravados em áudio, vídeo e fotos, bem como as anotações da professora pesquisadora. Para a análise dos dados, definimos quatro eixos para a apresentação de episódios e cenas (MOURA, 2004) que nos permitissem verificar indícios de aprendizagem por parte dos alunos. Foram desenvolvidas sete Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, as quais visavam atender a um nexo conceitual. A análise dos dados nos permite identificar a importância de propor Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que contemplem os nexos conceituais: fluência, variável, campo de variação e igualdade. Além disso, contribuem, de forma efetiva, para a aprendizagem dos alunos a compreensão do movimento lógico-histórico do conceito e o compartilhamento das ações desenvolvidas.

Palavras-chave: Álgebra. Situação Desencadeadora de Aprendizagem. Movimento lógico-histórico. Atividade Orientadora de Ensino. Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

Master’s Dissertation Post-Graduate Program in Mathematical Education and Physics Teaching Federal University of Santa Maria

THE MOVEMENT OF TEACHING AND LEARNING ALGEBRA IN FUNDAMENTAL TEACHING

AUTHOR: CAROLINE RODRIGUES TRINDADE

ADVISOR: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Santa Maria, August 29, 2017

The following research derives of our concern about the learning of 7th grade students regarding the concept of Algebra, specifically, of first degree equations. In this sense, the study is supported in the theoretical-methodological fundaments of the Teaching Orientation Activity (TOA) to the organization of situations that trigger the learning related to the referred concept. We established as our research's main goal to investigate the learning of 7th grade students regarding first grade equations from the Teaching Orientation Activity's assumptions. With the purpose of reaching that goal, we planned the following investigative actions: research, in the historic logical movement, how was build the making of the first degree equation's concept and identify indications of learning expressed by the students. Because we understand that our research is an investigative one, we have established, also, a formative objective, which consists of organizing a learning space aimed at the appropriation of knowledge about first degree learning from the triggering learning situations. The research was developed with 35 students of Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, in the city of Novo Cabrais – RS. Initially, we did a brief theoretical incursion about the Mathematical Education and, also, a historical survey about Algebra. The theoretical and methodological reference follows the perspective of the Historical-Cultural Theory (VYGOTSKY), more specifically in the Theory of Activity (LEONTIEV) and the Teaching Orientation Activity (MOURA). The data were systematized from the planning of the situations that trigger the learning, the students' registers recorded in audio, video and photos, as well as the researching teacher's notes. For the data analysis, we defined four axes to the presentation of episodes and scenes (MOURA, 2004) that allowed us to verify indications of learning by the students. Seven learning-triggering situations were developed, which aimed to meet a conceptual nexus. We intend fort his work to contribute with the Mathematical Education area with the teaching and learning of Algebra, specially first degree equations, through situations that trigger the learning so that they enable the appropriation of the knowledge. The data analysis allows us to identify the importance of offering situations that trigger the learning who contemplate the conceptual links: fluency, variable, variation field and equality. Furthermore, they contribute in an effective way to the learning of students, the comprehension of the concept's logical-historical movement and the sharing of the developed actions.

Keywords: Algebra, Learning-provoking situation. Logical-historical Movement. Guiding Teaching Activity. Mathematics. Teaching and Learning

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
GEPEMAT	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
ProUni	Programa Universidade para Todos
SDA	Situações Desencadeadoras de Aprendizagem
SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1. OS CAMINHOS TRILHADOS ATÉ A PESQUISA

Desde o início de minha trajetória escolar, tive afinidade com a Matemática. Sempre me considerei uma aluna dedicada, pois entendia a importância de ter uma formação e uma futura profissão. Ao ingressar no Ensino Médio em 2002, determinei que estudaria ainda mais, pois o foco era o vestibular em Medicina na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) através do PEIES (Programa de Ingresso ao Ensino Superior). Estudava no turno da manhã e à tarde frequentava a escola, voluntariamente, para estudar além.

Porém, em 2003, em visita à Feira das Profissões na UFSM[1], meu mundo desmoronou: percebi que não possuía o perfil indicado para o curso de Medicina. Foi então que rapidamente optei por Química; por apresentar muita facilidade com as disciplinas afins, a escolha não foi muito difícil.

Embora nunca tivesse me ocorrido a ideia de ser professora, em 2004, já no 3º ano do Ensino Médio foi que aconteceu o *insight*[2]. Quando a professora de Matemática entrou na sala, no primeiro dia de aula, eu logo pensei: eu quero ser como ela. Ela conseguia envolver toda a turma, de modo que as aulas de Matemática eram muito esperadas ao longo da semana.

Em agosto de 2004 fomos inscritos, pela própria escola, para fazermos o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o qual tinha por objetivo avaliar o desempenho dos estudantes do Ensino Médio. Meio que contrariada realizei a prova. Para minha surpresa, em novembro do mesmo ano, recebi uma correspondência do Ministério da Educação (MEC) apresentando o Programa Universidade para Todos (ProUni), do governo federal. Então, de acordo com o desempenho no ENEM, eu tinha cinco opções de cursos. A partir daí, então, começou minha vida matemática.

1.1 Da formação inicial à sala de aula

Após conseguir uma bolsa de estudos pelo ProUni, em 2005 ingressei no curso de Matemática na Universidade de Santa Cruz do Sul (UNISC). Embora

---

[1] Evento que propicia uma série de trocas sobre as experiências vividas na universidade. É uma proposta na qual o protagonista é o estudante em busca de uma profissão. Não se trata apenas de uma exposição dos cursos oferecidos na Universidade, mas de um laboratório de vivências. Atualmente é intitulado *Descubra UFSM*.

[2] Palavra refere-se à intuição.

estivesse em um curso de Licenciatura, não me sentia capaz de um dia me tornar professora, não tinha esse anseio. Em dezembro de 2008, concluí o curso, vindo a graduar-me oficialmente em março de 2009.

Embora desde 2007 trabalhasse em sala de aula com curso técnico no SENAI em Cachoeira do Sul, em 2010 tive a oportunidade de trabalhar 40 horas em uma escola estadual. E foi a partir das vivências em sala de aula que foram surgindo algumas inquietações que, ao longo da minha trajetória profissional, afloraram como questionamentos que me fizeram refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem, tais como: Por que os alunos não aprendem Equações de 1º grau? Por que eles sentem tanta dificuldade em se apropriar de conceitos relativos à Álgebra? Percebi então que, enquanto professora, precisava buscar encaminhamentos que me permitissem melhor compreender essas, entre tantas outras questões. Ao ingressar no Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, vislumbrei a possibilidade de procurar possíveis respostas. Com isso, tornei-me integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat)[3], que desenvolve suas ações e pesquisas pautadas na Teoria Histórico Cultural de Lev Semenovich Vygotski, em especial na Teoria da Atividade de Alexei Nicolaievich Leontiev, bem como na Atividade Orientadora de Ensino (AOE) de Manoel Oriosvaldo de Moura.

Assim, a partir do embasamento teórico explicitado e partindo do pressuposto de que, para ser orientadora, a atividade de ensino deve ser estruturada de forma que permita aos sujeitos interagirem, mediados pelos conteúdos e que estes, enquanto negociam significados, solucionem situações-problemas coletivamente (Moura, 1996, 2001), é que a pesquisa foi desenvolvida, orientada pelo seguinte problema: *Partindo do movimento lógico histórico da Álgebra, em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem?*

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) sugerem que o estudo da álgebra pode encaminhar a um ambiente que permita ao estudante

---

[3]O GEPEMat é coordenado pelas Professoras Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes e Liane Terezinha Wendling Roos e conta com a participação do Professor Ricardo Fajardo e da professora Regina Ehlers Bathelt.

desenvolver e exercitar sua capacidade de abstração e generalização, “além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 115). No entanto, faz-se necessário pensarmos nesse ambiente mediante a compreensão acerca do seu papel no currículo. Nesse sentido, foram estabelecidos objetivos investigativos, que orientaram a busca de respostas ao problema, bem como objetivo formativo, que direcionou a organização da produção dos dados, na perspectiva de que uma investigação em Educação Matemática pode contribuir para a formação de todos os envolvidos.

O Objetivo Investigativo consiste em *investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).* A fim de alcançarmos esse objetivo, elencamos as seguintes ações investigativas:

- Pesquisar, no movimento lógico histórico, como se deu a construção do conceito de Equação do 1º Grau;
- Identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes.

Por acreditarmos que a pesquisa não possui apenas um cunho investigativo, mas também de formação, foi que definimos como objetivo formativo *organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem*.

Os protagonistas deste trabalho foram os alunos de duas turmas de 7º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, situada no município de Novo Cabrais – RS.

A presente dissertação apresenta no Capítulo 1, intitulado A Matemática no contexto escolar: o percurso lógico histórico da Álgebra, apontamentos acerca do Movimento da Educação Matemática no Brasil e no mundo, bem como sua repercussão e reflexos acometidos na Educação do Brasil.

Trata, também, da história da Matemática em sala de aula, em especial a História da Álgebra. E para fazer essa abordagem foi necessário fazer uma “viagem no tempo”, pois não poderíamos falar em Álgebra sem olhar para o movimento lógico e histórico de outros conceitos que influenciaram sobremaneira a concepção dos conceitos algébricos.

O Capítulo 2, Um olhar para a educação sob a luz da Teoria histórico cultural: aportes teóricos e metodológicos da pesquisa, evidencia e justifica as nossas ações. Como a pesquisa fundamenta-se na Atividade Orientadora de Ensino, trazemos os pressupostos que orientam essa teoria.

O movimento da pesquisa é apresentado no Capítulo 3. Nele também estão evidenciados os protagonistas da pesquisa, bem como as SDA.

Por fim, o Capítulo 4 traz a análise da pesquisa, a qual foi elencada em eixos, de acordo com as ações investigativas a se alcançar, a fim de propiciar a compreensão e a leitura.

2. MATEMÁTICA NO CONTEXTO ESCOLAR: O PERCURSO LÓGICO HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

Até metade do século XX, muito do que era ensinado em Matemática utilizava como referência a concepção de Platão e os dogmas de Euclides. Pela ótica de Platão, a Matemática era considerada uma ciência divina, sem expectativa de alteração, tampouco construção humana. Na concepção euclidiana, a base do modelo era justificada por definições e hipóteses, que garantiam sua legitimidade. Assim, não era possível estabelecer uma relação entre a Matemática e a realidade dos educandos, muito menos com outras áreas do conhecimento.

Nesse período, o professor era tratado como autoridade, respeitado por ser quem possuía o conhecimento, o elemento chave do processo, o veículo principal de tudo o que o aluno necessitava saber. Dessa forma, os alunos atuavam como meros coadjuvantes em meio a esse processo, de forma passiva, recebendo a informação de modo mecânico, sem a possibilidade de fazer questionamento, isto é, configurava-se uma pedagogia de transmissão, também conhecida por escola clássica ou tradicional (BONJORNO, 2014, p. XXI).

A finalidade da escola tradicional era possibilitar o acesso ao conhecimento através de conteúdos totalmente concentrados, bem organizados e prontos, ou seja, um conhecimento fixo alheio à contextualização da realidade social e histórica. Nesse ponto de vista, o professor tinha a incumbência de expor novos conhecimentos e manter inflexível o controle das tarefas.

A reprodução do conteúdo, a memorização e a análise do professor constituíam os aspectos principais dentro da avaliação. Assim, notava-se claramente que o foco era saber ou não saber, sem levar em consideração as dificuldades dos alunos com a aprendizagem. Por isso, a Matemática era tida como forma de punição, contrapondo o desenvolvimento da autonomia, a qual é fundamental no processo de ensino e aprendizagem (BONJORNO, 2014, p. XXVI).

A fim de preencher o vazio herdado na formação matemática pela escola tradicional, nos anos de1950, em razão do antagonismo suscitado pela Guerra Fria, entre os Estados Unidos e a antiga União Soviética, assim como a preocupação com a ciência, surgiu um novo movimento: o Movimento da Matemática Moderna.

2.1 Aspectos gerais sobre Educação Matemática

A inserção de elementos da Matemática Moderna nos cursos de nível médio foi um dos aspectos que as propostas de modernização do ensino da Matemática, que surgiram no final do século XIX e início do século XX, defendiam. Primeiramente, essas propostas afloraram de forma segmentada em diferentes países, sendo dilatada depois da constituição da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática em 1908. A partir daí, as produções feitas pela Comissão influenciaram sobremaneira o ensino de Matemática de vários países.

> A consolidação da educação matemática como uma subárea da matemática e da educação, de natureza interdisciplinar, se dá com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob liderança de Felix Klein. (MIGUEL; GARNICA; IGLIORI; D'AMBROSIO, 2004, p. 72).

Conforme Miorim (1998), no século XIX, começou a árdua missão de colocarem em prática os ideais e determinações vindas das revoluções tecnológicas e industriais. Assim, nasce um novo contexto sócio-político-econômico. A expansão do ensino às classes trabalhadoras, isto é, a universalização da educação e a associação educação-trabalho passaram a ser os eixos centrais das discussões educacionais, mas não se detinham apenas às questões relacionadas à universalização e à associação educação-trabalho, mas, também a outras temáticas como ensino laico e público.

Apesar disso, muitos achavam que essas ideias retratavam meramente uma "mania" da época, ou uma "ideia maluca", sem sustentação efetiva. Esse posicionamento pode, claramente, ser observado nas palavras direcionadas ao "barão Francesco Pertusato, gentil-homem de Sua Majestade Imperial Régia austríaca":

> Uma das manias que podemos considerar dominante em nossos dias na Europa é aquela de querer difundir as luzes sobre todas as classes da sociedade... Mas quem pode conter as risadas perante a louca ideia de fazer participar do benefício dessas luzes o simples e morigerado morador dos campos? E a classe dos artesãos, este respeito, não é

> absolutamente diferente daquela dos camponeses... *Faz-se necessário, portanto, que se prescrevam limites à comunicação das luzes na sociedade*..., porque a ignorância parece reivindicar com autoridade o seu império... É conveniente, portanto, não ocupar-se da instrução científica daquelas classes da população, condenadas pela indigência a um trabalho mecânico e diuturno. Para elas basta que sejam imbuídas de uma moral pura e santa. *O que seria realmente vergonhoso é descuidar da educação da classe nobre, confortada e rica.* (MIORIM, 1998, *apud* MANACORDA, 1989, p. 276)

Havia uma grande recusa em descontinuar o distanciamento existente entre a escola e o trabalho, a tradição culta e a artesanal, entre “os que pensavam” e “os que faziam”. Ou seja, seriam poucos os privilegiados que teriam condições de compreender a “arte culta”, especialmente a Matemática (MIORIM, 1998). As palavras ditas pelo barão Charles Dupin, em 1825 na França, intercedendo pela expansão de escolas técnicas (contrapondo o argumento da Comissão Parlamentar que declarou que já havia uma quantidade excedente), ao passo que constatam as resistências existentes, expõem algumas alegações que eram usadas nos debates sobre o tema:

> Quiseram ver nas escolas de artes e ofícios os inconvenientes da revolução... *Pareceu supérfluo e até perigoso ensinar* a ler, escrever e, *especialmente, fazer contas aos operários...* Mas – pergunto-me – em que os elementos da aritmética, da geometria ou da mecânica, do desenho, da física ou da química podem ser perigosos? O estudo e a difusão das ciências, longe de ser anti-social e perigoso, especialmente para os governos monárquicos, é, antes, para estes governos um meio de potência [...] *Iniciou-se com a crença de que as verdades matemáticas fossem ininteligíveis pelos simples operários...* Mas não existe nenhum princípio matemático aplicado aos trabalhos das artes que não possa ser ensinado e aprendido facilmente por qualquer indivíduo de inteligência normal. Alguns maus patrões de oficina..., industriais sem indústria, têm impedido os jovens operários de seguir os cursos, temerosos de que adquirissem conhecimentos que os mestres-artesãos não tinham... Vergonhoso espírito de ciúme! Carece uma aliança entre saber e indústria! (MIORIM, 1998, *apud* MANACORDA, 1989, p.287.)

A educação passou a obter novos aspectos no início do século XX a partir de inúmeras reflexões filosóficas. Assim, ficou notada pelos movimentos sociais, pelos conhecimentos novos de psicologia e pelo aprimoramento da análise estatística. Com isso, passa a se desenvolver uma ampliação de pesquisas sobre ensino e aprendizagem da Matemática e a criação e consolidação do campo da Educação Matemática.

Para compreendermos como foi se constituindo a Educação Matemática no Brasil, buscamos dados, que são apresentados nos escritos de Dario

Fiorentini e Sergio Lorenzato no livro Investigação em Educação Matemática – percursos teóricos e metodológicos (2012).

Para Fiorentini e Lorenzato (2012), a estruturação da trajetória da Educação Matemática em nosso país como campo profissional emergente de produção de saber foi embasada a partir do seguinte questionamento: *que aspectos e dimensões da Educação Matemática têm sido, nos diferentes momentos, privilegiados pela pesquisa brasileira e de que forma e em que condições ela tem sido realizada?*

Antes de 1970 e após esse período (décadas de 1970 e 1980), os autores selecionaram documentos para a realização de um estudo histórico. Compunham estes documentos teses e dissertações, totalizando 204 pesquisas cuja temática era da área de Educação Matemática. Com base nos resultados obtidos, foram reconhecidas quatro fases as quais identificaram o desenvolvimento da Educação Matemática no Brasil como campo profissional e área de investigação.

A primeira fase, denominada *Fase da gestação da Educação Matemática como campo profissional*, foi do início do século XX até o final dos anos de 1960. Nesta época, a Educação Matemática ainda não estava claramente definida. Não era natural perceber o ensino de Matemática sob uma ótica diferente daquelas cujo objetivo era seguir os padrões e procedimentos da prática de sala de aula.

Entre os anos de 1955 e 1966, a realização dos congressos brasileiros de ensino de Matemática (CBEM) e a constituição dos centros regionais de pesquisas educacionais (CRPE) impulsionaram os estudos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática no Brasil.

O período do início da década de 1970 até os primeiros anos de 1980 marcou a segunda fase da Educação Matemática no Brasil, quando, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012), foi o nascimento da Educação Matemática no Brasil. Nesse intervalo de tempo apareceram os primeiros indícios de existência de um novo campo profissional, ou seja, o campo profissional de especialistas em didática e metodologia do ensino de Matemática. Embora, mesmo que temporariamente, nessa época tenha existido um programa de pós-graduação em Ciências e Matemática, além de outros também relacionados à educação, a produção científica mostrou-se bagunçada e descontínua.

Além disso, os esforços e estudos apresentados na época tinham um cunho individual e isolado, ou seja, o objetivo principal era a obtenção da titulação e não a intenção de estabelecer uma prática consistente de estudo para além dos cursos que eram ofertados.

A partir da década de 1980, expandiu-se a concepção de Educação Matemática, bem como sua região de inquérito, o que configurou a terceira fase da Educação Matemática no Brasil. Nessa "era" começaram a surgir novos problemas e questionamentos, assim como novos modelos de investigação. Outros enfoques passam a fazer parte dos estudos da área, além da didático-metodológica e da psicológica. Isso pode ser constatado nos estudos realizados entre os anos 1983 e 1990, nas mais de 120 dissertações e teses de trinta programas de pós-graduação do país.

Nessa terceira fase a prioridade gira em torno dos seguintes questionamentos: *Por que, para que e para quem ensinar?* Por um lado, a pesquisa dos anos 1980 favoreceu a compreensão de alguns determinantes socioculturais e políticos, por outro, antepôs perspectivas pedagógicas mais amplas de âmbito educacional em detrimento daquelas especificamente relativas a conteúdos matemáticos.

Na quarta fase, fica evidente o amplo movimento nacional de formação de grupos de pesquisa, consolidação de linhas de investigação e de implantação de cursos, tanto de mestrado quanto de doutorado em Educação Matemática. Isso, também, devido aos mais de vinte educadores matemáticos que concluíram curso de doutorado no exterior (Estados Unidos, França, Inglaterra e Alemanha) em áreas de investigação como didática da Matemática, História, Filosofia, Epistemologia e Psicologia em Educação Matemática, currículo escolar, resolução de problemas, formação de professores, ensino de geometria, Álgebra e pensamento algébrico, etnomatemática, informática educativa, etc.

Ainda segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), há de se levar em consideração, também, os educadores matemáticos que concluíram doutorado no Brasil em cursos de pós-graduação em Educação. A partir de 1980, muitos doutores em Matemática e até mesmo de outras áreas voltaram-se para o campo da Educação Matemática. Essa comunidade, de aproximadamente duzentos doutores, fazia da Educação Matemática seu principal campo de atividade profissional de produção de saber.

Por compreendermos a magnitude da Educação Matemática para as pesquisas desenvolvidas no Brasil e na educação, de modo geral, é que a salientamos e a destacamos em nossa pesquisa a fim de valorizar o quanto a Matemática assume características humanas a partir desta perspectiva.

E nesse contexto, de procurar compreender tanto o movimento humano de construção do conhecimento, quanto a importância de sua socialização por meio da escola, desenvolvemos nossa pesquisa sobre ensino e aprendizagem da Álgebra. Nesse sentido, julgamos importante conhecer, mesmo que de forma breve, a organização lógico-histórica desse conhecimento.

2.2 O movimento lógico-histórico da Álgebra

Entendemos que, ao voltarmos nosso olhar para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, mais precisamente à Álgebra, precisamos buscar compreender a constituição desse conhecimento ao longo do tempo bem como sua organização enquanto componente curricular. Assim, trazemos nesse item alguns aspectos relativos aos entrelaçamentos entre o movimento lógico-histórico e o ensino de matemática baseados nos escritos de Howard Eves (2002) e de Carl Benjamin Boyer (1996).

2.2.1. Alguns apontamentos sobre a contribuição de diferentes povos para a construção do conhecimento matemático

A Matemática encontra-se permanentemente em transformação. Ao contrário do que se pensa, ela não é fixa e imutável. Faz parte da vida e da história da humanidade, revela uma série de necessidades e inquietações de várias culturas, em diferentes momentos históricos.

De acordo com Eves (2002), ao percorrer as descrições históricas acerca da evolução da Matemática, surge o seguinte questionamento: por onde começar? Inicia-se pelas deduções em Geometria, comumente relacionadas a

Tales de Mileto? Ou então pela aquisição de fórmulas de mensura das civilizações da Mesopotâmia e do Egito? Ou, antes ainda, pelos primeiros esforços do homem pré-histórico em busca das ideias de grandeza, forma e número? Ou, conforme afirmava Platão, a Matemática sempre existiu, aguardando, apenas, ser revelada?

Ainda que essas, dentre outras, sejam algumas das possíveis ideias relativas às origens que se atribua à Matemática, sabe-se que, no decorrer dos tempos, o homem foi construindo o seu conhecimento a partir de suas necessidades, refletindo sobre o que já era conhecido para ele e o que precisava para sobreviver. Se alguns povos não tinham ideia do número enquanto quantidade, seus problemas de rotina, como a contagem, a medição de áreas e comprimento, motivaram o surgimento de conhecimentos cada vez mais aprimorados.

Tais conhecimentos foram se ampliando e, a partir da contribuição de diferentes povos e de suas possibilidades de interação, foram se consolidando como conhecimentos importantes para a humanidade e, posteriormente, como objetos de ensino. Podemos citar o exemplo de “Os Elementos” do matemático grego Euclides (século IV a.C.), que reuniu os principais conhecimentos organizados até sua época e compôs o que foi um dos primeiros livros de Matemática a abordar de forma ordenada a construção de teoremas relativos à Geometria e um referencial importantíssimo, utilizado no ensino em todo o mundo até meados do século XVII.

O conhecimento matemático tal como o concebemos hoje foi obra de diferentes civilizações em diferentes momentos históricos. Conforme Oliveira (1968), os egípcios e babilônicos tinham uma Álgebra, bem como Geometria que, embora não possuíssem o caráter de ciência organizada, supriam suas necessidades. A Matemática na Babilônia era tratada pelos escribas, responsáveis pelo tesouro real e, apesar da gama de material algébrico que tinham os babilônicos e egípcios, não se configurava como uma ciência, vindo a ser reconhecida como tal a partir do século VI e V a.C., na Grécia.

A Matemática grega divergia da babilônica e da egípcia pela forma como era tratada. Para os gregos, era tida, rigorosamente, como ciência, pois os mesmos não se preocupavam com a questão prática, com a sua funcionalidade.

Esses, ao encontrarem dificuldades com problemas de processos infinitos, especialmente problemas com Números Irracionais, “desviaram-se” da Álgebra caminhando rumo à Geometria. É no estudo da Geometria que ganharam destaque, culminando, por exemplo, na obra “Os Elementos”, de Euclides.

Sobrevindo Euclides, encontram-se os trabalhos de Arquimedes e Apolônio de Perga. Arquimedes progrediu a Geometria com um novo método chamado “método de exaustão”, o que, mais tarde, veio a ser o prelúdio de um ramo de matemática denominado Teoria dos Limites. Já Apolônio de Perga, equevo de Arquimedes, principiou os estudos das curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole) que atualmente, na Matemática, desempenham importante papel.

A Grécia já havia deixado de ser o centro cultural mundial, desde os tempos de Arquimedes e Apolônio. Depois deles, a Matemática grega entrou em declínio. Na noite de 10 de dezembro de 641, a cidade de Alexandria caiu em poder dos árabes com violento incêndio, que aniquilou todas as obras dos gregos. Os exércitos árabes, dedicados à chamada Guerra Santa[4], ocuparam e destruíram a cidade. Assim, a ciência grega entrou em declínio.

Em sua investida, os árabes conquistaram a Índia contemplando por lá outro tipo de Matemática: a Álgebra e a Aritmética. Foram os hindus que revolucionaram, apresentando algo, até aquele momento, desconhecido no sistema de numeração: o zero. Os árabes foram os responsáveis pela disseminação da cultura dos hindus, eles levaram à Europa os *Algarismos Arábicos*, que na verdade era invenção dos hindus.

> Com a introdução, na notação hindu, do décimo numeral, um ovo de ganso redondo para o zero, o moderno sistema de numeração para os inteiros estava completo. Embora as formas hindus medievais dos dez numerais sejam bastante diferentes das em uso hoje, os princípios do sistema estavam firmados. A nova numeração, que chamamos em geral o sistema hindu, é apenas uma nova combinação dos três princípios básicos, todos de origem antiga: (1) base decimal; (2) uma notação posicional; e (3) uma forma cifrada para cada um dos dez numerais. Nenhum desses se deveu originalmente aos hindus, mas presumivelmente foi devido a eles que os três foram ligados pela primeira vez para formar o moderno sistema de numeração. (BOYER, 1996 – p.157).

[4]Guerra Santa é um recurso extremista que as grandes religiões monoteístas têm usado ao longo da história para proteger o que consideram ameaça aos seus dogmas e a seus lugares sagrados.

Um dos principais difusores da Matemática neste período foi o matemático árabe Abu Abdallah Mohammed Ibn Musa Al-Khowarizmi[5], que divulgou a escrita numérica decimal, utilizada atualmente; também, escreveu dois livros sobre Aritmética e Álgebra que tiveram relevante importância para a História da Matemática. Perdura apenas um desses livros, o qual é único e de tradução latina cujo título é *De numero hindorum* (Sobre a arte hindu de calcular), tendo sido perdida a versão original, de procedência árabe. (Boyer, 1996).

Al-Khowarizmi apresentou nessa obra, hipoteticamente fundamentada em tradução árabe, os numerais hindus de uma forma tão completa que possivelmente, por isso, tenha-se incutido a ideia de que o sistema de numeração é de origem árabe. Embora admitisse que a origem era, de fato, hindu, sem exprimir intenção alguma quanto a sua originalidade, surgiram traduções de sua obra na Europa que atribuía, não somente o livro, mas também a própria numeração a Al-Khowarizmi. Assim, Boyer afirma que:

> A nova notação veio a ser conhecida como a de al-Khowarizmi, ou mais descuidadamente, algorismi; finalmente o esquema de numeração usando numerais hindus veio a ser chamado simplesmente algarismo ou algoritmo, palavra que, originalmente derivada do nome de al-Khowarizmi, agora significa, mais geralmente, qualquer regra especial de processo ou operação – como o método de Euclides para encontrar o máximo divisor comum, por exemplo. (BOYER, 1996 – p.166)

Da Índia vieram duas grandes contribuições, de forte influência na História da Matemática: uma delas foi a evolução de nosso sistema de notação para os números inteiros e, a outra, a inserção de um equivalente da função seno na trigonometria que pudesse dispensar o uso da tabela grega de cordas. A trigonometria hindu era claramente um recurso tanto conveniente quanto essencial para a astronomia.

Ao longo dos tempos, tivemos a contribuição de vários matemáticos da Índia, como é o caso de Bhaskara, considerado por muitos como o mais notável matemático do século XII. Foi ele quem supriu algumas faltas na obra de Brahmagupta, estabelecendo uma solução da equação de Pell e considerando a questão da divisão por zero. A aritmética do zero não pertencia à matemática grega, assim Brahmagupta se absteve em relação à divisão de um número não

[5] Alguns escritos apresentam este sobrenome como Al-Khwarizmi ou al-Khowârizmî.

nulo por zero. Foi, então, que Bhaskara, em sua obra *Vija-Ganita*[6], afirmou que um tal quociente é infinito (BOYER, 1996). A obra de Bhaskara simboliza a culminação de aportes hindus precedentes. Com isso, cabe afirmar que Bhaskara foi o último matemático medieval considerável da Índia. Após sua morte, ao final do século XII, tiveram poucos matemáticos que foram, assim, tão conceituados na Índia.

Em 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci ou "filho de Bonaccio", retrata, em seu livro *Liberabaci*[7], o novo algarismo. O referido livro tinha uma tendência mais aos números do que à Geometria e descreve sobre as cifras indianas, juntamente com o símbolo zero. Ainda, neste livro, Fibonacci apresenta soluções para equações do 1º, 2º e 3º graus. As exibições de Fibonacci da numeração indo-arábica foram muito importantes no processo de disseminação, mas não foram as precursoras, por isso não atingiu tanta popularidade. Embora não tenha tido tanta notoriedade, foi ele quem desvendou os "mistérios dos números negativos" ao admiti-los como soluções de problemas que envolviam lucros e perdas.

A partir deste momento, pode-se dizer que a Álgebra passa a assumir uma perspectiva formal. O matemático alemão Jordanus Nemorarius passou a usar letras para significar um número qualquer; além disso, introduziu os sinais de + (mais) e – (menos) representados pelas letras *p* derivada da palavra *plus* (mais) e *m* derivado da palavra *minus* (menos). Porém, fora outro matemático, também alemão, Michael Stifel, considerado o maior algebrista alemão do século XVI, quem passou a utilizar os sinais como são usados atualmente, através dos símbolos "+" e "–". Neste momento é que a Álgebra toma proporções maiores e progride fortemente.

Muitos desses avanços da Álgebra devem-se ao matemático francês do século XVI François Viète, também conhecido como Franciscus Vieta. Viète, que nasceu em 1540 na cidade de Fontenay, estudou advocacia e foi membro do parlamento provincial da Bretanha, dispensava grande parte do seu tempo livre

---

[6]Obra de Bhaskara, sobre Álgebra que apresenta como resolver equações. Foi o primeiro livro a admitir que de um número positivo podem resultar duas raízes quadradas: uma positiva e outra negativa.

[7] Apesar da tradução ser *Livro do ábaco*, o livro nada tem a ver com essa temática e sim com métodos e problemas algébricos em que a utilização de numerais indo-arábicos é veementemente sugerido.

à Matemática. Em 1603, faleceu em Paris. Suas principais obras, as quais serão mencionadas detalhadamente no item 2.2, foram de grande importância para os estudos da Álgebra, dentre elas destaca-se a *Algebra Speciosa*, a qual consolidou a evolução da Álgebra naquela época. Nesta, os símbolos alfabéticos abrangiam uma representação geral, isto é, poderiam ser utilizados para significar números, segmentos de reta, elementos geométricos, enfim, qualquer quantidade indefinida.

O século XVII representou um marco na História da Matemática. Foram inúmeras revelações como a invenção dos logaritmos por Napier, no início do século, a notação e codificação da Álgebra por Harriot e Oughtred, a criação da ciência dinâmica por Galileu e o anúncio das leis do movimento planetário por Kepler. Tempos depois, Desargues e Pascal instituíram um novo campo da geometria pura, Descartes introduziu a geometria analítica moderna, Fermat principiou os fundamentos da teoria dos números moderna e Huygens contribuiu grandemente com a teoria das probabilidades além de outros campos. Já perto do final do século, Newton e Leibniz contribuíram significativamente com a criação do cálculo. Assim, pode-se observar que grandes e novas perspectivas davam vazão à pesquisa matemática durante o século XVII (Eves, 2002).

O que trouxemos até agora pode ser considerado como pequenos fragmentos da Matemática que foi e está se constituindo como conhecimento numa trajetória que envolve aspectos lógicos e históricos. Estes, embora apresentados de forma isolada e representados de formas distintas por conta das particularidades das diferentes culturas, representam um movimento que não é somente de alguns povos, mas da humanidade que constrói conhecimentos em busca da satisfação de suas necessidades.

Tendo em vista que nossa pesquisa direciona-se especificamente aos conhecimentos relativos à Álgebra, buscaremos a seguir discorrer, de forma breve, especificamente sobre a mesma.

1.2.2 O movimento lógico-histórico dos conceitos algébricos

Kopnin (1978) explica que a relação entre e lógico e o histórico permite a compreensão do movimento do pensamento na criação de um objeto. Para esse autor, o histórico refere-se ao processo de mudança do objeto e suas etapas do surgimento ao desenvolvimento, e o lógico é o meio pelo qual o pensamento reproduz o processo histórico real em sua objetividade e contrariedade, adquirindo forma teórica.

> O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve–se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. (KOPNIN, 1978, p.186)

Ao pensarmos na Álgebra, inicialmente nos remetemos aos papiros egípcios que, mesmo padecendo da degradação do tempo, chegaram até nossos dias. Esses documentos fazem referência ao povo egípcio, sendo que alguns são relacionados, estritamente, à Matemática.

Dentre a gama de documentos relativos à Matemática, o mais extenso possui cinco metros de comprimento e trinta centímetros de largura e conta com, aproximadamente, oitenta problemas resolvidos. Este foi adquirido juntamente com outros papiros, pelo antiquário escocês Henry Rhind, em 1858, nas imediações do Nilo.

Pela precariedade da escrita, acredita-se que os escribas (que eram os responsáveis pelos escritos) pouco entendiam daquilo que copiavam. O papiro Rhind tornou-se evidente por volta do século XVIII antes da nossa era e abordava problemas, tais como controle do gado e estocagem de grãos. Contudo, alguns problemas não se referiam a situações concretas, mas aos próprios números.

O mérito matemático desses papiros pauta-se nas soluções dadas aos problemas, sendo que os egípcios utilizavam apenas uma palavra para descrever todas as quantidades desconhecidas. A palavra “aha” não era fixa, ou seja, não assumia apenas um determinado valor, mas expressava a ideia de qualquer valor desconhecido. Essa criação egípcia marca um ponto importante do desenvolvimento da linguagem matemática. A partir dela o pensamento matemático passa a amplificar uma linguagem própria, diferente da linguagem usual das palavras.

Não menosprezando a contribuição dos egípcios, bem como de outros povos antigos, nosso olhar para o movimento de organização do conhecimento algébrico iniciará pelos árabes, a partir dos aportes teóricos de Eves (2002); Lanner de Moura e Sousa (2005); Lima, Takazaki e Moisés (1998) e Boyer (1974) quanto ao processo de construção desse movimento.

Conforme Eves (2002), os árabes registravam todos os números através de palavras, sendo que o reconhecimento de um simbolismo abreviado se deu, em parte, pela administração consecutiva das vastas regiões conquistadas por esse povo. Num certo período era normal fazer uso de um sistema de numeração cifrado, como, por exemplo, o grego jônico, o qual continha 28 letras árabes. Essa forma de representação foi absorvida pela notação hindu, a princípio adotada por mercadores e autores de aritméticas.

Al-Khowarizmi apresentou uma Álgebra com pouca singularidade, detendo-se nas quatro operações elementares e resolução de equações lineares e quadráticas. Importantes contribuições são atribuídas aos matemáticos muçulmanos, no âmbito da Álgebra geométrica, dando-se ênfase a Omar Khayyam, poeta e matemático, que teve destaque no século XI ao demonstrar a solução geométrica de equações cúbicas. Contudo, a Álgebra árabe era retórica, à exceção da usada pelos árabes ocidentais daquela época.

Através do título de sua mais respeitável obra, *Hisâbal-jabrwa'l muqâbalah* deu origem a uma palavra ainda mais familiar. Este título foi descrito à letra como "ciência da reunião e da oposição" ou, mais desembaraçadamente, como "ciência da transposição e do cancelamento" (EVES, 1974 APUD GANDZ, 1926). O texto, que se manteve através dos tempos, se popularizou na Europa por meio de uma tradução latina, tornando a palavra *al-jabr* ou *Álgebra* significado de ciências das equações. Com isso, a partir da metade do século XIX, a expressão *Álgebra* passou a significar algo mais global.

Embora não se saiba com precisão a tradução das palavras *al-jabr* e *muqabalah*, o sentido regular se assemelha à que a tradução, mencionada anteriormente, implica. A expressão *al-jabr* teoricamente exprime a ideia de "restauração" ou "equilíbrio", ou seja, supressão de termos semelhantes em lados opostos da equação. No livro *Dom Quixote*[8], é possível contemplar a influência árabe na Espanha, pois o autor utiliza a palavra *algebrista* para caracterizar um "restaurador" de ossos. (Boyer, 1996)

[8] Dom Quixote de La Mancha, obra do escritor espanhol Miguel de Cervantes (1547-1616)

> A *Álgebra* de al-Khowarizmi contém mais que a resolução de equações, material que ocupa a primeira metade. Há, por exemplo, regras para operações com expressões binomiais, inclusive produtos como (10 + 2)(10 – 1) e (10 + x)(10 – x). Embora os árabes rejeitassem as raízes negativas e grandezas negativas, conheciam as regras que governam o que chamamos números com sinal. Há também provas geométricas alternativas de alguns dos seis casos de equações do autor. Finalmente, a *Álgebra* contém uma ampla variedade de problemas ilustrando os seis capítulos ou casos. Como ilustração para o quinto capítulo, por exemplo, al-Khowarizmi pede a divisão de dez em duas partes de modo que "a soma dos produtos obtidos multiplicando cada parte por si mesma seja igual a cinquenta e oito"(BOYER, 1996 – p.169, 7).

Embora não se saiba ao certo a época exata em que viveu, bem como sua nacionalidade, sabe-se que Diofanto de Alexandria também teve grande importância para o progresso da Álgebra e influência sobre os europeus que consecutivamente voltaram-se à teoria dos números. Diofanto por vezes é considerado o "pai da Álgebra", todavia, vários autores atribuem este mérito a Al-Khowarizmi. A obra de Al-Khowarizmi retrata uma regressão em relação à de Diofanto, apresentada em dois aspectos: o primeiro é de nível muito mais rudimentar que o encontrado nos problemas de Diofanto e, segundo, a Álgebra de Al-Khowarizmi é retórica, ou seja, inteiramente expressa em palavras.

Diofanto foi o primeiro a tentar uma notação algébrica. A ideia de trocar um número por um símbolo (letra, por exemplo) e as operações dos mesmos por sinais convenientes não surgiu imediatamente, mas de modo longo e tardio. Cada autor que o adivinha possuía uma notação própria. No entanto, com o passar do tempo, todas as notações afluíram para uma padronização. Diofanto fazia uso de uma notação mais complexa. Os numerais dos 9 primeiros números inteiros eram representados pelas primeiras letras do alfabeto grego. Para a representação do valor desconhecido, utilizava a letra sigma[9] acentuada. Indicava o sinal de igualdade pela palavra "isos". Os sinais que indicavam adição e subtração ainda não eram conhecidos, no entanto, para representar o sinal de menos (–), usava o símbolo **/|\\,** que é a letra V invertida com a bissetriz marcada nela. (EVES, 2011, p. 209).

A civilização chinesa motivou uma quantidade expressiva de inovações tecnológicas, ainda que os problemas chineses parecessem mais pitorescos do

---

[9]Letra do alfabeto grego

que práticos. No século VIII, surgiu a utilização da impressão e da pólvora; no século XI manifestou-se na China, antes que em outros lugares, o uso do papel e da bússola, antes, também, do ponto mais alto da Matemática Chinesa, ocorrida no século XIII, durante o fim do período Sung.

Existiam matemáticos trabalhando em diversas partes da China, porém as conexões entre eles parecem ter sido distanciadas, assemelhando-se à Matemática Grega, restando poucos dos tratados ainda existentes. Chu Shih-chieh foi o último e maior matemático chinês, contudo, pouco se sabe de sua história, nem ao menos quando nasceu e morreu. Dedicava e ganhava a vida com o ensino de Matemática. Teve a possibilidade de escrever dois tratados, um deles escrito em 1299, *Suan-hsüehch'i-meng* (Introdução aos estudos matemáticos), e o outro, de maior relevância histórica, *Ssu-yüanyü-chien* (Precioso espelho dos quatro elementos), escrito em 1303 (BOYER, 1996). O primeiro tratado se perdeu na China, mas reapareceu no século XIX. O segundo também se extraviou, vindo a reaparecer somente no século consecutivo.

Os quatro elementos - céu, terra, homem e matéria - correspondem a quatro incógnitas na mesma equação. Por abordar equações simultâneas e equações de grau até quatorze, este livro se configurou como o ápice do desenvolvimento da Álgebra Chinesa. O autor explica um método de transformação em que o denomina de *fan-fa*, cujos elementos parecem ter aparecido muito antes na China, porém frequentemente tem o nome de Horner, que viveu meio milênio depois. O chamado método de Horner era difundido na China, pois pelo menos três outros matemáticos do fim da era Sung utilizaram processos semelhantes a este método. (BOYER, 1996, p. 149)

A Itália foi uma das duas principais vias ao longo das quais a cultura árabe, bem como o algarismo e a Álgebra ingressaram na Europa. Todavia, outras partes da Europa não se intimidaram, como se pode constatar na obra de Regiomontanus e Chuquet. Na Alemanha, os livros que tratavam de Álgebra foram abundantes a ponto de perdurar a palavra germânica *coss,* para representar uma incógnita; prevaleceu em outros territórios europeus, e o tema familiarizou-se como a "arte cóssica". Com isso, também, os símbolos germânicos que denotavam a adição e subtração acabaram sobrepondo os *p* e *m* italianos.

Die Coss, obra escrita em 1524 pelo renomado Rechenmeister, Adam Riese (1492-1559), compunha as inúmeras Álgebras alemãs. Foi considerado o autor alemão mais respeitado no movimento para substituir a antiga computação (no tocante ao ábaco e numerais romanos) pelo novo método em que se utilizavam pena e numerais indo-arábicos. Seus numerosos livros em aritmética foram tão influentes que a frase “nach Adam Riese” (segundo Adam Riese) se tornou corriqueira na Alemanha como um tributo à precisão em seus processos aritméticos. Em sua obra intitulada *Coss*, Riese faz menção a *Álgebra* de al-Khowarizmi e refere-se a inúmeros pioneiros alemães desta área.

No século XVI, em sua primeira metade, ergue-se uma enxurrada de Álgebras alemãs. Entre as de maior destaque estão *Coss,* de Christoph Rudolff; a *Rechnung,* de Peter Apian; e a *Arithmetica integra,* de Michael Stifel, sendo esta a mais importante de todas as Álgebras alemãs no século XVI. Foi assim considerada não somente por utilizar o triângulo de Pascal, mas, principalmente, pelo tratamento dos números negativos, radicais e potências.

De acordo com Boyer (1996), em 1575 a Europa Ocidental havia recuperado grande parte das principais obras Matemáticas da antiguidade ainda existentes na época. A Álgebra árabe foi completamente tomada e foi aperfeiçoada, tanto pela resolução das cúbicas e quárticas quanto por um uso limitado de símbolos, e a trigonometria ficou estabelecida como uma disciplina independente.

O período estava quase em equilíbrio para grandes evoluções, além dos subsídios antigos, medievais e renascentistas. Encontra-se na História da Matemática um alto nível de continuidade de uma época para a outra. A passagem da Renascença para o mundo moderno também se fez por meio de um elevado número de figuras intermediárias. Dentre essas se destacam Galileu Galilei e Bonaventura Cavalieri, provenientes da Itália; Henry Briggs, Thomas Harriot e William Oughtred, que eram ingleses; Simon Stevin e Albert Girard, que eram flamengos; John Napier, que era escocês; Jobst Bürgi, que era sueco, e Johann Kepler, que era alemão. Grande parte da Europa Ocidental cooperou com o desenvolvimento da Matemática, mas a mudança estava centrada na figura mais marcante e surpreendente desta modificação: François Viète ou, em latim, Franciscus Vieta.

Viète, que tinha formação em Direito – o que o possibilitou a tornar-se membro do parlamento da Bretanha, assim como, mais tarde, tornou-se membro do conselho do rei, primeiro Henrique III, depois Henrique IV – não era matemático por vocação, praticava Matemática por lazer. Enquanto servo de Henrique IV, obteve êxito ao decifrar as mensagens em código do oponente, sendo, assim, acusado pelos espanhóis de ter pacto com o demônio. Embora se dedicasse a Matemática apenas nos momentos vagos, Viète fez largas contribuições a diversos ramos, como Aritmética, Álgebra, Trigonometria e Geometria. Por um determinado período, que antecedeu a ascensão de Henrique IV, Viète estava em descrédito, então dispensou grande parte desses anos a estudos matemáticos.

Uma das principais contribuições de Viète foi ao campo da Aritmética, em especial na utilização de frações decimais ao invés de sexagesimais. Em *Canon-mathematicus* (1579), ele disse que "Sexagesimais e múltiplos de sessenta devem ser poucos, ou nunca usados, e milésimos e milhares, centésimos e centenas, décimos e dezenas, e progressões semelhantes, ascendentes e descendentes, usadas frequentemente ou exclusivamente." (VIÈTE, 1962, apud BOYER, 1996).

No entanto, sem dúvida, foi à Álgebra que Viète contribuiu largamente, pois nesse sentido se aproximou das ideias modernas. Sendo assim, Boyer (1996, p. 223) afirma que "a Matemática é uma forma de raciocínio e não uma coleção de truques, como Diofanto possuíra; no entanto, a Álgebra durante o tempo dos árabes e o começo do período moderno não tinha ido longe no processo de libertação do uso de tratar casos particulares".

Não haveria grandes avanços na teoria da Álgebra se o foco principal se pautasse em encontrar a "coisa" em uma equação com coeficientes numéricos específicos. Já se tinha, na época, símbolos e abreviações para uma incógnita e potências, assim como para operações e a relação de igualdade. Para indicar a quarta potência de uma quantidade desconhecida, Stifel chegou ao ponto de escrever *AAAA*, ou seja, a quantidade de letras indicava o grau da potência. Porém, não existia um delineamento em que fosse possível escrever uma equação que representasse, dentre uma classe toda de equações, tanto as quadráticas, quanto as cúbicas. Facilmente um geômetra podia representar todos os triângulos em um diagrama, mas um algebrista não possuía meios para representar uma equação que correspondesse a todas as equações do segundo grau.

Euclides já havia usado letras para representar grandezas, conhecidas ou não; também Jordanus fazia uso com frequência, mas ainda assim não tinha uma forma de definir grandezas supostas conhecidas, das desconhecidas que deveriam ser encontradas. Foi aí que Viète inseriu uma convenção tão comum quanto genial. Na Álgebra, utilizou uma vogal para significar quantias desconhecidas, ou que não se poderiam determinar, e uma consoante para significar uma grandeza ou um número hipotético conhecido ou dado. Sendo assim, esta é a primeira vez, na história da Álgebra, em que é apresentada uma diferenciação definida entre o importante conceito de parâmetro e a ideia de valor desconhecido.

Ainda que Viète tenha expandido os horizontes da Álgebra, sua forma, um tanto arcaica de pensar, o condicionou a não explorar ainda mais o simbolismo para representar as equações. Mesmo que cuidadosamente tivesse adotado os símbolos germânicos para as operações de adição e subtração, ou até mesmo utilizado símbolos diferentes para parâmetros e incógnitas, restringiu sua Álgebra a palavras e abreviações. Ou seja, ao representar a terceira potência de um valor desconhecido, poderia fazer uso do que Stifel já havia sugerido, isto é, apresentar a terceira potência como *AAA* ou então como A^3, ao invés disso utilizara a notação *A cubus*, ou para representar a segunda potência *A quadratus*. Para a multiplicação usava a palavra latina *in*, para a divisão usava a barra de fração, e para a igualdade usava a abreviação da palavra latina *aequalis*. Contudo, Boyer (1996) defende essa visão de Viète, ao dizer que “não é dado a um só homem fazer toda uma dada transformação; ela deve vir em passos sucessivos”.

Diante disso, pode-se notar que Viète inspirou outros matemáticos a aprimorar o que ele já havia iniciado. Harriot reativou a ideia de Stifel de representar, por exemplo, o quadrado de um valor desconhecido como AA. Este registro foi utilizado por Harriot em seu livro póstumo chamado *Arsanalyticae práxis*, impresso em 1631. Este título havia sido sugerido por uma obra precedente de Viète, que não fazia gosto da expressão árabe Álgebra. Ao tentar achar um sinônimo, Viète percebeu que, em problemas envolvendo a incógnita, comumente se praticava do modo de Papus e os mais antigos descreveram como análise. Isso quer dizer que, em vez de pensar partindo do que é conhecido para o que se queria determinar, os algebristas sistematicamente pensavam a partir da hipótese que o valor desconhecido tivesse sido dado e inferiam uma conclusão necessária da qual o valor desconhecido pudesse ser estabelecido. Assim, Boyer explica

> Em símbolos modernos, se queremos resolver $x^2 - 3x + 2 = 0$, por exemplo, partimos da premissa de que existe um valor de x que satisfaz à equação; dessa hipótese tiramos a conclusão necessária que $(x - 2)(x - 1) = 0$ de modo que está satisfeita ou $x - 2 = 0$ ou $x - 1 = 0$ (ou ambas as coisas), logo que necessariamente x é 2 ou 1. No entanto, isso não significa que um, ou ambos, desses números satisfazem à equação a menos que se possam inverter os passos do desenvolvimento do raciocínio. Isto é, a análise dever ser seguida de demonstração sintética. (BOYER, 1996).

A enorme gama de obras de Viète abrange trabalhos de Trigonometria, Álgebra e Geometria, merecendo destaque as principais *Canon mathematicus seu ad triangula* (1579), *In artem analyticam isagoge* (1591), *Supplementum geometriae* (1593), *De numerosa potestatum resolutione* (1600) e *De aequationum – recognitione etemendatione* (trata-se de uma publicação póstuma em 1615).

Em 1631, ano em que veio à tona o trabalho póstumo de Harriot acerca da Álgebra, surgiu também a primeira edição da popular *Clavis mathematicae,* de Willian Oughtred, trabalho que aborda Aritmética e Álgebra, que disseminou o conhecimento matemático na Inglaterra. Oughtred contribuiu grandemente em seus escritos dando destaque à simbologia Matemática, apresentando mais de 150. Alguns deles resistiram ao tempo e ainda são utilizados, como o sinal da multiplicação (x), os quatro pontos utilizados na proporção (::) e o de diferença (~). Por se assemelhar com o x, o sinal da multiplicação não foi empregado de imediato, como Leibniz desejava. Mesmo Oughtred tendo tido a oportunidade de utilizar o ponto (.) para caracterizar a multiplicação, esse símbolo não foi usado até Leibniz aderi-lo. (EVES, 2002).

Afamado como Idade Áurea da Matemática, o século XIX apresentou grandes marcos à História da Matemática. Este século, também, à exceção da

Idade Heroica na Grécia antiga, foi o mais inovador. Neste período histórico, é que se difundiu a Álgebra abstrata. Considerado o “Euclides da Álgebra”, Peacock debruçou suas ideias na obra de Augustus De Morgan, que o auxiliou na fundação da British Association for the Advancement of Science, em 1831, e de certo modo se juntou a Peacock para construir uma “escola inglesa” de Matemática. Peacock foi considerado um profeta na evolução da Álgebra abstrata. Para Peacock, os símbolos representavam números ou grandezas, mas De Morgan preferia mantê-los abstratos. Mantinha sem definição as letras e os símbolos de operação: letras como A, B, C poderiam exprimir virtudes e vícios e + e – significavam recompensas e castigos (BOYER, 1974, p.421).

Em 1854, surgiu o que é considerado um clássico na História da Matemática, *An Investigation into the Laws of Thought,* de Boole. Este, por sua vez, alastrou e elucidou as ideias expostas em 1847, indicando a lógica formal, ao mesmo tempo de uma nova Álgebra, denominada Álgebra de Boole ou Álgebra dos conjuntos, ou ainda Álgebra da lógica. Foi Boole quem usou as letras x, y, z, entre outras, para representar subconjuntos de coisas, tais como números, pontos, ideias ou outros, selecionados de um conjunto universal cuja totalidade ele indicava pelo símbolo ou “número” 1. Boole demonstrava que sua Álgebra permitia um algoritmo simples para raciocínios silogísticos. Atualmente a Álgebra Booleana é muito utilizada tanto por matemáticos puros como por outros que a empregam em problemas de seguros e de teoria da informação.

Boyer (1974) coloca que foram poucas as mudanças nas notações desde os tempos de Boole, mesmo que seus princípios fundamentais tenham sido estabelecidos há muito tempo.

Embora tenhamos apresentado uma pequena fração do que poderia ser considerado o movimento de construção da Álgebra, ao trazermos alguns de seus fragmentos, o fazemos na perspectiva de expressar que a mesma foi se constituindo ao longo do tempo pela contribuição de muitas ideias. Muitas delas são utilizadas até hoje no ensino de Álgebra, o que reitera a importância de conhecermos sobre sua constituição para conseguirmos enfrentar os desafios de seu ensino, assunto sobre o qual trataremos a seguir.

2.2.3 Desafios e dificuldades com o Ensino da Álgebra

Entende-se que conceitos matemáticos, enquanto construção histórica humana, compõem meios de informação cultural, sociológica e antropológica, os quais são fundamentais no processo formativo. Assim, olhar para a organização lógico-histórica da Matemática se caracteriza como um resgate da identidade cultural.

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (PCN, 1998, p. 42)[10].

A possibilidade de olhar para a História da Matemática permite a compreensão de que, hoje, contamos com recursos e progressos científicos graças à bagagem cultural de gerações passadas, o que nos leva a entender o porquê de alguns povos preservarem certas culturas. Mas esse olhar não pode ser factual e sim deve permitir compreender todo o movimento lógico, pois, na perspectiva de Kopnin (1978, p.186), o estudo da história do desenvolvimento do objeto deve criar premissas indispensáveis para uma compreensão mais profunda de sua essência.

Assim, temos ciência de que, pelas limitações desse espaço, trouxemos apenas breves apontamentos. Porém, esperamos que esses possam subsidiar a compreensão de que a contribuição de diversas pessoas, de diferentes povos, em diferentes épocas, levou à importância da socialização desse conhecimento para o seu desenvolvimento e que esse se perpetua na educação escolar, na medida em que concordamos com educadores matemáticos e outros estudiosos que admitem as contribuições da linguagem algébrica na formação das funções psicológicas superiores. Nesse sentido, Vygotsky[11] (1987, *apud* LANNER, 2005, p. 45) diz que

---

[10] Referenciamo-nos nos Parâmetros Curriculares Nacionais, por se tratarem, até o presente momento, dos documentos oficiais Curriculares.

[11] O nome desse autor apresenta diferentes grafias. Neste trabalho, adotaremos “Vygotsky”, com exceção de referências a obras em que aparece de modo diferente.

> [...] pelo aprendizado de álgebra, a criança passa a compreender as operações aritméticas como casos particulares de operações algébricas. Isso dá à criança uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada de suas operações com quantidades concretas. [...] a álgebra livra o pensamento da criança da prisão das relações numéricas concretas e o eleva ao nível mais abstrato [...].

MacGregor (2004) faz alguns apontamentos acerca da Álgebra, além desse aspecto destacado por Vygotsky, referente à promoção do desenvolvimento do pensamento através de ações como a generalização e o raciocínio dedutivo. Conforme o autor, caracteriza-se como uma ferramenta capaz de solucionar certos tipos de problemas; é um elemento fundamental da alfabetização matemática; é necessário para estudos matemáticos a nível superior, além de auxiliar alguns tipos de carreira profissional, e é parte essencial dos conhecimentos gerais que o indivíduo precisa para seu convívio social.

Ainda que a Álgebra tenha tamanha importância dentro do contexto escolar e, consequentemente, no desenvolvimento dos estudantes, esta não tem sido abordada de maneira que se torne acessível para os mesmos. Ao contrário disso, tem sido apontada como uma das origens do desinteresse dos alunos em relação à apreensão do conhecimento matemático afetando, assim, sua aprendizagem. Uma vez que o aluno perceba esse conhecimento apenas como uma forma de operação de símbolos, se perde inteiramente a sua importância, desconectando-o de sua função social.

Para Lins e Gimenez (1997), é necessário que haja um olhar diferenciado tanto ao ensino quanto à aprendizagem da Álgebra, bem como ao pensamento matemático generalizado. Tendo em vista a compreensão e a transposição do ensino às transformações do mundo e não apenas o conteúdo matemático de maneira obsoleta, eles ainda frisam que atualmente o objetivo fundamental da educação algébrica deve ser de tentar equilibrar três frentes:

> i) O desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas 10 habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar soluções;
> ii) O desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar), o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização;
> iii) O aprimoramento de atividades técnicas, isso é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 165).

Nota-se, no percurso histórico da Álgebra, sua forte relação com a Aritmética. No entanto, o que é aprendido em Álgebra está desassociado do que é aprendido em Aritmética dando uma ideia de segmentação de conteúdo, o que torna o processo de aprendizagem ineficiente, porém, para isso, “é preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. (LINS; GIMENEZ, p.10, 1997). É essencial que o professor não perca o foco no objetivo de garantir a aprendizagem no tocante ao pensamento algébrico, bem como ao aritmético.

Para Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde que a Álgebra foi inserida no currículo, no Brasil, até meados da década de 1960, predominou-se um ensino que se caracterizava por ser mecanizado, ou seja, uma reprodução do que era dado, sem compreensão, em que tudo era elementar e sem clareza até o Movimento da Matemática Moderna. A partir desse movimento, alguns elementos referentes à Matemática foram agregados, como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas. Diante dessas e das demais convicções apresentados por Lins e Gimenez (1997), é possível assimilar que a sequência lógica do ensino seria estudar Aritmética, Álgebra e Geometria, respectivamente, apresentando aos alunos a devida conexão entre as áreas de conhecimento. Por isso, a Álgebra ganhou bastante destaque na Matemática Moderna, pela maneira como ela conseguiu relacionar campos da Matemática. A inquietação principal da Matemática Moderna era vencer a forma mecânica e clássica no ensino da Álgebra.

Segundo Lins e Gimenez (1997), a Álgebra intenta a apresentação de ocorrências comuns, ou seja, ela é a procura de uma generalização de um estipulado problema. Por isso, a finalidade de ampliar o estudo da Álgebra na sala de aula é investigar e impulsionar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico, *“a atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra”* (LINS E GIMENEZ, 1997, p.137).

Contudo, apesar da expressiva importância que a Álgebra tem dentro do ensino da Matemática, são perceptíveis as dificuldades que se tem em fazer uma reflexão sobre a organização do seu ensino de modo a promover o aprendizado dos alunos. Sobre isso discutiremos no item a seguir.

1.2.4 A Organização do Ensino acerca dos conceitos algébricos para a promoção da Aprendizagem

Existem diversas razões às quais as dificuldades com o ensino de Álgebra podem estar relacionadas. Essas razões podem ser do próprio aluno ou do método de ensino do professor e, associadas a outros fatores específicos da escola (disciplina, organização, plano de estudos, falta de professores, sistema em geral), compõem um aglomerado das mais diversas razões epistemológicas, sociais, culturais, administrativas, psicológicas, etc. (SOUZA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p.169). Nesse sentido, faz-se importante que haja uma reflexão tanto sobre a organização do ensino da Álgebra, quanto sobre os motivos das dificuldades relacionadas a ele.

Souza, Panossian e Cedro (2014, p.170) lembram que *"*O conhecimento algébrico, como conhecimento científico, requer para sua aprendizagem ações intencionais e próprias do pensamento teórico*".* Assim, o objetivo do ensino deve ser o fundamento dos conceitos algébricos. Esse fundamento pode ser achado nos estudos investigados sobre o movimento lógico e histórico dos conceitos.

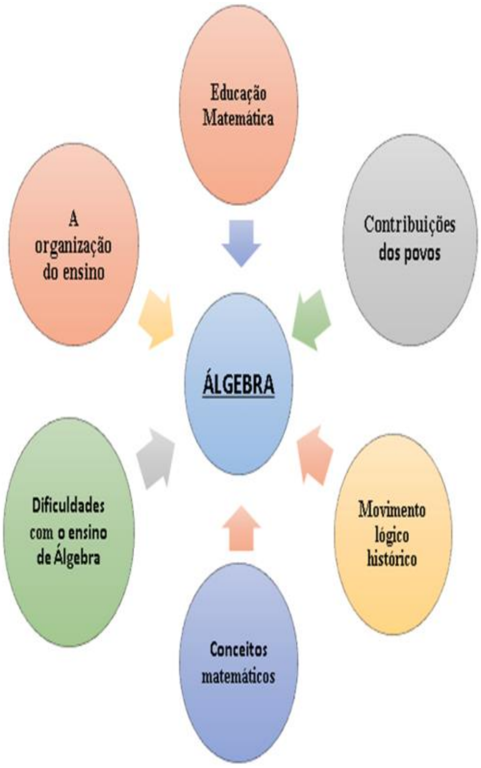
De acordo com os autores citados,

> a álgebra na condição de ciência foi avançando, ultrapassando limites e contribuindo para que a Matemática se constituísse no conhecimento que é hoje, sistematizado e fundamentado para outros ramos de conhecimento científico. (...) A compreensão da álgebra como a ciência que trabalha com as grandezas de forma abstrata reforça a necessidade de atribuir significados ao sistema simbólico-algébrico-matemático. (SOUZA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p.170).

A organização do ensino de Álgebra necessita de diversas situações, as quais incluem, também, situações epistemológicas, ou seja, aquelas vinculadas ao entendimento do próprio ramo de conhecimento. É difícil entender o que é Álgebra sem percorrer o movimento lógico e histórico e considerar como se deu o desenvolvimento ao longo da experiência histórica da humanidade, isto é, não se pode compreender sem dimensionar a totalidade, a fluência e a correlação do conhecimento. (SOUZA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014).

Acerca disso, a figura 1 representa a convergência dos conceitos discorridos, ao longo deste capítulo, sobre a Álgebra.

Figura 1 Síntese do capítulo 2



Esquematização produzido pela autora

Reforçamos que a totalidade permite a compreensão do que é humanização pelo conhecimento, pois o que prevalece é a totalidade e não a segmentação das coisas. Quando não se entende a totalidade, não se entende o que é humanização. O ser humano se desliga ao adentrar em fragmentos do conhecimento, ou seja, o pensamento em partes é uma ideia utópica que guia a ação do homem. Assim, a segmentação é a solução que o homem alcança em razão da sua ação, ao invés da totalidade.

É importante que o homem tenha a noção da ação do pensamento fragmentado para que possa eliminá-lo, pois fazendo isso a totalidade passará de aspiração a realidade. Através do movimento lógico-histórico do conceito é que a perspectiva do ensino da Álgebra procura superar a fragmentação. Pois, assim, envolve o sujeito no processo de humanização, primando pela atividade humana e a construção do conhecimento científico como suporte para o seu absoluto progresso.

Além disso, há uma apreciação da conexão entre a Matemática e o fato concreto que existe no encadeamento de aquisição do conhecimento. Dessa forma, não se trata apenas de um levantamento histórico, mas sim de uma busca pelo centro do movimento conceitual, isto é, uma busca pelo lógico do conceito. (SOUZA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014)

A partir dessa perspectiva, norteamos[12] a organização de nossas ações nesta pesquisa, buscando investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau. Nesse sentido, no próximo capítulo, trazemos aspectos relativos à educação, a partir de nossos pressupostos teóricos.

[12] Em determinados momentos, o texto aparece na 1ª pessoa do plural por entender que esta pesquisa é fruto de um trabalho coletivo.

3. UM OLHAR PARA A EDUCAÇÃO SOB A LUZ DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL:APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Por se tratar de uma pesquisa sobre Ensino e Aprendizagem, escolhemos norteá-la na perspectiva da Teoria Histórico–Cultural, especialmente no que se refere à Teoria da Atividade, a qual é a principal referência da Atividade Orientadora de Ensino, eixo central no qual pautamos nosso trabalho.

Conforme Paro (2010), o homem, por produzir cultura, se torna responsável pela história, sendo sujeito que possui vontade. Aí é que se encontra a primordialidade da educação, pois o homem nasce totalmente destituído de qualquer traço cultural, porém se constitui autor da história pela produção da cultura.

> A educação como apropriação da cultura apresenta-se, pois, como *atualização histórico-cultural*. [...] Significa que ele vai se tornando mais humano (histórico) à medida que desenvolve suas potencialidades, que à sua natureza vai acrescentando cultura, pela apropriação de conhecimentos, valores, crenças, habilidades artísticas etc. É pela apropriação dos elementos culturais, que passam a constituir sua personalidade viva, que o homem se faz humano-histórico (PARO, 2010, p.25, grifos do autor).

A Teoria Histórico- Cultural tem em Vygotsky seu maior expoente.(NÃO ENTENDI ISSO AQUI)

3.1.Teoria Histórico-Cultural por Lev Semenovich Vygotsky (2014)

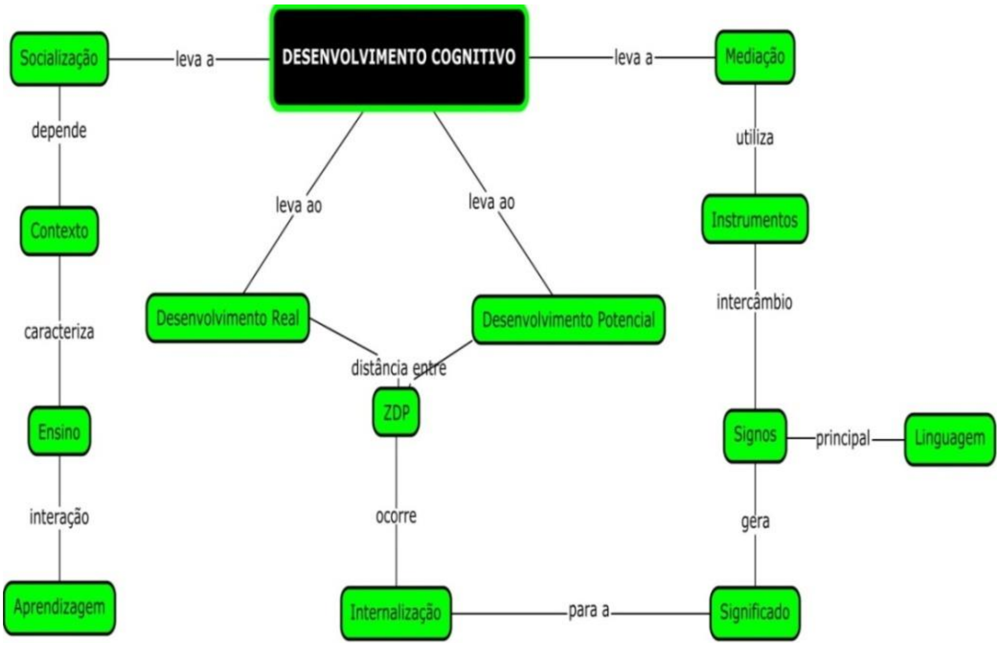
> Todas as funções psicointelectuais superiores aparecem duas vezes no decurso do desenvolvimento intelectual da criança: a primeira vez, nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções interpsíquicas: a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas. (VIGOTSKI, 2014, p. 114, grifo do autor).

A partir dessa citação, entendemos que todas as funções psicológicas superiores são derivadas das relações entre os indivíduos, primeiramente em um nível social (na interação entre pessoas), após, em um nível individual (relação introspectiva). Sendo assim, baseadas nas operações com signos e instrumentos, as formas culturais de comportamento são internalizadas pelo homem. “A internalização das atividades social e historicamente desenvolvidas compõe a qualidade peculiar da psicologia humana; é o princípio do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana". (VYGOTSKY, 1998, p. 76).

Asbahr (2011), em seu estudo sobre a psicologia Histórico-Cultural, ressalta que o encadeamento da internalização não se baseia apenas na transição do mundo externo para o mundo interno, mas sim na mudança estrutural da relação do indivíduo com o mundo. Implica na formação das funções psicológicas superiores, o que se configura como um avanço qualitativo que o psiquismo do homem dá em relação à psicologia animal.

A partir da interação do indivíduo em práticas sociais é que se formam os processos psicológicos superiores, aproveitando-se de instrumentos mediadores. Assim, "*alguma diferenciação na natureza de tais atividades sociais e nas características dos instrumentos mediadores e de seu uso deveria explicar as diferenças na constituição de processos superiores 'rudimentares' ou 'avançados'*" (BAQUERO, 2001, p. 74, grifo do autor), isto é, terá de ser capaz de corresponder às peculiaridades distintas dos processos de desenvolvimento de acordo com cada situação social diferente.

Figura 1: Teoria de Vygotsky



Esquematização da autora

Nessa conjuntura, é de extrema importância o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)[13], a partir do qual percebemos as conexões entre o processo de desenvolvimento e a aprendizagem. O intervalo entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial é o que define a ZDP. O nível de desenvolvimento real consiste naquilo que o indivíduo consegue fazer por si próprio, ou seja, é aquele das funções psicológicas superiores do indivíduo que se totalizou como culminância de um processo de desenvolvimento já efetivado. Enquanto que o nível de desenvolvimento potencial configura-se como os próximos passos no desenvolvimento do indivíduo (BAQUERO, 2011).

Quanto a isso, Vygotsky diz que

> A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente. (VIGOTSKI, 1998, p. 113)

Vygotsky (2009) afirma que a aprendizagem é um momento essencialmente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não naturais, mas formadas historicamente. Esse processo de humanização se concretiza no sujeito por meio das atividades por ele desenvolvidas.

3.2 Teoria da Atividade Alexei Nikolaevich Leontiev

> Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 2014, p. 68)

O termo atividade, nessa teoria, tem uma conotação diferente do que normalmente se utiliza. De acordo com Leontiev (2014), não é qualquer ação que é assim chamada e, a fim de elucidar esse processo, o autor apresenta um exemplo clássico. Analisemos um estudante que se prepara para o exame e

---

[13] De acordo com as diferentes traduções das obras de Vygotsky, encontramos também: Zona de Desenvolvimento Proximal, Próxima ou Iminente.

realiza a leitura de um livro de história, isso pode caracterizar-se como um processo para chamarmos de atividade? A resposta para esta pergunta não é prontamente detectável, pois o processo exige saber o que ele significa para o próprio indivíduo.

> Admitamos que um colega de nosso estudante lhe diga que o livro que está lendo não é absolutamente necessário para o exame. Poderá então ocorrer o seguinte: o estudante poderá imediatamente pôr o livro de lado, poderá continuar sua leitura ou talvez desistir da leitura com relutância, com pena. Nos dois últimos casos é óbvio que aquilo que dirigiu o processo de leitura, isto é, o conteúdo do livro, estimulou por si mesmo o processo, em outras palavras o conteúdo do livro foi o motivo. Dizendo de outra forma, alguma necessidade especial do estudante obteve satisfação no domínio do conteúdo do livro – uma necessidade de conhecer, de entender, de compreender aquilo de que tratava o livro. (LEONTIEV, 2014, p.68)

É evidente que, no primeiro caso, o que motivou o estudante não era o conteúdo do livro por si, mas sim a necessidade de ser aprovado no exame, isto é, o direcionamento da leitura não condizia com aquilo que o levara a ler. Nesse caso, Leontiev considera a preparação para o exame como atividade e não a leitura do livro por si mesmo.

O que diferencia uma atividade de outra é o seu objeto, é ele que confere à atividade um determinado sentido, “el objeto de La actividad es su motivo real” (LEONTIEV, 1983, p. 83). Desse modo, o conceito de atividade está necessariamente atrelado ao conceito de motivo. A atividade não se sustenta sem que haja um motivo, o que existe são atividades com motivação subjetiva e objetivamente oculta, porém a atividade pode atender a dois ou mais motivos ao mesmo tempo.

> Em efecto, las acciones humanas siempre realizan objetivamente cierto conjunto de relaciones: com relaciónal mundo objetal, a las personas circundantes, a la sociedade y a sí mismo. Así, la actividad laboral está socialmente motivada, mas, es también regulada por motivos tales como, digamos, la remuneración material. (LEONTIEV, 1983, p.165-166)

Mesmo coexistindo, esses diferentes motivos na atividade encontram-se em planos diferentes. Ao incitar a atividade, alguns motivos dão a ela um sentido pessoal, o que Leontiev (1983) denomina como *motivos geradores de sentido,* os demais motivos são impulsionantes – positivos ou negativos – os quais são denominados *motivos-estímulos*[14]. O processo de disposição entre os motivos nas ligações que se formam dentro da atividade do indivíduo nos possibilita perceber uma relação hierárquica que se forma por suas mediações e se faz relativa.

> Dentro de la estructura de cierta actividad, un motivo dado puede asumir la función de conferir sentido; y dentro de otra, la función de una estimulación complementaria. Pero, los motivos dotantes de sentido ocupan siempre un lugar jerárquicamente superior, incluso cuando no posean una fuerza afectiva directa. (LEONTIEV, 1983, p. 167)

Denomina-se processo de ação quando o motivo não coincide com objeto. As ações, componentes fundamentais na atividade, estão “a serviço” da representação do resultado que deverá ser alcançado, ou seja, estão subordinadas a um objetivo consciente. Para Leontiev, “Del mismo modo que el concepto de motivo se relaciona con el concepto de actividad, así también el concepto de objetivo se relaciona con el concepto de acción” (1988, p. 83).

É relevante ressaltar que uma mesma ação pode constituir diferentes atividades, bem como pode passar de uma atividade à outra, pois tem uma independência relativa. Por isso, Leontiev define que

> la actividad regularmente es realizada mediante un cierto conjunto de acciones subordinadas a objetivos parciales, que pueden ser sustraídas del objetivo general; en este caso, la característico de los grados superiores de desarollo consiste en que el papel de objetivo general lo realiza un motivo consciente, que se transforma en virtud de su carácter consciente en un motivo – objetivo. (LEONTIEV, 1983, p. 85)

De acordo com o autor, a ação que o indivíduo efetua atende a uma tarefa: o objetivo dado ante condições determinadas. E é por isso que a ação ostenta qualidade própria, que são as formas e métodos pelos quais ela acontece. São denominadas de operações as formas de realização da ação.

> Por operações, entendemos o modo de execução de um ato. Uma operação é o conteúdo necessário de qualquer ação, mas não é idêntico a ela. Uma mesma ação pode ser efetuada por diferentes operações e, inversamente, numa mesma operação podem-se, às vezes, realizar diferentes ações: isto ocorre porque uma operação

---

[14] Em outras obras, os motivos-estímulos são denominados “motivos apenas compreensíveis” (motivos-estímulos) e “motivos eficazes” (motivos geradores de sentido), essa disparidade ocorre por questões de tradução. Optamos nesse estudo pelo modo que entendemos explicar de forma mais clara o significado dos motivos que coexistem na atividade.

> depende das condições em que o alvo da ação é dado, enquanto uma ação é determinada pelo alvo. (LEONTIEV, 2014, p. 74)

Dessa forma, as operações baseiam-se pelo aspecto operacional (a forma que pode ser alcançada) da ação, elas não estão definidas no objetivo em si, mas pelas condições objetivas para alcançá-la. Regularmente as operações são elaboradas socialmente e por vezes não estão manifestamente declaradas em meios materiais e ações como instrumentos. A fim de esclarecer, Leontiev (1983) utiliza como exemplo a calculadora; nela estão imobilizadas operações já conhecidas de cálculo, por isso grande parte das operações dentro da atividade humana são resultado do ensino e do domínio de formas e meios de ação elaborados socialmente.

Para Leontiev (2009), as operações e ações divergem quanto à sua origem, dinâmica e destino. Conforme o autor,

> la génesis de la acción está conectada a la sucesion de las actividades y la “intrapsicologización” de estas últimas generalaacción, que se da como resultado de su incorporación a otra acción y a una mayor “tecnificácion” de aquélla. (LEONTIEV, 2009, p. 62).

No que se refere à estrutura da atividade, ela possui um formato hierárquico. Cedro (2008), fundamentado em Leontiev, explica que a atividade está em um nível superior e absolutamente ligada e guiada pelos motivos e pelas necessidades. Porém, as ações são norteadas pelos objetivos e, por fim, as operações são orientadas pelas condições objetivas e subjetivas.

A partir da Teoria da Atividade de Leontiev, tendo por preocupação o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar, Moura (2010) desenvolveu o conceito de Atividade Orientadora de Ensino.

3.3 Atividade Orientadora De Ensino: Promovendo a Aprendizagem através de situações desencadeadoras de Aprendizagem

> A atividade é orientadora no sentido em que é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que durante todo o processo sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza acerca da coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos. Esse modo de conceber o ensino pressupõe também que seja gerada nos estudantes a necessidade de se apropriar de conceitos, o que se concretiza na situação desencadeadora da aprendizagem. O objetivo principal desta é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da

> solução de um problema que o mobilize para atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos. (MOURA, et al., 2010, p. 17).

A escola é um espaço em que o estudante pode ter a possibilidade de atingir o pensamento teórico ao tomar posse da cultura humana e, assim, expandir o seu entendimento sobre o mundo e sua função social, não se detendo apenas às suas experiências. Nesse sentido, o professor é o mediador dos conhecimentos produzidos pela humanidade e a atividade do aluno.

> A atividade de ensino, como o modo de objetivação da aprendizagem, é uma organização do professor, que tem como intencionalidade proporcionar condições para que os que a realizam se apropriem de conhecimentos que consideramos relevantes para o bem viver. Ao ensinar, o professor, como parceiro mais capaz, na perspectiva vygotskiana, e com uma responsabilidade outorgada por uma comunidade, deverá ter como intencionalidade proporcionar àqueles que chegam ao grupo a apropriação de instrumentos simbólicos que lhes permitam interagir e produzir nessa comunidade. (MOURA, 2013, p.110)

Compreendemos que a função social da escola, ao educar o indivíduo para o convívio em sociedade, é possibilitar que o estudante desenvolva um pensamento teórico, a partir da atividade de estudo, pautada em conhecimentos teóricos e não exclusivamente empíricos.

De acordo com Rosa et al. (2010, p. 67), o tipo de pensamento que a organização do ensino permite ao estudante desenvolver é um dos fatores reveladores de como o conhecimento é apropriado dentro do ambiente escolar. Ao apreender o conhecimento científico, o indivíduo tem condições de atribuir novos significados para o mundo, amplificar e transformar suas formas de interagir com a realidade ao seu redor, o que “permite a ele modificar a forma e o conteúdo do seu pensamento”. Assim,

> [...] embora o sujeito possa se apropriar dos mais diferentes elementos da cultura humana de modo não intencional, não abrangente e não sistemático, de acordo com suas próprias necessidades e interesses, é no processo de educação escolar que se dá a apropriação de conhecimentos, aliada à questão da intencionalidade social. (MOURA et al., 2010, p. 89).

Dessa forma, consentimos com Rigon, Asbahr e Moretti (2010) quando indicam que pensar em uma “educação humanizadora” implica considerar o trabalho como mediação necessária no processo de constituição dos sujeitos, e não apenas como fim em si mesmo. A Educação Matemática compõe esse processo de humanização na medida em que compreendemos que ela coopera com a constituição do ser em sua dimensão social.

Ao refletirmos sobre o ensino de Matemática, é importante estabelecermos como objetivo principal inserir o estudante na solução de problemas, cujo propósito seja atender a uma certa necessidade, à semelhança do que pode ter ocorrido num dado momento histórico da humanidade. Todavia, isso só acontece se procurarmos a essência de dado conhecimento matemático. Segundo Kopnin (1978, p. 184), “para revelar a essência do objeto é necessário reproduzir o processo histórico-real de seu desenvolvimento, mas este é possível apenas se conhecermos a essência do objeto”.

Fundamentado nos pressupostos teóricos apresentados e a partir da estrutura de atividade proveniente de Leontiev, Moura (2010) propõe a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como encaminhamento metodológico para o ensino de Matemática, o qual guia as ações das aulas de Matemática. A AOE

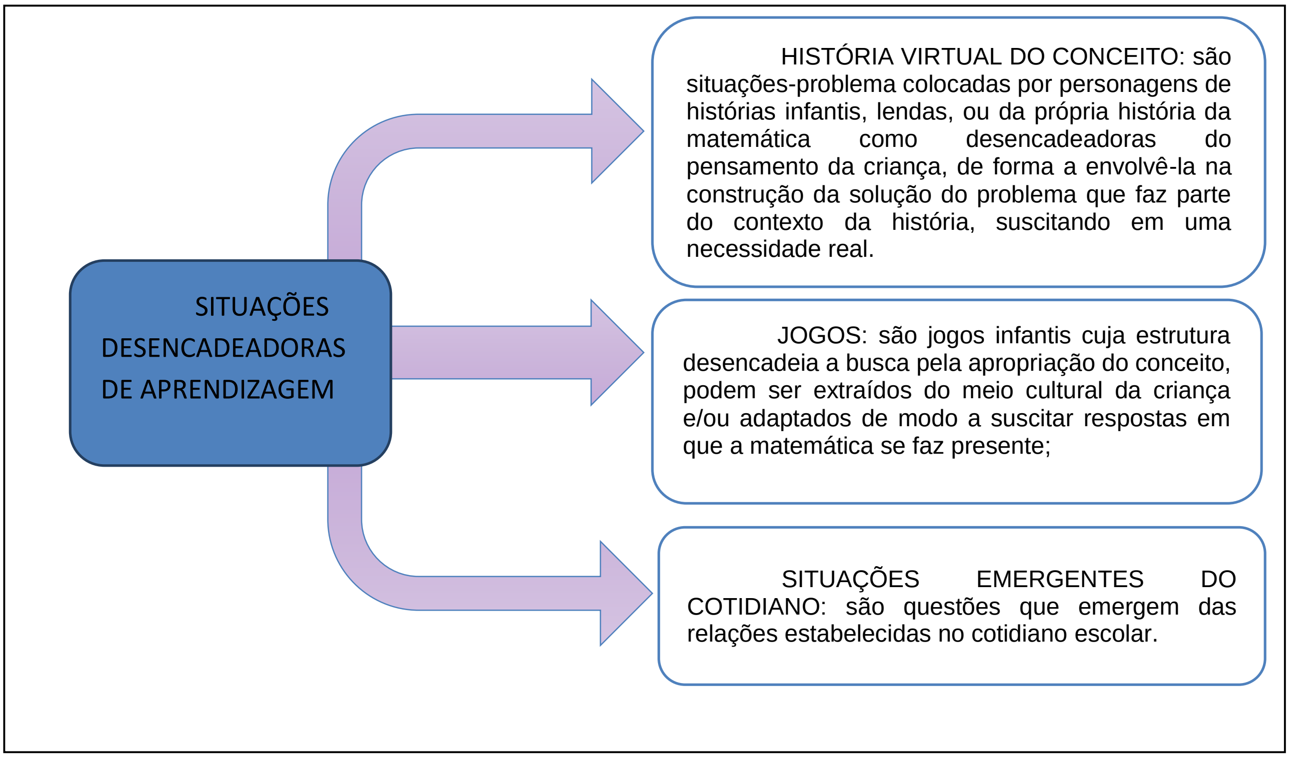
> [...] respeita os diferentes níveis dos indivíduos e que define um objetivo de formação como problema coletivo é o que chamamos de atividade orientadora de ensino. Ela orienta um conjunto de ações em sala de aula a partir de objetivos, conteúdos e estratégias de ensino negociado e definido por um projeto pedagógico. Contém elementos que permitem à criança apropriar-se do conhecimento como um problema. E isto significa assumir o ato de aprender como significativo tanto do ponto de vista psicológico, quanto de sua utilidade. (MOURA, 2010, p. 32)

Acentuamos três elementos da AOE importantes para nortear a ação do professor, como uma forma geral de organização do ensino, são eles: a síntese histórica do conceito, a situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) e a síntese da solução coletiva.

> A dimensão histórica é considerada dentro da atividade orientadora de ensino como uma das formas de perceber o processo sócio-cultural do conceito; neste sentido significa conceber o conceito inserido em uma história na qual homens e mulheres, diante de necessidades objetivas, buscam e elaboram soluções. (CEDRO, 2004, p.117)

Na Figura 2, apresentamos uma síntese dos possíveis modos de organização das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

Figura 2: Situações Desencadeadoras de Aprendizagem



Fonte: Vaz (2013)

Ao desempenhar um estudo na busca pela apropriação do movimento lógico e histórico do conceito a ser trabalhado, o professor apropria-se da síntese histórica do conceito que auxilia a organização da situação desencadeadora de aprendizagem. Isto é, nessa forma geral de organizar o ensino – que é a AOE – , o professor deve investigar a essência do conceito a ser desenvolvido com os estudantes.

A situação desencadeadora de aprendizagem – independente do recurso metodológico a ser utilizado – deve “conduzir” o estudante à mesma necessidade a qual a humanidade foi desafiada a criar o conhecimento matemático em questão, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico. Para isso, organizar o ensino nessa perspectiva pressupõe a apropriação da síntese histórica do conceito, que possibilita ao professor perceber não apenas a dinâmica de concepção do conceito, mas também a contribuição das relações sociais para a criação e a solução de problemas.

O principal objetivo da atividade de ensino é fazer com que os estudantes desenvolvam o pensamento teórico, o que, para Davydov (1982), expressa-se no processo de formação de conceitos aliado aos processos de generalização e abstração. Neste tipo de pensamento busca-se que o objeto do conceito esteja em movimento e, de acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 95), “formar um conceito significa reproduzir mentalmente seu conteúdo, bem como compreender sua essência.”

Ainda de acordo com os autores supracitados, o pensamento teórico envolve os nexos conceituais e o movimento lógico-histórico do objeto a ser estudado. Os nexos conceituais constituem-se como o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito. Assim, os nexos conceituais que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento. Ou seja, “os nexos conceituais são lógico-históricos e se apresentam no movimento do pensamento tanto daquele que ensina como daquele que aprende”. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 97).

Em se tratando da Álgebra, consideram-se a fluência, a variável, o campo de variação e a igualdade, nexos conceituais importantes para a apropriação dos conceitos a ela relacionados.

Configura-se como encaminhamento metodológico, no desenvolvimento da AOE, a síntese da solução coletiva, quando os estudantes estruturam coletivamente uma solução matematicamente correta ao problema desencadeador proposto, que “se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto.” (MOURA et al., 2010, p. 106).

Apresentados os pressupostos que norteiam nossa pesquisa, a seguir traremos os seus encaminhamentos.

4. O MOVIMENTO DA PESQUISA: OS ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Nos capítulos anteriores, apresentamos os aspectos teóricos norteadores de nossa pesquisa. Denotamos, brevemente, o movimento da História da Educação Matemática no mundo e suas fases e influências na educação no Brasil, a trajetória lógico-histórica da Álgebra, bem como de outros conceitos que influenciaram em sua concepção, ao longo de diferentes épocas em diferentes civilizações, as dificuldades e desafios encontrados com o ensino dessa temática nos dias atuais e a organização do ensino para promoção da aprendizagem.

Este capítulo trata da metodologia que utilizamos, a qual corrobora com os aportes teóricos descritos no capítulo anterior. Retomamos nosso problema de pesquisa, ações investigativas e, também, apresentamos o panorama geral da pesquisa, os protagonistas e as atividades configuradas como situações desencadeadoras de aprendizagem.

4.1 – O panorama geral da pesquisa

Levando em consideração a intenção de analisar a aprendizagem dos alunos quanto ao conceito de Álgebra, em específico, Equação do 1º grau, esta pesquisa visa responder ao seguinte problema: Partindo do movimento lógico-histórico da Álgebra, em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem?

Para isso foi traçado o objetivo de investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

A fim de alcançar esse objetivo geral, foram elencadas as seguintes ações investigativas:

- Pesquisar elementos do movimento lógico-histórico que contribuíram para a construção da Equação do 1º Grau;
- Identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes no desenvolvimento das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

Essa investigação foi realizada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, no município de Novo Cabrais/RS e contou com a participação de 35 alunos de duas turmas de 7º ano, no geral, com idade entre 12 e 15 anos, dos quais a professora pesquisadora é professora. Faremos referência às turmas como 7º A e 7º B. Ao efetuar a matrícula na Escola, os pais assinam um termo, o qual autoriza o uso de imagem dos alunos, por se tratar de menores de idade. Contudo, elaboramos um termo de consentimento livre e esclarecimento para utilização tanto das imagens quanto das gravações em áudio e vídeo.

Entendendo as possibilidades de uma pesquisa em Educação Matemática, contribuir com a formação de todos os envolvidos levou-nos a estabelecer o objetivo formativo de organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre Equação do 1º grau a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem.

Na tentativa de compreender estes movimentos durante a pesquisa e, também, a fim de organizar o que julgamos relevante nas ações desenvolvidas, adotamos alguns procedimentos metodológicos que serão apresentados neste capítulo e que estão sintetizados no Apêndice B.

As situações desencadeadoras de aprendizagem que serão descritas no decorrer deste capítulo, embora tenham sido organizadas pela pesquisadora, foram discutidas durante os encontros do grupo (GepeMat). Estas SDA compuseram um experimento formativo, o qual os alunos participaram.

Tal experimento tomou por base a proposta de Souza[15] (2014) e a organização de um espaço formativo envolvendo esses alunos. Este foi constituído a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem, organizadas a partir dos princípios da Atividade Orientadora de Ensino, cada uma delas buscando atender a um nexo conceitual algébrico e a um objetivo específico, seguindo o cronograma que podemos observar no quadro a seguir.

Quadro 1: Situações, nexos e objetivos

[15] A proposta de Souza trata-se de atividades com caráter de SDA que estão no livro *Do Movimento lógico histórico à organização do ensino*, o qual conta também com os autores Maria Lúcia Panossian e Wellington Lima Cedro.

SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM	NEXOS CONCEITUAIS	OBJETIVOS	DATA	TURMA	Nº DE AULAS
“Quantificando o desconhecido”	Fluência	Estimular nos estudantes a ideia de movimento.	08/11/2016	7º A	2h/a
			08/11/2016	7º B	1h/a
“Comparação de valores”	Fluência	Despertar nos alunos a percepção da dificuldade do registro sem a utilização de números para expressar quantidades.	09/11/2016	7º A	2h/a
			09/11/2016	7º B	2h/a
“O problema do Arquiteto Amon Toado”	Variável	Compreender que nem sempre temos apenas uma solução, dependemos das condições para estabelecer possíveis resultados. Evidenciar a necessidade dos egípcios em quantificar o desconhecido.	16/11/2016	7ºA	2h/a
			16/11/2016	7º B	2h/a
“Game show”	Campo de variação	Debater acerca da concepção que se tem de que o número só existe a partir da contagem, na forma numeral, visível, fixo, imutável. Ou seja, se o número for desconhecido, ele não existe. Delimitar um intervalo numérico para determinada situação.	21/11/2016	7º B	2h/a
			21/11/2016	7º A	1h/a
“Iniciação ao uso da variável”	Variável	Adotar a utilização da variável, compreendendo que esta pode ser representada de inúmeras formas.	22/11/2016	7º A	2h/a
			22/11/2016	7º B	1h/a
“Balanças em equilíbrio”	“igualdade”	Apresentar a equação de maneira direta e obter soluções através de tentativas.	23/11/2016	7º A	2h/a
			23/11/2016	7º B	2h/a
“Utilizando equações para resolver problemas”	“igualdade”	Acompanhar o movimento lógico-histórico da Álgebra, bem como os matemáticos que contribuíram com esse conceito.	23/11/2016	7º B	2h/a
			23/11/2016	7º A	1h/a

Com o propósito de atingir o objetivo da pesquisa, elencamos eixos de análise dos dados advindos das ações mencionadas anteriormente, as quais entendemos como norteadoras para compreender o problema de pesquisa "em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem?" Tais eixos foram organizados de acordo com os nexos conceituais considerados como relevantes para a aprendizagem sobre equações do primeiro grau:

- Fluência
- Variável
- Campo de Variação
- Igualdade

Para cada um dos eixos, elencamos episódios (MOURA, 2004) entendidos como uma ferramenta que permite explicar as diversas ações que constituem e caracterizam aquilo que foi evidenciado como mais relevante em relação aos objetivos da investigação. Assim, optamos por descrever episódios que coincidem com as SDA desenvolvidas durante o experimento didático como um modo de perceber os fatores desencadeadores das aprendizagens dos estudantes, identificando as comunicações e relações estabelecidas entre eles e deles com a professora pesquisadora.

3.2 Os recursos da pesquisa

Utilizamos como recursos de produção e construção para análise dessa pesquisa:

- Registro escrito das atividades desenvolvidas pelos alunos individual e coletivamente.
- Áudio e vídeo das aulas em que foram realizadas as atividades.
- Fotos dos momentos em que os alunos estavam realizando as atividades.
- Diário de campo da professora pesquisadora.

Ao passo que a professora interagia com os alunos, observava também suas atitudes, ansiedades e dúvidas. O recurso de vídeo foi importantíssimo para a análise, pois caso algum episódio não fosse percebido na hora, poderia ser visto depois, além de permitir à professora que se distanciasse para ter um olhar de pesquisadora.

Os registros escritos das atividades possibilitaram a análise de forma mais consistente, visto que os alunos, por vezes, sentem-se mais à vontade escrevendo suas ideias do que as verbalizando.

3.3 Os protagonistas da pesquisa

Desde o início do ano de 2013, a professora pesquisadora é efetiva na Escola, a qual foi o cenário da pesquisa. Essa é a única escola da rede municipal de Novo Cabrais, que possui ensino fundamental do 6º ao 9º ano. É uma escola de perfil rural, onde a maioria dos alunos são provenientes de famílias de agricultores, que obtêm seu sustento através da plantação do fumo.

No turno da manhã, funcionam as turmas do 5º ao 9º ano e à tarde, Educação Infantil e turmas do 1º ao 4º ano. A Escola conta com uma ótima estrutura, adquirida através de recursos dos Governos Estadual e Federal, além de recursos próprios que são arrecadados através de festas e do bar da Escola. No turno da noite, de segunda a sexta-feira, acontecem as aulas da Faculdade América do Sul que utiliza as dependências da Escola para ministrar aulas nos Cursos de ensino superior em Gestão Ambiental e Processos Gerenciais.

Em 2016, a professora pesquisadora era regente de Matemática em três das seis turmas, duas de 7º ano e uma de 9º ano do ensino fundamental regular. Assim, foi possível desenvolver a pesquisa com as duas turmas do 7º ano compostas por 35 alunos no total.

As atividades foram realizadas no segundo semestre do ano e com êxito, pois a Escola não tem problemas de evasão e infrequência. Com isso, foi possível propor todas as SDA previstas e organizadas.

3.4 As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem

A atividade é orientadora na medida em que leva o professor à reflexão de modo que este sinta a necessidade de reorganizar suas ações, na medida em que é fundamentada na inter-relação professor e estudante. Isso implica que seja provocada nos alunos a necessidade de se apropriar dos conceitos, o que se atinge na situação desencadeadora de aprendizagem. (MOURA, 2010)

Entendendo a situação desencadeadora de aprendizagem como um elemento importante que compõe a AOE, Moura (2010) explica que

> O objetivo principal desta é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos. (MOURA, 2010, p. 101).

Como forma de melhor explicitar o desenvolvimento de cada SDA organizada no espaço formativo para ser desenvolvida com os alunos, discorremos brevemente sobre as mesmas.

- *Quantificando o desconhecido*

Aos alunos foram distribuídas sete questões para que respondessem individualmente. Após, foi solicitado que os mesmos se reunissem em duplas/trios, a fim de discutirem sobre as questões, bem como suas respostas. Concluída a discussão, foi feita a socialização das perguntas com toda a turma.

- *Comparação de valores*

Foram entregues aos alunos duas listas de itens básicos para alimentação, higiene pessoal, limpeza, etc.; em uma delas, eles deveriam registrar os índices que constavam na tabela nutricional, este registro poderia ser feito com a utilização de números. A outra lista era para registrar os valores, porém nesta não poderia ser utilizado o registro numérico. Os alunos foram divididos em 6 grupos e, consequentemente, essa lista foi dividida em mesma proporção. Assim, os alunos foram conduzidos a dois comércios locais em que tiveram que fazer uma tomada de preços dos produtos. Primeiramente foi uma turma, depois a outra.

Os comércios se tratavam de dois mercados do município de Novo Cabrais, ambos localizados a poucos quilômetros da Escola. Para o deslocamento foi utilizado transporte escolar, cedido pela Prefeitura Municipal.

- *O problema do Arquiteto Amon Toado*

Os alunos foram divididos em grupos para tentarem solucionar o problema do Arquiteto ***Amon Toado*****.** Essa atividade, elaborada e reelaborada diversas vezes por Lima e Moisés (1993, 1997, 2000), evidencia a necessidade da civilização egípcia em numeralizar o desconhecido, em se apropriar para numeralizar e acompanhar o fluxo da vida. Realizada a leitura do texto, os grupos discutiram para, assim, criarem a resposta do grupo. Cada grupo apresentou a sua solução que foi discutida pela turma, propiciando, assim, um espaço de análise coletiva para a elaboração de uma resposta geral.

- *Game Show*

Os alunos, divididos em dois grupos, participaram de um *Game Show,* do tipo “Passa ou Repassa”. A professora intermediou fazendo as perguntas, e os estudantes tinham um tempo para pensar e apresentar a resposta escrita em uma placa, visível a todos. Caso a outra equipe contestasse, teria o direito de manifestar-se apresentando sua contraproposta. Tal atividade não tinha caráter de competição, e sim de discussão contando com a argumentação de um grupo em relação ao outro. As perguntas também fazem parte da proposta de Souza (2014), mencionada anteriormente.

- *Iniciação ao uso da variável*

Os alunos fizeram a leitura do texto do *Senhor Brancaleone,* de forma individual. Este texto foi extraído dos anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, no qual as Professoras Maria do Carmo de Souza e Anna Regina Lanner de Moura ministraram um minicurso. Em seguida, formaram duplas para dialogarem sobre a representação que cada um atribuiu. Após a discussão em grupo, coletivamente, a turma optou por uma única representação.

- *Balanças em Equilíbrio*

A turma foi dividida em dois grupos e a cada um desses foram entregues uma balança e saquinhos de diversas medidas. Os saquinhos continham etiquetas, alguns com medida definida e outros com medida expressa por um valor desconhecido. O desafio consistia no seguinte: cada grupo teria que deixar a balança em equilíbrio, isto é, por meio de tentativas deveriam achar a quantidade do valor desconhecido para deixar a balança em equilíbrio.

- *Utilizando equações para resolver problemas*

Neste momento, a princípio, a aula foi expositiva, onde foi abordado o movimento lógico-histórico da Álgebra, bem como os matemáticos que contribuíram com o conceito. Após foi distribuída uma lista contendo problemas para que os alunos a resolvessem. Essa lista foi construída a partir de problemas dos livros didáticos.

No capítulo seguinte apresentamos a análise dos dados da pesquisa.

5. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM: A ANÁLISE DA PESQUISA

Para identificarmos os indícios de aprendizagem dos estudantes, nos debruçamos nos aportes metodológicos utilizando os episódios. Moura (2004) sugere a escolha de alguns momentos que evidenciem ações que revelem o processo de constituição dos sujeitos envolvidos. Acerca disso, afirma o autor,

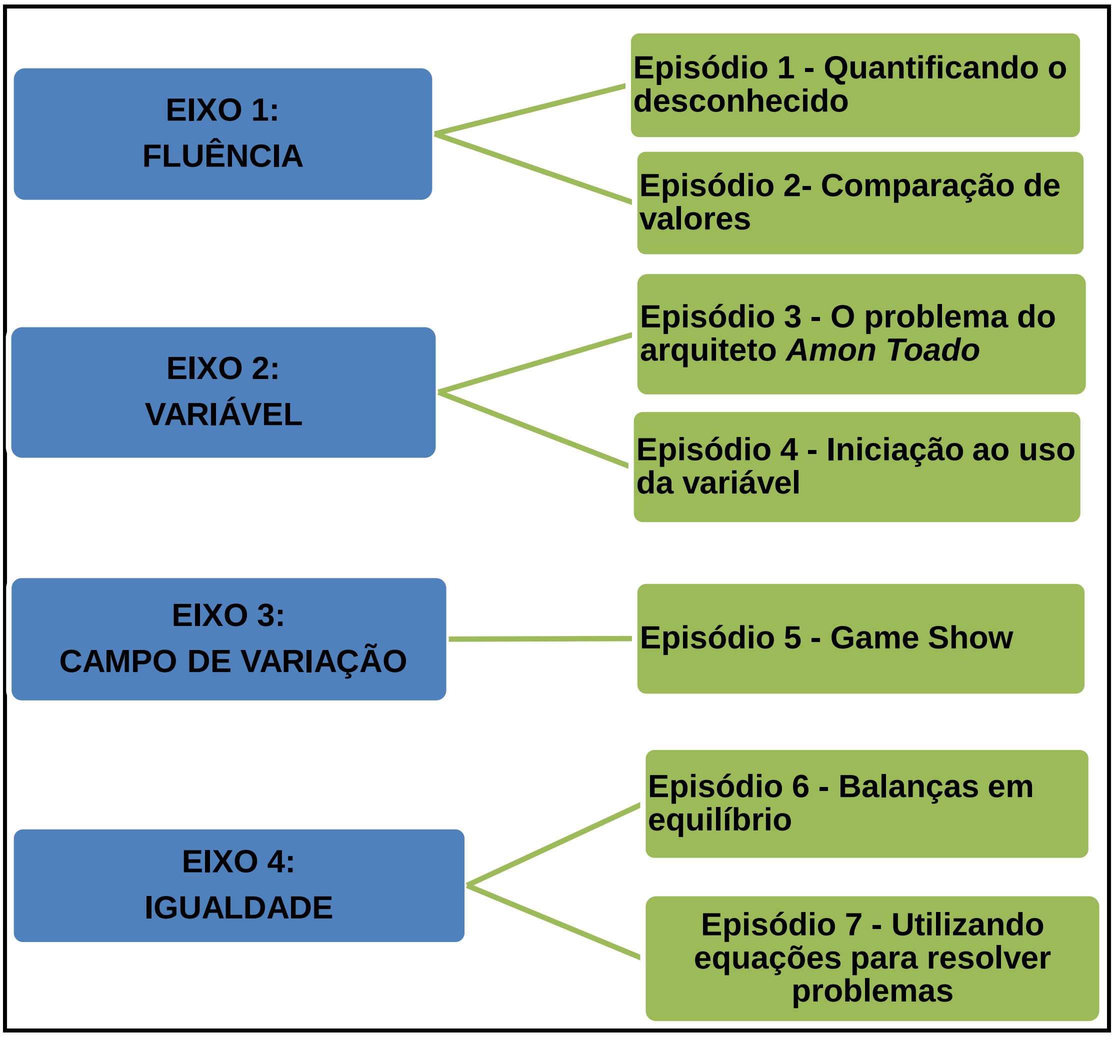
> Os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser uma afirmação de um participante de uma atividade não tendo impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (MOURA, 2004, p. 276).

Com a intenção de apresentar dados produzidos, organizamos quatro eixos de análise: fluência, variável, campo de variação e igualdade, que coincidem com nexos conceituais considerados como relevantes para a apropriação do conceito de equação. Desta forma, condensamos as situações desencadeadoras de aprendizagem de acordo com o nexo conceitual algébrico que cada uma delas buscava atender.

O primeiro eixo de análise, fluência, é composto pelas situações *Quantificando o* desconhecido e *Comparação de* valores. No segundo eixo de análise, variável, estão as situações *O problema do arquiteto Amon Toado* e *Iniciação ao uso da variável*. Enquanto isso, o terceiro eixo contém a situação *Game show.* As situações *Balanças em equilíbrio* e *Utilizando equações para resolver problemas* compõem o quarto eixo.

Dentro de cada eixo, as situações caracterizam os episódios que analisaremos através de cenas retiradas do desenvolvimento das ações ao longo da pesquisa.

Quadro 2: Eixos de análise



Quadro elaborado pela autora

Os eixos de análise tomam por base os nexos conceituais algébricos. Ao estudarmos os aspectos conceituais da Álgebra e ao nos remetermos ao movimento lógico-histórico da construção de seu pensamento, compreendemos que a Álgebra objetiva entender o movimento da realidade. (KARLSON, 1954). Assim, de alguma forma, essa Álgebra considera em sua essência os conceitos de fluência, variável, campo de variação e igualdade.

Sobre isso Souza (2014) afirma

> Esses conceitos, aos quais estamos denominando de nexos conceituais da álgebra, constituem o substancial, o movimento do pensamento algébrico, tendo em vista a busca da verdade relativizada. Fundamentam as diversas álgebras, elaboradas estruturalmente pelos matemáticos das diversas civilizações, de tempos em tempos, no intuito de descrever, de formalizar os diversos movimentos presentes

> no mundo no qual estamos inseridos. (SOUZA, PANOSSIAN, CEDRO, 2014, p. 121).

Compreendemos que o conceito da Álgebra é formado a partir da relação entre os nexos conceituais algébricos de fluência, variável, campo de variação e igualdade. Esses nexos foram orientadores das ações desenvolvidas junto aos estudantes do 7º ano, com os quais desenvolvemos nossa investigação e foram tomados como eixos organizadores da análise dos dados produzidos, conforme passamos a apresentar a seguir.

4.1. Fluência

Por um longo período, o homem trabalhou para elaborar a ideia de fluência que trocaria a ideia da permanência. Através da ideia de Heráclito, acreditamos que a transformação é permanente, as coisas estão constantemente se transformando umas nas outras. Isso resulta que é impossível atingir a permanência, a estabilidade, seja do que for, ou seja, tudo flui, tudo varia, pois existe “um princípio universal de luta, de tensão de contrários, que a todo momento rompe o equilíbrio para criar um equilíbrio novo”. (LIMA, TAKAZAKI, MOISES, 1993)

A partir dessa ideia, neste eixo analisamos dois episódios: *Quantificando o desconhecido* e *Comparação de valores,* os quais evidenciam esse nexo.

Episódio 1: Quantificando o desconhecido[16]

Esse episódio refere-se a uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem que visava estimular nos estudantes o desenvolvimento da ideia de movimento, era composta de uma série de perguntas que não possuem “respostas certas” ou “numéricas”, mas remetem à reflexão de que, mesmo que não percebamos especificamente, existem ao nosso redor diferentes movimentos e fluências, que vão variando.

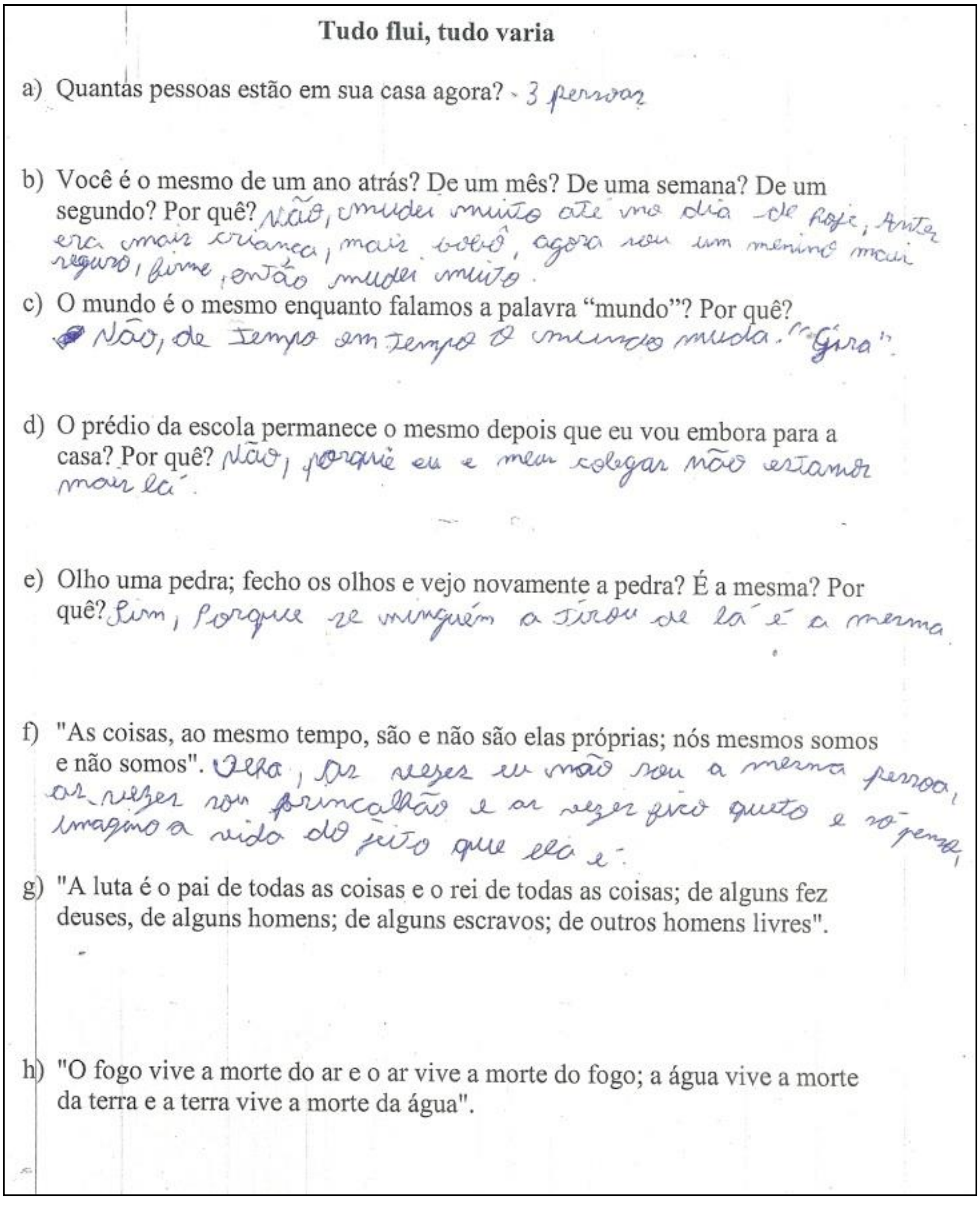
Inicialmente os alunos foram convidados a responder individualmente as questões. Na Figura 3, a seguir, trazemos a resposta de um dos alunos.

---

[16] Atividade adaptada de Souza (2004)

Figura 3: perguntas propostas aos alunos.

Figura 3: Registro do episódio 1



Tudo flui, tudo varia

a) Quantas pessoas estão em sua casa agora? - 3 pessoas

b) Você é o mesmo de um ano atrás? De um mês? De uma semana? De um segundo? Por quê? Não, mudei muito até no dia de hoje, Antes era mais criança, mais bobô, agora sou um menino mais seguro, firme, então mudei muito.

c) O mundo é o mesmo enquanto falamos a palavra "mundo"? Por quê? Não, de tempo em tempo o mundo muda. "Gira".

d) O prédio da escola permanece o mesmo depois que eu vou embora para a casa? Por quê? Não, porquê eu e meus colegas não estamos mais lá.

e) Olho uma pedra; fecho os olhos e vejo novamente a pedra? É a mesma? Por quê? Sim, porque se ninguém a tirou de lá é a mesma.

f) "As coisas, ao mesmo tempo, são e não são elas próprias; nós mesmos somos e não somos". Sera, as vezes eu não sou a mesma pessoa, as vezes sou brincalhão e as vezes fico quieto e só penso, imagino a vida do jeito que ela é.

g) "A luta é o pai de todas as coisas e o rei de todas as coisas; de alguns fez deuses, de alguns homens; de alguns escravos; de outros homens livres".

h) "O fogo vive a morte do ar e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a terra vive a morte da água".

Fonte: Dados da pesquisadora.

Após, foi solicitado que os mesmos se reunissem em duplas/trios, a fim de discutirem sobre as questões, bem como suas respostas.

Considerávamos que nessa atividade os educandos iriam afirmar um valor, ou seja, imaginariam, por exemplo, o que acontece em suas casas, desconsiderando as eventualidades. Acreditávamos, também, que dariam apenas respostas exatas. Porém, esperávamos que, após a intervenção da professora pesquisadora, fosse desmistificada a ideia de imutável.

Figura 4: Momento individual

Figura 5: Momento de discussão em pares/trios

Acervo da pesquisadora

Apresentamos a seguir a cena 1.1, que se refere a um diálogo entre os alunos e a pesquisadora ao serem questionados *Quantas pessoas estão em sua casa agora?*, durante a socialização com toda a turma.

Cena 1.1

Aluno A: Isso é muito difícil, "sora"! Como vou saber quantas pessoas têm lá em casa agora? Não sei se o pai foi pra lavoura ou se a mãe saiu.

Aluno B: Pois é, "sora". Como assim quantas pessoas estão em sua casa agora? Nesse exato momento ou agora, agora?

Pesquisadora: O que tu entendes por agora? Que significado tem a palavra agora para ti nessa frase?

Aluno B: Pra mim, agora é nesse exato momento.

Aluno C: Ah, "sora"! Eu não tinha entendido. Eu coloquei três pessoas.

Aluno D: Eu também coloquei quantas pessoas vivem na minha casa, porque agora não tem ninguém.

Pesquisadora: Estão vendo só? Como vocês podem perceber, tem várias respostas para uma mesma pergunta. Embora em cada casa há um número diferente de pessoas, as concepções de vocês em relação a palavra "agora" mudam de acordo como o que cada um acredita ser "agora".

Aluno A: Mas eu vou colocar ninguém, porque acho que o pai tá na lavoura e a mãe ia sair. Posso mandar um "whats" pra ela, sora? (Risos)

Por meio desse diálogo, pudemos constatar que os educandos manifestaram diferentes percepções sobre a ideia de “agora”. Enquanto alguns compreenderam o “agora” como uma ideia de momento imediato, outros o perceberam como um momento de longo prazo. Além disso, também manifestaram a compreensão de que o “agora” se “movimenta” na medida em que está relacionado ao momento em que é referido. Isso está presente na fala do Aluno D, ao afirmar que *“Eu também coloquei quantas pessoas vivem na minha casa, porque agora não tem ninguém”.* Ou seja, ele se referiu aos que viviam atualmente na casa.

Nas demais perguntas, as discussões continuaram rumo à compreensão, por parte dos alunos, de que tudo flui, tudo varia, como podemos observar, na Cena 1.2, referente à discussão da pergunta “i) Olho uma pedra, fecho os olhos e vejo novamente a pedra? É a mesma?”.

Cena 1.2

Aluno F: Como assim, sora: Olho uma pedra; fecho os olhos e vejo novamente a pedra. É a mesma? Por quê? É óbvio né, sora! Se ninguém mexer nela, vai ser a mesma.

Aluno G: Não quer dizer né, sora? Às vezes olho pra parede do meu quarto e quando eu olho de novo vejo um buraquinho que não tinha visto antes.

Aluno H: Oh, sora! Como assim eu sou o mesmo de um ano atrás?

Pesquisadora: Tu acha que é o mesmo de um ano atrás?

Aluno H: Não, eu era mais gordo. (Risos)

Pesquisadora: Pois então, vocês conseguem perceber como as coisas mudam? Como nós mudamos?

Aluno H: Eu não sou o mesmo, porque eu não sou mais tão criança e ajudo mais a mãe em casa. Por isso não sou o mesmo.

Enquanto o Aluno F afirmava com convicção do imutável (*Se ninguém mexer nela, vai ser a mesma),* outros já começavam a refletir de forma diferente, como o Aluno G que fez uma analogia com a observação de uma parede já conhecida (*quando eu olho de novo vejo um buraquinho que não tinha visto antes).* Ou ainda compreendiam como eles próprios vão se modificando, como no caso do Aluno H, que disse *“Eu não sou o mesmo, porque eu não sou mais tão criança e ajudo mais a mãe em casa.”*

As falas dos alunos, nessa cena, trazem indícios de que, a partir das discussões com os colegas, eles começam a compreender que tudo passa por uma transformação. Acerca disso, Caraça (1951, p. 110) afirma que todas as coisas se transformam a todo instante, que o Mundo está constantemente em evolução e a esse movimento o autor atribui o nome de Fluência.

Souza, Panossian e Cedro (2014) nos indicam a importância de compreender a fluência no movimento de apropriação dos conceitos algébricos. Isso também é ressaltado por Lanner de Moura e Sousa (2005, p.27) que afirmam que “variável, em seu processo lógico-histórico, representou a escrita de movimentos da realidade, ou seja, a própria fluência, a partir da palavra e da figura.”. Para as autoras, compreender a Álgebra simbólica é compreender o seu movimento lógico-histórico, gerado dos movimentos dos problemas da vida das diferentes culturas. Movimentos que não são lineares e contêm a incerteza, a mutabilidade e a fluência do pensamento humano.

Também nos reportamos a Caraça (1998) que entende a fluência como uma característica fundamental do conceito de função, ligado à variável.

> A variável é, portanto, uma entidade que, dizendo respeito a um nível de isolado – o conjunto – superior ao do número, é, ela própria, de uma natureza superior. No entanto, o caráter contraditório do conceito – a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto – deu origem a que a sua introdução na Ciência seja relativamente recente. Pelo seu caráter essencial – síntese do ser e não ser – ela sai fora daquele quadro de idéias que quer ver na realidade uma permanência e irrompe ligada à corrente de pensamento, que expressa outacitamente vê, na fluência, a primeira das suas características. Uma variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua substância, o seu domínio (CARAÇA, 1998, p. 120).

Como nosso objetivo reside em investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, as discussões sobre a fluência se mostram imprescindíveis, uma vez que, de um modo geral, os nexos conceituais denotam que os conceitos construídos historicamente por vários povos não estão prontos e acabados e, assim, evidenciam a relação que há entre o movimento da vida e o pensamento algébrico. Nesse sentido, após os alunos responderem às questões, julgamos como relevante discuti-las com eles com o intuito de que percebessem que nada é imutável, tudo está em movimento. Nessa organização percebemos a importância da interação entre os alunos dentro da unidade de análise *o compartilhamento*, pois à medida que as ideias iam sendo discutidas no grupo, por meio da socialização das respostas elaboradas individualmente, afloravam novas percepções, novos conhecimentos.

Essa observação nos remete à ideia de Vygotsky (2014) de influência das relações sociais no desenvolvimento dos sujeitos. Ele explica que o desenvolvimento das funções psicológicas superiores aparece duas vezes no desenvolvimento da criança: primeiro nas atividades coletivas, como funções interpsíquicas, e depois nas atividades individuais como propriedades internas, como função intrapsíquica. Ou seja, existe uma estreita relação entre as possibilidades que oferecemos aos alunos de interação com seus pares e o seu desenvolvimento psíquico.

Episódio 2: Comparação de valores[17]

A comparação de valores refere-se a uma SDA que tinha como objetivo despertar nos alunos a percepção da dificuldade do registro sem a utilização de números para expressar quantidades. Para seu desenvolvimento os alunos, divididos em trios, foram conduzidos a dois estabelecimentos comerciais locais.

Figura 6: Coleta dos dados da tabela nutricional

Acervo da pesquisadora

Anteriormente, haviam sido distribuídas aos trios duas listas. Uma como a apresentada no quadro 3, na qual cada trio deveria fazer um registro, com a utilização de números, dos valores nutricionais de cada produto.

[17] Situação elaborada pela pesquisadora

Quadro 3: Lista de produtos com valores nutricionais

Produto / Valor nutricional	FEIJÃO		FARINHA DE TRIGO		MASSA		AZEITE DE OLIVA		LEITE INTEGRAL		FARINHA DE MANDIOCA	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
Valor energético												
Carboidratos												
Cálcio												
Sódio												
Gorduras Trans												
Gorduras Totais												
Gorduras Saturadas												
Fibra alimentar												
Sódio												
Ferro												
Ácido Fólico												
Proteínas												
Colesterol												

Acervo da pesquisadora

Na outra lista, conforme o quadro 4, na qual os alunos deveriam registrar os valores de cada produto sem utilizar número.

Quadro 4: Orçamento dos produtos

	ORÇAMENTO	
PRODUTO	MERCADO A	MERCADO B

Acervo da pesquisadora

Nessa SDA os alunos usaram de diversas formas para fazer o registro dos valores sem o uso de números. Alguns relataram cansaço por terem que escrever os valores e fazer o registro de forma tão demorada, conforme podemos observar na figura 7.

Figura 7: Registro retórico do orçamento

	ORÇAMENTO	
PRODUTO	MERCADO A	MERCADO B
AMIDO DE MILHO	QUATRO REAIS	quatro reais e dezenove centavos
GELÉIA	QUATRO REAIS e cinquenta e nove centavos	cinco reais e quinze centavos
MASSA INSTANTÂNEA	um real e cinco centavos	um real e quarenta e um centavos
MAIONESE	sete reais e vinte centavos	seis reais e noventa e nove centavos
SUCO/CAIXA	dois reais e quarenta e cinco centavos	
FERMENTO QUÍMICO EM PÓ	dois reais e cinco centavos	dois reais e oitenta e cinco centavos

Porém, não foi o que aconteceu com todos os grupos, conforme podemos observar no registro de um deles, na Figura 8.

Figura 8: registro do orçamento

	ORÇAMENTO	
PRODUTO	MERCADO A	MERCADO B
Açucar	S.CZ	C.OD
Café em Pó	UT.QC	UTNN
Achocolatado	$\frac{5}{5}$ QN	QTZ
Farinha De milho	DNZ	UZOC
Bolacha	QQC	DQC
Milho em conserva	DDC	DDS

Acervo da pesquisadora

A cena a seguir apresenta um diálogo da professora pesquisadora com os trios de alunos que fizeram o registro anterior.

> **Pesquisadora:** O que significam essas letras nesse registro?
>
> **Aluno Z:** Ah, "sora", essas são as iniciais dos valores que achamos.
>
> **Pesquisadora:** E como vocês farão para diferenciar o "dois" do "dez" já que esses valores têm a mesma inicial?
>
> **Aluno Z:** Calma "sora", nós usamos os números do um ao nove. Então o único que repete a letra é o seis e o sete daí fizemos o seguinte: o sete que tem só um "s" é representado pela letra s e o seis, que tem dois, por $\frac{s}{s}$. Entendeu, sora? Muito fácil!
>
> **Pesquisadora:** Na verdade achei muito criativa a forma com que resolveram o problema.
>
> **Aluno Y:** Eu disse pra ele, sora, pra que fazer um negócio tão difícil? Mas ele não me deu ouvidos.

Por meio desta cena, é possível perceber que, assim como aconteceu historicamente quando o registro retórico foi superado por modos mais rápidos e eficientes, os alunos foram buscando outras formas para os registros.

Alguns autores, como Eves (2002), apontam três momentos evolutivos do desenvolvimento da linguagem algébrica: a fase retórica ou verbal, a fase sincopada e a fase simbólica. Na fase retórica, não se fazia uso de símbolos ou abreviações para expressar o pensamento algébrico, todos os passos eram descritos em linguagem corrente. A fase sincopada, que teria surgido com Diofanto de Alexandria, utilizava uma forma mais abreviada e concisa para expressar as equações. A fase simbólica refere-se ao momento em que as ideias algébricas passam a ser expressas somente através de símbolos, sem fazer uso de palavras, usando sinais e letras para representar quantidades desconhecidas, representando um modo muito mais prático e rápido.

Assim como, historicamente, o homem foi fazendo uso de modos mais práticos, os alunos também encontraram soluções que visavam não dar tanto trabalho.

4.2. Variável

Vimos, no Capítulo 1, que o povo egípcio foi um dos primeiros povos a sentir necessidade em ir além do número. Por se tratar de grandes construtores, que viviam em uma sociedade complexa, composta por grandes centros urbanos, os egípcios trabalhavam com inúmeros movimentos e, consequentemente, com múltiplas formas de variação quantitativa (LIMA; TAKAZAKI; MOISES, 1993).

Partindo dessa ótica acerca de variável, é que analisamos os episódios *O problema do arquiteto Amon Toado* e *Iniciação ao uso da variável*.

Episódio 3. O problema do arquiteto Amon Toado[18]

O Episódio 3 mostra uma SDA, apresentada na Figura 9, que objetivava compreender que nem sempre temos apenas uma solução, dependemos das condições para estabelecermos possíveis resultados. Evidenciar a necessidade dos egípcios em quantificar o desconhecido.

Figura 9: SDA O problema do arquiteto Amon Toado

[18] Atividade extraída de Sousa (2004, p. 198).

Estamos há quatro mil anos atrás. Os escravos estão trabalhando, carregando pedras para a construção da pirâmide do faraó. Na tenda do arquiteto Amon Toado, encarregado geral da obra, chega o chefe do depósito de pedras:

- Mandou-me chamar, senhor?
- Sim, mandei, Tuc Anon. Preciso saber quantas pedras temos no depósito para levantar a coluna mestra da pirâmide.
- Temos 60, senhor.
- Quantas pedras os escravos já colocaram até hoje?
- 12, senhor.
- Tudo bem, Tuc Anon, pode ir embora.
- Com sua permissão, senhor.

Amon Toado virou-se para os seus papiros e pensou:

- "Pois é, colocamos já 12 pedras na coluna mestra. Temos, no depósito, 60 pedras que podem ser usadas nessa coluna. Acontece que o faraó ainda não se decidiu qual a altura de sua pirâmide. Dessa forma não posso indicar quantas pedras no total terá a coluna mestra. Porém eu preciso deixar escrito aqui no projeto a altura da pirâmide para que os encarregados da obra fiquem com os dados registrados e não se confundam. Esse é o meu problema: como vou escrever a altura da coluna, considerando as 12 pedras já colocadas, as 60 pedras do depósito que podem ser usadas todas ou não, e a altura que eu ainda desconheço? Como escrever isso de forma matemática, quer dizer, da forma mais simples possível e utilizando a linguagem das quantidades, isto é, a linguagem numérica?"

Pois é, pessoal, temos aí o problema do arquiteto das pirâmides:

Como escrever, utilizando a linguagem numérica, uma frase onde apareça um número desconhecido?

Fonte: Sousa (2004)

Para a realização desta SDA, os alunos se organizaram em trios a fim de encontrarem uma solução para o arquiteto, como podemos observar nas imagens a seguir.

Figura 10: Elaboração das respostas em grupo

Fonte: arquivo da pesquisadora.

Os alunos apresentaram muita dificuldade em compreender o problema. Notamos que, em virtude da ansiedade em resolver e obter um resultado, os alunos ficaram muito confusos. Na cena a seguir, fica evidente o quanto os incomodou o fato de não chegarem a uma única solução.

> **Pesquisadora:** A que solução o grupo de vocês chegou?
>
> **Aluna J:** Como o faraó não decidiu ainda que tamanho deve ter a coluna mestra, então nós colocamos que pode ter até 72 pedras.
>
> **Pesquisadora:** Ok! Mas se tivessem que representar isso matematicamente, de modo que se outra pessoa olhasse os escritos do Amon Toado entendesse o que ele registrou, como vocês fariam?
>
> **Aluna J:** Daí nós colocaríamos assim: 12+60.
>
> **Aluno W:** Mas nós não fizemos isso, porque não temos como saber. Tu está inventando essa solução agora.
>
> **Aluna J:** Mas precisamos representar usando matemática, esse é o único jeito.
>
> **Aluno S:** Não é o único não! Nosso grupo colocou 12+48=60. Já que o faraó não decidiu, nós colocamos um valor.

Ao propormos essa situação desencadeadora de aprendizagem, a intenção era trabalharmos com o nexo variável, a partir da necessidade de representar quantidade desconhecida não fixa. Contudo, os alunos expressavam não entender que poderia haver vários resultados para um mesmo problema.

Como era muita a dificuldade em compreender que não havia uma resposta exata para solucionar o problema, a professora pesquisadora fez uma abordagem histórica acerca dos egípcios que representavam vários números com uma mesma palavra, *ahá*. Para isso, utilizamos os escritos de Lima, Takazaki e Moises (1993) que mostram como os egípcios, com base nos papiros, tratavam o número desconhecido.

Essa interpelação foi imprescindível para a SDA seguinte, a qual veremos na sequência.

Episódio 4. Iniciação ao uso da variável

Nesta SDA o objetivo residia em adotar a utilização da variável, de modo que se compreendesse que esta pode ser representada de várias formas. Para isso, foi solicitado que os alunos, individualmente, realizassem a leitura do texto do *Senhor Brancaleone*[19] e respondessem às perguntas referentes ao texto. A Situação Desencadeadora proposta referia-se ao modo utilizado pelo comerciante *Brancaleone* para fazer os registros de vendas e a proposição de algo mais eficiente. Para isso, inicialmente formaram duplas para dialogar sobre a representação que cada um atribuiu. Depois, em grupos, realizaram uma síntese coletiva, optando por uma única representação.

As respostas dadas pelas duplas permitem-nos identificar como estavam se apropriando do significado de variável, ao tentarem solucionar os problemas de registro do seu Brancaleone. Assim, escolhemos dois registros, os quais estão identificados nas figuras 11 e 12, respectivamente.

Figura 11: Registro do grupo J

[19] Texto extraído dos anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Fez parte de um minicurso ministrado pelas professoras Maria do Carmo de Souza e Anna Regina Lanner de Moura.

O senhor Brancaleone é um comerciante de arroz.
Ele vive atrás de um balcão, escrevendo o seu movimento de compra e venda. Com uma enorme saca para guardar arroz que comercia. Brancaleone, todo o dia, escreve no seu livro as compras e vendas de arroz que realiza:

Hoje, às seis horas do dia treze de outubro de mil e trezentos, sob as graças do senhor, iniciei o meu negócio com sessenta quilos de arroz em saca; às oito horas da manhã me veio vender trinta e oito quilos de arroz o mui gentil senhor de Pistácia; logo após esta transação adentra em meu estabelecimento a mui formosa senhora de Lascio a quem vendo exatamente vinte quilos deste arroz. Após algum tempo faço outra venda que é ao servo do Castelo de Labria que me compra três quilos de arroz.

... E por aí foi o registro de Brancaleone.

1) Debata em grupo:

a) Que problemas esta forma de registrar o movimento comercial traz para Brancaleone? Demora para registrar.

b) O movimento na loja de Brancaleone vai aumentando. Ao invés de receber freguês de cinqüenta em cinqüenta minutos, passa a receber de vinte em vinte, dez em dez, cinco em cinco até que começam a se formar filas no seu balcão. É possível ele continuar com aquela forma de registro? Por quê?

Não, porque demora para registrar.

2) Afinal, qual é o problema que Brancaleone está enfrentando?

O problema que ele está enfrentando é o modo de registrar.

3) Em grupo, responda:

- Qual é a conclusão que o grupo tira acerca da localização do problema?

Que o Brancaleone está registrando da maneira errada.

-Debatendo todas localizações individuais qual é, para o grupo, o problema em todos os seus detalhes. Registra muito detalhado, demora para atender e formação de fila.

4) Vamos, agora, descrever o movimento de uma hora na loja de Brancaleone. Você criará uma resposta para o problema de Brancaleone dentro das duas necessidades — o mais rápido possível e sem palavras.

Qual é a sua proposta para escrever, matematicamente, a história deste movimento?

+38
-20
- 3

De acordo com a Figura 11, podemos perceber que o grupo J julgou que o modo como o Senhor Brancaleone fazia o registro não era eficiente, pois era muito demorado. A solução por eles proposta foi representar fazendo o uso dos sinais a fim de que, assim, facilitasse o controle. Embora o grupo tivesse encontrado uma solução que para eles era suficiente, o uso dos signos numéricos representando as quantidade serviu para solucionar a situação imediata, mas não permitiu uma generalização.

Já o grupo M utilizou a representação por meio de símbolos, o que nos fez perceber que estes se aproximaram da ideia de variável, conforme Figura 12.

Figura 12: Registro do grupo M

O senhor Brancaleone é um comerciante de arroz.
Ele vive atrás de um balcão, escrevendo o seu movimento de compra e venda. Com uma enorme saca para guardar arroz que comercia. Brancaleone, todo o dia, escreve no seu livro as compras e vendas de arroz que realiza:

Hoje, às seis horas do dia treze de outubro de mil e trezentos, sob as graças do senhor, iniciei o meu negócio com sessenta quilos de arroz em saca; às oito horas da manhã me veio vender trinta e oito quilos de arroz o mui gentil senhor de Pistácia; logo após esta transação adentra em meu estabelecimento a mui formosa senhora de Lascio a quem vendo exatamente vinte quilos deste arroz. Após algum tempo faço outra venda que é ao servo do Castelo de Labria que me compra três quilos de arroz.

... E por aí foi o registro de Brancaleone.

1) Debata em grupo:

a) Que problemas esta forma de registrar o movimento comercial traz para Brancaleone? Ele escreve muito devagar.

b) O movimento na loja de Brancaleone vai aumentando. Ao invés de receber freguês de cinqüenta em cinqüenta minutos, passa a receber de vinte em vinte, dez em dez, cinco em cinco até que começam a se formar filas no seu balcão. É possível ele continuar com aquela forma de registro? Por quê? Não, porque se tem muita gente como ele vai conseguir escrever tudo, tem que contratar dois funcionários ou começar a escrever no computador

2) Afinal, qual é o problema que Brancaleone está enfrentando? Que ele não consegue atender todos os compradores.

3) Em grupo, responda:

- Qual é a conclusão que o grupo tira acerca da localização do problema? A localização do problema está no próprio Brancaleone,

-Debatendo todas localizações individuais qual é, para o grupo, o problema em todos os seus detalhes. A demora da escrita

4) Vamos, agora, descrever o movimento de uma hora na loja de Brancaleone. Você criará uma resposta para o problema de Brancaleone dentro das duas necessidades — o mais rápido possível e sem palavras.

Qual é a sua proposta para escrever, matematicamente, a história deste movimento? Em simbolos Ex: □ + ♡.

Não tínhamos elencado como objetivo, mas esperávamos que os alunos percebessem que eles já haviam vivido uma situação semelhante a do Senhor Brancaleone, ao serem desafiados a fazer o registro nos mercados de modo que não utilizassem números.

Embora não chegasse a usar letras para representar os valores variáveis, o registro do Grupo M traz indícios de que tenha se apropriado da ideia de que é possível fazer o registro de “algo que varia”, sem necessariamente ter que descrever minuciosamente esse movimento de variação. A compreensão dessa ideia pode permitir que o estudante entenda as diversas formas que a variável pode assumir (incógnita, parâmetro, variação...), cuja essência, conforme apontam Lanner de Moura e Sousa (2004, p.13), “está no desenvolvimento histórico do conceito de variável, o qual contém em seus fundamentos a palavra, a sincopação, a figura e a letra”.

Isso nos aponta a importância de que as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem propostas para os estudantes contemplem o movimento lógico-histórico do conceito com o qual pretendemos trabalhar.

5.3 Campo de variação

Campo de variação são os valores numéricos que uma variável pode assumir em uma sentença numérica. O campo de variação deve ser definido a partir da situação real que a sentença expressa, ou seja, podem-se estabelecer dois limites (máximo e mínimo) ou então a natureza a que pertence (se natural, inteiro, racional ou real).

Por convenção, os matemáticos definiram que, quando uma sentença está referindo um número abstrato, seu campo de variação deve ser o mais amplo possível, isto é, o conjunto dos números reais (LIMA; TAKAZAKI; MOISES, 1993).

Neste enfoque, observamos os registros do episódio *Game show* que vislumbra o nexo conceitual campo de variação.

Episódio 5. Game Show[20]

O episódio 5 mostra uma SDA cujo objetivo era debater sobre a concepção que se tem de que o número só existe a partir da contagem, na forma numeral, visível, fixo, imutável, isto é, caso não seja possível determinar o número, ele não existe. Também, visava delimitar um intervalo numérico para cada situação abordada dentro da SDA.

Os alunos foram divididos em dois grupos para participarem de um Game Show, nos moldes do Passa ou Repassa[21]. A professora intermediou fazendo perguntas e os estudantes tinham um tempo para pensar, elaborar sua resposta (em grupo) e apresentar a resposta escrita em uma placa, que modo que ficasse visível a todos.

---

[20] Situação elaborada pela pesquisadora

[21] Passa ou Repassa foi um programa de auditório, do tipo game show que estreou em 1987 no SBT, sob o comando de Silvio Santos. É inspirado no programa norte-americano Double Dare, de 1987, adaptado pela Nickelodeon em 2000.

A fim de evitar a perda de alguma resposta, ou então, para que os estudantes não alterassem sua resposta, eles tinham que fazer dois registros: um na placa a ser mostrada e o outro em uma lista (figura 13), disponibilizada antes do início da situação. Ou seja, as respostas que aparecem na lista são as mesmas que eles escreviam na placa a ser exibida.

Figura13: Registro das respostas

QUESTÃO	REPRESENTAÇÃO
1. A idade de Fredrico daqui a sete anos.	+ 7
2. A idade de Ângela ha 12 anos atrás	Ahun - 12
3. O dobro do dinheiro que tenho no bolso	Ahun x 2
4. A altura de Daniel.	Ahun
5. Edivaldo está com o triplo do dinheiro que tinha ao sair de manhã.	Ahun x 3
6. Aparecida gastou 30 reais do salário que recebeu.	Ahun -30
7. Luiz tem metade dos livros que tem Reginaldo.	Ahun ÷ 2
8. A idade de Mário é par.	Ahun
9. A idade de Arnaldo é ímpar.	5 x 5 = ímpar
10. A idade de Mirian daqui a sete anos	Ahun + 7.

Inicialmente os alunos tiveram certa dificuldade em encontrar uma resposta a essa situação. Porém, após a socialização e levantamento de hipóteses entre eles e a intervenção da professora pesquisadora, as demais perguntas foram respondidas com maior facilidade, pois cada vez que a placa era erguida se fazia uma discussão sobre as respostas elaboradas. Após a primeira pergunta, discutimos as respostas apresentadas, conforme podemos verificar na cena 5.1.

Cena 5.1

Pesquisadora: Então, grupo, qual representação vocês atribuíram à primeira questão?

Aluno A: Sora, como a gente não sabe que idade tem o Frederico, colocamos como resposta +7.

Pesquisadora: Ok! Agora o outro grupo, que representação vocês colocaram?

Aluno B: Nós fizemos errado. Colocamos ahá, como os egípcios. Mas tá aqui, sora, nós tínhamos pensado como eles, também colocamos +7.

Pesquisadora: Pessoal, ninguém está errado. Aqui dentro da sala de aula ninguém erra. Mas vamos pensar juntos: alguém aqui conhece o Frederico?

Turma: Não!

Pesquisadora: Então, vocês não sabem a idade dele, certo?

Turma: Certo.

Pesquisadora: Quer dizer que, para nós, a idade do Frederico é um valor desconhecido. Como podemos representar, então, a idade de Frederico?

Aluno B: Com o ahá, como nós fizemos.

Pesquisadora: Isso mesmo, podemos representar com o ahá. Portanto, se hoje a idade de Frederico é ahá, daqui a sete anos como posso representar a sua idade?

Aluno A: Então sora, +7, como nós fizemos.

Pesquisadora: Ok. Vamos pensar juntos: se eu pergunto ao aluno B, qual é a tua idade?

Aluno B: 13 anos.

Pesquisadora: Daqui a sete anos, qual será a tua idade?

Aluno B: 20 anos.

Pesquisadora: Como tu chegou a essa resposta?

Aluno B: Somando 13 + 7.

Pesquisadora: Certo. Então é isso que devemos fazer para representar a idade de Frederico. Como ficará a representação?

Aluno D: Ahá + 7.

> **Pesquisadora:** Muito bem! É importante lembrarmos que a palavra ahá foi a solução que os escribas egípcios encontraram na sua época. Vocês podem utilizar uma forma própria de responder às questões também, que não seja, necessariamente, o ahá.

Notamos que, a partir da primeira pergunta, os alunos começaram a apresentar novas palavras, baseadas no *ah*á dos egípcios, para representar o número desconhecido. Além do *ahun*, como podemos observar na figura 13, apareceram também as palavras *uhu, nsn, ehê, oii, tim*. Ao serem questionados sobre o significado dessas palavras, mencionaram não haver um significado específico, a não ser ter o mesmo número de letras que o *ahá*.

Essa solução encontrada pelos alunos traz indícios de que eles buscavam uma padronização para o uso do que se poderia se aproximar de uma variável, ou seja, número desconhecido ser sempre representado por uma palavra de três letras. Contudo, ao analisarmos posteriormente o desencadeamento dessa SDA, tendo em vista que nosso objetivo inicial referia-se à abordagem do campo de variação de sentenças, entendemos que haveria necessidade de explorar um pouco mais essa situação.

Podemos observar, ao final da cena anterior, que a pesquisadora enfatiza que a palavra "ahá" foi uma solução encontrada pelos egípcios para facilitar a linguagem matemática da época, a qual foi ponto de partida para o seu desenvolvimento. Nesse sentido, corroboramos com Moura (2007), quando discute sobre o conteúdo matemático. Para o autor,

> O conteúdo matemático é constituído de signos articulados por regras que, operadas de forma lógica, produzem um resultado que tem um suporte na realidade objetiva. Isto é, ao serem aplicados na solução de problemas concreto, os conceitos deverão permitir uma intervenção objetiva na realidade. Com isto queremos dizer que os conhecimento que vingam são aqueles que têm uma prova concreta quando testados na solução de problemas objetivos. (p. 48-49)

Sendo assim, a Álgebra constitui-se como produto de determinadas necessidades humanas e insere-se no conjunto de elementos culturais a serem socializados, de modo a permitir que os sujeitos se desenvolvam plenamente e tornem-se capazes de integrar a sociedade.

4.4 Igualdade

Davydov (1982) e seus colaboradores, no trabalho com o conceito de número, iniciam com a introdução do conceito de grandeza através das relações de igualdade e desigualdade (“igual”, “maior”, “menor”). O norte para tais relações gerais propicia comparações entre grandezas apresentadas objetalmente. Desta forma, eles entendem que os alunos apreendem tais relações mediante fórmulas expressas por letras, o que possibilita a passagem para o estudo das propriedades das relações de igualdade e desigualdade em sua forma pura. Posto isso, antes mesmo da apropriação do conceito de número, a criança consegue determinar os resultados desta comparação, com o auxílio de formas literais, como por exemplo: a = b, a <b, a > b (DAVYDOV, 1982).

Sob forma de conceito teórico, o princípio interno de igualdade e desigualdade entre as grandezas é reconstruído na tarefa produzida coletivamente pelas crianças, e o educador que a conduz. A interação entre a criança/objeto implica mediações simbólicas, no início na forma objetal, perpassando pela forma gráfica e, por fim, na forma literal. Essa dinâmica de reprodução das relações gerais entre grandezas, mediado pelos símbolos, fomenta, segundo Davydov (1988), a reestruturação e desenvolvimento do pensamento teórico e das ações mentais como abstração, generalização, etc.

Nessa perspectiva, entendendo a igualdade como um nexo conceitual importante para a apropriação do conceito de equação, analisamos dois episódios neste eixo: *Balanças em equilíbrio* e *Utilizando equações para resolver problemas*.

Episódio 6: Balanças em equilíbrio

O episódio 6 mostra uma SDA cujo objetivo era apresentar a equação de maneira direta e obter soluções através de tentativas. A turma foi dividida em dois grupos e a estes foi distribuído o seguinte material: uma balança e saquinhos com diversas medidas. Porém, alguns desses saquinhos tinham suas massas representadas por uma letra, um valor desconhecido. O desafio consistia em descobrir o valor desconhecido deixando a balança em equilíbrio por meio de tentativas, como podemos contemplar nas figuras 14, 15, 16 e 17.

Figura 14: Verificação das medidas

Figura 15: Identificação das medidas desconhecidas

Figura 16: Observação do equilíbrio

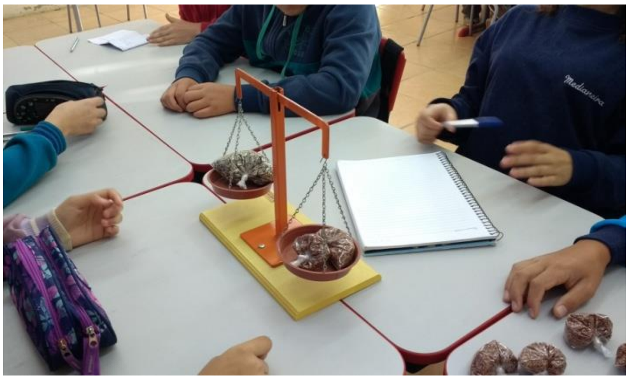


Figura 17: Registro dos dados

Ao mesmo tempo que manuseavam a balança, eles faziam os registros no caderno.

Os alunos realizaram essa SDA sem dificuldades, sendo que, após encontrarem a solução no grupo e fazerem o registro, foi feita a socialização com toda a turma, a fim de verificarem se todos tinham encontrado as mesmas medidas. Seus encaminhamentos e o modo como encontraram as soluções nos indicam a possibilidade de que o sentido que atribuíram à igualdade nas equações formadas, mediante o desafio de determinar a medida de cada saquinho com valor desconhecido, permitiu-lhes estabelecer a relação de que *aquilo que para eles era desconhecido (no caso o "x") equivalia a* um determinado valor. Isso vai ao encontro do que diz Tall, Thomas e Crowley (1994),

> Muitas crianças têm dificuldade com um símbolo como "x+3", que não aceitarão como resposta porque esperam um número (TALL, THOMAS, CROWLEY, 1994 APUD KUCHEMANN, 1981). Do nosso ponto de vista, tais crianças, vêem o símbolo x+3 como um processo e não um objeto mental – um processo que eles não podem realizar porque não sabem o que é x. Ser capaz de lidar com esse símbolo requer não só que seja dado um significado, mas que o significado deve lidar com ele tanto como um processo (de avaliação quando x é conhecido) como também como um objeto que pode ser manipulado como ele. Requer a flexibilidade que exibe o símbolo como um protótipo. (TALL; THOMAS; CROWLEY, 1994, p. 3, tradução nossa.)

Esta foi a penúltima situação a ser desenvolvida com os alunos e foi de suma importância para a realização da última, a qual analisaremos na sequência.

Episódio 7: Utilizando equações para resolver problemas

Antes do desenvolvimento desta SDA, foi feita uma revisão geral acerca das situações anteriores, com o propósito de evidenciar os objetivos e as relações entre cada uma delas. Também, foi comentado sobre elaboração da linguagem algébrica e a contribuição de vários matemáticos para que se tornasse tal qual a conhecemos hoje.

Desta forma, intentamos verificar em que medida os alunos conseguiriam solucionar uma lista de problemas convencionais, presentes em livros didáticos, relacionando-os com a situação anterior. Aproveitamos para destacar que entendemos que os livros didáticos podem se constituir como um aliado importante para o professor em sala de aula, desde que o mesmo não seja utilizado como único instrumento didático; não seja compreendido como orientador inquestionável das ações do professor e que seu uso seja precedido de ações que subsidiem os alunos na reflexão sobre os problemas, exercícios ou tarefas que serão realizadas. Nesse sentido, enfatizamos a importância da intencionalidade do professor ao organizar o ensino, para que a escola assuma o seu papel social, que se constitui em desenvolver o pensamento teórico dos estudantes a partir de situações que promovam a apropriação de conhecimentos científicos. Nas palavras de Asbhar (2011),

> a escola tem papel central no desenvolvimento de seus estudantes, na medida em que cria condições para que se apropriem dos conhecimentos acumulados pela humanidade através de mediações culturais planejadas e intencionais. Cabe à educação escolar ampliar o desenvolvimento do estudantes, ou seja, a escola, a partir da organização adequada do ensino, pode produzir desenvolvimento. (p. 42).

As figuras 18 e 19 mostram indícios de que os alunos podem ter se apropriado do conceito tomando por base a situação anterior, visto que utilizaram as mesmas letras que representavam os valores desconhecidos, os quais eram representados pelas letras x, y, w e z.

Figura 18: Registro do episódio 7

Problemas (Atividade 7)

1 – O dobro de um número, aumentado de 15, é igual a 49. Qual é esse número?

17 $2x + 15 = 49$

2 – A soma de um número com o seu triplo é igual a 48. Qual é esse número?

$W+Y \times 3 = 48$

3 – A idade de um pai é igual ao triplo da idade de seu filho. Calcule essas idades, sabendo que juntos têm 60 anos?

$15 + 45 = 60$

4 – Somando 5 anos ao dobro da idade de Sônia, obtemos 35 anos. Qual é a idade de Sônia?

$15 \times 2 = 30 + 5 = 35$

5 – O dobro de um número, diminuído de 4, é igual a esse número aumentado de 1. Qual é esse número?

$2w - 4 = w + 1 =$ $w = 5$

6 – O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número?

$3w + 2 = w - 4 =$

7 – O quádruplo de um número, diminuído de 10, é igual ao dobro desse número, aumentado de 2. Qual é esse número?

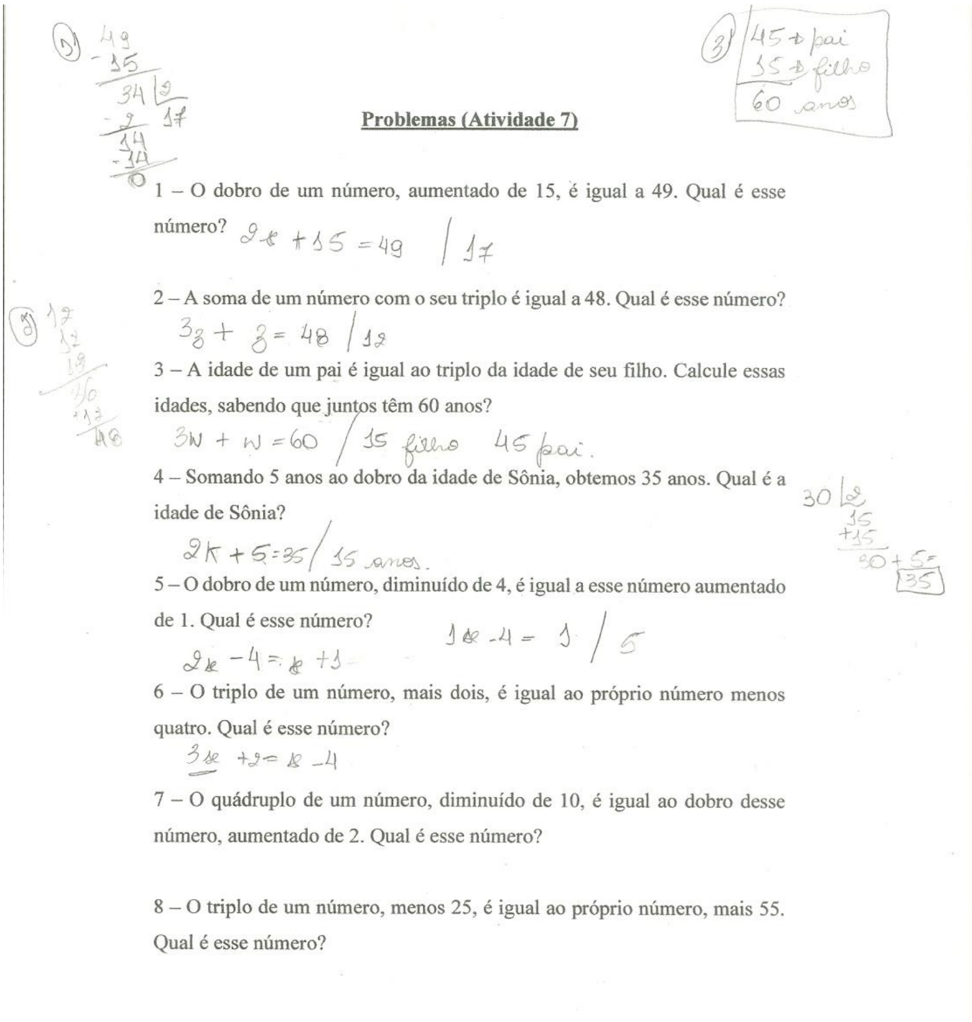
$4z - 10 = 2z + 2 =$

8 – O triplo de um número, menos 25, é igual ao próprio número, mais 55. Qual é esse número?

$3y - 25 = y + 55 =$

Alguns alunos conseguiram concluir a lista de tarefas; porém, a grande maioria não conseguiu em razão do tempo.

Figura 19: Registro incompleto do episódio 7



Problemas (Atividade 7)

1 – O dobro de um número, aumentado de 15, é igual a 49. Qual é esse número? $2x + 15 = 49$ / 17

2 – A soma de um número com o seu triplo é igual a 48. Qual é esse número? $3x + x = 48$ / 12

3 – A idade de um pai é igual ao triplo da idade de seu filho. Calcule essas idades, sabendo que juntos têm 60 anos? $3w + w = 60$ / 15 filho 45 pai.

4 – Somando 5 anos ao dobro da idade de Sônia, obtemos 35 anos. Qual é a idade de Sônia? $2k + 5 = 35$ / 15 anos.

5 – O dobro de um número, diminuído de 4, é igual a esse número aumentado de 1. Qual é esse número? $2x - 4 = x + 1$ $1x - 4 = 1$ / 5

6 – O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número? $3x + 2 = x - 4$

7 – O quádruplo de um número, diminuído de 10, é igual ao dobro desse número, aumentado de 2. Qual é esse número?

8 – O triplo de um número, menos 25, é igual ao próprio número, mais 55. Qual é esse número?

Entendemos que o ápice do processo de aprendizagem está na apropriação do conceito feito pelo sujeito. Com isso, corroboramos com Tall, Thomas e Crowley (1994), quando dizem que entender um símbolo como um processo ou conceito dá grande poder ao indivíduo, pois o possibilita a fazer matemática, porém o conceito o propicia a pensar sobre isso e operar mentalmente.

5.5 Algumas considerações sobre os indícios de aprendizagem

Os episódios apresentados foram organizados em quatro eixos que, conforme já explicitamos, estão relacionados com os nexos conceituais considerados como relevantes para a aprendizagem sobre equações do primeiro grau.

Assim, a busca de indícios de aprendizagem por parte dos estudantes, no que se refere aos nexos conceituais relativos ao conceito de equação, nos permitiu identificar dois elementos que permearam todo o movimento de aprendizagem dos estudantes: o movimento lógico-histórico do conceito e o compartilhamento das ações.

a) Movimento lógico-histórico

Ao estudarmos o movimento lógico-histórico de um conceito, nos reportamos no tempo e isso nos leva a refletir sobre a importância em estudá-lo. Kopnin defende a indissociabilidade entre o histórico e o lógico, pois entende que não seria possível uma lógica sem o fazer objetivo do homem. (SOUZA, 2014, p. 10). Por entendermos isso, é que planejamos este trabalho de modo a oferecer aos estudantes condições para que reflitam e pesquisem a partir do movimento lógico-histórico da Álgebra.

Assim, o movimento lógico-histórico se configura como um dos pontos centrais do trabalho docente em sala de aula, pois

> O par lógico-histórico muda para par histórico-lógico nas ações de ensinar. O ato do educador é o de apreensão do movimento histórico do conceito para daí retirar o que considera com sendo relevante para ser sistematizado na escola como conteúdo de ensino. É por isto que a história do conceito deve ser vista não como ilustradora do que deve ser ensinado. Ela é o verdadeiro balizador das atividades educativas. Os conceitos são sínteses produzidas na história humana, já nos dizia Vygotsky. Este ensinamento nos dá o norte do ensino, da organização curricular, da organização das atividades e ensino. (MOURA, 2014, p.11)[22]

Essa compreensão foi fundamental na estruturação de nossas situações desencadeadoras de ensino e mostrou-se como determinante na aprendizagem dos estudantes.

b) O compartilhamento

Para Vygotsky, o desenvolvimento humano parte das interações sociais, especialmente nas funções psicológicas superiores do indivíduo, sendo estas os meios mais complexos do ser humano, envolvendo o controle consciente do

[22] Texto retirado do prefácio do livro “Do movimento lógico e histórico à organização do ensino”, o qual foi escrito por Moura.

comportamento. Assim, as relações historicamente produzidas dão luz às funções psicológicas superiores. Vygotsky ressalta, ainda, o social na construção das funções psicológicas superiores, visto que as relações sociais constituídas entre os seres humanos são a base para o processo de humanização.

Ao desenvolvermos as SDA com os estudantes, o compartilhamento foi tomado como premissa. Ou seja, inicialmente nossas orientações foram de que os alunos discutissem com seus pares, em duplas ou grupos maiores, o encaminhamento possível para as soluções e, posteriormente, socializassem com toda a turma. Com o passar do tempo, foi possível perceber que esse compartilhamento, antes exigência da professora, passa a ser um elemento constituído pelos próprios estudantes.

Nesse capítulo, apresentamos a análise dos dados produzidos na pesquisa, a partir de quatro eixos traçados à luz da compreensão dos nexos conceituais referentes ao conceito de equação, quais sejam: fluência, variável, campo de variação e igualdade. Os mesmos nos permitiram identificar esses dois elementos que, na nossa análise, representaram o fenômeno que queríamos analisar, ou seja, a aprendizagem dos alunos.

A seguir, passamos a traçar algumas considerações finais sobre a investigação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A fim de compreendermos e discutirmos sobre possibilidades para o ensino de Álgebra, buscamos amparo em autores que se pautam na perspectiva da Teoria histórico-cultural. Isso nos levou a buscar, no movimento lógico-histórico do conceito, amparo para a seleção e organização de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que contemplassem nexos conceituais relativos à Álgebra e que possibilitassem aos alunos a apropriação do conhecimento.

Dado o fato da pesquisadora ser professora da Educação Básica, avistamos a oportunidade de desenvolver uma proposta de ensino com seus alunos, visando provocar a necessidade de apropriação de conhecimento por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem. Isso justifica nossa aproximação com as ideias de Moura (2010) que sobre a SDA diz que

> O objetivo principal desta é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos (MOURA, 2010, p.101).

As SDA foram planejadas e estruturadas de modo a organizar um espaço de apropriação de conhecimento sobre equação do primeiro grau, sendo que a análise dos dados produzidos nesse espaço foi orientada por nosso problema de pesquisa que consistia em verificar *em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem?*. Diante disso, nossa intenção era que os alunos se colocassem em atividade (LEONTIEV, 1983), o que explica a tendência de nossos aportes teóricos.

Assim, vimos que o nosso objetivo se estabeleceu a partir da busca da organização do ensino, de modo que nossas ações investigativas foram traçadas na perspectiva de identificar o que poderia contribuir para a apropriação do conhecimento, por parte dos estudantes. Isto é, ao propor aos alunos situações capazes de desencadear a necessidade da compreensão de um conceito, utilizamos recursos metodológicos, os quais possuíam relação direta com o ensino.

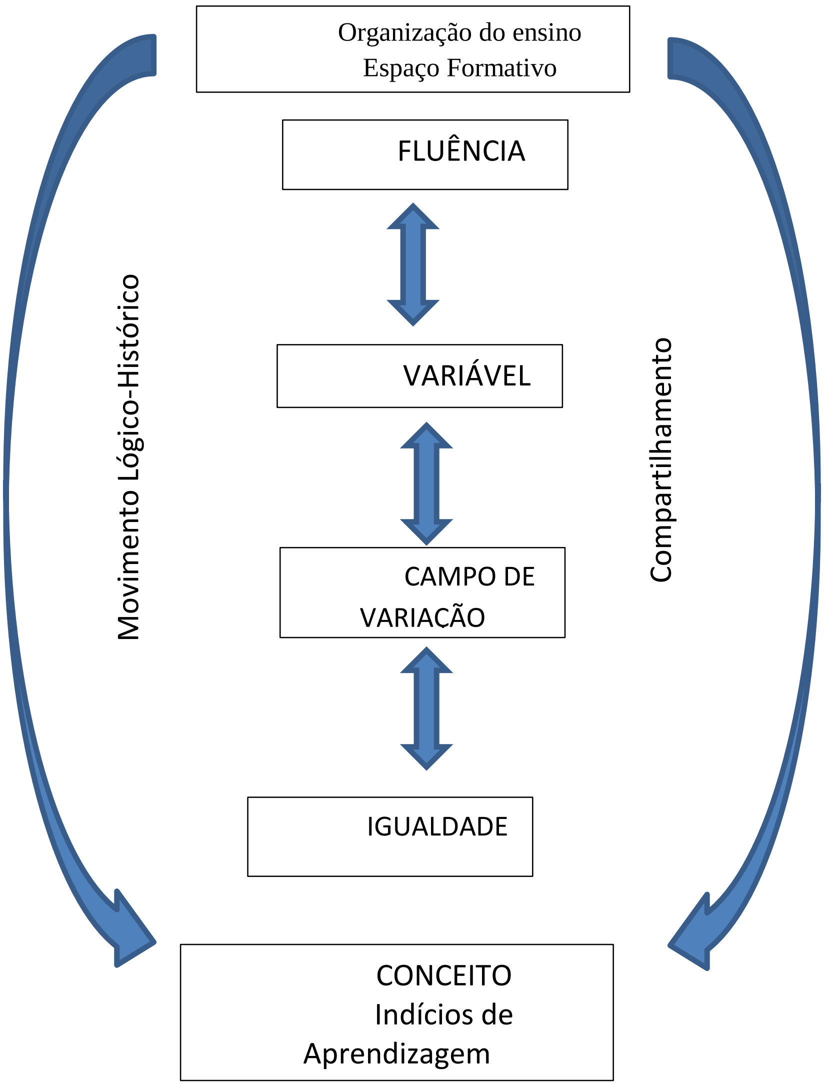
As SDA foram propostas aos alunos com a intenção de que pudessem interagir uns com os outros de modo que, de acordo com as potencialidades e possibilidades de cada um, conseguissem alcançar um novo nível de apropriação do conceito, dando um novo significado ao processo de entendimento do conceito trabalhado.

Tendo em vista que nossa pesquisa tinha como intenção a aprendizagem de todos os envolvidos, traçamos o objetivo formativo de organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem. O envolvimento e a participação dos alunos nesse espaço, enquanto protagonistas da pesquisa, revelaram certas implicações pedagógicas, as quais apresentamos:

- O protagonismo: os alunos, eixos centrais dentro do processos de aprendizagem, demonstravam responsabilidade ao participarem ativamente, e os diálogos partiam das necessidades reveladas por eles mesmos.
- A interação: as relações sociais desenvolvidas, assim como os significados atribuídos frente à busca pela solução dos problemas, fortaleceram as situações desencadeadoras de aprendizagem de modo que os estudantes atribuíram sentido pela relação e trocas entre si.
- O compartilhamento: a síntese coletiva (MOURA, 2010) e a elaboração coletiva da solução dos problemas foram essenciais, pois através dos diálogos os alunos demonstraram valorizar a fala dos colegas, conflitaram ideias na perspectiva de esclarecimento dos problemas propostos.

Nesse espaço formativo, nosso principal objetivo foi investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Na análise dos dados, divididas em eixos que visavam contemplar os nexos conceituais algébricos, pudemos perceber a importância das SDA, sendo que dois elementos se fizeram presentes de modo mais expressivo: o movimento lógico-histórico do conceito e o compartilhamento. A figura 20, a seguir, tenta expressar essa relação.

Figura 20: Síntese das SDA



Voltados ao nexo conceitual de *Fluência,* foram analisados os episódios i. *Quantificando o desconhecido* e ii.*Comparação de valores*; a noção de *Variável* através do episódio *Arquiteto Amon Toado* e do *Quantificando o desconhecido*; a concepção de *Campo de variação* que se deu através do episódio v. *Game Show*; e a e a apropriação do nexo *Igualdade* por meio dos episódios vi. *Balanças em equilíbrio* e *Utilizando equações para resolver problemas*.

Em relação ao eixo *Fluência*, os episódios i e ii destacaram que os alunos valorizaram o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos. Percebemos isso, no decorrer do episódio ii, quando tiveram que fazer registros sem utilização do número, vindo a se confirmar no episódio v quando haviam de estabelecer um parâmetro no *Campo de variação*. Tais procedimentos compactuam com os encaminhamentos adotados historicamente pelo homem.

No eixo *Variável*, houve indícios de apropriação do movimento lógico-histórico nos episódios iii e iv. Isso fica perceptível quando os alunos reconhecem os esforços do povo egípcio, bem como de outros povos que contribuíram com o conceito. Ainda, o nexo *Igualdade* faz o entrelaçamento através dos episódios vi e vii. Através destes episódios, ficou-nos evidente a apropriação do conhecimento teórico quando os alunos conseguiram resolver problemas convencionais baseados nas situações propostas.

Em relação ao Campo de Variação, os dados apresentados no episódio *Game Show* nos apontaram a importância de propor situações em que o intervalo numérico para determinadas ações seja delimitado.

Percebemos, em algumas Situações, o quanto os alunos apresentaram dificuldades em desenvolver, como a do Arquiteto Amon Toado e da do Senhor Brancaleone. O fato de não admitirem que o “problema” não tivesse resposta levou-nos a uma reelaboração das ações inicialmente planejadas. Os alunos apresentaram certa resistência, porque têm a ideia de que a Matemática é fixa e imutável, que deve apresentar uma resposta independentemente do problema proposto. Por isso, não concebiam que houvesse diversas respostas para um mesmo problema.

Cabe destacar que percebemos a mudança de concepção sobre a aula de Matemática, por parte dos alunos, pois, à medida que compartilhavam ideias na busca de soluções, negociavam coletivamente significados, nutriam um aprendizado de forma coletiva, dando luz ao seu protagonismo dentro do processo da própria aprendizagem.

Entendemos, com base na Teoria histórico-cultural, que a qualidade das atividades propostas, relacionada ao comportamento participativo e ativo dos alunos, permitiu a transgressão do modo de pensar mecanicamente, de pensar em solução como uma ideia fixa e imutável. Foi possível perceber que os alunos demonstraram ter compreendido a matemática como um processo humanizador, de sorte que perceberam que suas ações eram motivadas por uma necessidade.

Direcionando para o encerramento de nossas considerações, destacamos que não seria possível alcançar os resultados que apresentamos se não houvesse a disposição, dedicação e o empenho dos protagonistas desta pesquisa. Foi fundamental a responsabilidade, além da postura ao se exporem diante da turma, demonstrando total comprometimento com a nossa proposta.

Assim, ao fazermos uma introspecção sobre o processo que vivenciamos, nos defrontamos com uma forma diferente de ensinar. Por isso, a importância da correlação entre os aportes teóricos e a proposta em si, pois assim fica evidente a necessidade de refletir sobre a nossa prática docente, a fim de despertar no aluno a necessidade de apropriação do conhecimento, assim privilegiando a sua aprendizagem.

Entendemos que, ao desenvolvermos atividade de ensino que possibilite o trabalho com nexos conceituais em sala de aula e ao analisarmos as elaborações dos alunos a partir deste ensino, podemos também refletir acerca da formação dos professores, principalmente porque este movimento leva-nos a pensar no modo de desenvolver em sala de aula o pensamento teórico dos estudantes.

> Em relação ao ensino, o professor que compreende o movimento lógico-histórico dos conceitos algébricos alcança uma nova qualidade (no dizer de Caraça) em sua atividade de ensino. Isso porque estabelece relações diferentes entre os conceitos e compreende seu processo de formação historicamente. A compreensão do movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos permite que o professor trabalhe não só com o produto deste desenvolvimento conceitual, mas sim com seu processo. Tendo isso claro no movimento da parte da humanidade, terá condições de aprimorar sua atividade de ensino e reconhecer de que maneira gerar nos estudantes a necessidade em aprender os conceitos. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p.131).

No caso da professora pesquisadora deste trabalho, foi possível vislumbrar os indícios do desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos pressupostos teóricos e metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino. Acreditamos que, ao desenvolvermos proposta de ensino, torna-se primordial uma sólida proposta que fundamente as nossas ações de ensino. Desse modo, a atividade do professor e do aluno tornam-se uma unidade de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, esperamos que nossa pesquisa, de alguma forma, contribua com a área de Educação Matemática, já que procuramos possibilitar a aprendizagem de Equações do 1º grau mediante as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem. Além disso, procuramos demonstrar que é possível, não apenas enquanto pesquisador, mas como professor, promover a aprendizagem por meio de Atividades Orientadoras de Ensino.

REFERÊNCIAS

ASBAHR, F. S. F. **“Por que aprender isso professora?” Sentido pessoal e atividade de estudo na psicologia histórico-cultural.** 2011. Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BAQUERO, R. **Vygotsky e a aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

BONJORNO, J. R. **Projeto Athos:** matemática, 7º ano [et al.]. São Paulo: FTD, 2014.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza S. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9.ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1998.

CEDRO, W. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino:** O Clube de Matemática**.** Dissertação de Mestrado em Educação. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2004.

DAVYDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

________. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3a. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Editora da UNICAMP, 2002.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**. Faculdade de Educação da Unicamp, v. 4, n. 1[10], p.79-91, mar. 1993.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

KARLSON, P. A. **Magia dos Números:** a Matemática ao alcance de todos. Coleção Tapete Mágico, XXXI. Porto Alegre: Editora Globo, 1954 (1961).

KOPNIN, P.V. **A dialética como lógica e Teoria do Conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA, Anna Regina e SOUSA, Maria do Carmo de. Lógico-histórico: uma perspectiva para o ensino de álgebra. **Anais VIII Encontro Nacional de Educação Matemática** , 2004.

LANNER DE MOURA, Anna Regina e SOUSA, Maria do Carmo de. **O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica:** dois olhares diferentes. Campinas (SP), *Zetetiké*, v. 13 – n. 24 – jul./dez. 2005, p.11-45.

LEONTIEV, A.N. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educacion, 1983.

________. La importancia del concepto de actividad objetal para la psicologia. In: **Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño.** México: Trillas, 2009.

________. Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2014.

LIMA, L.; MOISÉS, R. P. **A variável**: escrevendo o movimento. A linguagemAlgébrica 1. São Paulo/SP, CEVEC/CIARTE, 2000.

LIMA, L.; TAKAZAKI, M.; MÓISES, R. P. **Equações**: o movimento se particulariza. São Paulo: CEVEC-CIARTE, 1998.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** São Paulo: Papirus, 1997.

MACGREGOR, M. "**Goals and contento f na álgebra curriculum for the compulsory years of schooling"**, in: STACEY, K.; CHICK, H. KENDAL, M. (eds.) *The future of teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study.* Boston: Kluwer, 2004.

MANACORDA, M. A. **História da educação: da antiguidade aos nossos dias.** São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1989.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; D'AMBROSIO, U. educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação,** n. 27, p.72, set/out/nov/dez., 2004

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOURA, M. O. A Matemática na infância. In: MIGUEIS, M.; AZEVEDO, M. G. **Educação Matemática na Infância.** Vila Nova de Gaia/Portugal: Gailivros, 2007.

MOURA, M. O. (coord). et.al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M.O. (coord.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.**Brasília: Líber, 2010.

PARO, V. H. **Escritos sobre educação**. São Paulo: Xamã, 2001.

RIGON, A.J.; et al. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M.O. (coord.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasília: Líber, 2010.

ROSA, J.E.; et.al. As particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino. In: MOURA, M.O. (coord.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasília: Líber, 2010.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico- - histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas, 2004.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

TALL, D.; THOMAS, M. O. J.; CROWLEY, L. **Algebra, Symbols, and Translation of Meaning.** Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/245240879> Acesso em:

VAZ, H. G. B. **A Atividade Orientadora de ensino como organizadora do trabalho docente em Matemática**: a experiência do clube de Matemática na formação de professores dos anos iniciais. 2013. 152 p. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.
VIGOTSKI, L.S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

___________ **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

________. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKII, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKII, L. S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2014.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICE A

Termo de consentimento

Prezado(a) senhor(a), responsável pelo(a) menor ___________________________________ da turma __________________,o(a) qual está está sendo convidado(a) para participar de uma pesquisa de Mestrado sob a responsabilidade da Professora Caroline Rodrigues Trindade, professora de Matemática da Escola Teófilo que atua como professora responsável pelos menores que participarão deste estudo. Esta pesquisa visa aprimorar o ensino de equações do primeiro grau para estudantes do 7º ano do ensino fundamental. A pesquisa transcorrerá durante as aulas de matemática, realizadas na Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, no ano letivo de 2016, mais especificamente no mês de novembro.

O Termo de Consentimento será obtido pela pesquisadora, pois na participação do(a) menor, ele(a) se envolverá nas atividades propostas em sala de aula, sendo que estas serão filmadas – preservando sua identidade – além dos registros por escrito realizados durante as atividades. Após a transcrição das gravações para a pesquisa as mesmas serão desgravadas. Em nenhum momento o(a) menor será identificado(a). Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. O(A) menor não terá nenhum gasto e/ou ganho financeiro por participar da pesquisa. O único risco, da participação do(a) menor na pesquisa, se faz com relação à identificação dos participantes. Porém a Professora pesquisadora se compromete a preservar as identificações dos participantes. Os benefícios serão contribuição para a área de Educação Matemática em álgebra para o ensino fundamental, e, os participantes poderão aprender sobre a história da álgebra e, suas aplicações para a sociedade. O(A) menor é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. O(A) menor cuja participação não seja autorizada não sofrerá qualquer prejuízo nas suas atividades escolares.

Uma via original deste Termo de Consentimento ficará com o(a) senhor(a), responsável legal pelo(a) menor e a outra, arquivada na Escola.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, o(a) senhor(a), responsável legal pelo(a) menor, poderá entrar em contato com: **Caroline Rodrigues Trindade – Escola Municipal Teófilo Teodoro Streck – (51) 36165130.**

Novo Cabrais, ____ de ____________de 20____

____

Professora Caroline Rodrigues Trindade

Eu, ____ responsável legal pelo(a) menor acima citado, consinto na sua participação no projeto citado acima, caso ele(a) deseje, após ter sido devidamente esclarecido.

APÊNDICE B – Quadro Analítico da Pesquisa

<table>
<tr><th>OBJETIVOS GERAIS</th><th>AÇÕES</th><th colspan="3">ENCAMINHAMENTOS</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Objetivo investigativo

. Investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE)</td><td>Pesquisar, no movimento lógico-histórico, como se deu a construção de Equação do 1º Grau;</td><td colspan="3">Pesquisa bibliográfica</td></tr>
<tr><td>Identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes no desenvolvimento das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.</td><td>Análise do desenvolvimento das situações desencadeadoras de aprendizagem</td><td>EIXOS DE ANÁLISE
1) Fluência
2) Variável
3) Campo de Variação
4) Igualdade</td><td></td></tr>
<tr><td>Objetivo formativo:

.Organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem;</td><td>Organizar uma unidade de ensino sobre equação do primeiro grau, por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem.</td><td colspan="3">Desenvolvimento de sete SDA:

• Quantificando o Desconhecido
• Comparação de Valores
• O problema do Arquiteto Amon Toado
• Game Show
• Iniciação ao uso de Variável
• Balanças em equilíbrio
• Utilizando equações para resolver problemas</td></tr>
</table>