UFSM- UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO - ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UMA DIFICULDADE DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: LEITURA, INTERPRETAÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Lisete Raymundo Fontoura

Santa Maria, RS, Brasil

2010

UMA DIFICULDADE DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: LEITURA, INTERPRETAÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Lisete Raymundo Fontoura

Monografia apresentada ao Curso de Pós-Graduação, Especialização em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

Orientador: Prof. Ms. Primo Manoel Brambilla

Santa Maria, RS, Brasil,

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO - ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia de Especialização

UMA DIFICULDADE DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: LEITURA, INTERPRETAÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

elaborada por
Lisete Raymundo Fontoura

Como requisito para obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

Primo Manoel Brambilla, Ms. (UFSM)
(Presidente/Orientador**)**

João Batista Peneireiro, Dr. (UFSM)

Rosane Rossato Binotto, Dr. (UFSM)

Santa Maria, 13 de Janeiro de 2011.

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente, pela força, saúde, sabedoria e coragem para atingir os objetivos aos quais me propus.

Ao meu orientador, Primo Manoel Brambilla, comprometido e amigo, desempenhando sua função com segurança, competência, habilidade e muita simplicidade.

À minha banca, pela disponibilidade e atenção.

À Universidade Federal de Santa Maria, pela oportunidade.

À coordenação do curso, em especial à Andréia, pelo acolhimento e atenção.

Aos colegas de curso, pela amizade e aprendizado compartilhados.

Aos meus queridos pais, José Moacir e Arlé, pelo apoio, compreensão e dedicação em todos os momentos.

À direção, professores e alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame, de Santa Maria, que gentilmente oportunizaram a realização desta pesquisa.

A todos os que diretamente e indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa.

“Para isto existem as escolas: não para ensinar as respostas, mas para ensinar as perguntas. As respostas nos permitem andar sobre a terra firme. Mas somente as perguntas nos permitem entrar pelo mar desconhecido.”

Rubem Alves

RESUMO

Monografia de Especialização
Curso de Pós-Graduação - Especialização em Educação Matemática
Universidade Federal de Santa Maria

UMA DIFICULDADE DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: LEITURA, INTERPRETAÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

AUTORA: LISETE RAYMUNDO FONTOURA
ORIENTADOR: PRIMO MANOEL BRAMBILLA

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 13 de janeiro de 2011.

Este trabalho tem como objetivo principal analisar a formulação e interpretação de problemas matemáticos. Procurou-se fazer uma integração da língua escrita e falada com a matemática, conduzindo os alunos a leitura de textos matemáticos e a escrita de problemas. A pesquisa é de cunho qualitativo e está fundamentada na Teoria Sócio-histórica de Vygotsky, nas concepções de alguns autores sobre a Metodologia da Resolução de Problemas e nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Aplicou-se a Metodologia da Resolução de Problemas como pressuposto de promover nos alunos habilidades e estratégias que lhes permitissem aprender a aprender, através de uma prática diversificada e significativa. O trabalho apresenta uma breve descrição da instituição escolhida para a realização da pesquisa, a Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame, descrevendo as atividades matemáticas propostas em sala de aula: textos envolvendo a Matemática, problemas convencionais de Matemática, desafios, formulação de problemas, poemas e adivinhações. As descrições e reflexões da prática, presentes no capítulo final, buscam responder a perguntas como: será que o trabalho com leitura, interpretação e formulação de problemas matemáticos foi significativo na aprendizagem de conteúdos novos e na resolução de problemas? Quais foram os maiores obstáculos apresentados quanto à resolução de problemas?

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Aprendizagem. Metodologia de Ensino.

ABSTRACT

Monography of Specialization
Post-graduation Course – Specialization on Mathematical Education
Federal University of Santa Maria

DIFFICULTIES OF TEACHING AND LEARNING MATHEMATICS: READING, INTERPRETATION AND PRODUCTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS

AUTHOR: LISETE RAYMUNDO FONTOURA
SUPERVISOR: PRIMO MANOEL BRAMBILLA
Date and local of defense: Santa Maria, January 13th 2011.

This paper aims to analyze the formulation and interpretation of mathematical problems. It tried to integrate the written and the spoken languages with mathematics, leading the students to the reading of mathematical texts and to write the problems, The research is qualitative and is based in Vigotsky's Social and Historical Theory, in the conceptions of some authors about the Methodology of Solving Problems and in the orientations of the National Curriculum Parameters. The methodology of solving problems was used with the intention of promoting to the students the abilities and strategies of learning to learn through a diversified and significant praxis. It represents a brief description of the institutions chosen to carry out the research, Fundamental State School 'Almiro Beltrame', describing the mathematical activities proposed in classroom: texts involving Mathematics, Mathematical conventional problems, challenges, problem formulations, poems and puzzles. The descriptions and reflections of the practice, present in the final chapter, aim to answer questions how: Is the reading, the interpretation and formulation of mathematical problems significant in learning new contents and in solving the problems? What were the biggest obstacles presented when solving the problems?

Key words: Problem Solving. Learning. Teaching Methodology.

LISTA DE ANEXOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

As dificuldades de aprendizagem têm sido objeto de investigação de muitos pesquisadores em educação. Nas escolas, percebe-se que os problemas ligados à aprendizagem desestimulam os alunos levando-os, muitas vezes, à repetência, evasão e ao desinteresse durante as aulas.

O estudo desenvolvido procurou utilizar metodologias alternativas para o trabalho com as dificuldades de aprendizagem na 5ª série do Ensino Fundamental, na Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame, partindo da formulação/resolução de problemas e na interpretação de textos matemáticos. O conteúdo abordado foi frações.

A escola trabalha com sujeitos advindos das mais diversas classes sociais, de níveis econômicos e culturais diferentes e as diferenças cognitivas geram os diferentes níveis de aprendizagem. Neste sentido, em uma mesma sala de aula existem níveis diferentes de aprendizagem e alunos que apresentam maiores ou menores dificuldades de aprendizagem.

Objetivamente, visa-se oportunizar ao educando algumas reflexões psicopedagógicas sobre a compreensão de problemas matemáticos, conduzindo-os à leitura de textos envolvendo a matemática e a formulação de problemas matemáticos, fazendo, desse modo, uma integração da linguagem escrita com a linguagem matemática.

O presente trabalho atende as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN, para a matemática:

> O ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997, p. 31).

Em face disto, resolveu-se repensar a metodologia de trabalho, dando ênfase à compreensão das dificuldades de aprendizagem e a necessidade do uso de metodologias alternativas para sua superação.

Tradicionalmente, problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos.

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Consequentemente, o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permita resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível.Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação.Segundo Smole e Diniz:

> Analisar a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que os alunos e professores enfrentam quando se propõe a Resolução de Problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 87).

Esta pesquisa será apresentada em quatro momentos. O primeiro trata das dificuldades de aprendizagem e, em especial, das dificuldades de aprendizagem em Matemática. O segundo versa sobre os fundamentos teóricos que darão sustentação à proposta desenvolvida, alicerçada nas postulações de Vygotsky e sua teoria sociohistórica, enfatizando os níveis de desenvolvimento e o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal.

A aprendizagem é o processo de internalização dos conteúdos historicamente construídos e socialmente disponíveis. Segundo Vygotsky (1998), esse processo se torna possível pela mediação, visto que as funções do desenvolvimento humano se manifestam primeiro num plano social e depois individual. Fica evidente que da qualidade das interações vai depender a qualidade da aprendizagem.

O processo de ensino-aprendizagem com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem deve ser pensado com base na qualidade das interações linguísticas. As diversas dificuldades de aprendizagem que o aluno pode apresentar, sejam elas relacionadas à linguagem escrita ou a matemática, são passíveis de superação.

O compromisso do educador está em garantir que o aluno, pela sua mediação, construa o conhecimento. Cabe a ele, portanto, conhecer as principais dificuldades de aprendizagem apresentadas pelo aluno e selecionar metodologias de ensino que sejam relevantes para a elaboração do conhecimento, ou seja, que incidam sobre o que Vygotsky (1998) denomina de Zona de Desenvolvimento Proximal.

Este momento também trata de algumas reflexões fundamentais sobre a Metodologia da Resolução de Problemas: o que ela propõe, o porquê de utilizá-la e as principais influências. Para tanto, buscou-se referências nos trabalhos de educadores matemáticos, em especial, as produções de Polya (1995), Pozo (1998), Smole; Diniz (2001).

Após, foram abordadas as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais e dos Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul sobre o ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e a importância da resolução de problemas.

O terceiro momento apresenta uma breve descrição da Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame, evidenciando alguns aspectos estruturais e organizacionais bem como as ações pedagógicas da mesma.

No quarto momento, faz-se um relato da prática desta proposta e de como se deu o desenvolvimento das atividades durante as aulas.

As considerações finais e as conclusões do trabalho constituem a última parte.

Alguns anexos úteis e uma cuidadosa bibliografia encerram este trabalho.

1 AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

1.1 As dificuldades de aprendizagem e as dificuldades de aprendizagem da matemática

As dificuldades de aprendizagem não são uma exceção no sistema educacional. O insucesso da criança é também o resultado de outros insucessos sociais, políticos, culturais, educacionais, pedagógicos, dentre outros. Considerar as dificuldades de aprendizagem um problema estritamente da criança é ignorar os reflexos das dificuldades de ensino.

Segundo a concepção teórica de Vygotsky, as dificuldades de aprendizagem podem ser explicadas segundo a lei da dupla formação, cuja explicação é: no desenvolvimento dos indivíduos, qualquer função mental aparece duas vezes, primeiro em nível social e depois em nível individual. Em outras palavras, primeiro entre pessoas (daí a importância da mediação) e depois no interior do próprio aprendiz (pela internalização do conhecimento construído).

Com base nessas premissas, as dificuldades podem ser geradas fora do sujeito, na mediação (que inclui a inadequação dos instrumentos ou signos utilizados) ou, ainda, no interior do próprio aprendiz, devido a algum problema biológico ou consequência psicológica das suas relações com o ambiente.

Embora as dificuldades de aprendizagem sejam causadas por uma diversidade de fatores, a extensão em que as crianças são afetadas por eles, frequentemente, é decidida pelo ambiente no qual vivem. O ambiente doméstico e o escolar da criança afeta seu desenvolvimento intelectual e seu potencial para a aprendizagem.

Sob o enfoque psicopedagógico, as dificuldades de aprendizagem representam uma questão extremamente complexa. Qualquer tentativa de explicação que atribua suas origens a uma única causa, será insuficiente e falha. No cotidiano das salas de aula, é possível perceber, nos alunos, certa dificuldade na aprendizagem quando esta está relacionada com conceitos matemáticos. Segundo Fonseca:

> Dificuldades de aprendizagem é um termo geral que se refere a um grupo heterogêneo de desordens, manifestadas por dificuldades significativas na

> aquisição e utilização da compreensão auditiva, da fala, da leitura, da escrita e do raciocínio matemático (FONSECA,1995,p.36).

Os professores precisam levar em conta a bagagem de conhecimento que os alunos trazem dos ciclos anteriores, para organizar o seu trabalho, de modo que os alunos desenvolvam a própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos.

Fonseca (1995) caracteriza os problemas mais comuns das crianças que apresentam dificuldades de aprendizagem, sendo eles:

a) dificuldade de atenção: apresentando dificuldade em focar ou fixar a atenção;

b) Problemas perceptivos: sendo os mais frequentes os de natureza visual e auditiva;

c) problemas emocionais;

d) Problemas de memória: apresentando frequentemente problemas de memorização, conservação, consolidação e retenção das informações recebidas;

e) problemas cognitivos;

f) Problemas psicolinguísticos: apresentando um déficit nos processos receptivos, integrativos e expressivos, em conjunto com as desordens da linguagem falada e da linguagem escrita;

g) problemas psicomotores, etc.

O principal desafio enfrentado pelos pais, professores e profissionais que trabalham com crianças que apresentam dificuldades consiste em ajudá-las a adquirir confiança em si mesmas, a acreditar em suas capacidades. Eles devem saber que as pessoas aprendem de diferentes modos e que sua energia pode ser encaminhada para encontrar estratégias adequadas para a aprendizagem, ao invés de procurar maneiras de esconder suas dificuldades.

As crianças aprendem a esconder suas dificuldades com comportamentos, como ser o palhaço da classe, manter-se calada, adoecer, fugir das responsabilidades, demonstrar desinteresse ou, muitas vezes, através do mau comportamento. Os problemas de aprendizagem não desaparecem, mas a criança pode aprender a compensar suas dificuldades.

Como cada criança é um ser humano único e importante, não existe uma receita única para detectar as dificuldades de aprendizagem. Respeitar as individualidades, aceitar as diferentes formas de sentir, pensar, agir e de aprender é um ponto básico na educação das crianças.

As dificuldades de aprendizagem podem ser provenientes não somente do próprio aluno, mas também do mediador ou proporcionador de ajudas, ou seja, a responsabilidade é um processo interativo. Não interessa passar “a culpa” da criança para o professor ou vice versa, mas explicitar a situação em que se produzem as dificuldades de aprendizagem. Como o ensino e a aprendizagem são dois polos em interação, deve-se dispor dos instrumentos de mediação adequados, que permitam compensar as dificuldades de aprendizagem, independentemente da origem das mesmas.Segundo Vitti:

> O fracasso do ensino de matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos(VITTI,1999,p.19).

As dificuldades com a matemática são, às vezes, as mais difíceis de remediar. Em muitos casos, as crianças com dificuldades de aprendizagem ou, inclusive, as que não as têm, apresentam problemas nesta área porque não adquiriram alguns conceitos básicos.

2 AS POSTULAÇÕES DE VIGOTSKY

2.1 A origem dos significados: as relações aprendizagem-desenvolvimento

A psicologia elaborada por Vygotsky dará sustentação a este trabalho, visto que, sua teoria sociohistórica é de suma importância para a educação. Esta defende a importância de se trabalhar as coisas reais que dizem respeito à sociedade, interligando conhecimentos da vida social à realidade da sala de aula.

Segundo Vygotsky (1998), os instrumentos de mediação, incluídos os signos, são proporcionados pela cultura (o meio social). Porém, adquirir os signos não consiste somente em tomá-los do mundo social externo, pois também é necessário interiorizá-los, o que exige uma série de transformações ou processos psicológicos.

Vygotsky rejeita a explicação associacionista, segundo a qual os significados estão na realidade e só é necessário abstraí-los por procedimentos indutivos. Para ele, os significados provêm do meio social externo, mas devem ser assimilados ou interiorizados por cada criança.

A lei fundamental da aquisição do conhecimento expõe que este começa sendo intrapessoal:

> No desenvolvimento cultural da criança, toda função aparece duas vezes: primeiro entre pessoas (interpsicológica) e depois no interior da própria criança (intrapsicológica). Isto pode aplicar-se igualmente à atenção de conceitos. Todas as funções superiores se originam como relações entre seres humanos (VYGOTSKY, 1984, p. 94).

Sua teoria também enfatiza o contexto sociocultural, pois a concepção de aprendizagem é social e não pode ser concebida como uma realização meramente individual.

A cultura provê ao ser humano as ferramentas necessárias para transformar seu entorno, que se adapta ativamente a ele. Além de proporcionar ferramentas, ela está constituída basicamente por sistemas de signos ou símbolos que mediam as ações. O sistema de signos usado com mais frequência é a linguagem falada, mas há muitos outros sistemas simbólicos que atuam sobre a realidade (por exemplo, os sistemas de medidas, a cronologia, a aritmética, o sistema de leitura-escrita, etc.). Diferentemente da ferramenta, o signo não modifica materialmente o estímulo, mas modifica a pessoa que o utiliza como mediador e, definitivamente, atua sobre a interação dessa pessoa com seu entorno.

Deste modo, a aprendizagem supõe um caráter social determinado e um processo pelo qual as crianças se introduzem, ao desenvolver-se, na vida intelectual daqueles que as rodeiam. A aquisição da cultura, com sentido e significação, supõe uma forma de socialização.

Para Vygotsky, o fundamento do funcionalismo psicológico é social e, portanto, histórico. As origens das funções psicológicas superiores devem ser buscadas nas relações sociais.

> Os elementos medidores na relação entre o homem e o mundo - instrumentos, signos e todos os elementos do ambiente humano carregados de significado cultural - são fornecidos pelas relações entre os homens. Os sistemas simbólicos, e particularmente a linguagem, exercem um papel fundamental na comunicação entre os indivíduos e no estabelecimento de significados partilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos, e situações do mundo real (VYGOTSKY, 1991, p. 40).

Os professores e os pais, com sua função mediadora da aprendizagem, facilitam a captação da cultura social e seus usos, tanto linguísticos como cognitivos. Nesse sentido, a aquisição dos conteúdos escolares (como síntese da cultura social) pressupõe um modelo social que facilita a aprendizagem entre iguais e a relação professor-aluno.

A boa aprendizagem implica um duplo compromisso: o aluno deve assumir uma disposição para aprender e comprometer-se a trabalhar para consegui-lo; e o docente tem o dever de preparar o cenário e atuar como agente mediador entre o aluno e a cultura.

2.2 O pensamento e a linguagem

A principal função da linguagem, segundo Vygotsky, é a de intercâmbio social: é para se comunicar com seus semelhantes que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagem.

Antes de o pensamento e a linguagem se associarem,a criança passa por uma fase pré-verbal no desenvolvimento do pensamento e por uma fase pré-intelectual no desenvolvimento da linguagem. Antes de dominar a linguagem, a criança demonstra capacidade de resolver problemas práticos, de utilizar instrumentos e meios indiretos para conseguir determinados objetivos.

Quando os processos de desenvolvimento do pensamento e da linguagem se unem, surge, então, o pensamento verbal e a linguagem racional. O ser humano passa a ter a possibilidade de um modo de funcionamento psicológico mais sofisticado, mediado pelo sistema simbólico da linguagem.

Assim, o professor deverá possibilitar, mediando, em sua ação pedagógica, um encontro entre o que já está internalizado e o que está por ser consolidado no percurso do desenvolvimento do aluno. Segundo Vygotsky:

> (...) no final da infância as relações interfuncionais envolvendo a memória invertem sua direção.Para as crianças, pensar significa lembrar;no entanto, para o adolescente, lembrar significa pensar.Sua memória está tão carregada de lógica que o processo de lembrança está reduzido a estabelecer e encontrar relações lógicas (VYGOTSKY,1991,p.57).

Na análise que Vygotsky faz das relações entre pensamento e linguagem, a questão do significado ocupa lugar central. O significado é um componente essencial da palavra e é, ao mesmo tempo, um ato de pensamento, pois o significado de uma palavra já é, em si, uma generalização. Isto é, no significado da palavra é que o pensamento e a fala se unem em pensamento verbal. A ideia da transformação dos significados das palavras está relacionada a outro aspecto da questão do significado, pois ele distingue dois componentes do significado da palavra: o significado propriamente dito e o sentido.

O significado propriamente dito refere-se ao sistema se relações objetivas que se formou no processo de desenvolvimento da palavra, consistindo num núcleo relativamente estável de compreensão da palavra, compartilhado por todas as pessoas que a utilizam. O sentido, por sua vez, refere-se ao significado da palavra para cada indivíduo, composto por relações que dizem respeito ao contexto de uso da palavra e às vivências afetivas do indivíduo.

Segundo ele, o sentido é a soma dos eventos psicológicos que a palavra evoca na consciência. É um todo fluido e dinâmico, com zona de estabilidade variável, uma das quais é o significado.

Um “texto matemático”, por exemplo, envolve um conjunto de sinais e de signos que, através de uma aplicação sistemática de regras, tanto da língua quanto da matemática, permitem a comunicação de ideias tipicamente matemáticas, como é o caso dos problemas matemáticos.

Assim, a organização das atividades desenvolvidas nesta pesquisa exigiu especial atenção às palavras, unidades linguísticas essenciais que, além de carregarem seu significado, refletem o mundo exterior. A preocupação com a linguagem torna-se essencial no sentido de promover, entre professor e aluno, uma instantânea interlocução, abordando os conceitos matemáticos da maneira o mais simples e objetiva possível, com palavras que façam sentido, não somente para o professor mas especialmente para o aluno.

2.3 A Zona de Desenvolvimento Proximal

Uma questão importante nos trabalhos de Vygotsky é o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal.

Uma criança para ser considerada como possuidora de certa capacidade tem que demonstrar poder cumprir uma tarefa sem nenhum tipo de ajuda externa. A essa capacidade Vygotsky chamou de nível de desenvolvimento real, que caracteriza o desenvolvimento retrospectivo, etapas já alcançadas, já conquistadas.

> A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram ,mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de ‘brotos’ ou ‘flores’ do desenvolvimento ao invés de ‘frutos’ do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivo (VYGOTSKY,1984, p .97).

Há tarefas que uma criança não será capaz de realizar sozinha, sem a ajuda de alguém, mas tornar-se-á capaz de concretizá-las se lhe forem dadas instruções, demonstrações, pistas e assistência adequadas. A essa capacidade de realizar tarefas com a ajuda de alguém, Vygotsky chamou de nível de desenvolvimento potencial.

A zona de desenvolvimento proximal é gerada pela aprendizagem e, por conseguinte, o processo de desenvolvimento é uma consequência da aprendizagem. O desenvolvimento cultural da criança ou do adolescente supõe as dimensões social e individual. Os conceitos sociais (assim que passam a fazer parte da cultura social) são assimilados individualmente (fazem parte da cultura individual) a partir da aprendizagem compartilhada e contextualizada.

Entre a capacidade ou competência do aluno e seu rendimento ou desempenho real, há uma série de variáveis intermediárias, tanto do aluno quanto da tarefa, que podem explicar as dificuldades que ele encontra quando resolve um problema escolar determinado.

A zona de desenvolvimento proximal implica que o professor esteja consciente dos estágios evolutivos das crianças e que seja capaz de planejar mudanças qualitativas no ensino, direcionando-o para certa meta.

Embora cada pessoa seja única, as crianças obviamente compartilham características comuns. Se fazem parte da mesma tradição, as crianças de uma mesma sala de aula compartilham habilidades e uma parcela de conhecimentos.

A instrução pode ser construída sobre essas características comuns, levando em conta que as crianças apresentam diferentes velocidades e maneiras de aprender. Para Coch:

> Ensinar não é, pois, explicar e depois propor problemas, mas é fazer com que o aluno, ao tentar resolver um problema novo, ponha em ação seu saber, tente novas soluções que ainda não conhece (mas que podem ser socializadas e discutidas no grupo) e produzir um movimento em direção ao novo. Esta incompletude de “falta de saber” dá sentido ao novo conhecimento que o professor pretende ensinar e possibilita o aprender (COCH,1992,p.13).

3 A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino baseado na resolução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos necessários, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Desta forma, ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar, por si mesmos, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor.

Para que se entenda a Metodologia da Resolução de Problemas, antes é necessário definir o que se concebe como um problema. A qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para encontrar uma solução, atribuí-se o nome de problema. Semelhantemente, na Matemática, denominam-se situações-problema os desafios que requerem um raciocínio, uma estratégia de resolução. Segundo Pozo:

> Entende-se por problema qualquer tipo de atividade procedimental que seja realizada dentro ou fora da sala de aula. No entanto, uma tarefa qualquer (seja matemática ou não matemática) não constitui um problema. Para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta (POZO,1998,p.48).

De acordo com os PCN, Brasil (1997, p. 44), um problema matemático é “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.”

Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado.

Sem compreensão da tarefa, os problemas se transformam em pseudoproblemas, em meros exercícios de aplicação de rotinas aprendidas por repetição e automatizadas, sem que o aluno saiba discernir o sentido do que está fazendo e, por conseguinte, sem que possa transferi-lo ou generalizá-lo de forma autônoma à situações novas.Segundo Rabelo:

> Uma aprendizagem mecânica ocorre quando não se consegue relacionar uma nova informação a conceitos já existentes na estrutura cognitiva ou quando não existem, na estrutura, conceitos com os quais possa a nova informação ser relacionada de forma significativa. Elementos de conhecimento aprendidos de forma puramente mecânica são distribuídos arbitrariamente na estrutura cognitiva e não se relacionam a conceitos especificamente relevantes (RABELO,2004,p.57).

3.1 Problemas e exercícios: diferenças

Um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispõem e utilizam-se mecanismos que levam, de forma imediata, a solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interesse pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício. Nas palavras de Pozo (1998,p.17):

> (...) a solução de problemas e a realização de exercícios constituem um continuum educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer. Entretanto, é importante que nas atividades de sala de aula a distinção entre exercícios e problemas seja bem definida e, principalmente, que fique claro para o aluno que as tarefas exigem algo mais de sua parte do que simples exercício repetitivo.

Ensinar via resolução de problemas significa considerar o problema como um elemento disparador de um processo de construção do conhecimento matemático. Ou seja, problemas visam contribuir na formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática. É a necessidade de resolver o problema que leva o aluno a se apropriar, sozinho ou coletivamente, dos instrumentos intelectuais necessários à construção de uma solução.

É claro que os conhecimentos disponíveis para a pessoa que tenta resolver um problema influenciam bastante para o êxito na obtenção de uma solução. Eles incluem tanto os conhecimentos matemáticos quanto os conhecimentos extramatemáticos relacionados ao problema. Conhecimentos de problemas parecidos e de estratégias de resolução de outros problemas também aumentam as chances de sucesso. Mas não basta só isso.

Pozo (1998) estabelece alguns critérios que permitem transformar as tarefas escolares em problemas, em vez de simples exercícios:

- diversificar os contextos nos quais se propõe a aplicação de uma mesma estratégia, fazendo com que o aluno trabalhe os mesmos tipos de problemas em diferentes momentos do currículo, diante de conteúdos conceituais diferentes;

- propor as tarefas não só com um formato acadêmico, mas também dentro de cenários cotidianos e significativos para o aluno, procurando fazer como que o mesmo estabeleça conexões entre ambos os tipos de situações;

- habituar o aluno a adotar as suas próprias decisões sobre o processo de resolução, assim como refletir sobre esse processo, dando-lhe autonomia crescente nesse processo de tomada de decisões;

- fomentar a cooperação entre os alunos na realização das tarefas, mas também incentivar a discussão e os pontos de vista diversos, que os obriguem a explorar o espaço de problema para comparar as soluções ou caminhos de resolução alternativos;

- proporcionar aos alunos a informação que precisarem durante o processo de resolução, realizando um trabalho de apoio, dirigido mais a fazer perguntas ou fomentar nos alunos o hábito de perguntar-se do que a dar resposta às perguntas dos mesmos;

- valorizar a reflexão e a profundidade das soluções alcançadas pelos alunos e não a rapidez com que são obtidas.

Durante a resolução de problemas, são mobilizados, além dos conhecimentos, habilidades de:

- criar estratégias para a solução do problema;
- monitoração do processo;
- atitudes e afetividade.

Para que o professor avalie e, consequentemente, oriente a fase de resolução na qual um determinado aluno se encontra, deve prever diferentes maneiras possíveis de realizar as tarefas, o tipo de dificuldades conceituais ou procedimentais inerentes a cada uma delas, as diferentes soluções possíveis e as diferentes linguagens que utilizam.

Uma fonte de informação muito útil para essa avaliação pode ser uma análise dos erros cometidos pelos alunos. Os erros podem informar tanto a respeito das dificuldades que um aluno apresenta, para adotar procedimentos de tipo técnico ou estratégico, como do tipo de teorias ou crenças com as quais ele tem que lidar em um determinado momento.

> Desde que o ensino não seja centrado apenas na cobrança de informações, o erro pode ser visto como um erro construtivo, uma fonte inesgotável de contradições e, portanto, de aprendizagem, às vezes, maior até que o próprio acerto. O erro tradicionalmente é visto como algo absoluto, imperdoável, fruto de deficiências e incompetências (RABELO, 2004, p. 65).

A maneira de expressar o problema pode evidenciar certas ambiguidades linguísticas ou semânticas que, por sua vez, podem motivar diferentes formas de compreender um mesmo problema. A presença de ambiguidades ou imprecisões, como na linguagem cotidiana, pode causar inúmeras dificuldades.

Escrever pode ajudar os alunos a aprimorar percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao formular problemas, eles têm oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizaram e no que poderiam ser melhores. É como se pudessem refletir o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizaram e aprenderam.

> A produção de textos nas aulas de matemática cumpre um papel importante para a aprendizagem do aluno e favorece a avaliação dessa aprendizagem em processo.Organizar o trabalho em matemática de modo a garantir a aproximação dessa área do conhecimento e da língua materna, além de ser uma proposta interdisciplinar, favorece a valorização de diferentes habilidades que compõem a realidade complexa de qualquer sala de aula (SMOLE;DINIZ, 2001, p. 29).

Sabe-se também que o nível de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à capacidade de comunicá-lo, uma vez que, quanto mais compreende um conceito, melhor o aluno pode se expressar sobre ele. Nas palavras de Smole e Diniz:

> (...) analisar a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem da matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõe a Resolução de Problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 87).

É importante enfatizar que, embora o aluno possa aprender conteúdos novos ao resolver problemas, é preciso que ele já tenha algum conhecimento matemático pertinente ao problema a ser resolvido. Por outro lado, a prática mostra, também, que apenas possuir conhecimentos matemáticos não é suficiente para resolver problemas, pois é preciso mais.

Elementos como: refletir, questionar, indagar, duvidar, levantar hipóteses, imaginar soluções, organizar ideias e pesquisar precisam estar presentes no dia a dia da sala de aula, levando os alunos a pensar "significativamente" os conhecimentos e não somente sua simples memorização de forma "mecânica".

Logo, é preciso aprender a propor um processo de aprendizagem a partir de desafios, isto é, a partir de situações-problemas e não a partir de respostas prontas. Segundo Sopelsa:

> Pensar a resolução de problemas como um processo significa olhar para o desempenho do indivíduo como resolvedor. Nesta interpretação resolução de problemas é um meio para desenvolver o potencial heurístico do aluno.
> Para abordá-la em sala de aula procura-se propor problemas, analisar os passos e recursos da solução dos alunos e trabalhar no sentido da melhoria das estratégias usadas... (SOPELSA, 2000, p. 59)

3.2 Como se resolve um problema segundo o método de Polya

Publicada em 1945, a obra de George Polya, *How to Solve IT: A New Aspect of Mathematical Method*, traduzida no Brasil como "A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático", tornou-se referência no campo da Resolução de Problemas.A última versão desta obra foi publicada no Brasil em 1995.

Polya (1995) faz considerações acerca do papel que deve ser assumido pelo professor, o de orientador; para tanto, enumera cinco objetivos que deverão ser o norte para a condução de resolução de um problema. Eis alguns deles:

(a) auxílio ao estudante: o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Porém, se ele for deixado sozinho, sem a ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho;

(b) professor e aluno - imitação e prática: há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos: um - indagação ou sugestão da lista: primeiro, auxiliá-lo ao resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

Um dos objetivos desse estudioso é conseguir que os alunos pensem matematicamente, que não aprendam apenas regras, técnicas e estratégias prontas e acabadas, mas que cheguem também a compreender os conceitos subjacentes à prática matemática.

A fim de auxiliar o estudante nesse processo, Polya (1995) propõe quatro fases de trabalho, que partem desde a compreensão do problema à validação da resposta:

1ª etapa: compreensão do problema: é preciso compreender o problema.

Nesta fase, é importante indagar: qual é a incógnita? Quais são os dados? qual é a condição? A condição imposta é suficiente, insuficiente, excessiva ou contraditória?

2ª etapa: construção de uma estratégia de resolução.

Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. Perguntas que ajudam: já viu esse problema antes, ou sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um teorema ou uma propriedade que poderia ser útil? Se você não consegue resolver o problema proposto, resolve primeiro algum problema correlacionado, ou um mais específico, ou parte do problema: para isso, mantém apenas uma parte da condição. Verifica se você já utilizou todos os dados e a condição.

3ª etapa: executando a estratégia.

Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acaba se dando mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução. Ao executar esta estratégia, verifique cada passo.

4ª etapa: Retrospectiva

Examine a solução obtida. Verifique o resultado, o raciocínio feito. Vê se seria possível chegar ao resultado por um caminho diferente. Finalmente, vê se é possível utilizar o resultado, ou o método, para outros problemas.

É importante ressaltar que esta divisão proposta por Polya não corresponde, necessariamente, a uma sequência que dispensa a retomada de alguma etapa, segundo comentário de Dante a respeito das fases de trabalho:

> É claro que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. O processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo. Entretanto, de um modo geral, elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo (DANTE, 1991,p.22).

3.3 Considerações a respeito das fases propostas por Polya que merecem destaque

1. Compreensão do problema

> O estudante deve considerar as partes principais do problema, atenta e repetidamente, sob vários pontos de vista. Se houver uma figura relacionada deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados. Se for necessário designar esses elementos, deverá adotar uma notação adequada, pois, dedicando alguma atenção à escolha dos signos apropriados, será obrigado a considerar os elementos para os quais esses signos têm de ser escolhidos (POLYA, 1995, p. 4).

2. Estabelecimento de um plano

> Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da idéia de um plano. Esta idéia pode surgir gradualmente ou, então, após tentativas infrutíferas e um período de hesitação, aparecer repentinamente, num lampejo, como uma “idéia brilhante”. A melhor coisa que pode um professor fazer por seu aluno é propiciar-lhe discretamente, uma idéia luminosa. As indagações e sugestões que passamos a discutir tendem a provocar tal idéia (POLYA,1995, p. 6).

3. Execução do plano

> Se o aluno houver realmente concebido um plano, o professor terá então um período de relativa tranquilidade. O maior risco é o de que o estudante esqueça o seu plano, o que pode facilmente ocorrer se ele recebeu de fora e o aceitou por influência do professor. Mas se ele próprio houver preparado o plano mesmo com alguma ajuda, e concebido com satisfação a idéia final não perderá facilmente essa idéia. De qualquer maneira, o professor deve insistir para que o aluno verifique cada passo (POLYA, 1995, p. 9).

4. Retrospecto

> Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. Um bom professor precisa compreender e transmitir a seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado (POLYA,1995, p.10).

3.4 As heurísticas de resolução de problemas

3.4 1 Sobre o termo heurística

Heurística, heurética ou "ars inveniendi" era o nome de certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia, muitas vezes delineado, mas raramente apresentado com detalhes e hoje praticamente esquecido. O objetivo da heurística consiste no estudo dos métodos e das regras da descoberta e invenção.Heurístico é um adjetivo e significa "que serve para descobrir".

Algumas considerações acerca dos processos heurísticos dentro da resolução de problemas:

> Devemos considerar os aspectos gerais, independentemente do assunto específico do problema. Heurística tem objetivos "práticos": melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino da Matemática (POLYA,1995,p.87).

3.5 A resolução de problemas segundo os PCN

O propósito do Ministério da Educação e do Desporto, ao consolidar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), consiste em apontar metas de qualidade que ajudem o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres. Eles são abertos e flexíveis, podendo ser adaptados à realidade de cada região.Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática citam essa tendência como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Esse documento enfatiza que não se pode considerar como resolução de problemas os exercícios de aplicação e de repetição de procedimentos, nem deve-se ver essa proposta como aplicação de conceitos ou forma de avaliar se os alunos aprenderam ou não um conceito ensinado.

Ao invés disso, o documento defende a resolução de problemas como meio de desenvolver habilidades e atitudes (por exemplo, a capacidade de mobilizar conhecimentos, de gerenciar informações, de fazer analogias, de argumentar, de justificar) e de elaborar novos conceitos matemáticos. Ou seja, os conhecimentos e habilidades englobam conteúdo matemático e as atividades cognitivas próprias da resolução de problemas. O objetivo desloca-se da resposta do problema para o processo de resolução.

> Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução (BRASIL, 1997, p. 45).

Quanto às formas de aplicação da metodologia de resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais defendem que:

- um problema, e não a definição de um conceito, seja o ponto de partida da atividade matemática;

- o aluno seja estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos (que admitem diferentes respostas em função de certas condições);

- o aluno compare seus resultados com o de outros alunos.

Para a área da Matemática os PCN (BRASIL, 1997, p. 19) ressaltam como princípios fundamentais:

- a aprendizagem da Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos;

- o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas.

Naturalmente, à medida que se redefine o papel do aluno perante o saber, é preciso redimensionar também o papel do professor que ensina Matemática no ensino fundamental. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o (s) problema (s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir.

> Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre os resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas (BRASIL, 1997, p. 40).

Objetivos do ensino de Matemática para o ensino fundamental, segundo os PCN (BRASIL, 1997, p.51):

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações matemáticas;

- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;

- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles;

- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares.

No Ensino Fundamental, um aspecto muito peculiar é a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática. Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. Nesta etapa, é fundamental que o aluno adquira confiança em sua própria capacidade para aprender Matemática e explore um bom repertório de problemas que lhe permitam avançar no processo de formação de conceitos.

Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos.

3.6 As influências dos Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul

Nos referenciais, as competências são entendidas como organizadores dos conteúdos curriculares a serem trabalhados nas escolas públicas estaduais.

Elas referem-se a:

- um conjunto de **elementos...**

- que o sujeito pode **mobilizar...**

- para resolver uma **situação...**

- com êxito.

Smole e Diniz, discutindo exclusivamente sobre a leitura de problemas de Matemática, baseadas no trabalho que realizaram com crianças, dizem que:

> A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto- podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 72).

Um currículo que tem as competências como referência organiza-se por operadores curriculares transversais, que se referem as competências gerais que devem ser perseguidas em todas as áreas ou disciplinas, porque são competências indispensáveis para aprender qualquer conteúdo curricular.

A contextualização consiste na abordagem para realizar a indispensável e difícil tarefa de cruzar a lógica das competências com a lógica dos objetos de aprendizagem. Para que o conhecimento constitua competência e seja mobilizado na compreensão de uma situação ou na solução de um problema, é preciso que sua aprendizagem esteja referida a fatos da vida do aluno.

	Escola do séculos XIX e XX	Escola do século XXI
Princípios	Direito ao ensino	Direito de aprender
Conteúdo	- Fragmentado por disciplinas - Privilegia a memória e a padronização - Linear e estático	- Interdisciplinar e contextualizado - Construção e sistematização de conceitos em rede, articulado com processos de aprendizagem - Organizado por áreas do conhecimento, unidades temáticas e conjunto de competências
Metodologia	- Centrada no ensino - Transmissão e recepção de conhecimento - Atividades rotineiras e padronizadas - Livro didático como norteador do currículo - Apoio ao ensino	- Centrada na aprendizagem - Construção do conhecimento orientado pelo professor - Atividades diversificadas com foco no desenvolvimento de habilidades e competências - Livro como recurso didático e a tecnologia educacional - Apoio à aprendizagem
Professor	- Transmissor de informação - Resistência á mudança	- Orientador e mediador - Aberto às mudanças legais e pedagógicas
Aluno	Passivo	Protagonista e ativo
Gestão	- Centralizada com foco no administrativo e burocrático	- Democrática e participativa com predominância da dimensão pedagógica que tem o aluno e a aprendizagem como foco
Espaço e tempo	Sala de Aula/Aula	Diversificado e flexível

Quadro 1: Comparação entre as escolas dos séculos XIX e XX e a escola do século XXI
Fonte: Adaptado de Mello (2004)

Como se observa no quadro comparativo, ao contrário da escola tradicional, organizada por disciplinas, que privilegiava a memória em detrimento da compreensão de conceitos, a escola contemporânea visa à construção de aprendizagens significativas, mais permanentes. Esta escola, organizada por áreas do conhecimento e que tem por finalidade o desenvolvimento de competências e habilidades, rompe o isolamento de disciplinas e propõe um trabalho interdisciplinar.

Alguns pressupostos básicos da proposta do Referencial Curricular (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 31):

- o aluno como sujeito de sua aprendizagem;

- a construção do conhecimento decorrente de processo progressivo de aprendizagem;

- a superação da fragmentação do conhecimento é estimulada por meio da interdisciplinaridade;

- a contextualização do conhecimento se dá a partir das vivências e experiências do cotidiano do aluno;

- a organização das atividades escolares tem como objetivo a motivação e mobilização dos alunos para o desejo de conhecer, descobrir e realizar, estimulando o aprender a aprender;

- o respeito às diferenças dos alunos se faz por meio de trabalho diversificado que tem a equidade como princípio educativo;

- o estímulo à autonomia e o incentivo ao trabalho em equipe e á aprendizagem estão presentes na metodologia sugerida.

A competência matemática promove a mobilização de saberes culturais, científicos e tecnológicos que permitem a compreensão da realidade e a abordagem de situações-problema. Proporciona instrumentos que favorecem o uso de linguagens adequadas para expressar idéias. Distingue-se pela maneira que propõe as generalizações e as demonstrações e, a partir de experiências, promove raciocínios dedutivos e indutivos, caracterizando-se como um meio de pensar, de construir conhecimentos, de representar e de comunicar.

A aprendizagem matemática relacionada ao desenvolvimento da competência matemática deve ser assumida como um processo gradual e contínuo, que se desenvolve ao longo da educação básica.

Juntamente com a Língua Materna, a Matemática compõe o par de sistemas simbólicos fundamentais para a representação da realidade, para a expressão de si e compreensão do outro, para a leitura, em sentido amplo, de textos e do mundo dos fenômenos; integrando os currículos da Educação Básica em uma proposta que tem como foco o aprender, fundamentado no desenvolvimento das competências de ler, escrever e resolver problemas.

4 DESCRIÇÃO DO CAMPO DE PESQUISA

A Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame está localizada em Estância Velha, distrito de Boca do Monte, em Santa Maria – RS.

Figura 1: Foto da Escola
Fonte: pesquisa

Os alunos desta escola são, em sua maioria, do meio rural, meio este caracterizado por pequenas e médias propriedades, chamadas pelos alunos de chácaras, onde seus donos ou arrendatários, seus pais ou avós, cultivam hortaliças, tubérculos e pequenas lavouras de arroz, soja, milho, feijão, entre outras. Há, ainda, a parte da pecuária e de seus subprodutos, leite, queijo, requeijão, iogurte, etc., e também a criação de pequenos animais. Sendo assim, sua subsistência é proveniente da venda dos produtos e subprodutos oriundos da terra.

4.1 Filosofia da escola

A Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame, como instituição educacional, tem o compromisso de formar cidadãos históricos, autônomos, críticos e criativos. Centra-se na formação do humano, na afetividade e em uma educação que valorize o campo, a terra e o compromisso com o planeta Terra. Tais propósitos devem ser baseados na linguagem, no diálogo e em princípios éticos de valorização de todos os seres humanos na construção de uma sociedade mais justa.

4.2 Objetivos e indicadores pedagógicos

Após caracterização, descrevendo-se as peculiaridades e pormenores, pretende-se destacar alguns objetivos e aspectos pedagógicos da escola conforme o seu Projeto Político Pedagógico.

Objetivos:

- organizar o ambiente escolar como um espaço ativo, vivo e coparticipativo, laboratório de prática, de exercício e de conquista de direitos, de formação de sujeitos históricos, desenvolvendo a humanização, a autonomia, liberdade responsável, consciência crítica, o respeito, a renovação e melhoria da qualidade de vida;

- o ensino fundamental tem por objetivo desenvolver a construção do conhecimento, criatividade, espontaneidade, valorizando as habilidades cognitivas, físicas e psicológicas, de acordo com a realidade em que se encontram, visando prepará-los com senso crítico, discernimento e humanismo na resolução de problemas do dia a dia.

Indicadores pedagógicos:

Os conteúdos e atividades trabalhados na escola estão definidos nos planos de estudos, que são elaborados em áreas de conhecimento, atendendo aos princípios de unidade, sequência lógica e continuidade, que visam à superação da fragmentação e a construção interdisciplinar, através de diferentes metodologias que considerem os sujeitos com suas histórias e vivências contextualizando o ensino.

A escola desenvolve suas atividades, organizando o ambiente escolar como um espaço social dinâmico, no qual interagem diferentes sujeitos, de diferentes saberes, com distintos papéis, interesses e responsabilidades, estabelecendo relações que refletem a descentralização do poder, de forma a construir o conhecimento a partir da realidade e das experiências vivenciadas, respeitando e desenvolvendo valores, culturas, peculiaridades étnicas e diversidades sociais, admitindo e tratando o conflito como forma de desenvolver habilidades socioemocionais, garantindo a cultura básica como forma de desenvolvimento e unidade.

A prática metodológica será constantemente refletida em ação conjunta e reorganizada perante os resultados da avaliação.

4.3 Avaliação

Concebe-se a avaliação caminhada no sentido investigativo e reflexivo que encoraja a reorganização do saber.

O desempenho é avaliado de forma contínua e cumulativa, prevalecendo os aspectos qualitativos sobre os quantitativos e os resultados ao longo dos períodos letivos, considerando a formação e os valores construídos envolvendo desempenho, construção de conhecimento, competência e habilidade, atendendo aos pressupostos legais previstos no regimento escolar e legislação vigente.

A postura do professor frente às alternativas de solução, construídas pelo aluno, deve estar, necessariamente, comprometida com a concepção de erro construtivo, o que significa dizer que um dado conhecimento produzido pelo aluno, num certo momento de sua experiência de vida, é conhecimento em fase de superação. Isso se processa a medida que aprimora sua forma de pensar, que se depara com novas situações, novos desafios e formula novas hipóteses.

Esse acompanhamento ativo, no processo de construção de hipóteses, fundamenta o processo educativo intermediador entre uma tarefa e as que sucedem, no sentido de fornecer dados e observar os avanços na construção dos conhecimentos.

5 A APLICAÇÃO DO PROJETO

5.1 Apresentação da proposta

O objetivo deste trabalho consiste em analisar a leitura, produção e interpretação de problemas matemáticos. Para desenvolvê-lo, a investigação deu-se na modalidade de pesquisa qualitativa, de cunho investigativo, cujo cenário foi a Escola Estadual de Ensino Fundamental Almiro Beltrame.

A turma de aplicação foi a 5ª série, composta por 20 alunos, com faixa etária variando entre 11 e 16 anos. É uma turma mista, abordando distintas dificuldades de aprendizagem.

O assunto escolhido foi o ensino de frações, utilizando a metodologia da resolução de problemas como uma alternativa para o ensino e aprendizagem de Matemática. As atividades apresentadas são variadas e estão de acordo com os conteúdos de Matemática estabelecidos pelo Projeto Pedagógico da Escola.

O interesse pelo tema surgiu da convivência diária em sala de aula, como professora de matemática do Ensino Fundamental, percebendo as dificuldades dos alunos no não entendimento de certas operações com números fracionários e, principalmente, quanto à resolução de problemas matemáticos abordando as frações. Também ocorreu devido ao baixo desempenho diante da compreensão de números fracionários na 5ª série, conteúdo ao qual a maioria dos alunos já deveria possuir uma boa base de conhecimento, pois o mesmo é trabalhado na 4ª série.

Para alcançar os objetivos propostos, foi realizado um acompanhamento do cotidiano escolar, por meio de observações diretas dos alunos e análise dos materiais produzidos por eles (leituras, interpretações e formulação de problemas matemáticos).

Foram apresentados à turma textos envolvendo a matemática, problemas convencionais e problemas não-convencionas, facilitando-se chegar à formalização final e à sistematização, tanto de processos de resolução de problemas quanto da linguagem matemática.

Todas as atividades aplicadas abordaram conceitos ou conteúdos que já haviam sido trabalhados em sala de aula, com o propósito de verificar se realmente houve uma melhoria na eficiência dos alunos quanto à resolução de problemas matemáticos.

Nos problemas propostos, foram analisadas as quatro fases propostas por Polya: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e a retrospectiva.

5.2 O Desenvolvimento em sala de aula

O trabalho em sala de aula ocorreu no período de junho a agosto de 2010, contando com a participação de 20 alunos da 5ª série do ensino fundamental, no turno da tarde. A carga horária de matemática era de quatro aulas semanais de 50 minutos cada.

Durante a realização das atividades em sala de aula, constatou-se que a maioria dos alunos não se encontrava num mesmo nível de desenvolvimento real, apresentando ritmos diferentes na execução das atividades e déficits na compreensão de alguns conceitos, sendo necessária a revisão dos mesmos.

A maioria das atividades foi trabalhada em grupos, com o propósito de evidenciar diferentes modos de pensamento sobre as ideias surgidas nas discussões, possibilitando, assim, a análise das compreensões e incompreensões dos alunos.

As ideias surgidas nas discussões permitem o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, como investigação, inferência, reflexão e argumentação. Através das atividades coletivas, pode-se valorizar a linguagem como instrumento básico das relações entre todos os grupos humanos, destacando o papel da palavra como elemento fundamental da linguagem e instrumento do pensamento.

> Analisar a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõe a Resolução de Problemas nas aulas de Matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 87).

5.3 Relato e análise das atividades

5.3.1 Textos envolvendo a Matemática

Para introdução e revisão do conceito de frações, foram lidos e discutidos alguns textos referentes à matemática. Esta atividade serviu como diagnóstico para a percepção de como os alunos expressavam suas ideias (Ver Anexo I).

Verificou-se:

- dificuldade no entendimento de determinadas palavras, necessitando consulta ao dicionário para algumas definições;
- compreensão do conceito de fração por parte de alguns alunos (a minoria);
- pequenos debates para o esclarecimento de certas questões;
- participação e acompanhamento da leitura pela maioria dos alunos.

> Em qualquer área do conhecimento, a leitura deve possibilitar a compreensão de diferentes linguagens, de modo que os alunos adquiram uma certa autonomia no processo de aprender. Em uma situação de aprendizagem significativa, a leitura é reflexiva e exige que o leitor se posicione diante de novas informações, buscando, a partir da leitura, novas compreensões (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 69).

5.3.2 Problemas convencionais de matemática

Características básicas de um problema convencional segundo Smole; Diniz (2001):

- texto na forma de frases, diagramas ou parágrafos curtos;
- os problemas vêm sempre após a apresentação de determinado conteúdo;
- todos os dados de que o resolvedor necessita aparecem explicitamente no texto e, em geral, na ordem em que devem ser utilizados nos cálculos;
- os problemas podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos;
- a tarefa básica na sua resolução é identificar que operações são apropriadas para mostrar a solução e transformar as informações do problema em linguagem matemática;

- a solução numericamente correta é um ponto fundamental, sempre existe e é única.

A partir da aplicação da atividade diagnóstica constatou-se que (ver Anexo II):

- a análise individual dos alunos demonstrou que a maioria deles teve dificuldade na construção e execução das estratégias de resolução, não conseguindo fazer um retrospecto;

- no momento da correção, as alternativas encontradas pelos alunos foram expostas no quadro e discutidas com eles;

- alguns alunos tiveram dificuldades em identificar as operações envolvidas nos problemas;

- a maioria dos alunos não se encontrava num mesmo nível de desenvolvimento real;

- houve questionamentos e dúvidas, demonstrando dependência para resolver os problemas sozinhos;

- há graves dificuldades quanto à escrita correta das palavras;

- há dificuldade da maioria dos alunos em escrever as respostas de forma integral.

5.3.3 Formulando problemas a partir de uma operação

Pode-se realizar essa proposta de duas maneiras: dando apenas o nome da operação ou a própria operação em si, com números estabelecidos, que não precisa ser necessariamente uma só, mas várias ou até mesmo uma expressão numérica.

A atividade foi proposta apenas dando o nome das operações (adição e subtração) e realizada de forma grupal. Após as resoluções, os grupos trocaram seus problemas e houve um debate a respeito das mesmas.

Verificou-se que:

- a maioria dos alunos demonstrou compreensão ao formular seus problemas, havendo coerência quanto ao problema e a operação proposta (ver Anexo III);

- o retrospecto deixou a desejar;

- os alunos elaboraram problemas parecidos com os desenvolvidos em aula, havendo uma padronização nas estratégias de resolução;

- houve motivação e interesse;

- os alunos apresentaram menor dependência em relação ao professor;

- houve maior integração entre os alunos na discussão das soluções;

- a maioria dos alunos teve dificuldade em manifestar o pensamento através da fala;

- houve receio em se expor, com medo do erro;

- houve diminuição dos erros de grafia;

- foi possível avaliar o rendimento dos alunos durante o processo de construção de seus problemas.

> Além da elaboração do texto de um problema, quando propomos esse tipo de atividade a ênfase está em verificar se os alunos compreendem as idéias matemáticas relacionadas às operações. Isto significa que se a operação dada é, por exemplo, uma adição, o texto do problema deve envolver as idéias de juntar ou de acrescentar quantidades (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 168).

5.3.4 A partir de uma figura dada, criar um problema

Em vez de analisar um texto, os alunos tiveram que observar a imagem de uma gravura e, a partir dela, criar um problema, abordando o conteúdo de frações. A operação envolvida e a escolha das gravuras ficou a critério dos grupos.Segundo Smole e Diniz:

> A escolha da figura pelo professor é uma tarefa que merece cuidado para não induzir demasiadamente o que ele quer que as crianças perguntem ou respondam .O ideal é que a figura seja de natureza abrangente, interessante, de modo a propiciar a aparição de diversas idéias.Trabalhando assim, em vez de pensarmos em problemas como sendo desta ou daquela operação devemos considerá-los como perguntas que as crianças tentam responder pensando por si mesmas.Isto não exige nada além da capacidade natural que toda criança tem de se encantar por desafios (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 155).

Verificou-se que:

- cada componente da dupla escolheu uma gravura diferente;

- a maioria dos alunos preferiu a figura 2 (ver Anexo IV);

- houve facilidade na compreensão e execução das estratégias, por parte de alguns alunos, cujo significado dos conceitos já estava produzido;

- houve a abordagem de diversos conceitos matemáticos, inclusive comparação de frações (ver Anexo IV);

- a maioria dos problemas formulados envolveu a operação de subtração;

- houve gravíssimos erros quanto à escrita correta das palavras utilizadas nos problemas;

- houve motivação e interesse da maioria;

- houve melhoria na fase da retrospectiva.

5.3.5 História em quadrinhos, desafios e formulação de poemas e adivinhas

Estas atividades foram aplicadas com o propósito de aprofundar a compreensão sobre o conceito de frações e também analisar a linguagem e escrita dos alunos (Anexo V).

> Uma forma interessante de aproximar a produção de problemas da língua materna é propor a criação de problemas que tenham uma certa estrutura textual como um poema, ou problema com rima,uma charada ou um conto. Nesse caso, a imaginação das crianças e a preocupação com a escrita são mais importantes que a estrutura matemática, que não deve ser descuidada, mas que não deve impedir o trabalho prazeroso envolvido em tal ação criativa (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 172).

Observou-se:

- uma melhora significativa nas fases de resolução dos problemas;

- alguns alunos tentaram resolver os problemas de forma imediata, sem um período de reflexão prévia;

- houve a participação efetiva da maioria dos alunos;

- houve empolgação e curiosidade para adivinhar as charadas dos colegas;

- houve permanência dos erros, quanto à escrita correta das palavras;

- houve maior envolvimento e maior facilidade de exposição;

- houve mais facilidade quanto à compreensão da linguagem matemática;

- houve dúvidas quanto a tópicos matemáticos já trabalhados;

- alguns alunos atuaram como monitores;

- houve dificuldade no significado de algumas palavras, sendo necessário consulta ao dicionário e esclarecimento sobre as mesmas.

- houve interação e comunicação dos alunos para compreensão das resoluções e obtenção das soluções;

Oliveira (1995, p. 57), referindo-se ao interacionismo, diz que a aprendizagem ocorre pela interação do sujeito com o outro, apontando que: “o ser humano cresce num ambiente social e a interação com outras pessoas é essencial a seu desenvolvimento.”

Esse tipo de trabalho (em grupo) torna-se significativo, tanto na aprendizagem cognitiva como no desenvolvimento interpessoal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como propósito principal a análise de uma experiência pedagógica visando a investigação das dificuldades dos alunos na interpretação/resolução de problemas matemáticos.

A escolha da Metodologia de Resolução de Problemas, como objeto deste trabalho, dá-se devido a importância da resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática, sendo a mesma um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da disciplina.

Com base nas concepções de Polya, foram sendo definidas as formas que seriam adotadas para a aplicação dos problemas, visando, no decorrer do processo, validar o esquema das quatro fases propostas pelo autor. Em relação a elas, constatou-se que a execução desses passos leva o aluno a seguir um raciocínio organizado.

Acredita-se ser necessário persistir na busca de subsídios e estímulos que ampliem o conhecimento dos alunos e que os professores devem valorizar e explorar mais o que as crianças sabem, aquilo que são capazes de realizar, colocando em segundo plano “os erros” que cometem, levando-os a perceber a integração dos conteúdos trabalhados em sala de aula com seu cotidiano e fazendo com que tenham condições de questionar.

Os alunos demonstraram um dinamismo e um desenvolvimento muito grande na busca de soluções e de estratégias para os problemas.

Formular problemas é uma ação mais complexa do que simplesmente resolver problemas. Aliás, ela traz consigo a resolução, na medida em que é preciso lidar com as dificuldades da linguagem matemática, da língua materna e da combinação de ambas, segundo a finalidade do que foi proposto.

O objetivo maior da formulação de textos de problemas é a formação de um indivíduo autônomo frente aos mesmos, capaz de enfrentar obstáculos e de desenvolver suas habilidades de argumentação, observação, dedução e, principalmente, seu espírito crítico. Segundo Smole e Diniz:

> Para o professor a formulação de problemas é um instrumento de avaliação o tempo todo, pois fornece indícios de que os alunos estão ou não dominando os conceitos matemáticos. Através dos dados obtidos, o professor pode planejar as novas ações de ensino que deseja desenvolver com seus alunos (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 173).

Verificou-se que a compreensão de problemas matemáticos é claramente influenciada por fatores diversos, tanto matemáticos como não matemáticos. O conteúdo das tarefas, a sua relação com os conhecimentos armazenados pelo aluno, o contexto no qual ocorre, a forma e a linguagem que as expressões assumem, fazem com que haja uma variação considerável na tradução das tarefas para representações matemáticas, influindo decisivamente na forma de resolvê-las.

A matemática não pode ser concebida de forma fragmentada, devendo haver uma integração com outras disciplinas, em especial com o português.

Baseando-se nos fundamentos teóricos de Vygotsky, deve-se tecer algumas reflexões a respeito dos níveis de desenvolvimento, da importância da zona de desenvolvimento proximal e da zona de desenvolvimento real, que estão muito relacionadas com as de competência e execução. A competência indica o que o indivíduo é capaz de fazer normalmente; a execução, em contrapartida, manifesta o que o indivíduo é capaz de fazer quando lhe são facilitadas as condições adequadas para a realização de uma determinada tarefa. Estas condições são o resultado da oportuna mediação do professor, tanto a partir da experiência como dos conceitos.

O processo de ensino e aprendizagem terá maior chance de se efetivar se considerar que o nível de desenvolvimento real do aluno e a interação com outras pessoas é essencial ao seu desenvolvimento. A instrução somente é proveitosa quando vai adiante do desenvolvimento e o conduz, atuando sobre aquilo que ainda não está consolidado na pessoa.

Observou-se que a turma diferia quanto aos níveis de desenvolvimento real; alunos que encontravam-se num estágio mais avançado de desenvolvimento atuaram como monitores, provocando progressos que não ocorreriam espontaneamente. Portanto, o ponto de partida desta pesquisa foi o de propor atividades diversificadas que trouxessem funções que estavam em processo de maturação, tendo como meta etapas posteriores (nível de desenvolvimento proximal) ainda não alcançadas.

A comunicação oral favorece a percepção das diferenças, a convivência dos alunos entre si e o exercício de escutar um ao outro em uma aprendizagem coletiva, possibilitando às crianças ter mais confiança em si mesmas, sentirem-se mais acolhidas e sem medo de se expor publicamente.

Escrever nas aulas de matemática favorece a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, ao mesmo tempo em que aproxima a aprendizagem da matemática e da língua materna.

O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela ,podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão.

A leitura individual ou em dupla auxilia os alunos a buscar um sentido para o texto. Nessa leitura, o professor pode indicar a cada leitor que tente descobrir sobre o que o problema fala, qual é a pergunta, se há palavras desconhecidas ou ainda explicar o problema para um colega.

Então, é possível conduzir uma discussão com toda a classe para socializar as leituras, as dúvidas e as compreensões. Os alunos devem entender o contexto dos problemas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam que as atividades propostas de matemática estejam ligadas a conceitos e fatos, assim como a habilidades básicas como ler, escrever, argumentar, realizar cálculos e fazer representações numéricas e geométricas. Ao mesmo tempo, devem questionar a realidade, formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição e a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Organizar o trabalho em sala de aula incluindo problemas não-convencionais é outra forma de romper com o modelo que tantas dificuldades traz ao aluno. Deve-se trabalhar com os problemas convencionais e também com os demais tipos de problemas, objetivando o desenvolvimento da capacidade de leitura e análise crítica dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**: Matemática. Brasília,1997.

CAVALCANTI, Maria Pilar Espí; SOUZA, Patrícia Ester Ferreira de. **Matemática:** Estudo e ensino: Ensino fundamental. Belo Horizonte: Fapi, 2009.

COCH, M. C. M. **Paixão de aprender.** n. 2. Porto Alegre: Pallotti, 1992.

DANTE, Luiz Roberto. **A didática da resolução de problemas de matemática.** São Paulo: Ática,1991.

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL. 8ª Coordenadoria de Educação. **Projeto Politico-Pedagógico da Escola Estadual De Ensino Fundamental Almiro Beltrame**. Santa Maria/RS, 2008.

FONSECA, V. **Introdução às dificuldades de aprendizagem.** 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GIOVANNI,José Ruy.**Coleção a conquista da matemática: a+ novinha**;4 série;São

Paulo:FTD,2005.

GUELLI ,Oscar. **Coleção nosso mundo.** São Paulo: Ática, 2001.

MELLO, Guiomar Namo de. **Educação escolar brasileira**: o que trouxemos do século XX? São Paulo: Artmed, 2004.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky:** aprendizado e desenvolvimento – um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1995.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência,1995.

POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

QUEIROZ, Tania D. *et al.* **Pedagogia da alegria**: uma proposta prática de construção do conhecimento; abordagem sociointeracionista, interdisciplinar; de 5ª a 8ª série. São Paulo: Didática Paulista, 2000.

RABELO, Edmar Henrique. **Textos matemáticos:** produção, interpretação e resolução de problemas**.** Petrópolis: Vozes, 2004.

RIO GRANDE DO SUL. Departamento Pedagógico. **Referenciais curriculares:** matemática e suas tecnologias. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática.Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOPELSA, Ortenila. **Dificuldades de aprendizagem:** respostas em um atelier pedagógico. 2. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2000.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria.** 2. São Paulo: Editora UNIMEP, 1999.

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

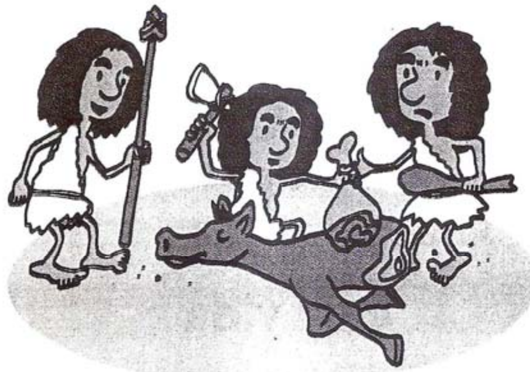
ANEXOS

ANEXO I

TEXTOS ENVOLVENDO A MATEMÁTICA

Números de muito tempo atrás

1. Leia o texto.



O conhecimento sobre como dividir um inteiro em várias partes é uma realidade no cotidiano da humanidade desde a época das cavernas. Embora não escrevessem números, os homens dessa época já sabiam, por exemplo, como dividir uma caça entre os vários integrantes do grupo.

Alguns autores atribuem a invenção da matemática aos egípcios, mesmo sabendo que, como prática, ela já existia antes do surgimento da civilização egípcia. Questões como, por exemplo, a descrição da maneira de dividir um pão para dez homens, dois pães para a mesma quantidade de pessoas e assim por diante, já eram tratadas nessa época. E é do próprio Egito a origem de um documento chamado *Papiro de Rhind*, escrito por volta do ano 1 700 a.C. Esse documento foi baseado em outro, criado por volta de 2 000 a.C., o que significa que já foram encontrados documentos da matemática datados de mais de 4 000 anos atrás.

O *Papiro de Rhind* apresenta problemas da vida cotidiana relacionados à matemática. Nesse documento, existem tabelas com frações.

As frações tal qual as conhecemos, com a barra inclinada, foram criadas pelos hindus, os mesmos que inventaram o sistema de numeração que usamos.

2/8 4/3 1/2 3/7

A posição da barra, no entanto, foi modificada pelos árabes posteriormente.

$$\frac{2}{8} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{7}$$

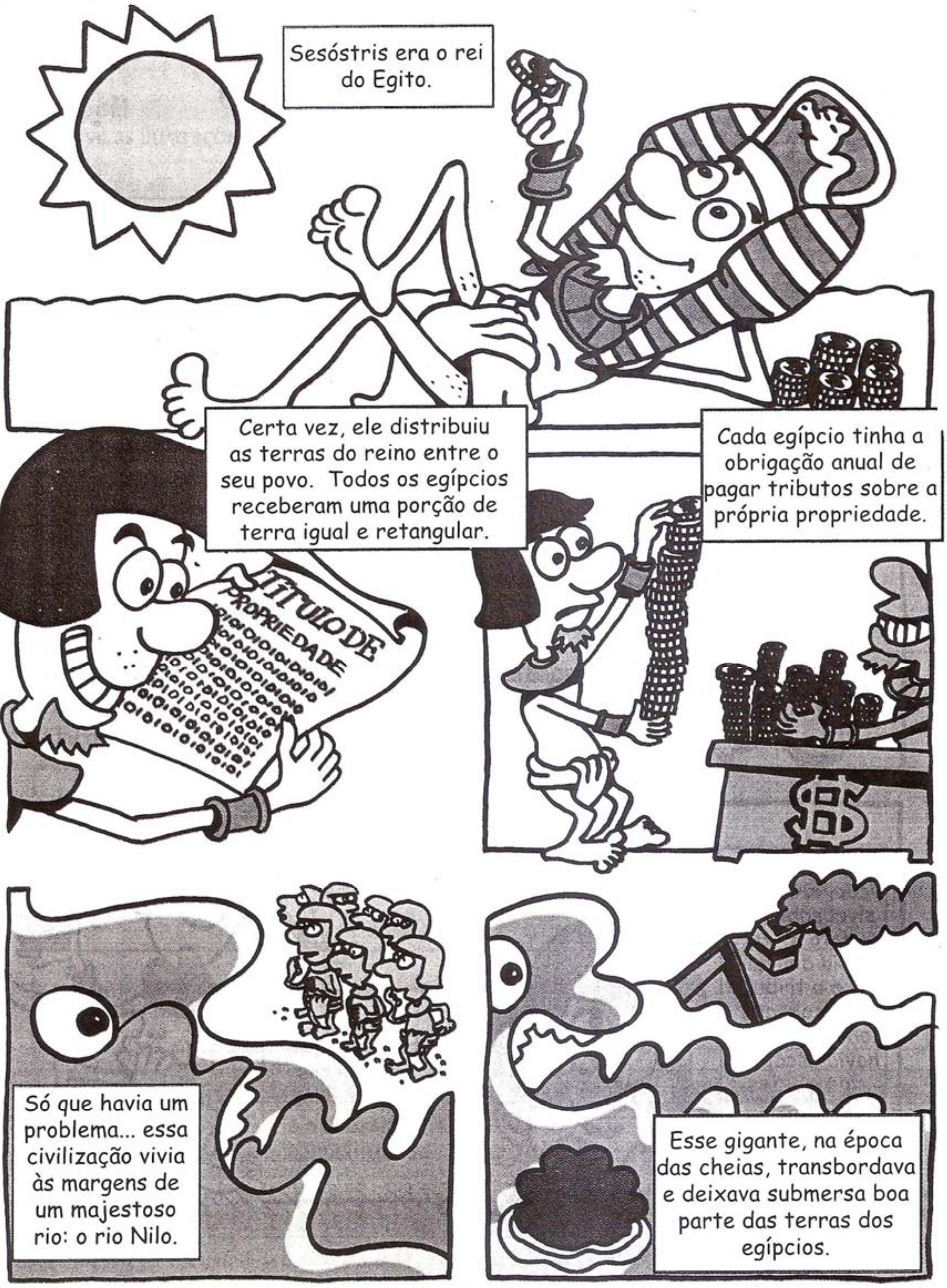
2. Procure, no dicionário, o significado da palavra **fração**. Compare-o com as informações abaixo e, depois, escreva, no caderno, sua própria definição de fração.

Fração é uma palavra latina que significa quebra, fratura.
Frações são, portanto, pedaços em que se divide um inteiro.

Fonte: Cavalcanti (2009)

Os números racionais e as terras inundadas

Leia a história em quadrinhos a seguir e saiba mais sobre a história dos números racionais.



Fonte: Cavalcanti (2009)

ANEXO II

PROBLEMAS CONVENCIONAIS DE MATEMÁTICA

ATIVIDADES AVALIATIVAS

ALUNO(A): Aline SÉRIE: 5ª DATA: 18/05/10

ESCOLA: Almiro Beltrame PROFESSORA: Lizete Fontoura

1-Um fazendeiro tinha 285 bois.Comprou mais 176 bois e depois vendeu 85 deles.Quantos bois esse fazendeiro tem agora?

Plano de solução: Eu vou primeiro somar e depois vou diminuir.

Execução do plano:

285 + 176 = 461

461 − 85 = 376

Justificativa da solução: 376

2-A professora de Evandro pediu para ele decompor um número e ele fez da seguinte forma:4 x 1000 + 3 x 10 + 5 x 1 Qual foi o número pedido?

Plano de solução: Eu vou fazer primeiro as contas de vezes e depois as de mais.

Execução do plano:

4 x 100 + 3 x 10 + 5 x 1 = 435

400 + 30 + 5

430 + 5

435 ?

Justificativa da solução: 435 ?

3- Elias e Fernando jogaram uma partida de bolinhas de gude .No final, Fernando tinha 20 bolinhas,que correspondiam a 8 bolinhas a mais que Elias.Quantas bolinhas Elias e Fernando tinham juntos?

Plano de solução: Eu vou somar 20+12= ?

Execução do plano:

20 + 12 = 32

Justificativa da solução: 32

Leonardo.

ATIVIDADES AVALIATIVAS

ALUNO(A): SÉRIE: DATA:
ESCOLA: PROFESSORA:

1-Um fazendeiro tinha 285 bois.Comprou mais 176 bois e depois vendeu 85 deles.Quantos bois esse fazendeiro tem agora?

Plano de solução:
somar e depois diminuir

Execução do plano:
285
+176
[illegible]
− 85
376

Justificativa da solução:
eu somei e depois diminui e deu isto

?

2-A professora de Evandro pediu para ele decompor um número e ele fez da seguinte forma:4 x 1000 + 3 x 10 + 5 x 1 Qual foi o número pedido?

Plano de solução:
vou multiplicar e depois vou somar

Execução do plano:
1000
x 4
4000
30
4030
+ 5
4035

Justificativa da solução:
resolvi e deu 1035

3- Elias e Fernando jogaram uma partida de bolinhas de gude .No final, Fernando tinha 20 bolinhas,que correspondiam a 8 bolinhas a mais que Elias.Quantas bolinhas Elias e Fernando tinham juntos?

Plano de solução:
vou diminuir 8 bolinhas de 20

Execução do plano:
20
− 8
12

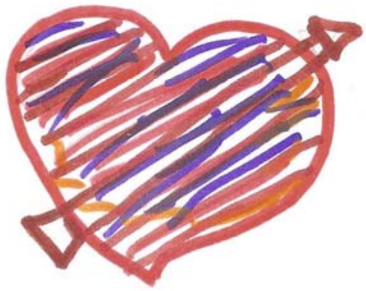
Justificativa da solução:
Por isso os dois tem juntos 32 bolinhas

ANEXO III

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DE UMA OPERAÇÃO

1)-a)- Uma escola levou $\frac{1}{2}$ de alunos num passeio e a outra escola levou $\frac{2}{3}$ de alunos? Quantos alunos foram no passeio?

Ricardo comeu $\frac{7}{9}$ de uma maça.
Quanto ainda resta?



mes: Nathália, Pabline, Débora.

1).- a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{} \frac{7}{6}$,

$\begin{array}{r|l} 2-3 & 2 \\ 1-3 & 3 \\ 1-1 & 6 \end{array}$

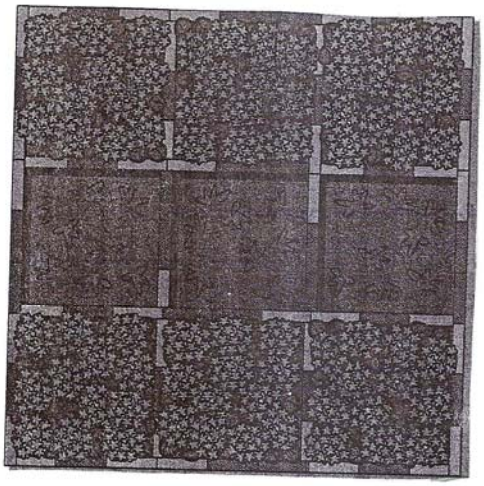
b).- $\frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{9-7}{9} = \frac{2}{9}$.

ANEXO IV

A PARTIR DE UMA FIGURA DADA, CRIAR UM PROBLEMA

Aline.

Figura 1

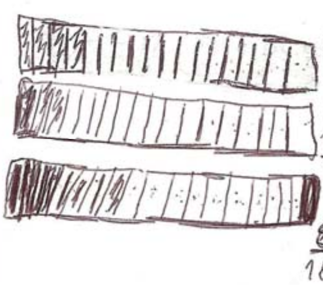


Em um jardim tem $\frac{3}{9}$ de margaridas. E o restante de rosas
Quantos canteiros de rosas tem?

Fonte: Guelli (2001)

Figura 2

① Lívia, Miltom e Daniela fizeram um Bolo. Mais Tarde comeram $\frac{3}{18}$ no outro dia foram comer o resto. Milton comeu $\frac{4}{18}$ Daniela comeu $\frac{3}{18}$ e livia comeu $\frac{8}{18}$ Qual dos três comeu mais?



$\frac{4}{18}$ Milton R. quem comeu mais foi a livia.

Daniela $\frac{3}{18}$

livia $\frac{8}{18}$

Fonte: Giovanni (2005)

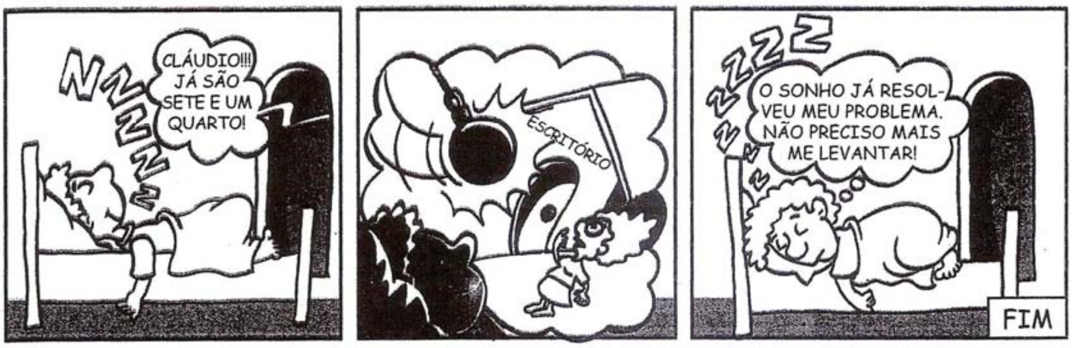
ANEXO V

HISTÓRIA EM QUADRINHOS, DESAFIOS E FORMULAÇÃO DE POEMAS E ADIVINHAS

Milton 5ª Serie

Que horas são?

1. Leia a tirinha abaixo.



2. Responda:

a) O que você entendeu da tirinha acima?

O Claudio Vagabundo não quis ir Trabalhar.

b) "Sete e um quarto" corresponde a que horas?

Corresponde há sete e quinze minutos

c) "Sete e um quarto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um sexto"?

É mais Tarde

d) "Sete e um quinto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um quarto"?

É mais Cedo.

e) Pode-se dizer que acordar às "sete e dois quartos" e às "sete e meia" são a mesma coisa? Justifique sua resposta.

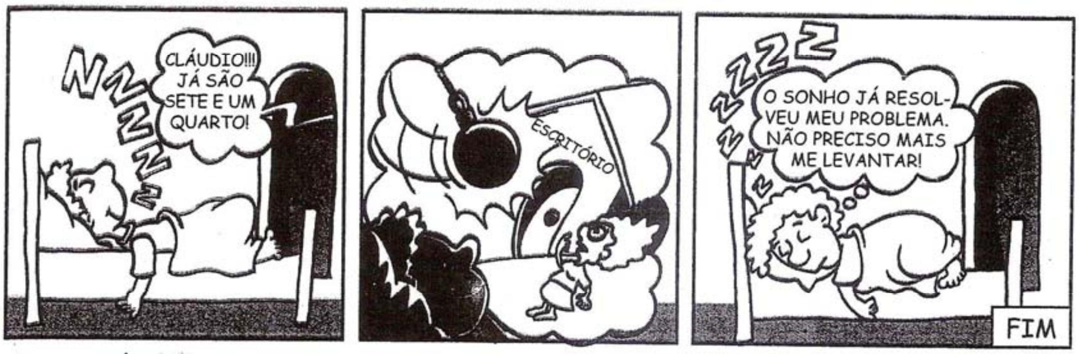
São a mesma coisa porque, dois quartos de uma hora é 30 min. e Sete e meia é igual a Sete e dois quartos tirando o Sete fica nos duas frações.

Fonte: Cavalcanti (2009)

Rosangela
9ª série:

Que horas são?

1. Leia a tirinha abaixo.



2. Responda:

a) O que você entendeu da tirinha acima?

Eu entendi que forma uma fração.

b) "Sete e um quarto" corresponde a que horas?

Corresponde à 7 horas e 15 minutos

c) "Sete e um quarto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um sexto"?

7 e um quarto é mais tarde do que sete e um sexto

d) "Sete e um quinto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um quarto"?

7 e um quinto é mais cedo do que 7 e um quarto.

e) Pode-se dizer que acordar às "sete e dois quartos" e às "sete e meia" são a mesma coisa? Justifique sua resposta.

Sim. Porque são equivalentes

Fonte: Cavalcanti (2009)

Milena

Adivinhe, numa fração de segundo!

1. Utilize seus conhecimentos sobre frações e resolva as adivinhas abaixo. Veja um exemplo.

O que é, o que é?
Não é de vidro, mas se quebra com um grito?

Para encontrar a resposta, junte:

Os primeiros $\frac{2}{4}$ da palavra **SINO** + os primeiros $\frac{3}{5}$ da palavra **LENÇO** + os primeiros $\frac{2}{6}$ da palavra **CINEMA** + o último $\frac{1}{4}$ da palavra **OSSO**.

Resposta: Silêncio

2. Agora, descubra as respostas das adivinhas a seguir.

a) **Quando estou preso, vivo. Se for solto, morro. Quem sou eu?**

A resposta é: Os primeiros $\frac{2}{7}$ da palavra **SECADOR** + a primeira metade da palavra **GRELHA** + os primeiros $\frac{2}{6}$ da palavra **DOMINÓ**.

Resposta: Segredo

b) **O que é o que é? Se tira a roupa, mostra os dentes; se tira os dentes, mostra o corpo.**

A resposta é: Os primeiros $\frac{2}{4}$ da palavra **MIMO** + os segundos $\frac{2}{6}$ da palavra **MOLHAR** + o primeiro $\frac{1}{3}$ da palavra **OVO**.

Resposta: Milho

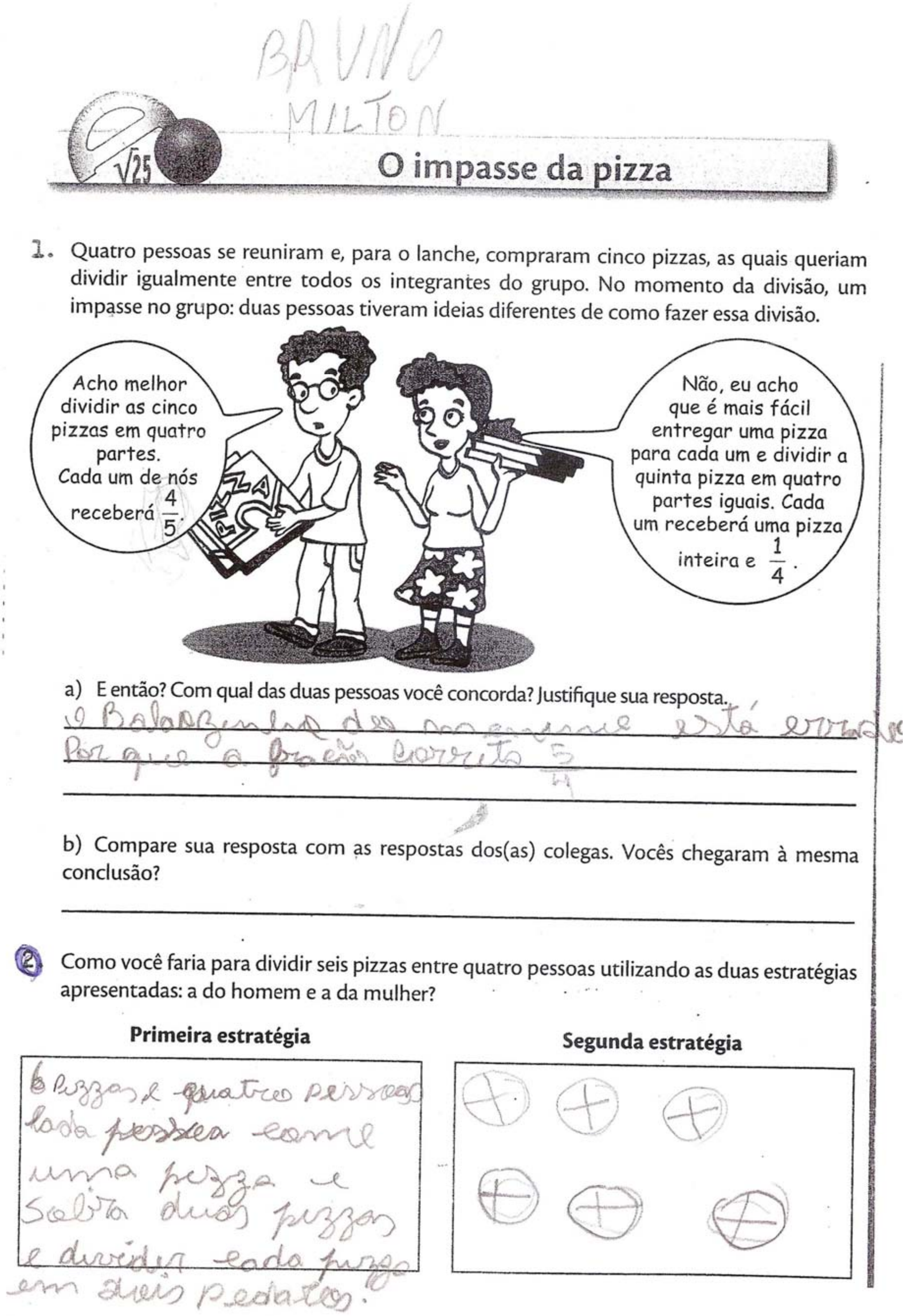
3. Escolha uma adivinha que você conheça e escreva-a no quadro abaixo. Invente uma maneira de representar a resposta dela utilizando frações. Depois, troque com um(a) colega e peça-lhe que tente adivinhar.

O que é, o que é? É verde, não é capim, é branco, não é algodão, é vermelho, não é sangue, é preto, não é carvão...

A resposta é: Os primeiros $\frac{3}{6}$ da palavra Melado + os segundos $\frac{2}{5}$ da palavra Manta + os últimos $\frac{3}{5}$ da palavra Bacia.

Resposta: ______________

Fonte: Cavalcanti (2009)



BRUNO MILTON

O impasse da pizza

1. Quatro pessoas se reuniram e, para o lanche, compraram cinco pizzas, as quais queriam dividir igualmente entre todos os integrantes do grupo. No momento da divisão, um impasse no grupo: duas pessoas tiveram ideias diferentes de como fazer essa divisão.

a) E então? Com qual das duas pessoas você concorda? Justifique sua resposta.

o Balaozinho do homem está errado Por que a fração correta $\frac{5}{4}$

b) Compare sua resposta com as respostas dos(as) colegas. Vocês chegaram à mesma conclusão?

2. Como você faria para dividir seis pizzas entre quatro pessoas utilizando as duas estratégias apresentadas: a do homem e a da mulher?

Primeira estratégia

6 pizzas e quatro pessoas cada pessoa come uma pizza e sobra duas pizzas e dividir cada pizza em dois pedaços.

Segunda estratégia

Fonte: Cavalcanti (2009)

Mauricio

O impasse da pizza

1. Quatro pessoas se reuniram e, para o lanche, compraram cinco pizzas, as quais queriam dividir igualmente entre todos os integrantes do grupo. No momento da divisão, um impasse no grupo: duas pessoas tiveram ideias diferentes de como fazer essa divisão.

a) E então? Com qual das duas pessoas você concorda? Justifique sua resposta.

Eu concordo com a menina

b) Compare sua resposta com as respostas dos(as) colegas. Vocês chegaram à mesma conclusão?

Não

2. Como você faria para dividir seis pizzas entre quatro pessoas utilizando as duas estratégias apresentadas: a do homem e a da mulher?

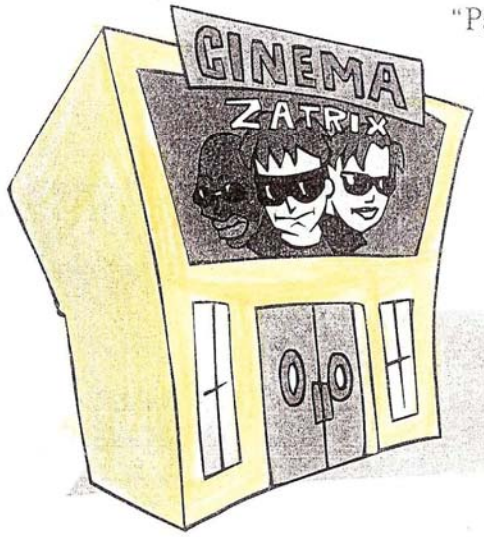
Primeira estratégia	Segunda estratégia

Fonte: Cavalcanti (2009)

Fonte: Queiroz *et al.* (2000)

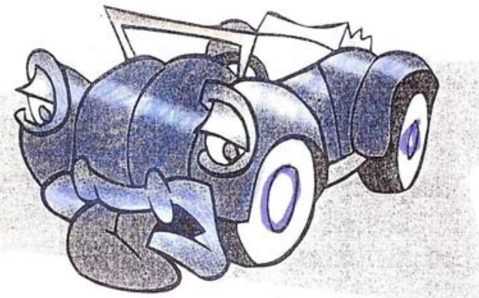
Daniela

O xodó do papai



"Papai me empreste o carro
papai me empreste o carro
tô precisando dele
pra levar minha garota ao cinema..."

(Rita Lee)



Quatro horas depois...

1. E aí? Que fração da gasolina há no tanque do carro? Há no tanque $\frac{3}{10}$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Fonte: Queiroz *et al.* (2000)

De repente um repente

Oh! Joana, minha filha,
sem você não sou ninguém
dói o corpo, dói a alma
não valho nenhum vintém.

Você levou consigo
2/3 do meu coração
só agora eu entendo
essa tal de fração...

1/3 que sobrou
para mim não vale nada
eu preciso dele inteiro
oh! Joana, minha amada!

(Elena Esteban Del Valle)

1. Reúna-se com três colegas e criem um repente envolvendo frações que vocês conhecem.

Mariana meu amor você foi embora e não me levou.
Você levou um quarto do meu coração e não me entregou só faz cinco anos que você me deixou desse cinco anos um resto eu fiquei me lamentando mas o resto eu me curei desse amor

Maurilo, Leonardo e Marcos

Fonte: Queiroz *et al.* (2000)

Daniela, Nathália

Questões para pensar

1. Um pacote de biscoitos foi dividido entre três crianças. Davi recebeu $\frac{5}{7}$, Samuel recebeu $\frac{4}{6}$ e João Gabriel recebeu $\frac{3}{4}$. Quem ficou com a maior parte?

2. Dois carros têm tanques de mesma capacidade. Para chegarem a Amarantina, no interior de Minas Gerais, saindo de Belo Horizonte, o primeiro carro consome $\frac{2}{17}$ do tanque e o segundo, $\frac{12}{23}$. Qual deles gasta mais combustível?

3. Leonardo comprou um *skate* por R$ 150,00. Ele já pagou $\frac{4}{5}$ do valor total. Quanto ainda lhe falta para pagar?

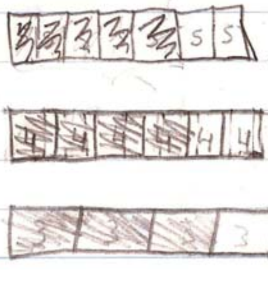
4. Alice tomou $\frac{1}{4}$ de uma jarra de suco pela manhã. À tarde, tomou mais $\frac{2}{3}$. Em que momento ela tomou a maior parte do suco?

5. A fortuna de um fazendeiro paulista foi dividida entre três de seus familiares: esposa, mãe e filho. A esposa recebeu $\frac{2}{3}$, o filho recebeu $\frac{1}{6}$ e a mãe, $\frac{2}{5}$. Qual deles recebeu a menor parte?

Fonte: Cavalcanti (2009)

Nathália, Daniela

1



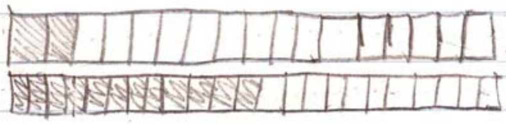
$\frac{5}{7}$

$\frac{4}{6}$

$\frac{3}{4}$

Resposta: Quem ficou com a maior parte foi João Gabriel.

2



$\frac{2}{17}$

$\frac{11}{23}$

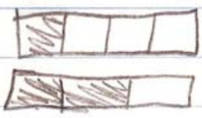
Resposta: O que gasta mais combustível é o segundo carro.

3

$\frac{4}{5}$ de $150 = \frac{4}{5} \cdot \frac{150}{1} = \frac{600}{5} = 120$

Resposta: Falta pagar R$30,00

4

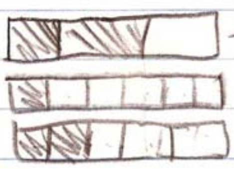


$\frac{1}{4}$ MANHÃ

$\frac{2}{3}$ TARDE

Resposta: Na parte da tarde.

5



$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{2}{5}$

Resposta: Quem recebeu a maior parte foi a mãe.

ANEXO VI
AUTORIZAÇÃO PARA FOTOGRAFIAS

REQUERIMENTO

Srª Diretora:

Eu, Lisete Raymundo Fontoura, professora da E.E.E.F. Almiro Beltrame, em virtude da realização do trabalho de monografia junto às dependências da Escola, venho por meio deste solicitar permissão para obter imagens fotográficas das atividades realizadas durante as aulas de Matemática, com alunos da 5ª série. Este trabalho é parte integrante de um projeto de Especialização em Educação Matemática da qual participo pela UFSM.

Declaro, mediante o presente documento, que as fotos serão editadas de modo que não aparecerão quaisquer imagens que possibilitem a identificação do menor, sua exposição a situações vergonhosas e indignas.

Atenciosamente,

Lisete Raymundo Fontoura

Santa Maria, 10 de junho de 2010.

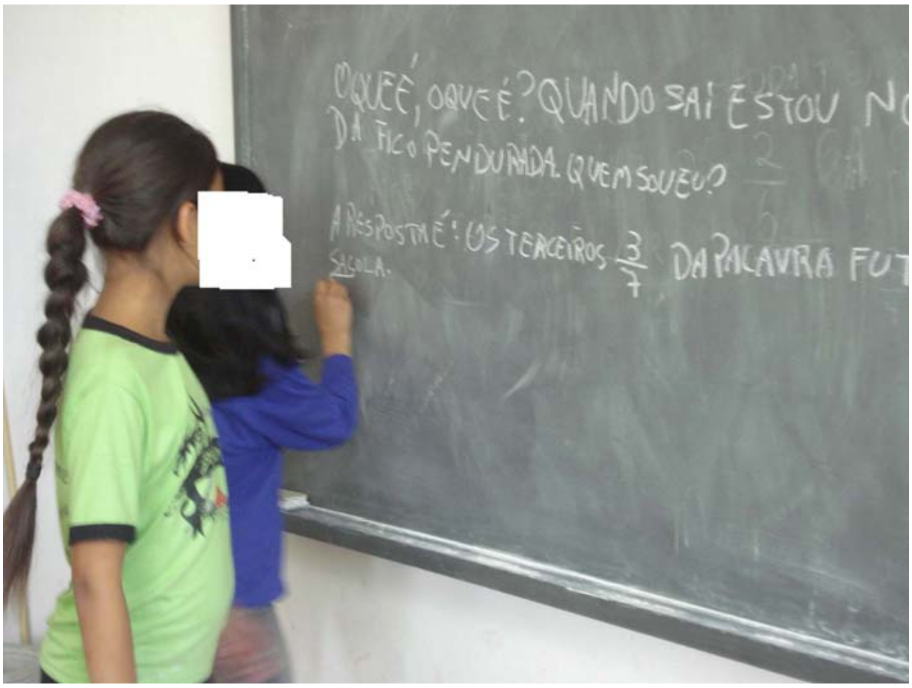
Autorizado por,

Tania M. Linhatti de Oliveira
DIRETORA
Id. Func. 1559036/01

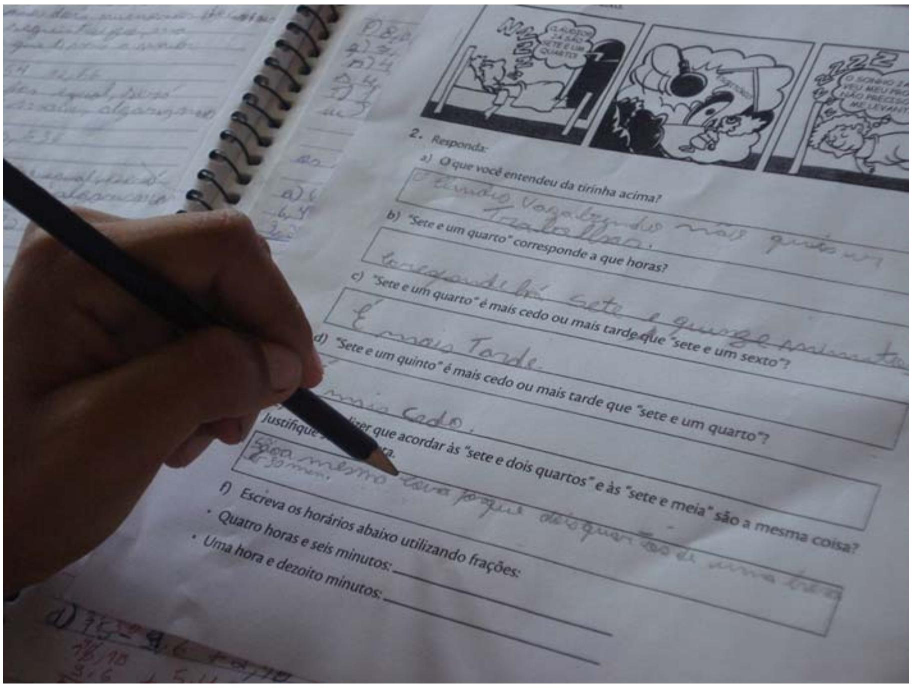
E.E.E.F. ALMIRO BELTRAME
Estância Velha - Boca do Monte
Santa Maria - RS
DECRETO DE CRIAÇÃO: 3859 (11/02/53)
PORTARIA: 23549 (29/10/79)

ANEXO VII

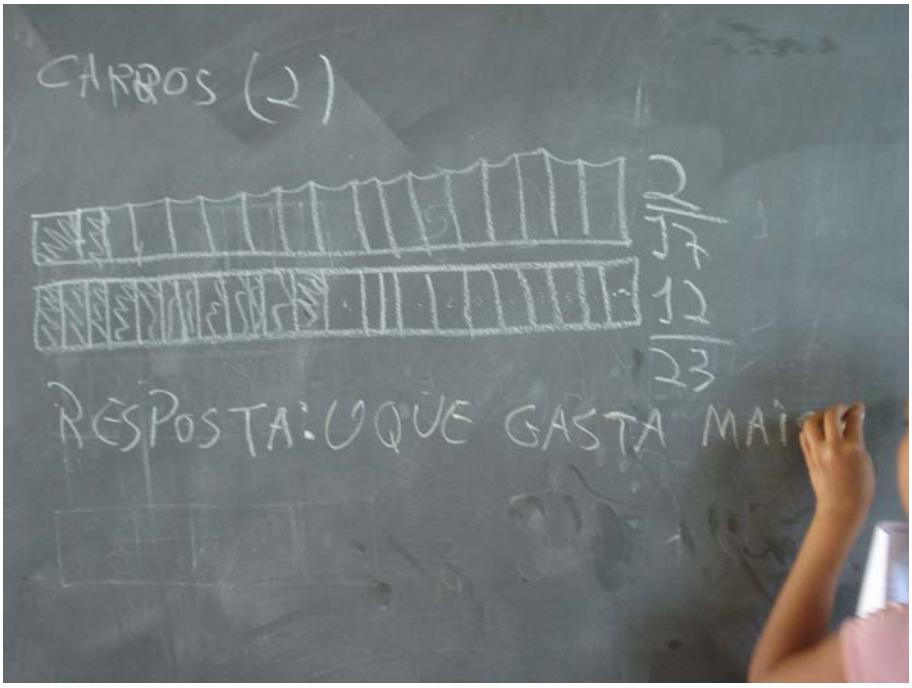
FOTOS DE ALGUMAS ATIVIDADES


OQUEÉ, OQUEÉ? QUANDO SAI ESTOU N
DA FICO PENDURADA. QUEM SOU EU?
A RESPOSTA É: OS TERCEIROS 3/7 DA PALAVRA FUT
SACOLA.


É? QUANDO SAI ESTOU N
SOU EU?
DA PALAVRA FU


2. Responda:
a) O que você entendeu da tirinha acima?
b) "Sete e um quarto" corresponde a que horas?
c) "Sete e um quarto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um sexto"?
d) "Sete e um quinto" é mais cedo ou mais tarde que "sete e um quarto"?
f) Escreva os horários abaixo utilizando frações:
• Quatro horas e seis minutos:
• Uma hora e dezoito minutos:


1
DANI
SAMUEL
JOÃO


CARROS (2)
2
17
12
23
RESPOSTA: O QUE GASTA MAIS