

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DO MOTOR  
SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE COM  
FCEM NÃO SENOIDAL

TESE DE DOUTORADO

Cássio Luciano Baratieri

Santa Maria, RS, Brasil  
2015



# **CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE COM FCEM NÃO SENOIDAL**

**Cássio Luciano Baratieri**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM,RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica.**

**Orientador: Prof. Humberto Pinheiro**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2015**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Baratieri, Cássio Luciano

Contribuições ao controle do motor síncrono de ímã permanente com FCEM não senoidal / Cássio Luciano Baratieri - 2015

225 p.; 30 cm

Orientador: Humberto Pinheiro

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2015

1. Algoritmo super-twisting 2. Controle I-f 3. Controle vetorial sensorless 4. Modos deslizantes em tempo discreto 5. Motores síncronos de ímãs permanentes com FCEM não senoidal. I. Pinheiro, Humberto II. Título.

---

© 2015

Todos os direitos autorais reservados a Cássio Luciano Baratieri. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, Nº 1000, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97105-900;

Endereço Eletrônico: cassio.baratieri@gmail.com.

---



**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Tese de Doutorado

**CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DO MOTOR  
SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE COM  
FCEM NÃO SENOIDAL**

elaborada por  
**Cássio Luciano Baratieri**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Doutor em Engenharia Elétrica**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**Humberto Pinheiro, Ph.D.**  
(Presidente/Orientador)

**Darizon Alves de Andrade, Ph.D.** (UFU)

**Felipe Bovolini Grigoletto, Dr.** (UNIPAMPA)

**Hilton Abílio Gründling, Dr.Sc.** (UFSM)

**Rodrigo Padilha Vieira, Dr.** (UFSM)

Santa Maria, 20 de Agosto de 2015



Dedico à minha família.



## AGRADECIMENTOS

Meu sincero agradecimento ao Professor Humberto Pinheiro pela sua brilhante orientação durante toda a minha trajetória acadêmica na Universidade Federal de Santa Maria. As discussões, críticas, sugestões e reflexões contribuíram de forma significativa para a minha formação pessoal e profissional.

À Universidade Federal de Santa Maria, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) e, principalmente, à coordenação do PPGEE por propiciar a oportunidade de acesso a um curso de Pós-Graduação de alta qualidade. Agradeço aos professores do PPGEE que colaboraram diretamente à minha formação técnico-científica, em especial, ao Professor Hilton Abílio Gründling.

Ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC) por fornecer um ambiente e recursos de trabalho que foram essenciais ao desenvolvimento desta tese.

Aos amigos e colegas do GEPOC pelo companheirismo, pelo agradável convívio diário e pela troca de conhecimento e de experiências.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro durante o período do doutorado.

Minha sincera gratidão ao Professor Pragasen Pillay pela sua excelente supervisão durante o estágio de doutorado sanduíche na Concordia University, permitindo uma ampla troca de experiências bem como a expansão do meu conhecimento técnico-científico. Estendo esse agradecimento ao Professor Luiz Antonio Correa Lopes e a todos os membros do *Power Electronics and Energy Research Group* (PEER), que permitiram tornar essa parceria internacional possível.

Aos grandes amigos Everton Soares Pivotto e Elisandro Machado pelo convívio diário e pelo apoio pleno ao longo de toda a minha vida acadêmica em Santa Maria.

À minha noiva pelo suporte, carinho, compreensão e auxílio, que foram fundamentais ao desenvolvimento deste trabalho.

À minha mãe, ao meu pai e a todos os membros da minha família que me auxiliaram e me apoiaram incondicionalmente.



*“A person who never made  
a mistake never tried  
anything new.”*

**Albert Einstein**  
**(1879-1955)**





## RESUMO

Tese de Doutorado  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

### CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE COM FCEM NÃO SENOIDAL

AUTOR: CÁSSIO LUCIANO BARATIERI

ORIENTADOR: HUMBERTO PINHEIRO

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 20 de Agosto de 2015.

Esta tese apresenta contribuições ao controle vetorial *sensorless* de Motores Síncronos de Ímãs Permanentes (MSIP) com Força Contraeletromotriz (FCEM) não senoidal, cujos ímãs são alocados na superfície do rotor. A técnica proposta permite reduzir as oscilações no conjugado eletromagnético e, dependendo da FCEM, as perdas no cobre dos enrolamentos do estator. Para compreender a motivação deste trabalho, as particularidades que diferenciam os MSIPs são inicialmente discutidas. Desta forma, pode-se contextualizar esse motor no desenvolvimento de produtos mais eficientes. Em seguida, dois modelos dinâmicos do MSIP não senoidal são derivados. O primeiro modelo, representado no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , é usado para determinar um observador de corrente. Esse observador é expresso em tempo discreto e baseia-se nos modos deslizantes de ordem superior, especificamente, no algoritmo *super-twisting* com uma nova modificação, que usa ganhos variáveis para a minimização do *chattering*. O segundo modelo, obtido a partir de uma nova transformação síncrona orientada ao vetor de FCEM, é usado no controle vetorial do MSIP. Além disso, um processo de filtragem seletiva é incluído ao sistema de controle, permitindo eliminar o *chattering* residual das estimativas da FCEM e implementar a transformação proposta em um sistema de controle híbrido, que propicia o controle vetorial senoidal e não senoidal. Em vista disso, é possível obter o aprimoramento da eficiência energética do motor. De forma a suprir a operação em baixas rotações e na velocidade nula, o controle *I-f* é adotado com alguns aprimoramentos. Dentre esses aprimoramentos, destaca-se a metodologia de projeto da partida e o método de transição bidirecional, que permite a transição suave e rápida entre as estratégias de controle abordadas. Por fim, resultados de simulação e experimentais são apresentados para validar os desenvolvimentos teóricos bem como demonstrar a viabilidade de implementação.

**Palavras-chave:** Algoritmo *super-twisting*. Controle *I-f*. Controle vetorial *sensorless*. Modos deslizantes em tempo discreto. Motores síncronos de ímãs permanentes com FCEM não senoidal.



# ABSTRACT

Doctoral Thesis

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

## CONTRIBUTIONS TO CONTROL METHODS OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR WITH NONSINUSOIDAL BACK-EMF

AUTHOR: CÁSSIO LUCIANO BARATIERI

ADVISOR: HUMBERTO PINHEIRO

Place and Date: Santa Maria, August 20<sup>th</sup>, 2015.

This thesis presents contributions to the sensorless vector control of Permanent Magnet Synchronous Motors (PMSM) with nonsinusoidal back Electromotive Force (back-EMF), whose magnets are allocated on the rotor surface. The proposed technique can reduce the oscillations in the electromagnetic torque and the copper losses in the stator windings depending on the back-EMF. In order to understand the motivation of this work, the particularities that differentiate PMSMs are initially discussed. Thus, this motor can be contextualized in the development of more efficient products. In the following, two dynamic models of nonsinusoidal PMSM are derived. The first model represented in  $\alpha\beta$  stationary reference frame is used to determine a stator current observer. This observer is expressed in discrete time and is based on high order sliding mode, specifically, in the super-twisting algorithm with a new modification, that uses variable gains for chattering minimization. The second model that is derived from a new synchronous transformation frame oriented on back-EMF vector, is used to vector control of PMSM. In addition, a selective filtering process is included in the control system, allowing to eliminate the residual chattering of the estimates of back-EMF and to implement the proposed transformation in a hybrid vector control system, which provides the sinusoidal and non-sinusoidal vector control. As result, it is possible to achieve improvements in the motor energy efficiency. In order to allow the operation at low speeds and at standstill,  $I-f$  control method is adopted with some enhancements. Among these enhancements, it can be highlighted the methodology for motor starting design and the bidirectional transition method that allows a smooth and fast transition between the control strategies. Finally, simulation and experimental results are presented to validate the theoretical developments and to demonstrate the feasibility of implementation.

**Keywords:** Super-twisting algorithm.  $I-f$  control. Sensorless vector control. Nonsinusoidal back-EMF permanent magnet synchronous motors. Discrete time sliding mode.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	– Exemplo de método direto baseado em Hanselman (1994) e Park et al. (2000). . . . .	40
Figura 1.2	– Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Grenier e Louis (1995, p. 451) (figura adaptada). . . . .	41
Figura 1.3	– Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Bolognani, Tubiana e Zigliotto (2003) (figura adaptada). . . . .	42
Figura 1.4	– Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Oliveira et al. (2005) e Monteiro et al. (2012) (figura adaptada). . . . .	43
Figura 1.5	– Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Kshirsagar e Krishnan (2012) (figura adaptada). . . . .	44
Figura 1.6	– Classificação das técnicas de estimação da posição angular do rotor com base em Benjak e Gerling (2010a). . . . .	46
Figura 1.7	– Diagrama de blocos do controle <i>sensorless</i> proposto por Dominguez et al. (2014) (figura adaptada). . . . .	49
Figura 2.1	– Classificação dos motores elétricos conforme Hanselman (2006). . . . .	54
Figura 2.2	– Síntese convencional do conjugado eletromagnético constante: (a) FCEM senoidal; (b) FCEM trapezoidal. . . . .	55
Figura 2.3	– Classificação conforme a direção do fluxo magnético do rotor: (a) Motores de fluxo radial; (b) Motores de fluxo axial. . . . .	57
Figura 2.4	– Curva B-H comparativa entre ímãs de terras raras, de AlNiCo e de ferrite (adaptada de Petrov e Pyrhonen (2013)). . . . .	58
Figura 2.5	– Tipos de magnetização de ímãs permanentes. . . . .	59
Figura 2.6	– Tipos de Rotores (figura baseada em Hanselman (2006, p. 118) e Krishnan (2009, p.32)). . . . .	60
Figura 2.7	– Estator trifásico com enrolamento de duas camadas: (a) Enrolamento concentrado; (b) Enrolamento distribuído. . . . .	61
Figura 2.8	– Conversão de energia em um MSIP. . . . .	62
Figura 2.9	– Modelos de perdas no ferro. . . . .	65
Figura 2.10	– MSIP: (a) Estrutura construtiva do MSIP; (b) Conexão das bobinas nos enrolamentos estatóricos; (c) Circuito elétrico equivalente de parâmetros concentrados. . . . .	67
Figura 2.11	– Formas de onda dos fluxos magnéticos concatenados e das FCEMs representadas em eixos $abc$ e $\alpha\beta$ . . . . .	73
Figura 2.12	– Representação do vetor de FCEM no referencial estacionário $\alpha\beta$ . . . . .	74
Figura 2.13	– Referencial síncrono $dq$ . . . . .	75
Figura 2.14	– Circuito equivalente $dq$ . . . . .	78
Figura 3.1	– Definição do tempo de convergência $\tau_c$ . . . . .	95
Figura 4.1	– Diagrama de blocos do controle vetorial <i>sensorless</i> proposto. . . . .	99
Figura 4.2	– Diagrama de blocos da estimação da velocidade angular elétrica do rotor. . . . .	100
Figura 4.3	– Diagrama de Bode do filtro passa-baixa Butterworth de segunda ordem ( $\omega_n = 2\pi 35$ rad/s; $T_s = 0.0001s$ ). . . . .	102
Figura 4.4	– Diagrama de blocos do processo de filtragem seletiva. . . . .	104
Figura 4.5	– Diagrama de Bode do filtro passa-faixa ( $Q = 50$ , $T_s = 0.0001s$ ). . . . .	106
Figura 4.6	– Resposta do filtro passa-faixa para um sinal de entrada senoidal de 50 Hz com sintonia em 50 Hz: (a) $Q = 25$ e $T_s = 0.0001s$ ; (b) $Q = 50$ e $T_s = 0.0001s$ . . . . .	107
Figura 4.7	– Estratégia proposta ao controle híbrido do MSIP. . . . .	108

Figura 4.8	– Definição das funções auxiliares correspondentes às regiões de transição. ....	108
Figura 5.1	– Diagrama de blocos do sistema de controle I- <i>f</i> . ....	114
Figura 5.2	– Eixos de referência síncrona arbitrária e do controle vetorial <i>sensorless</i> . ....	115
Figura 5.3	– Rampa de referência da partida inicial. ....	117
Figura 5.4	– Fluxograma da transição bidirecional do controle I- <i>f</i> . ....	119
Figura 6.1	– Descrição da execução das rotinas na simulação e no DSP. ....	123
Figura 6.2	– Convergência do observador em 3000 rpm com o motor operando a vazio (resultado de simulação): Funções de chaveamento; variável auxiliar; estado interno do filtro; ganhos variáveis $k_1$ e $k_2$ ; FCEM estimadas $\hat{e}_\alpha$ e $\hat{e}_\beta$ ; função de Lyapunov. ....	128
Figura 6.3	– Convergência do observador em 3000 rpm com o motor operando a vazio (resultado experimental): Funções de chaveamento; variável auxiliar; estado interno do filtro; ganhos variáveis $k_1$ e $k_2$ ; FCEM estimadas $\hat{e}_\alpha$ e $\hat{e}_\beta$ ; função de Lyapunov. ....	129
Figura 6.4	– Convergência das funções de chaveamento $s_\alpha$ e $s_\beta$ à superfície de deslizamento: (a) Resultado de simulação; (b) Resultado experimental. ....	129
Figura 6.5	– Comparação do observador operando com ganhos constantes e com ganhos variáveis em duas velocidades de rotação (resultado de simulação). ....	130
Figura 6.6	– Comparação do observador operando com ganhos constantes e com ganhos variáveis em duas velocidades de rotação (resultado experimental). ....	131
Figura 6.7	– Operação do observador proposto sob uma rampa de velocidade de 150 rpm a 3000 rpm (resultado de simulação). ....	132
Figura 6.8	– Operação do observador proposto sob uma rampa de velocidade de 150 rpm a 3000 rpm (resultado experimental). ....	133
Figura 6.9	– Partida inicial do motor com carga (resultado de simulação). ....	134
Figura 6.10	– Partida inicial do motor com carga (resultado experimental). ....	135
Figura 6.11	– Partida inicial do motor a vazio (resultado de simulação). ....	136
Figura 6.12	– Partida inicial do motor a vazio (resultado experimental). ....	136
Figura 6.13	– Operação com carga linear: Diferença angular $\theta^*$ entre os eixos de referência síncrona; erro médio de orientação da transformação síncrona proposta com relação ao eixo magnético do rotor. ....	137
Figura 6.14	– Operação a vazio: Diferença angular $\theta^*$ entre os eixos de referência síncrona; erro médio de orientação da transformação síncrona proposta com relação ao eixo magnético do rotor. ....	137
Figura 6.15	– Resultado de simulação: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial <i>sensorless</i> (motor com carga). ....	138
Figura 6.16	– Resultado experimental: Correntes de fase durante a transição ao controle vetorial <i>sensorless</i> (motor com carga). ....	138
Figura 6.17	– Resultado de simulação: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial <i>sensorless</i> (motor a vazio). ....	139
Figura 6.18	– Resultado experimental: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial <i>sensorless</i> (motor a vazio). ....	139
Figura 6.19	– Resultado de simulação: Estimacão e filtragem seletiva das FCEMs. ....	140
Figura 6.20	– Resultado experimental: Estimacão e filtragem seletiva das FCEMs. ....	141
Figura 6.21	– Resultado de simulação: Controle vetorial <i>sensorless</i> não senoidal e senoidal. ....	142
Figura 6.22	– Resultado experimental: Controle vetorial <i>sensorless</i> não senoidal e senoidal. ....	142

Figura 6.23 – Correntes de fase na transição entre os modos de operação não senoidal e senoidal em 1000 rpm. ....	143
Figura 6.24 – Etapas de operação do controle híbrido (resultado de simulação). ...	145
Figura 6.25 – Etapas de operação do controle híbrido (resultado experimental). ...	146
Figura 6.26 – Controle vetorial <i>sensorless</i> sob variações da velocidade angular de rotação (resultado de simulação).....	147
Figura 6.27 – Controle vetorial <i>sensorless</i> sob variações da velocidade angular de rotação (resultado experimental). ....	147
Figura 6.28 – Erros de estimação no controle vetorial <i>sensorless</i> sob variações da velocidade angular de rotação (resultado de simulação). ....	148
Figura 6.29 – Erros de estimação no controle vetorial <i>sensorless</i> sob variações da velocidade angular de rotação (resultado experimental). ....	148
Figura 6.30 – Inversão do sentido de rotação do MSIP (resultado de simulação). ...	150
Figura 6.31 – Inversão do sentido de rotação do MSIP (resultado experimental). ...	150
Figura 6.32 – Operação em baixa rotação e na velocidade nula (resultado de simulação). ....	151
Figura 6.33 – Operação em baixa rotação e na velocidade nula (resultado experimental). ....	151
Figura A.1 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem I: FCEMs de fase; correntes de fase senoidais; correntes de fase não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $F = 30^\circ$ ). ....	178
Figura A.2 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem I: FCEMs de fase; correntes de fase senoidais; correntes de fase não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $F = 60^\circ$ ). ....	179
Figura A.3 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem II: FCEMs de fase; correntes de fase senoidais e não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $a_5 = 15\%$ e $a_7 = 7.5\%$ ). ....	180
Figura A.4 – Espectros harmônicos da FCEM e da corrente não senoidal obtidos pela Abordagem II ( $a_5 = 15\%$ e $a_7 = 7.5\%$ ). ....	180
Figura A.5 – ROCE e PRPC determinados por intermédio da abordagem I com a variação de $F$ de $25^\circ$ a $75^\circ$ . ....	181
Figura A.6 – ROCE obtida pela abordagem II. ....	181
Figura A.7 – PRPC obtida pela abordagem II. ....	181
Figura B.1 – Perdas no ferro obtidas pelo quadro de Epstein para o material M45G26. ....	189
Figura B.2 – Primeiro quadrante da curva B-H do material M45G26. ....	190
Figura B.3 – Perdas no ferro obtidas pelo quadro de Epstein para o material M45G26 nas médias frequências. ....	190
Figura B.4 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 50Hz. ....	191
Figura B.5 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 200Hz. ....	191
Figura B.6 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 800Hz. ....	191
Figura B.7 – Erro relativo de predição na frequência de 50Hz. ....	192
Figura B.8 – Erro relativo de predição na frequência de 200Hz. ....	192
Figura B.9 – Erro relativo de predição na frequência de 800Hz. ....	192

Figura B.10–	Triangulação do MEF e a região definida ao cálculo das perdas no ferro. ....	194
Figura B.11–	Distribuição do fluxo magnético no Motor A. ....	194
Figura B.12–	Distribuição do fluxo magnético no Motor B. ....	194
Figura B.13–	Derivadas do fluxo magnético concatenado no estator com relação à posição angular elétrica para o Motor A (condição sem carga). ....	195
Figura B.14–	Formas de onda da FCEM no Motor A. ....	195
Figura B.15–	Derivadas do fluxo magnético concatenado no estator com relação à posição angular elétrica para o Motor B (condição sem carga). ....	196
Figura B.16–	Formas de onda da FCEM no Motor B. ....	196
Figura B.17–	Procedimentos à simulação do método proposto. ....	197
Figura B.18–	Motor A operando sem carga. ....	198
Figura B.19–	Motor A operando com a excitação senoidal. ....	199
Figura B.20–	Motor A operando com a excitação não senoidal. ....	199
Figura B.21–	Motor B operando sem carga. ....	200
Figura B.22–	Motor B operando com correntes senoidais. ....	200
Figura B.23–	Motor B operando com correntes não senoidais. ....	201
Figura B.24–	Motor B operando com correntes retangulares (operação <i>six-step</i> ). .	201
Figura B.25–	Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor A: Operação com corrente não senoidal em relação à operação com correntes senoidais.	203
Figura B.26–	Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor B: Operação com corrente não senoidal em relação à operação com correntes senoidais.	204
Figura B.27–	Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor B: Operação com corrente não senoidal e retangulares em relação à operação com correntes senoidais. ....	205
Figura B.28–	Comparação de eficiência no Motor A (OS - Correntes senoidais; ON - Correntes não senoidais). ....	206
Figura B.29–	Comparação de eficiência no Motor B (OS - Correntes senoidais; ON - Correntes não senoidais; ST- Correntes retangulares). ....	207
Figura B.30–	Região de cruzamento no Motor A para diferentes condições de carga.	208
Figura B.31–	Região de cruzamento no Motor B para diferentes condições de carga.	209
Figura C.1 –	Diagrama de blocos da plataforma experimental. ....	212
Figura C.2 –	Plataforma experimental. ....	213
Figura C.3 –	Plataforma experimental: (a) Circuito de acionamento e controle; (b) MSIPs. ....	214
Figura A.1 –	Relação entre os eixos de coordenadas $abc$ e $\alpha\beta 0$ . ....	221
Figura A.2 –	Transformação de Clarke: FCEM de fase normalizada e não senoidal; FCEM representada em $\alpha\beta 0$ . ....	221
Figura A.3 –	Projeção da FCEM de fase não senoidal no plano $\alpha\beta$ . ....	222
Figura A.4 –	Referencial síncrono da transformação de Park. ....	222
Figura A.5 –	Transformação de Park para variáveis senoidais e não senoidais. ....	223
Figura A.6 –	Transformação proposta por Grenier e Louis (1993): FCEMs de fase; FCEM referida no referencial síncrono; compensação angular $\mu_r$ ; posição angular de referência somada a compensação angular. ....	224
Figura A.7 –	Transformação proposta por Oliveira et al. (2005): FCEMs de fase; FCEM referida no referencial síncrono; compensação angular $\mu_r$ ; compensação em módulo $K_r$ . ....	225



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	– Características típicas de ímãs permanentes usados em MSIPs .....	58
Tabela 6.1	– Ganhos e definições de operação do observador de FCEM .....	124
Tabela 6.2	– Ganhos e definições de operação da partida e do controle $I-f$ .....	124
Tabela 6.3	– Ganhos e definições de operação dos controladores de corrente .....	125
Tabela 6.4	– Ganhos e definições de operação do controlador de velocidade .....	125
Tabela 6.5	– Frequência de corte dos filtros na estimação da velocidade angular de rotação .....	126
Tabela 6.6	– Ganhos e definições de operação do método de controle híbrido .....	126
Tabela 6.7	– Magnitude relativa das componentes harmônicas da FCEM .....	143
Tabela 6.8	– Magnitude das componentes harmônicas das correntes de fase $abc$ ..	144
Tabela 6.9	– Magnitude das componentes harmônicas do conjugado eletromagnético .....	144
Tabela B.1	– Parâmetros de ensaio .....	189
Tabela C.1	– Parâmetros da plataforma .....	214



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AST	Algoritmo <i>Super-Twisting</i>
BLDC	<i>Brushless Direct Current</i>
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CNUDS	Conferência das Nações Unidas sobre Desenvolvimento Sustentável
CNUMC	Convenção das Nações Unidas sobre Mudanças Climáticas
DOE	<i>Department of Energy</i>
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
DTC	<i>Direct Torque Control</i>
EIA	<i>Energy Information Administration</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
FCEM	Força Contraeletromotriz
FEMM	<i>Finite Element Method Magnetic</i>
FFW	<i>Feedforward</i>
GEPOC	Grupo de Eletrônica de Potência e Controle
IEA	<i>International Energy Agency</i>
IEE	<i>Intelligent Energy Europe</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
IPW	<i>Integrated Power Module</i>
IRENA	<i>International Renewable Energy Agency</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
LUP	<i>Loop-up Table</i>
MDOS	Modo Deslizante de Ordem Superior
MEF	Método de Elementos Finitos
MI	Motor de Indução
MME	Ministério de Minas e Energia
MOSFET	<i>Metal-Oxide Semiconductor Field Effect Transistor</i>
MSIP	Motor Síncrono de Ímãs Permanentes
OPEP	Organização dos Países Exportadores de Petróleo
PI	Proporcional Integral
PIMC	Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas
PMSM	<i>Permanent Magnet Synchronous Motor</i>
PRPC	Percentual Relativo das Perdas do Cobre
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
ROCE	Redução das Ondulações do Conjugado Eletromagnético
SEV	Sistemas de Estrutura Variável
SMD	<i>Surface-Mount Device</i>
ZOH	<i>Zero-Order Hold</i>



## LISTA DE SÍMBOLOS

$abc$	Grandezas expressas em eixos estacionários $abc$
$\alpha\beta 0$	Grandezas expressas em eixos estacionários $\alpha\beta 0$
$dq$	Grandezas expressas em eixos síncronos $dq$
$ref$	Subscrito que indica valor de referência
$min$	Subscrito que indica valor mínimo
$max$	Subscrito que indica valor máximo
$\hat{\phantom{x}}$	Símbolo que indica grandeza estimada
$\sim$	Símbolo que indica erro ou pequeno distúrbio
$*$	Sobrescrito que indica grandeza expressa em eixos síncronos arbitrários
$s$	Sobrescrito que indica grandeza associada ao estator
$r$	Sobrescrito que indica grandeza associada ao rotor
$(k)$	Grandeza em tempo discreto
$(t), (t)$	Grandeza em tempo contínuo
$(s), (s)$	Grandeza representada no domínio $s$
$(z), (z)$	Grandeza representada no domínio $z$
$T_{ref}$	Conjugado eletromagnético de referência
$\theta_r$	Posição angular mecânica do rotor
$i_a$	Corrente da fase $a$
$i_b$	Corrente da fase $b$
$i_c$	Corrente da fase $c$
$u_a$	Ação de controle da fase $a$
$u_b$	Ação de controle da fase $b$
$u_c$	Ação de controle da fase $c$
$\mathbf{T}_{dq}$	Transformação síncrona $dq$
$\mathbf{T}_{dq}^{-1}$	Transformação síncrona $dq$ inversa
$T$	Conjugado
$\omega_r$	Velocidade angular mecânica de rotação
$P$	Número de polos do motor
$i_\alpha$	Corrente de eixo $\alpha$
$i_\beta$	Corrente de eixo $\beta$
$i_d$	Corrente de eixo direto
$i_q$	Corrente de eixo de quadratura
$i_{d\_ref}$	Corrente de referência de eixo direto
$u_d$	Ação de controle de eixo direto
$u_q$	Ação de controle de eixo de quadratura
$u_0$	Ação de controle de eixo 0
$\mu$	Variável de compensação angular
$\phi_{rq}$	Fluxo magnético concatenado de eixo de quadratura proveniente dos ímãs
$i_{q\_dc}$	Componente CC da corrente de referência de eixo de quadratura
$i_{q\_ac}$	Componente CA da corrente de referência de eixo de quadratura

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$a_x$	Compensação em módulo
$\phi_{pm}$	Constante de fluxo magnético concatenado devido aos ímãs
$K_{iq}$	Ganho de ajuste do enfraquecimento de campo
$\hat{\mu}_r$	Fator de compensação angular
$\hat{K}_r$	Fator de compensação de módulo
$u_{d\_ff}$	Ação de controle de alimentação direta de eixo direto
$u_{q\_ff}$	Ação de controle de alimentação direta de eixo de quadratura
$\hat{C}_r$	Conjugado de carga estimado
$B_r$	Densidade de fluxo magnético remanescente
$H_c$	Intensidade de campo magnético coercitivo
$\alpha_B$	Coefficiente de variação de $B_r$
$\alpha_H$	Coefficiente de variação de $H_c$
$T_{curie}$	Temperatura de Curie
$R_{CC}$	Resistência CC da bobina
$\rho_{cu}$	Resistividade do cobre
$N_{esp}$	Número de espiras de uma bobina
$l_m$	Comprimento médio de uma espira da bobina
$S_{cond}$	Área da seção do condutor
$\delta_p$	Profundidade de penetração ( <i>skin effect</i> )
$\omega_{aci}$	Frequência de acionamento
$\mu_{cu}$	Permeabilidade magnética do cobre
$\mathbf{v}_{abc}$	Vetor das tensões de fase do motor
$\mathbf{i}_{abc}$	Vetor das correntes de fase do motor
$\mathbf{R}_s$	Matriz das resistências estatóricas
$\boldsymbol{\lambda}_{abc}^s$	Vetor dos fluxos magnéticos concatenados no estator
$v_a$	Tensão da fase a
$v_b$	Tensão da fase b
$v_c$	Tensão da fase c
$R_s$	Resistências estatóricas
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$\mathbf{L}_s$	Matriz de indutâncias
$\boldsymbol{\lambda}_{abc}^r$	Vetor dos fluxos magnéticos do rotor
$\lambda_{ra}$	Fluxo rotórico de fase $a$ concatenado no estator
$\lambda_{rb}$	Fluxo rotórico de fase $b$ concatenado no estator
$\lambda_{rc}$	Fluxo rotórico de fase $c$ concatenado no estator
$L_i$	Indutância própria de fase $i$ , com $i = \{a, b, c\}$
$M_{ij}$	Indutância mútua de fase $i$ , com $i = \{a, b, c\}$ e $j = \{a, b, c\}$
$L_s$	Indutância estatórica equivalente
$L$	Indutância própria
$M$	Indutância mútua
$J$	Coefficiente de inércia
$B$	Coefficiente de atrito viscoso
$T_c$	Conjugado de carga

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$T_e$	Conjugado eletromagnético
$\theta_e$	Posição angular elétrica do rotor
$W_{ce}$	Co-energia associada ao campo de acoplamento
$W_e$	Energia presente no campo de acoplamento
$W_{ima}$	Energia associada à interação do fluxo dos ímãs do rotor com o estator
$T_{rel}$	Conjugado de relutância
$T_{mut}$	Conjugado mútuo
$T_{bor}$	Conjugado de borda
$\mathfrak{R}$	Relutância no entreferro
$\phi_{ima}$	Fluxo magnético no entreferro devido aos ímãs
$e_a$	Força contraeletromotriz da fase $a$
$e_b$	Força contraeletromotriz da fase $b$
$e_c$	Força contraeletromotriz da fase $c$
$\omega_e$	Velocidade angular elétrica do rotor
$K_e$	Constante elétrica do motor
$a_n$	Magnitude da componente harmônica de ordem $n$ da FCEM
$\theta_r$	Posição angular mecânica do rotor
$\theta_{cor}$	Ângulo entre a FCEM e a corrente de fase (ângulo de acionamento)
$b_j$	Magnitude da componente harmônica de ordem $j$ da corrente de fase
$I_m$	Magnitude da corrente de pico
$\theta_{eq}$	Ângulo equivalente
$T_{\alpha\beta 0}$	Matriz de transformação para o referencial estacionário $\alpha\beta 0$
$T_{\alpha\beta 0}^{-1}$	Matriz de transformação inversa do referencial estacionário $\alpha\beta 0$
$\mathbf{v}_{\alpha\beta 0}$	Vetor das tensões de fase no referencial $\alpha\beta 0$
$\mathbf{i}_{\alpha\beta 0}$	Vetor das correntes de fase no referencial $\alpha\beta 0$
$\boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s$	Vetor dos fluxos magnéticos concatenados no estator no referencial $\alpha\beta 0$
$\boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^r$	Vetor dos fluxos magnéticos rotóricos expresso no referencial $\alpha\beta 0$
$\mathbf{e}_{\alpha\beta 0}$	Vetor das FCEMs expresso no referencial $\alpha\beta 0$
$\mathbf{v}_{FCEM}$	Vetor de FCEM
$\boldsymbol{\alpha}$	Vetor unitário no sentido do eixo de referência $\alpha$
$\boldsymbol{\beta}$	Vetor unitário no sentido do eixo de referência $\beta$
$e_\alpha$	FCEM de eixo $\alpha$
$e_\beta$	FCEM de eixo $\beta$
$k_n$	Normalizador
$\lambda_{pm}$	Constante de fluxo magnético concatenado no estator devido ao ímãs
$\mathbf{q}_{FCEM}$	Vetor de eixo de quadratura
$\mathbf{d}_{FCEM}$	Vetor de eixo direto
$\mathbf{T}_{dq}$	Matriz de transformação proposta
$\mathbf{v}_{dq}$	Vetor das tensões de fase no referencial $dq$
$\mathbf{i}_{dq}$	Vetor das correntes de fase no referencial $dq$
$\boldsymbol{\lambda}_{dq}^s$	Vetor dos fluxos magnéticos concatenados no estator no referencial $dq$
$\boldsymbol{\lambda}_{dq}^r$	Vetor dos fluxos magnéticos rotóricos expresso em $dq$
$e_d$	FCEM de eixo direto

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$e_q$	FCEM de eixo de quadratura
$\omega_0$	Frequência angular
$\omega_e^*$	Frequência angular de acoplamento
$L_d$	Indutância de eixo direto
$L_q$	Indutância de eixo de quadratura
$v_d$	Tensão de fase de eixo direto
$v_q$	Tensão de fase de eixo de quadratura
$\mathbf{x}$	Vetor de estado
$\mathbf{u}$	Vetor de entrada ou controle
$s_i(x)$	Função de chaveamento escalar
$V_{(k)}$	Função de Lyapunov
$\xi$	Constante positiva
$N$	Número inteiro e finito
$\delta_{(k)}$	Distúrbio limitado
$\zeta_{(k)}$	Função definida positiva
$K_1$	Ganho constante do algoritmo AST de tempo contínuo
$K_2$	Ganho constante do algoritmo AST de tempo contínuo
$\nu$	Estado auxiliar do AST
$T_s$	Período de amostragem no sistema
$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}$	Vetor de estimativas das correntes do estator
$\mathbf{u}_{\alpha\beta}$	Vetor de funções forçantes $\alpha\beta$
$\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta}$	Vetor de variáveis auxiliares do AST
$K_\nu$	Ganho constante auxiliar do AST
$k_{1(k)}$	Ganho variável do AST
$k_{2(k)}$	Ganho variável do AST
$K_{\eta 1}$	Ganhos constantes principais do AST
$K_{\eta 2}$	Ganhos constantes principais do AST
$f_\sigma(k)$	Função limitada de adaptação dos ganhos
$x_f$	Estado interno do filtro passa-baixa de aprimoramento da adaptação dos ganhos
$\omega_f$	Frequência de corte do filtro passa-baixa
$\sigma_{max}$	Limite superior
$\sigma_{min}$	Limite inferior
$f_\nu(k)$	Função de entrada
$K_a$	Constante auxiliar
$K_b$	Constante auxiliar
$r$	Raio da região de convergência
$K_{1\_max}$	Limite superior do ganho $k_1$
$K_{2\_max}$	Limite superior do ganho $k_2$
$\tau_c$	Tempo de convergência ao distúrbio
$K_\zeta$	Ganho de ponderação do erro da função de chaveamento
$\hat{\omega}_e$	Estimativa da velocidade angular elétrica de rotação
$y_\alpha, y_\beta$	Estimativas de FCEM filtradas



## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$\dot{y}_\alpha, \dot{y}_\beta$	Derivadas das estimativas de FCEM filtradas
$G_{fpb}$	Função de transferência do filtro passa-baixa
$p(y_p)$	Polinômio normalizado característico
$\omega_n$	Frequência angular de corte do filtro
$\hat{e}_\alpha^f, \hat{e}_\beta^f$	Variáveis que compõem a matriz de transformação proposta
$\dot{\hat{e}}_\alpha^f, \dot{\hat{e}}_\beta^f$	Derivadas das variáveis que compõem a matriz de transformação
$\dot{\hat{e}}_\alpha^f, \dot{\hat{e}}_\beta^f$	Variáveis que reconstituem as FCEMs não senoidais
$G_{fpf}$	Função de transferência do filtro passa-faixa
$N_h$	Ordem da componente harmônica da FCEM
$Q$	Fator de qualidade do filtro
$\omega^*$	Velocidade média na região de transição I
$\omega_t$	Velocidade de transição entre os métodos de controle vetoriais
$f_{\varphi 1}$	Função auxiliar que determina a região de transição I
$f_{\varphi 2}$	Função auxiliar que determina a região de transição II
$v_{fd}$	Variável de desacoplamento de eixo direto
$v_{fq}$	Variável de desacoplamento de eixo de quadratura
$G_{pe}$	Função de transferência da planta elétrica
$G_c$	Função de transferência dos controladores da corrente de eixo direto e de quadratura
$K_{c1}$	Ganho proporcional do controlador de corrente
$K_{c2}$	Ganho do controlador de corrente que define a posição do zero
$f_{c\_ele}$	Frequência de corte definida para o projeto dos controladores de corrente
$G_{mec}$	Função de transferência da planta mecânica
$G_\omega$	Função de transferência do controlador de velocidade
$K_{\omega 1}$	Ganho proporcional do controlador de velocidade
$K_{\omega 2}$	Ganho do controlador de velocidade que define a posição do zero
$f_{c\_mec}$	Frequência de corte definida para o projeto do controlador de velocidade
$\theta_{if}$	Ângulo de referência para a transformação síncrona arbitrária
$\hat{\theta}_{ini}$	Ângulo inicial do referencial arbitrário com relação ao eixo magnético do rotor
$T_{dq}^*$	Matriz de transformação síncrona do referencial estacionário $\alpha\beta$ para o referencial arbitrário $d^*q^*$
$\omega_f^*$	Velocidade do rotor desejada no instante de transição ao controle <i>sensorless</i>
$T_r$	Intervalo de tempo que junto com $\omega_f^*$ define a inclinação da rampa de referência
$\theta^*$	Diferença angular entre os eixos de referência síncrona $dq$ e $d^*q^*$
$T_{c\_max}$	Conjugado de carga máximo do motor
$\theta_t^*$	Diferença angular entre o referencial arbitrário de partida e o referencial orientado ao eixo magnético do rotor na transição ao controle <i>sensorless</i>
$\theta_{rp}^*$	Diferença angular entre o referencial arbitrário e o referencial com orientação ao eixo magnético do rotor no instante final da rampa de frequência
$\omega_{ref\_trans}$	Velocidade de transição bidirecional do controle I-f

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$i_{j\_sin}$	Excitação senoidal, com $j = \{a, b, c\}$
$I_p$	Corrente de pico
$i_{j\_ns}$	Excitação não senoidal, com $j = \{a, b, c\}$
$P_{cond}$	Perdas em um condutor elétrico
$R$	Resistência CC do condutor
$I_{rms}$	Corrente RMS que circula no condutor
$P_{cobre}$	Perdas no cobre
$P_c$	Perda específica no ferro
$K_h$	Coefficiente de perdas por histerese
$\eta$	Coefficiente de Steinmetz
$K_{cf}$	Coefficiente das perdas por correntes de Foucault
$f$	Frequência fundamental da densidade de fluxo magnético
$B_p$	Valor de pico da densidade de fluxo magnético
$K_a$	Coefficiente de perdas anômalas
$V_{cc}$	Tensão do barramento CC
$P_{max}$	Potência máxima
$R_{encoder}$	Resolução do <i>encoder</i> absoluto
$f_{pwm}$	Frequência da modulação PWM
$v_{ab}, v_{bc}$	Tensões de linha nos terminais do motor
$v_{ig}$	Tensão de braço $i$ do inversor, com $i = \{a, b, c\}$
$v_0$	Tensão de modo comum
$\mathbf{T}_{cl}$	Matriz de transformação de Clarke
$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}$	Vetor de variáveis representadas em $\alpha\beta 0$
$\mathbf{x}_{abc}$	Vetor de variáveis representadas em $abc$
$\mathbf{T}_{co}$	Matriz de transformação de Concórdia
$\mathbf{T}_p$	Matriz de transformação de Park
$\mathbf{x}_{\alpha\beta}$	Vetor de variáveis representadas em $\alpha\beta$
$\mathbf{x}_{dq}$	Vetor de variáveis representadas em $dq$
$\mathbf{T}_{gr}$	Matriz de transformação de Park modificada (Grenier)
$\mathbf{T}_{ol}$	Matriz de transformação proposta por (OLIVEIRA et al., 2005)

## LISTA DE APÊNDICES

Apêndice A – Impacto da excitação senoidal e não senoidal em MSIPs: Avaliação das perdas no cobre e da redução das ondulações no conjugado eletromagnético .....	173
Apêndice B – Predição das perdas no ferro sob fluxo magnético não senoidal .....	183
Apêndice C – Plataforma experimental .....	211



## LISTA DE ANEXOS

Anexo A – Mudança de variáveis em máquinas elétricas .....	219
--	-----



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	35
<b>1.1 Revisão bibliográfica</b> .....	37
1.1.1 Acionamento e controle do MSIP com FCEM não senoidal .....	38
1.1.2 Estratégias <i>sensorless</i> aplicadas em MSIPs .....	44
1.1.3 Observadores por modos deslizantes – Algoritmo <i>Super-Twisting</i> .....	47
<b>1.2 Contribuições da tese</b> .....	50
<b>1.3 Organização do documento de tese</b> .....	50
<b>2 MODELAGEM DO MSIP COM FCEM NÃO SENOIDAL</b> .....	53
<b>2.1 Aspectos gerais do MSIP</b> .....	54
2.1.1 Aspectos construtivos .....	56
2.1.1.1 Ímãs permanentes .....	57
2.1.1.2 Rotor .....	59
2.1.1.3 Estator .....	61
2.1.2 Perdas no MSIP .....	61
2.1.2.1 Perdas no cobre .....	62
2.1.2.2 Perdas no ferro .....	63
2.1.2.3 Perdas mecânicas .....	65
2.1.2.4 Perdas adicionais .....	65
2.1.2.5 Minimização das perdas .....	65
<b>2.2 Modelo dinâmico do MSIP</b> .....	66
2.2.1 Síntese do conjugado eletromagnético .....	68
2.2.2 Modelo dinâmico no referencial estacionário $\alpha\beta 0$ .....	71
2.2.2.1 Conjugado eletromagnético no referencial estacionário .....	72
2.2.3 Referencial síncrono orientado ao vetor de FCEM normalizado .....	72
2.2.4 Modelo dinâmico no referencial síncrono $dq$ .....	75
2.2.4.1 Conjugado eletromagnético no referencial síncrono .....	78
<b>2.3 Considerações finais</b> .....	79
<b>3 OBSERVADOR DE FCEM POR MDOS: ALGORITMO <i>SUPER-TWISTING</i></b> .....	81
<b>3.1 Aspectos gerais sobre SEV por modos deslizantes</b> .....	82
3.1.1 MDOS: Algoritmo <i>Super-Twisting</i> .....	84
<b>3.2 Observador de corrente em tempo discreto: Estimativa das FCEMs</b> .....	85
<b>3.3 Análise de estabilidade do observador proposto</b> .....	88
<b>3.4 Análise do alcance e existência do modo quase deslizante</b> .....	92
<b>3.5 Projeto dos ganhos do observador</b> .....	94
<b>3.6 Considerações finais</b> .....	96

---

<b>4 CONTROLE VETORIAL <i>SENSORLESS</i> ORIENTADO AO VETOR FCEM</b> .....	97
4.1 Descrição do controle vetorial proposto .....	98
4.2 Metodologia de implementação <i>sensorless</i> da transformação síncrona .....	98
4.2.1 Estimação da velocidade angular elétrica de rotação .....	100
4.2.1.1 Filtro passa-baixa Butterworth de segunda ordem .....	101
4.2.2 Filtragem seletiva da FCEM .....	103
4.2.2.1 Normalizador $k_n$ .....	104
4.2.2.2 Filtro digital passa-faixa de segunda ordem com frequência de corte variável .....	105
4.2.3 Algoritmo de seleção das componentes harmônicas da FCEM: Controle híbrido .....	107
4.3 Projeto dos controladores de corrente .....	109
4.3.1 Estimação das variáveis de desacoplamento e compensação de distúrbio .....	111
4.4 Projeto do controlador de velocidade .....	111
4.5 Considerações finais .....	112
<b>5 CONTROLE I-F: PARTIDA E OPERAÇÃO EM BAIXA ROTAÇÃO</b> .....	113
5.1 Descrição geral do controle I- $f$ .....	113
5.1.1 Determinação da transformação síncrona arbitrária do controle I- $f$ .....	115
5.2 Partida inicial do MSIP .....	115
5.2.1 Alinhamento inicial do rotor .....	116
5.3 Projeto do controle I- $f$ .....	116
5.4 Transição bidirecional .....	119
5.5 Considerações finais .....	121
<b>6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAIS</b> ..	123
6.1 Descrição da simulação .....	123
6.2 Coordenação do projeto dos ganhos e definições de operação .....	124
6.3 Observador de FCEM por MDOS: AST com ganhos variáveis .....	127
6.4 Partida inicial do motor .....	132
6.5 Controle vetorial <i>sensorless</i> .....	140
6.6 Operação do controle I- $f$ em baixas rotações e na velocidade nula ..	149
6.7 Considerações finais .....	152
<b>7 CONCLUSÃO</b> .....	153
7.1 Publicações .....	155
7.2 Sugestão de trabalhos futuros .....	156
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	157
<b>APÊNDICES</b> .....	171
<b>ANEXOS</b> .....	217



# 1 INTRODUÇÃO

A melhoria da eficiência energética<sup>1</sup> em sistemas eletromecânicos que demandam energia elétrica é um tema atual e mundialmente discutido, cuja origem ocorreu ainda no século passado<sup>2</sup>. Na década de 1970, o mundo sofreu um grande impacto econômico diante da crise do petróleo, e notou a sua enorme dependência aos combustíveis fósseis (COLOMBO, 1984). Desde então, dois temas têm sido abordados de forma direta pelos governos e entidades não governamentais ao redor do mundo: o uso racional de energia e a busca por combustíveis alternativos (COLITTI; BARONTI, 1981). Apesar dos avanços tecnológicos na procura e na extração de petróleo que permitem um aumento na oferta, a ideia de um mundo com energia ecologicamente sustentável permanece ativa. Essa ideologia é constantemente fortalecida por intermédio de estudos e eventos internacionais como o Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (PIMC), a Convenção das Nações Unidas sobre Mudanças Climáticas (CNUMC), o Protocolo de Quioto, a Conferência das Nações Unidas sobre Desenvolvimento Sustentável (CNUDS) e muitos outros. Tópicos sobre o meio ambiente, o desenvolvimento sustentável, as energias renováveis e o conservacionismo são tratados nesses eventos. Dentre as principais pautas em estudo, a eficiência energética sempre ganhou destaque, e devido à sua importância, muitos pesquisadores a indicam como uma alternativa complementar à redução da taxa de crescimento do consumo de energia elétrica no mundo.

De forma geral, é possível assumir que o aprimoramento da eficiência energética é uma alternativa válida na redução da demanda por energia, desde que ações paralelas sejam adotadas com o intuito de viabilizar esse incentivo. Ações sociais e governamentais como a racionalização do uso de energia, o fomento ao desenvolvimento tecnológico, e mudanças legislativas e normativas, tanto no âmbito socioeconômico e educacional quanto no setor industrial, são essenciais para concretizar esse propósito. Além disso, um tema a ser debatido concomitantemente é a conservação de energia<sup>3</sup>, a qual tem um impacto direto no modo de vida da sociedade moderna (LOPES; ANTUNES; MARTINS, 2012).

Em virtude disso, os países desenvolvidos e emergentes, por intermédio dos órgãos governamentais e pela própria sociedade, estão incentivando o uso conservacionista de energia e a geração de energia elétrica por fontes renováveis. Ademais, medidas de curto, médio e longo prazo para conter a taxa de crescimento da demanda de energia vêm

---

<sup>1</sup>A eficiência energética refere-se como sendo a utilização de uma menor energia para produzir a mesma quantidade de serviços ou resultado útil (PATTERSON, 1996), ou em outras palavras, a eficiência energética significa conseguir mais resultado por unidade de energia paga (HERRING, 2006).

<sup>2</sup>Em 1973, os países árabes integrantes da Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) embargou o fornecimento de petróleo para os Estados Unidos e os países europeus. Após o embargo pela OPEP, o fornecimento foi limitado e ocorreu um aumento abusivo nos preços do petróleo.

<sup>3</sup>Conservação de energia é a redução do consumo de energia através de uma menor qualidade dos serviços de energia (p.ex., baixos níveis de aquecimento residencial, limitação da velocidade de carros, limites de capacidade e consumo em eletrodomésticos) (HERRING, 2006).

sendo amplamente discutidas e planejadas nas principais agências e departamentos de energia<sup>4</sup> do mundo. Dentre algumas propostas de curto prazo que visam a redução dessa demanda, pode-se destacar a imposição de normativas para níveis mínimos de eficiência em equipamentos eletrônicos e eletromecânicos. Por essa razão, o investimento tecnológico no setor industrial, para otimizar a eficiência energética, torna-se prioritário. Atualmente, essa “imposição tecnológica” pode ser constatada em vários produtos como refrigeradores, condicionadores de ar, bombas de água, ventiladores, etc. Existe um detalhe em comum nesses produtos citados, todos eles requerem motores elétricos para a sua operação.

Os estudos publicados por Falkner e Holt (2011) e Waide e Brunner (2011) na *International Energy Agency* (IEA) revelaram que o maior consumo de energia elétrica no mundo está concentrado no setor industrial, seguido pelo setor residencial e comercial. Além disso, os estudos estimam que os motores elétricos representam entre 43% e 46% da demanda global de eletricidade, em que aproximadamente 64% desse percentual concentra-se na indústria, 20% no comércio, 13% nas residências, 2% no transporte e 1% na agricultura. Embora esses dados estatísticos refletem o cenário energético de 2009-2011, é possível inferir com base no crescimento populacional e econômico dos países desenvolvidos e emergentes, que esses dados percentuais não sofreram alterações de modo significativo nos últimos anos, apesar da demanda por energia ter aumentado. De modo a aumentar a eficiência energética em aplicações que demandam motores elétricos, os autores desses estudos apontam algumas diretrizes e recomendações, tais como: o uso de componentes eficientes no sistema integrado ao motor; a especificação adequada do motor à carga; e o acionamento com frequência variável em aplicações com cargas variáveis.

Os acionamentos de alto desempenho com métodos de controle que proporcionam a operação em frequência variável, tais como o controle por orientação de campo ou controle vetorial (BLASCHKE; HASSE, 1972, 1968 apud VAS, 1998) e o controle direto de conjugado (DEPENBROCK, 1988; TAKAHASHI; NOGUCHI, 1986), são tecnologias consolidadas desde a década de 1990. Esses métodos de controle são amplamente aplicados em Motores de Indução (MI) e Motores Síncronos de Ímãs Permanentes (MSIP). Por exemplo, um segmento de mercado com produção em larga escala que tem adotado esses métodos de controle é a chamada linha branca<sup>5</sup>. Na linha branca, são produzidos eletrodomésticos de médio a grande porte como refrigeradores e condicionadores de ar. Nesse mercado bem como em outros, existe uma tendência pelo aprimoramento da eficiência energética de uma maneira ecologicamente sustentável, que é popularmente denominada como *Ecodesign*<sup>6</sup>. Essa vigorosa tendência e os índices mínimos de eficiência que têm se tornado cada vez mais rígidos, impõe diretamente ao setor industrial a motivação

---

<sup>4</sup>Por exemplo: *Department of Energy* (DOE), Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), *International Renewable Energy Agency* (IRENA), *Energy Information Administration* (EIA), *Intelligent Energy Europe* (IEE), Ministério de Minas e Energia (MME), etc.

<sup>5</sup>No inglês, pode ser encontrado como *major appliance*, *domestic appliance*, *white goods* ou *whiteware*.

<sup>6</sup>O termo originou-se do conceito *Design for Environment*.

necessária para investigar novas soluções tecnológicas ao projeto, acionamento e controle de motores elétricos.

A implementação de métodos de acionamento e controle de alto desempenho em segmentos de produção em larga escala tornou-se possível em razão da evolução dos semicondutores de potência e do aumento da capacidade de processamento digital, ambos com custos viáveis à essa categoria de produção, permitindo assim agregar novas tecnologias em aplicações com motores elétricos de baixo custo (BOSE, 2009). Além disso, outro aprimoramento em função desses avanços tecnológicos, e que permite reduzir o custo de fabricação, é a substituição de sensores de posição e de velocidade por técnicas computacionais de estimação (PACAS, 2011). De modo concomitante, ocorrem evoluções nos processos de fabricação, os quais proporcionam a elaboração de projetos e a produção de motores elétricos de baixo custo com foco na eficiência energética. Em virtude disso, nas últimas décadas, o MSIP tornou-se uma opção atrativa à indústria de produção em larga escala, principalmente, devido ao motor apresentar alta densidade de energia, excelente desempenho dinâmico e aumento de eficiência energética quando comparado com motores de Corrente Contínua (CC) e MIs (KRISHNAN, 2009; PILLAY; KRISHNAN, 1991; RAHMAN, 2013).

De fato, a viabilidade de novas tecnologias na área de máquinas elétricas e o incentivo pela melhoria da eficiência energética estabelecem desafios aos pesquisadores da academia e da indústria manufatureira, motivando a proposição de novas soluções a fim de suprir tais incentivos, sem comprometer o desempenho operacional do motor. Desta forma, é possível inferir que o acionamento e controle do MSIP bem como de outros motores elétricos, serão foco contínuo de pesquisas nas próximas décadas ou séculos, até o surgimento de uma nova alternativa para substituir a função do motor elétrico.

Em virtude dos avanços tecnológicos e dos desafios acima mencionados, esta tese apresenta contribuições ao controle *sensorless*<sup>7</sup> do MSIP, especificamente para motores com a Força Contraeletromotriz (FCEM) não senoidal. Em seguida, uma revisão bibliográfica dos tópicos correlacionados a esse tema será apresentada, revelando os principais métodos encontrados na literatura. Posteriormente, as contribuições específicas e a organização da tese serão descritas em detalhes.

## 1.1 Revisão bibliográfica

Nesta seção será apresentada uma revisão bibliográfica sobre o acionamento e controle vetorial *sensorless* do MSIP com FCEM não senoidal. Inicialmente, diversas técnicas de acionamento e controle dos MSIPs com a FCEM senoidal e não senoidal serão discutidas. Logo após, os principais métodos à operação *sensorless* do MSIP e o uso de observadores por modos deslizantes serão descritos evidenciando suas particularidades.

---

<sup>7</sup>Sem o uso de sensores mecânicos de posição ou velocidade, *encoders*, *resolvers*, tacômetros, etc.

### 1.1.1 Acionamento e controle do MSIP com FCEM não senoidal

O uso de inversores de frequência de Corrente Alternada (CA) no acionamento de motores elétricos iniciaram na década de 1950 (LIPO, 1988). Desde então, essa forma de acionamento tem contribuído para a evolução dos dispositivos semicondutores de potência (do tiristor ao *Insulated Gate Bipolar Transistor* - IGBT), ao desenvolvimento de várias topologias de conversores estáticos e ao aprimoramento dos métodos de controle *sensorless* (BOSE, 2009). A partir da década de 1970, os esforços tecnológicos no acionamento e controle de alto desempenho eram direcionados aos motores de indução, pois esses motores popularizaram-se mais do que os motores CC devido à robustez construtiva, reduzida manutenção e ao baixo custo (SAWA; KUME, 2004). Posteriormente, as estratégias foram adaptadas aos MSIPs. Uma vez que os custos e a tecnologia de fabricação dos ímãs com terras raras e de ferrite tornaram-se economicamente viáveis e construtivamente flexíveis à aplicação em motores elétricos, o MSIP conquistou o seu espaço no mercado de motores de alta eficiência (MELFI; EVON; MCELVEEN, 2009; RAHMAN, 2013).

Conforme Krishnan (2009), o motor elétrico com excitação a ímãs permanentes e sem escovas pode ser classificado em duas categorias: motor *Brushless Direct Current* (BLDC) e o MSIP com FCEM senoidal<sup>8</sup>. A principal diferença entre esses motores está na distribuição do fluxo magnético no entreferro e, conseqüentemente, na forma de onda da FCEM. De modo ideal, o motor BLDC exibe uma FCEM trapezoidal, enquanto que no outro motor a FCEM é senoidal. Por esse motivo, os requisitos e os aspectos operacionais são convencionalmente distintos para esses dois motores (PILLAY; KRISHNAN, 1991).

De acordo com a abordagem clássica, as correntes de fase de um motor BLDC devem possuir a forma de onda retangular a fim de produzir um conjugado eletromagnético constante. Por outro lado, no MSIP senoidal, as correntes devem ser senoidais. Do ponto de vista da síntese de corrente por meio da abordagem clássica apresentada na literatura, a escolha da topologia do conversor estático, a técnica de acionamento desse conversor, o uso ou não de sensores mecânicos e a técnica de controle são geralmente distintas para produzir a forma de onda apropriada, proporcionando assim o maior rendimento com o menor custo (KRISHNAN, 2009). Usualmente, os MSIPs trifásicos são acionados por inversores de tensão a três braços com MOSFETs ou IGBTs. No motor BLDC, adota-se um padrão de modulação seis-pulsos 120° sintetizando correntes de fase retangulares. Enquanto que no MSIP senoidal, todos os braços comutam para sintetizar correntes senoidais. Detalhes específicos sobre a diferenciação desses motores serão discutidos no capítulo subsequente.

Apesar de existir essa diferenciação operacional bem definida entre os dois motores, a classificação do MSIP nas categorias mencionadas pode ser discordante por questões construtivas. Em outras palavras, um motor projetado para exibir uma FCEM senoidal,

---

<sup>8</sup>No inglês, popularmente conhecido como *Permanent Magnet Synchronous Motor* (PMSM).

na prática, pode apresentar componentes harmônicas múltiplas da fundamental, por exemplo, a quinta e a sétima componente harmônica. De forma semelhante, o motor BLDC que por convenção deve apresentar uma FCEM trapezoidal, em muitos casos, exibe uma forma de onda intermediária, nem senoidal nem trapezoidal (HANSELMAN, 2006). Essa particularidade foi discutida por Hanselman (1994) como “uma nova perspectiva alternativa ao projeto e acionamento de MSIPs”, no qual um motor não necessita ser senoidal ou trapezoidal para obter um conjugado eletromagnético constante, desde que as correntes apropriadas possam ser sintetizadas. Ademais, esse fato segue a nova tendência de projetos de MSIPs com baixo custo de fabricação, otimização de material, enrolamentos concentrados e bobinas com passo fracionário (BOGLIETTI et al., 2014; EL-REFAIE, 2010).

Ao longo das últimas décadas, os métodos de controle de velocidade e de conjugado, tradicionalmente aplicados ao MI, foram estendidos ao MSIP. Desde técnicas como  $v-f$  (AGARLITA et al., 2013; ANDREESCU et al., 2012; PERERA et al., 2003), controle direto de conjugado<sup>9</sup> e controle vetorial (VAS, 1998). Inicialmente, esse métodos eram propostos para o MSIP com FCEM senoidal. Todavia, essas técnicas passaram a ser aprimoradas e aplicadas em MSIP com FCEM não senoidal (GRENIER; LOUIS, 1993; GRENIER et al., 1998; HEIDARI; MARKADEH; ABAZARI, 2011; OZTURK; ALEXANDER; TOLIYAT, 2010; OZTURK; TOLIYAT, 2011; MONTEIRO, 2006). O aperfeiçoamento desses métodos tem se tornado factível devido à possibilidade de implementação de algoritmos cada vez mais complexos, visto que as tecnologias de processamento digital de sinais e de medida têm evoluído rapidamente, assim como os dispositivos semicondutores de potência com perdas reduzidas, alto rendimento e baixo custo.

O principal impacto da excitação inadequada do motor em relação à distribuição do fluxo no entreferro é a síntese de um conjugado eletromagnético com ondulações (JAHNS; SOONG, 1996). De modo geral, a minimização dessas ondulações<sup>10</sup> em um MSIP com FCEM não senoidal depende estritamente do espectro harmônico das correntes no estator. Em vista disso, as metodologias adotadas para a definição das correntes baseiam-se na forma de onda da FCEM, que é correspondente à taxa de variação do fluxo magnético concatenado devido aos ímãs em relação à posição angular do rotor. Com base nessa generalização, diversas alternativas para a determinação das correntes de referência e ao controle de corrente podem ser encontradas na literatura. Nesta tese, é feita a classificação dessas alternativas em duas categorias, de acordo com o método de síntese das correntes:

- Método direto (CLENET et al., 1993; FLIELLER et al., 2014; GUO; PARSA, 2009; HANSELMAN, 1994; HUNG; DING, 1993; HEINS et al., 2007; LE-HUY; PERRET; FEUILLET, 1986; LU et al., 1999; NAKAO; AKATSU, 2013; PARK et al., 2000; WU; CHAPMAN, 2005);

<sup>9</sup>No inglês, *Direct Torque Control* (DTC).

<sup>10</sup>Ondulações de conjugado mútuo decorrentes da interação do fluxo magnético no entreferro e o fluxo produzido pelas correntes do estator.

- Método indireto (BOLOGNANI; TUBIANA; ZIGLIOTTO, 2003; CHEN; SONG; SEKIGUCHI, 2000; GRENIER; LOUIS, 1993; LAZOR; STULRAJTER, 2014; OLIVEIRA et al., 2005).

No método direto, a forma de onda ou o espectro harmônico das correntes de referência é preestabelecido com o conhecimento *a priori* da FCEM. Nesse caso, o controle das correntes é frequentemente realizado em eixos de referência estacionária  $abc$  ou  $\alpha\beta$ , e os controladores devem ter a capacidade de rastreamento de sinais oscilatórios no tempo (p.ex. controladores por histerese como exibido na Figura 1.1). Por outro lado, no método indireto, a inserção de componentes harmônicas nas correntes ocorre de forma indireta no sistema de controle, ou seja, o conteúdo harmônico é incluído após o controle das correntes. Por exemplo, a alimentação direta de sinais<sup>11</sup> nas ações de controle da tensão (*feed-forward*), e a injeção de harmônicas por meio de transformações de referenciais (controle vetorial) são classificadas como métodos indiretos. As estratégias tratadas nesta tese estão relacionadas ao método indireto, especificamente, ao método baseado no controle vetorial.

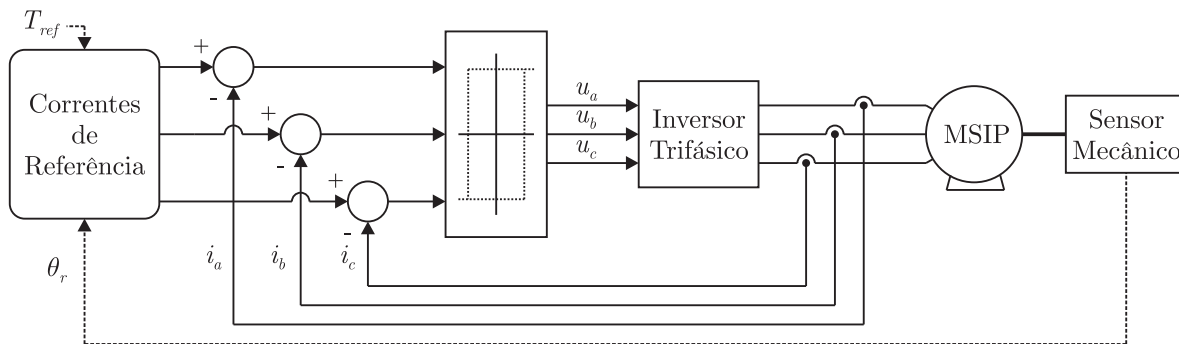


Figura 1.1 – Exemplo de método direto baseado em Hanselman (1994) e Park et al. (2000).

As principais contribuições ao método indireto que empregam o controle vetorial são propostas por Bolognani, Tubiana e Zigliotto (2003), Grenier e Louis (1993), Grenier e Louis (1995), Kshirsagar e Krishnan (2010), Kshirsagar e Krishnan (2012), Lazor e Stulrajter (2014), Monteiro et al. (2012) e Oliveira et al. (2005). Em geral, todas as propostas possuem um objetivo comum relacionado ao controle, que é reduzir as ondulações no conjugado eletromagnético por intermédio de correntes invariantes no tempo, sem a necessidade de elevar a banda passante da malha de controle (referencial síncrono). Para isso, o conteúdo harmônico da corrente, necessário à síntese de um conjugado constante, é determinado pela inclusão de uma alimentação direta na ação de controle das malhas de corrente (BOLOGNANI; TUBIANA; ZIGLIOTTO, 2003), ou por intermédio da modificação da transformada de Park (GRENIER; LOUIS, 1993; OLIVEIRA et al., 2005).

A Figura 1.2 apresenta o controle vetorial proposto por Grenier e Louis (1993, 1995), cujos autores o denominaram como uma extensão da transformação de Park (PARK, 1929). Essa proposta fundamenta-se na inclusão de uma variável de compensação

<sup>11</sup>Informação complementar com o conteúdo harmônico apropriado.

angular  $\mu$  ao ângulo de referência do rotor  $\theta_r$ . Logo, ambos são usados na transformação síncrona  $\mathbf{T}_{dq}$ . Em virtude disso, correntes não senoidais podem ser sintetizadas por intermédio do controle de correntes de eixo direto e de quadratura invariantes no tempo. Nessa técnica, a variável de compensação é obtida *offline* com base na derivada do fluxo concatenado devido aos ímãs em função da posição angular do rotor. Assim, pode-se afirmar que a compensação insere de forma indireta o conteúdo harmônico da FCEM nas correntes de fase e, conseqüentemente, as ondulações do conjugado tendem a reduzir. Entretanto, somente com a inclusão de  $\mu$ , não é possível estabelecer as componentes harmônicas de corrente necessárias à síntese de um conjugado eletromagnético constante (KSHIRSAGAR; KRISHNAN, 2010). Por esse motivo, a proposta possibilita apenas a redução parcial das ondulações de conjugado eletromagnético. Os detalhes da modelagem dessa estratégia podem ser encontrados em Grenier e Louis (1995, p. 447-448).

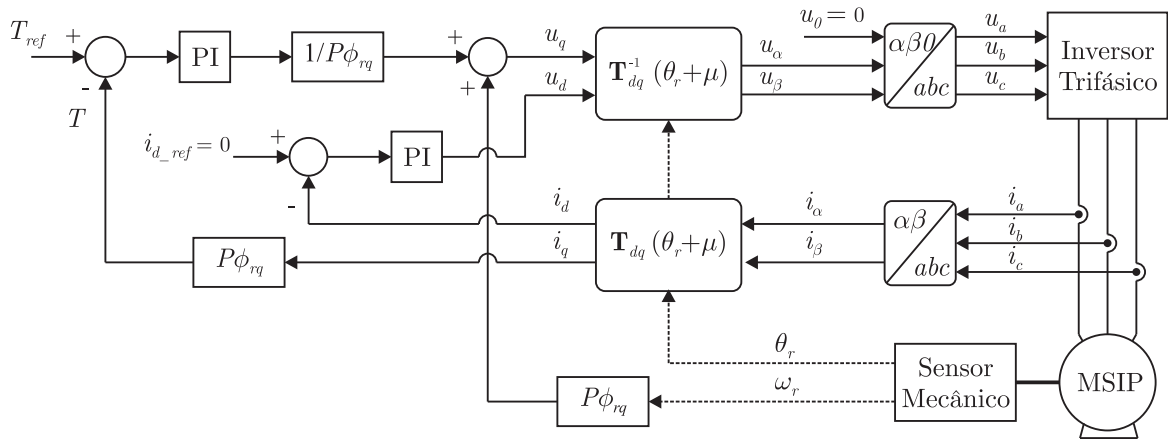


Figura 1.2 – Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Grenier e Louis (1995, p. 451) (figura adaptada).

A proposta de Bolognani, Tubiana e Zigliotto (2003) visa a aplicação do controle vetorial em MSIPs usados na linha branca. O diagrama do sistema de controle proposto está ilustrado na Figura 1.3. É possível observar que as componentes da FCEM estão representadas em eixos síncronos  $dq$ , armazenadas em tabelas de memória (*Loop-up Table LUP*) e indexadas em função da posição angular mecânica. Essas componentes são adicionadas<sup>12</sup> às ações de controle das malhas de corrente, proporcionando as compensações desses distúrbios. De maneira similar à componente da FCEM, a parcela oscilatória da corrente de eixo de quadratura, que contém a informação necessária à síntese de um conjugado constante, é também armazenada em uma tabela. Por sua vez, essa componente CA é adicionada ao sinal contínuo da corrente de referência de eixo de quadratura  $i_{q\_dc}$ , como mostra a Figura 1.3. Paralelamente,  $i_{q\_ac}$  é alimentada diretamente na ação de controle, com o intuito de definir o conteúdo harmônico nas correntes, suprimindo a necessidade de elevar a banda passante dos controladores de corrente. Nessa proposta, um filtro de Kal-

<sup>12</sup>Ações *Feedforward* (FFW).

man estendido (*Extended Kalman Filter* - EKF) é utilizado para determinar as estimativas da velocidade e posição angular do rotor.

É importante enfatizar que a implementação apresentada na Figura 1.3 requer o conhecimento *a priori* da FCEM, o que em uma produção em larga escala como é a linha branca, uma pequena dispersão em termos da repetibilidade de fabricação, pode comprometer o desempenho da proposta em reduzir as ondulações de conjugado. Além disso, a ação FFW baseada em  $i_{q\_ac}$  depende diretamente dos parâmetros elétricos do motor, consequentemente, o conteúdo harmônico pode ser introduzido de forma incompleta quando ocorrem variações paramétricas, acarretando em ondulações de conjugado.

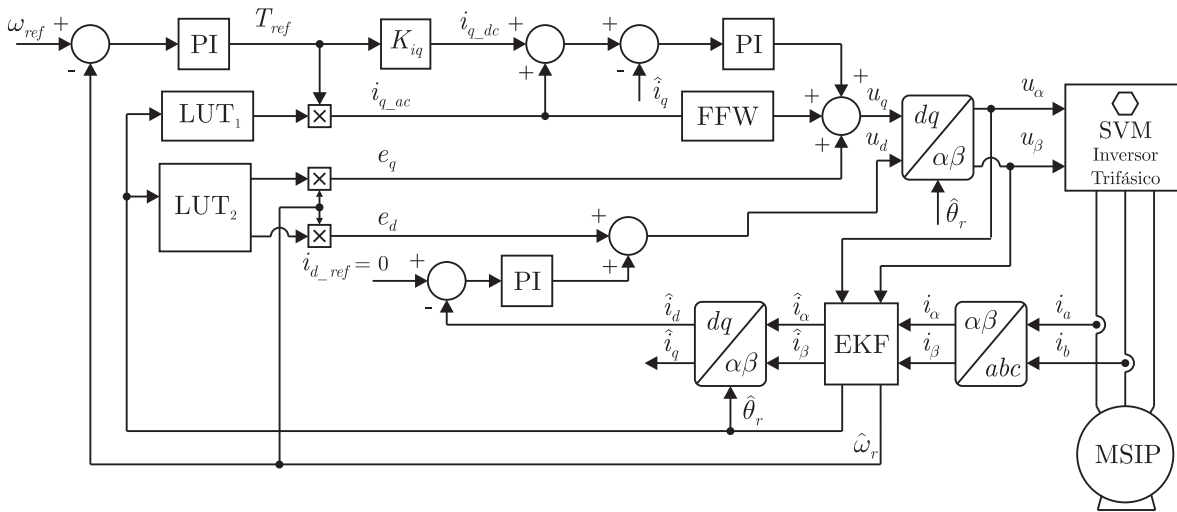


Figura 1.3 – Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Bolognani, Tubiana e Zigliotto (2003) (figura adaptada).

Além da variável de compensação angular  $\mu$  proposta por Grenier e Louis (1993), Oliveira et al. (2005) e Monteiro et al. (2012) apresentaram a inclusão de uma variável  $a_x$  que modifica o módulo dos vetores da matriz de transformação de Park, conforme mostrado na Figura 1.4. Essa abordagem permite minimizar as ondulações no conjugado mútuo, tornando-o proporcional a corrente de eixo de quadratura. Embora a proposta teórica pode proporcionar um conjugado eletromagnético constante, a implementação exposta adota sensores de posição e também requer o conhecimento prévio da FCEM.

Lazor e Stulrajter (2014) adotam a mesma modificação na transformação de Park proposta por Oliveira et al. (2005). Contudo, os autores apresentam uma forma alternativa de obtenção das variáveis de compensação. Diferentemente de Grenier e Louis (1993) e Oliveira et al. (2005) que determinam essas variáveis com grandezas representadas em eixos estacionários  $\alpha\beta$ , Lazor e Stulrajter (2014) propõem a obtenção a partir de grandezas expressas no referencial síncrono  $dq$  com base na transformação de Park clássica. Detalhes sobre a forma de definição das variáveis de compensação podem ser encontradas em Oliveira et al. (2005, p. 1808-1810) e Lazor e Stulrajter (2014, p. 182).





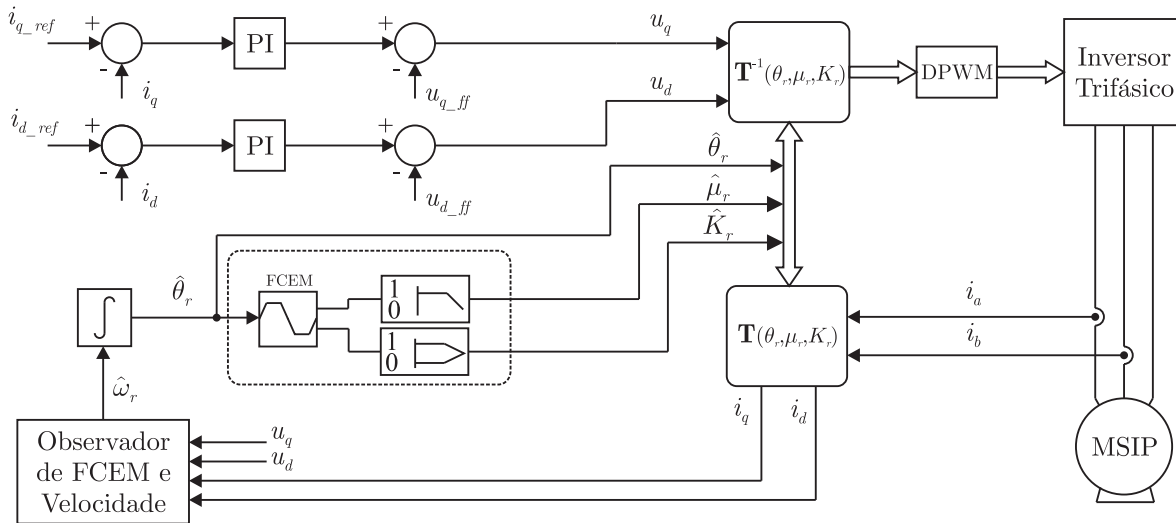


Figura 1.5 – Diagrama de blocos do controle vetorial proposto por Kshirsagar e Krishnan (2012) (figura adaptada).

lações de conjugado e a redução as perdas no cobre, aumentando a eficiência do motor em uma determinada faixa operacional de velocidade. A redução das perdas depende da relação entre a velocidade de rotação do motor e as perdas associadas à excitação do motor (perdas no cobre e no ferro). Em outras palavras, essa estratégia de controle permite a injeção de harmônicas de corrente, que reduz a corrente RMS necessária à síntese de um mesmo conjugado eletromagnético, quando comparado com o acionamento por corrente senoidal ou retangular. Embora Kshirsagar e Krishnan (2012) tenham analisado essa abordagem para diversas FCEMs não senoidais, as formas de onda escolhidas, em um tentativa de generalização, representam apenas um conjunto limitado de MSIPs. Essa limitação pode ser constatada ao comparar as FCEMs exibidas por Kshirsagar e Krishnan (2012) com os exemplos de diversos MSIPs mostrados em Hanselman (2006, p. 229-333).

Como reportado anteriormente, o controle sem sensores de posição e de velocidade para o MSIP tem se tornado um atrativo à indústria, principalmente por questões de redução de custo. Por essa razão, as principais técnicas *sensorless* que podem ser encontradas na literatura serão abordadas na próxima seção.

### 1.1.2 Estratégias *sensorless* aplicadas em MSIPs

A substituição dos enrolamentos de campo por ímãs permanentes em máquinas síncronas permite o aumento da densidade de energia por volume e a redução da perdas associadas ao rotor (PILLAY; KRISHNAN, 1991). Entretanto, essa alteração impõe a necessidade de sincronismo do acionamento com a posição angular relativa dos ímãs, a fim de obter a operação adequada dessa máquina elétrica. Por essa razão, adota-se a posição angular mecânica do rotor como referência de sincronismo. Para mensurar essa grandeza,

são usados sensores mecânicos como *encoders*, *resolvers* ou tacômetros<sup>14</sup> (PACAS, 2011). Todavia, os avanços tecnológicos no processamento digital de sinais permitiram substituir os sensores mecânicos por técnicas computacionais de estimação. Desta forma, é possível reduzir os custos de fabricação, e ainda, aumentar a confiabilidade e robustez estrutural do sistema mecânico (BETIN et al., 2014; BRIZ; DEGNER, 2011).

De fato, a utilização de sensores mecânicos não é exclusiva de MSIPs. Inicialmente, os sensores de posição e de velocidade foram empregados em motores CC visando o controle de velocidade variável. Em seguida, seu uso foi estendido ao controle por orientação de campo de MIs (SAWA; KUME, 2004). Desta forma, foi possível agregar alto desempenho dinâmico, regulação de velocidade e confiabilidade à operação dos motores elétricos.

Diversos métodos *sensorless* que estimam a posição ou a velocidade angular de rotação aplicadas em motores CA podem ser encontradas em Holtz (1995). Abordagens específicas aplicadas ao MSIP são discutidas em revisões bibliográficas apresentadas por Acarnley e Watson (2006), Benjak e Gerling (2010a, 2010b, 2010c), Briz e Degner (2011) e Pacas (2011). Convencionalmente, os métodos *sensorless* podem ser divididos em duas categorias (BETIN et al., 2014; PACAS, 2011): (i) sinais de excitação fundamental, e (ii) injeção de sinais de alta frequência. Na primeira categoria, os métodos baseiam-se no modelo dinâmico do motor. Logo, a posição e a velocidade angular do rotor, ou outras grandezas de sincronismo (p.ex. FCEM, ou fluxo magnético concatenado) são determinadas diretamente ou indiretamente a partir do modelo matemático que governa o comportamento dinâmico do motor. Por outro lado, na segunda categoria, os métodos de injeção de sinais de alta frequência permitem detectar a posição do rotor por intermédio das saliências do motor, ou seja, por meio das anisotropias do rotor e/ou da saturação do circuito magnético. Nessa última abordagem, sinais de alta frequência são introduzidos nos sinais de excitação do motor, permitindo estimar a posição do rotor mesmo na velocidade nula (BRIZ; DEGNER, 2011). Embora os métodos da primeira categoria possuam limitações operacionais em velocidades próximas de zero, eles são amplamente usados em aplicações que não exigem a operação em baixa rotação, ou ainda, quando as saliências do rotor são inapropriadas aos métodos de injeção de sinais. Além disso, Benjak e Gerling (2010a) apresentaram outra classificação dos métodos, como mostrada na Figura 1.6. Nessa classificação, as estratégias baseadas em inteligência artificial, redes neurais e *Fuzzy-Neural* são diferenciadas dos métodos por excitação fundamental.

A metodologia tratada nesta tese está relacionada à primeira categoria, em que a partir do modelo dinâmico do motor, é obtida uma estimativa da FCEM. Então, com base nessa grandeza, determina-se a transformação síncrona  $dq$  requerida na nova técnica de controle vetorial, que será apresentada ao longo deste documento. Contudo, essa abordagem *sensorless* possui restrições operacionais em velocidades baixas, pois a

---

<sup>14</sup>Sensores utilizados na medida da velocidade angular de rotação que ao integrar a grandeza é possível obter a posição angular.

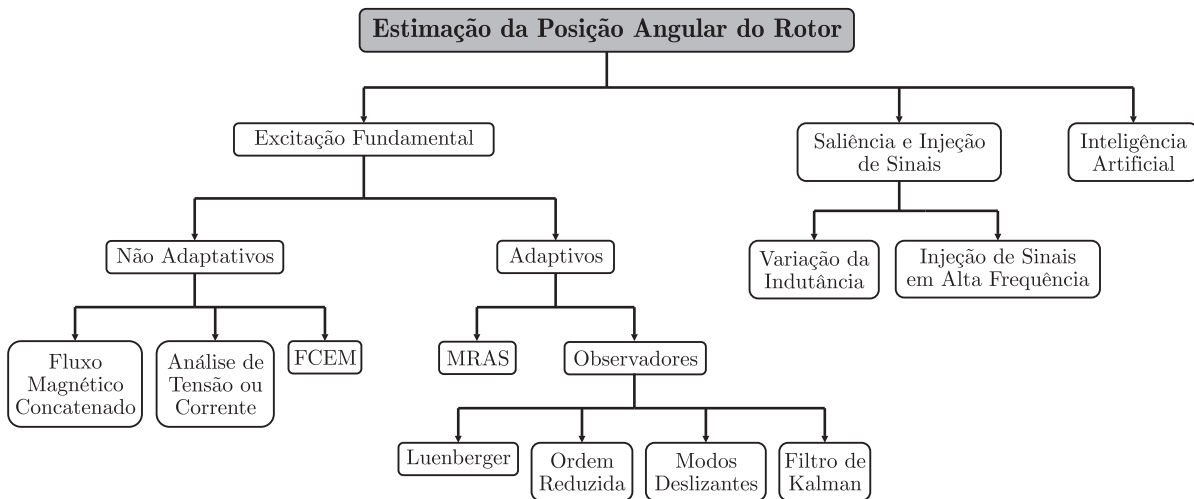


Figura 1.6 – Classificação das técnicas de estimação da posição angular do rotor com base em Benjak e Gerling (2010a).

magnitude da FCEM é diretamente proporcional à velocidade de rotação. Portanto, nesse caso, a limitação operacional em velocidades próximas de zero é devido à perda de observabilidade da FCEM (ZALTNI; GHANES, 2013). Uma alternativa de contornar esse problema é empregar um método adicional visando a partida do motor e a operação em velocidades baixas. Dois métodos em malha aberta de velocidade são usualmente adotados: controle de variação de tensão-frequência ( $v$ - $f$ ) e controle de variação de corrente-frequência ( $I$ - $f$ ). Métodos baseados no controle  $v$ - $f$  são apresentados em Wu e Slemon (1991), Ogasawara e Akagi (1991), Qi et al. (2009) e Lee et al. (2008). Apesar de esses métodos serem de fácil implementação, pois não exigem sensores de corrente, o controle  $v$ - $f$  de MSIPs é intrinsecamente instável e não é robusto às variações paramétricas. Por outro lado, o controle  $I$ - $f$  é uma abordagem robusta a essa classe de variações como demonstrado em Wang, Lu e Blaabjerg (2012), Fatu et al. (2008) e Stirban, Boldea e Andreescu (2012). Nessa última técnica, a magnitude das correntes são controladas em malha fechada impondo a frequência de acionamento de forma similar ao controle  $v$ - $f$ .

Os métodos de partida fundamentados no controle  $I$ - $f$  apresentam um bom desempenho de aceleração e robustez a diferentes níveis de carga (WANG; LU; BLAABJERG, 2012; FATU et al., 2008; STIRBAN; BOLDEA; ANDREESCU, 2012). Além disso, essa técnica previne a desmagnetização dos ímãs permanentes por sobrecorrente. No entanto, uma preocupação nessa metodologia é a transição entre a malha aberta de frequência e o controle vetorial *sensorless*, uma vez que a transição deve ser suave a fim de evitar falhas de partida, e ainda, transitórios abruptos na velocidade e no conjugado eletromagnético do motor. Em Fatu et al. (2008), um compensador de primeira ordem é utilizado para assegurar uma transição ao controle vetorial. Esse compensador permite a comutação suave entre os ângulos de referência dos eixos síncronos  $dq$  de partida e do método *sensorless*. No entanto, a convergência entre as orientações depende do projeto do compensador, que

pode variar de motor para motor assim como entre as aplicações. Limitação similar pode ser encontrada em Stirban, Boldea e Andreescu (2012), no qual um ganho em função da frequência é adotado para proporcionar a transição suave. Por outro lado, Wang, Lu e Blaabjerg (2012) propõem a redução da corrente de referência de eixo de quadratura em rampa visando minimizar o erro de orientação durante a transição. Embora todos os métodos possam resultar em uma transição adequada, um procedimento adicional que depende de um projeto minucioso e complexo é requerido à transição suave.

Apesar de existirem diversas alternativas à operação *sensorless* como foram expostas nesta seção, esta tese tratará de apenas uma abordagem: observadores por modos deslizantes em tempo discreto. A escolha desse observador baseia-se nas propriedades de robustez oriundas da técnica de modos deslizantes. Além disso, a implementação é feita com o suporte de um *Digital Signal Processor* (DSP), o que exige um algoritmo em tempo discreto. Tendo em vista essas delimitações, as principais propostas relacionadas a essa estratégia serão apresentadas a seguir.

### 1.1.3 Observadores por modos deslizantes – Algoritmo *Super-Twisting*

A teoria de Sistemas de Estrutura Variável (SEV) no controle por modos deslizantes foi primordialmente proposta na União Soviética em meados da década de 1950 por Emelyanov e colaboradores (HUNG; GAO; HUNG, 1993; YU; XU, 2002). Contudo, somente na década de 1970, os SEVs tornaram-se efetivamente atrativos ao ramo da engenharia em função do reconhecimento da sua robustez e invariância (GAO; HUNG, 1993). Ainda nessa década, contribuições como Itkis (1976) e Utkin (1977) proporcionaram a popularização dos SEVs na área do controle. Desde então, essa teoria tem conquistado o seu espaço em pesquisas aplicadas ao controle de sistemas lineares e não lineares.

SEVs consistem na combinação de sistemas contínuos no tempo por meio de uma lógica de comutação (UTKIN, 1993). Utkin (1977) exemplifica que um sistema assintoticamente estável pode ser obtido pela combinação de subsistemas assintoticamente instáveis. Assim, a trajetória dos estados do sistema descreve um movimento distinto das trajetórias de cada subsistema. Esse tipo de comportamento é denominado de modo deslizante<sup>15</sup>, em que a trajetória dos estados é confinada em uma superfície de deslizamento.

Na área de máquinas elétricas, o SEV por modos deslizantes foi inicialmente aplicado com o objetivo de controle (SABANOVIC; IZOSIMOV, 1981; UTKIN, 1993). Em seguida, a abordagem passou a ser adotada em observadores de estados visando estimar grandezas como fluxo magnético concatenado, FCEM, posição e velocidade angular, como apresentado em Chen et al. (2000), Corradini et al. (2012) e Yan e Utkin (2002).

A aplicação de SEV em observadores é inerente as suas propriedades intrínsecas (HUNG; GAO; HUNG, 1993; UTKIN, 1977), tais como: redução de ordem, re-

---

<sup>15</sup>No inglês, conhecido como *sliding mode*.

jeição de distúrbios, robustez à variação paramétrica e às dinâmicas não modeladas. No entanto, a principal desvantagem do controle ou observação por modos deslizantes é o *chattering*. Esse fenômeno é caracterizado pela oscilação em alta frequência das trajetórias dos estados em torno da superfície de deslizamento, cuja origem decorre das não idealidades presentes em um sistema físico real<sup>16</sup>. Frequentemente, a redução do *chattering* é obtida por filtros ou aprimoramento das funções de chaveamento (HUNG; GAO; HUNG, 1993; KIM; SON; LEE, 2011; YUAN et al., 2013). Por outro lado, uma solução paralela de minimização é o uso dos Modos Deslizantes de Ordem Superior (MDOS) (LEVANT, 1993). A abordagem de MDOS proposto por Levant (1993, 2003) proporciona a minimização do *chattering*, a preservação da característica de modo deslizante de primeira ordem e a operação com sistemas de alta ordem relativa. Exemplos dessa abordagem são propostos por Emel'yanov, Korovin e Levant (1996), Levant (1993) e Pisano e Usai (2011).

Uma das estratégias de MDOS que demonstra um bom desempenho na redução do *chattering*, e está presente no escopo desta tese, é o Algoritmo *Super-Twisting*<sup>17</sup> (AST). O AST é uma abordagem de segunda ordem proposta por Levant (1993), desenvolvida para sistemas com grau relativo um. Ao longo da última década, o AST e similares têm sido amplamente aplicados no controle e na observação de estados (MORENO, 2009; DELPOUX; FLOQUET, 2014; GENNARO; RIVERA; CASTILLO-TOLEDO, 2010; EZ-ZAT et al., 2010; LASCU; BOLDEA; BLAABJERG, 2013; UTKIN, 2013; BASIN; RAMIREZ, 2014; GENNARO; DOMINGUEZ; MEZA, 2014). Além disso, essa estratégia é foco de aperfeiçoamentos, como a inclusão de ganhos variáveis ou adaptativos (DAVILA; MORENO; FRIDMAN, 2010; GONZALEZ; MORENO; FRIDMAN, 2010; SHTESSEL et al., 2010). É importante ressaltar que a variação dos ganhos foi introduzida com o objetivo de atenuar o *chattering* residual devido às não idealidades, e ainda, compensar perturbações, cujos limitantes são variantes no tempo (UTKIN; POZNYAK, 2013). Nos últimos anos, o AST com ganhos variáveis tem sido adotado por diversos autores (DAVILA; MORENO; FRIDMAN, 2010; GONZALEZ; MORENO; FRIDMAN, 2010; GONZALEZ; MORENO; FRIDMAN, 2012; EVANGELISTA et al., 2013; ZHAN; GUO; ZHU, 2013; MISHRA; KURODE, 2014; EVANGELISTA; PULESTON; KUNUSCH, 2014). Embora essas propostas revelem efetivamente os potenciais da inclusão de ganhos variáveis, todas elas foram desenvolvidas e analisadas em tempo contínuo.

Conforme Gao, Wang e Homaifa (1995), um SEV em tempo discreto, teoricamente, não pode ser obtido a partir da abordagem contínua por meio de uma simples equivalência. Além disso, Furuta (1990) afirma que a implementação digital de sistemas contínuos com ganhos elevados requer um apropriado intervalo de amostragem, pois além de provocar o *chattering*, pode levar o sistema à instabilidade quando se mantém tais ganhos, ou seja, ganhos projetados em tempo contínuo podem ser inadequados em tempo discreto.

<sup>16</sup>As não idealidades são usualmente negligenciadas na modelagem por méritos de simplificação.

<sup>17</sup>No inglês, *Super-Twisting Algorithm*.

Logo, as condições suficientes e necessárias para a existência e convergência do modo deslizante em tempo discreto é distinto do tempo contínuo (GAO; WANG; HOMAIFA, 1995; BARTOSZEWICZ, 1998). As principais contribuições nessa linha de pesquisa ocorreram a partir da década de 1980, e podem ser encontradas em Bartoszewicz (1998), Bartolini, Ferrara e Utkin (1995), Furuta (1990), Gao, Wang e Homaifa (1995), Hung, Gao e Hung (1993), Levant (2011), Milosavljevic (1985 apud SARPTURK; ISTEFAPOULOS; KAYNAK, 1987, p. 931), e Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak (1987). Em virtude da convergência tecnológica de implementação em sistemas digitais, os esforços ao aprimoramento e à proposição de novos métodos em tempo discreto é irrefutável e inevitável.

Motivados pelos potenciais e considerações expostas anteriormente, o estudo sobre o AST bem como outros MDOS para tempo discreto têm conquistado a atenção de muitos pesquisadores nos últimos anos (SALGADO et al., 2014). Uma proposta de AST discreto para sistemas não lineares é apresentada por Salgado et al. (2011) e Salgado et al. (2014). Para analisar a estabilidade do sistema proposto, os autores adotam funções de Lyapunov discreta e de desigualdades matriciais lineares. Por intermédio dessas ferramentas matemáticas é possível provar que a trajetória dos estados do sistema convergem assintoticamente a uma região limitada em um tempo finito. Apesar disso, essa metodologia não garante a existência do modo deslizante ou convergência à superfície de deslizamento. Logo, os autores demonstram a existência e a convergência à superfície por simulação numérica. Em Dominguez et al. (2014), um AST discreto baseado em Salgado et al. (2011) é usado em um observador de FCEM senoidal, em que por meio dessas grandezas, realiza-se o controle sensorless do MSIP, conforme mostrado no diagrama em bloco da Figura 1.7. Os resultados apresentados pelos autores indicam que o *chattering* aumenta conforme a frequência de rotação do motor. Nesse trabalho, os ganhos constantes do AST são projetados apenas para estimar a componente fundamental da FCEM. Portanto, é possível inferir

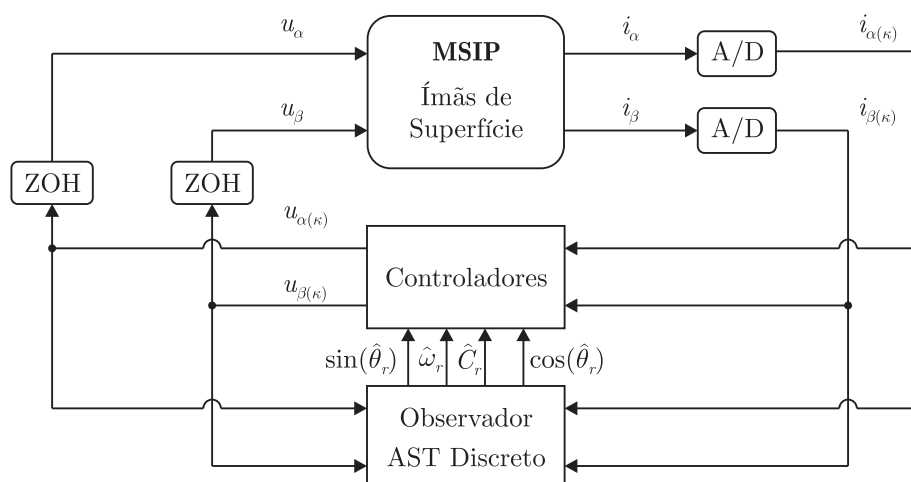


Figura 1.7 – Diagrama de blocos do controle *sensorless* proposto por Dominguez et al. (2014) (figura adaptada).

que essa proposta resultaria em um *chattering* significativamente alto, caso fosse necessário estimar uma FCEM não senoidal para uma ampla faixa de velocidade, visto que o ganho do observador dever ser suficientemente elevado para aumentar a sua largura de faixa. Logo, o uso de ganhos variáveis poderia suprir a necessidade de definir ganhos constantes e elevados, e ainda, poderia reduzir o *chattering* em toda a faixa operacional do motor.

Ao longo dessa revisão bibliográfica, os tópicos correlacionados ao controle *sensorless* do MSIP foram discutidos, revelando lacunas que permitem contextualizar, justificar e inserir as contribuições propostas nesta tese no cenário técnico-científico atual.

## 1.2 Contribuições da tese

As principais contribuições desta tese podem ser sumarizadas da seguinte maneira:

- A proposição de uma alternativa ao controle vetorial *sensorless* do MSIP com FCEM não senoidal baseada em uma nova transformação síncrona;
- A proposição de um observador de FCEM por MDOS usando um AST com ganhos variáveis;
- Análise de estabilidade e convergência do observador proposto;
- Controle vetorial híbrido com a filtragem seletiva de componentes harmônicas da FCEM visando a melhoria da eficiência energética em baixas rotações;
- Apresentação de um estudo complementar a fim de revelar possíveis FCEMs à minimização da perdas no cobre;
- A proposição de uma metodologia à avaliação das perdas no ferro e no cobre em MSIPs utilizando um aplicativo gratuito baseado no método de elementos finitos;
- Melhorias ao controle  $I-f$  incluindo o projeto de partida do motor, operação em baixa rotação e transição bidirecional suave ao controle vetorial *sensorless*;
- Implementação experimental das técnicas propostas de modo a validar os desenvolvimentos teóricos, e ainda, demonstrar as limitações, as vantagens e as desvantagens.

## 1.3 Organização do documento de tese

O documento está organizado da seguinte forma:

- O Capítulo 1 contextualiza a importância dos motores elétricos no cenário energético mundial e sua relação no incentivo à melhoria da eficiência energética, introduzindo



a motivação desta tese. Posteriormente, uma revisão bibliográfica sobre o tema e os tópicos correlacionados são apresentados e discutidos em detalhes, a fim de revelar as lacunas que propiciaram o desenvolvimento deste trabalho de tese. Por fim, as contribuições são sumarizadas, permitindo assim, uma compreensão prévia sobre os tópicos tratados neste documento;

- O Capítulo 2 descreve as características construtivas e operacionais dos MSIPs e as principais perdas associadas à conversão eletromecânica. Além disso, é proposta uma representação vetorial com orientação no vetor FCEM normalizado em uma modelagem alternativa do MSIP. As vantagens e desvantagens são explanadas juntamente com as restrições da abordagem;
- O Capítulo 3 propõe um observador de FCEM por MDOS com um AST com ganhos variáveis. A abordagem é proposta em tempo discreto e o observador é empregado para determinar uma estimativa da FCEM, a qual é adotada na estimação da velocidade angular de rotação e na transformação síncrona do sistema de controle;
- O Capítulo 4 apresenta a integração das estratégias propostas e o desenvolvimento do controle vetorial *sensorless* bem como o projeto dos controladores de corrente e de velocidade. As particularidades como o desacoplamento das malhas de controle e a abordagem ao controle híbrido são descritas em detalhes nesse capítulo;
- O Capítulo 5 trata da estratégia complementar à operação *sensorless* do MSIP em baixas rotações e na partida, o controle *I-f*. O projeto da partida e a proposição da transição bidirecional rápida e suave são exibidos em detalhes;
- O Capítulo 6 valida os desenvolvimentos teóricos desta tese. Esse procedimento é realizado por intermédio de simulações computacionais e de testes experimentais;
- O Capítulo 7 discute as conclusões da tese e apresenta sugestões para trabalhos futuros;
- O Apêndice A revela um estudo complementar que avalia e indica possíveis FCEMs à minimização das perdas no cobre;
- O Apêndice B mostra uma metodologia proposta à predição das perdas no ferro utilizando um aplicativo baseado no método de elementos finitos. Por meio dessa metodologia é possível obter a informação necessária ao controle vetorial híbrido;
- O Apêndice C descreve a plataforma experimental adotada na validação dos desenvolvimentos teóricos;
- O Anexo A trata das principais transformações lineares que podem ser encontradas na área de controle de máquinas elétricas, dentro do escopo desta tese.



## 2 MODELAGEM DO MSIP COM FCEM NÃO SENOIDAL

As primeiras máquinas elétricas de excitação com ímãs permanentes foram desenvolvidas no século 19. Apesar da iniciativa tecnológica proporcionar um novo cenário em máquinas elétricas, a baixa qualidade dos ímãs resultou no desencorajamento dessa alternativa diante da excitação puramente eletromagnética (GIERAS, 2002, p. 1). Contudo, essa categoria de máquinas somente prosperou com a evolução dos ímãs permanentes. Primeiro, com o desenvolvimento dos ímãs de AlNiCo e de ferrite, e em seguida, com os ímãs de terras raras de elevado produto de energia<sup>1</sup> (RAHMAN, 2013). Uma vez economicamente viável, a aplicação dos ímãs em máquinas elétricas aumentou de forma considerável a partir da década de 1960, permitindo a denominação de mercado como motores de alta eficiência. Desta forma, esse tipo de motor tornou-se uma opção atrativa e concorrente aos motores de indução. Visto que os MSIPs são caracterizados por uma alta densidade de energia, excelente desempenho dinâmico, alto fator de potência e eficiência, baixa temperatura do rotor e operação síncrona quando comparados com motores de indução (MELFI; EVON; MCELVEEN, 2009).

De forma geral, agregar ímãs permanentes aos motores elétricos propicia a melhoria da eficiência energética. No entanto, essa forma de excitação somente tem sido possível devido ao fato da constante evolução dos processos de fabricação. Logo, a indústria de manufatura desenvolveu a capacidade de produzir diversos MSIPs construtivamente distintos para uma ampla faixa de aplicações, desde refrigeradores até veículos elétricos.

O projeto, a produção e a operação do MSIP dependem da compreensão do seu comportamento dinâmico de forma qualitativa e quantitativa. Para realizar esse processo, a principal ferramenta é a representação e análise do motor por intermédio de modelos matemáticos. Esses modelos são compostos por equações que governam o comportamento dinâmico do motor, ou seja, do sistema elétrico e mecânico bem como do acoplamento eletromagnético entre esses sistemas. Em virtude disso, delimitações de modelagem são estabelecidas por meio de hipóteses e restrições, as quais são definidas com o propósito de simplificar ou contemplar aspectos operacionais e construtivos da máquina. Por exemplo, um modelo pode ser derivado a fim de analisar o circuito magnético do motor, enquanto que um outro modelo simplificado de parâmetros concentrados para a mesma máquina pode ser obtido apenas ao projeto do sistema de acionamento e controle.

De acordo com a natureza construtiva da máquina, o modelo dinâmico resultante pode ser relativamente complexo, o que dificulta a análise da máquina. Para contornar esse problema, o modelo pode ser manipulado matematicamente por meio da aplicação de transformações lineares, que permitem alterar a representação quantitativa do modelo, mantendo o seu comportamento qualitativo, porém de um ponto de vista simplificado.

---

<sup>1</sup>Produto de energia é o produto entre a densidade de fluxo magnético e a intensidade do campo magnético.

Essa forma de manipulação é uma abordagem amplamente utilizada em máquinas elétricas, pois permite desacoplar equações e representar parâmetros e grandezas físicas variantes no tempo em invariantes no tempo (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Ao longo deste capítulo, os aspectos gerais que definem os MSIPs serão discutidos em detalhes com foco na diferenciação construtiva e operacional. As características que relacionam as perdas no motor e formas de minimizá-las serão descritas. Em seguida, a síntese do conjugado eletromagnético do motor em questão são analisadas. Logo após, visando a modelagem dos MSIPs com FCEM não senoidal e ímãs de superfície, será proposta uma nova transformação linear de orientação ao vetor de FCEM, cujo modelo dinâmico pode ser usado no controle do motor a fim de produzir um conjugado eletromagnético constante, de forma similar ao controle vetorial de MSIPs senoidais. Ao final do capítulo, os modelos dinâmicos do motor representados nos referenciais estacionários e síncrono serão apresentados, almejando as suas aplicações nos capítulos subsequentes.

## 2.1 Aspectos gerais do MSIP

Segundo Hanselman (2006), os motores elétricos podem ser classificados conforme o diagrama ilustrado na Figura 2.1. Nessa classificação, os MSIPs são convencionalmente separados em duas categorias: motores BLDC e motores senoidais.

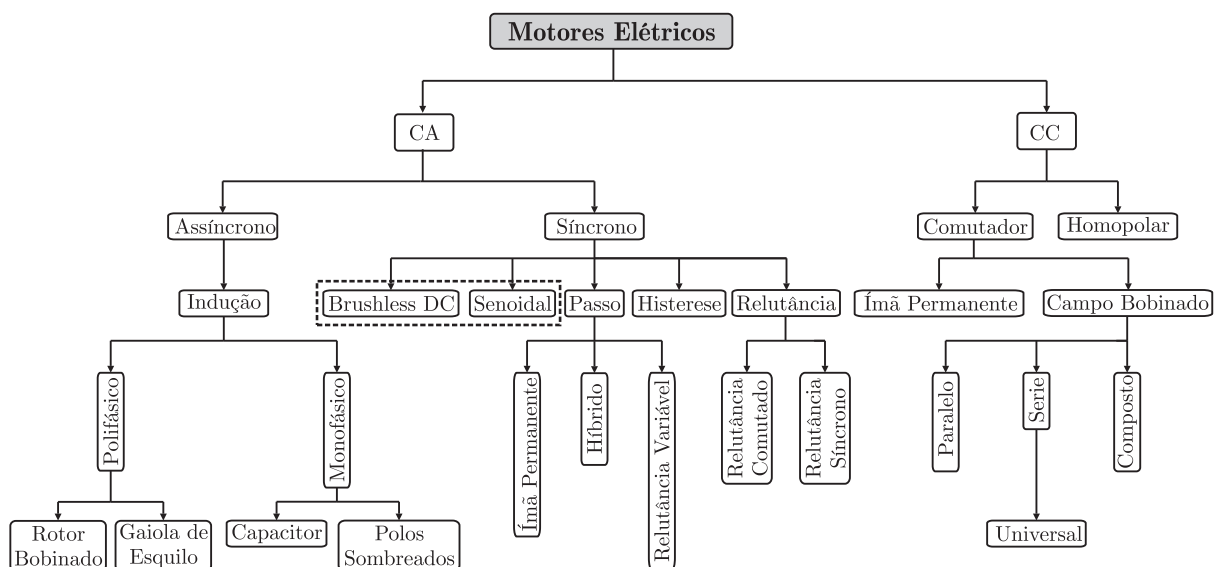


Figura 2.1 – Classificação dos motores elétricos conforme Hanselman (2006).

A diferenciação convencional entre o motor BLDC e o motor senoidal é atribuída a forma de onda da FCEM (PILLAY; KRISHNAN, 1991). Essas formas de onda são mostradas na Figura 2.2. Os motores com FCEM senoidal e FCEM trapezoidal requerem correntes senoidais e retangulares para produzir um conjugado eletromagnético constante, como ilustrado nas Figuras 2.2(a) e 2.2(b), respectivamente. Além disso, conforme Krish-

nan (2009, p. 50-51), as diferenças entre as duas máquinas podem ser sumarizadas como:

- O motor BLDC possui 15,4% a mais de densidade de energia do que o MSIP senoidal assumindo perdas resistivas iguais;
- As perdas no conversor estático são menores no motor BLDC devido à forma de onda da corrente exigida<sup>2</sup>;
- A síntese de correntes retangulares com frequência variável pode ser menos complexa quando comparada com a síntese de correntes senoidais de frequência variável;
- A resolução angular de sincronismo à posição do rotor para o acionamento do motor BLDC é menor, por isso sensores mais baratos podem ser empregados, tais como sensores de efeito Hall;
- Os motores BLDC apresentam comutação entre fases, que, por consequência, causam ondulações indesejadas no conjugado eletromagnético.

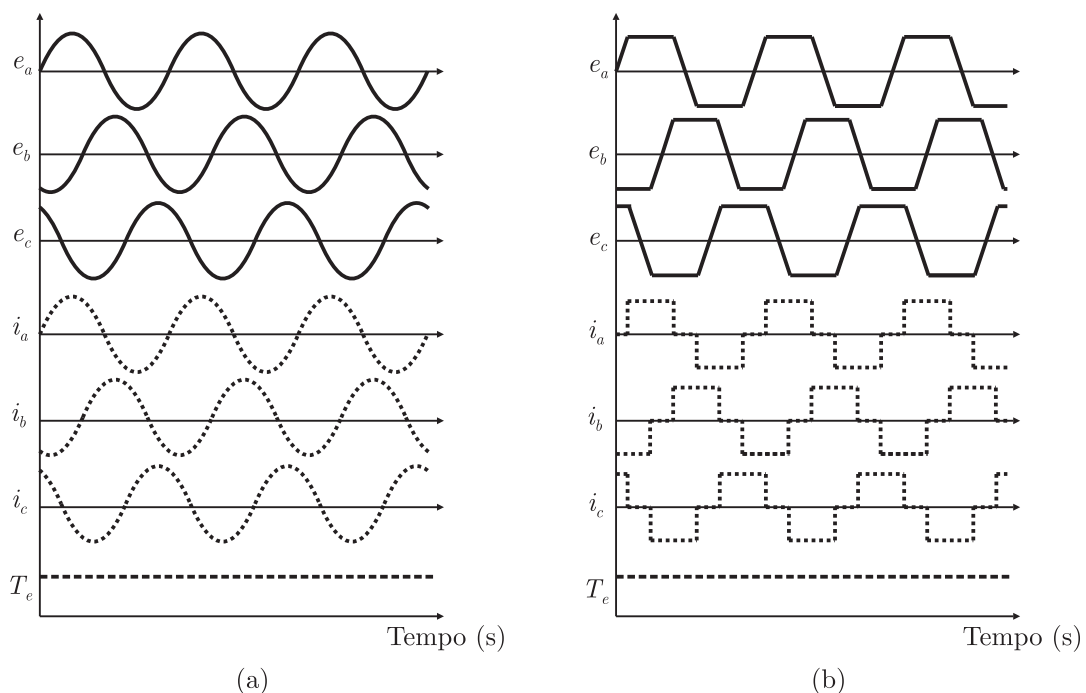


Figura 2.2 – Síntese convencional do conjugado eletromagnético constante: (a) FCEM senoidal; (b) FCEM trapezoidal.

Ressalta-se que os dois motores são construtivamente semelhantes. Contudo, particularidades na configuração dos enrolamentos do estator, da orientação magnética e da alocação dos ímãs influenciam diretamente na distribuição do fluxo magnético concatenado e, conseqüentemente, na forma de onda da FCEM (HANSELMAN, 2006).

<sup>2</sup>O conversor estático é usualmente acionado em seis pulsos 120° para motores trisânicos.

Como essas duas categorias de motores usam ímãs, ambos necessitam do sincronismo entre o acionamento do conversor estático e a posição angular do rotor a fim de sintetizar o conjugado eletromagnético de modo adequado. A resolução da informação de sincronismo depende do padrão de acionamento aplicado ao conversor estático. Convencionalmente, o motor BLDC requer a informação com uma resolução de 60° elétricos. Por outro lado, o MSIP senoidal necessita a informação com uma resolução superior devido à síntese de correntes senoidais (PILLAY; KRISHNAN, 1991). As formas de como obter a informação da posição angular foram reportadas no capítulo anterior.

Como descrito anteriormente, a literatura distingue de maneira específica, o motor BLDC e motor MSIP senoidal, com respeito a forma de onda da FCEM. Entretanto, por especificações e limitações construtivas, alguns desses motores possuem uma FCEM intermediária, ou seja, sua forma de onda é não senoidal, porém não trapezoidal. Na maioria dos casos, os motores são classificados de forma errônea. Logo, a principal consequência é a síntese de um conjugado eletromagnético com ondulações indesejáveis. Com o objetivo de uma classificação adequada, nesta tese assume-se que os motores com ímãs permanentes e sem escovas podem ser classificados em:

- Motores BLDC com FCEM **trapezoidal** e excitados com correntes **retangulares** conforme Figura 2.2;
- MSIPs com FCEM **senoidal**;
- MSIPs com FCEM **não senoidal**;

As estratégias abordadas nesta tese são direcionadas aos MSIPs senoidais e não senoidais. Salienta-se que um motor com FCEM trapezoidal pode ser considerado um MSIP não senoidal. Nesse caso, as correntes de fase à síntese de um conjugado constante não são retangulares. No entanto, a recíproca dessa consideração não é verdadeira. Em outras palavras, o tipo de acionamento contribui na classificação do motor. Em seguida serão apresentados os principais aspectos construtivos que diferenciam os MSIPs.

### 2.1.1 Aspectos construtivos

O MSIP pode ser projetado para suprir a uma ampla faixa de potência nas mais diversas aplicações (GIERAS, 2002), tais como: robótica, eletrodomésticos, informática, processos industriais, transporte, etc. Todavia, o espaço físico disponível à alocação do motor é geralmente distinto em cada tipo de aplicação, o que exige um projeto com uma geometria específica. Desta forma, os motores também podem ser projetados com diferentes direções de fluxo magnético: motores de fluxo axial ou radial, conforme ilustrados na Figura 2.3. Em motores de fluxo axial, a direção do fluxo é paralela ao eixo de rotação, enquanto que em motores de fluxo radial, a direção do fluxo é ortogonal. Nesta tese, as estratégias são avaliadas apenas em motores radiais com rotor interno.

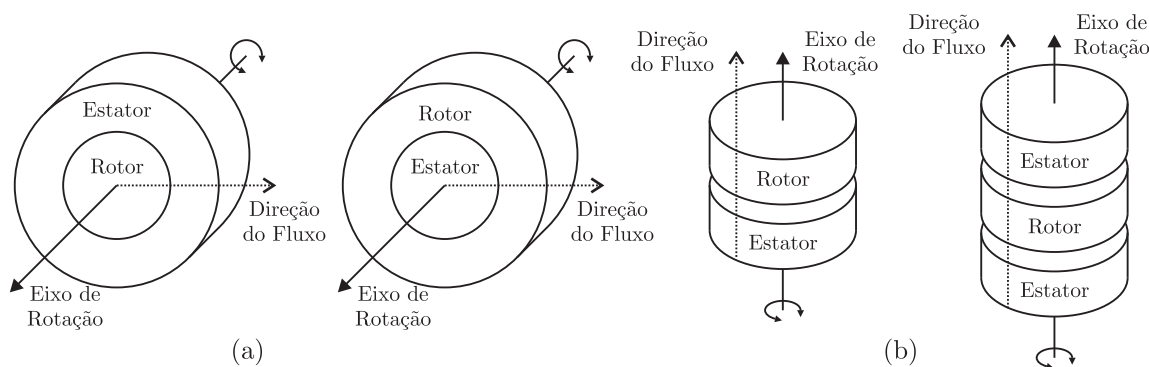


Figura 2.3 – Classificação conforme a direção do fluxo magnético do rotor: (a) Motores de fluxo radial; (b) Motores de fluxo axial.

De acordo com GIERAS (2002, 2008), o uso de ímãs permanentes em máquinas elétricas proporciona diversas vantagens, tais como: aumento na eficiência do motor devido à redução significativa das perdas associadas ao campo de excitação, alta densidade de energia, melhor resposta dinâmica em comparação com as máquinas de excitação eletromagnética, facilidade construtiva e reduzida manutenção. Além disso, as alternativas construtivas podem ser consideradas mais flexíveis do que em outros tipos de motores como o MI ou o motor CC. A flexibilidade está principalmente relacionada à especificação do ímã permanente. Isso inclui por exemplo, a composição do ímã, a direção de magnetização e a geometria. É possível ainda combinar configurações de rotores com uma variedade de estatores (enrolamento distribuído ou concentrado, modular ou inteiro). Em virtude disso, esse tipo motor pode ser projetado para atender tanto aplicações de baixo custo quanto de alto custo.

Diante da ampla gama de alternativas construtivas do MSIP, aspectos gerais sobre os ímãs permanentes, os tipos de rotores e estatores serão brevemente discutidos a seguir de forma a permitir uma compreensão básica sobre a construção dos MSIPs. Detalhes específicos sobre os aspectos construtivos e operacionais do MSIP podem ser encontrados em Miller (1989), Krishnan (2001), Gieras (2002), Gieras, Wang e Kamper (2005), Chiasson (2005), Gieras (2008), Krishnan (2009). Por outro lado, particularidades de construção e metodologias de projeto são apresentadas em Hendershot e Miller (1994), Hanselman (2006), Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2009), Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014).

#### 2.1.1.1 Ímãs permanentes

Os ímãs permanentes são desenvolvidos a partir de materiais que apresentam a propriedade ferromagnética na temperatura ambiente (cobalto, ferro e níquel). Desses materiais, várias ligas são sintetizadas e disponibilizadas para o uso em máquinas elétricas (KRISHNAN, 2009), tais como: AlNiCo, ferrite, samário-cobalto e neodímio-boro-ferro.

Esses ímãs permanentes apresentam propriedades magnéticas distintas entre si, como apresentado na Tabela 2.1. O segundo quadrante típico da curva B-H desses tipos de ímãs é mostrado na Figura 2.4.

Tabela 2.1 – Características típicas de ímãs permanentes usados em MSIPs

Propriedade	Ferrite	AlNiCo	SmCo	NdFeB
Material	Cerâmico 8	Liga	Sm2Co17	Sinterizado
$B_r$ [T]	0.4	1.25	1.0 – 1.1	1.25 – 1.35
$H_c$ [kA/m]	270	55	600 – 800	950 – 1040
$\alpha_B$ [%/°C]	-0.20	-0.020	-0.03	-0.11
$\alpha_H$ [%/°C]	-0.27	-0.015	-0.15	-0.65
$T_{curie}$ [°C]	460	890	800	330

Fonte: Dados apresentados por (GIERAS, 2008).

$B_r$  - Densidade de fluxo magnético remanescente.

$H_c$  - Intensidade de campo magnético coercitivo.

$\alpha_B$  - Coeficiente de variação de  $B_r$ .

$\alpha_H$  - Coeficiente de variação de  $H_c$ .

$T_{curie}$  - Temperatura de Curie.

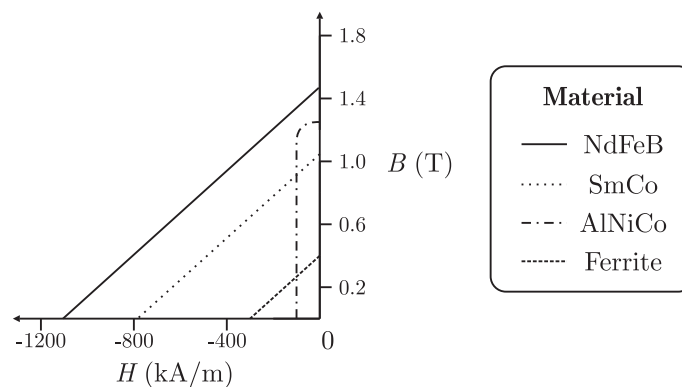


Figura 2.4 – Curva B-H comparativa entre ímãs de terras raras, de AlNiCo e de ferrite (adaptada de Petrov e Pyrhonen (2013)).

Ferrite, também denominados de ímãs cerâmicos, foram utilizados em máquinas elétricas a partir da década de 40 (RAHMAN, 2013). Esse ímã é usualmente encontrado em duas composições, ferrites de Bário ou Estrôncio. Em relação aos outros ímãs, o ferrite possui a menor densidade de fluxo magnético remanescente. Entretanto, o seu uso é justificado pelo menor custo de fabricação e a alta resistência elétrica do material que proporciona a redução das perdas por correntes induzidas (GIERAS, 2002). A principal desvantagem é a baixa coercitividade acarretando em uma fácil desmagnetização.

O AlNiCo é uma liga composta por alumínio, níquel, cobalto, ferro e outros materiais. Essa liga pode exibir uma densidade de fluxo remanescente superior ao ferrite e ao samário-cobalto, porém a coercitividade é menor, restringindo a sua aplicação em máquinas elétricas.



Uma grande evolução do MSIP ocorreu a partir da década de 1960 quando foram adotados os ímãs compostos por metais de terras raras<sup>3</sup> como forma de excitação (RAHMAN, 2013). Uma vez que a densidade de fluxo remanescente e o campo magnético coercitivo desses ímãs são superiores ao de ferrite, esses materiais tornaram-se, de forma quase imediata, atrativos às máquinas elétricas. Em termos de disponibilidade, a China detém a maior parte das reservas mundiais de terras raras, definindo-a como a principal fornecedora. Diante deste fato, a indústria tem procurado alternativas como o ferrite ao invés de ficar restrito a um único fornecedor, o qual tem aumentado consideravelmente o preço das terras raras na última década (SEKERAK et al., 2013).

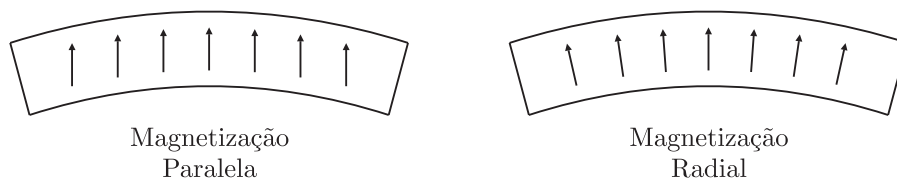


Figura 2.5 – Tipos de magnetização de ímãs permanentes.

Como mencionado anteriormente, os ímãs permanentes podem ser fabricados em qualquer geometria, e ainda, serem magnetizados em diversas orientações, o que permite flexibilizar a produção do MSIP. Um exemplo de duas direções típicas de magnetização, a paralela e a radial, são ilustradas na Figura 2.5. O principal efeito das diferentes magnetizações está na distribuição do fluxo no entreferro e, conseqüentemente, na forma de onda da FCEM<sup>4</sup>.

#### 2.1.1.2 Rotor

A denominação do tipo de rotor no MSIP é dada convencionalmente pela forma que os ímãs são posicionados no rotor (HANSELMAN, 2006; PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009; KRISHNAN, 2009). Os ímãs podem ser fixados na superfície, inseridos ou alocados internamente, como mostrado na Figura 2.6. Um aspecto a ser destacado nas diferentes configurações é a diferença entre a indutância de eixo direto e de quadratura. A alocação dos ímãs tem influência direta na variação de relutância ao longo do entreferro e, conseqüentemente, nessas indutâncias. Em vista disso, o motor pode apresentar um conjugado de relutância significativo. Outro efeito imediato da configuração e da magnetização dos ímãs, é na forma de onda da FCEM nos enrolamentos do estator.

<sup>3</sup>Samário e neodímio.

<sup>4</sup>A diferença da distribuição do fluxo magnético no entreferro para o exemplo em questão pode ser verificada nas formas de onda da FCEM apresentadas ao longo do Apêndice B.

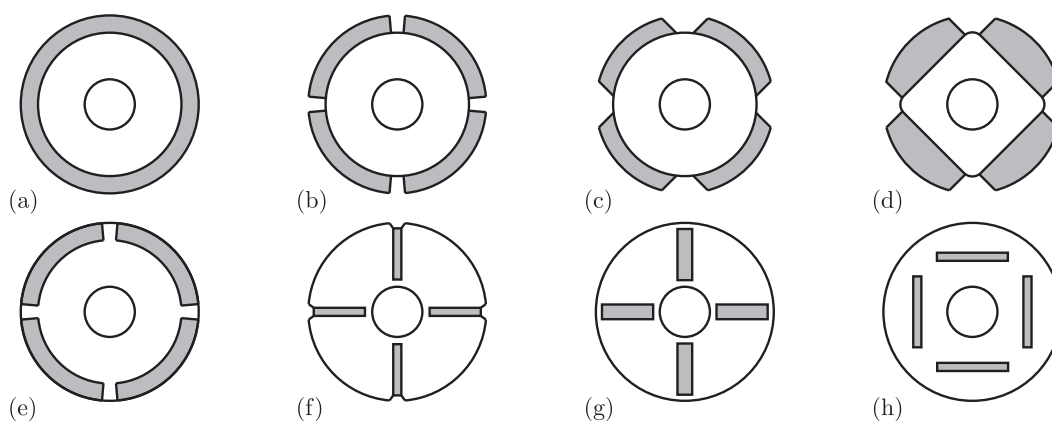


Figura 2.6 – Tipos de Rotores (figura baseada em Hanselman (2006, p. 118) e Krishnan (2009, p.32)).

Os rotores ilustrados nas Figuras 2.6(a)-(d) são rotores com ímãs de superfície. Esses ímãs são tradicionalmente fixados na superfície por meio de resinas Epoxi ou Kavilor Tape (KRISHNAN, 2009). Contudo, essa forma de fixação impõe limitação à operação do motor em alta rotação. Em alguns casos, uma película adesiva ou metálica é inserida em torno do rotor com o propósito de aumentar a robustez estrutural. Então, torna-se possível a ampliação da faixa operacional de velocidade. O posicionamento dos ímãs na superfície proporciona uma maior concentração da densidade de fluxo e a redução da variação de relutância ao longo do entreferro. Logo, a diferença entre as indutâncias de eixo direto e quadratura é pequena, acarretando em um conjugado de relutância desprezível.

A inserção dos ímãs em ranhuras na superfície do rotor, como mostrado nas Figuras 2.6(e) e 2.6(f), permite aumentar a robustez estrutural do rotor mantendo uma expressiva concentração de fluxo magnético no entreferro. Apesar disso, a inserção dos ímãs em lacunas provoca a variação da relutância ao longo do entreferro. Nesse caso, as indutâncias de eixo de quadratura e de eixo direto são distintas resultando no aumento do conjugado de relutância. Destaca-se que as variações dessas indutâncias devem ser levadas em consideração na modelagem e controle do MSIP.

O rotor com ímãs internos é ilustrado nas Figuras 2.6(g) e 2.6(h). Essa configuração aumenta a confiabilidade estrutural do rotor, proporcionando a aplicação desse rotor em sistemas de alta velocidade de rotação. Deve ser ressaltado que o custo de fabricação é usualmente maior assim como a complexidade construtiva, o que pode tornar inviável essa configuração em aplicações de baixo custo. Outra propriedade deste rotor é a grande variação de relutância ao longo do entreferro, que pode produzir um conjugado de relutância significativo e ampliar a região de operação com enfraquecimento de campo (HANSELMAN, 2006). É importante ressaltar que esse conjugado pode contribuir<sup>5</sup> ao aumento da eficiência do motor (MORIMOTO et al., 1994).

<sup>5</sup>A contribuição depende da técnica de controle adotada à minimização de perdas.

### 2.1.1.3 Estator

O estator do MSIP, por meio da sua geometria e distribuição dos enrolamentos, define a forma de onda dos fluxos magnéticos que concatenam as bobinas, e que consequentemente, estabelecem as FCEMs do motor. Em vista disso, o enrolamento pode ser, por exemplo, do tipo concentrado com camada simples, dupla (Figura 2.7) ou multicamadas, podendo também ser distribuído ou modular. Diversas configurações podem ser encontradas em Hanselman (2006) e Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2014). Quando há mais de uma bobina em uma mesma fase, a conexão entre elas é tipicamente em série. Desta forma, a FCEM resultante é a soma da tensão induzida em cada bobina.

O uso do enrolamento estatórico concentrado de passo fracionário em MSIP é uma tendência atual (BOGLIETTI et al., 2014). Uma configuração típica é mostrada na Figura 2.7(a). Essa tendência é justificada pela redução do cobre no estator e do tamanho axial, simplicidade construtiva e redução nos custos de fabricação (EL-REFAIE, 2010).

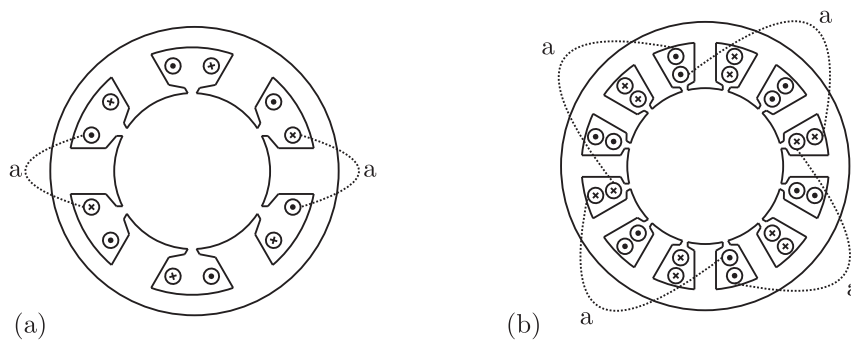


Figura 2.7 – Estator trifásico com enrolamento de duas camadas: (a) Enrolamento concentrado; (b) Enrolamento distribuído.

### 2.1.2 Perdas no MSIP

Um motor elétrico é um sistema de conversão de energia do tipo eletromecânico como ilustrado na Figura 2.8. A energia elétrica é convertida em energia mecânica, cujo campo de acoplamento ou interação entre o sistema elétrico e mecânico é de origem eletromagnética. Em virtude disso, o comportamento dinâmico de interação entre esses sistemas físicos é governado pelas equações de Maxwell, pela equação da Força de Lorentz e pelo princípio da conservação de energia.

Um sistema eletromecânico real possui perdas associadas ao sistema elétrico, ao campo de acoplamento e ao sistema mecânico. De forma geral, essas perdas são indesejáveis, pois uma parcela de energia é transformada na forma de calor e de som. Consequentemente, as perdas acarretam na redução da eficiência de conversão, e ainda, causam

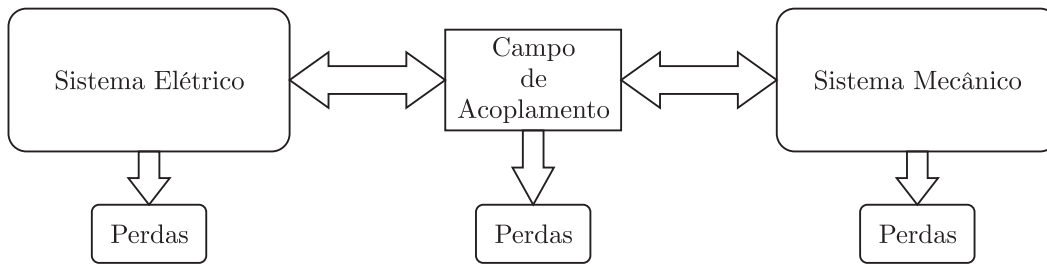


Figura 2.8 – Conversão de energia em um MSIP.

aumento de temperatura que tem influência direta na variação paramétrica do motor. Além disso, as perdas não podem ser eliminadas do sistema, apenas minimizadas. Para isso, é necessário conhecer qualitativamente e quantitativamente a natureza que está relacionada às perdas. Desta forma, é possível levá-la em consideração no projeto do motor e no acionamento e controle, permitindo aprimorar a eficiência energética da máquina.

As perdas associadas ao MSIP serão analisadas a seguir com o objetivo de estabelecer uma percepção geral sobre esse assunto.

#### 2.1.2.1 Perdas no cobre

Uma parcela da energia elétrica é dissipada na forma de calor nos enrolamentos do MSIP devido à resistividade do condutor. A resistência de uma bobina com condutores de cobre para uma corrente CC pode ser determinada por:

$$R_{CC} = \rho_{cu} \frac{N_{esp} l_m}{S_{cond}} \quad (2.1)$$

onde  $\rho_{cu}$  é a resistividade do cobre,  $N_{esp}$  é o número de espiras de uma bobina,  $l_m$  é o comprimento médio de uma espira da bobina e  $S_{cond}$  é a área da seção do condutor. Destaca-se que a temperatura provoca a variação da resistência dos condutores, o que aumenta as perdas no cobre.

Além das perdas causadas por (2.1), dois fenômenos também contribuem para as perdas no cobre (IWASAKI et al., 2009): o efeito pelicular (do inglês *skin effect*) e o efeito de proximidade. No efeito pelicular, as correntes alternadas que circulam nos enrolamentos do estator produzem fluxos magnéticos nos próprios condutores, que consequentemente, induzem uma corrente elétrica no próprio condutor. Nesse caso, as correntes induzidas aumentam a densidade de corrente de forma exponencial com relação as bordas do condutor, ocorrendo assim, o aumento da resistividade do condutor, visto que a densidade de corrente não é uniforme. A profundidade de penetração para um condutor

de cobre pode ser obtida por:

$$\delta_p = \sqrt{\frac{2\rho_{cu}}{\omega_{aci}\mu_{cu}}} \quad (2.2)$$

onde  $\omega_{aci}$  é a frequência de acionamento e  $\mu_{cu}$  é a permeabilidade magnética do cobre.

Por outro lado, correntes elétricas são induzidas em um condutor quando este é submetido a campos magnéticos externos variantes no tempo, que podem ser produzidos por condutores adjacentes ou de outra bobina. Esse efeito é denominado efeito de proximidade que pode ser expressivo em máquinas elétricas que adotam a modulação por largura de pulso (BOGLIETTI et al., 1991; ISLAM; ARKKIO, 2009).

### 2.1.2.2 Perdas no ferro

As perdas no ferro representam uma parcela significativa das perdas totais em uma máquina elétrica (IBRAHIM; PILLAY, 2013). Logo, para projetar uma máquina elétrica de alta eficiência é necessário conhecer as origens dessas perdas. Embora existam contradições entre físicos e engenheiros sobre a separação das perdas no ferro, é possível encontrar na literatura que as perdas em motores elétricos podem ser separadas em três componentes (HANSELMAN, 2006; ROSHEN, 2007; KRISHNAN, 2009; KRINGS; SOULARD, 2010): (i) perdas por histerese; (ii) perdas clássicas por correntes induzidas; e (iii) perdas excessivas ou anômalas.

As perdas por histerese dependem do deslocamento das paredes dos domínios magnéticos<sup>6</sup>. Com a aplicação de um campo magnético externo no material, os domínios rearranjam-se a fim de manter a energia mínima no sistema. Nesse processo pode ocorrer o deslocamento reversível ou irreversível das paredes dos domínios e a rotação reversível dos momentos magnéticos.

Correntes de Foucault, correntes parasitas ou correntes induzidas (do inglês *eddy-currents*) são causadas pela indução de correntes no material ferromagnético, quando nesse, é aplicado um fluxo magnético variante no tempo. A perda oriunda dessas correntes é usualmente minimizada por intermédio da laminação do ferro no rotor e no estator, ou em alguns casos, por meio do uso de ligas amorfas de resistividade elevada.

As perdas excessivas são causadas pela indução de correntes parasitas em uma escala microscópica nas paredes dos domínios. Essas perdas em muitos casos podem ser superiores as perdas por histerese ou perdas por correntes induzidas. O mecanismo físico das perdas excessivas foi analisado por Bertotti (1985), onde foi desenvolvido um modelo estatístico para determinar as perdas no ferro. Para permitir a análise, o autor introduziu o conceito de objetos magnéticos<sup>7</sup>.

<sup>6</sup>Os momentos magnéticos de cada átomo ordenam-se de forma a minimizar a energia total do sistema. Esse mínimo é obtido com o aparecimento de sub-regiões denominadas domínios magnéticos.

<sup>7</sup>Conjunto de domínios magnéticos com comportamento independente.

Como discutido anteriormente, as origens físicas dessas perdas são bem conhecidas, mas a aplicação desse conhecimento para determinar um modelo preciso e exato ainda não é possível por diversas razões (HANSELMAN, 2006). Dentre as razões apresentadas por Hanselman (2006, p. 217-218, tradução nossa), pode-se destacar:

- As perdas no ferro são criadas em uma escala microscópica dentro do material, enquanto que a predição das perdas utiliza uma escala macroscópica baseadas em hipóteses de campo magnético uniforme. Portanto, a exatidão das predições depende de como é escolhido o modelo das regiões macroscópicas sobre a escala microscópica;
- As perdas no ferro são influenciadas pelas forças e esforços mecânicos, internamente no material, sobre a superfície e nas bordas. Por isso, a necessidade de um tratamento térmico nas lâminas após a sua estampagem ou corte. Por intermédio desse tratamento térmico é possível recuperar as características magnéticas dessas regiões parcialmente comprometidas durante o corte ou estampagem. Apesar disso, os modelos de perdas não contemplam esses aspectos construtivos;
- As perdas podem ser facilmente estimadas com uma boa exatidão em regiões do motor onde somente a magnitude do campo magnético varia com o tempo, [...]. Em regiões onde a amplitude e a direção angular do campo magnético varia com o tempo, uma componente adicional de perda aparece. Essa perda é denominada **perda rotacional**. Em um motor, essas perdas estão presentes na região de transição entre o dente e a culatra.

Devido ao fato da natureza não uniforme da distribuição do fluxo magnético no ferro, uma modelagem analítica das perdas é complexa e inexata. Apesar disso, diversos modelos que apresentam uma boa correlação com as perdas medidas podem ser encontrados na literatura (DENG, 1999; REINERT; BROCKMEYER; DONCKER, 2001; VENKATACHALAM et al., 2002; CHEN; PILLAY, 2002; BARBISIO; FIORILLO; RAGUSA, 2004; FAIZ et al., 2006; IONEL et al., 2006; IONEL et al., 2007; MANYAGE et al., 2007; EBRAHIMI; FAIZ, 2010; GANJI et al., 2010; AKIROR; RAHMAN; PILLAY, 2012).

Para os estudos de perdas em MSIP, o equacionamento e a análise das perdas associadas devem levar em consideração a distribuição de fluxo magnético não senoidal (FIORILLO; NOVIKOV, 1990; AMAR; KACZMAREK, 1995; MTHOMBENI; PILLAY, 2004; IBRAHIM, 2011). Para isso, a informação mensurada experimentalmente e utilizada no desenvolvimento dos modelos deve considerar a excitação em alta frequência.

De forma a propiciar uma visão geral, Krings e Souldard (2010) apresentam uma revisão e uma análise comparativa entre os métodos de predição das perdas no ferro. Os métodos analisados estão sumarizados na Figura 2.9. Entre os critérios de comparação usados pelos autores, pode-se destacar: complexidade das formas de onda, campo rotacional, conhecimento do material e exatidão. Com base nos resultados, os métodos baseados no modelo matemático da histerese apresentam um excelente desempenho de

predição, porém são mais complexos e exigem o conhecimento prévio do material. Equações de extrapolação baseadas na equação de Steinmetz e na separação das perdas podem exibir resultados satisfatórios, e são amplamente utilizadas devido à sua simplicidade de implementação computacional. Nesses métodos, o erro de predição depende diretamente da qualidade das informações adquiridas experimentalmente sobre as perdas, as quais são utilizadas na determinação dos coeficientes dos modelos de predição.

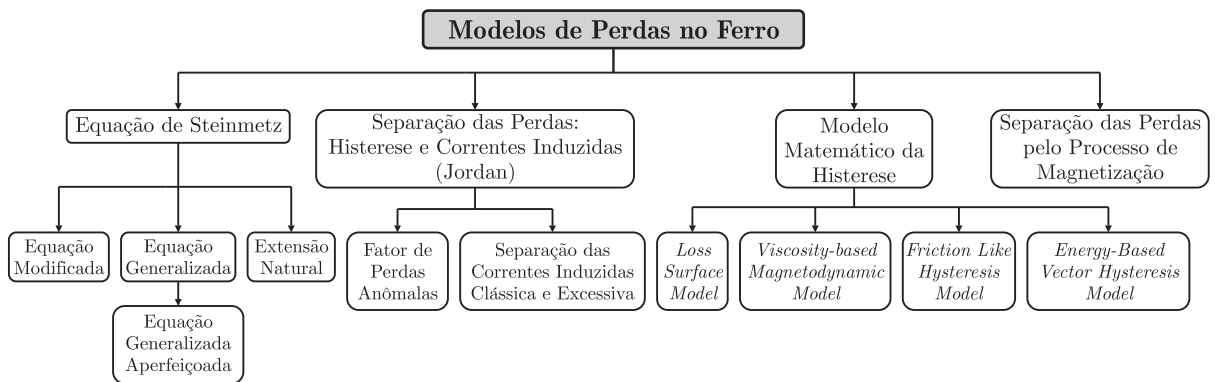


Figura 2.9 – Modelos de perdas no ferro (figura adaptada de Krings e Soulard (2010)).

### 2.1.2.3 Perdas mecânicas

As perdas mecânicas correspondem a uma parcela de energia transformada na forma de calor devido ao atrito entre as peças que promovem o movimento de rotação. Além disso, existem as perdas devido à aerodinâmica da parte móvel do motor e, em alguns casos, do próprio sistema de ventilação.

### 2.1.2.4 Perdas adicionais

As perdas adicionais são definidas pela diferença entre as perdas totais e o somatório das perdas resistivas, das perdas no ferro e das perdas mecânicas (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2014). A norma IEC 60034-2-1 estabelece os métodos de medida para a determinação das perdas adicionais.

### 2.1.2.5 Minimização das perdas

De forma geral, as perdas em MSIPs podem ser mitigadas basicamente durante dois processos: (i) **projeto construtivo do motor** (HENDERSHOT; MILLER, 1994; MI; SLEMON; BONERT, 2005; HANSELMAN, 2006; PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009; YAMAZAKI et al., 2013); e (ii) **o acionamento e o controle do**

**motor com minimização de perdas** (CAVALLARO et al., 2005; KAZMIERKOWSKI; KRISHNAN; BLAABJERG, 2002; KSHIRSAGAR; KRISHNAN, 2012; LEE et al., 2009; MADEMLIS; MARGARIS, 2002; MONTEIRO et al., 2012; MORIMOTO et al., 1994; VAEZ; JOHN; RAHMAN, 1997; XU; LORENZ, 2014). Embora ambos os processos são complementares entre si, a fim de obter um motor operando com alta eficiência e desempenho, o projeto e a especificação construtiva do motor são primordiais para estabelecer os limites máximos de eficiência. Em outras palavras, o projeto do motor determina o quanto eficiente esse pode ser, enquanto que o acionamento e o controle são responsáveis por obter a operação desse motor próximo da eficiência projetada. Quanto maior a interação entre os processos, maior a possibilidade de aprimorar a eficiência energética do motor.

Em seguida será apresentada a modelagem de MSIPs com FCEM não senoidal. O modelo proposto é representado em um novo conjunto de eixos síncronos que permite o controle vetorial usando o mesmo sistema multimalhas de controladores clássicos. Além disso, será discutido que essa proposta possibilita minimizar ondulações do conjugado mútuo e, dependendo da FCEM do motor, reduzir as perdas no cobre.

## 2.2 Modelo dinâmico do MSIP

Para determinar as equações que regem o comportamento dinâmico do MSIP representado na Figura 2.10, são assumidas as seguintes hipóteses:

- Motor trifásico;
- Estator com enrolamentos concentrados, simétricos, defasados  $120^\circ$  entre si e conectados em Y;
- O campo magnético concentrado no entreferro do motor;
- As perdas no ferro e a saturação do circuito magnético são negligenciadas;
- A distribuição do fluxo magnético no entreferro é simétrica;
- A variação da relutância ao longo do entreferro é desprezível;
- As magnitudes dos conjugados de borda e de relutância são insignificantes de tal forma que esses conjugados possam ser desprezados da modelagem;
- Os ímãs são alocados na superfície do rotor.

As equações que descrevem as tensões de fase do motor ilustrado na Figura 2.10 podem ser expressas na seguinte forma:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{abc}^s \quad (2.3)$$



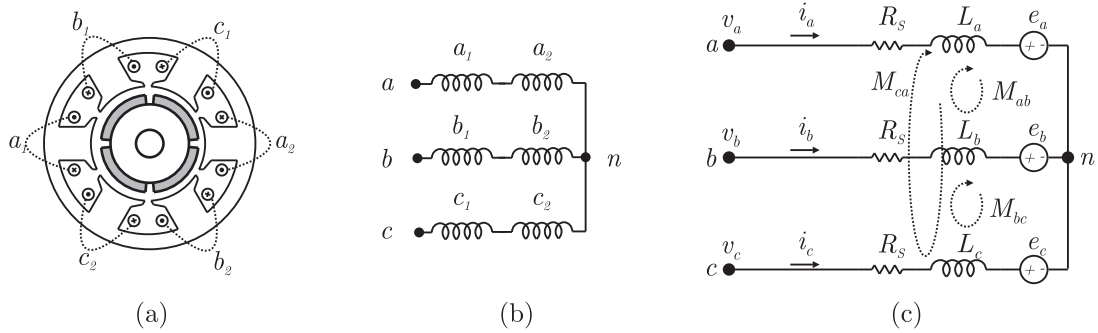


Figura 2.10 – MSIP: (a) Estrutura construtiva do MSIP; (b) Conexão das bobinas nos enrolamentos estáticos; (c) Circuito elétrico equivalente de parâmetros concentrados.

onde o vetor das tensões de fase do motor é definido por

$$\mathbf{v}_{abc} = [v_a \ v_b \ v_c]^T, \quad (2.4)$$

o vetor das correntes de fase do motor é dado por

$$\mathbf{i}_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T, \quad (2.5)$$

e a matriz das resistências do estator é expressa por

$$\mathbf{R}_s = R_s \mathbf{I}_{3 \times 3}. \quad (2.6)$$

Os fluxos magnéticos concatenados no estator podem ser determinados por:

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc}^s = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abc} + \boldsymbol{\lambda}_{abc}^r, \quad (2.7)$$

em que o vetor de fluxo do rotor devido aos ímãs é representado como

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc}^r = [\lambda_{ra} \ \lambda_{rb} \ \lambda_{rc}]^T. \quad (2.8)$$

A matriz de indutâncias é dada por:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Devido à simetria dos enrolamentos conectados em Y, a matriz de indutâncias pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

onde  $L_a = L_b = L_c \triangleq L$ ,  $M_{ab} = M_{ac} = M_{ba} = M_{bc} = M_{ca} = M_{cb} \triangleq M$ , e  $L_s = L - M$ .

As equações diferenciais que governam o comportamento dinâmico mecânico do MSIP podem ser expressas por:

$$J \frac{d}{dt} \omega_r = T_e - B\omega_r - T_c \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dt} \theta_r = \omega_r \quad (2.12)$$

onde  $J$  é o coeficiente de inércia do sistema mecânico,  $\omega_r$  é a velocidade angular mecânica do rotor,  $B$  é o coeficiente de atrito viscoso,  $T_e$  é o conjugado eletromagnético,  $T_c$  é o conjugado de carga, e  $\theta_r$  é a posição angular mecânica do rotor.

A relação entre a posição angular mecânica do rotor e a posição angular elétrica é dada por:

$$\theta_r = \frac{2}{P} \theta_e \quad (2.13)$$

onde  $P$  é número de polos do rotor.

### 2.2.1 Síntese do conjugado eletromagnético

O objetivo de um motor elétrico é converter energia elétrica em energia mecânica por meio de um campo de interação eletromagnético, ou seja, proporcionar movimento mecânico a partir de uma fonte de energia elétrica. A aceleração, velocidade e deslocamento são grandezas vetoriais relacionadas a esse movimento, que pode ser linear ou angular. Em um motor com ímãs permanentes, a força convencional responsável pelo movimento controlado é sintetizada pela interação entre o movimento de cargas elétricas e uma densidade de fluxo magnético, cuja força pode ser determinada pela equação de Lorentz<sup>8</sup>. O produto entre a força e o raio do rotor resulta na grandeza denominada de **conjugado**.

O conjugado de um MSIP possui três componentes: (i) conjugado de borda (no inglês, *cogging torque*); (ii) conjugado de relutância; e (iii) conjugado mútuo;

O conjugado de borda é criado pelo efeito de borda (GIERAS, 2004), ou seja, a interação entre o fluxo magnético do rotor produzido pelos ímãs e a variação de relutância ao longo do estator. As linhas de fluxo magnético do rotor tendem o caminho de menor relutância produzindo uma força tangencial no rotor. Por outro lado, o conjugado de relutância é resultado da interação entre o fluxo magnético produzido pelas correntes e a variação das indutâncias<sup>9</sup> das bobinas do estator com relação a posição angular do rotor. Por fim, o conjugado mútuo é criado pela interação do fluxo magnético produzido pelas correntes do estator e o fluxo magnético oriundo dos ímãs (PARK et al., 2000).

<sup>8</sup>A força que age em uma carga em movimento submetida à presença de um campo elétrico é determinada pela Lei de Coulomb, e a que age devido à presença de um campo magnético é denominada força magnética de Lorentz.

<sup>9</sup>Causada pela variação da relutância ao longo do entreferro devido aos aspectos construtivos do rotor.

O conjugado de borda é uma grandeza indesejada que depende da geometria construtiva do motor. Esse conjugado é caracterizado por apresentar frequências múltiplas do produto entre o número de ranhuras por par de polos e a frequência angular elétrica de rotação (PETROVIC et al., 2000). A redução do conjugado de borda baseia-se principalmente no projeto construtivo da máquina. Formas de reduzir esse conjugado podem ser encontradas em (AZAR; ZHU; OMBACH, 2012; CHOI; BAEK, 2009; DOSIEK; PILLAY, 2007; FAVRE; CARDOLETTI; JUFER, 1993; HWANG et al., 2000; ISLAM et al., 2011; KOH; SEOL, 2003; WU et al., 2012; XINTONG et al., 2009)

Como o MSIP é um sistema de conversão eletromecânico, o conjugado pode ser determinado por:

$$T = \frac{d}{d\theta_r} W_{ce} \quad (2.14)$$

onde  $W_{ce}$  é a co-energia associada ao campo de acoplamento entre o sistema elétrico e o sistema mecânico do motor. Assumindo que o circuito magnético é linear, a co-energia é igual a energia presente no campo de acoplamento,  $W_{ce} = W_e$ . Assim, a co-energia do campo de acoplamento em um MSIP trifásico pode ser expressa na forma:

$$W_{ce} = \frac{1}{2} \sum_n \sum_m L_{nm} i_n i_m + \sum_n \lambda_{rn} i_n + W_{ima} \quad (2.15)$$

onde  $n = m = \{a, b, c\}$ ,  $i$  são as correntes de fase  $n$  ou  $m$ ,  $\lambda_{rn}$  é a parcela do fluxo magnético do rotor concatenado nas bobinas de fase  $n$  do estator,  $W_{ima}$  é a energia associada à interação do fluxo dos ímãs do rotor com o estator.

Com base nas componentes do conjugado discutidas anteriormente, o conjugado pode ser representado por:

$$T = T_{rel} + T_{mut} + T_{bor} \quad (2.16)$$

onde  $T_{rel}$  é o conjugado de relutância,  $T_{mut}$  é o conjugado mútuo, e  $T_{bor}$  é o conjugado de borda.

Analisando (2.14), (2.15) e (2.16), é possível concluir que:

$$T_{rel} = \frac{1}{2} \sum_n \sum_m \frac{d}{d\theta_r} (L_{nm}) i_n i_m \quad (2.17)$$

$$T_{mut} = \sum_n \frac{d}{d\theta_r} (\lambda_{rn}) i_n \quad (2.18)$$

$$T_{bor} = \frac{d}{d\theta_r} W_{ima} = -\frac{d}{d\theta_r} (\mathfrak{R}) \phi_{ima}^2 \quad (2.19)$$

onde  $\mathfrak{R}$  é a relutância no entreferro, e  $\phi_{ima}$  é o fluxo magnético no entreferro devido aos ímãs.

Assumindo que o conjugado de borda e de relutância são suficientemente pequenos de tal forma que possam ser desprezados da modelagem, o conjugado eletromagnético<sup>10</sup> do MSIP pode ser obtido por:

$$T_e = T_{mut} = \frac{d}{d\theta_r}(\lambda_{ra})i_a + \frac{d}{d\theta_r}(\lambda_{rb})i_b + \frac{d}{d\theta_r}(\lambda_{rc})i_c \quad (2.20)$$

e reescrito na forma

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} \left( \frac{d}{dt}(\lambda_{ra})i_a + \frac{d}{dt}(\lambda_{rb})i_b + \frac{d}{dt}(\lambda_{rc})i_c \right) \quad (2.21)$$

Considerando a lei de Faraday,

$$e = \frac{d}{dt}\lambda, \quad (2.22)$$

a equação acima pode ser expressa na seguinte forma:

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c), \quad (2.23)$$

onde  $e_a$ ,  $e_b$  e  $e_c$  são as FCEMs de fase.

Na hipótese de um motor trifásico, equilibrado e com a distribuição do fluxo magnético rotórico não senoidal, as FCEMs de fase podem ser expressas em uma série de senos na seguinte forma,

$$e_a(\theta_r) = K_e \omega_r \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\theta_r) \quad (2.24)$$

$$e_b(\theta_r) = e_a \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.25)$$

$$e_c(\theta_r) = e_a \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.26)$$

onde  $K_e$  é a constante da FCEM do motor,  $a_n$  é a magnitude da componente harmônica de ordem  $n$ ,  $\theta_r$  é posição angular mecânica.

De forma similar, as correntes de fase do motor são expressas por:

$$i_a(\theta_{eq}) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(m\theta_{eq}) \quad (2.27)$$

$$i_b(\theta_{eq}) = i_a \left( \theta_{eq} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.28)$$

$$i_c(\theta_{eq}) = i_a \left( \theta_{eq} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.29)$$

onde  $\theta_{eq} = \theta_r + \theta_{cor}$ ,  $\theta_{cor}$  é o ângulo entre a FCEM e a corrente de fase (ângulo de acionamento) e  $b_m$  é a magnitude da componente harmônica de ordem  $m$ .

---

<sup>10</sup> Assume-se a hipótese de corrente constante com base em (HANSELMAN, 2006, p. 59).

Substituindo (2.24)-(2.26) e (2.27)-(2.29) em (2.23) e expandido a equação resultante em uma série de cossenos, obtém-se:

$$T_e(\theta_r, \theta_{eq}) = K_e \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n b_m \left\{ \left[ \cos\left(\frac{2\pi(m-n)}{3}\right) + \frac{1}{2} \right] \cos(m\theta_{eq} - n\theta_r) - \left[ \cos\left(\frac{2\pi(m+n)}{3}\right) + \frac{1}{2} \right] \cos(m\theta_{eq} + n\theta_r) \right\}. \quad (2.30)$$

onde  $n = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$  e  $m = \{1, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ .

Analisando (2.30), é possível observar que na presença de harmônicos haverá ondulações múltiplas de seis da frequência angular elétrica, desde que sejam assumidas as hipóteses estabelecidas anteriormente. Como o motor é trifásico e equilibrado, as FCEMs e as correntes de fase sintetizadas contém apenas componentes senoidais ímpares. Quando os enrolamentos do motor são conectados em Y, as componentes múltiplas de três da corrente são nulas, ou seja, não há corrente de sequência zero.

### 2.2.2 Modelo dinâmico no referencial estacionário $\alpha\beta 0$

O modelo do MSIP expresso no referencial estacionário é determinado por meio de uma transformação linear aplicada às variáveis do modelo (2.3) e (2.7). Por definição, a transformação de Córdia invariante em potência, apresentada no Anexo A, tem sido adotada nesta tese. Essa transformação pode ser representada na forma

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{co} \mathbf{x}_{abc} \triangleq \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{x}_{abc} \quad (2.31)$$

cuja transformação inversa é dada por

$$\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}. \quad (2.32)$$

Aplicando a transformação linear (2.31) na variáveis de (2.3), obtém-se:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{v}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{R}_s (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s). \quad (2.33)$$

A equação acima pode ser simplificada e expressa na seguinte forma:

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{R}_s (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \underbrace{\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1})}_{=0} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s + \underbrace{\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1})}_{=\mathbf{I}_{3 \times 3}} \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s) \quad (2.34)$$

que resulta nas equações das tensões do motor no referencial estacionário  $\alpha\beta 0$ , as quais são dadas por:

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s. \quad (2.35)$$

Aplicando (2.31) na variáveis de (2.7), obtém-se

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s = \mathbf{L}_s (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^r \quad (2.36)$$

que simplificando resulta nas equações que determinam os fluxos magnéticos concatenados no estator do MSIP. As equações podem ser expressas na seguinte forma:

$$\boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^s = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^r \quad (2.37)$$

Com base na Lei de Faraday, é possível expressar:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta 0}^r = \mathbf{e}_{\alpha\beta 0} \quad (2.38)$$

Então, substituindo (2.37) em (2.35) e de (2.38), obtém-se as equações das tensões do motor em função das correntes do estator, as quais são dadas por:

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{L}_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{e}_{\alpha\beta 0} \quad (2.39)$$

### 2.2.2.1 Conjugado eletromagnético no referencial estacionário

Aplicando (2.31) nas variáveis de (2.23), determina-se:

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} \left( \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \mathbf{e}_{\alpha\beta 0} \right)^T (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} \quad (2.40)$$

que após simplificação resulta na equação do conjugado eletromagnético no referencial estacionário  $\alpha\beta 0$ , que pode ser expresso por:

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} (\mathbf{e}_{\alpha\beta 0}^T) \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} \quad (2.41)$$

### 2.2.3 Referencial síncrono orientado ao vetor de FCEM normalizado

Nesta seção, é proposta uma nova matriz de transformação do referencial estacionário  $\alpha\beta$  ao síncrono  $dq$ , cujos eixos de referência são orientados nas FCEMs normalizadas em relação ao fluxo concatenado de pico e à velocidade de rotação. Diferentemente dos métodos reportados no Anexo A, essa abordagem não utiliza a transformação de Park como base inicial. Além disso, será revelado na próxima seção, que com essa orientação direta nas grandezas associadas à síntese do conjugado eletromagnético, independentemente da forma de onda da FCEM, é possível produzir um conjugado eletromagnético constante por meio de correntes de fase invariantes no tempo. Desta forma, o conjugado eletromagnético pode ser sintetizado de forma análoga ao controle vetorial de MSIPs senoidais.

Com base nas formas de onda dos fluxos magnéticos concatenados<sup>11</sup> no estator e das FCEMs mostradas na Figura 2.11, podem-se estabelecer as relações entre os eixos de referência e vetor de FCEM ilustrados na Figura 2.12.

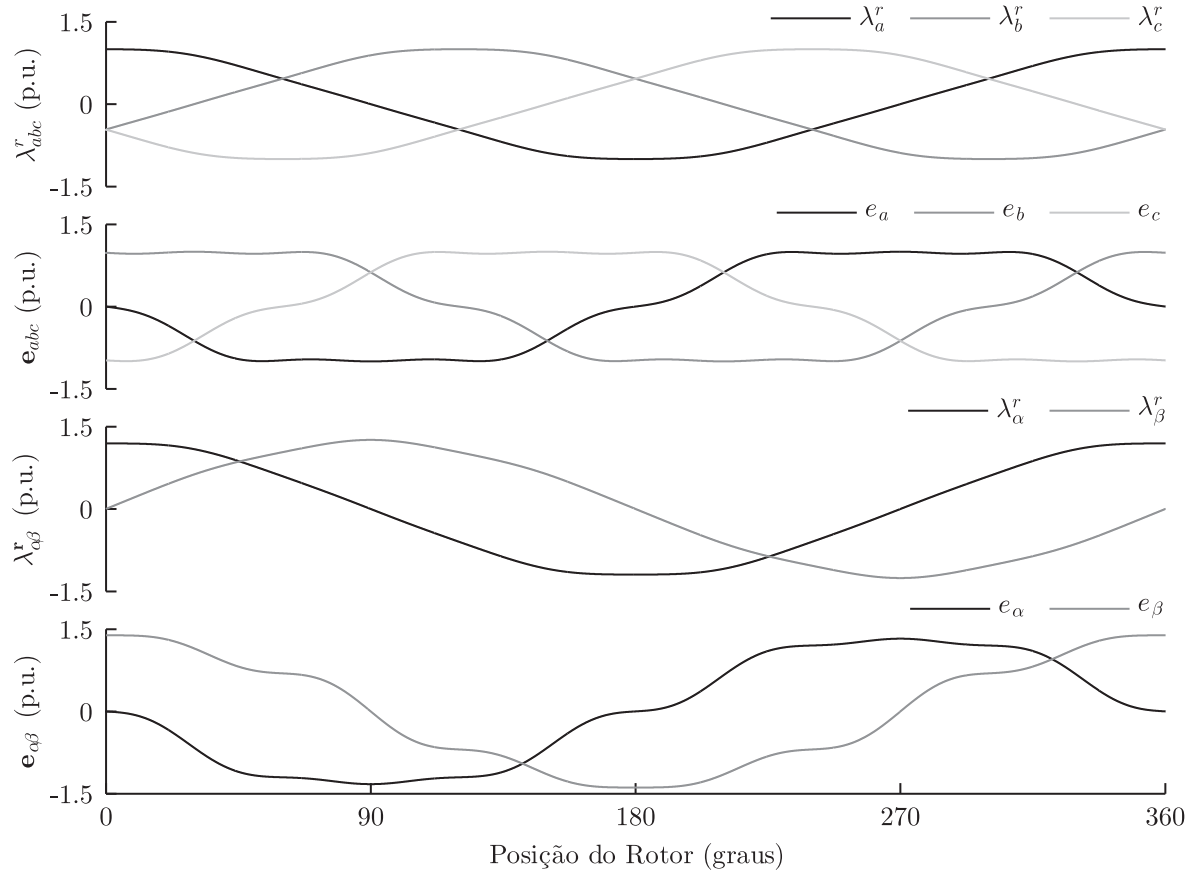


Figura 2.11 – Formas de onda dos fluxos magnéticos concatenados e das FCEMs representadas em eixos  $abc$  e  $\alpha\beta$ .

Conforme Figura 2.12, o vetor de FCEM está denominado como  $\mathbf{v}_{FCEM}$ , e pode ser expresso pela seguinte combinação linear:

$$\mathbf{v}_{FCEM} = \frac{e_\alpha}{k_n} \boldsymbol{\alpha} + \frac{e_\beta}{k_n} \boldsymbol{\beta} \quad (2.42)$$

onde  $k_n$  é o normalizador definido por:

$$k_n = \sqrt{\frac{3}{2}} \omega_r \lambda_{pm}, \quad (2.43)$$

e  $\{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}\}$  são vetores unitários no sentido dos eixos de referência  $\alpha$  e  $\beta$ .

A definição do normalizador baseia-se na proporcionalidade da FCEM com relação à velocidade angular de rotação e ao fluxo concatenado a partir dos ímãs permanentes. O fator multiplicativo  $\sqrt{3/2}$  deve-se à transformação invariante em potência do referencial

<sup>11</sup>Parcela referente ao fluxo magnético do rotor.

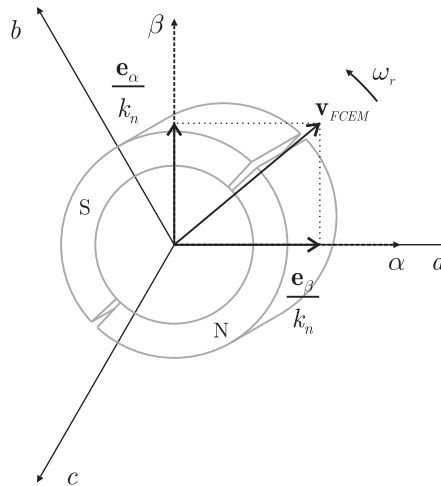


Figura 2.12 – Representação do vetor de FCEM no referencial estacionário  $\alpha\beta$ .

estacionário  $\alpha\beta$ , uma vez que  $\lambda_{pm}$  é a magnitude correspondente ao valor máximo do fluxo concatenado devido aos ímãs. Visto ainda que o normalizador possui unidade de tensão, as componentes do vetor de FCEM são adimensionais.

Para obter um referencial ortogonal em  $\mathfrak{R}^2$  e síncrono ao vetor de FCEM, dois vetores devem ser determinados. Assim, por definição, o vetor de eixo de quadratura é dado por:

$$\mathbf{q}_{FCEM} = \mathbf{v}_{FCEM}. \quad (2.44)$$

Um vetor ortogonal ao  $\mathbf{q}_{FCEM}$  pode ser obtido aplicando-se a transformação linear de rotação de  $90^\circ$  no sentido horário ou anti-horário no vetor  $\mathbf{q}_{FCEM}$ . Nesta tese, a rotação de  $90^\circ$  no sentido horário tem sido adotada à determinação do vetor de eixo direto. Portanto, é possível expressar:

$$\mathbf{d}_{FCEM} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}_{FCEM}. \quad (2.45)$$

Os vetores no novo referencial  $dq$  podem ser escritos na forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{FCEM} &= \frac{e_\alpha}{k_n} \boldsymbol{\alpha} + \frac{e_\beta}{k_n} \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{d}_{FCEM} &= \frac{e_\beta}{k_n} \boldsymbol{\alpha} - \frac{e_\alpha}{k_n} \boldsymbol{\beta}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

De acordo com (LIPSCHUTZ; LIPSON, 2009), uma matriz de transformação para uma nova base pode ser obtida por intermédio da matriz transposta dos coeficientes dos vetores na base antiga. Logo, de (2.46) é possível expressar:

$$\begin{bmatrix} x_q \mathbf{q} \\ x_d \mathbf{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e_\alpha}{k_n} & \frac{e_\beta}{k_n} \\ \frac{e_\beta}{k_n} & -\frac{e_\alpha}{k_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \boldsymbol{\alpha} \\ x_\beta \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$



Então, trocando a ordem dos vetores  $qd$  do sistema de matrizes, a matriz de transformação de eixos estacionários  $\alpha\beta$  para eixos síncronos  $dq$  pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{T}_{dq} = \begin{bmatrix} \frac{e_\beta}{k_n} & -\frac{e_\alpha}{k_n} \\ \frac{e_\alpha}{k_n} & \frac{e_\beta}{k_n} \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Os vetores coluna da matriz (2.48) são linearmente independentes, e o produto interno desses vetores é nulo. Portanto, a matriz (2.48) é uma base, se e somente se,  $k_n \neq 0$  e  $e_\alpha = e_\beta \neq 0$ , os quais são satisfeitos quando a velocidade do rotor é diferente de zero.

A representação dos eixos síncronos e sua relação com a posição do rotor estão apresentadas na Figura 2.13. Analisando as componentes da matriz de transformação, verifica-se que a base é variante em módulo, e ainda, variante em ângulo com relação ao eixo magnético do rotor. Além disso, por meio da simetria das ondas, a Figura 2.11 revela que a média dessa variação corresponde ao caso do MSIP senoidal. Essa afirmativa será comprovada em seguida por intermédio da modelagem do motor representada nos novos eixos síncronos  $dq$ .

Na próxima seção, o modelo dinâmico representado no referencial síncrono  $dq$  será determinado para uso posterior no controle vetorial *sensorless* que será tratado no capítulo a seguir.

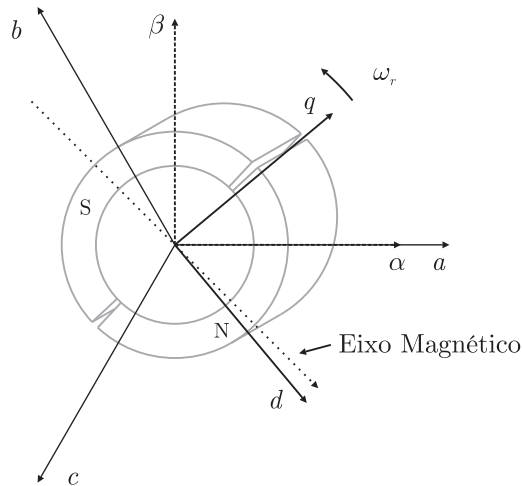


Figura 2.13 – Referencial síncrono  $dq$ .

#### 2.2.4 Modelo dinâmico no referencial síncrono $dq$

O modelo dinâmico no referencial proposto, orientado no vetor de FCEM, é obtido aplicando a matriz de transformação (2.48) nas variáveis do modelo expresso no referencial  $\alpha\beta$ . Devido ao fato do MSIP ser conectado em Y sem a conexão do ponto central, a componente de sequência 0 será omitida da modelagem. Uma vez que nessa configuração, a corrente de sequência 0 é nula. Salienta-se que pode existir uma FCEM de sequência 0

não nula que depende do conteúdo harmônico dessa grandeza, porém essa tensão não tem impacto sobre a operação do motor. Portanto, a representação matricial da transformação linear é simplificada para

$$\mathbf{x}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} \mathbf{x}_{\alpha\beta} \quad (2.49)$$

onde a representação da transformação inversa é expressa por

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{x}_{dq}. \quad (2.50)$$

Aplicando (2.49) nas variáveis de (2.35), obtém-se:

$$\mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s (\mathbf{T}_{dq}^{-1}) \mathbf{i}_{dq} + \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^s). \quad (2.51)$$

Então, simplificando a equação acima, determina-se as equações das tensões do motor no referencial síncrono  $dq$  que podem ser expressas por:

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{T}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1}) \boldsymbol{\lambda}_{dq}^s + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\lambda}_{dq}^s). \quad (2.52)$$

Aplicando (2.49) em (2.37), tem-se,

$$\mathbf{T}_{dq}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^s = (\mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{L}_s \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{T}_{dq}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r \quad (2.53)$$

cuja simplificação resulta na equação dos fluxos magnéticos concatenados no estator, podendo ser expressa na forma:

$$\boldsymbol{\lambda}_{dq}^s = \mathbf{L}_{dq} \mathbf{i}_{dq} + \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r \quad (2.54)$$

onde as indutâncias de eixo direto e de quadratura são determinadas por:

$$\mathbf{L}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} (\mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{L}_s \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}) \mathbf{T}_{dq}^{-1}. \quad (2.55)$$

Os fluxos magnéticos concatenados no estator devido ao fluxo magnético do ímã são determinados por:

$$\boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \mathbf{T}_{dq} \boldsymbol{\lambda}_{\alpha\beta}^r \quad (2.56)$$

onde

$$\lambda_d^r = -\frac{e_\alpha \lambda_\beta^r - e_\beta \lambda_\alpha^r}{k_n} \quad (2.57)$$

e

$$\lambda_q^r = \frac{e_\alpha \lambda_\alpha^r + e_\beta \lambda_\beta^r}{k_n}. \quad (2.58)$$

Substituindo (2.54) em (2.52), determina-se as equações dinâmicas das tensões em relação as correntes  $i_d$  e  $i_q$ . As equações podem ser representadas na seguinte forma:

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{T}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1}) (\mathbf{L}_{dq} \mathbf{i}_{dq} + \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r) + \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{dq}) \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{L}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_{dq}) + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\lambda}_{dq}^r). \quad (2.59)$$

O termo  $\mathbf{T}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1})$  é responsável pelo acoplamento entre as equações dinâmicas de eixo  $d$  e  $q$ , e pode ser expresso em função de duas frequências angulares  $\omega_o$  e  $\omega_e^*$ . Então, esse termo pode ser reescrito na forma:

$$\mathbf{T}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1}) = \begin{bmatrix} \omega_o & -\omega_e^* \\ \omega_e^* & \omega_o \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

onde a frequência angular  $\omega_o$  é expressa por:

$$\omega_o = \frac{1}{k_n} \frac{d}{dt} k_n - \frac{e_\alpha \frac{d}{dt} e_\alpha + e_\beta \frac{d}{dt} e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \quad (2.61)$$

a qual pode ser representada na forma:

$$\omega_o = \frac{d}{dt} \ln \left( \frac{k_n}{\sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}} \right). \quad (2.62)$$

Enquanto que a frequência angular  $\omega_e^*$  pode ser expressa por:

$$\omega_e^* = \frac{e_\alpha \frac{d}{dt} e_\beta - e_\beta \frac{d}{dt} e_\alpha}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \quad (2.63)$$

e escrita na forma:

$$\omega_e^* = \frac{d}{dt} \arctan \left( \frac{-e_\alpha}{e_\beta} \right) = \frac{d}{dt} \theta_e^*. \quad (2.64)$$

Analisando (2.64), (2.12), (2.13) e a referência síncrona proposta na subseção anterior, é possível estabelecer que  $\omega_e^*$  pode ser reescrito como:

$$\omega_e^* = \omega_e + \tilde{\omega} \quad (2.65)$$

onde  $\omega_e$  é a velocidade angular elétrica do rotor determinada por

$$\omega_e = \frac{P}{2} \omega_r \quad (2.66)$$

e  $\tilde{\omega}$  é uma frequência angular com componentes alternadas e de média nula.

De (2.59) é possível determinar que as FCEMs de eixo direto e de quadratura podem ser calculadas por:

$$\mathbf{e}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq}^{-1}) (\boldsymbol{\lambda}_{dq}^r) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{e_\alpha^2 + e_\beta^2}{k_n} \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

Considerando que o MSIP possui o rotor com ímãs de superfície, é possível afirmar que  $L_d \approx L_q$ , logo, define-se que  $L_d = L_q = L_s$ . Assim, as equações das tensões de eixo

direto e de quadratura do motor podem ser expressas na forma:

$$\begin{aligned} v_d &= R_s i_d + \omega_o L_s i_d - \omega_e^* L_s i_q + L_s \frac{d}{dt} i_d + e_d \\ v_q &= R_s i_q + \omega_o L_s i_q + \omega_e^* L_s i_d + L_s \frac{d}{dt} i_q + e_q. \end{aligned} \quad (2.68)$$

As equações das tensões de fase do motor podem ser representadas por meio do circuito elétrico equivalente ilustrado na Figura 2.14.

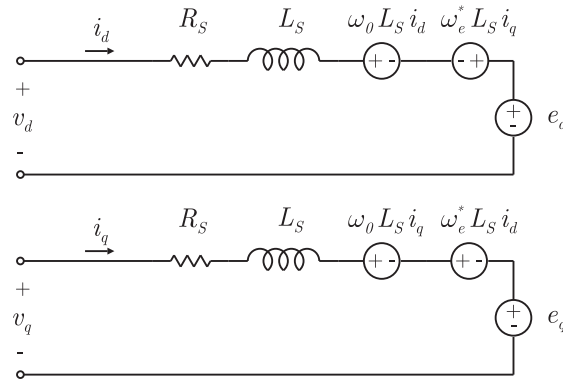


Figura 2.14 – Circuito equivalente  $dq$ .

Para um MSIP de FCEM senoidal, (2.62) e (2.64) resultam em  $\omega_o = 0$ , e  $\omega_e^* = \omega_e$ . Logo, o modelo dinâmico proposto torna-se semelhante ao modelo clássico do MSIP que utiliza a transformada de Park.

#### 2.2.4.1 Conjugado eletromagnético no referencial síncrono

Para determinar o conjugado eletromagnético no referencial síncrono aplica-se a transformada proposta por (2.49) nas variáveis de (2.41). A equação resultante pode ser expressa por:

$$T_e = \frac{1}{\omega_e} \frac{P}{2} (\mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{e}_{dq})^T \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{i}_{dq}, \quad (2.69)$$

cuja simplificação resulta em

$$T_e = \frac{1}{\omega_e} \frac{P}{2} \mathbf{e}_{dq}^T (\mathbf{T}_{dq}^{-1})^T \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{i}_{dq}, \quad (2.70)$$

onde

$$(\mathbf{T}_{dq}^{-1})^T \mathbf{T}_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_n^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_n^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

Substituindo (2.71) em (2.70), advém-se:

$$T_e = \frac{1}{\omega_e} \frac{P}{2} \begin{bmatrix} e_d & e_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k_n^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_n^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

As FCEMs representadas no referencial síncrono podem ser determinadas por:

$$\mathbf{e}_{dq} = T_{dq} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (2.73)$$

onde,

$$\begin{aligned} e_d &= 0 \\ e_q &= \frac{e_\alpha^2 + e_\beta^2}{k_n}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Substituindo as FCEMs de eixo direto e de quadratura em (2.72), obtém-se:

$$T_e = \frac{P}{2\omega_e} k_n i_q.$$

Simplificando a equação acima com o normalizador definido por (2.43), determina-se o conjugado eletromagnético representado no referencial síncrono  $dq$ , cuja equação pode ser expressa por:

$$T_e = \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_{pm} i_q. \quad (2.75)$$

### 2.3 Considerações finais

Como discutido neste capítulo, o MSIP pode ser dividido em três categorias: os motores BLDC e os MSIP de FCEM senoidal e não senoidal. As principais diferenças entre esses motores foram apresentadas revelando as vantagens e desvantagens. Além disso, os aspectos construtivos foram descritos permitindo a compreensão básica sobre a composição estrutural do MSIP. De modo a complementar as particularidades operacionais do MSIP, foram analisadas as perdas associadas a conversão eletromecânica.

Este capítulo ainda tratou da modelagem do MSIP de FCEM não senoidal. Inicialmente, foram estabelecidas hipóteses e restrições para determinar as equações dinâmicas que governam o sistema elétrico e o sistema mecânico bem como do campo de acoplamento. Em seguida, foi proposta uma transformação linear de orientação ao vetor de FCEM de componentes normalizadas, cujo modelo resultante permite produzir um conjugado eletromagnético diretamente proporcional à corrente de eixo de quadratura. No final do capítulo, os modelos dinâmicos do MSIP não senoidal representados nos referenciais estacionários e síncrono foram estabelecidos visando a aplicação em um observador de estados e no controle vetorial *sensorless*.



### 3 OBSERVADOR DE FCEM POR MDOS: ALGORITMO *SUPER-TWISTING*

No controle de máquinas elétricas, é indesejável ou até mesmo impossível mensurar a partir de sensores todos os estados ou distúrbios do sistema requeridos à implementação do controle (YAN; UTKIN, 2002). Em vista disso, o aprimoramento e o desenvolvimento de observadores de estado ou de distúrbios são de grande interesse nessa área de controle. Dentre os métodos *sensorless* expostos no Capítulo 1, uma abordagem que tem se mostrado promissora nas últimas décadas é o observador por modos deslizantes.

O motivo desse interesse são as propriedades inerentes do controle ou observação por modos deslizantes (UTKIN, 1977; HUNG; DING, 1993), tais como: robustez aos distúrbios endógenos e exógenos, insensitividade à variação paramétrica, redução de ordem e baixa complexidade de implementação. Entretanto, um fenômeno presente na prática dessa abordagem é o *chattering*, uma oscilação de alta frequência indesejada em torno da superfície de deslizamento. Para minimizar o *chattering*, podem ser adotados métodos que modificam o termo associado à descontinuidade no sistema (GAO; WANG; HOMAIFA, 1995). Todavia, as propriedades inerentes do modo deslizante podem ser descaracterizadas ao modificar essa dinâmica associada ao chaveamento (HUNG; DING, 1993). Conforme Levant (1993) e Perruquetti e Barbot (2002), uma solução alternativa é MDOS, que permite reduzir o *chattering* mantendo as propriedades do modo deslizante clássico.

Uma dificuldade na implementação do MDOS é o aumento de informação requerida com relação à função de chaveamento  $s$  (PERRUQUETTI; BARBOT, 2002). Um sistema de ordem  $r$  necessita de  $s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{r-1}$  para manter o modo deslizante. A única exceção é o MDOS denominado AST, proposto por Levant (1993), e que depende apenas de  $s$ .

No capítulo anterior foi proposto uma nova transformação síncrona que depende da FCEM. No entanto, essa grandeza não pode ser medida diretamente por meio de sensores quando adota-se o controle vetorial. Visando contornar essa restrição, e propiciar a operação *sensorless*, será desenvolvido um observador de corrente que permite obter uma estimativa das FCEMs no referencial estacionário  $\alpha\beta$ . Para isso, um observador em tempo discreto baseado no AST será proposto a partir do modelo dinâmico do motor expresso no referencial estacionário  $\alpha\beta$ . Logo, para contextualizar a abordagem adotada ao longo deste capítulo, uma perspectiva geral sobre os SEVs por modos deslizantes será inicialmente descrita. Em seguida, o desenvolvimento teórico do observador em tempo discreto será apresentado. Logo após, a análise de estabilidade bem como as condições de alcance e de existência do modo quase deslizante serão investigadas. Por fim, a metodologia de projeto dos ganhos do observador será proposta, evidenciando que os ganhos variáveis podem ser projetados com base em critérios de desempenho.

### 3.1 Aspectos gerais sobre SEV por modos deslizantes

Como mencionado no Capítulo 1, a abordagem de SEVs consiste na combinação de sistemas contínuos no tempo por meio de uma lógica de comutação (UTKIN, 1993). Sendo que a trajetória dos estados do SEV possui um movimento peculiar, específico e distinto das trajetórias de cada subsistema. Recapitulando, esse comportamento é denominado de modo deslizante, e caracteriza-se pelo confinamento da trajetória dos estados do sistema em uma superfície de deslizamento.

Considere o sistema dinâmico descrito pela seguinte equação:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = f(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}(t) \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$  é vetor de estado e  $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$  é vetor de entrada ou controle.

O sistema dinâmico mostrado em (3.1) pode ser denominado um SEV na abordagem de controle de Utkin (1977), se  $\mathbf{u}(t)$  for composto por termos descontínuos e definidos por uma lógica de comutação, tal que,

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(\mathbf{x}, t), & s_i(x) > 0 \\ u_i^-(\mathbf{x}, t), & s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

onde  $i = 1, \dots, m$ ;  $u_i^+$ ,  $u_i^-$  são funções contínuas, e  $s_i(x)$  é a função de chaveamento escalar.

No contexto do controle de sistemas, o desafio é a escolha adequada das funções  $u_i^+$  e  $u_i^-$ , bem como das funções de chaveamento  $s_i(x)$  (UTKIN, 1977). A definição de (3.2) deve satisfazer a condição de convergência em tempo finito à superfície de deslizamento  $s_i(x) = 0$  bem como a existência desta.

A condição suficiente e necessária que garante a existência do modo deslizante depende das trajetórias do sistema, as quais devem apontar para a superfície de deslizamento. Desta forma, a condição pode ser representada pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} &< 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} &> 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Um critério equivalente à (3.3) pode ser expresso por:

$$\dot{s}s < 0. \quad (3.4)$$

As equações apresentadas em (3.3) e (3.4) são válidas somente na abordagem em tempo contínuo. Sistemas dinâmicos por modos deslizantes em tempo discreto apresentam critérios distintos para as condições de alcance e de existência do modo deslizante (GAO; WANG; HOMAIFA, 1995). O termo convencionalmente utilizado no tempo discreto para



descrever o modo deslizante é denominado de modo quase deslizante<sup>1</sup> (MILOSAVLJEVIC, 1985; GAO; WANG; HOMAIFA, 1995; BARTOSZEWICZ, 1998).

Abordagens em tempo discreto das condições de alcance são discutidas em (SARPTURK; ISTEFAPOPULOS; KAYNAK, 1987; FURUTA, 1990; GAO; WANG; HOMAIFA, 1995). Em Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak (1987, p. 931) é exibida a seguinte condição<sup>2</sup>:

$$|s_{(k+1)}| < |s_{(k)}| \quad (3.5)$$

a qual pode ser expressa na seguinte forma equivalente:

$$\begin{aligned} [s_{(k+1)} - s_{(k)}] \text{sign}(s_{(k)}) &< 0 \\ [s_{(k+1)} + s_{(k)}] \text{sign}(s_{(k)}) &> 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Em Furuta (1990), a definição da condição de alcance baseia-se na forma equivalente em tempo discreto da abordagem por funções de Lyapunov. As equações dessa abordagem podem ser expressas na forma:

$$V_{(k+1)} - V_{(k)} < 0, \quad \text{tal que } V_{(k)} = \frac{1}{2}s_{(k)}^2 \quad (3.7)$$

onde  $V$  é a função de Lyapunov.

De acordo com as definições de Gao, Wang e Homaifa (1995), as condições apresentadas acima são incompletas para uma caracterização satisfatória do modo deslizante em tempo discreto. Em vista disso, autores propõem a seguinte condição de alcance:

$$s_{(k+1)} - s_{(k)} = -qT_s s_{(k)} - \epsilon \text{sign}(s_{(k)}) \quad (3.8)$$

onde  $1 - qT_s > 0$ ,  $\epsilon > 0$ , e  $q > 0$  tal que as trajetórias sejam convergentes à uma banda.

A condição expressa em (3.8) considera o modo quase deslizante definido em Gao, Wang e Homaifa (1995) que estabelece: a função de chaveamento cruza a superfície de deslizamento em tempo finito e em um movimento monotônico, em seguida ela deve cruzar a superfície a cada instante de amostragem, e por fim, a sua magnitude torna-se limitada à uma banda. Em contrapartida, essa definição é distinta da proposta de Bartoszewicz (1998), em que o autor afirma que o modo quase deslizante não necessita cruzar a superfície a cada instante de amostragem, desde que a função de chaveamento esteja limitada a uma banda. Logo, a condição de alcance proposta por Bartoszewicz (1998) é representada por:

$$\begin{aligned} s_{(k)} > \epsilon &\Rightarrow -\epsilon \leq s_{(k+1)} < s_{(k)} \\ s_{(k)} < -\epsilon &\Rightarrow s_{(k)} < s_{(k+1)} \leq \epsilon \\ |s_{(k)}| \leq \epsilon &\Rightarrow |s_{(k+1)}| \leq \epsilon \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde  $\epsilon$  é uma constante positiva.

<sup>1</sup>No inglês, o termo é denominado *quasi-sliding mode*.

<sup>2</sup>A condição (3.5) pode ser relaxada tal que  $[s_{(k+1)} + s_{(k)}] \text{sign}(s_{(k)}) \geq 0$ . Logo, as trajetórias da função de chaveamento podem também ficar confinadas em uma banda.

De um ponto de vista similar às definições de modo quase deslizante propostas por Gao, Wang e Homaifa (1995) e Bartoszewicz (1998), nesta tese, assume-se que o movimento da função de chaveamento é limitado a uma banda  $\varepsilon$  entorno da superfície de deslizamento, e pode exibir comportamentos oscilatórios oriundos de um distúrbio limitado  $\delta_{(k)}$  presente no sistema. Dessa forma, a função de chaveamento pode não cruzar a superfície de deslizamento a cada instante de amostragem, e ainda, a função pode oscilar entorno da superfície, ou seja, a trajetória da função de chaveamento pode apontar momentaneamente em uma direção contrária à superfície.

**Definição 3.1:** Modo quase deslizante é denominado como sendo o movimento do sistema entorno da superfície de deslizamento definida por  $s_{(k)} = 0$  tal que  $|s_{(k)}| \leq \varepsilon$ , em que  $\varepsilon$  é uma constante positiva denominada de largura da banda do modo quase deslizante.

**Definição 3.2:** Um sistema na presença de um distúrbio  $\delta_{(k)}$  limitado que satisfaz as seguintes condições

$$\lim_{k \rightarrow N} |\delta_{(k)}| \leq \xi \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} s_{(k)} > \varepsilon &\Rightarrow \{-\varepsilon \leq s_{(k+1)} < s_{(k)}\} \\ &\because \left\{ s_{(k+1)} - s_{(k)} = -\zeta_{(k)} \operatorname{sign}(s_{(k)}) + \delta_{(k)} < 0, \quad \forall \delta_{(k)} < \zeta_{(k)} \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} s_{(k)} < -\varepsilon &\Rightarrow \{s_{(k)} < s_{(k+1)} \leq \varepsilon\} \\ &\because \left\{ s_{(k+1)} - s_{(k)} = -\zeta_{(k)} \operatorname{sign}(s_{(k)}) + \delta_{(k)} > 0, \quad \forall \delta_{(k)} > -\zeta_{(k)} \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$|s_{(k)}| \leq \varepsilon \Rightarrow |s_{(k+1)}| \leq \varepsilon \quad (3.13)$$

é dito um sistema que satisfaz as condições de alcance e existência do modo quase deslizante. Sendo que  $\varepsilon$  é uma constante positiva,  $\zeta_{(k)}$  é uma função definida positiva,  $N$  é um número inteiro e finito, e  $\xi = cte \geq 0$ .

### 3.1.1 MDOS: Algoritmo *Super-Twisting*

O AST foi desenvolvido para o controle de sistemas com grau relativo 1 visando a redução do *chattering* (LEVANT, 1993). Ao contrário das outras abordagens de segunda ordem, o AST requer apenas da informação relativa a  $s$ , o que simplifica a implementação.

Conforme Levant (1993, p. 1257), o AST pode ser expresso na seguinte forma:

$$u_{(t)} = \nu_{(t)} - K_1 |s_{(t)}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(s_{(t)}) \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{dt} \nu_{(t)} = -K_2 \operatorname{sign}(s_{(t)}) \quad (3.15)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são ganhos constantes e positivos, e  $\nu_{(t)}$  é uma variável auxiliar do AST.

De acordo com Perruquetti e Barbot (2002, s. 3.6.4), as condições suficientes para a convergência em um tempo finito do AST à superfície de deslizamento são dadas por:

$$K_2 > \frac{\phi}{\Gamma_m}, \quad K_1 > \frac{4\phi}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M(K_2 + \phi)}{\Gamma_m(K_2 - \phi)} \quad (3.16)$$

onde  $\phi$ ,  $\Gamma_m$  e  $\Gamma_M$  são constantes positivas, cujas restrições podem ser encontradas em Perruquetti e Barbot (2002). Condições equivalentes bem como a prova matemática podem ser encontradas também em Pisano e Usai (2011, p. 965).

Um AST em tempo discreto aplicado em sistemas não lineares é proposto por Salgado et al. (2011, p. 499) e reutilizado em Salgado et al. (2014, p. 804). O sistema proposto baseia-se na discretização pelo método de Euler, seguido de pequenas modificações na equação da variável auxiliar  $x_2$ . Logo, as equações dinâmicas podem ser escritas por:

$$x_{1(k+1)} = \rho_1 x_{1(k)} + T_s x_{2(k)} - T_s K_1 |x_{1(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_{1(k)}) \quad (3.17)$$

$$x_{2(k+1)} = \rho_2 x_{2(k)} - T_s K_2 \text{sign}(x_{1(k)}) \quad (3.18)$$

onde  $x_{i(k)} \in \mathfrak{R}$  são os estados do sistema,  $\rho_i \in \mathfrak{R}^+$ ,  $\rho_i < 1$ ,  $K_i \in \mathfrak{R}$  para  $i = \{1, 2\}$ , e  $T_s$  é o período de amostragem no sistema (vide Salgado et al. (2011, p. 499)).

Para analisar e estabelecer as condições de estabilidade do sistema acima, os autores adotam funções de Lyapunov na abordagem discreta e desigualdades matriciais lineares<sup>3</sup>. Usando essas ferramentas, os autores demonstram que as trajetórias dos estados do sistema podem ser limitadas em um tempo finito. Além disso, a convergência à superfície de deslizamento é verificada por simulações numéricas.

### 3.2 Observador de corrente em tempo discreto: Estimativa das FCEMs

O modelo dinâmico em tempo discreto do MSIP no referencial estacionário  $\alpha\beta$  pode ser obtido aplicando o método de discretização de Euler em (2.39). Logo, a equação dinâmica das correntes pode ser representada na forma

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta(k+1)} = \left(1 - \frac{T_s R_s}{L_s}\right) \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} + \frac{T_s}{L_s} \mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \frac{T_s}{L_s} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.19)$$

Então, assumindo que as FCEMs em (3.19) são distúrbios limitados e não modelados, um observador de corrente baseado em (3.19) pode ser expresso por

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \left(1 - \frac{T_s R_s}{L_s}\right) \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \frac{T_s}{L_s} \mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.20)$$

onde  $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = [\hat{i}_\alpha \hat{i}_\beta]^T$  é o vetor de estimativas das correntes do estator, e  $\mathbf{u}_{\alpha\beta} = [u_\alpha u_\beta]^T$  é o vetor de funções forçantes que têm o propósito de minimizar o erro de observação das correntes. Logo, uma estimação das FCEMs pode ser realizada por intermédio de  $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$ .

<sup>3</sup>Linear Matrix Inequalities (LMI).

Nesta tese, as funções forçantes são baseadas no AST em tempo discreto. Além disso, de forma a minimizar o *chattering* em toda a faixa operacional do MSIP operando em velocidade variável, é proposto a melhoria do AST com a inclusão de ganhos variáveis. Desse modo, as funções forçantes são definidas na seguinte forma:

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) \quad (3.21)$$

$$\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k+1)} = K_\nu \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - T_s k_{2(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) \quad (3.22)$$

onde  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta} = [\nu_\alpha \ \nu_\beta]^T$  é o vetor de variáveis auxiliares do AST,  $K_\nu$  é um ganho constante tal que  $0 < K_\nu < 1$ , e as funções de chaveamento são definidas como

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \triangleq \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} - \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.23)$$

Além disso, os ganhos variáveis  $k_{1(k)}$  e  $k_{2(k)}$  são definidos como

$$\begin{aligned} k_{1(k)} &\triangleq K_{\eta 1} \sqrt{f_{\sigma(k)}} \\ k_{2(k)} &\triangleq K_{\eta 2} f_{\sigma(k)} \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde  $K_{\eta 1}$  e  $K_{\eta 2}$  são ganhos constantes  $\in \mathfrak{R}^+$ , e  $f_{\sigma(k)}$  é uma função limitada de adaptação dos ganhos representada por

$$f_{\sigma(k)} \triangleq \begin{cases} \sigma_{min} & \text{se } 0 \leq \sigma(k) < \sigma_{min} \\ \sigma(k) & \text{se } \sigma_{min} \leq \sigma(k) \leq \sigma_{max} \\ \sigma_{max} & \text{se } \sigma(k) > \sigma_{max} \end{cases} \quad (3.25)$$

onde  $\sigma(k) \triangleq (1 - K_f) |x_{f(k)}|$ ,  $x_f$  é o estado interno de um filtro passa-baixa que aprimora a dinâmica de adaptação dos ganhos,  $K_f$  é o ganho do filtro determinado por  $K_f = e^{-\omega_f T_s}$ , e  $\omega_f$  é a frequência de corte do filtro tal que  $\omega_f \in \mathfrak{R}^+$ .

O limite superior  $\sigma_{max}$  é dado por

$$\sigma_{max} \triangleq \frac{T_s}{L_s} \lambda_{pm} \omega_{max} \quad (3.26)$$

onde  $\omega_{max}$  é a frequência angular elétrica máxima de operação do MSIP. Em contrapartida, o limite inferior  $\sigma_{min}$  é obtido por

$$\sigma_{min} \triangleq \frac{T_s}{L_s} \lambda_{pm} \omega_{min} \quad (3.27)$$

onde  $\omega_{min}$  é a frequência angular elétrica mínima de operação *sensorless* do MSIP.

O filtro passa-baixa é incluído no sistema com o propósito de aprimorar e suavizar a adaptação dos ganhos, que está diretamente relacionada à operação do MSIP com velocidade variável. O comportamento dinâmico do filtro é governado por

$$x_{f(k+1)} = K_f x_{f(k)} + f_{\nu(k)} \quad (3.28)$$

onde a função de entrada  $f_\nu(k)$  é definida como:

$$f_\nu(k) \triangleq \begin{cases} \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| & \text{se } 0 \leq \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| < \nu_{max} \\ \nu_{max} & \text{se } \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| > \nu_{max} \end{cases} \quad (3.29)$$

onde  $\|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| = \sqrt{\nu_{\alpha(k)}^2 + \nu_{\beta(k)}^2}$  e  $\nu_{max} \triangleq \sigma_{max}$ .

**Lema 3.1:** A função  $f_\nu(k)$  definida por (3.29) é proporcional a velocidade angular de rotação quando  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = 0$ , ou seja, quando a função de chaveamento (3.23) está em um modo deslizante **ideal**.

**Prova:** A partir de (3.23), é possível assumir que

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{i}_{\alpha\beta(k+1)} - \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)}. \quad (3.30)$$

Assim, substituindo (3.19) e (3.20) em (3.30), a dinâmica das funções de chaveamento pode ser descrita por

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = K_a \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} - K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.31)$$

onde os parâmetros do observador são definidos por  $K_a \triangleq 1 - (T_s R_s / L_s)$  e  $K_b \triangleq (T_s / L_s)$ .

Então, considerando a existência do modo quase deslizante ideal representado por

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = 0 \quad (3.32)$$

e de (3.32) em (3.31), as funções forçantes resultam em

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.33)$$

Além disso, substituindo (3.21) em (3.33), é possível expressar

$$\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} = K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.34)$$

De acordo com a Lei de Faraday,  $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} \propto \omega_e$ , por consequência,  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \propto \omega_e$ , o que implica

$$\|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| \propto \omega_e. \quad (3.35)$$

Logo, é possível concluir que  $f_\nu(k)$  também é proporcional a velocidade angular elétrica de rotação, o que prova a afirmativa do Lema 3.1. ■

**Corolário 3.1 do Lema 3.1:** A prova do Lema 3.1 revela ainda que existindo o modo quase deslizante ideal é possível obter estimativas das FCEMs a partir de (3.33). Dessa maneira, constata-se que

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} \approx K_b^{-1} \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.36)$$

quando  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0$ , em que  $\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$  é o vetor de estimativas das FCEMs.

Por fim, substituindo (3.21) em (3.31), obtém-se

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = K_a \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} - K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}). \quad (3.37)$$

Essa equação em conjunto com (3.22)-(3.29) regem o comportamento dinâmico do erro de observação das correntes.

### 3.3 Análise de estabilidade do observador proposto

O sistema dinâmico não linear representado por intermédio de (3.22), (3.24)-(3.29) e (3.37), descreve o comportamento dinâmico das funções de chaveamento em tempo discreto. Esse sistema pode ser reescrito na seguinte forma:

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{b}_{(k)}\mathbf{s}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)} \quad (3.38)$$

onde

$$\mathbf{x}_{(k)} = \begin{bmatrix} x_{1(k)} & x_{2(k)} & x_{3(k)} & x_{4(k)} & x_{5(k)} \end{bmatrix}^T \quad (3.39)$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} s_{\alpha(k)} & s_{\beta(k)} & \nu_{\alpha(k)} & \nu_{\beta(k)} & x_f(k) \end{bmatrix}^T \quad (3.40)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} K_a & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & K_a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K_\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_f \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{b}_{(k)} = \begin{bmatrix} b_{1(k)} |x_{1(k)}|^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & b_{1(k)} |x_{2(k)}|^{\frac{1}{2}} \\ b_{2(k)} & 0 \\ 0 & b_{2(k)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{s}_{(k)} = \begin{bmatrix} \text{sign}(x_{1(k)}) & \text{sign}(x_{2(k)}) \end{bmatrix}^T \quad (3.43)$$

$$\mathbf{w}_{(k)} = \begin{bmatrix} -w_{1(k)} & -w_{2(k)} & 0 & 0 & f_\nu(k) \end{bmatrix}^T \quad (3.44)$$

$$b_{1(k)} \triangleq - \left( K_{\eta 1} \sqrt{f_\sigma(k)} \right) \quad (3.45)$$

$$b_{2(k)} \triangleq - \left( K_{\eta 2} f_\sigma(k) \right) \quad (3.46)$$

$$\eta_1 \triangleq K_{\eta_1}, \quad \eta_2 \triangleq T_s K_{\eta_2} \quad (3.47)$$

$$\gamma_1 \triangleq K_{\gamma_1}, \quad \gamma_2 \triangleq T_s K_{\gamma_2} \quad (3.48)$$

$$w_{1(k)} \triangleq K_b e_{\alpha(k)}, \quad w_{2(k)} \triangleq K_b e_{\beta(k)} \quad (3.49)$$

$$f_{\sigma(k)} \triangleq (1 - K_f) |x_{5(k)}|, \quad 0 < f_{\sigma(k)} \leq \sigma_{max} \quad (3.50)$$

$$f_{\nu(k)} \triangleq \|\mathbf{x}_{34(k)}\|, \quad 0 \leq f_{\nu(k)} \leq \nu_{max}. \quad (3.51)$$

**Teorema 3.1:** Seja o sistema não linear expresso por (3.38), em que os ganhos  $K_{\eta_1}$ ,  $K_{\eta_2}$ ,  $K_f$ , e  $K_\nu$  são dados tais que  $K_{\eta_1} > 0$ ,  $K_{\eta_2} > 0$ ,  $0 < K_f < 1$ , e  $0 < K_\nu < 1$ . Então, se a seguinte LMI

$$\mathbf{A}^T (\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{\Lambda}_2)\mathbf{P}) \mathbf{A} - (1 - \rho)\mathbf{P} + \mathbf{Q} \leq 0$$

possuir uma solução definida positiva  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  tal que  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$ ,  $\mathbf{\Lambda}_1 = \mathbf{\Lambda}_1^T > 0$ ,  $\mathbf{\Lambda}_2 = \mathbf{\Lambda}_2^T > 0$ , e  $\mathbf{\Lambda}_3 = \mathbf{\Lambda}_3^T > 0$ , as trajetórias do sistema convergem assintoticamente para a região centrada na origem  $O \triangleq \{x : \|\mathbf{x}\|^2 < r\}$ , cujo raio é estabelecido por

$$r = \frac{c}{\rho}$$

onde

$$0 < \rho < 1, \quad c \triangleq \frac{\alpha_2}{2\sqrt{\alpha_1}} + \alpha_3$$

$$\alpha_1 \triangleq \lambda_{min}(\mathbf{Q}), \quad \alpha_2 \triangleq \lambda_{max}(\mathbf{Z})\beta, \quad \alpha_3 \triangleq \lambda_{max}(\mathbf{Z})\beta + \lambda_{max}(\mathbf{H})(w_{max} + \nu_{max}^2)$$

$$\mathbf{Z} \triangleq \mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_1^{-1} + \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_3^{-1}\mathbf{P}, \quad \mathbf{H} \triangleq \mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_2^{-1} + \mathbf{\Lambda}_3, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^T > 0, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$$

$$0 < \beta \leq K_{\eta_1}^2 \sigma_{max} + K_{\eta_2}^2 \sigma_{max}^2.$$

**Prova:** A prova do Teorema 3.1 é baseada na abordagem de Salgado et al. (2014). Desta forma, assumindo a seguinte função como uma candidata a Lyapunov:

$$V_{(k)} \triangleq \|\mathbf{x}_{(k)}\|_P^2. \quad (3.52)$$

Então  $\Delta V_{(k)} = V_{(k+1)} - V_{(k)}$  pode ser reescrito como

$$\Delta V_{(k)} = \mathbf{x}_{(k+1)}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_{(k+1)} - \mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_{(k)} \quad (3.53)$$

onde  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ .

Substituindo (3.38) em (3.53), obtém-se

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} = & \mathbf{x}_{(k)}^T \left( \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \right) \mathbf{x}_{(k)} + \\ & + 2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)} + 2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)} + \\ & + 2\mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)} + \mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)} + \\ & + \mathbf{w}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Assim, aplicando a Desigualdade Lambda<sup>4</sup> de Poznyak (2008, p. 213), nos termos

$$2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)}, \quad 2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)}, \quad 2\mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)}, \quad (3.55)$$

é possível expressar

$$2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)} \leq \mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P}^T \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{\Lambda}_1^{-1} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)} \quad (3.56)$$

$$2\mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)} \leq \mathbf{x}_{(k)}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P}^T \mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)}^T \mathbf{\Lambda}_2^{-1} \mathbf{w}_{(k)} \quad (3.57)$$

$$2\mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{P} \mathbf{w}_{(k)} \leq \mathbf{w}_{(k)}^T \mathbf{\Lambda}_3 \mathbf{w}_{(k)} + \mathbf{s}_{(k)}^T \mathbf{b}_{(k)}^T \mathbf{P}^T \mathbf{\Lambda}_3^{-1} \mathbf{P} \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)} \quad (3.58)$$

onde  $\mathbf{\Lambda}_1 = \mathbf{\Lambda}_1^T > 0$ ,  $\mathbf{\Lambda}_2 = \mathbf{\Lambda}_2^T > 0$ , e  $\mathbf{\Lambda}_3 = \mathbf{\Lambda}_3^T > 0$ .

Substituindo (3.56), (3.57) e (3.58) em (3.54), e simplificando, resulta em

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} \leq & \mathbf{x}_{(k)}^T \left\{ \mathbf{A}^T [\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{\Lambda}_2)\mathbf{P}] \mathbf{A} - \right. \\ & \left. - (1 - \rho)\mathbf{P} \right\} \mathbf{x}_{(k)} - \rho V_{(k)} + \\ & + \bar{\mathbf{b}}_{(k)}^T (\mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_1^{-1} + \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_3^{-1}\mathbf{P}) \bar{\mathbf{b}}_{(k)} + \\ & + \mathbf{w}_{(k)}^T (\mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_2^{-1} + \mathbf{\Lambda}_3) \mathbf{w}_{(k)} \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde  $\bar{\mathbf{b}}_{(k)} \triangleq \mathbf{b}_{(k)} \mathbf{s}_{(k)}$ .

Se existe uma solução  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$  para a LMI

$$\mathbf{A}^T [\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{\Lambda}_2)\mathbf{P}] \mathbf{A} - (1 - \rho)\mathbf{P} = -\mathbf{Q}, \quad (3.60)$$

então, (3.59) pode ser reescrito na forma:

$$\Delta V_{(k)} \leq -\|\mathbf{x}_{(k)}\|_Q^2 + \|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|_Z^2 + \|\mathbf{w}_{(k)}\|_H^2 - \rho V_{(k)} \quad (3.61)$$

onde

$$\mathbf{Z} \triangleq \mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_1^{-1} + \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_3^{-1}\mathbf{P} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{H} \triangleq \mathbf{P} + \mathbf{\Lambda}_2^{-1} + \mathbf{\Lambda}_3 \quad (3.63)$$

$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^T > 0$ , e  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$ .

Os termos  $\|\mathbf{x}_{(k)}\|_Q^2$ ,  $\|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|_Z^2$ ,  $\|\mathbf{w}_{(k)}\|_H^2$  podem ser representados na forma

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}_{(k)}\|^2 & \leq \|\mathbf{x}_{(k)}\|_Q^2 \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}_{(k)}\|^2 \\ \lambda_{\min}(\mathbf{Z}) \|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2 & \leq \|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|_Z^2 \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Z}) \|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2 \\ \lambda_{\min}(\mathbf{H}) \|\mathbf{w}_{(k)}\|^2 & \leq \|\mathbf{w}_{(k)}\|_H^2 \leq \lambda_{\max}(\mathbf{H}) \|\mathbf{w}_{(k)}\|^2. \end{aligned} \quad (3.64)$$

onde  $\lambda_{\min}$  e  $\lambda_{\max}$  correspondem ao autovalor mínimo e máximo da matriz referida.

---

<sup>4</sup>Desigualdade Lambda:  $\mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{X} + \mathbf{Y}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{Y}$ , tal que  $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}^T > 0$ .



Então, (3.61) pode ser simplificado para

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} \leq & -\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|\mathbf{x}_{(k)}\|^2 + \lambda_{\max}(\mathbf{Z})\|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2 + \\ & + \lambda_{\max}(\mathbf{H})\|\mathbf{w}_{(k)}\|^2 - \rho V_{(k)}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Em seguida, expandindo  $\|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2$  e  $\|\mathbf{w}_{(k)}\|^2$ , advêm-se

$$\|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2 = b_{1(k)}^2|x_{1(k)}| + b_{2(k)}^2|x_{2(k)}| + b_{1(k)}^2 + b_{2(k)}^2 \quad (3.66)$$

$$\|\mathbf{w}_{(k)}\|^2 = w_{1(k)}^2 + w_{2(k)}^2 + f_{\nu(k)}^2, \quad (3.67)$$

e considerando que  $|x_1(k)| \leq \|\mathbf{x}_{(k)}\|$  e  $|x_2(k)| \leq \|\mathbf{x}_{(k)}\|$ , obtêm-se

$$\|\bar{\mathbf{b}}_{(k)}\|^2 \leq \beta\|\mathbf{x}_{(k)}\| + \beta \quad (3.68)$$

$$\|\mathbf{w}_{(k)}\|^2 \leq w_{\max} + \nu_{\max}^2 \quad (3.69)$$

sendo

$$\beta \triangleq b_{1(k)}^2 + b_{2(k)}^2 \leq K_{\eta 1}^2 \sigma_{\max} + K_{\eta 2}^2 \sigma_{\max}^2 \quad (3.70)$$

$$f_w(k) \triangleq w_{1(k)}^2 + w_{2(k)}^2 \quad (3.71)$$

$$f_w(k) \leq w_{\max}. \quad (3.72)$$

Substituindo (3.68) e (3.69) em (3.65), é possível obter

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} \leq & -\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|\mathbf{x}_{(k)}\|^2 + \lambda_{\max}(\mathbf{Z})\left(\beta\|\mathbf{x}_{(k)}\| + \beta\right) \\ & + \lambda_{\max}(\mathbf{H})\left(w_{\max} + \nu_{\max}^2\right) - \rho V_{(k)} \end{aligned} \quad (3.73)$$

e rearranjando a equação, advêm-se

$$\Delta V_{(k)} \leq -\left(\sqrt{\alpha_1}\|\mathbf{x}_{(k)}\|^2 - \frac{\alpha_2}{2\sqrt{\alpha_1}}\right)^2 - \rho V_{(k)} + \frac{\alpha_2}{2\sqrt{\alpha_1}} + \alpha_3 \quad (3.74)$$

onde  $\alpha_1 \triangleq \lambda_{\min}(\mathbf{Q})$ ,  $\alpha_2 \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{Z})\beta$ , e  $\alpha_3 \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{Z})\beta + \lambda_{\max}(\mathbf{H})(w_{\max} + \nu_{\max}^2)$ .

Então,

$$\Delta V_{(k)} \leq -\rho V_{(k)} + c \quad (3.75)$$

onde  $c \triangleq \alpha_2/(2\sqrt{\alpha_1}) + \alpha_3$ , e  $\alpha_1 > 0$ .

A equação acima pode ser representada na forma que segue:

$$V_{(k+1)} \leq (1 - \rho)V_{(k)} + c \quad (3.76)$$

cuja solução é dada por

$$V_{(k)} \leq (1 - \rho)^k V(0) + \sum_{i=0}^{k-1} (1 - \rho)^{k-1-i} c \quad (3.77)$$

e o limite superior pode ser obtido por

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} V(k) \leq \frac{c}{\rho}. \quad (3.78)$$

Portanto, a partir de (3.78), o raio da região de convergência é determinado por

$$r \leq \frac{c}{\rho}. \quad (3.79)$$

Por fim, é possível concluir que os estados do sistema convergem assintoticamente a uma região limitada em tempo finito, concluindo a prova do Teorema 3.1. ■

**Comentário 3.1:** O Teorema 3.1 estabelece condições para que o observador proposto seja estável, e com os estados do sistema limitados. Essa última particularidade será de suma importância à prova do Lema do alcance e existência do modo quase deslizante que será enunciado abaixo.

### 3.4 Análise do alcance e existência do modo quase deslizante

**Lema 3.2:** Seja o sistema dinâmico representado por (3.22) e (3.37), em que  $K_a$  assume um valor tal que  $0 < K_a < 1$ , e que os ganhos  $k_{1(k)}$ ,  $k_{2(k)}$  e  $K_\nu$  sejam dados por  $0 < k_{1(k)} \leq K_{1\_max}$ ,  $0 < k_{2(k)} \leq K_{2\_max}$ , e  $0 < K_\nu < 1$ . Seja ainda o distúrbio  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta}(k)$  limitado, então, os estados do sistema convergem em um tempo finito ao modo quase deslizante conforme a Definição 2.

**Prova do Lema 3.2:** Subtraindo  $\mathbf{s}_{\alpha\beta}(k)$  em ambos os lados de (3.37), obtém-se:

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = -(1 - K_a)\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} - K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}). \quad (3.80)$$

A demonstração a seguir baseia-se na prova por contradição (*reductio ad absurdum*) da hipótese de divergência da função de chaveamento (3.23) em relação à superfície de deslizamento, fundamentando-se na dinâmica associada à (3.80). Desta forma, assumindo a hipótese que  $\mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) \rightarrow +\infty \forall \mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) > 0$ , então  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} > 0$ , portanto a condição

$$\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} > (1 - K_a)\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} + k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) \quad (3.81)$$

deve ser sempre satisfeita. Contudo, se  $\mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) \rightarrow +\infty$  em (3.22),  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow -\infty$ , logo existe um  $k \geq N$  com  $N$  finito  $\geq 0$  tal que  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} - K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} < (1 - K_a)\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} + k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)})$  resultando na condição  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} < 0$ , que é necessária à convergência ou cruzamento da superfície de deslizamento. Portanto, a hipótese  $\mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) \rightarrow +\infty$  não é verdadeira  $\forall \mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) > 0$ , visto que  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$  é limitado. Por analogia, a hipótese  $\mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) \rightarrow -\infty$  também não é verdadeira  $\forall \mathbf{s}_{\alpha\beta}(k) < 0$ . Em outras palavras, a função de chaveamento (3.23) não diverge da superfície de deslizamento para  $k \rightarrow \infty$ , e

dada a característica de integração de (3.22) com direção à superfície de deslizamento,  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}$  tende para  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ , resultando em  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0$ .

Por outro lado, assumindo que o movimento da função de chaveamento esteja na superfície de deslizamento,  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = 0$ , então  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} = K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ . Assim, a condição necessária para a função de chaveamento permanecer na superfície de deslizamento após  $k + 1$ , baseada em (3.22), é dada por:

$$(\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} = K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}) \Rightarrow \{(\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k+1)} = K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)}) \Leftrightarrow (K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} = K_\nu K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})\}. \quad (3.82)$$

Todavia, se  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} \neq K_\nu K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ , a função de chaveamento não permanecerá na superfície de deslizamento após  $k + 1$ . Portanto, advém-se

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0 \Rightarrow \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.83)$$

onde  $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)} \cong K_b(\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - K_\nu \mathbf{e}_{\alpha\beta(k-1)}) - T_s k_{2(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)})$ . Sendo  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$  limitado, o erro da variável auxiliar  $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)}$  também é limitado, pois  $T_s k_{2(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)})$  tende a compensar o erro de convergência.

Então, definindo

$$\boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k)} \triangleq -K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}_{\alpha\beta(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) &\triangleq (1 - K_a) \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} + k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) \\ &= \left[ (1 - K_a) |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}| + k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} \right] \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) \end{aligned} \quad (3.85)$$

e substituindo em (3.80), obtém-se

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = -\boldsymbol{\zeta}_{\alpha\beta(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) + \boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.86)$$

Uma vez que  $(1 - K_a) > 0$  e  $k_{1(k)} > 0$ , pode-se inferir que

$$\boldsymbol{\zeta}_{\alpha\beta(k)} = (1 - K_a) |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}| + k_{1(k)} |\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}|^{\frac{1}{2}} > 0 \Leftrightarrow \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \neq 0. \quad (3.87)$$

De (3.83) em (3.84), obtém-se

$$\boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k)} = \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)} \quad \because k \geq N. \quad (3.88)$$

Portanto,

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} = -\boldsymbol{\zeta}_{\alpha\beta(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}) + \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.89)$$

Com base na análise apresentada acima é possível concluir que para um  $k \geq N$  quando  $|\delta_{\alpha(k)}| \leq \tilde{\nu}_\alpha$  e  $|\delta_{\beta(k)}| \leq \tilde{\nu}_\beta$ ,  $|\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)}| \leq \varepsilon$  e  $|\mathbf{s}_{\alpha\beta(k+1)}| \leq \varepsilon$ , satisfazendo a definição de modo quase deslizante proposta anteriormente.

**Corolário 3.2:** Dado o comportamento dinâmico de (3.22) e (3.37), assume-se que

$$|\tilde{\nu}_{\alpha(k)}| \leq \xi_\nu, \quad |\tilde{\nu}_{\beta(k)}| \leq \xi_\nu \Rightarrow \lim_{k \rightarrow N} |\delta_{\alpha(k)}| \leq \xi_\nu, \quad \lim_{k \rightarrow N} |\delta_{\beta(k)}| \leq \xi_\nu \quad (3.90)$$

onde  $N$  é um número finito  $> 0$ , e  $\xi_\nu = \text{cte} \geq 0$ .

**Prova do Corolário 3.2:** Conforme o Teorema 3.1, os estados do sistema formado por (3.22), (3.28) e (3.37), convergem a uma região limitada em um tempo finito. Portanto, se e somente se, as condições do Teorema 3.1 forem satisfeitas, os estados do sistema são limitados e o Corolário 3.2 é verdadeiro. ■

Com base no Corolário 3.2 e na análise apresentada previamente nesta prova, o sistema descrito no Lema 3.2 satisfaz as condições da Definição 3.2, o que garante o alcance e a existência do modo quase deslizante da Definição 3.1. ■

### 3.5 Projeto dos ganhos do observador

Do Lema 3.2, é possível inferir que quando  $k \rightarrow N$ ,  $\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0$ , então

$$\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)}, \quad \text{tal que } \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)} \ll K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} \quad (3.91)$$

se  $0 < K_a < 1$ ,  $K_b \in \mathfrak{R}^+$ ,  $0 < k_{1(k)} \leq K_{1\_max}$ ,  $0 < k_{2(k)} \leq K_{2\_max}$  e  $0 < K_\nu < 1$ , (vide (3.31), (3.21), (3.22) e (3.24)).

Com base em (3.22) e (3.91), conclui-se que o ganho  $k_{2(k)}$  está relacionado diretamente com a convergência de  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}$  à FCEM. De forma geral, a dinâmica de integração da variável auxiliar  $\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}$ , que está associada ao termo  $T_s k_{2(k)}$ , deve ser concordante com o distúrbio  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ , para que o erro de convergência  $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\alpha\beta(k)}$  seja pequeno ou nulo, e assim assegurar uma convergência adequada. Em vista disso, o ganho  $k_{2(k)}$  deve ser selecionado tal que satisfaça as seguintes desigualdades:

$$0 < K_{2\_min} \leq k_{2(k)} < K_{2\_max}. \quad (3.92)$$

O limite superior  $K_{2\_max}$  pode ser determinado a partir da seguinte consideração

$$\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0 \Rightarrow \boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)} \approx K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}. \quad (3.93)$$

Assim, de (3.22), pode-se constatar que

$$|T_s k_{2(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)})| \ll |\max(K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})|. \quad (3.94)$$

Consequentemente,

$$k_{2(k)} \ll \frac{|\max(K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})|}{T_s} = \frac{|\max(\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})|}{L}. \quad (3.95)$$

Por outro lado, o limite mínimo  $K_{2\_min}$  é estabelecido assumindo que exista um  $N$  tal que

$$N |T_s k_{2(k)} \text{sign}(\mathbf{s}_{\alpha\beta(k)})| \geq |\max(K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})|. \quad (3.96)$$

Desta forma,

$$k_{2(k)} \geq \frac{|\max(K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})|}{NT_s}, \quad (3.97)$$

sendo

$$NT_s \triangleq \tau_c, \quad \tau_c > 0 \quad (3.98)$$

onde  $\tau_c$  é o tempo de convergência ao distúrbio  $K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$  com relação à condição inicial  $\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} = 0$ .

Uma vez definido  $k_{2(k)}$  e considerando que  $(1 - K\nu) \approx 0$ , é proposto que o ganho  $k_{1(k)}$  seja inicialmente ajustado tal que

$$T_s k_{2(k)} \leq \zeta_{\alpha\beta(k)} |s_{\alpha\beta(k)} = K_\zeta T_s k_{2(k)}| \quad (3.99)$$

onde  $K_\zeta \in \mathfrak{R}^+$ , e  $K_\zeta < 0.5$ . Assim, simplificando (3.99) e evidenciando  $k_{1(k)}$ , advém-se:

$$k_{1(k)} \geq \sqrt{\frac{T_s k_{2(k)}}{K_\zeta}} \left(1 - \frac{R}{L} T_s K_\zeta\right). \quad (3.100)$$

Se  $|K_b(\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - K_\nu \mathbf{e}_{\alpha\beta(k-1)})| \neq 0$  em (3.83), então a diferença produzida será integrada à variável auxiliar, fazendo com que a banda do modo quase deslizante  $\varepsilon$  seja ligeiramente maior que  $T_s k_{2(k)}$ , resultando momentaneamente em  $\zeta_{\alpha\beta(k)} < |\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha\beta(k)}|$ . Entretanto, se  $K_b(\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - K_\nu \mathbf{e}_{\alpha\beta(k-1)}) = 0$ , então  $\varepsilon \approx 0.5 T_s k_{2(k)}$ , se e somente se,  $k_{1(k)}$  for selecionado tal que  $K_\zeta \rightarrow 0.5$ ,  $T_s k_{2(k)} = \zeta_{\alpha\beta(k)} |s_{\alpha\beta(k)} = K_\zeta T_s k_{2(k)}|$ , e  $T_s k_{2(k)} = cte$ . Essa análise revela que a magnitude do *chattering* está diretamente relacionada ao termo  $T_s k_{2(k)}$ .

Conforme exposto no capítulo anterior, as FCEMs no referencial estacionário  $\alpha\beta$  são variantes no tempo e com frequência angular entorno de  $\omega_e$ . Logo, o tempo de convergência  $\tau_c$  deve ser muito menor que o período das FCEMs regido por  $\omega_e$ , ou seja,  $\tau_c \ll T_{FCEM}$ , como mostra a Figura 3.1. Em virtude disso, define-se:

$$\tau_c \triangleq K_c T_{FCEM} |_{\omega_e = \omega_{max}}, \quad 0 < K_c \ll 1. \quad (3.101)$$

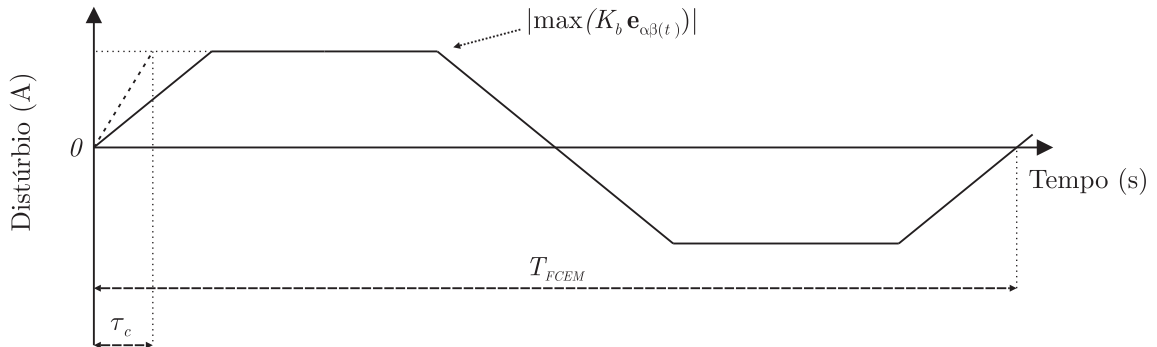


Figura 3.1 – Definição do tempo de convergência  $\tau_c$ .

A partir das análises anteriormente discutidas, é possível afirmar que

$$|\max(K_b \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)})| \approx \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| \Leftrightarrow \mathbf{s}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0. \quad (3.102)$$

Então, os ganhos  $k_{1(k)}$  e  $k_{2(k)}$  podem ser reescritos na seguinte forma:

$$\begin{aligned} k_{2(k)} &\triangleq \frac{1}{\tau_c} \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\| \\ k_{1(k)} &\geq \sqrt{\frac{T_s}{K_\zeta}} \left(1 - \frac{R}{L} T_s K_\zeta\right) \sqrt{\frac{1}{\tau_c} \|\boldsymbol{\nu}_{\alpha\beta(k)}\|}. \end{aligned} \quad (3.103)$$

Com base em (3.29) e (3.25), (3.103) pode ser expresso por:

$$k_{1(k)} \geq \sqrt{\frac{T_s}{\tau_c K_\zeta}} \left(1 - \frac{R}{L} T_s K_\zeta\right) \sqrt{f_{\sigma(k)}} \triangleq K_{\eta 1} \sqrt{f_{\sigma(k)}} \quad (3.104)$$

$$k_{2(k)} = \frac{1}{\tau_c} f_{\sigma(k)} \triangleq K_{\eta 2} f_{\sigma(k)}. \quad (3.105)$$

Desta forma, os ganhos  $K_{\eta 1}$  e  $K_{\eta 2}$  são escritos como:

$$K_{\eta 1} \geq \sqrt{\frac{T_s}{\tau_c K_\zeta}} \left(1 - \frac{R}{L} T_s K_\zeta\right) \quad (3.106)$$

$$K_{\eta 2} = \frac{1}{\tau_c}. \quad (3.107)$$

É importante ressaltar que a frequência  $\omega_f$  do filtro passa-baixa deve ser ajustada tal que a constante de tempo do filtro seja ligeiramente menor ou igual a constante de tempo do sistema mecânico. Desta forma, o filtro suavizará o efeito de distúrbios do sistema elétrico, e a variação dos ganhos será concordante à operação em velocidade variável. Consequentemente, o tempo de convergência do observador estará também adequado a esse modo de operação.

### 3.6 Considerações finais

Este capítulo propôs um observador de corrente em tempo discreto baseado em uma nova modificação do AST, em que foram incluídos ganhos variáveis. Esse observador tem o intuito de obter estimativas das FCEMs, necessárias à implementação da transformação síncrona proposta no Capítulo 2. Deste modo, apresentou-se o desenvolvimento teórico do observador em tempo discreto bem como a análise da estabilidade do observador e das condições de alcance e existência do modo quase deslizante. Por fim, a metodologia de projeto dos ganhos do observador foi discutida em detalhes. Salienta-se que resultados de simulação e experimentais que irão prover a validação dos desenvolvimentos teóricos serão analisados em um capítulo subsequente.

## 4 CONTROLE VETORIAL *SENSORLESS* ORIENTADO AO VETOR FCEM

O controle vetorial surgiu na década de 1960 com trabalhos propostos por Blaschke e Hasse (VAS, 1998). Inicialmente, a abordagem foi aplicada em motores de indução, que na época eram concorrentes aos motores CC. Nas décadas seguintes, essa abordagem passou a ser adotada no controle de outras máquinas elétricas, tais como o MSIP. Como mencionado em capítulos anteriores, esse fato teve contribuição devido à evolução do processamento digital de sinais e dos dispositivos semicondutores de potência.

O potencial do controle vetorial está na possibilidade de controlar o conjugado eletromagnético e o fluxo magnético concatenado de maneira independente por meio do estator. Esse objetivo de controle é facilmente implementado em máquinas CC com excitação independente, em que o fluxo concatenado é controlado pela corrente de campo e o conjugado eletromagnético é controlado por intermédio da corrente de armadura.

De forma geral, o controle vetorial baseia-se no modelo dinâmico da máquina elétrica representado em um referencial síncrono<sup>1</sup>. Por isso, o controle vetorial também é conhecido como controle por orientação de campo, pois as variáveis à referência síncrona são usualmente o fluxo magnético do rotor e do estator (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002; VAS, 1998). É importante enfatizar que essa técnica foi primordialmente desenvolvida para a aplicação em máquinas senoidais<sup>2</sup>.

Como exibido no Capítulo 2, o MSIP possui diversas possibilidades construtivas, mas nem todas resultam em uma máquina com o fluxo magnético concatenado senoidal. O uso do controle vetorial em tais máquinas provoca oscilações indesejadas no conjugado eletromagnético (JAHNS; SOONG, 1996). Apesar disso, Grenier e Louis (1993) e Monteiro et al. (2012) apresentam alternativas ao controle vetorial de MSIPs com FCEM não senoidal, como discutido na revisão bibliográfica do Capítulo 1. De forma geral, essas alternativas partem do princípio da modificação da matriz de transformação de Park, permitindo reduzir as oscilações no conjugado eletromagnético de forma indireta.

Neste capítulo, contribuições ao controle vetorial *sensorless* do MSIP com FCEM não senoidal serão apresentadas. Diferentemente do controle vetorial mencionado acima e das alternativas apresentadas por Grenier e Louis (1993) e Monteiro et al. (2012), a orientação vetorial e a matriz de transformação são baseadas no vetor de FCEM normalizado. O modelo dinâmico do MSIP nesse referencial foi descrito no Capítulo 2. Para aplicar a nova matriz de transformação e permitir a operação sem sensores mecânicos, o método proposto no Capítulo 3 será usado para estimar as FCEMs no referencial estacionário.

---

<sup>1</sup>A análise de máquinas elétricas neste referencial surgiu na década de 1930 em trabalhos fundamentados na transformação de Park (PARK, 1929).

<sup>2</sup>A máquina elétrica é projetada de tal forma que as grandezas físicas como tensão, corrente e fluxo magnético sejam senoidais com relação ao tempo.

Então, a partir dessas estimativas, a velocidade angular de rotação será determinada e adotada tanto no controle vetorial híbrido (operação senoidal e não senoidal) quanto no controle de velocidade do motor. Ainda neste capítulo, a implementação da transformação proposta e do processo de filtragem seletiva, que define o conteúdo harmônico da matriz de transformação, serão descritos revelando as vantagens e as limitações. Por fim, os filtros digitais requeridos na filtragem seletiva e na estimação de velocidade, e ainda, o projeto dos controladores de corrente e de velocidade serão apresentados em detalhes.

#### 4.1 Descrição do controle vetorial proposto

O controle vetorial *sensorless* proposto baseia-se no novo modelo dinâmico do MSIP com FCEM não senoidal, que foi desenvolvido no Capítulo 2, e é descrito por (2.11), (2.12), (2.68) e (2.75). Nesse modelo, as correntes do estator são invariantes no tempo de maneira análoga ao controle vetorial clássico. Em vista disso, a estrutura do sistema de controle é semelhante ao método convencional aplicado em MSIP senoidais, ou seja, o conjugado eletromagnético é controlado diretamente pela corrente de eixo de quadratura, e o fluxo magnético concatenado no estator é controlado pela corrente de eixo direto. Além disso, o projeto das malhas de controle das correntes e da velocidade de rotação é fundamentado na metodologia multimalhas, em que utiliza-se uma malha interna de corrente e uma malha externa de velocidade. Deste modo, a banda passante da malha interna deve ser suficientemente maior que a banda passante da malha externa, a fim de permitir um desacoplamento dinâmico entre as malhas.

A Figura 4.1 apresenta o diagrama de blocos que sumariza o controle vetorial proposto nesta tese. Como mencionado acima, a estrutura das malhas de controle é semelhante ao controle vetorial do MSIP senoidal, que pode ser encontrado em Vas (1998), Krause, Wasynczuk e Sudhoff (2002) e Krishnan (2009). Além disso, é possível constatar que a forma de aquisição das correntes de fase bem como a síntese das tensões do estator são tradicionais à área de acionamento e controle de MSIPs. Portanto, os métodos propostos nesta tese podem ser facilmente adotados em aplicações preexistentes, que já possuem um circuito de controle compatível ao esquema exposto na Figura 4.1.

Em seguida, os detalhes de implementação *sensorless* da transformação síncrona serão expostos, demonstrando como o controle híbrido é inserido na técnica proposta.

#### 4.2 Metodologia de implementação *sensorless* da transformação síncrona

A implementação *sensorless* da matriz de transformação (2.48) no sistema do controle vetorial requer duas informações: as estimativas das FCEMs no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , e o normalizador  $k_n$ . Primeiramente, as estimativas são adquiridas a partir



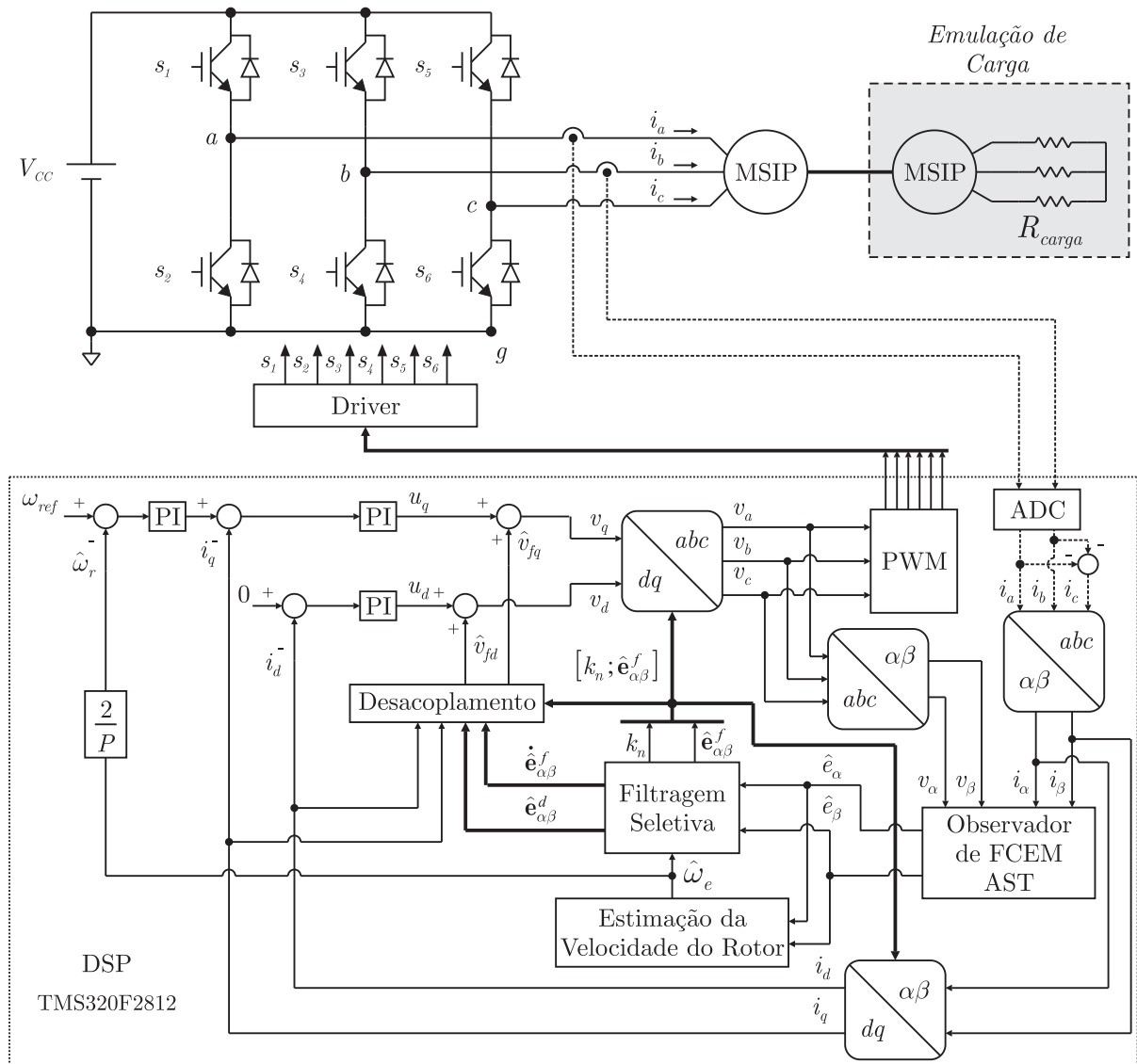


Figura 4.1 – Diagrama de blocos do controle vetorial *sensorless* proposto.

do observador de corrente descrito no Capítulo 3. Então, essas estimativas são tratadas em um processo denominado de filtragem seletiva e, paralelamente, é realizada a estimativa da velocidade angular elétrica de rotação. No processo de filtragem seletiva, as FCEMs são processadas por um conjunto de filtros passa-faixa, os quais são sintonizados em frequências múltiplas da velocidade angular elétrica. Em vista disso, pode-se selecionar o conteúdo harmônico presente nos elementos da matriz de transformação, a qual é responsável pela inserção indireta de componentes harmônicas nas correntes de fase. Por fim, o normalizador é determinado com base na estimativa da velocidade de rotação.

Analisando a Figura 4.1, verifica-se que a matriz de transformação é utilizada em apenas duas etapas. A primeira etapa visa expressar as correntes do estator no referencial  $dq$  para as suas realimentações nas malhas de controle. Na segunda etapa, a transformação inversa estabelece as tensões modulantes de fase, que deverão ser sintetizadas pelo inversor de tensão, conforme mostrado na figura acima.

4.2.1 Estimação da velocidade angular elétrica de rotação

Em virtude da FCEM ser proveniente da variação de um fluxo magnético concatenado, cuja variação decorre de um movimento angular do rotor, pode-se inferir que a informação a respeito da velocidade de rotação está contida na frequência angular da FCEM. Por conseguinte, uma aproximação da velocidade angular elétrica de rotação pode ser determinada a partir da frequência elétrica das estimativas da FCEMs. Então, assumindo que essas estimativas convergem às grandezas reais, e substituindo-as em (2.64), advém-se:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_e^* &= \frac{d}{dt} \arctan \left( \frac{-\hat{e}_\alpha}{\hat{e}_\beta} \right) = \frac{\hat{e}_\alpha \frac{d}{dt} \hat{e}_\beta - \hat{e}_\beta \frac{d}{dt} \hat{e}_\alpha}{(\hat{e}_\alpha)^2 + (\hat{e}_\beta)^2} \\ &= \omega_e + \tilde{\omega}_e. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Examinando (4.1), constata-se que a frequência elétrica da FCEM contém a velocidade angular elétrica de rotação somada a um erro  $\tilde{\omega}_e$ . Esse erro é proveniente da forma de onda não senoidal da FCEM e possui o seu valor médio nulo.

Com base na análise acima, a velocidade angular elétrica de rotação pode ser obtida pelo valor médio de (4.1). Desta forma, a estratégia proposta à obtenção desse valor é apresentada no diagrama de blocos da Figura 4.2 e expressa na seguinte forma:

$$\hat{\omega}_e = \overline{\left( \frac{y_\alpha \dot{y}_\beta - y_\beta \dot{y}_\alpha}{y_\alpha^2 + y_\beta^2} \right)} \tag{4.2}$$

onde  $\hat{\omega}_e$  é a estimativa da velocidade angular elétrica de rotação,  $y_\alpha$  e  $y_\beta$  são as estimativas de FCEM filtradas, e  $\dot{y}_\alpha$  e  $\dot{y}_\beta$  são as derivadas dessas estimativas filtradas. A linha horizontal superior em (4.2) é denominada como sendo o valor médio.

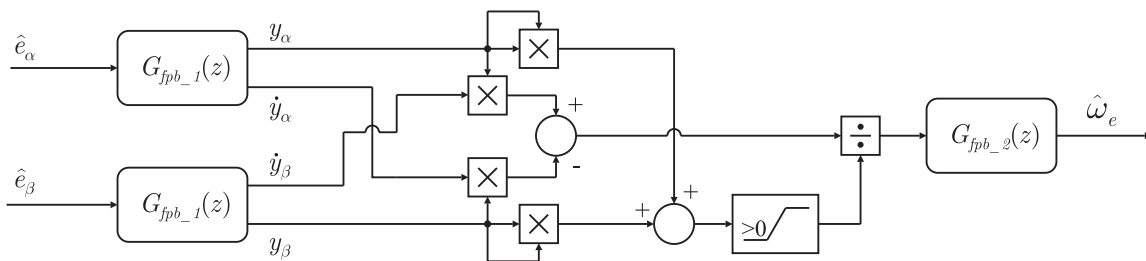


Figura 4.2 – Diagrama de blocos da estimação da velocidade angular elétrica do rotor.

Conforme Figura 4.2, filtros passa-baixa Butterworth de segunda ordem  $G_{f_{pb\_1}}$  atenuam as componentes de alta frequência das estimativas de FCEM. Em seguida, o filtro  $G_{f_{pb\_2}}$  reduz ainda mais a magnitude das componentes oscilatórias residuais da velocidade estimada, obtendo assim, o valor médio. Para evitar o erro por divisão por zero, um saturador com valor mínimo maior que zero é adicionado à estratégia proposta. Nesta tese, definiu-se o valor como 0.001% do quadrado do pico da FCEM máxima, ou seja, a saturação deve garantir a estimação na velocidade mínima do controle *sensorless*.

## 4.2.1.1 Filtro passa-baixa Butterworth de segunda ordem

A definição da função de transferência do filtro passa-baixa Butterworth de segunda ordem baseia-se na metodologia do filtro Butterworth normalizado (SCHILLING; HARRIS, 2011). Desta maneira, a função de transferência para um filtro de segunda ordem no domínio da frequência complexa  $s$  pode ser expressa por:

$$G_{f_{pb}}(s) = \frac{1}{p(y_p)} \Big|_{y_p = \frac{s}{\omega_n}} \quad (4.3)$$

onde  $p(y_p)$  é um polinômio normalizado característico, e  $\omega_n$  é a frequência angular de corte do filtro. Essa frequência de corte deve ser maior que a banda passante da malha de controle de velocidade.

O polinômio normalizado que especifica o filtro pode ser encontrado em Schilling e Harris (2011, p. 521) e ser escrito na forma

$$p(y_p) = y_p^2 + \sqrt{2} y_p + 1. \quad (4.4)$$

Substituindo (4.4) em (4.3) e simplificando, obtém-se:

$$G_{f_{pb}}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \sqrt{2} \omega_n s + \omega_n^2}. \quad (4.5)$$

Então, aplicando a Transformada  $z$  em (4.5), a função transferência do filtro passa-baixa no domínio complexo  $z$  pode ser representado por:

$$G_{f_{pb}}(z) = \frac{A_1 z + A_0}{B_2 z^2 + B_1 z + B_0} \quad (4.6)$$

onde os coeficientes  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $B_0$ ,  $B_1$  e  $B_2$  são dados na seguinte forma:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 - e^{-\chi_1} [\cos(\chi_1) + \sin(\chi_1)], & A_0 &= e^{-2\chi_1} + e^{-\chi_1} [-\cos(\chi_1) + \sin(\chi_1)] \\ B_2 &= 1, & B_1 &= -[2e^{-\chi_1} \cos(\chi_1)], & B_0 &= e^{-2\chi_1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

com

$$\chi_1 \triangleq \frac{T_s \sqrt{2} \omega_n}{2}. \quad (4.8)$$

Visando a implementação digital, o filtro  $G_{f_{pb}}(z)$  pode ser representado em equações de diferenças e expresso na seguinte forma:

$$x_{f_{pb1}(k+1)} = x_{f_{pb2}(k)} \quad (4.9)$$

$$x_{f_{pb2}(k+1)} = -B_0 x_{f_{pb1}(k)} - B_1 x_{f_{pb2}(k)} + u_{f_{pb}(k)} \quad (4.10)$$

$$y(k) = A_0 x_{f_{pb1}(k)} + A_1 x_{f_{pb2}(k)} \quad (4.11)$$

onde  $x_{f_{pb1}}$  e  $x_{f_{pb2}}$  são os estados internos do filtro na representação em espaço de estados,  $u_{f_{pb}}$  é a entrada do filtro, e  $y$  é a saída do filtro.

Por intermédio dos mesmos estados internos, é possível obter a diferenciação da variável de saída do filtro com base na metodologia da diferença posterior. Dessa maneira, a equação de diferenças pode ser dada por:

$$\begin{aligned}\dot{y}_{(k)} &= \frac{y_{(k+1)} - y_{(k)}}{T_s} \\ &= -\frac{(A_0 + A_1 B_0)}{T_s} x_{f_{pb1}(k)} - \frac{(-A_0 + A_1 B_1 + A_1)}{T_s} x_{f_{pb2}(k)} + \frac{A_1}{T_s} u_{f_{pb}(k)}\end{aligned}\quad (4.12)$$

onde  $\dot{y}$  é a derivada da variável de saída do filtro.

O diagrama de bode do filtro descrito por (4.9)-(4.12) é mostrado na Figura 4.3. Observa-se que esse filtro permite atenuar as altas frequências e, simultaneamente, determinar a derivada do sinal filtrado, utilizando os estados internos da mesma implementação. Em vista disso, o tempo de processamento digital é reduzido, pois não existe a necessidade de incluir uma outra abordagem à diferenciação da grandeza filtrada.

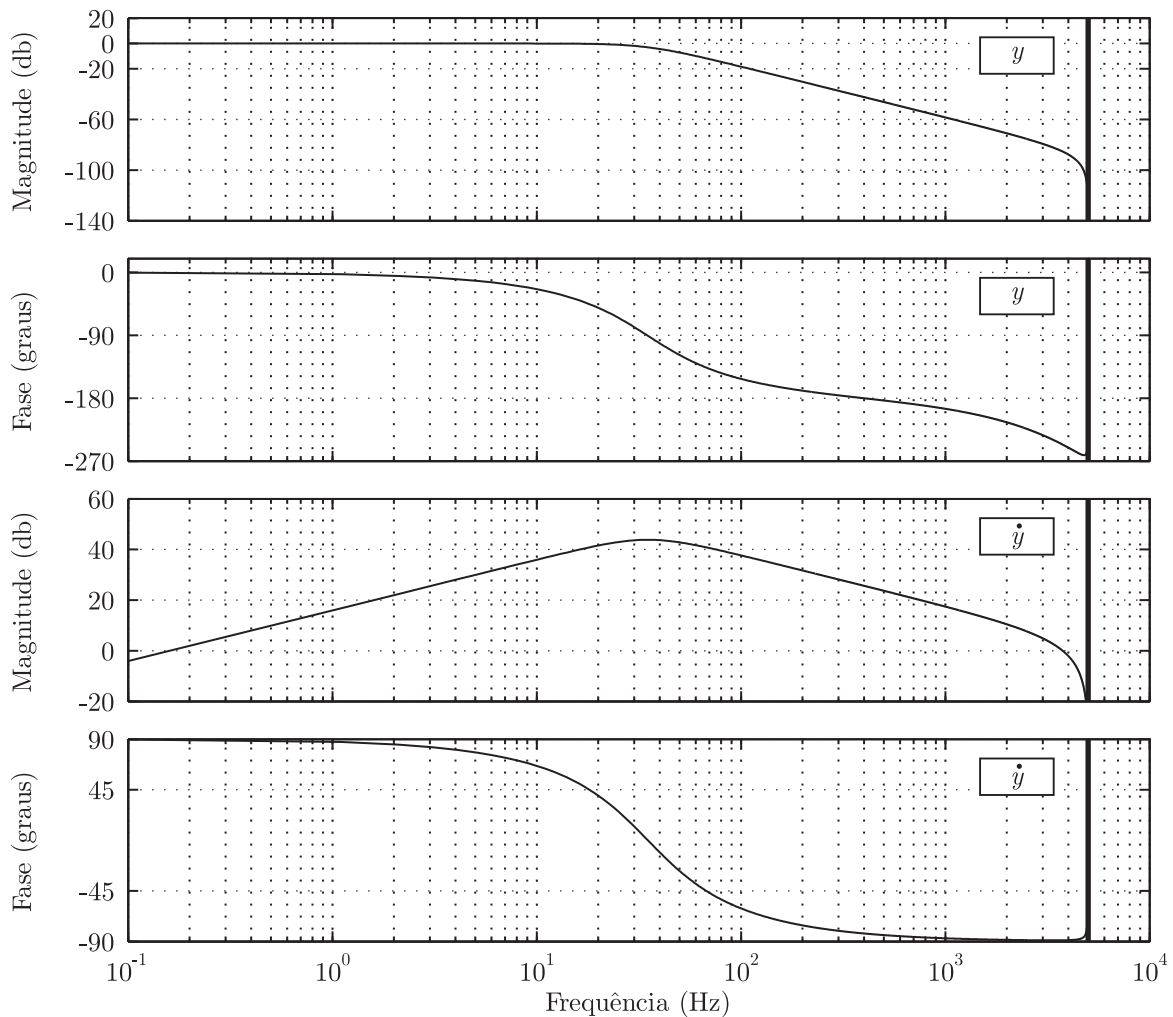


Figura 4.3 – Diagrama de Bode do filtro passa-baixa Butterworth de segunda ordem ( $\omega_n = 2\pi 35$  rad/s;  $T_s = 0.0001$ s).

#### 4.2.2 Filtragem seletiva da FCEM

O processo de filtragem seletiva consiste em extrair um conjunto predefinido de componentes harmônicas das estimativas de FCEM, e a partir desse conjunto, o conteúdo harmônico das variáveis<sup>3</sup> associadas à matriz de transformação síncrona é definido, ponderando a redução das ondulações de conjugado eletromagnético e o aprimoramento da eficiência energética. Paralelamente, a diferenciação dessas variáveis<sup>4</sup> com relação ao tempo e a reconstituição<sup>5</sup> da FCEM não senoidal são realizadas com a finalidade de estimar as variáveis de desacoplamento e compensação de distúrbio de tensão (FCEM).

A Figura 4.4 mostra o diagrama de blocos do conjunto de filtros passa-faixa  $G_{f_{pf}}(z)$  utilizados na filtragem seletiva. Esses filtros são sintonizados em frequências múltiplas da componente fundamental elétrica, cujo conjunto de frequências contém as componentes harmônicas mais significativas da FCEM. Com base em exemplos de MSIPs apresentados por Hanselman (2006), e no MSIP que será usado à validação das estratégias, define-se que o conjunto compõe-se da quinta, sétima, décima primeira e décima terceira componente harmônica. Evidentemente que essa definição está relacionada, indiretamente, às particularidades construtivas do motor, em que são distintas nos mais diversos MSIPs, conforme discutido no Capítulo 2. Desta forma, para um dado MSIP, componentes harmônicas podem ser adicionadas ou retiradas do processo de filtragem seletiva.

Nessa proposta, um filtro passa-baixa  $G_{f_{pb}}(z)$  é também utilizado para a operação em velocidades baixas a fim de aumentar a robustez do processo de filtragem durante variações de velocidade nessa região operacional.

O principal objetivo da inclusão da filtragem seletiva fundamenta-se na implementação do controle vetorial híbrido, que permite sintetizar correntes de fase não senoidais ou senoidais, conforme a velocidade angular de rotação. Essa motivação visa propiciar o aprimoramento da eficiência energética em aplicações com velocidade variável, e foi recentemente revelada por Kshirsagar e Krishnan (2012). Nesta tese, uma metodologia sobre como mapear a faixa operacional de melhoria da eficiência energética por simulação é apresentada no Apêndice B. Além disso, o algoritmo de seleção das componentes harmônicas, que será discutido a seguir, depende dos dados oriundos dessa metodologia.

Além do controle vetorial híbrido, a eliminação do *chattering* residual das estimativas de FCEM e a flexibilidade de definição do conteúdo harmônico da matriz de transformação são consideradas vantagens do processo de filtragem seletiva. Entretanto, uma desvantagem desse processo é a propagação do erro da estimação de velocidade ao erro de orientação vetorial, pois os filtros passa-faixa são sintonizados a partir dessa estimação de velocidade. Detalhes sobre os filtros passa-faixa são apresentados em seguida.

---

<sup>3</sup>As variáveis que compõem a matriz de transformação são  $\hat{e}_\alpha^f$  e  $\hat{e}_\beta^f$ .

<sup>4</sup>As derivadas das variáveis que compõem a matriz de transformação são  $\dot{\hat{e}}_\alpha^f$  e  $\dot{\hat{e}}_\beta^f$ .

<sup>5</sup>As variáveis reconstituídas da FCEM não senoidal são  $\hat{e}_\alpha^d$  e  $\hat{e}_\beta^d$ .

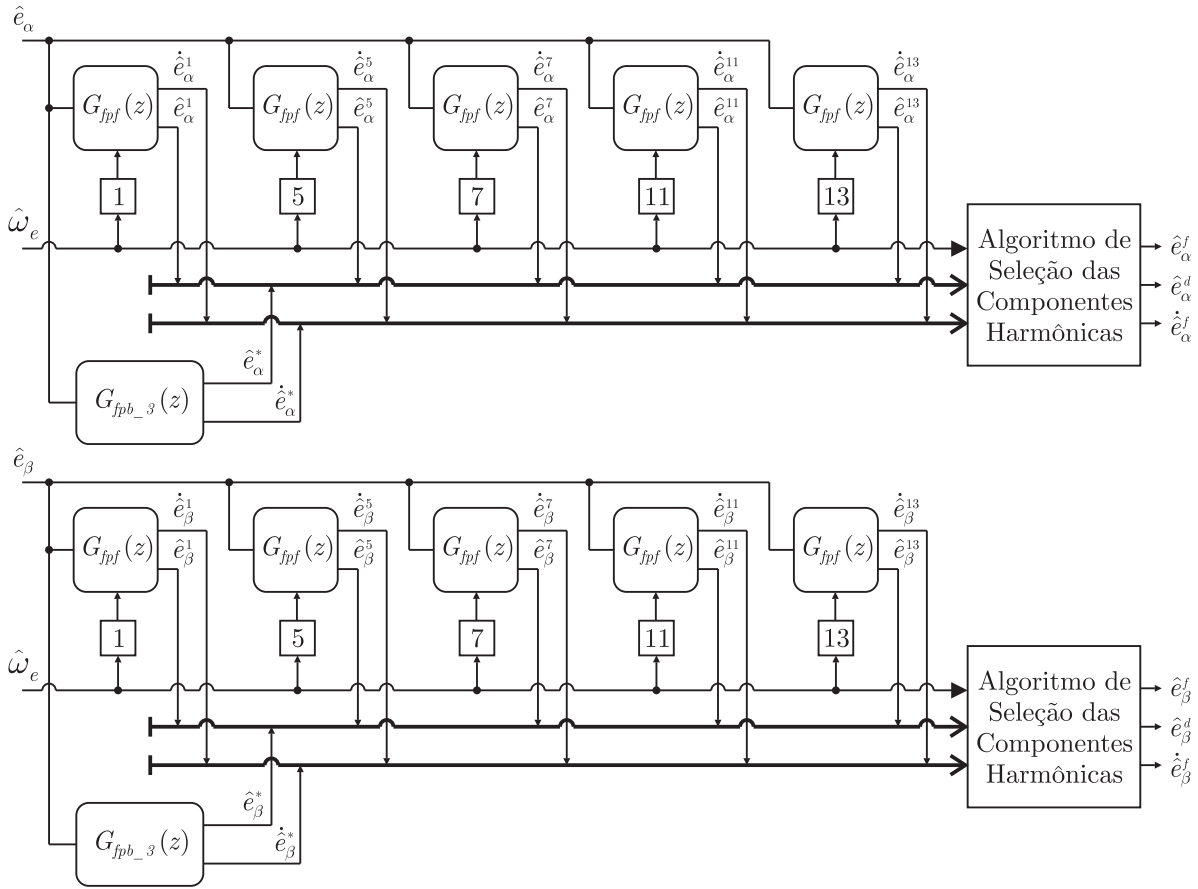


Figura 4.4 – Diagrama de blocos do processo de filtragem seletiva.

#### 4.2.2.1 Normalizador $k_n$

De forma concordante à matriz de transformação síncrona proposta no Capítulo 2, o normalizador é redefinido por:

$$k_n \triangleq \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_{pm} \hat{\omega}_e. \quad (4.13)$$

Desse modo, substituindo (4.13) em (2.75), o conjugado eletromagnético do MSIP é reescrito na forma:

$$T_e = \frac{P}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_{pm} i_q. \quad (4.14)$$

Com base no processo de filtragem seletiva e (4.13), a matriz de transformação síncrona é redefinida na seguinte forma:

$$\mathbf{T}_{dq} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{e}_\beta^f}{k_n} & -\frac{\hat{e}_\alpha^f}{k_n} \\ \frac{\hat{e}_\alpha^f}{k_n} & \frac{\hat{e}_\beta^f}{k_n} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

tal que  $|k_n| > 0$  e  $\hat{e}_i \rightarrow e_i$ , com  $i = \{\alpha, \beta\}$ .

## 4.2.2.2 Filtro digital passa-faixa de segunda ordem com frequência de corte variável

Com os propósitos de atender a operação do MSIP em velocidade variável e de permitir a seleção do conteúdo harmônico associado à matriz de transformação, adotou-se o filtro passa-faixa de segunda ordem com frequência de corte variável. Esse filtro é definido de tal maneira que a largura de banda é preservada em toda a faixa de velocidade. Por esse motivo, o filtro é descrito pela seguinte função de transferência:

$$G_{f_{pf}}(s) = \frac{\frac{(N_h \hat{\omega}_e)}{Q} s}{s^2 + \frac{(N_h \hat{\omega}_e)}{Q} s + (N_h \hat{\omega}_e)^2} \quad (4.16)$$

onde  $N_h$  é a ordem da componente harmônica da FCEM dada por  $N_h = \{1, 5, 7, 11, 13\}$ ,  $\hat{\omega}_e$  é a estimativa da velocidade angular elétrica e  $Q$  é o fator de qualidade do filtro.

Para obter o filtro digital, a equação (4.16) é discretizada usando a transformação Bilinear com *pré-warping* (ASTROM; WITTENMARK, 1997). Definiu-se essa técnica devido à simplicidade de implementação e principalmente pela compensação<sup>6</sup> do *warping* na frequência de interesse, aprimorando assim, a propriedade de rastreamento. A aproximação é expressa na seguinte forma:

$$s = \frac{N_h \hat{\omega}_e}{\tan\left(\frac{N_h \hat{\omega}_e T_s}{2}\right)} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4.17)$$

onde  $T_s$  é a frequência de amostragem do filtro.

Substituindo (4.17) em (4.16), determina-se a função de transferência do filtro digital passa-faixa de segunda ordem no domínio  $z$ , cuja representação é dada por

$$G_{f_{pf}}(z) = \frac{\sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)(z^2 - 1)}{[2Q + \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)]z^2 - 4Q \cos(T_s N_h \hat{\omega}_e)z + [2Q - \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)]} \quad (4.18)$$

e reescrita na forma

$$G_{f_{pf}}(z) = \frac{C_{2\_Nh} z^2 + C_{0\_Nh}}{D_{2\_Nh} z^2 + D_{1\_Nh} z + D_{0\_Nh}} \quad (4.19)$$

onde  $C_{2\_Nh}$ ,  $C_{0\_Nh}$ ,  $D_{2\_Nh}$ ,  $D_{1\_Nh}$  e  $D_{0\_Nh}$  são os coeficientes da função de transferência do filtro dados por

$$\begin{aligned} C_{2\_Nh} &= \frac{\sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)}{2Q + \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)}, & C_{0\_Nh} &= -C_{2\_Nh} \\ D_{2\_Nh} &= 1, & D_{1\_Nh} &= -\frac{4Q \cos(T_s N_h \hat{\omega}_e)}{2Q + \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)}, & D_{0\_Nh} &= \frac{2Q - \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)}{2Q + \sin(T_s N_h \hat{\omega}_e)}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

<sup>6</sup>A transformação Bilinear provoca uma distorção na escala de frequência devido a compressão não linear do mapeamento de  $s$  em  $z$  (ASTROM; WITTENMARK, 1997).

Analogamente ao filtro passa-baixa, o filtro  $G_{fpf}(z)$  pode ser representado em equações de diferenças, as quais podem ser escritas na seguinte forma:

$$x_{fpf1(k+1)} = x_{fpf2(k)} \tag{4.21}$$

$$x_{fpf2(k+1)} = - (D_{0\_Nh}) x_{fpf1(k)} - (D_{1\_Nh}) x_{fpf2(k)} + \hat{e}_i(k) \tag{4.22}$$

$$\hat{e}_i^{Nh}(k) = (C_{0\_Nh} - C_{2\_Nh} D_{0\_Nh}) x_{fpf1(k)} - (C_{2\_Nh} D_{1\_Nh}) x_{fpf2(k)} + (C_{2\_Nh}) \hat{e}_i(k) \tag{4.23}$$

onde  $x_{fpb1}$  e  $x_{fpb2}$  são os estados internos do filtro na representação em espaço de estados,  $\hat{e}_i(k)$  é a entrada do filtro e  $\hat{e}_i^{Nh}(k)$  é a saída do filtro com  $i = \{\alpha, \beta\}$ .

A diferenciação da variável de saída do filtro baseia-se no método da diferença anterior. Logo, derivada da variável de saída em relação ao tempo é calculada por:

$$\dot{\hat{e}}_i^{Nh}(k) = \frac{\hat{e}_i^{Nh}(k) - \hat{e}_i^{Nh}(k-1)}{T_s}, \text{ para } i = \{\alpha, \beta\}. \tag{4.24}$$

A Figura 4.5 mostra o diagrama de Bode do filtro passa-faixa para duas frequências de corte distintas. Analisando as curvas de magnitude, é possível constatar que a largura de banda entorno da frequência de corte é preservada, como previamente discutido. Salienta-se ainda que essa largura de banda é estabelecida pelo fator de qualidade  $Q$ .

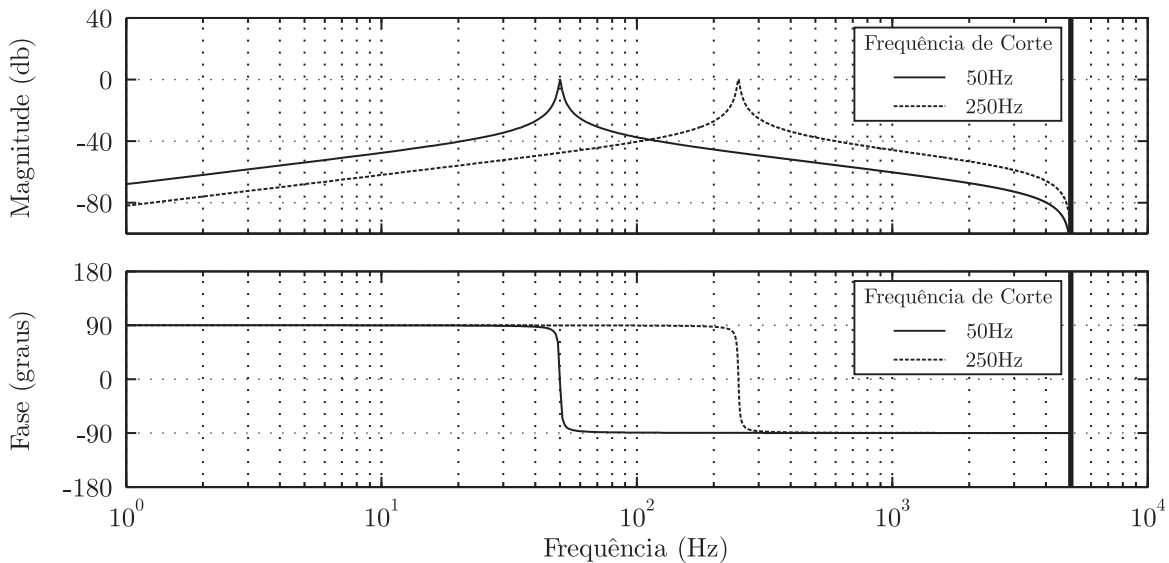


Figura 4.5 – Diagrama de Bode do filtro passa-faixa ( $Q = 50$ ,  $T_s = 0.0001s$ ).

A influência do fator de qualidade na resposta do filtro é evidenciado na Figura 4.6. Para um  $Q$  menor, o tempo de acomodação é reduzido, como mostrado na Figura 4.6(a). Por outro lado, quando aumenta-se o fator de qualidade, o tempo de acomodação também aumenta, conforme exibido na Figura 4.6(b). Portanto, a sintonia de  $Q$  deve levar em consideração o tempo de acomodação do filtro, e esse tempo deve ser coerente com a resposta dinâmica do motor e dos elementos mecânicos acoplados, a fim de evitar erros significativos de orientação durante variações de velocidade.



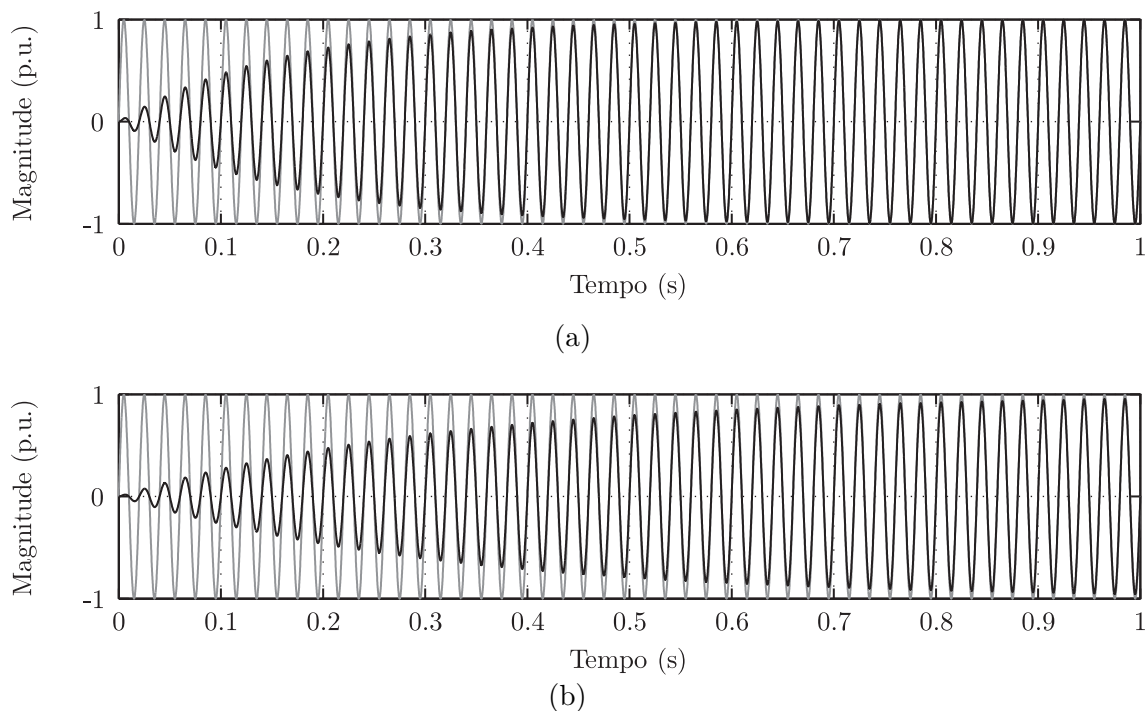


Figura 4.6 – Resposta do filtro passa-faixa para um sinal de entrada senoidal de 50 Hz com sintonia em 50 Hz: (a)  $Q = 25$  e  $T_s = 0.0001s$ ; (b)  $Q = 50$  e  $T_s = 0.0001s$ .

#### 4.2.3 Algoritmo de seleção das componentes harmônicas da FCEM: Controle híbrido

Como discutido em capítulos anteriores, a síntese das correntes não senoidais pode proporcionar, dependendo da FCEM do motor, a redução da corrente RMS e, consequentemente, a redução das perdas no cobre. Entretanto, essas correntes provocam o aumento das perdas no ferro em altas rotações. Desta forma, existe<sup>7</sup> uma faixa operacional de velocidade, em que as perdas no cobre são menores do que as perdas no ferro, tornando o acionamento com correntes não senoidais atrativo, principalmente, devido ao possível aumento de eficiência energética e à redução das ondulações de conjugado eletromagnético.

Em vista da análise acima, o algoritmo de seleção das componentes harmônicas deve ter a capacidade de permitir a síntese de correntes não senoidais e senoidais, em função da velocidade de rotação. Logo, denomina-se a nomenclatura de controle vetorial *sensorless* não senoidal e senoidal, fundamentado na forma de onda da corrente do estator. A velocidade de rotação específica, que estabelece a transição entre os métodos de controle, pode ser inicialmente estipulada com base na metodologia proposta no Apêndice B.

A Figura 4.7 sumariza as estratégias propostas ao controle híbrido e à partida. Assim, são definidas três regiões de operação: controle  $I-f$ , controle vetorial *sensorless* não senoidal e controle vetorial *sensorless* senoidal; e ainda, há duas regiões de transição. Nessa proposta, o controle  $I-f$  supre a necessidade de um método de partida e a operação

<sup>7</sup>Essa afirmação pode ser verificada no método apresentado no Apêndice B.

em velocidades baixas, em que as estimativas de FCEM não são obtidas adequadamente, por restrição de observabilidade em velocidade nula e limitações introduzidas pela aquisição de sinais. Esse método de controle complementar será tratado no próximo capítulo.

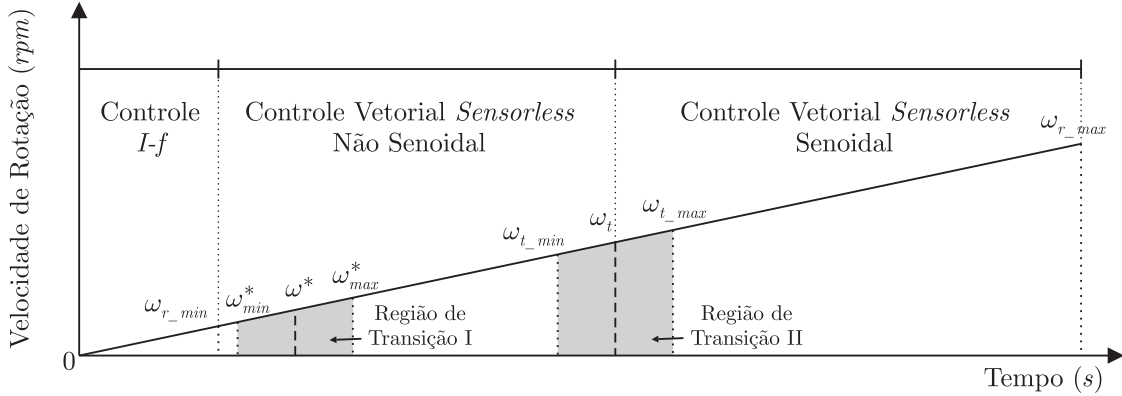


Figura 4.7 – Estratégia proposta ao controle híbrido do MSIP.

As funções auxiliares, que determinam as regiões de transição, estão ilustradas na Figura 4.8 e são definidas como:

$$f_{\varphi 1}(\hat{\omega}_e) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{\omega}_e < \omega_{min}^* \\ \frac{\hat{\omega}_e - \omega_{min}^*}{\omega_{max}^* - \omega_{min}^*} & \text{se } \omega_{min}^* \leq \hat{\omega}_e \leq \omega_{max}^* \\ 1 & \text{se } \hat{\omega}_e > \omega_{max}^* \end{cases} \quad (4.25)$$

$$f_{\varphi 2}(\hat{\omega}_e) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{\omega}_e < \omega_{t\_min} \\ \frac{\hat{\omega}_e - \omega_{t\_min}}{\omega_{t\_max} - \omega_{t\_min}} & \text{se } \omega_{t\_min} \leq \hat{\omega}_e \leq \omega_{t\_max} \\ 1 & \text{se } \hat{\omega}_e > \omega_{t\_max} \end{cases} \quad (4.26)$$

onde  $\omega_{min}^*$  é a velocidade mínima da região de transição I,  $\omega_{max}^*$  é a velocidade máxima da região de transição I,  $\omega_{t\_min}$  é a velocidade mínima da região de transição II,  $\omega_{t\_max}$  é a velocidade máxima da região de transição II,  $\omega^*$  é a velocidade média na região de transição I e  $\omega_t$  é a velocidade de transição entre os métodos de controle vetoriais. Observe que essas funções proporcionam uma transição linear e suave entre as regiões de operação.

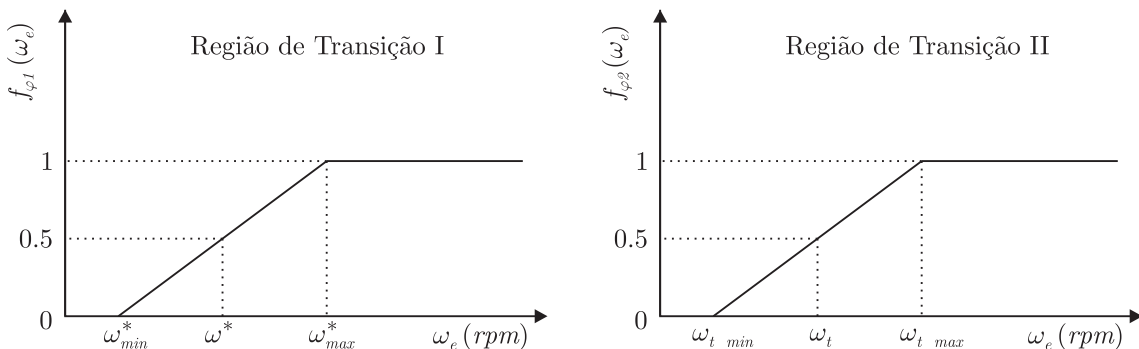


Figura 4.8 – Definição das funções auxiliares correspondentes às regiões de transição.

Com base nas Figuras 4.7 e 4.8, define-se:

$$\hat{e}_i^f \triangleq \begin{cases} f_{\varphi 1} (\hat{e}_i^1 + \hat{e}_i^5 + \hat{e}_i^7 + \hat{e}_i^{11} + \hat{e}_i^{13}) + (1 - f_{\varphi 1}) \hat{e}_i^* & \text{se } \hat{\omega}_e \leq \omega_{max}^* \\ f_{\varphi 2} \hat{e}_i^1 + (1 - f_{\varphi 2}) (\hat{e}_i^1 + \hat{e}_i^5 + \hat{e}_i^7 + \hat{e}_i^{11} + \hat{e}_i^{13}) & \text{se } \hat{\omega}_e > \omega_{max}^* \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\dot{\hat{e}}_i^f \triangleq \begin{cases} f_{\varphi 1} (\dot{\hat{e}}_i^1 + \dot{\hat{e}}_i^5 + \dot{\hat{e}}_i^7 + \dot{\hat{e}}_i^{11} + \dot{\hat{e}}_i^{13}) + (1 - f_{\varphi 1}) \dot{\hat{e}}_i^* & \text{se } \hat{\omega}_e \leq \omega_{max}^* \\ f_{\varphi 2} \dot{\hat{e}}_i^1 + (1 - f_{\varphi 2}) (\dot{\hat{e}}_i^1 + \dot{\hat{e}}_i^5 + \dot{\hat{e}}_i^7 + \dot{\hat{e}}_i^{11} + \dot{\hat{e}}_i^{13}) & \text{se } \hat{\omega}_e > \omega_{max}^* \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\hat{e}_i^d \triangleq \begin{cases} f_{\varphi 1} (\hat{e}_i^1 + \hat{e}_i^5 + \hat{e}_i^7 + \hat{e}_i^{11} + \hat{e}_i^{13}) + (1 - f_{\varphi 1}) \hat{e}_i^* & \text{se } \hat{\omega}_e \leq \omega_{max}^* \\ \hat{e}_i^1 + \hat{e}_i^5 + \hat{e}_i^7 + \hat{e}_i^{11} + \hat{e}_i^{13} & \text{se } \hat{\omega}_e > \omega_{max}^* \end{cases} \quad (4.29)$$

onde  $f_{\varphi 1}$  e  $f_{\varphi 2}$  são as funções auxiliares de transição nas regiões I e II, com  $i = \{\alpha, \beta\}$ .

### 4.3 Projeto dos controladores de corrente

O projeto das malhas de controle das correntes de eixo direto e de quadratura fundamenta-se no modelo dinâmico descrito por (2.68). Analisando as equações desse modelo, é possível verificar a presença de um acoplamento entre as equações de eixo  $d$  e  $q$  com respeito a frequência angular  $\omega_e^*$ . Esse acoplamento, oriundo da transformação ao referencial síncrono, é característico nessa técnica de modelagem, e pode comprometer o desempenho operacional das malhas de controle nas médias e altas velocidades. Para contornar esse problema, são adicionadas alimentações diretas nas ações de controle com a finalidade de desacoplar as malhas. Além disso, a alimentação direta pode ser definida de tal modo a compensar distúrbios de tensão nas malhas de corrente.

As variáveis de desacoplamento e de compensação de distúrbio<sup>8</sup> das malhas de corrente são definidas por:

$$\begin{aligned} v_{fd} &= \omega_o L_s i_d - \omega_e^* L_s i_q + e_d \\ v_{fq} &= \omega_o L_s i_q + \omega_e^* L_s i_d + e_q. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Assumindo que as variáveis  $v_{fd}$  e  $v_{fq}$  podem ser plenamente obtidas e adicionadas às ações de controle  $u_d$  e  $u_q$ , então, as tensões de fase podem ser definidas por:

$$\begin{aligned} v_d &= u_d + v_{fd} \\ v_q &= u_q + v_{fq}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Assim, substituindo (4.31) em (2.68), advém-se o modelo dinâmico desacoplado do MSIP, que pode ser expresso na forma

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_s \frac{d}{dt} i_d \\ u_q &= R_s i_q + L_s \frac{d}{dt} i_q. \end{aligned} \quad (4.32)$$

<sup>8</sup>Distúrbio causado pelas FCEMs expressas no referencial síncrono  $dq$ .

Aplicando a transformada de Laplace em (4.32), é possível obter as seguintes funções de transferência:

$$G_{id}(s) = \frac{1}{L_s s + R_s} = \frac{i_d(s)}{u_d(s)} \quad (4.33)$$

$$G_{iq}(s) = \frac{1}{L_s s + R_s} = \frac{i_q(s)}{u_q(s)}. \quad (4.34)$$

O projeto dos controladores é realizado no domínio  $z$ , o que demanda a discretização da planta. Assim, aplicando a transformada Z em (4.33), obtém-se:

$$G_{pe}(z) = \frac{1 - e^{-\frac{R}{L_s} T_s}}{R \left( z - e^{-\frac{R}{L_s} T_s} \right)} \quad (4.35)$$

onde  $G_{pe}(z)$  é a função de transferência da planta do circuito elétrico equivalente e desacoplado no domínio  $z$ .

O controlador Proporcional-Integral (PI) adotado em ambas as malhas de controle é definido pela seguinte representação:

$$G_c(z) \triangleq K_{c1} \frac{z - K_{c2}}{z - 1} \quad (4.36)$$

onde  $K_{c1}$  e  $K_{c2}$  são os ganhos do controlador.

A metodologia de projeto do controlador baseia-se em duas considerações: o cancelamento do polo da planta, e a especificação da frequência de corte  $f_{c\_ele}$  da função de transferência de malha aberta. Desse modo, o ganho  $K_{c2}$  é definido por

$$K_{c2} = e^{-\frac{R}{L_s} T_s} \quad (4.37)$$

e o ganho  $K_{c1}$  pode ser calculado por

$$|G_c(z)G_{pe}(z)| = 1 \Big|_{z=e^{-i2\pi f_{c\_ele} T_s}}. \quad (4.38)$$

Evidenciando, o ganho  $K_{c1}$  de (4.38), determina-se:

$$K_{c1} = \frac{R \sqrt{[\cos(2\pi f_{c\_ele} T_s) - 1]^2 + \sin(2\pi f_{c\_ele} T_s)^2}}{|e^{-\frac{R}{L_s} T_s} - 1|}. \quad (4.39)$$

Da função de transferência (4.36), os controladores das correntes de eixo direto e de quadratura podem ser representados em equações de diferenças e escritos por

$$\begin{aligned} u_d(k) &= K_{c1} \left( e_{id(k)} - K_{c2} e_{id(k-1)} \right) + u_d(k-1) \\ u_q(k) &= K_{c1} \left( e_{iq(k)} - K_{c2} e_{iq(k-1)} \right) + u_q(k-1) \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde  $u_d$  e  $u_q$  são as ações de controle e  $e_{id}$  e  $e_{iq}$  são os erros de corrente.

### 4.3.1 Estimação das variáveis de desacoplamento e compensação de distúrbio

A estimação das variáveis de desacoplamento e compensação de distúrbio baseia-se em (2.61), (2.63), (4.27)-(4.29) e (4.30). Primeiramente, assume-se que a taxa de variação da velocidade seja pequena em regime permanente,

$$\frac{1}{k_n} \dot{k}_n \approx 0. \quad (4.41)$$

Então, uma estimativa da frequência angular  $\omega_o$ , a partir de (2.61), pode ser obtida por:

$$\hat{\omega}_{o(k)} = -\frac{\hat{e}_{\alpha(k)}^f \dot{\hat{e}}_{\alpha(k)}^f + \hat{e}_{\beta(k)}^f \dot{\hat{e}}_{\beta(k)}^f}{\left(\hat{e}_{\alpha(k)}^f\right)^2 + \left(\hat{e}_{\beta(k)}^f\right)^2}. \quad (4.42)$$

De forma análoga à (4.42), a estimativa da frequência angular  $\omega_e$  é determinada por:

$$\hat{\omega}_{e(k)}^* = \frac{\hat{e}_{\alpha(k)}^f \dot{\hat{e}}_{\beta(k)}^f - \hat{e}_{\beta(k)}^f \dot{\hat{e}}_{\alpha(k)}^f}{\left(\hat{e}_{\alpha(k)}^f\right)^2 + \left(\hat{e}_{\beta(k)}^f\right)^2}. \quad (4.43)$$

Por outro lado, as estimativas das FCEMs no referencial síncrono  $dq$  podem ser estabelecidas aplicando (4.15) em (4.29). Dessa forma, as estimativas são calculadas pela seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{d(k)} &= \frac{1}{k_n} \left( \hat{e}_{\beta(k)}^f \hat{e}_{\alpha(k)}^d - \hat{e}_{\alpha(k)}^f \hat{e}_{\beta(k)}^d \right) \\ \hat{e}_{q(k)} &= \frac{1}{k_n} \left( \hat{e}_{\alpha(k)}^f \hat{e}_{\alpha(k)}^d - \hat{e}_{\beta(k)}^f \hat{e}_{\beta(k)}^d \right). \end{aligned} \quad (4.44)$$

Por fim, substituindo (4.42), (4.43) e (4.44) em (4.30), as estimativas das variáveis de desacoplamento e compensação de distúrbio podem ser expressas por

$$\begin{aligned} \hat{v}_{fd(k)} &= \hat{\omega}_{o(k)} L_s i_{d(k)} - \hat{\omega}_{e(k)}^* L_s i_{q(k)} + \hat{e}_{d(k)} \\ \hat{v}_{fq(k)} &= \hat{\omega}_{o(k)} L_s i_{q(k)} + \hat{\omega}_{e(k)}^* L_s i_{d(k)} + \hat{e}_{q(k)}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

## 4.4 Projeto do controlador de velocidade

A metodologia de projeto do controlador de velocidade é análoga ao projeto do controlador de corrente. No entanto, considera-se que os ganhos são sintonizados de tal maneira que a resposta dinâmica associada à malha de corrente seja superior à da malha de velocidade, resultando no desacoplamento dinâmico entre as malhas referidas.

Assumindo que o conjugado de carga é um distúrbio exógeno, e então, aplicando a transformada de Laplace em (2.11), determina-se a seguinte função de transferência:

$$G_{mec}(s) = \frac{1}{Js + B} = \frac{\omega_r(s)}{T_e(s)}. \quad (4.46)$$

Para discretizar a função transferência (4.46), que rege o comportamento mecânico do sistema, aplica-se a transformada Z, e obtém-se a seguinte função:

$$G_{mec}(z) = \frac{1 - e^{-\frac{B}{J}T_s}}{B(z - e^{-\frac{B}{J}T_s})} \quad (4.47)$$

onde  $G_{mec}(z)$  é a função de transferência no domínio  $z$  da planta associada ao sistema mecânico.

O controlador PI adotado na malha de velocidade é definido por:

$$G_\omega(z) \triangleq K_{\omega 1} \frac{z - K_{\omega 2}}{z - 1} = \frac{T_{e\_ref}}{e_\omega} \quad (4.48)$$

onde  $K_{\omega 1}$  e  $K_{\omega 2}$  são os ganhos do controlador.

De forma análoga à (4.37) e à (4.39), os ganhos do controlador de velocidade são calculados por:

$$K_{\omega 2} = e^{-\frac{B}{J}T_s} \quad (4.49)$$

$$K_{\omega 1} = \frac{B\sqrt{[\cos(2\pi f_{c\_mec} T_s) - 1]^2 + \sin(2\pi f_{c\_mec} T_s)^2}}{|e^{-\frac{B}{J}T_s} - 1|}. \quad (4.50)$$

A função de transferência, dada por (4.48), pode ser representada em equações de diferenças na seguinte forma:

$$u_{\omega(k)} = K_{\omega 1} (e_{\omega(k)} - K_{\omega 2} e_{\omega(k-1)}) + u_{\omega(k-1)} \quad (4.51)$$

onde  $u_\omega$  é a ação de controle,  $e_\omega$  é o erro de velocidade e  $T_{e\_ref(k)} = u_{\omega(k)}$ , em que  $T_{e\_ref(k)}$  é o conjugado eletromagnético de referência.

Logo, a corrente de referência de eixo de quadratura é determinada por:

$$i_{q\_ref} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{2 T_{e\_ref}}{P \lambda_{pm}}. \quad (4.52)$$

## 4.5 Considerações finais

Este capítulo apresentou uma nova alternativa ao controle vetorial *sensorless* do MSIP com FCEM não senoidal e com ímãs de superfície. Por intermédio dessa alternativa, é possível maximizar a eficiência do motor utilizando o controle híbrido. Além disso, para eliminar o uso do sensor de posição e possibilitar a implementação da nova matriz de transformação síncrona, adotou-se o observador de corrente proposto no Capítulo 3, o qual permite obter estimativas da FCEM não senoidal no referencial estacionário  $\alpha\beta$ . De modo a complementar a metodologia, a estimação de velocidade, o processo de filtragem seletiva e os procedimentos de sintonia dos controladores foram descritos em detalhes neste capítulo. Por fim, a validação dos desenvolvimentos teóricos será investigada a seguir.

## 5 CONTROLE I-F: PARTIDA E OPERAÇÃO EM BAIXA ROTAÇÃO

Os capítulos anteriores apresentam estratégias ao controle vetorial *sensorless* fundamentado na FCEM. Entretanto, conforme exposto na revisão bibliográfica do Capítulo 1 e de acordo com a transformação síncrona proposta, as técnicas dependentes da FCEM possuem limitações operacionais em velocidades próximas de zero e na velocidade nula. Essa limitação decorre em função da perda de observabilidade da FCEM. Uma alternativa de contornar esse desafio é empregar um método complementar, visando a partida do motor e a operação em velocidades baixas. Dois métodos de controle em malha aberta de velocidade são usualmente aplicados: o controle  $v$ - $f$  e o controle I- $f$ . O controle  $v$ - $f$  é um método de fácil implementação, pois não requer sensores de corrente. Contudo, esse método não é robusto às variações paramétricas do sistema (WU; SLEMON, 1991). Por outro lado, o controle I- $f$  é uma abordagem robusta à essa classe de variações, e ainda propicia, intrinsecamente, a proteção contra sobrecorrente. Nessa segunda estratégia, a magnitude das correntes do estator é controlada em malha fechada com a imposição da frequência do campo girante, de forma similar ao controle  $v$ - $f$ .

Diferentemente dos métodos discutidos na revisão bibliográfica do Capítulo 1, este capítulo apresentará um método de controle I- $f$  complementar ao controle vetorial *sensorless* não senoidal para MSIPs com ímãs de superfície. Como enunciado acima, esse método supre a partida e a operação em baixas rotações, e ainda, fundamenta-se na proposta de transição entre métodos de controle apresentada em Baratieri e Pinheiro (2014d). Dessa maneira, o método permite a transição bidirecional entre o controle I- $f$  e o controle vetorial *sensorless* de forma rápida e suave, evitando transitórios abruptos de conjugado eletromagnético, mesmo quando o conjugado de carga é desconhecido. Essa suave transição em apenas uma amostra de tempo é obtida por meio da reinicialização dos controladores de corrente e de velocidade implementados na forma digital. Além disso, o método proposto também possibilita a operação com velocidade nula bem como a reversão do sentido de rotação. Em seguida, a metodologia proposta será descrita evidenciando os detalhes sobre o projeto do controle I- $f$ .

### 5.1 Descrição geral do controle I- $f$

A Figura 5.1 descreve a implementação do método de controle I- $f$  e a sua relação com o controle vetorial *sensorless*. Observe que as mesmas estruturas dos controladores de corrente são compartilhadas em ambas as estratégias. Assim, o controle I- $f$  requer um referencial síncrono para a sua adequada operação, ou seja, se faz necessária a transformação

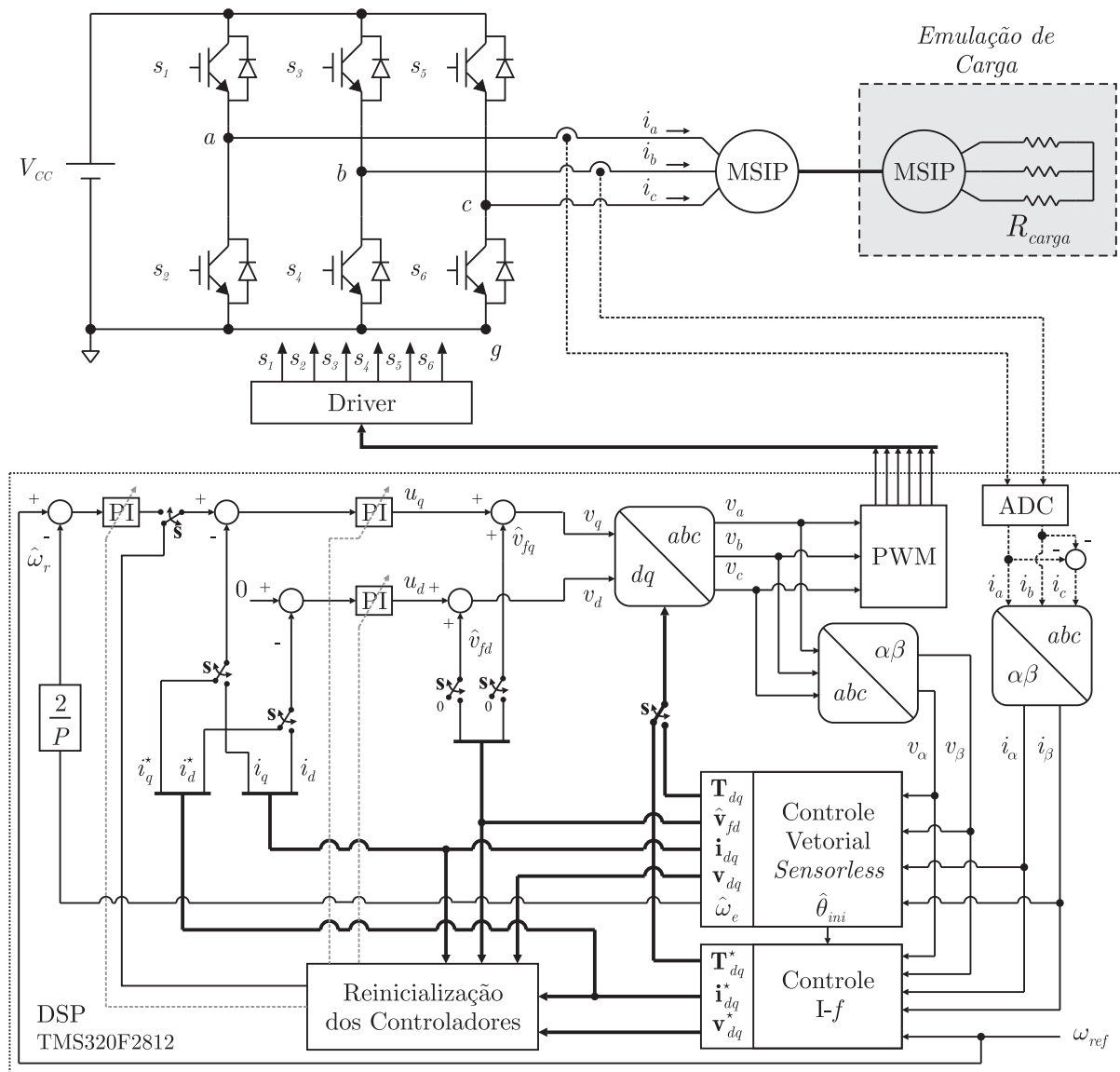


Figura 5.1 – Diagrama de blocos do sistema de controle I-f.

das tensões e correntes do estator para um referencial arbitrário. Além disso, a reinicialização dos controladores é exigida na transição entre os métodos. Esse processo de reinicialização<sup>1</sup> consiste em alterar os ganhos dos controladores, e redefinir os seus estados internos, levando em consideração o erro entre os referencias síncronos. Conforme mostrado no diagrama, a transição é estabelecida pela chave denominada de  $s$ , em que o seu estado é definido por uma velocidade de transição<sup>2</sup>. Salienta-se que as duas estratégias de controle devem ter a capacidade de execução simultânea a fim de possibilitar a apropriada transição bidirecional. Em seguida, a transformação síncrona arbitrária será discutida.

<sup>1</sup>O métodos de controle I-f, que são encontrados na literatura, comutam apenas o ângulo de referência da transformação síncrona.

<sup>2</sup>A velocidade de transição é estipulada com base na velocidade mínima de operação do observador.



### 5.1.1 Determinação da transformação síncrona arbitrária do controle I-f

Os eixos de referência síncrona arbitrária são definidos por meio da velocidade angular de referência e da estimativa da posição do rotor a cada primeira execução do controle I-f (transição bidirecional). Essa estimativa é estabelecida após o alinhamento do rotor na partida inicial e a cada transição entre o controle vetorial *sensorless* e o controle I-f. Em vista disso, o ângulo de referência para a transformação síncrona arbitrária é definido por:

$$\theta_{if(k)} = \omega_{ref(k)}(T_s) + \hat{\theta}_{ini(k)} \quad (5.1)$$

onde  $\hat{\theta}_{ini}$  é o ângulo inicial do referencial arbitrário com relação ao eixo magnético do rotor, e  $T_s$  é o período de amostragem das correntes.

Com base nos eixos de referência da Figura 5.2, a matriz de transformação síncrona do referencial estacionário  $\alpha\beta$  para o referencial arbitrário  $d^*q^*$  pode ser expressa por:

$$T_{dq}^* = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{if}) & -\sin(\theta_{if}) \\ \sin(\theta_{if}) & \cos(\theta_{if}) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

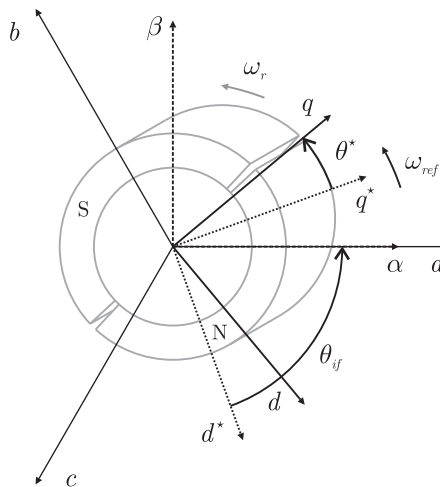


Figura 5.2 – Eixos de referência síncrona arbitrária e do controle vetorial *sensorless*.

## 5.2 Partida inicial do MSIP

O método de partida proposto está dividido em três estágios: alinhamento do rotor em uma posição predefinida; imposição de uma referência de frequência controlando as correntes do estator sob um referencial síncrono arbitrário; e a reinicialização dos controladores do sistema permitindo uma transição suave entre os eixos de referência. A seguir, será apresentada a metodologia de projeto do controle I-f que determina uma rampa de frequência angular para a partida inicial do motor.

### 5.2.1 Alinhamento inicial do rotor

Na literatura, podem ser encontradas duas abordagens para determinar a posição inicial do rotor sem sensores mecânicos. Na primeira, sinais de alta frequência são injetados no estator da máquina a fim de estimar a posição angular do rotor por intermédio das suas anisotropias (p.ex. saliências, variação de relutância e saturação) (BENJAK; GERLING, 2010c),(BRIZ; DEGNER, 2011). Na segunda, o rotor é alinhado em uma posição predefinida, energizando os enrolamentos do estator com uma tensão contínua. No método implementado nesta tese, adotou-se a aplicação de uma tensão  $v_{ab}$  contínua durante um curto intervalo de tempo, enquanto que as tensões  $v_{bc}$  e  $v_{ca}$  são mantidas nulas. Desse modo, o eixo magnético do rotor irá se alinhar com a bobina mais próxima da fase  $a$ . Portanto, pode-se estimar a posição do rotor com base nesse processo e nos aspectos construtivos da máquina. Destaca-se que há a possibilidade de uma rotação no sentido reverso ao desejado por um curto período de tempo. Além disso, quanto maior a simetria entre as FCEMs, menor será o erro de estimativa do ângulo de alinhamento. Aplicações com rotação unidirecional, que não permite a rotação em sentido oposto, não podem usar essa última abordagem.

## 5.3 Projeto do controle I-f

O controle I-f consiste em impor uma velocidade do rotor por meio do controle vetorial das correntes do estator em malha fechada. Para isso, as correntes são controladas em um referencial síncrono arbitrário, tal que o rotor possa ser sincronizado à frequência angular imposta pelo campo girante do motor. Conseqüentemente, é possível acelerar o rotor da condição estática até uma velocidade angular que permita a transição ao controle *sensorless*. No entanto, para obter uma partida suave, a frequência do campo girante deve ser compatível com a dinâmica mecânica do sistema. Uma referência de frequência com inclinação adequada é ilustrada na Figura 5.3. Essa rampa visa a aplicação do método em sistemas com rotação unidirecional, porém **o controle I-f projetado para essa partida inicial pode ser estendido para suprir as necessidades de reversão do sentido de rotação e a operação em baixas rotações**<sup>3</sup>.

Durante o intervalo de controle I-f, o sinal de referência, que define a velocidade angular do rotor bem como o referencial síncrono na partida inicial, é calculado por:

$$\omega'_{ref} = \begin{cases} \frac{\omega_f^*}{T_r} t & t \leq T_r \\ \omega_{ref} & t > T_r \end{cases} \quad (5.3)$$

onde  $\omega_f^*$  é a velocidade do rotor desejada no instante de transição ao controle *sensorless*, e  $T_r$  é o intervalo de tempo que junto com  $\omega_f^*$  define a inclinação da rampa de referência.

<sup>3</sup>Se as condições de carga e a aceleração da velocidade de referência forem concordantes com o projeto da rampa de partida, o controle I-f estará adequadamente projetado para os modos de operação referidos.

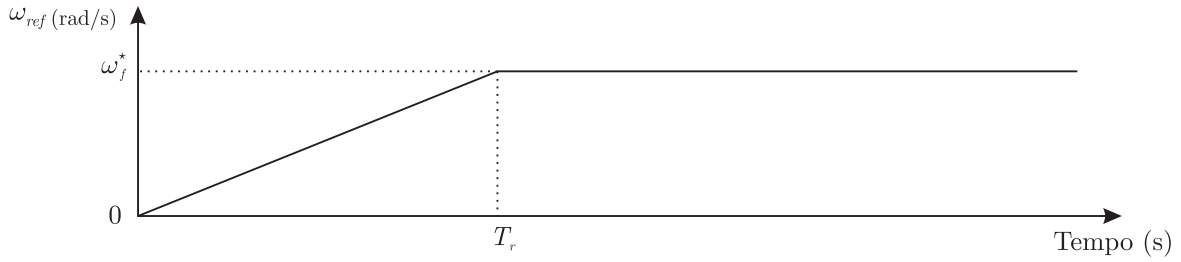


Figura 5.3 – Rampa de referência da partida inicial.

O ângulo inicial  $\hat{\theta}_{ini}$ , na partida ou na transição bidirecional, deve ser definido de tal forma a assegurar a operação do motor na região estável, ou seja, os eixos de referência síncrona arbitrária devem estar inicialmente atrasados em relação aos eixos de referência do controle vetorial *sensorless*. Essa particularidade bem como a faixa de projeto desse ângulo ficará evidente nas próximas discussões.

Assumindo a orientação entre os eixos de referência mostrados na Figura 5.2, tal que  $i_d^* = 0$ , é possível inferir que:

$$i_d = i_q^* \sin(\theta^*) \quad (5.4)$$

$$i_q = i_q^* \cos(\theta^*) \quad (5.5)$$

onde  $\theta^*$  é a diferença angular entre os eixos de referência síncrona  $dq$  e  $d^*q^*$ ,  $i_d^*$  e  $i_q^*$  são as correntes de eixo direto e de quadratura do estator no referencial síncrono arbitrário. Assim, substituindo (5.5) em (4.14), advém-se o conjugado eletromagnético do MSIP que pode ser reescrito na seguinte forma:

$$T_e = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{P}{2} \lambda_{pm} i_q^* \cos(\theta^*) . \quad (5.6)$$

Então, substituindo (5.6) em (2.11), obtém-se a equação dinâmica que governa o comportamento mecânico durante a partida do motor, a qual pode ser representada como:

$$J \frac{d}{dt} \omega_r = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{P}{2} \lambda_{pm} i_q^* \cos(\theta^*) - T_c - B \omega_r . \quad (5.7)$$

Com base em (5.3) e na orientação mostrada na Figura 5.2, a taxa de variação de  $\theta^*$  durante o período de aceleração em rampa pode ser expresso por:

$$\frac{d}{dt} \theta^* = \omega_r - \frac{\omega_f^*}{T_r} t . \quad (5.8)$$

Observe que (5.7) e (5.8) formam uma equação diferencial não linear e não homogênea de segunda ordem, que é complexa de se solucionar analiticamente. Em Wang, Lu e Blaabjerg (2012), uma análise de uma equação similar foi realizada visando o projeto da rampa de frequência. Contudo, o coeficiente de atrito, que junto com a inércia do sistema determinam a constante de tempo mecânica, foi desprezado da análise.

Uma análise qualitativa de (5.7), assumindo que  $i_q^*$  e  $T_c$  são constantes positivas, pode revelar dois modos dinâmicos distintos para a partida do motor. No primeiro modo, a operação do motor é estável quando  $0 \leq \theta^* < 90^\circ$ . Esse comportamento tem sido reportado por Wang, Lu e Blaabjerg (2012) como uma capacidade de autoestabilização. Por exemplo, assumindo a hipótese da ocorrência de uma pequena perturbação de carga, a velocidade do rotor e  $\theta^*$  reduzirão, causando um aumento no conjugado eletromagnético devido à redução de  $\theta^*$  (veja (5.6)). Conseqüentemente, o motor irá acelerar, aumentando  $\theta^*$ , que por sua vez reduzirá o conjugado eletromagnético e a velocidade do rotor. Logo, é possível concluir que a velocidade angular do rotor converge para uma solução estável sob um comportamento oscilatório amortecido. No segundo modo, a operação do motor é instável podendo levar à uma falha de partida quando  $\theta^* < 0$ . Se a carga aumenta, a velocidade do rotor e o erro de orientação irão reduzir, resultando em um conjugado eletromagnético menor ainda.

Portanto, a operação estável da abordagem proposta durante a partida do motor depende da escolha apropriada da posição inicial do referencial síncrono arbitrário, de  $i_{q\_ref}^*$  e da inclinação da rampa de referência, a fim de evitar  $\theta^* < 0$ . A referência de corrente  $i_{q\_ref}^*$  é determinada por intermédio do ponto de equilíbrio de (5.7) no instante de transição e supondo a condição de carga máxima. Logo,  $i_{q\_ref}^*$  pode ser obtida por:

$$i_{q\_ref}^* = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2(\omega_f^* B + T_{c\_max})}{P \lambda_{pm} \cos(\theta_t^*)}} \quad (5.9)$$

onde  $T_{c\_max}$  é o conjugado de carga máximo do motor e  $\theta_t^*$  é a diferença angular desejada entre o referencial arbitrário de partida e o referencial orientado ao eixo magnético do rotor no instante de transição ao controle *sensorless*.

Assumindo a hipótese que o rotor segue o sinal de referência em (5.8),

$$\omega_r = \frac{\omega_f^*}{T_r} t. \quad (5.10)$$

Então, substituindo (5.10) em (5.7) e considerando  $i_q^* = i_{q\_ref}^*$  e  $t = T_r$ , o período de tempo  $T_r$  pode ser calculado por:

$$T_r = \frac{\omega_f^* J}{\sqrt{\frac{3}{2} \frac{P}{2} \lambda_{pm} i_{q\_ref}^* \cos(\theta_{rp}^*) - T_{c\_max} - B \omega_f^*}} \quad (5.11)$$

onde  $\theta_{rp}^*$  é a diferença angular desejada entre o referencial arbitrário e o referencial com orientação ao eixo magnético do rotor no instante final da rampa de frequência.

Pode ser concluído de (5.9) e de (5.11), que se  $\theta_t^*$  for aproximadamente igual a  $\theta_{rp}^*$ ,  $T_r$  tenderá para o infinito. Conseqüentemente,  $\theta_t^*$  deve ser maior que  $\theta_{rp}^*$  para garantir um intervalo de partida adequado. Além disso, a inclinação da rampa se torna maior com o aumento na diferença entre  $\theta_{rp}^*$  e  $\theta_t^*$ . Os parâmetros requeridos para obter  $T_r$  e

$i_{q\_ref}^*$  são geralmente disponíveis pelo fabricante para um dado motor (p.ex. número de pólos, momento de inércia, máxima carga, fluxo magnético do ímã), ou ainda, podem ser determinados por meio de ensaios experimentais (p.ex. coeficiente de atrito).

#### 5.4 Transição bidirecional

O procedimento de partida e da transição bidirecional do controle I-f é sumarizado no fluxograma da Figura 5.4. Observe que as rotinas do controle I-f e da orientação síncrona *sensorless* são computadas de forma paralela. Além disso, a condição de comutação entre os métodos de controle é determinada por uma faixa de velocidade de referência definida por  $\{-\omega_{ref\_trans}, +\omega_{ref\_trans}\}$ . A comutação está simbolizada pela chave **s** na Figura 5.1. Além disso, a velocidade  $\omega_{ref\_trans}$  é definida como sendo a menor velocidade de rotação que possibilita estimar adequadamente a matriz de transformação  $\mathbf{T}_{dq}$ . Logo, esse valor depende da relação entre a observabilidade da FCEM e as limitações introduzidas pela instrumentação eletrônica e pelo inversor de tensão.

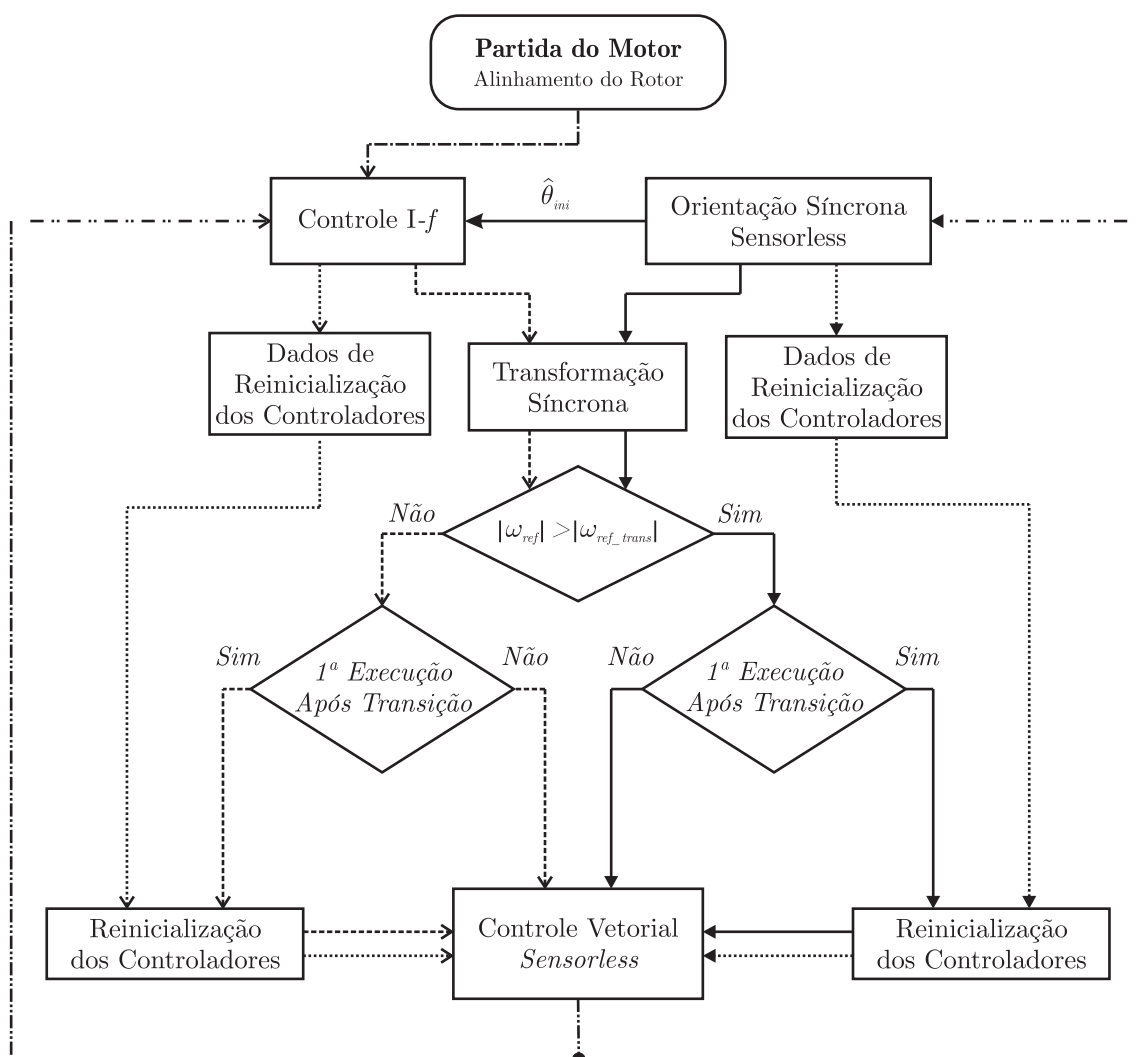


Figura 5.4 – Fluxograma da transição bidirecional do controle I-f.

Conforme o fluxograma da Figura 5.4, dois procedimentos são executados antes da transição: a determinação dos dados de reinicialização dos controladores e a definição da transformação síncrona. Salienta-se que  $\theta_{ini}$  é somente atualizado, no controle I-f, na 1ª execução da rotina após transição. Nesta tese,  $\theta_{ini}$  é definido de tal forma a obter  $\theta^* \approx 90^\circ$ , ou seja, o referencial síncrono arbitrário é sintonizado inicialmente para estar atrasado em  $90^\circ$  em relação aos eixos de referência síncrona do controle vetorial *sensorless*.

As correntes de referência são redefinidas na transição com o propósito de manter o conjugado eletromagnético aproximadamente constante. Logo, com base em (5.6), definem-se as seguintes correntes de referência para a transição ao controle *sensorless*:

$$i_{d\_ref} = 0 \quad (5.12)$$

$$i_{q\_ref} = i_{q(k-1)}. \quad (5.13)$$

Por outro lado, as correntes de referência, para a transição ao controle I-f, são definidas por:

$$i_{d\_ref} = 0 \quad (5.14)$$

$$i_{q\_ref} = i_{q\_ref}^*. \quad (5.15)$$

Com o intuito de evitar transitórios abruptos nas correntes de fase, os controladores de corrente são redefinidos, na transição ao controle vetorial *sensorless*, por:

$$u_{d(k-1)} = v_{d(k-1)} - v_{fd(k-1)} \quad (5.16)$$

$$u_{q(k-1)} = v_{q(k-1)} - v_{fq(k-1)} \quad (5.17)$$

$$e_{id(k-1)} = -i_{d(k-1)} \quad (5.18)$$

$$e_{iq(k-1)} = 0. \quad (5.19)$$

De forma similar, os controladores de corrente são reinicializados, na transição ao controle I-f, por:

$$u_{d(k-1)} = v_{d(k-1)}^* \quad (5.20)$$

$$u_{q(k-1)} = v_{q(k-1)}^* \quad (5.21)$$

$$e_{id(k-1)} = -i_{d(k-1)}^* \quad (5.22)$$

$$e_{iq(k-1)} = 0. \quad (5.23)$$

Por fim, o controlador de velocidade é atualizado, na transição ao controle vetorial *sensorless*, na seguinte forma:

$$u_{\omega(k-1)} = \frac{P}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda_{pm} i_{q(k-1)} \quad (5.24)$$

$$e_{\omega(k-1)} = \omega_{ref(k-1)} - \frac{2}{P} \hat{\omega}_{e(k-1)}. \quad (5.25)$$

## 5.5 Considerações finais

Este capítulo apresentou melhorias ao método de controle I- $f$  que propiciam, em apenas uma amostra, a transição suave e rápida do controle em malha aberta de velocidade para o controle vetorial *sensorless* de MSIPs. O método proposto mantém o torque eletromagnético aproximadamente constante, durante a fase de transição, evitando transitórios indesejáveis de corrente e de velocidade, mesmo sob uma carga incerta. Além disso, um novo procedimento de projeto, que estabelece o sinal de referência de velocidade, garante a partida do motor e a transição bidirecional de forma adequada e robusta. É importante enfatizar que esse método reduz a complexidade no projeto de partida do motor e minimiza o intervalo de tempo da fase de transição, quando essa abordagem é comparada com os métodos citados no Capítulo 1. Por fim, a afirmação sobre a operação com carga incerta será corroborada em seguida, juntamente com a validação dos procedimentos exibidos nesse capítulo.





## 6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAIS

Neste capítulo, será apresentada a validação dos desenvolvimentos teóricos propostos nos capítulos anteriores. Para atender esse objetivo, os resultados provenientes de simulações computacionais e de testes experimentais serão expostos de maneira comparativa, e então, serão elucidados a fim de evidenciar os subsídios comprobatórios às proposições teóricas. Além disso, serão discutidas as limitações, as vantagens e as desvantagens das técnicas abordadas, demonstrando assim, os seus desempenhos operacionais.

Em seguida, as considerações gerais e específicas bem como os procedimentos utilizados nas simulações serão descritos, expondo as particularidades com relação a plataforma experimental. Logo após, os critérios de projeto dos ganhos e das definições de operação serão apresentados de forma minuciosa e concordante às metodologias enunciadas anteriormente. Por fim, os resultados serão discutidos com o propósito de revelar os potenciais das contribuições desta tese na área do controle *sensorless* de MSIPs.

### 6.1 Descrição da simulação

As simulações foram realizadas no aplicativo PSIM<sup>®</sup> e baseiam-se na reprodução dos aspectos operacionais e construtivos da plataforma experimental. Em vista disso, as estratégias foram implementadas em algoritmos em tempo discreto e em ponto fixo, utilizando um código análogo ao que é executado no DSP da plataforma experimental. Além disso, os modelos de simulação do motor e do gerador no PSIM<sup>®</sup> empregaram as FCEMs reais do motor, as quais são provenientes de um ensaio experimental com os terminais elétricos abertos e o motor operando como gerador. As FCEMs adotadas são exibidas na Figura B.14. É importante enfatizar que a execução das rotinas foi sincronizada com a portadora do *Pulse-Width Modulation* (PWM) e a sequência de execução dessas rotinas é exibida na Figura 6.1. Detalhes sobre os parâmetros do sistema e da implementação experimental são apresentados no Apêndice C.

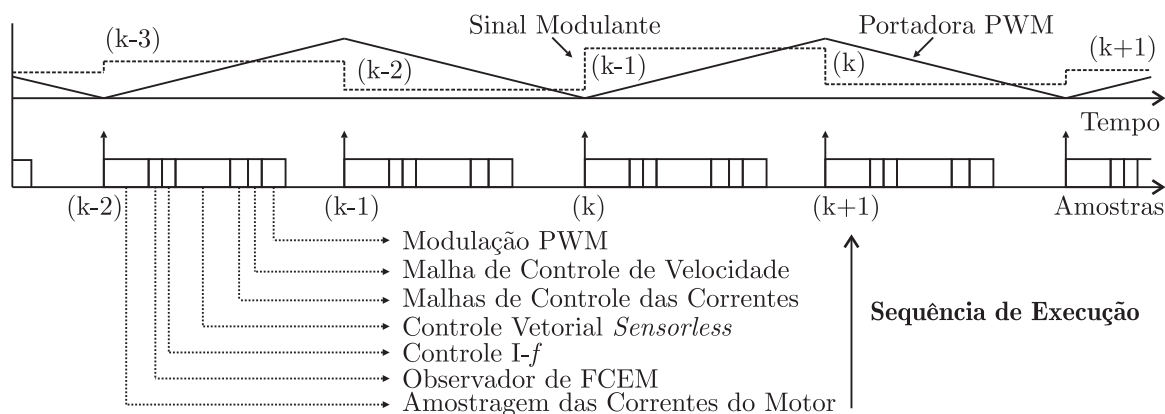


Figura 6.1 – Descrição da execução das rotinas na simulação e no DSP.

## 6.2 Coordenação do projeto dos ganhos e definições de operação

Para permitir a adequada validação das estratégias propostas, primeiramente, é necessário coordenar a sintonia dos ganhos e as definições de operação entre cada uma dessas estratégias. Por conseguinte, essa coordenação deve ser, obrigatoriamente, compatível com as especificações da plataforma experimental. Assim, consideram-se os parâmetros mostrados da Tabela C.1 (Apêndice C) e as Figuras 6.1 e C.1 (Apêndice C), como referência a esse procedimento.

Os ganhos e definições de operação utilizados no observador de FCEM são exibidos na Tabela 6.1. O projeto dos ganhos segue rigorosamente a metodologia proposta na Seção 3.5. Em vista disso, adotou-se a velocidade máxima de 3000 rpm (frequência elétrica de rotação de 100Hz) como base às definições de projeto. Além disso, constatou-se, experimentalmente, que a velocidade mínima de operação *sensorless* com o motor a vazio está na faixa de 75 rpm a 150 rpm. Desse modo, definiu-se a velocidade mínima de 150 rpm para o controle *sensorless*. Estudos sobre como determinar essa velocidade não foram incluídos no escopo desta tese, logo, esse tópico é uma sugestão para trabalhos futuros.

Tabela 6.1 – Ganhos e definições de operação do observador de FCEM

Parâmetro	Valor
$T_s$	0.1 ms
$\omega_f$	62.8318 rad/s
$K_f$	0.9937
$\tau_c$	0.0013334 s
$K_\zeta$	0.5
$K_{\eta 1}$	0.3861
$K_{\eta 2}$	750 1/s
$K_\nu$	0.999
$\omega_{min} / \omega_{max}$	150 rpm / 3000 rpm

Os ganhos e definições usados ao método de partida e à operação com controle I-f são dados na Tabela 6.2. A partida inicial é proposta com foco em aplicações de rotação unidirecional tais como compressores e bombas. Em vista disso, definiu-se a velocidade

Tabela 6.2 – Ganhos e definições de operação da partida e do controle I-f

Parâmetro	Valor
$\omega_f^*$	1000 rpm
$T_{c\_max}$	0.1047 Nm
$\theta_t^*$	59.5 °
$\theta_{rp}^*$	49.5 °
$i_{q\_ref}$	0.8 A
$T_r$	2 s
$\omega_{ref\_tran}$	< 150 rpm
Alinhamento do rotor	0.9 s

final de partida de 1000 rpm. Além disso, com base em (5.9) e (5.11), definiu-se, de maneira interativa, os ângulos  $\theta_t^*$  e  $\theta_{rp}^*$  a fim de obter uma partida com uma rampa de velocidade entorno de 2 s. Salienta-se que os parâmetros da Tabela C.1 foram usados ao cálculo da rampa de partida, e esse mesmo projeto foi estendido para a operação com transição bidirecional e com controle I- $f$  em baixas rotações.

O projeto das malhas de controle de corrente é distinto para o controle I- $f$  e para o controle vetorial *sensorless*. Em virtude do controle I- $f$  operar em malha aberta de frequência, oscilações de velocidade entorno do sinal de referência são inevitáveis. Contudo, ao reduzir a banda passante das malhas de corrente, a capacidade de rejeição de distúrbios é mitigada, acarretando na redução da variação do ângulo  $\theta^*$ , que consequentemente, propicia a atenuação das ondulações de velocidade. Desse modo, adotaram-se definições e ganhos distintos para cada tipo de controle, conforme mostrados na Tabela 6.3. Os projetos dos ganhos foram realizados a partir das definições das frequências de corte das funções transferências de malha aberta e da metodologia proposta na Seção 4.3.

Tabela 6.3 – Ganhos e definições de operação dos controladores de corrente

Parâmetro	Valor
<i>Controle I-f</i>	
Frequência de Corte	57.5 Hz
$K_{c1}$	19.989314 $\Omega$
$K_{c2}$	0.987712
$T_s$	0.2 ms
<i>Controle Vetorial Sensorless</i>	
Frequência de Corte	275 Hz
$K_{c1}$	95.208678 $\Omega$
$K_{c2}$	0.993837
$T_s$	0.1 ms

Os ganhos do controlador de velocidade são obtidos com base na metodologia descrita na Seção 4.4. Conforme mencionado anteriormente, a banda passante da malha de velocidade deve ser inferior a banda passante da malha de corrente, a fim de obter o desacoplamento dinâmico entre as malhas. Diante desse fato, das características construtivas do sistema mecânico e da plataforma, definiu-se uma frequência de corte de aproximadamente 2 Hz. Logo, os ganhos resultantes são exibidos na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Ganhos e definições de operação do controlador de velocidade

Parâmetro	Valor
Frequência de Corte	2 Hz
$K_{c1}$	0.010940 Nm.s
$K_{c2}$	0.999867
$T_s$	0.2 ms

Considerando que a largura de faixa do estimador da velocidade angular de rotação deve ser maior do que a banda passante da malha de controle de velocidade, define-se as frequências de corte dos filtros mostradas na Tabela 6.5. Especificamente, a frequência  $\omega_{n\_fpb\_2}$  deve ser ligeiramente maior que a frequência de corte associada ao controlador de velocidade, a fim de assegurar um bom desempenho de rastreamento durante os transitórios de velocidade. Por outro lado, a frequência  $\omega_{n\_fpb\_1}$  é definida de tal forma a propiciar a atenuação das componentes harmônicas de alta frequência da FCEM estimada.

Tabela 6.5 – Frequência de corte dos filtros na estimação da velocidade angular de rotação

Parâmetro	Valor
$\omega_{n\_fpb\_1}$	$2\pi 35$ rad/s
$\omega_{n\_fpb\_2}$	$2\pi 15$ rad/s

Por fim, os ganhos e definições de operação do método de controle híbrido são dados na Tabela 6.6. Embora o filtro  $G_{fpb\_3}$  seja utilizado apenas em baixas rotações, a sua frequência de corte é definida pela frequência fundamental máxima de operação. Assim, a atenuação da FCEM estimada bem como a inserção de fase podem ser desprezadas. Os critérios que definem o fator de qualidade do filtro e as velocidades, que estabelecem as regiões de transição, baseiam-se nas considerações discutidas no Capítulo 4 e nos resultados de simulação apresentados no Apêndice B. É importante enfatizar que o uso da região de transição I é motivada pelo aumento da robustez operacional em baixas rotações devido à frequência de corte constante do filtro  $G_{fpb\_3}$ . Em vista disso, os erros de orientação vetorial são reduzidos, aumentando a confiabilidade na transição bidirecional entre o controle I- $f$  e o controle vetorial *sensorless*. Salienta-se ainda, que o fator de qualidade dos filtros passa-faixa é responsável pela ponderação entre desempenho do controle híbrido na operação em transitórios de velocidade e na operação em regime permanente. Em outras palavras, um fator de qualidade elevado garante um bom desempenho em regime permanente. Por outro lado, um fator de qualidade menor assegura baixos erros de orientação vetorial durante transitórios de velocidade. Em vista disso, adotou-se um fator de qualidade de 40, após várias interações na simulação e com base no tempo de acomodação.

Tabela 6.6 – Ganhos e definições de operação do método de controle híbrido

Parâmetro	Valor
$\omega_{n\_fpb\_3}$	$2\pi 100$ rad/s
Q	40
$\omega_{min}^*$	500 rpm
$\omega^*$	600 rpm
$\omega_{max}^*$	700 rpm
$\omega_{t\_min}$	1500 rpm
$\omega_t$	2000 rpm
$\omega_{t\_max}$	2500 rpm

### 6.3 Observador de FCEM por MDOS: AST com ganhos variáveis

Esta seção tem o objetivo de demonstrar a estabilidade e a convergência do observador proposto no Capítulo 3, evidenciando a redução do *chattering* com o uso de ganhos variáveis, e ainda, verificando o desempenho de observação em toda a faixa operacional. Primeiramente, a estratégia é validada em malha aberta. Desse modo, adotou-se o controle vetorial convencional exibido em Vas (1998), usando a posição do rotor proveniente do *encoder* absoluto<sup>1</sup>. Além disso, mantiveram-se os mesmos controladores de corrente e de velocidade, que foram sintonizados na seção anterior para o controle vetorial *sensorless*.

Para inferir a estabilidade do sistema, (3.52) foi calculada a partir dos estados do observador, tanto na simulação quanto nos testes experimentais. Inicialmente, foi necessário encontrar uma matriz  $P$  que satisfaça o Teorema 3.1. Assim, a solução da LMI desse teorema determinou a matriz  $P$ , que atende as condições necessárias com base nos ganhos da seção anterior. O procedimento de obtenção da matriz  $P$  segue abaixo.

Baseando-se em (SALGADO et al., 2014), a LMI do Teorema 3.1 pode ser reescrita como

$$\mathbf{A}'^T \mathbf{P} \mathbf{A}' - \mathbf{P} = -\mathbf{Q}' \quad (6.1)$$

onde

$$\mathbf{Q}' \triangleq \frac{1}{(1-\rho)} \mathbf{Q} + \frac{1}{(1-\rho)} \mathbf{A}^T \mathbf{P} (\mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{\Lambda}_2) \mathbf{P} \mathbf{A}, \text{ e } \mathbf{A}' \triangleq \frac{1}{\sqrt{(1-\rho)}} \mathbf{A}.$$

Substituindo os ganhos da Tabela 6.1 e as definições dadas por  $\mathbf{Q} = 0.0001\mathbf{I}$ ,  $\rho = 0.8$ ,  $\mathbf{\Lambda}_1 = 0.00004\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{I})\mathbf{P}^{-1}$ ,  $\mathbf{\Lambda}_2 = 0.00006\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{I})\mathbf{P}^{-1}$ ,  $\mathbf{\Lambda}_3 = \mathbf{I}$  em (6.1), e solucionando numericamente, obtém-se:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & P_{13} & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & P_{24} & 0 \\ P_{31} & 0 & P_{33} & 0 & 0 \\ 0 & P_{42} & 0 & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{55} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

onde  $P_{11} = P_{22} = 0.08063$ ,  $P_{13} = P_{31} = P_{24} = P_{42} = 11.23685$ ,  $P_{33} = P_{44} = 11272.31932$ ,  $P_{55} = 0.05305$ .

As Figuras 6.2 e 6.3 revelam indiretamente as convergências dos estados do observador aos seus estados reais e demonstram que o sistema é estável. De acordo com os resultados, as funções de chaveamento convergem as superfícies de deslizamento em aproximadamente 0.1 s. Esse período de convergência está diretamente relacionado à resposta dinâmica do filtro passa-baixa incluído no observador. Observe que a variação dos ganhos acompanha de maneira suave a convergência das funções de chaveamento. É importante

<sup>1</sup>Na simulação, foi emulado um *encoder* absoluto de 10 bits, de acordo com as especificações do sensor utilizado na plataforma experimental.

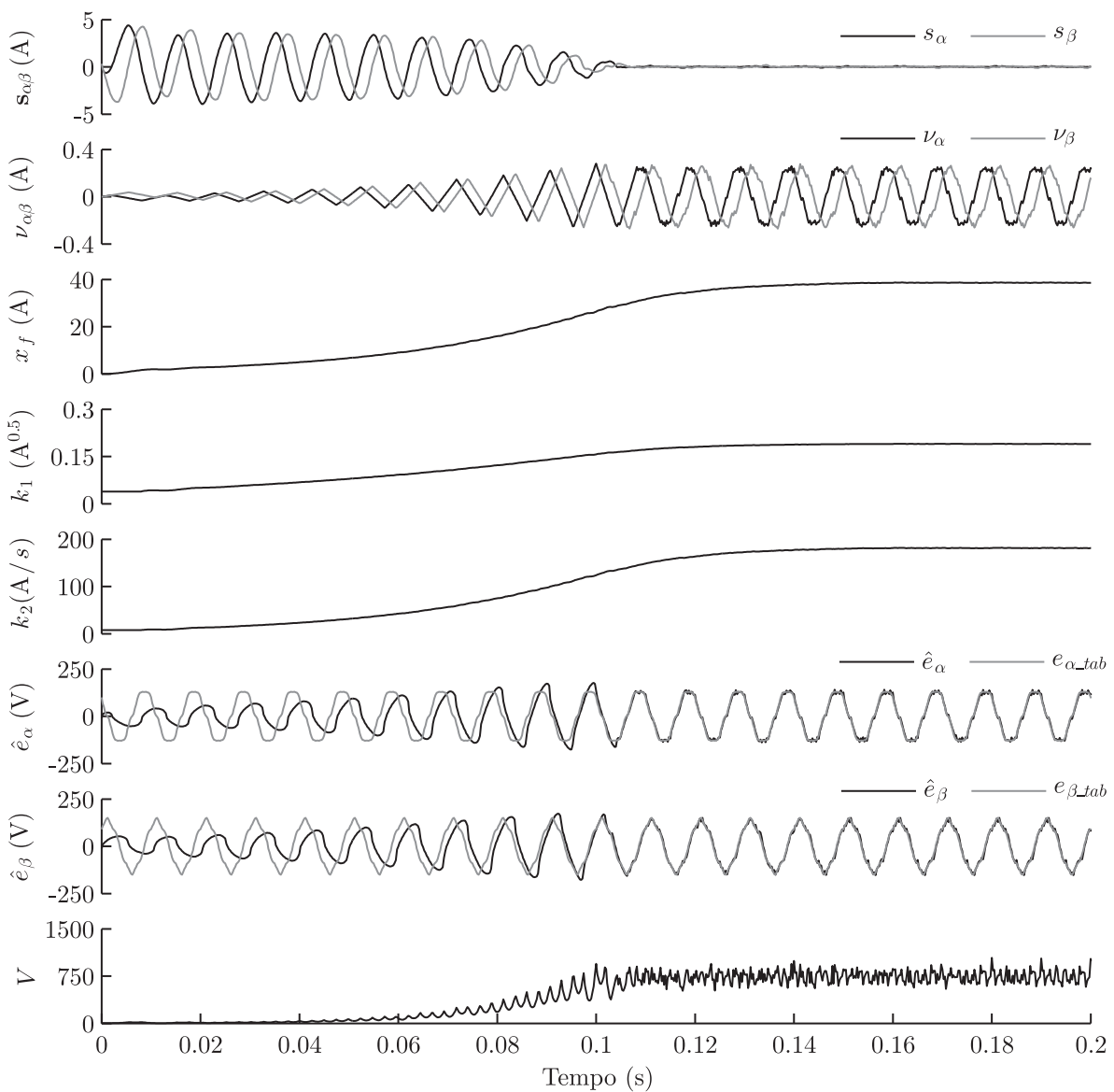


Figura 6.2 – Convergência do observador em 3000 rpm com o motor operando a vazio (resultado de simulação): Funções de chaveamento; variável auxiliar; estado interno do filtro; ganhos variáveis  $k_1$  e  $k_2$ ; FCEM estimadas  $\hat{e}_\alpha$  e  $\hat{e}_\beta$ ; função de Lyapunov.

salientar que as funções de chaveamento correspondem ao erro de observação das correntes. Logo, conclui-se que o erro de observação tende assintoticamente para zero, e que as estimativas das FCEMs tendem aos seus valores reais. Além disso, a função de Lyapunov também converge assintoticamente para um valor limitado, comprovando, experimentalmente, a estabilidade do observador proposto e a veracidade do Teorema 3.1.

Com base na similaridade dos resultados apresentados, pode-se ainda concluir que a plataforma experimental está adequadamente modelada na simulação.

A Figura 6.4 exhibe o movimento das funções de chaveamento até o alcance e a existência do modo quase deslizante. Esse movimento remete-se ao nome dado para o AST.

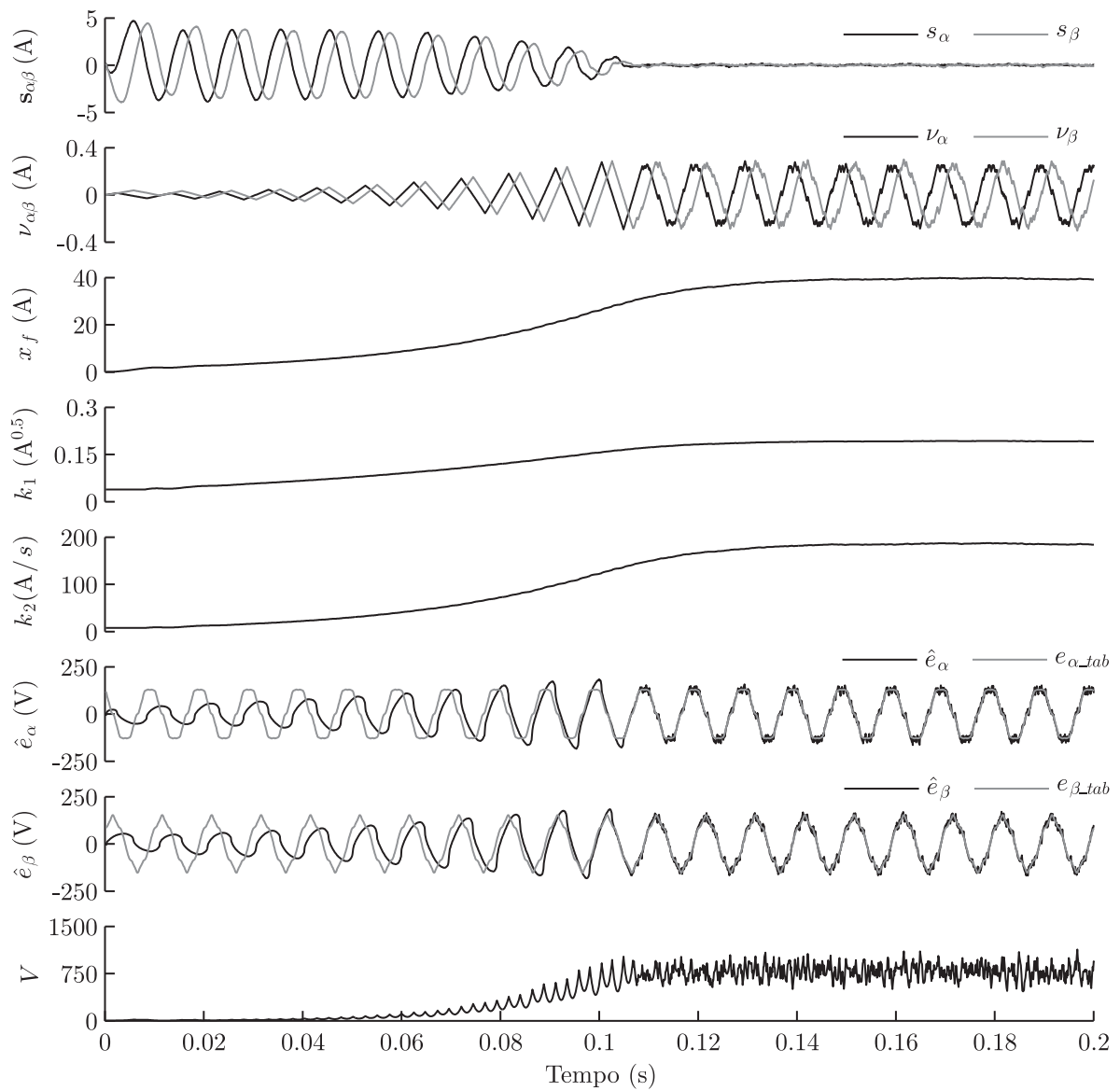


Figura 6.3 – Convergência do observador em 3000 rpm com o motor operando a vazio (resultado experimental): Funções de chaveamento; variável auxiliar; estado interno do filtro; ganhos variáveis  $k_1$  e  $k_2$ ; FCEM estimadas  $\hat{e}_\alpha$  e  $\hat{e}_\beta$ ; função de Lyapunov.

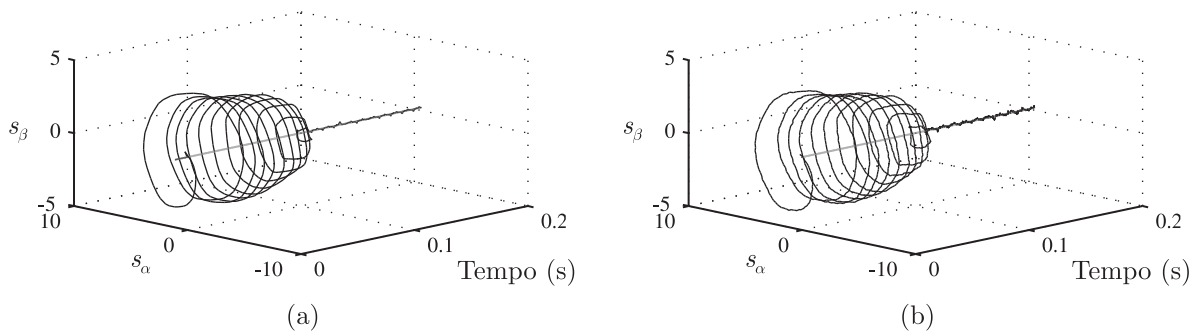


Figura 6.4 – Convergência das funções de chaveamento  $s_\alpha$  e  $s_\beta$  à superfície de deslizamento: (a) Resultado de simulação; (b) Resultado experimental.

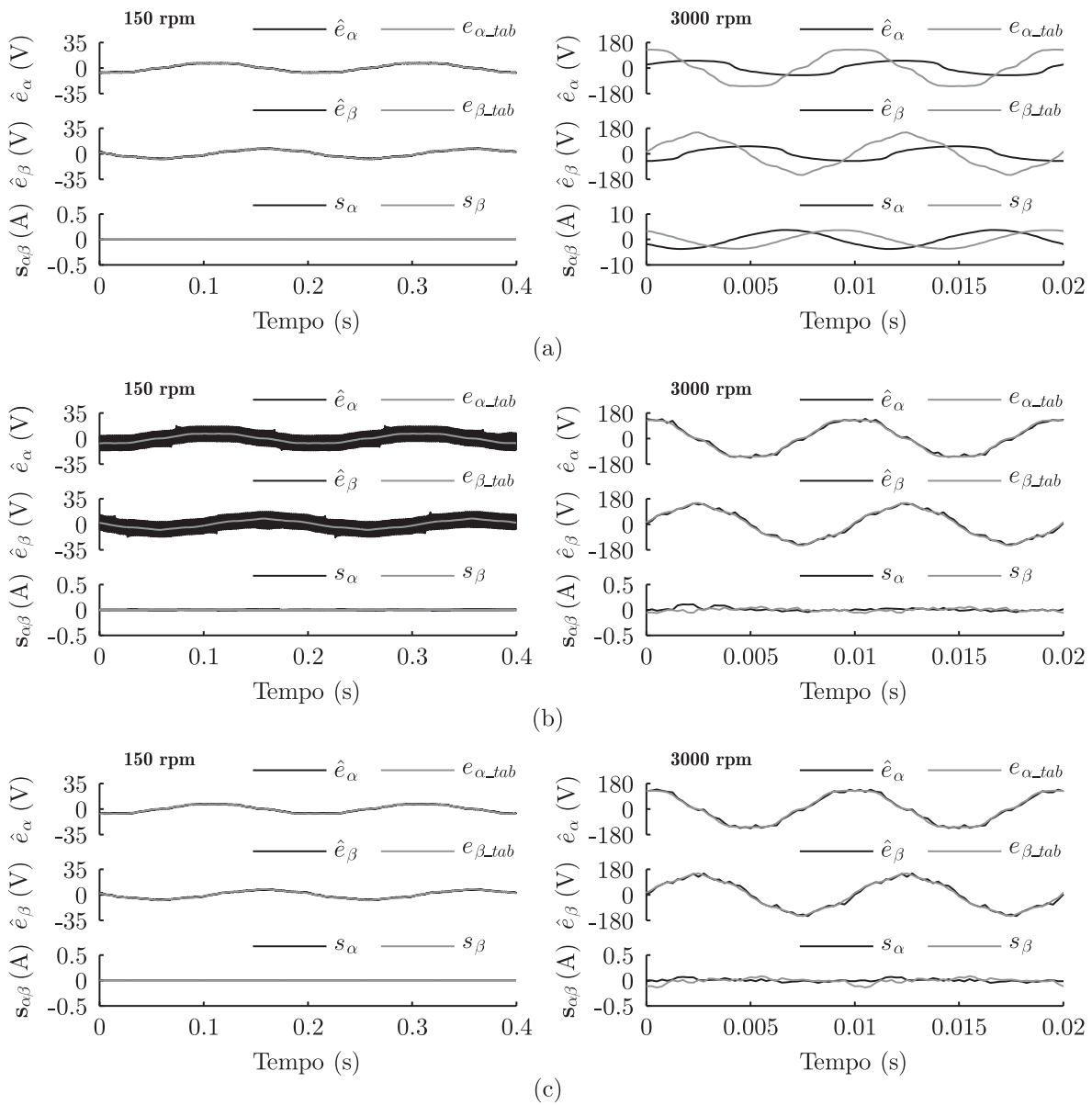


Figura 6.5 – Comparação do observador operando com ganhos constantes e com ganhos variáveis em duas velocidades de rotação (resultado de simulação): (a) Ganhos constantes projetados para 150 rpm ( $K_{\eta_1} = 0.0465$ ,  $K_{\eta_2} = 10.8873$ ); (b) ganhos constantes projetados para 3000 rpm ( $K_{\eta_1} = 0.1920$ ,  $K_{\eta_2} = 185.7340$ ); (c) ganhos variáveis.

As Figuras 6.5 e 6.6 revelam a motivação do observador de FCEM proposto com ganhos variáveis para a operação com velocidade variável. Constata-se que o observador com ganhos constantes somente é apropriado, se o motor operar sob uma velocidade fixa. Quando os ganhos constantes são projetados para a operação em baixa velocidade, o erro de observação das correntes é significativamente elevado nas altas rotações, indicando que não ocorreu a convergência das funções de chaveamento à superfície de deslizamento. Por outro lado, quando os ganhos constantes são sintonizados para a operação em alta velocidade, o *chattering* nas estimativas das FCEMs é expressivo em baixa rotação. Por fim, quando os ganhos são variáveis, o *chattering* pode ser mantido em níveis adequados em toda a faixa de velocidade.



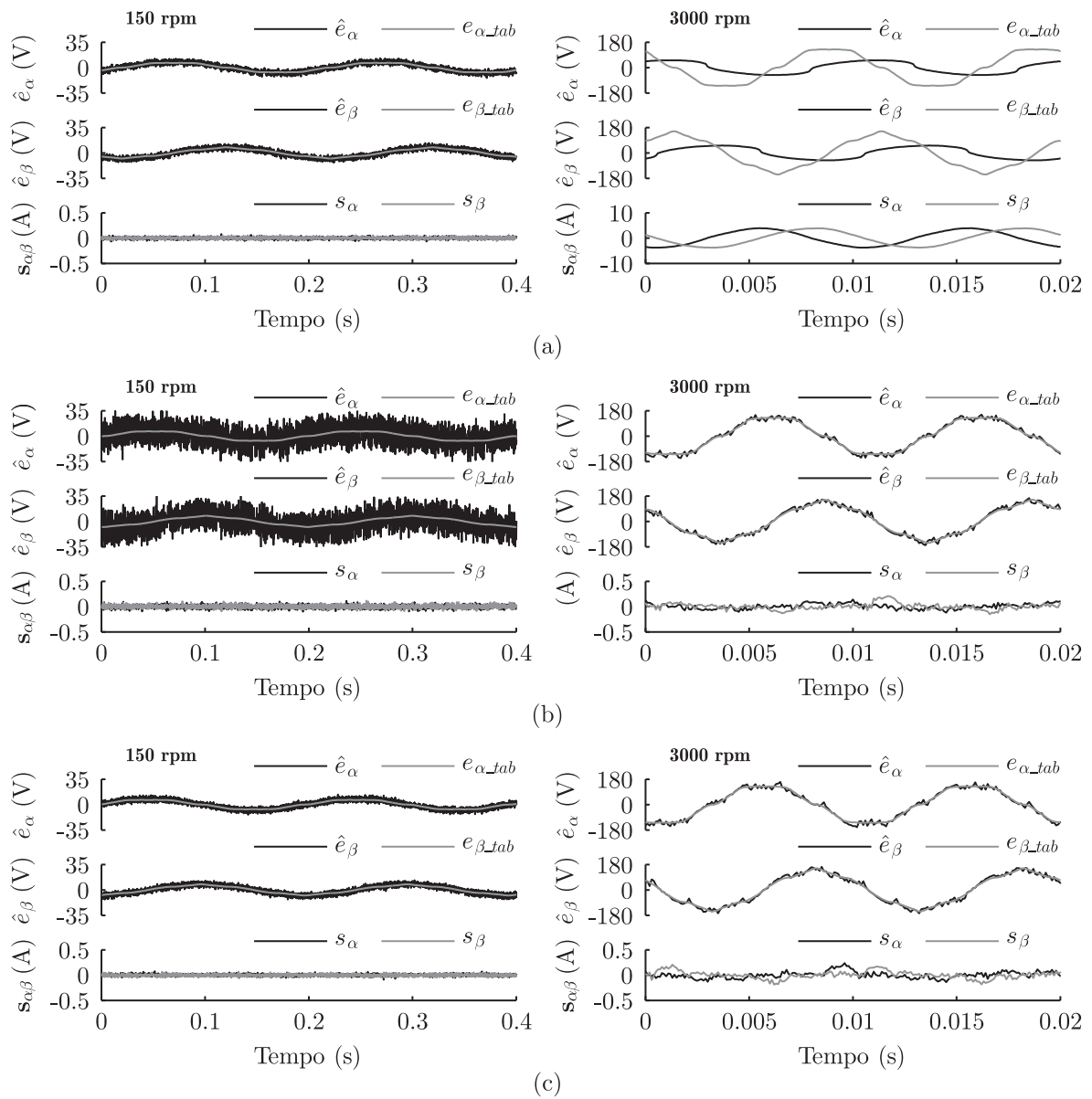


Figura 6.6 – Comparação do observador operando com ganhos constantes e com ganhos variáveis em duas velocidades de rotação (resultado experimental): (a) Ganhos constantes projetados para 150 rpm ( $K_{\eta_1} = 0.0465$ ,  $K_{\eta_2} = 10.8873$ ); (b) ganhos constantes projetados para 3000 rpm ( $K_{\eta_1} = 0.1920$ ,  $K_{\eta_2} = 185.7340$ ); (c) ganhos variáveis.

Os ganhos constantes associados às Figuras 6.5 e 6.6 foram sintonizados nas referidas velocidades de projeto, de acordo com a metodologia apresentada no Capítulo 3. Além disso, as FCEMs  $e_{\alpha\_tab}$  e  $e_{\beta\_tab}$  são provenientes das FCEMs reais e sintetizadas com a indexação em função da posição angular do rotor (informação adquirida pelo *encoder* absoluto). Essa reconstituição de sinal considera apenas as componentes harmônicas mais significativas da FCEM (5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> componente harmônica).

Destaca-se que a plataforma experimental utiliza sensores de efeito *Hall* de baixo custo (ACS712-5B), os quais estão operando em fundo de escala. Consequentemente, o nível de ruído das correntes é elevado, ocasionando o aumento da magnitude do *chattering*.

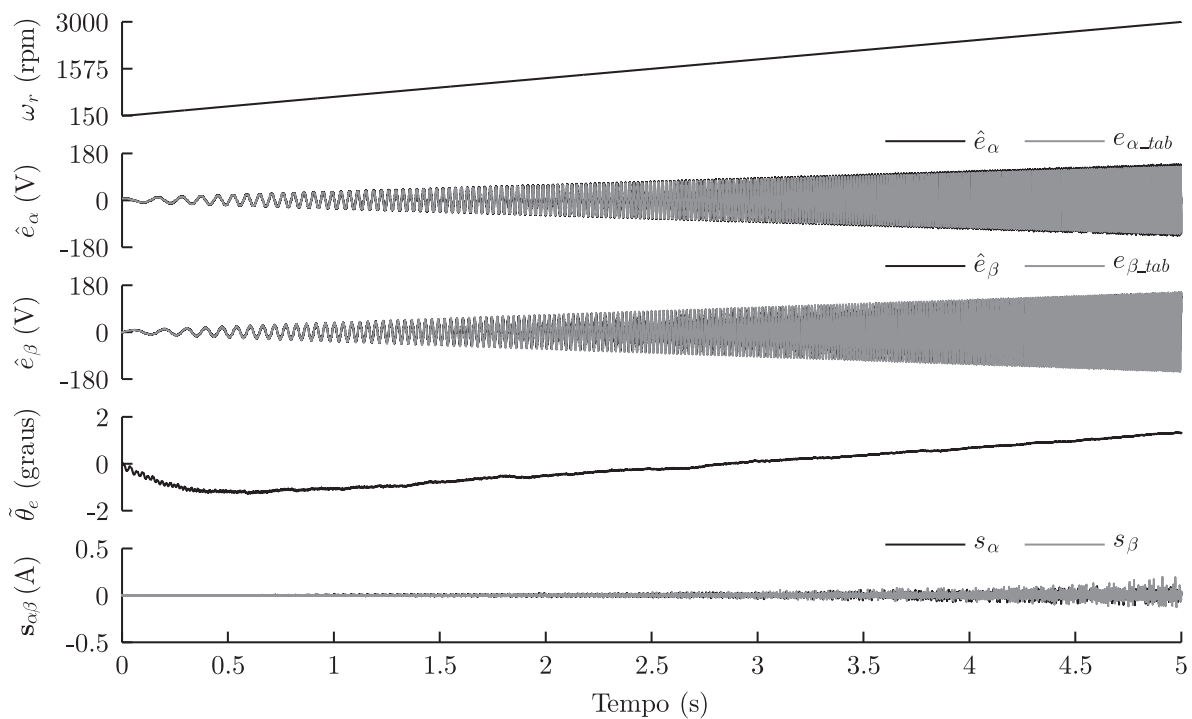


Figura 6.7 – Operação do observador proposto sob uma rampa de velocidade de 150 rpm a 3000 rpm (resultado de simulação): Velocidade angular de rotação (*encoder*); comparação entre as FCEM estimadas e as FCEM reconstituídas; erro médio de fase da FCEM estimada; funções de chaveamento.

As Figuras 6.7 e 6.8 exibem a operação do observador sob uma variação de velocidade de 150 rpm a 3000 rpm. Verifica-se a partir desses resultados que o observador proposto mantém a convergência aos estados reais em toda a faixa operacional em questão. Portanto, as funções de chaveamento permanecem no modo quase deslizante e, consequentemente, o erro de observação das correntes do estator é em torno de zero. Por esse motivo, o erro médio de fase da FCEM resultou em valores inferiores à  $\pm 2^\circ$  elétricos. Além disso, constata-se que a magnitude do *chattering* em relação à magnitude da FCEM permanece aproximadamente constante nessa faixa de variação de velocidade, indicando que a metodologia de projeto dos ganhos variáveis está condizente aos objetivos almejados.

#### 6.4 Partida inicial do motor

Nesta seção, será demonstrado o bom desempenho de partida, utilizando o controle *I-f*, e ainda, será validada a metodologia de projeto e da transição suave ao controle vetorial *sensorless*. Enfatiza-se que o controle vetorial *sensorless* com o observador proposto foi adotado, porém o foco dos resultados é evidenciar o método de partida. Em vista disso, os detalhes sobre o controle vetorial *sensorless* e sobre a operação em velocidades baixas e nula serão explanadas posteriormente.

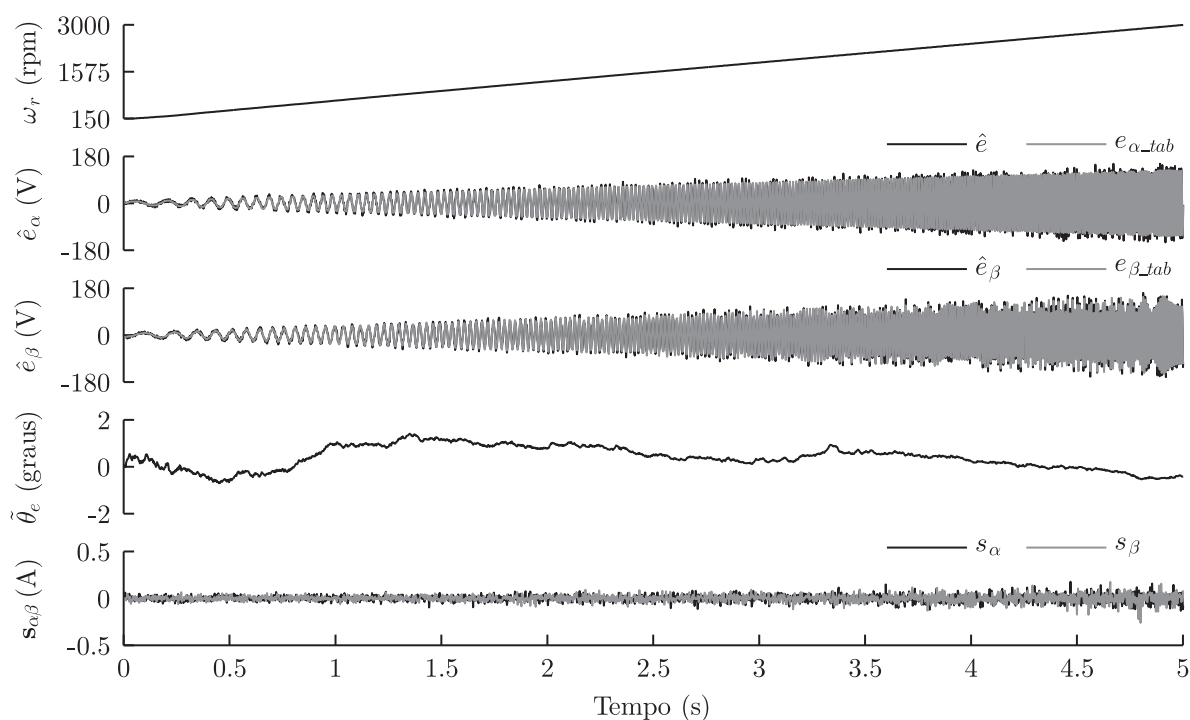


Figura 6.8 – Operação do observador proposto sob uma rampa de velocidade de 150 rpm a 3000 rpm (resultado experimental): Velocidade angular de rotação (*encoder*); comparação entre as FCEM estimadas e as FCEM reconstituídas; erro médio de fase da FCEM estimada; funções de chaveamento.

O método de partida foi avaliado sob duas condições de carga: operação com a carga linear e o motor a vazio. As Figuras 6.9 - 6.12 apresentam os resultados de simulação e experimentais, relativos a essas duas condições de operação. Nessas figuras, são exibidas a seguintes variáveis: velocidade de rotação obtida a partir do *encoder* e a estimativa da velocidade de rotação; tensões e correntes de fase representadas no referencial síncrono orientado ao vetor de FCEM normalizado; correntes de fase representadas no referencial síncrono arbitrário de partida; correntes de fase representadas no referencial *abc*; e o conjugado eletromagnético real (simulação) ou estimado (experimental). Além disso, as etapas de operação são também mostradas nessas figuras. Observe que o rotor foi alinhado durante 1s, e então, o motor foi acelerado até a velocidade de rotação de 1000 rpm (controle de velocidade em malha aberta). Dois segundos após a rampa de aceleração, que também levou dois segundos, o controle *I-f* foi comutado ao controle vetorial *sensorless*, em apenas um período de amostragem. No instante para a transição, ocorreram as atualizações dos controladores de corrente e de velocidade a fim de corrigir o erro de orientação entre os referenciais síncronos, e assim propiciar a transição suave e imediata. A metodologia de transição foi apresentada na Seção 5.4.

Comparando os resultados de simulação e experimentais exibidos nas Figuras 6.9 - 6.12, pode-se concluir novamente que os modelos matemáticos adotados nas simulações representam, de maneira congruente, a plataforma experimental.

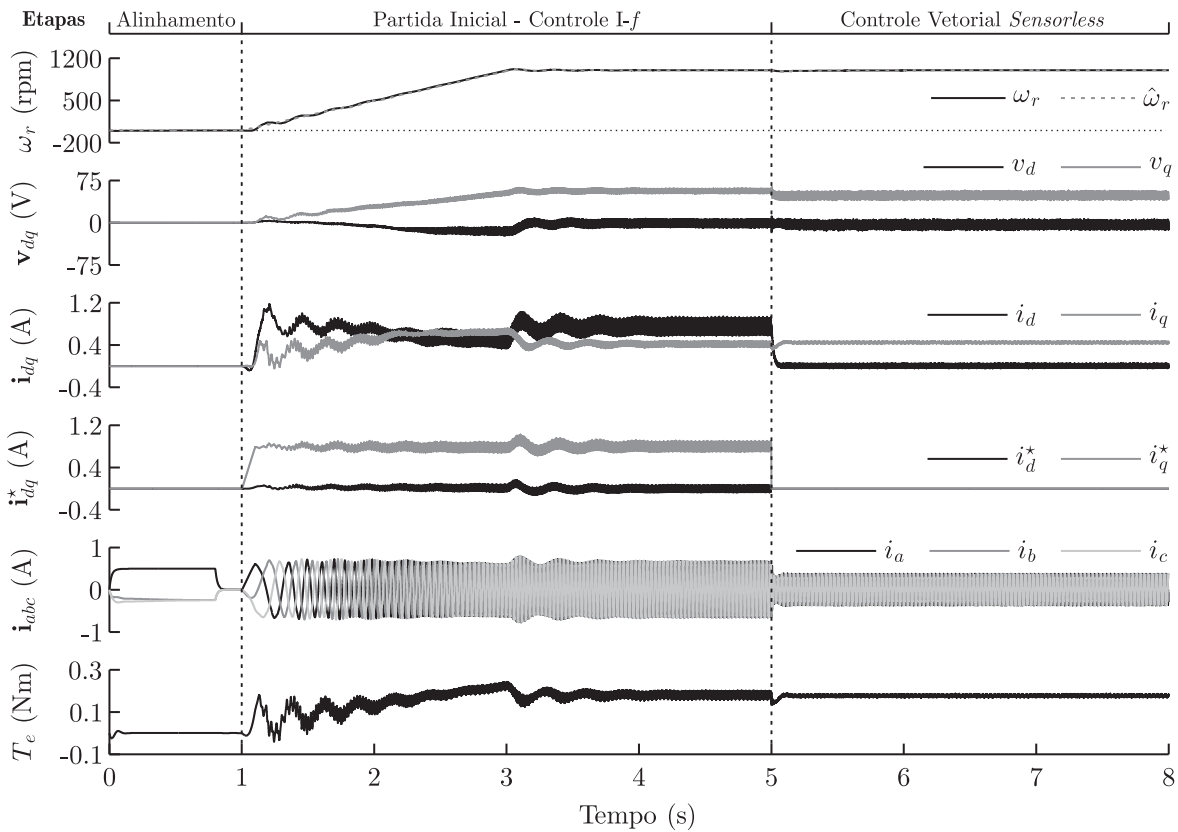


Figura 6.9 – Partida inicial do motor com carga (resultado de simulação).

Conforme indicado na metodologia de projeto da partida, a rampa de velocidade é definida com base na condição de carga máxima, que pode ser estendida à condição de sobrecarga. Em virtude disso, o método proposto possibilita a partida do motor para qualquer condição de carga intermediária, sem a necessidade de alteração dos parâmetros previamente sintonizados. Em contrapartida, a magnitude das correntes de fase mantém-se constante e elevada, independentemente do nível de carga. Logo, o impacto da variação do nível de carga é verificado na diferença da magnitude de  $i_d$  e  $i_q$ , como mostram as Figuras 6.11 e 6.12. Diante desse fato, pode-se concluir que quanto menor o conjugado de carga, maior será  $i_d$ , o que intensifica o campo magnético do rotor. Ao mesmo tempo,  $i_q$  converge para o valor apropriado à transição suave entre os métodos de controle.

As ondulações de comportamento oscilatório amortecido, na velocidade de rotação, são descritas por (5.7) e (5.8) e são desencadeadas pela imposição em malha aberta da frequência angular do campo girante. De modo a atenuar essas ondulações, adotou-se a redução da banda passante das malhas de corrente. Essa redução mitiga a capacidade de rejeição de distúrbios de tensão, que por sua vez, atenua a variação de  $\theta^*$ . Apesar disso, ondulações estão presentes nas correntes de eixo direto e de quadratura e, conseqüentemente, no conjugado eletromagnético, como mostra as Figuras 6.9 - 6.12. É importante enfatizar que os distúrbios de tensão nas malhas de corrente são, predominantemente, as FCEMs, as quais são proporcionais à velocidade angular de rotação.

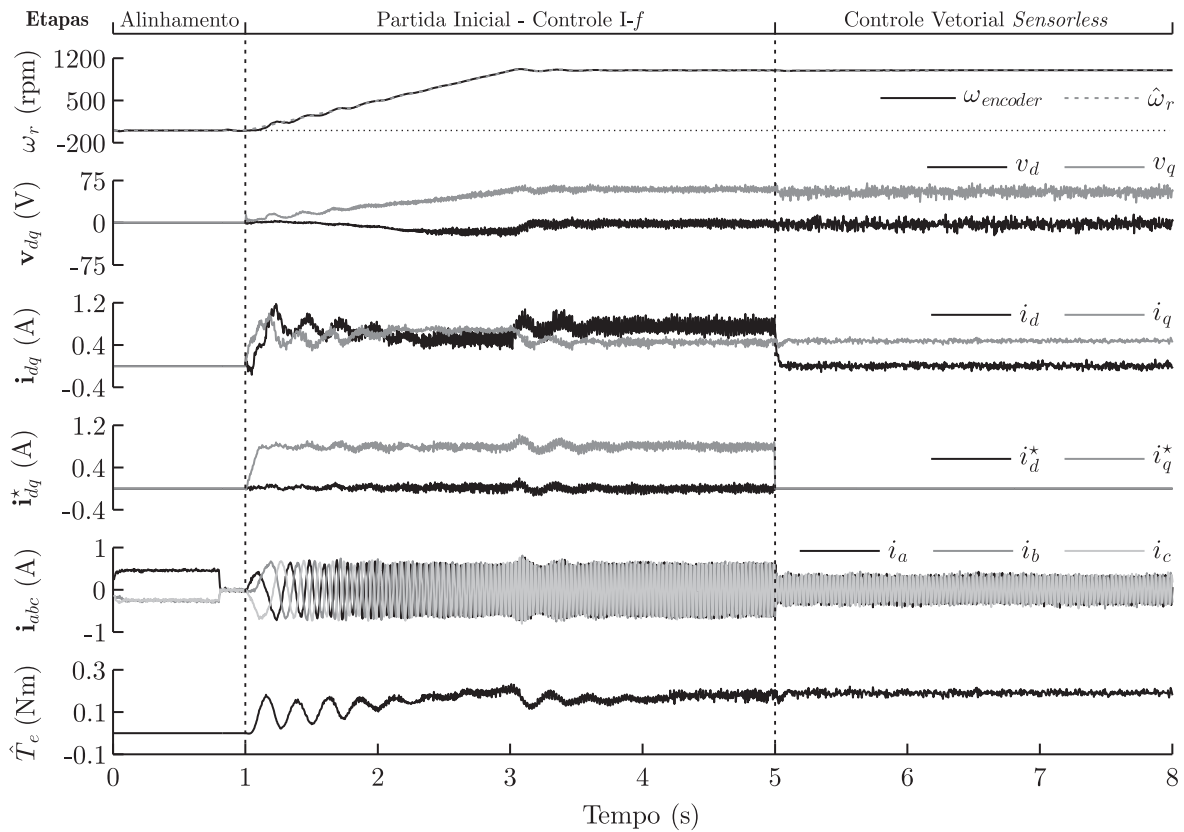


Figura 6.10 – Partida inicial do motor com carga (resultado experimental).

As Figuras 6.9 - 6.12 revelam ainda que o conjugado eletromagnético, durante a transição, exibe uma sucinta variação de magnitude. Essa pequena alteração advém de um pequeno erro de orientação do referencial síncrono  $dq$  e da inicialização da malha de controle de velocidade. Apesar disso, a velocidade angular de rotação não apresenta variações significativas nessa transição, indicando que esse erro pode ser desprezado.

Os procedimentos de projeto da partida são validados por intermédio dos resultados exibidos na Figura 6.13. A partir da diferença angular  $\theta^*$ , é possível verificar que os ângulos  $\theta_t^*$  e  $\theta_{rp}^*$ , provenientes da simulação e do teste experimental, são próximos às definições apresentadas na Tabela 6.2, demonstrando que os parâmetros usados no projeto estão condizentes ao sistema mecânico em questão.

A Figura 6.14 corrobora a assertiva mencionada anteriormente, em que a redução de carga provoca o aumento de  $i_d$  e a redução de  $i_q$ . Com o motor a vazio, o conjugado eletromagnético necessário foi reduzido, de maneira significativa (redução de  $i_q$ ). Logo, de (5.6), conclui-se que  $\theta^*$  tende para  $90^\circ$  quando o conjugado eletromagnético tende a zero (região de operação estável).

O erro de orientação mencionado acima, pode ser constatado nas Figuras 6.13 e 6.14. Durante o período da rampa de velocidade, o erro de orientação é em torno de  $15^\circ$ . Contudo, após a rampa de velocidade, esse erro torna-se inferior a  $3^\circ$ , o que justifica a sucinta variação na magnitude da corrente  $i_q$  durante a transição.

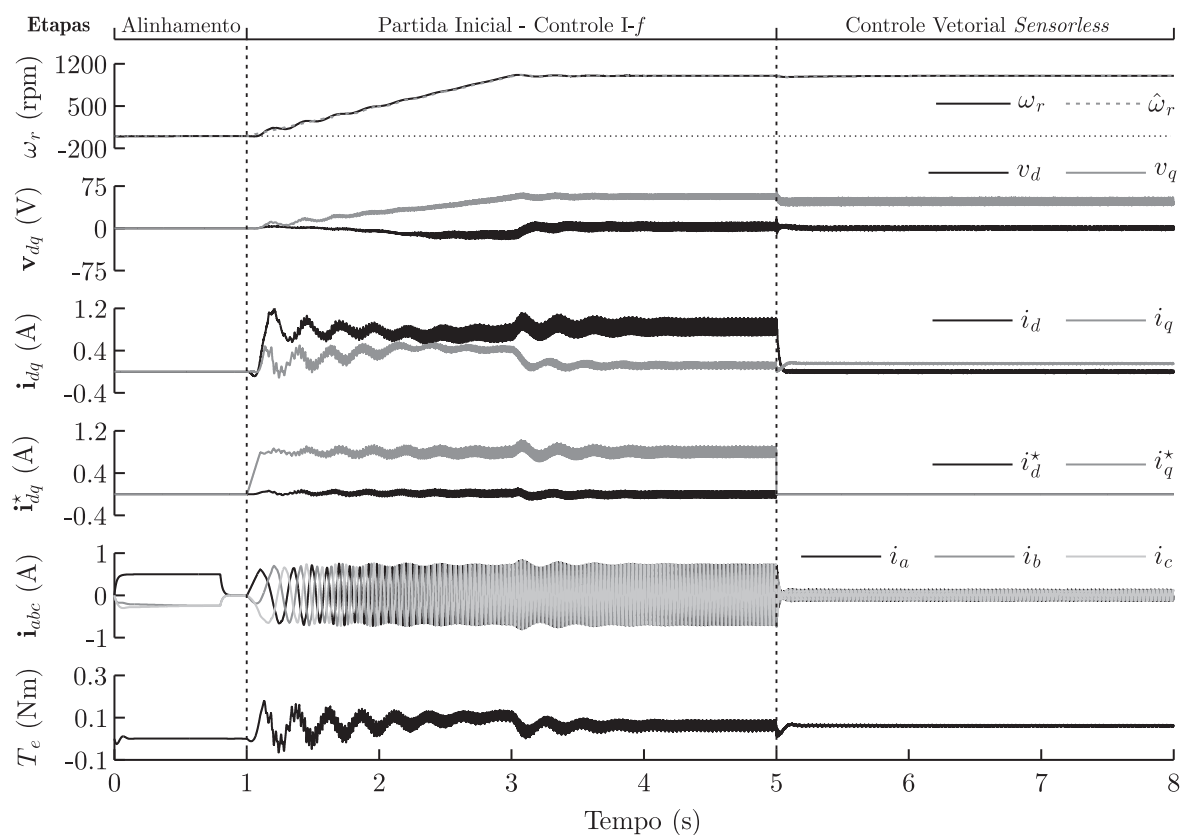


Figura 6.11 – Partida inicial do motor a vazio (resultado de simulação).

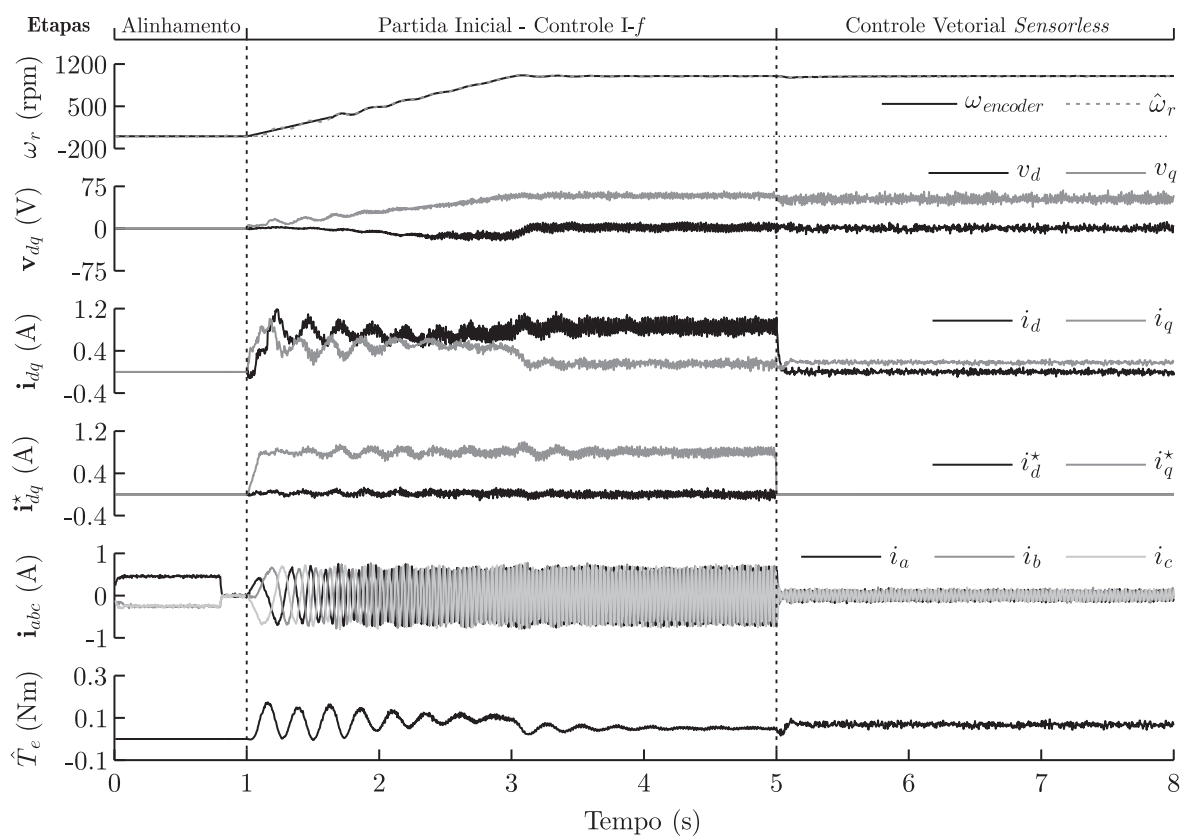


Figura 6.12 – Partida inicial do motor a vazio (resultado experimental).

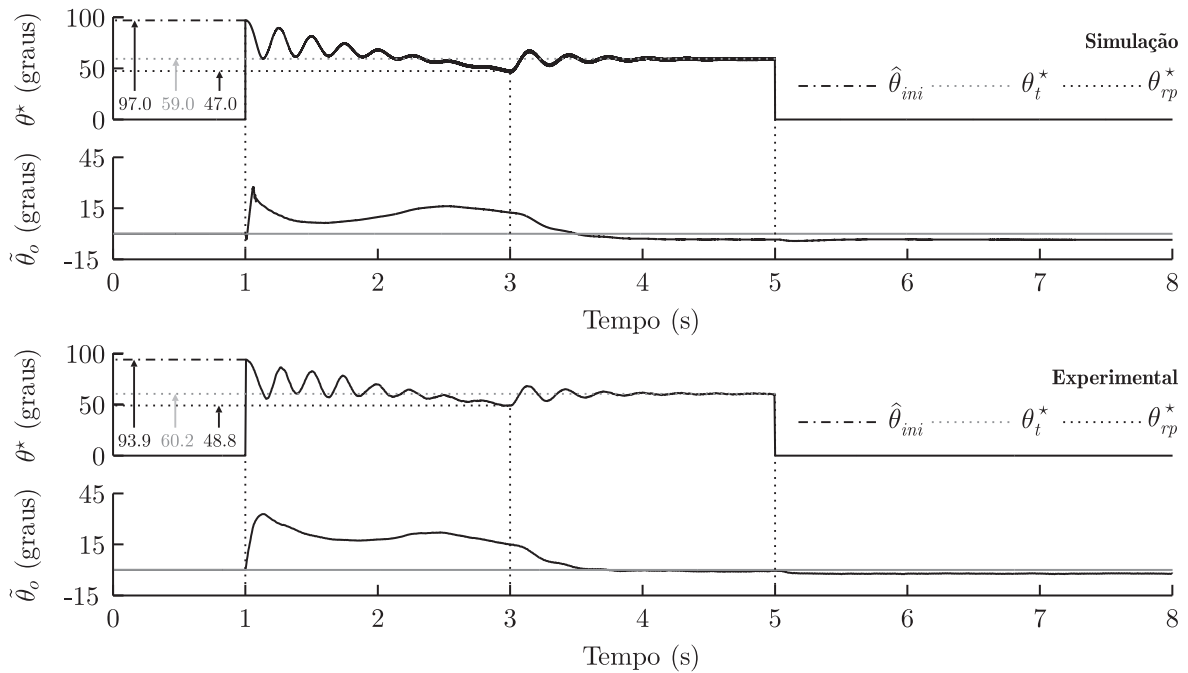


Figura 6.13 – Operação com carga linear: Diferença angular  $\theta^*$  entre os eixos de referência síncrona; erro médio de orientação da transformação síncrona proposta com relação ao eixo magnético do rotor.

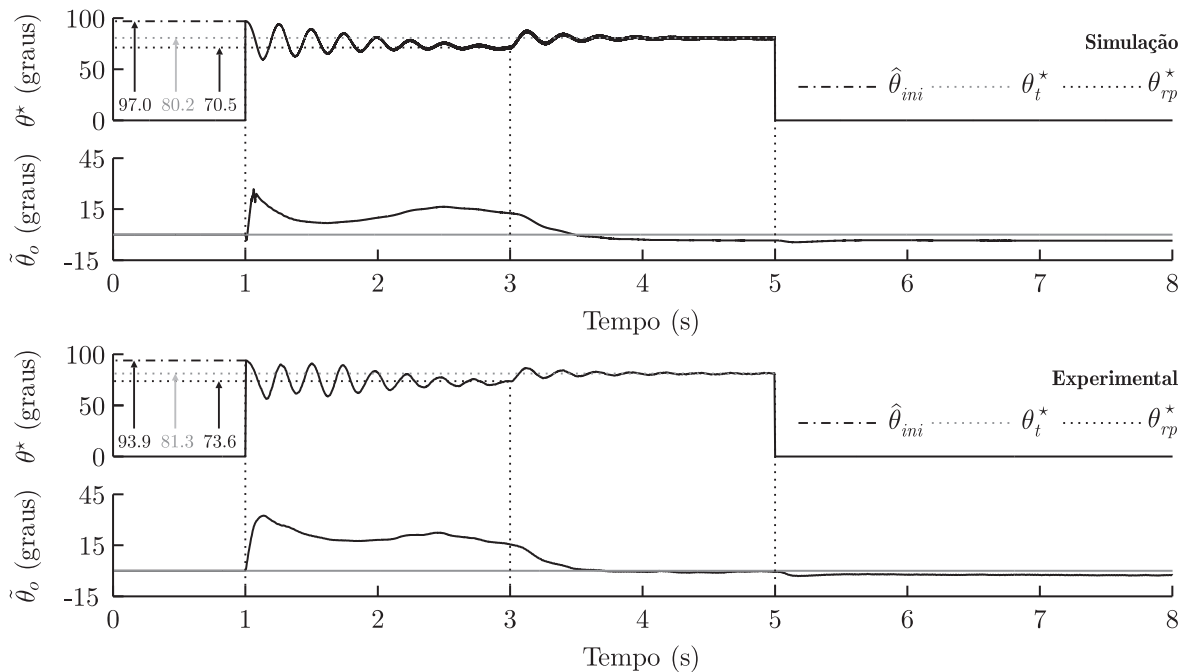


Figura 6.14 – Operação a vazio: Diferença angular  $\theta^*$  entre os eixos de referência síncrona; erro médio de orientação da transformação síncrona proposta com relação ao eixo magnético do rotor.

As correntes de fase, durante a partida e no período de transição, são detalhadas nas Figuras 6.15 - 6.18. Constata-se uma transição imediata e suave, sem variações abruptas de corrente, indicando o bom desempenho do método de transição. Além disso, a redução da magnitude das correntes após a transição deve-se à orientação adotada e a corrente de referência de eixo direto, que é definida com zero.

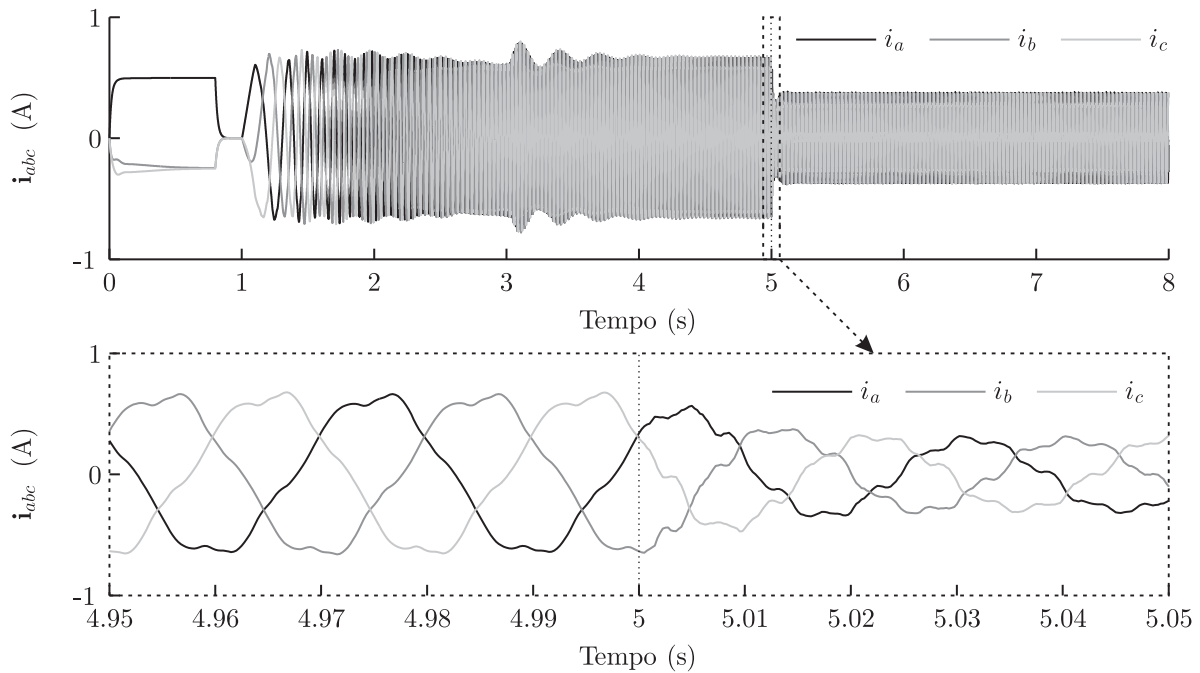


Figura 6.15 – Resultado de simulação: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial *sensorless* (motor com carga).

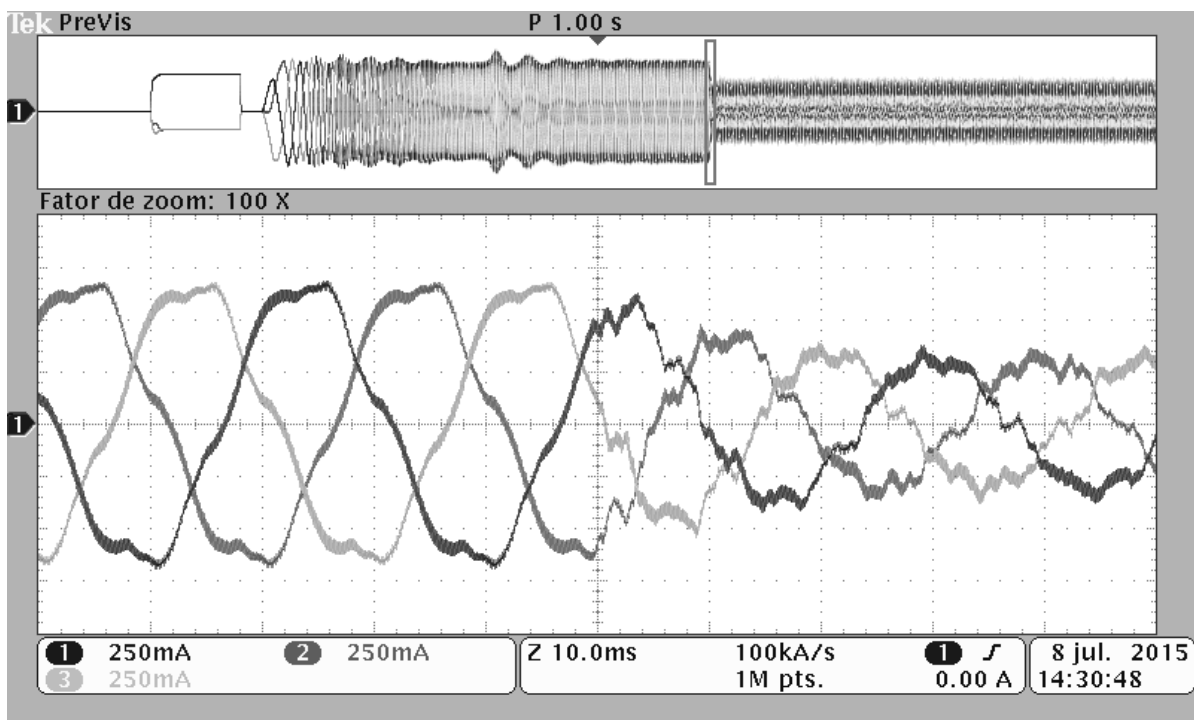


Figura 6.16 – Resultado experimental: Correntes de fase durante a transição ao controle vetorial *sensorless* (motor com carga).



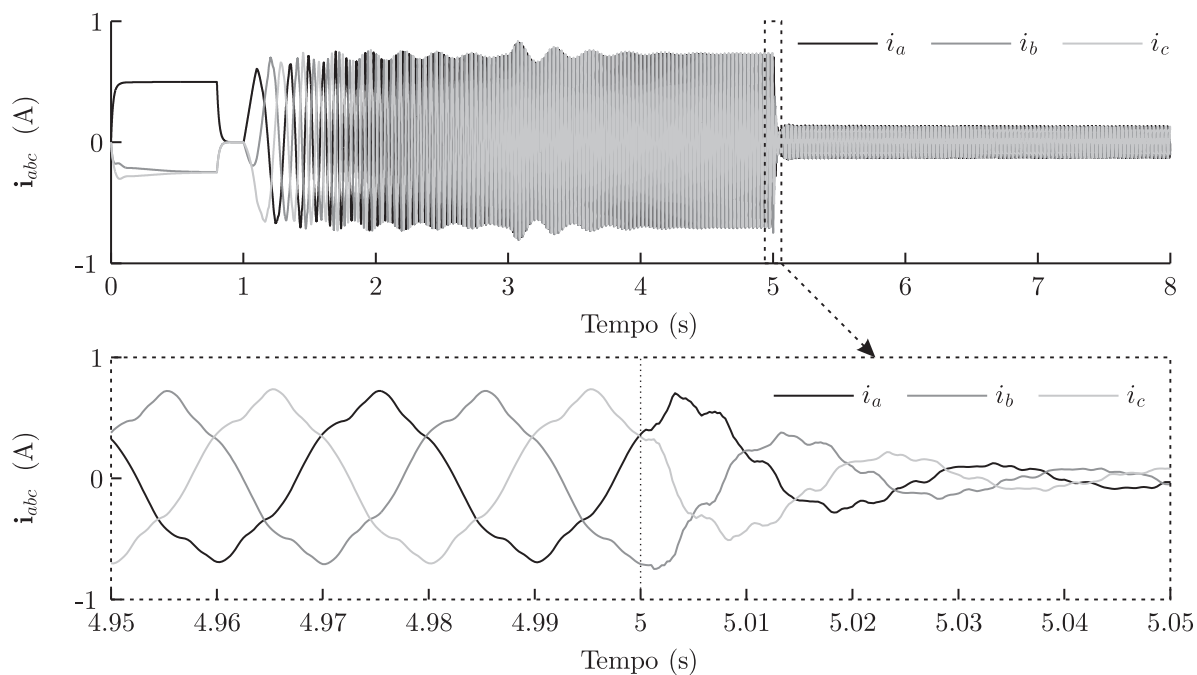


Figura 6.17 – Resultado de simulação: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial *sensorless* (motor a vazio).

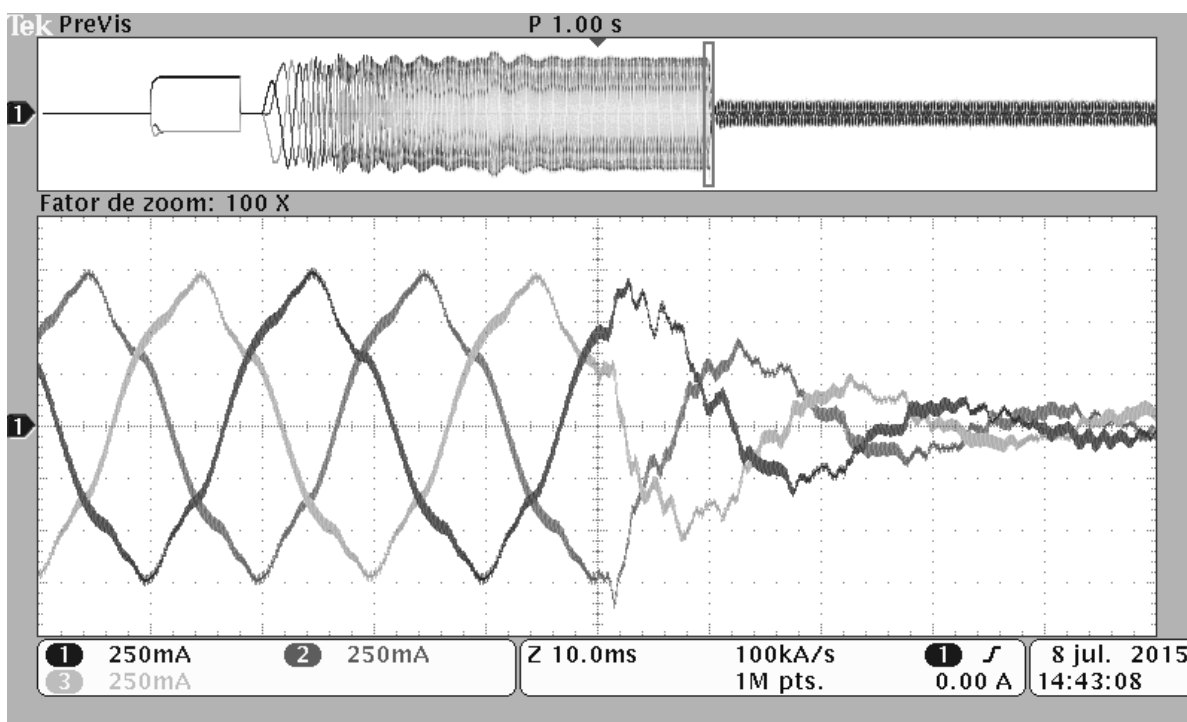


Figura 6.18 – Resultado experimental: Correntes de fase durante a partida e na transição ao controle vetorial *sensorless* (motor a vazio).

### 6.5 Controle vetorial *sensorless*

Nesta seção, serão validadas as proposições dos Capítulos 2, 3 e 4, e ainda, serão avaliados os desempenhos operacionais da estimação das FCEMs, do processo de filtragem seletiva e do controle híbrido, evidenciando as suas particularidades no controle do MSIP.

As Figuras 6.19 e 6.20 apresentam o desempenho de estimação da velocidade de rotação, das FCEMs e da filtragem seletiva de componentes harmônicas. Dois modos de operação foram avaliados com carga em 1000 rpm: o controle vetorial *sensorless* não senoidal e senoidal. No primeiro modo de operação, as FCEMs filtradas são adotadas à transformação síncrona  $dq$ , que é responsável pela inserção indireta do conteúdo harmônico nas correntes do motor. Por outro lado, no segundo modo de operação, somente a componente fundamental da FCEM, obtida pela filtragem seletiva, é utilizada na matriz de transformação. Desse modo, aplica-se o controle vetorial senoidal. Os resultados indicam que as grandezas estimadas convergiram adequadamente às grandezas verdadeiras. O erro de estimação de velocidade é inferior à 0.5 %, tanto na simulação quanto no teste experimental. Com relação às FCEMs, provenientes do observador de corrente, é possível verificar a presença de um *chattering* residual. Entretanto, a filtragem seletiva propiciou a atenuação significativa desse *chattering*, como exibido nas Figuras 6.19 e 6.20. Além disso, pode-se observar que os sinais reconstituídos da FCEM são congruentes à FCEM real.

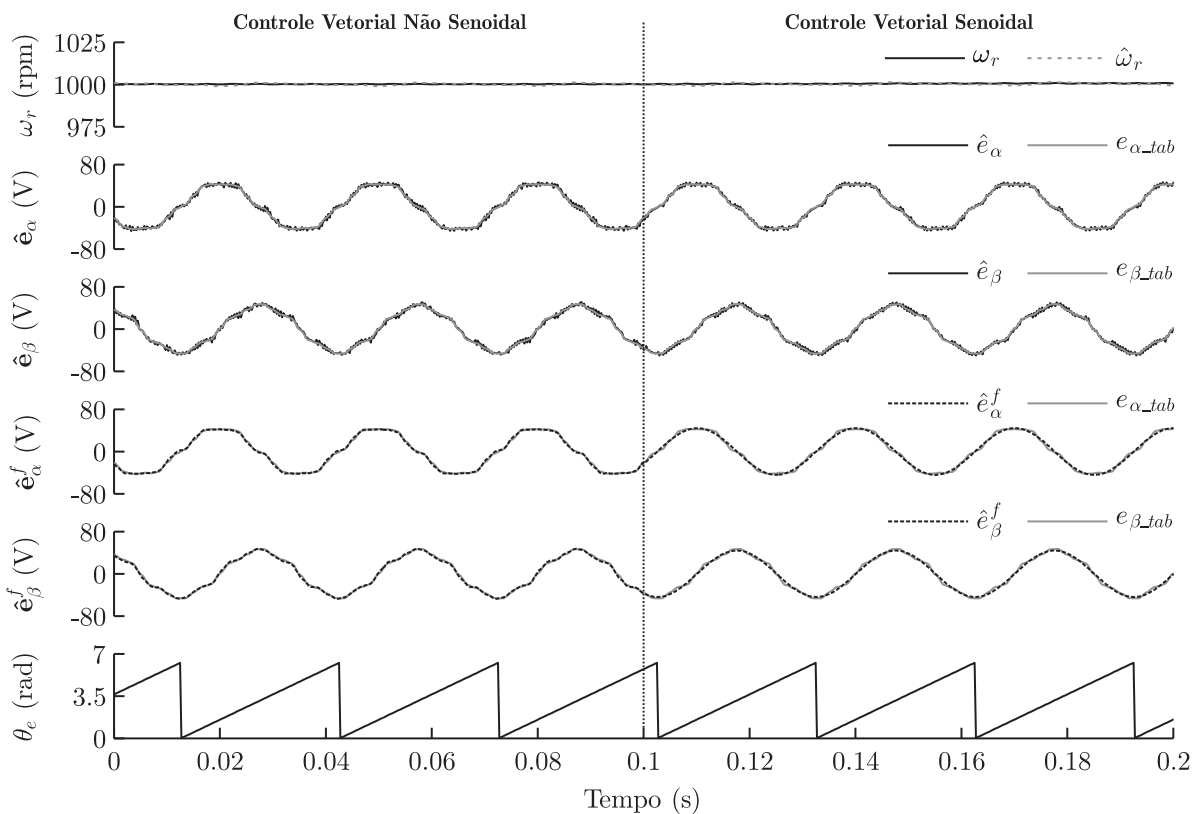


Figura 6.19 – Resultado de simulação: Estimação e filtragem seletiva das FCEMs.

É importante enfatizar que o controle vetorial *sensorless* senoidal, utilizado nesta tese, corresponde a um aprimoramento do controle vetorial convencional. Esse aprimoramento refere-se à compensação da FCEM não senoidal, que é realizada de forma intrínseca na abordagem proposta. Em vista disso, a banda passante das malhas de controle de corrente não necessitam ser elevadas de maneira significativa, reduzindo o esforço de controle e a realimentação do ruído de alta frequência presente nas correntes de fase amostradas.

As Figuras 6.21 e 6.22 apresentam os resultados que validam o modelo matemático do MSIP desenvolvido na Seção 2.2.4. Além disso, por intermédio desses resultados, pode-se averiguar o excelente desempenho de controle em malha fechada, tanto das correntes de fase quanto da velocidade de rotação. Visto que as correntes de eixo direto e de quadratura são aproximadamente constantes em ambos os modos de operação e, conseqüentemente, as correntes de fase em *abc* são sintetizadas de acordo com conteúdo harmônico oriundo da transformação síncrona. Desse modo, as correntes de fase em *abc* resultam em formas de onda não senoidais e senoidais, como mostram as figuras referidas. Por esse motivo, as ondulações do conjugado eletromagnético, no modo não senoidal, são reduzidas quando comparadas ao modo senoidal. A atenuação significativa da sexta componente harmônica múltipla da fundamental elétrica de rotação corrobora o estudo discutido no Apêndice A. Ressalta-se que as componentes de elevada frequência, verificadas nos resultados experimentais, possuem a sua origem no ruído de medida das correntes de fase.

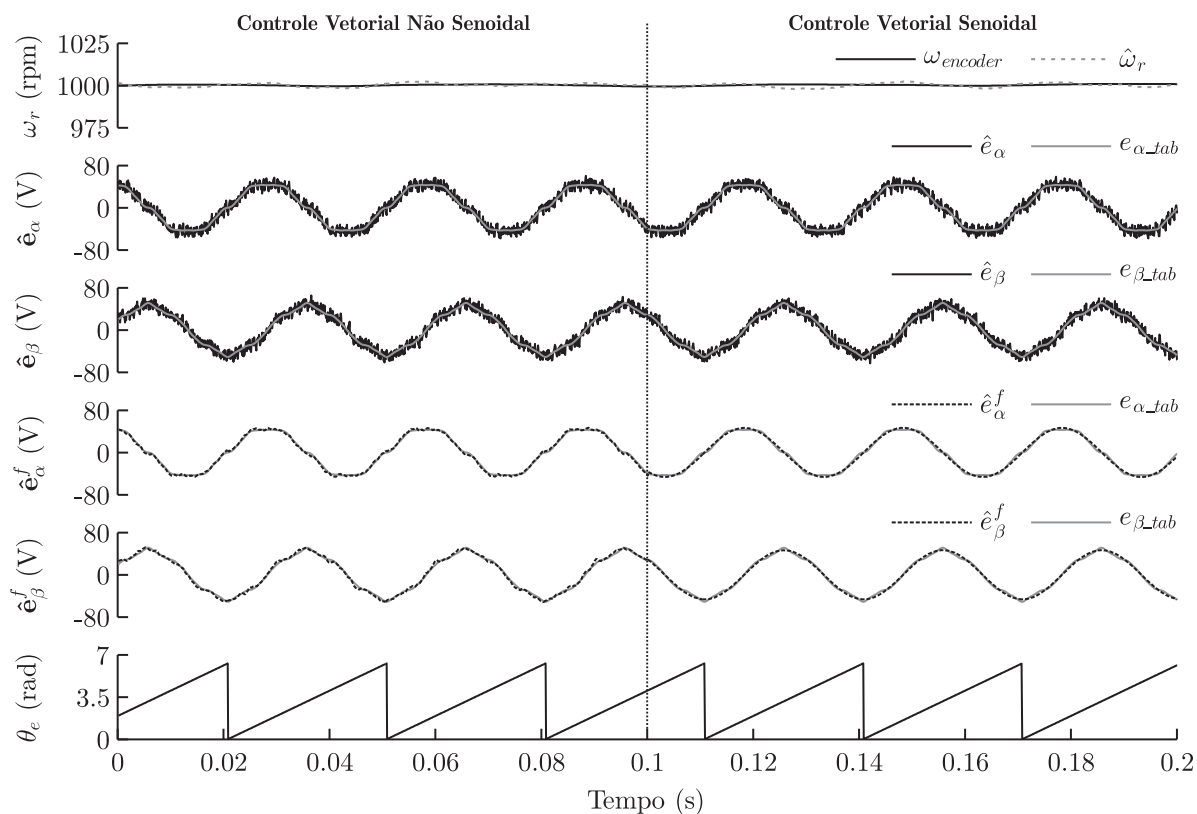


Figura 6.20 – Resultado experimental: Estimativa e filtragem seletiva das FCEMs.

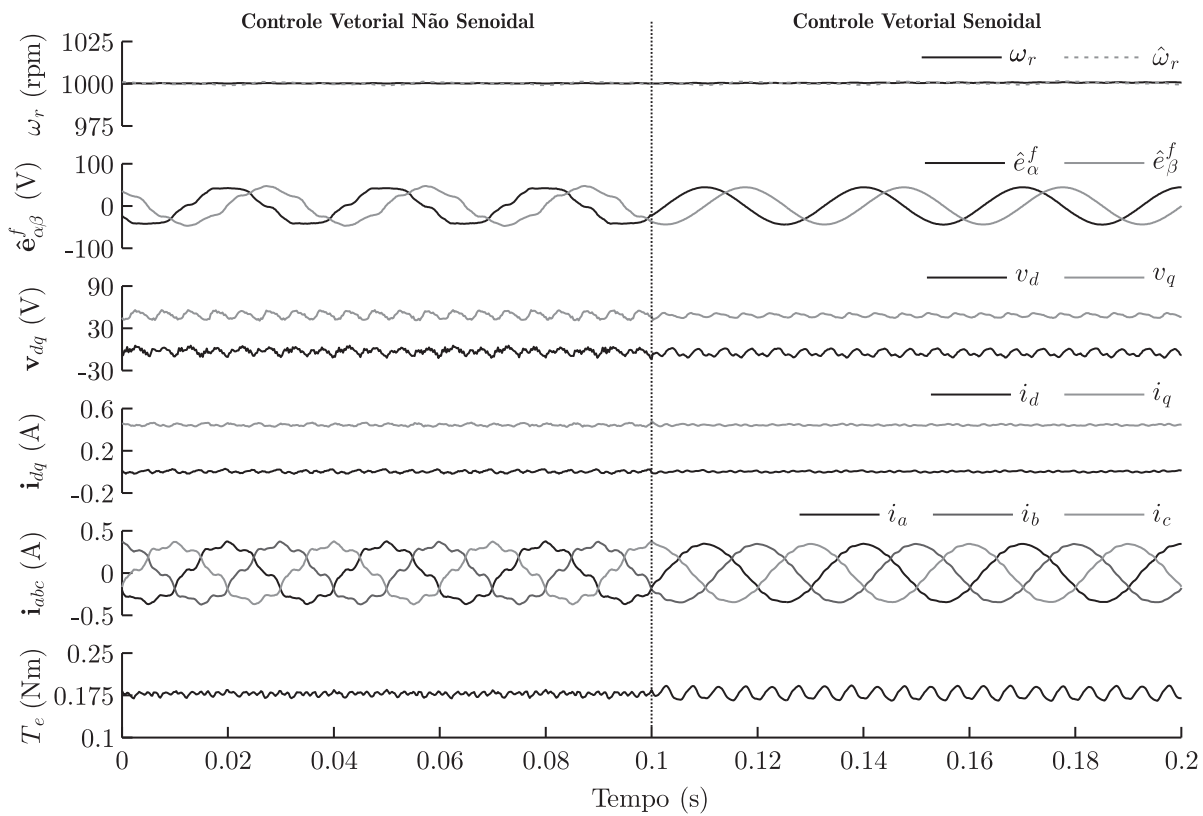


Figura 6.21 – Resultado de simulação: Controle vetorial *sensorless* não senoidal e senoidal.

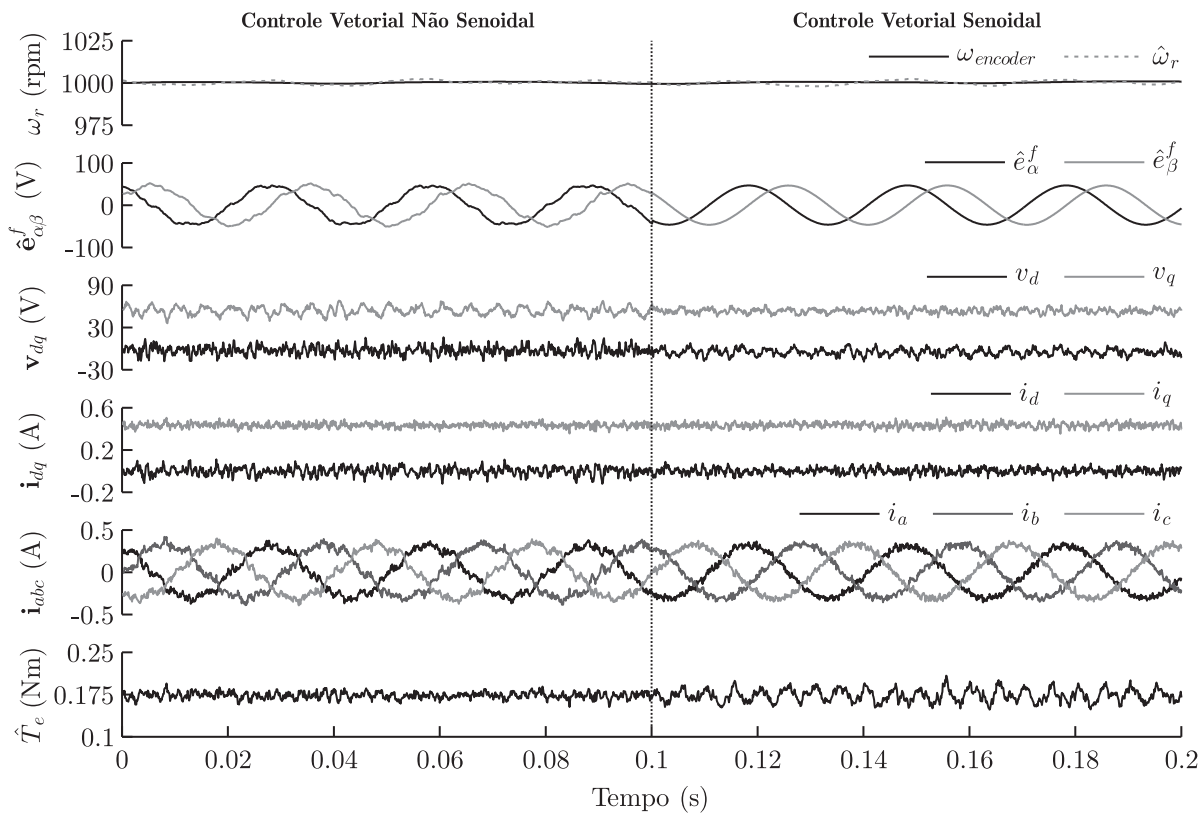


Figura 6.22 – Resultado experimental: Controle vetorial *sensorless* não senoidal e senoidal.

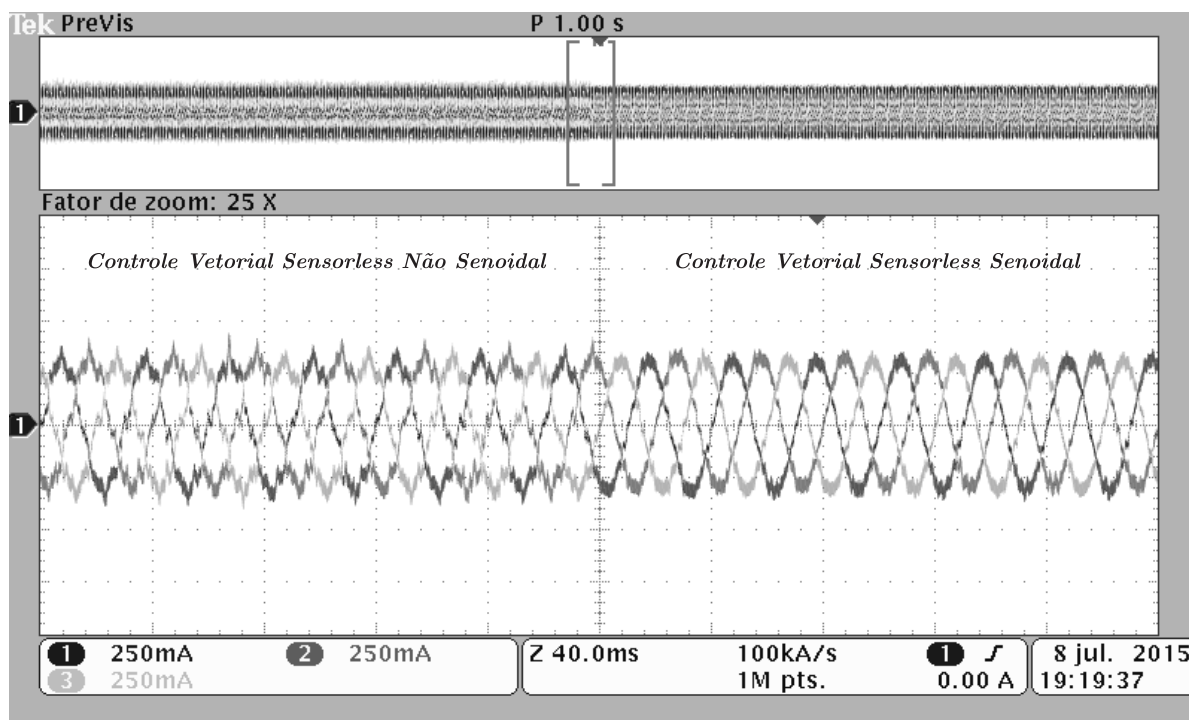


Figura 6.23 – Correntes de fase na transição entre os modos de operação não senoidal e senoidal em 1000 rpm.

A Figura 6.23 exhibe as correntes de fase nos dois modos de operação. Constata-se a presença de uma componente de alta frequência, que define uma envoltória ao sinal. Essa componente decorre, intrinsecamente, do acionamento com a modulação PWM. Por outro lado, as correntes, mostradas nas Figuras 6.21 e 6.22, correspondem ao valor médio das correntes reais, entre um período de amostragem. Com relação ainda à Figura 6.23, a corrente RMS, no controle vetorial senoidal, é de aproximadamente 0.2211A, e no controle vetorial não senoidal, é de aproximadamente 0.2213A, ou seja, não há uma alteração significativa da corrente RMS entre os modos de operação, para o MSIP em questão.

A Tabela 6.7 apresenta as magnitudes relativas das componentes harmônicas das FCEMs da Figura 6.20. De forma geral, verifica-se que a estimativa da FCEM e o sinal reconstituído são concordantes à FCEM real, indicando um bom desempenho do observador de FCEM e da filtragem seletiva de harmônicas.

Tabela 6.7 – Magnitude relativa das componentes harmônicas da FCEM

Ordem	Real (%)	Estimação da FCEM (%)	Filtragem seletiva (%)
5 <sup>a</sup>	7.7850	7.7291	7.7128
7 <sup>a</sup>	1.9420	2.0865	2.0552
11 <sup>a</sup>	0.8587	1.2969	1.3941
13 <sup>a</sup>	1.4159	1.8883	1.6264

Obs: Os dados são relativos à magnitude da componente fundamental.

Considerando a quinta e a sétima componente harmônica da FCEM real no estudo proposto do Apêndice A, é possível obter uma previsão de aumento relativo da corrente RMS em torno de 0.0203% (comparação entre os dois modos de operação). Entretanto, o aumento relativo no teste experimental foi de aproximadamente 0.0904%. Como esse estudo não contempla outras componentes harmônicas da FCEM, o resultado experimental pode ser dito concordante às previsões teóricas, indicando que o sucinto aumento das correntes RMS não é significativo para o motor em questão.

A Tabela 6.8 apresenta as magnitudes das componentes harmônicas que compõem as correntes exibidas na Figura 6.22. Com base nesses dados, confirma-se a diferença evidente entre as formas de onda das correntes não senoidais e senoidais, em que as componentes de alta frequência são reduzidas de forma significativa no controle vetorial *sensorless* senoidal. Observe ainda que há uma redução na componente fundamental. Visto que o conjugado eletromagnético médio deve permanecer igual, para manter a mesma velocidade de rotação, a componente fundamental reduz, pois as componentes harmônicas de alta ordem contribuem para o conjugado médio.

Tabela 6.8 – Magnitude das componentes harmônicas das correntes de fase *abc*

Ordem	Corrente Não senoidal (A)	Corrente Senoidal (A)	Diferença(%)
1 <sup>a</sup>	0.3097	0.3109	0.3860
5 <sup>a</sup>	0.0125	0.0047	-62.4000
7 <sup>a</sup>	0.0297	0.0033	-88.8888
11 <sup>a</sup>	0.0081	0.0023	-71.6049
13 <sup>a</sup>	0.0096	0.0078	-18.7500

A Tabela 6.9 exibe a magnitude relativa das componentes harmônicas presentes na estimativa do conjugado eletromagnético, o qual está apresentado na Figura 6.22. Ao comparar tais magnitudes, pode-se verificar a redução expressiva da sexta componente harmônica. Tendo em vista que essa componente é a mais significativa, reafirma-se então, que o método proposto propicia a redução acentuada das ondulações de conjugado eletromagnético mútuo, o que valida novamente as proposições desta tese.

O estudo mencionado acima, com base na quinta e na sétima componente harmônica da FCEM, releva ainda uma possível redução das ondulações de conjugado, na ordem de 5.8430%. Com base na Tabela 6.9, é possível inferir<sup>2</sup> que a redução das ondulações de conjugado, obtida experimentalmente, é congruente ao valor teórico de redução.

Tabela 6.9 – Magnitude das componentes harmônicas do conjugado eletromagnético

Ordem	Operação Não Senoidal (%)	Operação Senoidal (%)
6 <sup>a</sup>	0.8402	7.6471
12 <sup>a</sup>	1.1756	1.1863

Obs: Os dados são relativos ao conjugado eletromagnético médio ( 1.7322 Nm).

<sup>2</sup>Por intermédio da redução de 6.8069% da sexta componente harmônica.

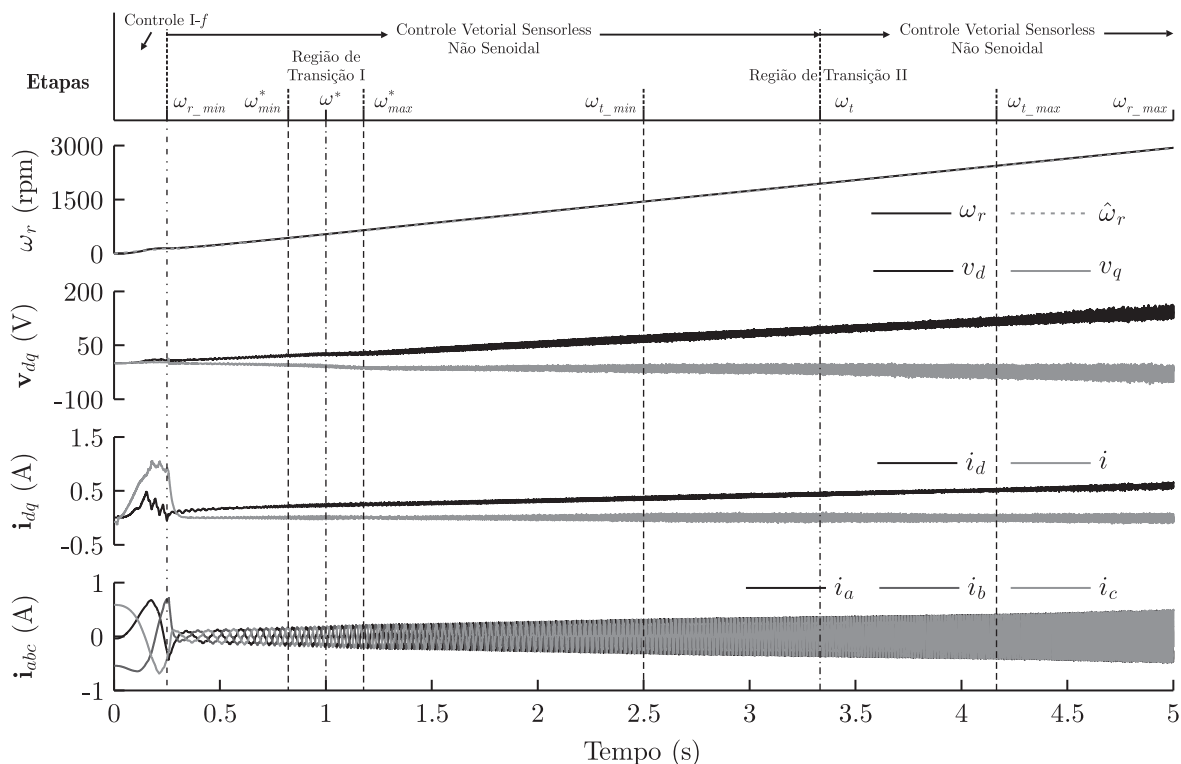


Figura 6.24 – Etapas de operação do controle híbrido (resultado de simulação): Etapas de operação; velocidade angular de rotação, tensões e correntes de fase representadas no referencial síncrono  $dq$ ; correntes de fase representadas no referencial síncrono arbitrário de partida; correntes de fase representadas no referencial estacionário  $abc$ .

As Figuras 6.24 e 6.25 mostram a operação completa do MSIP desde a partida até a velocidade máxima de rotação. Assim, é possível observar a transição do controle I- $f$  ao controle vetorial *sensorless*, e ainda, a transição do controle vetorial híbrido. De forma geral, os resultados de simulação e experimentais não exibem transições abruptas entre os modos de operação. Ressalta-se que no controle I- $f$ , a magnitude das correntes de fase são maiores do que no controle vetorial, conforme discutido anteriormente.

As Figuras 6.26 e 6.27 apresentam os resultados do controle vetorial *sensorless* operando com carga e com variações de velocidade. Nessas figuras são exibidas as seguintes variáveis: velocidade de referência; estimativa da velocidade de rotação; tensões e correntes de fase representadas no referencial síncrono  $dq$ ; corrente de referência de eixo de quadratura; e conjugado eletromagnético (real na simulação, estimado no teste experimental). Dois tipos de rampa com aceleração distinta foram aplicados ao motor (rampa de 0.5s com aceleração de 1000 rpm/s e rampa de 2s com aceleração de 500 rpm/s).

Nos resultados das Figuras 6.26 e 6.27, é possível verificar um erro de rastreamento durante as rampas de velocidade, embora a velocidade de rotação segue de modo adequado o sinal de referência. Esse erro decorre de uma limitação do controlador de velocidade, uma vez que o controlador PI não possui a capacidade de rastreamento com erro nulo<sup>3</sup> de

<sup>3</sup>Especificamente, o erro de rastreamento não é assintoticamente nulo quando o tempo tende ao infinito.



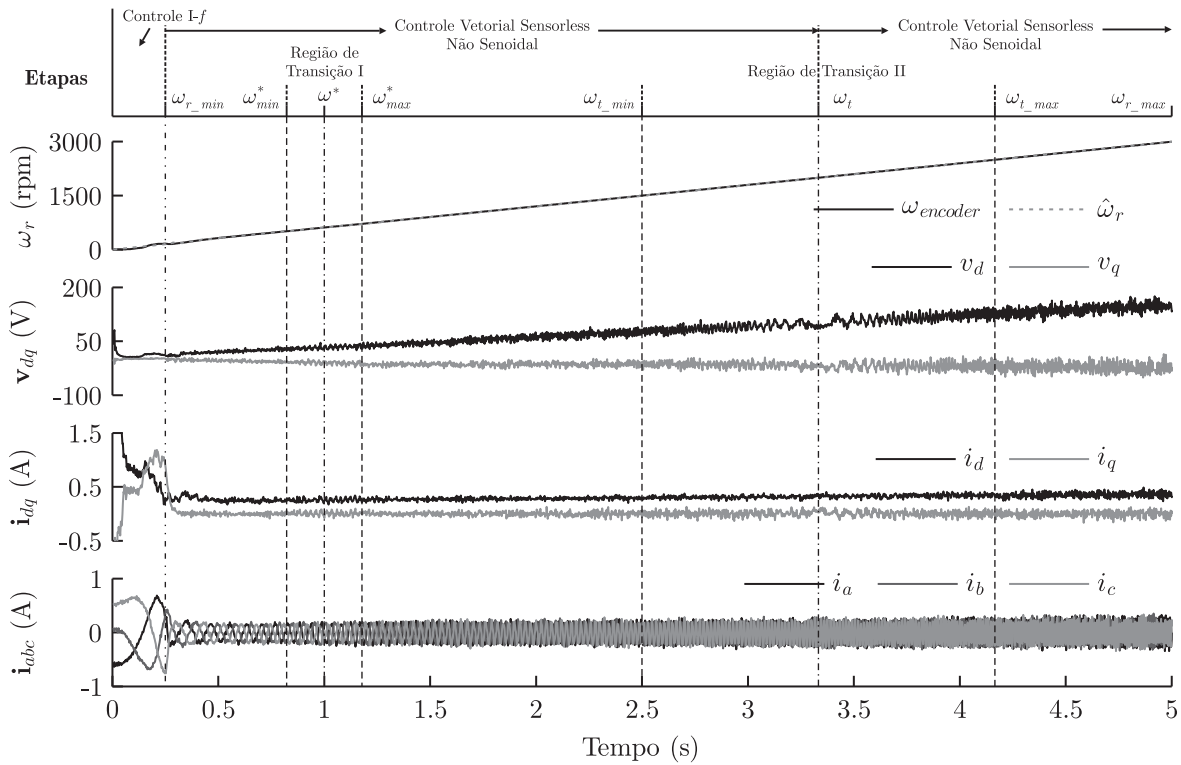


Figura 6.25 – Etapas de operação do controle híbrido (resultado experimental): Etapas de operação; velocidade angular de rotação (encoder), tensões e correntes de fase representadas no referencial síncrono  $dq$ ; correntes de fase representadas no referencial síncrono arbitrário de partida; correntes de fase representadas no referencial estacionário  $abc$ .

sinais de referência do tipo rampa. Os resultados demonstram ainda que as correntes de eixo direto e de quadratura rastream a apropriadamente as correntes de referência. Além disso, constata-se que as variações de velocidade não provocam alterações na magnitude da corrente de eixo de direto. Por esse motivo, pode-se concluir que as malhas de corrente estão devidamente desacopladas, com respeito a velocidade angular de rotação.

As Figuras 6.28 e 6.29 apresentam os erros de estimação dos resultados referentes às Figuras 6.26 e 6.27. Nessas figuras são exibidas as seguintes variáveis: velocidade de referência; conjugado eletromagnético real, na simulação, e estimado, no teste experimental; erro de estimação da velocidade; erro médio de fase da estimação da FCEM; erro médio de fase introduzido pela filtragem seletiva. Ao comparar os erros, observa-se que o erro de estimação de velocidade e de fase introduzida pela filtragem seletiva exibem um comportamento similar, cuja magnitude do erro está diretamente relacionada à aceleração do motor. É importante ressaltar que a sintonia da filtragem seletiva depende dessa velocidade, portanto, o erro da estimativa de velocidade é propagado pela filtragem seletiva, porém sem o comprometimento significativo do desempenho operacional, como pode ser observado nesses resultados. Além disso, o erro médio de fase das estimativas da FCEM é inferior a  $3^\circ$  elétricos ou  $1.5^\circ$  mecânicos, indicando novamente um bom desempenho de estimação do observador proposto.



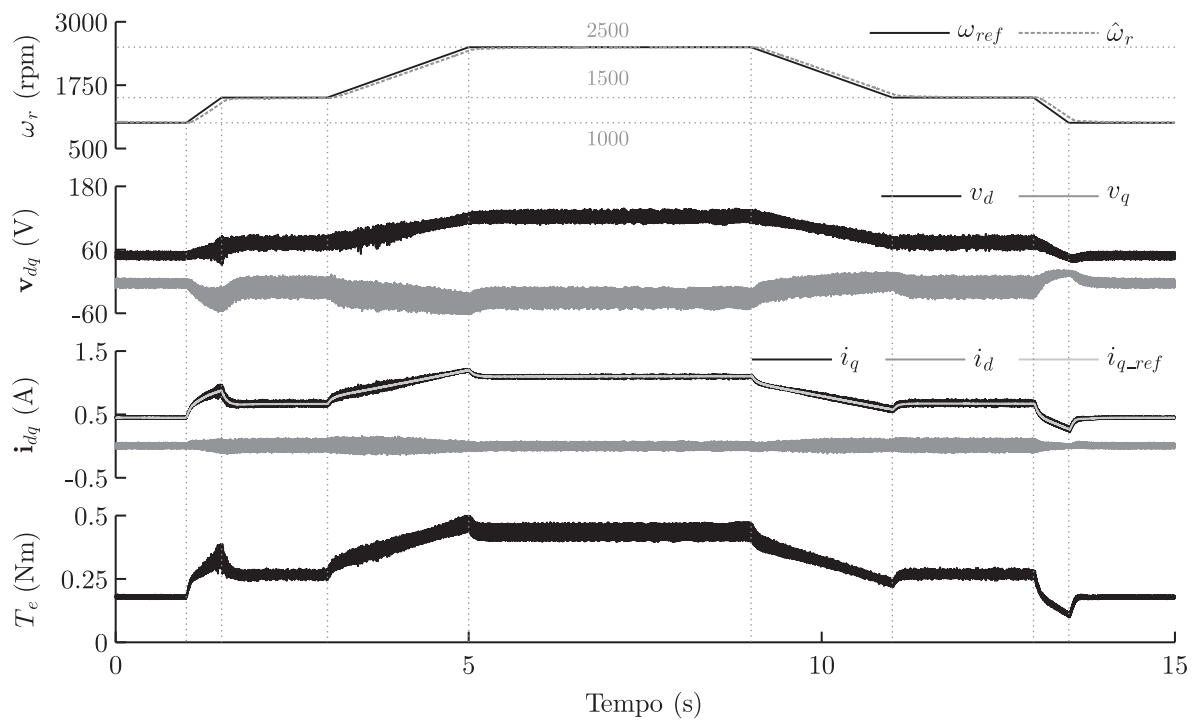


Figura 6.26 – Controle vetorial *sensorless* sob variações da velocidade angular de rotação (resultado de simulação)

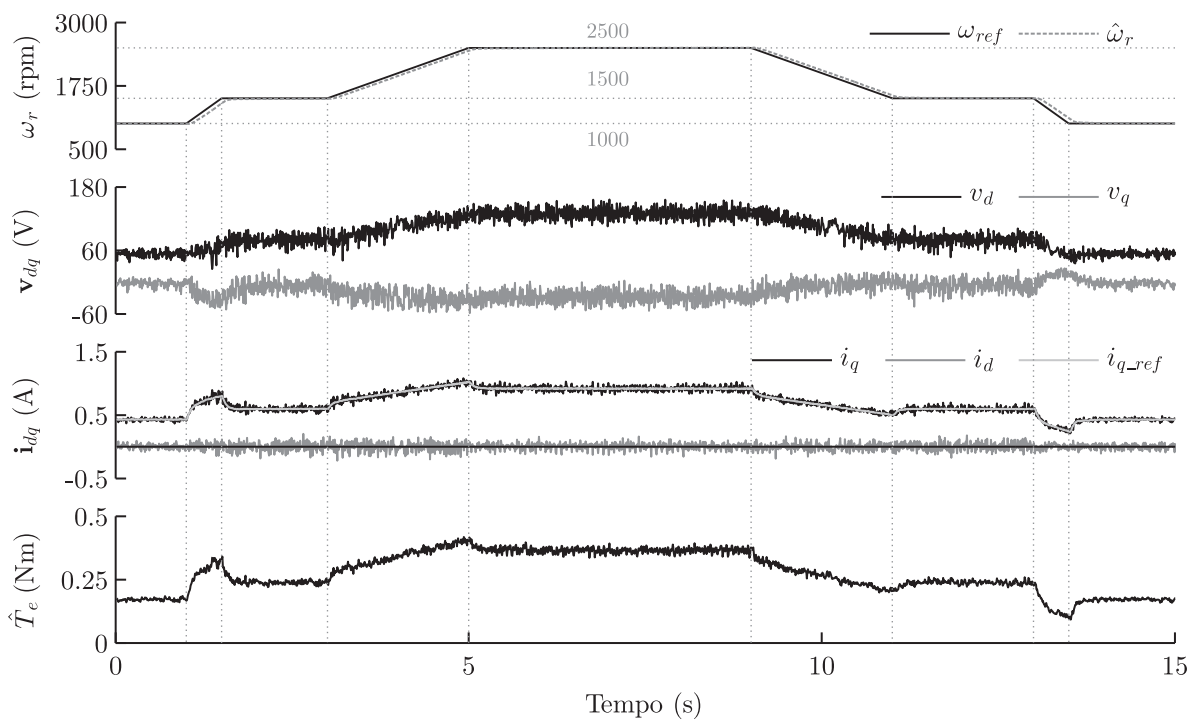


Figura 6.27 – Controle vetorial *sensorless* sob variações da velocidade angular de rotação (resultado experimental).

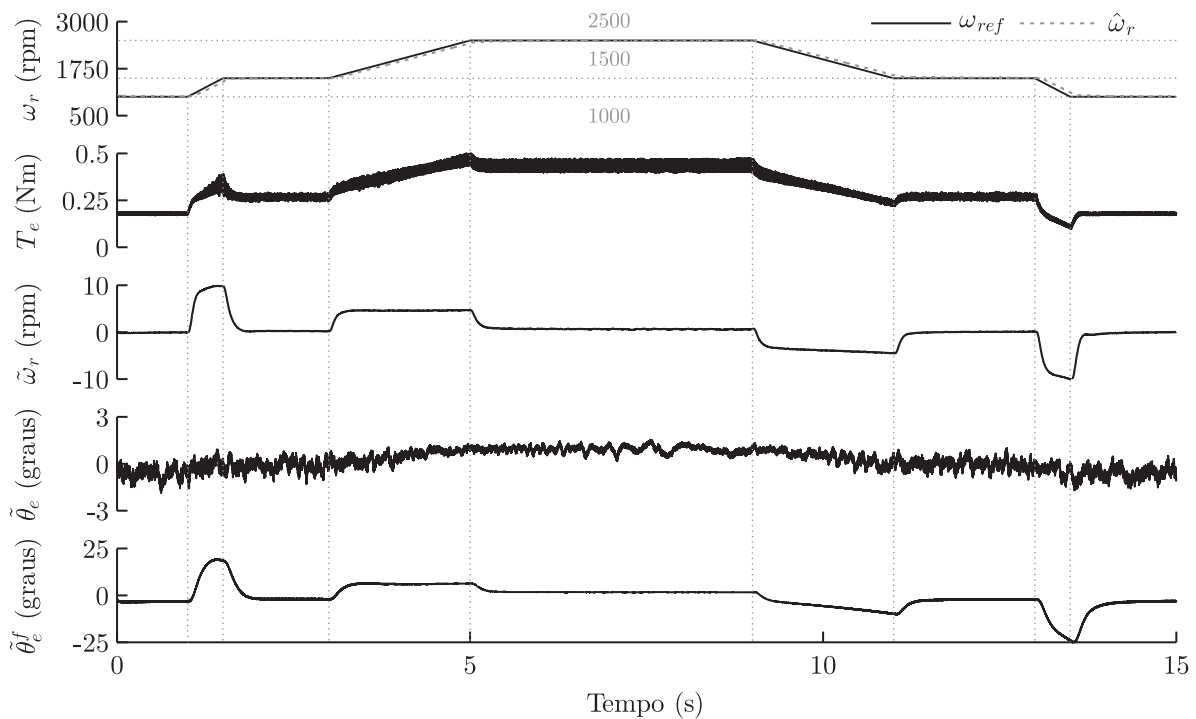


Figura 6.28 – Erros de estimação no controle vetorial *sensorless* sob variações da velocidade angular de rotação (resultado de simulação).

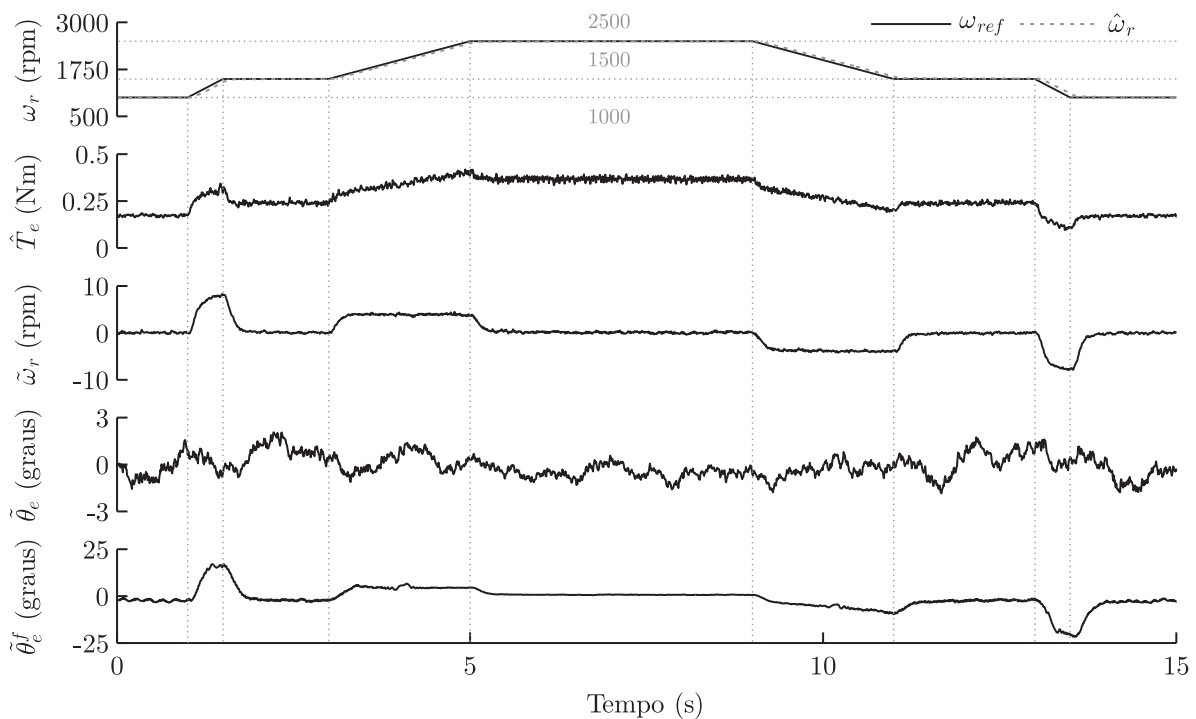


Figura 6.29 – Erros de estimação no controle vetorial *sensorless* sob variações da velocidade angular de rotação (resultado experimental).

## 6.6 Operação do controle I- $f$ em baixas rotações e na velocidade nula

Esta seção tem o propósito de validar a operação do controle I- $f$  em velocidades baixas, na velocidade nula e na inversão do sentido de rotação. Além disso, será verificado o desempenho da transição bidirecional, que foi proposta na Seção 5.4.

As Figuras 6.30 e 6.31 evidenciam a inversão do sentido de rotação do motor, em que é adotado o controle I- $f$  para suprir a operação do controle *sensorless* na região próxima ao cruzamento. Essas figuras exibem as seguintes variáveis: velocidade angular de rotação real e estimada; tensões e/ou correntes de fase representadas no referencial síncrono  $dq$ ; correntes de fase representadas no referencial síncrono arbitrário; correntes de fase representadas em eixo estacionários  $abc$ ; conjugado eletromagnético real, na simulação, e estimado, no teste experimental. Observe que a velocidade de rotação rastreou de maneira adequada o sinal de referência, mesmo sob o controle em malha aberta. Na região próxima a velocidade nula, pode-se verificar variações abruptas das tensões e correntes de fase representadas no referencial síncrono  $dq$ . Essas variações indicam a perda de observabilidade da FCEM, o que impossibilita o controle vetorial *sensorless* nessa região de operação. Apesar disso, o controle I- $f$  supriu, apropriadamente, a inversão do sentido de rotação. Verifica-se ainda, que a transição bidirecional permitiu a comutação suave entre os métodos de controle, evitando transientes indesejáveis de conjugado eletromagnético.

As Figuras 6.32 e 6.33 mostram a operação do MSIP em baixa rotação e com velocidade nula. A velocidade de rotação foi reduzida em rampa de 1000 rpm para 100 rpm, e após 1s, o rotor foi parado, permanecendo nesse estado por 0.5s. Em seguida, foi executado o processo inverso ao realizado, porém com a mudança no sentido de rotação. De modo similar à abordagem da partida inicial, pode-se constatar a presença de oscilações de velocidade nas operações em  $\pm 100$  rpm. Essas oscilações possuem o mesmo comportamento oscilatório amortecido, discutido anteriormente. Contudo, a operação é plenamente estável e robusta, mesmo na velocidade nula. Por fim, os resultados indicam, novamente, um excelente desempenho na transição bidirecional entre os métodos abordados, visto que há uma simetria evidente entre os resultados obtidos, tanto na simulação quanto nos testes experimentais.

É importante ressaltar que o controle I- $f$ , no escopo desta tese, é apenas uma estratégia complementar de partida e de operação em baixas rotações, pois a magnitude das correntes de fase pode ser considerada expressiva, caso o motor não esteja operando a plena carga<sup>4</sup>. Apesar disso, essa estratégia pode ser estendida para toda a faixa operacional, desde que o conjugado de carga máximo seja conhecido e as questões de eficiência do motor e de regulação da velocidade não sejam relevantes à sua aplicação.

---

<sup>4</sup>Nessa condição, as perdas no cobre são superiores quando comparadas com o controle vetorial.

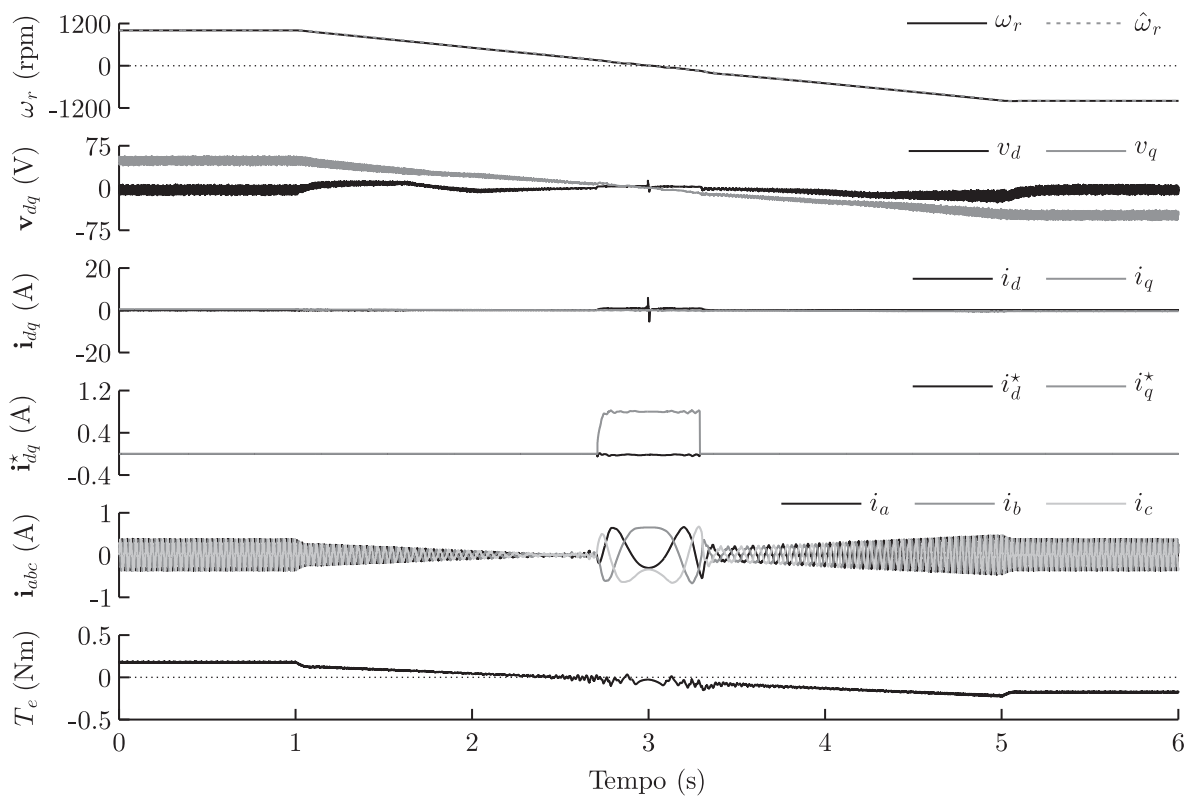


Figura 6.30 – Inversão do sentido de rotação do MSIP (resultado de simulação).

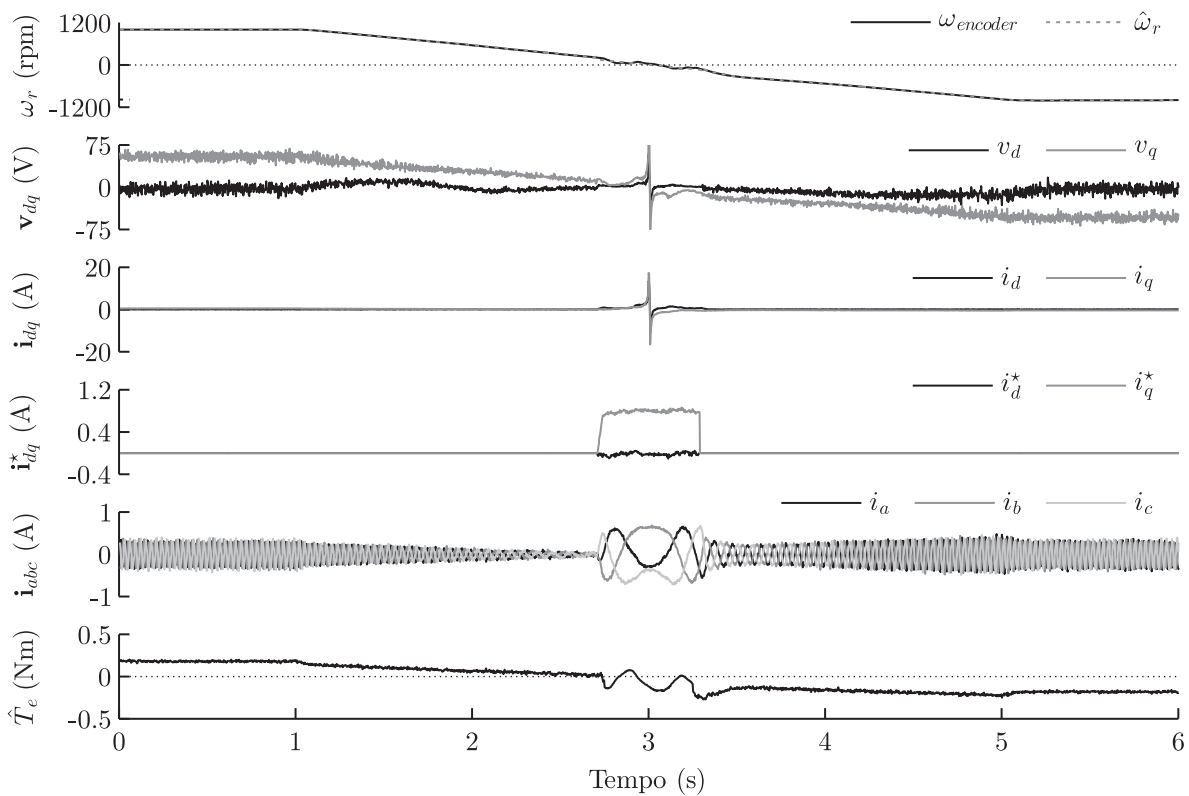


Figura 6.31 – Inversão do sentido de rotação do MSIP (resultado experimental).

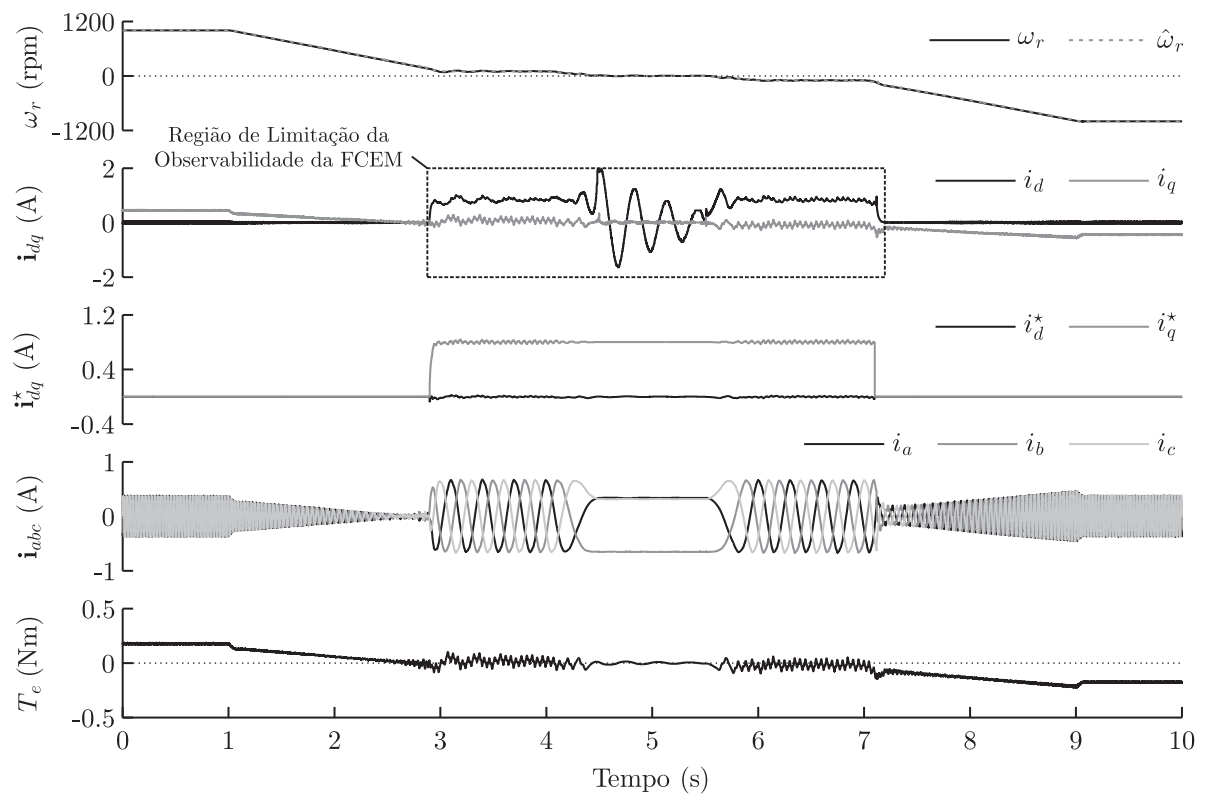


Figura 6.32 – Operação em baixa rotação e na velocidade nula (resultado de simulação).

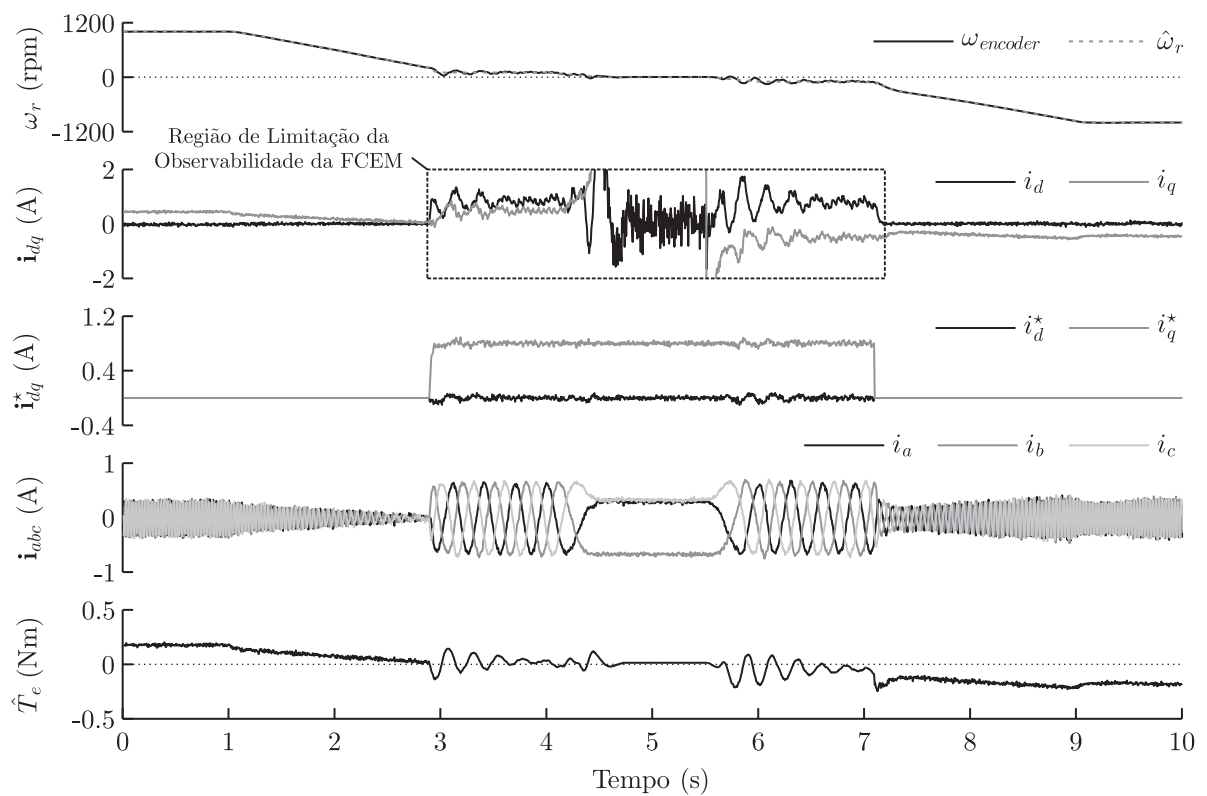


Figura 6.33 – Operação em baixa rotação e na velocidade nula (resultado experimental).

## 6.7 Considerações finais

Este capítulo apresentou a validação dos desenvolvimentos teóricos propostos nesta tese. Para isso, resultados de simulações computacionais e de testes em uma plataforma experimental foram discutidos em detalhes, evidenciando as particularidades de cada estratégia. Em vista disso, é possível destacar:

- o observador de corrente com o AST de ganhos variáveis é estável, permitindo assim, uma apropriada estimação da FCEM em toda a faixa operacional *sensorless* do motor;
- o controle  $I-f$  é uma alternativa complementar viável ao controle vetorial *sensorless*, que proporciona a operação robusta do motor, desde a velocidade nula até a operação em baixa rotação;
- o estimador da velocidade de rotação apresentou um excelente desempenho e a estimativa da velocidade proporcionou, adequadamente, a sintonia da filtragem seletiva e o controle de velocidade em malha fechada;
- o processo de filtragem seletiva permitiu atenuar, de forma significativa, o *chattering* residual, e ainda, reconstituiu satisfatoriamente a FCEM em questão;
- o controle vetorial *sensorless* não senoidal reduziu acentuadamente as ondulações de conjugado eletromagnético e não apresentou impacto relevante sobre as perdas no cobre (para o MSIP em questão);
- o controle vetorial *sensorless* senoidal permitiu a síntese de correntes senoidais, sem a necessidade de aumentar a frequência de corte dos controladores de corrente;
- o controle de velocidade em malha fechada apresentou um bom desempenho de rastreamento e atendeu as necessidade de operação em velocidade variável.

Por fim, os resultados indicam que as estratégias propostas possibilitam um alto desempenho de controle aos MSIPs, e ainda podem ser facilmente implementadas em aplicações de baixo custo.

## 7 CONCLUSÃO

Esta tese apresentou contribuições ao controle de MSIPs com FCEM não senoidal, especificamente, para motores em que o conjugado de relutância pode ser negligenciado. Essas contribuições estão direcionadas ao controle vetorial *sensorless*, baseado em uma nova representação síncrona, cujos eixos de referência são orientados ao vetor de FCEM. Além disso, a técnica proposta tem os mesmos objetivos do controle vetorial clássico, em que o conjugado eletromagnético é controlado de forma independente com relação ao fluxo magnético concatenado. Por esse motivo, a abordagem possibilita a minimização das oscilações de conjugado eletromagnético e ainda, pode proporcionar a redução<sup>1</sup> das perdas no cobre quando comparada ao acionamento com correntes senoidais. Todas as estratégias auxiliares e complementares, que compõem o controle vetorial proposto, foram desenvolvidas em tempo discreto, almejando a aplicação em microcontroladores e DSPs. Estudos adicionais, fundamentados em simulações computacionais, foram também apresentados, com o intuito de revelar possíveis potenciais de redução das ondulações de conjugado mútuo e das perdas no cobre. É importante destacar que esses mesmos estudos fornecem informações que podem auxiliar na coordenação de projeto entre o acionamento, o controle e a construção do motor. Para permitir uma melhor compreensão sobre as propostas, a metodologia de cada estratégia foi descrita, de forma sequencial, em diversos capítulos independentes e interconectados, com exceção do capítulo de validação e discussão dos resultados, no qual buscou-se a sistematização ordenada do projeto do controle vetorial *sensorless*.

Inicialmente, alguns aspectos acerca do tema foram discutidos no Capítulo 1, elucidando a motivação desta tese. Logo após, uma revisão bibliográfica foi abordada de tal maneira a evidenciar as lacunas que justificaram a proposição deste trabalho, e ainda, situar as contribuições propostas no contexto técnico-científico atual. No final desse capítulo, a estrutura organizacional foi apresentada.

As particularidades construtivas e operacionais que diferenciam os MSIPs de FCEM senoidal e não senoidal foram tratadas no início do Capítulo 2, fornecendo uma compreensão primordial sobre os MSIPs. De forma suplementar, as perdas associadas ao processo de conversão eletromecânica e a síntese do conjugado eletromagnético foram também discutidas. Uma vez conhecendo as características do motor, a modelagem do MSIP com FCEM não senoidal foi realizada. Logo, uma nova transformação síncrona ao vetor de FCEM normalizado foi proposta. Essa transformação possibilita a síntese de um conjugado eletromagnético constante, se a corrente de eixo de quadratura for mantida constante. Por fim, o MSIP foi representado em dois modelos matemáticos distintos. O primeiro mo-

---

<sup>1</sup>Esse fator depende, estritamente, da forma de onda da FCEM do MSIP em questão.

delo, representado no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , foi usado como base à proposição do observador de corrente. Por outro lado, o segundo modelo, representado no referencial síncrono  $dq$ , foi tomado como referência para o desenvolvimento do controle vetorial.

O capítulo 3 apresentou um observador de corrente em tempo discreto baseado em uma nova modificação do AST, em que foram incluídos ganhos variáveis. Esse observador tem o intuito de obter estimativas das FCEMs, as quais são necessárias à implementação da transformação síncrona proposta no Capítulo 2. Desta forma, neste capítulo, apresentou-se o desenvolvimento teórico do observador em tempo discreto, bem como a análise da estabilidade do observador e do cumprimento das condições de alcance e existência do modo quase deslizante. Para finalizar o capítulo, a metodologia de projeto dos ganhos do observador foi discutida em detalhes, revelando que os ganhos podem ser facilmente determinados, a partir dos parâmetros do sistema e de critérios de desempenho.

No Capítulo 4, o controle vetorial *sensorless*, baseado na nova representação em eixos síncronos, foi proposto. Com esse novo modelo, é possível controlar o MSIP com FCEM não senoidal de forma similar ao controle vetorial clássico. Diferentemente das abordagens encontradas na literatura, a transformação síncrona não é baseada ou derivada da transformação de Park. Assim, para implementar a nova transformação síncrona, sem o uso de sensores mecânicos de posição ou velocidade, adotou-se a estimação da FCEM apresentada no Capítulo 3. Ainda nesse capítulo, o processo de filtragem seletiva e a sua relação com o controle híbrido foram apresentados, descrevendo os filtros discretos adotados nessas estratégias. Por fim, a metodologia de projeto dos controladores de corrente e de velocidade foram descritas em detalhes.

Conforme discutido ao longo desta tese, o controle *sensorless*, fundamentado na FCEM, possui restrições operacionais em velocidades próximas a zero, em função da perda de observabilidade na velocidade nula e diante das limitações impostas pela instrumentação à aquisição de sinais. Em vista disso, o método de controle  $I-f$  foi utilizado com o propósito de contornar essa limitação, suprimindo a operação em baixas rotações e na velocidade nula. Logo, a descrição do controle  $I-f$  bem como as melhorias propostas foram explanadas no Capítulo 5. Essa técnica permitiu uma partida inicial robusta às variações de carga e uma transição suave e imediata, de forma bidirecional, ao controle vetorial *sensorless*, em um intervalo de tempo correspondente a um período de amostragem.

A validação e análise dos desenvolvimentos teóricos propostos foram apresentadas no Capítulo 6, por intermédio de simulações e testes experimentais em uma plataforma experimental, típica ao acionamento e controle de máquinas elétricas. Para evidenciar o potencial de cada estratégia, de forma independente, mas concordante ao sistema como um todo, realizou-se o projeto coordenado dos ganhos e definições de operação. Logo, resultados de simulação e experimentais foram expostos, fornecendo as informações comprobatórias às contribuições desta tese.



Por fim, os Apêndices A e B forneceram suporte teórico ao Capítulo 4, e o Apêndice B complementou o Capítulo 6. Além disso, o Anexo A apresentou, de forma informativa, abordagens paralelas ao Capítulo 2.

Com base no cenário técnico-científico atual do tema abordado e nas metodologias desenvolvidas, as principais contribuições desta tese são:

- A proposta de uma abordagem alternativa ao controle vetorial *sensorless* do MSIP com FCEM não senoidal, fundamentada em uma nova transformação síncrona de orientação ao vetor de FCEM;
- A proposta de um observador de corrente que adota o AST com ganhos variáveis para a estimação da FCEM não senoidal, visando o acionamento e controle do motor com velocidade variável;
- Análise de estabilidade e convergência do observador proposto;
- A proposta de um controle vetorial híbrido, utilizando um processo de filtragem seletiva das componentes harmônicas da FCEM. A técnica proporciona o aprimoramento da eficiência energética em aplicações com velocidade variável;
- A proposição de um estudo complementar a fim de revelar ou avaliar possíveis FCEMs à minimização das perdas no cobre e do conjugado mútuo;
- A proposição de uma metodologia à avaliação das perdas no ferro em MSIPs, utilizando um aplicativo gratuito baseado no método de elementos finitos;
- Melhorias ao controle *I-f*, incluindo o projeto da partida do motor, operação em baixa rotação e transição bidirecional suave e imediata ao controle vetorial *sensorless*.

## 7.1 Publicações

Os trabalhos completos referente à tese, que foram publicados, submetidos ou aceitos para publicação são:

- **Periódico:** *I-f Starting Method for Smooth and Fast Transition to Sensorless Field Oriented Control of BLDC motors* (BARATIERI; PINHEIRO, 2014d);
- **Periódico:** *New Variable Gain Super-Twisting Sliding Mode Observer for Sensorless Vector Control of Nonsinusoidal Back-EMF PMSM* (submetido para *Control Engineering Practice*, 2015);
- **Congresso:** *Sensorless Vector Control for PM Brushless Motors with Nonsinusoidal Back-EMF* (BARATIERI; PINHEIRO, 2014e);

- **Congresso:** *Hybrid Orientation for Sensorless Vector Control of Nonsinusoidal Back-EMF PMSM* (BARATIERI; PINHEIRO, 2014c);
- **Congresso:** Controle Vetorial Sensorless de MSIP usando Filtragem Seletiva das Componentes Harmônicas da FCEM (BARATIERI; PINHEIRO, 2014b);
- **Congresso:** *An I-F starting method for smooth and fast transition to sensorless control of BLDC motors* (BARATIERI; PINHEIRO, 2013);
- **Seminário:** Controle Vetorial Sensorless de MSIP com a Compensação da FCEM Não Senoidal (BARATIERI; PINHEIRO, 2014a);
- **Seminário:** Impacto da Excitação Não Senoidal em MSIP: Perdas no Cobre e Redução das Ondulações do Conjugado Eletromagnético (aceito para publicação, 9º Seminário de Eletrônica de Potência e Controle, Santa Maria, Brasil, 2015);
- **Seminário:** Controle I-f para Motores Síncronos de Ímãs Permanentes: Operação em Baixa Velocidade (aceito para publicação, 9º Seminário de Eletrônica de Potência e Controle, Santa Maria, Brasil, 2015);

## 7.2 Sugestão de trabalhos futuros

Alguns tópicos que não foram abordados nesta tese e que podem ser investigados em trabalhos futuros são:

- Validação experimental da metodologia proposta no Apêndice B em MSIPs com FCEM não senoidal, que permite uma melhoria significativa da eficiência energética;
- Investigação de alternativas à estimação das variáveis de desacoplamento das malhas de controle de corrente;
- Avaliação de outros tipos de controladores de corrente. Por exemplo, controladores proporcionais-ressonantes, controladores repetitivos;
- Análise de estabilidade do sistema dinâmico completo em malha fechada. Nessa análise seria incluído todos os filtros do estimador de velocidade e da filtragem seletiva;
- Investigação sobre o impacto da variação paramétrica na estimação da FCEM e no controle vetorial *sensorless*;
- Avaliação de outros métodos à filtragem seletiva e ao controle híbrido. Por exemplo, filtro de Kalman, análise em tempo real do espectro de frequência da estimativa da FCEM e a reconstituição do sinal com base em séries de senos ou cossenos.

## REFERÊNCIAS

ACARNLEY, P. P.; WATSON, J. F. Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 2, p. 352–362, Apr. 2006.

AGARLITA, S.-C. et al. Stable V/f control system with controlled power factor angle for permanent magnet synchronous motor drives. **IET Electric Power Applications**, v. 7, n. 4, p. 278–286, Feb. 2013.

AKIROR, J.; RAHMAN, T.; PILLAY, P. Progress on formulas for core loss calculations. In: **Proceedings of XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1803–1809.

AMAR, M.; KACZMAREK, R. A general formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 31, n. 5, p. 2504–2509, Sept. 1995.

ANDREESCU, G.-d. et al. Stable V/f control system with unity power factor for PMSM drives. In: **Proceedings of International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 432–438.

ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems - Theory and design**. [S.l.]: Prentice Hall, 1997.

AZAR, Z.; ZHU, Z. Q.; OMBACH, G. Investigation of torque-speed characteristics and cogging torque of fractional-slot IPM brushless AC machines having alternate slot openings. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 48, n. 3, p. 903–912, May/June 2012.

BARATIERI, C. L.; PINHEIRO, H. An I-f starting method for smooth and fast transition to sensorless control of BLDC motors. In: **Proceeding of the Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 836–843.

\_\_\_\_\_. Controle vetorial sensorless de MSIP com a compensação da FCEM não senoidal. In: **Anais do 8º Seminário de Eletrônica de Potência e Controle (SEPOC) e 2º Seminário de Energia e Sistemas de Potência (SESP)**. [S.l.: s.n.], 2014.

\_\_\_\_\_. Controle vetorial sensorless de MSIP usando filtragem seletiva das componentes harmônicas da FCEM. In: **Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.: s.n.], 2014.

\_\_\_\_\_. Hybrid orientation for sensorless vector control of nonsinusoidal back-EMF PMSM. In: **Proceedings of 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 621–627.

\_\_\_\_\_. I-f starting method for smooth and fast transition to sensorless field oriented control of BLDC motors. **Eletrônica de Potência (Impresso)**, v. 19, n. 3, p. 268–276, Jun./Ago. 2014.

\_\_\_\_\_. Sensorless vector control for PM brushless motors with nonsinusoidal back-EMF. In: **Proceedings of XXIth International Conference on Electrical Machines (ICEM)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 915–921.

BARBISIO, E.; FIORILLO, F.; RAGUSA, C. Predicting loss in magnetic steels under arbitrary induction waveform and with minor hysteresis loops. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 40, n. 4, p. 1810–1819, July 2004.

BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; UTKIN, V. Adaptive sliding mode control in discrete-time systems. **Automatica**, v. 31, n. 5, p. 769–773, May 1995.

BARTOSZEWICZ, A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 45, n. 4, p. 633–637, Aug. 1998.

BASIN, M.; RAMIREZ, P. R. A supertwisting algorithm for systems of dimension more than one. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 11, p. 6472–6480, Nov. 2014.

BENJAK, O.; GERLING, D. Review of position estimation methods for IPMSM drives without a position sensor part i - Nonadaptive methods. In: **Proceedings of International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.

\_\_\_\_\_. Review of position estimation methods for IPMSM drives without a position sensor part ii - Adaptive methods. In: **Proceedings of International Conference on Electrical Machines (ICEM)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.

\_\_\_\_\_. Review of position estimation methods for PMSM drives without a position sensor, part iii - Methods based on saliency and signal injection. In: **Proceedings of International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 873–878.

BERTOTTI, G. Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials - theoretical considerations. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 57, n. 6, p. 2110–2117, Mar. 1985.

BETIN, F. et al. Trends in electrical machines control - Samples for classical, sensorless, and fault-tolerant techniques. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 8, n. 2, p. 43–55, June 2014.

BLASCHKE, F. The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating-field machines. **Siemens Review**, 1972.

BOGLIETTI, A. et al. Electrical machine topologies - Hottest topics in the electrical machine research community. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 8, n. 2, p. 18–30, June 2014.

\_\_\_\_\_. Iron losses in magnetic materials with six-step and PWM inverter supply. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 27, n. 6, p. 5334–5336, Nov. 1991.

BOLOGNANI, S.; TUBIANA, L.; ZIGLIOTTO, M. Sensorless control of PM synchronous motors with non-sinusoidal back EMF for home appliance. In: **Proceedings of International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**. [S.l.: s.n.], 2003. p. 1882–1888.

BOSE, B. K. Power electronics and motor drives recent progress and perspective. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 2, p. 581–588, Feb. 2009.

BRIZ, F.; DEGNER, M. W. Rotor position estimation. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 5, n. 2, p. 24–36, June 2011.

CAVALLARO, C. et al. Efficiency enhancement of permanent-magnet synchronous motor drives by online loss minimization approaches. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 52, n. 4, p. 1153–1160, Aug. 2005.

CHEN, S.; SONG, A.; SEKIGUCHI, T. High efficiency and low torque ripple control of permanent magnet synchronous motor based on the current tracking vector of electromotive force. In: **Proceedings of Industry Applications Conference (IAS)**. [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 1725–1729.

CHEN, Y.; PILLAY, P. An improved formula for lamination core loss calculations in machines operating with high frequency and high flux density excitation. In: **Proceedings of Industry Applications Conference (IAS)**. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 759–766.

CHEN, Z. et al. New adaptive sliding observers for position- and velocity-sensorless controls of brushless DC motors. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 47, n. 3, p. 582–591, June 2000.

CHIASSON, J. **Modeling and High Performance Control of Electric Machines**. New York: Wiley-IEEE Press, 2005.

CHOI, J. H.; BAEK, Y. S. Theoretical analysis and its applications of a PM synchronous motor with minimized cogging force. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 45, n. 10, p. 4692–4695, Oct. 2009.

CLARKE, E. **Circuit Analysis of AC Power Systems - Vol 1 - Symmetrical and Related Components**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1943.

\_\_\_\_\_. **Circuit Analysis of AC Power Systems - Vol 2**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1950.

- CLENET, S. et al. Compensation of permanent magnet motors torque ripple by means of current supply waveshapes control determined by finite element method. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 29, n. 2, p. 2019–2023, Mar. 1993.
- COLITTI, M.; BARONTI, P. Energy policies of industrialized countries. **Energy**, Elsevier, v. 6, n. 3, p. 233–262, Mar. 1981.
- COLOMBO, U. A strategic view of the world energy problem. **Environment International**, v. 10, p. 347–358, Aug. 1984.
- CORRADINI, M. L. et al. A quasi-sliding mode approach for robust control and speed estimation of PM synchronous motors. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 59, n. 2, p. 1096–1104, Fev. 2012.
- DAVILA, A.; MORENO, J. A.; FRIDMAN, L. Variable gains super-twisting algorithm - A Lyapunov based design. In: **Proceedings of American Control Conference (ACC)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 968–973.
- DELPOUX, R.; FLOQUET, T. High-order sliding mode control for sensorless trajectory tracking of a PMSM. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 87, n. 10, p. 2140–2155, Mar. 2014.
- DENG, F. An improved iron loss estimation for permanent magnet brushless machines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 14, n. 4, p. 1391–1395, Dec. 1999.
- DEPENBROCK, M. Direct self-control DSC of inverter-fed induction machine. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 3, n. 4, p. 420–429, Oct. 1988.
- DOMINGUEZ, J. R. et al. Digital sliding-mode sensorless control for surface-mounted PMSM. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 10, n. 1, p. 137–151, Feb. 2014.
- DOSIEK, L.; PILLAY, P. Cogging torque reduction in permanent magnet machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 43, n. 6, p. 1565–1571, Nov./Dec. 2007.
- EBRAHIMI, B.; FAIZ, J. Diagnosis and performance analysis of three phase permanent magnet synchronous motors with static, dynamic and mixed eccentricity. **IET Electric Power Applications**, v. 4, n. 1, p. 53–66, 2010.
- EL-REFAIE, A. M. Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines - Opportunities and challenges. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 57, n. 1, p. 107–121, Jan. 2010.
- EMEL'YANOV, S. V.; KOROVIN, S. K.; LEVANT, A. High-order sliding modes in control systems. **Computational Mathematics and Modeling**, v. 7, n. 3, p. 294–318, July/Sept. 1996.

- EVANGELISTA, C.; PULESTON, P.; KUNUSCH, C. Feasibility study of variable gain super-twisting control in fuel cells based systems. In: **Proceedings of 13th International Workshop on Variable Structure Systems**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.
- EVANGELISTA, C. et al. Lyapunov-designed super-twisting sliding mode control for wind energy conversion optimization. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 2, p. 538–545, Feb. 2013.
- EZZAT, M. et al. Sensorless speed control of permanent magnet synchronous motor by using sliding mode observer. In: **Proceedings of 11th International Workshop on Variable Structure Systems**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 227–232.
- FAIZ, J. et al. Electromagnetic modeling of switched reluctance motor using finite element method. In: **Proceedings of 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics (IECON)**. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1557–1562.
- FALKNER, H.; HOLT, S. Walking the torque - Proposed work plan for energy-efficiency policy opportunities for electric motor-driven systems. **IEA - Energy Efficiency and Environment Division (EED)**, 2011.
- FATU, M. et al. I-f starting method with smooth transition to EMF based motion-sensorless vector control of PM synchronous motor-generator. In: **Proceedings of Power Electronics Specialists Conference (PESC)**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1481–1487.
- FAVRE, E.; CARDOLETTI, L.; JUFER, M. Permanent-magnet synchronous motors - A comprehensive approach to cogging torque suppression. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 29, n. 6, p. 1141–1149, Nov./Dec. 1993.
- FIORILLO, F.; NOVIKOV, A. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 26, n. 5, p. 2904–2910, Sept. 1990.
- FLIELLER, D. et al. A self-learning solution for torque ripple reduction for nonsinusoidal permanent-magnet motor drives based on artificial neural networks. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 2, p. 655–666, Feb. 2014.
- FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. **Systems & Control Letters**, Elsevier, v. 14, n. 2, p. 145–152, 1990.
- GANJI, B. et al. Core loss model based on finite-element method for switched reluctance motors. **IET Electric Power Applications**, v. 4, n. 7, p. 569–577, 2010.
- GAO, W.; HUNG, J. C. Variable structure control of nonlinear systems - A new approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 40, n. 1, p. 45–55, Feb. 1993.
- GAO, W.; WANG, Y.; HOMAIFA, A. Discrete-time variable structure control systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 42, n. 2, p. 117–122, Apr. 1995.

GENNARO, S. D.; DOMINGUEZ, J. R.; MEZA, M. Sensorless high order sliding mode control of induction motors with core loss. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 6, p. 2678–2689, June 2014.

GENNARO, S. D.; RIVERA, J.; CASTILLO-TOLEDO, B. Super-twisting sensorless control of permanent magnet synchronous motors. In: **Proceedings of 49th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 4018–4023.

GIERAS, J. Analytical approach to cogging torque calculation of PM brushless motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 40, n. 5, p. 1310–1316, Sept./Oct. 2004.

GIERAS, J. F. **Permanent Magnet Motor Technology - Design and Applications**. New York: CRC Press, 2002.

\_\_\_\_\_. **Advancements in Electric Machines**. Berlin: Springer, 2008.

GIERAS, J. F.; WANG, R.-J.; KAMPER, M. J. **Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines**. Dordrecht: Springer, 2005.

GONZALEZ, T.; MORENO, J.; FRIDMAN, L. Variable gain super-twisting sliding mode control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 57, n. 8, p. 2100–2105, Aug, 2012.

GONZALEZ, T.; MORENO, J. A.; FRIDMAN, L. Variable and adaptive gain super-twisting sliding mode control. In: **Preliminares del Instituto de Matemáticas, UNAM**. [S.l.: s.n.], 2010.

GRENIER, D.; LOUIS, J.-P. Use of an extension of the Park's transformation to determine control laws applied to a non-sinusoidal permanent magnet synchronous motor. In: **Proceedings of Fifth European Conference Power Electronics and Applications**. [S.l.: s.n.], 1993. p. 32–37.

\_\_\_\_\_. Modeling for control of non-sinewave permanent-magnet synchronous drives by extending Park's transformation. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 38, p. 445–452, 1995.

GRENIER, D. et al. Direct torque control of PM AC motor with non-sinusoidal flux distribution using state-feedback linearization techniques. In: **Proceedings of 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**. [S.l.: s.n.], 1998. v. 3, p. 1515–1520.

GUO, L.; PARSA, L. Torque ripple reduction of the modular interior permanent magnet machines using optimum current profiling technique. In: **Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1094–1099.



HANSELMAN, D. C. Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 41, n. 3, p. 292–300, June 1994.

\_\_\_\_\_. **Brushless Permanent Magnet Motor Design**. United States: Magna Physics Pub, 2006.

HASSE, K. Zum dynamischen verhalten der asynchronmaschine bei betriek mit variabler standerfrequenz und standerspannung. **ETZ-Î**, v. 9, p. 77, 1968.

HEIDARI, R.; MARKADEH, G. A.; ABAZARI, S. Direct torque and indirect flux control of brushless DC motor with non-sinusoidal back-EMF without position sensor. In: **Proceedings of 19th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–5.

HEINS, G. et al. Experimental comparison of reference current waveform techniques for pulsating torque minimization in PMAC motors. In: **Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**. [S.l.: s.n.], 2007. v. 2, p. 1031–1036.

HENDERSHOT, J. R.; MILLER, T. J. E. **Design of Brushless Permanent-Magnet Motors**. Oxford: Oxford University Press, 1994.

HERRING, H. Energy efficiency - A critical view. **Energy**, v. 31, n. 1, p. 10–20, Jan. 2006.

HOLTZ, J. State of the art of controlled AC drives without speed sensor. In: **Proceedings of International Conference on Power Electronics and Drive Systems**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 1–6.

HUNG, J. Y.; DING, Z. Design of currents to reduce torque ripple in brushless permanent magnet motors. **IEE Proceedings B Electric Power Applications**, v. 140, n. 4, p. 260–266, 1993.

HUNG, J. Y.; GAO, W.; HUNG, J. C. Variable structure control - A survey. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 40, n. 1, p. 2–22, Feb. 1993.

HWANG, S.-M. et al. Cogging torque and acoustic noise reduction in permanent magnet motors by teeth pairing. **IEEE Transactions on Magnetism**, v. 36, n. 5, p. 3144–3146, Sept. 2000.

IBRAHIM, M. **Modeling of Core Losses in Electrical Machine Laminations Exposed to High Frequency and Non-sinusoidal Flux**. Dissertação (Mestrado) — Concordia University, 2011.

IBRAHIM, M.; PILLAY, P. Core loss prediction in electrical machine laminations considering skin effect and minor hysteresis loops. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 49, n. 5, p. 2061–2068, Sept./Oct. 2013.

IONEL, D. et al. On the variation with flux and frequency of the core loss coefficients in electrical machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 42, n. 3, p. 658–667, May/June 2006.

\_\_\_\_\_. Computation of core losses in electrical machines using improved models for laminated steel. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 43, n. 6, p. 1554–1564, Nov./Dec. 2007.

ISLAM, M.; ARKKIO, A. Effects of pulse-width-modulated supply voltage on eddy currents in the form-wound stator winding of a cage induction motor. **IET Electric Power Applications**, v. 3, n. 1, p. 50–58, 2009.

ISLAM, M. S. et al. Cogging torque minimization in PM motors using robust design approach. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 47, n. 4, p. 1661–1669, 2011.

ITKIS, U. **Control Systems of Variable Structure**. New York: Israel UP, 1976.

IWASAKI, S. et al. Influence of PWM on the proximity loss in permanent-magnet brushless AC machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 45, n. 4, p. 1359–1367, July/Aug. 2009.

JAHNS, T. M.; SOONG, W. L. Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives - A review. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 43, n. 2, p. 321–330, Apr. 1996.

KAZMIERKOWSKI, M. P.; KRISHNAN, R.; BLAABJERG, F. **Control in Power Electronics - Selected Problems**. London: Academic Press, 2002.

KIM, H.; SON, J.; LEE, J. A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, n. 9, p. 4069–4077, Sept. 2011.

KOH, C. S.; SEOL, J.-S. New cogging-torque reduction method for brushless permanent-magnet motors. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 39, n. 6, p. 3503–3506, Nov. 2003.

KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D. **Analysis of Electric Machinery and Drive Systems**. New Jersey: Wiley-IEEE Press, 2002.

KRINGS, A.; SOULARD, J. Overview and comparison of iron loss models for electrical machines. **Journal of Electrical Engineering**, v. 10, p. 162–169, 2010.

KRISHNAN, R. **Electric Motor Drives - Modeling, Analysis, and Control**. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

\_\_\_\_\_. **Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives**. United States of America: CRC Press, 2009.

KSHIRSAGAR, P.; KRISHNAN, R. Efficiency improvement evaluation of non-sinusoidal back-EMF PMSM machines using field oriented current harmonic injection strategy. In: **Proceedings of IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 471–478.

\_\_\_\_\_. High-efficiency current excitation strategy for variable-speed nonsinusoidal back-EMF PMSM machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 48, n. 6, p. 1875–1889, Nov./Dec. 2012.

LASCU, C.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. Super-twisting sliding mode control of torque and flux in permanent magnet synchronous machine drives. In: **Proceedings of 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 3171–3176.

LAZOR, M.; STULRAJTER, M. Modified field oriented control for smooth torque operation of a BLDC motor. In: **Proceedings of ELEKTRO**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 180–185.

LE-HUY, H.; PERRET, R.; FEUILLET, R. Minimization of torque ripple in brushless DC motor drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 22, n. 4, p. 748–755, July/Aug. 1986.

LEE, J. et al. Loss-minimizing control of PMSM with the use of polynomial approximations. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 24, n. 4, p. 1071–1082, Apr. 2009.

LEE, K.-W. et al. A novel starting method of the surface permanent-magnet BLDC motors without position sensor for reciprocating compressor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 44, n. 1, p. 85–92, Jan./Feb. 2008.

LEVANT, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 58, n. 6, p. 1247–1263, 1993.

\_\_\_\_\_. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. **International Journal of Control**, v. 76, n. 9–10, p. 924–941, 2003.

\_\_\_\_\_. Discretization issues of high-order sliding modes. In: **Proceedings of 18th IFAC Congress**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1904–1909.

LIPO, T. A. Recent progress in the development in solid-state AC motor drives. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 3, n. 2, p. 105–117, Apr. 1988.

LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Schaum's Outline of Linear Algebra Fourth Edition**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2009.

LOPES, M. A. R.; ANTUNES, C. H.; MARTINS, N. Energy behaviours as promoters of energy efficiency - A 21st century review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 16, n. 6, p. 4095–4104, Aug. 2012.

- LU, C. et al. Novel approach to current profiling for AC permanent magnet motors. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 14, n. 4, p. 1294–1299, Dec. 1999.
- MADEMPLIS, C.; MARGARIS, N. Loss minimization in vector-controlled interior permanent-magnet synchronous motor drives. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 49, n. 6, p. 1344–1347, Dec. 2002.
- MANYAGE, M. et al. Improved prediction of core losses in induction motors. In: **Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**. [S.l.: s.n.], 2007. v. 1, p. 531–536.
- MELFI, M.; EVON, S.; MCELVEEN, R. Induction versus permanent magnet motors. **IEEE Industry Applications Magazine**, v. 15, n. 6, p. 28–35, Nov./Dec. 2009.
- MI, C. C.; SLEMON, G. R.; BONERT, R. Minimization of iron losses of permanent magnet synchronous machines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 20, n. 1, p. 121–127, Mar. 2005.
- MILLER, T. J. E. **Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives**. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 1989.
- MILOSAVLJEVIC, C. General conditions for the existence of a quasisliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. **Automation and Remote Control**, v. 46, n. 3 pt 1, p. 307–314, 1985.
- MISHRA, J.; KURODE, S. Robust output-feedback control for container-slosh system using variable gain super-twisting algorithm. In: **Proceedings of 13th International Workshop on Variable Structure Systems**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.
- MONTEIRO, J. R. B. A. et al. Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines. **European Transactions on Electrical Power**, v. 22, p. 627–644, Jun. 2012.
- MONTEIRO, J. R. B. de A. **Estratégias de Acionamento e Controle em Máquina CA de Ímã Permanente com Fluxo Não Senoidal**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2006.
- MORENO, J. A. A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super-twisting algorithm. In: **Proceedings of 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6.
- MORIMOTO, S. et al. Loss minimization control of permanent magnet synchronous motor drives. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 41, n. 5, p. 511–517, Oct. 1994.
- MTHOMBENI, L. T.; PILLAY, P. Core losses in motor laminations exposed to high-frequency or nonsinusoidal excitation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 40, n. 5, p. 1325–1332, Sept./Oct. 2004.

- NAKAO, N.; AKATSU, K. Current optimization strategy for surface permanent magnet synchronous motor drives based on a rigorous mathematical model. In: **Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1188–1195.
- OGASAWARA, S.; AKAGI, H. An approach to position sensorless drive for brushless DC motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 27, n. 5, p. 928–933, Sept./Oct. 1991.
- OLIVEIRA, A. A. et al. Extended dq transformation for vectorial control applications of non-sinusoidal permanent magnet AC machines. In: **Proceedings of IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference (PESC)**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1807–1812.
- ONG, C.-M. **Dynamic Simulations of Electric Machinery - Using MATLAB-SIMULINK**. [S.l.]: Prentice Hall, 1997.
- OZTURK, S. B.; ALEXANDER, W. C.; TOLIYAT, H. A. Direct torque control of four-switch brushless DC motor with non-sinusoidal back EMF. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 25, n. 2, p. 263–271, Feb. 2010.
- OZTURK, S. B.; TOLIYAT, H. A. Direct torque and indirect flux control of brushless DC motor. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 16, n. 2, p. 351–360, 2011.
- PACAS, M. Sensorless drives in industrial applications. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 5, n. 2, p. 16–23, Jun. 2011.
- PARK, H. R. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 48, n. 3, p. 716–727, July 1929.
- PARK, S. J. et al. A new approach for minimum-torque-ripple maximum-efficiency control of BLDC motor. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 47, n. 1, p. 109–114, Feb. 2000.
- PATTERSON, M. G. What is energy efficiency - Concepts, indicators and methodological issues. **Energy Policy**, v. 24, n. 5, p. 377–390, May 1996.
- PERERA, P. et al. A sensorless, stable V-f control method for permanent-magnet synchronous motor drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 39, n. 3, p. 783–791, May/Jun. 2003.
- PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J. P. **Sliding Mode Control In Engineering**. [S.l.]: CRC Press, 2002. v. 11.
- PETROV, I.; PYRHONEN, J. Performance of low-cost permanent magnet material in PM synchronous machines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 6, p. 2131–2138, Jun. 2013.

PETROVIC, V. et al. Design and implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 15, n. 5, p. 871–880, Sept. 2000.

PILLAY, P.; KRISHNAN, R. Application characteristics of permanent magnet synchronous and brushless DC motors for servo drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 27, n. 5, p. 986–996, Sept./Oct. 1991.

PISANO, A.; USAI, E. Sliding mode control - A survey with applications in math. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 81, n. 5, p. 954 – 979, 2011.

POZNYAK, A. **Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers - Deterministic techniques**. [S.l.]: Elsevier, 2008.

PYRHONEN, J.; JOKINEN, T.; HRABOVCOVA, V. **Design of Rotating Electrical Machines**. New Delhi: Wiley, 2009.

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. New Delhi: Wiley, 2014.

QI, J. et al. A new start method for rolling piston compressor based on DSP to improve the load performance. In: **Proceedings of International Conference on Automation and Logistics (ICAL)**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 543–548.

RAHMAN, A. History of interior permanent magnet motors. **IEEE Industry Applications Magazine**, v. 19, n. 1, p. 10–15, Jan./Feb. 2013.

RAO, N. D.; RAO, H. N. R. Study of symmetrical and related components through the theory of linear vector spaces. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 113, n. 6, p. 1057–1062, 1966.

REINERT, J.; BROCKMEYER, A.; DONCKER, R. D. Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified steinmetz equation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 37, n. 4, p. 1055–1061, July/Aug. 2001.

ROSHEN, W. Iron loss model for permanent-magnet synchronous motors. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 43, n. 8, p. 3428–3434, Aug. 2007.

SABANOVIC, A.; IZOSIMOV, D. B. Application of sliding modes to induction motor control. **IEEE Transactions on Industry Applications**, I, n. 1, p. 41–49, Jan./Feb. 1981.

SALGADO, I. et al. Discrete-time non-linear state observer based on a super twisting-like algorithm. **IET Control Theory & Applications**, v. 8, n. 10, p. 803–812, 2014.

\_\_\_\_\_. Super-twisting-like algorithm in discrete time nonlinear systems. In: **Proceedings of International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 497–502.

- SARPTURK, S. Z.; ISTEфанOPULOS, Y.; KAYNAK, O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 34, n. 10, p. 930–932, Oct. 1987.
- SAWA, T.; KUME, T. Motor drive technology-history and visions for the future. In: **IEEE. Proceeding of IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC)**. [S.l.], 2004. v. 1, p. 2–9.
- SCHILLING, R.; HARRIS, S. **Fundamentals of digital signal processing using MATLAB**. [S.l.]: Cengage Learning, 2011.
- SEKERAK, P. et al. Comparison of synchronous motors with different permanent magnet and winding types. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 49, n. 3, p. 1256–1263, Mar. 2013.
- SHTESSEL, Y. B. et al. Super-twisting adaptive sliding mode control - A Lyapunov design. In: **Proceedings of 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 5109–5113.
- STIRBAN, A.; BOLDEA, I.; ANDREESCU, G.-D. Motion-sensorless control of BLDC-PM motor with offline FEM-information-assisted position and speed observer. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 48, n. 6, p. 1950–1958, Nov./Dec. 2012.
- TAKAHASHI, I.; NOGUCHI, T. A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IA-22, n. 5, p. 820–827, Sept./Oct. 1986.
- UTKIN, V. Variable structure systems with sliding modes. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 22, n. 2, p. 212–222, Apr. 1977.
- \_\_\_\_\_. On convergence time and disturbance rejection of super-twisting control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 58, n. 8, p. 2013–2017, Aug. 2013.
- UTKIN, V. I. Sliding mode control in dynamic systems. In: **Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 1993. v. 82230, p. 2446–2451.
- UTKIN, V. I.; POZNYAK, A. S. Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm - Equivalent control method. **Automatica**, v. 49, n. 1, p. 39–47, 2013.
- VAEZ, S.; JOHN, V.; RAHMAN, M. Adaptive loss minimization control of inverter-fed IPM motor drives. In: **Proceedings of 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)**. [S.l.: s.n.], 1997. v. 2, p. 861–868.
- VAS, P. **Sensorless vector and direct torque control**. [S.l.]: Oxford university press Oxford, UK, 1998.
- VENKATACHALAM, K. et al. Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only steinmetz parameters. In: **Proceedings of IEEE Workshop on Computers in Power Electronics**. [S.l.: s.n.], 2002. p. 36–41.

- WAIDE, P.; BRUNNER, C. U. Energy-efficiency policy opportunities for electric motor-driven systems. **IEA - International Energy Agency**, 2011.
- WANG, Z.; LU, K.; BLAABJERG, F. A simple startup strategy based on current regulation for back-EMF-based sensorless control of PMSM. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 27, n. 8, p. 3817–3825, Aug. 2012.
- WU, A.; CHAPMAN, P. Simple expressions for optimal current waveforms for permanent-magnet synchronous machine drives. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 20, n. 1, p. 151–157, Mar. 2005.
- WU, L. J. et al. Comparison of analytical models of cogging torque in surface-mounted PM machines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 59, n. 6, p. 2414–2425, June 2012.
- WU, R.; SLEMON, G. R. A permanent magnet motor drive without a shaft sensor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 27, n. 5, p. 1005–1011, Sept./Oct. 1991.
- XINTONG, J. et al. Theoretical and simulation analysis of influences of stator tooth width on cogging torque of BLDC motors. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 45, n. 10, p. 4601–4604, Oct. 2009.
- XU, W.; LORENZ, R. Dynamic loss minimization using improved deadbeat-direct torque and flux control for interior permanent-magnet synchronous machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 50, n. 2, p. 1053–1065, Mar./Apr. 2014.
- YAMAZAKI, K. et al. A novel rotor design of interior permanent-magnet synchronous motors to cope with both maximum torque and iron-loss reduction. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 49, n. 6, p. 2478–2486, Nov./Dec. 2013.
- YAN, Z.; UTKIN, V. Sliding mode observers for electric machines - An overview. In: **Proceedings of 28th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**. [S.l.: s.n.], 2002. v. 3, p. 1842–1847.
- YU, X.; XU, J.-X. **Variable Structure Systems - Towards the 21st Century**. [S.l.]: Springer, 2002.
- YUAN, L. et al. Sensorless control of high-power interior permanent-magnet synchronous motor drives at very low speed. **IET Electric Power Applications**, v. 7, n. 3, p. 199–206, 2013.
- ZALTNI, D.; GHANES, M. Observability analysis and improved zero-speed position observer design of synchronous motor with experimental results. **Asian Journal of Control**, v. 15, n. 4, p. 957–970, 2013.
- ZHAN, Y.; GUO, Y.; ZHU, J. Rotor field orientation speed and torque control of BDFM with adaptive second order sliding mode. In: **Proceedings of International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 2105–2109.



## APÊNDICES

---



## **Apêndice A – Impacto da excitação senoidal e não senoidal em MSIPs: Avaliação das perdas no cobre e da redução das ondulações no conjugado eletromagnético**

Como reportado no Capítulo 1, Kshirsagar e Krishnan (2012) avaliam por meio de um estudo comparativo, o impacto entre as excitações senoidais e não senoidais em MSIPs, investigando as perdas no cobre e a redução das ondulações de conjugado mútuo. Embora os autores revelem parcialmente os potenciais do controle vetorial não senoidal, tais como a redução da corrente RMS e, conseqüentemente, a redução das perdas do cobre, a metodologia de definição das formas de onda da FCEM é limitada e contempla apenas um conjunto de MSIPs com FCEM não senoidal, conforme discutido na revisão bibliográfica do Capítulo 1. Além disso, a hipótese adotada à síntese das correntes do estator é uma aproximação distinta das reais correntes de fase obtidas a partir do controle vetorial não senoidal.

Diferentemente do estudo apresentado por Kshirsagar e Krishnan (2012), neste Apêndice, será proposto um novo método de avaliação que contempla adequadamente as correntes sintetizadas pelo controle vetorial não senoidal. Nesse método, duas abordagens serão estabelecidas para a definição das formas de onda da FCEM, com o propósito de ampliar a faixa de possíveis MSIPs. Por meio dessa proposta, é possível indicar, em um primeiro momento, quais são as formas de onda de FCEMs que podem propiciar uma redução das perdas no cobre com a excitação não senoidal, e ainda, quantificar a minimização de ondulação do conjugado mútuo. Em vista disso, o método proposto revela critérios que podem ser usados à otimização do projeto de MSIPs. Por fim, resultados de simulação serão discutidos com o objetivo de validar a proposição teórica.

### **A.1 Descrição da metodologia proposta**

O método desenvolvido visa comparar as perdas no cobre e a redução das ondulações do conjugado eletromagnético quando o MSIP é excitado com correntes senoidais e não senoidais. Para isso, as correntes não senoidais são determinadas com base na forma de onda da FCEM e com o intuito de minimizar as ondulações de conjugado. Além disso, assume-se que o conjugado de relutância é pequeno o suficiente de tal forma a ser desprezado da análise, e que as correntes de fase podem ser plenamente sintetizadas pelo conversor estático. Dessa forma, os procedimentos do método podem ser sumarizados como: (i) definir a forma de onda da FCEM; (ii) determinar as formas de onda das correntes do estator; (iii) estabelecer critérios comparativos à avaliação da redução das ondulações do conjugado eletromagnético; e finalmente, (iv) avaliar as perdas no cobre com referência às correntes de fase determinadas nos procedimentos anteriores.

### A.1.1 Definição da forma de onda da FCEM

Em geral, as FCEMs de fase em um MSIP podem ser expressas por (2.24)-(2.26). Como mencionando no Capítulo 2, a forma de onda da FCEM é definida basicamente pela distribuição do fluxo magnético dos ímãs que concatena as bobinas do estator da máquina. Logo, são os fatores construtivos que estabelecem a forma de onda da FCEM. Por exemplo, o tipo de enrolamento (concentrado ou distribuído), o número de ranhuras, o ângulo de passo, a forma de alocação dos ímãs e sua orientação de magnetização são fatores que influenciam diretamente na distribuição do fluxo no estator. Em vista disso e visando contemplar uma ampla faixa de MSIPs, duas abordagens matemáticas são adotadas para definir um conjunto de possíveis FCEMs não senoidais.

#### A.1.1.1 Abordagem I

A forma de onda é obtida a partir da metodologia apresentada em Kshirsagar e Krishnan (2012). Nessa metodologia, a magnitude das componentes harmônicas da FCEM é determinada por:

$$a_n = \frac{\sin(nF)}{n^2F} \quad (\text{A.1})$$

onde  $n$  é a ordem da componente harmônica e  $F$  é um fator angular que define a forma de onda da FCEM. Tipicamente,  $F$  é um valor entre  $25^\circ$  e  $75^\circ$ . Fatores com magnitude maior levam a formas de onda mais senoidais, enquanto que fatores menores resultam em formas mais trapezoidais. Embora essa abordagem permite sintetizar diversas formas de onda, um conjunto de MSIPs não é contemplado por essa abordagem, como pode ser verificado ao comparar as FCEMs de exemplos mostrados por Hanselman (2006, p. 229-333) e Kshirsagar e Krishnan (2012).

#### A.1.1.2 Abordagem II

Com base em Hanselman (2006), é possível inferir que na maioria dos projetos de MSIP com FCEM não senoidal, a magnitude da terceira, da quinta e da sétima componente harmônica da FCEM são as mais significativas do que as outras componentes de ordem superior. Além disso, ao comparar a FCEM de diversas máquinas, pode-se afirmar que a magnitude da quinta componente encontra-se em uma faixa de variação de 0 – 15% em relação à magnitude da componente fundamental, e a magnitude da sétima componente pode variar de 0 – 7.5%. Baseando-se nessas variações, a abordagem II consiste na varredura de todas as possibilidades dentro do domínio de variação da quinta e da sétima componente harmônica da FCEM. A terceira componente harmônica foi desprezada da análise, pois ela não contribui ao valor médio do conjugado eletromagnético, visto que a corrente de sequência 0 é nula.

### A.1.2 Excitação senoidal e não senoidal

A excitação senoidal é definida pelas seguintes correntes de fase:

$$\begin{aligned} i_{a\_sin}(\theta_e) &= I_p \sin(\theta_e) \\ i_{b\_sin}(\theta_e) &= I_p \sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{c\_sin}(\theta_e) &= I_p \sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

onde  $I_p$  é a corrente de pico.

Por outro lado, na excitação não senoidal, as correntes de fase são determinadas por intermédio da transformação síncrona proposta no Capítulo 2. Essas correntes podem ser calculadas por:

$$\begin{bmatrix} i_{a\_ns} & i_{b\_ns} & i_{c\_ns} \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1} \mathbf{T}_{dq}^{-1} \begin{bmatrix} i_d & i_q & i_0 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.3})$$

e representadas na seguinte forma:

$$\begin{aligned} i_{a\_ns}(\theta_e) &= \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin(m\theta_e) \\ i_{b\_ns}(\theta_e) &= i_{a\_ns}\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{c\_ns}(\theta_e) &= i_{a\_ns}\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

onde  $a_m$  é a magnitude da componente harmônica de ordem  $m$ . Além disso, a matriz de transformação  $\mathbf{T}_{dq}$  com base em (2.48) é expressa na forma:

$$\mathbf{T}_{dq0} = \frac{1}{k_n} \begin{bmatrix} e_\beta & -e_\alpha & 0 \\ e_\alpha & e_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

A matriz de transformação  $\mathbf{T}_{\alpha\beta0}$  para o referencial estacionário  $\alpha\beta0$  é dada por:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Logo, as FCEMs representadas no referencial estacionário  $\alpha\beta0$  são obtidas por:

$$\begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta & e_0 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} e_a & e_b & e_c \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.7})$$

Conforme (2.75), a equação do conjugado eletromagnético no referencial síncrono  $dq$  pode ser expressa por:

$$T_e = \frac{P}{2\omega_e} K_n i_q = \sqrt{\frac{3}{2}} K_e i_q. \quad (\text{A.8})$$

### A.1.3 Avaliação da redução das ondulações no conjugado eletromagnético

De acordo com (2.23), o conjugado eletromagnético do MSIP para uma excitação senoidal pode ser determinado por:

$$T_{e\_sin} = \frac{P}{2\omega_e} (e_a i_{a\_sin} + e_b i_{b\_sin} + e_c i_{c\_sin}). \quad (\text{A.9})$$

A magnitude das componentes oscilatórias do conjugado pode ser determinada por (2.30).

Assumindo que as ondulações de conjugado são minimizadas por meio da excitação não senoidal, e que os valores médios dos conjugados sintetizados pela excitação senoidal e não senoidal são aproximadamente iguais, define-se o seguinte fator de avaliação:

$$ROCE = \frac{[\max(|T_{e\_sin}|) - \bar{T}_{e\_sin}]}{\bar{T}_{e\_sin}} \cdot 100 \quad (\text{A.10})$$

onde  $ROCE$  significa Redução das Ondulações do Conjugado Eletromagnético,  $\max$  é o máximo valor do módulo do conjugado eletromagnético e a linha sobre-escrita simboliza o valor médio da grandeza relacionada.

Para permitir uma comparação adequada entre os dois tipos de excitação, as correntes de fase são definidas de tal forma a obter o mesmo conjugado eletromagnético médio, conforme hipótese estabelecida acima. Nesse procedimento, adotou-se 1 Nm como valor conjugado de referência,  $\omega_e = 1 \text{ rad/s}$ ,  $K_e = 1 \text{ V/rad/s}$ ,  $P = 2$  polos, e a forma de onda da FCEM é normalizada com relação a magnitude da componente fundamental. Logo, substituindo (A.2) e o conjugado de referência em (2.30),  $I_p$  resulta em  $2/3 \text{ A}$ . Analogamente, substituindo o conjugado de referência em (A.8),  $i_q$  resulta em  $\sqrt{3/2} \text{ A}$ , e  $i_d = i_0 = 0 \text{ A}$ . Uma vez estabelecidos  $I_p$  e  $i_{dq0}$ , as correntes de fase senoidais e não senoidais em  $abc$  são obtidas por (A.2) e (A.3).

### A.1.4 Avaliação das perdas no cobre

Considerando que o efeito pelicular e o de proximidade são pequenos, permitindo então serem desprezados, as perdas em um condutor elétrico podem ser calculadas por:

$$P_{cond} = R I_{rms}^2 \quad (\text{A.11})$$

onde  $R$  é a resistência CC do condutor e  $I_{rms}$  é a corrente RMS que circula nesse condutor

que pode ser calculada por:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta)^2 d\theta}. \quad (\text{A.12})$$

O total das perdas no cobre para o MSIP relativo ao período de  $2\pi$  rads pode ser obtido por:

$$P_{cobre} = R_s(I_{a\_rms}^2 + I_{b\_rms}^2 + I_{c\_rms}^2). \quad (\text{A.13})$$

De (A.2) e (A.4) em (A.12), define-se:

$$I_{a\_rms\_sin} = I_{b\_rms\_sin} = I_{c\_rms\_sin} \triangleq I_{sin\_rms} \quad (\text{A.14})$$

$$I_{a\_rms\_ns} = I_{b\_rms\_ns} = I_{c\_rms\_ns} \triangleq I_{ns\_rms}. \quad (\text{A.15})$$

Assim, as perdas determinadas por (A.13) podem ser reescritas para ambos tipos de excitação nas seguintes formas:

$$P_{cobre\_sin} = 3R_s(I_{sin\_rms}^2) \quad (\text{A.16})$$

$$P_{cobre\_ns} = 3R_s(I_{ns\_rms}^2). \quad (\text{A.17})$$

Logo, o Percentual Relativo das Perdas do Cobre (PRPC) da excitação não senoidal em relação à excitação senoidal pode ser definido como:

$$PRPC = \frac{(P_{cobre\_ns} - P_{cobre\_sin})}{P_{cobre\_sin}}.100 \quad (\text{A.18})$$

## A.2 Resultados de simulação

As simulações numéricas foram realizadas no aplicativo Matlab<sup>®</sup> utilizando a metodologia e as considerações propostas anteriormente. Dessa forma, as duas abordagens foram foco da análise com o propósito paralelo de demonstrar as limitações da Abordagem I. Além disso, é importante enfatizar que o uso da estratégia baseada somente na quinta e na sétima componente harmônica da FCEM é apenas um procedimento inicial, que permite indicar *a priori*, de forma aproximada, se a excitação não senoidal pode proporcionar a redução das perdas no cobre para um dado MSIP.

As Figuras A.1 e A.2 mostram os resultados obtidos a partir da Abordagem I. As formas de onda das FCEMs são relativas aos fatores angulares de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , respectivamente. Observe que a FCEM na Figura A.1 é trapezoidal, portanto o MSIP pode ser classificado como motor BLDC. Esses resultados revelam ainda que, para ambos os casos, as correntes não senoidais minimizam as ondulações de conjugado eletromagnético, o que valida a metodologia proposta.

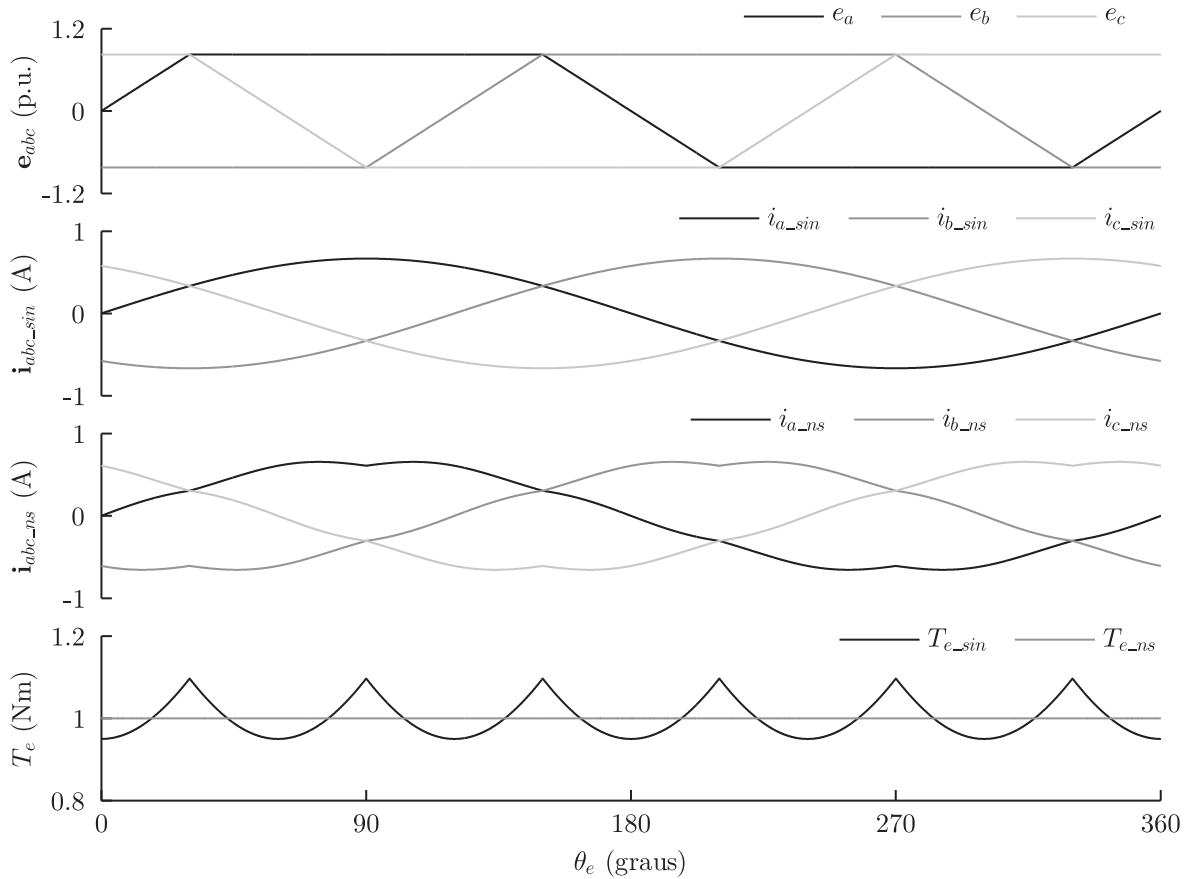


Figura A.1 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem I: FCEMs de fase; correntes de fase senoidais; correntes de fase não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $F = 30^\circ$ ).

Por outro lado, a Figura A.3 exhibe as formas de onda oriundas da Abordagem II. Salienta-se que essa FCEM é típica de MSIP com enrolamentos concentrados e fracionários, e com os ímãs magnetizados radialmente. De forma similar ao resultado anterior, a excitação não senoidal minimizou plenamente as ondulações de conjugado.

A Figura A.4 revela que mesmo quando a FCEM possui apenas a quinta e a sétima componente harmônica, a excitação não senoidal sintetizada pelo controle vetorial proposto, introduz outras componentes harmônicas na corrente, como a décima primeira e a décima terceira componente. Esse resultado contraria a solução generalizada apresentada em Kshirsagar e Krishnan (2012), em que as correntes são sintetizadas com inversão da magnitude da quinta e da sétima componente harmônica da FCEM, e da mesma forma para as componentes de ordem superior subsequentes.

A Figura A.5 apresenta a ROCE e a PRPC referente à Abordagem I para uma variação do fator angular de  $25^\circ$  a  $75^\circ$ . Essas avaliações percentuais assumem que o conjugado eletromagnético com excitação não senoidal é minimizado e é igual ao valor médio do conjugado com excitação senoidal. Dessa maneira, verifica-se que a excitação não senoidal propicia a redução das ondulações em até 10 % do valor médio. Entretanto, as perdas no cobre são somente reduzidas em uma pequena faixa entre  $37.5^\circ$  e  $47.5^\circ$ .



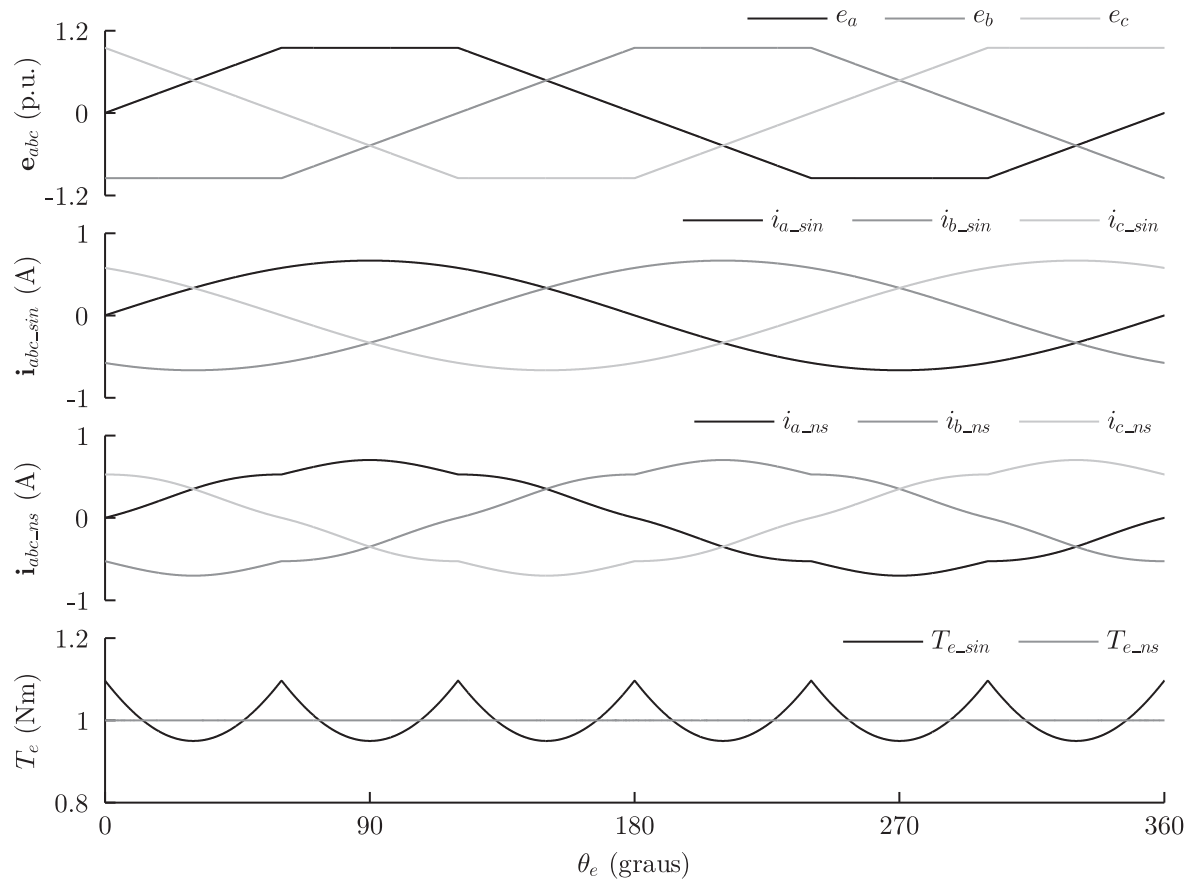


Figura A.2 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem I: FCEMs de fase; correntes de fase senoidais; correntes de fase não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $F = 60^\circ$ ).

De forma a ampliar o conjunto de possíveis FCEMs, a Figura A.6 evidencia o potencial de redução das ondulações de conjugado quando o controle vetorial não senoidal é aplicado. Dependendo da forma de onda da FCEM, é possível obter uma redução superior a 15 %. Além disso, esse resultado também demonstra que se a magnitude da quinta e da sétima componente harmônica foram iguais, elas não contribuirão às ondulações de conjugado, mesmo sob a excitação senoidal.

Em contrapartida, a Figura A.7 revela regiões em que possíveis FCEMs não senoidais permitem a redução das perdas do cobre quando utiliza-se a excitação não senoidal. Diferentemente da Abordagem 1, é possível observar FCEMs que possibilitam uma PRPC de até 1.5% e com uma ROCE de até 8%. Esse caso está ilustrado na Figura A.3. Entretanto, regiões em que a ROCE é maior, as perdas no cobre são significativamente maiores. Portanto, esse resultado em conjunto com a Figura A.6 fornece informações de grande importância que podem auxiliar ou orientar no projeto do MSIP bem como na escolha do sistema de acionamento e controle do motor, ou seja, o projetista pode adotar tais informações para ponderar a melhoria da eficiência energética com o aumento de desempenho operacional e a redução das ondulações do conjugado eletromagnético.

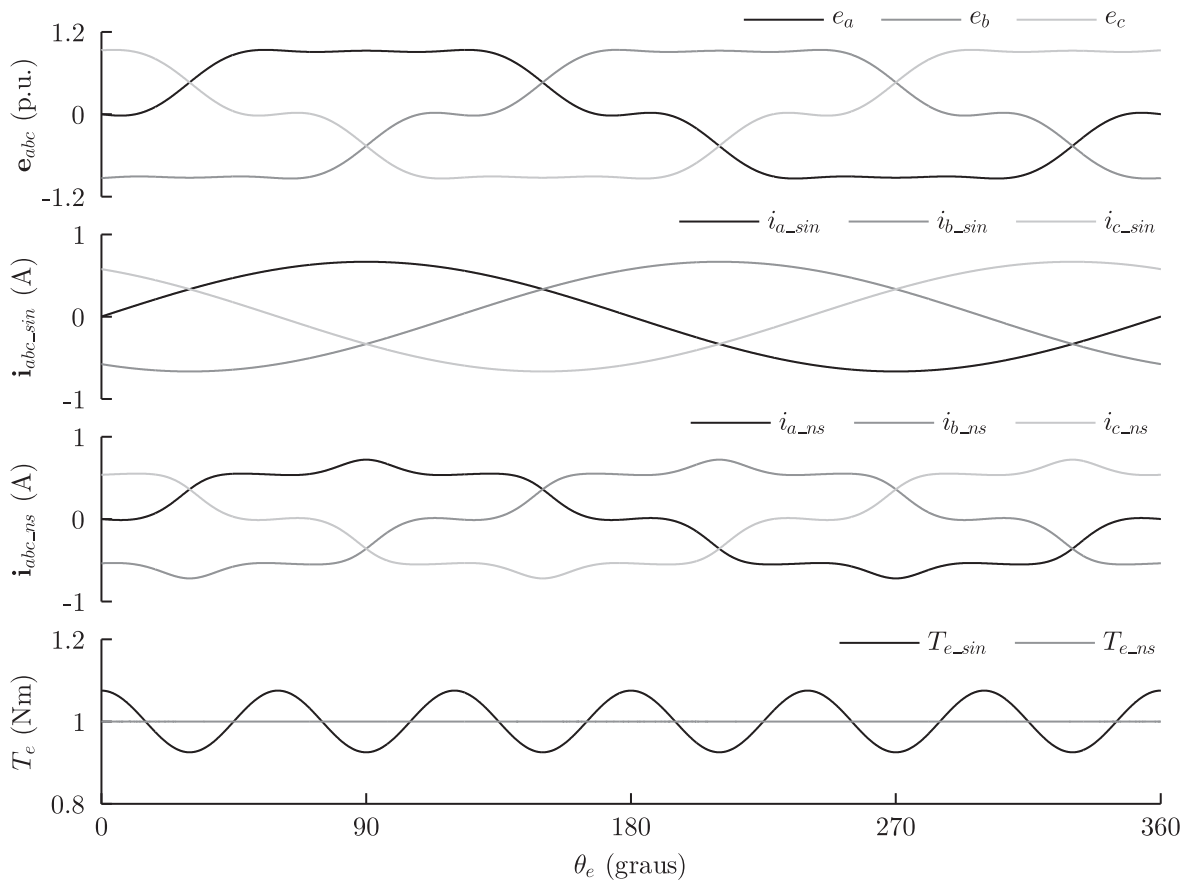


Figura A.3 – Formas de onda produzidas por intermédio da Abordagem II: FCMEs de fase; correntes de fase senoidais e não senoidais, conjugado eletromagnético com excitação senoidal e não senoidal ( $a_5 = 15\%$  e  $a_7 = 7.5\%$ ).

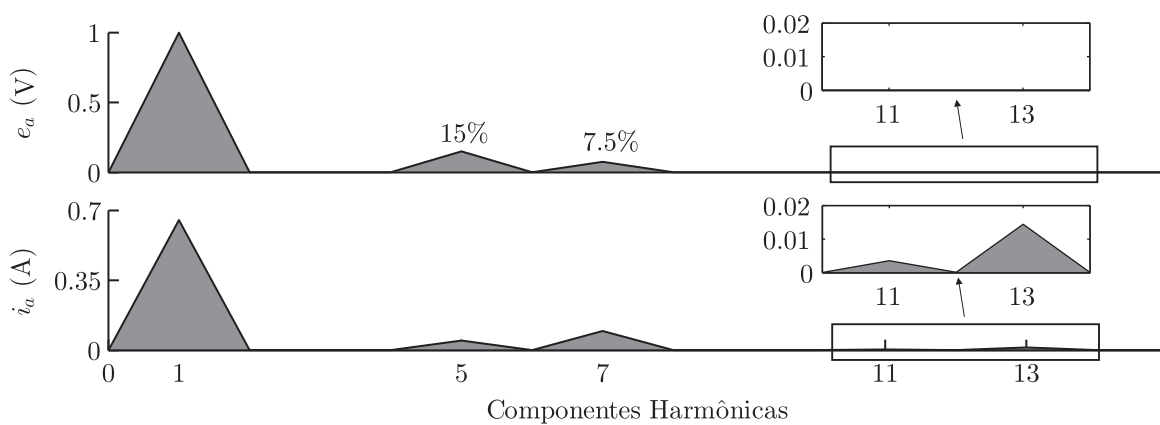


Figura A.4 – Espectros harmônicos da FCME e da corrente não senoidal obtidos pela Abordagem II ( $a_5 = 15\%$  e  $a_7 = 7.5\%$ ).

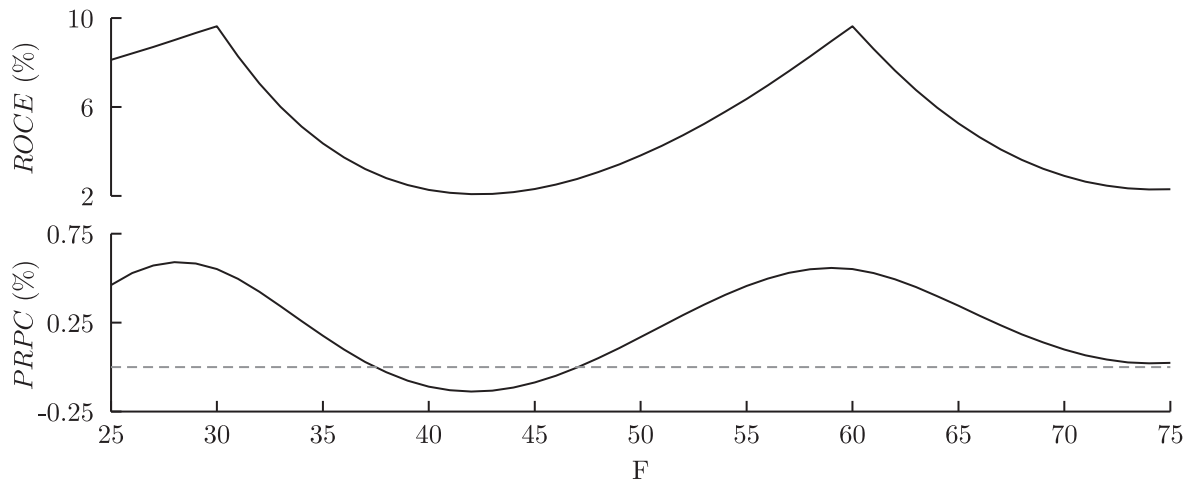


Figura A.5 – ROCE e PRPC determinados por intermédio da abordagem I com a variação de F de 25° a 75°.

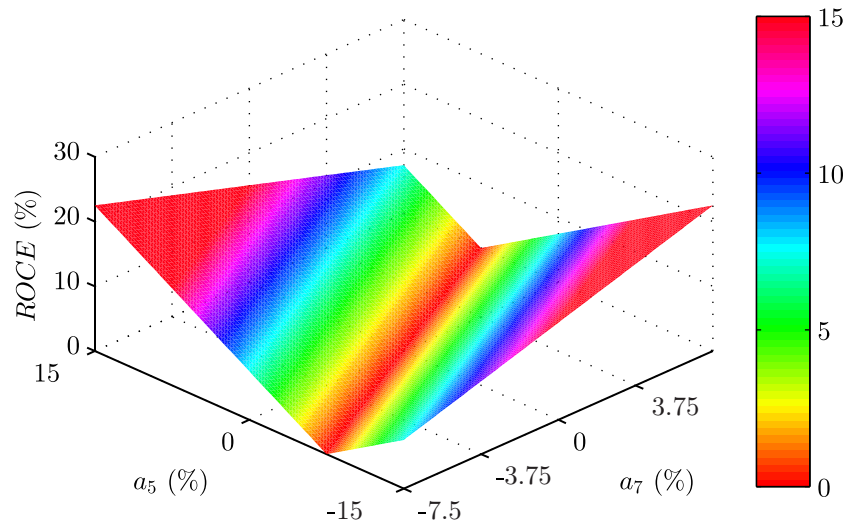


Figura A.6 – ROCE obtida pela abordagem II.

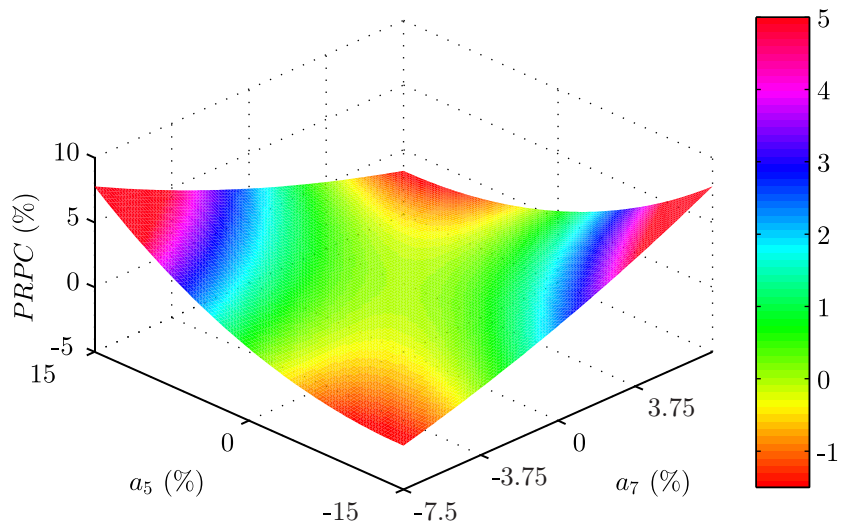


Figura A.7 – PRPC obtida pela abordagem II.

### **A.3 Considerações finais**

Este Apêndice apresentou um novo método de avaliação do impacto da excitação não senoidal em MSIPs com FCEM não senoidal. Esse método compara a excitação senoidal com a excitação não senoidal, revelando quais possíveis FCEMs podem propiciar a minimização das ondulações do conjugado eletromagnético, e ainda, reduzir as perdas no cobre do estator. Além disso, esse método permite estabelecer critérios de projeto baseados na FCEM que podem otimizar a especificação do motor à sua aplicação, e ainda, prover melhorias na eficiência energética relacionada ao acionamento e controle do MSIP.

## Apêndice B – Predição das perdas no ferro sob fluxo magnético não senoidal

Neste apêndice, um novo modelo de predição das perdas no ferro para MSIPs é proposto e aplicado em um sistema de co-simulação entre os aplicativos Matlab<sup>®</sup> e FEMM. Esse modelo, que é derivado de dados experimentais, baseia-se na estratégia de separação das perdas, e utiliza coeficientes variáveis em função da densidade de fluxo e/ou da frequência dessa grandeza. Para validar a proposta, o modelo é comparado com métodos similares e usuais. Destaca-se que o método é modificado a fim de atender a capacidade de calcular as perdas no ferro sob fluxo magnético não senoidal. Por fim, resultados de simulação são apresentados para demonstrar o potencial do método, o qual também fornece a informação necessária ao projeto do algoritmo de controle híbrido proposto no Capítulo 4.

### B.1 Predição das perdas no ferro com base na Abordagem de Jordan

Na literatura, são encontrados diversos modelos de predição das perdas no ferro com aplicação em máquinas elétricas e que utilizam a abordagem de separação de perdas (DENG, 1999; CHEN; PILLAY, 2002; IONEL et al., 2006; IONEL et al., 2007; MANYAGE et al., 2007; AKIROR; RAHMAN; PILLAY, 2012; IBRAHIM; PILLAY, 2013). Em vista disso, quatro métodos usuais baseados nessa abordagem são descritos, revelando os procedimentos necessários para a obtenção dos coeficientes. Em seguida, um novo método com base nos aperfeiçoamentos propostos por Chen e Pillay (2002), Manyage et al. (2007) e Akiror, Rahman e Pillay (2012) será proposto.

#### B.1.1 Método 1

O Método 1 fundamenta-se na separação clássica de perdas, em que as perdas no ferro são divididas em duas parcelas: perdas por histerese e perdas dinâmicas por correntes de Foucault<sup>1</sup> ou correntes parasitas (KRINGS; SOULARD, 2010). Esse método é representado pela expressão:

$$P_c(f, B_p) = K_h f B_p^\eta + K_{cf} f^2 B_p^2 \quad (\text{B.1})$$

onde  $P_c$  é a perda específica no ferro,  $K_h$  é o coeficiente de perdas por histerese,  $\eta$  é o coeficiente de Steinmetz,  $K_{cf}$  é o coeficiente das perdas por correntes de Foucault,  $f$  é a frequência fundamental da densidade de fluxo magnético e  $B_p$  é o valor de pico da densidade de fluxo magnético.

Para determinar os coeficientes de (B.1) a partir de medidas experimentais, pode-

---

<sup>1</sup>No inglês, *Eddy currents*.

se utilizar as perdas específicas aferidas para um determinado valor de densidade de fluxo magnético em duas frequências distintas. Logo, é possível reescrever (B.1) e definir:

$$\begin{aligned}\frac{P_c}{f} &\triangleq \alpha_1 + \alpha_2 f \\ \frac{P_c}{f} &= K_h B_p^\eta + K_{cf} B_p^2 f\end{aligned}\tag{B.2}$$

onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são coeficientes auxiliares, tal que  $\alpha_1 \triangleq K_h B_p^\eta$ , e  $\alpha_2 \triangleq K_{cf} B_p^2$ .

De  $\alpha_2$ , o coeficiente  $K_{cf}$  é obtido por

$$K_{cf} = \frac{\alpha_2}{B_p^2}.\tag{B.3}$$

Por outro lado, aplicando o operador logarítmico em  $\alpha_1$ , obtém-se:

$$\log \alpha_1 = \log K_h + \eta \log B_p.\tag{B.4}$$

Analisando a equação acima,  $K_h$  e  $\eta$  podem ser obtidos por meio de dois valores de pico de densidade de fluxo magnético, ou pela interpolação linear de diversos valores. Em visto disso, a segunda estratégia foi adotada com o propósito de aprimorar a exatidão do modelo. Portanto,  $K_h$  corresponde ao valor de interseção da reta e  $\eta$  é o coeficiente angular da reta.

### B.1.2 Método 2

O Método 2 corresponde ao aperfeiçoamento de (B.1), em que o coeficiente de Steinmetz é representado como uma função linear em termos do valor de pico da densidade de fluxo magnético (MANYAGE et al., 2007). Desse modo, o método pode ser expresso por:

$$P_c(f, B_p) = K_h f B_p^{(a+bB_p)} + K_{cf} f^2 B_p^2\tag{B.5}$$

onde  $a$  é o valor de interseção da reta do coeficiente de Steinmetz e  $b$  é o coeficiente angular dessa reta.

A definição dos coeficientes é similar ao método anterior. Dividindo (B.5) pela frequência da densidade de fluxo magnético, é possível escrever:

$$\begin{aligned}\frac{P_c}{f} &\triangleq \alpha_1 + \alpha_2 f \\ \frac{P_c}{f} &= K_h B_p^{(a+bB_p)} + K_{cf} B_p^2 f\end{aligned}\tag{B.6}$$

onde  $\alpha_1 \triangleq K_h B_p^{(a+bB_p)}$  e  $\alpha_2 \triangleq K_{cf} B_p^2$ .

Desse modo,  $K_{cf}$  é calculado a partir de  $\alpha_2$  por:

$$K_{cf} = \frac{\alpha_2}{B_p^2}. \quad (\text{B.7})$$

Por outro lado,  $\alpha_1$  pode ser reescrito como

$$\log \alpha_1 = \log K_h + (a + bB_p) \log B_p. \quad (\text{B.8})$$

Então, substituindo três valores de pico de densidades de fluxo magnético em (B.8),  $K_h$ ,  $a$  e  $b$  podem ser determinados por:

$$\begin{bmatrix} \log(K_h) \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \log(B_a) & B_a \log(B_a) \\ 1 & \log(B_b) & B_b \log(B_b) \\ 1 & \log(B_c) & B_c \log(B_c) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \log(\alpha_{1a}) \\ \log(\alpha_{1b}) \\ \log(\alpha_{1c}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

onde  $B_i$  são valores de pico de densidade de fluxo magnético e  $\alpha_{1i}$  são variáveis auxiliares, ambos para  $i = \{a, b, c\}$ .

### B.1.3 Método 3

O Método 3 baseia-se na separação das perdas com a inclusão das perdas excessivas ou anômalas (BERTOTTI, 1985). Em virtude disso, o modelo das perdas no ferro é expresso por:

$$P_c(f, B_p) = K_h f B_p^\eta + K_{cf} f^2 B_p^2 + K_a f^{1.5} B_p^{1.5} \quad (\text{B.10})$$

onde  $K_a$  é o coeficiente de perdas anômalas.

Os coeficientes de (B.10) são calculados por intermédio da seguinte definição:

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{f} &\triangleq \alpha_1 + \alpha_2 f^{0.5} + \alpha_3 (f^{0.5})^2 \\ \frac{P_c}{f} &= K_h B_p^\eta + K_a B_p^{1.5} f^{0.5} + K_{cf} B_p^2 (f^{0.5})^2 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

onde  $\alpha_1 \triangleq K_h B_p^\eta$ ,  $\alpha_2 \triangleq K_a B_p^{1.5}$  e  $\alpha_3 \triangleq K_{cf} B_p^2$ .

Os coeficientes polinomiais  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  de (B.11) podem ser determinados utilizando a matriz de Vandermonde, a qual é representada na forma:

$$\begin{bmatrix} x_1^{n+1} & x_1^n & \cdots & 1 \\ x_2^{n+1} & x_2^n & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^{n+1} & x_n^n & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

onde  $x = f^{0.5}$ ,  $y = P_c/f$ ,  $P_i$  são os coeficientes auxiliares  $\alpha_i$ , para  $i = \{1, 2, 3\}$ , e  $n$  é

a ordem do polinômio. Note que a interpolação de (B.11) requer a perda específica no ferro para três valores distintos de frequência. Além disso, outros métodos de interpolação podem ser usados, tais como o Método de Newton ou de Lagrange.

Então, a partir de  $\alpha_3$  e  $\alpha_2$ ,  $K_{cf}$  e  $K_a$  são obtidos por:

$$K_{cf} = \left( \frac{\alpha_3}{B_p^2} \right)_{\text{avg}} \quad (\text{B.13})$$

$$K_a = \left( \frac{\alpha_2}{B_p^{1.5}} \right)_{\text{avg}} . \quad (\text{B.14})$$

Os coeficientes  $K_h$  e  $\eta$  são calculados pelo mesmo procedimento do Método 1.

#### B.1.4 Método 4

O Método 4 equivale a uma extensão da melhoria proposta do Método 2 ao Método 3. Assim, o coeficiente de Steinmetz é escrito como sendo uma função polinomial de segunda ordem em termos do valor de pico da densidade de fluxo magnético. Dessa forma, o modelo pode ser expresso por:

$$P_c(f, B_p) = K_h f B_p^{(a+bB_p+cB_p^2)} + K_{cf} f^2 B_p^2 + K_a f^{1.5} B_p^{1.5} . \quad (\text{B.15})$$

Os coeficientes de (B.15) podem ser determinados adotando o procedimento do Método 3, definindo e interpolando a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{f} &\triangleq \alpha_1 + \alpha_2 f^{0.5} + \alpha_3 (f^{0.5})^2 \\ \frac{P_c}{f} &= K_h B_p^{(a+bB_p+cB_p^2)} + K_a B_p^{1.5} f^{0.5} + K_{cf} B_p^2 (f^{0.5})^2 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

onde  $\alpha_1 \triangleq K_h B_p^{(a+bB_p+cB_p^2)}$ ,  $\alpha_2 \triangleq K_a B_p^{1.5}$  e  $\alpha_3 \triangleq K_{cf} B_p^2$ .

Os coeficientes  $K_{cf}$  e  $K_a$  são calculados por:

$$K_{cf} = \left( \frac{\alpha_3}{B_p^2} \right)_{\text{avg}} \quad (\text{B.17})$$

$$K_a = \left( \frac{\alpha_2}{B_p^{1.5}} \right)_{\text{avg}} . \quad (\text{B.18})$$

Então, assumindo que as perdas por histerese podem ser obtidas por

$$P_h = P_c - (K_{cf} f^2 B_p^2 + K_a f^{1.5} B_p^{1.5}), \quad (\text{B.19})$$

resulta em

$$P_h = K_h f B_p^{(a+bB_p+cB_p^2)} . \quad (\text{B.20})$$



Portanto, aplicando o operador logarítmico em (B.20)

$$\log\left(\frac{P_h}{f}\right) = \log K_h + (a + bB + cB^2) \log B, \quad (\text{B.21})$$

os coeficientes  $K_h$ ,  $a$ ,  $b$  e  $c$  são determinados por:

$$\begin{bmatrix} \log(K_h) \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \log(B_1) & B_1 \log(B_1) & B_1^2 \log(B_1) \\ 1 & \log(B_2) & B_2 \log(B_2) & B_2^2 \log(B_2) \\ 1 & \log(B_3) & B_3 \log(B_3) & B_3^2 \log(B_3) \\ 1 & \log(B_4) & B_4 \log(B_4) & B_4^2 \log(B_4) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \log\left(\frac{P_{h1}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h2}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h3}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h4}}{f}\right) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.22})$$

### B.1.5 Método 5

Assumindo que os coeficientes de Steinmetz, de histerese, de correntes de Foucault e de perdas anômalas são variantes em relação à frequência e/ou valor de pico da densidade de fluxo magnético, conforme estudos apresentados por Chen e Pillay (2002), Ionel et al. (2006), Ionel et al. (2007), Manyage et al. (2007) e Akiror, Rahman e Pillay (2012), o Método 5 é proposto com base na seguinte expressão:

$$P_c(f, B_p) = k_h f B_p^{(a+bB_p+cB_p^2+dB_p^3)} + k_{cf} f^2 B_p^2 + k_a f^{1.5} B_p^{1.5} \quad (\text{B.23})$$

onde  $k_h$ ,  $k_e$ ,  $k_a$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são funções polinomiais definidas por:

$$k_{h(f)} \triangleq K_{h1} + K_{h2}f + K_{h3}f^2 \quad (\text{B.24})$$

$$k_{cf(B_p)} \triangleq \sum_{i=1}^6 K_{cf\_i} B_p^{i-1} \quad (\text{B.25})$$

$$k_{a(B_p)} \triangleq \sum_{j=1}^6 K_{a\_j} B_p^{j-1} \quad (\text{B.26})$$

onde  $K_{hi}$ ,  $K_{cf\_i}$  e  $K_{a\_j}$  são os coeficientes auxiliares dos polinômios referidos.

$$a_{(f)} \triangleq \alpha_{a1} + \alpha_{a2}f + \alpha_{a3}f^2 \quad (\text{B.27})$$

$$b_{(f)} \triangleq \alpha_{b1} + \alpha_{b2}f + \alpha_{b3}f^2 \quad (\text{B.28})$$

$$c_{(f)} \triangleq \alpha_{c1} + \alpha_{c2}f + \alpha_{c3}f^2 \quad (\text{B.29})$$

$$d_{(f)} \triangleq \alpha_{d1} + \alpha_{d2}f + \alpha_{d3}f^2. \quad (\text{B.30})$$

onde  $\alpha_{ai}$ ,  $\alpha_{bi}$ , e  $\alpha_{ci}$  são coeficientes auxiliares para  $i = \{1, 2, 3\}$ .

As funções polinomiais podem ser obtidas a partir da seguinte definição:

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{f} &\triangleq \alpha_1 + \alpha_2 f^{0.5} + \alpha_3 (f^{0.5})^2 \\ \frac{P_c}{f} &= k_h B_p^{(a+bB_p+cB_p^2+dB_p^3)} + k_a B_p^{1.5} f^{0.5} + k_{cf} B_p^2 (f^{0.5})^2 \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

onde  $\alpha_1 \triangleq k_h B_p^{(a+bB_p+cB_p^2+dB_p^3)}$ ,  $\alpha_2 \triangleq k_a B_p^{1.5}$  e  $\alpha_3 \triangleq k_{cf} B_p^2$ .

Para calcular  $k_{cf}$  e  $k_a$ , é necessário determinar  $\alpha_3$  e  $\alpha_2$  para seis valores de densidade de fluxo magnético, tal que

$$k_{cf} = \frac{\alpha_3}{B_p^2} \quad (\text{B.32})$$

$$k_a = \frac{\alpha_2}{B_p^{1.5}}. \quad (\text{B.33})$$

As perdas por histerese podem ser expressas como:

$$P_h = P_c - (k_{cf} f^2 B_p^2 + k_a f^{1.5} B_p^{1.5}) \quad (\text{B.34})$$

e

$$P_h = k_h f B_p^{(a+bB_p+cB_p^2+dB_p^3)}. \quad (\text{B.35})$$

Assim, aplicando o operador logarítmico na equação acima, obtém-se:

$$\log\left(\frac{P_h}{f}\right) = \log k_h + (a + bB_p + cB_p^2 + dB_p^3) \log B_p. \quad (\text{B.36})$$

Então, usando cinco valores de densidades de fluxo magnético e de perdas por histerese ( $B_{1\dots 5}$ ,  $P_{h1\dots 5}$ ) para três diferentes frequências,  $K_h$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  podem ser determinados por:

$$\begin{bmatrix} \log(k_h) \\ a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \log(B_1) & B_1 \log(B_1) & B_1^2 \log(B_1) & B_1^3 \log(B_1) \\ 1 & \log(B_2) & B_2 \log(B_2) & B_2^2 \log(B_2) & B_2^3 \log(B_2) \\ 1 & \log(B_3) & B_3 \log(B_3) & B_3^2 \log(B_3) & B_3^3 \log(B_3) \\ 1 & \log(B_4) & B_4 \log(B_4) & B_4^2 \log(B_4) & B_4^3 \log(B_4) \\ 1 & \log(B_5) & B_5 \log(B_5) & B_5^2 \log(B_5) & B_5^3 \log(B_5) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \log\left(\frac{P_{h1}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h2}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h3}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h4}}{f}\right) \\ \log\left(\frac{P_{h5}}{f}\right) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.37})$$

Interpolando os coeficientes  $K_h$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  com base nas três frequências referidas acima e representando o coeficiente de Steinmetz como

$$\eta(f, B_p) = a_{(f)} + b_{(f)} B_p + c_{(f)} B_p^2 + d_{(f)} B_p^3, \quad (\text{B.38})$$

o método proposto, denominado como Método 5, é reescrito na seguinte forma:

$$P_c(f, B_p) = k_{h(f)} f B_p^{\eta(f, B_p)} + k_{cf(B_p)} f^2 B_p^2 + k_{a(B_p)} f^{1.5} B_p^{1.5}. \quad (\text{B.39})$$

## B.2 Medição experimental das perdas no ferro

Os ensaios<sup>2</sup> para a aquisição das medidas requeridas pelos Métodos 1-5 foram realizados na plataforma comercial *Computer Controlled Magnetic Test Console MS2* da Donart Electronics. Essa plataforma é empregada em ensaios de medição de perdas no ferro com excitação senoidal, baseados na norma internacional ASTM A343. Além disso, adotou-se o quadro de Epstein à aquisição das perdas no ferro para as lâminas de aço silício de material M45F26. A especificação das lâminas é similar ao material empregado nos MSIPs, que são utilizados na validação experimental dos desenvolvimentos teóricos desta tese. Os parâmetros usados durante os ensaios são apresentados na Tabela B.1.

Tabela B.1 – Parâmetros de ensaio

<b>Material</b>	M45F26
<b>Strips</b>	24
<b>Densidade</b>	7.75 g/cm <sup>3</sup>
<b>Frequências</b>	{25,50,60,100,200,400,600,800Hz}
<b>Densidade de fluxo magnético<sup>3</sup></b>	30 pontos de 0.05T até 1.5T

<sup>1</sup> Densidade de fluxo magnético de 0.05T a 1.8T nas frequências de 50Hz e 60Hz.

A Figura B.1 mostra as perdas específicas no ferro sob excitação senoidal nas frequências de 50Hz e 60Hz. É importante enfatizar que essas curvas são convencionalmente informadas pelos fabricantes. Além disso, a curva BxH obtida pelos ensaios é exibida na Figura B.2.

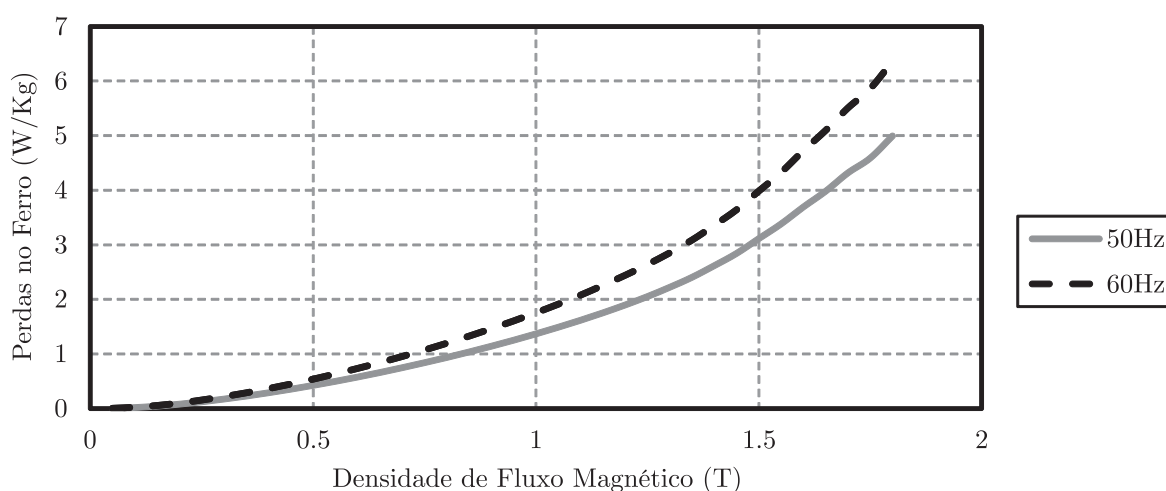


Figura B.1 – Perdas no ferro obtidas pelo quadro de Epstein para o material M45G26.

<sup>2</sup>Os ensaios foram realizados na *Concordia University* em Montreal/Canadá sob supervisão do Prof. Pragasen Pillay, Ph.D..

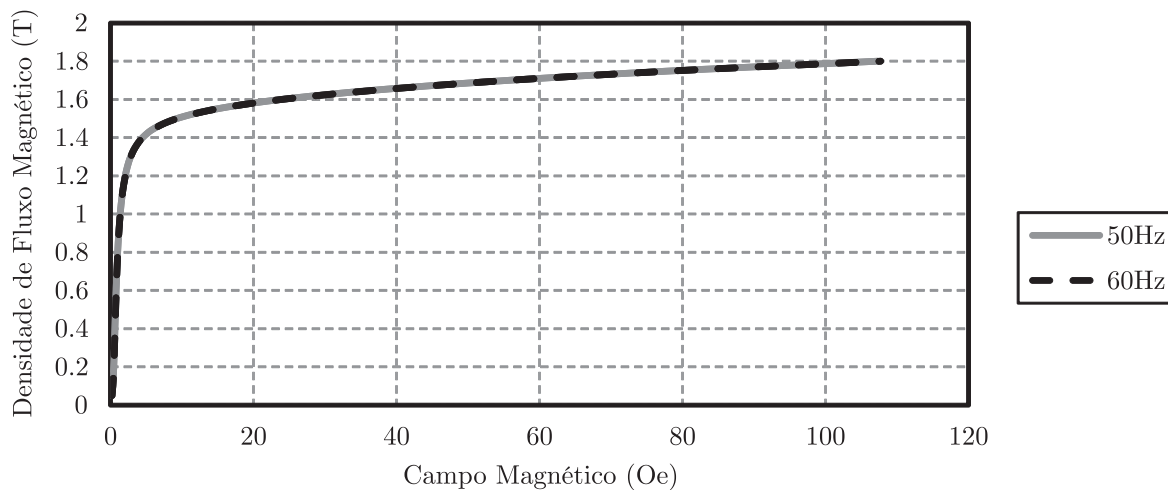


Figura B.2 – Primeiro quadrante da curva B-H do material M45G26.

As perdas específicas no ferro para uma excitação senoidal em frequências entre 200Hz e 800Hz são mostradas na Figura B.3. Essas curvas confirmam a característica do aumento das perdas em função da frequência de excitação.

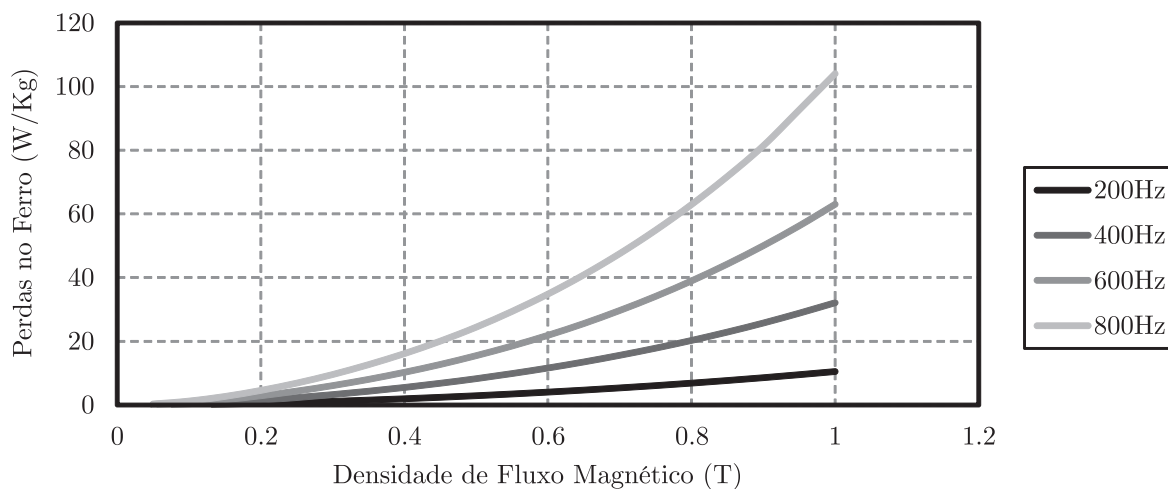


Figura B.3 – Perdas no ferro obtidas pelo quadro de Epstein para o material M45G26 nas médias frequências.

### B.2.1 Comparação entre os métodos de predição das perdas no ferro

As Figuras B.4-B.6 comparam as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e por meio dos modelos de predição e, paralelamente, as Figuras B.7-B.9 evidenciam os erros relativos de predição. Ao analisar esses resultados, pode-se constatar que o método proposto possui a maior exatidão nas frequências em consideração quando comparado com outros métodos. Além disso, verifica-se um erro relativo máximo inferior à 2.5%.

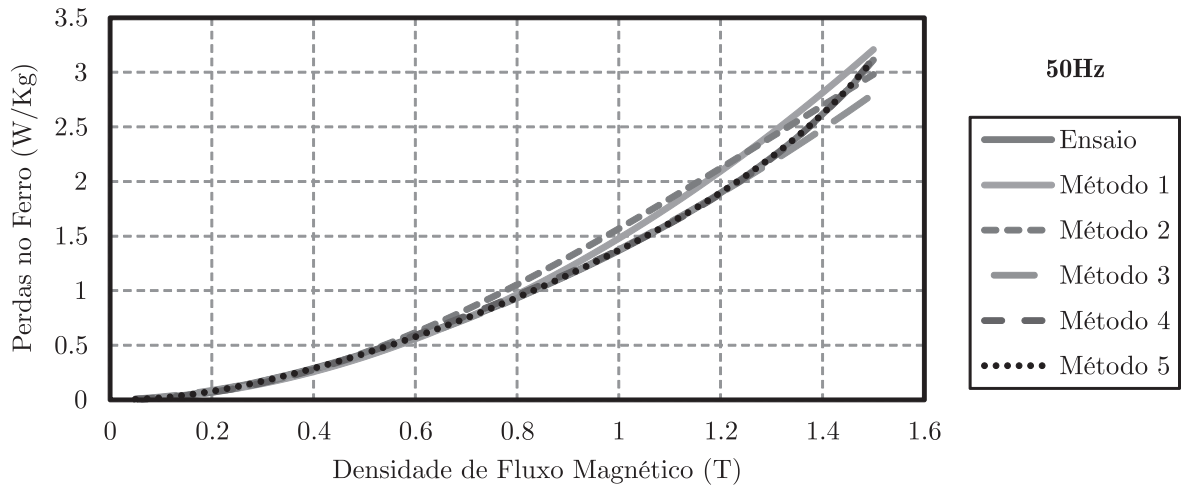


Figura B.4 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 50Hz.

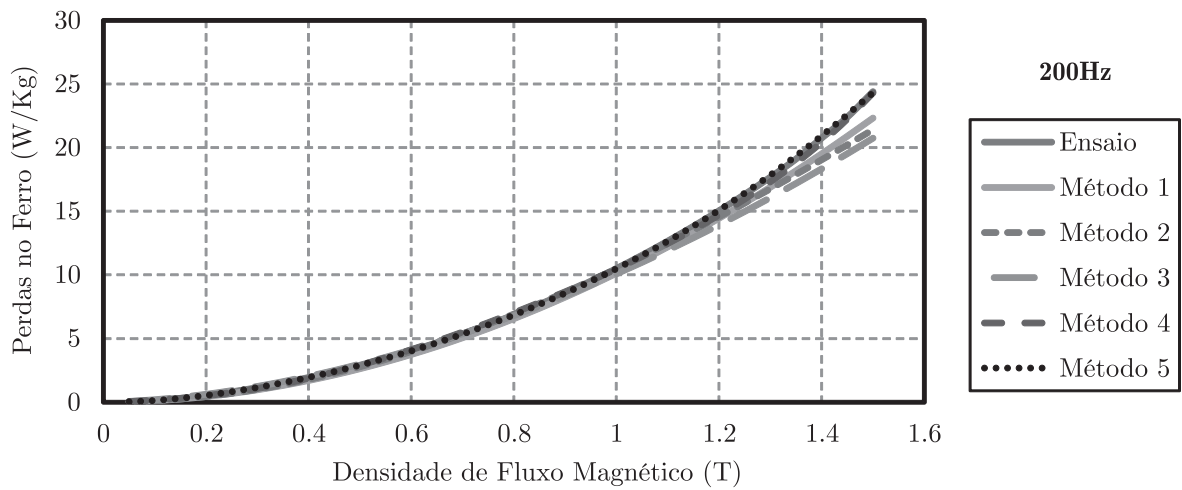


Figura B.5 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 200Hz.

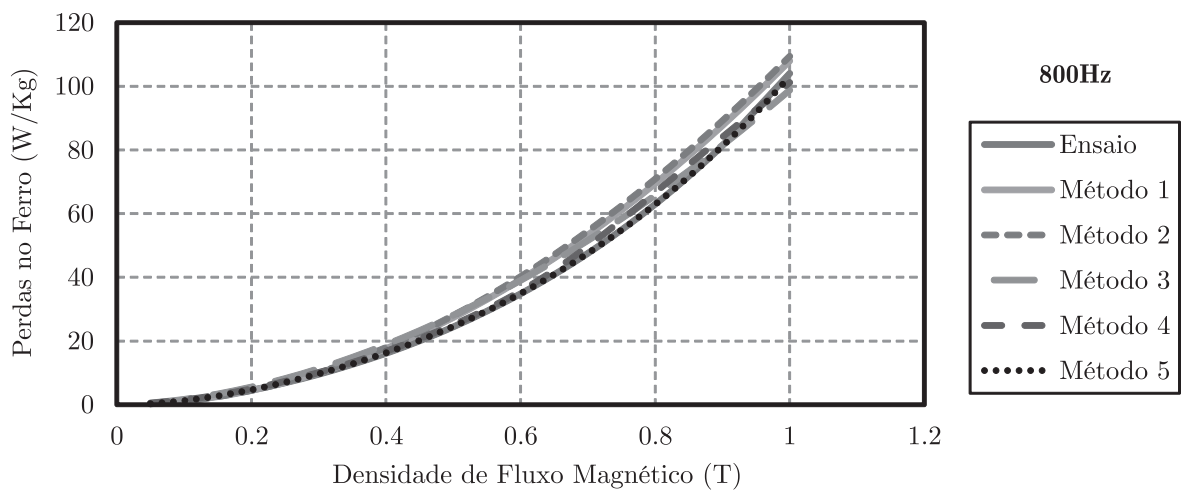


Figura B.6 – Comparação entre as perdas no ferro determinadas pelos ensaios e pelos métodos de predição para uma frequência de excitação de 800Hz.

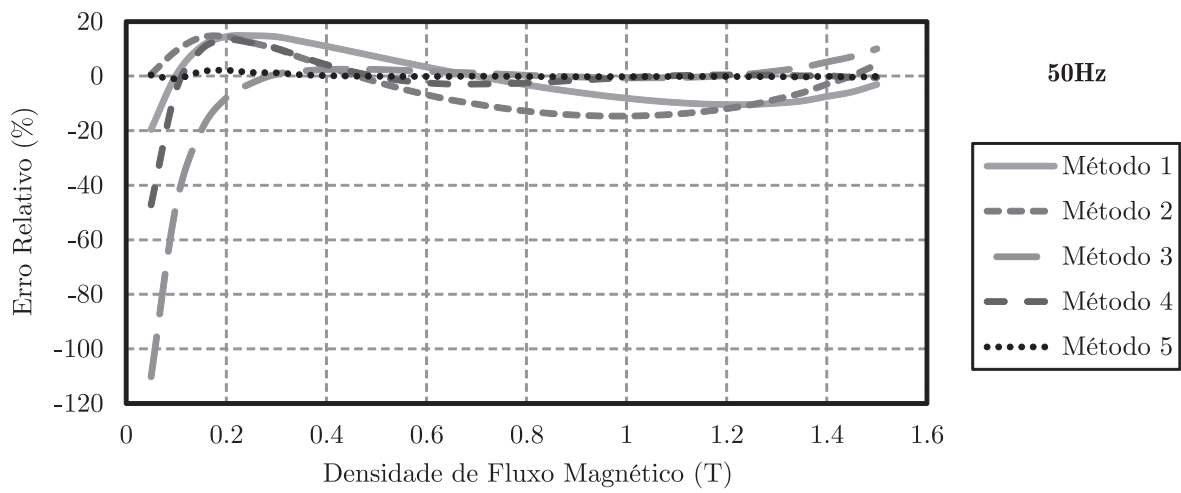


Figura B.7 – Erro relativo de predição na frequência de 50Hz.

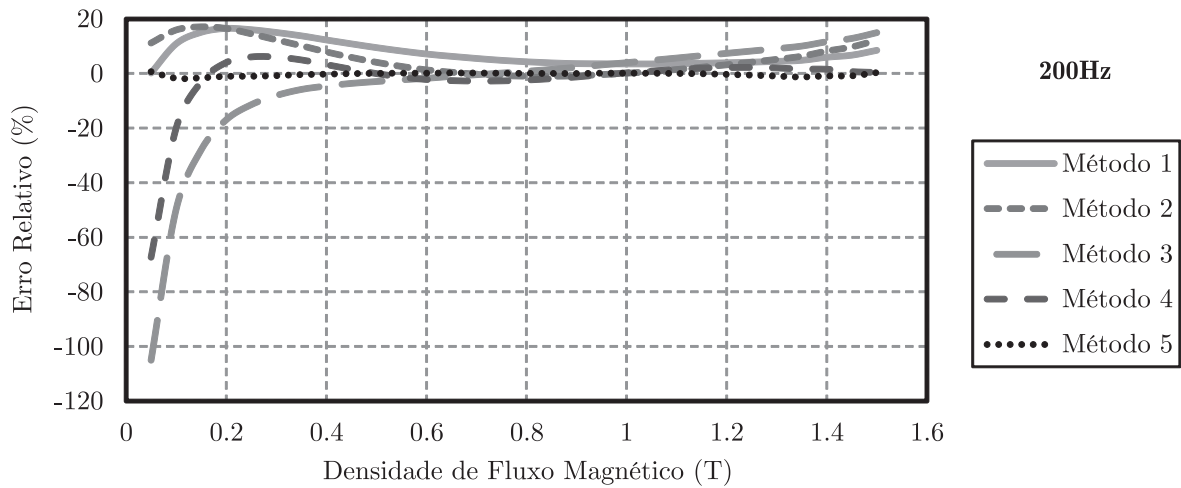


Figura B.8 – Erro relativo de predição na frequência de 200Hz.

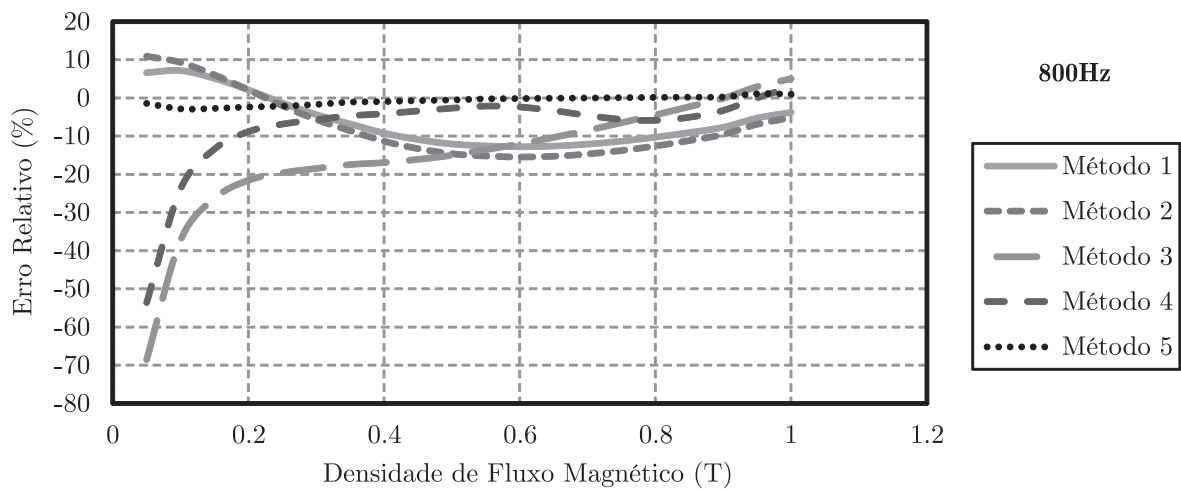


Figura B.9 – Erro relativo de predição na frequência de 800Hz.

### B.3 Método de elementos finitos: Integração do modelo de predição sob fluxo magnético não senoidal

A aplicação do modelo proposto em MSIPs é realizada com base no Método de Elementos Finitos (MEF). Para isso, o aplicativo *Finite Element Method Magnetic*<sup>4</sup> (FEMM), em co-simulação com o Matlab<sup>®</sup>, identifica as formas de onda da densidade de fluxo magnético no estator e no rotor da máquina. Uma vez estabelecidas essas grandezas, o Método 5 pode ser empregado ao cálculo das perdas no ferro. Entretanto, a equação desse método é válida apenas para densidades de fluxo senoidais. Logo, (B.39) é modificada com base em Deng (1999), a fim de permitir o cálculo das perdas para uma densidade de fluxo não senoidal no domínio do tempo. Assim, (B.39) pode ser reescrita como:

$$P_c(f, B) = k_h f(B_p)^{\eta(f, B_p)} + \frac{k_{cf}}{(\sqrt{2\pi})^2} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{d}{dt} B(t) \right)^2 dt + \frac{k_a}{(\sqrt{2\pi})^{1.5}} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{d}{dt} B(t) \right)^2 dt \right]^{\frac{3}{4}}. \quad (\text{B.40})$$

Salienta-se que é possível alterar o método para a aplicação no domínio da frequência. Nesse procedimento, o espectro harmônico da densidade de fluxo nas regiões de interesse deve ser conhecido, e então, as perdas são calculadas para cada componente harmônica. Contudo, o tempo necessário de simulação aumenta de forma expressiva quando comparado com o método no domínio do tempo (DENG, 1999).

O procedimento usual para calcular as perdas no ferro em MSIPs adota as formas de onda da densidade de fluxo magnético<sup>5</sup> no dente e na culatra do estator (KSHIRSAGAR; KRISHNAN, 2012). Contudo, para aprimorar a exatidão da predição de perdas, as regiões de interesse são divididas em pequenos volumes, e assim, as perdas são determinadas com relação à densidade de fluxo presente nesse elemento. Por esse motivo, esses volumes são definidos na etapa inicial do MEF, ou seja, na etapa de subdivisão do estator e do rotor em pequenos elementos ou áreas<sup>6</sup>, conforme exibido na Figura B.10. Além disso, considera-se que a densidade de fluxo no elemento é uniforme e igual a magnitude da densidade de fluxo no centroide do elemento. Então, a partir do volume do elemento, do número de elementos e da densidade de laminação, é possível estabelecer o peso total, e assim calcular as perdas no ferro do rotor e do estator. A Figura B.10 também indica a região sob análise, a qual é estipulada pela simetria geométrica construtiva e operacional.

Em seguida, dois MSIPs denominados de Motor A e Motor B serão analisados. Esse motores possuem a mesma geometria construtiva, em que o estator é constituído por enrolamentos concentrados e o rotor possui ímãs de superfície (ferrite). Entretanto, eles se diferem entre si com relação a direção de magnetização dos ímãs. No Motor A, a direção é paralela e no Motor B, a direção é radial. Logo, as distribuições do fluxo magnético são distintas, como mostram as Figuras B.11 e B.12.

<sup>4</sup>Disponível em <http://www.femm.info/wiki/HomePage>.

<sup>5</sup>Assume-se que a distribuição de fluxo magnético é uniforme nessas regiões.

<sup>6</sup>No caso em questão é denominado de triangulação.

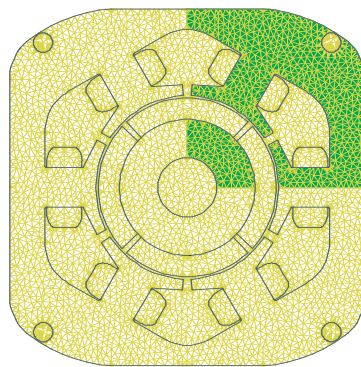


Figura B.10 – Triangulação do MEF e a região definida ao cálculo das perdas no ferro.

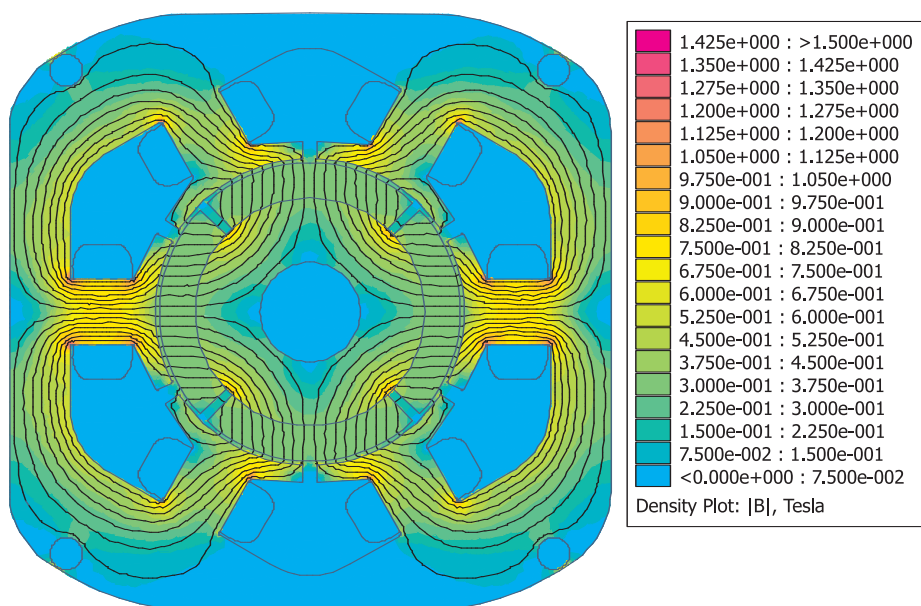


Figura B.11 – Distribuição do fluxo magnético no Motor A.

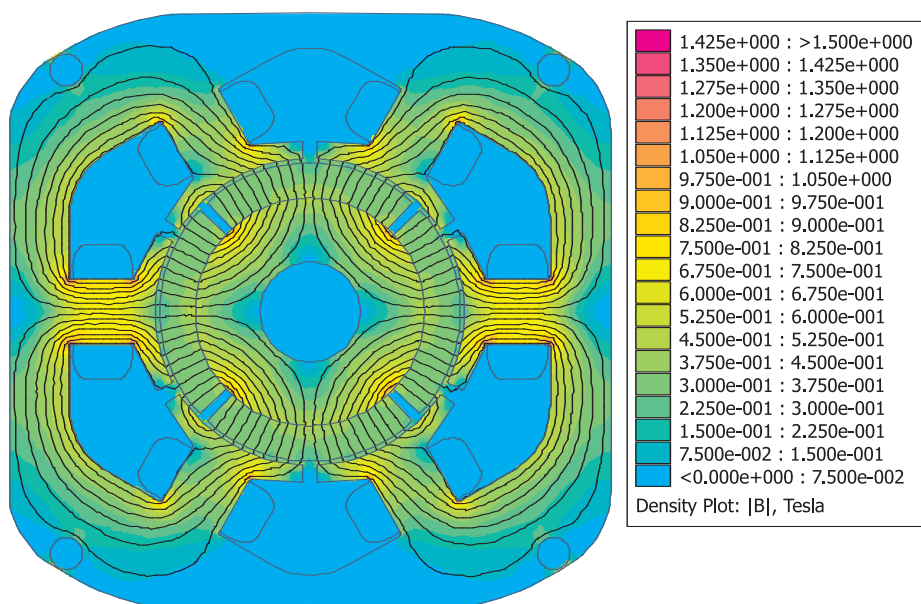


Figura B.12 – Distribuição do fluxo magnético no Motor B.



As Figuras B.13 e B.14 comparam as formas de onda da derivada do fluxo magnético com relação à posição angular elétrica e a FCEM. As grandezas da primeira figura são obtidas por meio de co-simulações entre o Matlab® e o FEMM, enquanto que as FCEMs da segunda figura são provenientes de um ensaio do motor operando como gerador e com o estator aberto. Esses resultados são correspondentes ao Motor A.

Analisando as figuras abaixo, é possível constatar que as formas de onda são semelhantes, apesar de existir uma pequena assimetria entre a parte positiva e negativa da forma de onda no motor real, indicando que a magnetização dos ímãs não está uniforme.

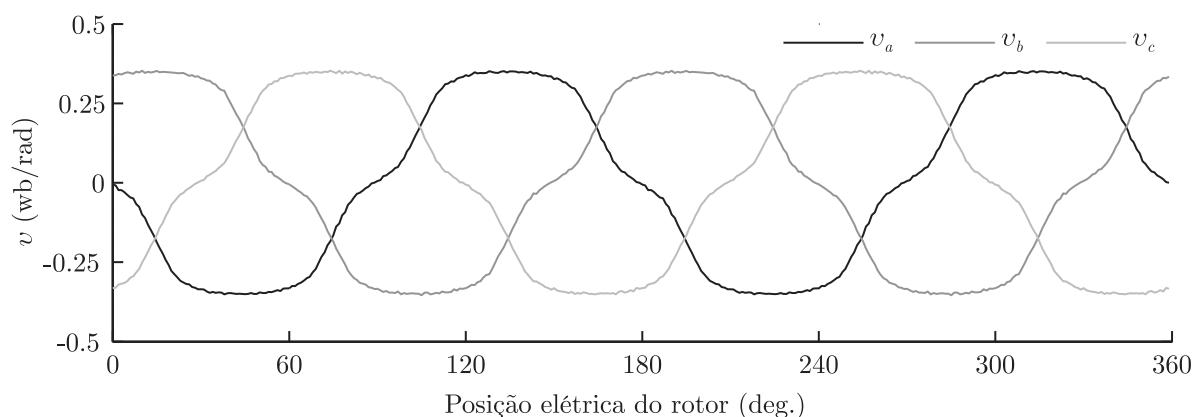


Figura B.13 – Derivadas do fluxo magnético concatenado no estator com relação à posição angular elétrica para o Motor A (condição sem carga).

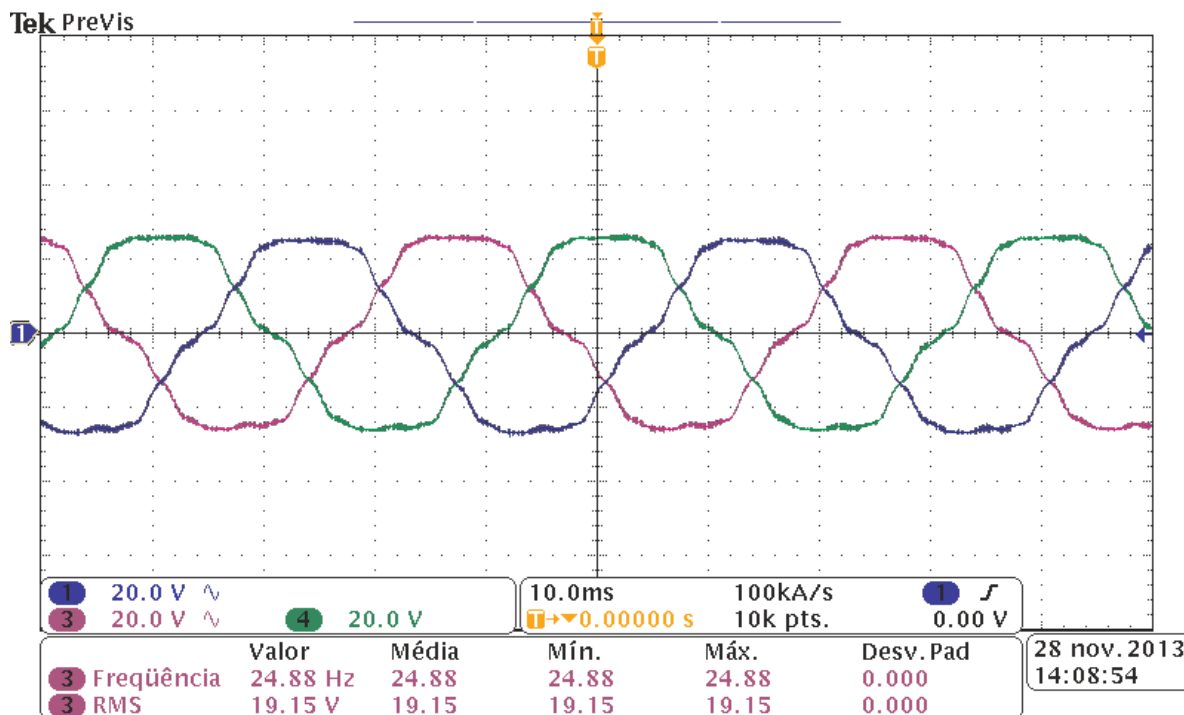


Figura B.14 – Formas de onda da FCEM no Motor A.

De forma análoga aos resultados anteriores, as Figuras B.15 e B.16 exibem as derivadas do fluxo magnético concatenado no estator com relação à posição angular elétrica e as FCEMs correspondentes ao Motor B. As diferenças relativas nas formas de onda são atribuídas às simplificações e simetrias geométricas ideais, presentes na implementação do motor no aplicativo FEMM.

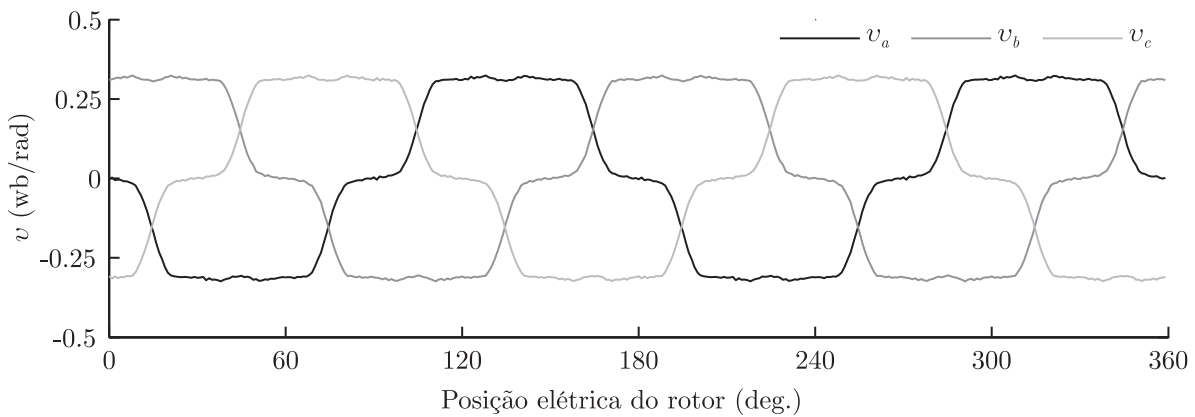


Figura B.15 – Derivadas do fluxo magnético concatenado no estator com relação à posição angular elétrica para o Motor B (condição sem carga).

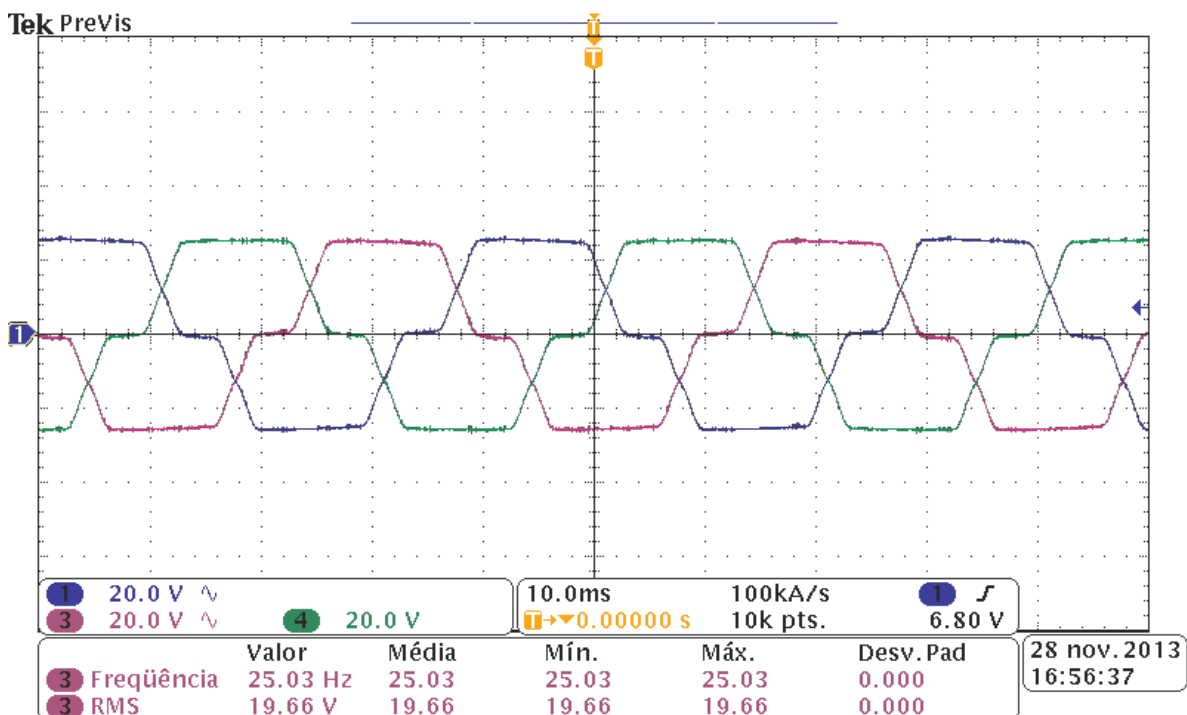


Figura B.16 – Formas de onda da FCEM no Motor B.

B.3.1 Composição das formas de onda

Os procedimentos básicos<sup>7</sup> à composição das formas de onda das grandezas de interesse<sup>8</sup> estão sumarizados na Figura B.17. De acordo com a metodologia, a co-simulação é controlada diretamente pelo Matlab e está dividida em dois processos: pré-processamento e pós-processamento. O primeiro processo corresponde à resolução numérica do problema magnético no FEMM, e o segundo processo é o tratamento dos dados dessa resolução.

Para obter as grandezas com relação a posição angular do rotor, a representação gráfica do rotor no FEMM é rotacionada de 0° a 180° mecânicos com uma resolução de passo de 1°. Assim, para cada passo angular, as correntes de fase e o desenho do motor são atualizados no FEMM. E então, a simulação numérica é executada e salva. É importante enfatizar que os elementos de referência ao cálculo das perdas correspondem à primeira subdivisão de áreas no processo de triangulação.

Após o término do primeiro processo, o tratamento dos resultados no pós-processamento permite constituir a forma de onda das grandezas com relação a posição do rotor. Logo em seguida, as perdas no ferro e no cobre são computadas conforme procedimentos e desenvolvimentos teóricos expostos neste apêndice e no Capítulo 2.

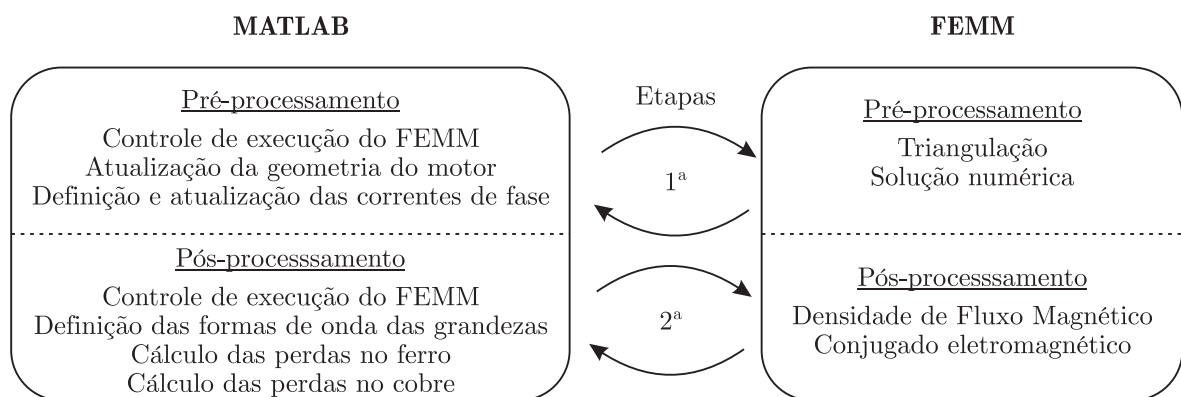


Figura B.17 – Procedimentos à simulação do método proposto.

A Figuras B.18-B.20 exibem os resultados do Motor A operando sem carga, com a excitação senoidal e a excitação não senoidal. As correntes não senoidais e o conjugado eletromagnético  $T_e$  são sintetizados com base nos procedimentos descritos no Apêndice A. Por outro lado, o conjugado eletromagnético  $T_{mef}$  é computado pelo aplicativo FEMM, e considera todos os conjugados presentes no motor (conjugado de relutância, mútuo e de borda). Dessa maneira, verifica-se de forma evidente a presença do conjugado de borda na Figura B.18. Além disso, ao comparar os três modos de operação, é possível verificar que as correntes não senoidais propiciam a minimização das ondulações do conjugado mútuo.

<sup>7</sup>Detalhes sobre os comandos bem como do algoritmo não estão inclusos neste documento de tese, uma vez que essas informações podem ser facilmente encontradas no Manual de Usuário do FEMM.

<sup>8</sup>Fluxo magnético, densidade de fluxo magnético e conjugado eletromagnético.

Analogamente ao Motor A, as Figuras B.21-B.24 representam a operação do Motor B operando sem carga e com correntes senoidais, não senoidais e retangulares. Confirma-se que a proposta da síntese de correntes não senoidais resulta na minimização das ondulações do conjugado mútuo. Entretanto, a magnitude do conjugado de borda no Motor B é maior do que no Motor A, ou seja, a mudança na direção de magnetização dos ímãs provoca alterações significativas no motor, desde a FCEM até o conjugado de borda.

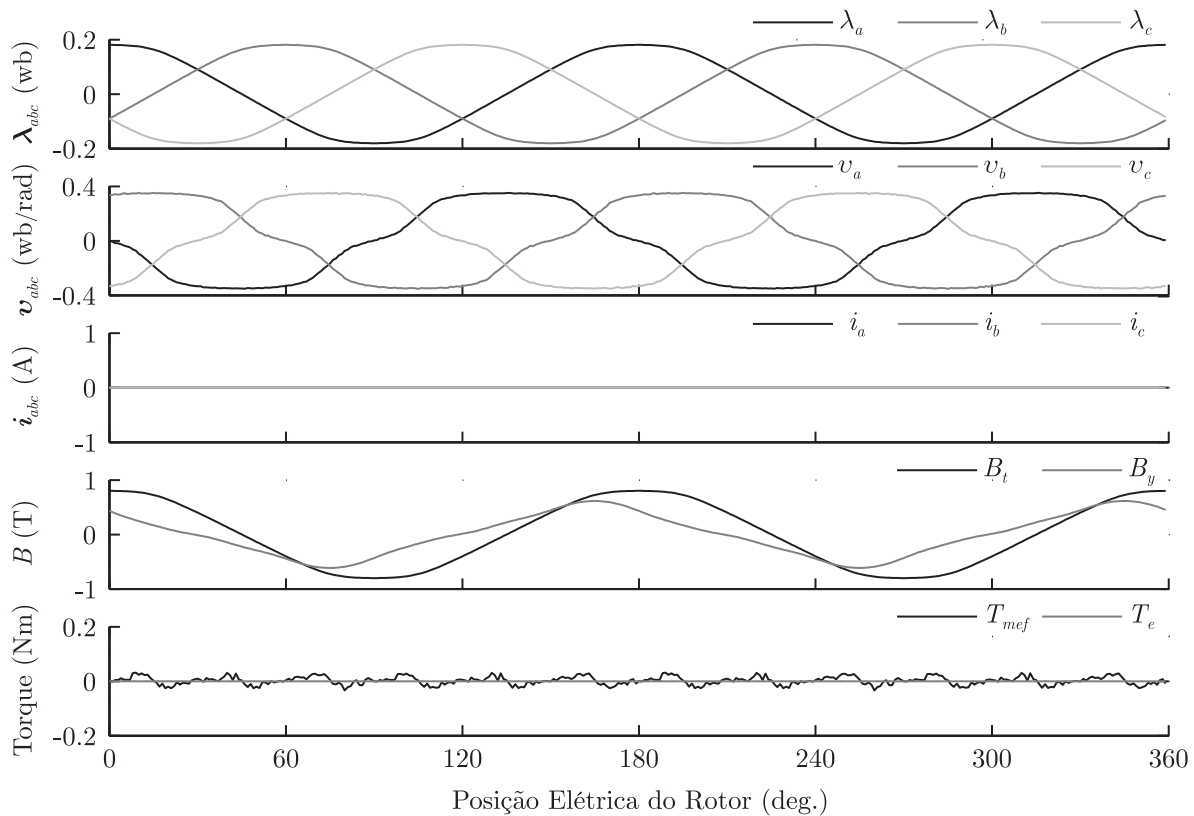


Figura B.18 – Motor A operando sem carga: Fluxos magnéticos concatenados; derivada do fluxo magnético concatenado com relação à posição do rotor; correntes de fase; densidade de fluxo magnético no dente e na culatra do estator; conjugado eletromagnético mútuo e conjugado eletromagnético computado pelo FEMM.

A Figura B.24 revela que o Motor B operando convencionalmente como um motor BLDC, produz um conjugado eletromagnético com ondulações mais significativas quando comparado com os outros modos de operação. Além disso, as variações de fluxo magnético são acentuadas, o que causa um aumento das perdas no ferro.

A respeito das variações de densidade de fluxo magnético, o Motor B apresenta, de forma geral, níveis mais acentuados de variação<sup>9</sup>, indicando que as perdas nesse motor são superiores com relação ao Motor A. Verifica-se ainda que a distorção harmônica nas correntes não senoidais do Motor B é maior do que as correntes não senoidais requeridas no Motor A. Logo, as tensões de fase necessárias à síntese das correntes não senoidais no Motor B também possuirão uma distorção harmônica elevada.

<sup>9</sup>Afirmção fundamentada na densidade de fluxo magnético no dente e na culatra do estator.

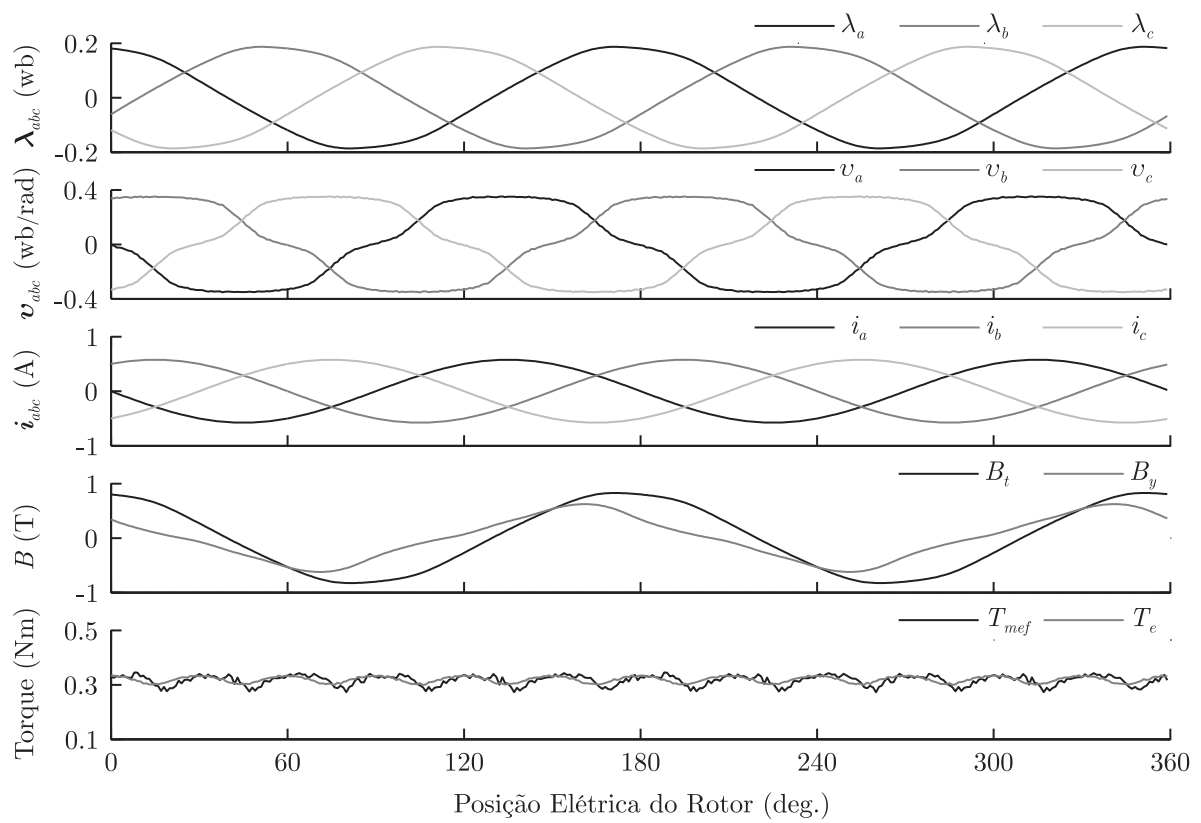


Figura B.19 – Motor A operando com a excitação senoidal.

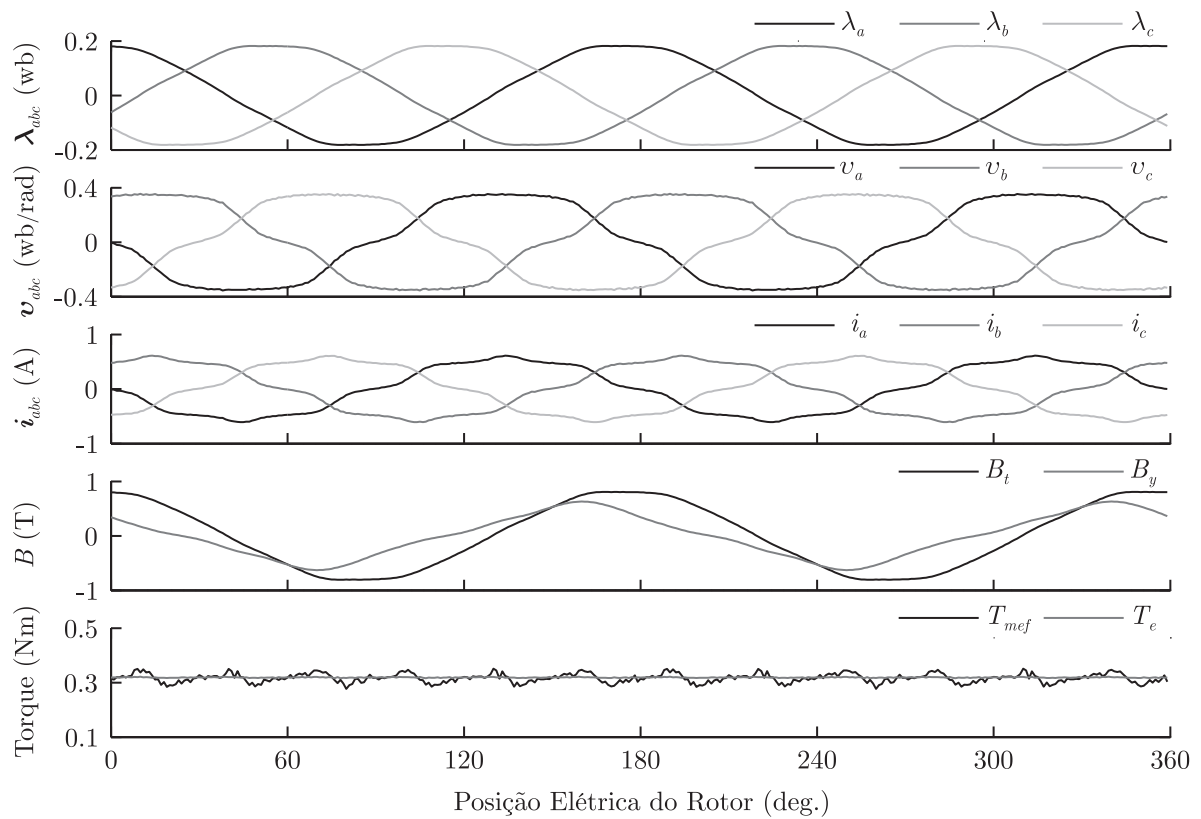


Figura B.20 – Motor A operando com a excitação não senoidal.

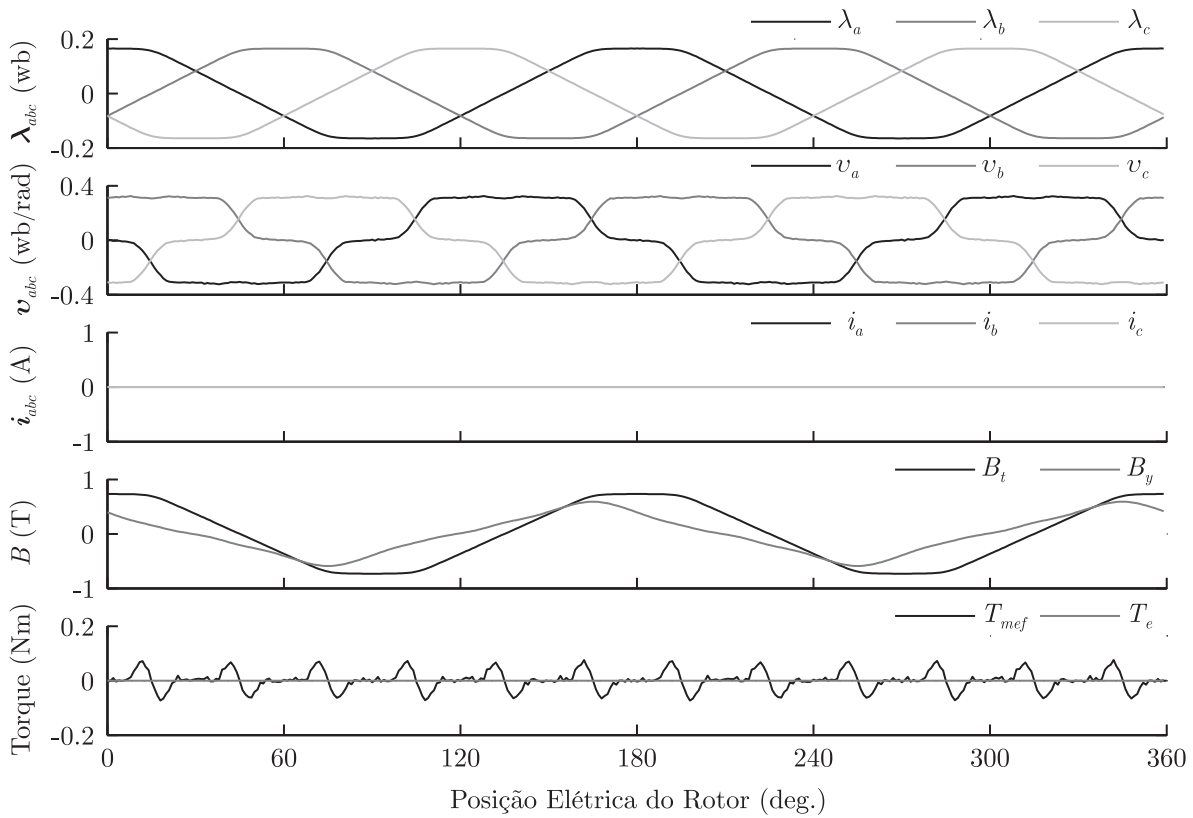


Figura B.21 – Motor B operando sem carga: Fluxos magnéticos concatenados; derivada do fluxo magnético concatenado com relação à posição do rotor; correntes de fase; densidade de fluxo magnético no dente e na culatra do estator; conjugado eletromagnético mútuo e conjugado eletromagnético computado pelo FEMM.

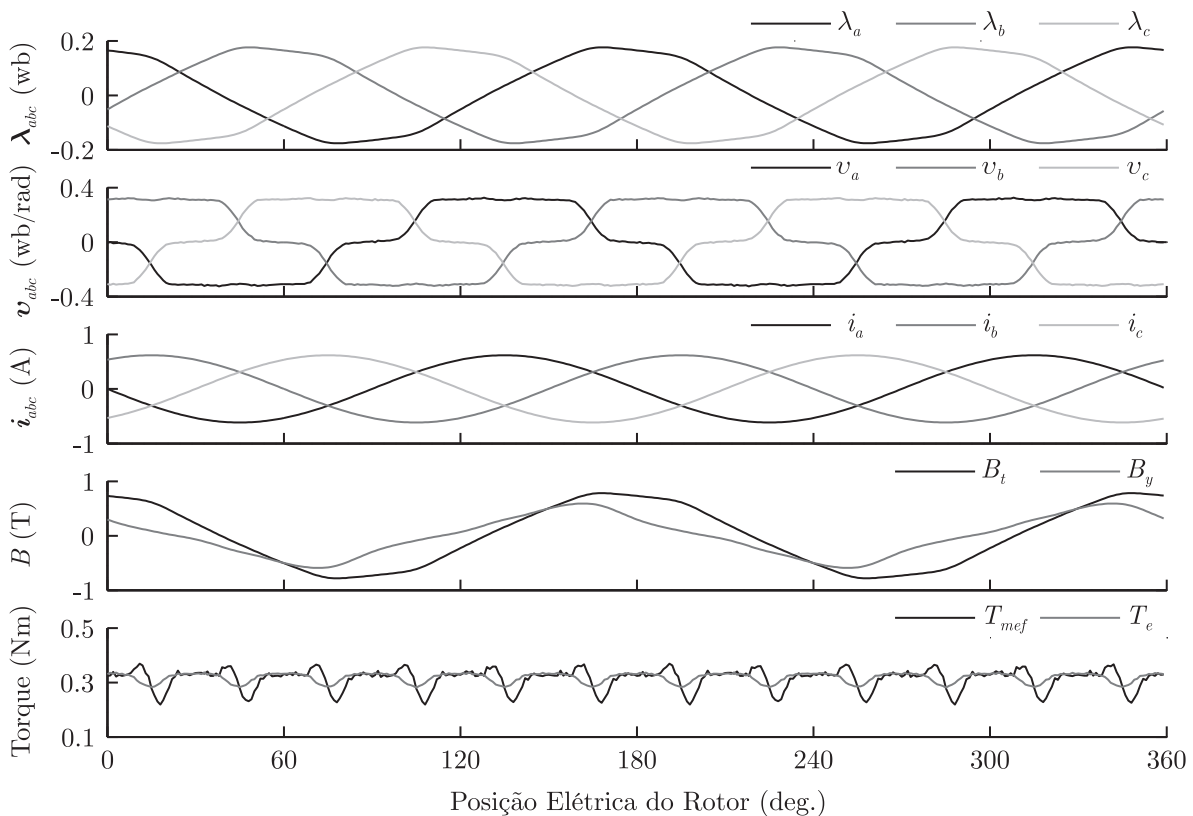


Figura B.22 – Motor B operando com correntes senoidais.

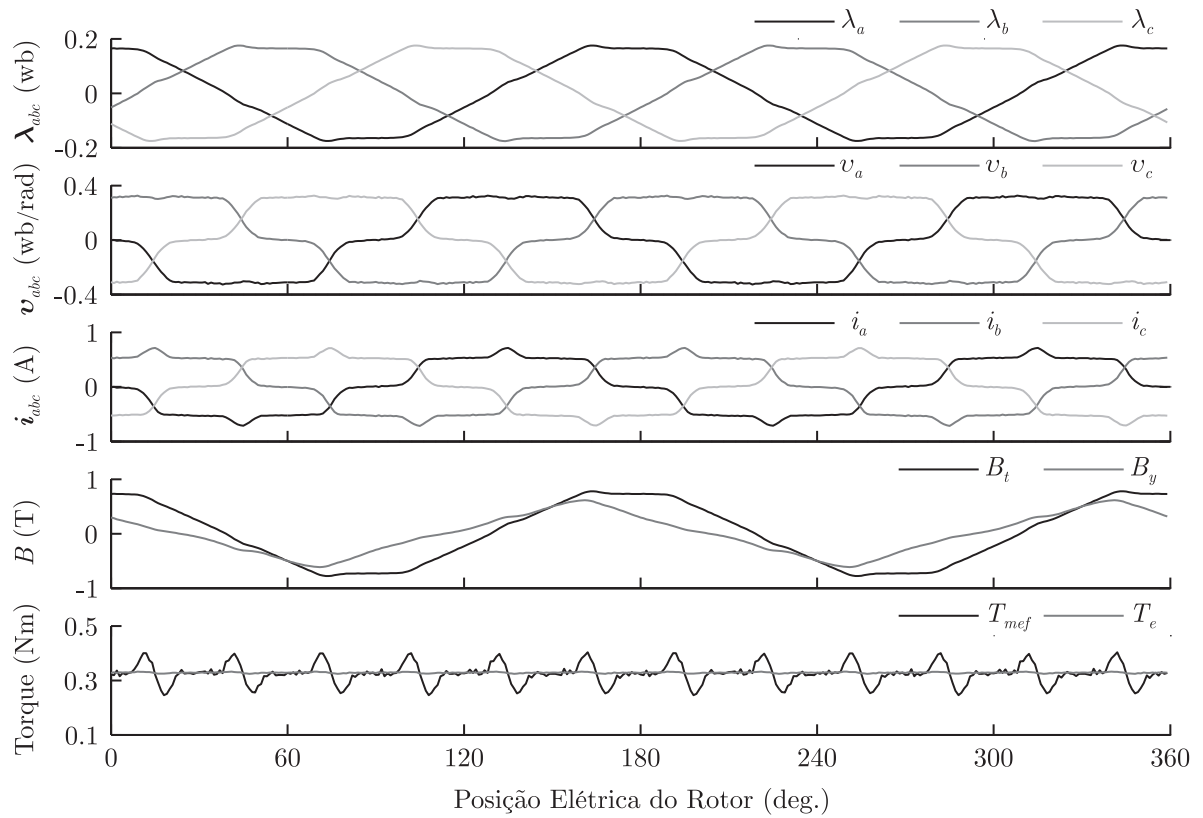


Figura B.23 – Motor B operando com correntes não senoidais.

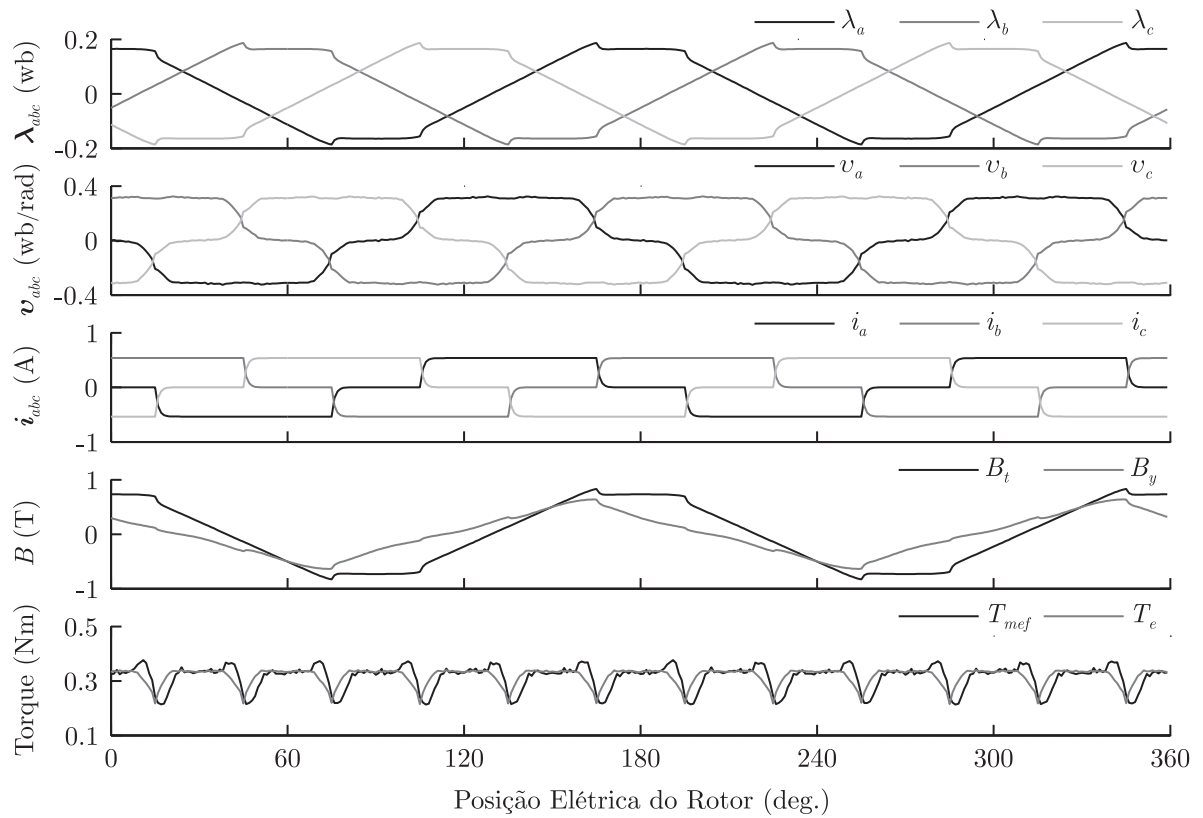


Figura B.24 – Motor B operando com correntes retangulares (operação *six-step*).

### B.3.2 Análise das perdas

Para viabilizar a análise das perdas, adotaram-se os parâmetros do motor da plataforma experimental descrita no Apêndice C. Desta maneira, o Motor A e B foram simulados no FEMM de forma concordante a esses parâmetros. Além disso, somente as perdas no cobre, no ferro e de atrito devido à rotação foram consideradas nessa análise.

Os resultados exibidos nas Figuras B.25-B.31 são expostos na forma relativa e comparativa, a fim de evidenciar as particularidades entre as diferentes operações do MSIP.

As Figuras B.25 e B.26 mostram as perdas relativas<sup>10</sup> no cobre e no ferro em uma faixa de velocidade de rotação entre 500 rpm a 3000 rpm. Como mencionado em capítulos anteriores, as correntes não senoidais propiciam a redução das perdas no cobre, porém as perdas no ferro aumentam em altas rotações. Essas situações são evidentes nas figuras referidas. Logo, observam-se faixas de operação em que o somatório dessas perdas é inferior, indicando que a operação com correntes não senoidais é mais eficiente.

Conforme Figura B.27, o acionamento do Motor B com correntes retangulares reduz as perdas no cobre. Todavia, as perdas no ferro aumentam significativamente, o que torna o desempenho da operação *six-step* inferior em relação às outras estratégias (em termos de perdas totais nas diferentes condições de carga).

A eficiência do Motor A para três condições de carga são mostradas na Figura B.28. Observa-se que a eficiência é aproximadamente igual para ambos os modos de operação, com exceção nas altas velocidades operando com carga linear. Esses resultados apontam que não há um impacto significativo das correntes não senoidais na eficiência do Motor A. Portanto, o benefício de redução das ondulações de conjugado justifica o uso pleno do controle vetorial não senoidal nesse motor.

Por outro lado, a Figura B.29 mostra claramente que a operação com correntes não senoidais aumenta a eficiência do Motor B nas baixas rotações. Salienta-se que esse aprimoramento pode ser estendido se forem reduzidas as perdas por atrito. Para isso, podem ser utilizados rolamentos de alto desempenho.

Com o propósito de obter a máxima eficiência do motor, pode-se combinar o acionamento com correntes senoidais e não senoidais, como discutido em capítulos anteriores. No entanto, é de suma importância conhecer quando uma estratégia tem vantagem em relação à outra. Em vista disso, as Figuras B.30 e B.31, baseadas nas Figuras B.25 e B.26, revelam as regiões de cruzamento em que a estratégia com correntes não senoidais torna-se menos eficiente do que a estratégia com correntes senoidais. Essas regiões fornecem as informações necessárias ao projeto do controle híbrido proposto no Capítulo 4. Ainda com respeito às regiões de cruzamento, verifica-se que a velocidade na transição depende das condições de carga. Visto que a magnitude das correntes está diretamente associada ao conjugado de carga e ela tem relação direta com as perdas no motor.

---

<sup>10</sup>Perdas relativas da operação com correntes não senoidais em relação à operação com correntes senoidais.



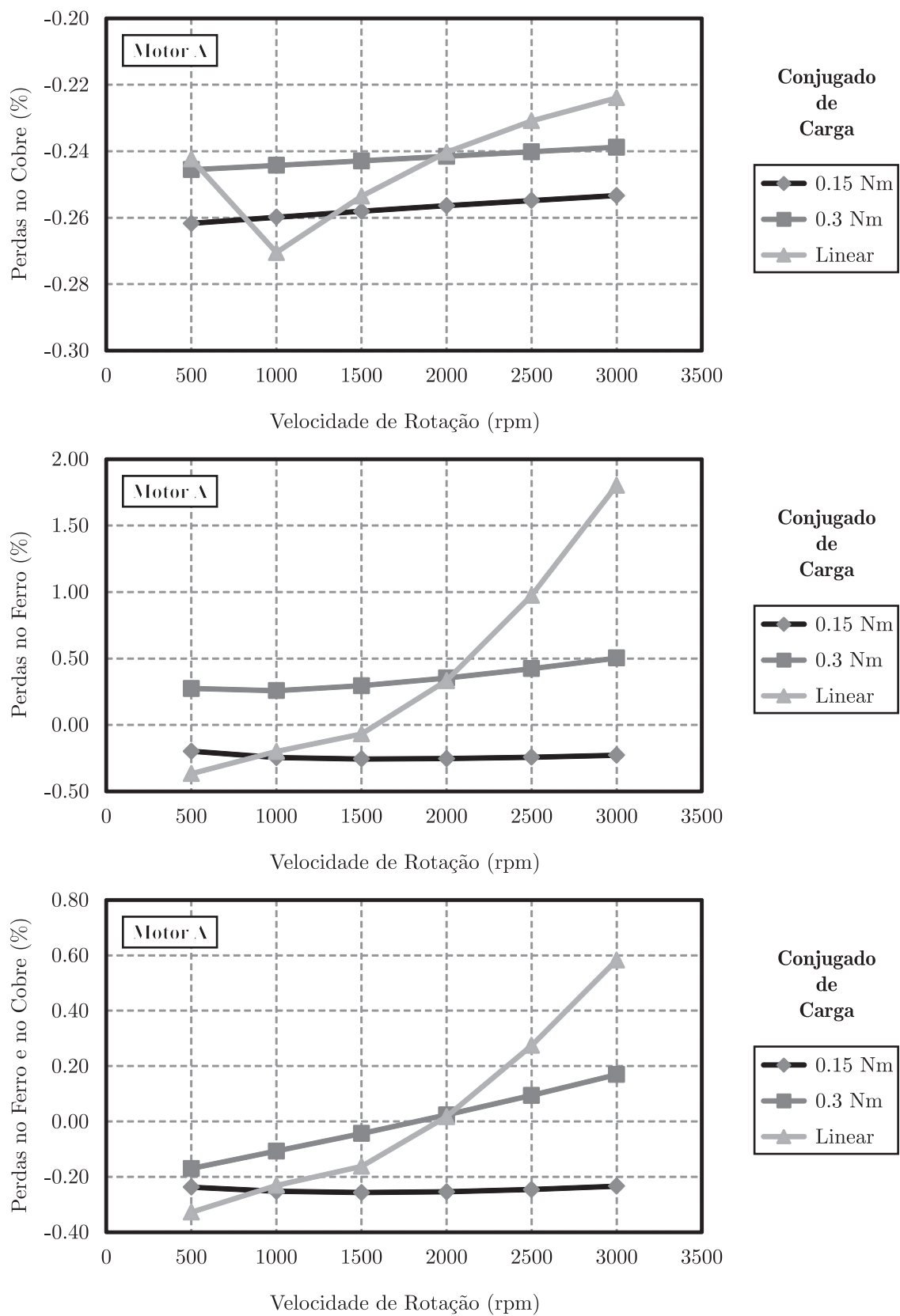


Figura B.25 – Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor A: Operação com corrente não senoidal em relação à operação com correntes senoidais.

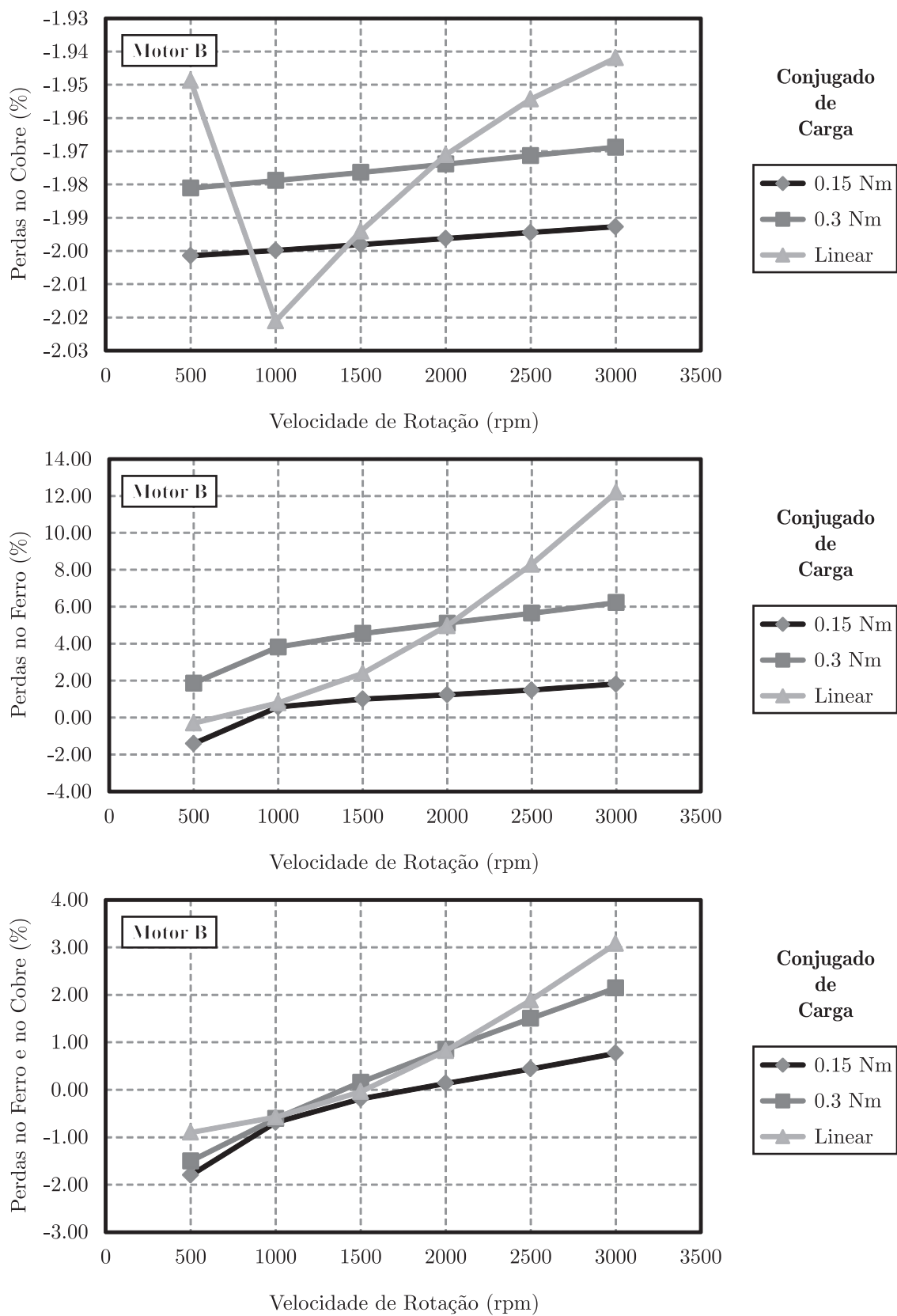


Figura B.26 – Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor B: Operação com corrente não senoidal em relação à operação com correntes senoidais.

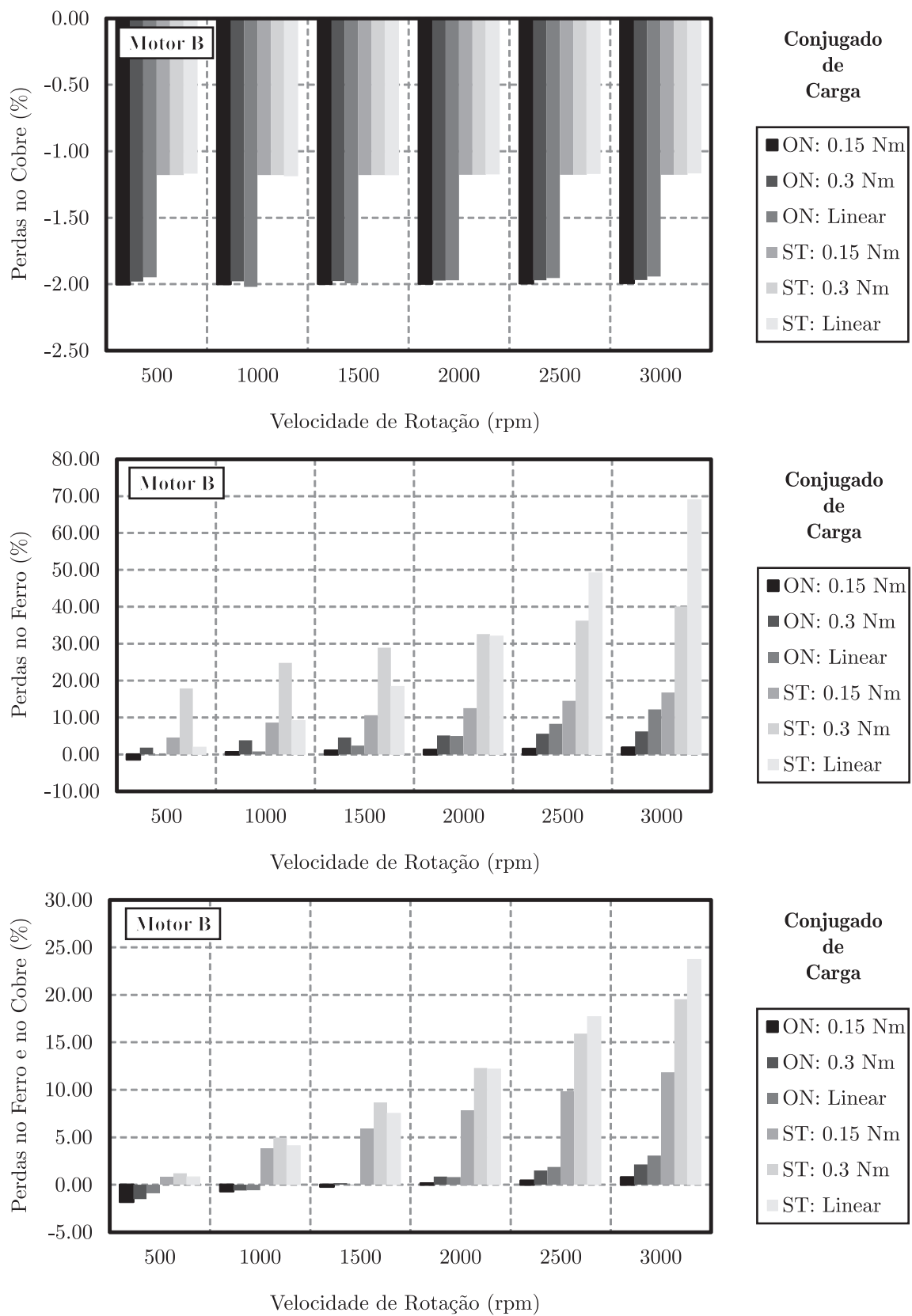


Figura B.27 – Perdas relativas no ferro e no cobre do Motor B: Operação com corrente não senoidal e retangulares em relação à operação com correntes senoidais.

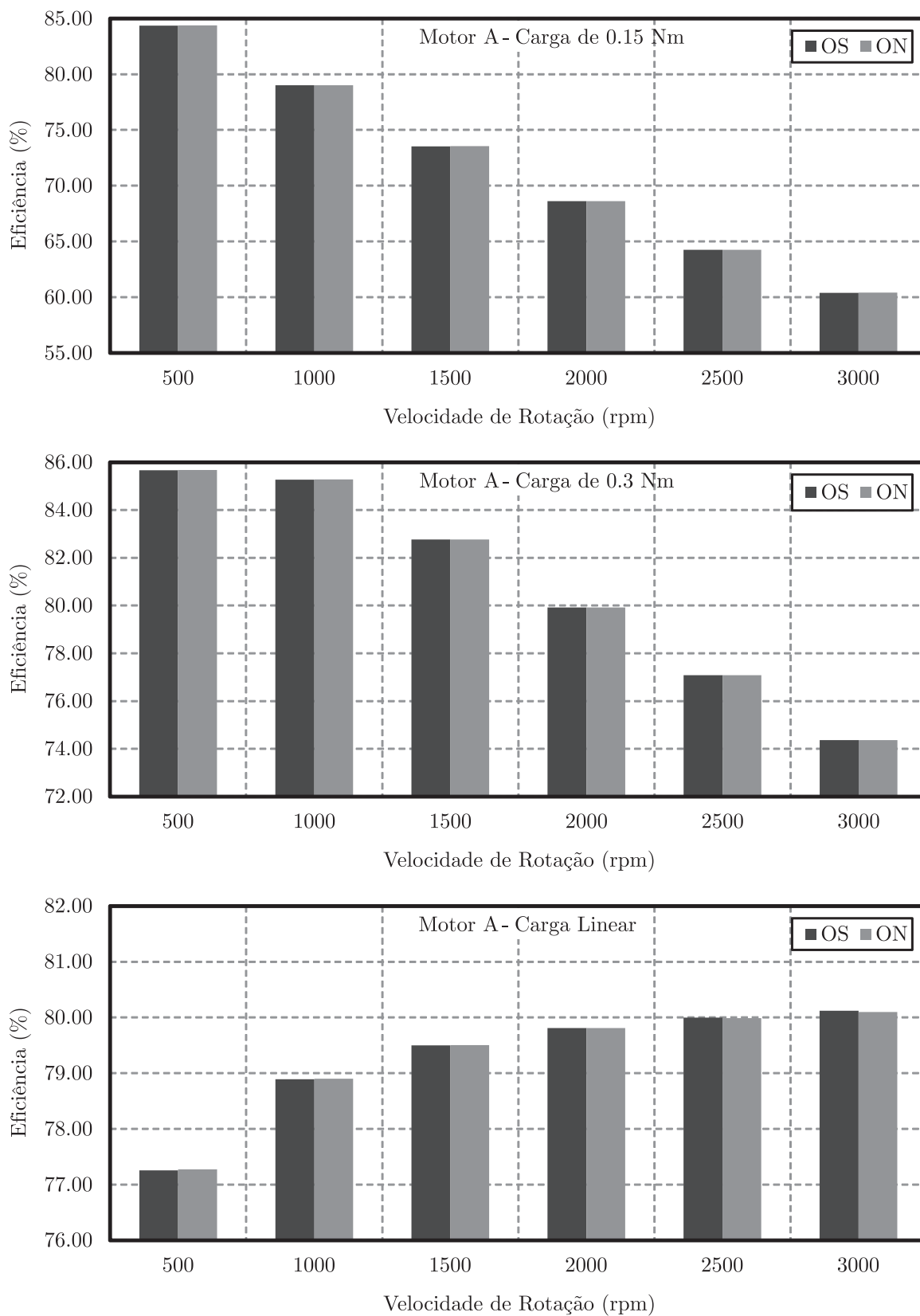


Figura B.28 – Comparação de eficiência no Motor A (OS - Correntes senoidais; ON - Correntes não senoidais).

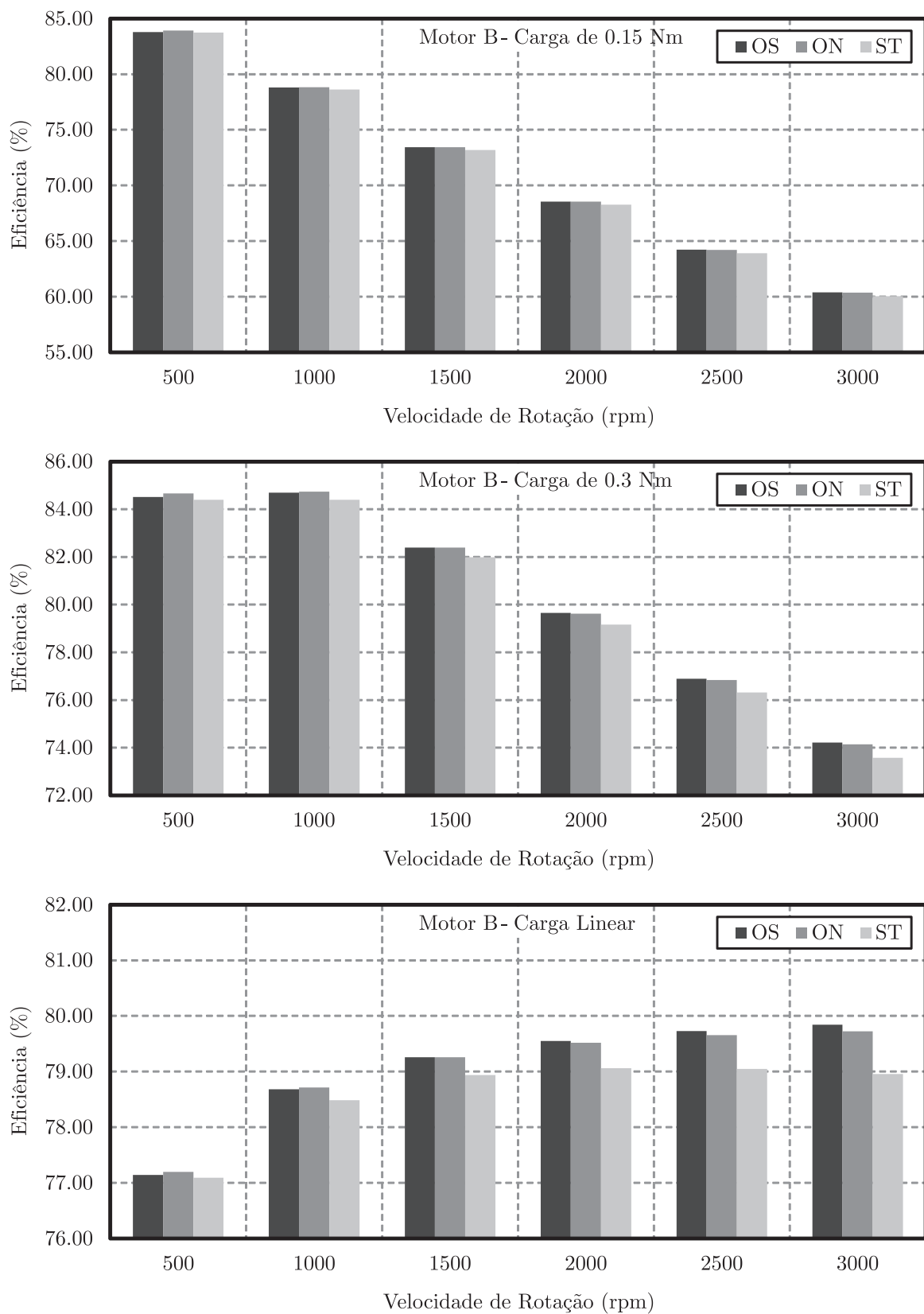


Figura B.29 – Comparação de eficiência no Motor B (OS - Correntes senoidais; ON - Correntes não senoidais; ST- Correntes retangulares).

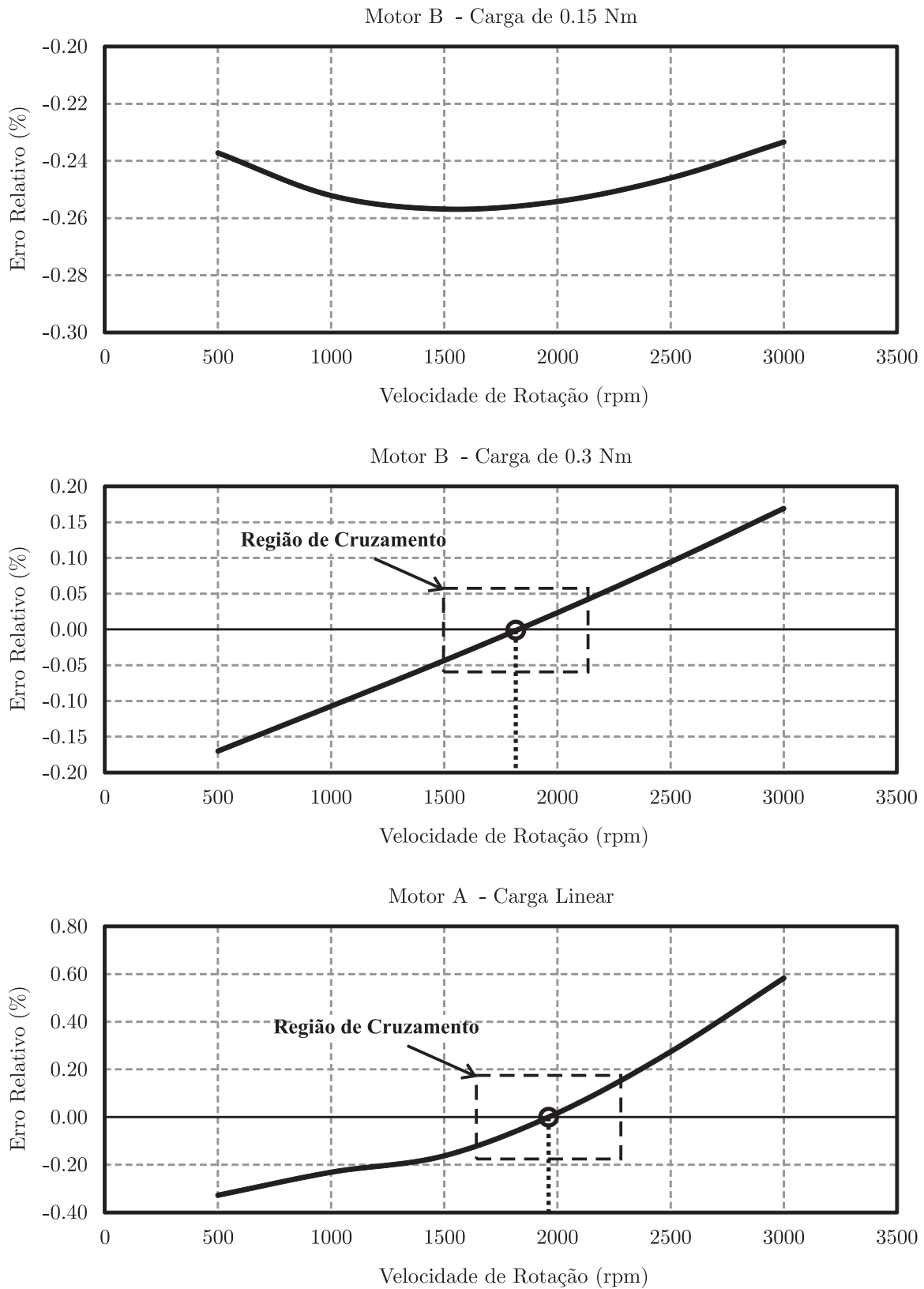


Figura B.30 – Região de cruzamento no Motor A para diferentes condições de carga.

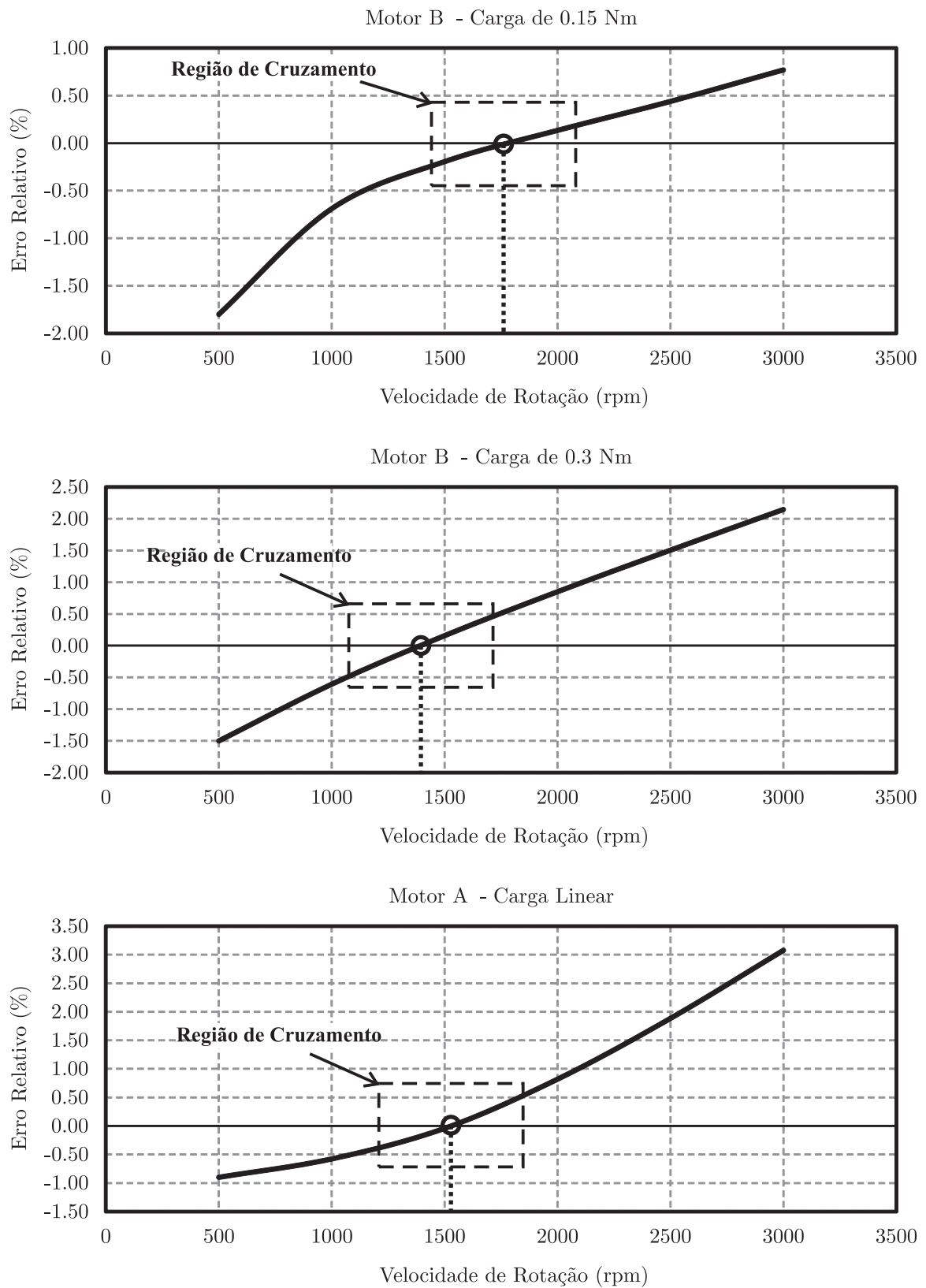


Figura B.31 – Região de cruzamento no Motor B para diferentes condições de carga.

## **B.4 Considerações finais**

Este apêndice apresentou um novo modelo matemático de predição das perdas no ferro para MSIPs. Esse modelo fundamenta-se na estratégia de separação das perdas e depende de dados experimentais para determinar os seus coeficientes variáveis. Para validar a proposta, a abordagem foi comparada com métodos similares e, frequentemente, encontrados na literatura. Além disso, a equação, que rege a abordagem, foi modificada com o propósito de atender a capacidade de calcular as perdas no motor sob fluxo magnético não senoidal. Após a modificação, essa equação foi adotada em um sistema de co-simulação entre os aplicativos Matlab<sup>®</sup> e FEMM. Por fim, resultados de simulação foram discutidos para evidenciar o potencial do método, o qual é de suma importância ao projeto do algoritmo de controle híbrido proposto no Capítulo 4.



## Apêndice C – Plataforma experimental

De forma geral, contribuições científicas quando são propostas necessitam de validação para demonstrar a veracidade, os potenciais e as limitações da técnica. Na área de acionamento e controle de máquinas elétricas, a validação é frequentemente realizada com o suporte de testes em plataformas experimentais. Essas plataformas podem ser desenvolvidas com base em aplicações reais, ou ainda, construídas a partir de produtos comerciais de simulação em tempo real, tais como DSpace e OPAL-RT.

Neste Apêndice, serão apresentados detalhes sobre a plataforma experimental desenvolvida no Laboratório<sup>1</sup> do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC) e empregada à validação dos desenvolvimentos teóricos.

### C.1 Descrição da plataforma

A plataforma experimental foi projetada com base no diagrama de blocos mostrado na Figura C.1. Esse diagrama exhibe detalhes do circuito de acionamento, instrumentação e proteção. Salienta-se que foram usados os parâmetros<sup>2</sup> do motor como referência ao projeto desses circuitos eletrônicos.

O circuito de acionamento é fundamentado na abordagem clássica de inversores de tensão para motores trifásicos que utilizam dois níveis de tensão e três braços conectados a um barramento CC. Logo, visando compactar a plataforma e seguir as tendências tecnológicas do segmento de acionamentos de baixo custo, adotou-se um módulo integrado de IGBTs (*Integrated Power Module - IPW*) da *International Rectifier*, IRAMX600F10A, que é desenvolvido e otimizado ao controle de motores em eletrodomésticos. O módulo está conectado a um barramento CC, que por sua vez está interligado à rede elétrica por meio de um retificador não controlado a diodos. Além disso, o circuito eletrônico de disparo dos IGBTs (*bootstrap*) e a proteção lógica contra a condução simultânea das chaves de mesmo braço estão integrados nesse módulo.

O projeto do circuito de instrumentação e de proteção almejou compartilhar os mesmos sinais de medida. Assim, dois tipos de medição são realizados: a medição da tensão do barramento CC e das correntes de fase. A tensão do barramento é obtida por intermédio de um divisor resistivo, cujo referencial é o mesmo do barramento CC. Por outro lado, as medições das correntes de fase são isoladas e são realizadas por meio de sensores de baixo custo do tipo Hall (ACS712) de tecnologia *Surface-Mount Device* (SMD).

Para sintetizar o conjugado de carga, foi utilizado um MSIP operando como gerador e conectado a um conjunto de cargas resistivas conforme ilustrado na Figura C.1. Em vista disso, sintetiza-se um conjugado linear em função da velocidade angular de rotação.

---

<sup>1</sup>Situado na UFSM.

<sup>2</sup>Parâmetros como potência, níveis de tensão e corrente são essenciais ao projeto desses circuitos.

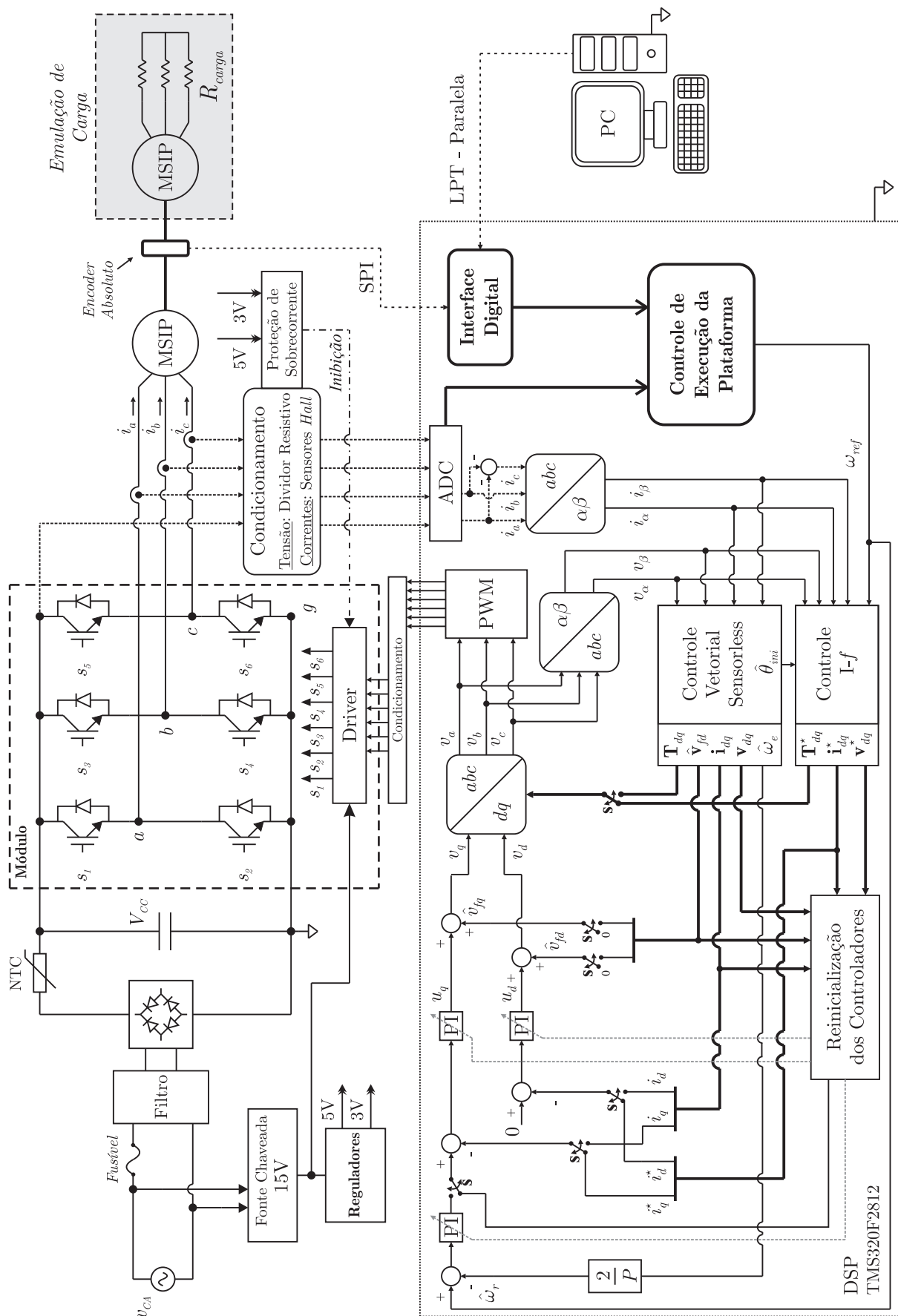


Figura C.1 – Diagrama de blocos da plataforma experimental.

O sistema de controle utiliza um DSP em ponto fixo<sup>3</sup> para a execução das técnicas propostas, para o acionamento do módulo inversor e para a comunicação com o *encoder*. Por essa razão, foi usado o modelo TMS320F2812, da *Texas Instrument*. Esse DSP possui comunicação serial síncrona com o *encoder* a fim de obter a posição angular absoluta do rotor. Além disso, um computador auxiliar é conectado ao DSP via porta paralela com o objetivo de atualizar o código de controle em tempo real e realizar a aquisição dos dados armazenados na memória do DSP.

Os MSIPs, que foram adotados nos testes experimentais, possuem quatro ímãs de ferrite alocados na superfície do rotor e enrolamentos concentrados em 12 dentes do estator, cujas bobinas da mesma fase estão dispostas 180° e conectadas em série.

Devido ao fato do uso dos ímãs de ferrite, que possuem uma coercividade baixa em relação aos ímãs de terras raras, duas proteções contra sobrecorrente foram projetadas: analógica e via *software*. A analógica utiliza os sinais provenientes dos sensores de corrente, cujos sinais são comparados com uma referência que pode ser ajustada por meio de um resistor variável. Essa proteção inibe o conversor e o circuito lógico de disparo das chaves, e ainda, desabilita a execução do *software* no DSP. Por outro lado, a proteção via *software* é configurada no próprio código de controle do DSP e baseia-se no monitoramento da magnitude das correntes amostradas.

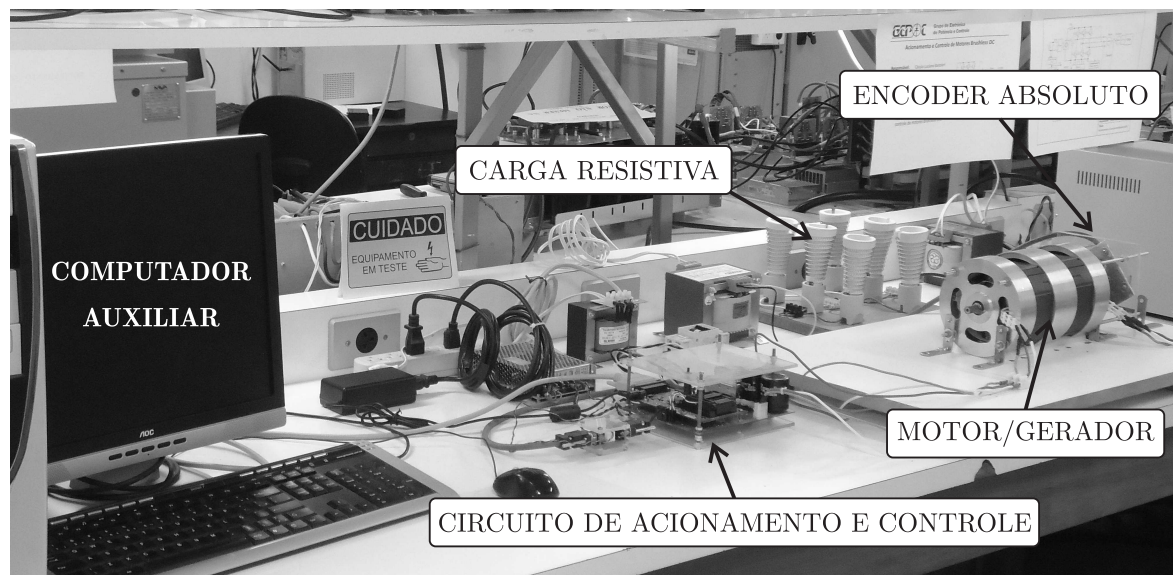


Figura C.2 – Plataforma experimental.

A Figura C.2 exibe a plataforma experimental implementada no Laboratório do GEPOC. Além disso, a Figura C.3 descreve os principais elementos do circuito de acionamento e controle bem como da configuração dos MSIPs usados na validação experimental.

<sup>3</sup>Embora o custo de processadores em ponto flutuante tem reduzido nos últimos anos, a indústria da linha branca e da aplicações de baixa potência ainda utiliza a tecnologia em ponto fixo.

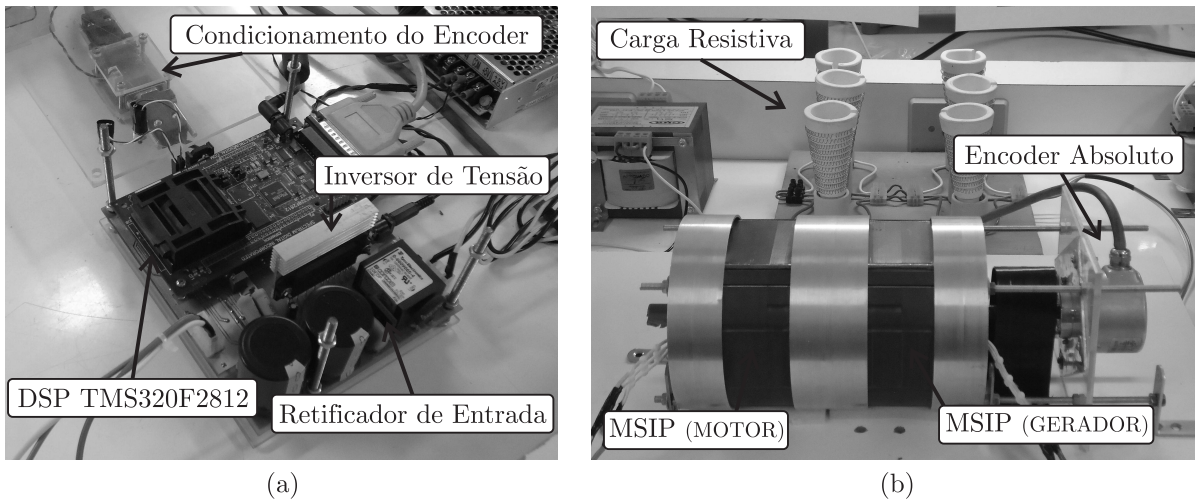


Figura C.3 – Plataforma experimental: (a) Circuito de acionamento e controle; (b) MSIPs.

Os parâmetros da plataforma são apresentados na Tabela C.1. Esses parâmetros também foram adotados nas simulações computacionais.

Tabela C.1 – Parâmetros da plataforma

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$R_s$	$3.4 \Omega$	$J$	$0.00087 \text{ Kg.m}^2$
$L_s$	$55 \text{ mH}$	$B$	$0.00058 \text{ Nm.s}$
$V_{cc}$	$\approx 300 \text{ V}$	Polos	4
$P_{max}$	$100 \text{ W}$	$T_c(\omega_r)$	$0.001\omega_r \text{ Nm}$
$R_{encoder}$	10 bits	$\lambda_{pm}$	$0.1655 \text{ Wb}$
$f_{pwm}$	10 kHz	$\omega_{r\_max}$	3000 rpm

## C.2 Modulação PWM

Duas técnicas de modulação PWM são usualmente aplicadas em inversores de três braços e dois níveis no acionamento de máquinas elétricas: a modulação *Sinusoidal* PWM (SPWM) baseada na comparação entre um sinal modulante e uma portadora em alta frequência e a modulação *Space Vector* por meio da síntese de vetores de tensão. Nesta tese, adotou-se a primeira técnica de modulação.

Com base no inversor ilustrado na Figura C.1, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ag} \\ v_{bg} \\ v_{cg} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

onde  $v_{ab}$  e  $v_{bc}$  são as tensões de linha nos terminais do motor,  $v_{ag}$ ,  $v_{bg}$  e  $v_{cg}$  são as tensões de braço do inversor e  $v_0$  é a tensão de modo comum definida por:

$$v_0 \triangleq v_{ag} + v_{bg} + v_{cg} . \quad (\text{C.2})$$

Assim, evidenciando as tensões de braço do inversor de (C.1), advém-se:

$$\begin{bmatrix} v_{ag} \\ v_{bg} \\ v_{cg} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.3})$$

A equação acima pode ser reescrita na forma:

$$v_{ag} = \frac{1}{3}(2v_{ab} + v_{bc} + v_0) \quad (\text{C.4})$$

$$v_{bg} = \frac{1}{3}(-v_{ab} + v_{bc} + v_0) \quad (\text{C.5})$$

$$v_{cg} = \frac{1}{3}(-v_{ab} - 2v_{bc} + v_0). \quad (\text{C.6})$$

Da operação do inversor de tensão é possível definir que:

$$0 \leq v_{ag} \leq V_{cc} \quad (\text{C.7})$$

$$0 \leq v_{bg} \leq V_{cc} \quad (\text{C.8})$$

$$0 \leq v_{cg} \leq V_{cc}. \quad (\text{C.9})$$

Então, substituindo (C.4), (C.5) e (C.6) nas desigualdades acima, obtém-se as seguintes restrições:

$$v_0 \geq -2v_{ab} - v_{bc} \triangleq C_1 \quad (\text{C.10})$$

$$v_0 \leq 3V_{cc} - 2v_{ab} - v_{bc} \triangleq C_2 \quad (\text{C.11})$$

$$v_0 \geq v_{ab} - v_{bc} \triangleq C_3 \quad (\text{C.12})$$

$$v_0 \leq 3V_{cc} + v_{ab} - v_{bc} \triangleq C_4 \quad (\text{C.13})$$

$$v_0 \geq v_{ab} + 2v_{bc} \triangleq C_5 \quad (\text{C.14})$$

$$v_0 \leq 3V_{cc} + v_{ab} + 2v_{bc} \triangleq C_6. \quad (\text{C.15})$$

Em vista disso,  $v_0$  deve ser definido de tal forma a satisfazer todas as restrições acima. Evidentemente que existem infinitas soluções que atendem essa definição. Logo, assumiu-se a seguinte definição:

$$v_0 \triangleq \frac{\max(C_1, C_3, C_5) + \min(C_2, C_4, C_6)}{2}. \quad (\text{C.16})$$

Reescrevendo (C.3) em termos de sinais modulantes,

$$\begin{bmatrix} v_{ag}^* \\ v_{bg}^* \\ v_{cg}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab}^* \\ v_{bc}^* \\ v_0^* \end{bmatrix} \quad (\text{C.17})$$

onde  $v_{ab}^*$  e  $v_{bc}^*$  são as tensões modulantes de linha,  $v_{ag}^*$ ,  $v_{bg}^*$  e  $v_{cg}^*$  são as tensões modulantes de braço do inversor e  $v_0^*$  é a tensão modulante de modo comum.

Por fim, substituindo os sinais modulantes equivalentes em (C.16) e a equação resultante em (C.17), determinam-se as tensões modulantes de cada braço, as quais são comparadas com uma portadora triangular de 10 kHz para gerar os sinais de comando das chaves  $S_1$  a  $S_6$ .

### C.3 Aquisição dos resultados experimentais

Os resultados experimentais mostrados no Capítulo 6 foram adquiridos por intermédio de um osciloscópio (resultados com as correntes de fase) ou por meio da aquisição das variáveis de interesse com o suporte de uma memória externa. Essa memória externa de 56Kb tem conexão direta com o DSP TMS320F2812 e está incorporada ao *kit* de desenvolvimento eZdsp™ F2812, o qual foi adotado na plataforma experimental. O computador auxiliar permite controlar o *kit*, e ainda, extrair os dados armazenados da memória externa.

## ANEXOS

---





## Anexo A – Mudança de variáveis em máquinas elétricas

A mudança de variáveis corresponde a aplicação direta de uma transformação linear nas variáveis que compõem o modelo dinâmico de uma máquina elétrica. Para tornar isso possível, grandezas físicas<sup>1</sup> dessa máquina são representadas de forma fictícia em espaços vetoriais  $\mathfrak{R}^n$ . Por exemplo, em máquina elétricas trifásicas a representação é em  $\mathfrak{R}^3$ .

### A.1 Transformações lineares

Sejam  $V$  e  $W$  espaços vetoriais  $\in \mathfrak{R}^3$  e  $T$  é uma transformação linear bijetora de  $V$  em  $W$ ,

$$T : V \rightarrow W. \quad (\text{A.1}')$$

Define-se  $\mathbf{T}_{vw}$  como a matriz de transformação de  $T$ , cuja representação matricial é definida por:

$$T(\mathbf{x}_v) \triangleq \mathbf{x}_w = \mathbf{T}_{vw} \mathbf{x}_v \quad (\text{A.2}')$$

onde  $\mathbf{x}_v = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in V$  e  $\mathbf{x}_w = [x_a \ x_b \ x_c]^T \in W$ .

Como  $T : V \rightarrow W$  é uma transformação injetora,  $T$  é não singular e invertível. Logo  $T^{-1} : W \rightarrow V$  é a transformação inversa de  $T$ , de  $W$  em  $V$ , cuja representação matricial é definida por:

$$T(\mathbf{x}_w)^{-1} \triangleq \mathbf{x}_v = \mathbf{T}_{vw} \mathbf{x}_w. \quad (\text{A.3}')$$

Supondo que o vetor  $\mathbf{x}_v$  seja representado por grandezas físicas de uma máquina elétrica, pode-se afirmar que a transformação linear (A.2') produz uma mudança de variável de  $V$  para  $W$ . No contexto da modelagem de máquinas elétricas, a mudança visa um propósito, por exemplo, representar determinadas grandezas variantes no tempo em um outro espaço vetorial, em que essas mesmas grandezas tornam-se invariantes no tempo. Para isso, a matriz de transformação deve ser definida de maneira adequada, ou seja, deve-se incluir a característica de variação das grandezas de interesse nos elementos da matriz.

No início do século passado, Park (1929) criou um marco na análise de máquinas elétricas, propondo uma mudança de variável capaz de tornar grandezas e parâmetros invariantes no tempo. Na abordagem proposta para a máquina síncrona, as grandezas associadas ao estator são referidas a um enrolamento fictício no rotor. Dessa forma, a variação da posição angular do rotor é utilizada na matriz de transformação. Desde então, foram propostas transformações similares aplicadas nas mais diversas máquinas elétricas (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Em seguida, serão discutidas transformações para referenciais estacionários e síncronos. Sendo que a FCEM não senoidal é definida como variável de análise nessas transformações.

---

<sup>1</sup>Variáveis como tensão, corrente, fluxo magnético, etc.

## A.2 Referencial estacionário

O referencial estacionário é empregado em sistemas elétricos de potência para desacoplamento de variáveis (CLARKE, 1943; CLARKE, 1950; ONG, 1997). Assim, um circuito trifásico acoplado pode ser representado no referencial estacionário por um circuito equivalente desacoplado<sup>2</sup>.

Uma transformação linear amplamente usada na mudança de variável para um referencial estacionário é a transformada de Clarke. Essa transformação é popularmente denominada invariante em tensão e corrente por preservar a amplitude das variáveis transformadas. Destaca-se que a denominação somente é válida para variáveis puramente senoidais no tempo. A matriz de transformação pode se representada por:

$$\mathbf{T}_{cl} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

A representação matricial da transformação linear correspondente a transformada de Clarke é dada por:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{cl} \mathbf{x}_{abc} \quad (\text{A.5})$$

onde  $\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}$  é o vetor de variáveis representadas em  $\alpha\beta 0$ ,  $\mathbf{x}_{abc}$  é o vetor de variáveis representadas em  $abc$ .

Outra transformação alternativa para o referencial estacionário é obtida com a transformada de Córdia, a qual pode ser determinada pela normalização dos vetores linha da matriz de transformação de Clarke (RAO; RAO, 1966). Essa transformação é denominada invariante em potência, sendo que, na literatura, é também encontrada como transformação de Clarke invariante em potência. A matriz de transformação pode ser expressa por:

$$\mathbf{T}_{co} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

De forma análoga à (A.5), a representação matricial da transformação de Córdia pode ser expressa por:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{co} \mathbf{x}_{abc}. \quad (\text{A.7})$$

A Figura A.1<sup>1</sup> mostra a relação dos eixos de referência entre as variáveis representadas em  $abc$  e a sua representação estacionária em  $\alpha\beta 0$ . Os eixos de referência em  $abc$  estão defasados entre si por um ângulo de  $120^\circ$ , enquanto que no referencial  $\alpha\beta 0$ , a componente  $\beta$  está atrasada em  $90^\circ$  em relação à componente  $\alpha$ . A componente 0 é ortogonal à  $\alpha$  e  $\beta$ .

<sup>2</sup>Circuito equivalente com três malhas de tensão desacopladas.

Usualmente, essa última componente é omitida em máquinas elétricas, em que não há corrente de sequência 0.

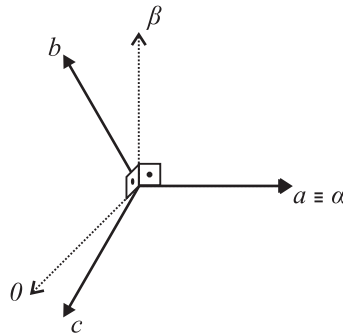


Figura A.1 – Relação entre os eixos de coordenadas  $abc$  e  $\alpha\beta 0$ .

A Figura A.2 mostra a aplicação da transformação de Clarke em um conjunto de FCEMs de fase, cuja forma de onda é não senoidal. Note que a componente de sequência 0 não é nula. Esse fato ocorre devido à presença de componentes harmônicas múltiplas de três na FCEM. A representação das componentes  $\alpha$  e  $\beta$  no plano  $\alpha\beta$  é mostrada na Figura A.3. Com FCEMs senoidais, a representação no plano é um círculo, por outro lado, FCEMs não senoidais tendem para uma representação com formato hexagonal.

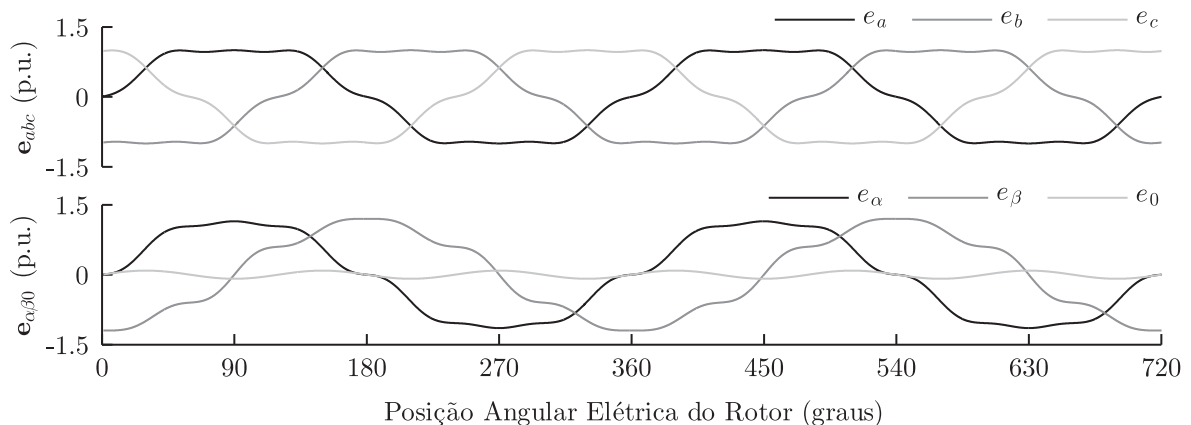


Figura A.2 – Transformação de Clarke: FCEM de fase normalizada e não senoidal; FCEM representada em  $\alpha\beta 0$ .

### A.2.1 Referencial síncrono

Referencial síncrono é um conjunto de eixos de coordenadas que possui uma frequência angular de rotação não nula relativa a um ponto estacionário, no qual permite transformar variáveis e parâmetros variantes no tempo em invariantes. Essa propriedade somente é verdadeira, quando as grandezas a serem transformadas apresentam uma variação específica, contendo a frequência angular do referencial estipulado.

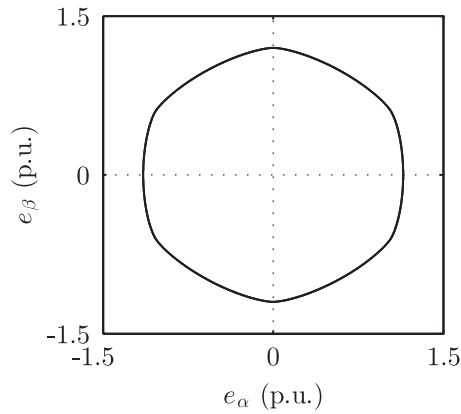


Figura A.3 – Projeção da FCEM de fase não senoidal no plano  $\alpha\beta$ .

### A.2.2 Transformada de Park

A transformada de Park proposta por Park (1929), transforma as variáveis do estator da máquina síncrona para o referencial girante fixado no rotor. Dessa forma, variáveis e indutâncias tornam-se invariantes no tempo. A matriz de transformação do referencial estacionário  $\alpha\beta$  para o referencial síncrono  $dq$  pode ser expressa por:

$$\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

A representação matricial dessa transformação pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{x}_{dq} = \mathbf{T}_p \mathbf{x}_{\alpha\beta}. \quad (\text{A.9})$$

A Figura A.4 exibe o referencial síncrono usualmente adotado em MSIP e a sua relação com o referencial estacionário. Observe que o eixo direto  $d$  é alinhado ao eixo magnético do rotor. Essa orientação é tipicamente usada visando o controle por orientação de campo do MSIP.

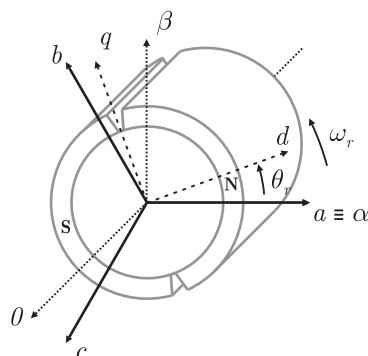


Figura A.4 – Referencial síncrono da transformação de Park.

A transformação de Park foi proposta para transformar grandezas de variação senoidal<sup>3</sup> em uma representação com grandezas invariantes no tempo, em regime permanente. Logo, ao aplicar essa transformação em variáveis que contém componentes harmônicas de alta ordem, as variáveis resultantes apresentarão ondulações. Essa particularidade pode ser observada na Figura A.5, na qual as variáveis em questão são as FCEMs de fase, cujas formas de onda são senoidais e não senoidais.

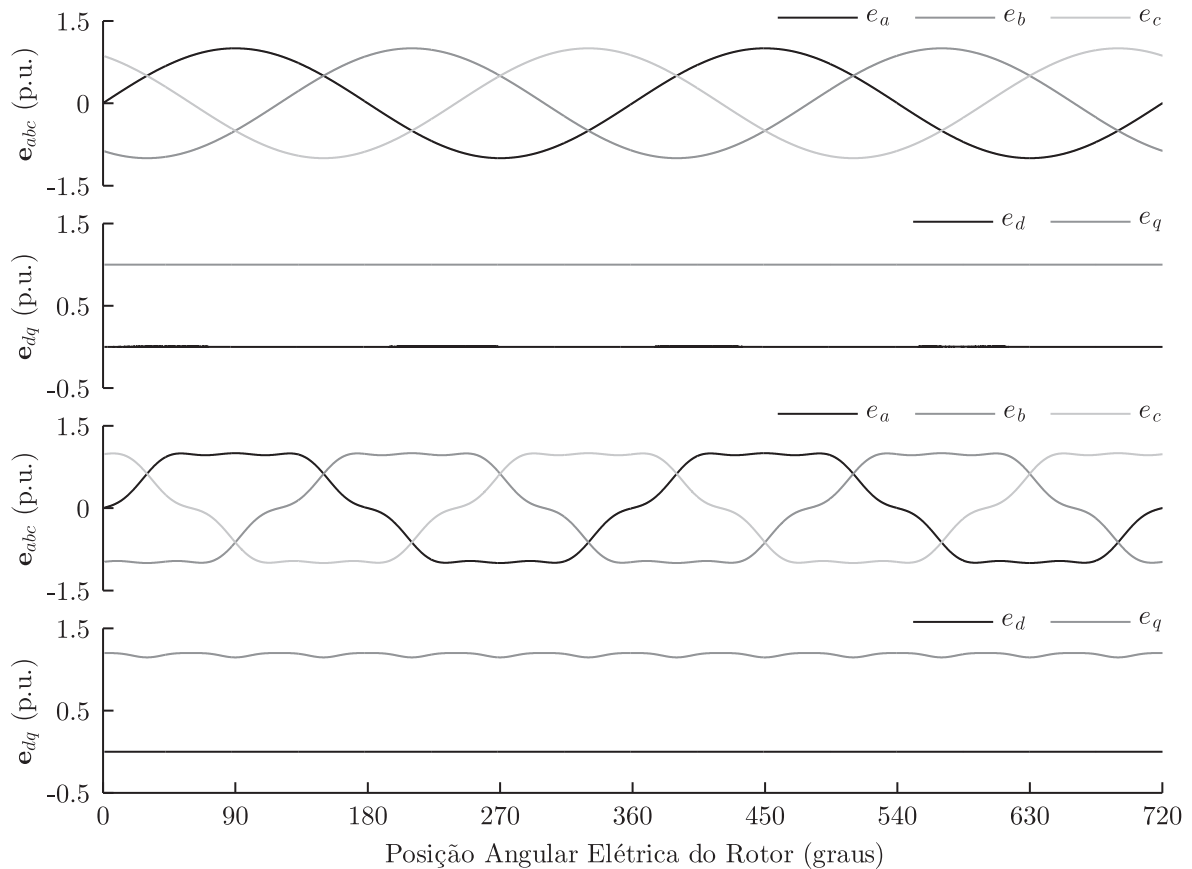


Figura A.5 – Transformação de Park para variáveis senoidais e não senoidais.

### A.2.3 Transformada de Park modificada e estendida

Grenier e Louis (1993) propuseram uma modificação na transformada de Park aplicada ao MSIP. O objetivo da proposta é reduzir as ondulações no conjugado eletromagnético, como discutido no Capítulo 1. A modificação na matriz de transformação baseia-se na soma de uma variável de propriedade angular à posição angular de referência.

<sup>3</sup>Apenas com a frequência fundamental, com exceção das indutâncias do estator que, em alguns casos, as suas variações são consideradas como o dobro da frequência angular elétrica do rotor.

Essa variável pode ser determinada por:

$$\mu_r = \arctan(-e_\alpha/e_\beta) - \theta_r. \quad (\text{A.10})$$

A matriz de transformação com a variável angular pode ser expressa por:

$$\mathbf{T}_{gr} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r + \mu_r) & \sin(\theta_r + \mu_r) \\ -\sin(\theta_r + \mu_r) & \cos(\theta_r + \mu_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Analisando (A.10), é possível constatar que a variável angular contém a informação sobre a distribuição não senoidal da FCEM. Essa afirmativa pode ser verificada na Figura A.6. Observe que ao introduzir essa compensação angular, a componente  $d$  da FCEM permanece constante e a componente  $q$  apresenta componentes oscilatórias, afim de propiciar a redução das ondulações de conjugado mútuo.

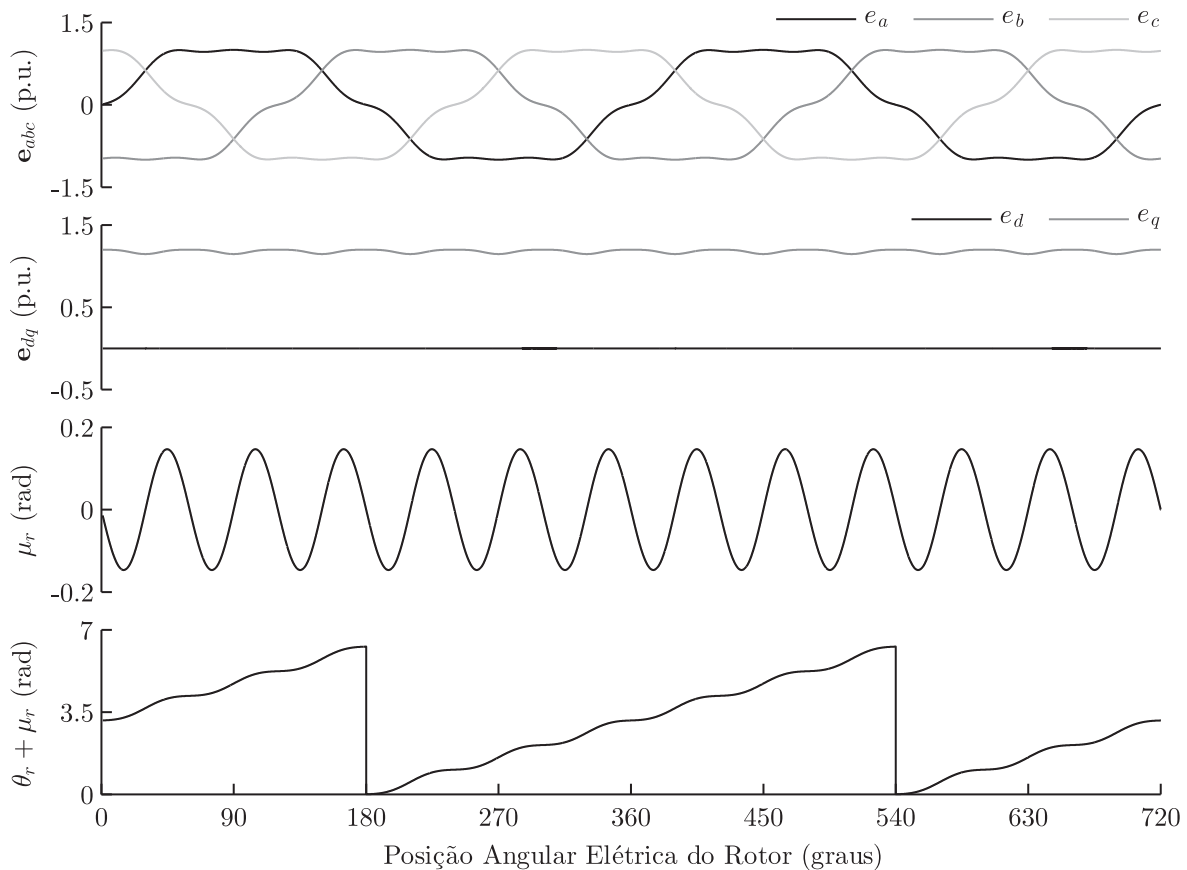


Figura A.6 – Transformação proposta por Grenier e Louis (1993): FCEMs de fase; FCEM referida no referencial síncrono; compensação angular  $\mu_r$ ; posição angular de referência somada a compensação angular.

Outra modificação na transformada de Park foi apresentada por Oliveira et al. (2005). Além da inclusão da compensação angular, uma variável  $K_r$  é incluída na matriz de transformação com o objetivo de adaptar a magnitude das variáveis referenciadas

conforme a distribuição não senoidal da FCEM. A variável pode ser determinada por:

$$K_r = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\lambda_{pm}\omega_r}{\sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}}, \quad (\text{A.12'})$$

onde  $\lambda_{pm}$  é a constante de fluxo magnético concatenado devido ao ímã.

Assim, a matriz de transformação pode ser representada como:

$$\mathbf{T}_{ol} = \frac{1}{K_r} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r + \mu_r) & \sin(\theta_r + \mu_r) \\ -\sin(\theta_r + \mu_r) & \cos(\theta_r + \mu_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13'})$$

As FCEMs expressas no referencial síncrona  $dq$  usando (A.13') são mostradas na Figura A.7. Observe que a amplitude das ondulações da componente  $q$  aumentaram com a inclusão de  $K_r$ . A compensação angular e em módulo visa obter um conjugado eletromagnético constante proporcional a corrente de eixo de quadratura.

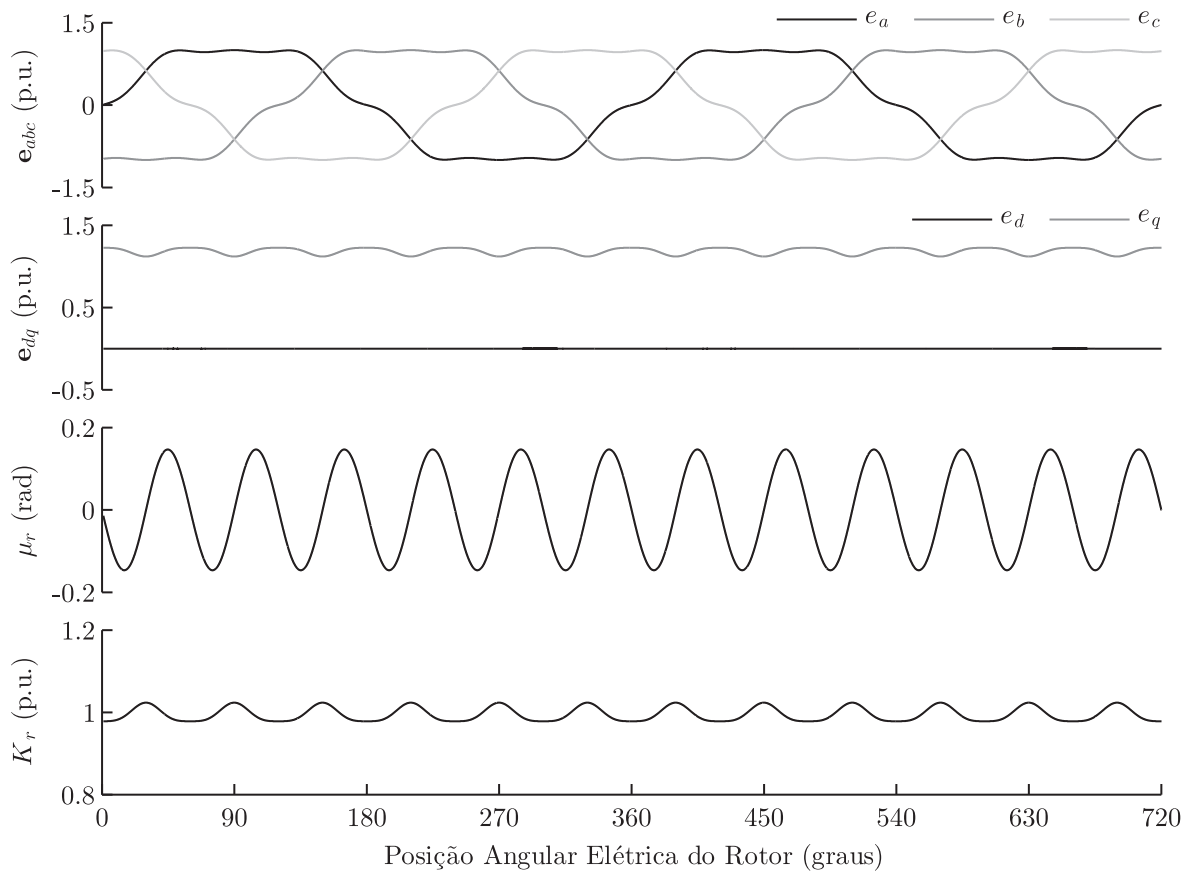


Figura A.7 – Transformação proposta por Oliveira et al. (2005): FCEMs de fase; FCEM referida no referencial síncrono; compensação angular  $\mu_r$ ; compensação em módulo  $K_r$ .