UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Felipe Mendes

INVESTIGAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO NUM CURSO DE ENGENHARIA FLORESTAL: O USO DO SOFTWARE WINPLOT NA APLICAÇÃO DE UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS

Santa Maria, RS
2019

Felipe Mendes

INVESTIGAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO NUM CURSO DE ENGENHARIA FLORESTAL: O USO DO SOFTWARE WINPLOT NA APLICAÇÃO DE UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, em nível de Pós-Graduação Scrito Sensu, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação em Ciências.**

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Cecília Pereira Santarosa

Coorientadora: Profª. Drª. Mariza de Camargo

Santa Maria, RS
2019

Mendes, Felipe
Investigação do Processo de Aprendizagem de Cálculo num Curso de Engenharia Florestal: O uso do software Winplot na aplicação de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas / Felipe Mendes.- 2019.
150 p.; 30 cm

Orientadora: Maria Cecília Pereira Santarosa
Coorientadora: Mariza Camargo
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, RS, 2019

1. Ensino de Cálculo 2. Aprendizagem significativa 3. UEPS 4. Software Winplot 5. Matemática I. Santarosa, Maria Cecília Pereira II. Camargo, Mariza III. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Felipe Mendes

INVESTIGAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO NUM CURSO DE ENGENHARIA FLORESTAL: O USO DO SOFTWARE WINPLOT NA APLICAÇÃO DE UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, em nível de Pós-Graduação Scrito Sensu, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação em Ciências.**

Aprovado em 26 de fevereiro de 2019:

Maria Cecília P. Santarosa

Maria Cecília Pereira Santarosa, Dr.ª (UFSM)
(Presidente/orientadora)

Ana Marli Bulegon

Ana Marli Bulegon, Dr.ª (UFN)

João Paulo Lukaszczyk

João Paulo Lukaszczyk, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS
2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas perfeitas oportunidades que me dispensa todos os dias da minha vida, e pelas pessoas que Ele coloca em meu caminho para doarem um pouco da sua vida e me fazerem melhor (mesmo que às vezes eu não perceba imediatamente).

Também gostaria de agradecer a todos que de alguma maneira contribuíram para que este trabalho se concretizasse e, de forma especial, agradeço:

- À minha família, meus pais e irmãos e, em especial, minha esposa Fabiana pelo incentivo diário de sempre buscar novos conhecimentos e melhores condições de vida proporcionados pela qualificação profissional e pessoal;

- À minha orientadora, professora Maria Cecília Pereira Santarosa, pelo exemplo de profissional docente e ser humano, que ilumina todos que vivem ao seu redor com seus valorosos conhecimentos acadêmicos adquiridos ao longo dos anos e experiências não-acadêmicas compartilhadas, pela oportunidade e liberdade a mim dadas, e por acreditar em meu trabalho e doar o seu valioso tempo;

- À minha coorientadora, professora Mariza de Camargo, pelo exemplo de profissional, sempre preocupada e comprometida com a melhor qualidade possível da educação proporcionada aos estudantes em sala de aula;

- Aos professores e professoras, servidores técnico-administrativos, e colegas da Universidade Federal de Santa Maria, em especial do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, que me ajudaram e estiveram ao meu lado nesta caminhada.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que eu não citei acima, mas que de alguma forma, por menor que tenha sido, contribuíram nessa etapa, o meu muito obrigado.

RESUMO

INVESTIGAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO NUM CURSO DE ENGENHARIA FLORESTAL: O USO DO SOFTWARE WINPLOT NA APLICAÇÃO DE UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS

AUTOR: Felipe Mendes

ORIENTADORA: Prof.ª Dr.ª Maria Cecília Pereira Santarosa

COORIENTADORA: Prof.ª Dr.ª Mariza de Camargo

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 26 de fevereiro de 2019.

Devido as dificuldades apresentadas por estudantes de cursos de graduação em Engenharias nas disciplinas das áreas exatas, tem-se procurado muitas teorias e metodologias para facilitar e aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, em especial de Cálculo. Nessa procura, a Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por David Ausubel destaca que o processo de ensino aprendizagem precisa fazer com que o educando consiga relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal, as novas informações recebidas com aspectos relevantes da sua estrutura cognitiva. Desta forma, essa teoria enfatiza que para que a aprendizagem seja significativa, é necessário então que, segundo Moreira (2012): o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, isto é, relacionável (ou incorporável) a sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva) e, ainda, o aprendiz deve manifestar uma predisposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura de conhecimento. Também temos que as tecnologias da informação e comunicação precisam estar inseridas constantemente no processo de aprendizagem, como ferramentas que podem ajudar a tornar o material proposto potencialmente significativo para o aluno. Assim sendo, o trabalho de pesquisa visou investigar algumas situações-problema e elaborar atividades de ensino, que sejam potencialmente significativas, e que venham a proporcionar uma aprendizagem significativa em alguns conteúdos da disciplina de Cálculo I. Foi dado foco em como se dá o processo de aprendizagem de unidades de ensino potencialmente significativas (UEPS) da disciplina de Cálculo I auxiliada pelo uso do software Winplot num curso de graduação em Engenharia Florestal. Observa-se nos resultados obtidos que a utilização das UEPS aliadas ao uso de softwares computacionais ou aplicativos de aparelhos móveis de comunicação (como tablets ou smartphones) pode favorecer a ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes. E essa aprendizagem significativa promovida pela UEPS faz com que os alunos consigam reter em suas estruturas cognitivas os principais conceitos dos conteúdos estudados, e isso se deve muito à análise gráfica das características e propriedades das funções representadas no plano cartesiano do software utilizado durante os estudos em sala de aula.

Palavras-chaves: Ensino de Cálculo. Aprendizagem significativa. UEPS. Software Winplot.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE CALCULUS LEARNING PROCESS IN A FOREST ENGINEERING COURSE: THE USE OF WINPLOT SOFTWARE IN THE APPLICATION OF POTENTIALLY MEANINGFUL TEACHING UNITS

AUTHOR: Felipe Mendes

ADVISOR: Maria Cecília Pereira Santarosa

CO-ADVISOR: Mariza de Camargo

Date and Place of Defense: Santa Maria, February 26th, 2019.

Due to the difficulties presented by undergraduate students in Engineering in the disciplines of the exact areas, many theories and methodologies have been sought to facilitate and improve the process of teaching and learning, especially Calculus. In this search, the Theory of Meaningful Learning developed by David Ausubel emphasizes that the process of teaching learning needs to enable the learner to relate in a non-arbitrary and non-literal way the new information received with relevant aspects of their cognitive structure. In this way, this theory emphasizes that for learning to be meaningful, it is necessary then, according to Moreira (2012): the material to be learned is potentially meaningful for the learner, that is, relatable (or incorporable) to their cognitive structure. non-arbitrary and non-literal (substantive) form, and yet the learner must manifest a predisposition to relate the new material in a substantive and non-arbitrary way to its knowledge structure. We also have that information and communication technologies need to be constantly embedded in the learning process as tools that can help make the proposed material potentially meaningful to the student. Thus, the research work was aimed at investigating some problem situations and elaborating teaching activities that are potentially meaningful and that will provide a meaningful learning in some contents of the discipline of Calculus I. It was given focus on how the process occurs of Potentially Meaningful Teaching Unit (PMTU) of the Course of Calculus I aided by the use of Winplot Software in a graduation course in Forest Engineering. It is observed in the results obtained that the use of the PMTU allied to the use of computer software or applications of mobile communication devices (such as tablets or smartphones) can favor the occurrence of meaningful student learning. And this meaningful learning promoted by the PMTU enables students to retain in their cognitive structures the main concepts of the contents studied, and this is due to the graphical analysis of the characteristics and properties of the functions represented in the cartesian plane of the software used during the studies in classroom.

Keywords: Teaching Calculus. Meaningful learning. PMTU. Winplot Software.

LISTA DE APÊNDICES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Através de experiências em sala de aula em turmas de Educação Básica e também após um estágio extracurricular numa turma de 1º ano do Ensino Médio do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFAR), o autor desta pesquisa observou a necessidade de que o docente tem de promover um processo de ensino e aprendizagem significativo dos conteúdos de Matemática.

Ao participar de projetos de ensino e extensão com alunos dos cursos de Engenharia no Campus Frederico Westphalen da Universidade Federal de Santa Maria, verificou-se que, quando o estudante tem uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos nos níveis básicos da educação formal, ele tem maiores e melhores condições de manter e dar continuidade a esse aprendizado significativo no curso de Ensino Superior. Em especial, destaca-se que esse aprendizado significativo deverá ocorrer nas disciplinas dos cursos de engenharia, os quais possuem, obrigatoriamente, diversas destas as quais tratam de conteúdos das áreas exatas, como por exemplo o Cálculo Diferencial e Integral, a Álgebra Linear, a Geometria Analítica, Física Básica e Equações Diferenciais.

Nesses projetos de ensino e extensão, constatou-se que um dos grandes empecilhos para que o aluno tenha um aprendizado significativo nas disciplinas da área da Matemática nos cursos de graduação é a falta de conhecimento de conteúdos que deveriam ter sido captados pelo estudante na Educação básica. E ao conversar com docentes que atuam em disciplinas de cursos de Engenharia (isso será apresentado nas entrevistas realizadas), verifica-se que essa condição, de turmas de cursos superiores com muitos alunos sem quaisquer ou poucos pré-requisitos sobre os assuntos a serem tratados, é cada vez mais rotineira.

Ainda durante a pesquisa aplicada no estágio no IFFAR, foi verificado que o uso de um software matemático e a utilização de outras tecnologias da informação e comunicação podem ajudar durante o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. O professor pode trazer a visualização imediata gerada de gráficos no software, por exemplo, para auxiliar na análise dos mesmos.

Muitos pesquisadores da área de Ensino de Ciências e Matemática apontam que, nos cursos de Engenharia, durante o processo de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, os alunos apresentam muitas dificuldades em assimilar os conteúdos novos apresentados pelos professores da disciplina. E essa dificuldade em muito se deve ao fato de que, na Educação Básica, o aluno não teve um aprendizado significativo. Muitos dos professores, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, em especial os que atuam no ensino de Matemática e Física, mantêm o aprendizado mecânico através de aulas expositivas onde o aluno não relaciona nada do novo conteúdo ao que ele já sabe.

O aluno, por sua vez, fica limitado ao aprendizado puramente expositivo e que exige dele uma excelente memória para ter um "bom" rendimento escolar e conseguir decorar todas as regras matemáticas apresentadas. Já o professor vincula a avaliação da sua atuação ao índice escolar obtido por seus alunos, e com isso relaciona: se alguns poucos alunos tiveram notas boas ou excelentes, então os demais (que obtiveram notas baixas) tinham condições de alcançar as mesmas notas, e se não obtiveram notas altas é porque faltou-lhes interesse e estudo.

Sobre isso, Silva (2011, p. 400) diz que:

> As dificuldades de alunos quanto à aprendizagem dos conteúdos envolvidos na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, que compõe a grade curricular de cursos de Exatas em diferentes áreas, se traduz pelo alto índice de reprovação e desistência do curso inicialmente escolhido pelo jovem universitário. De seu lado, os professores de Cálculo também têm suas expectativas quanto ao nível de desempenho dos alunos, muitas vezes guiado por uma visão idealizada de que os estudantes trazem uma bagagem da educação básica suficiente para compreender suas explicações e construir seu próprio saber matemático. Também os professores do ensino médio esperam que, com a matemática ensinada e o modo como o ensino foi conduzido por eles, possam concorrer para que os alunos sigam sem traumas um 'bom' curso de Cálculo na universidade.

Assim, esse trabalho se justifica pela necessidade de investigar como se dá o processo de aprendizagem de uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS) de Cálculo Diferencial e Integral[1] fundamentada no uso de um software computacional num curso de graduação em Engenharia Florestal. Por si só, o desenvolvimento de uma UEPS para a disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica, que possa servir de inspiração para que outros professores utilizem-na ou se baseiem nela em cursos das áreas das Ciências Florestais e Agrárias, já é um forte motivador. É importante lembrar que a busca por inovações de propostas de ensino e metologias inovadoras no ensino tradicional também contribui para a melhora no processo de ensino e aprendizagem.

Com esta pesquisa tentaremos minimizar o que apontam Santarosa e Moreira (2011. p. 318) sobre o ensino de Cálculo em um curso onde fizeram sua pesquisa (sendo que a reflexão obtida se aplica a todos os cursos de graduação em que se ministram aulas de Cálculo Diferencial e Integral):

---

1 Doravante, chamaremos o Cálculo Diferencial e Integral apenas por Cálculo ou Cálculo I.

> ... métodos tradicionais de ensino são potencialmente favorecedores da aprendizagem mecânica. Ou seja, uma aprendizagem basicamente memorística, sem significado, e que serve apenas para aplicação em situações conhecidas, a curto prazo. Moreira (2005) nos alerta para esse fato, enfatizando que no Ensino Superior estamos formando aplicadores, não geradores, de conhecimento. (SANTAROSA e MOREIRA, 2011, p. 318)

Partindo dos pressupostos de que o aluno, ao ingressar em um curso superior de graduação, possua predisposição para aprender de maneira não-literal e não-arbitrária os conteúdos de Cálculo e de que a informática pode ser uma ferramenta útil no ensino, eis que surge a seguinte questão de pesquisa: Como se dá o processo de aprendizagem de unidades de ensino potencialmente significativas (UEPS) de Cálculo, apoiadas no uso do software Winplot num curso de graduação em Engenharia Florestal?

Assim, definimos os seguintes objetivos para esta pesquisa:

OBJETIVO GERAL

- Investigar o processo de aprendizagem de conteúdos de Matemática Básica numa disciplina de Cálculo por meio de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) com o uso do software Winplot num curso de Engenharia Florestal.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar ou criar algumas situações-problema da área das Ciências Florestais que podem dar sentido aos conceitos matemáticos de Cálculo;
- Investigar como as situações-problema analisadas podem ser resolvidas com o uso do software computacional Winplot;
- Elaborar duas UEPS sobre cada um dos conteúdos de Matemática Básica da disciplina de Cálculo (Conjuntos, Geometria Analítica e Funções), com base nas análises anteriores, a ser aplicada num curso de Engenharia Florestal;
- Aplicar a UEPS e investigar indícios de uma aprendizagem significativa pelos estudantes;
- Analisar as contribuições da utilização do software Winplot no favorecimento da aprendizagem significativa dos conteúdos de Cálculo em um curso de Engenharia Florestal, principalmente de estudantes que não apresentam ou apresentam poucos conhecimentos prévios de Aritmética, Álgebra e Geometria necessários ao processo de ensino e aprendizagem;

- Avaliar a UEPS enquanto estratégia metodológica no processo de ensino-aprendizagem de Cálculo.

A partir deste capítulo introdutório, no Capítulo 2 foi feita uma revisão bibliográfica, evidenciando o que pensam alguns autores e pesquisadores sobre o tema escolhido. Observou-se a pouca existência de trabalhos publicados sobre os temas pesquisados, em revistas científicas ou em dissertações e teses. Em seguida, no Capítulo 3, está apresentado o referencial teórico, que serve de aporte para a referida pesquisa. Esse Capítulo está dividido nos seguintes assuntos: Teoria da Aprendizagem Significativa, Unidades de Ensino Potencialmente Significativas e, por último, Informática no Ensino de Matemática e Cálculo. No Capitulo 4, estão detalhados os aspectos metodológicos da pesquisa: o contexto da investigação proposta, os indivíduos participantes, bem como a apresentação da Instituição de Ensino Superior e o curso nos quais a pesquisa foi aplicada. São expostos os instrumentos elaborados e utilizados para a coleta dos dados, e também a operacionalização dessa coleta. O Capítulo 5 apresenta a análise dos dados coletados e os resultados obtidos a partir dela e também algumas observações e reflexões iniciais. Finalizando, no Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões obtidas na análise dos resultados e ainda as reflexões finais sobre a pesquisa implementada.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, serão apresentados alguns trabalhos científicos já publicados sobre os temas que compõe a presente pesquisa: unidades de ensino potencialmente significativas (UEPS) e aprendizagem significativa, ensino de Matemática (mais especificamente, ensino de Cálculo) e utilização de softwares no processo de ensino-aprendizagem de Matemática (em especial o software Winplot, o qual será usado nas atividades propostas dessa pesquisa em sala de aula). Os trabalhos aqui apresentados foram coletados no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), sendo analisados aqueles que foram publicados nos últimos dez anos e que continham pelo menos duas das seguintes palavras-chaves: unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS), Winplot, Matemática. Os trabalhos foram selecionados depois da leitura dos seus títulos, resumos e palavras-chave.

Na busca por teses e dissertações, foram encontradas cinco dissertações:

1) Miranda (2010): "As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da Aprendizagem Significativa". Palavras-chave da pesquisa: Ensino de Cálculo; Tecnologias da Informação e Comunicação; Winplot; Aprendizagem Significativa.

Seu propósito foi investigar como o uso do software Winplot em conjunto com a aplicação de atividades elaboradas e analisadas, na perspectiva da aprendizagem significativa, pode contribuir e favorecer as relações entre subsunçores/conhecimentos prévios dos estudantes – de Cálculo de várias variáveis – e as construções, análises, interpretações e compreensões de conceitos matemáticos em gráficos do R^3. Para atingir o objetivo, foram feitas observações de aulas, realizações de atividades matemáticas auxiliadas pelo software e entrevistas semiestruturadas.

Os dados analisados apontam que essa combinação de atividades práticas, auxiliadas por mídias, lápis, papel e software, em conjunto com aspectos de uma abordagem metodológica de experimentos de ensino, favoreceram uma interação de conteúdos novos (gráficos no R^3), subsunçores e imagens conceituais dos estudantes. A utilização do software auxiliou o processo de construção, visualização, comparação e comprovação das conjecturas dos aprendizes, contribuindo de maneira significativa para a sua aprendizagem dos conteúdos ensinados.

2) Ladeira (2014): "Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de Matemática

Básica preparatórios para o estudo de Cálculo universitário”. Palavras-chave da pesquisa: Matemática Básica; Ensino de Cálculo; Pré-Cálculo; Tecnologias da Informação e Comunicação; Maxima.

Esta pesquisa, propunha uma sequência de atividades planejadas, abordando tópicos da ementa da disciplina Matemática Básica (Pré-Cálculo), com a utilização de uma ferramenta computacional, analisando a viabilidade destas atividades e suas possíveis contribuições para o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias para a aprendizagem efetiva de Cálculo Diferencial e Integral. A pesquisa de campo foi realizada no 1º semestre de 2013, em um minicurso ofertado como parte da Semana Integrada de Engenharias e Computação, com participação livre dos alunos dos cursos de Engenharia. Elaborada e aplicada uma sequência de atividades envolvendo tópicos de matemática elementar, com utilização de um software matemático de domínio livre denominado Maxima, na tentativa de analisar como esse tipo de atividade pode contribuir para uma aprendizagem mais efetiva nessa disciplina.

As considerações apontam para a possibilidade de trabalhar numa abordagem intuitiva dos conceitos, num ambiente mais dinâmico, com maior facilidade de visualização de propriedades gráficas, além de uma mudança de postura dos alunos, que se mostraram mais ativos no processo de construção do conhecimento. Antes da realização das atividades propostas neste estudo, a grande maioria dos alunos demonstrava não possuir nenhum tipo de experiência com utilização de TIC’s no estudo de Matemática. Conforme mostraram as respostas dadas pelos alunos no Questionário Inicial, a maioria nem sequer havia ouvido falar em algum software específico para o estudo de Matemática. Após a realização das atividades exploratórias, os alunos foram questionados quanto às contribuições destas para a aprendizagem dos tópicos abordados e puderam se posicionar a respeito. A partir dos posicionamentos, falas e expressões dos alunos e também baseado nas observações e reflexões do pesquisador, acredita-se ser possível descrever as principais contribuições das atividades exploratórias com utilização do Maxima para aprendizagem de tópicos Pré-Cálculo. Dentre estas, pode-se destacar, sem sombra de dúvidas, a possibilidade de visualização rápida de algumas propriedades gráficas, como translações e reflexões nos gráficos de funções, simetria nos gráficos de funções inversas e de funções pares e ímpares e a visualização das raízes de funções polinomiais.

3) Costa (2015): “Unidade De Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como possibilidade para o ensino de Função Polinomial do 1º Grau: Uma experiência no Ensino Médio”. Palavras-chave da pesquisa: Aprendizagem Significativa; Função polinomial do 1º

grau; UEPS.

O objetivo dessa pesquisa era analisar a possibilidade de utilização das UEPS como elemento facilitador da aprendizagem significativa no ensino de Função Polinomial do 1º grau. Foi desenvolvida uma UEPS que proporcionasse sentido e significado no ensino e aprendizagem de Função numa turma do 1º ano do Ensino Médio noturno. Primeiro, foi feito um levantamento dos conhecimentos prévios que os alunos tinham sobre Função Polinomial do 1º grau. Depois, e com base nos resultados obtidos, foi elaborada e aplicada uma sequência de atividades que contribuíram para apresentar e discutir os elementos que compunham uma Função Polinomial do 1º Grau, bem como a relação existente entre tais elementos.

Após a aplicação da UEPS foi verificado que a quantidade de alunos que conseguiam reconhecer alguns elementos básicos presentes na definição de função, numa situação trabalhada com eles, passou de apenas 4% na atividade inicial para 50% da turma na atividade final aplicada. Fora observada também uma melhora acentuada na compreensão e manipulação algébrica e aritmética de uma Função Polinomial do 1º Grau por parte dos alunos, ensejando a viabilidade em pautar o processo de ensino e aprendizagem numa forma de aprender que seja significativa.

4) Mendes (2015): "Proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para subsídio ao estudo de geometria analítica auxiliado pelo software GeoGebra". Palavras-chave da pesquisa: Aprendizagem Significativa; UEPS; Geometria Analítica; GeoGebra; Flubaroo.

O objetivo do trabalho era o de oferecer um produto metodológico que foi auxiliado por uma TIC, para elevar a aprendizagem de circunferência, de cônicas e, de forma específica, dinamizar e mensurar o processo de ensino e aprendizagem nos conteúdos de Geometria Analítica com implementações tecnológicas. A implementação desta UEPS foram iniciada com a aplicação de um pré-teste, a fim de mensurar a existência de conhecimentos prévios necessários, em seguida serão apresentados a situação-problema, o processo de ensino, a diferenciação progressiva de tarefas e outra situação-problema, com um nível de complexidade maior comparada à primeira. Encerrando essas etapas metodológicas, foi aplicado um pós-teste, de forma a mensurar os possíveis impactos na aprendizagem dos tópicos a que se propõe. Finalizando a sequência didática foi proposto, como atividade final, um questionário para a avaliação da própria UEPS.

A pesquisa apresentou possibilidades de ensino e aprendizagem valendo-se da indução de conhecimentos subsunçores para que haja acomodação de novos conhecimentos no processo de aprendizagem, de forma a apartar uma aprendizagem que seja puramente mecânica. Outra vertente foi a implementação tecnológica do GeoGebra, por conta da simplicidade de sua interface gráfica, bem como a concentração, num único ambiente, dos recursos algébricos e geométricos, contribuindo para uma aprendizagem mais autônoma.

5) Boff (2017): "Matemática para Engenharia: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica." Palavras-chave da pesquisa: Aprendizagem significativa; Unidade de ensino potencialmente significativa; Ensino de funções; Situações-problemas; Educação em Engenharia.

Seu objetivo principal foi verificar a contribuição de uma UEPS para a ocorrência da aprendizagem significativa de funções matemáticas, para estudantes de cursos de Engenharia, através de situações-problemas dos contextos dessa área de atuação. Este trabalho apresenta a construção, a aplicação e a avaliação de uma unidade de ensino potencialmente significativa em uma turma da disciplina de Pré-Cálculo, de cursos de Engenharia, visando à ocorrência de uma aprendizagem significativa de conceitos relacionados a funções matemáticas. Planejou-se uma UEPS, com o propósito de verificar seu potencial para a construção de conhecimento relacionado às funções: polinomial de primeiro grau, exponencial e logarítmica, em disciplinas de Matemática para cursos de Engenharia, por meio de situações-problema contextualizadas. A unidade de ensino foi organizada em oito momentos com atividades específicas para cada tipo de função. A análise dos resultados da aplicação da proposta foi feita por meio de instrumentos de avaliação inicial e final, além da construção de mapas conceituais.

A aplicação da UEPS estimulou o desenvolvimento de posturas críticas e reflexivas sobre o estudo das funções matemáticas. Os estudantes tiveram a oportunidade de ser mais ativos no processo de ensino e aprendizagem. Foram capazes de buscar soluções para dúvidas que surgiram no decorrer do desenvolvimento da UEPS. Tiveram maior autonomia frente às diversas situações que foram propostas. Os estudantes, claramente, na maioria dos casos, desenvolveram e aperfeiçoaram suas habilidades de comunicação oral e escrita e de expressão gráfica. A elaboração dos mapas conceituais demonstrou a potencialidade desse recurso para se verificar a ocorrência da aprendizagem significativa e favoreceu a diferenciação progressiva. Os estudantes estabeleceram relações entre os conceitos estudados e os conhecimentos previamente construídos.

Também foi feita busca por artigos publicados nos últimos dez anos nas revistas Experiências em Ensino de Ciências (EENCI), Investigações em Ensino de Ciências (IENCI) e Aprendizagem Significativa em Revista e que tratavam sobre o uso de softwares em UEPS para o ensino de Matemática também foram analisados. Nesses periódicos, não foram encontrados trabalhos que pudessem contribuir com esta pesquisa.

Dos cinco trabalhos analisados anteriormente, quatro utilizam a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel como embasamento teórico e fazem uso dos seus princípios para o desenvolvimento das ações de pesquisa. Mais especificamente, dessas quatro dissertações, três empregam a sequência didática criada e proposta pelo professor Marco Antônio Moreira: as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS).

As tecnologias da informação e comunicação são usadas em três dessas dissertações: na de Miranda (2010) foi usado o software Winplot; na de Ladeira (2014), o Máxima foi o programa computacional utilizado; e no trabalho de Mendes (2015) foi feito uso do software GeoGebra.

Com a exceção do trabalho de Costa (2015), os demais tinham, como público-alvo de suas pesquisas, alunos das disciplinas de Cálculo ou Geometria Analítica em cursos superiores presenciais. Além disso, três dissertações tinham como foco de pesquisa a análise do processo de aprendizagem de conteúdos básicos de Matemática por parte dos estudantes, os quais também são necessários para o aprendizado dos conteúdos dessa disciplina nos primeiros semestres da graduação.

Observa-se um baixo número de trabalhos de pesquisa publicados que trazem a utilização de softwares no processo de ensino-aprendizagem de Matemática através de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). E, por isso, evidencia-se a necessidade de pesquisas que façam uso das UEPS e de recursos das tecnologias da informação e comunicação para auxiliar no processo de ensino de conteúdos matemáticos.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A Teoria da Aprendizagem Significativa é a teoria de aprendizagem na qual este trabalho está baseado. Ela foi apresentada no ano de 1963 pelo psicológico e pesquisador educacional norte-americano David Ausubel. O próprio Ausubel (1980) destaca que o princípio mais importante da sua teoria é o seguinte: “O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos”.

A Aprendizagem Significativa, baseada na teoria desenvolvida por David Ausubel e difundida no Brasil pelo professor Marco Antônio Moreira, do instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, destaca que o processo de ensino-aprendizagem precisa fazer com que o educando consiga relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal (substantiva), as novas informações recebidas com aspectos relevantes da sua estrutura cognitiva, aspectos esses chamados por Ausubel de subsunçores, os quais vão servir de ancoradouros para a nova informação que, assim, deverá ter algum significado para o indivíduo.

Uma das maneiras de o professor fazer o levantamento daquilo que o “estudante já sabe” é através do uso de mapas conceituais (MC). Os mapas conceituais são contribuições de Joseph Novak, pesquisador educacional americano, aluno, discípulo e colaborador da teoria desenvolvida por Ausubel, que podem ser usadas como estratégias instrucionais facilitadoras da aprendizagem significativa. Esses mapas são diagramas de conceitos que apresentam as relações entre esses conceitos, ou mesmo palavras que podem ser usadas para representar conceitos.

Considerando os mapas conceituais, Moreira (2009, p. 09) destaca que:

> Mapas conceituais foram desenvolvidos para promover a aprendizagem significativa. A análise do currículo e o ensino sob uma abordagem ausubeliana, em termos de significados, implicam: 1) identificar a estrutura de significados aceita no contexto da matéria de ensino; 2) identificar os subsunçores (significados) necessários para a aprendizagem significativa da matéria de ensino; 3) identificar os significados preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz; 4) organizar sequencialmente o conteúdo e selecionar materiais curriculares, usando as ideias de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como princípios programáticos; 5) ensinar usando organizadores prévios, para fazer pontes entre os significados que o aluno já tem e os que ele precisaria ter para aprender significativamente o conhecimento e aquele já existente e adequado para dar significados aos novos materiais de aprendizagem. Mapas conceituais podem ser utilizados como recursos em todas essas etapas, assim como na obtenção de evidências de aprendizagem significativa, ou seja, na avaliação da aprendizagem.

Além dos mapas conceituais, nesta pesquisa, também foi utilizado o organizador prévio, o qual é um material introdutório apresentado antes do material de aprendizagem em um nível mais alto de abstração, generalidade e abrangência. A função do organizador prévio é basicamente servir de conexão entre aquele conhecimento que o aprendiz já possui e o que ele deveria saber, de modo a aprender significativamente o conteúdo novo apresentado pelo professor. Moreira (2012, p. 02) relata que “os organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como “pontes cognitivas””. Essa ponte cognitiva vai ajudar na manipulação da estrutura cognitiva do aluno, de modo a promover a aprendizagem significativa.

Em contrapartida à aprendizagem significativa, temos a aprendizagem mecânica. Ela é definida por Moreira (2006, p. 09), da seguinte forma:

> Aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagirem com conceitos relevantes existentes da estrutura cognitiva, sem ligarem-se a conceitos subsunçores específicos. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para sua elaboração e diferenciação.

A aprendizagem mecânica não é totalmente descartada na Teoria da Aprendizagem Significativa. Na sala de aula, há diversos estudantes que já tem maturidade intelectual suficiente para aprender e compreender determinados conceitos e proposições apresentadas em sala de aula, mas a área de conhecimento é totalmente nova, ou ainda os subsunçores presentes nas suas estruturas cognitivas não são considerados úteis para ancorarem o aprendizado dos novos assuntos. Assim, a aprendizagem mecânica deverá ocorrer até que alguns elementos de conhecimento dessa nova área apresentada, já assimilados pelo estudante e, portanto, já presentes na sua estrutura cognitiva, possam servir de subsunçores para o processo de aprendizagem significativa, mesmo que eles sejam pouco elaborados. Com o passar do tempo, esses subsunçores pouco elaborados vão ficar cada vez mais elaborados, diferenciados e mais capazes de servir de ancoradouro a nova informações.

Segundo Moreira (1982, p. 14), baseado na teoria de Ausubel, existem duas condições imprescindíveis para que a aprendizagem significativa ocorra:

> a) o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, isto é, relacionável (ou incorporável) a sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva);
> b) o aprendiz deve manifestar uma predisposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura de conhecimento.

Essas duas condições propiciarão para que o processo de interação entre os subçuncores presentes e relevantes na estrutura cognitiva do aluno e os novos conhecimentos apresentados em sala de aula, durante o processo de ensino e aprendizagem, seja efetivo. E ao proporcionar essa interação, o professor permitirá que ocorra a aprendizagem significativa através de dois processos. Moreira (1982, p. 21) define cada um e estabelece a diferença entre esses dois processos:

> Segundo Ausubel, o princípio *diferenciação progressiva* deve ser levado em conta ao se programar o conteúdo, i.e., as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início para, somente então, serem progressivamente diferenciadas, em termos de detalhe e especificidade. Ao propor isso, Ausubel baseia-se em duas hipóteses: a) é mais fácil para o ser humano captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas; b) a organização do conteúdo de uma certa disciplina, na mente do indivíduo, é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados. Entretanto, a programação do conteúdo deve não só proporcionar a diferenciação progressiva, mas também explorar, explicitamente, relações entre proposições e conceitos, chamar atenção para diferenças e similaridades importantes e reconciliar inconsistências reais ou aparentes. Isso deve ser feito para se atingir o que Ausubel chama de *reconciliação integrativa*, e que ele descreve como uma antítese à prática usual dos livros de texto em separar ideias e tópicos em capítulos e seções.

Deve-se observar que os processos definidos por Moreira, na citação anterior, o da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, são diretamente relacionados entre si e um complementa o outro, pois à medida que o aluno vai diferenciando progressivamente os conceitos e proposições apresentadas pelo professor, ele também precisa fazer a reconciliação integrativa entre eles.

3.2 UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS

Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) é uma sequência didática baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa, aplicável diretamente ao processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Moreira (2012) salienta que a UEPS deve fazer uso de diversificados materiais e estratégias de instrução, de maneira a abandonar a narrativa do ensino centralizado no professor, em favor de um ensino centrado no aluno. A UEPS é elaborada a partir de situações que levem o aluno a externalizar inicialmente seus conhecimentos prévios e o professor, a partir disso, apresenta/ensina o conteúdo de maneira a levar em conta os princípios da Diferenciação Progressiva e da Reconciliação Integradora.

Moreira (2012, p. 51) apresenta as seguintes características das UEPS:

- **Objetivo**: desenvolver unidades de ensino potencialmente facilitadoras da aprendizagem significativa de tópicos específicos de conhecimento declarativo e/ou procedimental.
- **Filosofia***:* só há ensino quando há aprendizagem e esta deve ser significativa; ensino é o meio, aprendizagem significativa é o fim; materiais de ensino que busquem essa aprendizagem devem ser potencialmente significativos.
- **Marco teórico***:* a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel (1968, 2000), em visões clássicas e contemporâneas (Moreira, 2000, 2005, 2006; Moreira e Masini, 1982, 2006; Masini e Moreira, 2008; Valadares e Moreira, 2009), as teorias de educação de Joseph D. Novak (1977) e de D.B. Gowin (1981), a teoria interacionista social de Lev Vygotsky (1987), a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1990; Moreira, 2004), a teoria dos modelos mentais de Philip Johnson-Laird (1983) e a teoria da aprendizagem significativa crítica de M.A. Moreira (2005).
- **Princípios***:*

• o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa (Ausubel);
• pensamentos, sentimentos e ações estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa (Novak);
• é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento (Ausubel; Gowin);
• organizadores prévios mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios;
• são as situações-problema que dão sentido a novos conhecimentos (Vergnaud); elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a aprendizagem significativa;
• situações-problema podem funcionar como organizadores prévios;
• as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade (Vergnaud);
• frente a uma nova situação, o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação (Johnson-Laird);
• a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino (Ausubel);
• a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências; a aprendizagem significativa é progressiva;
• o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados por parte do aluno (Vergnaud; Gowin);
• a interação social e a linguagem são fundamentais para a captação de significados (Vygotsky; Gowin);
• um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino (Gowin);
• essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo;
• a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica (Moreira);
• a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (Moreira).

- **Aspectos transversais**:

• em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados;
• como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-problema relativas ao tópico em questão;
• embora a UEPS deva privilegiar as atividades colaborativas, a mesma pode também prever momentos de atividades individuais.

No próximo capítulo deste trabalho, destinado à metodologia, serão definidos e detalhados os oito passos sequenciais obrigatórios das UEPS estabelecidos por Moreira (2012). Os quais possuem na sua estrutura os objetivos, filosofias, teorias, princípios e aspectos aqui apresentados.

3.3 INFORMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA E CÁLCULO

Como ferramenta tecnológica, que pode auxiliar o professor no preparo de materiais, os quais podem vir a ser potencialmente significativos no processo de aprendizado do estudante, tem-se a utilização de softwares. Em especial nas aulas de Cálculo, nas quais o conteúdo envolve muitas situações onde o aluno precisa esboçar o gráfico de funções e interpretar as informações contidas nesse gráfico, o uso de um software pode ajudá-lo a compreender melhor os conceitos matemáticos apresentados.

Ritter, Villareal e Bulegon (2016, p. 10) evidenciam que:

> Os estudantes sempre mostraram-se motivados e realizavam todas as atividades propostas tanto nos encontros presenciais como nas atividades extraclasse com apoio do AVA. Verificou-se também a importância do software GeoGebra na representação gráfica da função e na visualização de suas propriedades. Isso nos mostra que o uso das TIC foi amplamente aceito pelos estudantes. Diante dos resultados obtidos com esse trabalho, ressalta-se que partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, utilizar situações cotidianas e as TIC, contribuem efetivamente para o desenvolvimento de uma Educação Matemática com significado e que a aprendizagem de seus conceitos tende a permanecer na memória dos estudantes por mais tempo. Com isso, pode-se dizer que a união desses recursos potencializa o processo de ensino de Matemática e torna a aprendizagem significativa.

A respeito desse uso da informática como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, Borba e Penteado (2007, p. 37) fazem uma observação importante (relatando o caso ocorrido em uma turma onde eram professores):

> Calculadoras gráficas e softwares que possibilitam o traçado de gráficos de funções têm sido utilizados de forma acentuada ao longo dos anos. As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia ou de física. Podem experimentar com gráficos de funções quadráticas do tipo $y = ax^2+bx+c$, por exemplo, antes de conhecerem uma sistematização de função quadrática. Nessa turma de biologia, os alunos têm investigado como os diferentes coeficientes de polinômios do tipo acima influenciam os gráficos de funções e tentam coordenar ambas as representações: que alteração ocorre no gráfico quando um determinado coeficiente é alterado. Dividido em grupos, os alunos geram várias conjecturas e conseguem desenvolver argumentos para várias delas.

Borba e Penteado (2007, p. 58) destacam que ferramentas tecnológicas podem auxiliar no aprendizado em todos os níveis de formação dos estudantes e, em suas pesquisas, destacam que a informática pode ser usada como uma ferramenta útil para o processo de ensino e aprendizagem.

Assim sendo, a utilização de softwares no ensino de Matemática pode ser um instrumento a mais que o professor dispõe de preparar e propor materiais em suas aulas que sejam potencialmente significativas para os alunos e, com isso, contribuam para uma aprendizagem significativa e verdadeira dos conteúdos matemáticos, principalmente de estudantes que possuem pouco ou nenhum conhecimento prévio sobre tópicos de Aritmética, Álgebra e Geometria.

3.3.1 O Uso do software Winplot no Ensino e Aprendizagem de Matemática

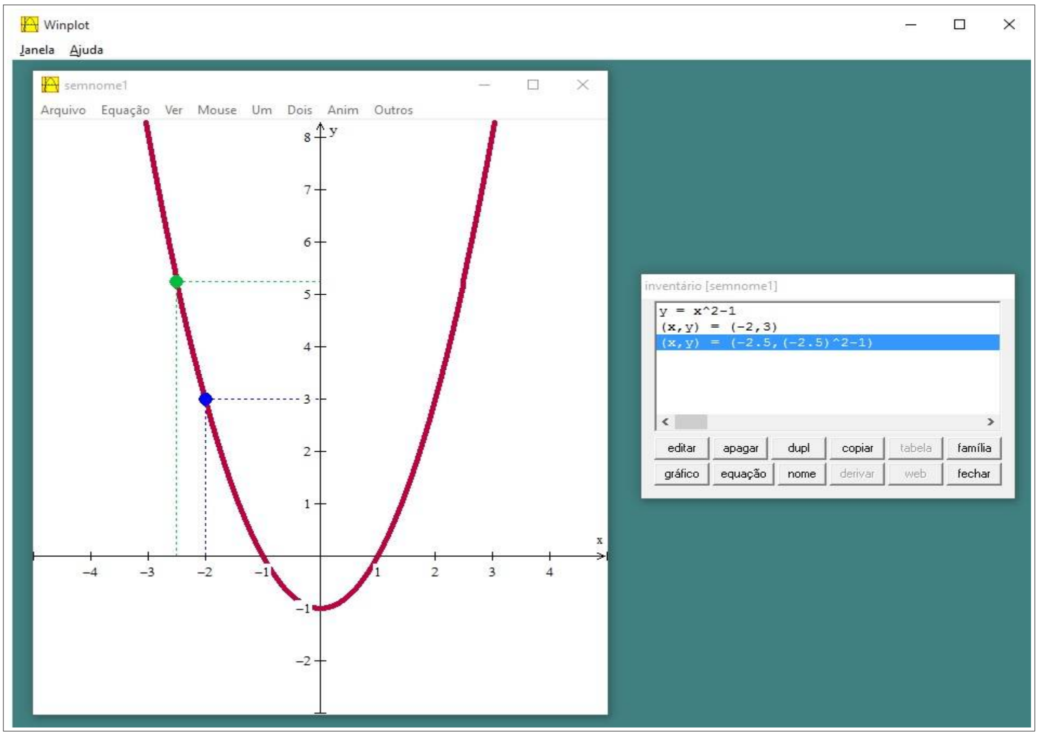
O Winplot, que foi utilizado na presente pesquisa, é um software gratuito, que foi desenvolvido em 1985 pelo professor Richard Parris da Philips Exeter Academy, universidade do estado norte-americano de New Hampshire, foi traduzido para o português pelo professor Adelmo Ribeiro de Jesus da Universidade de Salvador (estado da Bahia). É um arquivo do tipo EXE (executável) e não precisa de instalação para ser executado no computador, o que facilita o seu manuseio em sala de aula. Ele apresenta operacionalidades que ajudam no processo de ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, em especial a Geometria Analítica no Plano e no Espaço, Funções de uma ou de várias variáveis e Cálculo Diferencial e Integral. Na Figura 1, pode ser observada a janela No plano cartesiano ortogonal de funções de uma variável e um exemplo de esboço de gráfico de função, com alguns de seus pontos em destaque.

Mendes (2015, p. 16) aponta as principais características do software Winplot:

> Gráficos de funções de uma ou de duas variáveis e em duas (2D) ou três dimensões (3D) podem ser plotados usando o Winplot. Nele, o professor pode usar uma série de funcionalidades disponíveis e aplicá-las às funções ou pontos esboçados no plano cartesiano ortogonal em questão. Dentre tantas funcionalidades, destacam-se algumas que podem ser usadas, na disciplina de matemática, desde o primeiro ano do Ensino Médio até em disciplinas de Matemática Básica, Cálculo e Geometria Analítica no Ensino Superior. Em funções plotadas no plano cartesiano, podemos encontrar: as coordenadas dos seus zeros, ou seja, dos pontos onde a função intercepta o eixo das abscissas; as coordenadas dos pontos considerados como extremos; os pontos de intersecção entre duas funções; bem como, calcular a distância entre dois pontos. As funções a serem esboçadas também podem estar escritas nas formas: explícita, paramétrica, implícita, ou em coordenadas polares. É possível também, utilizar um recurso bastante interessante no processo de ensino e aprendizagem, usando o Winplot: animações de funções. Essas animações acontecem através de variações de parâmetros, onde é possível ver o que acontece

> com uma determinada função, quando se varia, em um certo intervalo, um de seus coeficientes.

Figura 1 – Exemplo de janela 2D do software Winplot



Fonte: Elaborado pelo autor

Zanatta (2015, p.10888) explicita a importância do uso das tecnologias da informação, em especial do software Winplot no processo de ensino e aprendizagem de Matemática:

> Para transformar o ensino de matemática menos temido pelos alunos e, conseqüentemente, ser maior o aproveitamento dessa disciplina, pode-se usar mídias tecnológicas, como por exemplo, o software Winplot. De acordo com Hendres "o uso do computador no ensino de Matemática é uma necessidade atual e deve, cada vez mais, ligar-se à rotina didática dos professores e à escola em geral". As tecnologias da informática "podem auxiliar o ensino da matemática, criando ambientes de aprendizagens que possibilitem o surgimento de novas formas de pensar e de agir, que valorizem o experimental e que tragam significados para o estudo da matemática". No ensino das funções não se deve privilegiar um tipo apenas de representação, mas proporcionar, aos alunos, a possibilidade de uma interligação entre elas, propiciando, assim, a produção de conhecimentos mais abrangentes a respeito do tema. Essa abordagem ganha força com o uso de mídias informáticas, nas quais se incluem os softwares gráficos, tais como, o software Winplot, que geram gráficos vinculados a tabelas e expressões algébricas. A possibilidade de exploração das representações algébrica, numérica e gráfica de uma mesma função, que as tecnologias da informática oferecem, a coordenação dessas diferentes representações e a compreensão das relações que as vinculam possibilitam, ao aluno, conectar conhecimentos que, de outra forma, permaneceriam separados, entretanto, se conectados, geram compreensões mais amplas e completas de conceitos matemáticos.

O software Winplot possui uma interface amigável e dispensa o uso e conhecimento de regras de programação computacional por parte dos usuários. Além disso, favorece a visualização e manipulação algébrica e geométrica de figuras matemáticas.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, serão apresentados o contexto da investigação proposta e os indivíduos participantes, bem como a apresentação da Instituição de Ensino Superior e o curso no qual a pesquisa foi aplicada. Serão expostos os instrumentos elaborados e utilizados para a coleta dos dados, e também a operacionalização dessa coleta.

4.1 REFERENCIAL METODOLÓGICO DA PESQUISA

A presente pesquisa, quanto aos seus objetivos, é de natureza qualitativa e pode ser classificada como qualitativa interpretativa. Erickson (in MOREIRA, 2011, p. 78) cita que a pesquisa interpretativa envolve:

> a) intensa e ampla participação no contexto pesquisado, b) cuidadosos registros do que ocorre nesse contexto juntamente com outras fontes de evidência (e.g., anotações, documentos, exemplos de coisas feitas pelos sujeitos, gravações em áudio ou em vídeo) e c) análise reflexiva de todos esses registros e evidências assim como descrição detalhada (i.e, utilizando a narrativa das transcrições literais de verbalizações dos sujeitos).

Mais especificamente, desenvolveremos uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso. Esse tipo de pesquisa, como o próprio nome já diz, analisa um caso específico no ambiente de aplicação, sendo aqui a utilização de um software na aplicação de uma UEPS numa disciplina de Cálculo. Malheiros (2011, p. 94) destaca que:

> Em educação, os estudos de caso analisam diversas questões: métodos de ensino, relacionamento entre os diversos personagens envolvidos nos processos de ensinar e aprender, novas formas de avaliar, dentre outros. As pesquisas que utilizam essa técnica têm crescido na área educacional por diversos motivos: a necessidade de conhecer e intervir em realidades singulares, a facilidade de acesso ao caso, o tempo da coleta de dados que pode ser menor, a facilidade do próprio método, principalmente quando é conduzido por pesquisadores iniciantes, dentre outros.

Moreira (2011, p. 89) define que estudo de caso educativo tem o objetivo de melhorar a compreensão da ação educativa. E isso pode ser expandido ao processo de aprendizagem de Cálculo através de uma UEPS usando-se um software. Para alcançar o referido objetivo, pode-se basear em Lüdke e André (1986) que apontam três fases do desenvolvimento de um estudo de caso: “Nisbet e Watt caracterizam o desenvolvimento do estudo de caso em três fases, sendo uma primeira aberta ou exploratória, a segunda mais sistemática em termos de coleta de dados e a terceira consistindo na análise e interpretação sistemática dos dados na elaboração do relatório.”

Assim, estarão presentes nessa pesquisa o que Lüdke e André (1986, p. 18) destacam como características fundamentais de um estudo de caso:

> 1) Os estudos de caso visam à descoberta. Mesmo que o investigador parta de alguns pressupostos teóricos inicias, ele procurará se manter constantemente atento a novos elementos que podem emergir como importantes durante o estudo;
> 2) Os estudos de caso enfatizam a “interpretação em contexto”. Para comprennder melhor a manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas devem ser relacionadas à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada a que estão ligadas;
> 3) Os estudos de caso buscam retratar a realidade de forma completa e profunda;
> 4) Os estudos de caso usam uma variedade de fontes de informação. Com essa variedade de informações, oriunda de fontes variadas, ele poderá cruzar informações, confirmar ou rejeitar hipóteses, descobrir novos dados, afastar suposições ou levantar hipóteses alternativas;
> 5) Os estudos de caso revelam experiência vicária (o que eu posso aplicar deste caso na minha situação?) e permitem generalizações naturalísticas;
> 6) Os estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social;
> 7) Os relatos do estudos de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa.

O caso a ser estudado e que fora proposto para a pesquisa aqui desenvolvida, também está embasado na metodologia das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). Essas unidades são sequências didáticas, que estão fundamentadas na Teoria da Aprendizagem Significativa e por isso são voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, de tópicos específicos de conhecimento declarativo ou procedimental. A autoria da metodologia de ensino proposta pelas UEPS é do professor Marco Antônio Moreira, aposentado do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

O Quadro 1 apresenta a definição de Moreira (2011, p. 52) sobre a estrutura das UEPS em oito passos sequenciais:

Quadro 1 – Estrutura das UEPS definida por Moreira

(continua)

Passo	Detalhamento das ações
1	Definir o tópico específico a ser abordado, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se insere esse tópico.

Quadro 1 – Estrutura das UEPS definida por Moreira

(continua)

Passo	Detalhamento das ações
2	Criar/propor situação(ções) – discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema, etc. – que leve(m) o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não-aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta.
3	Propor situações-problema, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretende ensinar; estas situações-problema podem envolver, desde já, o tópico em pauta, mas não para começar a ensiná-lo; tais situações-problema podem funcionar como organizador prévio; são as situações que dão sentido aos novos conhecimentos, mas, para isso, o aluno deve percebê-las como problemas e deve ser capaz de modelá-las mentalmente.
4	Uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em conta a diferenciação progressiva, i.e., começando com aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos; a estratégia de ensino pode ser, por exemplo, uma breve exposição oral seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos que, por sua vez, deve ser seguida de atividade de apresentação ou discussão em grande grupo.
5	Em continuidade, retomar os aspectos mais gerais, estruturantes (i.e., aquilo que efetivamente se pretende ensinar), do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação (que pode ser através de outra breve exposição oral, de um recurso computacional, de um texto, etc.), porém em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora.
6	Concluindo a unidade, dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito através de nova apresentação dos significados que pode ser, outra vez, uma breve exposição oral, a leitura de um texto, o uso de um recurso computacional, um áudio-visual, etc.; essa nova apresentação poderá se dar através de novas situações-problema, as quais devem estar em nível mais alto de complexidade em relação às anteriores; essas situações devem ser resolvidas em atividades colaborativas e depois apresentadas e/ou discutidas em grande grupo, sempre com a mediação do docente.

Quadro 1 – Estrutura das UEPS definida por Moreira

(conclusão)

Passo	Detalhamento das ações
7	A avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado; além disso, deve haver uma avaliação somativa individual após o sexto passo, na qual deverão ser propostas questões/situações que impliquem compreensão, que evidenciem captação de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência; tais questões/situações deverão ser previamente validadas por professores experientes na matéria de ensino; a avaliação do desempenho do aluno na UEPS deverá estar baseada, em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa (situações, tarefas resolvidas colaborativamente, registros do professor) como na avaliação somativa;
8	A UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais.

Fonte: Adaptado de Moreira (2011, p. 52)

Seguindo a proposta de Moreira, foram estabelecidas as três UEPS que estão apresentadas nos Apêndices 3, 4 e 5.

4.2 INSTRUMENTOS PARA A COLETA DE DADOS

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados nesta pesquisa estão divididos em dois grupos: aqueles usados antes da aplicação das UEPS (entrevistas e questionários) e aqueles que foram aplicados para análise dos dados durante e depois da aplicação da UEPS (mapas conceituais, questionários, exercícios e avaliações individuais).

Antes da aplicação das UEPS, foram feitas entrevistas com os docentes (disponível no Apêndice 2) e aplicado um questionário nos estudantes durante o primeiro dia de aula (que pode ser encontrado no Apêndice 1). As entrevistas com os docentes que ministram a disciplina de Cálculo no Curso de Engenharia Florestal têm a finalidade de investigar como eles planejam e desenvolvem as aulas de Cálculo, sobre suas concepções a respeito do processo de ensino e aprendizagem e se, por ventura, são utilizados softwares computacionais e com quais objetivos. Já com os alunos, o questionário tinha o objetivo de verificar uma possível predisposição/facilidade do aluno em aprender os conteúdos da disciplina de Cálculo, analisar a opinião dos estudantes sobre as metodologias de ensino utilizadas pelos seus professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio e a implicação disso no seu aprendizado, indagar o aluno sobre quais condições, atividades e ações ele julga serem necessárias para favorecerem seu aprendizado, analisar a opinião do aluno sobre quais ferramentas da tecnologia da informação poderiam auxiliar no seu aprendizado dos conteúdos de Matemática na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica e se ele já fez uso de alguma dessas ferramentas em estudos anteriores.

Durante as UEPS foram solicitados aos estudantes que fizessem mapas conceituais, tanto no início, para fazer o levantamento dos conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva sobre os conteúdos a serem trabalhos, quanto no final para verificar se as relações e conceitos que os alunos possuíam sobre os conteúdos e quais as relações que eles faziam com os conceitos presentes em sua estrutura cognitiva. Serão analisadas as atividades que utilizavam o software Winplot feitas durante as aulas no laboratório de informática. A resolução dos exercícios da Avaliação Somativa Individual, um dos passos da UEPS, também serão levados em consideração para avaliar a aprendizagem dos estudantes.

4.3 O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

A presente pesquisa foi desenvolvida no Curso de Engenharia Florestal no primeiro semestre de 2018 no Campus da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em Frederico Westphalen, que é a nona unidade universitária da UFSM. Foi criado, em 20 de julho de 2005 pelo Parecer nº 031/05, com o objetivo de promover a interiorização do Ensino Superior gratuito e de qualidade e, assim, impulsionar o desenvolvimento da Região Norte do Estado do Rio Grande do Sul. Inicialmente se chamava Centro de Educação Superior Norte do RS (CESNORS). O CESNORS iniciou suas atividades letivas no segundo semestre de 2006 e contando com duas unidades: uma no município de Frederico Westphalen, no qual se localizava a Direção e outra em Palmeira das Missões. No final de 2015, foi instituída a separação do centro e ele se desmembrou em dois Campus: o de Palmeira das Missões e o de Frederico Westphalen.

Atualmente, em Frederico Westphalen são ofertados os cursos de graduação presenciais de Agronomia, Engenharia Ambiental e Sanitária, Engenharia Florestal, Jornalismo, Relações Públicas e Sistemas de Informação, além de um curso superior de Licenciatura em Computação, o qual é ofertado na modalidade à distância.

O Curso de Engenharia Florestal tem como objetivo definido em seu Projeto Pedagógico (PPC, 2017):

> Formar profissionais responsáveis pelo desenvolvimento ambientalmente correto, economicamente viável e socialmente justo. O Curso de Engenharia Florestal tem como objetivo formar profissionais capazes de absorver e desenvolver tecnologias voltadas para a produção de matérias-primas de origem florestal, observando aspectos sociais, políticos, econômicos e ambientais. O engenheiro florestal formado na UFSM campus de Frederico Westphalen terá amplo preparo técnico para propor inovações tecnológicas, visando gerar benefícios em vários âmbitos para a sociedade, tanto no meio rural como urbano.

O Curso, na busca de uma identidade clara, considera como estratégias pedagógicas aquelas que enfatizem a busca e a construção do conhecimento em vez da simples transmissão e aquisição da informação. Neste sentido, o curso, além de aulas teóricas e expositivas busca a diversificação didático-pedagógicas que privilegiem a pesquisa e a extensão como instrumentos de aprendizagem, estimulando a atitude científica dos estudantes. Para isso, desde os primeiros semestres propõe-se a inserção dos discentes, orientados por docentes e técnico-administrativos em educação, em grupos de pesquisa e em projetos de ensino, pesquisa e extensão. Esses grupos além de desenvolverem atividades em laboratórios didáticos ou de pesquisa no próprio Campus, também levam os estudantes em propriedades de pequenos e médios produtores agrícolas do entorno da Universidade e em cidades vizinhas.

O ingresso no Curso se dá sempre no primeiro semestre letivo do ano e é ofertado no turno diurno, com turmas de 60 alunos. Atualmente, existem pouco mais de trezentos alunos matriculados nos 10 semestres de duração. O Departamento de Engenharia Florestal é o departamento didático que oferece a maioria dos docentes para ministrarem as disciplinas básicas e específicas na formação do engenheiro florestal. Ele é composto por dezoito docentes que, na sua totalidade tem a titulação de doutorado e amplo conhecimento e publicações na área de atuação das Ciências Florestais. Geralmente, o Campus possui duas docentes para as disciplinas da área da Matemática oferecidas no curso (Cálculo I e Geometria Analítica e Cálculo II e Álgebra Linear), as quais são lotadas no Departamento de Engenharia e Tecnologia Ambiental. No momento da coleta dos dados desta pesquisa, o Campus possuía também uma docente substituta, que ministrava as disciplinas das áreas da Matemática e Estatística. As três professoras possuem o título de doutor.

O Campus Frederico Westphalen da UFSM apresenta um problema de espaço físico, pois com a implantação do REUNI em 2009, os espaços físicos não foram ampliados na mesma proporção da ampliação de cursos e, com isso, não existem laboratórios de informática à disposição dos estudantes, o que prejudica aqueles que precisam da internet para fazerem suas pesquisas e trabalhos acadêmicos.

Para o auxílio das disciplinas práticas e atividades de pesquisa, o Curso possui laboratórios específicos nas seguintes áreas: Anatomia da Madeira Biometria Florestal, Biotecnologia Florestal, Crescimento e Produção Florestal, Dendrologia e Herbário Florestal, Geoprocessamento e Sensoriamento Remoto, Inventário Florestal, Proteção Florestal, Tecnologia de Produtos Florestais, Topografia e Geodésia e Silvicultura. Na área de Ciências Exatas, o Curso de Engenharia Florestal apresenta cinco disciplinas oferecidas nos três primeiros semestres: Cálculo I e Geometria Analítica, Cálculo II e Álgebra Linear, Estatística, Física I e Física II.

A disciplina na qual esta pesquisa foi aplicada é denominada Cálculo I e Geometria Analítica. No Currículo anterior era uma disciplina de 90 horas, mas com uma mudança curricular foi transformada em uma disciplina que tem carga horária de 60 horas, divididas ao longo do semestre letivo e é ofertada sempre no primeiro semestre letivo do ano para alunos ingressantes no curso. Semanalmente, tem-se, sempre, dois dias de aula de dois períodos de 50 minutos cada um. O programa da disciplina apresenta o seguinte objetivo (que “o aluno deverá ao final da disciplina ser capaz de”): “Compreender e aplicar as técnicas do Cálculo Diferencial e Integral para funções reais de uma variável real, dando ênfase às suas aplicações.”

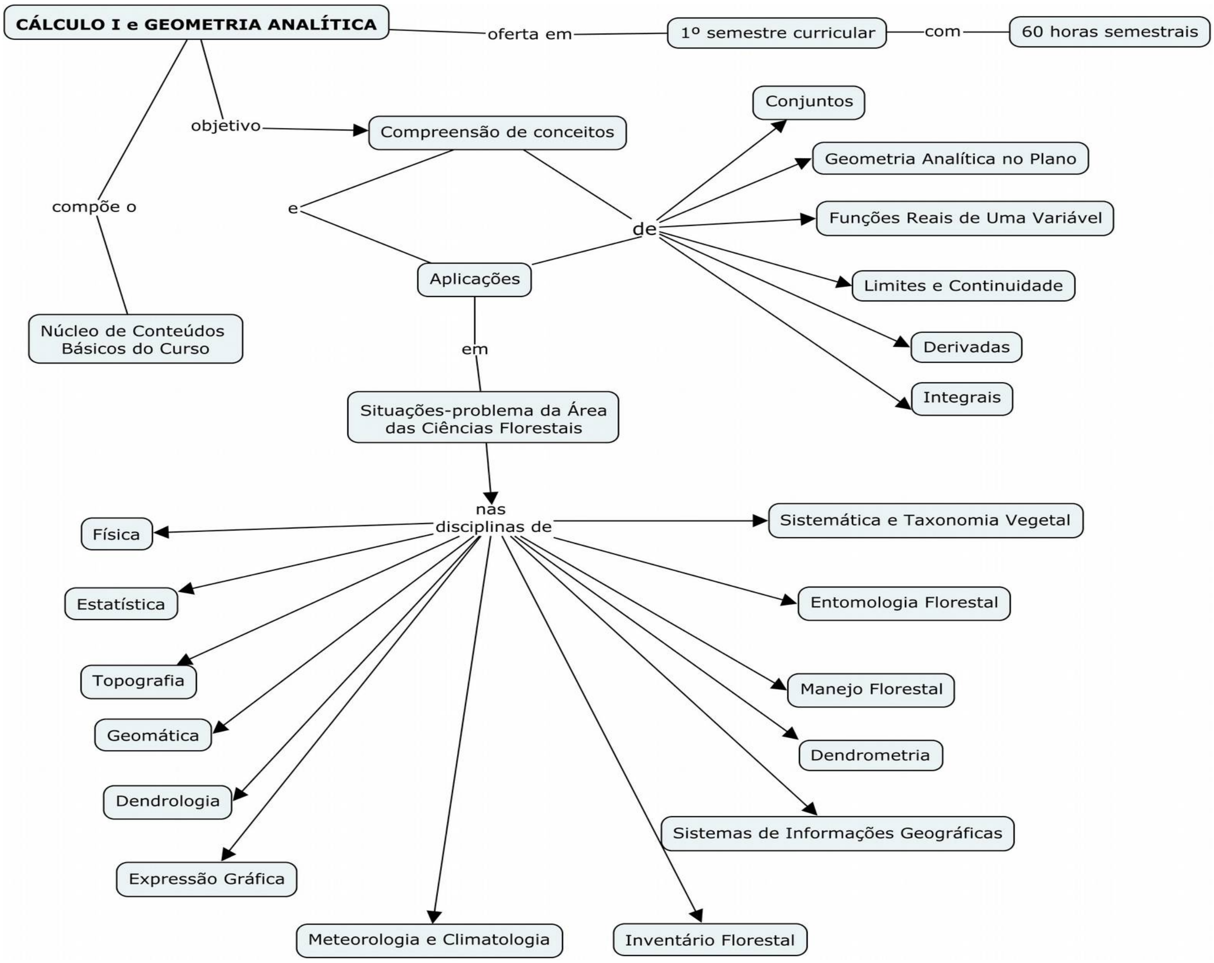
Por conta dos altos índices de reprovação, a disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica sempre começa com um grande número de alunos matriculados, mas esse número se reduz ao longo do semestre por causa de desistências, trancamentos e reprovações por falta de frequência às aulas.

Durante a aplicação das UEPS apresentadas nesta pesquisa, o autor principal desta pesquisa atuou como docente na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica do Curso de Engenharia Florestal. Assim, convencionou-se chamá-lo de professor.

O número de estudantes que participaram da pesquisa foi de 32 (trinta e dois), sendo que destes, 15 (quinze) eram do sexo masculino e 17 do sexo feminino. Todos os acadêmicos que participaram da pesquisa leram e assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que se encontra no Apêndice 6.

Na Figura 2, apresenta-se as características e objetivos da disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica, bem como a sua possível aplicabilidade em outras disciplinas do Curso de Engenharia Florestal:

Figura 2 – Mapa Conceitual sobre a disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica do Curso de Engenharia Florestal



Fonte: Elaborado pelo autor

Dentre todos os tópicos do programa da disciplina, que envolvem a retomada de conteúdos do Ensino Fundamental e Médio e também a apresentação e estudo de temais mais aprofundados como Cálculo Diferencial e Integral, os tópicos de Conjuntos, Geometria Analítica no Plano e Funções de Uma Variável foram os escolhidos para serem desenvolvidas as atividades dessa pesquisa. E isso se vale ao fato de que um bom número de estudantes apresentam dificuldade no aprendizado dos conteúdos de Cálculo, nos cursos de graduação, por não terem aprendido de maneira significativa os conteúdos matemáticos na Educação Básica.

4.4 DESCRIÇÃO DAS UEPS

Para abordar os tópicos de Conjuntos, Geometria Analítica no Plano e Funções foram planejadas e implementadas em sala de aula pelo autor desta pesquisa três UEPS, sendo uma para cada conteúdo mencionado e todas seguindo os aspectos sequenciais sugeridos por Moreira (2011, p. 52). Essas UEPS encontram-se detalhadas nos Apêndices 3, 4 e 5.

Do total de 60 horas-aula da disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica, foram destinadas 32 horas-aula para a implementação das UEPS em sala de aula com a turma.

Mesmo não sendo o foco desta pesquisa, a UEPS sobre o conteúdo de Conjuntos, apresentada no Apêndice 3, foi elaborada e implementada pelo autor desta pesquisa em sala de aula, junto com as outras duas, de modo a proporcionar um ensino baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa desde o início da disciplina. Também, pelo fato de que esse tópico seria de muita utilidade para o processo de ensino e aprendizagem dos outros dois subsequentes.

4.4.1 Primeira UEPS – Conjuntos

1º *Passo:* Definição dos tópicos específicos que foram abordados na UEPS (sobre a Teoria de Conjuntos), identificando seus aspectos declarativos (quais conteúdos, conceitos e proposições, o aluno deve possuir em sua estrutura cognitiva) e procedimentais (como o aluno vai aplicar os conteúdos relembrados ou aprendidos em situações-problema e outras atividades) tais como aceitos no contexto da disciplina de Matemática, na qual se inserem esses tópicos.

A*ula 1:* No primeiro período do encontro, o professor pediu aos estudantes que respondessem a um questionário. Esse questionário (disponível no Apêndice 1) tem o objetivo de levantar a opinião dos estudantes sobre suas experiências e aprendizado de conteúdos da disciplina de Matemática na Educação Básica. É importante ressaltar que as questões foram aplicadas somente neste trabalho e, sendo assim, não passaram por um processo de validação.

Na mesma aula, foi apresentada a definição, os passos do processo de construção e exemplos de mapas conceituais, que o professor criou com a ajuda de todo o grupo de estudantes. O professor utilizou, como exemplo, a construção de um mapa conceitual sobre o tema “Geometria”, no qual apresentará os tipos de geometria estudados até o Ensino Médio (plana, espacial e analítica) e alguns de seus conceitos fundamentais. Outros exemplos de mapas conceituais, que foram elaborados pelo professor, foram apresentados aos estudantes nesta primeira aula.

- Tempo de duração do passo: 2 horas-aula.

2º *Passo:* Proposição de elaboração de um mapa conceitual para externalização de conhecimentos prévios que os estudantes possuem sobre Conjuntos.

Ainda na primeira aula e depois de apresentados o ambiente virtual Moodle, o software Cmaptools[2] e a definição e exemplos de mapas conceituais, o professor solicitou aos estudantes que elaborassem um mapa conceitual sobre o tópico "Conjuntos". Nesse mapa conceitual, os estudantes deveriam externalizar o seu conhecimento prévio, aceito ou não no contexto da matéria, sobre a primeira unidade que foi estudada. O professor auxiliou os estudantes na elaboração desse primeiro mapa. Foi fixada como data e horário de envio do mapa conceitual no Moodle às 13 horas do dia que antecederá a próxima aula, deixando assim tempo para que o professor conseguisse fazer uma análise dos conhecimentos prévios, que os estudantes possuem na sua estrutura cognitiva, explicitados nos mapas conceituais e ainda as relações estabelecidas entre os conceitos apresentados nos mapas.

3º Passo – Aula 2: O professor fez a leitura e, junto aos alunos, a análise da Situação-problema 1 (disponível no Apêndice 3), em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno (apontados nos mapas conceituais desenvolvidos na aula anterior), preparando, assim, o terreno para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretendia ensinar.
- Tempo de duração do passo: ½ (meia) hora-aula.

4º Passo - Aulas 3, 4 e 5: Partindo da análise conjunta feita na Aula 1 da Situação-problema 1 e dos conhecimentos prévios dos estudantes verificados pelo professor nos mapas conceituais, foi feita uma revisão sobre a Teoria de Conjuntos, que geralmente está presente nos currículos da disciplina de Matemática no Ensino Médio e/ou Ensino Fundamental.

A partir da análise da Situação-problema 1, a revisão foi efetuada de modo que os conteúdos apresentados fossem introduzidos considerando a contextualização presente nela, e sejam aos poucos sendo diferenciados.

Na Aula 5, depois de findada a apresentação da Teoria de Conjuntos e da resolução conjunta de exercícios sobre o tema, retomou-se a análise da Situação-problema 1, agora tomando o embasamento dos conteúdos aprendidos durante este passo.
- Tempo de duração do passo: 5 horas-aula.

2 O download do software CmapTools pode ser feito pelo link: https://cmaptools.br.uptodown.com/windows

5º Passo: Aula 6: Retomada dos conteúdos estudados até a aula anterior sobre a Teoria de Conjuntos e, em seguida, a apresentação da Situação-problema 2 (presente no Apêndice 3), a qual estarva em nível mais alto de complexidade em relação à outra situação-problema apresentada e aos exercícios resolvidos.
- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

6º Passo: Avaliação somativa individual, a qual foi realizada presencialmente e de forma individual (ver Apêndice 3).
- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

7º Passo: Aula 7: Aula expositiva integradora final.

Nesta aula, o professor entregou a avaliação somativa individual feita pelos alunos na aula anterior e comentou com o grande grupo os resultados gerais obtidos. Também foi feita a correção em grupo das atividades da avaliação e uma exposição dialogada sobre os procedimentos e conteúdos que deveriam ser levados em questão para resolver as questões.

Após essa atividade, o professor solicitou aos estudantes que elaborassem um mapa conceitual final sobre a Teoria de Conjuntos estudada nas aulas anteriores.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS

Através da análise do mapa conceitual inicial, da resolução da avaliação somativa individual, das atividades desenvolvidas em sala de aula e do mapa conceitual final, o professor verificou se havia a presença de evidências de aprendizagem significativa pelos estudantes. Essa análise focou em: captação de significados, compreensão, capacidade de explicar as definições e relações presentes na matéria de estudo, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema.

9º Passo: Avaliação da própria UEPS

A UEPS foi avaliada de forma qualitativa, a partir dos registros do professor, da opinião dos alunos e evidências de aprendizagem significativa presentes tantos nos mapas conceituais como nos exercícios resolvidos em aula e na avaliação somativa individual.

4.4.2 Segunda UEPS – Geometria Analítica

1º *Passo:* Definição dos tópicos específicos que vão ser abordados na UEPS (sobre Geometria Analítica), identificando seus aspectos declarativos (quais conteúdos, conceitos e proposições, o aluno precisa adicionar ou possuir em sua estrutura cognitiva) e procedimentais (como o aluno vai aplicar os conteúdos relembrados ou aprendidos em situações-problema e outras atividades) tais como aceitos no contexto da Matemática, disciplina na qual se inserem esses tópicos.

2º Passo: Aula 1: Na primeira aula desta etapa, o professor solicitou aos alunos o quê eles lembram do conteúdo de Geometria Analítica, o qual geralmente é apresentado em duas partes: uma parte no primeiro ano e outra no terceiro ano do Ensino Médio. Após uma breve discussão sobre as respostas, ele solicitou que cada estudante construísse um mapa conceitual inicial sobre o tema Geometria Analítica. Foi solicitado que os estudantes explicassem, por escrito, as ligações entre os conceitos presentes no mapa conceitual e também o porquê da escolha dos conceitos denotados. Em seguida, o professor apresentou aos alunos a seguinte definição de Geometria Analítica encontrada no site <http://queconceito.com.br/geometria-analitica>, destacando a junção da Álgebra com a Geometria feita por René Descartes (1596 - 1650) através desse ramo da Matemática.

Após a análise e discussão coletiva da definição apresentada, o professor exibiu o vídeo do site Youtube intitulado "Descartes e a Geometria Analítica", disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=5_j3fRa8G9o>. Esse vídeo, que relata uma parte da vida do filósofo, físico e matemático francês Descartes, além da motivação e o contexto que o levou a desenvolver e publicar a Geometria Analítica, será usado como um organizador prévio.

3º Passo: Proposição da leitura da Situação-problema 1 (disponível no Apêndice 4), levando em conta o conhecimento prévio do aluno, de modo a se criar um ambiente propício para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretendia ensinar.

O texto da Situação-problema 2 apresenta a necessidade de orientação cartesiana para localizar os núcleos florestais, bem como indica a necessidade de se obter e analisar as distâncias entre esses núcleos e a fábrica que consome a madeira ali produzida.

Pontos do plano, os quais identificam onde núcleos florestais são apresentados, dando-se as suas localizações cartesianas exatas (longitude e latitude). Também destaca-se a importância de se determinar a localização dos núcleos florestais num raio de 30 quilômetros da fábrica, querendo-se, assim, obter as coordenadas de pontos do plano pertencentes ao interior de uma circunferência de 30 quilômetros de raio.

A Geometria Analítica é usada para encontrar rotas alternativas para se chegar nos núcleos florestais em questão, gerando assim economia no deslocamento e trazendo, com isso, mais lucro para a fábrica, a qual, por sua vez, depende dessas rotas para acessar os locais onde está a matéria-prima utilizada para os seus produtos.

- Tempo de duração do passo: 2 horas-aula.

4º Passo - Aulas 3 e 4: Foi feita uma exposição oral dos conteúdos de Geometria Analítica no Plano supostamente estudados pelos alunos no Ensino Médio, levando sempre em conta o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora. O professor partiu do contexto da Situação-problema 1 e foi diferenciando o conhecimento dos alunos a respeito até chegar no conteúdo a ser estudado e sua aplicação na resolução e na busca da solução da situação.

- Tempo de duração do passo: 8 horas-aula.

5º Passo: Aula 6: Retomada dos conteúdos estudados até a aula anterior sobre a Geometria Analítica e, em seguida, feita a leitura e análise da Situação-problema 2 (presente no Apêndice 4, página 131), a qual estava em nível mais alto de complexidade em relação à outra situação-problema apresentada e aos exercícios resolvidos. Em discussão com os alunos, o professor buscou, conjuntamente, a solução mais adequada para a situação estudada.

Na Situação-problema 2 apresentada, os estudantes usaram seus conhecimentos de Geometria Analítica, auxiliados pela Geometria Plana, para encontrar as soluções para as três solicitações que foram feitas. Na primeira delas, precisaram escolher um sistema de eixos cartesianos que coloque a pilastra central no eixo y e o vão da ponte no eixo x. Assim, teremos que o centro da circunferência será C (0, – 16), pois o raio tem 20 m e a pilastra maior tem 4 m. Para obter o tamanho das pilastras pedidas, precisamos apenas das ordenadas dos pontos A e B, cujas abscissas são respectivamente 4 e 8. Neste exercício, a escolha do sistema de eixos cartesiano adequado é muito importante para facilitar a resolução. Ao encontrarem a equação da circunferência que circunda a ponte poderam encontrar as alturas das outras pilastras de madeira solicitadas.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

6º Passo: Aula 7: Avaliação somativa individual (disponível no Apêndice 4), a qual foi realizada presencialmente e de forma individual.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

7º Passo: Aula 8: Aula expositiva integradora final.

Nesta aula, o professor entregou a avaliação somativa individual feita pelos alunos na aula anterior e comentou com o grande grupo os resultados gerais obtidos. Também foi feita a correção em grupo das atividades da avaliação e uma exposição dialogada sobre os procedimentos e conteúdos que deveriam ser levados em questão para resolver as questões. Uma retomada geral sobre o conteúdo estudado na unidade também foi feita, fazendo uma ligação de cada tópico específico estudado com os demais tópicos da Geometria Analítica.

Após essa atividade, o professor solicitou aos alunos que elaborassem um mapa conceitual final sobre o conteúdo de Geometria Analítica estudado até então.
- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS

Através da análise do mapa conceitual inicial, da resolução da avaliação somativa individual, das atividades desenvolvidas em sala de aula e do mapa conceitual final, o professor verificou a presença de evidências de aprendizagem significativa pelos estudantes.

9º Passo: Avaliação da própria UEPS

A UEPS foi avaliada de forma qualitativa, a partir dos registros do professor, da opinião dos alunos e evidências de aprendizagem significativa presentes tantos nos mapas conceituais como nos exercícios resolvidos em aula e na avaliação somativa individual.

4.4.3 Terceira UEPS – Funções

1º *Passo:* Definição dos tópicos específicos que irão ser abordados na UEPS (sobre Funções Reais de Uma Variável), identificando seus aspectos declarativos (quais conteúdos, conceitos e proposições, o aluno precisa possuir em sua estrutura cognitiva) e procedimentais (como o aluno vai aplicar os conteúdos relembrados ou aprendidos em situações-problema e outras atividades) tais como aceitos no contexto da matéria de Matemática.

2º Passo: Aula 1: Nesta etapa, o professor discutiu com os alunos algumas situações que sejam funções de uma variável e estejam presentes no cotidiano dos estudantes, tais como o preço de uma corrida de táxi em função dos quilômetros percorridos, o valor que se paga, em reais, num supermercado em função da quantidade de um determinado produto comprado, o valor que se paga, em reais, por um plano de internet em função da quantia de dados (medidos em Megabytes) consumidos.

O professor solicitou aos alunos que pensassem e anotassem em uma folha de ofício 3 exemplos de funções que eles observavam estar presente em seu dia a dia. Nesse mesmo exercício, o docente solicitou aos alunos que evidenciem quais são as variáveis presentes na situação e qual variável depende da outra.

Um mapa conceitual inicial foi confeccionado pelos estudantes. Neste mapa conceitual, cada aluno mostrou quais são os conceitos que ele supostamente aprendeu e ainda lembrava sobre o conteúdo.

- Tempo de duração do passo: ½ hora-aula.

3º Passo: A partir da observação dos exemplos que os alunos apresentarão nas folhas como sendo funções, e ciente dos subsunçores presentes nas respostas, o professor trabalhou a Situação-problema 1 (disponível no Apêndice 5). Nesta situação-problema, os estudantes deveriam analisar a função existente no problema, a qual relaciona o número de empregados contratados e a produtividade total da propriedade. O quadro de pontos que foi elaborado, auxiliou os estudantes a verificarem a dependência que a produtividade diária total da propriedade rural depende do número de empregados e pode ser escrita da forma $y = f(x) = 60x$, onde y é a variável que aponta a produtividade e x é a variável que aponta o número de funcionários contratados diariamente para auxiliar no cultivo e preparo das mudas.

Os conhecimentos prévios necessários para a resolução dessa situação-problema são conhecimentos matemáticos relacionados com operações de multiplicação, mas não são necessariamente conhecimentos escolares. A simples associação entre o número de trabalhadores e a sua produtividade já dá possibilidade de solução, por parte do estudante, sem que ele saiba ou lembre do conteúdo de Funções, que supostamente fora aprendido na primeira série do Ensino Médio na Educação Básica.

A utilização do software Winplot fez com que o aluno já observasse as características da Função do 1º Grau presente no problema e visualize suas principais características, sem ter aprendido ainda ou lembre dos principais conceitos desse conteúdo. E isso implica numa aprendizagem significativa do conteúdo, pois a definição da função surge inicialmente da situação-problema e depois o conceito é diferenciado progressivamente quando a definição de Função do 1º Grau for apresentada.

- Tempo de duração do passo: ½ hora-aula.

4º Passo - Aulas 2 e 3: Neste passo, foram relembrados alguns conteúdos sobre Funções Reais de Uma Variável, os quais possivelmente o aluno deva ter estudado na disciplina de Matemática no Ensino Médio. Os tópicos a serem estudados estão detalhados no Apêndice 5.

- Tempo de duração do passo: 6 horas-aula.

5º Passo: Aula 4: Nova Situação-problema, em nível mais alto de complexidade.

Novamente será analisada a situação-problema 1, e os estudantes deveriam escrever uma equação que represente e modele a função estudada. Em seguida, fazer um esboço do seu gráfico no Plano Cartesiano do software Winplot e determinar quem é o seu conjunto Domínio e Imagem.

Em seguida, a Situação-problema 2 foi lida e analisada. A resolução dessa situação difere da resolução da Situação-problema 1 no fato de que agora o aluno supostamente já teria aprendido a definição e algumas características de funções e de suas representações gráficas e algébricas. Assim, teria, provavelmente, condições de aplicar os conteúdos em uma situação que, mesmo parecida com outra já resolvida, pediria, no item f, que ele explicasse com suas próprias palavras, ao analisar o gráfico traçado no software Winplot, as principais características apresentadas pela função. E isso fez ele relacionar os coeficientes presentes na equação da função com sua implicação no gráfico.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

6º Passo: Avaliação somativa individual (disponível no Apêndice 5), a qual foi realizada presencialmente e de forma individual.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

7º Passo: Aula expositiva final integradora final sobre Funções. Após a entrega da Avaliação Somativa individual, foi proposto aos alunos que verificassem a correção feita pelo professor dos exercícios resolvidos. Em seguida, o professor executou a correção conjunta e dialogada com os estudantes de todos os exercícios da avaliação, retomando todos os conteúdos mais importantes estudados até o momento sobre Funções.

No final da aula, um mapa conceitual final sobre o tópico Funções foi desenvolvido por cada estudante e postado no Moodle.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS. A presença de evidências de aprendizagem significativa foi feita através da análise das resoluções das atividades pelos estudantes e suas explicações e interpretações do que fora proposto, dos registros feitos pelo professor.

9º Passo: Avaliação da própria UEPS. O professor analisou as evidências de aprendizagem significativa que os alunos apresentaram nas atividades desenvolvidas, também verificou o quão significativas essas atividades foram para o aprendizado do aluno e para o seu desempenho no desenvolvimento das mesmas.

5 ANÁLISES E RESULTADOS

As análises dos mapas conceituais, das atividades resolvidas em sala de aula, das respostas das avaliações somativas individuais, aplicadas ao final de cada UEPS e as respostas dadas nos questionários respondidos pelos estudantes, bem como as respostas transcritas das entrevistas das docentes que atuam na disciplina de Cálculo no Curso de Engenharia Florestal da UFSM – Campus Frederico Westphalen foram feitas de acordo com o método da Categorização.

Esse método é caracterizado por Bardin (2016, p.147) da seguinte forma:

> A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão das características comuns destes elementos. O critério de categorização pode ser semântico (categorias temáticas: por exemplo, todos os temas que significam a ansiedade ficam agrupados na categoria “ansiedade”, enquanto os que significam a descontração ficam agrupados sob o título conceitual “descontração”), sintático (os verbos, os adjetivos), léxico (classificação das palavras segundo o seu sentido, com emparelhamento dos sinônimos e dos sentidos próximos) e expressivo (por exemplo, categorias que classificam as diversas perturbações da linguagem).

O foco do trabalho se dará na análise das contribuições que a utilização do software Winplot pode vir a proporcionar na resolução de algumas atividades, verificando se o uso do mesmo favoreceu a aprendizagem significativa dos conteúdos de Cálculo.

5.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS A PARTIR DOS INSTRUMENTOS DA PESQUISA

5.1.1 Análise das entrevistas feitas com docentes que atuam na disciplina de Cálculo

As três docentes, as quais aqui serão chamadas de professora A, professora B e professora C, concordaram em participar da pesquisa, e as entrevistas foram feitas nos meses de março e abril de 2018 em seus respectivos gabinetes. A análise das respostas das entrevistas feitas com as três docentes, que atuam na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica no Curso de Engenharia Florestal da UFSM – Campus Frederico Westphalen, foi feita com base em uma categorização inicial.

Durante a entrevista, foram feitos os seguintes questionamentos:

1) Qual a relevância da disciplina de Cálculo para a formação dos engenheiros florestais?

2) Quais são os procedimentos metodológicos mais utilizados na sua sala de aula para auxiliar na aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Cálculo?
3) O que significa para você “aprendizagem significativa” dos conteúdos de Cálculo? Você considera que seus métodos de ensino favorecem uma “aprendizagem significativa” dos alunos do curso de Engenharia Florestal?
4) Os alunos apresentam dificuldades na assimilação e aprendizagem dos conteúdos apresentados nas aulas de Cálculo? Que tipos de dificuldades?
5) O que você tem feito ou planejado fazer para superar estas dificuldades? Isso tem surtido efeito?
6) Você costuma utilizar recursos das tecnologias da informação e comunicação (TIC) no processo de ensino das aulas de Cálculo? Quais e de que forma?
7) Qual a importância que você observa quanto a utilização de softwares computacionais no processo de ensino/aprendizagem dos conteúdos de Cálculo?

As categorias de análise das entrevistas (presentes na primeira coluna do Quadro 2) foram determinadas a priori com base nas possíveis respostas das professoras entrevistadas.

Quadro 2 – Categorização das respostas dos docentes na entrevista

(continua)

Categoria	Resposta obtidas
Importância do Cálculo	“O Cálculo tá presente nas engenharias e em todas as disciplinas formadoras do curso, até nas mais específicas né do curso então.” (Profª. X) “Dentro desse contexto das engenharias, eu acho que, na verdade, a Matemática serve como uma ferramenta para que eles possam desenvolver trabalhos em outras disciplinas.” (Profª. Y) “Eu acho que a disciplina de Cálculo bastante importante dentro do curso, porque ela serve de base para outras disciplinas. Por exemplo, o Cálculo I, a parte de funções vai servir de base lá para Biometria, Dendrometria, onde outros professores vão trabalhar com funções.” (Profª. Z)
Procedimentos metodológicos utilizados	“Eu gosto muito de trabalhar com situações-problema. Com problemas para eles verem a aplicabilidade do conteúdo nas situações-problema.” (Profª. X) “Hoje, eu já procuro trazer mais uso de softwares, a parte mais visual, o significado visual do que eles estão aprendendo. E hoje eu já vejo que é mais importante no Curso de Engenharia não é eu trabalhar fixação, e sim a aplicação.” (Profª. Y) “Somente resolução de exercícios. Exercícios de aplicação direta do conteúdo recém explicado.” (Profª. Z)

Quadro 2 – Categorização das respostas dos docentes na entrevista

(continuação)

Categoria	Resposta obtidas
Método de ensino e a aprendizagem	"Aprendizagem significativa é quando o aluno aprende e consegue aplicar aquele conteúdo nas mais diversas situações-problema. Uma parte consegue, mas outra parte não. Porque existe um índice alto de reprovação, mas eu acredito que muitos assim não fazem atividades relacionadas à disciplina e, por isso, não levam muito a sério, e assim não ocorre essa aprendizagem." (Profª. X) "Assim de tu perceber que eles tiveram realmente uma aprendizagem quando eles conseguem usar no próximo passo que a gente está trabalhando, no próximo conteúdo. Tento favorecer isso, e tento também buscar com que eles vejam que aquilo ali a gente já viu e que aquilo já falou e agora está usando, então agora a gente está dando um passo adiante em cima do que já foi trabalhado. Eu acho que é significativo quando eles demonstram para mim que eles aprenderam aquilo que já passou e que tão conseguindo dar um passo adiante em cima do que já sabem." (Profª. Y) "Eu acho que há aprendizagem quando o aluno pega o conteúdo e consegue enxergar nele uma aplicabilidade. Eu acho que isso é uma aprendizagem significativa. Enxerga, vê, aprende o conteúdo e consegue aplicar, consegue enxergar onde ele está usando o conteúdo no seu dia a dia. Agora, se eu promovo uma aprendizagem significativa? Eu acho que não. Acho que eu precisava, de repente, instigar eles a pensarem um pouco, a contextualizar mais." (Profª. Z)
Dificuldades na assimilação e aprendizagem dos conteúdos pelos alunos	"Sim, eles apresentam bastante dificuldades, mas muito coisa relacionada aos conteúdos do Ensino Médio e Ensino Fundamental. As definições de Cálculo eles conseguem entender, mas não conseguem trazer os conceitos que eles já aprenderam no Ensino Fundamental e Ensino Médio e ligar com o Cálculo." (Profª. X) "Então, às vezes eu digo assim: qual é a regra da derivada do produto? Ah, copia a primeira, derivo a segunda, copia a segunda, derivo a primeira. Isso eles sabem perfeitamente. Agora, olhar para uma função: xis quadrado vezes logaritmo de x, sei lá, uma coisa assim. Eles não enxergam aquilo como um produto, então não adianta eles saberem a regra, se eles não sabem como e quando usar a regra. Então é o maior problema, o maior desafio das disciplinas de Cálculo é o conhecimento da Matemática Básica, a Matemática do sétimo ano, do oitavo ano, do primeiro ano. Eles tem muita dificuldade por falta de conhecimento da Matemática que vem lá do Ensino Fundamental, do Ensino Médio." (Profª. Y) "Eu sinto que eles tem muita dificuldade quando eles estão desenvolvendo quando eles chegam numa Matemática Básica. Por exemplo, "eu tenho uma soma de frações, e agora o que eu faço?" O conteúdo em si quando ele está sendo ministrado os alunos não tem dificuldade, mas quando eles vão fazer e desenvolver o exercício eles param na metade do desenvolvimento porque eles não sabem, eles param exatamente na Matemática Básica." (Profª. Z)

Quadro 2 – Categorização das respostas dos docentes na entrevista

(continuação)

Categoria	Resposta obtidas
Superação de dificuldades na aprendizagem	“Eu tento dar uma retomada nas aulas e também temos um projeto que é de nivelamento que a gente oferece durante o semestre para os alunos participarem. Para fazer essa retomada dos conceitos básicos, mas a maioria não vem, poucos que vem.” (Profª. X) “Assim, eu já indiquei livros que eles procurassem, que eles procurassem assistir vídeos da internet, coisas assim que hoje essa geração gosta mais de fazer, por exemplo, assistir um vídeo do que procurar um livro do ensino básico, lá do ensino médio, do ensino fundamental. E aí o que é que eu faço, eu paro a minha aula e vou lá. Por que vocês não chegaram nessa resposta? Porque vocês não fizeram esse passinho aqui, olha.” (Profª. Y) “No primeiro dia de aula, eu passo Matemática Básica: frações, ordem nas operações, expressões numéricas. Mas me parece que isso não surte efeito. Eu acho que eles estão tendo que aprender o conteúdo que eles não aprenderam antes. E sem essa Matemática Básica eles não conseguem aprender o conteúdo. Quando, na minha graduação, eu tive uma aprendizagem mecânica. Grande parte dos alunos tem uma aprendizagem mecânica. Se eles tivessem uma aprendizagem significativa, não seria 50% da turma reprovada. Porque o exercício está ali, a gente faz, eu passo a lista de exercícios, eles estudam pela lista, resolvem os exercícios. Daí se tu dá a prova e não for exatamente aqueles exercícios da lista, eles não conseguem desenvolver, infelizmente é assim.” (Profª. Z)
Utilização das TIC’s em sala de aula	“Eu uso bastante a calculadora científica com eles para trabalhar. Não uso softwares na turma de engenharia florestal. Com carga horária menor, como eles têm o conteúdo extenso, eles vem com bastante dificuldade e aí não consigo fazer tudo na disciplina.” (Profª. X) “Olha, eu procuro usar muito o software Geogebra. Porque assim, o software além da parte de álgebra ele também tem a parte geométrica. Então todas as figuras que eu procuro fazer com que eles façam, utilizando o software. Mas o que eu uso basicamente é o Geogebra, porque a gente depende e temos aqui no Campus uma licença de uso e compramos a licença do uso do Maple, mas ele fica instalado num único laboratório que nós temos aqui e é concorrido com todos os cursos e a gente não consegue às vezes utilizar o laboratório naquele período que você tem a tua aula de Cálculo. Então, eu acabo usando o Geogebra que é livre e que eles podem baixar no celular deles, que todo mundo tem, no notebook que todo mundo tem.” (Profª. Y) “Não uso nada. Meus professores de Cálculo também não usavam e isso fez falta, hein. Isso fez muita falta. Por exemplo em Álgebra Linear, a gente pode usar o software SAS (Statistical Analysis Software), que faz operações com Matrizes. Eu, na graduação, nunca foi me passado isso. Eu aprendi isso na pós-graduação.” (Profª. Z)

Quadro 2 – Categorização das respostas dos docentes na entrevista

(conclusão)

Categoria	Resposta obtidas
Importância das TIC's no ensino	"Eu fiquei pensando que eu uso software é para eles, por exemplo, para eles fazerem um gráfico, entenderem o gráfico, entender por exemplo o cálculo duma área através do gráfico, mas eu não uso assim para a partir do software ensinar a teoria. Eu parto geralmente na sala de aula ou duma situação-problema para chegar num conceito, numa aplicação." (Profª. X) "Eu acho que favorece a visualização. No software tu consegue essa visualização rápida e de todos as faces, tu consegue girar, trocar de cor. Às vezes fazer duas figuras juntas, por exemplo assim, eu preciso dum cilindro que tem uma intersecção num cone. E daí aquilo é muito imediato, é muito mais rápido, é muito mais dinâmico né. É mais fácil tu trabalhar porque visualiza, propicia a visualização mais fácil, mais rápido e mais bonita também né. E é um software gratuito, e pequeno, tu pode por no celular." (Profª. Y) "Eu acho que seria importante. Na minha graduação eu não tive experiência. Não usava nada de software, nós fazíamos em Estatística ou em Experimentação, todos aqueles cálculos à mão. Que loucura que era. Uma vez eu me lembro que um professor deu um polinômio de terceiro de grau para a gente fazer regressão. Não tinha como fazer. Polinômio de terceiro grau? O uso de software facilita bastante. A análise mais completa e melhor do gráfico te corta muito caminho. Tu vai ter que utilizar um software para ganhar tempo e a facilidade que ele traz." (Profª. Z)

Fonte: Dados da pesquisa

Percebe-se que as três docentes procuram contextualizar os conteúdos ensinados em sala de aula, de modo a fazer com que o estudante consiga aprender da maneira mais significativa possível. Porém, somente a contextualização não favorece a aprendizagem significativa dos estudantes, muitos dos quais não possuem conhecimentos prévios necessários para esse tipo de aprendizado. Para contornar esta situação, as docentes, geralmente, precisam retomar os conteúdos da Matemática Básica, seja através de projeto extraclasse, seja através de revisões e retomadas durante o período das aulas ou ainda pedindo para que os alunos utilizem a internet para assistir vídeos complementares sobre o conteúdo estudado.

Duas professoras, X e Y, mencionaram fazer utilização das tecnologias da informação e comunicação em sala de aula, para tentar facilitar a análise do gráfico das funções. E destacam que o aprendizado dos estudantes sempre é favorecido quando se faz o uso de um software no estudo de tópicos da disciplina de Cálculo. Cabe destacar que a professora Z ocupa o cargo de professora substituta, e por isso não tem formação na área de Ensino de Matemática.

5.1.2 Análise das respostas do Questionário 1 aplicado nos alunos

Concordaram em participar da pesquisa 32 estudantes, e como o Questionário 1 (disponível no Apêndice 1) foi aplicado no mesmo dia em que eles leram e assinaram o Termo de Livre Consentimento e Esclarecido, o número de respondentes também foi de 32.

O Questionário 1 levou ao todo meia hora para ser preenchido por todos os participantes e nele haviam 9 perguntas:

1) Você gostava/gostou de estudar os conteúdos da disciplina de Matemática durante o Ensino Fundamental e Ensino Médio? Você tinha facilidade em assimilar os conteúdos apresentados?

2) Você acredita que a forma como foram trabalhados e apresentados os conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental e Médio favoreceu o seu aprendizado? De que maneira favoreceu (ou não favoreceu)?

3) Em alguma série do Ensino Fundamental ou Ensino Médio você foi reprovado em Matemática? Se sim, em qual série? Se preferir, aponte o(s) motivo(s) da reprovação.

4) Marque, dos conteúdos listadas abaixo, aqueles que você estudou no Ensino Médio:

( ) Conjuntos ( ) Geometria Analítica ( ) Funções

5) Você pode dizer que teve uma boa aprendizagem significativa (entendeu os conteúdos e sabe aplicá-los em qualquer situação-problema ou exercício) nos conteúdos que selecionou anteriormente? Aponte os motivos de ter aprendido bem ou de não ter aprendido bem.

6) Esta é a primeira vez que você cursa a disciplina de Cálculo I? Se não é a primeira vez, quantas vezes você já cursou Cálculo I anteriormente?

7) Na sua opinião, o que precisa ser feito nas aulas de Cálculo I para que você tenha uma aprendizagem verdadeira? Aponte as condições necessárias que possibilitaria o seu aprendizado em Matemática.

8) Você chegou a usar algum software computacional no aprendizado dos conteúdos das aulas de Matemática do Ensino Fundamental ou Médio? Se sim, diga qual foi o software usado e em que conteúdo?

9) Você acredita que as ferramentas da tecnologia da informação (computadores, notebooks, celulares, softwares e aplicativos) podem ajudar no seu aprendizado dos conteúdos de Matemática na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica? Se sim, de que forma as ferramentas/aplicativos da TI poderiam auxiliar no seu aprendizado?

O Quadro 3 apresenta as respostas que foram dadas pelos estudantes às questões apresentadas no Questionário 1 (se encontra disponível no Apêndice 1) no primeiro dia de aplicação da pesquisa em sala de aula, sendo que as categorias foram criadas à priori pelo autor desta pesquisa.

Quadro 3 – Categorização das respostas dos estudantes dadas no Questionário 1

(continua)

Categoria	Nº de respostas contabilizadas na categoria	Exemplos de respostas dos estudantes
Pré-disposição em aprender Matemática	- Possui: 19 estudantes - Não possui: 13 estudantes	"Sempre achei os conteúdos de Matemática massantes, muita coisa para "decorar". Odeio decorar as fórmulas. Então a assimilação sempre foi ruim". (Aluno A') "Sempre tive afinidade com outras disciplinas e a maioria dos meus professores de Matemática não apresentavam a disciplina de forma interessante e integrada aos conhecimentos gerais". (Aluno B') "Não gostava por não ter facilidade para entender e aplicar os conteúdos ensinados". (Aluno C') "Sempre fui muito distraída e tinha muita dificuldade durante o Ensino Médio. Não entender a matéria me irritava e eu desistia de tentar". (Aluno D') "Apresentava facilidade em assimilar pela forma como o conteúdo era exposto aos alunos". (Aluno E') "Por ter um professor de qualidade, que nos fazia assimilar o conteúdo com o dia a dia, tive facilidade". (Aluno G') "Gostava de estudar Matemática, tinha facilidade em assimilar os conteúdos, pois além de interesse tive bons professores". (Aluno H')

Quadro 3 – Categorização das respostas dos estudantes dadas no Questionário 1
(continuação)

Categoria	Nº de respostas contabilizadas na categoria	Exemplos de respostas dos estudantes
Favorecimento do aprendizado pela metologia usada em sala de aula	- Favoreceu o meu aprendizado: 14 estudantes - Não favoreceu o meu aprendizado: 9 estudantes	“No Ensino Médio, foi uma disciplina que eu era muito cobrado pelo professor, e isto favoreceu para o aprendizado. Mas a dificuldade era presente, pelo fato de não ter uma base”. (Aluno F’) “Minha professora apresentava o conteúdo de diferentes maneiras, então ajudava sim. No entanto, não víamos o conteúdo por completo, sempre tínhamos que buscar além se quiséssemos aprofundar o assunto”. (Aluno M’) “Acredito que favoreceu pelo fato dos professores estarem sempre disponíveis para explicar novamente o conteúdo ou tirar as dúvidas”. (Aluno K’) “Favoreceu, pois as aulas eram realizadas em conjunto onde professor e aluno interagiam durante a realização de exercícios”. (Aluno L’) “Minha professora do Ensino Médio sempre me provocava para chegar até o resultado, não dava a resposta pronta”. (Aluno J’) “As Maneiras que se costumam ensinar Matemática é de uma forma mecanizada, isso dificulta muito no processo de entendimento do aluno que possuem dificuldades em entender a matéria”. (Aluno N’) “Não favoreceu, pois o ensino público no RS é péssimo em sala de aula, devido a grande quantidade de estudantes que não possuíam interesse, desfocando as aulas”. (Aluno E’) “Durante o Ensino Médio houveram muitas trocas de professores e isso influenciou muito no aprendizado, pois não tinha muito tempo de adaptação a cada forma de ensinar”. (Aluno D’) “As formas de desenvolver e apresentar os conteúdos nos ensinos são sempre as mesmas”. (Aluno O’) “Não favoreceu, visto que estes nunca saiam da parte teórica. Outro problema, ademais estava no fato de os conteúdos não serem revisados, o que é necessário, visto que são muitos”. (Aluno F’)

Quadro 3 – Categorização das respostas dos estudantes dadas no Questionário 1

(continuação)

Categoria	Nº de respostas contabilizadas na categoria	Exemplos de respostas dos estudantes
Reprovação em Matemática	- Já foi reprovado: 06 estudantes - Nunca reprovou: 26 estudantes	"Eu não gostava da disciplina, tentava aprender um pouco mas logo desistia. Achava que não gostava de exatas, mas tirei "A" em Física porque tinha aula prática e isso deixou a matéria mais legal". (Aluno F') "As aulas que eu tive foram um resumo do conteúdo e as dificuldades que tenho hoje acredito que são as lacunas dos conteúdos que não aprendi". (Aluno C')
Conteúdos estudados no Ensino Médio	- Conjuntos: 28 estudantes - Geometria Analítica: 13 estudantes - Funções: 29 estudantes	Não houve respostas discursivas dos estudantes nesta pergunta, os estudantes apenas assinalaram as opções de conteúdos que lembravam de ter estudado no Ensino Médio, dentre as três que estavam disponíveis.
Percepção de boa aprendizagem dos conteúdos da Categoria anterior	- Acredita ter tido uma boa aprendizagem: 13 estudantes - Não teve uma boa aprendizagem dos conteúdos no Ensino Médio: 19 estudantes	"Estudava apenas para passar nas provas e não possuía um certo prazer em aprender esse tipo de conteúdo". (Aluno M') "Talvez por não ter me esforçado mais no decorrer do aprendizado". (Aluno B') "Não lembro quase nada. Quando se decora um conteúdo ele não permanece, não vira conhecimento. Acho que eu estudava para as provas e não para a vida". (Aluno A') "Eu participei de algumas monitorias e nas aulas prestava muita atenção por conta da dificuldade". (Aluno O') "Apesar de não lembrar de algumas coisas, acredito que tenho plena capacidade de desenvolver e solucionar os problemas apresentados". (Aluno I')
Cursar a disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica	- Primeira vez que cursa: 25 estudantes - Já reprovou e, por isso, está repetindo: 07 estudantes	Não houve respostas discursivas dos estudantes nesta pergunta, os estudantes apenas assinalaram "Sim" ou "Não".

Quadro 3 – Categorização das respostas dos estudantes dadas no Questionário 1

(conclusão)

Categoria	Nº de respostas contabilizadas na categoria	Exemplos de respostas dos estudantes
Condições necessárias para um aprendizado significativo	32 estudantes respondentes	“Apresentação clara e objetiva dos conteúdos. Muitas atividades e problemas para serem resolvidos”. (Aluno H’) “É necessário, primeiramente, a revisão contínua dos conteúdos abordados, para que estes não sejam esquecidos. Seria conveniente, ademais, a aplicação dos conteúdos da disciplina na área da Engenharia Florestal, algo que a tornaria mais interessante e prática”. (Aluno D’) “Aulas interativas, com exemplos práticos, uma boa explicação do professor também é importante. Mas o mais importante é o interesse do aluno”. (Aluno L’) “Aulas claras, linguagem da realidade do aluno, exemplos práticos, didática”. (Aluno K’) “Aulas práticas e teóricas. A explicação viria toda nas aulas teóricas, o professor explicaria e daria dicas. Nas aulas práticas, exercícios aplicados para “fixar” o conhecimento adquirido”. (Aluno N’)
Uso de software na disciplina de Matemática no Ensino Médio	- Já usou: 0 estudantes - Nunca usou: 32 estudantes	Não houve respostas discursivas dos estudantes nesta pergunta, os estudantes apenas assinalaram “Sim” ou “Não”.
Percepção sobre o uso das TIC’s no auxílio do aprendizado de Matemática	32 estudantes responderam que acreditam que as TIC’s podem ajudar no seu aprendizado dos conteúdos de Matemática na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica	“Hoje em dia a tecnologia está incluída em quase tudo no dia a dia”. (Aluno B’) “Algo parecido com o site *Khan academy* pois explica de forma objetiva e explora o assunto de várias formas diferentes por meio de questões que nos ajuda a compreender e fixar o conteúdo”. (Aluno L’) “Possibilita um maior acesso a materiais de apoio e facilidade de sanar dúvidas mais rapidamente”. (Aluno O’)

Fonte: Dados da pesquisa

Na primeira categoria, a inserção da resposta de cada aluno numa determinada categoria se deu unicamente pela análise da resposta do estudante. Mas é bom salientar que somente através da opinião do aluno não conseguimos verificar se ele tem ou não tem uma pré-disposição para aprender significativamente um determinado conteúdo. Ainda é necessário que se verifique se o mesmo possui um ou alguns subsunçores relevantes em sua estrutura cognitiva, que sejam capazes de servir de ancoradouro para o aprendizado significativo.

Na categoria sobre conteúdos estudados durante o Ensino Médio (EM), 10 estudantes não selecionaram o conteúdo de Geometria Analítica, e mesmo sendo questionados pelo professor a respeito dos tópicos estudados neste assunto, falaram que não lembravam ou que realmente não tinham visto o conteúdo durante a terceira série do EM.

O total de seis estudantes relataram, na resposta da pergunta que está inserida na categoria sobre percepção dos estudantes sobre o fato de ter ou não uma boa aprendizagem dos conteúdos, que o fato de estarem a muito tempo sem estudar, por estarem trabalhando ou terem abandonado os estudos depois da conclusão do Ensino Médio, é um fator que causa um forte esquecimento dos conteúdos, mesmo daqueles que eles lembram de terem aprendido de maneira significativa.

Na categoria sobre cursar a quantidade de vezes que o estudante já cursou a disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica, 25 estudantes apontaram ser a primeira vez que cursavam o componente curricular, e isso se deve pelo fato de que esses 25 eram todos ingressantes no curso de Engenharia Florestal naquele semestre. Já, dos sete estudantes que já tinham feito a disciplina em alguma vez em curso de graduação, três deles haviam trocado de curso (um obteve transferência de outro curso da UFSM e os outros dois de cursos de graduação de outras Instituições de ensino superior). Apenas quatro alunos estavam repetindo a disciplina pelo motivo de já terem sido reprovados nela. Um desses quatro estudantes já tinha repetido a disciplina outras duas vezes, uma vez pelo fato de ter abandonado logo no segundo mês de aula, e outra vez tendo reprovado.

Todos os alunos participantes da pesquisa apontaram que não utilizaram software algum no processo de aprendizagem dos conteúdos de Matemática durante o Ensino Médio.

5.1.3 Análises dos resultados contidos nas UEPS:

A análise dos mapas conceituais elaborados pelos estudantes será feita com base nas categorias e nos critérios, descritos nos Quadros 4 e 5, presentes na dissertação de mestrado de Calheiro (2014, p.99), a qual, ancorando-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980), procurou subsídio nos trabalhos de Novak e Gowin (1998), Costamagna (2001), Moreira (2005), Trindade (2011) e Trindade e Hartwig (2012).

Quadro 4 – Critérios de categorização dos Mapas Conceituais.

Categorias/ Critérios	**Proposições/ ligações erradas**	**Proposições/ ligações válidas**	**Conceitos Errôneos**	**Relações hierárquicas**	**Conceitos cruzados válidos e significativos**
Categoria A	Sim	Não	Sim	Em parte	Não
Categoria B	Não	Em parte	Em parte	Em parte	Sim
Categoria C	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Categorias/ Critérios	**Conceitos cruzados e não significativos**	**Integração entre os conceitos abordados na UEPS**	**Diferenciação progressiva**	**Reconciliação integrativa**	**Exemplos válidos**
Categoria A	Sim	Não	Não	Não	Não
Categoria B	Em parte	Em parte	Sim	Não	Em parte
Categoria C	Não	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Calheiro (2014, p.101)

Sendo que cada categoria é caracterizada assim:

- Categoria A: mapa que não apresenta relações válidas entre os conceitos ou que não apresentam subsunçores relevantes (MC inicial) ou ainda que não demonstrem uma aprendizagem significativa pelo estudante (MC final).
- Categoria B: mapa com poucos subsunçores relevantes (MC inicial) ou que apresenta poucos indícios de aprendizagem significativa (MC final).
- Categoria C: mapa com subsunçores relevantes (MC inicial) ou que apresenta indícios satisfatórios de aprendizagem significativa (MC final).

Quadro 5 – Principais elementos usados para avaliar a aprendizagem dos alunos nos MC

(continua)

Elementos/critérios	**Descrição dos conceitos**	**Divisão dos conceitos**
Proposições	Estão relacionados com o significado entre dois conceitos, sendo indicada pela linha que une e pela(s) palavra(s) de ligação	1. Proposições/ligações erradas (conceitos errôneos) 2. Proposições/ligações válidas

Quadro 5 – Principais elementos usados para avaliar a aprendizagem dos alunos nos MC (conclusão)

Elementos/critérios	Descrição dos conceitos	Divisão dos conceitos
Hierarquia	Verifica se um dos conceitos subordinados é mais específico e menos geral que o conceito escrito anteriormente	1. Válida 2. Não válida
Ligações Cruzadas	As ligações significativas e válidas entre um segmento da hierarquia conceitual e outro segmento. As ligações podem ser criativas	1. Conceitos cruzados válidos e significativos 2. Conceitos cruzados e não significativos
Diferenciação Progressiva	As ideias mais gerais e inclusivas progressivamente diferenciadas. Um conceito geral deve se relacionar com conceitos menos gerais	1. Válida 2. Não válida
Reconciliação Integrativa	Recombinação de conceitos já existentes que se organizam e formam outros conceitos	1. Válida 2. Não válida
Exemplos	Exemplos apropriados	1. Válido 2. Não válido
Integração entre os conceitos abordados na UEPS	Integração entre os conceitos apresentados	1. Válida 2. Não válida

Fonte: Calheiro (2014, p.100)

As atividades desenvolvidas com o auxílio do software Winplot serão analisadas de maneira a apontarem de que forma o software ajudou no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. As imagens geradas no software e as respostas dadas nas atividades, tanto daqueles que possuem subsunçores relevantes na sua estrutura cognitiva que podem propiciar uma aprendizagem significativa quanto daqueles alunos que apresentam poucos ou não apresentam subsunçores de modo a terem uma aprendizagem significativa.

As respostas das atividades em que o software não foi utilizado serão comparadas às respostas das atividades em que o software foi usado, de modo a verificar a relação entre o uso do Winplot e o aprendizado significativo dos estudantes.

Para analisar o desempenho dos estudantes na Avaliação Somativa Individual aplicada, foram criadas categorias da seguinte forma:

- Categoria D: quando a resolução do exercício 1 não apresenta definições e exemplos corretos e, por isso, a aplicação dessas definições foi incorreta no exercício 2.

- Categoria E: quando a resolução do exercício 1 apresenta definições e exemplos parcialmente corretos e, por isso, a resolução do exercício 2 foi parcialmente correta.
- Categoria F: quando a resolução do exercício 1 apresenta definições e exemplos corretos e, por isso, a resolução do exercício 2 está correta.

5.2 RESULTADOS OBTIDOS NA UEPS 1

O Quadro 6 apresenta os números de mapas conceituais que foram classificados em cada categoria do Quadro 2. Os MCs foram analisados segundo os critérios do Quadro 2, e alguns exemplos serão apresentados a seguir.

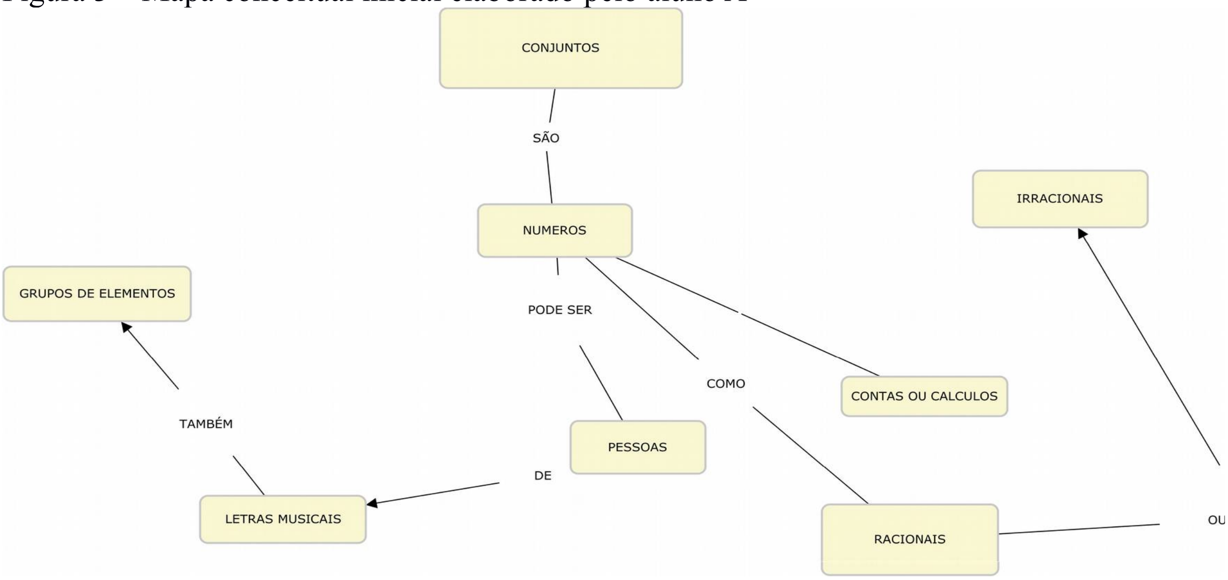
Quadro 6 – Número de MCs elaborados e catalogados por categoria de análise

Categoria	MC inicial	MC final
A	18 (56%)	06 (19%)
B	06 (19%)	05 (16%)
C	08 (25%)	21 (65%)

Fonte: Elaborado pelo autor

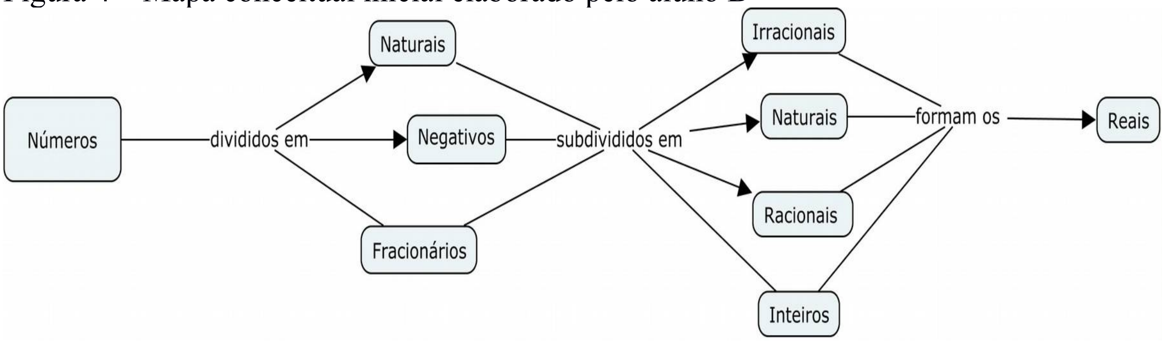
Como exemplo de mapas conceituais iniciais da Categoria A, podemos considerar aqueles presentes nas Figuras 3, 4, 5, 6 e 7.

Figura 3 – Mapa conceitual inicial elaborado pelo aluno A’



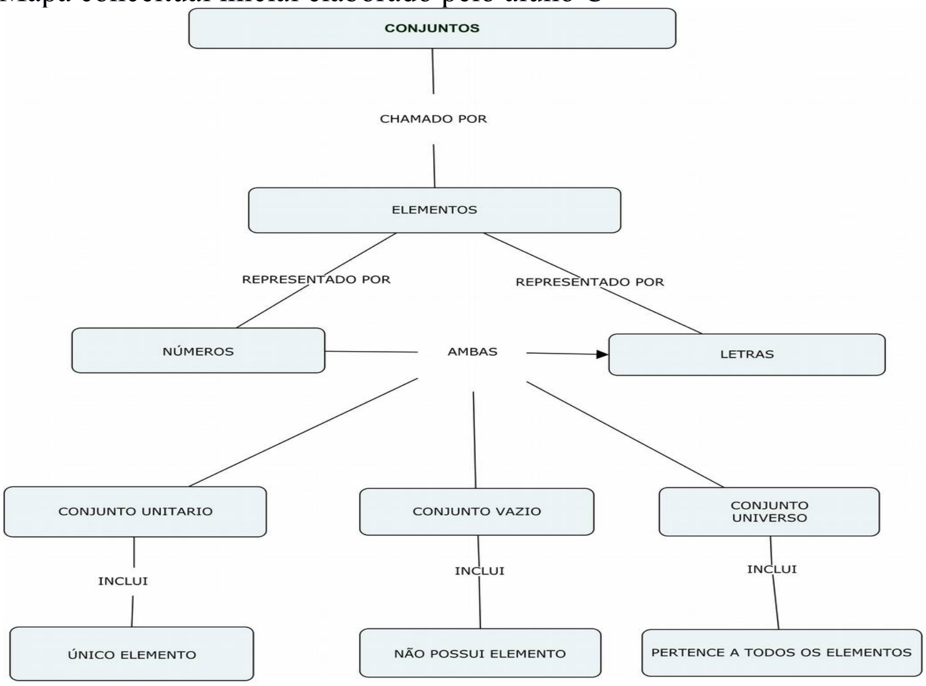
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 4 – Mapa conceitual inicial elaborado pelo aluno B’



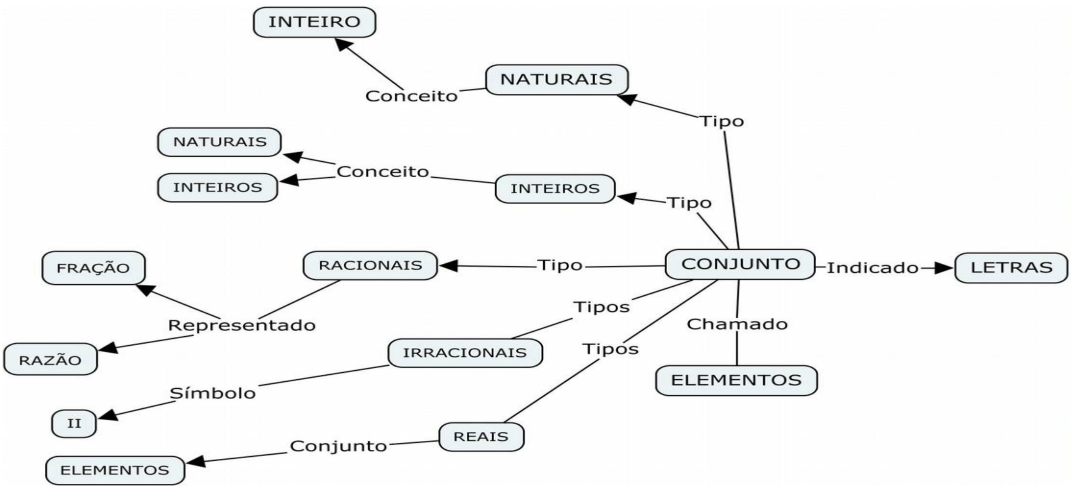
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5 – Mapa conceitual inicial elaborado pelo aluno C’



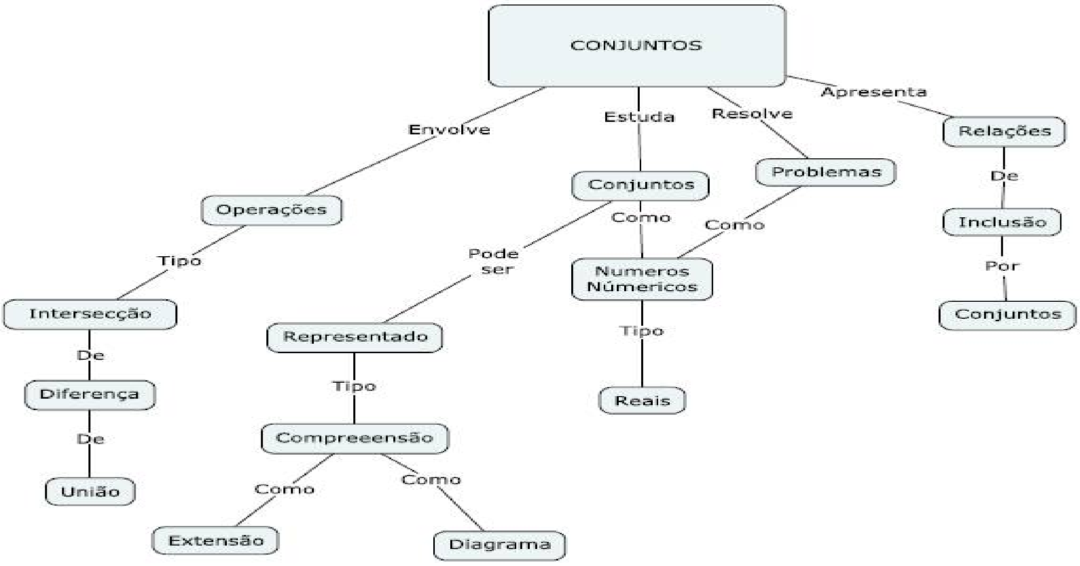
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 6 – Mapa conceitual inicial elaborado pelo aluno D’



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 7 – Mapa conceitual inicial elaborado pelo aluno E'

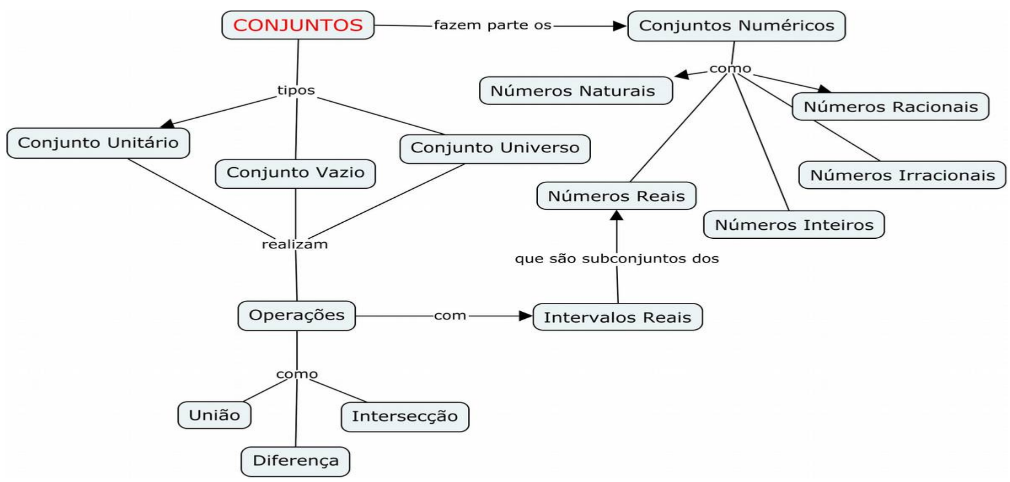


Fonte: Dados da pesquisa

Os mapas presentes nesses exemplos apresentam muitos conceitos que não se concatenam com os demais, não se consegue estabelecer proposições e relações válidas entre muitos conceitos apresentados, possuem definições e exemplos errados. Por se tratar do mapa conceitual inicial, não se pode verificar através deles a presença de subsunçores adequados na estrutura cognitiva desses estudantes.

A Figura 8 apresenta um mapa conceitual inicial que é exemplo da Categoria B. Nele, o acadêmico apresenta pouco e subsunçores não relevantes, que seriam adequados para uma aprendizagem significativa, com muitos conceitos repetidos, poucas ligações cruzadas, falta de conhecimentos prévios adequados.

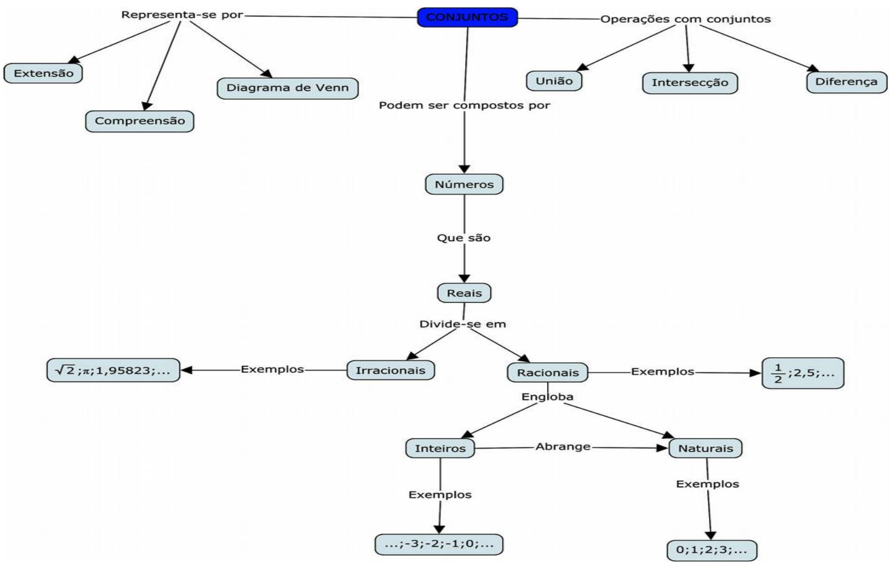
Figura 8 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno F'



Fonte: Dados da pesquisa

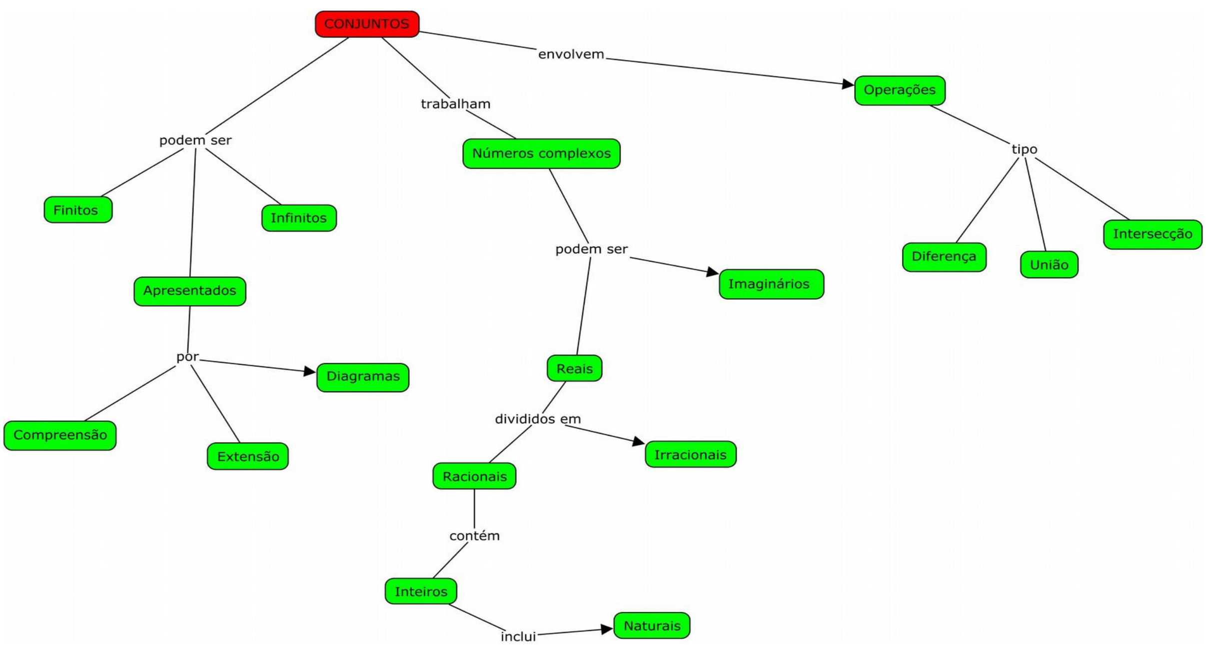
Nas Figuras 9 e 10 estão apresentados alguns mapas conceituais finais que foram selecionados dentre aqueles confeccionados pelos alunos. Observam-se nestes MCs a presença de conceitos, palavras de ligação e proposições que caracterizam corretamente o conteúdo de conjuntos. Todas as relações e conceitos apresentados são cientificamente aceitos. Os exemplos apresentados no Mapa da Figura 9 ajudam a caracterizar e a relembrar cada um dos conjuntos numéricos estudados. A Figura 10 mostra um mapa conceitual no qual o estudante acrescentou o Conjuntos dos Números Complexos, conteúdo esse que não foi estudado durante a aplicação da UEPS.

Figura 9 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno G'



Fonte: Dados da pesquisa

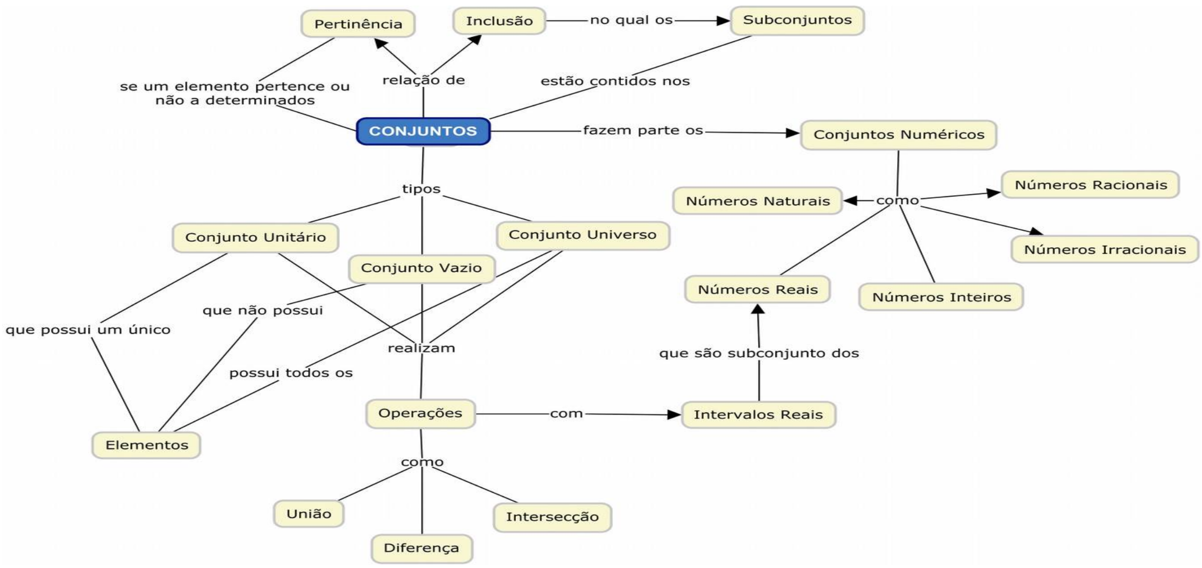
Figura 10 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno H'



Fonte: Dados da pesquisa

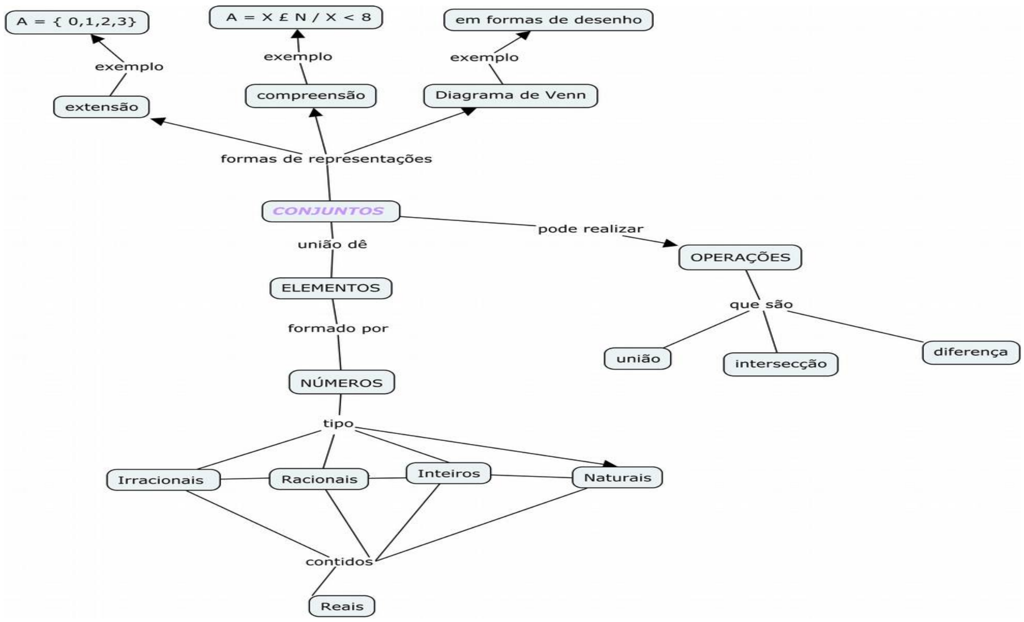
Nas Figuras 11, 12 e 13, os mapas conceituais finais, que foram classificados na categoria C também apresentaram evidências de aprendizagem significativa: ligações cruzadas válidas, relações de hierarquia estruturadas entre os conceitos, bem como exemplos válidos e proposições cientificamente aceitas na matéria de estudo.

Figura 11 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno I'



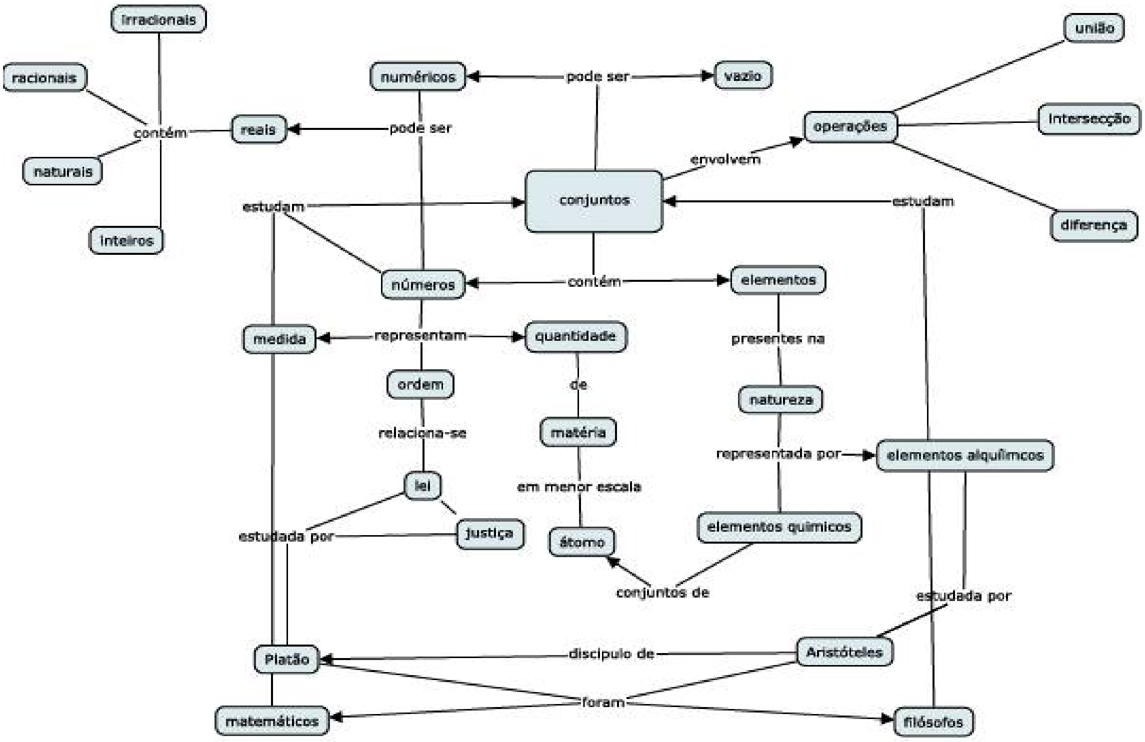
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 12 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno J'



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 13 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno L’



Fonte: Dados da pesquisa

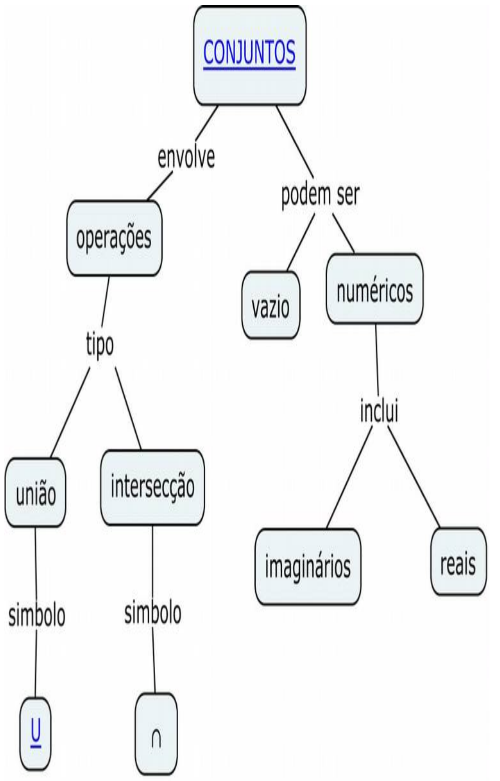
Através da análise dos mapas conceituais finais, podemos observar que grande parte dos alunos demonstraram evidências de aprendizagem significativa do conteúdo de Conjuntos desenvolvido através das atividades da UEPS. Um pequeno grupo (de 06 alunos) apresentou poucos indícios de aprendizagem significativa, uma vez que seus MCs apresentavam conceitos incorretos (conceitos que não foram trabalhados em momento algum em sala de aula e não estão relacionados com o conteúdo de conjuntos) ou relações equivocadas entre os conceitos mencionados.

No Quadro 7, podemos observar três exemplos de estudantes que demonstraram evolução conceitual sobre o conteúdo de Conjuntos, analisando-se o respectivo MC inicial e o MC final de cada um.

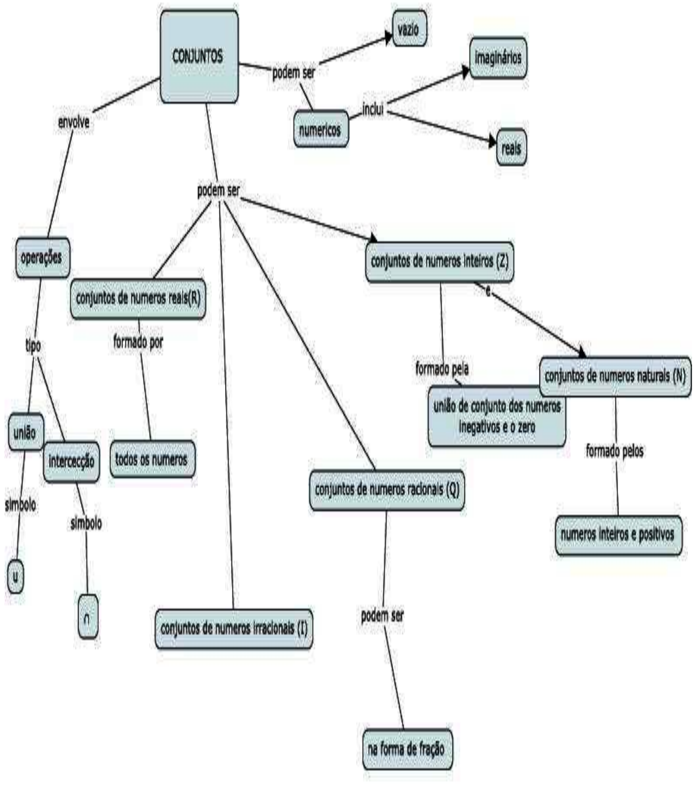
Quadro 7 – Comparação de alguns MC iniciais e finais de alunos

(continua)

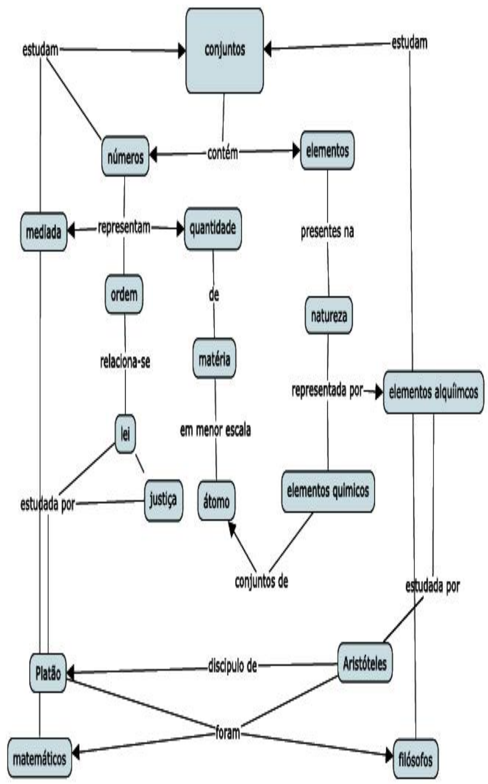
<table>
<tr><th>Mapa Conceitual Inicial</th><th>Mapa Conceitual Final</th></tr>
<tr><td>



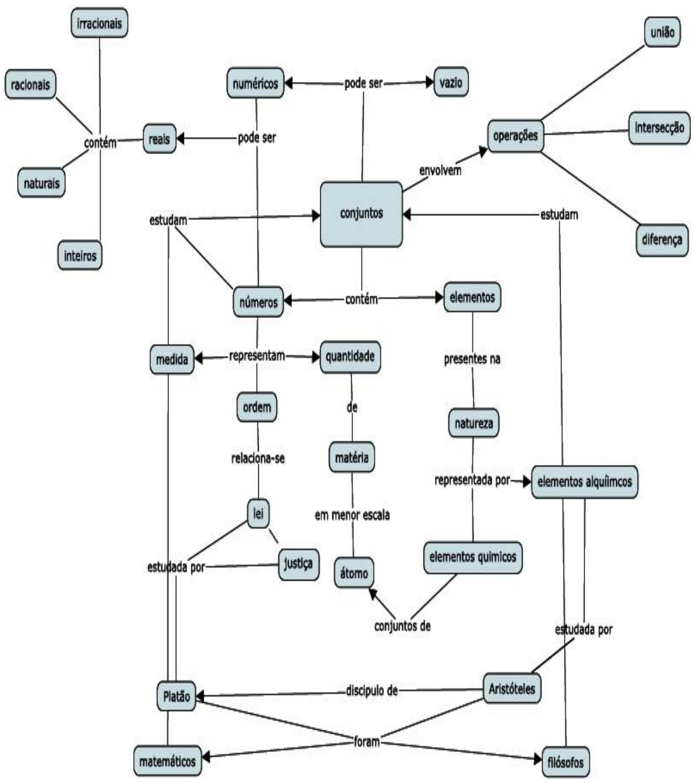
</td><td>



</td></tr>
<tr><td>



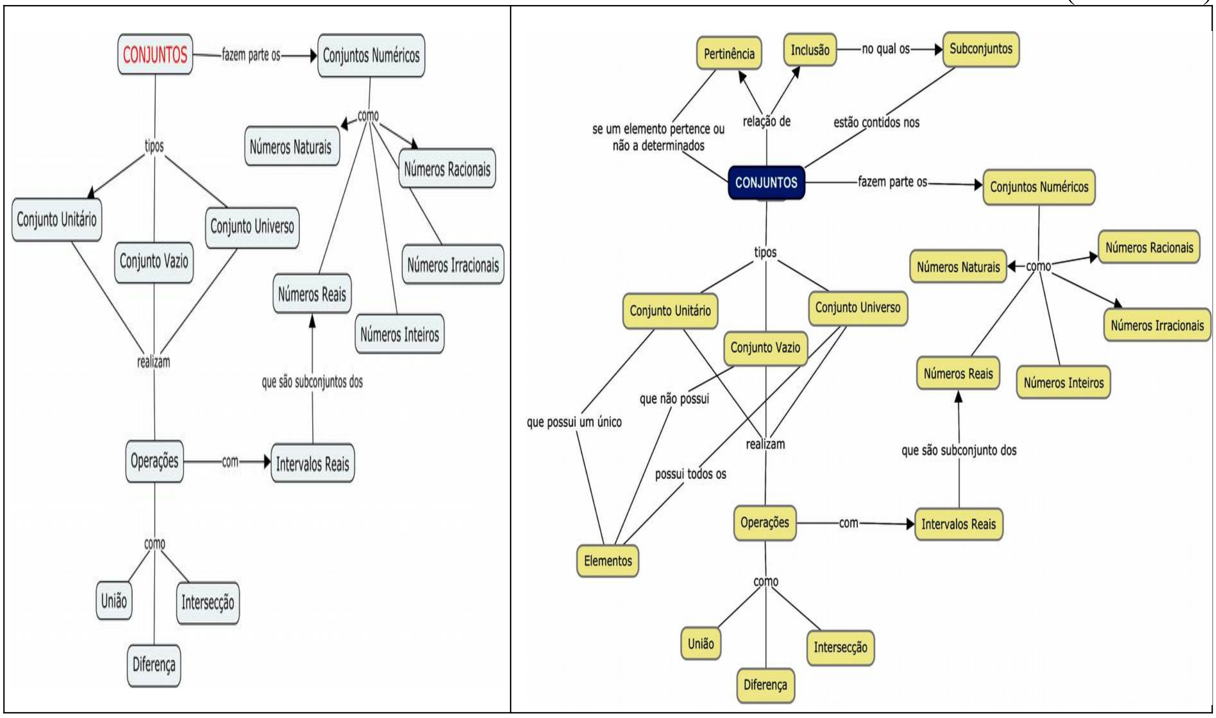
</td><td>



</td></tr>
</table>

Quadro 7 – Comparação de alguns MC iniciais e finais de alunos

(conclusão)



Fonte: Dados da pesquisa

Para verificar indícios de aprendizagem significativa dos estudantes, também foi analisada a resolução dos dois exercícios presentes na Avaliação Somativa Individual. Essa avaliação foi feita por 32 alunos da turma. O Quadro 8 apresenta o desempenho dos estudantes na Avaliação Somativa Individual aplicada.

Quadro 8 – Número de avaliações resolvidas pelos estudantes e categorizadas

(continua)

Categoria	Características da Categoria	Nº de avaliações	Exemplos de respostas dadas pelos estudantes
D	A resolução do exercício 1 não apresenta definições e exemplos corretos e, por isso, a aplicação dessas definições foi incorreta no exercício 2	04 (12,5%)	- Estudante A': "Intersecção de dois ou mais conjuntos é quando usam-se somente os números contidos em apenas um dos conjuntos"; - Estudante A': "Diferença entre dois conjuntos: usam-se os números que não estão presentes no conjunto apontado, diminuindo assim seus elementos"; - Estudante B': "A diferença entre dois conjuntos junta o que não é comum entre os dois conjuntos e deixa somente o conjunto da frente". - Estudante C': "Na união entre dois conjuntos, é necessário que um conjunto pertença ao outro, com números iguais,

Quadro 8 – Número de avaliações resolvidas pelos estudantes e categorizadas

(conclusão)

Categoria	Características da Categoria	Nº de avaliações	Exemplos de respostas dadas pelos estudantes
			que um complete o outro”; - Estudante D’: “A união é a parte aonde os dois conjuntos se unem através de uma semelhança”.
E	A resolução do exercício 1 apresenta definições e exemplos parcialmente corretos e, por isso, a resolução do exercício 2 foi parcialmente correta	08 (25%)	- Estudante F’: “A diferença entre dois conjuntos é o que apresenta somente em um conjunto”; - Estudante M’: “Diferença são os elementos que estão presentes em um conjunto mas não no outro”; - Estudante N’: “A intersecção de dois ou mais conjuntos pertence tanto em um conjunto quanto em outro conjunto”; - Estudante O’: “Diferença é subtrair um conjunto do outro”.
F	A resolução do exercício 1 apresenta definições e exemplos corretos e, por isso, a resolução do exercício 2 está correta	20 (62,5%)	- Estudante G’: “Na diferença entre dois conjuntos, considera-se o que o primeiro conjunto possui de diferente do segundo”; - Estudante H’: “Intersecção é o que os conjuntos tem em comum”; - Estudante I’: “A união de dois ou mais conjuntos é a junção em um conjunto de todos os elementos que participam da operação, exceto os elementos repetidos”; - Estudante J’: “A intersecção engloba os elementos em comum entre os conjuntos”; - Estudante K’: “União é todos os elementos contidos nos conjuntos sem repetir os iguais” - Estudante L’: “Diferença entre os conjuntos A e B são os elementos que estão no conjunto A, mas não estão no conjunto B”; - Estudante L’: “Intersecção de dois ou mais conjuntos são os elementos presentes ao mesmo em dois ou mais conjuntos”.

Fonte: Dados da pesquisa

O primeiro exercício pedia que os estudantes respondessem com palavras próprias como eles definem/realizam as operações com conjuntos. Também deveriam apresentar exemplos envolvendo essas operações. O segundo exercício, que continha uma situação-problema da área das Ciências Florestais retirada de uma dissertação de mestrado, deveria ser resolvido utilizando os conceitos aprendidos nas aulas sobre Conjuntos. Convém lembrar que esses dois exercícios foram planejados com a intenção de verificar como os alunos definiam, com suas palavras, as operações com conjuntos e aplicavam em situações-problema diferentes das que foram trabalhadas em sala de aula durante o desenvolvimento da UEPS.

5.3 RESULTADOS OBTIDOS NA UEPS 2

Após uma discussão sobre o quê o grande grupo de estudantes lembrava sobre o conteúdo de Geometria Analítica no Ensino Médio, o professor pediu aos estudantes que apontassem alguns conceitos ou exemplos que eles lembravam. Os principais conceitos apontados, bem como alguns exemplos de gráficos e equações, foram escritos pelo professor no quadro negro: coordenadas cartesianas, eixo das ordenadas, eixo das abscissas, ponto, reta, coeficiente angular e linear da reta, gráfico.

Em seguida, foi solicitado que cada estudante elaborasse, com ajuda do software CmapTools, um mapa conceitual inicial sobre o tema Geometria Analítica. Esse mapa deveria ser postado em um link do ambiente virtual de aprendizagem Moodle até o início da próxima aula.

Para auxiliar na confecção do MC, o professor apresentou aos alunos a seguinte definição de Geometria Analítica encontrada no site <http://queconceito.com.br/geometria-analitica>, destacando a junção da Álgebra com a Geometria feita por Renê Descartes (1596 - 1650) através desse ramo da Matemática.

Definição 1: A Geometria Analítica e um ramo da geometria que abrange a análise de figuras geométricas a partir de um sistema de coordenadas empregando métodos de álgebra e de Análise Matemática.

Após uma breve análise e discussão coletiva da definição apresentada, o professor exibiu o vídeo do site Youtube intitulado “Descartes e a Geometria Analítica”, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=5_j3fRa8G9o>. Esse vídeo, que relata uma parte da vida do filósofo, físico e matemático francês Descartes, além de motivação e o contexto que o levou a desenvolver e publicar a Geometria Analítica, foi utilizado como um organizador prévio, pois apresentou aos estudantes conceitos que foram utilizados no aprofundamento do conteúdo nos passos seguintes da UEPS.

Na análise do primeiro mapa conceitual (MC), que deveria ser elaborado, o professor constatou que, dos 26 alunos que desenvolveram esta etapa da pesquisa, apenas 10 postaram o MC. Quinze estudantes argumentaram ao professor não lembrar nada desse conteúdo e, por isso, não tinham condições de elaborar o MC solicitado, mesmo após ter observado o que foi apresentado no vídeo, que serviu de organizador prévio, e na Definição 1.

O Mapa conceitual final sobre Geometria Analítica foi elaborado por 32 estudantes e, por isso, o quantitativo de MC apresentado na terceira coluna do Quadro 9 é maior que aquele que consta na segunda coluna.

O Quadro 9 apresenta o quantitativo de MC classificados de acordo com as categorias apresentadas na página 52:

Quadro 9 – Número de MCs elaborados e catalogados por categoria de análise

Categoria	**MC inicial**	**MC final**
A	04 (40%)	02 (20%)
B	02 (20%)	01 (10%)
C	04 (40%)	07 (70%)

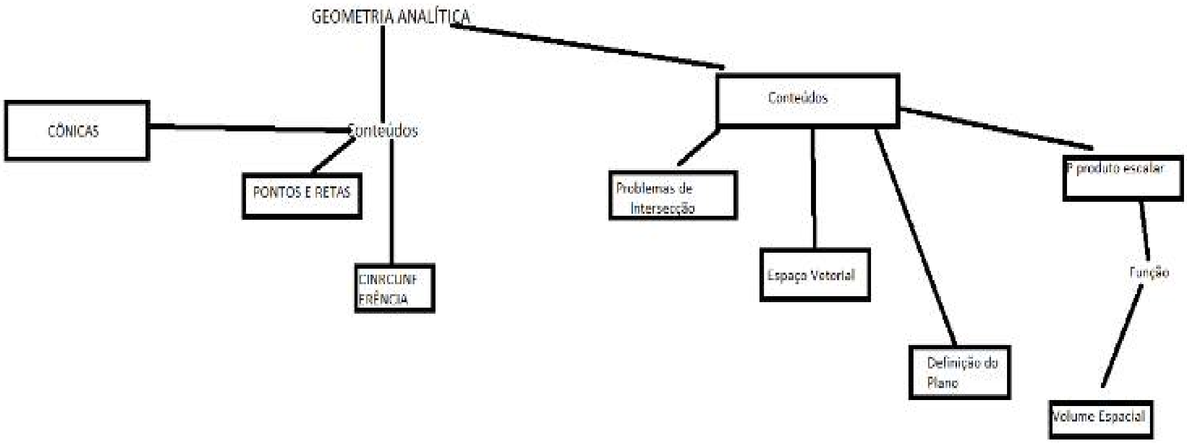
Fonte: Dados da pesquisa

Como podemos observar, dos 10 alunos que confeccionaram o mapa conceitual inicial, 04 deles não demonstraram possuir subsunçores relevantes para que o aprendizado de Geometria Analítica fosse significativo. Dois alunos apresentaram poucos subsunçores relevantes para o aprendizado em sua estrutura cognitiva, e apenas 04 estudantes demonstraram ter subsunçores relevantes para ancorar o aprendizado dos conteúdos a serem apresentados.

As Figuras 14, 15, 16 e 17 esboçam exemplos de mapas conceituais iniciais inseridos na Categoria A, a qual possui MC com apresentação de poucos subsunçores relevantes. Na maioria dos mapas dessa categoria, os estudantes demonstraram entender que a Geometria Analítica é uma junção de duas áreas da Matemática: Álgebra e Geometria (essa definição de Geometria Analítica é a que foi apresentada pelo professor em sala de aula e também no vídeo utilizado como organizador prévio), e essa foi a informação mais importante presente nos mapas, outros conceitos importantes não foram inseridos pelos estudantes.

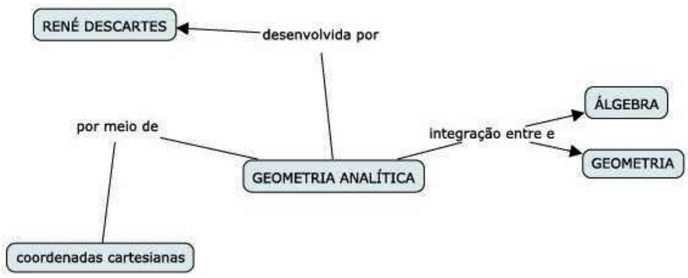
Nesses mapas, observa-se falta de palavras de ligação, pouca integração entre os conceitos apresentados, inclusive de conceitos importantes como “Geometria Analítica”, diversas proposições errôneas formadas entre conceitos ligados, não há presença de exemplos das figuras geométricas, também não há hierarquia entre os conceitos

Figura 14 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno P’



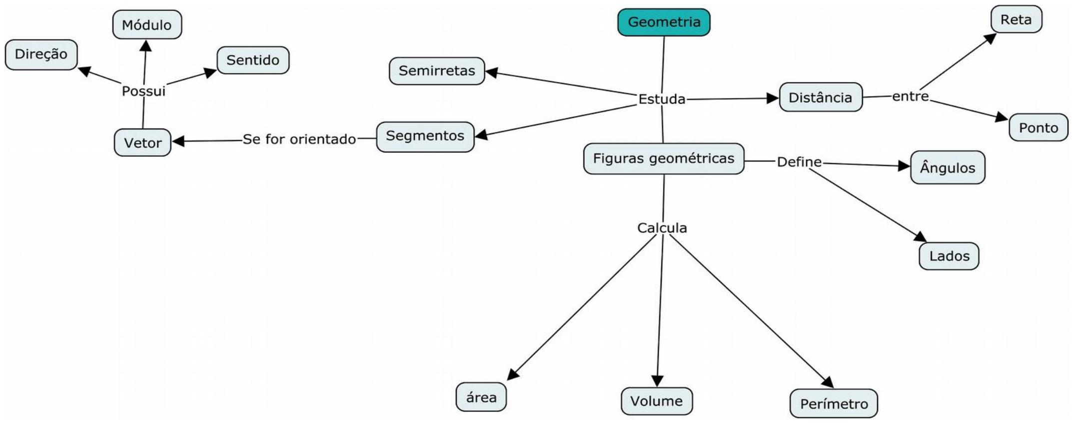
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 15 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno B’



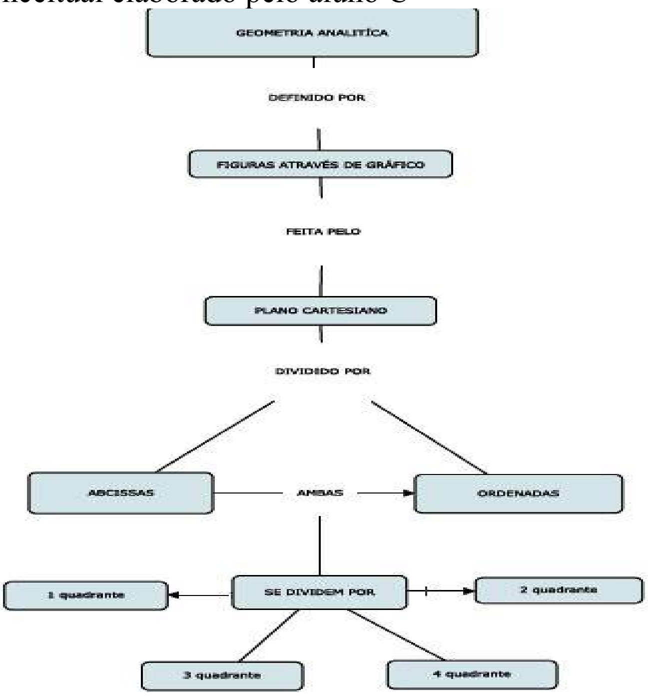
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 16 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno C’



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 17 – Mapa conceitual elaborado pelo aluno C’



Fonte: Dados da pesquisa

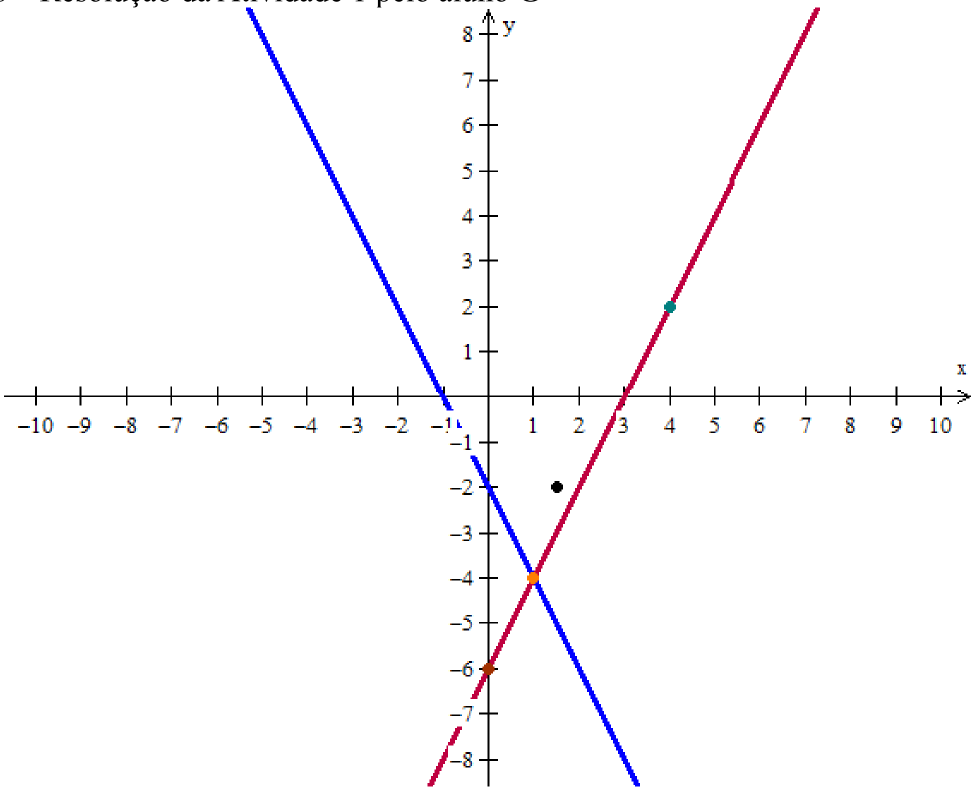
Começando pela Situação-problema 1, todos os exercícios do Apêndice 4, propostos pelo professor durante a aula, eram resolvidos com o auxílio do Winplot. E isso fazia com que os estudantes visualizassem com facilidade as características das figuras geométricas em questão, fossem elas pontos, retas ou circunferências.

Para fazer avaliação da aprendizagem dos estudantes, o professor solicitou que todos os estudantes resolvessem a Exercício 13, do Apêndice 4 na página 131. Todos conseguiram confeccionar e postar, no ambiente virtual Moodle, uma imagem semelhante à Figura 18, e a partir dela, resolver as demais questões apresentadas na atividade.

O professor observou que até aqueles alunos que apresentavam bastante dificuldades em conteúdos matemáticos conseguiram responder as questões levantadas na atividade, fazendo a análise das figuras geométricas representadas no plano cartesiano do software Winplot. Esses mesmos alunos, nos exercícios em que foi solicitada resolução sem o auxílio do software, precisavam de ajuda do professor para resolver expressões numéricas ou fazer a aplicação de conteúdos matemáticos.

Antes de discutir com os alunos a resolução da Situação-problema 2, o professor fez a retomada de todas as definições e principais conceitos estudados sobre Geometria Analítica (coordenadas cartesianas, reta e circunferência) estudadas até aquele momento. Em seguida, foi feita a leitura da situação e uma reflexão conjunta sobre como poderia ser resolvida as quatro questões apresentadas.

Figura 18 – Resolução da Atividade 1 pelo aluno G’



Fonte: Dados da pesquisa

O professor deu destaque à solução da questão *d*. E apenas dois estudantes tinham conhecimentos prévios suficientes sobre Geometria Plana, os quais eram suficientes para chegar a uma solução para a questão.

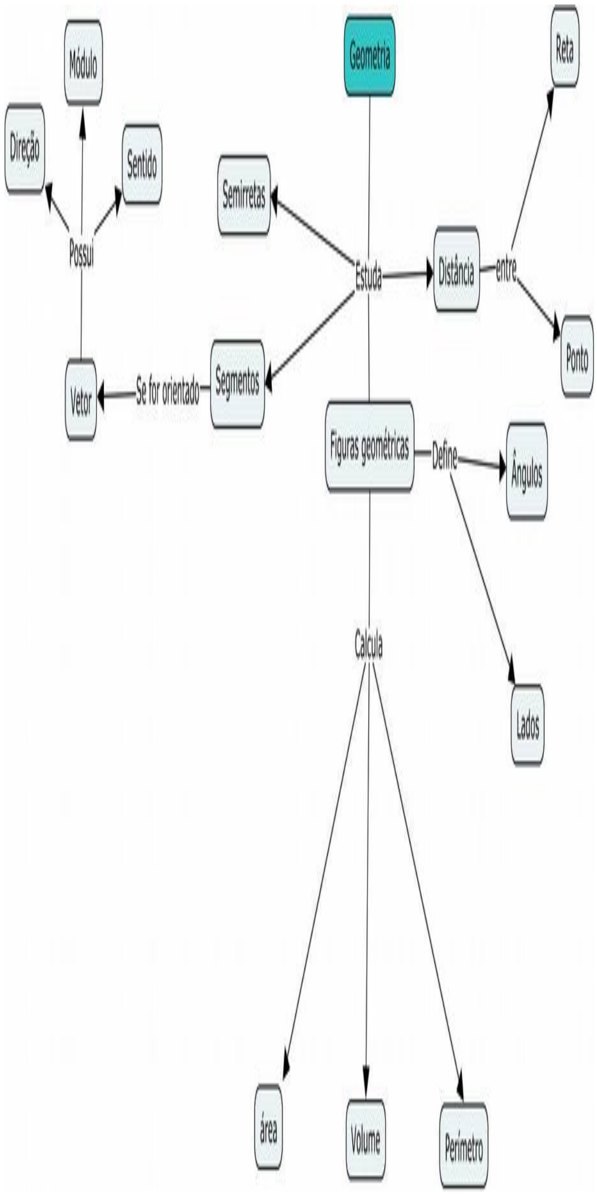
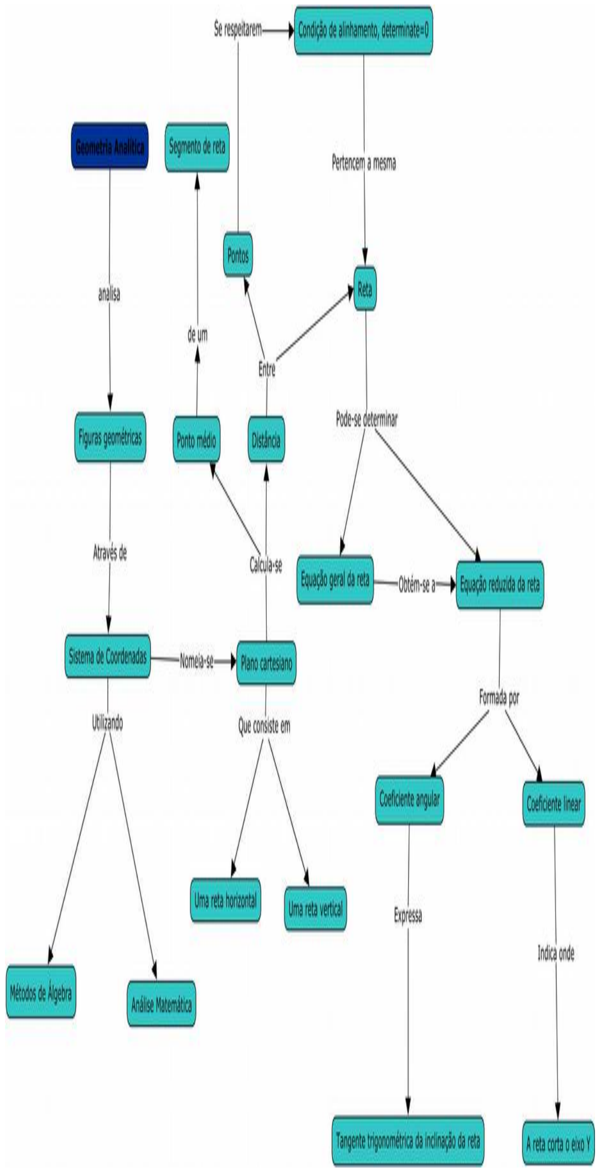
Foi então que o professor propôs que os conteúdos sobre Geometria Analítica poderiam servir de base para se chegar a uma solução para a questão e para as demais apresentadas no exercício. Em conjunto com os estudantes, foi feita escolha de um sistema de eixos cartesianos que deixou a pilastra central no eixo *y* e a parte mais alta do vão da ponte no eixo *x*. Em seguida, o professor esboçou a situação no plano cartesiano do software Winplot, e, a partir daí, os estudantes conseguiram resolver a situação com facilidade. Apenas três estudantes expressaram dificuldades em entender a escolha do ponto *C* (0, – 16) para ser o centro da circunferência representada, mas com a explicação de outros colegas, todos conseguiram encontrar a solução.

No 5º Passo da UEPS sobre Geometria Analítica, foi aplicada uma avaliação somativa individual sem qualquer consulta a materiais impressos, livros, cadernos, ou à internet. Essa avaliação era composta de dois exercícios: um primeiro de aplicação direta de todo o conteúdo matemático (com a finalidade de se encontrar equações de retas e circunferência e analisar posições relativas entre pontos e retas e entre retas) e um segundo que possuía uma situação que deveria ser resolvida usando-se noções de álgebra sobre coordenadas cartesianas, retas e distâncias entre pontos cartesianos.

O Quadro 10 mostra alguns exemplos de estudantes que demonstraram evolução no aprendizado da Geometria Analítica. Observa-se que houve acréscimos de conceitos e todos os mapas conceituais apresentam ligações cruzadas

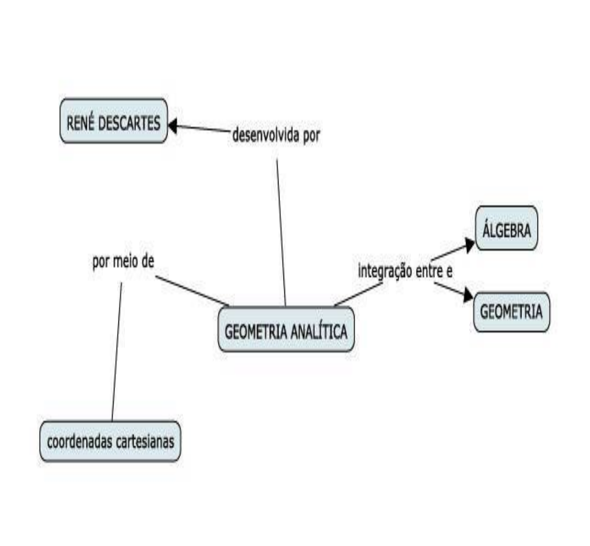
Quadro 10 – Comparação entre MC inicial e final sobre Geometria Analítica

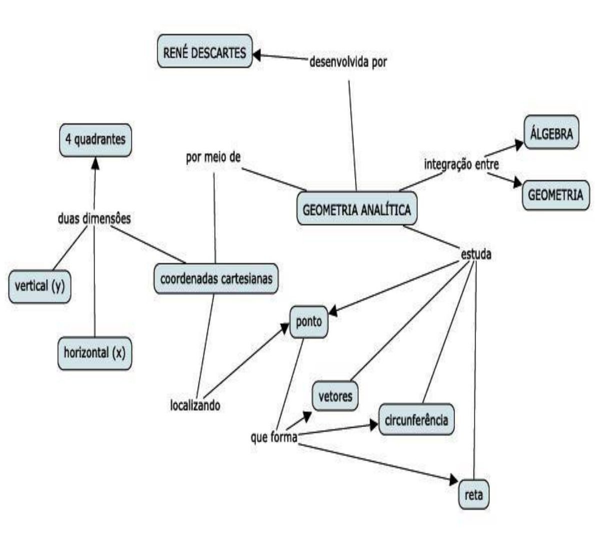
(continua)

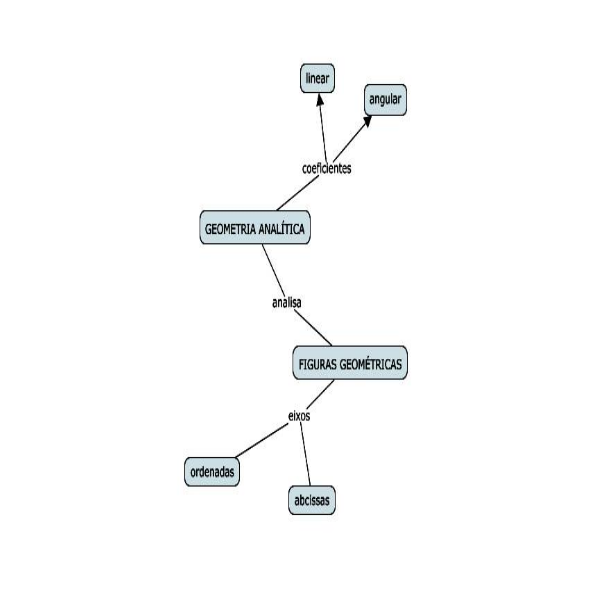
Exemplo de Mapa Conceitual Inicial	**Exemplo de Mapa Conceitual Final**
	

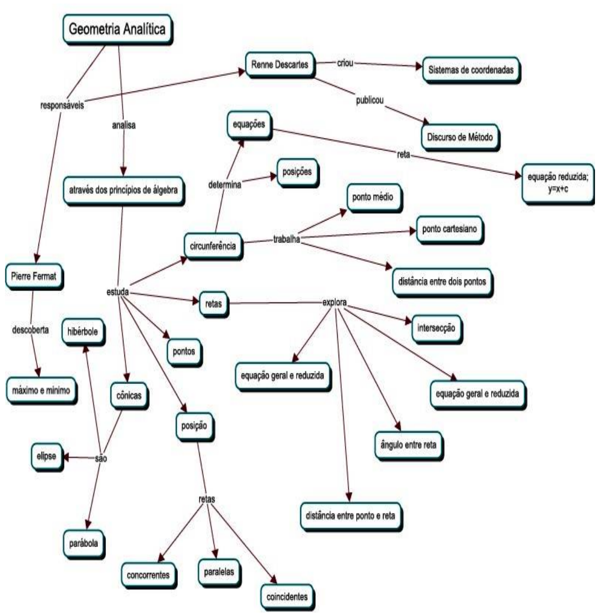
Quadro 10 – Comparação entre MC inicial e final sobre Geometria Analítica

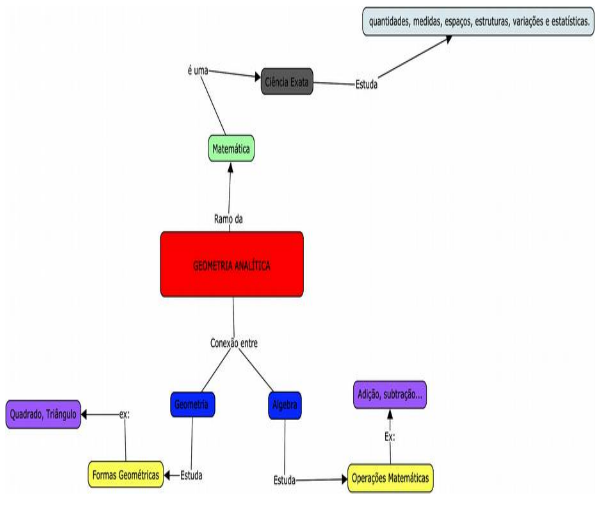
(conclusão)

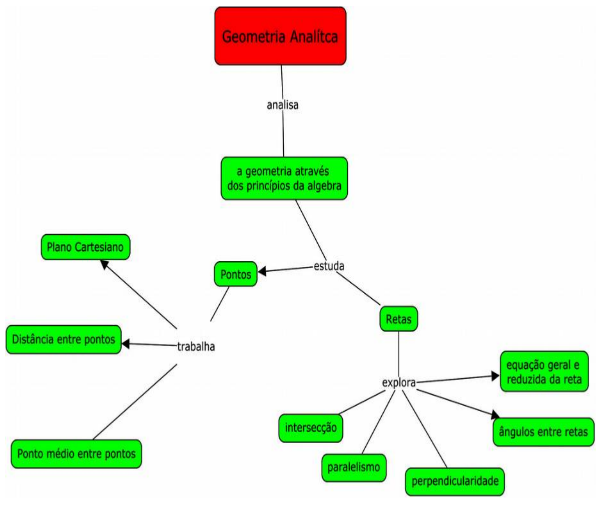
<table>
<tr><th>Exemplo de Mapa Conceitual Inicial</th><th>Exemplo de Mapa Conceitual Final</th></tr>
<tr><td>


</td><td>


</td></tr>
<tr><td>


</td><td>


</td></tr>
<tr><td>


</td><td>


</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

5.4 RESULTADOS OBTIDOS NA UEPS 3

No primeiro dia de aula da UEPS 3, o professor começou discutindo com os alunos algumas situações do cotidiano dos estudantes que são funções reais de uma variável, tais como preço de uma corrida de táxi em função dos quilômetros percorridos, o valor que se paga, em reais, num supermercado em função da quantidade de um determinado produto comprado, o valor que se paga, em reais, por uma plano de internet em função da quantia de dados, medidos em Megabytes, consumidos. Durante a discussão, o professor destacou que nem toda relação existente entre duas variáveis é considerada função.

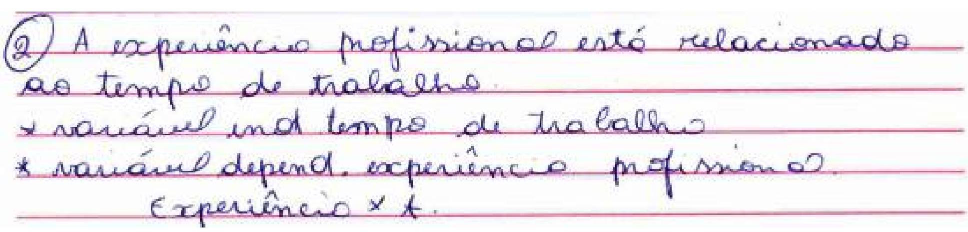
Alguns exemplos dessas funções, que foram escritas por equações naquele momento, foram esboçadas utilizando-se o plano cartesiano do software Winplot. Esse esboço foi feito pelo professor, mas com o auxílio da turma nos passos de sua elaboração: construção de um quadro de pontos, esboço desses pontos no plano cartesiano, esboço da função, verificação se todos os pontos pertenciam à função, análise das principais características da função apresentada.

Depois dessa introdução, o professor solicitou aos alunos que pensassem e anotassem, em uma folha de ofício, três exemplos de funções que eles observam estar presentes em seu dia a dia. Nesse mesmo exercício, o professor solicitou aos estudantes que evidenciassem quem eram as variáveis presentes na situação e qual variável dependia da outra (quem era a variável independente e a variável dependente). Essa atividade foi desenvolvida pelos trinta e dois estudantes que participaram da pesquisa.

Por uma questão de tempo, o professor pediu aos estudantes que se preferissem, nos minutos finais da aula, podiam esboçar os gráficos dos seus exemplos de funções presentes no dia a dia, utilizando-se o software Winplot no notebook ou algum outro aplicativo de *smartphone*, mas que isso não precisa ser entregue nem enviado para correção.

As Figuras 19, 20, 21 e 22 exibem exemplos corretos de relações, descritos pelos estudantes, que realmente são funções.

Figura 19 – Exemplo de Função real descrito pelo aluno G'


2) A experiência profissional está relacionado ao tempo de trabalho.
* variável ind. tempo de trabalho
* variável depend. experiência profissional.
Experiência × t.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 20 – Exemplos de Função real descrito pelo aluno H’

1- O diametro da arvore PINUS DEPENTE DA IDADE.

2- A quantidade ratos depende do saneamento basico

3- Cada laranja custa 10 centavos, o preço total varia conforme a quantidade de laranjas compradas.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 21 – Exemplo de Função real descrito pelo aluno I’

O número de vendas vai depender da propaganda que é feita do produto.

Ex2: Tempo de trabalho — rendimento

* Variáveis: Tempo de trabalho, rendimento

* Variável Independente: Tempo de trabalho

* Variável Dependente: rendimento

O rendimento irá variar de acordo com o tempo de trabalho, mais tempo trabalhado, mais rendimento

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 22 – Exemplos de Funções reais descritas pelo aluno J’

1º função: Quanto mais litros de água eu usar maior será o valor que deve ser pago.

Laitros de água	valor a pagar
↓	↓
variável Independente	variável dependente

2 função

Quanto mais Km um carro percorre maior é o seu gasto de combustível

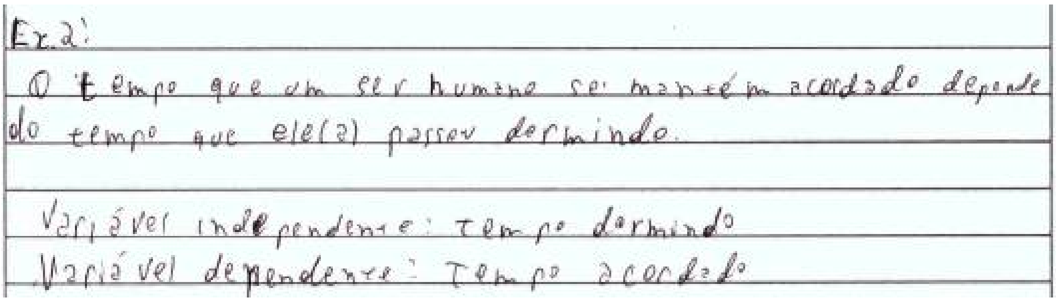
Km rodados	combustível gasto
↓	↓
variável independente	variável dependente

Fonte: Dados da pesquisa

Dos trinta e dois estudantes que desenvolveram esta atividade, vinte e cinco apresentaram exemplos corretos de funções reais, e todos conseguiram identificar as variáveis presentes na relação. Inclusive, como se pode observar na Figura 19, alguns destacaram algumas características particulares das suas funções, como situações de proporcionalidade e o fato de a função existir somente dentro de um determinado domínio, etc.

Houve também alguns exemplos incorretos, em que os alunos apresentaram relações entre duas variáveis, mas que não necessariamente configuravam funções. Alguns desses exemplos podem ser observados nas Figuras 23 e 24.

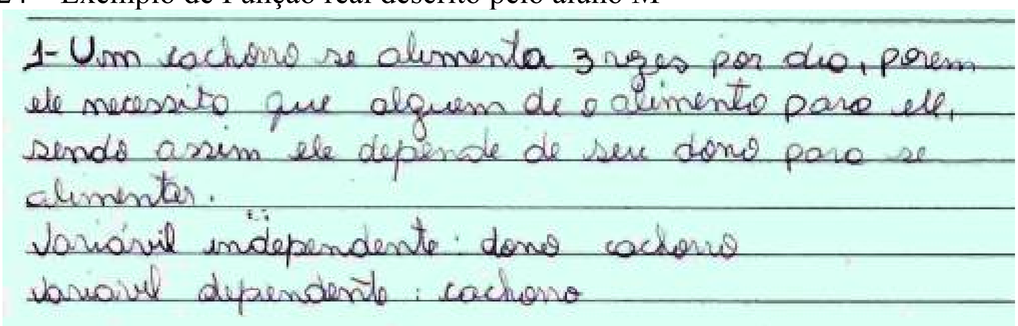
Figura 23 – Exemplo de Função real descrito pelo aluno F’


Ex.2:
O tempo que um ser humano se mantém acordado depende do tempo que ele(a) passou dormindo.

Variável independente: tempo dormindo
Variável dependente: Tempo acordado

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 24 – Exemplo de Função real descrito pelo aluno M’


1- Um cachorro se alimenta 3 vezes por dia, porem ele necessita que alguem de o alimento para ele, sendo assim ele depende de seu dono para se alimentar.
Variávil independente: dono cachorro
variavil dependente: cachorro

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se, na Figura 23, que o aluno F’ fez uma relação entre o tempo em que um ser humano se mantém acordado e o tempo que ele gastou dormindo. Essa relação não configura um exemplo correto de função, pois o ser humano pode se manter acordado sem, necessariamente, ter dispensado tempo algum para dormir. Já na Figura 24, a relação apresentada pelo aluno M’ estabelece que a variável “sobrevivência/alimentação” do cachorro depende do dono, mas o cachorro pode “sobreviver/ser alimentado” por outra pessoa, e não somente o seu dono, e manter-se vivo e alimentado.

Na aula seguinte, o professor fez uma retomada de alguns exemplos anotados pelos estudantes que representavam apenas relações, mas não uma função, e debatendo com a turma, observou essas inconsistências e possíveis correções para elas.

Após a finalização dessa atividade pelos alunos, e quase no encerramento do primeiro dia de aplicação desta UEPS, o professor solicitou aos mesmos que um mapa conceitual inicial deveria ser feito sobre o tema Funções e deveria ser enviado pelo Moodle até o dia seguinte. Esse mapa conceitual deveria mostrar o quê os alunos sabem/lembram sobre esse conteúdo, que seria estudado na próxima aula. A análise desses mapas será feita mais adiante.

Na aula seguinte, o professor começou pela leitura e análise da Situação-problema 1. Nela, os estudantes tiveram que analisar a função existente no problema, a qual relaciona o número de empregados contratados e a produtividade total da propriedade. Um quadro de pontos foi elaborado pelo professor em conjunto com a participação de todos os alunos. Esse quadro serviu para auxiliar na verificação da dependência que existe a produtividade diária total da propriedade rural e o número de empregados.

A utilização do software Winplot fez com que os alunos observassem as características da Função Polinomial do 1º Grau presente no problema e visualizem suas principais características, sem ter aprendido ainda ou relembrado em aulas os principais conceitos desse conteúdo. Podemos dizer que isso implicou numa aprendizagem significativa do conteúdo, pois a definição da função surgiu inicialmente da situação-problema e depois o conceito foi diferenciado progressivamente quando a definição de Função Polinomial do 1º Grau foi apresentado em aula após o término desta UEPS.

Praticamente todos os exercícios resolvidos em sala de aula pelo professor e pelos estudantes utilizavam a representação das funções no plano cartesiano do software Winplot. E a correção desses exercícios em muitas vezes era feita pelos próprios alunos ao fazerem a análise da figura esboçada no software.

O Quadro 11 apresenta o quantitativo de mapas conceituais classificados de acordo com as categorias apresentadas na página 55 e desenvolvidos pelos estudantes no primeiro dia de aplicação desta UEPS e no último dia também.

Pode-se observar que o mapa conceitual inicial foi feito por um número maior de estudantes que o segundo mapa conceitual, e isso se deve ao fato de que este último mapa deveria ser feito em um período de final de semana seguido de feriado prolongado, além disso os estudantes tinham avaliação de outra disciplina no mesmo dia em que deveriam postar no Moodle o mapa, e isso fez com que muitos deixassem de fazer.

Quadro 11 – Número de MCs elaborados e catalogados por categoria de análise

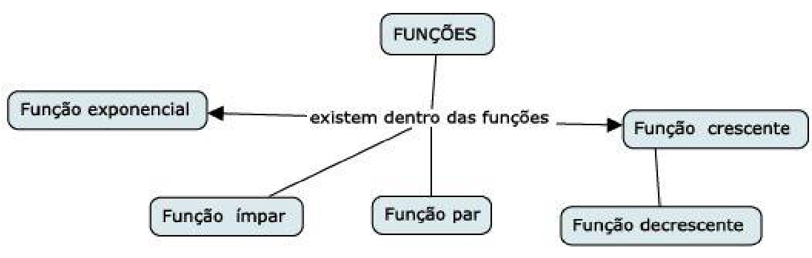
Categoria	MC inicial	MC final
A	09 (50%)	03 (17%)
B	04 (22%)	05 (28%)
C	05 (28%)	10 (55%)

Fonte: Elaborado pelo autor

Nota-se que houve uma melhora na aprendizagem dos estudantes, pois, na análise do mapa conceitual inicial, tínhamos 28% dos estudantes na categoria C, aquela em o mapa apresenta subsunçores relevantes (MC inicial) ou que apresenta indícios satisfatórios de aprendizagem significativa (MC final), e na análise do MC final esse número passou para 55% do total de mapas elaborados pela turma.

Como exemplo de mapas conceituais iniciais da Categoria A, podemos considerar aqueles presentes nas Figuras 25, 26, 27, 28 e 29. Nesses mapas pode-se observar a falta de conceitos e características importantes sobre o conteúdo de Funções, uma vez que o professor solicitou que o mapa conceitual deveria conter conceitos e proposições que valessem para qualquer tipo de função. Nessa ausência de subsunçores relevantes nos mapas, o professor constatou que os alunos que tinham elaborado esses MC já tinham demonstrado bastante dificuldades em assimilar os conteúdos e resolver os exercícios e situações-problema apresentados.

Figura 25 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno B’

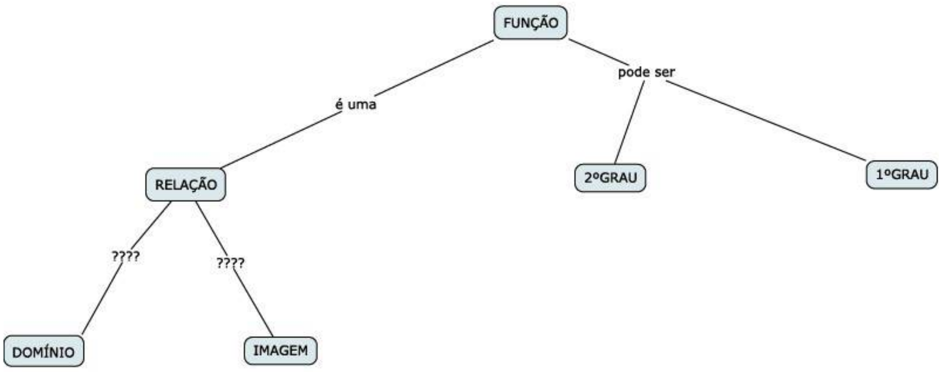


Fonte: Dados da pesquisa

Figura 26 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno A’

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 27 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno C’

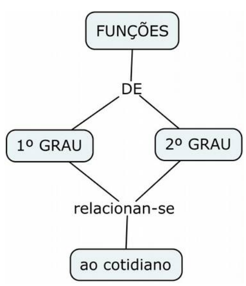


Fonte: Dados da pesquisa

Figura 28 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno D’

Fonte: Dados da pesquisa

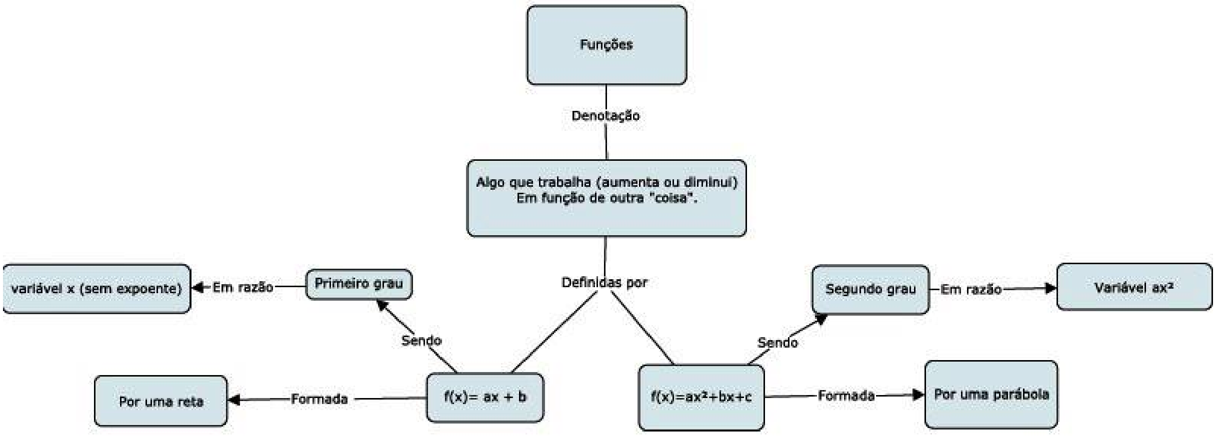
Figura 29 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno E’



Fonte: Dados da pesquisa

A Figuras 30 apresenta exemplo de mapa conceitual inicial, elaborado por um estudante que se enquadram na categoria B, a qual caracteriza mapas com poucos subsunçores relevantes para ocorrência de aprendizagem significativa sobre Funções. Nesse mapa, o aluno apresenta algumas proposições incompletas ou incorretas. Ele define a função como “algo que trabalha (aumenta ou diminui) em função de outra “coisa””, apresenta o termo ax^2 como sendo a variável da função, diz que as funções polinomiais do primeiro e segundo grau são “formadas” por uma reta e uma parábola, respectivamente, ou seja, usa palavras de ligação que não deixam claro a sua intenção.

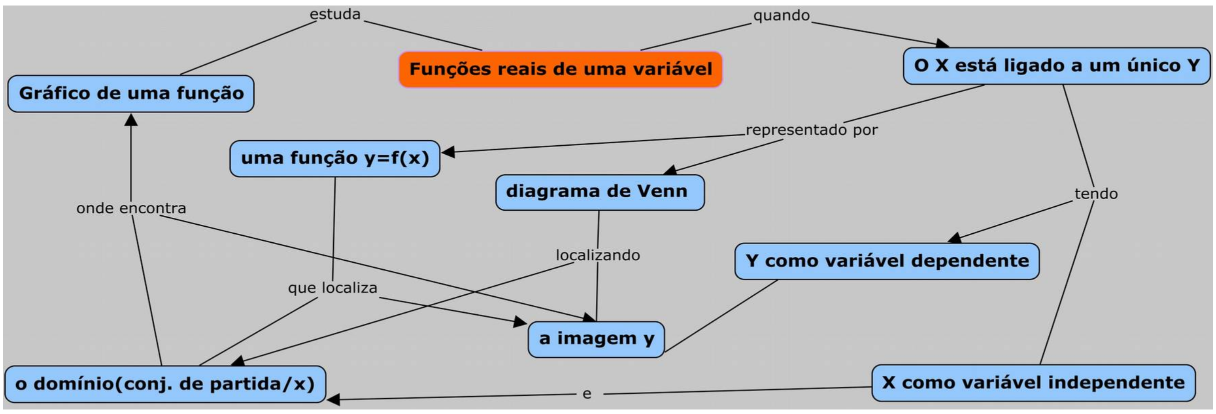
Figura 30 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno M’



Fonte: Dados da pesquisa

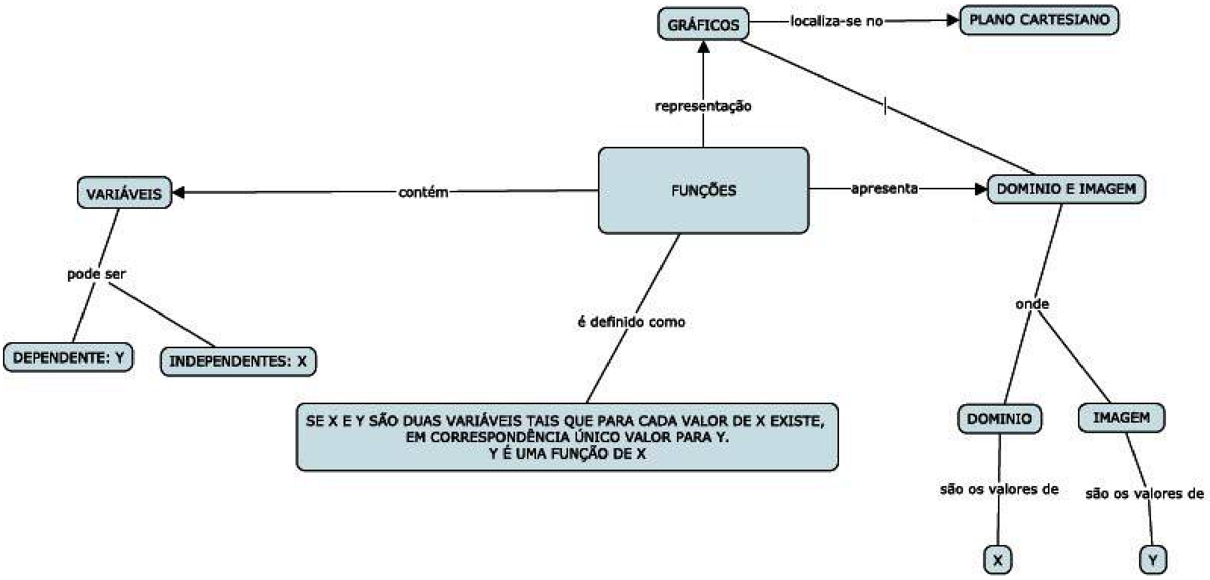
Os mapas conceituais presentes nas Figuras 31 e 32, classificados na categoria C, foram elaborados por dois estudantes e retratam mapas iniciais que demonstram a existência de subsunçores relevantes e adequados na estrutura cognitiva dos estudantes, de modo a favorecer a aprendizagem significativa do conteúdo de Funções.

Figura 31 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno H’



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 32 – Exemplo de Mapa Conceitual elaborado pelo aluno J'

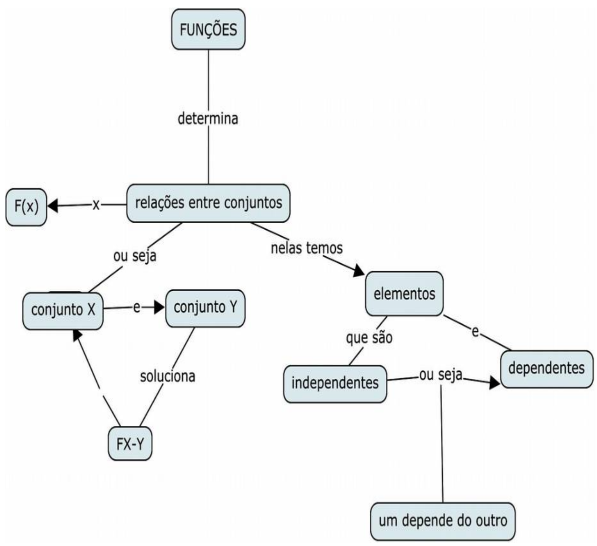
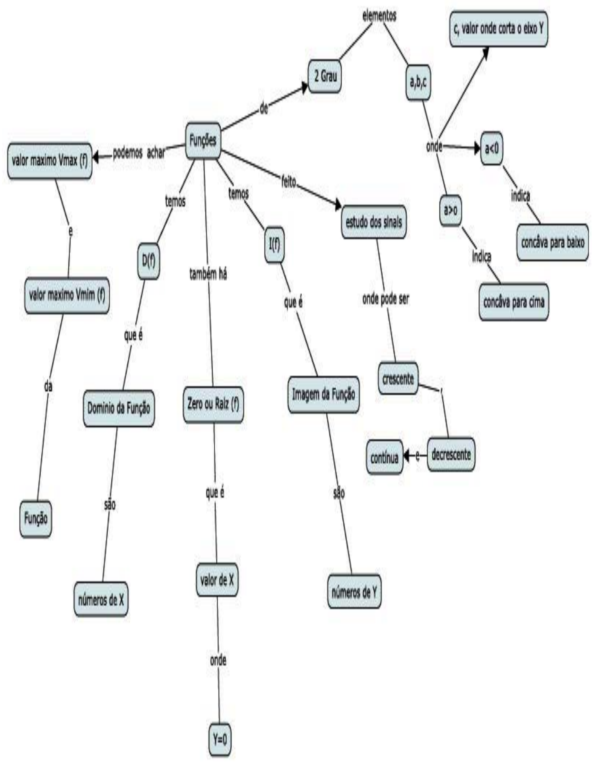


Fonte: Dados da pesquisa

O Quadro 12 mostra alguns exemplos de estudantes que demonstraram evolução no aprendizado do conteúdo de Funções.

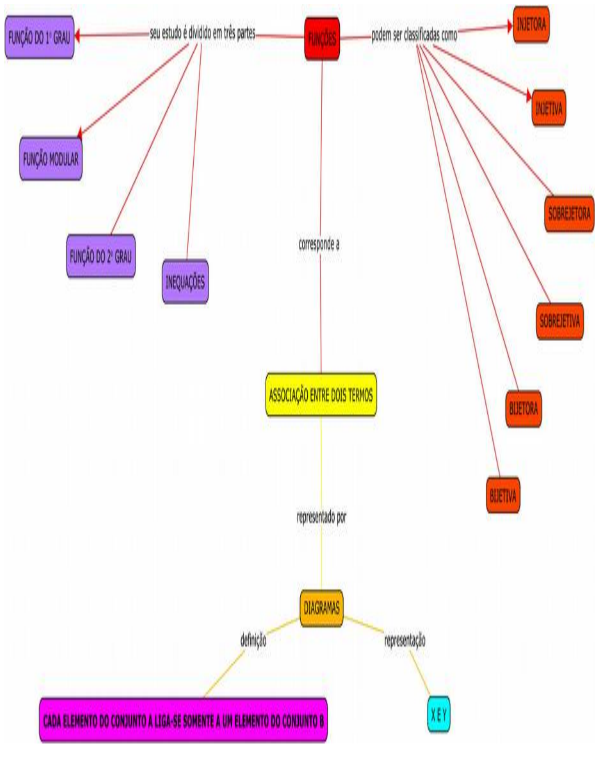
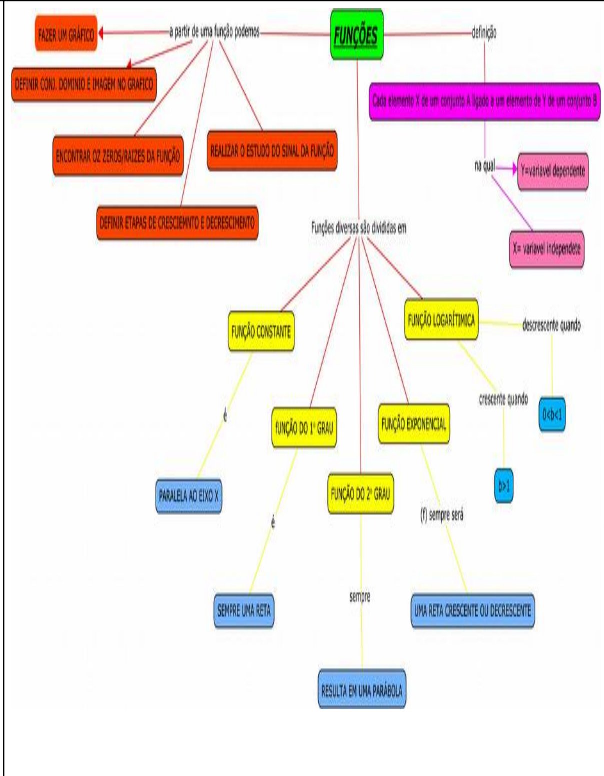
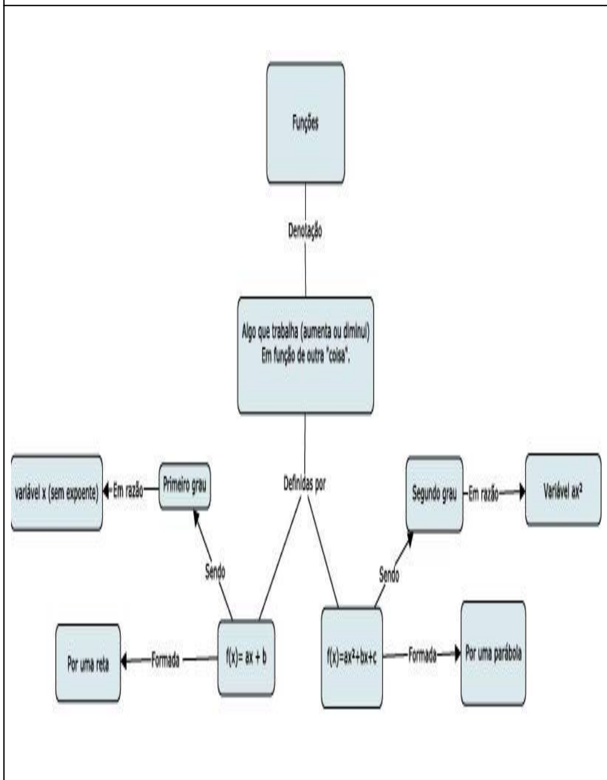
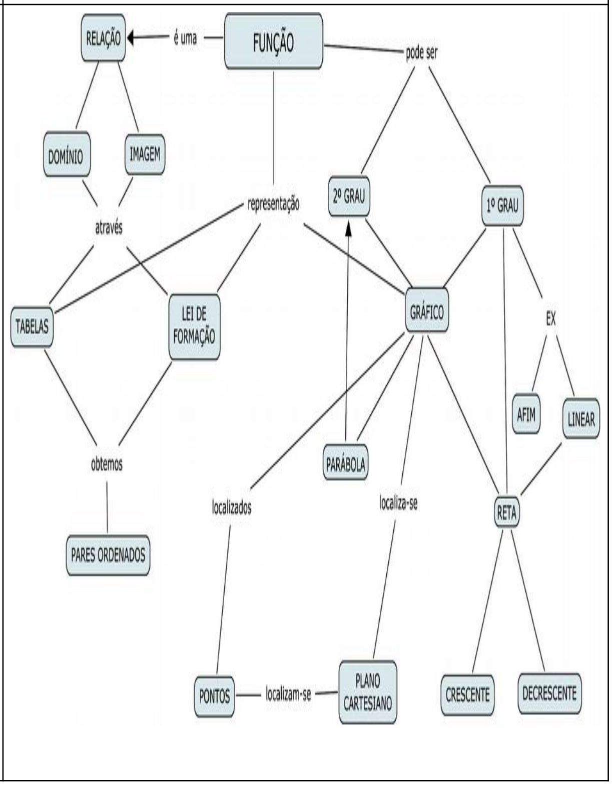
Quadro 12 – Comparação entre MC inicial e final sobre Funções

(continua)

Exemplo de Mapa Conceitual Inicial	Exemplo de Mapa Conceitual Final
	

Quadro 12 – Comparação entre MC inicial e final sobre Funções

(conclusão)

Exemplo de Mapa Conceitual Inicial	Exemplo de Mapa Conceitual Final
	
	

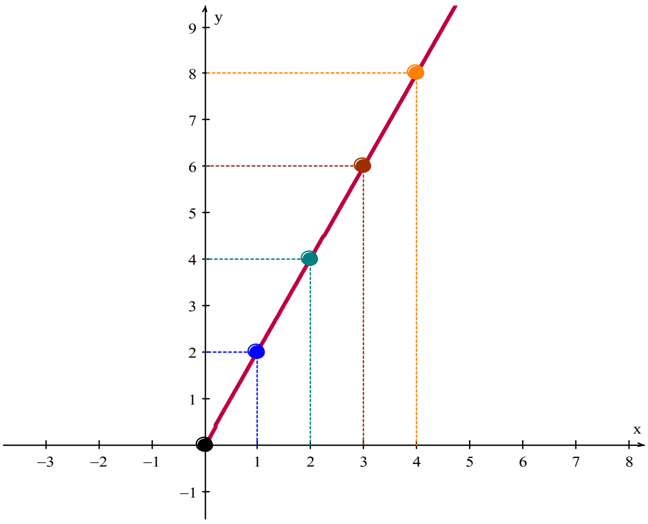
Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que houve acréscimos de conceitos em todos os mapas conceituais finais, e no exemplo da última linha, nota-se que a estrutura do mapa conceitual foi melhorada, passando a ter apenas conceitos e proposições válidas, formadas entre os conceitos, e também foram inseridas ligações cruzadas entre alguns conceitos e palavras de ligação, o que explicita a existência de indícios de aprendizagem significativa do conteúdo estudado.

Em relação às atividades desenvolvidas com o auxílio do software Winplot, o professor solicitou que os alunos entregassem a resolução e postassem no Moodle o esboço dos gráficos gerados na resolução da Situação-problema 1 e do item *i* do Exemplo 02, presente na página 143 do Apêndice 5. A resolução desses dois exercícios foi feita em sala de aula, e aqueles alunos que preferiram, puderam se reunir em grupos para discutir o desenvolvimento e solução do exercício.

Com exceção de dois alunos que não postaram a imagem gerada da Situação-problema 1 no plano cartesiano do software Winplot, os demais estudantes conseguiram gerar uma imagem semelhante a Figura 33.

Figura 33 – Resolução da Situação-problema 1 pelo aluno L’

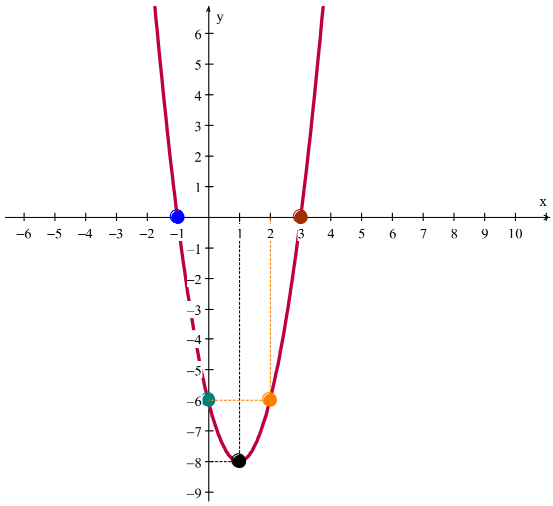


Fonte: Dados da pesquisa

Por uma questão de facilitação, consideraremos que a função da Situação-problema 1 é uma função contínua e, por isso, seu gráfico pode ser o esboçado na Figura 33. Durante a resolução das duas atividades, alguns estudantes precisam do auxílio dos colegas ou do professor para conseguirem construir o seu quadro de pontos, os quais depois deveriam ser plotados no gráfico. Todos conseguiram concluir que a função esboçada tratava-se de uma reta crescente, e que quanto maior o número de empregados maior seria a produtividade total da propriedade.

Na resolução do item *i* do Exemplo 02, três estudantes apresentaram um pouco de dificuldades no momento de analisar o gráfico e identificar algumas características (tais como intervalos de crescimento e decrescimento, valor máximo ou valor mínimo da função, conjuntos domínio e imagem) dessa função, a qual está esboçada na Figura 34.

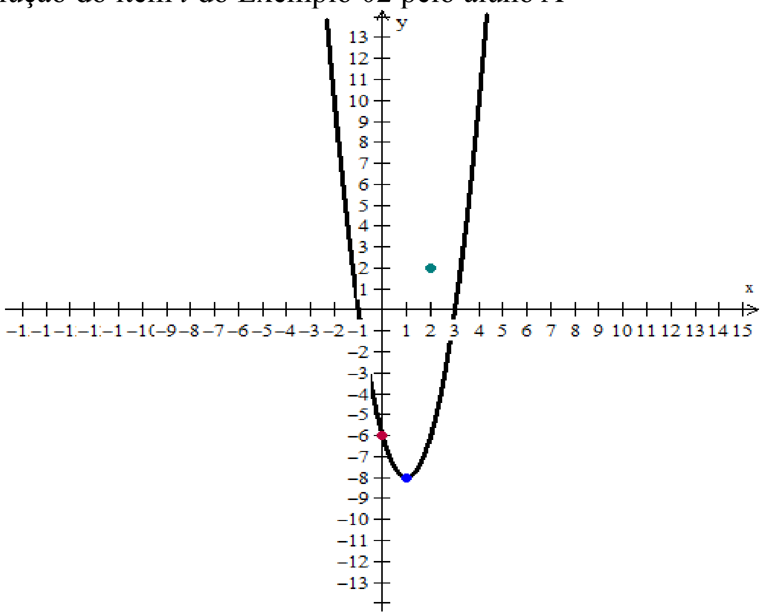
Figura 34 – Resolução da Situação-problema 1 pelo aluno C’



Fonte: Dados da pesquisa

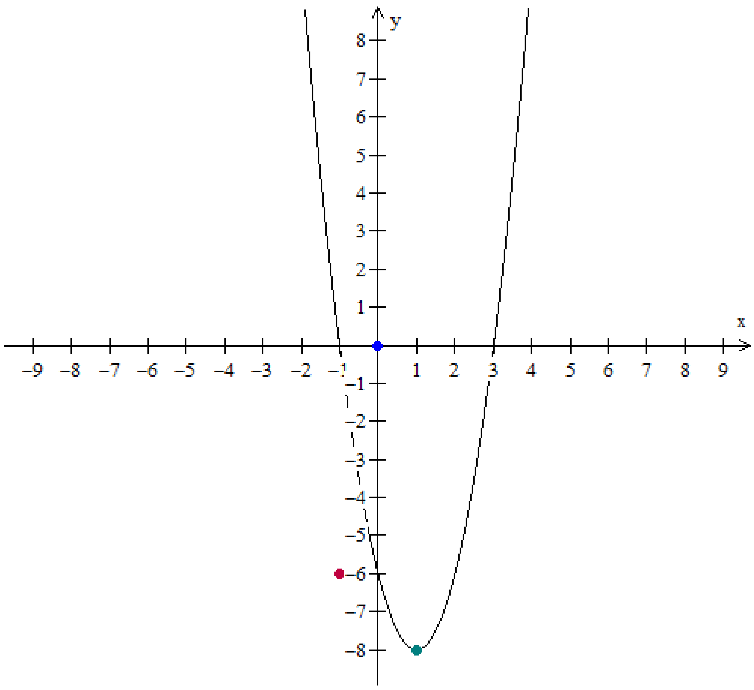
Como o exercício pedia que os alunos construíssem um quadro de pontos, seis apresentaram erros algébricos e aritméticos e, por isso, encontraram coordenadas erradas para os pontos e, sendo assim, eles não ficaram esboçados no lugar certo, conforme ilustram as Figuras 35 e 36.

Figura 35 – Resolução do item *i* do Exemplo 02 pelo aluno A’



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 36 – Resolução do item *i* do Exemplo 02 pelo aluno E’



Fonte: Dados da pesquisa

Esses seis alunos, ao perceberem que os pontos encontrados estavam errados, pois não ficavam esboçados sobre o gráfico da função, retornaram ao quadro de pontos e, com a ajuda de outros colegas ou do professor, corrigiram os cálculos incorretos do quadro, conseguindo esboçar a situação de maneira correta.

A avaliação somativa individual foi aplicada na penúltima aula sobre a UEPS de Funções, e foi realizada por vinte e dois estudantes. Desses vinte e dois, quatorze conseguiram resolver corretamente os três exercícios presentes na avaliação. Outros seis, resolveram os exercícios apresentando alguns erros algébricos e aritméticos, erros esses que atrapalhavam a análise final da situação, mas que não impediam de identificar uma aprendizagem significativa dos conteúdos pelos alunos, pois eles sabiam analisar e interpretar o que era apresentado em cada exercício ou situação-problema. Apenas dois estudantes não demonstraram evidências de aprendizagem significativa, pois não faziam uso de conceitos e definições básicas presentes no estudo das Funções.

Com isso, podemos observar que, quando a maioria dos estudantes utilizavam o software Winplot para analisar a representação geométrica das funções consideradas em um exercício, eles conseguiam interpretar com mais facilidade as características apresentadas pelo esboço do gráfico, o que não acontecia quando a análise era feita somente de maneira algébrica. E essa constatação fica ainda mais em destaque quando se analisa o desenvolvimento das atividades de alunos com poucos conhecimentos prévios necessários para o estudo e aprendizado do conteúdo de Funções. Nesse caso, quando o professor pedia que a resolução e análise dos resultados fosse apenas algébrica, os estudantes com mais dificuldades simplesmente não conseguiam resolver o exercício.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de apresentarmos as considerações finais, é importante lembrar da questão de pesquisa que deu foco ao desenvolvimento deste trabalho: Como se dá o processo de aprendizagem de unidades de ensino potencialmente significativas (UEPS) de Cálculo, apoiadas no uso do software Winplot num curso de graduação em Engenharia Florestal?

Um fator que deve ser destacado é o fato de que um grande número de estudantes não acompanhou todas as atividades desenvolvidas (faltaram diversas aulas ou chegavam atrasados), apenas algumas, e isso afetou o seu aprendizado completo dos conteúdos durante a UEPS. Havia também um pequeno grupo de alunos que demonstraram pouca predisposição para aprender os conteúdos e, por isso, não participaram de maneira efetiva nas atividades, mesmo sendo repetidamente questionados pelo professor sobre a resolução das atividades e os conceitos nelas contidos. Nas respostas escritas e verbais desses estudantes, não estavam presentes evidências de relações entre os novos conhecimentos e aqueles já presentes em sua estrutura cognitiva prévia.

Ao término da aplicação da primeira UEPS (sobre a Teoria de Conjuntos), pode-se dizer que as atividades desenvolvidas propiciaram evidências de aprendizagem significativa em 59% dos estudantes, ou seja, na maioria dos alunos da turma. A Situação-problema 1, que foi apresentada na introdução, serviu como Organizador Prévio para que se desenvolvessem os demais conteúdos. A relação que partia de “situações mais gerais” para “situações mais específicas” mostrou efetividade no favorecimento do processo da diferenciação progressiva, essencial para a aprendizagem significativa.

Após a implementação da segunda UEPS (sobre o conteúdo de Geometria Analítica), observou-se que um 70% dos estudantes demonstraram evidência de um aprendizado significativo do conteúdo de Geometria Analítica, e esse percentual só não foi maior, pelo fato de que, mesmo com o auxílio do software Winplot na correção imediata e análise dos gráficos gerados na resolução de quase todos os exercícios propostos, alguns estudantes ainda possuíam dificuldades devido a falta de conhecimentos matemáticos da Educação Básica. Mas observou-se que essa dificuldade foi amenizada e, em alguns casos, superada quando o aluno conseguia analisar as características do gráfico gerado e, através disso, conseguir resolver os exercícios e situações-problema apresentados.

Depois de aplicar e analisar os resultados da terceira UEPS, nota-se que a maioria dos estudantes da turma, participantes da pesquisa, percentual de 55%, elaboraram mapas conceituais finais que ficaram dentro da categoria dos que apresentam indícios de aprendizagem significativa. Juntando a isso o fato de que 64% dos alunos da turma tiveram um bom desempenho na resolução dos exercícios da avaliação somativa individual, podemos acreditar que as atividades que foram desenvolvidas na terceira UEPS conseguiram proporcionar aos estudantes uma aprendizagem significativa dos conteúdos.

Utilizar mapas conceituais em sala de aula para auxiliar no processo de aprendizado, na identificação dos conhecimentos prévios presentes na estrutura cognitiva do estudante e também na organização do conhecimento adquirido durante as UEPS mostrou-se ser uma estratégia eficiente no aprendizado significativo. Com mapas conceituais, os estudantes conseguiam organizar e relacionar os principais conceitos apresentados a eles durante a implementação das unidades de ensino. E de posse desses diagramas elaborados pelos estudantes no software Cmaptools, o professor conseguia analisar, de forma esquematizada, os conceitos retidos e as relações que os alunos estabeleciam entre eles.

A elaboração de um material potencialmente significativo, o ensino com bastante diálogos e troca de significados, entre alunos e professor e entre os alunos e o abandono do enfoque comportamentalista nas atividades desenvolvidas em sala de aula favorece a aprendizagem significativa. Moreira (2012, p. 23) evidencia isso: “A facilitação da aprendizagem significativa depende muito mais de uma nova postura docente, de uma nova diretriz escolar, do que de novas metodologias, mesmo as modernas tecnologias de informação e comunicação.”

As atividades desenvolvidas com o auxílio do software Winplot evidenciaram que a utilização de instrumentos das tecnologias da informação e comunicação ajudam no aprendizado significativo dos estudantes. E essa evidencia é maior naqueles alunos com dificuldade ou falta de conhecimentos de aritmética e álgebra, os quais não conseguiriam fazer os esboços das figuras, pois os cálculos aritméticos e algébricos errôneos não lhes proporcionaria um aprendizado significativo do conteúdo estudado.

Durante a utilização do software Winplot, para auxiliar na busca pela solução das situações-problemas ou dos exercícios propostos, foi observada uma maior autonomia dos estudantes. Ao tentar esboçar pontos com coordenadas incorretas sobre um gráfico de uma função considerada (sendo que estes pontos pertenciam a esta função), os estudantes se obrigavam a retornar na tabela de pontos construída e refazer os cálculos aritméticos e algébricos que estavam errados, tudo isso sem a interferência do professor ou de outros colegas. Aqueles que tinham encontrado pontos com coordenadas erradas, demonstravam uma grande motivação em corrigir seus cálculos, de modo a fazer com que a representação cartesiana analisada no plano do Winplot estivesse correta.

Esse uso da tecnologia para auxiliar os estudantes, os quais usam a tecnologia como "prótese" no processo de aprendizagem, é destacado por Rolkouski (2012, p. 97):

> Na análise das atividades e das respostas podemos perceber como a prótese modifica a relação dos participantes com o conhecimento produzido. O erro, por exemplo, passa a ter um papel fundamental na tentativa de resolução de atividades. Em uma sala de aula tradicional, o maior aliado do aluno na tentativa de buscar uma solução para os problemas a ele apresentados é o professor. Esse fato é modificado quando do uso da prótese calculadora gráfica e sensor.

A resolução de exercícios e situações-problema, as quais necessitavam o estudo das características de ponto, reta e circunferência através da visualização dos gráficos dessas figuras, proporcionada pelo software Winplot, mostrou que o professor deve se valer dos recursos das TICs em sala de aula, sobretudo no estudo de conteúdos matemáticos nos cursos do Ensino Superior, que geralmente não possuem carga horária muito elevada, e por isso os estudantes não terão tempo suficiente de aprender ou relembrar os conhecimentos prévios de séries anteriores.

Com isso, podemos constatar evidências de uma aprendizagem significativa pelos estudantes nas UEPS implementadas, pois eles conseguiam externalizar e explicar, através de conceitos matematicamente aceitos, os conteúdos e também aplicá-los para resolver situações-problemas propostas, mostrando com isso, terem captado e compreendido os conteúdos apresentados.

Para finalizar, observa-se, em diversos trabalhos já publicados por outros autores, e também nos resultados descritos no capítulo anterior, que a utilização das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas aliada ao uso de softwares computacionais ou aplicativos de aparelhos móveis de comunicação (como tablets ou smartphones) pode favorecer a ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes. E essa aprendizagem significativa promovida pela UEPS faz com que os alunos consigam reter em suas estruturas cognitivas os principais conceitos dos conteúdos estudados, e isso se deve muito à análise gráfica das características e propriedades das funções representadas no plano cartesiano do software utilizado durante os estudos em sala de aula.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Título original: L'Analyse de Conremt. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo, Edições 70, 2016.

BOFF, B. C. **Matemática para Engenharia**: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica. Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ucs.br/handle/11338/2805>. Acesso em: 22 ago. 2017.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática 3. ed. Autêntica, Belo Horizonte, 2007.

CALHEIRO, L. B. **Inserção de tópicos de física de partículas de forma integrada aos conteúdos tradicionalmente abordados no ensino médio**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Maria, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: química da vida e saúde. Santa Maria, 2014. Disponível em: <http://repositorio.ufsm.br/handle/1/6680>. Acesso em: 12 jul. 2017.

COSTA, A. G. M. **Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como possibilidade para o ensino de Função Polinomial do 1º Grau**: Uma experiência no Ensino Médio. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Natal, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/22470>. Acesso em: 20 ago. 2017.

COSTAMAGNA, A. M. Mapas **Conceptuales como expression de procesos de interrelación para evaluar la evolución del conocimiento de alumnos universitários**. Revista Enseñaza de Las Ciências, 2001, volume 19 Número 2, p. 309-318. Disponível em: <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21749/21582>. Acesso em: 15 jan. 2018.

ELOY, E.; CARON, B. O; SCHMIDT, D.; BEHLING, A.; SCHWERS, L.; ELLI, E. F. **Avaliação da Qualidade de Mudas de Eucalyptus Grandis utilizando parâmetros morfológicos**. Revista Floresta, V. 43, n.3. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2013. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/floresta/article/view/26809>. Acesso em: 16 set. 2017.

HOFFMANN, L. D,; BRADLEY, G. L. **Cálculo**: Um corso moderno e suas aplicações. 10ª Edição. LTC, Rio de Janeiro, 2011.

GIL, A.C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. Atlas, São Paulo, 2010.

LADEIRA, A. R. **Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de Matemática Básica preparatórios para o estudo de Cálculo universitário**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte, 2014. Disponível em: <https://bit.ly/2D9hVzo>.

Acesso em: 01 jul. 2017.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MALHEIROS, B. T. **Metodologia da Pesquisa em Educação**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

MENDES, F. **Ensino e Aprendizagem de alguns tópicos da Função do 2º Grau com o auxílio do software Winplto no 1º ano do Ensino Médio**. Monografia de Especialização. Universidade Federal de Santa Maria, Programa de Pos-Graduacao em Ensino de Matematica no Ensino Medio, 2016. Disponível em: <http://repositorio.ufsm.br/handle/1/14955>. Acesso em: 02 fev. 2018.

MENDES, G. **Proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para subsídio ao estudo de geometria analítica auxiliado pelo software GeoGebra**. Dissertação de mestrado. Universidade Severino Sombra, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Educação Matemática, Vassouras, 2015. Disponível em: <https://bit.ly/2SZAgEv>. Acesso em: 01set. 2017.

MIRANDA, A. M. **As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da Aprendizagem Significativa**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Mestrado Profissional em Educação Matemática, Ouro Preto, 2010. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/2912>. Acesso em: 20 ago. 2017.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Universidade de Brasília - UNB, Brasília, 2006.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E.F.S. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. Moraes, São Paulo, 1982.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa**. Publicado em espanhol, em 2005, na Revista Chilena de Educação Científica, 4(2): 38-44. Revisado novamente em 2012. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2017.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. Livraria da Física, São Paulo, 2011.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS**. Aprendizagem Significativa em Revista, Vol. 1, n. 2, 2011. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2017.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS**. Textos de Apoio ao Professor de Física, v.23 n.2, 2012. Instituto de Física – UFRGS. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/moreira_v23_n2.pdf>. Acesso em: 04 maio 2017.

MOREIRA, M. A. S**ubsídios Didáticos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Mapas conceituais, Diagramas V, Organizadores prévios, Negociação de significados, Unidades de Ensino Potencialmente Significativas. Instituo de Física da

UFRGS, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios3.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2017.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a aprender.** Traduzido do original: LEARNING HOW TO LEARN. Lisboa, Paralelo Editora, 1984.

RITTER, D.; VILLAREAL, L. P.; BULEGON, A. M. **Educação Matemática no Ensino Superior mediada por Tecnologias da Informação e Comunicação**. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01837244/document>. Acesso em: 01 ago. 2017.

ROLKOUSKI, E. **Tecnologias no Ensino de Matemática**. Série Matemática em sala de aula. InterSaberes, Curitiba, 2012.

SANTAROSA, M. C. P.; MOREIRA, M. A. **O cálculo nas aulas de física da UFRGS**: um estudo exploratório. Investigações em Ensino de Ciências, v.16, n.2, 2011.

SILVA. B.A. **Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo**. Educação Matemática Pesquisa, v.13, n.3, São Paulo, 2011.

SOUZA, C. M. **Diagnóstico da produção de mudas de espécies florestais nativas em Minas Gerais**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Lavras, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Lavras, 2017. Disponível em: <http://repositorio.ufla.br/handle/1/15071>. Acesso em: 03 set. 2017.

SVIERCOSKI, R. F. **Matemática aplicada às Ciências Agrárias**. UFV, Viçosa, 2010 – 5ª reimpressão.

TRINDADE, J. O. **Ensino e Aprendizagem Significativa do conceito de ligação química por meio de mapas conceituais**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de São Carlos, Programa de Pós-graduação em Química (Mestrado Profissional), São Carlos, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/6632?show=full>. Acesso em: 01 fev. 2018.

TRINDADE, J.O.; HARTWIG, D. R. **Uso Combinado de Mapas Conceituais e Estratégias Diversificadas de Ensino**: Uma Análise Inicial das Ligações Químicas. Revista Química Nova na Escola, Vol. 34, N° 2, p. 83-91, maio de 2012. Disponível em: <http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc34_2/06-PE-70-11.pdf>. Acesso em 01 fev. 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - UFSM. Pró-Reitoria de Graduação - PROGRAD. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia Florestal – Campus Frederico Westphalen**. Santa Maria, 2017. Disponível em: <https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/frederico-westphalen/engenharia-florestal/sobre-o-curso/>. Acesso em: 01 maio 2017.

ZANATTA, D. C. **Utilização do Software Winplot no ensino de funções cuja representação gráfica é um parabolóide circular**. Anais do XII Encontro Nacional de Educação - EDUCERE, PUCPR, 2015. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/18065_7675.pdf>. Acesso em: 22 maio 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – QUESTIONÁRIO 1 APLICADO NA TURMA NO INÍCIO DA PESQUISA

1) Você gostava/gostou de estudar os conteúdos da disciplina de Matemática durante o Ensino Fundamental e Ensino Médio? Você tinha facilidade em assimilar os conteúdos apresentados?

Objetivo da pergunta: verificar uma possível pré-disposição/facilidade do aluno em aprender os conteúdos da disciplina de Cálculo.

2) Você acredita que a forma como foram trabalhados e apresentados os conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental e Médio favoreceu o seu aprendizado? De que maneira favoreceu (ou não favoreceu)?

Objetivo da pergunta: analisar a opinião dos estudantes sobre as metodologias de ensino utilizadas pelos seus professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio e a implicação disso no seu aprendizado.

3) Em alguma série do Ensino Fundamental ou Ensino Médio você foi reprovado em Matemática? Se sim, em qual série? Se preferir, aponte o(s) motivo(s) da reprovação.

Objetivo da pergunta: averiguar se o estudante foi reprovado na disciplina de Matemática em alguma série do Ensino Fundamental ou Médio e também o motivo da reprovação, conforme o ponto de vista do estudante.

4) Marque, dos conteúdos listadas abaixo, aqueles que você estudou no Ensino Médio:

( ) Conjuntos ( ) Geometria Analítica ( ) Funções

Objetivo da pergunta: analisar se o estudante estudou no Ensino Médio os conteúdos da disciplina de Matemática listados.

5) Você pode dizer que teve uma aprendizagem significativa (entendeu os conteúdos e sabe aplicá-los em qualquer situação-problema ou exercício) nos conteúdos que selecionou anteriormente? Aponte os motivos de ter aprendido significativamente ou de não ter aprendido significativamente.

Objetivo da pergunta: Verificar como o estudante analisa o seu próprio aprendizado dos conteúdos, se ele entende que foi uma aprendizagem significativa ou não e por quais motivos.

6) Esta é a primeira vez que você cursa a disciplina de Cálculo I? Se não é a primeira vez, quantas vezes você já cursou Cálculo I anteriormente?

> **Objetivo da pergunta:** investigar se o aluno está fazendo a disciplina pela primeira vez ou se é repetente e, se for este o caso, quantos vezes já se matriculou nela.

7) Na sua opinião, o que precisa ser feito nas aulas de Cálculo I para que você tenha uma aprendizagem significativa? Aponte as condições necessárias que possibilitaria o seu aprendizado significativo.

> **Objetivo da pergunta:** indagar o aluno sobre quais condições, atividades e ações ele julga serem necessárias para favorecerem seu aprendizado significativo.

8) Você chegou a usar algum software computacional no aprendizado dos conteúdos das aulas de Matemática do Ensino Fundamental ou Médio? Se sim, diga qual foi o software usado e em que conteúdo?

> **Objetivo da pergunta:** pesquisar se o aluno já usou algum software computacional no aprendizado de conteúdos das aulas de Matemática no Ensino Médio ou Fundamental e qual foi o software usado e em que conteúdo.

9) Você acredita que as ferramentas da tecnologia da informação (computadores, notebooks, celulares, softwares e aplicativos) podem ajudar no seu aprendizado dos conteúdos de Matemática na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica? Se sim, de que forma as ferramentas/aplicativos da TI poderiam auxiliar no seu aprendizado?

> **Objetivo da pergunta:** analisar a opinião do aluno sobre quais ferramentas da TI poderiam auxiliar no seu aprendizado dos conteúdos de Matemática na disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica.

APÊNDICE 2 – ROTEIRO DE ENTREVISTA PARA AS DOCENTES DE CÁLCULO

1) Qual a relevância da disciplina de Cálculo para a formação dos engenheiros florestais?

Objetivo da pergunta: analisar a importância da aprendizagem de Cálculo para a formação dos engenheiros florestais pelo ponto de vista dos docentes.

2) Quais são os procedimentos metodológicos mais utilizados na sua sala de aula para auxiliar na aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Cálculo?

Objetivo da pergunta: verificar quais são as metodologias utilizadas no processo de ensino de Cálculo.

3) O que significa para você "aprendizagem significativa" dos conteúdos de Cálculo? Você considera que seus métodos de ensino favorecem uma "aprendizagem significativa" dos alunos do curso de Engenharia Florestal?

Objetivo da pergunta: investigar qual a percepção que os docentes têm sobre a aprendizagem significativa dos seus alunos e sua correlação com as metodologias utilizadas.

4) Os alunos apresentam dificuldades na assimilação e aprendizagem dos conteúdos apresentados nas aulas de Cálculo? Que tipos de dificuldades?

Objetivo da pergunta: aferir os tipos de dificuldades que os alunos apresentam, sob o ponto de vista do docente, no processo de assimilação e aprendizagem dos conteúdos.

5) O que você tem feito ou planejado fazer para superar estas dificuldades? Isso tem surtido efeito?

Objetivo da pergunta: averiguar as táticas do docente para superar dificuldades na assimilação e aprendizagem dos conteúdos de Cálculo.

6) Você costuma utilizar recursos das tecnologias da informação e comunicação (TIC) no processo de ensino das aulas de Cálculo? Quais e de que forma?

Objetivo da pergunta: observar quais recursos das TICs são utilizados pelo docente no processo de ensino de Cálculo.

7) Qual a importância que você observa quanto a utilização de softwares computacionais no processo de ensino/aprendizagem dos conteúdos de Cálculo?

Objetivo da pergunta: analisar a efetividade, na visão do professor, da utilização de softwares no processo de ensino/aprendizagem de Cálculo.

APÊNDICE 3 - PROPOSTA DE UEPS PARA ENSINAR CONJUNTOS

Detalhamento da sequência de ações e aulas a serem desenvolvidas na UEPS:

Seguindo a sequência de passos, apresentada na seção 5.1 deste trabalho, sugeridos por Moreira (2011, p. 45), detalharemos esta primeira UEPS, a qual foi implementada no primeiro semestre de 2018.

1º Passo: Definição dos tópicos específicos a serem abordados, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se inserem esses tópicos.
- *Tópicos a serem abordados:* Noções sobre conjuntos (definição de conjunto, tipos de representações, relação de pertinência e de inclusão, tipos de conjuntos: unitário, vazio, universo), Operações (união, intersecção e diferença) e propriedades, conjuntos numéricos (conjunto dos números: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais), sendo estes tópicos componentes da primeira unidade do programa da disciplina em que a UEPS será aplicada.
- *Aspectos declarativos:* saber definir conjuntos, explicitar as características de classificações de conjuntos quanto aos seus tipos, definir as operações existentes entre conjuntos, e declarar as propriedades mais gerais dos conjuntos apresentadas na Teoria de Conjuntos.
- *Aspectos procedimentais:* saber aplicar a Teoria de Conjuntos em atividades apresentadas em aula ou em outras situações do seu cotidiano, tais como: classificar conjuntos segundo as suas características, relacionar os conjuntos entre si, bem como entre seus elementos através das relações de pertinência e inclusão, e operar com conjuntos (unir, ver as diferenças e intersecções).
- *Objetivos:* facilitar a aquisição de significados de conceitos básicos sobre o conteúdo de Conjuntos.

Espera-se que o aluno do Curso de Engenharia Florestal atribua significado psicológico a especificidades da UEPS frente a situações-problema nela propostas e vinculadas no seu contexto de atuação.

Aula 1

No primeiro período do encontro, o professor aplicou um questionário na turma. Esse questionário (disponível no Apêndice 1) tinha o objetivo de levantar a opinião dos estudantes sobre suas experiências e aprendizado de conteúdos da disciplina de Matemática na Educação Básica. É importante ressaltar que as questões foram aplicadas somente neste trabalho e, sendo assim, não passaram por um processo de validação.

Após os estudantes responderem o questionário, foi feita uma fala sobre o acesso e as principais ferramentas disponíveis no ambiente virtual de aprendizagem Moodle (local onde os alunos vão acessar algumas das atividades a serem desenvolvidas e postar a resolução das mesmas). Na mesma aula, foi apresentada a definição, os passos do processo de construção e exemplos de mapas conceituais, que o professor criou com a ajuda de todo o grupo de estudantes. O professor utilizou, como exemplo, a construção de um mapa conceitual sobre o tema "Geometria", no qual apresentou os tipos de geometria estudados até o Ensino Médio (plana, espacial e analítica) e alguns de seus conceitos fundamentais.

Os mapas conceituais confeccionados pelo professor foram feitos utilizando-se o software gratuíto Cmaptools, o qual teve suas principais funcionalidades apresentadas aos estudantes nos exemplos da primeira aula. Como exemplo, e aproveitando para fazer apresentação da disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica, o mapa conceitual da Figura 2 foi exibido aos alunos.

- Tempo de duração do passo: 2 horas-aula.

2º Passo: Proposição da elaboração de um mapa conceitual para externalização de conhecimentos prévios que os estudantes possuem sobre Conjuntos.

Ainda na primeira aula e depois de apresentados o ambiente virtual de aprendizagem Moodle, o software Cmaptools, e a definição e exemplos de mapas conceituais, o professor solicitou aos estudantes que elaborassem um mapa conceitual sobre o tópico "Conjuntos". Nesse mapa conceitual, os estudantes deveriam externalizar o seu conhecimento prévio, aceito ou não no contexto da matéria, sobre a primeira unidade a ser estudada. O professor auxiliou os estudantes na elaboração desse primeiro mapa.

Foi fixada como data e horário de envio do mapa conceitual no Moodle às 13 horas do dia que antecedeu a próxima aula (terça-feira), deixando assim tempo para que o professor conseguisse fazer uma análise dos conhecimentos prévios, que os estudantes já possuem na sua estrutura cognitiva, explicitados nos mapas conceituais e ainda as relações estabelecidas entre os conceitos apresentados no mapa.

Aula 2:

Nessa aula, foi apresentada e analisada uma situação-problema, em nível bem introdutório e levando em conta os conhecimentos prévios dos alunos (apontados nos mapas conceituais desenvolvidos na aula anterior), que envolvia o conteúdo de Conjuntos.

3º Passo: Apresentação da Situação-problema 1 (disponível no Apêndice 4), em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretendia ensinar.

- **Situação-problema 1:** Uma das atribuições de um engenheiro florestal é elaboração do Inventário Florestal, o qual é um procedimento para obter informações sobre as características quantitativas e qualitativas da floresta e de muitas outras características da área sobre a qual a floresta está se desenvolvendo (HUSH et al. 1993): estimativa de área, descrição da topografia, mapeamento da propriedade, descrição de acessos, facilidade de transporte da madeira, estimativa da quantidade e qualidade de diferentes recursos florestais e estimativa de crescimento (se o inventário for realizado mais de uma vez). O estudante Y da UFSM, durante o estágio curricular, elaborou um Inventário Florestal para duas propriedades da empresa Mudas da Floresta, a qual produz pesquisas em árvores, sendo que, no relatório desse Inventário, estavam apresentados os dois quadros seguintes, que destacavam algumas espécies arbóreas das propriedades.

Quadro 1 – Espécies Arbóreas cultivadas na Propriedade 1

Nome comum da espécie	**Família**	**Altura (em metros)**
Angico	*Mimosáceas*	12,15
Aroeira	*Anacardiaceae*	6,20
Bambu	*Gramineae*	9,50
Cedro	*Pinaceae*	25,67
Eucalyptus grandis	*Myrtaceae*	48,70
Ipê-amarelo	Bignoniaceae	5,35
Jacarandá	*Fabaceae*	14,22
Jatobá	*Fabaceae*	22,74
Manacá da Serra	Melastomataceae	9,01
Palmeira	*Palmae*	2,35
Pau-Brasil	*Fabaceae*	13,89
Pinhiero	Araucariáceas	40,09

Pinus	*Pinaceae*	19,54
Sapucaia	*Lecythidaceae*	8,44

Quadro 2 – Espécies Arbóreas cultivadas na Propriedade 2

Nome comum da espécie	**Família**	**Altura (em metros)**
Bananeira	*Musaceae*	4,72
Castanheira	*Lecythidaceae*	31,05
Cerejeira	*Rosaceae*	5,26
Coqueiro	*Palmae*	26,09
Erva-mate	*Aquifoliáceas*	8,81
Eucalyptus grandis	*Myrtaceae*	48,70
Goiabeira	Myrtaceae	5,50
Ipê-amarelo	Bignoniaceae	5,35
Pinhiero	Araucariáceas	40,09
Pinus	*Pinaceae*	19,54
Pitangueira	*Myrtaceae*	7,87
Mangueira	*Anacardiacea*	10,40
Palmeira	*Palmae*	2,35

Ao fim do inventário florestal, o estudante Y deveria responder as seguintes questões:

- Quantas e quais são as espécies cultivadas ao mesmo tempo nas duas propriedades?

- Qual é o total de espécies que a empresa cultiva e quais são essas espécies?

- Quais espécies faltariam para que a propriedade com mais espécies obtivesse todas as espécies cultivadas?

- Análise a priori da Situação-problema 1: Na Situação-problema 1, os alunos responderam as três questões apresentadas ao fim da leitura. Para isso, usaram seus conhecimentos prévios sobre análise e número de elementos de conjuntos, bem como aplicarão conhecimentos prévios sobre operações com conjuntos (união, intersecção e diferença). Essa situação-problema foi desenvolvida para ser usada como um organizador prévio, já que os conhecimentos prévios necessários para responder as questões apresentadas anteriormente não são conhecimentos necessariamente escolares, pois os estudantes podem desenvolver noções de classificação, união, intersecção e diferença de conjuntos em diversas situações do seu dia a dia. O professor também deu destaque às medidas das alturas das espécies não estão apresentadas no formato de número natural, verificando assim, a necessidade da existência do conjunto dos números racionais para que a medida da altura das árvores seja feita com exatidão.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

4º Passo: Revisão sobre a Teoria de Conjuntos aprendida no Ensino Médio e/ou na Educação Básica:

Aulas 3, 4 e 5:

O professor apresentou os conteúdos sobre a Teoria de Conjuntos presentes no programa da disciplina: Definição de Conjuntos, Formas de Representação (extensão, compreensão, Diagrama de Venn), Tipos de Conjuntos (Unitário, Vazio, Universo), Relação de Pertinência e Relação de Inclusão, Operações com Conjuntos (União, Intersecção e Diferença). Exercícios e problemas clássicos da matéria de ensino foram trabalhados em sala de aula. Essa apresentação levou em conta a diferenciação progressiva, uma vez que os conteúdos foram apresentados a partir da análise da Situação-problema 1: as definições e conceitos novos foram introduzidos (ou relembrados pelos estudantes) a partir do contexto presente no problema.

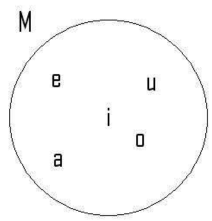
Conjuntos:

1 Definição: **Conjunto** é um agrupamento, classe, coleção de elementos que possuem uma característica determinada.

- Os componentes de um conjunto são chamados de **elementos**.
- Os conjuntos geralmente são indicados por letras maiúsculas: A, B, C, D, …, Z.
- O número de elementos de um conjunto A pode ser indicado por $n(A)$.

2 Formas de representação de um conjunto:

1) Por extensão: M = $\{a, e, i, o, u\}$.
2) Por compreensão: M = $\{x \mid x$ é vogal do alfabeto da língua portuguesa$\}$.
3) Pelo Diagrama de Venn (desenho ao lado).



Observações:

- Chama-se **Conjunto Unitário** aquele que possui um único elemento.

Exemplos: $D = \{y \mid y$ é vogal da palavra PERTENCEM$\} = \{E\}$

$F = \{k \,\varepsilon\, R \mid k^2 - 4k + 4 = 0\} = \{2\}$

- Chama-se **Conjunto Vazio** aquele que não possui elementos. Representação: { } ou Ø.

Exemplos: $A = \{x \,\varepsilon\, N \mid x > 5 \text{ e } x < 2\}$ e $P = \{y \,\varepsilon\, N \mid 3\,y - y = 3 - 2\}$

- Definição: Conjunto Universo (domínio ou campo de definição) é aquele ao qual pertencem todos os elementos de um determinado estudo. Resultados não contidos nesse conjunto universo não são aceitos como resultados válidos.

Exemplos: Considerando o conjunto universo U dado, determine o conjunto verdade (solução) da equação:

$$2x - 7 = 0$$

a) $U = \mathbb{N}$ b) $U = \mathbb{R}$

3 Relação de Pertinência (relaciona elemento e conjunto):

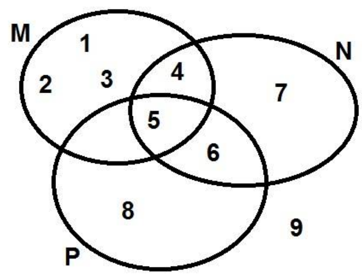
- Para indicar que um elemento pertence a um determinado conjunto usamos o símbolo $\in$ e, para indicar que não pertence, o símbolo $\not\in$.

Exemplos: Dado o conjunto $H = \{x \in \mathrm{N} \mid x \geq 0 \text{ e } x \text{ é um número par}\}$, relacione:

a) – 2 _____ H
b) 31 _____ H
c) 24 _____ H
d) 30000078946 _____ H
e) 18/3 _____ H
f) 5/2 ______ H
g) 0 _____ H
h) 7747747747 _____ H
i) – 5 + 9 _____H

Exercício 1: Considerando os conjuntos M, N e P do diagrama a seguir, associe $\in$ ou $\not\in$ a cada item:

1 _____ P
6 _____ P
4 _____ P
5 _____ P
9 _____ M
5 _____ N
2 _____ M
7 _____ N
16/4 _____ N
9 _____ P
5 _____ M
6 _____ N
3 _____ M
0 _____ M
3 _____ N



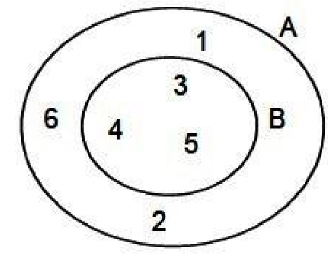
4 Relação de Inclusão (**Subconjuntos** / relaciona conjuntos):

- Se todos os elementos de um conjunto B também pertencem a um conjunto A, dizemos que **B está contido em A**, ou ainda que **B é Subconjunto de A**. Indicamos por $\mathrm{B} \subset \mathrm{A}$.

- Também podemos indicar $\mathrm{A} \supset \mathrm{B}$, que quer dizer: A contém B.

- Se existir pelo menos um elemento de B que não pertença a A ,dizemos que B não está contido em A ou que B não é subconjunto de A.

Exemplo:



$B \subset A$

--- B está contido em A

$A \not\subset B$

--- A não está contido em B

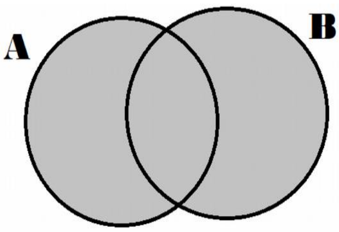
Exercício 2: Utilizar os símbolos $\subset$, $\not\subset$ ou $\supset$ e relacionar os conjuntos: A= {x | x é letra do alfabeto latino}, B = {a, e, i, o, u}, C = {x | x é consoante do alfabeto latino} e D = {m, n, o, p}:

a) A _____ B	c) B _____ A	e) A _____ D
b) A _____ C	d) C _____ A	f) D _____ C

5 Operações com Conjuntos

- **União:** chamamos união de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos pertencentes a **A ou B**.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



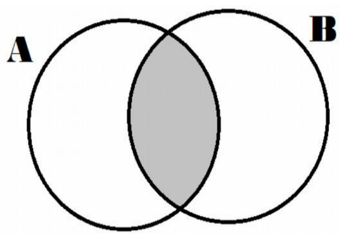
Exemplos: Calcule M$\cup$N, sendo:

a) M = {1, 2, 3, 4} e N = {7, 8, 9}

b) N = {c, d, e, f} e M = {a, b, c, d}

c) M = {x | x é par} e N = {$x \in \mathbb{R}$ | 0 < x <10 e x é par}

- **Intersecção:** chamamos intersecção de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos pertencentes a **A e B**.



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplos: Encontre A$\cap$B, sendo:

a) A = {1, 3, 5, 7, 9, 11} e B = {2, 4, 6, 8, 10}

b) B = {$x \in N$ | x é par} e A = {$x \in N$ | x é múltiplo de 2 e $x \leq 20$}

c) A = $\{x \in N \mid 1 \leq x < 6\}$ e B = $\{m \in N \mid 2 < m < 9\}$

- **Observação**: Tendo-se dois conjuntos A e B, o número de elementos da união será dado pela soma dos elementos de A e B, subtraído do número de elementos comuns que corresponde ao número de elementos da intersecção.

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

Exemplo: A floricultura A tem 20 tipos de mudas de árvores. Comparando a lista de mudas, observamos que a floricultura B tem um total de 12 tipos de mudas de árvores em comum com A, e se fosse feita a união com a floricultura B, ao todo teríamos um total de 60 tipos de mudas de árvores diferentes. O número de tipos de mudas que só a floricultura B tem é igual a

a) 28. b) 36. c) 40. d) 48. e) 52.

Exercício 3: Numa cidade, foi feito um levantamento para se saber quantas crianças haviam recebido as vacinas Sabin, Tríplice e Contra-Sarampo. Os dados obtidos estão na tabela abaixo. Assim sendo, assinale a alterativa falsa.

Vacinas	Nº de crianças
Sabin	5428
Tríplice	4346
Contra-Sarampo	5800
Sabin e Tríplice	812
Sabin e Contra-Sarampo	904
Tríplice e Contra-Sarampo	721
Sabin, Tríplice e Contra-Sarampo	521
Nenhuma	1644

a) 4233 crianças receberam apenas a Sabin.

b) 3334 crianças receberam apenas a Tríplice.

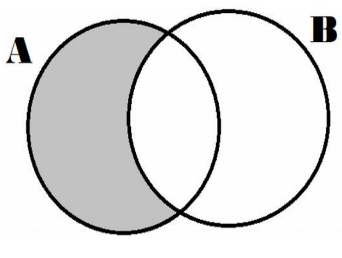
c) 4696 crianças receberam apenas a Contra-Sarampo.

d) 874 crianças receberam pelo menos duas vacinas.

Exercício 4: Uma pesquisa realizada numa universidade sobre o gosto musical dos alunos indicou que 458 gostam de rock, 112 gostam de música sertaneja, 62, de ambos e 36, de nenhum desses estilos musicais. Com base nestes dados, o número de alunos consultados é

a) 668. b) 632. c) 544. d) 508. e) 446.

- **Diferença:** Dados dois conjuntos A e B, chama-se diferença A – B ao conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.



$$\boxed{A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}}$$

Exemplos: Dados os conjuntos A e B, efetuar a diferença A – B:

a) B = {4, 6, 7} e A = {2, 3, 5}

b) A = {$x \in$ Alfabeto | $a \leq x < e$} e B = {$y \in$ Alfabeto | $c \leq y \leq f$}

c) A = { 2, 4, 6, 8, 10} e B = {4, 6, 8}

Exercício 5: Dados os conjuntos A = {1, 2, 3}, B = {3, 4, 5} e C = {1, 5, 6}, determine:

a) $(A \cup B) \cap C$

b) $(A \cup C) - (A \cap C)$

c) $(B \cap C) \cup (A \cap C)$

d) $(A \cup B) - C$

6 Conjuntos Numéricos

Números Naturais ($\mathbb{N}$)**:** é o conjunto

$$\mathbb{N} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ +7,\ +8,\ 9,\ 10,\ ...\ \}$$

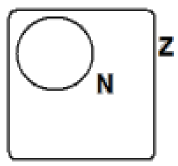
- Usamos o símbolo * para indicar a exclusão do elemento 0 (zero) de qualquer conjunto numérico. Assim:

$$\mathbb{N}^* = \{\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ +7,\ +8,\ 9,\ 10,\ ...\ \}$$

Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)**:** é o conjunto

$$\mathbb{Z} = \{\ ...\ ,\ -6,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ +2,\ +3,\ 4,\ 5,\ 6,\ ...\ \}$$

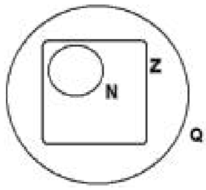
- Como todo nº natural é também nº inteiro, temos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.



Números Racionais ($\mathbb{Q}$): Número racional é todo número que pode ser escrito na forma de uma fração, com numerador inteiro e denominador inteiro e diferente de zero.

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}\ \text{, sendo a} \in \mathbb{Z},\ \text{b} \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

- Como todo nº natural é inteiro, e todo nº inteiro é racional, temos então que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.



- São números racionais:

- todo número natural: 50 = 100/2 = 50/1 = 150/3, 100830, 1, 172 = 172/1, 9999999;
- todo número inteiro: – 4, + 17444, 0, – 97400/1 = – 97400, 130/2;
- todos os números decimais finitos: 2,72, $\frac{813}{5}$, – 0,25374, $+\frac{1}{2}$;
- todos os números decimais infinitos e periódicos (dízimas periódicas):

$$+\frac{12}{11} = 0,090909...,\ -0,181555555\ldots,\ 20,97333444333444\ldots,\ -2542,0848484...$$

Números Irracionais (I): é o conjunto dos números com representações infinitas, porém não-periódicas e, assim sendo, não podem ser representados na forma de fração.

- Observemos que: $\mathbb{Q} \cap \mathrm{I} = \varnothing$

- Exemplos de números irracionais:

a) $\sqrt{5} = 2,2360679774997896964091736687313...$

b) $\pi = 3,1415926535897932384626433832795...$

c) $e = 2,718281828459045235360287 4...$

d) $\frac{\sqrt{7}+3}{2} = 2,8228756555322952 9...$

e) $-3\sqrt{7}$

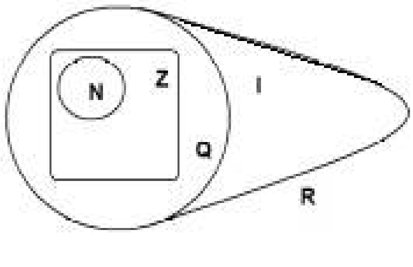
f) $\sqrt[3]{25}$

g) 0,52552555255552 ...

h) –74,0100123000125 ...

Números Reais (**R**): é o conjunto que resulta da união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais..

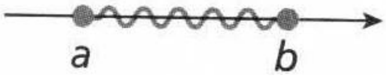
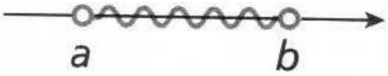
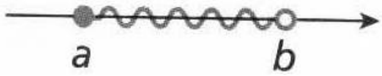
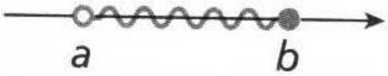
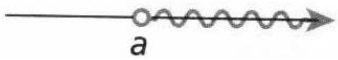
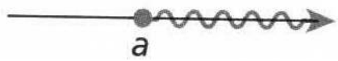
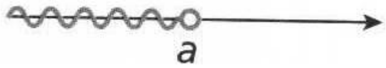
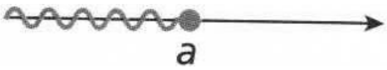
$$\Re = \mathbb{Q} \cup \mathrm{I} = \{x \mid \mathrm{x} \in \mathbb{Q} \text{ ou } \mathrm{x} \in \mathrm{I}\} = \{x \mid \mathrm{x} \text{ é racional ou } \mathrm{x} \text{ é irracional}\}$$



7 Intervalos Reais

7.1 Definição de Intervalos Reais:

Os intervalos reais são subconjuntos dos números reais. São caracterizados por desigualdades:

Representação Algébrica	Representação na Reta Real	Descrição
$\{x \in \mathbb{R} \| a \le x \le b\}$ ou $[a, b]$		Intervalo fechado
$\{x \in \mathbb{R} \| a < x < b\}$ ou $]a, b[$		Intervalo aberto
$\{x \in \mathbb{R} \| a \le x < b\}$ ou $[a, b[$		Intervalo fechado à esquerda
$\{x \in \mathbb{R} \| a < x \le b\}$ ou $]a, b]$		Intervalo fechado à direita
$\{x \in \mathbb{R} \| x > a\}$ ou $]a, +\infty[$		Semirreta aberta de origem *a*
$\{x \in \mathbb{R} \| x \ge a\}$ ou $[a, +\infty[$		Semirreta fechada de origem *a*
$\{x \in \mathbb{R} \| x < a\}$ ou $]-\infty, a[$		Semirreta aberta de origem *a*
$\{x \in \mathbb{R} \| x \le a\}$ ou $]-\infty, a]$		Semirreta fechada de origem *a*
$\mathbb{R}$ ou $]-\infty, +\infty[$		Reta real

Exemplos:
Represente na reta real os intervalos:

a) $\{k \in \mathbb{R} | 6 \le k \le 18\}$

b) $(-3,22; -1]$

c) $\{a \in \mathbb{R} | -2 < a < 6/5\}$

d) $[-7; +5[$

e) $\left(-\frac{4}{7}; \frac{5}{2}\right)$

f) $]-\infty; 0]$

g) $\{x \in \mathbb{R} | x > 4\}$

h) $[\sqrt{3}; +\infty)$

i) $\{b \in \mathbb{R} | -\pi \le b \le \pi\}$

j) $]-\infty; -\sqrt{2}/2[$

7.2 Operações com intervalos

Exercícios:

6. Dados X=$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$ e Y=$\{y \in \mathbb{R} \mid 3 \le y < 8\}$, determine X∪Y, X∩Y, X – Y e Y – X.

7. Uma vez que M = $[0,5]$ e P = $]-\infty,5[$, calcule:
a) M – P b) P – M c) P ∩ M d) M ∪ P e) (M ∪ P) – (P ∩ M)

8. Se A = $\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 0 < x < 2\}$ e B = $\{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ e } -3 \le y \le 1\}$, então podemos afirmar que o conjunto $(A \cup B) - (A \cap B)$ é
a) $[-3,0] \cup]1,2[$ b) $[-3,0] \cup [1,2[$ c) $]-\infty,-3[\cup [2,+\infty[$
d) $]0,1]$ e) $[-3,2)$

9. Levando em consideração a Teoria de Conjuntos apresentada, faça um Diagrama de Venn da Situação-problema 1 e responda às questões lá apresentadas:
- Quantas e quais são as espécies cultivadas ao mesmo tempo nas duas propriedades? Qual a operação de conjuntos utilizada para determinar essa resposta?
- Qual é o total de espécies que a empresa cultiva e quais são essas espécies? Qual a operação de conjuntos utilizada para determinar essa resposta?
- Quais espécies faltariam para que a propriedade com mais espécies se igualasse a outra (no caso de a empresa resolver fechar uma das propriedades mas manter todas as espécies cultivadas)? Qual a operação de conjuntos utilizada para determinar essa resposta?

- Tempo de duração do passo: 5 horas-aula

5º Passo: *Aula 6:* Apresentação de uma nova situação-problema, em nível mais alto de complexidade

Situação-problema 2:

Como contexto, temos parte do artigo intitulado “Avaliação da qualidade de mudas de *Eucalyptus grandis* utilizando parâmetros morfológicos” dos autores Elder Eloy et al. (2013, p. 373):

“Atualmente, o aumento no consumo de madeira e seus derivados, tanto na área energética quanto na de beneficiamento e de transformação, evidencia-se a necessidade de geração de novas tecnologias de produção de mudas, com um padrão de qualidade adequado, visando o estabelecimento de florestas cada vez mais produtivas.

A expansão na demanda por produtos florestais tem como consequência direta a necessidade de introduzir, nos programas de reflorestamento no Brasil, espécies de alta produtividade, que permitam reduzir relativamente o ciclo de corte, associada às boas características silviculturais aplicadas, disponibilizando para as mudas uma maior resistência às condições adversas do meio e um menor tempo gasto para a sua completa formação, sendo tais fatores decisivos ao seu êxito (CRUZ et al., 2004).

Na seleção de mudas para o plantio, são utilizados critérios baseados em características que, na maioria das vezes, não determinam as reais qualidades, visto que elas variam de acordo com a espécie, sítios ecológicos, tratos culturais, transporte, distribuição e plantio das mudas. Assim, existem várias razões para a utilização de testes na definição do padrão de qualidade de mudas, podendo-se agregar alguns valores que, muitas vezes, são exigidos pelo mercado (GOMES et al., 2002).”

Baseado nas informações presentes neste trecho do artigo, um professor da turma do engenheiro florestal Y, durante uma aula prática do curso, levou os alunos até as propriedades da empresa Mudas da Floresta e pediu que cada um dos 60 alunos coletasse no máximo 2 espécies lá cultivadas para análise da qualidade da madeira das espécies. Assim, 40 alunos coletaram uma muda de *Eucalyptus grandis,* 35 alunos coletaram uma muda de Pinus e 20 coletaram duas mudas, uma de *Eucalyptus grandis* e outra de Pinus. Sendo assim, qual a probabilidade de, sorteando ao acaso a(s) muda(s) de um aluno, o professor:

A) Escolher uma muda de *Eucalyptus grandis* para ser feito o teste de qualidade da madeira?

B) Escolher as mudas de um aluno que tenha coletado as duas espécies: *Eucalyptus grandis* e Pinus para ser feito o teste de qualidade?

C) Escolher a(s) muda(s) de um aluno que tenha coletado *Eucalyptus grandis* ou Pinus para ser feito o teste de qualidade?

Análise à priori da Situação-problema 2:

Na Situação-problema 2, os alunos deveriam responder as três perguntas apresentadas ao fim da situação. Para tanto, além de usarem seus conhecimentos prévios e aqueles conhecimentos assimilados durante as aulas expositivas sobre os conteúdos da Teoria de Conjuntos precisariam também da definição de probabilidade de ocorrência de um evento simples, a qual, nesse caso, será o sorteio de mudas das espécies coletadas pelos alunos da turma do engenheiro florestal Y na empresa fictícia Mudas da Floresta.

Para resolução da pergunta da letra A, o professor relembrou aos alunos a definição de probabilidade de ocorrência de um evento simples, como o sorteio de uma muda qualquer dentre todas as cultivadas nas propriedades da empresa. Já para solução das perguntas B e C, os estudantes precisaram de conhecimentos mais específicos da Teoria de Conjuntos (no caso, da união e intersecção de conjuntos, bem como a determinação do número de elementos dos conjuntos apresentados na situação-problema).

Nesta etapa, foi dado prosseguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as principais definições da Teoria de Conjuntos apresentadas durante as aulas expositivas, fazendo sempre uma integração de cada definição utilizada na resolução das perguntas da situação-problema, tentando proporcionar ao estudante, com isso, uma reconciliação integrativa dos conceitos até então estudados.

- Tempo de duração do passo: ½ (meia) hora-aula.

Aula 7:

6º Passo: Avaliação somativa individual: a qual foi realizada presencialmente e de forma individual e continha três exercícios: duas situações-problema e um exercício de aplicação das definições de operações com conjuntos estudadas. Nesta pesquisa, vamos focar apenas na análise das respostas dos estudantes nos Exercícios 1 e 3.

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM
Campus Frederico Westphalen
Curso de Engenharia Florestal
Disciplina: DETA0003 – Cálculo I e Geometria Analítica/1º semestre de 2017

Nome: ____

Parte Teórica:

1) Responda com suas próprias palavras como você realiza/define as seguintes operações com conjuntos. Apresente um exemplo de cada operação.

- União de dois ou mais conjuntos:
- Intersecção de dois ou mais conjuntos:
- Diferença entre dois conjuntos:

Parte Prática:

2) Considerando os conjuntos A = $\{x \in R \mid -6 < x \leq 5\}$, B =]0, 8], C = $\{x \in R \mid -1 \leq x \leq 7\}$ e D = $(-\infty, 2]$, E = $\{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x \leq 3\}$ e F = {1, +2, 3} determine:

a) $A \cup B$
b) $A \cap B \cap C$
c) $C - A$
d) $(A \cap C) - (B \cup D)$
e) $E \cup F$
f) $F \cap E$
g) $E - F$

3) (Souza et al.,2017) “O estado de Minas Gerais é formado por três biomas, Cerrado, Mata Atlântica e Caatinga, que apresentam uma grande diversidade de espécies, sendo 1998 presentes na Mata Atlântica, 1602 no Cerrado e 554 na Caatinga, algumas destas ocorrentes em mais de um bioma. O Cerrado e a Mata Atlântica são considerados hotspots de biodiversidade, pois apresentam alto grau de endemismo e perda de hábitat. A Caatinga ocupa pouco mais que 2% do estado de Minas Gerais e caracteriza-se por sua grande diversidade de espécies xerófilas e marcada por situações edafoclimáticas que determinam suas tipologias. As principais causas de degradação das áreas do estado são a agropecuária e a mineração, devido ao processo de colonização do país, atividades que persistem até hoje.

A restauração florestal é o ato de levar uma área degradada a um estágio mais próximo possível de uma situação não perturbada. As ações de restauração abrangem várias etapas, que vão desde o planejamento, que tem início com o diagnóstico da área, a fim de definir o grau de degradação e as intervenções necessárias para minimizar os danos ou acelerar a recuperação dos processos físicos, químicos e biológicos do local, até o monitoramento e avaliação de indicativos de sustentabilidade e resiliência.

Uma das ações primordiais para o sucesso dos projetos de restauração é o processo de seleção de espécies para o plantio na área. A escolha das espécies deve ser fundamentada no histórico fitossociológico do local, pois a restauração de ecossistemas parte do pressuposto de chegar a uma condição não degradada e resgatar as funções ecossistêmicas, condições estas que são mais favorecidas quando se utiliza um conjunto de espécies do ecossistema de referência, retomando a sucessão ecológica. Ainda há o entrave da dificuldade de obtenção de mudas com quantidade e qualidade suficiente para atender a demanda. Outra dificuldade no processo de produção de mudas é a falta de informações quanto à germinação das sementes coletadas, que causa prejuízos ao produtor de mudas. Neste sentido, se fazem importantes estudos fundamentados em florística, fitossociologia, ecofisiologia e relações de fauna para a melhor indicação de espécies. Neste sentido, objetivou-se verificar a produção de mudas do estado de Minas Gerais frente à riqueza de espécies nativas do estado. Com base nos dados obtidos com a Coordenadoria de Sementes e Mudas do MAPA e sua análise, foi possível enumerar 1004 espécies florestais nativas, produzidas por 498 viveiros, em 129 municípios do estado, distribuídos nos três biomas, Mata Atlântica, Cerrado e Caatinga.

Quanto ao bioma de ocorrência das espécies produzidas, nota-se maior riqueza das espécies de Mata Atlântica, sendo 282 endêmicas e 542 em comum com os outros biomas presentes no estado (Figura 2). Este fato pode ser explicado devido a uma maior quantidade de viveiros presentes neste bioma, 404 produtores em municípios localizados na Mata

Atlântica, representando 81% do total de produtores e 27 em áreas de transição com o bioma Cerrado, configurando 5,4% dos produtores de mudas florestais nativas de Minas Gerais. Entretanto, o Cerrado é o bioma de maior representatividade de Minas Gerais, ocupando 57% da área do estado.

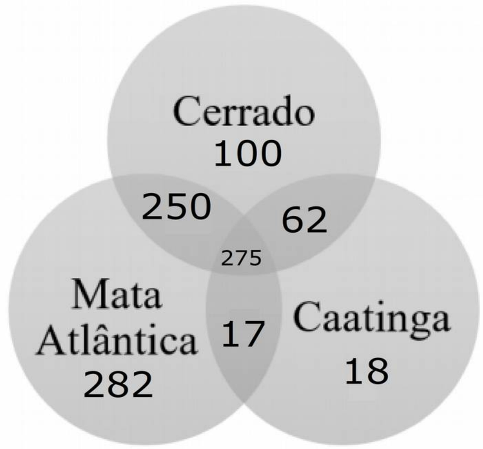


Figura 2: Diagrama representativo das espécies florestais nativas produzidas pelos viveiros em Minas Gerais, em relação aos biomas presentes no estado.

Aproximadamente um terço da riqueza da flora arbórea de Minas Gerais é produzida nos viveiros registrados presentes no estado. Diante deste fato, a produção de mudas não atende de forma adequada à riqueza dos biomas do estado. Além disso, destaca-se a necessidade de aumento do número de espécies ameaçadas de extinção a serem produzidas, a fim de buscar sua preservação e o restabelecimento das funções ecológicas que estas possuem no ecossistema. Dos 498 viveiros de espécies florestais nativas registrados em Minas Gerais, 86% estão localizados no bioma Mata Atlântica, bioma que abrange 82% das espécies produzidas.” (Adaptado do artigo “Riqueza de espécies produzidas nos viveiros florestais de Minas Gerais” de autoria de Clarissa de Moraes Souza et al., disponível em: http://repositorio.ufla.br/handle/1/15071).

Ciente da divisão das espécies florestais nativas produzidas pelos viveiros em Minas Gerais, disponível na Figura 2 e também no texto apresentado, responda:

a) Qual é o total de espécies florestais nativas produzidas no bioma Cerrado?

b) Qual é o total de espécies florestais nativas produzidas ao mesmo tempo nos biomas Mata Atlântica e Caatinga?

c) Quantas são as espécies florestais nativas produzidas nos biomas Cerrado ou Caatinga?

d) Quantas são as espécies florestais nativas produzidas somente no bioma Mata Atlântica?

e) Quantas são as espécies florestais nativas produzidas no bioma Caatinga, mas que não são produzidas no bioma Mata Atlântica?

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

Aula 8:

7º Passo: Aula expositiva integradora final

Nesta aula, o professor entregou a avaliação somativa individual feita pelos alunos na aula anterior e comentou com o grande grupo os resultados gerais obtidos. Também foi feita a correção em grupo das atividades da avaliação e uma exposição dialogada sobre os procedimentos e conteúdos que deveriam ser levados em questão para resolver as questões.

Após essa atividade, o professor solicitou aos estudantes que elaborassem um mapa conceitual final sobre a Teoria de Conjuntos estudada nas aulas anteriores.

- Tempo de duração do passo: 1 hora-aula.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS

Através da análise do mapa conceitual inicial, da resolução da avaliação somativa individual, das atividades desenvolvidas em sala de aula e do mapa conceitual final, o professor pode verificar a presença de evidências de aprendizagem significativa pelos estudantes (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar as definições e relações presentes na matéria de estudo, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema).

9º Passo: Avaliação da própria UEPS

A UEPS foi avaliada de forma qualitativa, a partir dos registros do autor desta pesquisa, da opinião dos alunos e evidências de aprendizagem significativa presentes tantos nos mapas conceituais como nos exercícios resolvidos em aula e na avaliação somativa individual.

APÊNDICE 4 - PROPOSTA DE UEPS PARA ENSINAR GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO

Detalhamento da sequência de ações e aulas a serem desenvolvidas na UEPS:

1º Passo: Definição dos tópicos específicos a serem abordados, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se inserem esses tópicos.

Neste primeiro passo, foram selecionados os tópicos que serão abordados na UEPS e foi feita a organização das atividades que vão ser desenvolvidas para alcançar o objetivo definido e apresentado abaixo.

- Tópicos a serem abordados: Noções sobre Geometria Analítica no plano, Equação de Reta e Equação de Circunferência.

- Aspectos declarativos: o estudante deve ter conhecimento das noções básicas de Geometria Analítica: coordenadas cartesianas e do Plano Cartesiano Ortogonal; conhecer as definições de reta e circunferência sob o ponto de vista da Geometria Analítica.

- Aspectos procedimentais: o aluno deve ser capaz de dar a localização de um ponto qualquer no Plano Cartesiano e também de escrever as coordenadas de um ponto esboçado no sistema cartesiano ortogonal, saber esboçar o gráfico de uma reta e ainda usar e interpretar seus tipos de representação algébrica (equação geral, reduzida, segmentária), saber esboçar o gráfico de uma circunferência a partir de sua equação, dominar e identificar os dois tipos de equação de uma circunferência (geral e reduzida).

- Objetivo: propiciar a aquisição de significados para os tópicos de Geometria Analítica no plano apresentados nas atividades da UEPS.

Aula 1:

2º Passo: Na primeira aula desta etapa, o professor vai começar solicitando aos alunos o quê eles lembram do conteúdo de Geometria Analítica, o qual geralmente é apresentado em duas partes: uma parte no primeiro ano e outra no terceiro ano do Ensino Médio. Após uma breve discussão sobre as respostas, ele solicitará que cada estudante construa um mapa conceitual inicial sobre o tema Geometria Analítica. Será solicitado que os estudantes expliquem, por escrito, as ligações entre os conceitos presentes no mapa conceitual e também o porquê da escolha dos conceitos denotados.

Em seguida, o professor vai apresentar aos alunos a seguinte definição de Geometria Analítica encontrada no site <http://queconceito.com.br/geometria-analitica>, destacando a junção da Álgebra com a Geometria feita por René Descartes (1596 - 1650) através desse ramo da Matemática.

Figura 17 – Definição de Geometria Analítica

> Por outro lado, a geometria analítica é um ramo da geometria que abrange a análise de figuras geométricas a partir de um sistema de coordenadas empregando métodos de álgebra e de análise matemática.
>
> **A principal pretensão da geometria analítica consiste em obter a equação dos sistemas de coordenadas a partir do lugar geográfico que se encontra**
>
> Uma vez dada essa equação, determina o lugar geográfico dos pontos que permitem verificar a equação em questão.

Fonte: Site Youtube, Retirado do documentário "History of Maths", da BBC

Após a análise e discussão coletiva da definição apresentada, o professor vai exibir o vídeo do site Youtube intitulado “Descartes e a Geometria Analítica”, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=5_j3fRa8G9o>.

Figura 18 – Página do vídeo do Youtube

Fonte: Site Youtube, Retirado do documentário "History of Maths", da BBC

Esse vídeo, que relata uma parte da vida do filósofo, físico e matemático francês Descartes, além da motivação e o contexto que o levou a desenvolver e publicar a Geometria Analítica, será usado como um organizador prévio.

3º Passo: Propor uma situação-problema, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, de modo a criar um ambiente propício para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretende ensinar.

Situação-problema 1:

Vamos analisar parte do texto intitulado "Sistemas de Informações Geográficas: aplicações florestais" do autor Hilton Thadeu Zarate do Couto disponível em: http://www.ipef.br/publicacoes/stecnica/nr28/cap01.pdf:

"A indústria que utiliza a madeira como matéria-prima de seus produtos é cada vez mais pressionada para um melhor manejo dos recursos naturais e florestais. Os lucros, antes conseguidos através do aumento dos preços, atualmente só são possíveis através da diminuição dos custos de produção. Dados recentes mostram que o consumo mundial de celulose passará de 150 milhões de toneladas no fim desta década, incluindo neste número a fibra secundária ou reciclada. A FAO (Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura) estima que o consumo brasileiro de painéis à base de madeira (chapas de fibra e aglomerados, principalmente), passará de 2,24 milhões de toneladas em 1989 para 14,66 milhões de toneladas por ano em 2010. Muito dessa demanda será reprimida se não houver matéria-prima disponível e se os preços subirem consideravelmente, abrindo espaço para outros produtos, como a alvenaria, o concreto, o aço etc. Portanto, o aumento do preço da madeira, preconizado para os próximos anos, fará com que se invista na produção sustentada desses recursos. As empresas que utilizam os Sistemas de Informações Geográficas (SIG), reconhecem que a habilidade de entender e manejar os recursos florestais pode ser consideravelmente melhoradas. Mas, o que vem a ser um SIG? Há muitas definições de SIG. O ESRI (1991) apresenta a seguinte: "Uma coleção organizada de equipamentos para computação eletrônica ("hardware"), programas ("software"), dados georreferenciados e pessoal especializado, projetada para coletar, armazenar, atualizar, manipular, analisar e apresentar visualmente todas as formas de informações geograficamente referenciadas". Muitos programas para computador como as planilhas eletrônicas, os pacotes estatísticos ou os pacotes para desenho, podem trabalhar com dados geográficos ou espaciais e não-espaciais (atributos). Entretanto, esses "softwares" não são considerados um SIG, pois não permitem a operação espacial com os dados, também chamada de operação topológica. Como exemplo simples, considera-se a seguinte tabela:

Núcleo Florestal	Latitude	Longitude	Volume de Madeira (estéreos)
NF1	12°06'31"	*38°25'18"*	81.146
NF2	11 *°36'26"*	*39°46'15"*	126.000
NF3	*11°15'21"*	39°16'08"	96.318
NF4	*12°21'16"*	*39°36'14"*	129.615
NF5	*12°28'43"*	*38°46'15"*	212.186
NF6	14°06'08"	40°11 '36"	92.314

As informações contidas nesta tabela permitem que se façam dois tipos de consultas: espaciais e não-espaciais. A resposta a uma consulta não-espacial não requer a utilização da latitude e longitude e nem descreve onde os núcleos florestais estão localizados em relação a uma fábrica consumidora de madeira. Como exemplo deste tipo de consulta temos o volume de madeira existente na empresa.

As consultas espaciais só podem ser respondidas usando os dados de latitude e longitude e outras informações, como a localização da fábrica. Um SIG pode então responder prontamente a consultas com:

a) Qual a rota mais curta para atingir o Núcleo Florestal 1?

b) Qual o volume de madeira existente num raio de 30 km da fábrica?

c) Qual a rota alternativa para se atingir o Núcleo Florestal 6, caso haja impedimento da rota principal?

Um SIG típico interliga diferentes conjuntos de dados. Supondo-se que uma empresa deseje conhecer as consequências no custo da madeira posta pela fábrica e na disponibilidade de madeira se aumentar a idade de corte para 8 anos; estudos recentes naquela empresa indicam que cortes em idades baixas prejudicam a fertilidade do solo em determinadas regiões. Neste caso, um SIG integraria arquivos ou base de dados de custos, solos, produtividades, material genético, clima, datas de plantio, que juntos com dados georreferenciados (estradas, distâncias de pontos importantes, localização da fábrica, declividade do terreno) seriam analisados e ter-se-iam as respostas desejadas.”

Análise à priori da Situação-problema 1:

O texto apresenta a necessidade de orientação cartesiana para localizar os núcleos florestais, bem como indica a necessidade de se obter e analisar as distâncias entre esses núcleos e a fábrica que consome a madeira ali produzida.

Pontos do plano, os quais identificam onde núcleos florestais são apresentados, dando-se as suas localizações cartesianas exatas (longitude e latitude). Também destaca-se a importância de se determinar a localização dos núcleos florestais num raio de 30 quilômetros da fábrica, querendo-se, assim, obter as coordenadas de pontos do plano pertencentes ao interior de uma circunferência de 30 quilômetros de raio.

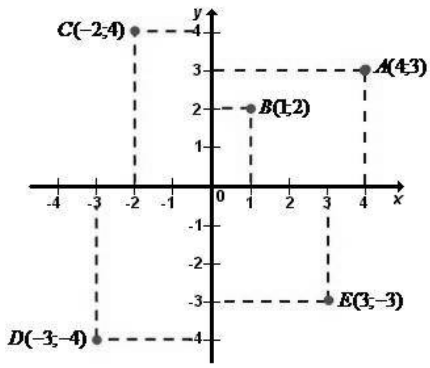
A Geometria Analítica é usada para encontrar rotas alternativas para se chegar nos núcleos florestais em questão, gerando assim economia no deslocamento e trazendo, com isso, mais lucro para a fábrica, a qual, por sua vez, depende dessas rotas para acessar os locais onde está a matéria-prima utilizada para os seus produtos.

4º Passo: será feita uma exposição oral dos conteúdos de Geometria Analítica no Plano supostamente estudados pelos alunos no Ensino Médio.

Aula 2:

2 Sistema Cartesiano Ortogonal

Basicamente, identifica-se cada ponto de um plano com suas coordenadas em relação a um sistema que consiste de duas retas orientadas – uma horizontal, outra vertical. O ponto de interseção (em ângulo reto) desses dois eixos é dito a origem do sistema. O eixo horizontal é denominado **eixo das abcissas** e o eixo vertical, **eixo das ordenadas**. O plano cartesiano fica, assim, dividido em quatro regiões, que são denominadas **quadrante**s: o primeiro fica acima do eixo das abcissas e à direita do eixo das ordenadas; o segundo, acima do eixo das abcissas e à esquerda do eixo das ordenadas; o terceiro, abaixo do eixo das abcissas e à esquerda do eixo das ordenadas; e, o quarto, abaixo do eixo das abcissas e à direita do eixo das ordenadas. A cada ponto do plano corresponde, então, um par de coordenadas (x, y), em que $|x|$ é a distância do ponto ao eixo das ordenadas e $|y|$, a distância do ponto ao eixo das abcissas. O sinal de x e o sinal de y dependem do quadrante em que o ponto está situado. A intersecção dos eixos cartesianos, denominada Origem do plano cartesiano tem, assim, ambas as coordenadas nulas.

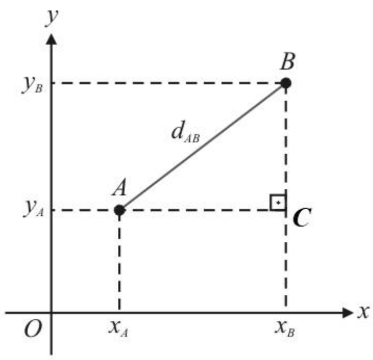


Considerando o ponto A = (3 , 2), dizemos que o número 3 é a coordenada *x* ou a abscissa do ponto A, e o número 2 é a coordenada *y* ou a ordenada do ponto A.

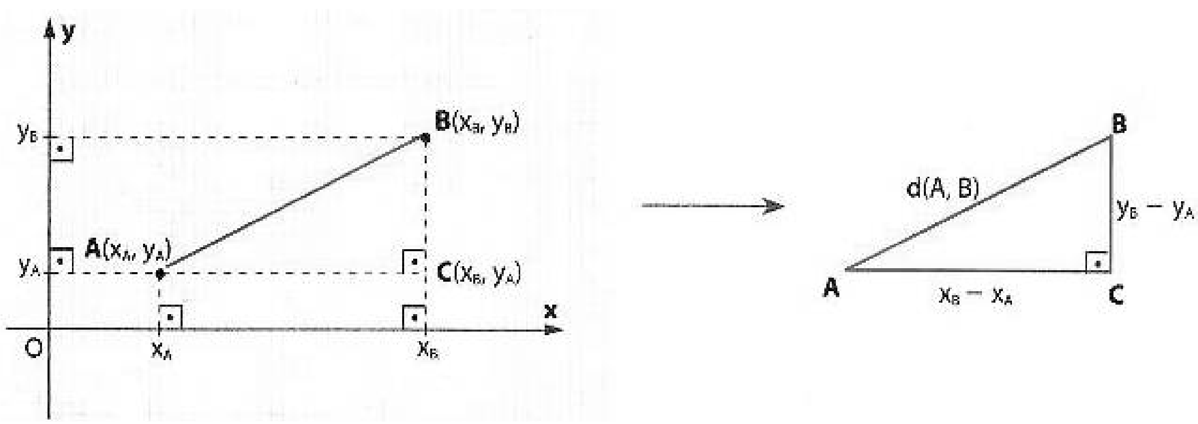
Os pontos do exemplo acima, foram representados pelo professor, com ajuda dos alunos, no plano cartesiano do software Winplot.

3 Distância entre dois pontos

Podemos determinar uma expressão que indica a distância entre dois pontos quaisquer do plano cartesiano, A e B, de coordenadas A = (x_A , y_A) e B = (x_B , y_B)



O triângulo ABC é retângulo em C, logo podemo usar a relação de Pitágoras:



$$[\mathrm{d(A,B)}]^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 \;\Rightarrow\; [\mathrm{d(A,B)}]^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \;\Rightarrow\; \mathrm{d(A,B)} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemplo 1: Localize no plano cartesiano ortogonal (com ajuda do software Winplot) e depois calcule a distância entre os pontos:

a) A = (3 , 7) e B = (1 , 4)

b) C = (– 2 , – 5) e D = (0 , 0)

c) F = (3 , – 3) e G = (– 3 , 3)

d) H = (– 4 , 0) e I = (0 , +3)

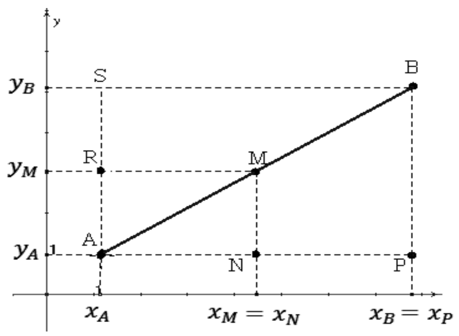
Exercício 1: Localize no plano cartesiano do software Winplot e depois demonstre que o triângulo de vértices:

a) J = (–1 , –3), K = (+6 , +1) e L = (2 , –5) é retângulo.

b) M = (–2 , 4), N = (–5 , 1) e P = (–6 , 5) é isósceles.

4 Coordenadas do ponto médio de um segmento de reta

Dado um segmento de reta $\overline{\mathrm{AB}}$, tal que A = (x_A , y_A) e B = (x_B , y_B), podemos encontrar as coordenadas do ponto M = (x_M , y_M) tal que $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{MB}}$.



Aplicando o teorema de Tales, temos:

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{MB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NP}} \Rightarrow 1 = \frac{x_M - x_A}{x_B - x_M} \Rightarrow x_B - x_M = x_M - x_A \Rightarrow x_B + x_A = x_M + x_M = 2x_M \Rightarrow$$

$$x_M = \frac{x_B + x_A}{2}$$

E também:

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{MB}} = \frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RS}} \Rightarrow 1 = \frac{y_M - y_A}{y_B - y_M} \Rightarrow y_B - y_M = y_M - y_A \Rightarrow y_B + y_A = y_M + y_M = 2y_M \Rightarrow$$

$$y_M = \frac{y_B + y_A}{2}$$

Assim, as coordenadas do ponto médio M são dadas por:

$$M = (x_M, y_M) = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

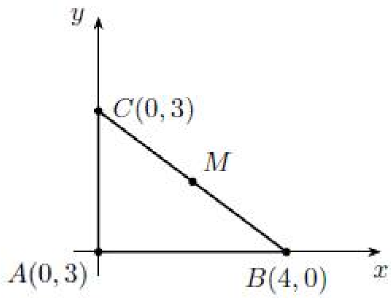
Exemplo 2: Determine, com o auxílio da fórmula anterior, o ponto médio do segmento de extremidades dadas e represente a situação no plano cartesiano do software Winplot:

a) E = (3, –2) e F = (–1 , –6)

b) C = (1/2 , 1/3) e D = (–1 , 2/3)

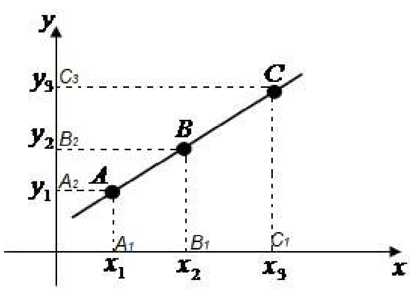
c) S = (–4 , –2) e R = (–2 , –4)

Exercício 2: A figura mostra um triângulo retângulo ABC. Seja M o ponto médio da hipotenusa BC. Prove, analiticamente, que o ponto M é equidistante dos três vértices do triângulo.



5 Condição de alinhamento de três pontos

Considere três pontos alinhados A, B e C:



Pelo teorema de Tales temos:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A_1B_1}{A_1C_1} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} \quad (1) \qquad \frac{AB}{AC} = \frac{A_2B_2}{A_2C_2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \quad (2)$$

Comparando (1) e (2), temos:

$$\frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = 0 \Rightarrow$$

$$(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) = 0 \Rightarrow$$

$$x_3y_2 - x_3y_1 - x_1y_2 + x_1y_1 - x_2y_3 + x_2y_1 + x_1y_3 - x_1y_1 = 0 \Rightarrow$$

$$x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_3y_1 - x_3y_2 = 0$$

O primeiro termo da igualdade corresponde ao determinante $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$.

Daí, podemos dizer que, se três pontos A = (x_1 , y_1), B = (x_2 , y_2) e C = (x_3 , y_3) estão alinhados, então:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Exemplos: Verifique das duas formas seguintes se os pontos a seguir:

- Através da representação no plano cartesiano do software Winplot;
- Através do cálculo do determinante.

a) A = (0 , 2), B = (–3 , 1) e C = (4 , 5) estão alinhados.

b) D = (–1 , 3), E = (2 , 4) e F = (–4 , 10) podem ser os vértices de um triângulo.

c) G = (3 , –5), H = (1 , 1) e I = (3 , –1) pertencem a mesma reta.

Aula 3:

6 Estudo da reta:

Partindo do postulado da Geometria Plana que fala que "Dois pontos distintos do plano determinam uma única reta que passa por eles", e considerando os pontos A= (x_A , y_A), B = (x_B , y_B) e o ponto genérico C = (x , y), se eles pertencerem a mesma reta, então da condição de alinhamento (estudada anteriormente) temos que:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

6.1 Equação geral da reta

Desenvolvendo o determinante anterior:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x \cdot y_A \cdot 1 + y \cdot 1 \cdot x_B + 1 \cdot x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A \cdot 1 - y_B \cdot 1 \cdot x - 1 \cdot x_A \cdot y = 0 \Rightarrow$$

$$x \cdot y_A + y \cdot x_B + x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A - y_B \cdot x - x_A \cdot y = 0 \Rightarrow$$

juntando os termos semelhantes:

$$x \cdot y_A - y_B \cdot x + y \cdot x_B - x_A \cdot y + x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0 \Rightarrow (y_A - y_B)x + (x_B - x_A)y + (x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A) = 0$$

e chamando a expressão ($y_A - y_B$) de a, a expressão ($x_B - x_A$) de b e ($x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A$) de c, encontraremos uma equação da forma $ax + by + c = 0$ na qual a, b e c são constantes e a e b não são simultaneamente nulos.

Essa equação é denominada equação geral da reta.

Exemplos: Escreva, em cada caso, a equação geral da reta definida pelos pontos, e em seguida represente a situação no plano cartesiano do software Winplot:

a) A = (5 , 0) e B = (–1 , – 4)

b) K = (+3 , + 3) e L = (–2 , –2)

c) E = (–1, 0) e F = (0 , –1)

6.2 Equação reduzida da reta

Sendo $b \neq 0$ na equação geral e isolando a variável y no primeiro membro dessa mesma equação, teremos:

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -ax - c \Rightarrow y = \frac{-ax - c}{b} \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

Chamando – a/b de m e – c/b de n, teremos então a denominada equação reduzida da reta:

$$y = mx + n$$

onde definiremos:

m como sendo o coeficiente angular da reta

n como sendo o coeficiente linear da reta

6.2.1 Coeficiente angular e linear

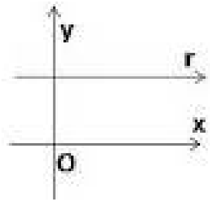
- Coeficiente angular:

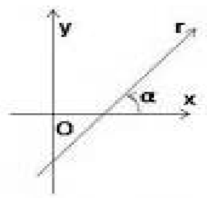
O coeficiente angular ou a declividade da reta *r* é o número real *m* que expressa a tangente trigonométrica de sua inclinação α, ou seja:

$$m = \text{tg}\ \alpha$$

Vamos observar os vários casos, considerando $0^{\circ} \le \alpha < 180^{\circ}$:

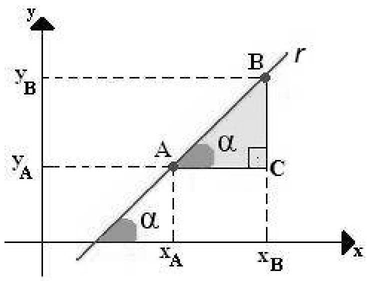
1º) Para $\alpha = 0^{\circ}$, temos $m = \text{tg}\ \alpha = \text{tg}\ 0^{\circ} = 0$.





2º) Para $0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$, temos $\text{tg}\ \alpha > 0 \Rightarrow m > 0$.

Seja a reta *r* determinada por $A = (x_A , y_A)$ e $B = (x_B , y_B)$ e seja $C = (x_B , y_A)$, como indica a figura seguinte:



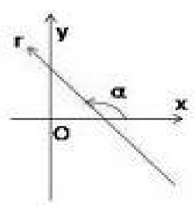
No triângulo retângulo ABC (reto no ângulo C), temos:

$$m = \text{tg}\alpha = \frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \alpha} = \frac{\text{d}_{\text{CB}}}{\text{d}_{\text{AC}}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (1)$$

Ou seja, podemos determinar o coeficiente angular de uma reta de duas maneiras:

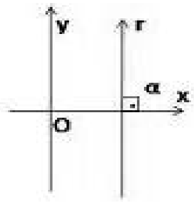
- Conhecendo a inclinação α da reta;
- Conhecendo dois pontos $A = (x_A , y_A)$ e $B = (x_B , y_B)$.

3º) Para $90^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$, temos $\text{tg}\ \alpha < 0 \Rightarrow m < 0$.



Da mesma maneira que no 2º caso, podemos determinar o coeficiente angular *m* da reta *r* através das duas maneiras indicadas anteriormente.

4º) Para α = 90º, a tg α não é definida. Dizemos então que, quando α = 90º, isto é, quando a reta é vertical, ela não tem declividade.



Observações:

1) Lembremos que:

arco	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º	150º	180º	270º	360º
tangente	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$	0	$\nexists$	0

2) Supondo que uma reta *r* tem coeficiente angular *m* e passa pelo ponto P = (x_1 , y_1) e pelo ponto genérico G = (x , y) então podemos determinar sua equação usando a expressão encontrada em (1):

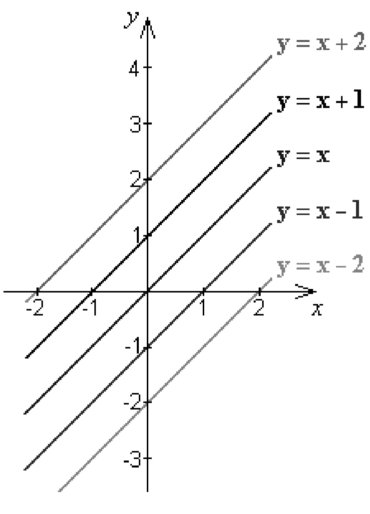
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

Ou seja, tendo o coeficiente angular e um ponto qualquer, encontramos a equação da reta *r* através da expressão:

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

- Coeficiente linear: o número real *n*, chamado de coeficiente linear da reta, indica a ordenada do ponto em que a reta intercepta o eixo *y*.

Exemplos:



Exercício 3: Determine a equação da reta que satisfaz as seguintes condições apresentadas (nas letras de *a* a *g*, represente a situação no plano cartesiano do software Winplot):

a) A reta passa pelos pontos M = (3 , +1) e N = (– 5 , 4).

b) A declividade é 4 e passa pelo ponto A = (2 , –3).

c) A inclinação da reta é de 135º e passa pelo ponto D = (+4 , 1).

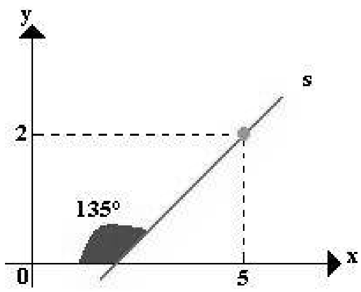
d) Tem coeficiente angular –½ e passa pelo ponto B = (–2 , –3).

e) A inclinação é de 150º e passa pela origem do sistema cartesiano.

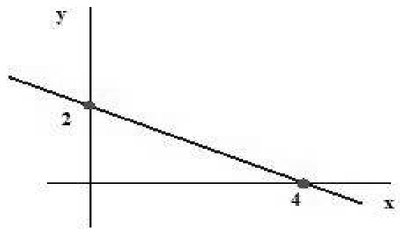
f) Passa pelo ponto Z = (–3 , –4) e é paralela ao eixo das ordenadas.

g) Passa pelo ponto T = (1 , –7) e é paralela ao eixo *x*.

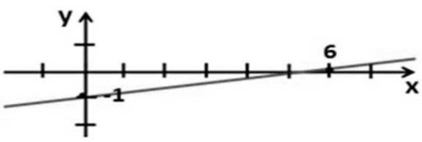
h)



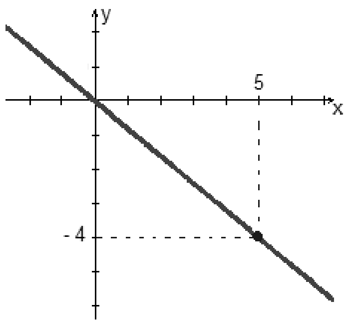
i)



j)



l)

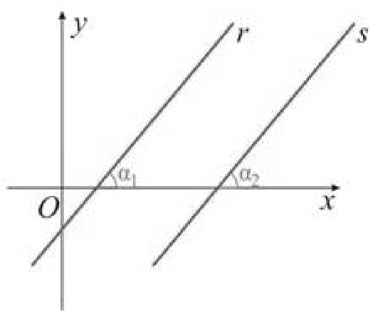


Aula 4:

6.2.2 Posições relativas de duas retas: retas paralelas, concorrentes e perpendiculares

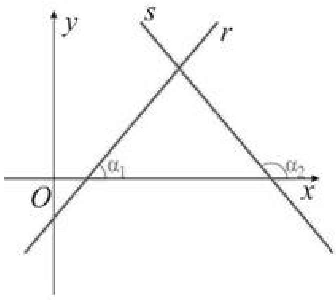
- Retas Paralelas: Duas retas *r* e *s*, não verticais, são **paralelas** entre si se, e somente se, seus coeficientes angulares são iguais.

$$\alpha_r = \alpha_s \leftrightarrow m_r = m_s$$



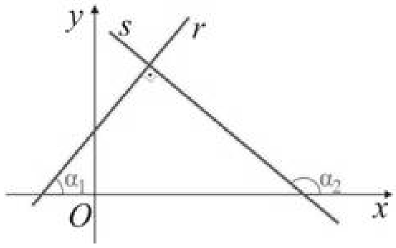
- Retas Concorrentes: Duas retas distintas e não verticais *r* e *s* são **concorrentes** se, e somente se, seus coeficientes angulares são diferentes (nesse caso, possuem um ponto de intersecção).

$$\alpha_r \neq \alpha_s \leftrightarrow m_r \neq m_s$$



- Retas Perpendiculares: Duas retas *r* e *s*, não verticais, são **perpendiculares** entre si se, e somente se, o produto de seus coeficientes angulares é – 1.

$$m_r = -\frac{1}{m_s}$$



Exemplos:

Em cada caso, determine a equação da reta que passa pelo ponto P e é paralela à reta de equação dada. Após, represente a situação no plano cartesiano do software Winplot:

a) P = (1 , 2) e 8x + 2y – 1 = 0.

b) P = (2 , 5) e $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$.

c) P = (4 , – 4) e $x + y - 5 = 0$.

d) P = (–1 , 3) e $2x - 5y + 7 = 0$.

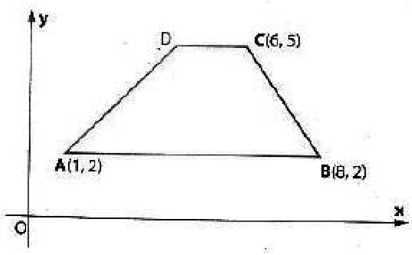
e) P = (–4 , 2) e $y - 2 = 0$.

f) P = (2 , –5) e $x = 2$.

Exercícios:

4. Qual a equação da reta *r* que passa pelo ponto de encontro das retas t_1 e t_2, sendo suas equações $x - y + 2 = 0$ e $3x - y + 6 = 0$, respectivamente, e é paralela à reta *s*, cuja equação $y = \frac{1}{2}x - 1$. Utilize o plano cartesiano do software Winplot para representar a situação.

5. A figura mostra um trapézio ABCD. Determine a equação da reta suporte da base menor do trapézio. (Só para lembrar, trapézio é um quadrilátero com dois lados paralelos entre si, que são chamados de base maior e base menor).



6. Determine a equação da reta que passa pelo ponto B e é perpendicular à reta *t* em cada um dos seguintes casos. Em cada caso, faça a representação da situação no plano cartesiano do software Winplot.

a) B = (–3 , 2) e equação da reta t: $3x + 4y - 4 = 0$.

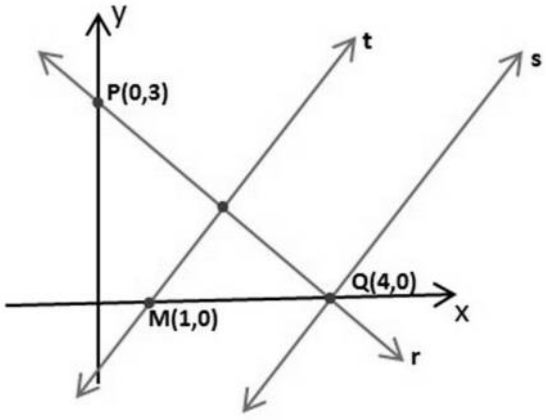
b) B = (+2 , +6) e equação da reta t: $2x - y + 3 = 0$.

c) B = (1 , 4) e equação da reta t: $-y = -x + 1$.

d) B = (3 , 5) e equação da reta t: $y - 4 = 0$.

7. Encontre a equação da reta *a*, perpendicular à reta *b* de equação $2x + 3y - 6 = 0$, no ponto em que esta intercepta o eixo das abscissas. Represente essa situação no plano cartesiano do software Winplot.

8. A reta *s* é perpendicular à reta *r* e a reta *t* é paralela à reta *s*, conforme ilustra a figura abaixo. Determine a equação da reta *s* e a equação da reta *t*.

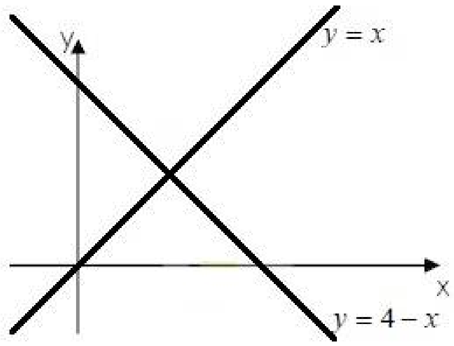


6.3 Intersecção de duas retas

Vamos determinar as coordenadas do ponto de intersecção das retas concorrentes *r* e *s* de equações:

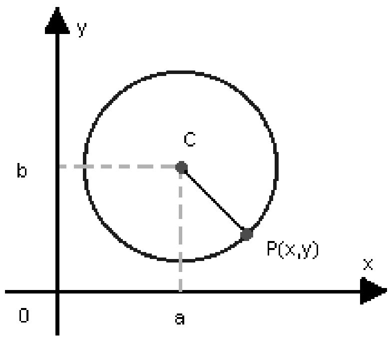
a) $3x + 2y - 7 = 0$ e $x - 2y - 9 = 0$. Verifique se é possível encontrar as coordenadas do ponto de intersecção analisando a representação das retas no plano cartesiano do software Winplot.

b)



7 Circunferência: Definição, equação reduzida e equação geral

7.1 Definição: Uma circunferência com centro C = (*a*, *b*) e raio *r* é o conjunto de todos os pontos P = (*x* , *y*) do plano cartesiano equidistantes de C, ou seja:



$$d_{PC} = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$$

Elevando os dois termos da última igualdade ao quadrado teremos:

$$\left(\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}\right)^2 = r^2 \quad \Rightarrow$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Assim, chamaremos $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ de **equação reduzida da circunferência** de centro C = (*a* , *b*) e raio *r*.

Ao desenvolver a equação reduzida da circunferência $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, obteremos o que se chama de **equação normal** ou **equação geral da circunferência**.

Exemplos: Dê as coordenadas do centro e o raio das circunferências representadas pelas equações (a partir da letra g, utilize o software, necessariamente, o Winplot):

a) $(x-5)^2+(y-4)^2=1$

b) $(x+2)^2+(y+6)^2=5$

c) $(x-2)^2+y^2=4$

d) $(x+3)^2+(y-1)^2=16$

e) $x^2+(y-4)^2=1$

f) $x^2+y^2=49$

g) $x^2+y^2-4x-8y+16=0$

h) $2x^2+2y^2+24x-8y-18=0$

i) $-3x^2-3y^2-24x-33=0$

j) $x^2+y^2-6x+8y+5=0$

k) $5x^2+5y^2-20y=0$

l) $x^2+y^2-2x-2y=0$

Exercícios:

9. Determine a equação reduzida, a equação geral e a representação no software Winplot da circunferência que tem:

a) centro em C = (2 , 5) e raio medindo 3.

b) centro em M = (–1 , –4) e raio medindo $\sqrt{2}$.

c) centro em J = (0 , –2) e raio 4.

d) centro em W = (+4 , 0) e raio 2,5.

10. Os pontos V = (4 , –2) e Q = (2 , 0) são extremidades do diâmetro de uma circunferência de centro F e raio *r*. Assim sendo:

a) Encontre a medida do raio *r* e as coordenadas do centro F.

b) Esboce a situação no plano cartesiano do software Winplot.

c) Encontre uma equação para essa circunferência.

11. Verifique, esboçando a situação no software Winplot e depois algebricamente, quais dos pontos A = (0 , 3), B = (7 , 2) e C = (–1 , 3) pertencem à circunferência de equação:

$$(x-3)^2+(y+1)^2=25$$

12. Determine uma equação da reta que passa pelo centro da circunferência de equação $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ e é paralela à reta *r*, de equação $2x + 3y = 0$.

13. Com o auxílio do software Winplot, resolva as seguintes questões:

a) No plano cartesiano do software Winplot, plote as retas r e s de equação:

$$r\colon\ y = 2x - 6 \qquad\qquad s\colon\ y = -2x - 2$$

b) Diga qual é a posição das retas entre si: paralelas, ou concorrentes (ou perpendiculares). Justifique sua resposta.

c) Plote no mesmo plano cartesiano do item a, os seguintes pontos:

$$\mathrm{A} = (4,2) \qquad \mathrm{B} = \left(\tfrac{3}{2}\ ,\ -2\right) \qquad C = (0,-6)$$

d) Verifique se os pontos A, B e C pertencem à reta *r*. Diga quais pertencem e quais não pertencem.

e) Se existir, determine as coordenadas do ponto onde as retas *r* e *s* se encontram.

f) Plote o ponto encontrado no item e no mesmo plano cartesiano do software Winplot.

g) Salve, em uma única imagem, o plano cartesiano da resolução dos itens **a, c** e **f**. Depois, poste no link da Atividade 1 no Moodle.

h) Determine em qual quadrante do plano cartesiano estão os pontos A e B.

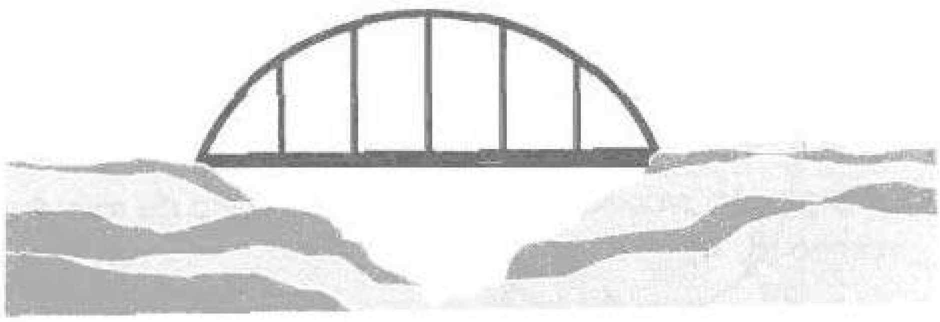
i) Podemos dizer que os pontos A, B e C estão alinhados? Justifique sua resposta.

Aula 5:

5º Passo: Nova situação-problema, em nível mais alto de complexidade

Situação-problema 2:

Um engenheiro florestal precisa construir uma ponte para auxiliar na passagem de turistas em uma propriedade rural em forma de arco de circunferência, conforme o esboço arquitetônico mostrado abaixo. O vão-livre sobre o rio a ser vencido pela ponte é de 24 m, e a pilastra central, segundo o arquiteto, deverá ter 4 m de altura. O engenheiro, usando seus conhecimentos de Geometria Plana, já calculou que o raio do arco de circunferência projetado pelo arquiteto é de 20 m. Agora, ele precisa calcular o tamanho das outras quatro pilastras menores (duas à esquerda e duas à direita da pilastra central), as quais serão feitas de toras de madeira. Segundo o projeto, todas as pilastras estão a 4 m uma da outra.



Assim sendo, e utilizando conhecimento de Geometria Analítica estudados até agora:

a) Faça um esboço da situação no plano cartesiano do software Winplot.

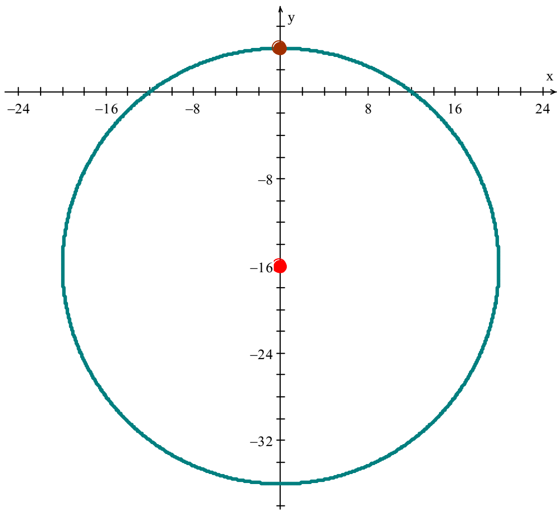
b) Após análise do esboço anterior, determine as coordenadas do centro e do raio da circunferência que circunda a ponte.

c) Encontre a equação reduzida e geral da circunferência que circunda a ponte.

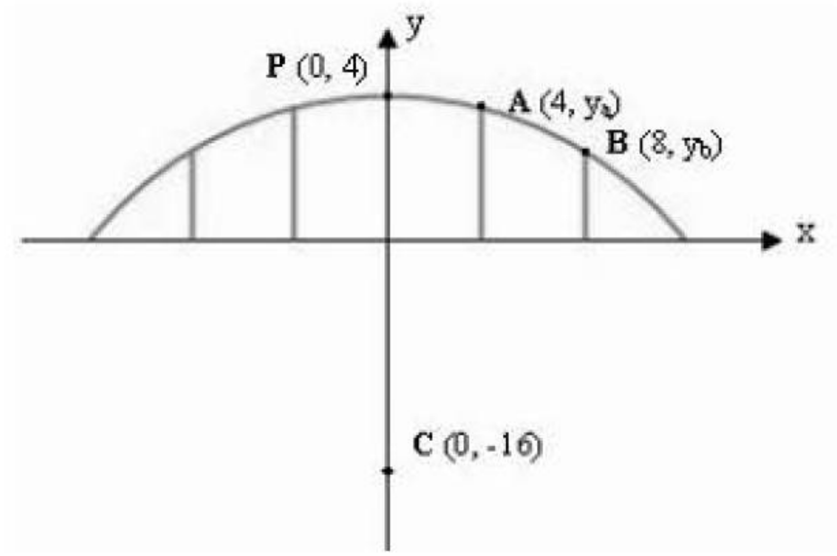
d) Determine a altura das outras pilastras de madeira.

Análise à posteriori da Situação-problema 2:

Na Situação-problema 2 apresentada, os estudantes deverão usar seus conhecimentos de Geometria Analítica, auxiliados pela Geometria Plana, para encontrar as soluções para as três solicitações que foram feitas. Na primeira delas, precisarão escolher um sistema de eixos cartesianos que coloque a pilastra central no eixo *y* e o vão da ponte no eixo *x* (como mostra a figura abaixo). Assim, teremos que o centro da circunferência será C (0, – 16), pois o raio tem 20m e a pilastra maior tem 4m. Para obter o tamanho das pilastras pedidas, precisamos apenas das ordenadas dos pontos A e B, cujas abscissas são respectivamente 4 e 8. Neste exercício, a escolha do sistema de eixos cartesiano adequado é muito importante para facilitar a resolução.



Ao encontrarem a equação da circunferência que circunda a ponte: $x^2+(y+16)^2=400$, os estudantes conseguirão, analisando a imagem, encontrar as alturas das outras pilastras de madeira solicitadas.



6º Passo: Avaliação somativa individual: a qual será realizada presencialmente e de forma individual pelos estudantes.

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM

Campus Frederico Westphalen

Curso de Engenharia Florestal

Disciplina: DETA0003 – Cálculo I e Geometria Analítica/1º semestre de 2017

Nome: ____

1) Considere os pontos representados no plano cartesiano ortogonal abaixo e:

a) Verifique se os pontos E, F e G estão alinhados.

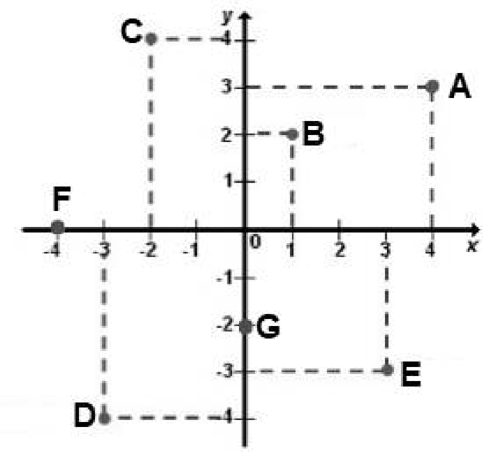
b) Encontre a equação geral e a equação reduzida da reta que passa pelos pontos A e B.

c) Diga quem é o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta que passa pelos pontos A e B e a influência de cada um deles no esboço do gráfico da reta.

d) Determine a equação da reta *t* que passa pelo ponto G e é perpendicular à reta que passa pelos pontos D e E.

e) Encontre a equação da reta *s* é paralela à reta *r* (que passa pelos pontos AB) e passa pelo ponto C.

f) Ache a equação geral e a equação reduzida da circunferência que tem o ponto G como centro e passa pelo ponto D.



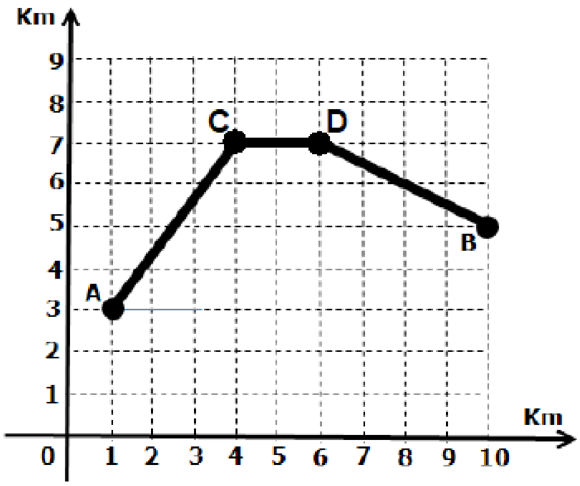
2) Após a realização de um inventário florestal de três filiais (localizadas nos pontos A, B e C) da empresa X (cuja matriz está localizada no ponto D) e interessado em diminuir os custos com deslocamento das toras de madeira produzidas entre as unidades da empresa, um engenheiro florestal analisa no seguinte mapa a posição das unidades A, B, C e D:

a) Determine a localização cartesiana, presente no mapa, das quatro unidades da empresa X.

b) Calcule, em quilômetros, qual é a distância entre a filial B e a matriz da empresa X.

c) Determine a equação da reta que modela a ligação das unidades A e C da empresa.

d) Caso a empresa resolva instalar mais uma filial de produção, e sabendo que essa nova filial ficará localizada no ponto médio do segmento AB, encontre as coordenadas dessa nova filial.



7º Passo: Aula expositiva integradora final

Nesta aula, o professor entregará a avaliação somativa individual feita pelos alunos na aula anterior e comentará com o grande grupo os resultados gerais obtidos. Também será feita a correção em grupo das atividades da avaliação e uma exposição dialogada sobre os procedimentos e conteúdos que deveriam ser levados em questão para resolver as questões.

Após essa atividade, o professor solicitará aos estudantes que elaborem um mapa conceitual final sobre os tópicos e situações-problema que foram estudados nas aulas anteriores sobre Geometria Analítica.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS

Através da análise do mapa conceitual inicial, da resolução da avaliação somativa individual, das atividades desenvolvidas em sala de aula e do mapa conceitual final, o autor desta pesquisa poderá verificar a presença de evidências de aprendizagem significativa pelos estudantes (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar as definições e relações presentes na matéria de estudo, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema)

9º Passo: Avaliação da própria UEPS

A UEPS será avaliada de forma qualitativa, a partir dos registros do autor desta pesquisa, da opinião dos alunos e evidências de aprendizagem significativa presentes tantos nos mapas conceituais como nos exercícios resolvidos em aula e na avaliação somativa individual.

APÊNDICE 5 - PROPOSTA DE UEPS PARA ENSINAR FUNÇÕES REAIS DE UMA VARIÁVEL

1º Passo: Definição dos tópicos específicos a serem abordados, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se inserem esses tópicos.

Nesta etapa, foram selecionados os tópicos que serão abordados e foi feita a organização das atividades que serão desenvolvidas para alcançar o objetivo definido.

- Tópicos a serem abordados: Conceito de Função Real; Domínio e Imagem e Representação Gráfica de uma Função;

- Aspectos declarativos: o aluno deve saber definir a função como uma relação entre duas variáveis ou como uma relação entre os elementos de dois conjuntos, definir domínio e imagem de uma função qualquer;

- Aspectos procedimentais: o estudante saber se uma determinada lei de formação é uma função, saber fazer o esboço do gráfico da função e também identificar os seus conjuntos domínio, imagem e outras características que o gráfico pode apresentar da função em questão;

- Objetivo: propiciar a aquisição de significados aos estudantes sobre os tópicos de Funções Reais de Uma Variável.

Aula 1:

2º Passo: Nesta etapa, o professor discutirá com os alunos algumas situações que sejam funções de uma variável e estejam presentes no cotidiano dos estudantes, tais como o preço de uma corrida de táxi em função dos quilômetros percorridos, o valor que se paga, em reais, num supermercado em função da quantidade de um determinado produto comprado, o valor que se paga, em reais, por um plano de internet em função da quantia de dados (medidos em Megabytes) consumidos.

O professor solicitará aos alunos que pensem e anotem em uma folha de ofício 3 exemplos de funções que eles observam estar presente em seu dia a dia. Nesse mesmo exercício, o professor solicitará aos alunos que evidenciem quais são as variáveis presentes na situação e qual variável depende da outra.

Um mapa conceitual inicial deverá ser confeccionado pelos estudantes. Neste mapa conceitual, cada aluno mostrará quais são os conceitos que ele supostamente aprendeu e ainda lembra sobre o conteúdo.

3º Passo: A partir da observação dos exemplos que os alunos apresentarão nas folhas como sendo funções, e ciente dos subsunçores presentes nas respostas, o professor vai trabalhar a seguinte situação-problema:

Situação-problema 1: A produtividade de uma propriedade rural, que produz mudas de árvores ornamentais para comercialização em viveiros e floriculturas, depende do número de trabalhadores que empregam sua mão de obra durante o preparo, plantio e cultivo das mudas de árvores. Cada trabalhador contratado ficará responsável pelo preparo, plantio e cultivo de duas carreiras de mudas de árvores. Assim sendo:

a) Construa um quadro que mostre a relação existente entre o número de empregados contratados e a produtividade total da propriedade (nº de carreiras plantadas).

b) Considerando que cada linha do seu quadro é um ponto do plano cartesiano, plote os pontos encontrados no software Winplot.

c) Considerando que os valores de x sejam o número de empregados contratados, a produtividade é a mesma para cada um desses pontos? Justifique sua resposta.

d) Analisando os pontos traçados, aponte alguma característica observável que o conjunto de pontos pode destacar.

e) Escreva uma expressão matemática que relacione a produtividade da propriedade rural em função do número de empregados.

f) Plote no plano cartesiano do software Winplot a função encontrada no item anterior.

Análise à priori da Situação-problema 1:

Na Situação-problema 1, os estudantes deverão analisar a função existente no problema, a qual relaciona o número de empregados contratados e a produtividade total da propriedade. O quadro de pontos que será elaborado, auxiliará os estudantes a verificarem a dependência que a produtividade diária total da propriedade rural depende do número de empregados e pode ser escrita da forma $y = f(x) = 60x$, onde y é a variável que aponta a produtividade e x é a variável que aponta o número de funcionários contratados diariamente para auxiliar no cultivo e preparo das mudas.

Os conhecimentos prévios necessários para a resolução dessa situação-problema são conhecimentos matemáticos relacionados com operações de multiplicação, mas não são necessariamente conhecimentos escolares. A simples associação entre o número de trabalhadores e a sua produtividade já dá possibilidade de solução, por parte do estudante, sem que ele saiba ou lembre do conteúdo de Funções, que supostamente fora aprendido na primeira série do Ensino Médio na Educação Básica.

A utilização do software Winplot poderá fazer com que o aluno já observe as características da Função do 1º Grau presente no problema e visualize suas principais características, sem ter aprendido ainda ou lembre dos principais conceitos desse conteúdo. E isso implica numa aprendizagem significativa do conteúdo, pois a definição da função surge inicialmente da situação-problema e depois o conceito é diferenciado progressivamente quando a definição de Função Polinomial do 1º Grau for apresentada.

Aula 2 e 3:

4º Passo: Neste passo, serão relembrados alguns conteúdos sobre Funções Reais de Uma Variável, os quais possivelmente o aluno deva ter estudado na disciplina de Matemática no Ensino Médio.

1 Definição de Função

Dados os conjuntos A e B não vazios, a relação f de A em B é uma **função (ou aplicação)** quando a cada elemento x do conjunto A está associado um único elemento y do conjunto B.

- Notação: $f : \mathrm{A} \to \mathrm{B}$ Lê-se: função f de A em B

- No caso de ser possível escrever uma **lei de correspondência** (também chamada **lei de formação ou lei de associação**) através de uma expressão matemática:

$y = f(\mathrm{x})$ Lê-se: y é uma função de x

- Numa função $y = f(x)$, dizemos que **x é a variável independente e y é a variável dependente** (uma vez que o valor de y depende de x).

$$\begin{aligned} f : A &\to B \\ x &\mapsto y = f(x) \end{aligned}$$

Exemplos:

1. Numa rodovia, um carro mantém uma velocidade constante de 90 Km/h. Veja na tabela abaixo a relação entre o tempo t (em horas) e a distância percorrida d (em quilômetros):

Tempo (h)	0,5	1	1,5	2	3	4	…	t
Distância	45	90	135	180	270	360	…	$90t$

a) O que é dado em função do quê? Qual é a lei de associação?

b) Qual é a variável dependente e a independente?

c) Que distância será percorrida em 9 horas?

d) Quantas horas levará esse carro para percorrer 1710 Km?

2. Escreva a fórmula matemática que expressa a lei de cada uma das funções abaixo:

a) Uma firma que conserta aparelhos celulares cobra uma taxa fixa de R$40,00 de visita mais R$20,00 por hora de mão de obra. Então o preço y que se deve pagar pelo conserto de um celular é dado em função do número x de horas de trabalho (mão de obra).

b) Um fabricante produz objetos a um custo de R$12,00 a unidade, vendendo-os por R$ 20,00 a unidade. Portanto, o lucro L do fabricante é dado em função do número n de unidades produzidas e vendidas.

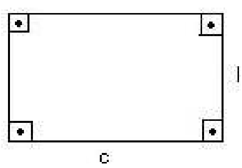
c) A Organização Mundial da Saúde recomenda que cada cidade tenha no mínimo 14 m^2 de área verde por habitante. A área verde mínima A que deve ter uma cidade é dada em função do número x de habitantes.

d) Um triângulo tem base fixa de 6 cm e altura variável de x cm. A área y, em cm^2, é dada em função de x.

3. Um retângulo tem comprimento **c**, largura l e perímetro 20. Determine:

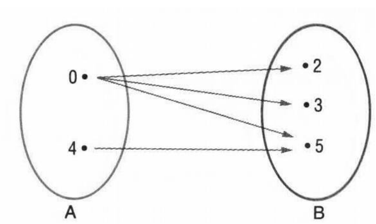
a) a fórmula que dá o valor de **c** em função de l.

b) l em função de ***c***.

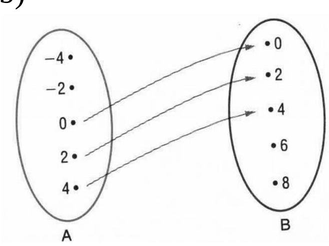


4. A cada esquema representado a seguir, diga se ele representa uma função. Justifique as que não representam.

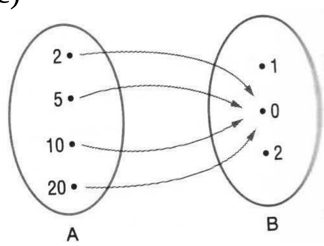
a)



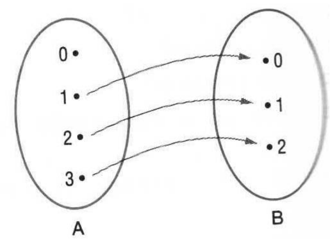
b)



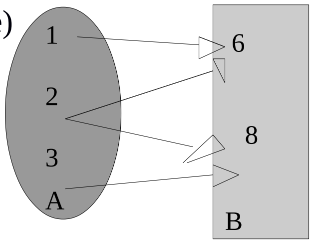
c)



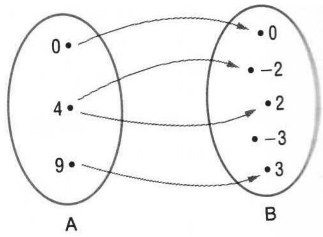
d)



e)



f)



5. Sendo $f : \mathrm{A} \to \mathrm{B}$ uma função definida como $y = f(x) = -2x + 9$, calcule:

a) $f(-5)$

b) $f(+2)$

c) $f(0)$

d) $\dfrac{f(-1) + 4 \cdot f(3)}{f(1)}$

2 Domínio e Imagem de uma função

Na função $f : A \to B$, sendo $y = f(x)$, chamamos o conjunto de partida A de **domínio** de f. Cada elemento y de B associado ao elemento x de A, denominamos **imagem** de x pela função f. Ao conjunto desses valores de y denominamos imagem da função.

Para indicar esses conjuntos, utilizaremos as seguintes notações:

D(f) : Lê-se domínio da função f (também chamado de campo de definição da função f)

Im(f) : Lê-se imagem da função f

- Observemos que, em toda função f de A em B, Im(f) $\subset$ B.

Exemplos:

1. Seja h uma relação de $\mathrm{M} = \{0, 1, 2, 3\}$ em $\mathrm{N} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ expressa por $h(x) = x^2 - 4x + 3$. Verifique se h é uma função de M em N. Em caso afirmativo:

a) Determine os conjuntos domínio e imagem de h.

b) Represente a função no plano cartesiano do software Winplot.

2. Seja a função real definida por $g(x) = x^2 - 10x + 8$. Obtenha:

a) Geometricamente, através da análise do esboço da função no plano cartesiano do software Winplot, os valores reais de x para que se tenha $g(x) = -1$.

b) Algebricamente, a confirmação dos valores obtidos na letra a.

3. Um reservatório está completamente cheio com 20 litros de água. Abre-se uma torneira que o esvazia à razão de 2 litros por minuto. Assim sendo:

a) Escreva a equação que representa o volume V de água que resta no tanque em relação ao tempo *t* em minutos.

b) Em quanto tempo o tanque ficará vazio?

c) Quais são os valores que *t* pode assumir nessa função?

d) Qual o conjunto imagem dessa função?

3 Gráfico de uma função

Para construir o esboço do gráfico de uma função dado por $y = f(x)$ com $x \in D(f)$, no plano cartesiano, devemos:

1) Construir uma tabela com valores de *x* escolhidos convenientemente no domínio D e calcular os valores de *y* correspondentes, sendo $y = f(x)$;

2) A cada par ordenado (x, y) da tabela associar um ponto do plano cartesiano;

3) Marcar um nº suficiente de pontos, até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Exemplos: Faça uma tabela de pontos e, em seguida, Utilizando o software Winplot, construa o esboço do gráfico da função dada, considerando o domínio dado:

a) y = g(x) = 2x +1, sendo $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x + 1$

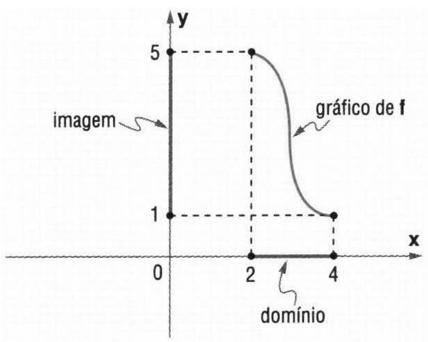
c) h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $y = h(x) = -x^2 + 1$

3.1 Domínio, imagem no gráfico de uma função

- Domínio e Imagem no gráfico: Conhecendo o gráfico de uma função, é possível determinar em alguns casos, o domínio e o conjunto imagem. A projeção (sombra) do gráfico no eixo das abscissas (eixo *x*) corresponde ao domínio da função e a projeção no eixo das ordenadas (eixo *y*) corresponde ao conjunto imagem da função.

Exemplos:

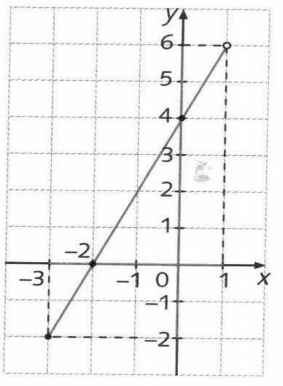
a)



$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$

$Im(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\} = [1, 5]$

b)



$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 1\}$

$Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid -2 \leq y < 6\}$

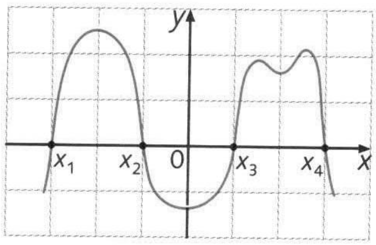
4 Zero ou Raiz, Crescimento e Decrescimento e Estudo do Sinal de uma Função

- Zero (ou Raiz) de uma função: é todo o valor *x* do domínio da função $y = f(x)$ tal que $\boldsymbol{y = f(x) = 0}$.

Ou seja, para acharmos os zeros (ou raízes) de uma função (se eles existirem), basta igualar a função a zero. Na representação gráfica de uma função, os zeros correspondem às abcissas dos pontos em que o gráfico corta o eixo *x*.

Exemplos:

1.



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) = 0$$

Neste exemplo, os zeros da função f correspondem a x_1, x_2, x_3 e x_4.

2. Considere as seguintes funções reais. Determine em cada uma delas:

- uma tabela de, no mínimo, 4 pontos e em seguida plote cada uma no plano cartesiano do software Winplot;
- esboce o gráfico da função no mesmo plano do Winplot;
- os conjuntos domínio e imagem;
- o(s) zero(s) da função;
- os intervalos de *x* onde ela é crescente, decrescente ou constante;
- o valor máximo ou mínimo que a função apresenta e para qual valor de *x* ele ocorre;
- a variação do sinal da função.

a) $t(x) = -x^3$, para $-2 < x \leq 3$

b) $h(x) = \begin{cases} \dfrac{5x+19}{3}, & \text{para } x \le -2 \\ 3, & \text{para } -2 < x \le 6 \end{cases}$

c) $r(x) = -x^2 + 4x$

d) $y = f(x) = |x|$

e) $g(x) = \sin(x), \text{ para } -\pi \le x \le 2\pi$

f) $q(x) = x$

g) $z(x) = e^x$, sendo $e = 2,718281828459045235360287...$

h) $w(x) = -2x + 8$

i) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

Aula 4:

5º Passo: Nova Situação-problema, em nível mais alto de complexidade:

Novamente será analisada a situação-problema 1, e os estudantes deverão escrever uma equação que represente e modele a função estudada. Em seguida, fazer um esboço do seu gráfico no Plano Cartesiano do software Winplot e determinar quem é o seu conjunto Domínio e Imagem. Depois, a Situação-problema 2 será apresentada.

Situação-problema 2: O custo de uma plantação de mudas arbóreas é decorrente da quantidade de hectares plantados. O custo das máquinas utilizadas na plantação é um custo fixo, pois a manutenção e o combustível do maquinário já é estabelecido pelo produtor rural antes do início do plantio das mudas. Já o custo com adubação, semente e mão de obra varia com o número de hectares plantados e é chamado custo variável. Supondo que o custo fixo seja de R$ 8.000,00 (incluído nesse valor toda a manutenção e o combustível usado) e o custo variável de R$ 500,00 por hectare plantado:

a) Determine quem é a variável dependente e a variável independente dessa função.

b) Faça uma tabela de pontos, que relacione as duas variáveis dessa função.

c) Escreva uma equação para a função Custo total.

d) Esboce no plano cartesiano do software Winplot os pontos encontrados na tabela do item b.

e) Trace o gráfico dessa função no software Winplot.

f) Explique, ao analisar o gráfico, como visualizar graficamente o custo variável e o custo fixo.

Análise à priori da Situação-problema 2:

A resolução dessa situação difere da resolução da Situação-problema 1 no fato de que agora o aluno já aprendeu a definição e algumas características de funções e de suas representações gráficas e algébricas. Assim, terá, supostamente, condições de aplicar os conteúdos em uma situação que, mesmo parecida com outra já resolvida, pedirá, no item f, que ele explique com suas próprias palavras, ao analisar o gráfico traçado no software Winplot, as principais características apresentadas pela função. E isso fará ele relacionar os coeficientes presentes na equação da função com sua implicação no gráfico.

Aula 5:

6º Passo: Avaliação somativa individual: a qual será realizada presencialmente e de forma individual

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM
Campus Frederico Westphalen
Curso de Engenharia Florestal
Disciplina: DETA0003 – Cálculo I e Geometria Analítica/1º semestre de 2017

Nome: ____

Parte Teórica:

1) Defina, com suas próprias palavras, o que você entende por Função. Apresente pelo menos um exemplo de uma função que você já se deparou no seu cotidiano, identificando quem é a variável dependente e a variável independente dessa função.

Parte Prática:

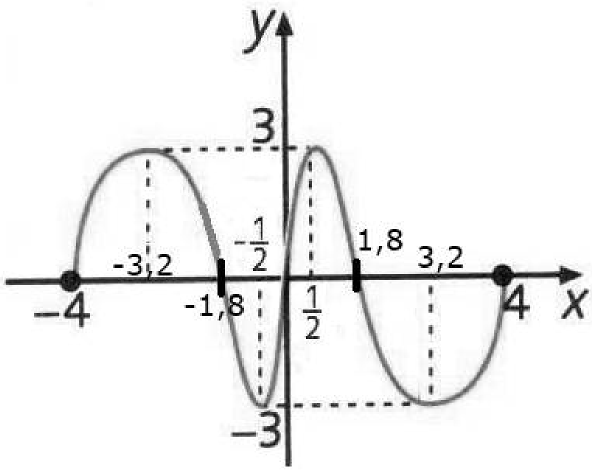
2) Determine para a função $y = f(x)$, esboçada no gráfico abaixo:

- o conjunto domínio e imagem;

- o(s) zero(s) da função;

- os intervalos de *x* onde ela é crescente, decrescente ou constante;

- o(s) valor(es) máximo ou mínimo que a função apresenta e para qual valor(es) de *x* ele acontece.



3) (Adaptado do ENEM 2010) No manejo sustentável de florestas, é preciso muitas vezes obter o volume da tora que pode ser obtida a partir de uma árvore. Para isso, existe um método prático, em que se mede a circunferência da árvore à altura do peito de um homem (1,30 m), conforme indicado na figura. A essa medida denomina-se "rodo" da árvore. O quadro a seguir indica a fórmula para se cubar, ou seja, obter o volume da tora em m^3 a partir do rodo e da altura da árvore.

O volume da tora em m^3 é dado por

V = rodo^2 × altura × 0,06

O rodo e a altura da árvore devem ser medidos em metros. O coeficiente 0,06 foi obtido experimentalmente.

Suponhamos que um engenheiro florestal esteja analisando o volume de toras de Eucalyptus grandis, todas com 50 metros de altura.

Assim sendo:

a) Escreva uma equação para a função que relaciona a medida do volume das toras, em metros cúbicos, em função da medida do rodo delas.
b) Determine quem é a variável dependente e a variável independente dessa função.
c) Faça uma tabela de pontos, atribuindo valores (que sejam números naturais) para a variável independente e depois, num plano cartesiano, esboce esses pontos e o gráfico dessa função.
d) Encontre o domínio e a imagem da função.

7º Passo: Aula expositiva final:

Após a entrega da Avaliação Somativa individual, será proposto aos alunos que verifiquem a correção feita pelo professor dos exercícios resolvidos. Em seguida, o professor fará correção conjunta e dialogada com os estudantes de todos os exercícios da avaliação, retomando todos os conteúdos mais importantes estudados até o momento sobre Funções.

Um mapa conceitual final sobre o tópico Funções será desenvolvido em conjunto pelo professor e estudantes. O professor solicitará que os estudantes expliquem, por escrito, as relações entre os conceitos presente em seus mapas conceituais.

8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS:

A presença de evidências de aprendizagem significativa será feita através da análise das resoluções das atividades pelos estudantes e suas explicações e interpretações do que fora proposto, dos registros feitos pelo professor.

9º Passo: Avaliação da própria UEPS

O autor desta pesquisa analisará as evidências de aprendizagem significativa que os alunos apresentaram nas atividades desenvolvidas, também verificará o quão significativas essas atividades foram para o aprendizado do aluno e para o seu desempenho no desenvolvimento das mesmas.

APÊNDICE 6 - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Título do estudo: Investigação do processo de aprendizagem de Cálculo num Curso de Engenharia Florestal: o uso de um software na aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

Pesquisador responsável: Maria Cecília Pereira Santarosa.

Instituição/Departamento: UFSM/Departamento de Matemática

Telefone e endereço postal completo: (55) 3220-8136. UFSM - Avenida Roraima, 1000, prédio 13, Departamento de Matemática, sala 1221-B, 97105-970 - Santa Maria - RS.

Local da coleta de dados: Frederico Westphalen - RS

Eu, Maria Cecília Pereira Santarosa, responsável pela pesquisa intitulada “Investigação do processo de aprendizagem de Cálculo num Curso de Engenharia Florestal: o uso de um software na aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa”, o convidamos a participar como voluntário deste nosso estudo.

Este projeto de pesquisa pretende investigar como se dá o processo de aprendizagem de uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS) de Cálculo fundamentada no uso de um software num curso de graduação em Engenharia Florestal. Para isso, pretende-se investigar situações-problemas da área das Ciências Florestais podem dar sentido aos conceitos matemáticos de Cálculo além de analisar quais dessas situações-problema podem ser resolvidas com o uso de um software computacional. Presumimos que a UEPS, com o auxílio do tal software, pode proporcionar uma aprendizagem significativa no processo de ensino de Cálculo. Para alcançar os objetivos propostos por esta pesquisa, pretende-se desenvolvê-la em duas etapas: uma etapa de exploração das situações-problema da área das Ciências Florestais podem dar sentido aos conceitos matemáticos de Cálculo e, dentre elas, quais podem ser resolvidas com o auxílio de um software computacional e, em seguida, elaboração, teste e aplicação de uma UEPS, explorando previamente as situações que podem vir a ocorrer durante a aplicação da UEPS, e uma etapa explicativa, na qual vai se identificar indícios de uma aprendizagem significativa através da aplicação da UEPS e do uso do software nas atividades desenvolvidas pelos alunos. Pretende fazer análises dos rendimentos dos estudantes nas atividades e relações entre esse rendimento e as atividades propostas e ditas como potencialmente significativas. Os docentes que ministram ou já ministraram a disciplina de Cálculo no Curso de Engenharia Florestal também serão questionados quanto às metodologias adotadas em sala de aula no processo de ensino dos conteúdos.

Aos estudantes, sua participação constará de desenvolver as atividades propostas nas aulas de Cálculo e, posteriormente, se assim desejar, responder questões de uma entrevista sobre como se desenvolveram as tais atividades propostas e sobre o processo de aprendizado de Matemática na disciplina.

Aos docentes que ministram ou já ministraram a disciplina de Cálculo no curso de Engenharia Florestal da UFSM – Campus Frederico Westphalen, sua participação constará de responder algumas perguntas de uma entrevista orientada, a qual versará sobre a aplicação de uma UEPS para aprendizagem significativa de Cálculo, bem como sobre a utilização de softwares computacionais no processo de ensino.

É possível que venham a acontecer os seguintes desconfortos ou riscos durante a pesquisa: dificuldade de os estudantes da turma e docentes que ministram a disciplina de Cálculo no curso de Engenharia Florestal de falar e compartilhar informações pertinentes às atividades que foram propostas ou situações que foram questionadas, sendo que o participante terá o direito de se recusar a responder quaisquer perguntas ou informar sobre algo que lhe cause desconforto ou incômodo, falta de interesse e motivação em participar das atividades propostas.

Os benefícios que esperados com o presente estudo são compreender como a aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa com o auxílio de um software computacional, no desenvolvimento das atividades propostas, pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo num Curso de Engenharia Florestal, objetivando sempre a elaboração de um material que proporcione à turma pesquisada, e a outros alunos que ingressem no curso, uma aprendizagem significativa.

Durante todo o período da pesquisa, e mesmo depois que ela ocorrer, você terá a possibilidade de tirar qualquer dúvida ou pedir qualquer outro esclarecimento. Para isso, entre em contato com algum dos pesquisadores ou com o Comitê de Ética em Pesquisa.

Em caso de algum problema relacionado com as atividades que serão propostas nesta pesquisa, você terá direito à assistência gratuita que será prestada pela servidora Psicóloga, Assistente Social ou Técnico em Assuntos Educacionais do Núcleo de Apoio Pedagógico do Campus Frederico Westphalen da UFSM.

Você tem garantida a possibilidade de não aceitar participar ou de retirar sua permissão a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo pela sua decisão.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e poderão divulgadas, apenas, em eventos ou publicações, sem a identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação. Também serão utilizadas imagens.

Os gastos necessários para a sua participação na pesquisa serão assumidos pela pesquisadora.

Autorização

Eu, ____, após a leitura ou a escuta da leitura deste documento e ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, estou suficientemente informado, ficando claro para que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo e assino este termo em duas vias, uma das quais foi-me entregue.

Frederico Westphalen, ____ de março de 2018.

Maria Cecília Pereira Santarosa
____
Maria Cecília Pereira Santarosa

____

Assinatura do voluntário

____

Assinatura do responsável pela obtenção do TCLE