

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Marcos Vinicius Romitti

**EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM
SISTEMAS DE VIDRO DE SPIN COM CLUSTERS**

Santa Maria, RS
2019

Marcos Vinícios Romitti

**EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM SISTEMAS
DE VIDRO DE SPIN COM CLUSTERS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Concentração em Física da Matéria Condensada, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Física**.

ORIENTADOR: Prof. Fábio Mallmann Zimmer

Santa Maria, RS
2019

Romitti, Marcos Vinícios
Efeitos de Campos Magnéticos Aleatórios em Sistemas de
Vidro de Spin com Clusters / Marcos Vinícios Romitti.-
2019.
93 f.; 30 cm

Orientador: Fábio Mallmann Zimmer
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de
Pós-Graduação em Física, RS, 2019

1. Campos magnéticos aleatórios 2. Vidros de spin 3.
Sistemas desordenados 4. Clusters I. Zimmer, Fábio
Mallmann II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

©2019

Todos os direitos autorais reservados a Marcos Vinícios Romitti. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

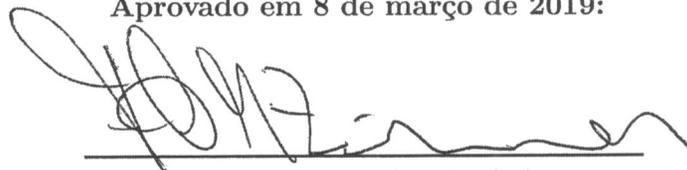
End. Eletr.: marcos.romitti@gmail.com

Marcos Vinicios Romitti

**EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM SISTEMAS
DE VIDRO DE SPIN COM CLUSTERS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Concentração em Física da Matéria Condensada, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Física**.

Aprovado em 8 de março de 2019:

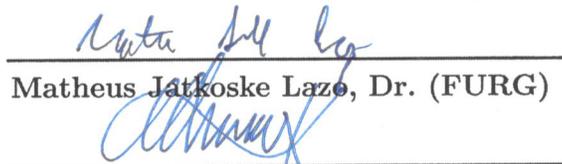


Fábio Mallmann Zimmer, Dr. (UFSM) (videoconferência)
(Presidente/Orientador)



Eleonir João Calegari, Dr. (UFSM)

Lucio Strazzabosco Dorneles, Dr. (UFSM)



Matheus Jatkoske Lazo, Dr. (FURG)

Rubem Erichsen Junior, Dr. (UFRGS)

Santa Maria, RS
2019

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Iraci e Sueli, e a minha noiva, Diovana.

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento dessa tese não teria sido possível sem a colaboração, estímulo e empenho de diversas pessoas. Gostaria de expressar a minha gratidão a todos que contribuíram para que esse trabalho se tornasse realidade. A todos os meus sinceros agradecimentos.

Agradeço aos meus pais, que sempre me incentivaram e me apoiaram para que eu chega-se até esse momento. Obrigado Sr. Iraci e Sra. Maria Sueli, por me ensinarem a caminhar e assim poder seguir meus próprios passos. Pela educação que me deram e por sempre estarem ao meu lado.

A minha noiva Diovana, por contribuir com uma enorme quantidade de momentos maravilhosos ao meu lado. Por me apoiar e me fazer sorrir nos momentos difíceis. Por encher meu coração de exultante alegria com a sua existência. Obrigado por caminhar ao meu lado, e por estar disposta a prolongar essa caminhada indefinidamente.

Aos colegas do Laboratório de Teoria da Matéria Condensada e do Grupo de Informação Quântica e Fenômenos Emergentes. Obrigado por compartilharem dos prazeres e dificuldades desta jornada. Todos deixaram uma marca que o tempo não poderá apagar de onde fica a saudade e o aperto no peito.

Agradeço aos professores do programa de pós-graduação, pela sua dedicação, paciência e carinho ao lecionar. Em especial, ao meu orientador Prof. Dr. Fábio M. Zimmer, pela sua disponibilidade, incentivo e profissionalismo, o qual teve papel essencial para o desenvolvimento desse trabalho. As suas críticas construtivas, as discussões e reflexões foram fundamentais ao longo de todo o percurso. Sou muito grato a sua grande contribuição para o meu crescimento como pesquisador.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (Capes) e a UFSM, que fomentaram minha pesquisa e permitiram minha formação.

*Obstáculos são aquilo que vemos quando
afastamos nossos olhos do objetivo.*

(Henry Ford)

RESUMO

EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM SISTEMAS DE VIDRO DE SPIN COM CLUSTERS

AUTOR: Marcos Vinícios Romitti

ORIENTADOR: Fábio Mallmann Zimmer

Os efeitos da presença de campos magnéticos aleatórios (RFs) em quantidades termodinâmicas que caracterizam um estado vidro de spin (VS) são investigadas neste trabalho. Adotamos um modelo de spin com clusters que considera interações desordenadas de longo alcance entre momentos magnéticos de clusters e interações de curto alcance (ferromagnética, FE, ou antiferromagnética, AF) entre spins pertencentes ao mesmo cluster, além de um campo magnético aleatório local atuando em cada spin, o qual pode seguir uma distribuição de probabilidade bimodal ou gaussiana. Uma abordagem com réplicas é adotada para obter um problema efetivo de cluster único que é resolvido analiticamente. Para o sistema com interações intracluster FE, discutimos o comportamento dos parâmetros de ordem, calor específico, susceptibilidade não linear e diagramas de fases para diferentes configurações de desordem. Na ausência de campo aleatório, a susceptibilidade não linear (χ_3) exibe uma divergência na temperatura de congelamento (T_f), enquanto o calor específico (C_m) mostra um máximo amplo a uma temperatura T^{**} , que depende da interação FE. Em particular, a intensidade da interação FE é ajustada para localizar T^{**} em torno de 30% acima da T_f , como esperado para sistemas VS convencionais. A presença de RFs altera este cenário, o C_m ainda mostra o máximo em T^{**} que é fracamente dependente da intensidade do RF. No entanto, a T_f é deslocada para temperaturas mais baixas, aumentando consideravelmente a relação T^{**}/T_f . Além disso, a divergência na χ_3 é substituída por um máximo arredondado a uma temperatura T^* , que se torna cada vez maior que a T_f com o aumento da intensidade do RF. Como consequência, sugerimos que a fase paramagnética (PM) é desdobrada em três regiões: (i) um paramagnetismo convencional de altas temperaturas ($T > T^{**}$); (ii) uma região com formação de ordem de curto alcance com spins congelados ($T^* < T < T^{**}$) e (iii) uma região com lento crescimento de barreiras de energia livre que retardam a dinâmica do spin antes da transição ao VS ($T_f < T < T^*$). Esses resultados reproduzem qualitativamente algumas descobertas para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ como o máximo arredondado na χ_3 , comportamento desencadeado por RFs e o desvio da relação convencional entre T_f e T^{**} . Para o caso com interações intracluster AF, os resultados mostram que a região VS é gradativamente reduzida com aumento da intensidade dos acoplamentos AF, até que somente uma fase paramagnética é encontrada. Assim, destacamos duas regiões distintas em relação à desordem: (i) desordem forte, onde temos uma transição de fase de segunda ordem PM/VS com o RF decrescendo a T_f semelhante ao caso FE; (ii) desordem fraca, onde somente a fase PM com clusters totalmente compensados e sem ordem de longo alcance é encontrada. Nessa região (ii), quando a intensidade do RF é aumentada, observamos o surgimento da fase VS induzida pelo campo aleatório. Esse resultado sugere que a presença de RFs pode introduzir um estado VS em sistemas com cluster AF fracamente desordenados.

Palavras-chave: Campos aleatórios, vidro de spin, clusters, desordem.

ABSTRACT

EFFECTS OF RANDOM MAGNETIC FIELDS ON SPIN GLASS SYSTEMS WITH CLUSTERS

AUTHOR: Marcos Vinicius Romitti

ADVISOR: Fábio Mallmann Zimmer

This work investigates the effects of the presence of random magnetic fields (RFs) in thermodynamic quantities that characterize the spin glass state (VS). We adopt a cluster spin model that considers long-range disordered interactions between magnetic clusters and short-range interactions (ferromagnetic, FE, or antiferromagnetic, AF) between spins belonging to the same cluster, as well as a local random magnetic field acting in each spin, which can follow a bimodal or Gaussian probability distribution. A replica approach is adopted to obtain an effective single cluster problem that is solved analytically. For the system with intracluster FE interactions, we discuss the behavior of order parameters, specific heat, nonlinear susceptibility and phase diagrams for different configurations of disorder. In the absence of a random field, the nonlinear susceptibility (χ_3) exhibits a divergence in the freezing temperature (T_f), while the specific heat shows a broad maximum at a temperature T^{**} , which depends on the FE interaction. In particular, the intensity of the FE interaction is set to find T^{**} around 30% above the T_f , as expected for conventional VS systems. The presence of RFs alters this scenario, C_m still shows the maximum in T^{**} that is weakly dependent on RF intensity. However, the T_f is shifted to lower temperatures, considerably increasing the ratio T^{**}/T_f . In addition, the divergence in χ_3 is replaced by a maximum rounded at a temperature T^* , which becomes higher than T_f with increasing the RF intensity. As a consequence, we suggest that the paramagnetic (PM) phase is unfolded in three regions: (i) a conventional paramagnetism of high temperatures ($T > T^{**}$); (ii) a region with short-range order formation with spins frozen ($T^* < T < T^{**}$) e (iii) a region with slow growth of free energy barriers that retard the spin dynamics before the transition to VS ($T_f < T < T^*$). These results qualitatively reproduce some findings for the compound $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ such as the maximum rounded at χ_3 , which is triggered by RFs and the deviation of the conventional relation between T_f and T^{**} . For the case with intracluster AF interactions, the results show that the VS region is gradually reduced with increasing the intensity of the AF couplings until only a PM phase is found. Thus, we highlight two distinct regions in relation to the disorder: (i) strong disorder one, where we have a PM/Vs second-order phase transition with the RF decreasing T_f similarly to the case FE; (ii) weak disorder, where only the PM state with fully compensated clusters and no long range order is found. In this region (ii), when the RF intensity increase, we observe a VS phase induced by the random field. This result suggests that the presence of RFs can introduce a VS state in weakly disordered AF cluster system.

Keywords: Random fields, spin glass, clusters, disorder

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ilustração de uma célula primitiva da rede quadrada em que os spins estão representados por setas posicionadas nos sítios (círculos pretos) e as interações de troca aleatórias ferromagnéticas pelo sinal + e antiferromagnéticas por –. Em que (a) representa uma célula não frustrada e (b) uma célula frustrada.	23
Figura 2.2 – Gráfico da energia livre em função da coordenada do espaço de fase onde mostra a estrutura de muitos vales.	24
Figura 2.3 – Gráficos da susceptibilidade magnética linear em função da temperatura para (a) Cu-0.9% Mn com frequências 1.33 kHz (\square), 234 Hz (\circ), 10.4 Hz (\times) e 2.6 Hz (\triangle) e (b) para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ com $x = 0.045$	27
Figura 2.4 – Gráficos da susceptibilidade linear DC em função da temperatura para (a) CuMn com concentração de Mn de 1.08% e 2.02% e (b) exibindo os estágios de resfriamento da amostra AgMn a 0.26% de Mn em um campo magnético de $6Oe$	28
Figura 2.5 – Gráficos da susceptibilidade não linear (a) teórica em função da temperatura na presença de diferentes intensidades de campo magnético aleatório, em que as setas identificam a T_f calculada através do autovalor de Almeida e Thouless, e (b) experimental em função de um campo transversal para o composto $\text{LiHo}_{0.167}\text{Y}_{0.833}\text{F}_4$ sob diferentes temperaturas.	30
Figura 2.6 – Calor específico magnético em função da temperatura para o sistema (a) CuMn com 2.79% de Mn e (b) para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ com concentrações de $x = 0.018$, $x = 0.045$ e $x = 0.080$	32
Figura 2.7 – Diagramas de fase da temperatura por concentração de impurezas magnéticas x para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. A seta mostra a região de intenso debate sobre a natureza da transição.	35
Figura 2.8 – No diagrama representativo do sistema ferromagnético (coluna da esquerda) para um sistema puro sem presença de desordem, os termos não diagonais não experimentam efeitos de campos aleatórios devido a simetria, já para o sistema diluído (coluna da direita) não há cancelamento por simetria e então é induzido um campo aleatório.	36
Figura 2.9 – Representação teórica do calor específico magnético em função da temperatura. A linha cheia é calculada usando clusters compostos por 3 spins e a linha tracejada com clusters compostos por 6 spins. O detalhe mostra a representação através de um modelo de campo médio usual sem clusters.	37
Figura 2.10 – Representação de uma rede de spins com presença de clusters compostos por 4 spins. A variável J_1 representa a interação intracluster de curto alcance e J a interação intercluster de longo alcance.	38
Figura 2.11 – Calor específico em função da temperatura para diferentes tamanhos de clusters, $n_s = 4, 6, 9$ e 12 spins, respectivamente.	39
Figura 4.1 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin (q), correlação \bar{q} e autovalor de Almeida e Thouless em função da temperatura para um caso limite com clusters compostos por um sítio sob a ação de diferentes distribuições de campos aleatórios (a) bimodal e (b) gaussiano.	62

Figura 4.2 – Diagrama de fases construído a partir da linha de estabilidade de Almeida e Thouless para o caso limite de clusters com um único sítio.	63
Figura 4.3 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin (q), correlação \bar{q} e autovalor de Almeida e Thouless em função da temperatura para clusters compostos por 4 sítios sob a ação de diferentes distribuições de campos aleatórios (a) bimodal e (b) gaussiano.	64
Figura 4.4 – Diagramas de fases construídos a partir da linha de estabilidade de Almeida e Thouless para o caso (a) de clusters compostos por 4 spins sob a ação de diferentes distribuições de campos magnéticos e (b) comportamento das distribuições bimodal e gaussiana quando submetidas a interações de curto alcance ferromagnéticas mais intensas.	66
Figura 4.5 – Parâmetros de ordem com 1RSB em função da temperatura para vários valores de Δ considerando $J_1/J = 0.70$ e clusters com 8 spins, onde $q_{0n} = q_0/n_s^2$, $q_{1n} = q_1/n_s^2$ e $\bar{q}_n = \bar{q}/n_s^2$	68
Figura 4.6 – Calor específico em função da temperatura para diferentes interações intracusters ferromagnéticas sem a presença de campo magnético aleatório. As linhas pontilhadas, abaixo da T_f , representam resultados na região com solução de simetria de réplicas instável ($\lambda_{AT} < 0$). Os valores de C_m localizados abaixo da quebra do eixo não são significativos. ...	69
Figura 4.7 – (a) C_m versus T/J para diferentes valores Δ (0.00, 0.25 J e 0.50 J) com $J_1/J = 0.70$ constante para clusters de geometria cúbica simples compostos de 8 spins. Painéis (b), (c) e (d) mostram as contribuições intercluster, intracuster e os efeitos de RF explícitos para o calor específico, respectivamente.	70
Figura 4.8 – Susceptibilidade linear vs T/J com $J_1/J = 0.70$ e $n_s = 8$ para os valores de $\Delta/J = 0.00, 0.25$ e 0.50. As linhas sólidas correspondem a solução 1RSB e a tracejada a solução RS. O detalhe apresenta χ_1^{-1} em função de T/J (linha cheia) quando $\Delta/J = 0.50$ e a linha tracejada representa a extrapolação linear da Lei de Curie-Weiss.	71
Figura 4.9 – (a) Suscetibilidade não linear em função da T/J com interação intracuster $J_1/J = 0.70$ para $\Delta/J = 0.25$ e 0.5. As setas indicam o limite da solução estável com RS. A inserção mostra a χ_3 vs T/J para $\Delta/J = 0.00$. O painel (b) apresenta o comportamento do λ_{AT} e o denominador b da expressão de χ_3 para $\Delta > 0$	72
Figura 4.10 – Diagrama de Fase T/J vs Δ para $n_s = 8$ e $J_1/J = 0.70$ que mostra T_f separando a solução RSB (estado VS) das fases de RS PM. Onde mostra as temperaturas de cruzamento T^{**} e T^* delimitando os diferentes comportamentos de PM (PM ₁ , PM ₂ e PM ₃) associados a C_m e χ_3 , respectivamente. A inserção exibe uma comparação entre os resultados obtidos de $n_s = 4$ e $n_s = 8$, onde não são observadas alterações significativas.	73
Figura 4.11 – Diagrama de fase da temperatura de transição em função da intensidade de interação intracuster antiferromagnética sem a presença de campos magnéticos aleatórios para clusters compostos por 4 spins. A linha sólida representa uma transição de segunda ordem enquanto que a linha pontilhada representa uma transição de primeira ordem.	75
Figura 4.12 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da temperatura para cluster	

	compostos por 4 spins, sem a presença de campo magnético aleatório para os valores $J_1/J = -1.00$, $J_1/J = -1.70$ e $J_1/J = -2.00$. As linhas sólidas representam \bar{q} e as pontilhadas q . Em $J_1/J = -2.00$ o q é sempre nulo.	76
Figura 4.13	– Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da temperatura para as regiões de solução vidro de spin e paramagnética, sem a presença de campo magnético aleatório e interação intracluster de $J_1/J = -1.70$. O detalhe exibe o comportamento das energias livre para as mesmas regiões. ...	77
Figura 4.14	– Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da intensidade da interação intracluster J_1/J para a temperatura $T = 0.2$ sem a presença de campo magnético aleatório.	78
Figura 4.15	– Diagrama de fases da temperatura em função do campo magnético aleatório para clusters compostos por 4 spins para os valores de $J_1/J = -1.00$, $J_1/J = -1.70$ e $J_1/J = -2.00$. As linhas sólidas representam transições de segunda ordem enquanto que a linha pontilhada representa uma transição de primeira ordem.	80
Figura 4.16	– Momento magnético médio do cluster em função do campo magnético aleatório para $T/J = 0.2$ com os seguintes valores $-J_1/J = 1.00$ (inserção), 1.70 e 2.00 para clusters compostos por 4 spins.	81
Figura 4.17	– Dependência de q , \bar{q} e λ_{AT} com o campo magnético aleatório para $T/J = 0.10$, $J_1/J = -1.70$ e clusters compostos por 4 spins. No eixo horizontal é usada uma escala logarítmica. Para expor mais detalhes nas curvas apresentadas, o eixo vertical foi limitado a -4 , embora o autovalor $\lambda_{AT} \rightarrow -23$ quando $\Delta/J \rightarrow 0$. O detalhe mostra o comportamento das energias livres das fases VS e PM na região transição de primeira ordem.	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VS	Vidro de spin
T_f	Temperatura de congelamento
PM	Paramagnético
FM	Ferromagnético
AF	Antiferromagnético
AT	Almeida e Thouless
T	Temperatura
RF	Campo magnético aleatório
RFs	Campos magnéticos aleatórios
SK	Sherrington e Kirkpatrick
EA	Edward e Anderson
$RKKY$	Teoria de Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida
RS	Simetria de réplicas
RSB	Quebra de simetria de réplicas
$1RSB$	Um passo de quebra de simetria de réplicas
FC	Congelamento com campo aplicado
ZFC	Congelamento sem campo aplicado
n_s	Número de spins

LISTA DE SÍMBOLOS

χ	Susceptibilidade linear
χ_{ac}	Susceptibilidade dinâmica
χ_{dc}	Susceptibilidade estática
χ_3	Susceptibilidade não linear
h_i	Campo magnético
h_0	Campo magnético aleatório bimodal
Δ	Campo magnético aleatório gaussiano
H_t	Campo magnético transverso
h	Campo magnético uniforme
λ_{AT}	Autovalor de Almeida e Thouless
q	Parâmetro de ordem vidro de spin
\bar{q}	Correlação associada ao momento magnético total do cluster
$J_{v\lambda}$	Desordem entre clusters
J_1	Intensidade das interações intraclusters
J	Constante de normalização
C_m	Calor específico magnético
x	Concentração de impurezas magnéticas
b	Denominador da susceptibilidade não linear
q_1	Parâmetro associado a instabilidade da solução com simetria de réplicas
q_0	Parâmetro de ordem vidro de spin com um passo de quebra de simetria de réplicas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	19
1.2	ESTRUTURA DA TESE	20
2	DESORDEM EM SISTEMAS MAGNÉTICOS	22
2.1	VIDROS DE SPIN	22
2.2	CARACTERÍSTICAS EXPERIMENTAIS	26
2.3	CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS (RF)	33
2.4	VIDRO DE SPIN COM CLUSTES	37
3	MODELO DE SHERRINGTON-KIRKPATRICK NA PRESENÇA DE CLUSTERS E CAMPO MAGNÉTICO ALEATÓRIO	41
3.1	MODELO	41
3.1.1	Método das Réplicas	44
3.2	APROXIMAÇÃO DE SIMETRIA DE RÉPLICAS COM PRESENÇA DE CLUSTERS	48
3.2.1	Análise da solução com simetria de réplicas: Autovalor de Almeida e Thouless para o caso com presença de clusters	51
3.2.2	Suscetibilidade não Linear	53
3.2.3	Calor Específico	56
3.3	APROXIMAÇÃO EM UM PASSO DE QUEBRA DE SIMETRIA DE RÉPLICAS.....	57
3.4	PROCEDIMENTO PARA OBTENÇÃO DE RESULTADOS NUMÉRICOS ..	59
4	RESULTADOS	61
4.1	COMPARATIVO DO COMPORTAMENTO DE SISTEMAS VIDROS DE SPIN COM PRESENÇA DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS E UNIFORME.....	61
4.2	EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM UM SISTEMA COM INTERAÇÕES INTRACLUSTERS FERROMAGNÉTICAS	67
4.3	EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM UM SISTEMA COM INTERAÇÕES INTRACLUSTERS ANTIFERROMAGNÉTICAS	74
4.3.1	Sistemas antiferromagnéticos desordenados sem presença de campos aleatórios	74
4.3.2	Sistemas antiferromagnéticos desordenados na presença de campos aleatórios	79
5	CONCLUSÕES	83
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87

1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de sistemas de spins interagentes é extremamente relevante para diversas áreas de pesquisa, como em matéria condensada, sistemas complexos e ciência da computação quântica (SCHULD; SINAYSKIY; PETRUCCIONE, 2014; CUEVAS; CUBITT, 2016). Neste sentido, o estudo de modelos magnéticos é fundamental para compreender estes sistemas, principalmente em situações que envolvam fenômenos ligados a transições de fase (SACHDEV, 2011). Entretanto, atualmente existem poucos modelos com solução analítica exata, gerando uma demanda por abordagens aproximativas capazes de melhor descrever as principais características e correlações encontradas em sistemas de spins. Em particular, na presença de desordem estes problemas tornam-se ainda mais desafiadores, pois, são capazes de gerar uma riqueza de propriedades físicas, o que mantém esta área de pesquisa muito ativa.

A presença de desordem em sistemas de spins pode proporcionar uma situação conflitante conhecida como frustração (LACROIX; MENDELS; MILA, 2011). Esta é descrita por uma competição entre as diferentes interações dos momentos magnéticos, de modo que não exista uma única configuração de spins favorecida por todas as interações. No caso de sistemas desordenados, a combinação de desordem e frustração pode levar a existência da fase vidro de spin (VS), que é caracterizada pelo congelamento aleatório dos momentos magnéticos abaixo de uma temperatura crítica (T_f) (BINDER; YOUNG, 1986). A presença do estado vidro de spin em compostos diluídos é cada vez mais comum e, conseqüentemente, tem se tornado objeto de muitos trabalhos apresentando grandes desafios motivados pelas dificuldades em descrever esta fase em certas situações, como por exemplo, na presença de campos magnéticos aleatórios (RF¹) (SALMON; NOBRE, 2014; ROMITTI et al., 2019). A combinação de desordem via campos aleatórios e via interações leva a uma área de investigação em sistemas de spins que nos últimos anos tem recebido grande destaque, principalmente, em trabalhos envolvendo o composto ferromagnético $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ ² (QUILLIAM et al., 2007; QUILLIAM et al., 2008; SALMON; NOBRE, 2014; SALMON; NOBRE, 2016; MORAIS et al., 2016; MAGALHAES et al., 2017; ROMITTI et al., 2019).

Do ponto de vista experimental, existem vários exemplos de sistemas antiferromagnéticos em que a desordem via interações e campos aleatórios têm papel relevante, como nos compostos $\text{FeZn}_{1-x}\text{F}_2$ e $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{Cl}_2$ (YOUNG, 1998). Entretanto, a presença de campos aleatórios em sistemas ferromagnéticos ainda é pouco observada e um dos primeiros sistemas a apresentar a suspeita deste comportamento é o composto de spins de Ising $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Recentemente, este composto tem desencadeado um intenso debate

¹Sigla do inglês “*Random Field*”.

²Lítio-Hólmio-Ítrio-Flúor.

experimental sobre o comportamento da susceptibilidade não linear (χ_3) (JÖNSSON et al., 2007; ANCONA-TORRES et al., 2008), a qual é considerada uma característica marcante de uma transição de segunda ordem de vidro de spin (BINDER; YOUNG, 1986). A transição VS é bem capturada experimentalmente através da χ_3 que diverge na chamada temperatura de congelamento (T_f) (WU et al., 1993). Neste sentido, poderia se esperar que a aplicação de um campo transversal levaria o composto a se comportar como um vidro de spin de Ising quântico³ (GINGRAS; HENELIUS, 2011; MYDOSH, 2015). No entanto, verificou-se que a divergência na χ_3 é suavizada e substituída por um máximo arredondado a uma determinada temperatura T^* , que é inferior à temperatura encontrada sem a presença de campo transversal. Uma possível explicação para este comportamento leva em consideração a presença de campos magnéticos aleatórios, os quais seriam induzidos pelo acoplamento entre o H_t com os termos não diagonais da interação dipolar do composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ (SCHECHTER; LAFLORENCIE, 2006a; Tabei et al., 2006), mecanismo este que permite reproduzir com sucesso o comportamento experimental apresentado pela χ_3 (Tabei et al., 2006; MAGALHAES et al., 2017).

Muito recentemente, a χ_3 foi estudada teoricamente usando o mecanismo de campos aleatórios induzidos nos regimes quântico (MAGALHAES et al., 2017) e semi-clássico (MORAIS et al., 2016). Neste último regime é considerado um H_t fraco, suficiente para induzir um RF, mas não o suficiente para levar as flutuações quânticas a dominar as térmicas. Deste modo, a estrutura conceitual e matemática da teoria de campo médio com réplicas para vidros de spins clássicos pode ser aplicada (SHERRINGTON; KIRKPATRICK, 1975a; PARISI, 1980b; SOARES; NOBRE; ALMEIDA, 1994). Nessa estrutura, sabe-se que na ausência de RF, a χ_3 está diretamente relacionada com o autovalor de Almeida e Thouless⁴ (λ_{AT}) (BINDER; YOUNG, 1986). Ou seja, a χ_3 diverge exatamente quando $\lambda_{AT} = 0$, que é o início da quebra da simetria das réplicas (RSB⁵) da fase VS na temperatura de congelamento T_f . No entanto, os resultados da referência Morais et al. (2016) mostraram que, na presença de RFs, a situação é mais complexa, a relação da χ_3 com λ_{AT} é alterada, e a χ_3 deixa de apresentar uma divergência. Ou seja, $\lambda_{AT} = 0$ ainda localiza a transição RSB (VS) em T_f , porém, com a divergência na χ_3 sendo substituída por um máximo arredondado localizado em T^* que não coincide mais com a T_f . De fato, T^* é cada vez maior que a temperatura de congelamento, mas ambas diminuem à medida que os efeitos de RFs se tornam mais importantes (MORAIS et al., 2016). Em decorrência, a fase paramagnética é desdobrada em duas regiões; uma definida como PM_2 , onde prevalecem as correlações fracas e, assim, o comportamento usual da fase paramagnética, caracterizado pela susceptibilidade linear inversamente proporcional à temperatura; e ou-

³O modelo de Ising com campo transversal é considerado quântico, pois ele é escrito em termos dos operadores de spin $\hat{\sigma}^z$ e $\hat{\sigma}^x$ que não comutam, apresentando uma dinâmica quântica.

⁴Almeida e Thouless analisaram a estabilidade da solução com simetria de réplicas e encontraram que essa é instável quando um dos autovalores da matriz Hessiana (λ_{AT}) para flutuações na solução com simetria de réplicas é negativo ($\lambda_{AT} < 0$) (ALMEIDA; THOULESS, 1978).

⁵Sigla do inglês “*Replica Symmetry Breaking*”

tra denominada de PM_1 , com comportamento não trivial, que apresenta a possibilidade de um crescimento de barreiras de energia livre, levando a uma dinâmica lenta antes da região com RSB.

Outra quantidade que pode trazer informações sobre a física do $LiHo_xY_{1-x}F_4$ é o calor específico magnético (C_m). É bem conhecido de sistemas vidro de spin convencionais que o C_m experimental não apresenta nenhuma anomalia acentuada na transição VS (FISCHER; HERTZ, 1991). Na verdade, o C_m apresenta um máximo amplo em torno de uma certa temperatura T^{**} , estimada entre 20% a 40% maior que a temperatura de congelamento (BINDER; YOUNG, 1986). Este máximo amplo no C_m localizado acima da temperatura de transição VS é considerado como outra característica experimental marcante do comportamento usual de sistemas com VS. Em situação similar a χ_3 , o comportamento experimental do calor específico no $LiHo_xY_{1-x}F_4$, também tem controvérsias, mesmo na ausência de H_t . No limite de diluição extrema $x = 0,045$, o debate centrou-se na questão de saber se existia um estado líquido de spin como estado fundamental em vez de VS (GHOSH et al., 2003). Em contraste, os autores da referência Quilliam et al. (2007) observaram um máximo amplo para o calor específico, como esperado para uma fase VS. Este debate é uma indicação bastante clara de que o calor específico é também fonte de informações interessantes sobre a física complexa do composto $LiHo_xY_{1-x}F_4$. Contudo, pouca atenção tem se dado ao estudo do comportamento do calor específico magnético na presença de H_t , tanto experimental como teórico, este último pode estar associado às dificuldades em apresentar bons resultados através do uso da aproximação de campo médio, a qual pode não ser suficientemente adequada para estudar o C_m .

O modelo proposto por Sherrington e Kirkpatrick (SK) tem sido amplamente adotado para estudar os vidros de spin (FISCHER; HERTZ, 1993). Entretanto, esse modelo apresenta um C_m teórico com uma marca exatamente na T_f na ausência de campo externo, o que está em desacordo com o comportamento experimental. Porém, existem estudos que revelam que quantidades associadas a fase VS, tais como calor específico e susceptibilidade magnética linear, são melhores descritas por modelos compostos por clusters de spins ao invés de spins individuais (canônicos) (SOUKOULIS, 1978; SOUKOULIS; LEVIN, 1978). O fato de adotar a presença de clusters em modelos desordenados, é que são consideradas interações desordenadas de longo alcance entre clusters distintos (interações intercluster) e interações de curto alcance, podendo ser ferromagnéticas (FE) ou antiferromagnéticas (AF), dentro dos clusters (interações intracluster). Este mecanismo considera mais interações entre spins, melhorando, assim, consideravelmente os resultados avaliados (REICH et al., 1990), principalmente para o calor específico. Com o uso de clusters, na ausência de campo externo, o C_m passa a apresentar uma pequena divergência na T_f que desaparece gradativamente com o uso de clusters compostos por um número maior de spins, além de exibir um amplo máximo associado a uma temperatura T^{**} acima de T_f (ZIMMER; SILVA; MAGALHAES, 2010). Logo, um modelo de VS com clusters na

presença de campos magnéticos aleatórios pode ser útil para complementar e esclarecer a situação intrigante apresentada pelo composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ (ROMITTI et al., 2019).

Destacamos, também, sistemas antiferromagnéticos diluídos, que podem apresentar simultaneamente o estado vidro de spin e campos magnéticos aleatórios, como por exemplo os compostos $\text{FeZn}_{1-x}\text{F}_2$ (BELANGER; YOUNG, 1991), $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{Cl}_2$ (BERTRAND et al., 1984; WONG; YOSHIKAWA; SHAPIRO, 1987) e $\text{Fe}_x\text{Mn}_{1-x}\text{TiO}_3$ (YOSHIKAWA et al., 1987). Esses, mostram evidências do comportamento vidro de spin para uma determinada gama de valores de x , onde as interações ferromagnéticas e antiferromagnéticas de curto alcance são responsáveis por gerar a frustração, contribuindo para a origem do estado VS. Além disso, quando submetidos a um campo uniforme aplicado ao longo do eixo de ordenação dos spins, a rede de spins tende a se alinhar com o campo aplicado, gerando uma competição com a ordem AF de longo alcance. Neste sentido, as interações de troca aleatórias dão origem a campos magnéticos aleatórios locais (AHARONY; Brooks Harris; MEIR, 1985; BELANGER, 1988). Desta maneira, ao aplicar o campo externo em um material antiferromagnético anisotrópico os acoplamentos de troca podem gerar efetivamente campos aleatórios acoplados ao parâmetro de ordem antiferromagnética. Além do mais, a intensidade do campo magnético aleatório pode ser controlada variando o campo uniforme aplicado (FISHMAN; AHARONY, 1979; CARDY, 1984; BELANGER, 1988), situação que desperta o interesse por estudar os possíveis efeitos que a presença de RFs e clusters podem proporcionar nestes sistemas.

Do ponto de vista teórico, vários estudos de sistemas desordenados na presença de clusters antiferromagnéticos têm sido reportados (SILVA et al., 2012; CHAKRABARTY; MAHAJAN; KUNDU, 2014; LIU et al., 2014; FRANTZ; SCHMIDT; ZIMMER, 2019). Nesses, a interação desordenada é de longo alcance entre clusters, isto é, entre os momentos magnéticos dos clusters. Já, as interações AF consideram os spins de primeiros vizinhos, podendo afetar fortemente os momentos magnéticos dos clusters via processo de compensação. Assim, o grau de liberdade adicional, o momento magnético do cluster, é de extrema importância na relação entre interações intra e intercluster. Por exemplo, as interações AF podem levar a um situação em que energeticamente são favorecidos clusters com momentos magnéticos total nulo, evitando o acoplamento desordenado entre clusters, introduzindo, dessa forma, uma fase paramagnética mesmo em temperaturas tendendo a zero (SILVA et al., 2012). Nessa região onde as interações AF são dominantes (desordem fraca), surge uma questão interessante no que diz respeito à presença de campos aleatórios. Os RFs podem competir com as interações AF favorecendo energeticamente estados com momentos total de clusters não nulos, o que pode contribuir com as interações desordenadas entre clusters e, conseqüentemente, favorecer um estado de vidro de spin induzido pelo RF. Por outro lado, sabe-se que RFs são contrários ao estado VS (canônico, sem clusters), pois, competem com as interações desordenadas, decrescendo a temperatura de congelamento (SALMON; NOBRE, 2016; MORAIS et al., 2016; VIEIRA; NOBRE;

YOKOI, 2000).

Recentemente, a competição entre antiferromagnetismo e vidros de spin com clusters na presença de um campo magnético externo (campo uniforme) foi analisada considerando um modelo com clusters e interações que seguem a proposta de van Hemmen para os acoplamentos desordenados (FRANTZ; SCHMIDT; ZIMMER, 2019). Nesse trabalho, em desordens fortes, o campo magnético suprime o estado VS, diminuindo a temperatura de congelamento. Não obstante, a competição entre acoplamentos AF e campo magnético externo pode favorecer o estado VS, em níveis baixos de desordem, onde um estado VS pode ser induzido pelo campo magnético. Nessa região de desordem fraca, o processo de polarização dos clusters é apontado como um mecanismo relevante para o favorecimento do vidro de spin com cluster. Por outro lado, campos externos elevados evitam o processo de congelamento, favorecendo energeticamente um estado PM com clusters totalmente polarizados (FRANTZ; SCHMIDT; ZIMMER, 2019). Contudo, é sabido que campos magnéticos uniformes podem gerar campos aleatórios em sistemas antiferromagnéticos desordenados. Assim, surge a questão se os efeitos encontrados na temperatura de congelamento no trabalho citado acima, também, estão presentes quando consideramos RFs nos sistemas com clusters desordenados e interações AF. Neste sentido, o estudo dos efeitos dos campos magnéticos aleatórios em sistemas AF com desordem merece uma atenção especial, principalmente, em relação à fase induzida por campo, uma vez que existem trabalhos que afirmam que campos magnéticos aleatórios destroem tanto o ordenamento AF quanto o estado VS (FISHMAN; AHARONY, 1979; BELANGER, 1988; VIEIRA; NOBRE; YOKOI, 2000).

A propósito, ainda existe uma carência de trabalhos teóricos que descrevam sistemas desordenados com clusters AF em presença de campos aleatórios, ou mesmo com campo uniforme. Por exemplo, o aumento da temperatura de congelamento pelo campo magnético encontrado em certos sistemas físicos desordenados com presença de vidro de spin ainda necessita uma melhor compreensão. Uma vez que, trabalhos recentes enfatizam que a presença de clusters e interações AF contribuem para o aparecimento de fases vítreas induzidas por campos magnéticos nos compostos $\text{BiMnFe}_2\text{O}_6$ (GHARA et al., 2014) e $\text{TbIn}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$ (CHEN et al., 2018). Nessa perspectiva, a busca por mecanismos que possam explicar um estado vidro de spin induzido por campos magnéticos em sistemas AF desordenados é de grande relevância e, a presença de campos magnéticos aleatórios nestes sistemas, pode gerar contribuições importantes para o entendimento do aparecimento das fases vítreas induzidas por campo magnético.

1.1 OBJETIVOS

Diante da exposição acima, temos como objetivo geral fornecer uma contribuição para a compreensão desta classe não-trivial de problemas desordenados através do estudo dos efeitos da desordem nas interações e via campos aleatórios em sistemas de VS. Propondo, assim, uma melhoria na aproximação de campo médio usual adotando clusters de spins capazes de avaliar efeitos locais do RF, através de um tratamento exato para as interações no interior dos clusters e uma abordagem de campo médio entre clusters.

Como objetivos específicos, usamos de interações intraclusters ferromagnéticas para obtermos o comportamento dos parâmetros de ordem entre outras quantidades termodinâmicas como as susceptibilidades, linear e não linear, calor específico, análise da instabilidade da solução com simetria de réplicas (RS⁶) e com quebra de simetria de réplicas através da avaliação dos diagramas de fases. Nestes diagramas variamos diferentes intensidades de campo magnético aleatório para diferentes configurações de interações de curto alcance e desordem entre clusters. Com isto, foi possível entendermos os efeitos proporcionados pelo RF em cada quantidade, de forma a proporcionar resultados que possam ser utilizados para entender problemas como o apresentado pelo composto ferromagnético $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ entre outros.

Para o sistema com interações de curto alcance antiferromagnéticas, temos como objetivos específicos avaliar os efeitos proporcionados pela presença de RFs em sistemas AF desordenados com clusters, enfatizando a possibilidade da fase VS induzida por campo aleatório. Para isso, construímos diagramas de fases variando a intensidade das interações intraclusters e do campo magnético aleatório, para diferentes regiões de desordem. Utilizamos do autovalor de Almeida e Thouless juntamente como o parâmetro de ordem vidro de spin e do momento magnético médio do cluster para determinar a localização da transição de fase VS de segunda ordem PM/VS. A transição de primeira ordem, encontrada nos sistemas AF, é obtida comparando as energias livres das regiões de solução VS e PM, sendo considerada a T_f de primeira ordem quando há o cruzamento das duas energias livres. E, por fim, analisamos os possíveis mecanismos que contribuem para o estado vítreo induzido pelo campo magnético aleatório.

De modo geral, para atingir os objetivos usamos um modelo de VS com a presença de um RF, onde adotamos a formulação de cluster proposta por Soukoulis e Levin (SOUKOULIS, 1978; SOUKOULIS; LEVIN, 1978), pois, embora o modelo Sherrington-Kirkpatrick (SK) de campo médio usual (SHERRINGTON; KIRKPATRICK, 1975a) seja bem sucedido em explicar muitos aspectos do comportamento experimental de sistemas com vidro de spin, não representa bem quantidades como C_m . Nessa proposta, procuramos superar a falha da teoria de SK, onde os clusters de spins são usados não apenas para fornecer correlações de curto alcance dentro do cluster para ajustar o comportamento ex-

⁶Sigla do inglês “*Replica Symmetry*”

perimental de C_m , mas, também, para estabilizar o estado VS. No modelo efetivo de VS, resultante da formulação de cluster, a desordem é inserida como uma interação intercluster, a qual nos proporciona dois problemas acoplados. O primeiro refere-se a esta interação desordenada de longo alcance, que é resolvida analiticamente através do método de réplicas de campo médio, uma vez que é considerada uma interação intercluster de alcance infinito, e o segundo se refere ao problema intracluster, o qual resolvemos exatamente através de diagonalização exata. Na verdade, o modelo efetivo é diagonal na representação de Ising e no lugar da diagonalização podemos usar enumeração exata. Portanto, apresentamos uma enumeração numérica exata da função de partição para os clusters, considerando 2^{n_s} auto-estados e suas respectivas auto-energias para a enumeração numérica. Devemos considerar que os clusters correspondem a uma certa estrutura interna, que especificamente para este trabalho, utilizamos uma geometria de clusters composta por 4 spins, formando uma rede quadrada, e 8 spins compondo uma rede cúbica. Além disso, podemos definir interações ferromagnéticas ou antiferromagnéticas como interações intraclusters, as quais interagem entre os vizinhos mais próximos e o RF age em cada spin seguindo uma distribuição de probabilidade que pode ser bimodal ou gaussiana. Ademais, tratamos o problema VS dentro da fase RSB usando de um passo de quebra de simetria de réplicas.

1.2 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está dividida da seguinte forma: o capítulo 2 é destinado a desordem de sistemas magnéticos, sendo subdividido em uma breve descrição do estado vidro de spin, seguido das características experimentais que o qualificam, a origem dos campos magnéticos aleatórios e a teoria da técnica de clusters. Os modelos teóricos são discutidos na capítulo 3, onde desenvolvemos os cálculos relacionados ao modelo de Sherrington e Kirkpatrick na presença de clusters e RFs, usado da aproximação de simetria de réplicas. Nesta seção, que considera a solução com simetria de réplicas, analisamos a instabilidade desta solução calculando o autovalor de Almeida e Thouless na presença de clusters, também, apresentamos os cálculos para a susceptibilidade não linear e o calor específico. Logo, destinamos uma seção onde é apresentada a técnica de um passo de quebra de simetria de réplicas seguida dos procedimentos para obtenção dos resultados numéricos. Os resultados obtidos a partir deste modelo, bem como os efeitos de diferentes distribuições de probabilidades de RFs estão apresentados no capítulo 4, separados por efeitos em sistemas com interações ferromagnéticas e antiferromagnéticas. Para finalizar, apresentamos as principais contribuições e conclusões deste trabalho.

Os resultados apresentados na seção 4.2 desta tese estão disponíveis à comunidade científica, em forma de artigo, pela a referência:

- ROMITTI, M. V.; ZIMMER, F. M.; MORAIS, C. V.; MAGALHAES, S. G.
Specific heat and nonlinear susceptibility in spin glasses with random fields.
Physical Review B, v. 99, p. 014203, 2019.

Os resultados referentes a seção 4.3 também serão reportados em forma de artigo e, estão em fase de redação.

2 DESORDEM EM SISTEMAS MAGNÉTICOS

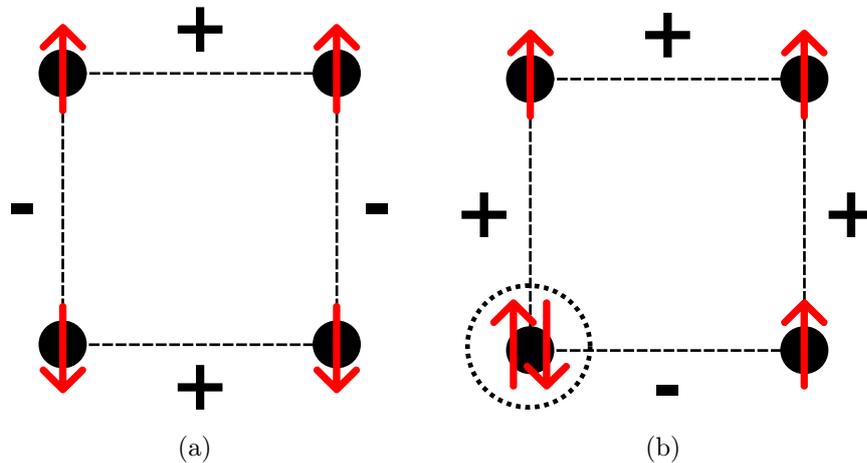
A presença de desordem em sistemas de spins pode revelar problemas interessantes tanto do ponto de vista experimental como teórico, um exemplo é o estado vidro de spin. Este estado apresenta seus momentos magnéticos aleatoriamente estáticos, característica intrinsecamente distinta das demais fases convencionais de ordenamentos magnéticos, o que nos leva a uma área fascinante, principalmente na presença de campos magnéticos aleatórios. A combinação de duas manifestações de desordem altamente não triviais (desordem nas interações e RFs) não é somente um problema teórico, pois, são facilmente encontradas em sistemas físicos antiferromagnéticos. Além disto, existem algumas evidências do composto ferromagnético $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ ser um forte candidato a apresentar esta combinação de desordens, trazendo questões interessantes e várias controvérsias. Neste sentido, a compreensão dos efeitos introduzidos pelo campo aleatório podem ser de grande importância, uma vez que os efeitos proporcionados por um RF na fase vidro de spin em sistemas com interações ferromagnéticas são praticamente inexplorados e o seu estudo pode gerar contribuições importantes para entendimento de questões que norteiam este composto. Diante do exposto, iniciamos este capítulo com o conceito de vidro de spin, seguido da caracterização experimental canônica comparada ao sistema $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, após discutimos a origem dos campos magnéticos aleatórios nos sistemas antiferromagnéticos e a suposta teoria da sua origem nos sistemas ferromagnéticos. Ao término, enfatizamos as vantagens do uso da técnica de cluster em sistemas desordenados.

2.1 VIDROS DE SPIN

O vidro de spin (VS) surgiu por volta da década de 70, quando pesquisadores buscavam entender ligas metálicas como AuFe^1 , então observaram um comportamento não convencional em baixas temperaturas. Os spins do sistema apresentavam um congelamento de seus momentos magnéticos de forma aleatória quando alcançavam determinada temperatura, a qual ficou conhecida como temperatura de congelamento (T_f) (CANNELLA; MYDOSH, 1972; ANDERSON; HALPERIN; VARMA, 1972; IMRY; MA, 1975). Neste congelamento não se observava nenhum ordenamento de longo alcance, diferentemente das fases magnéticas convencionais, como a ferromagnética (FE) e antiferromagnética (AF). A falta de ordem periódica tinha origem devido a presença de desordem nas posições dos spins, característica dos sistemas magnéticos com VS (MYDOSH, 2015). Todavia, somente desordem não explicava o comportamento vidro de spin, pois além da desordem existia uma competição entre diferentes interações dos momentos magnéticos, no sentido

¹Ouro e Ferro.

Figura 2.1 – Ilustração de uma célula primitiva da rede quadrada em que os spins estão representados por setas posicionadas nos sítios (círculos pretos) e as interações de troca aleatórias ferromagnéticas pelo sinal $+$ e antiferromagnéticas por $-$. Em que (a) representa uma célula não frustrada e (b) uma célula frustrada.

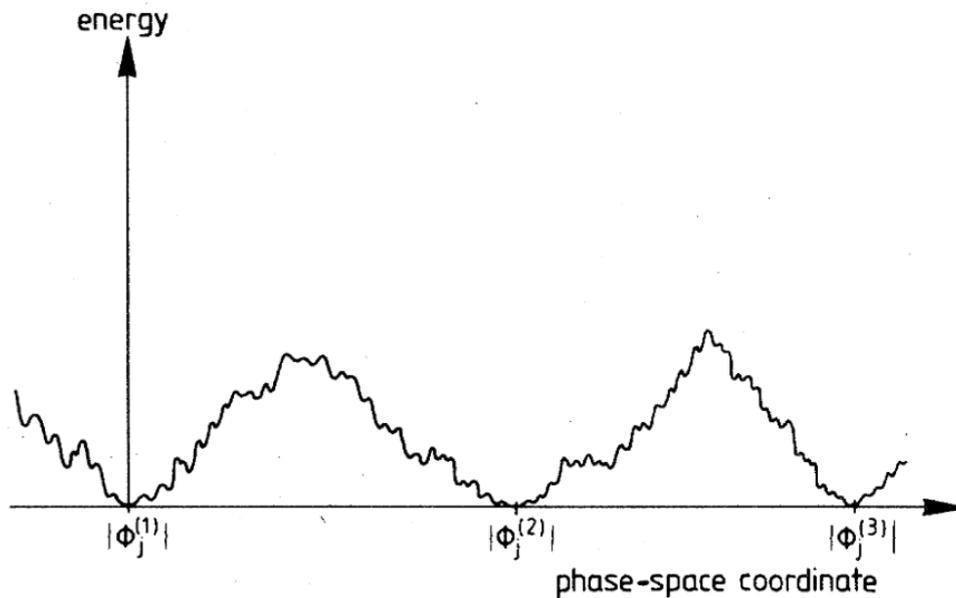


Fonte: Autor.

que nenhuma configuração de spins era favorecida dentre as demais, fenômeno que ficou conhecido como frustração (MYDOSH, 2015). A frustração geralmente é proveniente da própria geometria da rede ou em casos particulares de sistemas de vidro de spin, a desordem nas interações pode gerar a frustração, devido as impurezas magnéticas estarem distribuídas de maneira aleatória no material. Deste modo, a combinação de desordem e frustração proporcionam ingredientes fundamentais para a formação da fase vidro de spin (EDWARDS; ANDERSON, 1975; RAMIREZ, 1994; MYDOSH, 2015).

A frustração pode ser facilmente compreendida analisando a Figura 2.1, em que temos o exemplo de uma unidade primitiva da rede quadrada, com interações entre os spins que seguem uma variável de troca aleatória J , a qual distribui interações positivas (ferromagnéticas) e negativas (antiferromagnéticas). Quando temos um número par de interações positivas e negativas, Figura 2.1(a), é possível observar que ao fixar um spin e realizar um ciclo no sentido horário na célula, existem configurações em que todas as interações entre os spins são satisfeitas, não havendo conflito (célula não frustrada). Porém, se o número de interações positivas ou negativas for ímpar, Figura 2.1(b), percebe-se que ao realizar o ciclo anterior ao redor da célula, não encontramos uma única configuração que consiga satisfazer todas as interações impostas pelos spins, caracterizando assim a frustração. Esta incapacidade de satisfazer simultaneamente as ligações, gera no estado fundamental o aparecimento de multi-degenerescências, criando no espaço de fases uma representação de muitos vales, ou seja, várias configurações de quase equilíbrio associadas a mínimos de energia separados uns dos outros por barreiras energéticas, conforme mostra a Figura 2.2 (CANNELLA; MYDOSH, 1972; MYDOSH, 2015).

Figura 2.2 – Gráfico da energia livre em função da coordenada do espaço de fase onde mostra a estrutura de muitos vales.



Fonte: Adaptado de Binder e Young (1986)

Na Figura 2.2, temos representado o comportamento da energia livre em um regime de estado de vidro de spin submetida a temperaturas inferiores à T_f . Abaixo desta temperatura ocorre a quebra de ergodicidade onde o espaço de fases é dividido em muitos vales separados por barreiras de energia. Estas barreiras podem se tornar ainda maiores no limite termodinâmico, tornando o acesso a outros vales impossível. Cada vale determina um mínimo local para a energia livre, porém se a barreira for finita existirá somente um estado estável, o vale com mais baixo valor energético, os demais são considerados como configurações metaestáveis da magnetização, em outras palavras, estados instáveis. Acima da T_f o sistema é considerado estável e a estrutura de muitos vales desaparece, dando assim a energia um único mínimo (BINDER; YOUNG, 1986; BRYNGELSON, 1996).

Geralmente os materiais que apresentam a fase vidro de spin são ligas metálicas constituídas de metais nobres, como Au, Ag, Cu², também conhecidos como metais hospedeiros, nos quais são diluídos fracamente metais de transição, chamados de impurezas magnéticas, como Mg e Fe³. Em baixas concentrações, as impurezas estão tão separadas que uma não pode influenciar diretamente a outra. Apesar disso, os momentos magnéticos das impurezas polarizam os elétrons livres do metal hospedeiro, que por sua vez produzem um campo magnético local nos spins da impureza que fazem com que os spins se alinhem na direção do campo. Como a distribuição das impurezas na rede é de forma aleatória, pode favorecer um alinhamento paralelo (ferromagnético) ou antiparalelo (anti-

²Ouro, Prata e Cobre.

³Magnésio e Ferro.

ferromagnético) aos elétrons do hospedeiro. Deste modo, os elétrons de condução levam a uma interação de troca indireta conhecida como interação RKKY⁴ (FISCHER; HERTZ, 1991). Este comportamento gera competição entre as interações, o que se torna outra característica fundamental na obtenção do comportamento vidro de spin.

As interações ferromagnéticas e antiferromagnéticas são predominantes em ligas metálicas condutoras não sendo muito comuns em isolantes (P. Belanger, 1988; WU; WENG, 1992). Porém quando isto ocorre, a competição entre as interações não é forte o suficiente para gerar um estado vidro de spin. Quando as interações de troca são muito fracas, as interações dipolares são predominantes, sendo em muitos aspectos semelhantes a interação RKKY mencionada anteriormente, e a localização da temperatura crítica para estes sistemas isolantes são encontradas em temperaturas muito baixas (CARDY, 1984; P. Belanger, 1988). O composto ferromagnético isolante $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ apresenta apenas os íons do hólmio como magnéticos e estão estendidos espacialmente, isso torna a interação de troca muito fraca e faz com que os acoplamentos dipolares sejam mais fortes. Deste modo, o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ é um ferromagneto dipolar de Ising com interação dipolar intrinsecamente frustrada que ao diminuir a diluição x a frustração se acumula ainda mais, podendo, assim, gerar um estado vidro de spin dipolar (GINGRAS; HENELIUS, 2011).

Nesta última década, o estudo de sistemas magnéticos desordenados tem se intensificado, contribuindo para o aumento do entendimento físico destes sistemas. Entre as razões para tal desenvolvimento evidenciam-se a captura de comportamentos termodinâmicos de sistemas complexos através de modelos magnéticos teóricos, além de muitas realizações experimentais. Entretanto, a meio de inúmeros sistemas desordenados destacam-se os que apresentam o estado vidro de spin e campos magnéticos aleatórios, embora já se tenha comprovação experimental da existência de RFs em sistemas anti-ferromagnéticos com VS, apenas recentemente obteve-se indícios destes comportamentos em sistemas ferromagnéticos, o que pode motivar novas pesquisas, em particular para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Esse tem desempenhado papel central no desenvolvimento das teorias recentes da presença de RFs em sistemas ferromagnéticos. Além disto, o composto apresenta características de vidro de spin em baixas concentrações de Ho, porém algumas quantidades termodinâmicas não o qualificam como VS (QUILLIAM et al., 2007), onde tem-se sugerido que estas quantidades poderiam ser afetadas por um RF (SILEVITCH D. M. et al., 2007; QUILLIAM et al., 2008; SCHECHTER, 2008). Apesar de intensos esforços, muitas questões de relevância ainda permanecem em aberto. Neste sentido buscamos compreender melhor quais são as características experimentais que permitem diferenciar a fase vidro de spin das demais, comparando-as com as encontradas no composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, o que possibilitará a ampliação da percepção da possível interferência de RFs neste sistema ferromagnético.

⁴Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida.

2.2 CARACTERÍSTICAS EXPERIMENTAIS

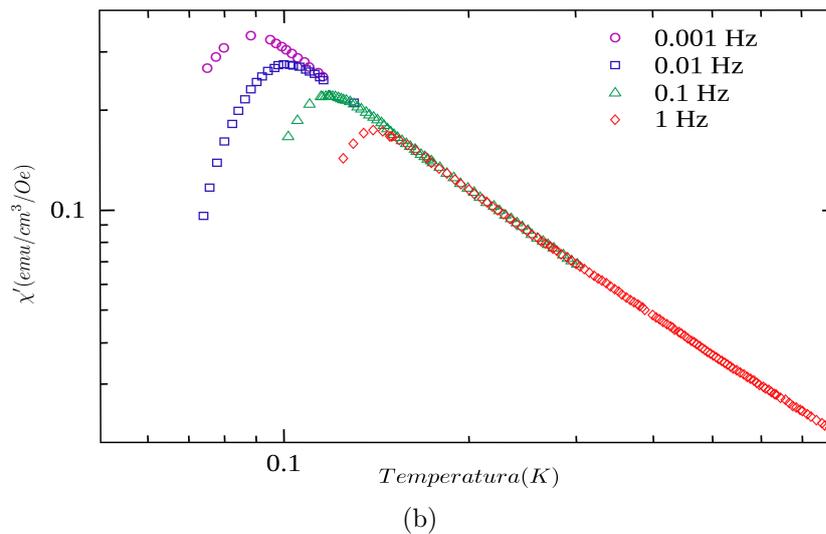
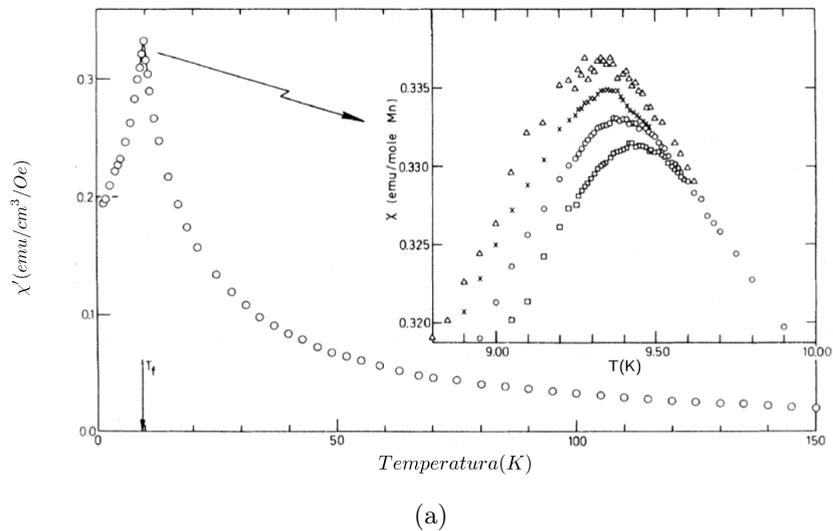
Como mencionado anteriormente, os primeiros sistemas que apresentaram o comportamento vidro de spin foram as ligas metálicas AuFe (VIOLET; BORG, 1966; CANNELLA; MYDOSH, 1972) e CuMn (LUTES; SCHMIT, 1962; HAUSER, 1972), as quais exibiam características não observadas em outros sistemas conhecidos até a década de 1960, como por exemplo uma cúspide⁵ na susceptibilidade magnética linear em função da temperatura, que se localizava exatamente na temperatura crítica. Porém, esses materiais não mostravam um ordenamento periódico dos spins, fato que era considerado incomum para a época, em razão disso, o pico agudo não poderia ser derivado da magnetização como nas demais ordens magnéticas (CANNELLA; MYDOSH, 1972). Então, sugeriu-se que a cúspide na susceptibilidade era resultante de uma mudança no comportamento dos spins que, conseqüentemente, deixaram de responder ao campo magnético, ou seja, houve um congelamento dos momentos magnéticos (FISCHER; HERTZ, 1993). Desde então, caracterizado pelo congelamento aleatório dos momentos magnéticos, esse comportamento foi chamado de vidro de spin. Sugere-se que recebeu esse nome devido a desordem magnética ser semelhante a ordenação posicional de um vidro químico convencional.

Na Figura 2.3(a), podemos observar o comportamento distinto da susceptibilidade magnética linear em função da temperatura para um sistema vidro de spin, especificamente para o composto CuMg com concentração de 0.9% de Mg. Pode-se notar um pico agudo na susceptibilidade, efeito que pode ser também encontrado em alguns sistemas convencionais, no entanto, esta cúspide é suscetível a frequência do campo magnético aplicado, fato este já não encontrado nas demais fases magnéticas, que quando detalhadamente analisado apresenta um formato arredondado mudando sua posição conforme a frequência do campo aplicado, evidenciado no detalhe da Figura 2.3(a). Devido a este comportamento, pensa-se que a exata localização da temperatura crítica pode ficar sujeita a mudanças, pelo fato de termos vários picos de susceptibilidade localizados em temperaturas distintas, sendo esta localização importante para determinar a T_f . Deste modo, como as medidas de susceptibilidade são submetidas a campos magnéticos, em um sistema com presença de vidro de spin, é considerada confiável a T_f demarcada pelo máximo correspondente a χ_{ac} que possua o campo com a menor frequência.

Na Figura 2.3(b), temos o gráfico da susceptibilidade linear para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ que, como enfatizamos anteriormente, tem centrado diversos debates sobre a existência de uma transição vidro de spin em baixas concentrações de x (QUILLIAM et al., 2007; ANDRESEN et al., 2014). Embora muito tenha se pesquisado sobre este composto, ainda não se possui um consenso da existência do comportamento VS em baixas concentrações (BILTMO; HENELIUS, 2008; QUILLIAM et al., 2008; TAM; GINGRAS, 2009). Porém, observa-se que o pico da χ_{ac} para este sistema, também, é sensível à

⁵Ponta aguda.

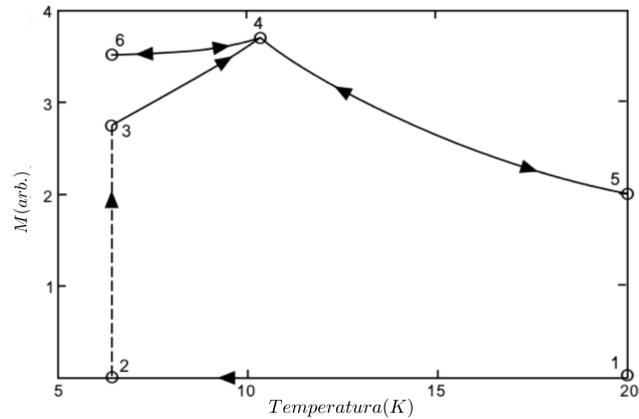
Figura 2.3 – Gráficos da susceptibilidade magnética linear em função da temperatura para (a) Cu-0.9% Mn com frequências 1.33 kHz (\square), 234 Hz (\circ), 10.4 Hz (\times) e 2.6 Hz (\triangle) e (b) para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ com $x = 0.045$.



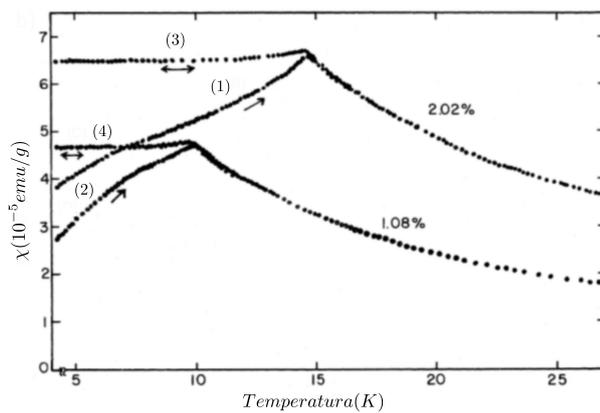
Fonte: Adaptado de (a) Mulder, Duyneveldt e Mydosh (1981), Mulder, Duyneveldt e Mydosh (1982) e (b) Quilliam et al. (2008).

frequência do campo magnético aplicado, diminuindo sua temperatura de congelamento conforme a frequência decresce, comportamento que observamos anteriormente como uma das características da presença de vidro de spin. Embora Reich et al. (1990) tenha comprovado, experimentalmente, a existência da fase VS em concentrações mais elevadas de Ho para este composto, ainda não há comprovação da presença de VS em baixas concentrações. Isto tem motivado a elaboração de modelos teóricos capazes de investigar melhor a fase VS em concentrações reduzidas ou até mesmo na presença de outras fontes

Figura 2.4 – Gráficos da susceptibilidade linear DC em função da temperatura para (a) CuMn com concentração de Mn de 1.08% e 2.02% e (b) exibindo os estágios de resfriamento da amostra AgMn a 0.26% de Mn em um campo magnético de $60e$.



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (a) Nagata, Keesom e Harrison (1979) e (b) Chamberlin et al. (1982).

de desordem, o que faz do mesmo um grande motivador para aplicação de novos conceitos teóricos.

Outro fator importante que caracteriza experimentalmente um sistema vidro de spin é o aparecimento de irreversibilidade na magnetização, que pode ser vista estudando a susceptibilidade DC (χ_{dc}). Para entendermos melhor a irreversibilidade, analisamos os ciclos de medidas mostrados pela Figura 2.4(a) para o composto AgMn a 0.26% de Mn em um campo magnético de $60e$. Inicialmente, o sistema se encontra a uma temperatura $T > T_f$ representado por 1, ao ser resfriado à campo zero a partir de altas temperaturas, onde as nanopartículas encontram-se na fase superparamagnética, até uma baixa temperatura ($T \ll T_f$), o sistema passa do estágio 1 para 2 ($1 \rightarrow 2$). Nessa temperatura é aplicado

um pequeno campo magnético e, em seguida, é medida a magnetização da amostra para temperaturas crescentes, onde o sistema responde imediatamente passando do ciclo $2 \rightarrow 3$. Retornando a $T > T_f$ o ciclo completo se dá através da passagem pelos estágios $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$, finalizando o processo de resfriamento ZFC⁶. Entretanto, ao medir a magnetização da amostra para temperaturas decrescentes mantendo o mesmo campo magnético aplicado, processo (FC⁷), do primeiro estágio até $T \ll T_f$ o ciclo passa pelos estágios $5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$. Ao retornar a temperatura inicial da amostra, o ciclo retorna pelos estágios $6 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ completando o processo FC (GOMES, 2012). É possível observar que a passagem $3 \rightarrow 4$ apresentada no processo ZFC é irreversível, ou seja, o sistema não consegue acessar os estágios $4 \rightarrow 3$, considerações que indicam que o sistema apresenta vidro de spin.

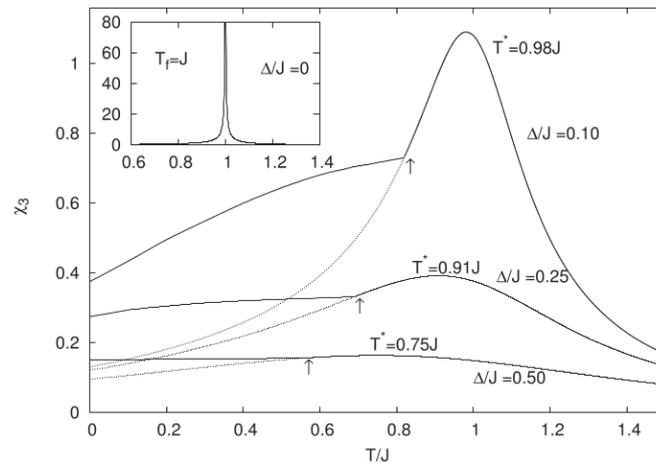
A irreversibilidade da magnetização leva a um comportamento diferenciado da susceptibilidade linear, como mostrado na Figura 2.4(b), onde temos apresentado os resultados para a susceptibilidade magnética em função da temperatura para o composto CuMn com distintas concentrações de Mn, 1.08% e 2.02% respectivamente (NAGATA; KEESOM; HARRISON, 1979). A irreversibilidade da magnetização fica evidente nos processos indicados pelas susceptibilidades (1) e (2), que foram realizadas através do processo ZFC utilizando de um campo magnético inferior a 0.05 Oe . Estas medidas não podem ser acessadas utilizando o processo FC com um campo magnético mais intenso de 5.9 Oe , representado pelas medidas (3) e (4). Por outro lado, a magnetização obtida através do processo de resfriamento FC é reversível. Nota-se, também, que estes processos não apresentam nenhuma dependência com as impurezas, em que para ambas as concentrações mostraram comportamento de resfriamento similares.

Dentre as características dos sistemas vidros de spin, podemos destacar outras duas quantidades que são consideradas como as "impressões digitais" destes sistemas, que são o comportamento da susceptibilidade magnética não linear (χ_3) e o calor específico magnético (C_m). A χ_3 é muito utilizada para localizar uma transição de fase vidro de spin (FISCHER; HERTZ, 1993), pois, seu comportamento é diferenciado quando comparado com os das demais fases magnéticas, ou seja, apresenta uma divergência na temperatura crítica do sistema (BINDER; YOUNG, 1986). Esta quantidade termodinâmica tem ganhado espaço em diversos trabalhos recentes (GINGRAS; HENELIUS, 2011; MORAIS et al., 2016; MAGALHAES et al., 2017), sendo que os resultados teóricos mostram que na ausência de campo magnético a mesma exibe uma divergência em T_f (detalhe na Figura 2.5(a)), assinatura de uma transição de fase VS. Entretanto, na presença de um campo aleatório, observa-se um comportamento diferenciado onde a divergência se torna suave e exibe um máximo característico acima da temperatura crítica, identificada através do autovalor de Almeida e Thouless, máximo este que os autores identificaram como T^* , mostrado na Figura 2.5(a). Este comportamento, também, foi encontrado em um traba-

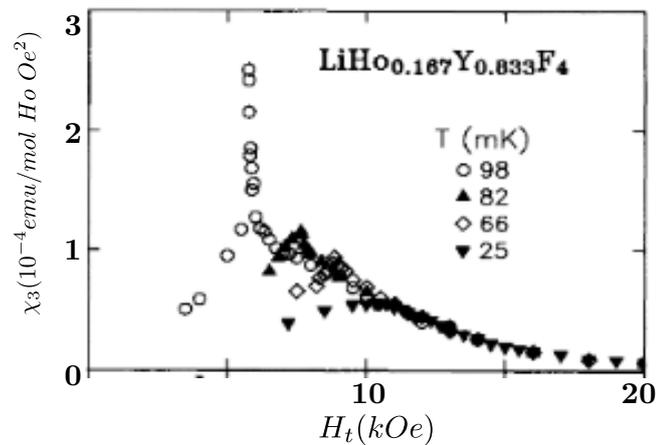
⁶Sigla em inglês que significa "zero-field-cooled".

⁷Sigla em inglês que significa "field-cooling".

Figura 2.5 – Gráficos da susceptibilidade não linear (a) teórica em função da temperatura na presença de diferentes intensidades de campo magnético aleatório, em que as setas identificam a T_f calculada através do autovalor de Almeida e Thouless, e (b) experimental em função de um campo transverso para o composto $\text{LiHo}_{0.167}\text{Y}_{0.833}\text{F}_4$ sob diferentes temperaturas.



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (a) Morais et al. (2016) e (b) Wu et al. (1993).

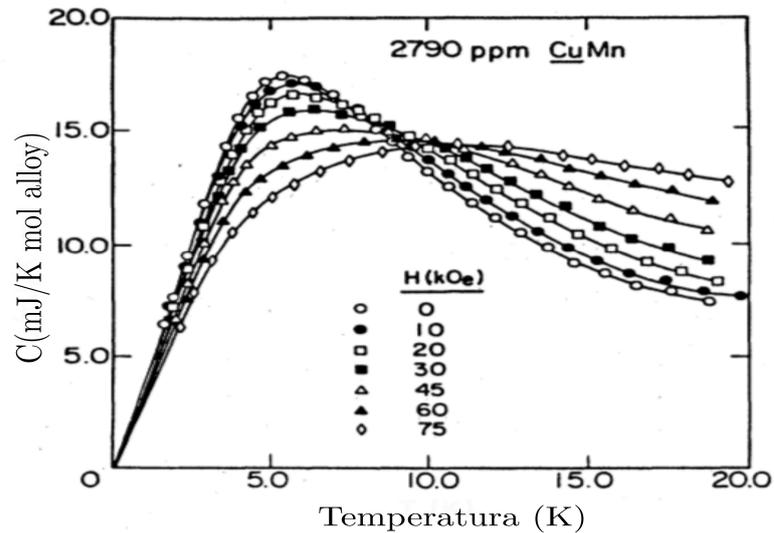
lho experimental para o $\text{LiHo}_{0.167}\text{Y}_{0.833}\text{F}_4$ (WU et al., 1993), mostrado na Figura 2.5(b), onde podemos verificar um pico afiado assinalando a T_f , e na presença de campos transversos tem-se máximos arredondados que variam com o aumento da intensidade do campo aplicado, situação que se assemelha muito com o comportamento teórico anteriormente descrito para um sistema com presença de vidro de spin. Ainda assim, no comportamento teórico a medida foi analisada na presença de campos aleatórios e não transversos como apresentado no resultado experimental. Uma possível explicação para tal semelhança seria que o campo transversal poderia estar induzindo um campo magnético aleatório entre

os termos não diagonais das interações dipolares no composto $\text{LiHo}_{0.167}\text{Y}_{0.833}\text{F}_4$ (SCHECHTER; LAFLORENCIE, 2006b; Tabei et al., 2006; SILEVITCH D. M. et al., 2007), teoria que discutimos em seção subsequente. Neste sentido, o RF poderia estar influenciando o comportamento da χ_3 neste composto, o que explicaria a semelhança com o resultado teórico.

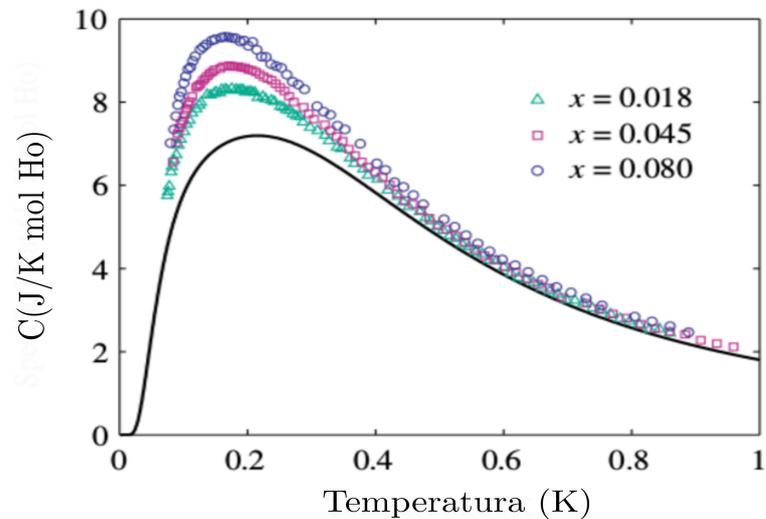
O calor específico magnético quando analisado em um sistema VS tem como característica um máximo arredondado demarcando uma determinada temperatura T^{**} , que está situada em uma região de até 40% acima da T_f . Este fenômeno pode ser explicado pelo fato de uma quantidade considerável de graus de liberdade dos spins começam a se congelar antes de atingirem a temperatura de transição (FISCHER; HERTZ, 1991), o que faz com que um amplo máximo se localize a uma temperatura superior a T_f . Ainda diferentemente das demais fases magnéticas, o C_m na fase vidro de spin não apresenta nenhuma anomalia no seu comportamento quando alcança a temperatura crítica. Esta ausência de divergência em seu comportamento indica que não houve mudanças significativas na energia interna do sistema quando ocorre a transição da fase paramagnética para o vidro de spin (FISCHER; HERTZ, 1993). Este comportamento tem gerado debates sobre a verdadeira existência de uma transição vidro de spin, onde alguns pesquisadores defendem que se não há nenhuma mudança no calor específico, então não existe transição de fase (BINDER; YOUNG, 1986). Mesmo com alguns pesquisadores discordando desta quantidade, o C_m segue muito útil para identificar um sistema com presença de VS. Na Figura 2.6(a), que apresenta o calor específico em função da temperatura para o composto VS canônico CuMn , podemos observar essa ausência de anomalia juntamente com o amplo máximo. Entre meio estes debates, ainda é possível perceber algumas peculiaridades que um sistema vidro de spin apresenta no comportamento do calor específico, como o fato da variação da localização de seu máximo e, conseqüentemente, a temperatura associada a ele, conforme a intensidade do campo magnético aplicado é alterada, considerada outra característica exclusiva de um sistema vidro spin.

O comportamento do calor específico para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, Figura 2.6(b), em baixas concentrações de impurezas magnéticas tem sinais semelhantes com o do sistema VS. Alguns trabalhos (QUILLIAM et al., 2008; QUILLIAM et al., 2007) relatam que o calor específico para o composto tem características da presença de vidro de spin, como a variação do máximo com a mudança da intensidade do campo aplicado. Porém seu amplo máximo está localizado a temperaturas muito acima da T_f , excedendo bastante a relação de no máximo 40% acima da temperatura de congelamento. Por exemplo, na concentração de hólmio $x = 0,45\%$, medidas baseadas no comportamento da susceptibilidade indicam $T_f \approx 0,045 \text{ K}$ (QUILLIAM et al., 2008), enquanto que o máximo na curva do calor específico é encontrado em aproximadamente $0,13 \text{ K}$ (QUILLIAM et al., 2007) (ver Figura 2.6(b)). Deste modo, estas considerações contribuiriam para a discussão inicialmente dita sobre a existência da fase vidro de spin neste sistema, entretanto

Figura 2.6 – Calor específico magnético em função da temperatura para o sistema (a) CuMn com 2.79% de Mn e (b) para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ com concentrações de $x = 0.018$, $x = 0.045$ e $x = 0.080$.



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (a) Binder e Young (1986) e (b) Quilliam et al. (2008)

existem vários mecanismos que podem estar presentes neste material que ainda não são bem compreendidos, por exemplo a presença de campos aleatórios, que afetam o comportamento da susceptibilidade não linear e ainda levantam a suspeita de afetar, também, o comportamento do calor específico (MORAIS et al., 2016). Deste modo, suspeita-se que os RFs poderiam estar associados ao aumento da razão entre a temperatura crítica e a indicada por T^{**} , podendo esta diferença ser apenas um efeito de campos aleatórios.

Neste sentido, percebe-se a necessidade de um estudo mais detalhado dos modelos de spins desordenados que representem propriedades termodinâmicas associadas aos sistemas VS, como a χ_3 e C_m . Além disso, podemos enfatizar que um campo magnético aleatório pode ser o principal suspeito de modificar o comportamento das quantidades associadas aos sistemas VS. Diante disso, um modelo com tais atributos seria fundamental para explorar os principais efeitos desta forma de desordem na fase VS e, conseqüentemente, gerar mecanismos que possam ser de grande importância para o entendimento dos efeitos encontrados na liga $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Nessa perspectiva procuramos, inicialmente, compreender melhor o conceito de campos magnéticos aleatórios, sua origem em sistemas convencionais antiferromagnéticos, como são encontrados em sistemas físicos e a teoria do possível mecanismo de origem destes em sistemas ferromagnéticos.

2.3 CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS (RF)

Existe relatos da presença de campos magnéticos aleatórios desde a época próxima a descoberta da fase vidro de spin, um exemplo disso é o modelo Ising de campo aleatório (RFIM)⁸ introduzido por Imry e Ma em 1975, o qual trazia além de um campo externo um campo magnético aleatório que varia aleatoriamente de sítio para sítio com média zero. Embora tenha permanecido por anos fora do campo do estudo experimental, por motivo de desconhecimento de materiais que apresentassem este comportamento, este modelo desencadeou diversas pesquisas pelo comportamento de campos aleatórios (IMRY; MA, 1975). Inúmeros pesquisadores buscavam encontrar compostos que apresentassem a presença de RF, onde a comprovação física da sua existência foi em sistemas antiferromagnéticos comprovada por Fishman e Aharony em 1975. Os autores mostraram que ao aplicar um campo externo uniforme em um material antiferromagnético anisotrópico⁹ diluído, a rede de spins tendia a se alinhar com o campo aplicado, isso gerava uma competição com a ordem AF de longo alcance, onde os acoplamentos de troca geravam efetivamente campos aleatórios locais acoplados ao parâmetro de ordem antiferromagnética (FISHMAN; AHARONY, 1979; BELANGER, 1988). Esta teoria foi reforçada anos mais tarde por Cardy (1984) que ainda comprovou que a força do campo magnético aleatório pode ser controlada, ou até mesmo eliminada pela variação da intensidade do campo uniforme externo aplicado. Desde então, vários sistemas físicos antiferromagnéticos tem apresentado a manifestação de campo aleatório, por exemplo os compostos $\text{Fe}_x\text{Zn}_{1-x}\text{F}_2$ ¹⁰, $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{Cl}_2$ ¹¹, $\text{CeNi}_{1-x}\text{Cu}_x$ ¹² entre outros. Em particular, estes compostos apresentam,

⁸Abreviação do inglês “*random field ising model*”.

⁹Depende da direção em que são realizadas as medidas.

¹⁰Ferro-Zinco-Flúor.

¹¹Ferro-Magnésio-Cloro.

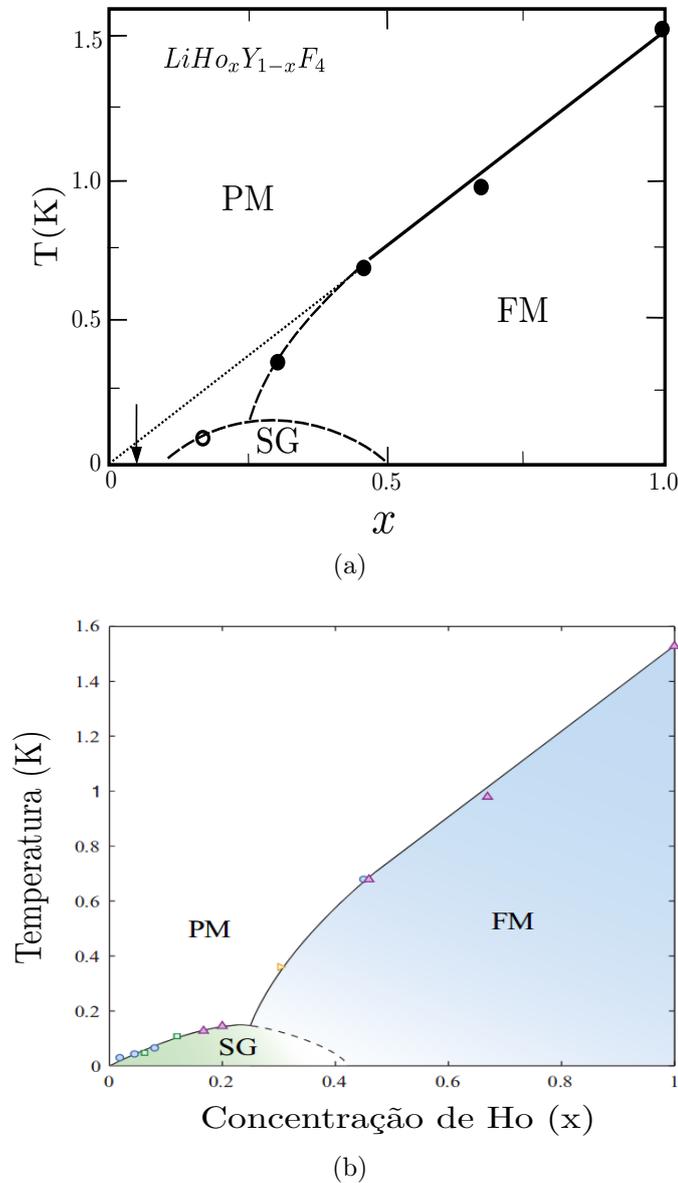
¹²Cério-Níquel-Cobre.

também, o estado vidro de spin, o que os torna ainda mais interessante, pois, a combinação de interações desordenadas e RFs fornece duas fontes de desordem, uma propriamente vinda das iterações e outra vinda do campo aleatório.

Embora os RFs sejam estudados a décadas, ainda não se tem registro formal de compostos ferromagnéticos que apresentem esse comportamento, contudo, recentemente o composto ferromagnético $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ tem chamado a atenção. Diversos trabalhos têm-se desenvolvido com ênfase nesse composto, entre estes, alguns mencionam a possível presença implícita de campos aleatórios, inferidos pelo fato que o composto apresenta o estado vidro de spin em determinadas concentrações de impurezas magnéticas, como mostrado nos diagramas de fases da Figura 2.7 (SCHECHTER; LAFLORENCIE, 2006a; SILEVITCH D. M. et al., 2007; QUILLIAM et al., 2008; QUILLIAM; MENG; KYCIA, 2012). Porém, em concentrações muito baixas as quantidades termodinâmicas responsáveis por identificar a fase VS mostram divergências, gerando dúvidas quanto a natureza da fase localizada nesta região, a qual está representada por uma seta na Figura 2.7(a). Por outro lado, existem trabalhos que reforçam que a fase vidro de spin se estende por toda a região de baixa concentração, como podemos observar na Figura 2.7(b) (QUILLIAM et al., 2007; QUILLIAM et al., 2008; QUILLIAM; MENG; KYCIA, 2012). Em particular, nessa região de baixa concentração, o calor específico apresenta a localização de seu máximo em uma região acima da proposta para a fase VS (QUILLIAM et al., 2007) e a susceptibilidade não linear exhibe máximos arredondados em temperaturas acima da T_f , na presença de campos transversos, comportamento não esperado para a fase vidro de spin (WU et al., 1993). Neste sentido, Morais et al. (2016) investigaram quais seriam os possíveis efeitos que um campo aleatório causaria na susceptibilidade não linear através de um modelo teórico com vidro de spin (sem o uso de clusters) e observaram, que na ausência de RF, a χ_3 exhibe uma transição de fase VS identificada por uma divergência em T_f . Entretanto, quando se aplica um RF essa divergência torna-se um máximo arredondado, o que não marca mais uma transição de fase VS, como mostrada no figura 2.5(a) na seção 2.2. Este comportamento tem chamado a atenção, uma vez que a susceptibilidade não linear é considerada importante para identificar uma transição de fase vidro de spin de segunda ordem. Neste ponto de vista, os autores sugerem que esta quantidade poderia estar sendo afetada por RFs, ou seja, o composto poderia ter a presença de RFs quando submetido ao estímulo externo de um campo transversal (TABEI et al., 2006).

Uma possível explicação para esse comportamento é que um campo magnético uniforme transversal (H_t) ao eixo fácil pode induzir um campo aleatório longitudinal pelo acoplamento entre H_t com os termos não diagonais das interações dipolares em $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, como mostrado na Figura 2.8 (SILEVITCH D. M. et al., 2007; SCHECHTER, 2008). Na coluna da esquerda temos a representação de um composto Ising puramente ferromagnético na presença de H_t , em que os termos não diagonais que representam o acoplamento entre os momentos magnéticos transversal com as componentes Ising de spin, indicados

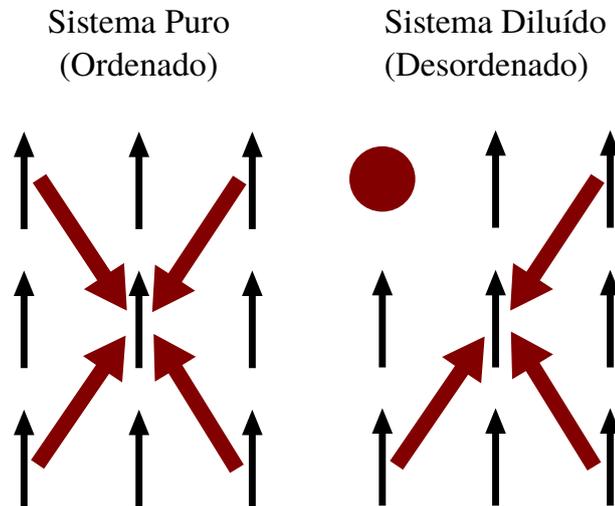
Figura 2.7 – Diagramas de fase da temperatura por concentração de impurezas magnéticas x para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. A seta mostra a região de intenso debate sobre a natureza da transição.



Fonte: Adaptado de (a) (REICH et al., 1990) e (b) (QUILLIAM; MENG; KYCIA, 2012).

pelas setas vermelhas, não só são efetivamente reduzidos como se cancelam por simetria. Logo, com uma diluição de impurezas $x < 1$, representada pelo círculo na coluna da direita, tem-se a presença de desordem, onde não se tem mais cancelamento por simetria. Além disso, na presença de um campo transversal os termos não diagonais, apesar de ser efetivamente reduzidos, tornam-se significantes, pois, a combinação entre H_t e desordem alteram a simetria do sistema, passando o mesmo ser assimétrico onde, então, um RF longitudinal efetivo é gerado (SCHECHTER; LAFLORENCIE, 2006a). Notavelmente, esse

Figura 2.8 – No diagrama representativo do sistema ferromagnético (coluna da esquerda) para um sistema puro sem presença de desordem, os termos não diagonais não experimentam efeitos de campos aleatórios devido a simetria, já para o sistema diluído (coluna da direita) não há cancelamento por simetria e então é induzido um campo aleatório.



Fonte: Adaptado de (SILEVITCH D. M. et al., 2007).

mecanismo permite reproduzir com sucesso o comportamento experimental apresentado pela χ_3 , além de exibir uma fronteira VS, caracterizada pela quebra de ergodicidade não trivial, conforme mostrado por Magalhaes et al. (2017) através de um modelo de vidro de spin quântico na presença de um campo transversal e RFs longitudinais.

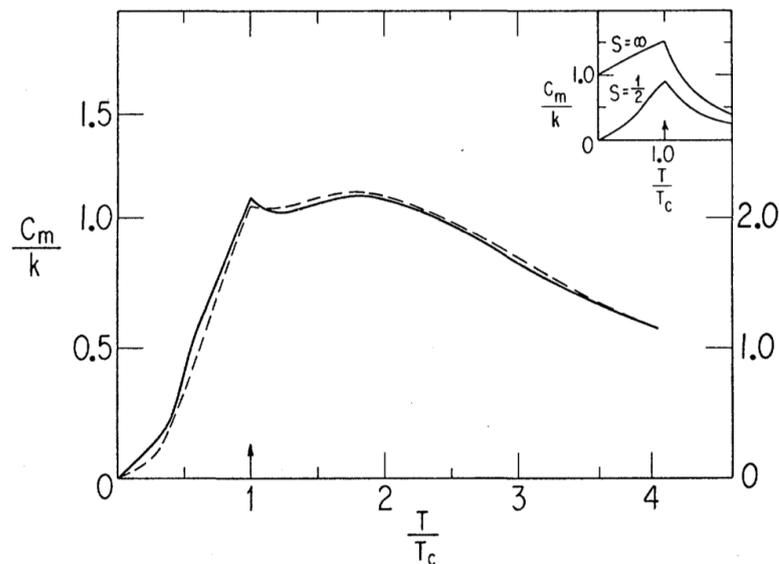
Embora se tenha uma explicação de como são gerados os RFs nos sistemas ferromagnéticos, os efeitos introduzidos por ele são, ainda, complexos e não triviais, principalmente quando envolvem quantidades termodinâmicas como o calor específico magnético. Apesar de que o C_m não esteja em destaque nos principais trabalhos recentes desta área, pode proporcionar resultados interessantes quando relacionado ao composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Um exemplo disso é a diferença encontrada entre T_f e T^{**} que pode levar a uma razão $T^{**}/T_f \approx 3.02$ (QUILLIAM et al., 2008; QUILLIAM; MENG; KYCIA, 2012), que deveria ser entre 1.20 e 1.40 conforme recomendado para um sistema VS canônico (FISCHER; HERTZ, 1991). Por outro lado, sabe-se que modelos teóricos que considerem interações entre spins individuais não representam bem o comportamento do C_m , situação que nos levou a procurar por modelos que sejam mais apropriados para reproduzir resultados desta quantidade de forma confiável. Nesse seguimento, observamos que o uso de clusters de spins em modelos como o de Sherrington e Kirkpatrick (SOUKOULIS; LEVIN, 1977), ao invés de spins individuais, gera um melhoramento dos resultados quando comparado a aproximação usual de campo médio (MARCANO et al., 2007). Este aprimoramento está relacionado com a possibilidade dos clusters incluírem interações de curto alcance, a qual proporciona novas correlações ao sistema melhorando consideravelmente o compor-

tamento teórico do C_m , mecanismo que está apresentado na seção seguinte.

2.4 VIDRO DE SPIN COM CLUSTES

O método de clusters surgiu no final da década de 70 quando pesquisadores teóricos buscavam uma forma de aprimorar os resultados apresentados pelos modelos que usavam de aproximação de campo médio. Embora estes modelos tenham solução exata e apresentem bons resultados para sistemas com presença de vidro de spin, principalmente, relacionados ao parâmetro de ordem, não qualificavam bem algumas quantidades como o calor específico. Os resultados estimados para C_m através dos modelos com aproximação de campo médio, onde se destacam o modelo de EA e SK, mostram uma descontinuidade na T_f e nenhum máximo acima da transição, conforme mostra o detalhe da Figura 2.9 (SOUKOULIS; LEVIN, 1977; SOUKOULIS, 1978). Esse resultado fica em desacordo com os resultados experimentais, que, como já discutido, a curva experimental do C_m não mostra nenhuma anomalia na temperatura de congelamento, mas exibe um amplo máximo localizado cerca de 20% a 40% acima da T_f .

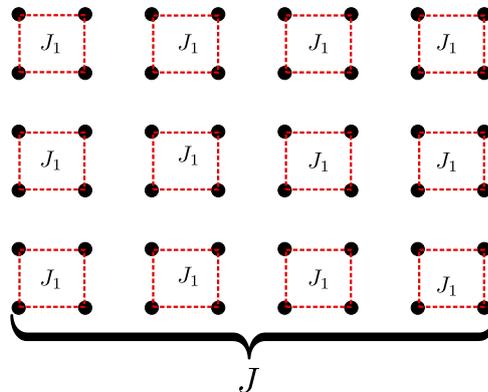
Figura 2.9 – Representação teórica do calor específico magnético em função da temperatura. A linha cheia é calculada usando clusters compostos por 3 spins e a linha tracejada com clusters compostos por 6 spins. O detalhe mostra a representação através de um modelo de campo médio usual sem clusters.



Fonte: (SOUKOULIS, 1978).

Os resultados calculados pela aproximação de campo médio não são suficientemente adequados para estudar o C_m , neste sentido Soukoulis e Levin (1977) propuseram

Figura 2.10 – Representação de uma rede de spins com presença de clusters compostos por 4 spins. A variável J_1 representa a interação intracluster de curto alcance e J a interação intercluster de longo alcance.

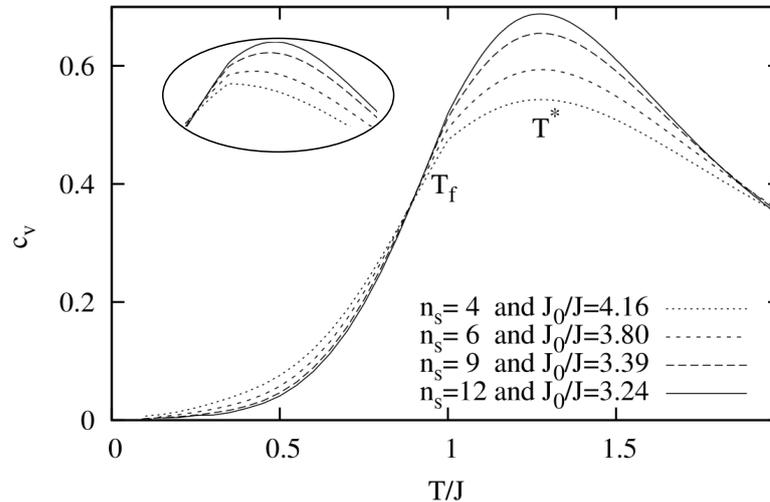


Fonte: Autor.

que quantidades associadas a fase VS, tais como calor específico, são melhores descritas por modelos compostos por clusters de spins ao invés de spins individuais (canônicos). Com o uso de clusters é possível incorporar efeitos importantes ao conjunto de spins, sendo capaz de conduzir um máximo arredondado no calor específico acima da T_f (ver Figura 2.9), ao mesmo tempo que não afeta as demais quantidades, como a susceptibilidade (SOUKOULIS, 1978; SOUKOULIS; LEVIN, 1978). Na Figura 2.9, a linha cheia representa o C_m calculado por um modelo com clusters compostos por 3 spins, fica claro que o resultado já apresenta uma melhora considerável, comparado ao resultado sem clusters exibido no detalhe da Figura 2.9, exibindo uma semelhança com o resultado experimental da Figura 2.6. Porém ainda se tem uma marca localizada na transição de fase. A linha tracejada calculada na presença de clusters compostos por 6 spins apresenta uma melhora relevante em relação ao cluster com 3 spins, onde a marca em T_f é reduzida devido ao aumento de correlações consideradas no sistema pelo uso de mais spins nos clusters.

A técnica de cluster consiste em formar aglomerados de spins idênticos em tamanho e forma, onde é definido um número finito de spins que interagem através de interação de curto alcance de forma mais forte, chamada de interação intracluster (J_1), que pode ser ferromagnética ou antiferromagnética. Além disso, são mantidas as interações entre clusters distintos que é de longo alcance e mais fraca (J), conforme ilustrada na Figura 2.10. Essa técnica consiste em tratar as interações intracluster de forma exata, através de diagonalização exata, enquanto que as interações entre clusters podem ser aproximadas através de campo médio. Com isso, mesmo usando de um número pequeno de spins nos clusters, já é possível reproduzir com sucesso o máximo arredondado na curva do C_m , proporcionando resultados mais próximos aos obtidos experimentalmente. Outro fato que torna esta técnica ainda mais interessante, é que ao incluir novas interações ao sistema não

Figura 2.11 – Calor específico em função da temperatura para diferentes tamanhos de clusters, $n_s = 4, 6, 9$ e 12 spins, respectivamente.



Fonte: Adaptado de (ZIMMER; SILVA; MAGALHAES, 2010).

há prejuízo as demais quantidades termodinâmicas, como o caso da cúspide apresentada na susceptibilidade magnética (SOUKOULIS, 1978; SOUKOULIS; LEVIN, 1978).

Estudos recentes têm mostrado que a descontinuidade que a curva do C_m apresenta na T_f desaparece gradativamente a medida que se aumenta o número de spins do cluster, como mostrado no detalhe da Figura 2.11. Podemos perceber que inicialmente os autores utilizam um cluster com interação intracluster ferromagnética composto por 4 spins, a curva do C_m apresenta uma pequena marca em T_f . Porém, com o aumento do número de spins essa marca tende a desaparecer, como vemos na linha contínua que representa um cluster composto por 12 spins, em que a marca fica praticamente imperceptível. Outro fato interessante do uso de mais spins no cluster é a localização do máximo, que tende a se deslocar para temperaturas mais elevadas. Por esse motivo, que os autores utilizaram de diferentes configurações de J_1/J (identificado por J_0 na Fig.2.11) para manter a mesma proporção entre o máximo em C_m e T_f do cluster inicial (ZIMMER; SILVA; MAGALHAES, 2010).

Nesse ponto de vista, fica claro que o uso de cluster faz com que o comportamento do C_m seja melhor representado condizendo com os resultados experimentais. O uso desta técnica se aplica como ponto útil no tratamento de ligas que se submetem aos tipos mais usuais de ordem magnética de longo alcance, o que é de grande ajuda para o estudo do comportamento como o C_m e χ_3 , não somente para o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, bem como, para sistemas antiferromagnéticos, o qual também, buscamos estudar os efeitos proporcionados pela presença de RFs. Nessa perspectiva, propomos incrementar um modelo

teórico de vidro de spin na presença de cluster e campos magnéticos aleatórios, procurando representar resultados de forma satisfatória que podem ser de grande importância para o estudo de sistemas desordenados, como os citados anteriormente, servindo, assim, como possível ponto de auxílio para o desenvolvimento de novas pesquisas. Diante disso, apresentamos no capítulo seguinte o desenvolvimento teórico deste modelo.

3 MODELO DE SHERRINGTON-KIRKPATRICK NA PRESENÇA DE CLUSTERS E CAMPO MAGNÉTICO ALEATÓRIO

Modelos teóricos que estudam os efeitos da presença de campo magnético aleatório na fase vidro de spin podem fornecer resultados interessantes para a compreensão de sistemas desordenados, principalmente, envolvendo interações ferromagnéticas, que como citado anteriormente, apresentam vários questionamentos em aberto (QUILLIAM et al., 2008). Neste sentido, um modelo que trate de modo unificado das desordens nas interações e via campos aleatórios pode ser considerado um ponto de partida para a compreensão de sistemas físicos como o do composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, além de contribuir para outros sistemas que apresentam campos aleatórios, como o caso de sistemas antiferromagnéticos.

Neste capítulo, descrevemos o aprimoramento de um dos principais modelos teóricos utilizados para estudar sistemas magnéticos desordenados com presença de vidro de spin, ou seja, o modelo de Sherrington e Kirkpatrick (SK) (SHERRINGTON; KIRKPATRICK, 1975b). Como proposta de melhoramento, consideramos a presença de clusters ao invés de spins individuais, onde teremos a inclusão das interações de curto alcance proporcionando uma melhora considerável ao modelo de SK (SOUKOULIS, 1978), além de acrescentarmos um campo magnético aleatório. Com isso procuramos obter resultados que ajudem a elucidar os efeitos gerados pelo RF. Nessa lógica, inicialmente, descrevemos o hamiltoniano do sistema na presença de clusters e RF, onde estão apresentados os cálculos de forma analítica, em seguida é apresentada a resolução deste modelo usando a técnica das réplicas, na qual introduzimos os parâmetros de ordem. Posteriormente, discutimos a estabilidade da solução com simetria entre réplicas para o caso com clusters, a qual tem grande importância na análise de transições de fase de sistemas com presença de campo magnético (ALMEIDA; THOULESS, 1978). Ainda dentro da seção que analisa a solução com simetria de réplicas, apresentaremos as expressões para a χ_3 e C_m e por final analisamos a solução na região de instabilidade, usando um passo de quebra de simetria de réplicas.

3.1 MODELO

O modelo inicialmente proposto por Sherrington e Kirkpatrick utiliza de uma abordagem de campo médio, onde são considerados N spins de Ising que interagem desordenadamente e individualmente entre si, em que cada spin pode assumir o valor $S_i = \pm 1$.

A energia total do sistema é descrita pelo hamiltoniano da seguinte forma

$$\mathcal{H} = - \sum_{i,j}^N J_{ij} S_i S_j, \quad (3.1)$$

onde J_{ij} representa a interação de troca aleatória entre todos os pares de spins i e j , que segue uma distribuição de probabilidade gaussiana com variância $\frac{J^2}{N}$ e média zero.

Ao rescrevermos 3.1 adotando a técnica de clusters, devemos assumir que a rede de spins será dividida em N_{cl} clusters, onde todos serão compostos pelo mesmo número de spins (n_s). Deste modo, o valor de N será agora igual à $N = N_{cl} \cdot n_s$ e o modelo 3.1 é reformulada para

$$\mathcal{H} = - \sum_{v,\lambda}^{N_{cl}} \sum_{i,j}^{n_s} J_{v_i,\lambda_j} S_{v,i} S_{\lambda,j} - \sum_v^{N_{cl}} \sum_{i,j}^{n_s} J_{v_i,v_j} S_{v,i} S_{v,j}, \quad (3.2)$$

em que os símbolos gregos v e λ representam os índices de clusters. Na equação 3.2 temos interações entre clusters J_{v_i,λ_j} que consideramos desordenadas e idênticas para todos os sítios pertencentes a um mesmo cluster $J_{v_i,\lambda_j} = J_{v\lambda}$. O segundo termo é a interação entre spins do mesmo cluster, que consideramos somente entre primeiros vizinhos e igual à $J_{v_i,v_j} = J_1$. Agora, reescrevemos 3.2, chegando a seguinte expressão:

$$\mathcal{H} = - \sum_{v<\lambda}^{N_{cl}} J_{v\lambda} S_v S_\lambda - \sum_v^{N_{cl}} \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i} S_{v,j} \right). \quad (3.3)$$

O primeiro somatório $\sum_{v<\lambda}^{N_{cl}}$ em 3.3 indica a soma sobre todos os pares de clusters distintos, já a soma representada por $\sum_v^{N_{cl}}$ é sobre todos os clusters, os quais estão associados ao $\sum_{(i,j)}$, que representa a soma sobre todos os pares distintos de sítios que são primeiros vizinhos dentro do mesmo cluster. O simbolo S_v está relacionado com o momento magnético total do cluster v , onde $S_v = \sum_{i,j}^{n_s} S_{v,i}$ em que n_s representa o número de sítios dentro do cluster v , enquanto que $S_{v,i}$ é o spin do sítio i no cluster v . Como visto anteriormente em 3.1, $J_{v\lambda}$ é uma variável aleatória de interação de troca de longo alcance, que atua sobre os pares de clusters, sendo neste momento chamada de interação interclusters, que continua a seguir uma distribuição de probabilidade gaussiana. J_1 é a variável de interação de troca de curto alcance, entre os spins pertencentes ao mesmo cluster, a qual pode ser ferromagnética (FE) ou antiferromagnética (AF) denominada por interação intracluster.

Para concluirmos as mudanças no modelo, incluímos um campo magnético aleatório a expressão 3.3, o que resulta em

$$\mathcal{H} = - \sum_{v<\lambda}^{N_{cl}} J_{v\lambda} S_v S_\lambda - \sum_v^{N_{cl}} \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i} S_{v,j} + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i} \right), \quad (3.4)$$

onde cada spin $S_{\nu,i}$ associado ao cluster ν tem acoplado a ele um campo magnético aleatório, que simplificamos a notação usando h_i para notar $h_{\nu,i}$, o qual pode seguir uma distribuição de probabilidade gaussiana ou bimodal. Ao adotarmos a distribuição gaussiana para o h_i , teremos nesse momento duas distribuições desta natureza, uma dada para o $J_{\nu\lambda}$, representada por

$$P(J_{\nu\lambda}) = \left(\frac{N_{cl}}{2\pi J^2}\right)^{1/2} \exp\left\{-\frac{N_{cl}}{2}\left(\frac{J_{\nu\lambda}}{J}\right)^2\right\}, \quad (3.5)$$

e outra para os h_i , dada por

$$P(h_i) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta^2}}\right)^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{h_i}{\Delta}\right)^2\right\}. \quad (3.6)$$

Além disso, podemos ainda usar da distribuição bimodal para o h_i que é definida como

$$P(h_i) = \frac{1}{2}[\delta(h_i - h_0) + \delta(h_i + h_0)]. \quad (3.7)$$

As variâncias em 3.5 e 3.6 são definidas como J^2/N_{cl} e Δ^2 , respectivamente. Como consideramos ambas as distribuições centradas em zero, os caracteres J e Δ indicam a medida de dispersão (desordem) das interações e do campo aleatório, respectivamente, enquanto que em (3.7) temos uma distribuição bimodal simétrica.

Agora que temos o modelo na presença de clusters e RFs, necessitamos inicialmente calcular a energia livre do sistema, onde devemos tomar a média sobre as desordens ($J_{\nu\lambda}$ e h_i), da mesma forma que é realizado no modelo de SK. Entretanto, neste modelo teremos duas fontes de desordem, uma vinda das interações desordenadas entre clusters e outra gerada pelo campo magnético aleatório. A média sobre $J_{\nu\lambda}$ pode ser calculada analiticamente através do método das réplicas, porém as médias sobre h_i são extremamente exaustivas pelo fato de termos uma média para cada spin pertencente ao cluster, sendo totalmente dependente do número de spins adotado por cluster. Além disso, devemos considerar que o número de estados possíveis para cada cluster é uma relação exponencial na ordem de 2^{n_s} , desta forma as médias sobre h_i são tratadas numericamente. Como o hamiltoniano definido em 3.4 é dependente de $J_{\nu\lambda}$ e h_i , conseqüentemente, as demais quantidades termodinâmicas derivadas dele terão a mesma dependência. Deste modo, a expressão da energia livre definida para uma determinada configuração de desordens $J_{\nu\lambda}$ e h_i é dada por

$$f(J_{\nu\lambda}, h_i) = -k_B T \ln Z(J_{\nu\lambda}, h_i), \quad (3.8)$$

onde a energia livre média é expressa por

$$\langle\langle f(J_{\nu\lambda}, h_i) \rangle\rangle_{J_{\nu\lambda} h_i} = \langle\langle -k_B T \ln Z(J_{\nu\lambda}, h_i) \rangle\rangle_{J_{\nu\lambda} h_i}, \quad (3.9)$$

em que k_B representa a constante de Boltzmann, $\langle \cdots \rangle_{h_i}$ denota a média sobre os campos magnéticos aleatórios, $\langle \cdots \rangle_{J_{v\lambda}}$ a média sobre a desordem nas interações e $Z(J_{v\lambda}, h_i)$ é a função partição para uma dada configuração de desordem $J_{v\lambda}$ e h_i , definida por

$$Z(J_{v\lambda}, h_i) = \text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}\{J_{v\lambda}, h_i\}\}, \quad (3.10)$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T}$ e Tr simboliza o traço. Como de costume em sistemas temperados (“*quenched*”), a média sobre as desordens é calculada diretamente na energia livre, dada pelas integrais

$$\beta f = - \int \prod_i P(h_i) \int \prod_{v\lambda} P(J_{v\lambda}) f(J_{v\lambda}, h_i) dJ_{v\lambda} dh_i, \quad (3.11)$$

onde reescrevemos a expressão 3.9 aplicando o limite termodinâmico, que resulta em

$$-\beta f = \langle -\beta f(h_i) \rangle_{h_i} = \left\langle \lim_{N_{cl} \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{cl}} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{v\lambda} P(J_{v\lambda}) \ln \text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}\{J_{v\lambda}, h_i\}\} dJ_{v\lambda} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.12)$$

Neste momento, se efetuarmos a substituição do hamiltoniano definido em 3.4 na integral 3.12 teremos um cálculo inexecuível, já que o traço trata-se de uma soma sobre todos os valores de spin em cada sítio. Logo, para resolvermos a expressão 3.12 devemos usar o método das réplicas, porém, modificado para o nosso sistema com clusters, o qual descreveremos na seção a seguir.

3.1.1 Método das Réplicas

O método das réplicas (EDWARDS; ANDERSON, 1975) consiste em obter n cópias idênticas e independentes do sistema original, em que é necessário utilizar a identidade matemática definida em 3.13, pelo fato da função partição não ser auto-mediável. Ao utilizar da identidade 3.13, pode-se expressar formalmente o resultado em termos de um Hamiltoniano efetivo (BINDER; YOUNG, 1986),

$$\ln Z(J_{v\lambda}, h_i) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{Z(J_{v\lambda}, h_i)^n - 1}{n}, \quad (3.13)$$

onde $Z(J_{v\lambda}, h_i)^n$ é a função de partição replicada n vezes, ou seja,

$$Z^n = Z^1 \cdot Z^2 \cdot Z^3 \cdot \cdots \cdot Z^n = \prod_{\alpha=1}^n Z^\alpha = \text{Tr} \exp\{-\beta \sum_{\alpha=1}^n \mathcal{H}_\alpha\{J_{v\lambda}, h_i\}\}, \quad (3.14)$$

em que neste momento é introduzido um índice de réplicas α no modelo. Usando da identidade 3.13 reduzimos a energia livre a seguinte expressão

$$-\beta f = \left\langle \lim_{N_{cl} \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{N_{cl} n} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{v < \lambda} P(J_{v\lambda}) \langle Z^n(J_{v\lambda}, h_i) - 1 \rangle_{J_{v\lambda}} dJ_{v\lambda} \right\rangle_{h_i}, \quad (3.15)$$

onde Z^n é

$$Z^n(J_{v\lambda}, h_i) = \text{Tr} \exp \left\{ -\beta \sum_{\alpha=1}^n \left[-\sum_{v < \lambda}^{N_{cl}} J_{v\lambda} S_v^\alpha S_\lambda^\alpha - \sum_v^{N_{cl}} \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} J_{1,S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha} + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right] \right\}, \quad (3.16)$$

em que α denota as n réplicas do sistema original e o traço agora é calculado sobre as variáveis de spin em cada réplica.

Podemos agora, calcular a média sobre a desordem da função de partição replicada, para fins de simplificação usaremos a notação $\langle Z^n \rangle$ para representar a média sobre as desordens. Substituindo $P(J_{v\lambda})$ definido por 3.5 e, fazendo as devidas manipulações matemáticas usando a definição de quadrado perfeito, têm-se

$$Z^n(h_i) = \text{Tr} \exp \left\{ -\beta \sum_{\alpha}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} -J_{1,S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha} - \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right) \right\} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{v < \lambda} dJ_{v\lambda} \sqrt{\frac{N_{cl}}{2\pi J^2}}$$

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{v < \lambda}^{N_{cl}} \left[\left(\frac{J_{v\lambda}}{J} - \beta J \sum_{\alpha}^n \frac{S_{v,i}^\alpha S_{\lambda,j}^\alpha}{N_{cl}} \right)^2 - \frac{\beta^2 J^2}{N_{cl}^2} \left(\sum_{\alpha}^n S_v^\alpha S_\lambda^\alpha \right)^2 \right] \right\}. \quad (3.17)$$

Se observarmos a integral da equação 3.17, podemos associá-la a um comportamento gaussiano, usando da relação de integral gaussiana definida por

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1, \quad (3.18)$$

reduzindo 3.17 a seguinte expressão para $\langle \langle Z^n \rangle_{J_{v\lambda}} \rangle_{h_i}$

$$Z^n(h_i) = \text{Tr} \exp \left\{ -\beta \sum_{\alpha}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} \left(-\sum_{(i,j)}^{n_s} J_{1,S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha} - \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right) + \frac{\beta^2 J^2}{2N_{cl}} \sum_{v < \lambda}^{N_{cl}} \left(\sum_{\alpha}^n S_v^\alpha S_\lambda^\alpha \right)^2 \right\}. \quad (3.19)$$

Análogo ao modelo de SK temos agora um termo quadrático $(\sum_{\alpha}^n S_v^\alpha S_\lambda^\alpha)^2$ que

contém as interações entre os clusters v e λ , o qual pode ser reescrito como

$$\left(\sum_{\alpha}^n S_v^{\alpha} S_{\lambda}^{\alpha} \right)^2 = \left(\sum_{\alpha}^n S_v^{\alpha} S_{\lambda}^{\alpha} \right) \left(\sum_{\beta}^n S_v^{\beta} S_{\lambda}^{\beta} \right). \quad (3.20)$$

Substituindo 3.20 em 3.19, temos

$$\begin{aligned} Z^n(h_i) = \text{Tr} \exp \left\{ -\beta \sum_{\alpha}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} \left(-\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^{\alpha} S_{v,j}^{\alpha} - \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^{\alpha} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\beta^2 J^2}{2N_{cl}} \sum_{v < \lambda}^{N_{cl}} \left(\sum_{\alpha, \beta}^n S_v^{\alpha} S_{\lambda}^{\alpha} S_v^{\beta} S_{\lambda}^{\beta} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Se observarmos a segunda linha da equação 3.21 temos um problema com réplicas e clusters distintos. No entanto, o que buscamos é um problema efetivo de um único cluster e uma única réplica, para chegarmos nessa condição devemos inicialmente analisar o termo que contém estas interações, o qual podemos reescrever como

$$\sum_{v < \lambda}^{N_{cl}} \left(\sum_{\alpha, \beta}^n S_v^{\alpha} S_{\lambda}^{\alpha} S_v^{\beta} S_{\lambda}^{\beta} \right) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} S_v^{\alpha} S_v^{\beta} \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta}^n \sum_v^{N_{cl}} (S_v^{\alpha} S_v^{\beta})^2. \quad (3.22)$$

Quando tomamos o limite termodinâmico ($N_{cl} \rightarrow \infty$), o último termo de 3.22 pode ser desprezado, pois, sua ordem é de $O(N_{cl})$ que comparado ao termo antecessor que é de ordem $O(N_{cl}^2)$ o torna insignificante. Neste sentido, chegamos a uma expressão com um único índice de cluster e réplicas distintas

$$\begin{aligned} Z^n(h_i) = \text{Tr} \exp \left\{ -\beta \sum_{\alpha}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} \left(-\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^{\alpha} S_{v,j}^{\alpha} - \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^{\alpha} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\beta^2 J^2}{4N_{cl}} \sum_{\alpha, \beta}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} S_v^{\alpha} S_v^{\beta} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

O grande diferencial do uso de clusters é que devemos analisar com cuidado o termo quadrático que contém as interações entre réplicas distintas, uma vez que ao utilizarmos clusters as interações em que as réplicas $\alpha = \beta$ não podem mais serem consideradas iguais a 1, como no modelo de SK ($S_i^{\alpha} S_i^{\alpha} = (S_i^{\alpha})^2 = (\pm 1)^2 = 1$). Deste modo, devemos separar as réplicas $\alpha \neq \beta$ das $\alpha = \beta$, usando a seguinte identidade

$$\sum_{\alpha, \beta}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} S_v^{\alpha} S_v^{\beta} \right)^2 = \sum_{\alpha < \beta}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} S_v^{\alpha} S_v^{\beta} \right)^2 + \sum_{\alpha = \beta}^n \left(\sum_v^{N_{cl}} S_v^{\alpha} S_v^{\alpha} \right)^2. \quad (3.24)$$

Os termos quadráticos encontrados em 3.24 são linearizados usando a transformação de Hubbard-Stratonovich (STRATONOVICH, 1957), deste modo são introduzidos os parâmetros $q^{\alpha\beta}$, que estão relacionados com a ordem vidro de spin, e o parâmetro $q^{\alpha\alpha}$, relacionado ao momento magnético total do cluster. Após estas transformações podemos reescrever a função partição como

$$Z^n(h_i) = \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{\alpha<\beta} \beta J \sqrt{\frac{N_{cl}}{2\pi}} dq^{\alpha\beta} \right) \left(\prod_{\alpha} \beta J \sqrt{\frac{N_{cl}}{2\pi}} dq^{\alpha\alpha} \right) \times \right. \\ \left. \exp \left[-\frac{\beta^2 J^2 N_{cl}}{2} \sum_{\alpha<\beta} (q^{\alpha\beta})^2 - \frac{\beta^2 J^2 N_{cl}}{2} \sum_{\alpha=\beta} (q^{\alpha\alpha})^2 \right] \times \text{Tr} \prod_v \exp \left\{ \beta^2 J^2 \left(\sum_{\alpha<\beta}^n q^{\alpha\beta} S_v^\alpha S_v^\beta + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{\alpha=\beta}^n q^\alpha S_v^\alpha S_v^\alpha \right) + \beta \left(\sum_{\alpha}^n \sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right\} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.25)$$

Podemos reescrever o produtório sobre todos os cluster como

$$\text{Tr} \prod_v \exp[\dots] = (\text{Tr} \exp[\dots])^{N_{cl}} = \exp\{N_{cl} \ln(\text{Tr} \exp[\dots])\}. \quad (3.26)$$

Utilizando de 3.26 para reformular 3.25, temos

$$Z^n(h_i) = \left\langle \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{N_{cl} n} \left\{ \exp \left[\frac{\beta^2 J^2}{4} N_{cl} n \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{\alpha<\beta} \beta J \sqrt{\frac{N_{cl}}{2\pi}} dq^{\alpha\beta} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left(\prod_{\alpha=\beta} \beta J \sqrt{\frac{N_{cl}}{2\pi}} dq^{\alpha\alpha} \right) \exp \left[-N_{cl} G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i) \right] \right\} \right\rangle_{h_i}, \quad (3.27)$$

onde $G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)$ é definido por

$$G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i) = \frac{\beta^2 J^2}{2} \sum_{\alpha<\beta} (q^{\alpha\beta})^2 + \frac{\beta^2 J^2}{2} \sum_{\alpha=\beta} (q^{\alpha\alpha})^2 - \ln \text{Tr} \exp \{-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\}\}, \quad (3.28)$$

em que $\mathcal{H}_{eff}\{h_i\}$ é

$$\mathcal{H}_{eff}\{h_i\} = -\beta J^2 \left(\sum_{\alpha<\beta}^n q^{\alpha\beta} S_v^\alpha S_v^\beta + \sum_{\alpha=\beta}^n q^\alpha S_v^\alpha S_v^\alpha \right) - \\ \left(\sum_{\alpha}^n \sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right). \quad (3.29)$$

Neste estágio obtemos o problema efetivo de um único cluster, porém, com réplicas interagentes. Entretanto, ao observarmos a equação 3.27, é possível perceber que a mesma

apresenta o comportamento de uma integral conhecida como ponto de sela, muito utilizada em problemas com presença de vidro de spin. No limite termodinâmico ($N_{cl} \rightarrow \infty$) as integrais podem ser resolvidas pelo método de “steepest descent”(KIM; KIM, 2002), onde $G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)$ define um ponto de sela. Assim, a aproximação de ponto de sela consiste em uma integral do tipo

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \exp\{-N G(s)\}, \quad (3.30)$$

quando submetida ao limite termodinâmico ($N \rightarrow \infty$), tem como seu valor aproximado, a maximização da função definida por I que, para isso, é necessário minimizar $G(s)$ na seguinte forma

$$\frac{dG(s)}{ds} = 0. \quad (3.31)$$

Ao calculamos as integrais sobre os $q^{\alpha\beta}$ e $q^{\alpha\alpha}$ usando o procedimento de ponto de sela, que consiste em encontrar o mínimo de $G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)$, devemos usar da definição de 3.31, onde chegamos a extremização de $G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)$ que nos proporciona as seguintes correlações

$$\frac{\partial G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)}{\partial q^{\alpha\beta}} = \left\langle \frac{\text{Tr } S_v^\alpha S_v^\beta \exp(-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\})}{\text{Tr } \exp(-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\})} \right\rangle_{h_i} = q^{\alpha\beta}, \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)}{\partial q^{\alpha\alpha}} = \left\langle \frac{\text{Tr } S_v^\alpha S_v^\alpha \exp(-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\})}{\text{Tr } \exp(-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\})} \right\rangle_{h_i} = q^{\alpha\alpha}. \quad (3.33)$$

As equações 3.32 e 3.33 ainda podem ser escritas como

$$q^{\alpha\beta} = \langle\langle S^\alpha S^\beta \rangle\rangle_{h_i}, \quad (3.34)$$

$$q^{\alpha\alpha} = \langle\langle S^\alpha S^\alpha \rangle\rangle_{h_i}, \quad (3.35)$$

onde $q^{\alpha\beta}$ está associado ao parâmetro de ordem vidro de spin, como o encontrado no modelo de SK. A diferença do nosso modelo comparado ao modelo SK é a correlação $q^{\alpha\alpha}$, que em nosso modelo está associada ao momento magnético total do cluster. A expressão $\langle \dots \rangle$ representa a média termodinâmica em relação a $\mathcal{H}_{eff}\{h_i\}$ e $\langle \dots \rangle_{h_i}$ é a média sobre os campos magnéticos aleatórios.

3.2 APROXIMAÇÃO DE SIMETRIA DE RÉPLICAS COM PRESENÇA DE CLUSTERS

A solução com aproximação de simetria entre réplicas fundamenta-se em considerar que os elementos da matriz das réplicas são idênticos. Reformulando essa consideração

para o modelo com cluster temos a seguinte parametrização para a matriz das réplicas

$$\begin{cases} q^{\alpha\beta} = q \\ q^{\alpha\alpha} = \bar{q}. \end{cases} \quad (3.36)$$

Partindo da condição proposta em 3.36 podemos exibir a matriz das réplicas, em que fica visível o número de elementos para q e \bar{q}

$$\begin{bmatrix} \bar{q} & q & q & \cdots \\ q & \bar{q} & q & \cdots \\ q & q & \bar{q} & \cdots \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot \end{bmatrix}_{n \times n}. \quad (3.37)$$

Para qualquer que seja o valor de n , teremos $n(n-1)$ elementos q e n elementos \bar{q} . Desta forma, podemos escrever um funcional $G(q, \bar{q}, h_i)$ que resulta em

$$\begin{aligned} G(q, \bar{q}, h_i) = & \frac{\beta^2 J^2}{2} n \cdot (n-1) q^2 + \frac{\beta^2 J^2}{2} n (\bar{q})^2 - \ln \text{Tr} \exp \left\{ \beta^2 J^2 \left(q \sum_{\alpha < \beta} S_v^\alpha S_v^\beta + \right. \right. \\ & \left. \left. + \bar{q} \sum_{\alpha=\beta} S_v^\alpha S_v^\alpha \right) + \beta \left(\sum_{\alpha} \sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Podemos perceber que ainda restam em 3.38 interações entre réplicas distintas, o qual reescrevemos como

$$\sum_{\alpha < \beta} S_v^\alpha S_v^\beta = \frac{1}{2} \left(\sum_{\alpha} S_v^\alpha \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{\alpha} (S_v^\alpha)^2, \quad (3.39)$$

e, logo após, o substituímos em 3.38, obtemos a presença de um termo quadrático, o qual pode ser linearizado através da identidade de Hubbard-Stratonovich (STRATONOVICH, 1957), o que nos proporciona a seguinte expressão

$$\begin{aligned} G(q, \bar{q}, h_i) = & \frac{\beta^2 J^2}{2} n \cdot (n-1) q^2 + \frac{\beta^2 J^2}{2} n \bar{q}^2 - \ln \int_{-\infty}^{+\infty} D_z \text{Tr} \prod_{\alpha} \exp \left\{ \beta^2 J^2 \sqrt{q} z S_v^\alpha \right. \\ & \left. + \beta^2 J^2 (\bar{q} - q) S_v^\alpha S_v^\alpha + \beta \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

em que

$$Dz = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} dz e^{-\frac{z^2}{2}}. \quad (3.41)$$

Neste momento definimos como $\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}$ os termos de dentro da exponencial para fins de simplificação

$$\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\} = -J\sqrt{q}zS_v^\alpha - \beta J^2(\bar{q} - q)S_v^\alpha S_v^\alpha - \left(\sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i^{n_s} h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right), \quad (3.42)$$

o que resulta no funcional

$$G(q, \bar{q}, h_i) = \frac{\beta^2 J^2}{2} n \cdot (n-1) q^2 + \frac{\beta^2 J^2}{2} n \bar{q}^2 - n \ln \int_{-\infty}^{+\infty} Dz \text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}, \quad (3.43)$$

que foi efetuada a soma sobre os índices de réplicas.

Antes de tomarmos o limite $n \rightarrow 0$, devemos usar a relação $X^n = \exp n \ln X \approx 1 + n \ln X$, em que $X \equiv \text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}$ e quando $n \rightarrow 0$ devemos assumir que $\ln(1+nA) \approx nA$. Deste modo, chegamos a uma expressão para a energia livre por cluster definida por

$$f = \frac{\beta^2 J^2}{4} (\bar{q}^2 - q^2) - \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} Dz \ln \text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\} \right\rangle_{h_i}, \quad (3.44)$$

extremizando a função 3.44 temos para o parâmetro de ordem vidro de spin e o parâmetro de ordem associado ao momento magnético total do cluster as seguintes expressões

$$\frac{\partial f}{\partial q} = 0 \rightarrow q = \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} Dz \left(\frac{\text{Tr} S_v^\alpha \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}}{\text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}} \right)^2 \right\rangle_{h_i}, \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{q}} = 0 \rightarrow \bar{q} = \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} Dz \frac{\text{Tr} (S_v^\alpha)^2 \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}}{\text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}\}} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.46)$$

Temos neste momento as expressões para os parâmetros de ordem de nosso interesse, porém, a aproximação de simetria entre réplicas apresenta alguns problemas em baixas temperaturas, sendo um exemplo disso a entropia negativa, fato, também, encontrado no modelo de SK (ALMEIDA; THOULESS, 1978). No entanto, esse comportamento no modelo de SK despertou o interesse de Almeida e Thouless que resolveram estudar a estabilidade da solução com simetria entre réplicas, conceito que será apresentado a seguir, reformulado para o nosso modelo com clusters e presença de campos magnéticos aleatórios, seguido dos cálculos para χ_3 e C_m , os quais têm representação de seus resultados dentro da região com simetria de réplicas.

3.2.1 Análise da solução com simetria de réplicas: Autovalor de Almeida e Thouless para o caso com presença de clusters

A fim de verificar se a condição de simetria de réplicas do modelo SK asseguram um mínimo para a energia livre, Almeida e Thouless (ALMEIDA; THOULESS, 1978) consideraram pequenas flutuações em torno das soluções ponto de sela

$$\begin{cases} m^\alpha = m + \varepsilon^\alpha \\ q^{\alpha\beta} = q + \eta^{\alpha\beta} \end{cases} \quad (3.47)$$

Na análise original de Almeida e Thouless, o problema admitia magnetização espontânea m^α , que, também, é obtida via ponto de sela no modelo SK. Entretanto, para o nosso problema, não temos m^α , mas sim $q^{\alpha\alpha}$. Logo, no nosso caso temos que considerar flutuações nos elementos da diagonal da matriz das réplicas. Isto é feito trocando m^α por $q^{\alpha\alpha}$ (MAGALHÃES; ZIMMER; MORAIS, 2009)

$$\begin{cases} q^{\alpha\alpha} = \bar{q} + \varepsilon^\alpha \\ q^{\alpha\beta} = q + \eta^{\alpha\beta} \end{cases} \quad (3.48)$$

Utilizando deste procedimento podemos analisar a fronteira de validade da solução de simetria de réplicas na presença de cluster e campo magnético aleatório. Nesta lógica, como os parâmetros ε^α e $\eta^{\alpha\beta}$ são pequenas variações, podemos expandi-los em serie de Taylor até obtermos os termos de segunda ordem. Com isso é possível construir a matriz Hessiana G , formada a partir das derivadas segundas (pois as derivadas primeira de um mínimo é zero) do funcional $G(q^{\alpha\beta}, q^{\alpha\alpha}, h_i)$, dada por

$$G = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \varepsilon^\alpha \partial \varepsilon^\beta} \right) & \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \varepsilon^\alpha \partial \eta^{\beta\gamma}} \right) \\ \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \eta^{\alpha\beta} \partial \varepsilon^\gamma} \right) & \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \eta^{\alpha\beta} \partial \eta^{\gamma\delta}} \right) \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

A matriz G deve ser positiva para garantir a estabilidade da solução. Neste ponto de vista, Almeida e Thouless sugeriram que a matriz G nos fornece sete tipos de elementos distintos, porém, na presença de clusters as correlações entre réplicas iguais não são iguais a 1, como mencionado no modelo de SK, e por este motivo devem ser levadas em consideração. Deste modo, nossos elementos para $\frac{\partial^2 G}{\partial \varepsilon^\alpha \partial \varepsilon^\beta}$ serão

$$\begin{aligned} G_{\alpha\alpha} &= 1 - J_1 \beta (\langle S^\alpha S^\alpha \rangle - \langle S^\alpha \rangle^2) = A, \\ G_{\alpha\beta} &= -J_1 \beta (\langle S^\alpha S^\beta \rangle - \langle S^\alpha \rangle \langle S^\beta \rangle) = B; \quad \alpha \neq \beta, \end{aligned} \quad (3.50)$$

enquanto que os elementos para $\frac{\partial^2 G}{\partial \eta^{\alpha\beta} \partial \eta^{\gamma\delta}}$ são

$$\begin{aligned} G_{(\alpha\beta)(\alpha\beta)} &= 1 - (J\beta)^2 (\langle S^\alpha S^\alpha \rangle - \langle S^\alpha S^\beta \rangle^2) = P, \\ G_{(\alpha\beta)(\alpha\gamma)} &= -(J\beta)^2 (\langle S^\beta S^\gamma \rangle - \langle S^\alpha S^\beta \rangle^2) = Q, \quad \beta \neq \gamma \\ G_{(\alpha\beta)(\gamma\delta)} &= -(J\beta)^2 (\langle S^\alpha S^\beta S^\gamma S^\delta \rangle - \langle S^\alpha S^\beta \rangle^2) = R, \quad (\alpha\beta) \neq (\gamma\delta) \end{aligned} \quad (3.51)$$

e para finalizar os termos cruzados $\frac{\partial^2 G}{\partial \varepsilon^\alpha \partial \eta^{\beta\gamma}}$ e $\frac{\partial^2 G}{\partial \eta^{\alpha\beta} \partial \varepsilon^\gamma}$ serão

$$\begin{aligned} G_{\alpha(\alpha\beta)} &= G_{(\alpha\beta)\alpha} = J J_1^{(1/2)} \beta^{(3/2)} (\langle S^\alpha \rangle \langle S^\alpha S^\beta \rangle - \langle S^\beta \rangle) = C, \\ G_{\gamma(\alpha\beta)} &= G_{(\alpha\beta)\gamma} = J J_1^{(1/2)} \beta^{(3/2)} (\langle S^\gamma \rangle \langle S^\alpha S^\beta \rangle - \langle S^\alpha S^\beta S^\gamma \rangle) = D, \end{aligned} \quad (3.52)$$

onde $\langle \dots \rangle$ representa

$$\langle \dots \rangle = \left\langle \frac{\text{Tr} \dots \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\}\}}{\text{Tr} \exp\{-\beta \mathcal{H}_{eff}\{h_i\}\}} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.53)$$

Após conhecermos os elementos da matriz G , aplicamos a equação conhecida para os autovalores definida por

$$G\mu = \lambda\mu, \quad (3.54)$$

que ao aplicarmos o limite $n \rightarrow 0$ se reduzem a apenas três autovalores distintos, sendo eles

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left\{ (A - B + P - 4Q + 3R) \pm [(A - B - P + 4Q - 3R)^2 - 8(C - D)^2]^{1/2} \right\}, \quad (3.55)$$

$$\lambda_{AT} = P - 2Q + R. \quad (3.56)$$

A nossa expressão para λ_{AT} fica muito próxima ao cálculo de Almeida e Thouless (ALMEIDA; THOULESS, 1978). No entanto, consideramos, explicitamente, as flutuações nos elementos diagonais da matriz das réplicas, que resulta em

$$\lambda_{AT} = 1 - \beta^2 J^2 [\langle S^\alpha S^\beta S^\alpha S^\beta \rangle_{h_i} - 2\langle S^\alpha S^\beta S^\alpha S^\gamma \rangle_{h_i} + \langle S^\alpha S^\beta S^\delta S^\gamma \rangle_{h_i}], \quad (3.57)$$

onde $\langle \dots \rangle$ é definido por 3.53 e $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ são índices de réplicas. Em particular, no caso da simetria de réplicas (RS), estas correlações de spins resulta em

$$\lambda_{AT} = 1 - J^2 \beta^2 \left\langle \int Dz \left(\langle S^2 \rangle_{\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}} - \langle S \rangle_{\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}}^2 \right)^2 \right\rangle_{h_i}, \quad (3.58)$$

sendo $\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}$ definido em 3.42.

Diante dos autovalores encontrados para o sistema com presença de clusters podemos analisar seu comportamento, pois, a expressão definida em 3.55 não assume valores

negativos em nenhuma região analisada, assim, pode assumir valor igual a zero quando está próximo a uma fronteira crítica de instabilidade da solução. Diferentemente deste, a equação 3.56 tem papel fundamental para definirmos a região com estabilidade de solução com simetria de réplicas, pois, este autovalor assume valores negativos quando localizado dentro de uma região de simetria de réplicas instável. Além disso, o autovalor 3.58 assume valor igual a zero exatamente na fronteira entre as soluções RS e RSB, definindo com exatidão uma linha que separa as soluções estáveis da instável, esta linha é conhecida como a linha de Almeida e Thouless (ALMEIDA; THOULESS, 1978). A determinação do autovalor é de grande importância para nosso trabalho, uma vez que temos a intenção de analisar os efeitos de um campo magnético aleatório e, quando este está presente no sistema, provoca mudanças no comportamento do parâmetro de ordem vidro de spin q (ver Eq. 3.45), o qual não identifica mais a transição de fase VS. Nesta continuidade, o autovalor de Almeida e Thouless é fundamental para descobrirmos a transição VS, já que a região RSB está associada a uma região com presença do estado vidro de spin. Além do mais, as regiões de instabilidade de solução com simetria entre réplicas identificadas pela linha de Almeida e Thouless apresentam um comportamento não trivial, o qual sugere-se que o sistema apresenta uma quebra espontânea de simetria entre as réplicas, o que nos leva a uma nova abordagem para esta região, apresentada por Parisi (PARISI, 1980b; PARISI, 1979; PARISI, 1980a), a qual consiste em executar a quebra da simetria entre as réplicas, assunto que é discutido na seção 3.3.

3.2.2 Suscetibilidade não Linear

A susceptibilidade não linear (χ_n) é considerada uma ferramenta muito útil para a identificação de uma transição de fase de segunda ordem ao estado vidro de spin (SUZUKI, 1977; WADA; TAKAYAMA, 1980; FUJIKI; KATSURA, 1981). Uma vez que a χ_n apresenta um comportamento distinto para cada fase magnética, sendo usada como uma assinatura experimental para diferentes tipos de ordens, que em específico para o caso de VS, a χ_n é negativa em ambos os lados da temperatura de congelamento divergindo para valores elevados em T_f . Este comportamento é experimentalmente observado em vários trabalhos da área (BHARGAVA et al., 2000; NAIR; BANERJEE, 2003; RYZHOV et al., 2006). Dentro disso, podemos calcular a susceptibilidade não linear para o caso com presença de clusters derivando a magnetização em função do campo magnético

$$M = M_0 + \chi h + \dots + \frac{\chi_3 h^3}{3!}, \quad (3.59)$$

onde

$$\chi = \left. \frac{\partial M}{\partial h} \right|_{h=0}, \text{ e } \chi_3 = \left. \frac{\partial^3 M}{\partial h^3} \right|_{h=0}, \quad (3.60)$$

com h representando o campo magnético uniforme, na direção longitudinal, o qual chamaremos apenas de campo uniforme. A magnetização na presença de clusters é dada por

$$M = \left\langle \int Dz \frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right\rangle_{h_i}, \text{ onde } \mathcal{H}_{eff}^{RS} = J\sqrt{q}zS - \frac{\beta J^2}{2}(\bar{q} - q)S^2 - hS - \sum_i^{ns} h_i S_{i,v}. \quad (3.61)$$

Note que o termo hS (campo uniforme) foi adicionado no Hamiltoniano efetivo. Além disso, a magnetização depende de q , \bar{q} e h como podemos observar na Eq. 3.61.

A susceptibilidade de interesse para a fase vidro de spin é a de terceiro grau (χ_3) susceptibilidade não linear. Para isso, precisamos obter a derivada terceira da magnetização em função do campo h . Primeiramente, obtemos $\chi = \frac{\partial M}{\partial h}$ para, posteriormente, $\chi_3 = \frac{\partial^2 \chi}{\partial h^3}$. Esse processo de derivação segue abaixo com a seguinte expressão.

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial h} &= \beta \left\langle \int Dz \left[\frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \left(\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \beta J \frac{\partial \sqrt{q}}{\partial h} \int Dz z \left[\frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \left(\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta^2 J^2}{2} \frac{\partial(\bar{q} - q)}{\partial h} \int Dz \left[\frac{\text{Tr } SSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} \text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{(\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2} \right] \right\rangle_{h_i}. \quad (3.62) \end{aligned}$$

Neste momento, devemos assumir que a primeira linha da equação 3.62 segue uma relação para q e \bar{q} , determinado por

$$\bar{q} = \left\langle \int Dz \frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right\rangle_{h_i}, \quad q = \left\langle \int Dz \left(\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^2 \right\rangle_{h_i}. \quad (3.63)$$

A vista disso, para obtermos χ_3 dentro da solução com simetria de réplicas, devemos considerar a dependência explícita de q e \bar{q} com o campo h , para isso expandimos q e \bar{q} até segunda ordem de h :

$$\begin{cases} q = q_0 + q_2 h^2 \\ \bar{q} - q = p_0 + p_2 h^2, \end{cases} \quad (3.64)$$

onde q_0 e p_0 são obtidos pela equação 3.63 quando $h = 0$, com $p_0 = q_0 - \bar{p}(h = 0)$.

Após aplicarmos as técnicas matemáticas definidas anteriormente, chega-se a susceptibilidade linear de primeiro grau

$$\chi_1 = p(p_0 - q_0), \quad (3.65)$$

onde $p \equiv \beta J$. Analogamente ao processo de cálculo da χ_1 , podemos chegar a χ_3 , a qual está associada a fase vidro de spin, representada pela expressão

$$\frac{\partial^3 M}{\partial h^3} = [p^3 + 3p^3 J^2 q_2 + \beta^5 J^2 V_3] \frac{2V_2}{2 - p^2 J^2 V_3}, \quad (3.66)$$

onde V_2 e V_3 são, respectivamente,

$$V_2 = \left\langle \int Dz \left[\frac{\text{Tr } SSSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - 4 \frac{\text{Tr } SSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} \text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{(\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - 3 \left(\frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^2 + 12 \frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} (\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2}{(\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^3} - 6 \left(\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^4 \right] \right\rangle_{h_i}, \quad (3.67)$$

$$V_3 = \left\langle \int Dz \left[\frac{\text{Tr } SSSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \left(\frac{\text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \left(\frac{\text{Tr } SSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} \text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right) + \frac{2 \text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} (\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2}{(\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^3} \right] \right\rangle_{h_i}. \quad (3.68)$$

Ainda, podemos escrever a χ_3 em termos do autovalor de Almeida Thouless

$$\chi_3 = \frac{\beta^3}{3} \left[\frac{3}{b(\lambda_{AT})} - 1 \right] V_2 \quad (3.69)$$

onde $b(\lambda_{AT}) = (2 - \beta^2 J^2 V_3)(\lambda_{AT} - V_5) - \beta^4 J^4 V_2 V_4$ com V_4 e V_5 sendo

$$V_4 = \left\langle \int Dz \left[\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} \text{Tr } SSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \frac{(\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2 \text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right] \right\rangle_{h_i}, \quad (3.70)$$

e

$$V_5 = \beta^2 J^2 \left\langle \int Dz \left[\frac{\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}} \text{Tr } SSS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} - \right. \right. \\ \left. \left. - 3 \frac{(\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^2 \text{Tr } SS e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} + 2 \frac{(\text{Tr } S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}})^4}{\text{Tr } e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}}} \right] \right\rangle_{h_i}. \quad (3.71)$$

A representação da χ_3 é muito importante para distinguir a fase vidro de spin das

demais fases magnéticas, sendo muito útil para estudar regiões onde se têm uma grande dúvida da sua verdadeira existência, tendo como exemplo o caso do composto mencionado anteriormente. A propósito, será possível investigar o comportamento desta importante quantidade na presença de clusters e campos aleatórios. Além disso, o calor específico, também, representa uma quantidade termodinâmica de nosso interesse, já que o mesmo tem gerado algumas controvérsias como discutido no capítulo 2. Então, apresentamos sua construção teórica adaptada a nosso modelo na seção seguinte.

3.2.3 Calor Específico

Para calcularmos o calor específico, inicialmente, necessitamos da energia interna do sistema, que pode ser encontrada derivando a energia livre

$$u = \frac{\partial}{\partial \beta}(\beta f), \quad (3.72)$$

onde usamos a expressão 3.44 para a energia livre com simetria de réplicas. Em que $\mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}$ é definido por 3.42. Encontrando u podemos calcular o C_m , que consiste em derivar a equação da energia interna obtida por 3.72

$$C_m = \frac{d}{dT}u. \quad (3.73)$$

Desta forma, chegamos a seguinte expressão para C_m

$$C_m = \frac{d}{dT} \left[\beta J^2 \frac{(\bar{q}^2 - q^2)}{2} - J_0 \left\langle \int Dz \frac{\text{Tr} \sum_{(i,j)} S_i S_j e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}}}{\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RS}\{h_i\}}} \right\rangle_{h_i} \right]. \quad (3.74)$$

Neste momento temos as expressões matemáticas para as quantidades termodinâmicas de interesse para a região com solução de simetria de réplicas. Através delas será possível reproduzir resultados importantes para uma série de problemas que envolvem a fase vidro de spin. Além disso, estas expressões contam com a presença de clusters, que podem melhorar os resultados, principalmente envolvendo o C_m . Mesmo assim, ainda, temos o problema que envolve a região onde o resultado com simetria de réplicas é instável, o que necessita de uma nova abordagem matemática para esta região, conhecida como quebra de simetria de réplicas. Para o resultado, nessa região, ser considerado confiável necessita de infinitos passos de quebra de simetria entre réplicas, proposto por Parisi (1980a). Entretanto, como nosso interesse é a transição de fase VS, basta apenas um passo de quebra de simetria para marcar a localização da transição de fase vidro de spin, que está relacionada com o início da região de instabilidade da solução com simetria de réplicas, assunto que enfatizamos na próxima seção.

3.3 APROXIMAÇÃO EM UM PASSO DE QUEBRA DE SIMETRIA DE RÉPLICAS

Nesta seção discutiremos os cálculos analíticos para solução com um passo de quebra de simetria de réplicas (1RSB). Este procedimento proporciona resultados mais confiáveis em relação a solução com simetria de réplicas quando analisada a região de instabilidade. Inicialmente, ao assumirmos 1RSB de quebra de simetria de réplicas, consideramos os elementos da diagonal da matriz das réplicas como $q_{\alpha\alpha} = \bar{q}$. Os demais elementos que estão distribuídos fora da diagonal terão como valor q_1 ou q_0 , segundo a parametrização proposta por Parisi (PARISI, 1979; PARISI, 1980a; PARISI, 1980b). Neste momento temos um valor inteiro positivo, representado por $m_1 (\leq n)$, o qual terá o objetivo de dividir a matriz das réplicas em n/m_1 blocos, sendo n o número de linhas. Os blocos que se localizam fora da diagonal vão ter como valor para seus elementos q_0 e os blocos da diagonal são atribuídos valores q_1 . Os elementos que compõem a diagonal principal, como mencionados anteriormente, ainda terão o valor mantido como \bar{q} , como podemos observar na matriz M a seguir para um caso exemplificativo em que temos $n = 6$ e $m_1 = 3$, deste modo teremos $n/m_1 = 2$ blocos na matriz

$$M = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{q} & q_1 & q_1 \\ q_1 & \bar{q} & q_1 \\ q_1 & q_1 & \bar{q} \end{pmatrix}_{m_1 \times m_1} & & \\ & q_0 & \\ & & \begin{pmatrix} \bar{q} & q_1 & q_1 \\ q_1 & \bar{q} & q_1 \\ q_1 & q_1 & \bar{q} \end{pmatrix}_{m_1 \times m_1} \end{pmatrix}_{n \times n}. \quad (3.75)$$

O objetivo, nesse momento, é derivarmos as expressões usando o hamiltoniano efetivo definido em 3.29, para isso partimos da expressão 3.28. Primeiramente, com um passo de quebra de simetria de réplicas, o somatório $\sum_{\alpha < \beta} (q^{\alpha\beta})^2 = m_1[(m_1 - 1)q_1^2 + (n \cdot m_1)q_0^2]$ e $\sum (q^{\alpha\alpha})^2 = n\bar{q}^2$. Para a função partição replicada $Z^n = \text{Tre}^{-\beta\mathcal{H}_{eff}}$ temos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\} &= \beta J^2 \left[(q_1 - q_0) \sum_{\alpha, \beta \{\text{blocos}\}} S^\alpha S^\beta + q_0 \sum_{\alpha < \beta} S^\alpha S^\beta + \bar{q} \sum_{\alpha} S^\alpha S^\alpha \right] - \\ &- \sum_{\alpha} \left(\sum_{(i,j)} J_1 S_{v,i}^\alpha S_{v,j}^\alpha + \sum_i h_{v,i} S_{v,i}^\alpha \right). \end{aligned} \quad (3.76)$$

Deste modo, serão introduzidas novas transformações de Hubbard-Stratonovich (STRATONOVICH, 1957), que resulta em

$$Z^n(h_i)_{1RSB} = \left\{ \int Dz \left[\int Dv (\exp[-\beta\mathcal{H}_{eff}^{RSB}(\{h_i\})])^{m_1} \right]^{\frac{n}{m_1}} \right\}^{Nn} \quad (3.77)$$

onde \mathcal{H}_{eff} agora é representado dentro de um passo de quebra de simetria de réplicas como

$$\mathcal{H}_{eff}^{RSB}(\{h_i\}) = - (J\sqrt{q_1 - q_0}v + J\sqrt{q_0}z) S_v - \frac{\beta J^2}{2}(\bar{q} - q_0)S_v^2 - \sum_{(i,j)}^{n_s} J_1 S_{i,v} S_{j,v} - \sum_i^{n_s} h_i S_{i,v}. \quad (3.78)$$

Após efetuarmos a quebra de simetria de réplicas entre as réplicas em um passo, podemos rescrever a energia livre como

$$-\beta f_{1RSB} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{nN} \left\{ 1 - nN \left[\frac{\beta^2 J^2}{4} (\bar{q}^2 - m_1 q_0^2 + (m_1 - 1) q_1^2) - \frac{1}{Nm} \left\langle \int Dz \ln \int Dv \left(\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right)^{m_1} \right\rangle_{h_i} \right] - 1 \right\}. \quad (3.79)$$

Então podemos tomar novamente o limite de $n \rightarrow 0$, chegando na seguinte expressão

$$f = \frac{\beta J^2}{4} [\bar{q}^2 - m_1 q_0^2 + (m_1 - 1) q_1^2] - \frac{1}{\beta N m_1} \left\langle \int Dz \ln \int Dv \left(\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right)^{m_1} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.80)$$

A partir da equação 3.80 podemos obter os parâmetros de ordem, com a presença de clusters e campo aleatório em um passo de quebra de simetria de réplicas usando as equações de ponto de sela

$$\frac{\partial f}{\partial q_0} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial q_1} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial \bar{q}} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial m_1} = 0. \quad (3.81)$$

Por fim, então, chegamos as expressões que definem os parâmetros de ordem para 1RSB, definidos como

$$\bar{q} = \left\langle \int Dz \frac{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1 - 1} \text{Tr} S^2 e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}}}{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1}} \right\rangle_{h_i}, \quad (3.82)$$

$$q_0 = \left\langle \int Dz \left(\frac{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1 - 1} \text{Tr} S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}}}{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1}} \right)^2 \right\rangle_{h_i}, \quad (3.83)$$

$$q_1 = \left\langle \int Dz \frac{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1 - 2} (\text{Tr} S e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}})^2}{\int Dv \left[\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right]^{m_1}} \right\rangle_{h_i}. \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned}
m_1^2 \frac{\beta^2 J^2}{4} (q_1^2 - q_0^2) = & \left\langle \int Dz \left[-\ln \int Dv \left(\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{m_1 \int Dv \left(\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right)^{m_1} \log \text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}}}{\int Dv \left(\text{Tr} e^{-\beta \mathcal{H}_{eff}^{RSB}\{h_i\}} \right)^{m_1}} \right] \right\rangle_{h_i} \quad (3.85)
\end{aligned}$$

Podemos observar neste momento que temos a inclusão de um novo parâmetro de ordem (q_1), o qual sinaliza a mudança da natureza da solução quando assume valores diferentes do parâmetro q_0 , sendo associado a transição de fase vidro de spin, isto é quando $q_1 \neq q_0$, temos a quebra da simetria de réplicas. Além disso, temos uma expressão auto-consistente para o parâmetro m_1 que está relacionada ao tamanho dos blocos diagonais da matriz das réplicas.

3.4 PROCEDIMENTO PARA OBTENÇÃO DE RESULTADOS NUMÉRICOS

Após obtermos as expressões analíticas para as quantidades de interesse, calculamos os resultados numéricos através de algoritmos desenvolvidos em Fortran 90. A princípio, transcrevemos as expressões analíticas para a forma numérica, onde os parâmetros de ordem são calculados de forma auto-consistente tanto para o caso com simetria de réplicas como para 1RSB. Vale explicitar as dificuldades enfrentadas para se obter as soluções numéricas para cada conjunto de parâmetros T , J , J_1 e Δ (ou h_0). Por exemplo, para cada configuração de campos aleatórios temos que calcular a função de partição e correlações de spins associadas aos parâmetros de ordem (médias termodinâmicas), que são obtidas por diagonalização (enumeração) exata (escolhemos a base Ising na qual o modelo efetivo é diagonal), sendo que número de estados de Ising usados para as diagonalizações depende do número de sítios por cluster (n_s): 2^{n_s} estados no cálculo dos traços. Além disso, no problema efetivo, os efeitos da desordem nas interações (J) envolvem também a realização de integrais numéricas: uma (em z) no caso RS ou duas (em z e v) no caso de 1RSB. Soma-se a isso, o processo de auto-consistência na obtenção dos parâmetros de ordem. Esses passos são repetidos toda a vez que a configuração dos campos aleatórios é alterada, ou seja, como avaliamos a média sobre os campos aleatórios, temos uma integral a mais para cada sítios considerado.

Usamos as distribuições de probabilidades bimodal e gaussiana para o campo magnético aleatório, de forma individual. Após, encontrar os parâmetros de ordem, são calculadas as demais quantidades termodinâmicas, como χ_1 , χ_3 , C_m , f , u , λ_{AT} ... Para obtermos a localização das transições de fase variamos a temperatura para diferentes cenários de campos magnéticos aleatórios. Com isso, foi possível construir diagramas de

fases e, então, obter a localização da transição de fase na presença de campos aleatórios através do autovalor de Almeida e Thouless, para transições de segunda ordem e, através da energia livre, em transições de primeira ordem. Em resumo, os aspectos relevantes subjacentes ao processo numérico computacional são a auto-consistência associada ao processo de diagonalização exata com o cálculo das médias sobre as desordens (interações e RFs).

As interações intraclusters são somente entre primeiros vizinhos, sendo proposta uma rede quadrada composta por 4 spins e uma rede cúbica simples de 8 spins, identificando respectivamente a vizinhança de interação para cada caso. Com tudo, ainda, usamos de diversas configurações de valores para a relação entre a desordem e interação intracluster com a finalidade de compreendermos os efeitos proporcionados pelo RF, enfatizando esses procedimentos para os sistemas ferromagnéticos e antiferromagnéticos que são definidos através da variável J_1 . Assim, foi possível produzir inúmeros resultados dentro dos quais apresentamos os de maior interesse no capítulo seguinte, seguidos da sua respectiva interpretação.

4 RESULTADOS

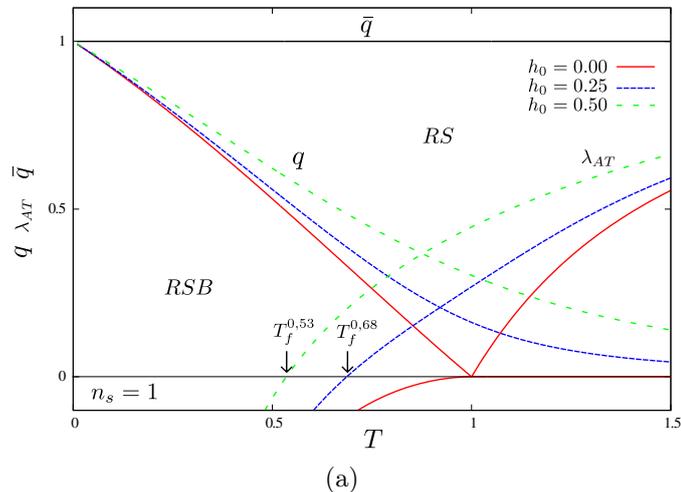
Neste capítulo analisamos os efeitos causados pela presença de campos aleatórios no comportamento dos parâmetros de ordem, diagramas de fases, susceptibilidades linear e não linear e calor específico magnético, para um sistema com interações intraclusters ferromagnéticas ou antiferromagnéticas. Dentro destes sistemas, isolamos a contribuição proporcionada pelo número de spins e a geometria da rede que compõem os clusters, sendo considerado uma rede quadrada para $n_s = 4$ e uma rede cubica simples para $n_s = 8$. Também, avaliamos os resultados apresentados pela solução com simetria de réplicas e com a quebra de simetria de réplicas em um passo. Antes de analisarmos tais efeitos, iniciamos com uma breve discussão das principais diferenças encontradas ao adotarmos distribuições de campos aleatórios distintos, em nosso caso bimodal e gaussiano para, então, após apresentarmos suas contribuições nas quantidades termodinâmicas anteriormente citadas.

4.1 COMPARATIVO DO COMPORTAMENTO DE SISTEMAS VIDROS DE SPIN COM PRESENÇA DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS E UNIFORME

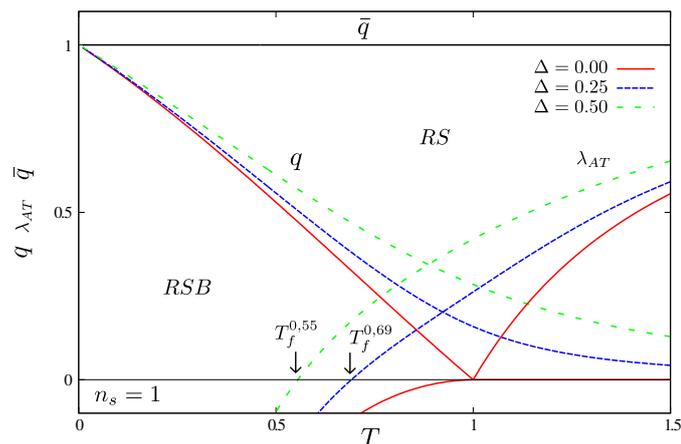
As distribuições de campos magnéticos aleatórios (RF) mais conhecidas na literatura são a bimodal (h_0) e gaussiana (Δ). Ambas são largamente utilizadas em diversos problemas físicos, inclusive para a fase vidro de spin. Neste sentido, procuramos enfatizar o estudo dos efeitos do RF voltados para a fase VS, analisando o comportamento do parâmetro de ordem associado ao vidro de spin (q) quando submetido a presença destas distribuições. A partir deste parâmetro de ordem é possível obter o diagrama de fases da temperatura crítica (T_f) pela variação do campo magnético aleatório e, só assim analisar os efeitos causados pela adoção de diferentes distribuições de campos aleatórios, bimodal e gaussiano. Inicialmente, testamos as distribuições em um caso limite que consiste de um sistema composto por clusters de um único sítio. Desta forma, não teremos interação intraclusters (J_1), o que teoricamente não configura uma abordagem de clusters. Porém, ao adotarmos $n_s = 1$ temos como objetivo recuperar os resultados já conhecidos do modelo de Sherrington e Kirkpatrick (SHERRINGTON; KIRKPATRICK, 1975b), testar o algoritmo e comprovar a veracidade dos resultados de nosso modelo.

Na Figura 4.1 apresentamos o comportamento do parâmetro de ordem vidro de spin (q), correlação \bar{q} e o autovalor de Almeida Thouless (λ_{AT}) para clusters compostos de um único sítio sob a presença das distribuições de campos magnéticos aleatórios bimodal (a) e gaussiano (b). O parâmetro de ordem q na ausência de RF ($h_0, \Delta = 0$) marca exatamente o momento em que ocorre a transição entre a fase paramagnética (de altas temperaturas) e a vidro de spin (baixas temperaturas), ou seja, no momento em que $q \neq 0$ temos

Figura 4.1 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin (q), correlação \bar{q} e autovalor de Almeida e Thouless em função da temperatura para um caso limite com clusters compostos por um sítio sob a ação de diferentes distribuições de campos aleatórios (a) bimodal e (b) gaussiano.



(a)



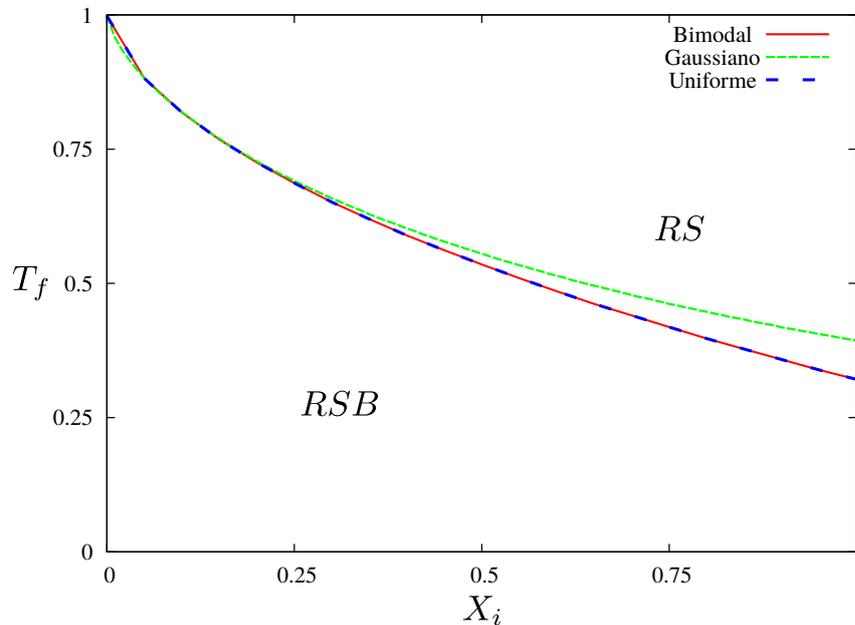
(b)

Fonte: Autor.

identificada a região VS. Notamos, que λ_{AT} passa a assumir valores negativos exatamente no ponto em que o parâmetro de ordem q deixa de ser zero. Isto, indica que em toda a fase vidro de spin a solução com simetria de réplicas é instável, identificando que ocorreu uma quebra de simetria de réplicas. A correlação \bar{q} está associada ao momento magnético total médio do cluster ($\bar{q} = \langle S^2 \rangle$), que no caso de clusters com um único spin não existe nenhuma correlação introduzida e, assim, \bar{q} se mantém constante e igual a 1, pois $S = \pm 1$.

Na presença de campo magnético aleatório, independente da distribuição, o parâmetro de ordem q é induzido em toda extensão de temperatura analisada, ou seja, não pode mais ser usado para a identificação da temperatura crítica do sistema. Eis, então, que o autovalor de Almeida Thouless é utilizado como ferramenta para a identifi-

Figura 4.2 – Diagrama de fases construído a partir da linha de estabilidade de Almeida e Thouless para o caso limite de clusters com um único sítio.

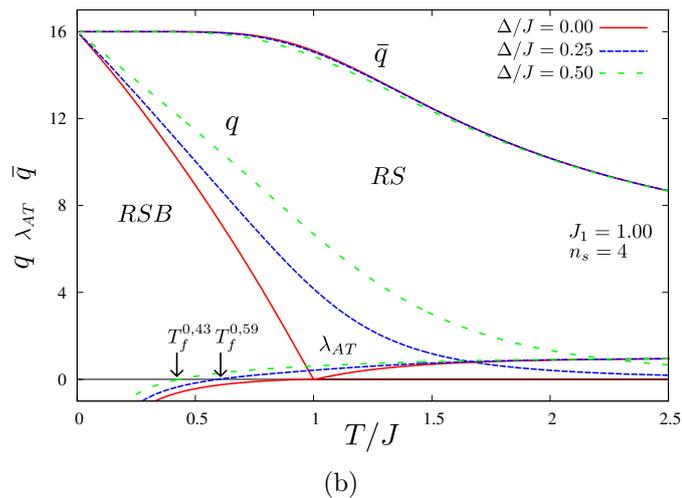
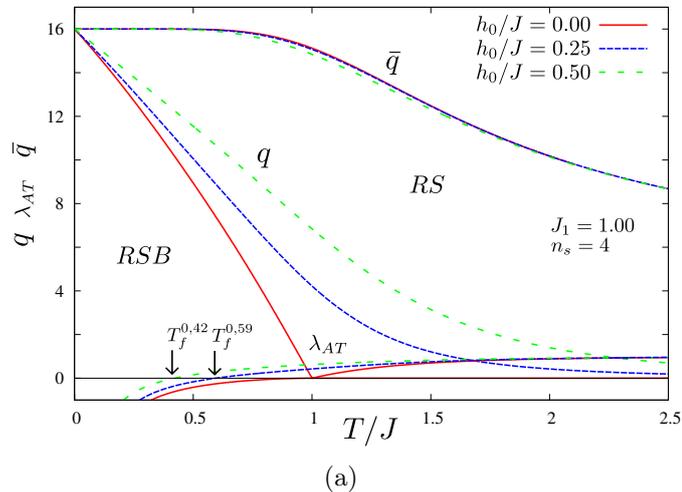


Fonte: Autor.

cação desta temperatura. Como visto, anteriormente, λ_{AT} separa as regiões entre as fases PM/VS (RS/RSB). Neste sentido, quando $\lambda_{AT} = 0$ temos a T_f do sistema respectiva ao campo aplicado. Estes resultados condizem com os mencionados em estudos do modelo de Sherrington e Kirkpatrick com presença de campo magnético aleatório (SUMEDHA; SINGH, 2016; MORAIS et al., 2016). Isto significa, que o modelo com clusters recupera os resultados esperados no limite de um único sítio, sendo esse, um bom ponto de partida para estudar os efeitos da presença simultânea de RFs e interações de curto alcance em sistemas desordenados.

Percebemos, ainda, que para o caso limite as T_f s identificadas pelo autovalor de Almeida e Thouless para a distribuição bimodal apresentam uma pequena diferença das encontradas para a distribuição gaussiana. Por outro lado, procuramos explorar essa diferença analisando o diagrama de fase apresentado na figura 4.2, onde temos o comportamento da T_f em função de campos X_i , com X_i podendo representar as distribuições bimodal (h_0), gaussiana (Δ) ou campo uniforme constante (h). Fica claro, que as diferenças entre as temperaturas críticas apresentadas, anteriormente, por mínimas que sejam, influenciam no comportamento do diagrama de fases. É possível perceber que a distribuição bimodal para o caso de clusters compostos por um único sítio tem o mesmo comportamento do campo uniforme. Este decaimento suave da T_f em função de h_0 , também, foi encontrado em outros estudos do modelo SK (MORAIS et al., 2016). Entretanto, o comportamento gaussiano diverge dos demais favorecendo a região RSB. Neste caso ini-

Figura 4.3 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin (q), correlação \bar{q} e autovalor de Almeida e Thouless em função da temperatura para clusters compostos por 4 sítios sob a ação de diferentes distribuições de campos aleatórios (a) bimodal e (b) gaussiano.



Fonte: Autor.

cial, percebe-se que as distribuições bimodal e gaussiana apresentam diferenças, porém, nosso objetivo é analisar tais efeitos quando considerarmos as correlações de curto alcance, as quais são proporcionadas pelo uso de clusters. Para isso, analisamos, novamente, as diferenças encontradas no comportamento dos parâmetros de ordem quando submetidos a presença das distribuições h_0 e Δ usando a abordagem de clusters compostos por 4 sítios com interação intracluster ferromagnética $J_1/J = 1$, adotamos numericamente valores para J de modo que a temperatura crítica tenha valor igual a $T_f/J = 1$ na ausência de campo aleatório.

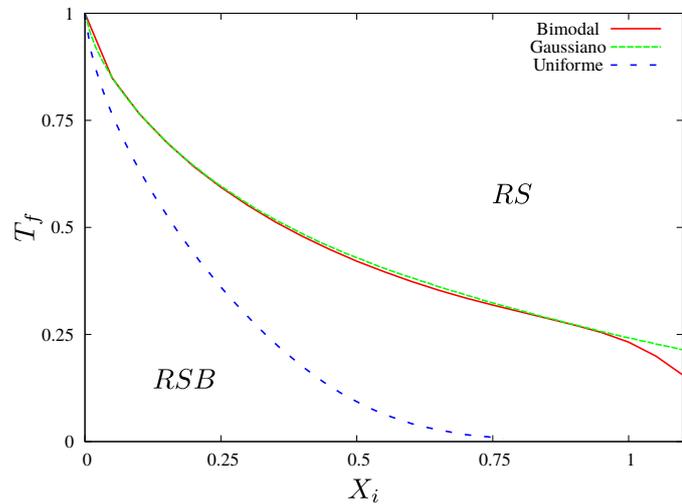
A Figura 4.3 exhibe o comportamento dos parâmetros de ordem anteriormente citados em função da temperatura. Inicialmente, vemos que a inclusão de correlações de

curto alcance proporcionaram algumas diferenças quando comparado ao caso sem cluster (4.1). O parâmetro de ordem associado ao momento magnético do cluster (\bar{q}) mostra-se como o mais afetado. Diferentemente do caso anterior onde $\bar{q} = 1$, quando clusters são considerados, \bar{q} passa a ser dependente da temperatura, pois, esse representa os elementos da diagonal da matriz das réplicas $\langle S_\nu^\alpha S_\nu^\alpha \rangle$, em que S_ν^α representa o valor do momento magnético total do cluster, que é dependente das configurações dos spins dos sítios, que por sua vez podem ser afetados pela temperatura, mesmo na ausência de campo magnético aleatório. Por outro lado, percebemos que a distribuições bimodal (a) e gaussiana (b) apresentam um comportamento muito similar em relação ao comportamento dos parâmetros de ordem, com exceção de uma pequena diferença na identificação da T_f . Aparentemente, a diferença dos campos h_0 e Δ não é significativa, necessitando, assim, estudarmos o comportamento do diagrama de fases na presença de clusters.

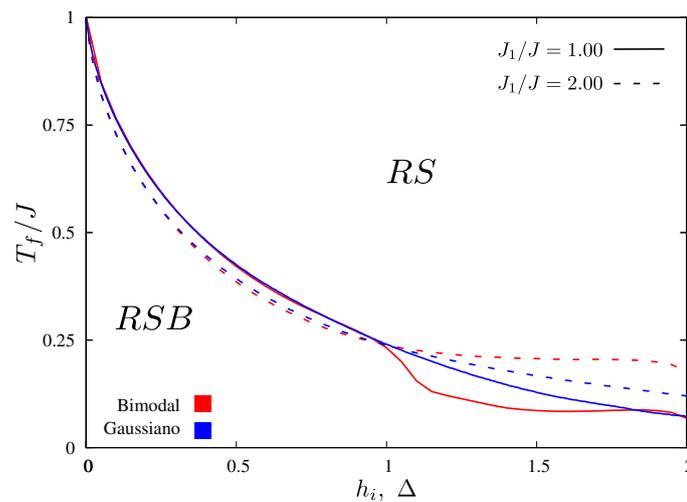
Na Figura 4.4 estão apresentados os diagramas de fases da temperatura crítica em função das distribuições de campos aleatórios. Percebe-se, que ao adotarmos clusters, a dependência de T_f em relação a distribuição bimodal deixa de ser igual a dependência de T_f em relação ao campo uniforme. Para ser mais específico, o campo uniforme na presença de clusters favorece a região com solução de simetria de réplicas (RS), quando comparado ao RF bimodal, que mostra uma região mais extensa de RSB, pelo menos para baixas intensidades. Notamos, ainda, que a região de campos baixos (inferior a J) h_0 e Δ não apresentam grandes diferenças. Logo, quando os RFs assumem valores mais elevados, o comportamento bimodal se torna complexo com algumas mudanças de concavidade se diferenciando do gaussiano. Esta mudança de comportamento pode estar associada a maior capacidade que os clusters possuem em incorporar correlações locais no tratamento do sistema. Por outro lado, se alterarmos a intensidade das interações de curto alcance ferromagnéticas, interações intracluster 4.4(b), notamos que o comportamento da distribuição bimodal se torna mais suave na região em que anteriormente apresentava mudanças de comportamento, praticamente não tendo diferença com a distribuição gaussiana. Todavia, continua tendo o mesmo comportamento complexo em campos ainda mais elevados do que os encontrados anteriormente para $J_1 = 1.00$, fato este que favorece o crescimento da região RSB. O aumento da região com solução RS instável com uma interação intracluster mais alta também é observado para a distribuição gaussiana, porém, a mesma mantém um comportamento mais suave quando comparado ao da bimodal, não apresentando nenhum efeito de mudança inesperada de comportamento, tanto para variação do campo quanto para da interação intracluster, mostrando-se mais estável a estes efeitos.

Nesse contexto, percebemos que em regiões de campos baixos (inferiores a J) ambas as distribuições são adequadas para estudarmos sistemas desordenados com vidro de spin na presença de clusters. Mas, em regiões de campos mais elevados a bimodal se mostra mais sensível, levando a um comportamento complexo da temperatura crítica que exige um estudo mais detalhado para entender melhor os efeitos causadores das mudanças de

Figura 4.4 – Diagramas de fases construídos a partir da linha de estabilidade de Almeida e Thouless para o caso (a) de clusters compostos por 4 spins sob a ação de diferentes distribuições de campos magnéticos e (b) comportamento das distribuições bimodal e gaussiana quando submetidas a interações de curto alcance ferromagnéticas mais intensas.



(a)



(b)

Fonte: Autor.

concauidade. Enquanto que, a distribuição gaussiana apresenta um decaimento mais suave que define melhor a região entre soluções. A distribuição gaussiana, também, apresenta uma simetria em torno da média o que pode ser responsável pelo seu comportamento mais adequado quando comparado a bimodal que apresenta somente duas possibilidades de valores.

Tendo comparado o comportamento das distribuições bimodal e gaussiano, seguiremos, a partir de agora, para o estudo das principais quantidades termodinâmicas relacionadas a fase vidro de spin adotando somente a distribuição de campos aleatórios

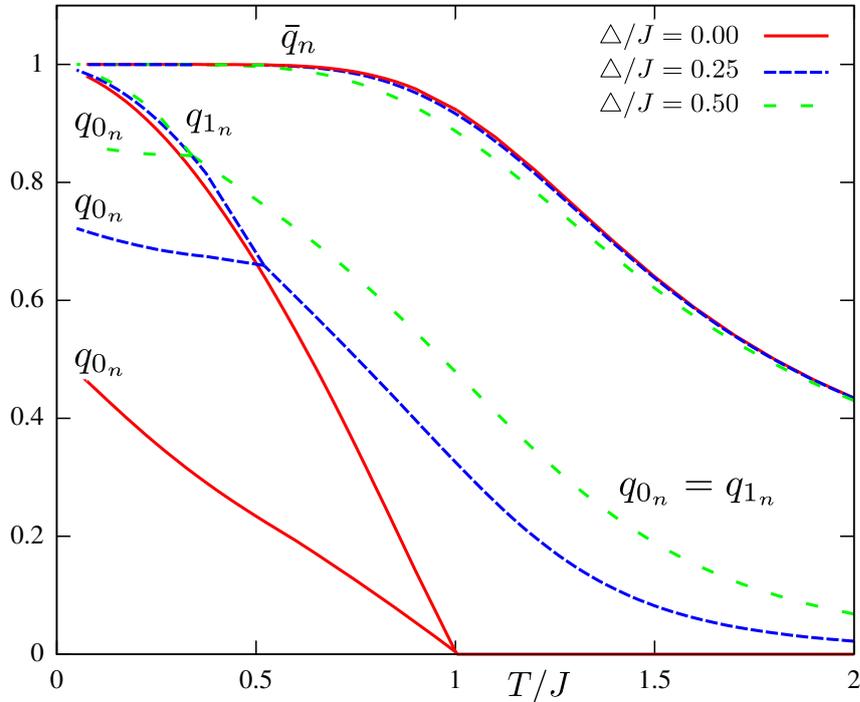
gaussiano. Dividimos os resultados em duas seções, sendo possível analisar os efeitos dos RFs para o caso com interações intracuster ferromagnéticas ou antiferromagnéticas. Dentro da seção 4.2 estão apresentados os resultados para o caso com interações FE, como susceptibilidade linear e não linear e calor específico magnético. Temos como destaque para interações ferromagnéticas, a comparação com o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Por fim, na 4.3 analisamos os efeitos dos RFs para interações antiferromagnéticas, materiais estes, que foram os pioneiros em apresentar este comportamento, porém agora damos maior ênfase a este estudo por acrescentarmos o uso de clusters ao sistema AF, em baixas intensidades de desordens.

4.2 EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM UM SISTEMA COM INTERAÇÕES INTRACLUSTERS FERROMAGNÉTICAS

O interesse por estudar efeitos de campos magnéticos aleatórios em sistemas com interações ferromagnéticas se intensificou após o surgimento de um debate sobre o comportamento apresentado pela susceptibilidade não linear e calor específico magnético no composto metálico $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, como já mencionado anteriormente. O comportamento para algumas quantidades no presente composto tem características diferenciadas das normalmente encontradas em sistemas VS, dificultando a compreensão da natureza específica da fase analisada, podendo apresentar VS quando x diminui. Contudo, sabe-se que o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ é ferromagnético, o que o torna ainda mais interessante, pois, pode ser um dos primeiros compostos ferromagnéticos a apresentar RFs. Diante disso, procuramos fornecer informações que podem complementar este cenário analisando os efeitos de um RF em um sistema com estrutura de rede cúbica simples composta por 8 spins, onde os spins estão separados pela mesma distância e têm interações somente entre primeiros vizinhos. Analisamos o comportamento dos parâmetros de ordem VS, χ_1 , χ_3 e C_m , considerando variações dos parâmetros Δ/J , J_1/J e T/J . Além disto, usamos em particular 1RSB e λ_{AT} para localizar a temperatura de congelamento.

Iniciamos a análise dos resultados pela Figura 4.5, em que apresentamos os parâmetros de ordem, com um passo de quebra de simetria de réplicas, em função da temperatura. Percebemos que o parâmetro q_1 originário da quebra de simetria entre as réplicas, apresenta um comportamento exatamente igual a q_0 em temperaturas acima da T_f , o qual coincide, também, com o valor de q com solução RS. Exatamente na temperatura de congelamento $q_1 \neq q_0$ ocorre uma mudança de estado de solução RS estável para uma região de solução com RSB, que corresponde com o autovalor de Almeida e Thouless ($\lambda_{AT} = 0.00$). É importante ressaltar, que em nosso caso, a região RSB é sinônimo da fase VS. É notável, que os RFs induzem os parâmetros de ordem até mesmo na região RS, como apresentado anteriormente na seção 4.1, onde tratamos de clusters com 4 sítios,

Figura 4.5 – Parâmetros de ordem com 1RSB em função da temperatura para vários valores de Δ considerando $J_1/J = 0.70$ e clusters com 8 spins, onde $q_{0_n} = q_0/n_s^2$, $q_{1_n} = q_1/n_s^2$ e $\bar{q}_n = \bar{q}/n_s^2$.

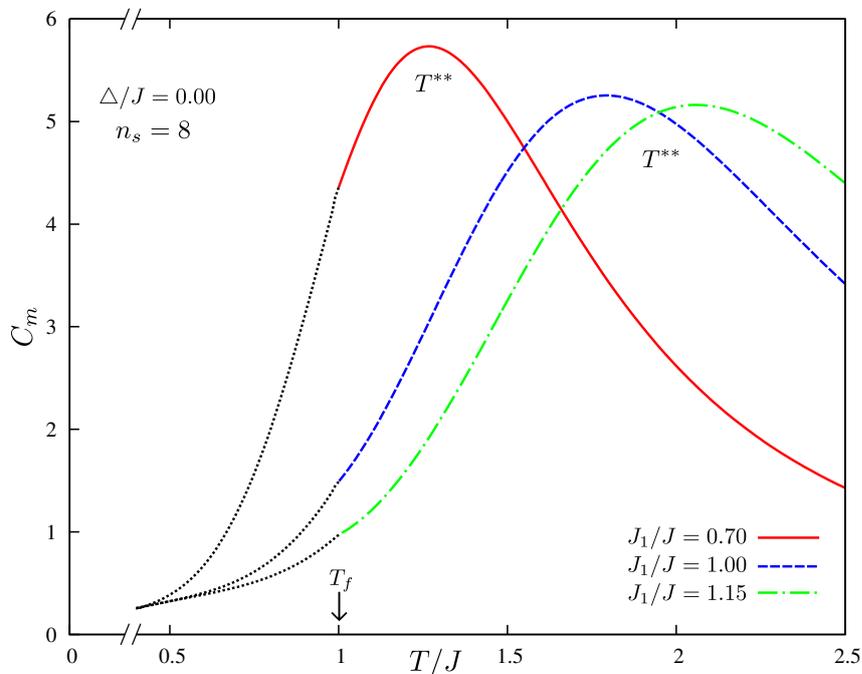


Fonte: Autor.

isso faz com que a T_f se desloque para a temperatura mais baixas. Deste modo, podemos relacionar que campos com intensidades maiores reduzem a região de solução com RS instável. Do ponto de vista do formalismo de clusters, vemos que o momento magnético do cluster se comporta de forma similar aos resultados apresentados anteriormente, apenas com a diferença de escala, onde vemos que o momento magnético total está associado diretamente ao número de spins adotado no cluster, na forma de n_s^2 , como os clusters considerados nesse momento contem 8 spins temos como valor máximo $\bar{q} = 64$. Além disso, \bar{q} é dependente da temperatura como das interações intraclusters e campos aleatórios.

Após verificarmos o comportamento dos parâmetros de ordem, podemos dar continuidade ao estudo dos efeitos dos RFs nas quantidades termodinâmicas que são de maior interesse, χ_3 e C_m . Primeiramente, analisamos a Figura 4.6 que mostra o comportamento do C_m em função da temperatura para diferentes intensidades de interações de curto alcance sem a presença de campo magnético aleatório. Fica claro que a curva de C_m apresenta um amplo máximo a uma temperatura T^{**} , que é depende de J_1/J . Iniciamos com uma configuração de $J_1/J = 0.70$ pelo motivo de termos o amplo máximo localizado, aproximadamente, a 30% acima da T_f , configurando o resultado esperado para um estado de vidro de spin canônico. Nessa conjuntura, é possível observar que o aumento de J_1

Figura 4.6 – Calor específico em função da temperatura para diferentes interações intraclusters ferromagnéticas sem a presença de campo magnético aleatório. As linhas pontilhadas, abaixo da T_f , representam resultados na região com solução de simetria de réplicas instável ($\lambda_{AT} < 0$). Os valores de C_m localizados abaixo da quebra do eixo não são significativos.

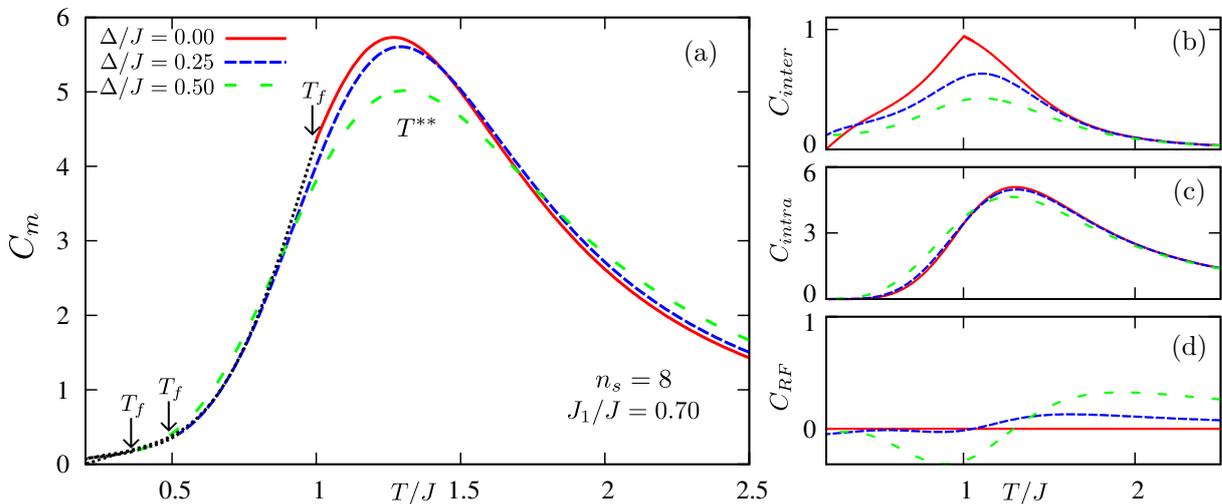


Fonte: Autor.

desloca T^{**} para temperaturas mais altas ao mesmo tempo que o máximo de C_m se torna menor. Isso significa que as interações de curto alcance intraclusters afetam o comportamento de C_m . Por outro lado, percebemos que na T_f a curva do C_m na ausência de Δ/J apresenta uma pequena marca, a qual pode ser associada as interações intercluster. Para ser mais específico, essa marca surge devido a derivada dos parâmetros de ordem pela temperatura, onde, estes parâmetros deixam de ser zero exatamente na T_f , como podemos ver na Figura 4.5 sem presença de RF. Além disso, é importante ressaltar que a T_f/J é mantida sempre na temperatura igual a 1 e T^{**} está localizada em uma região de solução com simetria de réplicas estável ($\lambda_{AT} > 0$), sendo que a linha pontilhada representa a região de solução com RS instável.

No entanto, quando temos a presença de campos magnéticos aleatórios este cenário é alterado, como mostra a Figura 4.7(a). O C_m ainda exibe um máximo em T^{**} , que é fracamente afetado pela variação de Δ . Entretanto, as T_f s diminuem com o aumento da intensidade dos RFs e, como consequência disso, a relação T^{**}/T_f aumenta para valores fora do limite considerado para VS. Podemos observar, também, as diferentes contribuições de C_m nos painéis (b-d), onde, temos em (b) as contribuições de

Figura 4.7 – (a) C_m versus T/J para diferentes valores Δ (0.00, 0.25 J e 0.50 J) com $J_1/J = 0.70$ constante para clusters de geometria cúbica simples compostos de 8 spins. Painéis (b), (c) e (d) mostram as contribuições intercluster, intracluster e os efeitos de RF explícitos para o calor específico, respectivamente.



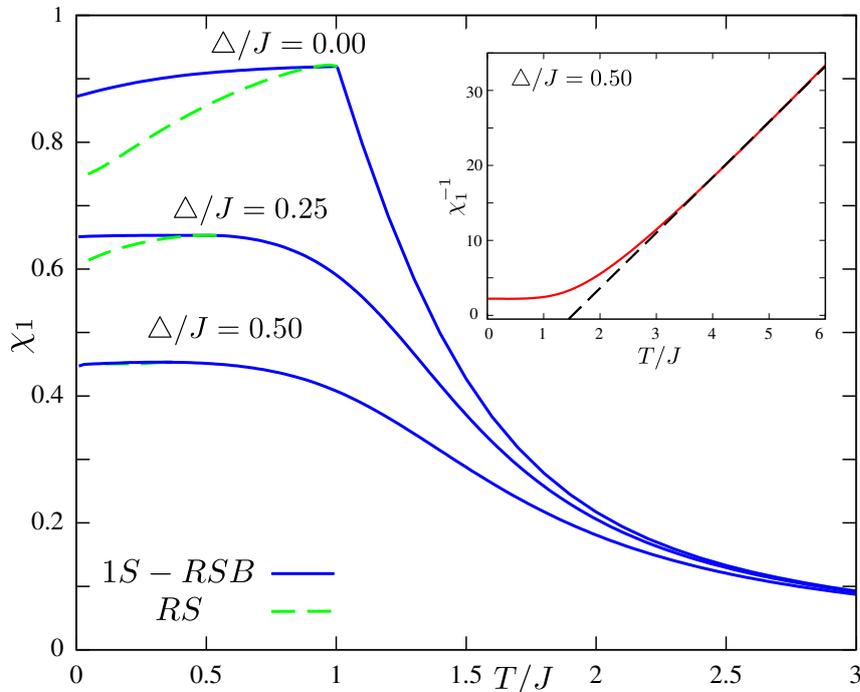
Fonte: Autor.

interação interclusters, as quais mostram que o pico na T_f desaparece com a presença de RFs. Isso, ocorre porque o RF induz os parâmetros de ordem VS em toda a faixa de temperatura, evitando a descontinuidade na derivada desses parâmetros, como mencionamos anteriormente, e com isso a curva se torna suave em T_f . Em (c) temos as interações intraclusters de curto alcance que representam a principal contribuição para o C_m , em que percebemos que essas contribuições são fracamente afetadas pelos RFs, pelo menos em intensidades baixas como abordamos, isto explica porque a posição de T^{**} é pouco afetada pelos RFs. Além disso, a contribuição explícita do RF, que está apresentada no painel (d), tem uma intensidade menor quando comparada com a intracluster.

A susceptibilidade linear é analisada na Figura 4.8. Na ausência de RF, a χ_1 apresenta uma cúspide na temperatura de congelamento, além disso a χ_1 se torna fracamente dependente da temperatura dentro da região com solução 1RSB, apontando uma divergência entre os resultados obtidos com solução de RS e 1RSB. No entanto, esta cúspide é suprimida na presença de RFs, mas a divergência entre as soluções com RS e 1RSB, ainda, é mantida, mas com uma menor dependência da temperatura na região com 1RSB. Ainda temos apresentado no detalhe da Figura 4.8 o inverso da χ_1 que segue um comportamento de Curie-Weiss em altas temperaturas ($T/J \gtrsim 3T_f/J$).

Um dos resultados mais relevantes é o comportamento da χ_3 , por ser derivada de ordens mais altas é mais sensível a transição de fase VS, a qual está exposta na Figura 4.9(a) em função da T/J para diferentes valores de Δ . O resultado para a χ_3 na ausência de RF mostra uma divergência na temperatura de congelamento (detalhe da Fig. 4.9(a))

Figura 4.8 – Susceptibilidade linear vs T/J com $J_1/J = 0.70$ e $n_s = 8$ para os valores de $\Delta/J = 0.00, 0.25$ e 0.50 . As linhas sólidas correspondem a solução 1RSB e a tracejada a solução RS. O detalhe apresenta χ_1^{-1} em função de T/J (linha cheia) quando $\Delta/J = 0.50$ e a linha tracejada representa a extrapolação linear da Lei de Curie-Weiss.

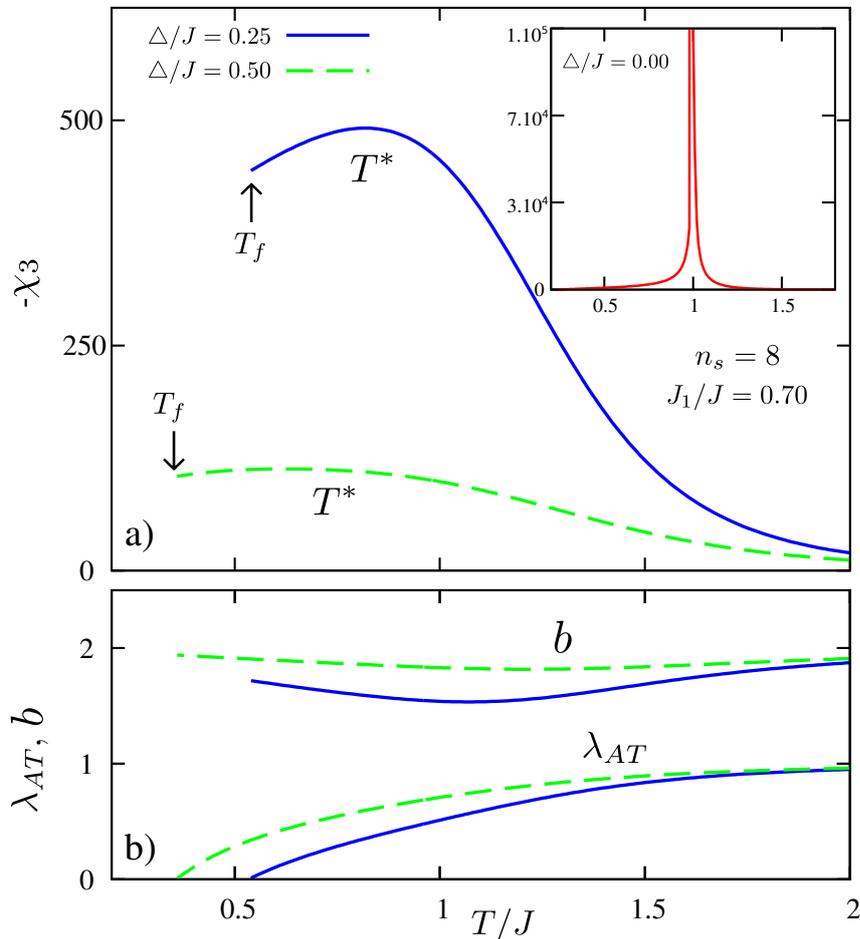


Fonte: Autor.

indicando uma transição de fase ao VS. No entanto, este pico divergente torna-se um máximo arredondado a uma temperatura T^* , quando Δ assume valores positivos. Em particular, observamos que T^* não coincide mais com a T_f , como é observado no painel (a) que compara o comportamento da χ_3 com λ_{AT} . É importante observar, que neste caso, T^* está localizado em uma faixa de temperatura onde a solução com RS é estável, ou seja, $T_f < T^*$ para um determinado Δ . Isso, significa que a temperatura indicada por T^* na presença de RF não pode ser interpretada como uma transição de fase ao VS. Este deslocamento de T^* para temperaturas superiores a T_f pode ser melhor interpretada analisando o denominador da χ_3 (ver Eq. 3.69), mostrado na Figura 4.9(b). Em contraste com o caso de $\Delta = 0$ onde $b = \lambda_{AT}$, b é sempre positivo quando $\Delta > 0$. Além disso, b apresenta um mínimo suave em torno da temperatura T^* , levando ao arredondamento da χ_3 enquanto λ_{AT} torna-se zero a uma temperatura mais baixa. Portanto, diferente do resultado para $\Delta = 0$, T^* pode identificar um *crossover* entre as fases paramagnéticas, onde este comportamento estaria associado a efeitos dos RF.

Os resultados para o comportamento da T_f , T^* e T^{**} são apresentados de forma mais clara no diagrama de fases da Figura 4.10. Primeiramente, podemos identificar que existem duas regiões distintas em relação a solução: uma com solução de simetria de ré-

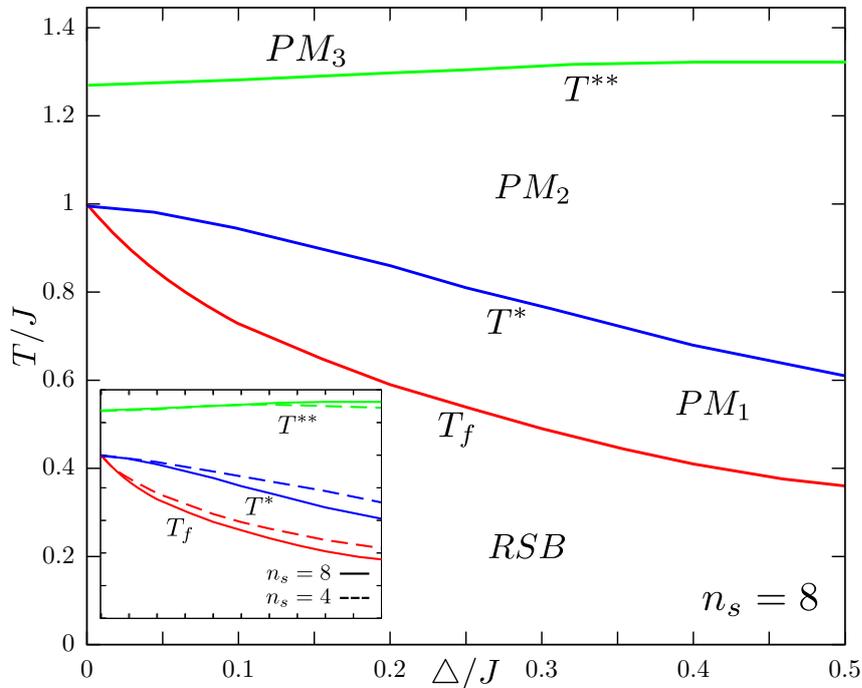
Figura 4.9 – (a) Suscetibilidade não linear em função da T/J com interação intracluster $J_1/J = 0.70$ para $\Delta/J = 0.25$ e 0.5 . As setas indicam o limite da solução estável com RS. A inserção mostra a χ_3 vs T/J para $\Delta/J = 0.00$. O painel (b) apresenta o comportamento do λ_{AT} e o denominador b da expressão de χ_3 para $\Delta > 0$.



Fonte: Autor.

plicas estável ($T > T_f$) e outra com RSB ($T < T_f$). Salientamos que T^* e T^{**} estão localizadas dentro do regime com RS estável, onde as fases paramagnéticas ocorrem com características diferentes. Para temperaturas altas $T > T^{**}$, a fase PM segue a lei de Curie-Weiss, como mencionado no detalhe da Fig.4.8 que mostra o inverso da χ_1 com a extrapolação desse comportamento pela linha pontilhada. A medida que a temperatura reduz, as interações ferromagnéticas de curto alcance se tornam mais relevantes introduzindo correlações FE locais. Essas correlações aumentam o momento magnético do cluster (\bar{q}) sem gerar uma ordem de longo alcance devido a ausência de interação intercluster FE. Embora, este mecanismo não seja capaz de trazer uma transição de fase, o C_m exibe um máximo em T^{**} , local onde as correlações FE se tornam importantes. Em outras palavras, alguns graus de liberdade internos do cluster são congelados em T^{**} , favorecendo a estabilização de pequenos clusters ferromagnéticos. Além disso, as interações interclusters

Figura 4.10 – Diagrama de Fase T/J vs Δ para $n_s = 8$ e $J_1/J = 0.70$ que mostra T_f separando a solução RSB (estado VS) das fases de RS PM. Onde mostra as temperaturas de cruzamento T^{**} e T^* delimitando os diferentes comportamentos de PM (PM_1 , PM_2 e PM_3) associados a C_m e χ_3 , respectivamente. A inserção exhibe uma comparação entre os resultados obtidos de $n_s = 4$ e $n_s = 8$, onde não são observadas alterações significativas.



Fonte: Autor.

desordenadas atuam nos momentos magnéticos do cluster que ainda estão em flutuação térmica, de fato, essas flutuações se tornam, progressivamente, mais lentas abaixo de T^* até a transição VS (RSB) em T_f . Isso significa que podemos encontrar mais dois outros tipos de fases PM, uma entre T^{**} e T^* e outra entre T^* e T_f . Contudo, ainda temos no detalhe da Fig.4.10 o comparativo do comportamento destas temperaturas entre clusters compostos por 4 e 8 spins, onde apresentam resultados similares, porém, o distanciamento de T^{**} da T_f e T^* é mais significativo para $n_s = 8$.

Ao observar as regiões de temperaturas apresentadas pela figura 4.10 podemos relacionar que o máximo de C_m , em T^{**} , e o máximo cada vez mais arredondado de χ_3 , em T^* , levam a um desdobramento da fase PM em três regiões, PM_3 definida em $T > T^{**}$, PM_2 para $T^* < T < T^{**}$ e PM_1 para $T_f < T < T^*$. Fica claro que a T_f e T^* diminuem enquanto T^{**} é fracamente afetada a medida que Δ aumenta, esse comportamento é responsável pela ampliação da região PM_2 . À princípio, observamos que o máximo do C_m indica que a interação FE intracluster começa a superar as flutuações térmicas, selecionando estados globais magnéticos do cluster que forma pequenas regiões ferromagnéticas ordenadas. Este mecanismo é comprovado ao analisarmos o comportamento da intensi-

dade do momento magnético do cluster (\bar{q}) à medida que a temperatura diminui. De fato, o crescimento de \bar{q} em direção de seu valor máximo favorece a quebra de ergodicidade na T_f , para $\Delta = 0$ (Fig.4.5). Entretanto, quando Δ aumenta, T^{**} e T_f desviam-se fortemente da relação $T^{**} \simeq 1.3T_f$. A formação de clusters FE ficam mais distantes de T_f , e em particular, o desvio mencionado é causado principalmente pelo comportamento de T_f que é muito afetada pelo RF, que não é o caso de T^{**} , pelo menos no intervalo analisado.

Contudo, a divergência da χ_3 torna-se arredondada em T^* que da início a região PM_1 , que também é muito afetada pelos RFs. Neste momento temos que salientar dois aspectos importantes, o primeiro é que o máximo arredondado de χ_3 não está mais associado com o início do estado VS, e o segundo está relacionado a quebra de ergodicidade correspondente ao início do estado com RSB na T_f , o qual é dado pela linha AT ($\lambda_{AT} = 0$) para qualquer valor de Δ . Fora isto, temos neste momento \bar{q} , que já tem seu valor máximo em T_f , muito próximo de atingir seu valor máximo em T^* . Isso, sugere que a dinâmica de spins na região PM_1 é bastante não trivial e muito provável que seja de dinâmica muito lenta. Assim, pode-se esperar que em PM_1 exista um crescimento de barreiras de energia livre antes da quebra de ergodicidade na T_f , e que T^* seria apenas uma temperatura de cruzamento entre dois tipos de dinâmica de spins.

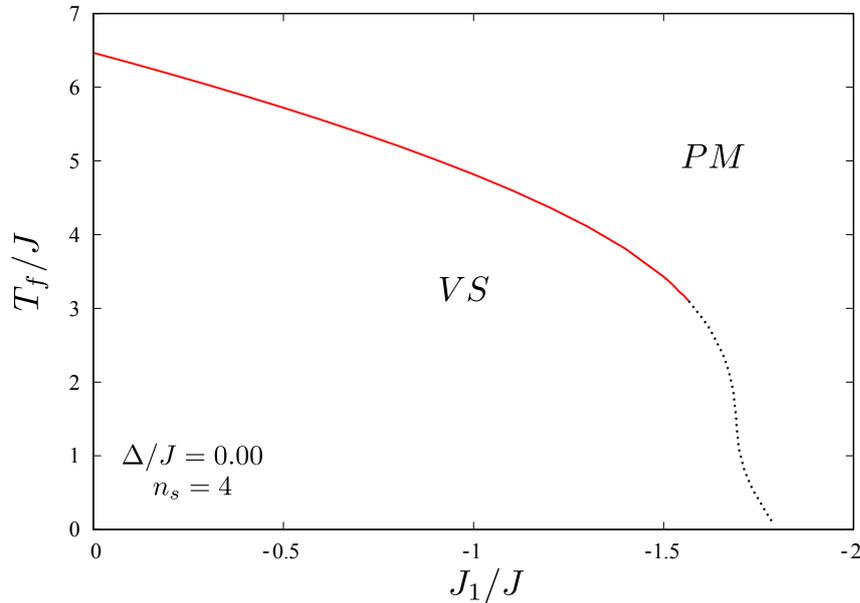
4.3 EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALEATÓRIOS EM UM SISTEMA COM INTERAÇÕES INTRACLUSTERS ANTIFERROMAGNÉTICAS

Nesta seção, investigamos os efeitos produzidos pela presença de campos magnéticos aleatórios (Δ) em sistemas desordenados com interações de curto alcance antiferromagnéticas. Para isso, consideramos clusters de spins com interações intraclusters J_1 antiferromagnéticas (AF) entre primeiros vizinhos e interações interclusters desordenadas (J). Além disto, utilizamos clusters compostos por 4 spins, distribuídos de modo a formar uma rede quadrada. Os parâmetros de ordem vidro de spin q , momento magnético médio do cluster \bar{q} , o autovalor de Almeida e Thouless λ_{AT} e a energia livre são calculados de forma análoga ao sistema com interações ferromagnéticas apresentado na seção anterior.

4.3.1 Sistemas antiferromagnéticos desordenados sem presença de campos aleatórios

Iniciamos a nossa discussão analisando o comportamento da temperatura crítica T_f em função da intensidade das interações intracuster AF para o caso sem campos aleatórios, como mostrado na Figura 4.11. Nesse diagrama de fases, temos a fase paramagnética em temperaturas elevadas, que sofre uma transição de segunda ordem à fase VS com a

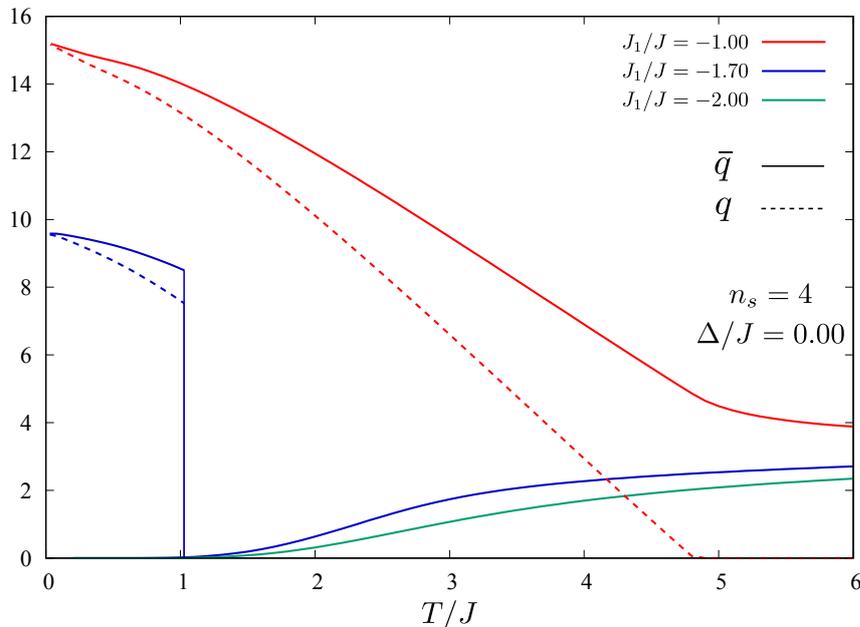
Figura 4.11 – Diagrama de fase da temperatura de transição em função da intensidade de interação intracluster antiferromagnética sem a presença de campos magnéticos aleatórios para clusters compostos por 4 spins. A linha sólida representa uma transição de segunda ordem enquanto que a linha pontilhada representa uma transição de primeira ordem.



Fonte: Autor.

redução da temperatura em baixas intensidades de $|J_1|/J$. Por outro lado, quando a interação intracluster assume valores mais elevados, a temperatura em que ocorre a transição de fase PM/VS diminui gradualmente até um ponto onde a transição se torna de primeira ordem, indicando um ponto tricrítico. Além disso, ainda, é possível observar que a transição de primeira ordem VS/PM decresce rapidamente com o aumento de $|J_1|/J$. Ou seja, em valores suficientemente elevados de $|J_1|/J$ temos apenas a presença da fase paramagnética. Através disso, é possível perceber que a presença de interações de curto alcance antiferromagnéticas em um sistema desordenado com clusters sem a presença de campos magnéticos pode diminuir a temperatura de transição, introduzindo uma transição VS/PM de primeira ordem. Em particular, esse diagrama de fases concorda, qualitativamente, com os obtidos na referência Silva et al. (2012), que estuda o modelo vidro de spin com clusters AF no contexto das transições inversas. Ainda, esse resultado permite classificar três regiões distintas no que se refere a desordem nas interações interclusters: uma região de desordem forte ($|J_1| \leq J$), onde ocorre a fase VS em baixas temperaturas; uma região de desordem intermediária, em que as correlações AF se tornam mais relevantes introduzindo uma transição de primeira ordem PM/VS; e, finalmente, uma região de desordem fraca ($|J_1| \gg J$), onde não há fase VS e o sistema apresenta clusters antiferro-

Figura 4.12 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da temperatura para cluster compostos por 4 spins, sem a presença de campo magnético aleatório para os valores e $J_1/J = -1.00$, $J_1/J = -1.70$ e $J_1/J = -2.00$. As linhas sólidas representam \bar{q} e as pontilhadas q . Em $J_1/J = -2.00$ o q é sempre nulo.



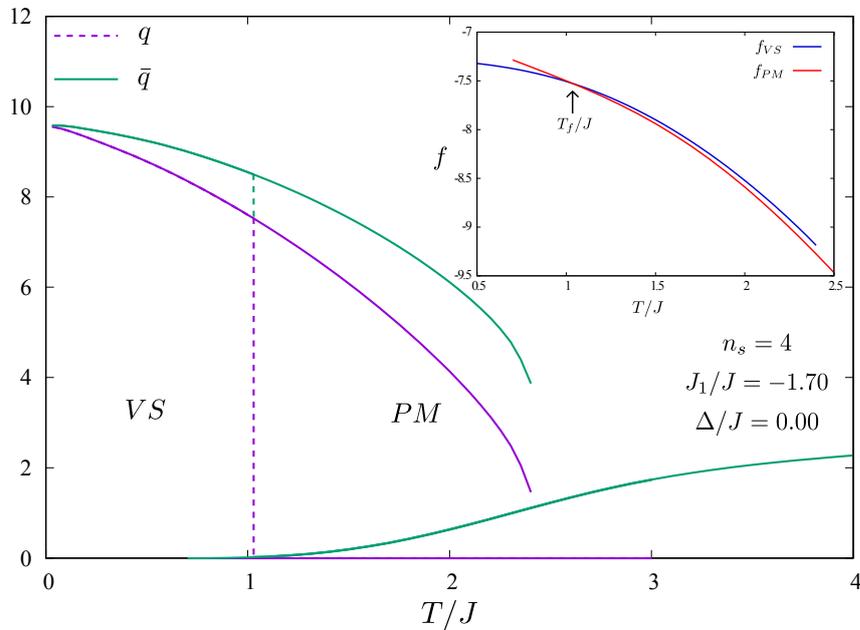
Fonte: Autor.

magnéticos sem acoplamento entre clusters ¹. Vale destacar que a discussão no contexto das transições inversas considera a variação na intensidade de desordem e que os clusters podem introduzir um degenerescência relativa, dada pela razão entre ao número de clusters totalmente compensados por clusters não compensados antiferromagneticamente, que é importante no surgimento da reentrância entre VS e PM (SCHMIDT; MORAIS; ZIMMER, 2016; SILVA et al., 2012). Nesse caso, a referência Schmidt, Morais e Zimmer (2016) propõe um comparativo entre os resultados do modelo desordenado com clusters AF e os obtidos em modelos desordenados de spin 1 (sem cluster) com campo de cristal e uma degenerescência relativa introduzida entre os estados de spin 0 e ± 1 (SCHUPPER; SHNERB, 2004; SCHUPPER; SHNERB, 2005).

Para clarificar a discussão do diagrama de fases acima, analisamos o comportamento dos parâmetros de ordem que estão exibidos nas Figuras 4.12, 4.13 e 4.14. Na Figura 4.12 temos expostos os parâmetros de ordem em função da temperatura, sem campo aleatório, para três valores de J_1/J (-1.00, -1.70 e -2.00), que representam cortes nas regiões de desordem forte, intermediária e fraca, respectivamente. Para o caso de $J_1/J = -1.00$, o parâmetro de ordem vidro de spin q , representado pela linha pontilhada,

¹É interessante ressaltar que aqui os termos desordem fraca, intermediária e forte se referem apenas a desordem nas interações, não levando em consideração a desordem introduzida pelos campos aleatórios.

Figura 4.13 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da temperatura para as regiões de solução vidro de spin e paramagnética, sem a presença de campo magnético aleatório e interação intracluster de $J_1/J = -1.70$. O detalhe exibe o comportamento das energias livre para as mesmas regiões.

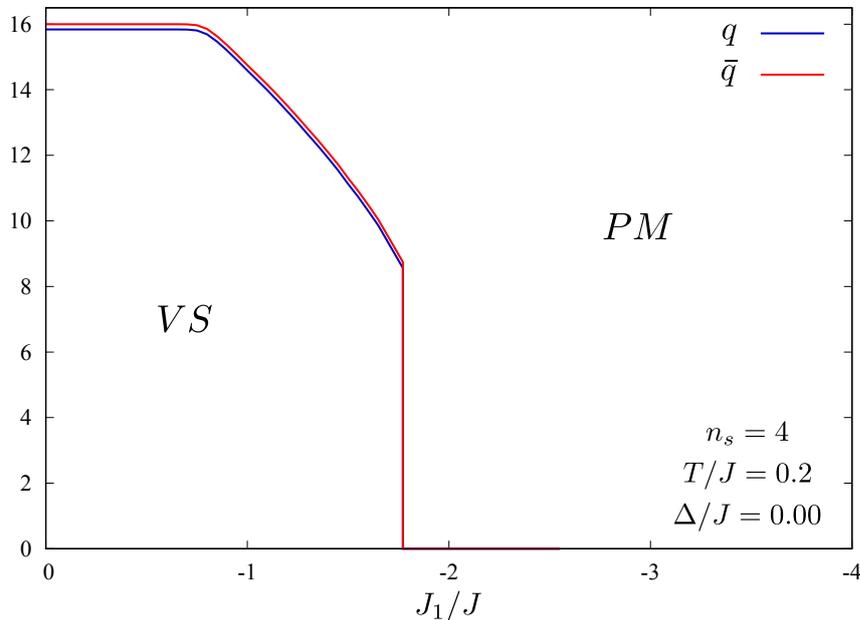


Fonte: Autor.

assinala uma transição PM/VS de segunda ordem, como mostrado no diagrama da Figura 4.11. É importante destacar que na região VS ($q > 0$) a solução com simetria de réplicas é instável ($\lambda_{AT} < 0$). Logo, o parâmetro de ordem associado ao momento magnético médio do cluster que corresponde ao momento total dos clusters \bar{q} , representado pela linha sólida, mostra uma dependência com a temperatura, aumentando sua intensidade quando a temperatura diminui. Já o caso com desordem fraca, $J_1/J = -2.00$, mostra um comportamento interessante. O parâmetro de ordem q é nulo em toda a extensão de temperatura analisada, reforçando a ausência da fase VS para esta configuração de J_1/J , e \bar{q} decresce monotonicamente para zero quando a temperatura diminui. Isso, significa que o acoplamento intracluster favorece energeticamente clusters completamente antiferromagnéticos, com momentos magnéticos totalmente compensados. Em outras palavras, nessa região de baixas desordens ($J_1/J \leq -2.00$), os clusters apresentam momento magnético médio tendendo a zero ($T/J \rightarrow 0$), impedindo o ordenamento desordenado entre clusters, uma vez que a interação entre clusters se dá via momento magnético total do cluster. Esse seria o motivo para não haver fase VS mesmo em temperaturas extremamente baixas quando a desordem é pequena.

Em desordens intermediárias (ver Figura 4.12 para $J_1/J = -1.70$), ocorre uma

Figura 4.14 – Comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin q e momento magnético médio do cluster \bar{q} em função da intensidade da interação intracluster J_1/J para a temperatura $T = 0.2$ sem a presença de campo magnético aleatório.



Fonte: Autor.

transição descontínua nos parâmetros q e \bar{q} , onde aparece uma transição de primeira ordem. Podemos observar que tanto q quanto \bar{q} apresentam um salto descontínuo, em particular o \bar{q} passa a assumir valores elevados na solução VS. Isso, reforça a interpretação acima, em que o momento magnético médio dos clusters deve ter um valor finito para ocorrer a interação entre clusters que leva ao estado VS. Além disso, existe uma região onde a solução VS, aqui representado por $q > 0$, coexiste com a solução PM ($q = 0$), como podemos ver na Figura 4.13 que analisa em detalhes o caso com $J_1/J = -1.70$. Nessa figura, vemos que a solução VS se estende até $T/J \approx 2.20$, porém a localização da temperatura de congelamento T_f (linha vertical tracejada) é obtida comparando as energias livres das soluções VS e PM, onde a solução de q e \bar{q} logo acima de T_f que segue continuamente a solução de baixa temperatura representa uma spinodal, caracterizando uma solução VS porém com energia livre maior do que a solução estável (PM). A solução termodinamicamente estável é aquela com a menor energia livre e, então, a T_f/J é localizada quando há o cruzamentos das duas energias livres: VS e PM (ver inserte da Figura 4.13). É importante destacar que a solução VS ainda tem $\lambda_{AT} < 0$, enquanto que a solução PM é sempre com simetria de réplicas estável ($\lambda_{AT} > 0$).

A Figura 4.14 que mostra o comportamento dos parâmetros de ordem vidro de spin e do momento magnético médio do cluster para uma temperatura baixa fixa de $T/J = 0.2$ quando a interação AF $|J_1|/J$ aumenta, sem a presença de campos aleatórios. Percebe-se,

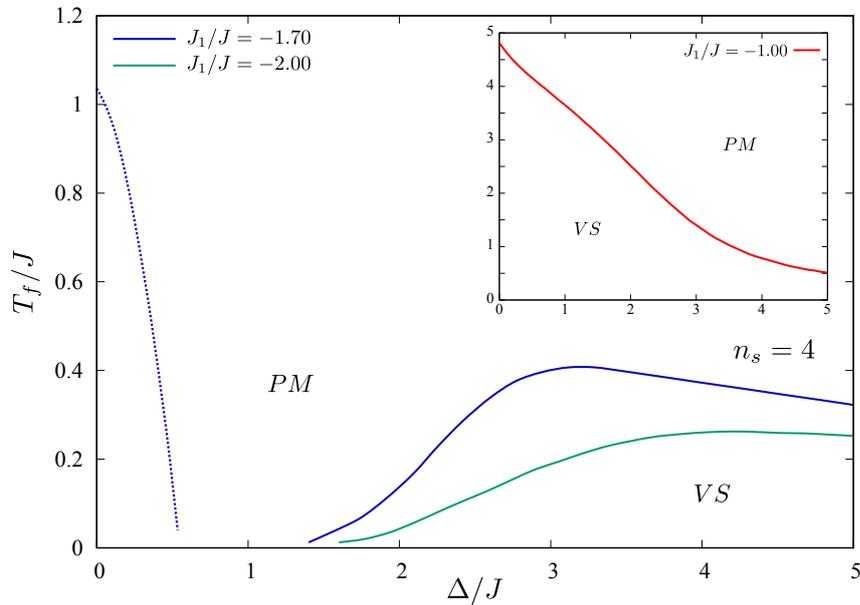
inicialmente, que em baixas intensidades de $|J_1|/J$, \bar{q} assume seu valor máximo ($n_s^2 = 16$), enquanto q está muito próximo de atingir seu máximo. Com o acréscimo de $|J_1|/J$, os parâmetros de ordem apresentam um decaimento até determinado valor onde têm uma queda acentuada a zero, em uma transição de fase de primeira ordem. Para valores altos de $|J_1|/J$, ($J_1/J \leq -1.77$), ambos os parâmetros de ordem assumem valor zero. Esse mecanismo pode estar associado a discussão mencionada no parágrafo anterior, em intensidades de $|J_1|/J$ fracas, a desordem nas interações é alta, levando o sistema ao estado VS. Embora na região de interações intracluster intermediárias exista um decaimento no comportamento dos parâmetros de ordem, ainda existe a presença de desordem de maneira mais fraca, o que faz com que o sistema permaneça no estado VS. Quando a interação $|J_1|/J$ é alta, os clusters são, completamente, antiferromagnéticos, fato que contribui para o desaparecimento da fase VS, de acordo com o que exhibe a Figura 4.11.

4.3.2 Sistemas antiferromagnéticos desordenados na presença de campos aleatórios

Quando consideramos campos magnéticos aleatórios o cenário discutido na seção 4.3.1 apresenta mudanças significativas, como podemos observar na Figura 4.15, que exhibe o comportamento da temperatura de congelamento em função do campo magnético aleatório para alguns valores de J_1/J .

Previamente, adotamos $J_1/J = -1.00$ que está localizado em uma região onde a transição PM/VS é de segunda ordem quando $\Delta/J = 0,0$ (ver Figura 4.11) e estamos em um regime de desordem forte. Esse caso é exibido no detalhe da Figura 4.15. Podemos observar que a T_f para esta configuração de J_1/J decresce gradativamente com o acréscimo de Δ/J . Esse comportamento de $T_f(\Delta)/J$ segue qualitativamente semelhante ao observado no caso FE discutido na seção 4.2. Porém, quando assumimos os valores de $J_1/J = -1.70$ e $J_1/J = -2.00$, os quais estão localizados em uma região de transição VS/PM de primeira ordem (desordem "intermediária") e somente de fase PM (desordem baixa) com $\Delta/J = 0,00$, respectivamente, o sistema muda, totalmente, o seu comportamento na presença de RF (ver Figura 4.15). Por exemplo, para $J_1/J = -1.70$, a transição PM/VS de primeira ordem decresce rapidamente para zero com um pequeno aumento em Δ/J , onde somente a fase PM pode ser observada em toda e extensão de temperatura. Entretanto, se Δ/J segue aumentando, o estado VS reaparece em uma transição PM/VS de segunda ordem, em que T_f/J inicialmente aumenta com Δ/J , para posteriormente decrescer novamente. Esse comportamento interessante de T_f , também, é observado na região de desordem baixa ($J_1/J = -2.00$), onde não observamos a fase VS em valores pequenos de Δ/J . Por outro lado, com o aumento da intensidade do campo magnético aleatório surge uma região vidro de spin induzida pelo campo aleatório. Nessa região, a

Figura 4.15 – Diagrama de fases da temperatura em função do campo magnético aleatório para clusters compostos por 4 spins para os valores de $J_1/J = -1.00$, $J_1/J = -1.70$ e $J_1/J = -2.00$. As linhas sólidas representam transições de segunda ordem enquanto que a linha pontilhada representa uma transição de primeira ordem.

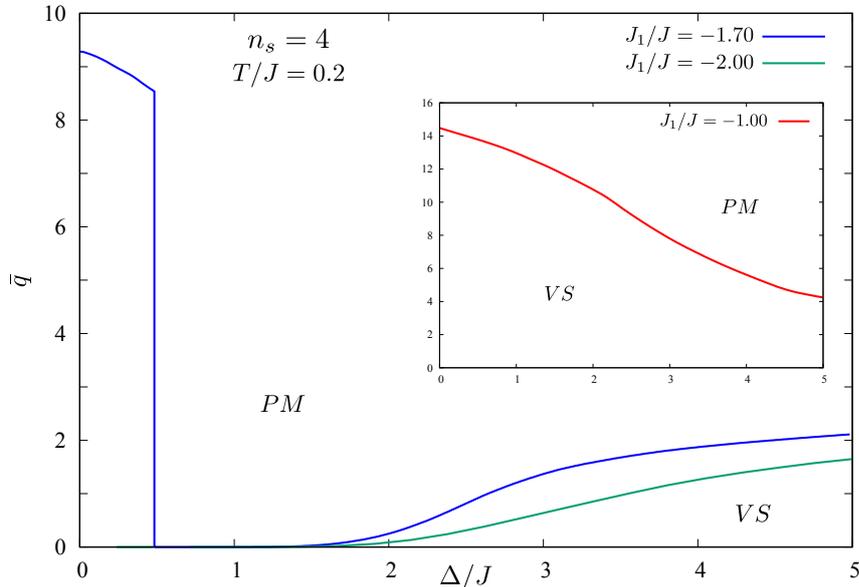


Fonte: Autor.

transição PM/VS de segunda ordem, que aparece somente para valores finitos de Δ/J , onde a temperatura aumenta a medida que Δ/J assume valores mais elevados até T_f/J atingir um valor máximo, a partir do qual ele decresce com o aumento do Δ/J , como o esperado para sistemas canônicos de VS. Em outras palavras, numa região com clusters antiferromagnéticos e baixa desordem, o campo aleatório ajuda a introduzir um estado VS que é dito induzido por campos aleatórios.

Para compreender esse comportamento não trivial de T_f/J na presença de RF, vamos analisar o momento magnético médio dos clusters. A Figura 4.16 mostra \bar{q} em função de Δ/J em temperatura baixa para as três regiões de desordem analisadas na Figura 4.15. Por exemplo, para $J_1/J = -1.00$ e $T/J = 0.20$, o \bar{q} decresce, monotonicamente, em direção a $n_s = 4$ (ver detalhe da Figura 4.16). Entretanto, para $J_1/J = -1.70$ o \bar{q} apresenta um comportamento bem diferente do discutido acima. Inicialmente, \bar{q} tem valores elevados para Δ/J pequeno, porém, com o aumento de Δ o momento magnético do cluster reduz bruscamente a zero, o que explica a existência da fase PM em campos baixos na Fig. 4.15. Quando a intensidade de Δ/J aumenta ainda mais ($\Delta/J > 2$), o \bar{q} passa a crescer assumindo valores significativos, tendendo a 4 em valores extremamente grandes de Δ/J . Esse crescimento de \bar{q} com Δ pode estar relacionado ao surgimento da fase VS induzida como discutido anteriormente. Para o caso de desordem baixa, o \bar{q} é praticamente nulo em $\Delta/J = 0.00$, crescendo quando o campo aleatório fica mais intenso

Figura 4.16 – Momento magnético médio do cluster em função do campo magnético aleatório para $T/J = 0.2$ com os seguintes valores $-J_1/J = 1.00$ (inserção), 1.70 e 2.00 para clusters compostos por 4 spins.



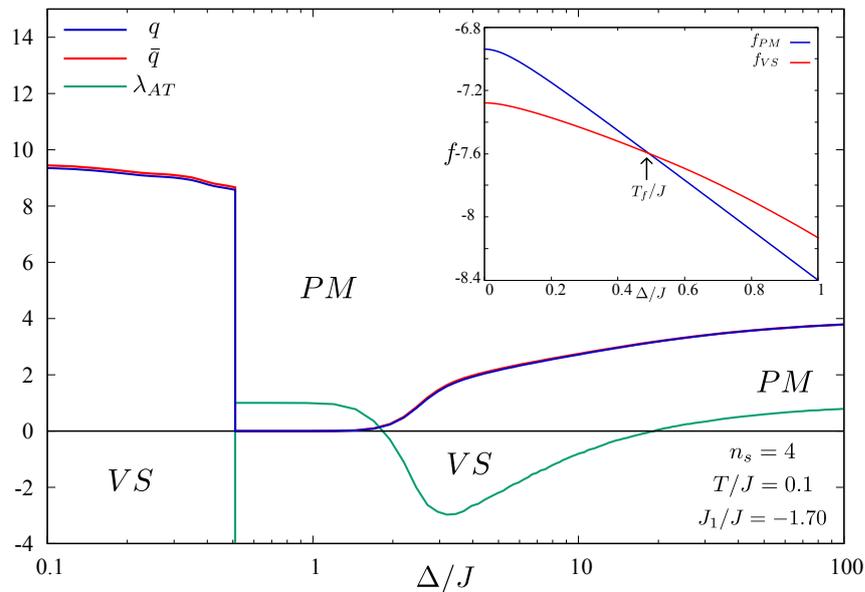
Fonte: Autor.

(ver Figura 4.16 para $J_1/J = -2.00$).

Uma análise mais detalhada da dependência dos parâmetros de ordem e λ_{AT} com a intensidade do RF pode ser realizada com base na Figura 4.17 para $J_1/J = -1.70$ e $T/J = 0.1$. Com o aumento do Δ/J em baixas intensidades, a fase VS ($\lambda_{AT} < 0$) sofre uma transição descontínua de primeira ordem ao estado PM ($\lambda_{AT} < 0$). No detalhe da Figura 4.17 é mostrado o cruzamento das energias livres das soluções VS e PM, de onde é obtida a T_f . Esse PM é caracterizado por clusters com spins compensados, em que \bar{q} é muito próximo de zero, não permitindo a interação desordenada entre clusters. Quando Δ/J segue aumentando, q e \bar{q} são induzidos possibilitando, novamente, uma interação entre clusters. Essa interação leva ao VS induzido por RF quando o autovalor λ_{AT} fica negativo. A sugestão é que o RF compete com as interações AF intraclusters, favorecendo energeticamente estados com momento magnético de cluster não nulos. Todavia, para valores mais elevados de Δ/J , a desordem introduzida pelo campo aleatório fica mais intensa e impede o congelamento dos clusters, a fase VS. Ou seja, para RF mais intensos o λ_{AT} fica novamente positivo e encontramos uma fase PM. Dessa vez, a fase PM é caracterizada por clusters com momentos magnéticos médio diferentes de zero e $q > 0$, contudo com a solução de simetria de réplicas estável ($\lambda_{AT} > 0$).

Em resumo, existe uma complicada competição entre as interações AF intracluster, o campo aleatório e as interações desordenadas entre clusters. Para desordens mais fortes, a fase VS é encontrada, com o RF sempre levando a T_f para temperaturas mais baixas.

Figura 4.17 – Dependência de q , \bar{q} e λ_{AT} com o campo magnético aleatório para $T/J = 0.10$, $J_1/J = -1.70$ e clusters compostos por 4 spins. No eixo horizontal é usada uma escala logarítmica. Para expor mais detalhes nas curvas apresentadas, o eixo vertical foi limitado a -4, embora o autovalor $\lambda_{AT} \rightarrow -23$ quando $\Delta/J \rightarrow 0$. O detalhe mostra o comportamento das energias livres das fases VS e PM na região transição de primeira ordem.



Fonte: Autor.

Quando as interações AF intraclusters são intensas (regimes de desordens intermediária e fraca), um estado PM com clusters AF e sem interação entre clusters pode ocorrer. Nesse caso, o RF induz um momento magnético nos clusters e pode levar a um estado VS induzido por RF. Logo, quando o RF fica muito intenso ele domina e impede qualquer ordenamento.

5 CONCLUSÕES

Analisamos os principais efeitos proporcionados por um campo aleatório nos parâmetros de ordem associados à fase vidro de spin entre outras quantidades termodinâmicas de interesse. Para isso, adotamos um modelo de vidro de spin de Ising formulado em termos de clusters de spins com a presença de campos magnéticos aleatórios. A formulação com clusters resulta em dois problemas acoplados: intercluster, resolvido analiticamente por aproximação de campo médio e intracluster, tratada com interação de curto alcance correspondente à estrutura magnética interna do cluster, resolvida, também, exatamente através de diagonalização (enumeração) exata. Em relação a interação intracluster, usamos de dois sistemas de interações de curto alcance, ferromagnético e antiferromagnético. Quanto as distribuições de campos aleatórios, comparamos os resultados produzidos por duas distribuições, bimodal e gaussiana, onde ficou clara que ambas as distribuições fornecem resultados satisfatórios para o estudo de sistemas desordenados. Porém, a distribuição gaussiana se mostrou mais estável e precisa nestes sistemas, a qual adotamos para reproduzir os demais resultados.

Para o sistema com interações de curto alcance ferromagnéticas, usamos clusters compostos por 4 e 8 spins, onde percebemos uma melhora considerável na descrição das quantidades termodinâmicas, como χ_3 e C_m , quando comparada a modelos que usam de spins individuais (sem clusters). A presença de campos aleatórios favoreceu o surgimento de vários efeitos interessantes, que apresentamos através de diagramas de fases. Podemos observar que a presença de RFs induz o parâmetro de ordem associado à fase vidro de spin por toda a extensão de temperatura analisada, o qual não identifica mais uma transição de fase VS quando adotada a solução com simetria de réplicas. O autovalor de Almeida e Thouless se mostra muito eficiente para localizar a temperatura de congelamento, pois, através dele é possível identificar a transição VS ($\lambda_{AT} = 0$) para qualquer que seja a intensidade de Δ . Além disso, percebemos que a susceptibilidade linear apresenta uma cúspide na temperatura de congelamento, apontando uma divergência entre os resultados obtidos com solução RS e 1RSB para temperaturas abaixo da T_f . No entanto, a cúspide é suprimida na presença de RFs, mas a divergência entre as soluções RS e 1RSB ainda é mantida, mas se tornam menos significativas com o aumento de Δ . Ainda percebemos que o inverso de χ_1 segue um comportamento de Curie-Weiss em altas temperaturas.

Neste sistema temos como motivador o composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$, o qual apresentava algumas controvérsias envolvendo a χ_3 e C_m na presença de um campo transversal. Como assumimos, inicialmente, que o campo transversal induz um campo aleatório, fornecemos uma descrição unificada do C_m e χ_3 na presença de RFs. Observamos que os nossos resultados reproduzem qualitativamente não apenas a substituição da divergência em χ_3 por máximos arredondados em T^* mas, também, o decréscimo de T^* com o acréscimo de

Δ , comportamento que é observado para pequenas concentrações de hólmio no composto $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. Além disso, a temperatura T^* associada aos máximos da χ_3 não condiz com a determinada pela linha de Almeida e Thouless, deste modo, T^* não pode ser associada a transição de fase VS e, sim, apenas a efeitos de RFs. Ainda, percebemos no C_m a presença de um máximo amplo situado em T^{**} , como usualmente é observado em sistemas VS. No entanto, T^{**} mostra-se fracamente afetada pelos efeitos do RF. Por outro lado, a T_f é muito afetada por estes efeitos, o que leva a um desvio crescente de T^{**} em relação a T_f e T^* a medida que Δ é aumentado. De fato, este desvio da relação convencional foi observado para concentrações de $x = 0.18$, $x = 0.045$ e $x = 0.008$ na ausência de H_t , onde, este desvio pode sinalizar a interação entre o RF induzido e H_t com pequenos clusters de spins ferromagnéticos. Nossos resultados, mostram que os pequenos clusters de spins com acoplamentos FE desempenham um papel importante em determinar o máximo arredondado na χ_3 e a instabilidade da solução com simetria de réplicas (RSB), o que nos leva a um desdobramento da fase PM em 3 regiões de dinâmicas de spins distintas. Uma região denominada PM_2 , sendo dominada por correlações de curto alcance favorecendo a formação destes pequenos clusters. A região PM_3 é uma região paramagnética convencional de altas temperaturas e PM_1 atua como precursora do estado RSB que aparece em temperaturas mais baixas. Neste sentido, produzimos resultados que podem ter relevância para o estudo do composto ferromagnético $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ quando um campo transversal fraco é aplicado, assumindo que o RF é induzido pelo H_t .

Para o sistema com interações antiferromagnéticas, usamos de clusters compostos por 4 spins com interações de curto alcance antiferromagnéticas e interação desordenada entre clusters. Neste sistema percebemos que, inicialmente, sem a presença de campos magnéticos aleatórios, há existência de um estado vidro de spin, identificado pela transição de fase de segunda ordem, para fracas intensidades de $|J_1|/J$. A medida que as interações intracusters ganham intensidade a temperatura da transição de segunda ordem reduz até determinado ponto onde passa a ser uma transição de primeira ordem. A transição de primeira ordem, também, apresenta uma redução de temperatura com o acréscimo de $|J_1|/J$, mas de forma mais acentuada. Por outro lado, em intensidades elevadas de $|J_1|/J$, os clusters se tornam totalmente antiferromagnéticos e seus momentos magnéticos médios têm valores muito próximo a zero, não existindo mais a fase VS. Neste sentido, foi possível perceber que a presença de interações de curto alcance AF em sistemas desordenados com clusters leva a diminuição da temperatura de transição de segunda ordem e introduz uma transição VS/PM de primeira ordem. Além disso, é possível identificar três regiões de desordem, uma região de desordem forte, onde ocorre a transição VS de baixas temperaturas, uma região intermediária, introduzindo uma transição de primeira ordem e por fim, uma região de desordem fraca, onde prevalece somente clusters antiferromagnéticos sem acoplamento entre clusters, favorecendo o estado paramagnético.

Quando consideramos campos magnéticos aleatórios no sistema com interações

intracluster antiferromagnéticas percebemos uma mudança revelante. Inicialmente, ao assumirmos J_1/J localizado em uma região de desordem forte, temos que a T_f decresce gradativamente com o acréscimo de Δ/J , comportamento este muito semelhante ao encontrado no sistema com interações ferromagnéticas. Porém, quando consideramos J_1/J situado em uma região de desordem intermediária, temos a presença de efeitos mais interessantes. A transição de primeira ordem decresce rapidamente a zero com um breve crescimento de Δ/J , permanecendo o estado PM. Entretanto, ao continuar o aumento a intensidade de Δ/J temos o retorno do estado VS através de uma transição de segunda ordem. Este comportamento interessante, também, é observado para J_1/J localizado em um região de desordem fraca, onde inicialmente, com Δ/J baixos, não é observado o estado VS, com o acréscimo de Δ/J a fase VS aparece induzida pelo campo aleatório. Desse modo, sistemas desordenados na presença de clusters com interações de curto alcance AF associado a baixas desordens podem apresentar um estado VS induzido por RFs.

Este comportamento interessante da T_f na presença de campos magnéticos aleatórios pode estar associado ao desempenho do momento magnético médio do cluster. Quando Δ/J é baixo, \bar{q} tem valores elevados, porém, com o acréscimo do campo aleatório o momento magnético médio do cluster sofre uma transição descontínua de primeira ordem. Este comportamento de \bar{q} pode evidenciar a existência de clusters compensados com o momento magnético médio muito próximo a zero, ou seja, não existe interação entre clusters, o que explica a fase PM em baixas intensidades de Δ/J . Quando Δ/J aumenta ainda mais, Δ/J passa a assumir valores significativos indicando o retorno da interação entre clusters, as quais podem estar diretamente relacionadas ao surgimento do estado VS induzido por RF. Neste momento, o campo magnético aleatório compete com as interações AF favorecendo energeticamente estados com momentos não nulos, onde o autovalor de Almeida e Thouless têm valores negativos ($\lambda_{AT} < 0$) comprovando a existência da fase VS induzida. Dessa forma, em Δ/J altos, a desordem provocada pelo campo aleatório é tão grande que impede o congelamento dos clusters e o λ_{AT} volta a ser positivo, indicando um estado PM, entretanto desta vez com momentos magnéticos diferentes de zero, ou seja, solução de simetria de replicas estável.

Para finalizar, o presente trabalho mostra a importância em considerar modelos que incluam interações de curto alcance em sistemas desordenados, assim como os efeitos causados por campos aleatórios. Em particular, os campos aleatórios trazem novas e interessantes perspectivas tanto para sistemas desordenados ferromagnéticos quanto antiferromagnéticos. Por exemplo, o desvio nas relações termodinâmicas convencionais para sistemas com VS e ferromagnetismo e o estado VS induzido por campos magnéticos em sistemas AF de baixa desordem. É salutar destacar que nessa tese são adotados modelos com spins de Ising, sem uma dinâmica quântica. Em um trabalho futuro, seria interessante considerar a presença de campo magnético transversal para o estudo do VS quântico no caso de clusters ferromagnéticos em presença de campos aleatórios. Além disso, seria

interessante estudar os efeitos do campo magnético aleatório quando aplicado nos clusters ao invés de spins individuais. Outra perspectiva futura é considerar, no caso de clusters AF, a presença simultânea de campos uniforme e aleatórios. Além disso, o estudo da fase induzida por campo aleatório em sistemas desordenados com interações antiferromagnéticas entre clusters, para gerar, também, uma ordem AF de longo alcance sendo, assim, um problema relevante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHARONY, A.; Brooks Harris, A.; MEIR, Y. Dilute random-field Ising models and uniform-field antiferromagnets. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 32, p. 3203–3213, Sep 1985. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.32.3203>>.

ALMEIDA, J. R. L. de; THOULESS, D. J. Stability of the Sherrington-Kirkpatrick solution of a spin glass model. **Journal of Physics A: Mathematical and General**, v. 11, n. 5, p. 983, 1978. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0305-4470/11/i=5/a=028>>.

ANCONA-TORRES, C. et al. Quantum and Classical Glass Transitions in $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 101, p. 057201, Jul 2008. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.057201>>.

ANDERSON, P. w.; HALPERIN, B. I.; VARMA, c. M. Anomalous low-temperature thermal properties of glasses and spin glasses. **The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics**, Taylor & Francis, v. 25, n. 1, p. 1–9, 1972. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/14786437208229210>>.

ANDRESEN, J. C. et al. Existence of a Thermodynamic Spin-Glass Phase in the Zero-Concentration Limit of Anisotropic Dipolar Systems. **Phys. Rev. X**, American Physical Society, v. 4, p. 041016, Oct 2014. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.4.041016>>.

BELANGER, D.; YOUNG, A. The random field Ising model. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 100, n. 1, p. 272–291, 1991. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030488539190825U>>.

BELANGER, D. P. Randomfield experiments in dilute antiferromagnets. **Phase Transitions**, Taylor & Francis, v. 11, n. 1-4, p. 53–89, 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01411598808245481>>.

BERTRAND, D. et al. Phase diagram and high-temperature behaviour in dilute system $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{Cl}_2$. **Journal of Physics C: Solid State Physics**, v. 17, n. 10, p. 1725, 1984. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0022-3719/17/i=10/a=016>>.

BHARGAVA, S. C. et al. Spin-glass ordering in a spinel ferrite, $\text{Mg}(\text{Al}, \text{Fe})_2\text{O}_4$. **Journal of Physics: Condensed Matter**, v. 12, n. 46, p. 9667, 2000. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0953-8984/12/i=46/a=314>>.

BILTMO, A.; HENELIUS, P. Low-temperature properties of the dilute dipolar magnet $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 78, p. 054437, Aug 2008. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.78.054437>>.

BINDER, K.; YOUNG, A. P. Spin glasses: Experimental facts, theoretical concepts, and open questions. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 58, p. 801–976, Oct 1986. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.58.801>>.

BRYNGELSON, J. D. An introduction to the theory of spin glasses and neural networks. **Journal of Statistical Physics**, v. 85, n. 3, p. 519–520, 1996. ISSN 1572-9613. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF02174219>>.

CANNELLA, V.; MYDOSHI, J. A. Magnetic Ordering in Gold-Iron Alloys. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 6, p. 4220–4237, Dec 1972. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.6.4220>>.

CARDY, J. L. Random-field effects in site-disordered Ising antiferromagnets. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 29, p. 505–507, Jan 1984. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.29.505>>.

CHAKRABARTY, T.; MAHAJAN, A. V.; KUNDU, S. Cluster spin glass behavior in geometrically frustrated $\text{Zn}_3\text{V}_3\text{O}_8$. **Journal of Physics: Condensed Matter**, v. 26, n. 40, p. 405601, 2014. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0953-8984/26/i=40/a=405601>>.

CHAMBERLIN, R. V. et al. $H - T$ phase diagram for spin-glasses: An experimental study of Ag:Mn. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 25, p. 6720–6729, Jun 1982. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.25.6720>>.

CHEN, P. et al. Frustration and Glasslike Character in $\text{RIn}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$ ($\text{R} = \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Gd}$). **Inorganic Chemistry**, v. 57, n. 20, p. 12501–12508, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/acs.inorgchem.8b01467>>.

CUEVAS, G. D. I.; CUBITT, T. S. Simple universal models capture all classical spin physics. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 351, n. 6278, p. 1180–1183, 2016. ISSN 0036-8075. Disponível em: <<http://science.sciencemag.org/content/351/6278/1180>>.

EDWARDS, S. F.; ANDERSON, P. W. Theory of Spin Glasses. **Journal of Physics F-metal Physics**, v. 5, n. 5, p. 965–974, 1975. Disponível em: <<http://www.bibsonomy.org/bibtex/2069b36916793eeebf39b9648df4d209d/jabreftest>>.

FISCHER, K. H.; HERTZ, J. A. **Spin Glasses**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. ISBN 9780511628771. Disponível em: <<https://www.cambridge.org/core/books/spin-glasses/8513DA3DC0EE8370FF6E0AC5248825DF>>.

_____. **Spin glasses**. [S.l.]: Cambridge university press, 1993.

FISHMAN, S.; AHARONY, A. Random field effects in disordered anisotropic antiferromagnets. **Journal of Physics C: Solid State Physics**, v. 12, n. 18, p. L729, 1979. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0022-3719/12/i=18/a=006>>.

FRANTZ, G.; SCHMIDT, M.; ZIMMER, F. Glassy behavior induced by magnetic field in a weakly disordered antiferromagnet. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 516, p. 464–471, 2019. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437118313888>>.

FUJIKI, S.; KATSURA, S. Nonlinear Susceptibility in the Spin Glass. **Progress of Theoretical Physics**, v. 65, n. 4, p. 1130, 1981. Disponível em: <[+http://dx.doi.org/10.1143/PTP.65.1130](http://dx.doi.org/10.1143/PTP.65.1130)>.

GHARA, S. et al. Reentrant spin-glass state and magnetodielectric effect in the spiral magnet $\text{BiMnFe}_2\text{O}_6$. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 90, p. 024413, Jul 2014. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.90.024413>>.

GHOSH, S. et al. Entangled quantum state of magnetic dipoles. **Nature**, v. 425, n. 6953, p. 48–51, sep 2003. ISSN 0028-0836. 10.1038/nature01888.

GINGRAS, M. J. P.; HENELIUS, P. Collective Phenomena in the $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ Quantum Ising Magnet: Recent Progress and Open Questions. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 320, n. 1, p. 012001, 2011. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-6596/320/i=1/a=012001>>.

GOMES, M. G. Extraordinary hall effect in $\text{SiO}_2/\text{Co}/\text{CoO}$ granular multilayers with exchange-bias. **Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria**, Tese (Doutorado em Física), p. 102, 2012.

HAUSER, J. J. Magnetic Properties of Cu-Mn and Cu-Fe Alloys. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 5, p. 110–115, Jan 1972. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.5.110>>.

IMRY, Y.; MA, S.-k. Random-Field Instability of the Ordered State of Continuous Symmetry. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 35, p. 1399–1401, Nov 1975. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.1399>>.

JÖNSSON, P. E. et al. Absence of Conventional Spin-Glass Transition in the Ising Dipolar System $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 98, p. 256403, Jun 2007. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.256403>>.

KIM, D.-H.; KIM, J.-J. Infinite-range Ising spin glass with a transverse field under the static approximation. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 66, p. 054432, Aug 2002. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.66.054432>>.

LACROIX, C.; MENDELS, P.; MILA, F. **Introduction to Frustrated Magnetism**. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. v. 164. XXVI, 682 p. ISBN 978-3-642-10589-0.

LIU, J. et al. Antiferromagnetic cluster spin-glass behavior in $\text{Pr}_{117}\text{Co}_{54.5}\text{Sn}_{115.2}$ – A compound with a giant unit cell. **Journal of Alloys and Compounds**, v. 600, p. 101–106, 2014. ISSN 0925-8388. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925838814004368>>.

LUTES, O. S.; SCHMIT, J. L. Magnetic Remanence in Cu(Mn) Alloys. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 125, p. 433–439, Jan 1962. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.125.433>>.

MAGALHÃES, S.; ZIMMER, F.; MORAIS, C. Stability conditions for fermionic Ising spin-glass models in the presence of a transverse field. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 11, p. 2140–2148, 2009. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437109001666>>.

MAGALHAES, S. G. et al. Nonlinear susceptibility of a quantum spin glass under uniform transverse and random longitudinal magnetic fields. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 95, p. 064201, Feb 2017. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.064201>>.

MARCANO, N. et al. Mesoscopic Magnetic States in Metallic Alloys with Strong Electronic Correlations: A Percolative Scenario for $\text{CeNi}_{1-x}\text{Cu}_x$. **Phys. Rev. Lett.**, American

Physical Society, v. 98, p. 166406, Apr 2007. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.166406>>.

MORAIS, C. V. et al. Spin-glass phase transition and behavior of nonlinear susceptibility in the Sherrington-Kirkpatrick model with random fields. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 93, p. 224206, Jun 2016. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.224206>>.

MULDER, C. A. M.; DUYNEVELDT, A. J. van; MYDOSH, J. A. Susceptibility of the CuMn spin-glass: Frequency and field dependences. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 23, p. 1384–1396, Feb 1981. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.23.1384>>.

_____. Frequency and field dependence of the ac susceptibility of the AuMn spin-glass. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 25, p. 515–518, Jan 1982. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.25.515>>.

MYDOSH, J. A. Spin glasses: redux: an updated experimental/materials survey. **Reports on Progress in Physics**, v. 78, n. 5, p. 052501, 2015. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0034-4885/78/i=5/a=052501>>.

NAGATA, S.; KEESOM, P. H.; HARRISON, H. R. Low-dc-field susceptibility of CuMn spin glass. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 19, p. 1633–1638, Feb 1979. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.19.1633>>.

NAIR, S.; BANERJEE, A. Probing a ferromagnetic critical regime using nonlinear susceptibility. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 68, p. 094408, Sep 2003. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.68.094408>>.

P. Belanger, D. Random-Field Experiments in Dilute Antiferromagnets. **Phase Transitions - PHASE TRANSIT**, v. 11, p. 53–89, 01 1988.

PARISI, G. Toward a mean field theory for spin glasses. **Physics Letters A**, v. 73, n. 3, p. 203–205, 1979. ISSN 0375-9601. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960179907084>>.

_____. Magnetic properties of spin glasses in a new mean field theory. **Journal of Physics A: Mathematical and General**, v. 13, n. 5, p. 1887, 1980. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0305-4470/13/i=5/a=047>>.

_____. The order parameter for spin glasses: a function on the interval 0-1. **Journal of Physics A: Mathematical and General**, v. 13, n. 3, p. 1101, 1980. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0305-4470/13/i=3/a=042>>.

QUILLIAM, J. A.; MENG, S.; KYCIA, J. B. Experimental phase diagram and dynamics of a dilute dipolar-coupled Ising system. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 85, p. 184415, May 2012. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.85.184415>>.

QUILLIAM, J. A. et al. Evidence of Spin Glass Dynamics in Dilute $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 101, p. 187204, Oct 2008. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.187204>>.

_____. Specific Heat of the Dilute Ising Magnet $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 98, p. 037203, Jan 2007. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.037203>>.

RAMIREZ, A. P. Strongly Geometrically Frustrated Magnets. **Annual Review of Materials Science**, v. 24, n. 1, p. 453–480, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1146/annurev.ms.24.080194.002321>>.

REICH, D. H. et al. Dipolar magnets and glasses: Neutron-scattering, dynamical, and calorimetric studies of randomly distributed Ising spins. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 42, p. 4631–4644, Sep 1990. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.42.4631>>.

ROMITTI, M. V. et al. Specific heat and nonlinear susceptibility in spin glasses with random fields. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 99, p. 014203, Jan 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.014203>>.

RYZHOV, V. A. et al. Unusual peculiarities of paramagnet to ferromagnet phase transition in $\text{La}_{0.88}\text{MnO}_{2.91}$. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 300, p. e159–e162, maio 2006.

SACHDEV, S. **Quantum Phase Transitions**. [S.l.: s.n.], 2011. ISBN 9780521514682.

SALMON, O. D. R.; NOBRE, F. D. Multicritical behavior of two coupled Ising models in the presence of a random field. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 89, p. 062104, Jun 2014. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.89.062104>>.

_____. Anisotropic four-state clock model in the presence of random fields. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 93, p. 022125, Feb 2016. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.93.022125>>.

SCHECHTER, M. $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ as a random-field Ising ferromagnet. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 77, p. 020401, Jan 2008. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.77.020401>>.

SCHECHTER, M.; LAFLORENCIE, N. Quantum Spin Glass and the Dipolar Interaction. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 97, p. 137204, Sep 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.137204>>.

_____. Quantum Spin Glass and the Dipolar Interaction. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 97, p. 137204, Sep 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.137204>>.

SCHMIDT, M.; MORAIS, C. V.; ZIMMER, F. M. Effect of geometrical frustration on inverse freezing. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 93, p. 012147, Jan 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.93.012147>>.

SCHULD, M.; SINAYSKIY, I.; PETRUCCIONE, F. Quantum walks on graphs representing the firing patterns of a quantum neural network. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 89, p. 032333, Mar 2014. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.032333>>.

SCHUPPER, N.; SHNERB, N. M. Spin Model for Inverse Melting and Inverse Glass Transition. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 93, p. 037202, Jul 2004. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.037202>>.

_____. Inverse melting and inverse freezing: A spin model. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 72, p. 046107, Oct 2005. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.72.046107>>.

SHERRINGTON, D.; KIRKPATRICK, S. Solvable Model of a Spin-Glass. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 35, p. 1792–1796, Dec 1975. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.1792>>.

_____. Solvable Model of a Spin-Glass. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 35, p. 1792–1796, Dec 1975. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.1792>>.

SILEVITCH D. M. et al. A ferromagnet in a continuously tunable random field. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 448, p. 567, aug 2007.

SILVA, C. F. et al. Inverse freezing in a cluster Ising spin-glass model with antiferromagnetic interactions. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 86, p. 051104, Nov 2012. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.86.051104>>.

SOARES, R. F.; NOBRE, F. D.; ALMEIDA, J. R. L. de. Effects of a Gaussian random field in the Sherrington-Kirkpatrick spin glass. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 50, p. 6151–6156, Sep 1994. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.50.6151>>.

SOUKOULIS, C. M. Thermodynamic properties of concentrated spin glasses: A cluster mean-field theory. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 18, p. 3757–3759, Oct 1978. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.18.3757>>.

SOUKOULIS, C. M.; LEVIN, K. Cluster Mean-Field Theory of Spin-Glasses. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 39, p. 581–584, Aug 1977. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.39.581>>.

_____. Cluster mean-field model of the spin glasses: static properties. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 18, p. 1439–1445, Aug 1978. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.18.1439>>.

STRATONOVICH, R. L. On a Method of Calculating Quantum Distribution Functions. **Soviet Physics Doklady**, v. 2, p. 416, jul. 1957.

SUMEDHA; SINGH, S. K. Effect of random field disorder on the first order transition in p-spin interaction model. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 442, n. C, p. 276–283, 2016.

SUZUKI, M. Phenomenological Theory of Spin-Glasses and Some Rigorous Results. **Progress of Theoretical Physics**, v. 58, n. 4, p. 1151, 1977. Disponível em: <[+http://dx.doi.org/10.1143/PTP.58.1151](http://dx.doi.org/10.1143/PTP.58.1151)>.

TABEI, S. M. A. et al. Induced Random Fields in the $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$ Quantum Ising Magnet in a Transverse Magnetic Field. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 97, p. 237203, Dec 2006. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.237203>>.

TAM, K.-M.; GINGRAS, M. J. P. Spin-Glass Transition at Nonzero Temperature in a Disordered Dipolar Ising System: The Case of $\text{LiHo}_x\text{Y}_{1-x}\text{F}_4$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 103, p. 087202, Aug 2009. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.087202>>.

VIEIRA, S. R.; NOBRE, F. D.; YOKOI, C. S. O. Effects of random fields in an antiferromagnetic Ising spin glass. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 61, p. 4760–4768, May 2000. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.61.4760>>.

VIOLET, C. E.; BORG, R. J. Magnetic Ordering in Dilute Solid Solutions of Iron in Gold. I. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 149, p. 540–551, Sep 1966. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.149.540>>.

WADA, K.; TAKAYAMA, H. Nonlinear Susceptibilities of the Sherrington-Kirkpatrick Model and the Spherical Model. **Progress of Theoretical Physics**, v. 64, n. 1, p. 327, 1980. Disponível em: <[+http://dx.doi.org/10.1143/PTP.64.327](http://dx.doi.org/10.1143/PTP.64.327)>.

WONG, P.; YOSHIZAWA, H.; SHAPIRO, S. M. Spin waves in the uniaxial spin glass system $\text{Fe}_1\text{xMg}_\text{x}\text{Cl}_2$. **Journal of Applied Physics**, v. 61, n. 8, p. 4077–4079, 1987. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.338533>>.

WU, W. et al. Quenching of the nonlinear susceptibility at a $T=0$ spin glass transition. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 71, p. 1919–1922, Sep 1993. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.1919>>.

WU, Y.-K.; WENG, Q.-Q. A cluster approximation to insulating spin glasses. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 188, n. 4, p. 481–486, 1992. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037843719290328N>>.

YOSHIZAWA, H. et al. Mixed phase of spin-glass ordering and antiferromagnetism in an Ising system, $\text{Fe}_\text{x}\text{Mn}_{1-\text{x}}\text{TiO}_3$. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 59, p. 2364–2367, Nov 1987. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2364>>.

YOUNG, A. P. **Spin glasses and random fields**. [S.l.]: World Scientific, 1998. v. 12.

ZIMMER, F.; SILVA, C.; MAGALHAES, S. Cluster fermionic Ising spin glass model with a transverse field. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 389, n. 24, p. 5594–5601, 2010. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437110007855>>.