Universidade Federal de Santa Maria
Pró-Reitoria de Graduação
Centro de Educação
Curso de Graduação a Distância de Educação Especial

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESCOLAR I

4º Semestre

1ªEdição, 2005

Secretaria de Educação Especial
Secretaria de Educação a Distância
Ministério da Educação

Elaboração do Conteúdo

Profa. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Prof. Doherty Andrade
Professores Pesquisadores (Conteudistas)

Desenvolvimento das Normas de Redação

Profa. Ana Cláudia Pavão Siluk
Profa. Luciana Pellin Mielniczuk *(Curso de Comunicação Social | Jornalismo)*
Coordenação

Profa. Maria Medianeira Padoin
Professora Pesquisadora Colaboradora
Danúbia Matos
Iuri Lammel Marques
Acadêmicos Colaboradores

Revisão Pedagógica

Profa. Ana Cláudia Pavão Siluk
Profa. Cleidi Lovatto Pires
Profa. Eliana da Costa Pereira de Menezes
Profa. Eunice Maria Mussoi
Comissão

Revisão Ortográfica

(Curso de Letras | Português)

Profa. Ceres Helena Ziegler Bevilaqua
Coordenação

Marta Azzolin
Acadêmica Colaboradora

Direitos Autorais

(Direitos Autorais | Núcleo de Inovação e de Transferência Técnológica | UFSM)

Desenvolvimento das Ilustrações

(Curso de Desenho Industrial | Programação Visual)

Prof. André Krusser Dalmazzo
Coordenação

Paulo César Cipolatt de Oliveira
Técnico

Fotografia da Capa

Materiais do Laboratório de Matemática do Centro de Educação - UFSM e elaborados pelo Prof. Adriano Edo Neuenfeldt

Projeto Gráfico, Diagramação e Produção Gráfica

(Curso de Desenho Industrial | Programação Visual)

Prof. Volnei Antonio Matté
Coordenação

Clarissa Felkl Prevedello
Técnica
Bruna Lora
Filipe Borin da Silva
Acadêmicos Colaboradores

Impressão

Gráfica e Editora Pallotti

* o texto produzido é de inteira responsabilidade do(s) autor(es).

N778m Nogueira, Clélia Maria Ignatius
Matemática e educação escolar I : 4º semestre / [elaboração do conteúdo profa. Clélia Maria Ignatius Nogueira, prof. Doherty Andrade ; revisão pedagógica e de estilo profa. Ana Cláudia Pavão Siluk... [et al.]].- 1. ed. - Santa Maria, Universidade Federal de Santa Maria, Pró-Reitoria de Graduação, Centro de Educação, Curso de Graduação a Distância de Educação Especial, 2005.
112 p. : il. ; 30 cm.

1. Educação 2. Ensino 3. Matemática I. Andrade, Doherty II. Siluk, Ana Cláudia Pavão III. Universidade Federal de Santa Maria. Pró-Reitoria de Graduação. Centro de Educação. Curso de Graduação a Distância de Educação Especial. IV. Título.

CDU: 51:37

Ficha catalográfica elaborada por
Maristela Eckhardt CRB-10/737
Biblioteca Central - UFSM

Presidente da República Federativa do Brasil

Luiz Inácio Lula da Silva

Ministério da Educação

Fernando Haddad
Ministro da Educação

Prof. Ronaldo Mota
Secretário de Educação a Distância

Profa. Cláudia Pereira Dutra
Secretária de Educação Especial

Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Paulo Jorge Sarkis
Reitor

Prof. Clóvis Silva Lima
Vice-Reitor

Prof. Roberto da Luz Júnior
Pró-Reitor de Planejamento

Prof. Hugo Tubal Schmitz Braibante
Pró-Reitor de Graduação

Profa. Maria Medianeira Padoin
Coordenadora de Planejamento Acadêmico
e de Educação a Distância

Prof. Alberi Vargas
Pró-Reitor de Administração

Sr. Sérgio Limberger
Diretor do CPD

Profa. Maria Alcione Munhoz
Diretora do Centro de Educação

Prof. João Manoel Espinã Rossés
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Humanas

Prof. Edemur Casanova
Diretor do Centro de Artes e Letras

Coordenação da Graduação a Distância em Educação Especial

Prof. José Luiz Padilha Damilano
Coordenador Geral

Profa. Vera Lúcia Marostega
Coordenadora Pedagógica e de Oferta

Profa. Andréa Tonini
Coordenadora dos Pólos e Tutoria

Profa. Vera Lúcia Marostega
Coordenadora da Produção do Material do Curso

Coordenação Acadêmica do Projeto de Produção do Material Didático - Edital MEC/ SEED 001/2004

Profa. Maria Medianeira Padoin
Coordenadora

Odone Denardin
Coordenador/Gestor Financeiro do Projeto

Lígia Motta Reis
Assessora Técnica

Genivaldo Gonçalves Pinto
Apoio Técnico

Prof. Luiz Antônio dos Santos Neto
Coordenador da Equipe Multidisciplinar de Apoio

Sumário

APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA 05

UNIDADE A

MATEMÁTICA COMO ÁREA DO SABER ESCOLAR NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL 07

1. Dimensões históricas, psicológicas, filosóficas, sociológicas e políticas 09

UNIDADE B

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO I CICLO DOS ANOS INICIAIS 33

1. O conhecimento matemático e as dimensões metodológicas 35

REFERÊNCIAS

Referências Bibliográficas 96

Apresentação da Disciplina

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESCOLAR I

4º Semestre

Após essa primeira disciplina da área de Matemática, você será capaz de organizar situações didáticas para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e refletir sobre elas. Para isso, serão consideradas a natureza do conhecimento matemático escolar e as dimensões socioculturais, psicológicas e metodológicas do ensino e aprendizagem, pressupostos necessários à Educação Matemática escolar. A disciplina está dividida em duas unidades: A e B. Ao final de cada uma das unidades são apresentadas as Atividades Síntese. A média aritmética dessas duas notas constitui $\mathbf{N_1}$ (nota 1). A nota $\mathbf{N_2}$ é a nota da avaliação presencial que é realizada ao final da disciplina. A nota final NF é a média aritmética de $\mathbf{N_1}$ e $\mathbf{N_2}$.

Na **Unidade A**, estudaremos a "Matemática como área do saber escolar nos anos iniciais". O tema estudado na **Unidade B** será a "Educação matemática no I ciclo dos anos iniciais" e a organização de situações didáticas envolvendo atividades matemáticas para o I ciclo dos Anos Iniciais/Ensino Fundamental.

Esta disciplina será desenvolvida com uma carga horária de quarenta e cinco (45) horas/aula.

Entenda os nossos ícones!

Alerta
Alerta o leitor sobre algum assunto que está sendo tratado no momento.

Saiba Mais - Recomendação
Indica fontes externas e outras leituras, como livros, sítios na internet, artigos, outros itens da própria apostila, etc.

Conteúdos Relacionados
Sugere ao aluno conhecer um ou mais conteúdos específicos para melhor entendimento do conteúdo atual.

Atividades
As atividades dizem respeito aos exercícios abordados no tópico anterior, podem ser analógicas ou digitais.

UNIDADE

A

MATEMÁTICA COMO ÁREA DO SABER ESCOLAR NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Objetivos da Unidade

Nesta primeira unidade de trabalho, apresentamos a matemática como área do saber escolar nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Aqui estudaremos as várias dimensões do conhecimento matemático; as teorias de aprendizagem mais divulgadas e suas implicações no ensino de Matemática. Finalizaremos com uma discussão acerca das reformas curriculares e suas implicações para o ensino da matemática escolar. Esperamos que, ao final dessa Unidade, você seja capaz de considerar a natureza do conhecimento matemático e suas dimensões socioculturais e psicológicas, como pressupostos necessários à Educação Matemática escolar.

Introdução

Um professor competente é fundamental para a qualidade do ensino. Ao conhecimento específico, o professor deve agregar outros conhecimentos, particularmente, os que se referem ao processo ensino e aprendizagem. Para auxiliar na compreensão do processo de ensino e aprendizagem, muitas áreas apresentaram contribuições que resultaram em teorias de aprendizagem e metodologias de ensino. Nessa unidade, você terá oportunidade de ser apresentado às contribuições de outras áreas ao ensino da Matemática.

Como vamos falar do processo de ensino e aprendizagem em Matemática, é preciso falar um pouco também sobre esse complexo processo de uma maneira mais ampla. É possível que você já tenha estudado as diferentes teorias de aprendizagem que apresentaremos brevemente. Mesmo que você já as conheça, é importante rever, pois o enfoque aqui apresentado será o do ensino da Matemática. Se não conhece, então nossa introdução servirá para que seja estabelecido um vocabulário mínimo para as nossas trocas de idéias.

Nesta unidade, vamos estudar a "Matemática como área do saber escolar nos anos iniciais do Ensino Fundamental". Para isso, abordamos as dimensões históricas, psicológicas, filosóficas, sociológicas e políticas do conhecimento matemático e do processo de ensino e aprendizagem.

Para auxiliar seus estudos, ao final de cada tópico, são apresentadas atividades, quase sempre em forma de questões, para orientar suas leituras. Se você tiver oportunidade de estudar em grupo com alguns colegas, ótimo. Procure resolver as questões em conjunto, pois quando a gente fala sobre o que está estudando, quando a gente pensa em voz alta, a aprendizagem é facilitada. Se você prefere, ou tem que estudar sozinho, tudo bem. Nos dois casos, a melhor forma para os seus estudos é anotar num papel a primeira questão, proposta na atividade final do tópico que você vai iniciar o estudo, antes de começar a leitura. Deixe a questão "bem à mostra" e faça a leitura do texto procurando respondê-la. Quando você tiver respondido a primeira, anote a segunda, e repita o procedimento assim por diante. Depois que você respondeu a todas as questões, releia calmamente o texto por inteiro e anote os pontos que mais lhe interessaram. Retorne às suas respostas e faça eventuais correções. Anote também suas dúvidas para discutir com o seu professor, via plataforma e-Proinfo, na ferramenta "Diário de Bordo". Só depois passe para outro tópico. Como suas dúvidas devem ser similares às de seus colegas, encaminhe-as, também, ao fórum de discussões da plataforma e-Proinfo.

Lembre-se de que você é quem determina quando está apto para seguir adiante!

1 Dimensões históricas, psicológicas, filosóficas, sociológicas e políticas

1.1 O conhecimento matemático: dimensão histórica

A Matemática pode ser concebida de duas maneiras bem distintas: uma é a que é apresentada nos livros técnicos e especializados e, particularmente, nos didáticos, nos quais o seu aspecto é de um todo harmonioso, com os assuntos se sucedendo mediante uma cadeia bem definida de pré-requisitos e, principalmente, sem nenhuma contradição. (Nogueira, 2004, p. 18). A outra maneira de se conceber a Matemática é como um conjunto de conhecimentos construído através das relações do homem com o meio em que vive, com o mundo, profundamente influenciado pelas relações sociais, pelas idéias filosóficas dominantes em determinado momento histórico, pelo comércio, pelas guerras, por outras ciências, pelas exigências tecnológicas, etc. Esta última concepção fica evidente quando se envereda pela via da história da Matemática.

A Matemática emerge como um bem cultural, que recebeu e recebe influências do meio externo, desmistificando a imagem de um saber à parte da humanidade, um saber que é autosuficiente, cuja formação de teorias e conceitos obedece apenas a necessidades internas, impossível para as pessoas comuns e a esse saber, apenas teriam acesso, os mais bem dotados intelectualmente.

> Conhecendo o processo de construção da Matemática através dos tempos, compreendemos as dificuldades das crianças e desaparece a idéia de que o conhecimento matemático é impossível para as pessoas comuns.

Pela falta de registros não é possível precisar o momento exato em que o homem começou a fazer matemática. O homem moderno, o chamado Homo sapiens sapiens, que já possuía uma linguagem, pensava, criava e procurava intervir na natureza, partiu da África, há cerca de 300 mil a 200 mil anos atrás, povoando assim, os demais continentes.

Desde o seu aparecimento na terra, para poder sobreviver, o homem contava, media, calculava, mesmo sem ter a menor consciência disso ou de si mesmo. Pinturas de animais encontradas em cavernas da Espanha e da França, e que foram feitas há mais de 20 mil anos, demonstram que o homem já estava familiarizado com as formas e distribuições espaciais, pois descrevem algum tipo de ritual, com descrição bidimensional dos objetos no espaço.

Você Sabia?

A criança para construir seu conhecimento matemático repete grande parte dos procedimentos iniciais da humanidade na construção da Matemática.

Grandezas
Uma grandeza é algo que pode ser medido, como comprimento, área, temperatura, tempo, etc. Para cada tipo de grandeza existe uma unidade de medida específica.

É fácil perceber que as atividades anteriormente descritas não constituem uma operação matemática consciente, mas o homem estava tal como a criança nos estágios iniciais de seu desenvolvimento, agindo sobre os objetos e, dessa forma, construindo seus conhecimentos sobre formas matemáticas, estabelecendo relações entre objetos e, mais ainda, estabelecendo relações entre grandezas.

A agricultura, talvez a mais importante criação da humanidade (superada apenas, segundo alguns autores, pela revolução industrial), aparece no Oriente Médio, entre os rios Tigre e Eufrates, na região onde hoje é o Iraque, há cerca de 10 mil anos atrás. Antes da agricultura, o homem sobrevivia da coleta imediata de alimentos através da caça e da pesca ou de recolher vegetais. A agricultura fixou o homem a terra e proporcionou uma maior interação social. Com os primeiros aglomerados populacionais, surgiram gradualmente os ofícios mais elementares, como a carpintaria, a tecelagem e a cerâmica, além da divisão e medição de terras. Foram estabelecidas formas de governo com a conseqüente coleta de impostos exigindo conhecimentos mais aperfeiçoados da Matemática.

Da análise de ferramentas, armas, ornamentos encontrados em escavações arqueológicas; de indícios referentes ao conhecimento da roda, com ou sem raios; das técnicas utilizadas na agricultura (irrigação, divisão de terra, estocagem, ferramentas) e no pastoreio; das edificações (moradias e templos); do comércio (relação de trocas) e da orientação no tempo e no espaço (calendários); pode-se situar o aparecimento da Matemática como tal, em algum ponto da história, entre 10 mil e 50 mil anos atrás. Desde o seu início, a Matemática nunca teve sua construção interrompida. Em se tratando da construção pelos matemáticos, uma geração destes estudiosos formaliza o que a geração anterior construiu. É basicamente assim que se produz matemática. Em outras palavras, os resultados não são registrados e comunicados da mesma forma e na mesma seqüência como foram obtidos. Para terem valor enquanto conhecimento científico, os resultados dos matemáticos são comunicados de maneira despersonalizada, generalizada e descontextualizada no tempo e no espaço.

É essa forma de apresentação, harmoniosa, sem contradição dos resultados matemáticos a que nos referimos no começo dessa subunidade, que dá ao conhecimento matemático a impressão de ser acessível só aos gênios. A história derruba por terra essa idéia, por isso é fundamental que o professor a conheça.

Atividade - A.1

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Qual a idéia de Matemática que surge de um estudo que não considere a história da Matemática? E quando essa história é considerada?
2. Como você acredita que a Matemática foi construída?
3. Como é possível reconstruir a história da Matemática?
4. Para você, o desenvolvimento da Matemática, em seu início, estava relacionado aos problemas do cotidiano? E atualmente?

O conhecimento matemático: a dimensão filosófica.

Existem dificuldades, no ensino de matemática que se referem à própria natureza do conhecimento matemático (você verá quando estudar as dimensões psicológicas deste conhecimento), mas existem, também, dificuldades decorrentes de uma visão um tanto irreal ou distorcida da disciplina, uma espécie de preconceito que surge logo a partir dos primeiros contatos da criança com a Matemática.

Por outro lado, a importância da disciplina Matemática na educação de crianças e jovens parece inquestionável. Integrando o conjunto de disciplinas que compõem o núcleo comum, a Matemática faz parte dos currículos escolares da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e Médio de todos os países do mundo, com uma carga horária superior a das demais disciplinas, com exceção da língua pátria. Como ciência, a importância da matemática é indiscutível, pois ela se constitui em ferramenta indispensável para o desenvolvimento da maioria das ciências.

Como ramo do conhecimento ou forma de pensamento, em praticamente todos os sistemas filosóficos, a Matemática recebe um tratamento diferenciado, por si só e, principalmente, pela influência do papel que lhe é atribuído para todos os relacionamentos interdisciplinares.

A concepção que o pesquisador, o autor de um texto ou o professor têm da Matemática produz reflexos nos seus estudos teóricos, em seus textos ou na metodologia a ser utilizada em sala de aula. Daí a importância de se estudar as diversas concepções de Matemática.

As diferenças entre tais concepções se evidenciam, particularmente, ao analisarmos as relações entre a Matemática e a realidade. O estudo dessas diferentes concepções é o que caracterizamos como as dimensões filosóficas do conhecimento matemático. A ciência de maneira geral e a Matemática, em particular, nem sempre foram entendidas como atualmente. Na sua origem, o conhecimento científico esteve muito ligado à filosofia, e ambos estavam compreendidos no termo "filosofia natural".

A concepção platônica da matemática

Para o filósofo grego Platão (427- 347a.C), tudo o que acreditamos ser parte do mundo real constitui aparências, isto é, existiria um mundo das Formas ou Idéias que serviria de modelos ideais dos objetos do mundo físico ou das situações ideais que o homem deve se esforçar para alcançar.

Assim por exemplo, neste mundo ideal existiria a idéia de "cadeira" e as cadeiras que existem em nosso mundo são cópias ou representações imperfeitas.

Nesse mundo ideal, existiriam também as formas aritméticas (as idéias dos números) e as formas geométricas (idéias de ponto, reta, plano, círculo, etc.). Do ponto de vista platônico, a Matemática trata apenas de objetos que existem no mundo das idéias e o trabalho do matemático seria o de "descobrir" as relações que já existem e não são criadas por ele.

Você Sabia?

Muitos alunos que pretendem ser professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental manifestam um desconforto em relação à Matemática. Esse desconforto é transmitido às crianças, muitas vezes inconscientemente pelo professor.

Você Sabia?

Esse ideal se refere às idéias que formamos em nossa mente acerca de alguma coisa e que nos serve de modelo. Por exemplo, se pretendemos costurar um vestido, primeiro o "idealizamos" em nosso pensamento; depois fazemos um "molde", um "modelo", para só então costurarmos o vestido. O vestido depois de pronto será sempre uma cópia imperfeita do modelo idealizado.

Concepção é a idéia que fazemos de alguma coisa, é a maneira como enxergamos ou entendemos algo.

A concepção Aristotélica da matemática

O ponto de vista do filósofo Aristóteles (384-322 a.C.) é oposto ao de Platão. Para ele, a Matemática seria constituída de construções elaboradas pelos matemáticos a partir da percepção dos objetos do mundo real.

A contradição das idéias dos dois grandes pensadores gregos pode ser descrita, de maneira resumida, como a oposição entre o que é de responsabilidade do sujeito (raciocínio, razão, idéias) e o que é de responsabilidade do objeto (percepções, sensações) na construção do conhecimento.

Platão acreditava que a Matemática fazia parte do mundo das idéias e, assim, o matemático, utilizando apenas a razão, o raciocínio dedutivo, "descobriria" as "verdades matemáticas", que jamais poderiam ser verificadas mediante uma experiência com objetos do mundo real. Aristóteles, por sua vez, acreditava que a Matemática era constituída a partir das percepções sensoriais que os matemáticos tinham dos objetos do mundo real e, portanto, as verdades matemáticas poderiam ser comprovadas com experiências do mundo real.

O filósofo alemão Kant (1724-1804) defendia que a responsabilidade pelo conhecimento não era nem só do sujeito e nem só do objeto, mas da interação entre ambos e a Matemática seria a comprovação de sua tese, pois as verdades matemáticas seriam obtidas mediante a dedução (raciocínio do matemático, razão), mas poderiam ser comprovadas empiricamente, isto é, mediante a experiência.

Para o francês René Descartes (1596-1650) que comparava o conhecimento a uma grande árvore, com as raízes na metafísica (filosofia), o tronco seria a física e os ramos a astronomia, a medicina, a química, etc. A seiva que alimentava a árvore cartesiana era a matemática. Dito de outra forma, para o filósofo francês, a matemática significava a condição de possibilidade de conhecimento em qualquer ramo.

Três argumentos se destacam, ou que representam os demais, para alguns, a função da Matemática no currículo é para desenvolver o raciocínio; para outros, a Matemática precisa ser ensinada e aprendida, porque está presente na vida cotidiana, e a última possibilidade, porque ela é a ferramenta para as demais ciências. É claro que o professor atua em sala de aula, procurando atingir os objetivos que ele acredita devam ser o motivo pelo qual a Matemática deve ser ensinada, revelando a sua concepção de Matemática.

A crença de que a Matemática desenvolve o raciocínio lógico se sustenta filosoficamente nas idéias de Platão. Já a justificativa de que a Matemática está presente no cotidiano e tem aplicações na vida prática, se fundamenta nas idéias de Aristóteles, e a de que a Matemática serve de ferramenta para as outras ciências, reproduz as idéias de Descartes.

Assim, para alguns, a Matemática pode ser descoberta no mundo e seu ensino deve ser centrado basicamente em atividades práticas que levem ao desenvolvimento da observação e da imaginação. Para outros, a Matemática é uma área do conhecimento pronta e acabada, perfeita e cuja estrutura formal serve de modelo para as demais ciências. Em outras palavras, a Matemática seria axiomática, isto é, a partir de um conjunto de afirmações imediatamente evidentes, admitidas universalmente como

!

Para o filósofo alemão Kant, os resultados da matemática são obtidos no mundo das idéias, mas podem ser aplicados e comprovados no mundo real.

verdadeiras, mesmo sem demonstração - os axiomas - o sistema matemático é logicamente deduzido.

Para os defensores dessa concepção, a Matemática existiria a priori no indivíduo, isto é, seria possível fazer com que a criança construísse um pensamento simbólico sem o apoio da realidade. Ao compreender as deduções lógicas presentes na construção da Matemática, a criança estaria desenvolvendo o raciocínio, objetivo final da matemática escolar. Assim, com esse objetivo, ou de acordo com a concepção platônica de Matemática, o ensino da Matemática não necessitaria de atividades práticas. Bastaria a apresentação pelo professor das definições, exemplos, teoremas e exercícios padrões que a criança aprenderia repetindo-os, até compreender os raciocínios envolvidos e ser capaz de reproduzi-los.

Para os defensores da concepção aristotélica, o ensino da Matemática deveria partir sempre de situações contextualizadas no cotidiano da criança. A Matemática só teria sentido, em função de suas aplicações. Combinando com a visão cartesiana, quanto mais interdisciplinares forem as aplicações, melhor.

Na verdade, o que é mais adequado é uma postura intermediária. A Matemática não está apenas na mente do homem e nem apenas no mundo. Ela foi construída pelo sujeito a partir de dados observáveis no mundo. Dessa forma, o ensino deve partir daquilo que é observável, isto é, de situações problema do dia-a-dia das crianças e conduzir o pensamento das crianças, devagar, pouco a pouco, às abstrações, características da Matemática.

É preciso que o professor compreenda que, apesar de ter sua origem nas coisas do mundo concreto, a matemática é constituída essencialmente de abstrações e generalizações.

Atividade - A.2

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Analisando as concepções de matemática de Platão e de Aristóteles, qual delas você acredita que esteja mais presente no ensino atual?
2. A tese, ainda hoje defendida, de que a Matemática é uma axiomática, se fundamenta em qual corrente filosófica? E a de que a Matemática está presente no mundo?

O conhecimento matemático: a dimensão psicológica

Para tratarmos da dimensão psicológica do conhecimento matemático nos fundamentamos na teoria do estudioso suíço Jean Piaget (1896-1980).

Baseado na origem e nos modos de estruturação dos conhecimentos, Piaget os classificou em três tipos: o conhecimento físico, o lógico-matemático e o social. Assim, conhecer a natureza do conhecimento é fundamental para escolher as estratégias metodológicas adequadas a cada um.

Conhecimento físico:

É o conhecimento dos objetos e elementos presentes no mundo físico, isto é, na realidade externa, como por exemplo, tamanho, cor, forma textura, espessura, os sons produzidos pelos

Você Sabia?

Para revisar Jean Piaget, retome o caderno da disciplina Psicologia da Educação III

O conhecimento físico é um conhecimento empírico cuja origem está, em parte, nos objetos e, em parte, no sujeito.

objetos, o peso, flexibilidade, temperatura, etc. Essas propriedades estão nos objetos e podem ser percebidas através da observação e da experiência.

Saber que um objeto vai cair se o largamos no ar é também um exemplo de conhecimento físico.

Conhecimento lógico-matemático:

É possível entender melhor agora, o que foi dito quando estudamos as dimensões filosóficas do conhecimento matemático: ele tem origem nas percepções sensoriais, mas constituem essencialmente abstrações.

Está intimamente ligado ao conhecimento físico, todavia, é elaborado a partir de ações ou relações estabelecidas sobre ou entre os objetos. Exemplificando, quando falamos que um objeto é maior que o outro, a propriedade maior não está em nenhum dos objetos, mas na relação estabelecida pelo sujeito.

Assim, o conhecimento lógico-matemático consiste nas relações estabelecidas pelo indivíduo entre os objetos, isto é, numa abstração feita a partir da ação, da ordenação, da classificação etc. Da mesma forma, quando dizemos uma dúzia de maçãs, de bananas ou de limões, as frutas podem ser observáveis, mas a propriedade de serem doze não o é.

Para entender melhor, imagine que temos cinco maçãs sobre uma mesa. A cor, o cheiro a forma das maçãs são conhecimentos físicos que podemos depreender das maçãs em si. Agora, dizer que uma maçã é maior do que a outra, esta propriedade de "ser maior" não é das maçãs em si, mas surge de uma comparação (ação mental) entre elas e estabelecida pelo sujeito. E mais, esta maçã que é maior do que outra pode ser menor que uma terceira, por isso, esse conhecimento não é da maçã, é extraído da relação estabelecida entre elas. É um conhecimento matemático.

Da mesma forma, quando olhamos para as cinco maçãs, vemos as maçãs, não o número cinco. Essa quantidade foi abstraída a partir de uma relação estabelecida entre todas as maçãs sobre a mesa. A quantidade ou o número, portanto, não é um conhecimento que se depreende dos objetos em si, mas da abstração feita a partir de uma ação ou relação, ou, dito de outra forma, **o número é uma relação criada mentalmente por cada indivíduo.**

Assim, embora resulte da ação, o conhecimento lógico-matemático não é empírico, pois as ações são mentais, têm origem na mente de cada indivíduo. Idéias como igual, diferente, similar, maior, fino, comprido, cinco, mesmo peso, velocidade, tempo, etc. não existem no mundo externo, observável, mas sim a partir de relações criadas pelos indivíduos.

Conhecimento social:

É obtido por meio das ações do indivíduo e de suas interações com outras pessoas. Por exemplo, na situação anterior, a cor, o cheiro, a forma das maçãs são exemplos de conhecimento físico; a quantidade, ou dizer que uma maçã é maior do que a outra, são exemplos de conhecimento matemático. Agora, saber que o nome daquela "coisa" sobre a mesa é maçã, que ela é uma fruta, que o nome da sua cor é vermelho, são exemplos de conhecimento social, porque é necessária a interação social para apreendê-lo. Além disso, os conhecimentos físico e matemático possuem validade universal, enquanto que o social pode variar, dependendo da cultura. Na Inglaterra, por exemplo, os nomes seriam apple e red.

Assim a origem do conhecimento social está nas convenções desenvolvidas pelas pessoas, como por exemplo, as regras morais, valores,

Você Sabia?

Apesar de terem origens diferentes, pois o conhecimento físico tem sua origem no objeto, o conhecimento lógico-matemático tem origem no sujeito, e o conhecimento social tem origem nas convenções sociais, os três necessitam de uma estrutura lógico-matemática para a sua assimilação e organização.

cultura, sistemas de símbolos e a própria linguagem. Sua principal característica é a arbitrariedade da sua natureza.

Estruturas lógico-matemáticas

Como exemplo de estrutura lógico-matemática, podemos citar a **classificação. Classificar** é uma forma de pensamento lógico que vai aos poucos sendo construída pela criança. Consiste na ação de agrupar objetos por semelhança, e a classificação não está nos objetos, mas no classificador. É ele quem escolhe a propriedade ou atributo segundo o qual vai selecionar determinados objetos.

Por exemplo, uma criança, ao ser convidada a guardar seus brinquedos em diversas caixas, pode fazê-lo mediante diversos critérios. Pode guardar numa caixa os que têm roda, noutra, os que servem para brincar com água, noutra os bichinhos. Outra criança poderia separar os mesmos brinquedos, guardando numa caixa os que são de madeira, noutra os de plástico e em outra, os que são de tecido. Ao guardar seus brinquedos, segundo determinados critérios, a criança está classificando, selecionando. Em outras palavras, está colocando em determinada caixa apenas os que possuem uma propriedade ou atributo como ter rodas, por exemplo.

Identificar, selecionar e classificar são atividades básicas para todo tipo de conhecimento e, desde muito cedo, começam a fazer parte do cotidiano da criança. É mexendo com objetos que a criança distingue seus atributos e estabelece relações entre eles.

Então, vejamos, no nosso exemplo das maçãs: precisamos da classificação para saber que a maçã é vermelha (quer dizer, comparamos, mentalmente, a cor da maçã com outros objetos vermelhos que já conhecemos - conhecimento físico). Da mesma forma, precisamos dessa estrutura de classificação para reconhecer um "palavrão" como tal (é preciso separar mentalmente o palavrão e as palavras que são aceitas socialmente - conhecimento social).

O conhecimento ou, segundo alguns autores, o pensamento matemático tem origem nas percepções e ações da criança, desde o seu nascimento e continua a se desenvolver durante toda a vida do indivíduo.

No decorrer do seu desenvolvimento, o conhecimento matemático assume muitas faces, tais como: percepção (discriminação de quantidades), linguagem (a gramática das palavras usadas para contar), resolução de problemas (problemas verbais), procedimentos mentais (cálculo mental), compreensão (esquema parte-todo), dedução, indução, generalização, localização espacial e temporal, etc.

O conhecimento matemático está presente tanto em conteúdos, no contexto da educação formal, como em atividades extra classe, compreendendo tanto conhecimento intuitivo e informal, quanto codificações abstratas escritas. Além disso, ele envolve tanto atividades de repetição quanto as mais elevadas formas da criatividade humana.

Além disso, Piaget deixa claro que o raciocínio lógico-matemático é necessário em diversos domínios do conhecimento, não apenas na lógica e na matemática e, o que é muito importante, o conhecimento matemático não pode simplesmente ser transmitido socialmente à criança, mas construído individualmente por ela, obviamente de

Atividades matemáticas não estão restritas apenas às que utilizam números.

maneira interativa e social.

Em artigo publicado nos Anais do III Congresso Ibero-Americano de Educação Especial, Nogueira (1998, p.169 -178) faz a seguinte reflexão:

O pensamento lógico-matemático necessita de ações educativas especiais e direcionadas para se desenvolver, ou seria conseqüência direta das ações e interações naturais da criança com o meio no qual está inserida?

Em se tratando de crianças sem nenhum déficit cognitivo, sensorial ou físico, cuja interação com o meio se faz de maneira natural, a questão é controversa, com alguns autores defendendo a necessidade de atividades dirigidas, e outros não. Estamos inclinados a concordar com esses últimos, se existe a certeza de interação com um meio estimulante, mesmo porque, para crianças sem nenhum tipo de necessidades especiais, o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático acontece de maneira contínua e não é restrito às atividades escolares.

Entretanto quando se trata de crianças especiais cuja interação com o meio ambiente e, muitas vezes, até no âmbito familiar, não se dá de maneira natural ou é sensivelmente prejudicada, como no caso das crianças com deficiências sensoriais, o papel da escola reveste-se de uma importância muito maior. Há necessidade da criação de **situações elaboradas** que busquem minimizar os efeitos dessa interação prejudicial com o ambiente e estabeleçam condições para a formação paulatina dos conceitos lógicos.

Assim, o professor de matemática em geral e o professor de crianças com necessidades específicas, em particular, deve compreender muito bem o processo de construção do conhecimento lógico-matemático para ser capaz de elaborar situações artificiais adequadas às necessidades individuais de cada criança para serem desenvolvidas em ambientes escolares. O objetivo dessas atividades deve ser minimizar os efeitos da interação prejudicada da criança com o meio, e proporcionar o avanço cognitivo que, na criança comum, acontece apenas com esta interação com o ambiente.

Atenção: estamos falando aqui de conhecimento lógico-matemático enquanto **forma de pensamento,** isto é, da constituição das estruturas lógico-matemáticas e **não** do conhecimento matemático enquanto conteúdos.

Atividade - A.3

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Quais as características do pensamento matemático que o diferenciam das demais maneiras de pensar.
2. Cite diferentes formas de expressão do pensamento matemático.
3. O raciocínio lógico-matemático está presente apenas quando se trata de conhecimento matemático?
4. Justifique a afirmação: "o conhecimento matemático não pode simplesmente ser transmitido socialmente à criança".
5. O conhecimento lógico-matemático necessita de "estimulações especiais" para se desenvolver?

O conhecimento matemático: dimensão sociológica

Quando se trata de analisar o conhecimento matemático mediante sua dimensão sociológica, existem três aspectos que devem ser abordados:

a) a influência do contexto social na construção do conhecimento matemático pela humanidade;

b) a influência da interação social no processo de construção do conhecimento matemático pelas crianças ;

c) a importância do conhecimento matemático na vida social das pessoas.

A influência do contexto social na construção do conhecimento matemático pela humanidade

Já vimos anteriormente que a matemática foi construída pelo homem como estratégia de luta pela sua sobrevivência. Um ótimo exemplo da influência do contexto social na construção dos conhecimentos matemáticos é a construção do número. Durante muitos séculos, a humanidade não teve necessidade de construir um sistema de palavras-número, ou mesmo de contar. A contagem só se tornou necessária, quando surgiram muitos indivíduos semelhantes, que um rápido olhar não pudesse diferenciá-los.

Atualmente ainda existem tribos cujo sistema de numeração se resume a "um, dois e muitos" e isso, não por incapacidade lógica, pois essas mesmas tribos são capazes de identificar por meio de oito palavras distintas, as sutis diferenças entre os piados de um mesmo pássaro.

Existem povos que habitam as geleiras da Sibéria que também contam da maneira anteriormente descrita, mas possuem vinte palavras diferentes para a palavra gelo e quarenta para a palavra neve. Como a natureza é rica em fenômenos, o homem foi observando e tentando entender e explicar tudo o que ocorria à sua volta, durante muitos séculos (Karlson, 1961).

> Para Santos (2002, 11) "a matemática foi construída ao mesmo tempo como **uma forma de pensamento** e como **uma ferramenta** que o homem utilizava para organizar suas idéias e ajudar a entender as leis que governam os fenômenos naturais."

Pela via da História, podemos perceber que foram os problemas enfrentados pelo homem, em cada cultura e época, que serviram de base para o desenvolvimento da Matemática. Assim, as enchentes do Nilo impulsionaram o desenvolvimento da geometria egípcia; o forte comércio da região da Mesopotâmia fez com que os babilônios tivessem uma aritmética bastante desenvolvida.

A influência da interação social no processo de construção do conhecimento matemático pelas crianças

Você também já deve ter ouvido ou lido que, para Piaget, a interação social não era fundamental na construção do conhecimento. Essa crítica feita a Piaget é equivocada. Depois, é preciso recordar que, conforme vimos quando estudamos a dimensão histórica, a origem dos conhecimentos matemáticos é social. Ela foi

construída a partir das necessidades da humanidade e ganha grande impulso quando o surgimento da agricultura permite a fixação do homem primitivo e a conseqüente vida em sociedade.

Falando ainda de conhecimentos matemáticos, como uma criança aprenderia as palavras-número, ou o nome dos números, se não tivesse alguém para ensiná-la? E não apenas os nomes dos números, mas toda a simbologia, a linguagem da Matemática, os algoritmos, os resultados, enfim, o conhecimento acumulado pela ciência matemática necessita da transmissão social para ser assimilado pelo indivíduo.

E ainda mais: já falamos sobre a importância do estabelecimento de ligações entre a Matemática escolar e situações do cotidiano para que a criança possa atribuir significado às operações e procedimentos matemáticos. Essa **contextualização**, com o objetivo de aproximar o saber escolar com a matemática usada na vida da criança, restabelece uma importância fundamental à dimensão social dos conhecimentos matemáticos. Os problemas matemáticos que surgem nessas contextualizações, e que possuem maior significado para as crianças, são problemas sociais. A importância do fator social não se esgota nessas situações, na verdade, a interação da criança com seu professor e com seus pares, constitui-se, mesmo, em condição indispensável tanto para a construção individual do conhecimento matemático quanto para a aprendizagem da matemática escolar pela criança. São diversos os autores, entre eles Piaget, Vygotsky e Gardner, conforme veremos depois, que ressaltam a importância das relações interpessoais no processo de ensino e aprendizagem.

O **falar sobre** o que se está estudando é um ótimo facilitador da aprendizagem. Você verá que, à medida que você tenta tornar o assunto compreensível para as demais pessoas, você também entenderá melhor. Se seus ouvintes fizerem perguntas ou discordarem do que está sendo dito e você tiver que argumentar para convencê-los, melhor ainda. Você perceberá o conhecimento se solidificando e você terá menos dificuldades para lembrar-se desse tema em outras ocasiões.

Essa crença na importância da interação social fez com que a Resolução de problemas e o Uso de jogos em sala de aula sejam as tendências mais recomendadas para a prática pedagógica na Educação Matemática escolar. E isso porque tais tendências possibilitam às crianças conversarem sobre o que estão aprendendo; permite que discutam, elaborem conjecturas, argumentem, enfim, pensem matematicamente.

A importância do conhecimento matemático na vida social das pessoas

A matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, muitas vezes, é a única a que uma grande parcela da população brasileira tem acesso. Assim, o trabalho inicial com a matemática é fundamental para a vida futura do cidadão, não apenas no que se refere à formação de conceitos, como também na competência, no cálculo mental para a construção da segurança e da autonomia para saber utilizá-los em situações de vida real.

Afinal, esse é o início de um caminho que o aluno deverá trilhar para se transformar em

cidadão, aprendendo a decifrar os códigos da cultura matemática; compreendendo informações quantificadas apresentadas sob a forma de "tabelas e gráficos"; e, ainda, tornando-se capaz de identificar embalagens enganosas, preços de falsas liquidações ou mesmo os chamados crediários a perder de vista.

A matemática é um poderoso instrumento de compreensão do mundo e a interpretação adequada de seus conceitos, aliada à habilidade de efetuar cálculos simples mentalmente e estimar quantidades (pelo menos a ordem de grandeza), torna-nos aptos a exercer nossa cidadania de forma mais imediata. É essa habilidade (e a confiança nela) que nos encoraja a duvidar, questionar e apresentar argumentos matemáticos baseados em estimativas.

Este deve ser o principal objetivo do ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: preparar o indivíduo para o exercício pleno da sua cidadania e a sua interação com o mundo.

Atividade - A.4

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Quais os três aspectos que devem ser abordados quando nos referimos à dimensão sociológica do conhecimento matemático? Explique cada um deles.
2. Você seria capaz de estabelecer uma ordem de importância para esses aspectos? Justifique.
3. O ensino de Matemática, como é realizado atualmente, contempla igualmente os três aspectos da dimensão sociológica? Justifique.

1.2 Teorias de aprendizagem e o ensino de Matemática

Diversas pesquisas foram realizadas tentando decifrar como é que aprendemos e elas resultaram no que chamamos de Teorias de Aprendizagem. Vamos tratar aqui, apenas das mais difundidas entre nós: O **Comportamentalismo** (Behaviorismo) de Skinner; o **Construtivismo Genético** de Jean Piaget; o **Sociointeracionismo** de Vygotsky e **As Inteligências Múltiplas**, de Gardner, sempre destacando, suas implicações no ensino da Matemática.

Behaviorismo ou Comportamentalismo

O principal estudioso dessa teoria foi o norte americano Frederic B. Skinner (1904-1990).

Fundamentado na teoria filosófica empirista, o modelo behaviorista de aprendizagem é centrado em condições externas e no comportamento dos alunos. Como se fundamenta em "mudanças de comportamento", para verificar se aconteceu alguma aprendizagem, é fundamental a existência de parâmetros para medir, comparar, testar, experimentar, prever e controlar eventos para explicar o objeto da investigação. O behaviorismo de Skinner não aceita que a mente humana possa ter uma realidade diferente da corpórea.

De maneira bastante simplificada, podemos dizer que para o empirismo o conhecimento é adquirido "de fora para dentro", através dos sentidos ou da experiência, isto é, a criança aprende pela observação e repetição de experiências. É como quando o professor de

Empirismo é o nome genérico de todas as doutrinas filosóficas que negam a existência de axiomas, enquanto princípios de conhecimento logicamente distintos da experiência. Ou, dito de outra forma, o empirismo baseia o conhecimento do verdadeiro apenas sobre a experiência; não admite que a inteligência tenha leis próprias e se contenta apenas com o que apreende da experiência.

física ou de biologia diz que vai **dar** uma aula "prática" e leva as crianças ao laboratório. Só que é ele, professor, que "realiza" as experiências, enquanto as crianças olham. Ou mesmo quando a criança até realiza a experiência, mas o faz seguindo uma série de instruções programadas pelo professor.

Essas teorias constituem a base da escola tradicional, aquela que é voltada para **o que é** ensinado. A concepção predominante, neste caso, é a de que o professor **dá** educação para a criança. A criança **recebe** (passivamente) educação. Ou, o professor **transmite** o conhecimento e a criança **se apropria** do que foi transmitido.

Algumas metáforas podem ser utilizadas para descrever os fundamentos dessas teorias, como: A criança é um "vaso" onde se pode colocar o conhecimento, a criança é uma "folha em branco" na qual o professor pode escrever à vontade, ou a criança é um bocado de barro que pode ser moldado na forma desejada pela sociedade.

A prática escolar behaviorista apresenta planejamento rígido, organização, execução das atividades sob a responsabilidade do professor que ainda julga e também utiliza diversos artifícios para reforçar positivamente os comportamentos ensinados. Essa concepção destaca, ainda, a necessidade de reforço, a importância de assegurar oportunidades em sala de aula, para que o aluno tenha condições de emitir os comportamentos esperados para os objetivos estabelecidos.

Assim, para essa teoria, **ensinar** consiste em explicar (até a exaustão) e **aprender** consiste em repetir (ou exercitar) o ensinado até ser capaz de **reproduzi-lo** fielmente.

De acordo com essa teoria, embora não seja dito explicitamente, o ser humano é passivo ao meio e pode ser manipulado e controlado pela simples alteração das situações em que se encontra.

Ensino da matemática quando se tem o comportamentalismo como concepção de aprendizagem é muito próximo do estado atual, com a seqüência: definições, exemplos e exercícios, muitos exercícios, dominando as salas de aula. Assim, o professor "ensina", apresenta as definições, depois **dá** exemplos e depois, uma série de exercícios do mesmo modelo dos exemplos apresentados para as crianças resolverem. A crença é que a aprendizagem é decorrente de uma hierarquia de experiências (grau de dificuldade dos exercícios). A observação e a imitação como princípios de ensino deixam claras a importância dos aspectos perceptivos nessa concepção de aprendizagem.

Atividade - A.5

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Qual a importância do professor conhecer teorias de aprendizagem?
2. Em que se fundamenta o behaviorismo?
3. Estabeleça os principais aspectos do behaviorismo.
4. Como age em sala de aula um professor que se apóia teoricamente em Skinner? E no empirismo?
5. Qual é o tipo de indivíduo que estamos formando, quando sustentados pelo behaviorismo?

Sociointeracionismo de Vygotsky

A Teoria Histórico-Cultural parte do pressuposto de que a criança é um ser social desde o seu nascimento. Assim, se forem proporcionadas as condições adequadas de vida e de educação, a criança será capaz de desenvolver seu pensamento, sentimentos, hábitos morais e sua personalidade. Por condições adequadas entende-se, aqui, a mediação social ou, a ajuda de outros indivíduos. Para essa corrente, o pensamento da criança vai do social para o individual.

Por ter como seu principal representante o psicólogo russo Liev S. Vygotsky (1896-1934), essa teoria é também conhecida como a Escola de Vygotsky ou ainda, como Sociointeracionismo.

O ser humano é ativo e o seu pensamento é construído gradativamente no ambiente histórico e social, pois as transformações na estrutura de interação social refletem nas estruturas do pensamento humano, orientando seu modo de agir, de perceber o real e a constituição da sua consciência. Para Vygotsky, todavia, a realidade não é um fenômeno ou um objeto que possamos receber "pronta", ao contrário, apreender a realidade exige uma construção que envolve a socialização e, portanto, a comunicação entre os indivíduos.

A linguagem, nesse contexto, desempenha papel fundamental no desenvolvimento do pensamento e no processo de aprendizagem. Esta é a principal razão para o cuidado que devemos tomar a fim de não confundir a importância atribuída por essa corrente à linguagem com uma "defesa" do ensino por "transmissão oral". A proposta de educação que se fundamenta nessa teoria de aprendizagem tem como princípio que a ação do indivíduo é fundamental no desenrolar de seu próprio processo psicológico.

Assim, para Vygotsky, só nos apropriamos de algum conceito quando aprendemos a fazer uso social dele. Por exemplo, uma criança só vai "conhecer" um copo, quando for capaz de utilizá-lo com o seu uso social. Para isso, ela precisa interagir com alguém que sabe usá-lo.

Vygotsky não aceita a tese de que a criança passa por diversos estágios cognitivos, pois existiria, segundo ele, uma contínua interação entre as inúmeras diversidades das condições sociais e a base biológica do comportamento humano.

Em resumo, o **aspecto mais difundido** do sociointeracionismo de Vygotsky são as fortes relações entre pensamento e linguagem. É a palavra que dá forma ao pensamento, modificando suas funções psicológicas, percepção, atenção, memória, capacidade de solucionar problemas e o planejamento da ação.

O **conceito mais inovador** e, portanto, mais importante dessa teoria, é o de **zona de desenvolvimento proximal**. De maneira bem simples, esta "zona de desenvolvimento proximal" seria determinada pela consideração, de maneira simultânea, do desenvolvimento real da criança e do seu desenvolvimento potencial.

Essa possibilidade de alterar o comportamento da criança mediante a interferência de um adulto ou um colega com nível de aprendizagem superior, é que impediria, segundo Vygotsky, o estabelecimento de estágios de desenvolvimento cognitivo, pois, dependendo das interferências recebidas, as crianças evoluiriam de maneira diferente.

Você Sabia?

Para revisar Liev S Vygotsky, retome o caderno didático da disciplina Psicologia I.

O **desenvolvimento real** é determinado pela sua capacidade ou não de solucionar problemas. O **desenvolvimento potencial** é a capacidade de desempenhar tarefas com a ajuda de adultos ou companheiros mais capazes.

Os fatores biológicos, segundo essa teoria, prevalecem sobre os sociais apenas nos primeiros anos de vida, pois gradativamente as interações sociais com adultos ou companheiros mais experientes são interiorizadas, provocando o redimensionamento do comportamento e do pensamento.

O professor é entendido, nesse contexto, como o **mediador** do processo de ensino e aprendizagem. É o professor que possibilita ao aluno o acesso às relações humanas que não estão normalmente à disposição no seu cotidiano. O princípio básico para a educação é: aquele que sabe faz junto com o quem não sabe, mostrando, explicando, perguntando, propondo problemas, estimulando o aluno a investigar para que, de maneira gradativa, o que está aprendendo vá adquirindo uma autonomia teórica que lhe dê segurança para realizar todo o processo sozinho. Assim, a ação do indivíduo é fundamental no desenrolar de seu próprio processo psicológico.

O **ensino de Matemática** nessa perspectiva deve, primordialmente, mostrar a relação direta do que se está estudando e a realidade, evitando que o saber matemático continue aparentando estar na contramão do saber da vida. Como a interação social é fundamental ao processo de ensino e aprendizagem, a metodologia mais adequada é o estudo em grupos. Esta sistemática de trabalho nas aulas de matemática é compatível com as estratégias de "Resolução de Problemas" e "Uso de Jogos" que, além de serem propícias à contextualização, também são ricas em situações que permitem discussões interessantes.

Atividade - A.6

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Destaque três pontos que você considerou importantes na teoria de VygotsKy.
2. Caracterize o ensino de Matemática fundamentado no sociointeracionismo de Vygotsky.
3. Explique, com suas próprias palavras, o que é zona de desenvolvimento proximal e qual a sua importância para a sala de aula.
4. Produza um texto, com no mínimo 30 linhas e no máximo 60, com suas reflexões acerca do papel do Centro de Educação Infantil (creche) e da escola no desenvolvimento da criança.

O construtivismo de Jean Piaget

O suíço Jean Piaget (1896-1980) é o mais conhecido dos teóricos que defendem a visão construtivista. O conhecimento, para Piaget, é uma construção contínua, a partir do nascimento, havendo continuidade entre os quatro estágios de desenvolvimento cognitivo pelos quais todos os indivíduos passam, sem pular nenhum. A teoria piagetiana vai além desses aspectos. Particularmente, as pesquisas referentes ao desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático, do conhecimento físico, do conhecimento social e cultural, as origens e o desenvolvimento da linguagem e o desenvolvimento moral são fundamentais para a compreensão do processo educacional.

Dois pontos são fundamentais para toda

!

Todo educador deve conhecer as matérias a ensinar, e também quais são os mecanismos operatórios da inteligência que são necessários à compreensão dos diferentes tipos de conhecimento (o físico, o lógico-matemático e o social).

proposta educativa que considera a teoria piagetiana:

- a ação está na base de todo desenvolvimento cognitivo e de toda aprendizagem;

- o principal objetivo de toda educação é o desenvolvimento da autonomia, isto é, tornar a criança segura, criativa, independente, capaz de resolver problemas e de ser agente da sua própria aprendizagem.

Assim, a sala de aula de Matemática deve criar condições para que a aprendizagem seja um processo ativo de elaboração, com o aluno construindo seu conhecimento. Aqui, o professor não é a figura central do processo, o detentor do saber, o "ator principal", mas o orientador, o "perguntador", que apresenta as questões, o "diretor do espetáculo". As estratégias da "Resolução de Problemas", do "Uso de Jogos", da "Modelagem Matemática" e mesmo a que recomenda a "Utilização de Novas Tecnologias" adaptam-se muito bem aos pressupostos piagetianos.

A principal preocupação aqui é com a abordagem global de situações; as atividades propostas devem privilegiar os processos de pensamento essenciais em Matemática.

Numa ação pedagógica voltada para a construção do conhecimento não interessam resultados "fiéis" e "repetitivos", interessa e que os alunos não cometam os mesmos erros. O principal objetivo não é a objetividade, mas a abertura, admitindo diferentes percursos de soluções e rejeitando, sempre que possível, classificações em termos de "certo" ou "errado". O "erro" do aluno é considerado como importante auxiliar para que o professor reveja estratégias e compreenda qual é o problema que seu aluno está enfrentando. Portanto, solicitar a explicação do aluno sobre "como" resolveu um problema, ou "por que" resolveu de determinada maneira deve ser uma constante na prática pedagógica diária, independente da solução apresentada estar "certa" ou "errada".

Atividade - A.7

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Explique o que significa no contexto piagetiano, dizer que "o conhecimento não se transmite, mas se constrói".
2. Destaque as principais características do conhecimento físico, do lógico-matemático e do social.
3. Qual o significado atribuído à palavra ação, no contexto da teoria piagetiana?
4. Qual a diferença entre ação e operação na teoria piagetiana?

Outras Teorias

Muitas pesquisas interdisciplinares estão sendo realizadas para compreender os processos mentais envolvidos na construção do conhecimento. Vamos apresentar, aqui, poucas linhas a respeito de algumas delas

Ciência Cognitiva: a Ciência Cognitiva procura, mediante a realização de experiências, responder questões relacionadas com a natureza do conhecimento, seus componentes, suas origens, seu desenvolvimento e como se manifesta. O objeto de estudo da Ciência Cognitiva é o conhecimento, estudando qualquer tipo de conhecimento. Para ela humanos, animais e máquinas possuem

!

São exemplos de processos de pensamento matemáticos: comparar, abstrair, generalizar, analisar, sintetizar, estabelecer relação parte-todo, etc...

inteligência cada um de um tipo diferente, existindo apenas inteligências diferentes.

A Ciência Cognitiva se fundamenta em diversas disciplinas, como a Filosofia, a Antropologia, a Psicologia, a Neurociência, a Informática, etc. e o principal ponto a ser considerado nessa teoria, é que os processos de representações mentais estão relacionados ao sistema biológico e com o sociocultural, mas constituem um sistema separado e distinto desses dois.

Teoria das Inteligências Múltiplas

O formulador dessa teoria é o norte-americano Howard Gardner, um dos expoentes da Ciência Cognitiva. Ele desenvolveu sua pesquisa fundamentado em estudos realizados em Neurobiologia e relatou ter encontrado indícios sobre possíveis "tipos naturais" de inteligência humana. Para esse pesquisador, a cultura desempenha papel importante no desenvolvimento dessas inteligências. Em outras palavras, cada sociedade ou cultura é caracterizada por uma natureza cognitiva própria, com formas de expressão específicas em nível de pensamento.

Gardner destaca a existência de três grandes preconceitos: westismo, bestismo e testismo; que influenciam negativamente as escolas regulares nos Estados Unidos.

Gardner identificou sete "inteligências" em cada pessoa ou, dito de outra forma, a inteligência é composta por um espectro de sete competências, todas com a mesma dimensão e importância: lingüística, lógico-matemática, interpessoal, intrapessoal, musical, espacial e corporal. O desenvolvimento mais ou menos apurado dessas competências depende de uma organização educacional que ajude a criança a atingir seu potencial máximo em cada uma delas. Para isso, é necessária uma variedade de disciplinas e atividades, todas de igual importância.

É importante destacar que **todos** os componentes interagem entre si, equilibrando-se em razão de deficiência em um ou mais deles. Somos todos localmente deficientes, ninguém é fortemente competente nas sete áreas e, portanto, somos parcialmente competentes ou mesmo incompetentes em algum aspecto. Todavia, globalmente, sempre somos competentes, pois em alguma área nos destacamos.

Nessa perspectiva, a escola deve estimular a emergência dessas áreas, alimentando os interesses despertados, oferecendo canais adequados para sua manifestação e desenvolvimento. Não deve esquecer as áreas onde a criança se apresenta menos promissora, pois é fundamental estimular um desenvolvimento harmonioso do amplo espectro de competências. Recentemente, Gardner acrescentou uma oitava competência, a Naturalista, que seria a capacidade de lidar com as várias espécies do meio ambiente.

Um **ensino de Matemática** que se fundamente nessa perspectiva deve privilegiar a realização de um trabalho de natureza interdisciplinar, procurando contemplar igualmente as diferentes inteligências.

Você Sabia?

Para revisar Howard Gardner, retome o caderno didático da disciplina Psicologia da Educação I

Westismo vem de West, que quer dizer Oeste, Ocidente e se refere à tendência das sociedades ocidentais em valorizar as habilidades lingüísticas e matemáticas do indivíduo.

Bestismo: tanto nos processos educacionais, quanto no desenvolvimento das relações sociais, este preconceito dita que importa "é ser o melhor".

Testismo: está diretamente associado aos processos de avaliação e envolve a suposição de que tudo o que tem valor pode ser avaliado através do recurso aos testes "objetivos.

Atividade - A.8

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Estabeleça uma proposta de trabalho com número em sala de aula e descreva atividades sobre esse tema que proporcionem o desenvolvimento de pelo menos cinco "inteligências" entre as descritas por Gardner.

Contribuições das Neurociências

Quando os neurologistas passaram a estudar mais profundamente as lesões cerebrais causadas por acidentes, eles descobriram que o cérebro é composto por dois hemisférios, o esquerdo e o direito, cada um deles com funções distintas. Essa descoberta foi possível porque eles verificaram que pessoas que antes de um acidente eram normais, dependendo da localização da lesão cerebral, perdiam capacidades diferentes. Por exemplo, se o hemisfério lesado fosse o esquerdo, as capacidades afetadas seriam as relacionadas à palavra, escrita ou falada.

É comum nos depararmos com afirmações do tipo: "só consigo aprender quando escrevo", ou "preciso ler em voz alta para memorizar alguma coisa" ou, ainda, "só entendo alguma coisa quando faço um esquema, um desenho". Essas "sensações" se referem às nossas preferências cerebrais individuais.

Essas informações são importantes para o professor, pois ele deve utilizar diferentes formas de comunicação, se pretende contemplar as preferências cerebrais distintas de seus alunos.

Assim, é importante para o professor saber que a representação de um conhecimento não se dá apenas no nível verbal, mas sim, depende de representações mentais fornecidas pelas diferentes linguagens e, portanto, um mesmo conceito deve ser apresentado em diferentes formas de representação, para procurar atender ao maior número possível de alunos.

Verbal se refere tanto à palavra falada quanto à palavra escrita.

Hemisfério cerebral esquerdo

Controla o uso da fala, da escrita, da leitura, as capacidades numéricas, o raciocínio lógico, os processos simbólicos, abstratos, analíticos e metodológicos. Funciona no nível do consciente e transforma as percepções em representações racionais. Esse hemisfério governa todo o lado direito do corpo (é trocado, o hemisfério esquerdo governa o lado direito e vice-versa). Ele permite a consciência das seqüências temporais e da linearidade dos acontecimentos.

Os **intelectuais** possuem preferências tipicamente lógico-racionais. Eles analisam as questões dedutivamente, não divagam, pensam de maneira convergente, agem de maneira seqüencial. Costumam planejar o tempo. Dizem que são "pessoas capazes de ver a árvore, mas não a floresta". Essa última expressão, do ponto de vista matemático, indica que preferem lidar com objetos (grandezas) discretos, descontínuos ou contáveis.

Hemisfério cerebral direito

Está relacionado às formas não verbais do pensamento; à imaginação, à apreensão espacial das formas, à sensibilidade, aos ritmos e às cores. A percepção dos conceitos se dá globalmente.

Esse hemisfério governa todo o lado

esquerdo do cérebro. Permite a consciência das informações simultâneas e viso-espaciais.

Os **artistas** possuem essas funções cerebrais bem desenvolvidas e seu pensamento apóia-se, fundamentalmente, na intuição e na síntese. O comportamento não se exprime de maneira linear e seqüencial e não costumam se preocupar em planejar o tempo. Dizem que são "pessoas que percebem melhor a floresta do que a árvore". Essa última expressão, do ponto de vista matemático, indica que preferem lidar com objetos (grandezas) sem interrupção, contínuos ou que podem ser medidos.

Podemos, na Matemática, utilizar as representações escrita, simbólica, pictórica ou gráfica, para um mesmo conceito.

Por exemplo:

Adição: é a operação que "junta" duas quantidades num só total. Para adicionar duas laranjas a outras três laranjas é preciso juntar todas, fazendo: duas mais três e o total é cinco. - Representação verbal.

Adição: 2 + 3 = 5. - Representação simbólica.

O ensino de Matemática estará utilizando o lado esquerdo do cérebro, quando as atividades desenvolvidas permitem que os alunos debatam entre si; são tarefas com meios descontínuos (tampinhas, grãos, fichas, palitos, pessoas, etc.) e se referem à contagem e à aritmética. Por outro lado, o hemisfério direito estará sendo solicitado, quando as atividades desenvolvidas permitem que ele descubra regularidades um padrão que se repete, num desenho ou numa seqüência de palavras, ou são realizadas com objetos contínuos (barbantes, réguas, superfícies, tecidos, etc.) e se referem às medidas e à geometria.

Atividade - A.9

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Exemplifique uma situação de uma aula de Matemática em que o professor está explorando o hemisfério cerebral direito dos alunos.
2. Agora, sugira uma atividade sobre o mesmo assunto que você escolheu para a questão anterior, mas que explore o hemisfério cerebral esquerdo de seus alunos.

1.3 Reformas Curriculares e suas implicações para o ensino da matemática escolar

Atualmente, quando tratamos da educação de crianças e jovens, a importância do ensino de Matemática não é questionada. Entretanto, nem sempre foi assim. A maior ou menor ênfase dada ao ensino da Matemática esteve sempre ligada à importância desfrutada por esta disciplina em determinado contexto social.

Num passado não muito distante, se uma criança devia ou não aprender Matemática, dependia da profissão para a qual estava sendo preparada. O texto a seguir, apresenta, resumidamente, a evolução do ensino da Matemática no Brasil e no mundo.

!

Um exemplo de atividade envolvendo regularidade é escrever na lousa: gato, maçã, cachorro, banana, macaco, laranja, cavalo ... o aluno deve descobrir que a próxima palavra deve ser o nome de uma fruta.

Para a aristocracia do período colonial americano, uma pessoa que soubesse calcular servia apenas para desempenhar funções menos importantes, ao contrário da leitura e da escrita, que eram consideradas imprescindíveis e seu ensino exigido por lei nos Estados Unidos desde 1679. A aritmética, por seu lado, permaneceria ausente dos currículos escolares americanos durante um longo período. O mesmo acontecia na Europa, onde a educação infantil, até então, era realizada a domicílio, por professores particulares.

No início da colonização do Brasil, a implantação das primeiras escolas aconteceu com os jesuítas e pela política colonizadora iniciada pelo rei D. João III. As primeiras escolas foram a da Bahia, criada pelo padre jesuíta Vicente Rijo Rodrigues, em 1549, e a de São Vicente, criada pelo padre Manuel da Nóbrega em 1550, instituída com doze órfãos trazidos da metrópole, sendo que nelas apenas era ensinado a ler e a escrever, não havendo aulas de Matemática. Com a reforma pombalina, em Portugal, iniciam-se as reformas no ensino brasileiro e, finalmente, com a chegada de D. João VI, em 1808, o Brasil foi descoberto de fato, proporcionando um grande impulso nas questões educacionais. Em 1826 o ensino brasileiro foi organizado com a reforma Januário Cunha Barbosa que dividiu as escolas em pedagogias, liceus, ginásios e academias. A partir daí, a Matemática tornou-se obrigatória em todos os níveis de ensino.

De um modo geral, podemos então dizer que por volta de 1800, a Matemática já era ensinada nas escolas da maioria dos países do mundo, sendo que seu ensino consistia basicamente em como resolver problemas através de regras. Os livros dessa época eram de natureza comercial, porque continham um grande número de problemas e regras relativas a negócios e ao comércio, e não se destinavam a ensinar crianças, já que, raramente, se ensinava-se nada mais do que contagem e operações com números pequenos a crianças menores de dez anos.

No começo do século XX, começou a preocupação com a aplicação dos conteúdos escolares à vida real dos adultos, e este fato gerou abusos tais como ensinar juros e taxas para crianças do então ensino primário. No final dos anos 20, do século XX, iniciou-se a preocupação com a idade mental adequada à aprendizagem de alguns tópicos de matemática. Foram feitos estudos que exerceram enorme influência nos currículos escolares nos vinte anos seguintes. Nogueira, C. M. I., (2002, p. 36).

Mesmo com todas as mudanças ocorridas no ensino brasileiro, os currículos atuais continuam reproduzindo o modelo dessa época, com os seis primeiros anos do Ensino Fundamental enfatizando a aritmética, e os dois últimos apresentando a álgebra e os fatos mais

simples da geometria indutiva. O Ensino Médio continua com a álgebra; a geometria é a dedutiva e aparece a trigonometria.

Durante as décadas de 50 e 60 do século XX, o ensino de Matemática, em diferentes países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. Um pouco antes, esta situação ficou evidente quando os Estados Unidos entraram na Segunda Guerra Mundial e ficou patente para os militares que os soldados pouco sabiam de matemática. Foram então instituídos cursos especiais para melhorar seus desempenhos matemáticos. Tal fato motivou a necessidade de se "reformar" o ensino de matemática americano e embora sejam muitos os fatores envolvidos em qualquer atividade de ensino, a reforma concentrou-se no currículo, acreditando que se este fosse melhorado, todo o ensino teria êxito. No outono de 1957, os russos lançaram o primeiro satélite Sputinik, este fato convenceu o governo norte-americano e todo o país de que estavam atrasados em relação aos russos em ciências e em Matemática.

Segundo Nogueira (2002), a reforma curricular consistiu basicamente em se largar a matéria tradicional em favor de campos novos da Matemática e o que se pretendia era diminuir a distância entre o saber ensinado e o saber da disciplina. Para isso, a Matemática moderna precisava utilizar a linguagem da teoria dos conjuntos. É quando a teoria dos conjuntos passou a ser ensinada em todos os níveis de ensino. Não existia nenhuma preocupação pedagógica com o ensino da Matemática, o que se percebia era a intenção de transformar a criança ou adolescente em um matemático mirim, preocupado com a exatidão, rigor e estrutura lógica da matemática.

Continuando sua análise acerca do ensino de Matemática, Nogueira (2002, p.42) acrescenta:

> No Brasil, no início do movimento (em torno de 1950), havia grande insatisfação entre os professores de matemática, devido à educação antiquada, aos programas inflexíveis, determinados sem levar em conta a opinião dos professores. Isso motivou a realização dos Congressos do Ensino de Matemática, que foram organizados objetivando reunir professores de Matemática de todo o país, com o propósito de desenvolver diretrizes para um plano de trabalho em comum. O I Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática, aconteceu em Salvador, Bahia, de 4 a 7 de setembro de 1955, com a participação de 94 (noventa e quatro) professores.
>
> O II Congresso teve lugar em São Paulo, em 1957, onde a discussão girou em torno da pergunta: "Matemática clássica ou Matemática moderna nos programas do curso secundário?". Quando da realização do III Congresso, no Rio de Janeiro em 1959, quase não se havia avançado nada, a maioria dos professores brasileiros ainda não sabia Matemática moderna.

A maior conquista do movimento da "Matemática moderna" foi motivar o debate em torno do ensino de Matemática. Foram criados diversos grupos de férias para discutir o ensino de Matemática, modificando-se os programas e os livros didáticos, proporcionando, efetivamente, uma renovação do ensino de Matemática em nosso país. A partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação, a Matemática moderna começou a perder espaço no Brasil.

Em âmbito internacional, as críticas à Matemática moderna começaram a ganhar corpo durante o Terceiro Congresso Internacional sobre Educação Matemática, realizado em Karlsruhe, na Alemanha Ocidental, em 1976. A variedade e a abrangência dos temas abordados e o enfoque dado às discussões revelaram uma mudança significativa no movimento da Educação Matemática, com a intensa preocupação com a modernização dos currículos, perdendo espaço para debates sobre a influência da vida social, o desenvolvimento da atitude de investigação no aluno, a formação do professor, a preocupação com os alunos lentos e deficientes, a relação entre matemática e linguagem, o uso de computadores, entre outros.

Apesar das inúmeras tentativas de mudança, o ensino de Matemática no Brasil continuou caracterizado pela excessiva preocupação com o treino de habilidades, mecanização de algoritmos (as continhas), rígida organização linear dos conteúdos (os pré-requisitos), memorização - sem compreensão - de fórmulas e procedimentos, além da formalização precoce de conceitos.

É somente a partir dos anos 60 que o fracasso escolar se tornou uma preocupação mundial e, desde então, inúmeras teorias foram elaboradas procurando esclarecer por que isso estava acontecendo sem que nenhuma delas, todavia, obtivesse pleno êxito. Ao longo desse período foram propostas mudanças curriculares, aconteceram rupturas teóricas e ideológicas, multiplicaram-se as orientações metodológicas fundamentadas em diferentes teorias de aprendizagem, mas a realidade educacional a tudo resiste.

A mesma situação se aplica ao ensino da matemática. Diversas propostas já foram colocadas em prática, algumas alterando apenas os conteúdos das propostas curriculares, outras, fixando-se na questão metodológica, além daquelas que propunham alteração tanto nos conteúdos quanto na forma de tratá-los. Porém, qualquer que seja a proposta, o sucesso dela depende, essencialmente, do professor. Salvo exceções, todavia, a obsessão pela ação, a premência em "passar do discurso à prática", não permite que os professores reflitam sobre seu fazer pedagógico.

A maioria dos professores compartilha da conhecida concepção de ensino e aprendizagem: "ensinar consiste em explicar exaustivamente e aprender consiste em repetir (ou exercitar) o ensinado até repeti-lo fielmente". Essa atuação na Educação Infantil

e anos iniciais do Ensino Fundamental é um erro grave, pois aqui todos os esforços devem convergir para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático da criança. Essa reflexão tem a maior importância, pois, se os professores não compreendem porque realizam determinadas atividades em sala de aula, se não têm clareza de seus objetivos, das possíveis contribuições ou limitações que essas atividades possuem, podem conduzir de maneira inadequada suas ações e, conseqüentemente, diminuem as possibilidades de uma intervenção pedagógica que contribua para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático da criança.

Atividade - A.10

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Você acredita que o professor tem uma formação adequada para enfrentar o dia-a-dia da sala de aula?
2. Para você, o que é ensino de qualidade? O que e como pode ser melhorado no ensino e que depende apenas do professor?

A proposta curricular em vigor: os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são orientações de natureza metodológica e de conteúdo que as escolas brasileiras, do ensino infantil ao médio, devem seguir. Este material está disponível no site do MEC (www.mec.gov.br).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Devido ao tema ser bastante amplo e gerar discussões, optamos por fazer aqui uma breve apresentação dos principais itens contidos no texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática. Tais itens devem ser necessariamente retomados, seja individualmente ou em grupo, em uma leitura crítica. Destacamos, aqui, os pontos sobre os quais o professor deve refletir acerca do ensino de Matemática recomendados nos PCNs.

> Numa reflexão sobre o ensino de Matemática é de fundamental importância ao professor: identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações; conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais; ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.
> PCN, 1997, p.36

Para que essa reflexão fosse possível, em particular no que se refere às principais características da Matemática, é que abordamos o conhecimento matemático em suas diferentes dimensões: filosófica, histórica, psicológica e sociológica. As reflexões acerca do segundo

ponto recomendado podem ser subsidiadas pelo estudo das diversas teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino da Matemática. Especificamente ao que se refere às concepções de matemática, é fundamental compreender a dimensão filosófica do conhecimento matemático. Quanto aos métodos, ramificações e aplicações, na próxima unidade vamos tratar das tendências atuais em Educação Matemática ou, como aparecem nos PCNs, dos diversos "caminhos para se fazer matemática na sala de aula".

Atividade Final

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Faça um resumo acerca dos aspectos histórico, filosófico, psicológico e sociológico do conhecimento matemático.
2. Faça um quadro que evidencie o princípio básico do behaviorismo, da teoria de Piaget, da teoria de Vygotsky, de Gardner e da Neurociência.
3. Coloque também, nesse mesmo quadro, os pontos positivos e negativos de cada teoria; o papel do professor e como deveria ser o ensino de Matemática fundamentado em cada uma dessas teorias.
4. Com base nesses dados, escolha uma das teorias para fundamentar a sua prática e justifique sua escolha.

UNIDADE

B

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO I CICLO DOS ANOS INICIAIS

Objetivos da Unidade

Nesta segunda unidade de trabalho, estudaremos a dimensão metodológica do conhecimento matemático. Para isso, abordamos tanto os conhecimentos específicos do I ciclo do Ensino Fundamental quanto sugestões metodológicas, embasadas nas principais tendências da prática pedagógica na Educação Matemática escolar. Ao final dessa unidade, o aluno deverá ser capaz de refletir e organizar situações didáticas para o ensino da Matemática no I ciclo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Introdução

O tema da **Unidade B** é a "Educação Matemática no I Ciclo dos anos iniciais". Aqui, a ênfase está na dimensão metodológica do conhecimento matemático e, portanto, abordamos os conteúdos básicos, afinal, ninguém pode ensinar o que não sabe. Também apresentamos aqui as principais tendências da prática pedagógica na Educação Matemática escolar, pois não é suficiente conhecer bem os conteúdos básicos para ser um bom professor de matemática.

Da mesma maneira que na **Unidade A**, as atividades aqui propostas, a exceção da Atividade Síntese, contêm questões norteadoras e destinam-se a auxiliar suas reflexões para a construção de seu conhecimento. Portanto, utilize-as como roteiro de estudos. Em caso de dúvidas, encaminhe-as para o Diário de Bordo. Como suas dúvidas devem ser similares às de seus colegas, encaminhe-as, também, ao fórum de discussões da plataforma e-Proinfo.

1 O conhecimento matemático e as dimensões metodológicas

1.1 Conteúdos básicos

1.1.1 Números Naturais e Sistemas de Numeração

Apresentamos, a seguir, um breve resumo fundamentado em texto de Nogueira (1998) acerca da construção do número pela criança, segundo a psicogenética.

> A condição necessária para a construção do pensamento lógico-matemático é, pois, a possibilidade do ser humano estabelecer relações lógicas, sustentadas na sua ação transformadora sobre a realidade com a qual interage. São dois os tipos de relações que o sujeito pode estabelecer com o objeto, relações estas que diferem em sua natureza: as relações simétricas e as assimétricas. (Nogueira, 1998, p.172)

As **relações simétricas** são as que são estabelecidas em função das **semelhanças** entre os objetos, por exemplo, ter a mesma cor. São essas relações que dão origem à estrutura lógica de **classificação**, e as **relações assimétricas** (que são estabelecidas em função das diferenças entre os objetos, por exemplo, 'ser maior que'), são as que constituirão a estrutura lógica de **seriação**.

O número é um novo tipo de relação. Para construir o número, a criança precisa levar em consideração **as semelhanças e as diferenças ao mesmo tempo**. Por exemplo, em uma sala de aula onde existem meninos e meninas, para podermos contar as meninas, primeiro as separamos, mentalmente, dos meninos e aí, não nos importa se elas são loiras, morenas, japonesas ou negras, isto é, as diferenças entre elas não interessam, o que nos interessa são as **semelhanças**, a propriedade comum, que é a de ser menina (classificação). Porém, para podermos contar corretamente, isto é, contar todas, sem pular nenhuma e sem contar ninguém duas vezes, precisamos estabelecer uma ordem entre elas, da direita para a esquerda ou vice-versa (seriação). Isto significa estabelecer uma **diferença** entre elas. É por isso que Piaget afirma que "o número é a síntese da classificação e da seriação".

"Em resumo, muitas ações precisam ser realizadas e coordenadas pela criança para que ela venha descobrir quantos objetos tem numa coleção e possa empregar a palavra correta para designar esse número".(Nogueira, 1999, p. 102)

De acordo com Rangel (1992), essas ações constituem-se em:

a) juntar os objetos que serão contados, separados dos que não serão contados (classificação);

O número é a síntese da classificação e da seriação. Isso significa que para contar, precisamos considerar as semelhanças e as diferenças ao mesmo tempo.

b) ordenar os objetos para que todos sejam contados e somente uma vez (seriação);

c) ordenar os nomes aprendidos para a enumeração dos objetos, utilizando-os na sucessão convencional, não esquecendo nomes e nem empregando o mesmo nome mais de uma vez;

d) estabelecer a correspondência biunívoca e recíproca nome-objeto;

e) entender que a quantidade total de elementos de uma coleção pode ser expressa por um único nome.

Para estabelecer a correspondência biunívoca entre a palavra-número e o objeto que está contando, a criança precisa usar tanto a classificação, ao juntar os objetos que serão contados, separando-os dos que não o serão, como a seriação, ao ordenar os objetos um após os outros e fazê-los corresponder às palavras.

Portanto, atividades de classificação (relações simétricas), de comparação (relações assimétricas), de seriação, de correspondência um-a-um devem ser realizadas para se estimular a progressão do pensamento até que se consiga a maturidade necessária para captar o número como estrutura mental. Por outro lado, as atividades de contagem também devem ser estimuladas, desde que em situações com significado para a criança e não apenas como memorização sem sentido.

São atividades de **correspondência biunívoca** as que fazem corresponder: figuras iguais ou com algumas semelhanças; numerais a quantidades; numerais a numerais ou quantidades a quantidades; letras maiúsculas a minúsculas; figuras a objetos; formas geométricas; nomes às cores ou formas; objetos à sua utilidade; pessoas às suas profissões; animais aos seus filhotes; cadeiras aos alunos; xícaras a pires; jogo de memória; bingos; etc.

As atividades de correspondência biunívoca estão presentes desde os primórdios da humanidade, quando o homem inicia o processo de contagem, pela comparação entre duas quantidades, como por exemplo, para descrever que possuía dois machados, poderia dizer que tinha a mesma quantidade de machados quanto as asas de um pássaro.

São atividades que favorecem a **classificação**: separar objetos de acordo com suas semelhanças; classificar figuras de animais em subclasses: aves, mamíferos, aquáticos, terrestres, nocivos, selvagens, domésticos, etc.; blocos lógicos: agrupar objetos da sala, mediante algum critério; separar figuras ou objetos de acordo com sua utilidade, tipo, material de que são feitos, etc.; separar os elementos de um dado conjunto em dois outros; dar um conjunto e pedir que a criança separe em subconjuntos cujas propriedades são estabelecidas pelas crianças.

Seriação: para que haja seriação é necessário que a criança seja capaz de estabelecer uma relação entre dois objetos com base em algum atributo específico, portanto é importante a utilização de materiais diversos de forma a possibilitar às crianças o maior número de informações sobre os objetos, reconhecendo suas múltiplas propriedades. Numa seriação, os objetos devem ser organizados num arranjo linear. Este tipo de arranjo é fundamental, pois se os elementos estiverem distribuídos de maneira irregular no espaço, não será possível a determinação dos "vizinhos" e, conseqüentemente, não será possível estabelecer as relações de "vem antes

de" ou "vem depois de" para se estabelecer uma ordenação.

Para que haja uma seriação, é necessário ainda que o arranjo linear tenha uma origem, isto é, que seja possível determinar qual é o seu primeiro elemento; deve ter um sentido (crescente ou decrescente) e os elementos vizinhos devem estar relacionados segundo diferenças em relação a um mesmo atributo (peso, altura, idade, etc.). Ao ser capaz de seriar, a criança se torna também capaz de perceber que um objeto pode ser, ao mesmo tempo, "maior e menor que"; mais grosso que e mais fino que, etc., dependendo dos objetos com os quais se relaciona, ou seja, é o conhecimento lógico-matemático que está presente não nos objetos em si, mas nas relações mentais estabelecidas entre eles.

Há que se enfatizar as atividades de seriação, pois são essas relações que permitirão à criança manipular conceitos tais como mais/menos, tudo/nada, alguns/quase todos, igual, o mesmo que, ou seja, os **quantificadores** que costumam ser de aquisição bastante difícil para as crianças com necessidades especiais. Dificuldades no uso dos quantificadores podem levar a falhas no pensamento operatório dos tipos: falta de noção maior/menor nos números; falta da noção de antecedente e conseqüente; impossibilidade de realizar cálculos mentais, etc.

Os quantificadores devem ser trabalhados aos pares (como relações assimétricas), contrapondo um ao outro: se numa cesta há muitos ovos é porque em outra cesta, ou nessa mesma, anteriormente, havia poucos ovos. Devem ser apresentadas questões do tipo "quem tem mais"; "quanto tem a menos", "quanto é maior", etc. Está se trabalhando com seriação quando se utiliza das relações assimétricas, tipo grande/pequeno; alto/baixo; gordo/magro; largo/estreito; ordenações (do maior para o menor e vice-versa) no plano horizontal e no vertical; com objetos planos ou tridimensionais, etc.

É necessário levar em conta que se uma criança possui necessidades educacionais especiais (NEE), sua interação com o meio ambiente e com as outras pessoas poderá se dar de maneira deficitária, o que não favorece a obtenção das informações necessárias para a construção e representação do espaço e do número. Muitas vezes, as crianças com NEE não contam nem com a informação proprioceptiva para isso e, se retardarmos a apresentação de atividades que as favoreçam, podemos esperar que essas crianças desenvolvam tardiamente o pensamento lógico-concreto.

Atividade - B.1

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1) Envie um resumo sobre o processo mental desenvolvido pela criança para a construção do conceito de número;

2) Envie um resumo sobre o processo desenvolvido pela humanidade para a construção do conceito de número;

3) Verifique as semelhanças e as diferenças entre os dois processos e envie também.

Sistemas de numeração

Uma das noções fundamentais da Matemática, a idéia de número surgiu da necessidade humana de conhecer o mundo e nele sobreviver. O nosso sistema de numeração atual tem dois aspectos importantes: é decimal e posicional. Muitas das dificuldades encontradas no aprendizado dos algoritmos das quatro operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental decorrem da não compreensão desses dois importantes aspectos.

Apesar da naturalidade e praticidade da base dez, outras bases foram e ainda hoje são utilizadas. Por exemplo, base 5, base 20, base 60 e base 2 na computação. As bases duodecimal e sexagesimal já eram utilizadas na Antiguidade pelos sumérios e assírios-babilônios e até hoje as empregamos.

O aspecto posicional foi construído aos poucos pelo homem ao longo dos milhares de anos. É graças a essa idéia que é possível escrever infinitos números a partir de poucos algarismos. Conforme vimos quando estudamos a dimensão histórica do conhecimento matemático, o processo de construção de determinado conceito matemático facilita a compreensão dele. Assim, ao estudar esse assunto com um enfoque histórico, devemos abordar alguns sistemas de numeração não-posicionais utilizados na Antiguidade, como o dos egípcios, dos babilônios, dos romanos e dos gregos.

!

O que ocasionou a escolha do registro decimal foi a quantidade de dedos das mãos. A associação entre dedos e números até hoje está presente na palavra **dígito**.

Atividade - B.2

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Faça uma pesquisa e descubra como os romanos antigos realizavam as operações de adição e multiplicação. (Sugestão: Texto: Os números: história de uma grande invenção, de Georges Ifrah).
2. Os sistemas de numerações egípcio, mesopotâmico e romano guardam diferenças e semelhanças entre si. Faça um quadro com as principais semelhanças e diferenças entre eles.

Sistema de Numeração Decimal

O **Sistema de Numeração Decimal** (SND) que utilizamos hoje é de origem recente, mais precisamente, do século VI d. C. Foi sistematizado pelos hindus e difundido pelos árabes, razão pela qual ficou conhecido como **Sistema de Numeração Indo-arábico**. Como esse povo possuía a pele escura, durante séculos os europeus se recusaram a adotar esse sistema. A primeira vez que o SND aparece num texto científico é no século XII. Os comerciantes e o povo em geral, todavia, já adotavam esse sistema desde muito antes.

O SND contém dez símbolos básicos (algarismos ou dígitos) com os quais é possível escrever qualquer número a partir de uma regra básica: os algarismos assumem diferentes valores em função da posição que ocupam. Assim, por exemplo, o algarismo 2 tem valores diferentes nos três números seguintes: 42, 423 e 247.

A criação do **zero** para marcar uma posição vazia e a variação do valor de um algarismo em função de sua posição no numeral conferem ao SND vantagens sobre os demais sistemas, não apenas no que se refere à escrita de números mas, e principalmente, por possibilitar o estabelecimento dos diversos algoritmos das operações.

Resumindo: um sistema de numeração é um conjunto de símbolos e de regras utilizados para escrever números. No SND, possuímos dez símbolos e quatro regras, a saber:

Símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, denominados algarismos indo-arábicos.

Regras:

1) O sistema é decimal, isto é, funciona através de agrupamentos de dez. Este número dez é chamado de base do sistema.

2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral.

3) O sistema é multiplicativo, isto é, num numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência da base dez. Por exemplo, no número 543, o algarismo 5 representa o número $5x10^2$ que é múltiplo de 10^2, o algarismo 4 representa o número $4x10^1$ que é múltiplo de 10^1 e o algarismo 3 representa o número $3x1=3x10^0$ que é múltiplo de 10^0.

4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior. Por exemplo, .

Atividade - B.3

1. Quais são os principais aspectos do SND? Justifique.
2. Explique o que você entende quando dissemos que o nosso sistema de numeração é aditivo. E multiplicativo?
3. Discuta, num fórum, com seus colegas se o contexto social ou cultural pode interferir no desenvolvimento da Matemática. Escreva um texto de, aproximadamente, 15 linhas a respeito.

Sugestões Metodológicas

Sem dúvida, o aspecto posicional é o que apresenta mais dificuldades para a compreensão pela criança, nesse sentido devem ser realizadas e exploradas atividades em sala de aula com agrupamentos e trocas em diferentes bases.

O encaminhamento metodológico que sugerimos se fundamenta no desenvolvimento lógico da criança e no desenvolvimento histórico da humanidade. Assim, a preocupação do professor no primeiro ano do ensino fundamental deve estar voltada para a compreensão do aspecto decimal do nosso sistema. Para isso, as atividades de agrupamentos e reagrupamentos (trocas) em diversas bases, valorizando atributos como cor, forma, espessura ou tamanho devem ser exploradas. No segundo ano do primeiro ciclo, o trabalho pedagógico teve ter por objetivo a compreensão do valor posicional. Para facilitar essa compreensão, podem ser utilizados pelo professor o ábaco, o quadro de pregas, o quadro valor de lugar ou as caixinhas de numeração.

Por exemplo, 543 = 500 + 40 + 3

Você Sabia?

Há inscrições antigas encontradas na Índia que contêm símbolos numéricos, alguns apresentando semelhança com os usados hoje. Os mais antigos foram encontrados em colunas de pedra de um templo construído durante a época do rei Asoka, por volta de 250 a.C. Mas não há, ainda, o registro de um símbolo para o zero. A maior parte dos historiadores situa o final do desenvolvimento desse sistema com o pleno uso do zero e do início do princípio posicional, por volta do século IV d.C. e VII d.C. Por volta de 800 d.C. o sistema foi levado a Bagdá e adotado pelos árabes que tiveram um importante papel na sua difusão. Os árabes sempre reconheceram esse sistema, como criado pelos hindus: em 825 da era cristã, o persa Al-Khowarizmi descreveu o sistema atribuindo-o aos hindus. Ao viajarem pelo norte da África e depois até a Espanha os árabes levaram esses trabalhos para o mundo ocidental. O trabalho de Al-Khowarizmi foi perdido; existe uma tradução latina do século XII, provavelmente feita por Abelardo de Bath, um monge inglês, intitulado Liber algoritmi de numero indorum, e geralmente citado como Liber algorismi, que trouxe o sistema e suas formas computacionais. Na abertura da tradução, lê-se "Algoritmi dixit" (Al-Khowarizmi diz) que deu origem ao termo algoritmo para designar os vários tipos de processos computacionais.

No segundo ciclo, deve-se continuar o estudo do sistema de numeração decimal com a introdução de ordem superior aos milhares.

Sugerimos, a seguir, algumas atividades que servirão de apoio ao trabalho do professor em sala de aula. Tais atividades obedecem a uma seqüência lógica, tendo em vista o encaminhamento metodológico exposto: agrupamentos em diversas bases, reagrupamentos em diversas bases, "Jogo das Trocas" (aqui o valor será dado ao atributo da cor), "Trocas com Material Dourado" (o atributo valorizado será a forma) e Valor Posicional: atividades com o ábaco.

Atividade com Agrupamentos

Solicitar à criança que separe uma quantidade não muito grande de tampinhas. Em seguida, pedir para que ela faça agrupamentos ("grupinhos"): de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4, ..., de 10 em 10.

Explorar cada situação, dirigindo aos alunos perguntas do tipo: "Quantas vezes aparece o "grupinho" 2?" (3, 4, ..., 10); "Quantas tampinhas ficaram soltas?"; "O total de tampinhas ficou dividido em quantos "grupinhos de 2?" (3, 4, ..., 10).

Atividade com Reagrupamentos

"Jogo de Trocas" - Atividade: "Troca 2"

Imagine que você está em viagem a vários países. Em cada um, o valor da moeda é diferente e é dado pela cor. Você chega a um país onde a regra de troca da moeda é a seguinte:

2 amarelas (Am) são trocadas por 1 vermelha (V); 2 vermelhas (V) são trocadas por 1 laranja (L); 2 laranjas (L) são trocadas por 1 azul (Az) e 2 azuis (Az) são trocadas por 1 branca (B).

A quantidade inicial de dinheiro que você possui é 31 moedas amarelas. Precisando ficar com a menor quantidade de moedas em mãos, você vai à casa de câmbio efetuar a troca. Com quantas moedas de cada cor ficará após a troca?

Ao fazer compras, você decide pelas seguintes mercadorias: 1 bolsa que custa: 1L 1Am na Loja 1; 1 blusa que custa: 1L 1V na Loja 2; 1 cinto que custa: 1Az 1Am na Loja 3.

Após as compras, com quais moedas você ficou? Essa quantidade representa quantas moedas amarelas? Quanto gastou nesta compra?

Atividades do mesmo tipo podem ser realizadas, mudando a base, isto é, jogo do troca 3; troca 5 e troca 10, sendo que o da base 10,deve ser, necessariamente, realizado.

O Material Dourado: o material dourado é um material pedagógico, confeccionado geralmente em madeira, mas que pode ser também construído usando cartolina, cujas peças podem ser: quadradinhos de lado igual a 2cm, peças retangulares de 2cm por 20cm e peças quadradas maiores de lado igual a 20cm. O material dourado, na versão de cubinhos, barras e cubos é apresentado na figura a seguir.

Assim, o número 16 representado com o material dourado Montessori corresponde a uma barrinha e seis cubinhos; o número 23, a duas barrinhas e três cubinhos. Para a representação escrita, usando o material

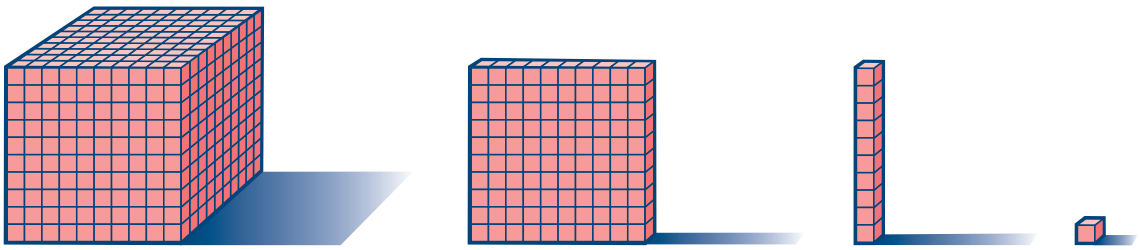


Figura B.1

dourado Montessori, substituem-se as ordens, pelos desenhos das peças. Por exemplo, para representar graficamente 16 e 23, fazemos como segue:

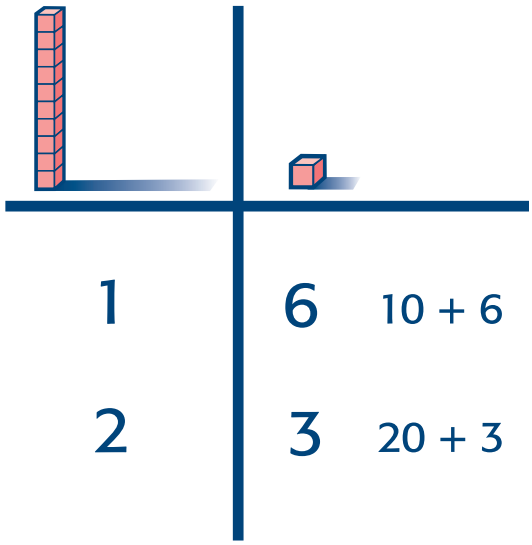


Figura B.2

Inicialmente, não é necessário estabelecer os nomes das ordens, o que será feito no momento em que o professor achar conveniente. Ele poderá associar cada cubinho do material dourado Montessori a uma unidade, e cada barra a uma dezena. As centenas são associadas às placas e o milhar, ao cubo.

Exemplo de atividade

a) Represente, utilizando material dourado, o número 135 (através de desenho).

b) Existe outra forma de representar 135 com material dourado? Justifique.

c) Represente agora o número 242.

d) Represente a soma cujas parcelas são os números 135 e 242.

e) Represente os números 287 e 346 e sua soma.

f) Represente a subtração entre os números 387 e 243.

g) Represente a subtração entre os números 325 e 248.

Introdução ao ábaco: nesta etapa, o professor deve destacar a vantagem do nosso sistema que utiliza apenas dez símbolos para representar qualquer quantidade, variando somente a posição que ocupam.

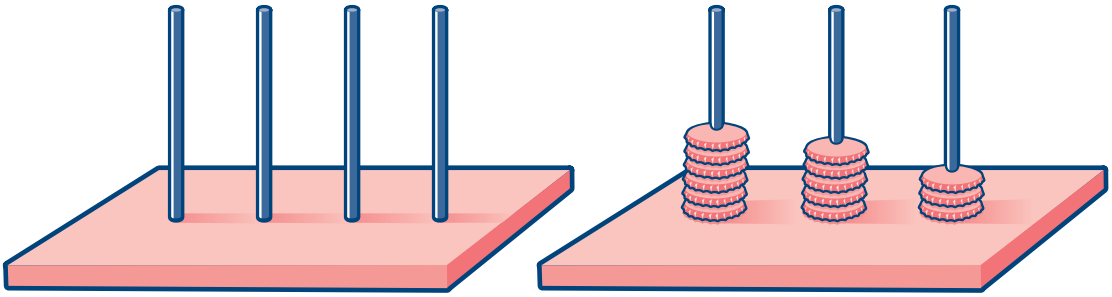


Figura B.3

Para a construção do ábaco: pedir para as crianças levarem para a escola uma tampa de caixa de sapato, alguns palitos de madeira (espeto de churrasco) e também tampinhas de garrafa furadas ou arruelas de papelão. Com esse material, a criança tem a possibilidade de montar um ábaco. Ao usar o ábaco, frisar bem que uma arruela da segunda equivale a dez arruelas na primeira haste.

Discutir com a criança que os numerais assumem valores diferentes de acordo com a base que está representando, ou seja, os algarismos têm valores de acordo com a sua posição no número. O algarismo 1 tem valor diferente do número 1 no número 10. Repetir o raciocínio ao representar os demais números: 11, 12, 13,...etc. Ao trabalhar com valores maiores do que 10, é aconselhável fazer os agrupamentos paralelamente ao ábaco.

As caixinhas de numeração

Jogo do "Nunca Dois":

Oriente as crianças na confecção da caixa de numeração, para isso elas poderão utilizar três caixas de fósforos sem tampa. O objetivo é preparar para a compreensão do conceito de base e do princípio posicional de um sistema de numeração. Para isso a atividade se refere ao agrupamento dos elementos de uma coleção segundo uma determinada regra. Use caixas de numeração (podem ser 3 caixas de fósforos coladas uma ao lado da outra, marcadas da direita para a esquerda com as letras A, B e C. Não devem cor diferentes) nem grãos de feijão. A regra básica é, dois elementos nunca podem ficar juntos numa mesma caixa. Quando isso ocorre, devem ser trocados por um elemento na próxima caixa da direita. O que a criança fará se o professor lhe der, por exemplo, 3 feijões? Ela deverá, inicialmente, colocar 3 feijões na caixa A; em seguida, pegar dois feijões e os trocá-los por um feijão na caixa B.

A figura a seguir mostra um esquema das situações inicial e final, na caixa de numeração. É importante que o professor espere até a própria criança achar a solução: um feijão em B e um feijão em A.

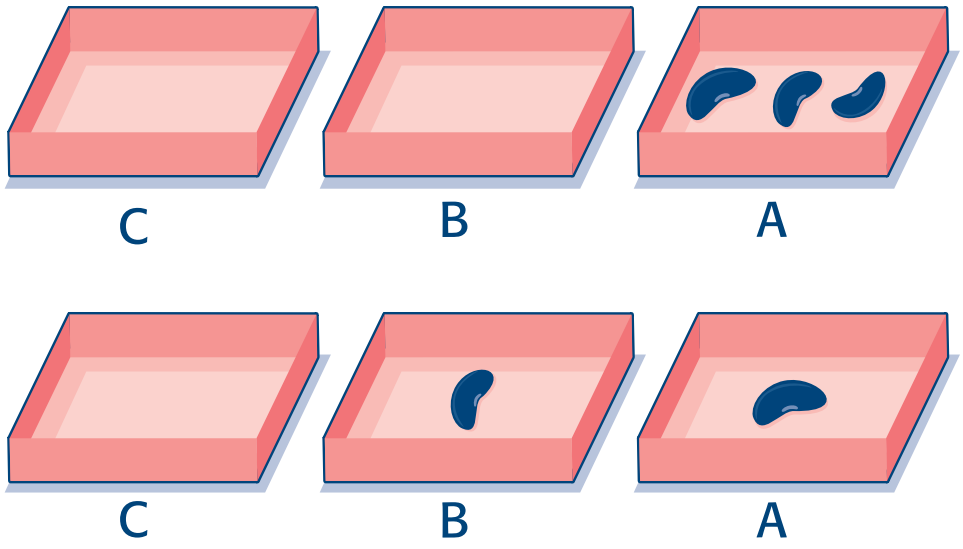


Figura B.4

Se o material é formado por três caixas de fósforos, o número máximo de feijões a ser utilizado é sete. Para um número maior que este serão necessárias mais caixas.

O cartaz de pregas: O cartaz de pregas é uma folha de papel cartão com repartições horizontais, que são pregas com espaço suficiente para encaixar fichas.

	D	C	B	A

Figura B.5

Dividindo o cartaz em três colunas (por exemplo), o professor estabelecerá as regras para o uso de fichas de uma mesma cor. A seguir, dará uma série de exercícios para que os alunos resolvam, inclusive os que foram realizados com a caixa de numeração. A regra é a mesma, isto é, duas fichas numa posição "valem" uma na posição seguinte.

O jogo da Marcha-Ré: O objetivo deste jogo é desenvolver a habilidade de agrupar, segundo uma regra, realizando a operação inversa e levando em conta a base. Para essa atividade, você irá precisar de palitos de fósforos e as caixas de numeração. Desenhe na lousa uma caixa de numeração como o mostrado na figura a seguir.

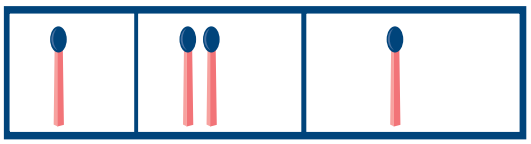


Figura B.6

Diga aos alunos que alguém deixou durante o jogo "Nunca 3" ou "Nunca 10" (escolha um deles) a situação acima desenhada. Peça aos alunos que descubram, observando a figura, um

modo de saber quantos palitos havia inicialmente na primeira casa, antes de efetuar as "mudanças".

Para isso, cada criança deverá ter a sua disposição palitos de fósforos ou de sorvete e uma caixa de numeração. Após algum tempo, peça a um aluno que diga à classe o total de palitos colocados na primeira casa, justificando a resposta.

O aluno entendeu realmente o processo de agrupamento com uma determinada regra, se ele for capaz de realizar a operação inversa.

Atividade - B.4

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Escolha um dos jogos do Nunca e aplique-o a um grupo de crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental. Relate a experiência.
2. Aplique o jogo do Marcha Ré ao mesmo grupo de crianças e para a mesma base escolhida na questão 1 anterior. Relate a experiência.
3. Compare o desempenho e as reações das crianças no desenvolvimento das atividades 1 e 2.

Ordem e Classes

Até agora, aprendemos a representar números utilizando o sistema de numeração decimal, mas esse sistema permite também a leitura desses números. Para ler números é preciso conhecer as classes numéricas.

Suponha que estamos trabalhando numa fábrica de fósforos, empacotando os palitos. Colocamos 40 palitos numa caixa. Dez caixas de fósforos num maço e 10 maços num pacote. São 4 pessoas que trabalham no empacotamento: um separa os palitos em grupos de 40, o outro coloca-os em caixas, outro separa as caixas em monte de 10 e fecha num maço. O próximo toma 10 maços e fecha num pacote.

A cada minuto, o José faz dois pacotes, 5 maços e uma caixa. Isso poderia ser representado por 2p,5m,1c ou mantendo a ordem fixa, (2)(5)(1). Ao vermos essa representação sabemos que 2 ocupa a casa dos pacotes, 5 ocupa a casa dos maços e 1 ocupa a casa das caixas.

Quando, no sistema de numeração decimal, os números são agrupados de dez em dez, o procedimento é o mesmo da fábrica de fósforos: cada grupo de dez unidades é trocado por um maço que chamamos de dezena. A cada grupo de dez dezenas, trocamos por pacote chamado de centena, e a cada grupo de dez centenas trocamos por um milhar.

Um número é composto de classes e de ordens. As unidades, dezenas e centenas constituem as ordens. Cada classe é composta por três ordens. Assim, a classe das unidades se compõe de unidades simples, dezenas e centenas; a classe dos milhares se compõe de unidades de milhares, dezenas de milhares e centenas de milhares e assim, sucessivamente, para a classe dos milhões, dos bilhões, dos trilhões e etc.

Outra analogia é a seguinte: uma família tem pai, mãe e filhos. Existem várias famílias: Teixeira, Silva, Vasconcelos etc. (classes), mas todas as famílias (classes) têm pai, mãe e filhos (ordens).

O princípio fundamental da numeração decimal é: dez unidades de uma ordem se transformam em uma unidade de uma ordem imediatamente superior.

Atividade - B.5

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Dado o número 645 789, que algarismo ocupa a posição das

a) dezenas de milhares

b) centenas de milhares

c) unidades de milhares

d) centenas

2. Escreva, usando algarismos:

a) cento e trinta milhões, duzentos e quarenta mil e três unidades,

b) dois milhões, quinhentos e oitenta e três mil.

1.1.2

As Operações Fundamentais com Naturais

As noções rudimentares das diversas operações estão presentes no cotidiano das crianças, por exemplo, as noções de juntar e dividir, que estão associadas à idéia de adição e divisão. No trabalho pedagógico com as operações, é preciso considerar o conhecimento prévio da criança e, então, sistematizar esses conhecimentos de maneira a proporcionar a construção do pensamento matemático do pequeno aprendiz.

Um outro aspecto que o professor deve ter presente no trabalho pedagógico com as operações é a diversidade de significados e sentidos que cada uma delas pode assumir. Também é importante apresentar diferentes formas de realizar as operações, além dos tradicionais algoritmos escritos, como o cálculo mental, aproximações e estimativas. Esse saber é um recurso que as pessoas dispõem quando não estão com uma calculadora; deve-se evitar o excesso de regras e automatismos, privilegiando o entendimento do problema e do conteúdo a ser alcançado.

Muitas vezes, confunde-se a competência em operar os algoritmos das operações com a compreensão dos conceitos envolvidos nessas operações, deve-se, então, avaliar a compreensão que seus alunos têm sobre esses conceitos.

Nossa sugestão de trabalho pedagógico com as operações fundamentais é a ênfase no cálculo mental, pois com ela os alunos demonstram mais segurança ao enfrentar situações-problema, são mais autônomos e possuem uma capacidade mais ampla de estabelecer estratégias para obter a solução de um problema.

Adição e Multiplicação

Adição

A opinião entre professores é que, primeiro, a criança deve aprender a contar e escrever os números para, só depois, aprender as operações. Todavia, se prestarmos atenção, veremos que a forma como contamos já traz a idéia de adição, pois quando contamos ordenadamente 1, 2, 3, 4, etc., o que estamos fazendo, na verdade, é considerar o número anterior e somar 1, isto é, 2=1+1; 3=2+1; 4=3+1, etc. A

Você Sabia?

Os termos da adição são: parcelas e soma ou total.

$$\begin{array}{rl} 43 & \text{1ª parcela} \\ +\ 17 & \text{2ª parcela} \\ \hline 60 & \text{soma total} \end{array}$$

adição também está presente na representação oral e escrita dos números: 328= 300+20 +8. Na língua portuguesa, o nome do número, em geral, traz embutida a idéia de adição, por exemplo: dezesseis é dez e seis.

As idéias por trás da adição

Ao ingressar no primeiro ano, a maioria das crianças já é capaz de utilizar a contagem e de juntar elementos de uma ou mais coleções. A ação de juntar é a base para a construção do conceito de adição. Mas, a adição, além de juntar, tem ainda os significados de acrescentar. Assim, o estudo sobre a adição deve se fundamentar nessas idéias intuitivas, explorando situações variadas, envolvendo essas idéias para, então, construir o conceito de adição.

Para nós, que já sabemos adição, não percebemos a diferença entre essas noções, mas, para a criança, situações como as que apresentamos a seguir podem ter significados diferentes.

Exemplos

a) Vitor e Raul são irmãos. Vitor tem 25 bolinhas de gude e Raul tem 32. Quantas bolinhas os dois têm juntos? (idéia de juntar)

b) Lucas tinha 17 figurinhas e ganhou mais 15 figuras do seu tio. Com quantas ficou? (idéia de acrescentar)

Quando a criança compreende a idéia de acrescentar, ela é capaz de somar 6+3, sem juntar dedos e iniciar a contagem pelo número 1, mas contando pra frente: 7,8,9. Assim ela conclui que 6+3 é igual a 9. É apenas quando a criança utiliza a adição para resolver problemas com os dois significados que podemos dizer que ela está de posse do conceito de adição.

Adição e o cálculo mental

Na realização da adição por meio do cálculo mental usamos, intuitivamente, muitas das propriedades da adição. Por exemplo, a comutatividade e associatividade da adição. A comutatividade significa que é permitido invertemos a ordem das parcelas sem alterar o resultado. Por exemplo, 45 + 23 = 23 + 45. A associatividade significa que é permitido realizar a adição com três ou mais parcelas na ordem que nos interessa. Por exemplo, 15 + (25 +12) = (15 + 25) + 12.

Utilizando essas propriedades durante o cálculo mental da adição de várias parcelas, cada um desenvolve o seu mecanismo que lhe parece mais vantajoso. Adicionar os números redondos? Ou somar os iguais? Fazer uma decomposição conveniente e depois e associá-las com outras parcelas? Cada um desenvolve o seu, é pessoal. Uma atividade envolvendo o cálculo mental que sugerimos é o trabalho em que se propõe contas às crianças para serem resolvidas oralmente.

A técnica do "vai um"

Para se efetuar uma adição é possível proceder de várias maneiras, mas se a criança não aprendeu o sistema de numeração decimal, particularmente uma boa compreensão do valor posicional dos algarismos, nenhuma metodologia será significativa para ela. Cada criança possui uma maneira particular de aprender, assim, materiais variados devem ser usados pelo professor a fim de contemplar as diversidades.

A seqüência de utilização de materiais deve obedecer ao processo de desenvolvimento lógico da criança, partindo do material concreto (tampas de garrafas, pedrinhas, feijões), passando pelo material dourado e chegando ao

quadro valor de lugar e ao ábaco.

O ábaco pode ser confeccionado com canudinhos de refrigerante.

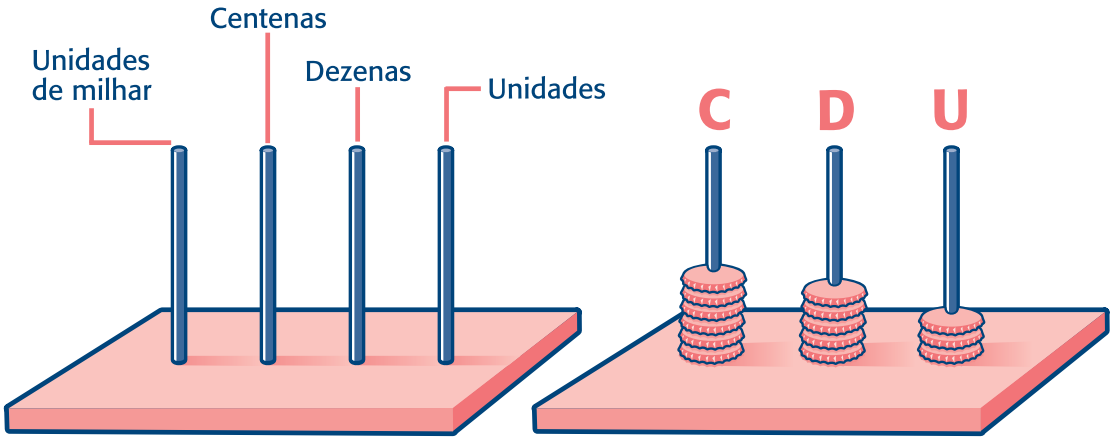


Figura B.7

A seguir apresentamos a adição de 365 com 267, primeiramente com o material dourado e depois com o uso do ábaco.

Os desenhos mostram como a adição é efetuada com o material dourado. Primeiramente vamos representar o número 365 usando o material dourado.

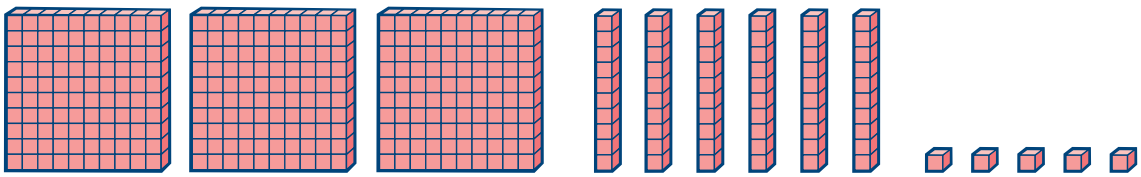


Figura B.8

Observe que a representação com o material dourado, coincide com a decomposição do número 365 em unidades, dezenas e centenas: 365 = 300+60+5, isto é, 3 centenas mais 6 dezenas mais 5 unidades.

Da mesma forma, se formos representar o número 267 com o material dourado obteremos:

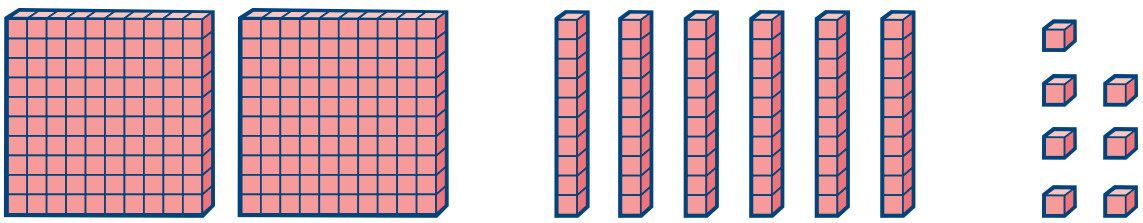


Figura B.9

Assim, 267 = 200 + 60 + 7 ou 2 centenas mais 6 dezenas mais sete unidades. Para efetuar a soma, juntamos as peças do material e obtemos:

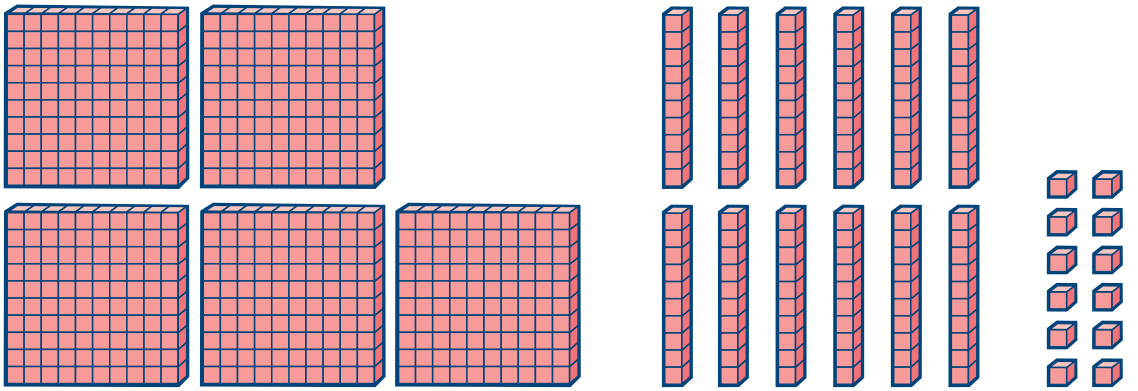


Figura B.10

Isto é: 5 centenas mais 12 dezenas mais 12 unidades. Como nosso sistema de numeração é decimal, a cada dez cubinhos trocamos por uma barra e cada dez barras são trocadas por uma placa e obtemos:

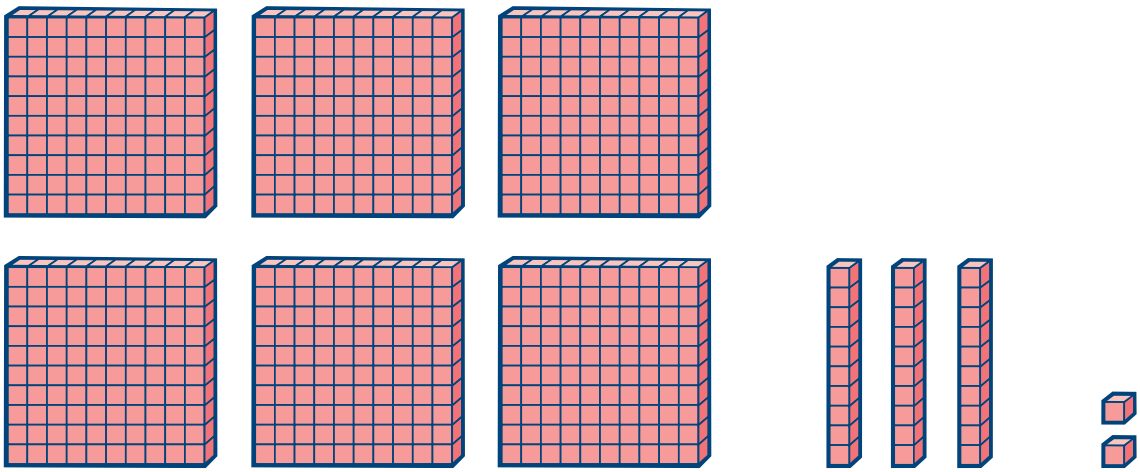


Figura B.11

Ou seja: 6 centenas mais 3 dezenas mais 2 unidades. O resultado da adição efetuada é 632 = 600 + 30 + 2.

Este procedimento permite desenvolver outras técnicas para fazer adições, como a que utiliza as decomposições do número para somar.

Veja por exemplo, como ficaria um registro escrito do processo utilizando o material dourado:

$$
\begin{array}{rl}
365 & \rightarrow 300 + 60 + 5 \\
+267 & \rightarrow 200 + 60 + 7 \\
\hline
632 & \rightarrow 500 + 120 + 12 \\
 & (500 + 100) + (20 + 10) + 2 \\
 & 600 + 30 + 2 = 632
\end{array}
$$

Figura B.12

Agora vamos utilizar o ábaco para efetuar a adição: 365+ 267

Primeiro registramos no ábaco a quantidade 365:

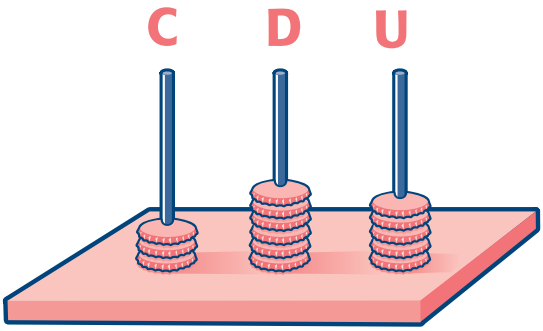


Figura B.13

E, em seguida acrescentamos a quantidade 267.

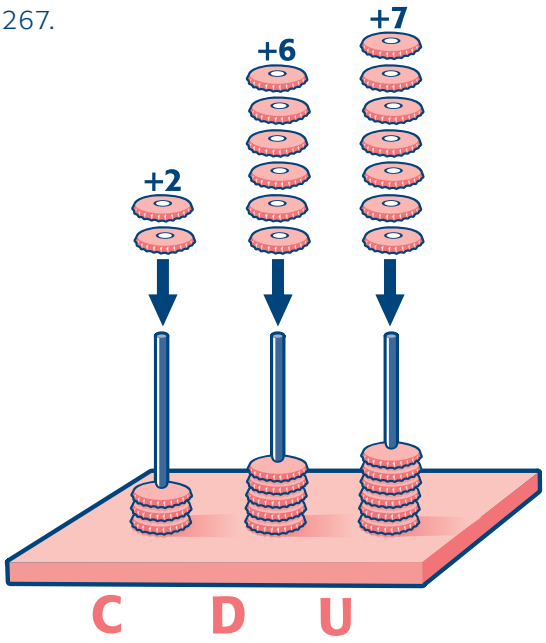


Figura B.14

Agora devemos fazer as trocas: dez unidades por 1 dezena, e dez dezenas por uma centena, realizando o "vai um". Primeiro realizamos a troca das unidades para as dezenas. Veja a figura.

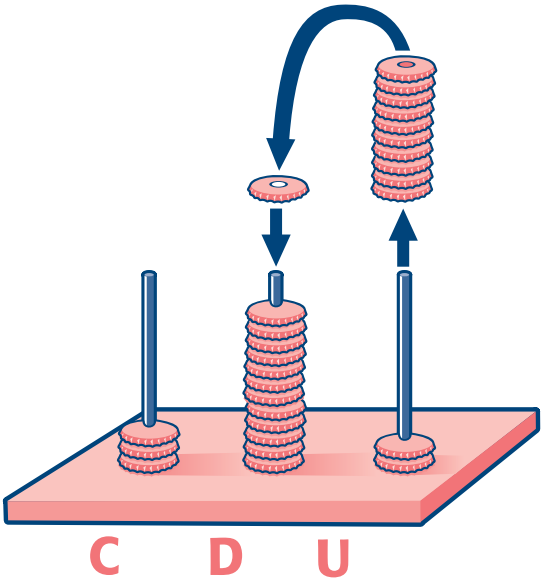


Figura B.15

Em seguida fazemos a troca das dezenas para as centenas. Veja a figura

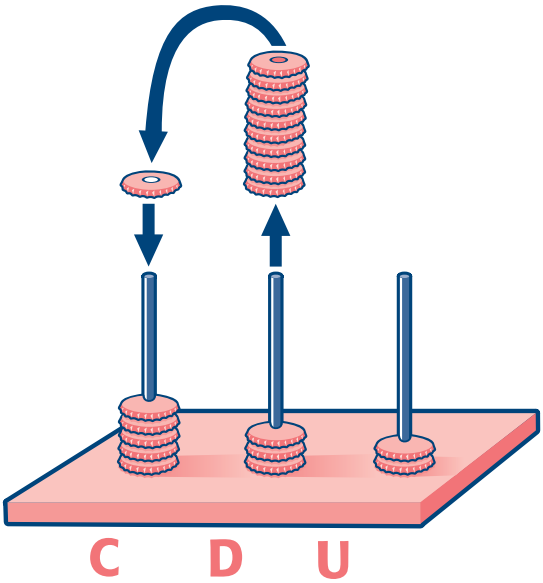


Figura B.16

Finalmente obtemos o resultado 632.

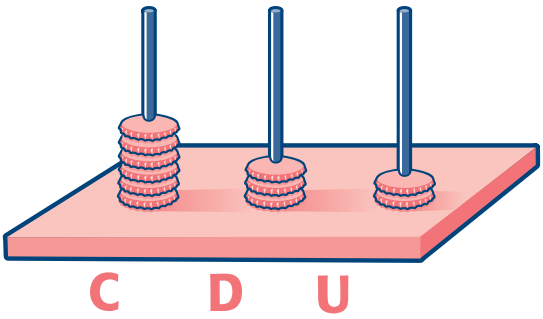


Figura B.17

É importante fazer o registro desde o início do processo, tanto usando o material dourado ou o ábaco. Uma sugestão é a seguinte:

	c	d	u
	3	6	5
+	2	6	7
	6	3	2

Figura B.18

Atividades como essas, quando realizadas repetidas vezes e com diferentes graus de dificuldade, favorecem a compreensão do algoritmo da adição pela criança, pois ao realizá-las, ela está construindo, gradativamente, este mecanismo.

A compreensão da técnica do "vai um" se apóia na idéia de agrupamento (10 unidades valem 1 dezena, 10 dezenas valem uma centena, etc.), de valor posicional e utiliza os princípios aditivo e multiplicativo, daí a importância da compreensão do SND. Compreendendo o processo fica claro porque é necessário escrever unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, etc.

Atividade - B.6

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Verifique que é possível desenvolver um algoritmo para a adição, começando a somar da esquerda para a direita.
2. Estabeleça as diferenças entre as noções de juntar e acrescentar, apresentando exemplos para cada situação.
3. Qual das noções anteriores, juntar ou acrescentar é mais simples para a criança?

A Multiplicação

A multiplicação está associada a duas noções fundamentais: à soma de parcelas iguais e ao raciocínio combinatório. Embora essas noções e suas diferenças sejam simples para nós, com a criança isso não acontece. Uma das razões é que a propriedade fundamental da adição é que o todo é soma das suas partes; enquanto que a propriedade fundamental da multiplicação é a existência de uma relação fixa entre duas quantidades. Por exemplo, na situação problema: um ramalhete contém oito rosas, quantas rosas existem em 5 ramalhetes? As quantidades são o número de ramalhetes e o número de rosas, e a relação fixa é 8 rosas por ramalhete. É a relação fixa entre as duas quantidades (número de rosas por ramalhete) que permite a dedução na resolução de problemas de multiplicação. Consideramos cada ramalhete individualmente e obtemos a correspondência 1 para 8, esse é o raciocínio multiplicativo. Assim, na multiplicação, combinamos dois ou mais grupos iguais para acharmos o total sem auxílio da contagem.

No processo de construção do número, a criança trata com a noção de correspondência um-a-um. Realiza diversas atividades para evidenciar esse tipo de correspondência são realizadas, como, por exemplo, "ligar a caneta a sua tampa; xícaras a pires; pessoas a cadeiras"; já no raciocínio multiplicativo a correspondência envolvida é um-para-muitos. Essa mudança pode ser difícil para a criança, que constrói esse conceito aos poucos, necessitando, também, de atividades específicas para isso.

Há muitos exemplos, dentro e fora da escola, em que a correspondência não é um a um. Cada um de nós tem dois olhos, duas orelhas, dois braços, duas pernas, isto é, a cada pessoa correspondem dois olhos, duas orelhas, dois braços, quatro avós; dez dedos nas mãos.

A multiplicação no dia a dia

Em muitas situações diárias, a operação de multiplicação está presente, sem, no entanto, nos darmos conta de tal fato. Quando lemos as horas, lidamos com a multiplicação sem perceber. Por exemplo, ao dizermos que são três horas e vinte minutos. Porque dizemos vinte se o ponteiro grande aponta para o quatro? Quando lemos o número 387 dizemos: trezentos e oitenta e sete. Três centos significam três vezes cem, oitenta corresponde a oito grupos de dez. A multiplicação comparece em nossa maneira de escrever os números e nem sempre temos consciência disso.

Vamos agora estudar cada uma das idéias associadas à multiplicação:

Problema 1: Enrico comprou 3 refrigerantes. Cada refrigerante custa R$ 2,00. Quanto Enrico gastou?

Ao resolver o problema 1 podemos pensar assim, se um refrigerante custa R$ 2,00, então três refrigerantes custam 2 + 2 + 2 = 6. A idéia associada a multiplicação é a adição de parcelas iguais. Uma das formas da criança perceber isto é, efetuar contagens através da formação de grupos com a mesma quantidade. Por exemplo, utilizando uma determinada quantidade de material de contagem (tampinhas, grãos, palitos, etc.) a criança poderá contar a quantidade de um em um, dois em dois , de três em três, etc.

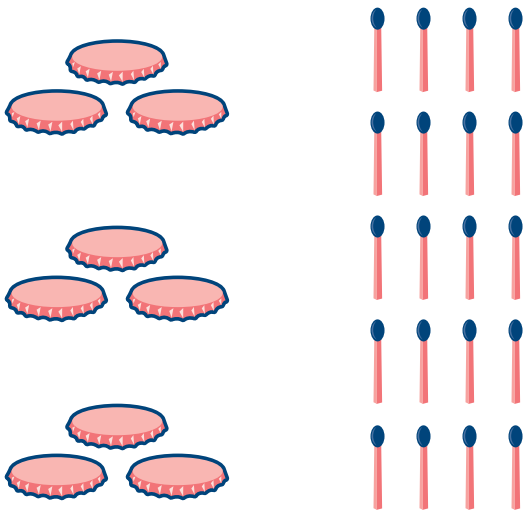


Figura B.19

3+3+3=3x3=9

4+4+4+4+4=5x4=20

Neste momento, a introdução do conceito de multiplicação e de sua simbologia servirá a fim de contribuir para a simplificação da escrita.

O aspecto da multiplicação como adição de parcelas iguais pode ser bem explorado nas situações que envolvem organização retangular dos objetos.

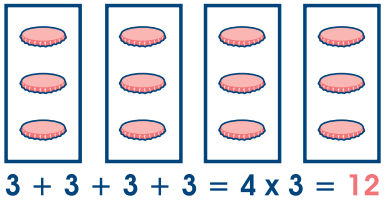


Figura B.20

Outras situações que envolvem organização retangular dos objetos podem ser percebidas nas seguintes questões:

Quantas caixas têm na pilha? Quantas janelas têm na fachada do edifício?

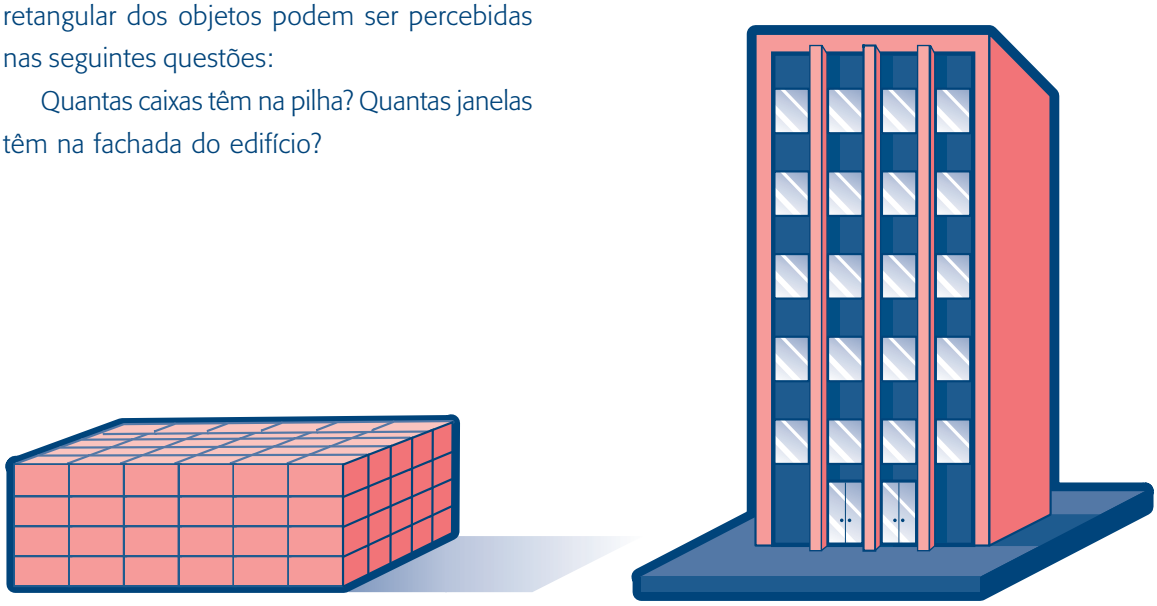


Figura B.21

A contagem dos elementos de uma disposição retangular permite que se chegue com relativa facilidade a uma adição de parcelas iguais. Por exemplo, as janelas de um edifício podem ser contadas assim 4+4+4+4+4(5 andares tendo cada um, 4 janelas) ou então assim 5+5+5+5 . Compreender a possibilidade de efetuar essas contagens de duas maneiras diferentes leva a entender que a ordem dos fatores não altera o produto, fato designado como a propriedade comutativa da multiplicação.

Para trabalhar a multiplicação utilizando a idéia da organização retangular, podemos usar papel quadriculado, escrevendo de maneiras diferentes o número de quadradinhos de cada figura.

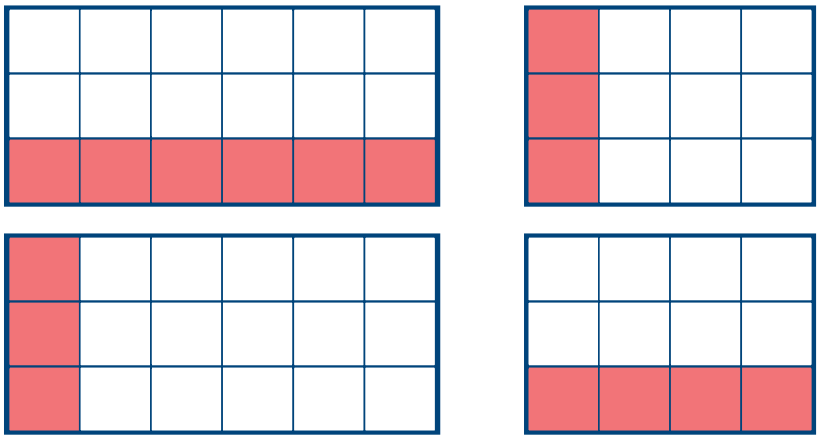


Figura B.22: 6+6+6 ou 3+3+3+3+3+3 4+4+4 ou 3+3+3+3

A organização retangular também permite visualizar a propriedade distributiva.

Por exemplo 4x8=4x(2+6)=4x2+4x6

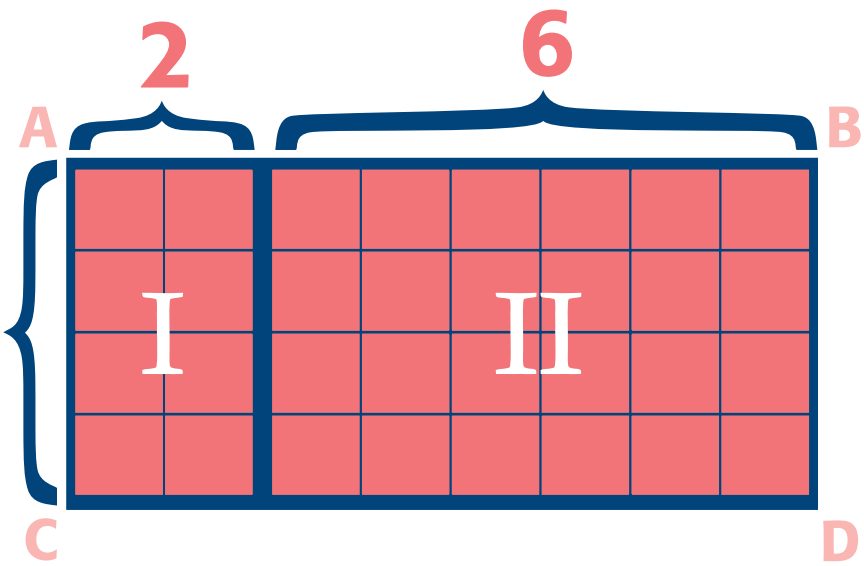


Figura B.23

Um problema interessante que desafia a criança a buscar os vários meios de resolvê-lo é o seguinte: como utilizar a calculadora para efetuar o produto 3x7 se a tecla 3 está quebrada? Este problema pode ser solucionado utilizando a propriedade distributiva. A solução pode ser obtida por 3x7=(2+1)x7=2x7+1x7=14+7=21

O cálculo de áreas é outra situação importante que justifica esta ênfase nos problemas que envolvem a organização retangular.

As situações-problema com adição de parcelas iguais, podem constituir o início para o estudo da multiplicação. Há outras situações-problema que também são resolvidas através da multiplicação. É o que veremos a seguir.

Problema 2

Marília tem 3 saias e 3 blusas, nas cores azul, branco e vermelho. Com essas roupas, de quantos modos diferentes Marília pode se vestir?

Para obter todas as possibilidades, precisamos pensar de maneira organizada. Isto pode ser obtido, por exemplo, com a ajuda de uma tabela retangular:

Tipo \ Cor	Azul	Branco	Vermelho
Saia	Saia azul	Saia branca	Saia vermelha
Blusa	Blusa azul	Blusa branca	Blusa vermelha

Quadro B.1

Ou com o auxílio de um esquema:

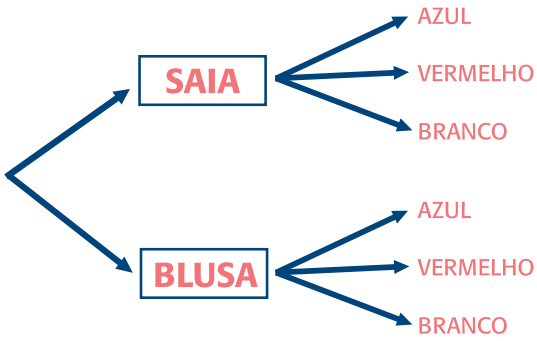


Figura B.24

Para cada tipo de roupa (saia ou blusa) temos três cores: 3x3, isto é, 9 são as possibilidades de escolha. Nesse raciocínio combinamos os tipos de roupa com as cores, para obter todas as possibilidades de escolha. Este é um exemplo do raciocínio combinatório que leva à multiplicação.

Outro exemplo: um restaurante self-service oferece 4 pratos quentes (frango, peixe, carne assada, bife), 2 saladas (verde e maionese) e 3 sobremesas (sorvete, pudim, frutas). De quantas maneiras diferentes um freguês pode se servir consumindo um prato quente, uma salada e uma sobremesa? A árvore de possibilidades ou grafo ajuda na solução:

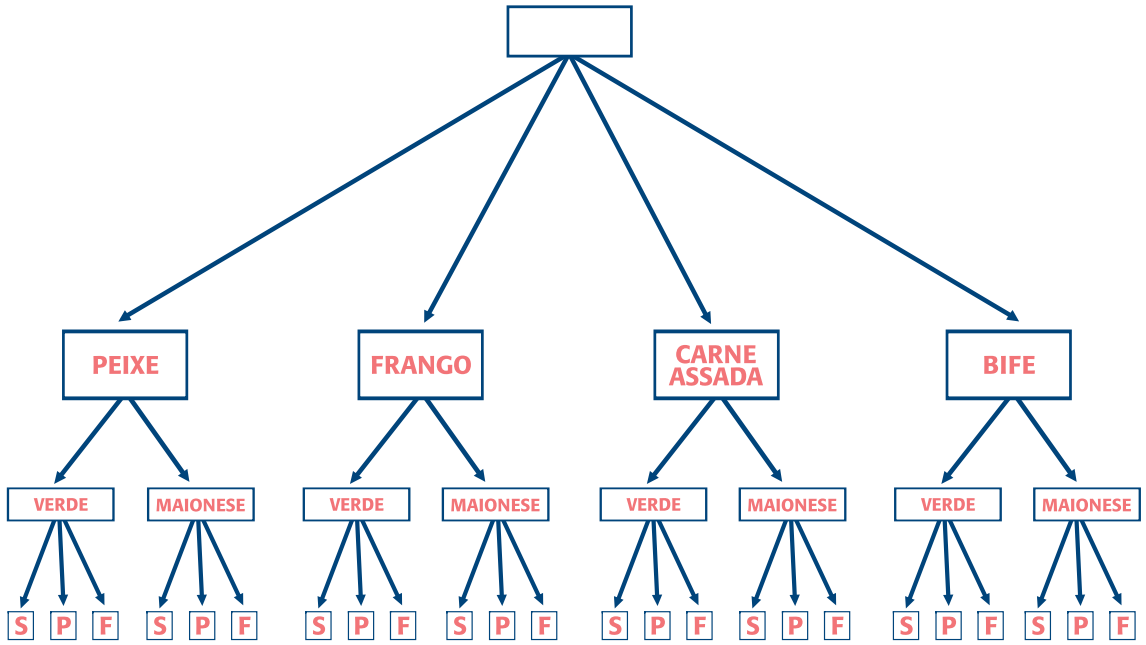


Figura B.25

A diversidade de situações que envolvem multiplicação, não pode constituir em obstáculo para os alunos. O professor precisa identificar e respeitar estas dificuldades, transformando-as em situações que devem ser exploradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

O algoritmo da multiplicação

Dada a multiplicação 45x3, vamos usar o algoritmo por nós conhecido para resolvê-la:

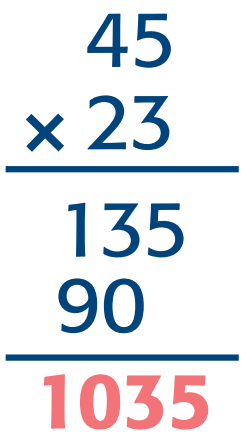


Figura B.26

Vamos questionar alguns resultados deste algoritmo: como foi obtido o número 135? Por que ficou um espaço vazio sob o 5 do 135? O 90 escrito abaixo do 135 representa 90 unidades? Este algoritmo pode ser reorganizado como segue:

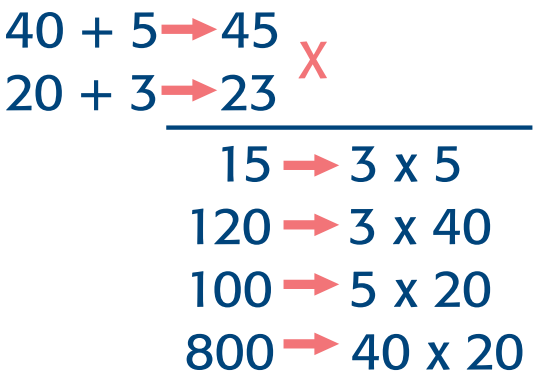


Figura B.27

Para sintetizar o processo, fazemos algumas adições mentalmente levando em consideração o nosso sistema de numeração que é posicional. Em 3x5=15 vai uma dezena, em dezenas, mais uma dezena, dá 13 dezenas. Em 2x5=10 dezenas, vai uma centena, e em 2x4=8 centenas, mais uma centena dá 9 centenas.

Compreender uma técnica de cálculo não é apenas saber executá-la. É muito mais do que isso, é entender os porquês. No trabalho com os alunos essa clareza é fundamental. Não é simples conseguir esta compreensão, ela exige um longo tempo para que as idéias amadureçam pouco a pouco.

Com relação a tabuada, priorizar a memória ao invés do entendimento gera uma aprendizagem viciada e ineficaz. Acreditamos que é mais produtivo trabalhar a compreensão da tabuada através de atividades que levem ao seu domínio (memorização), pois dessa forma evitaremos que, posteriormente, a criança apresente baixo rendimento em matemática, em virtude da dificuldade de chegar rapidamente a resultados de operações elementares, simplesmente por não dominar a tabuada.

Os alunos podem construir a tabuada, partindo de alguns fatos simples já trabalhados anteriormente, como a tabuada do cinco, sendo realizada mediante o processo de adições de parcelas iguais. Primeiramente organizamos a tabela e registramos com os alunos os fatos já conhecidos (até 5 x 5). Algumas colunas são fáceis de serem completadas. Proponha aos alunos que descubram quanto dá, por exemplo, 8 x 6. Eles podem obter este resultado, por exemplo, através de adições sucessivas:

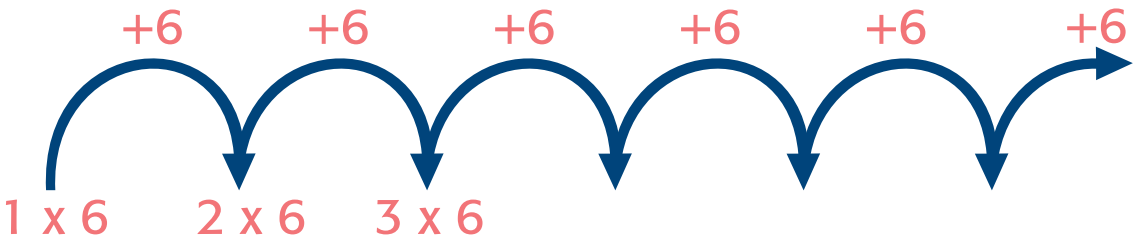


Figura B.28

Mas podem também obter 8 x 6 de outro modo. Como 8 = 5 + 3, podem perceber que: 8 x 6 = 5 x 6 + 3 x 6. Os valores de 5 x 6 e 3 x 6 são conhecidos, logo: 8 x 6 = 30 + 18 = 48, e aos poucos vamos construindo, na sala de aula, a tabuada.

É importante que, uma vez compreendidos os fatos fundamentais, eles sejam, aos poucos, memorizados pelas crianças. Para isso é interessante utilizar jogos variados que estimulem o uso da tabuada.

Atividade - B.7

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

2. Pesquise sobre a técnica de multiplicar usando as mãos.

3. Destaque as propriedades da multiplicação e da adição, envolvidas no algoritmo da multiplicação, apresentando um exemplo que comprove suas afirmações.

4. Pesquise sobre jogos e brincadeiras que utilizem a multiplicação e domínio da tabuada.

Você Sabia?

Os termos de uma subtração são: minuendo, subtraendo e diferença ou resto

43 MINUENDO
-17 SUBTRAENDO
26 DIFERENÇA

Subtração e Divisão

A principal idéia intuitiva associada à subtração é de "tirar". A criança já possui essa noção antes mesmo de chegar à escola. Assim, o ponto de partida para o trabalho com a subtração é a idéia de tirar que inicialmente pode ser feita concretamente usando os dedos, materiais concretos ou desenhos. A subtração oferece mais dificuldades à criança. A principal razão pode estar no fato de que as demais noções associadas à subtração (comparar e completar), não fazem parte do vocabulário cotidiano do aluno. De fato, algumas situações problema envolvendo essas noções podem ser confundidas com a adição.

A necessária ampliação dos significados da subtração pode ser feita estabelecendo ligações com a realidade, porém, é preciso compreender que esse aprendizado se estende por anos e a criança irá desvendando os seus vários significados, à medida que aumenta sua experiência matemática.

(01) Problema que envolve o ato de retirar: Quando Paulinho foi para escola tinha 50 figurinhas. Durante o recreio perdeu 23 delas. Ao voltar para casa, quantas figurinhas ele tinha? Ao resolver este problema pensamos assim: das 50 figurinhas retiramos 23. Para saber

quantos restaram, fazemos a subtração: 50-23=27. Portanto, Paulinho ainda tinha 27 figurinhas.

(02) Problema que envolve idéia de completar: Um álbum de figurinhas completo tem 50 figurinhas. Joãozinho já tem 23 figurinhas. Quantas ainda faltam? Para descobrir quantas figurinhas ainda faltam para completar o álbum, pensamos em subtração: 50-23 = 27.

(03) Problema que envolve a idéia de comparação: Pedro tem 50 anos e Diogo tem 23. Quantos anos Pedro tem a mais que Diogo? Esta pergunta envolve uma comparação: ao constatar que Pedro é mais velho que Diogo, queremos saber quantos anos a mais ele tem. Respondemos a pergunta efetuando uma subtração: 50 - 23 = 27. Assim, Pedro tem 27 anos a mais que Diogo.

Os problemas se confundem à medida que todos podem ser resolvidos com base numa mesma operação: subtração. Entretanto, há uma diferença sutil entre eles e para perceber esta diferença precisamos nos colocar no lugar da criança.

Consideremos o primeiro problema. Concretamente, se desejar, a criança pode reunir 50 figurinhas, retirar 23 delas e contar quantas restaram. Em problemas desse tipo, a criança identifica a subtração com certa facilidade.

No problema do álbum de figurinhas, não faz sentido tirar 23 figurinhas dos 50 lugares ainda vazios do álbum. Nesse tipo de problema é comum a criança raciocinar pensando em quanto falta para completar a quantia, ao invés de pensar numa quantia da qual tiramos outra. Se já possuo 23 figurinhas e o álbum completo terá 50 figurinhas, quantas faltam para completá-lo? Em problemas desse tipo, a criança inicia a contagem usando os dedos, como se estivesse fazendo uma adição com a idéia de acrescentar. Por exemplo, "guarda consigo" 23 figurinhas e começa a contar: 24, 25, 26,,,,,,50 registrando com os dedos ou com desenhos, quantos precisou para atingir 50. Em seguida, conta esses registros para obter o resultado. Dessa forma ela resolve o problema, mas não utilizou o conceito de subtração.

A idéia de completar ou de "quanto falta para" leva naturalmente à adição, ou seja, é uma idéia aditiva e isto confunde a criança. Fazemos isso quando completamos para fazer o troco: numa compra de R$ 270 reais, que o freguês deu R$ 300 reais, é comum o caixa proceder assim: iniciando a contar em 270 dá mais 10 e diz 280 e mais 10 e diz 290 e mais dez e diz 300. Pronto, completou e o troco está certo.

No terceiro problema, que significado tem tirar os 23 anos de Diogo dos 50 anos de Pedro? Esta operação não pode ser realizada na prática e isto confunde a criança. Se refletirmos um pouco, verificamos que não é tão simples para a criança perceber que o número de figurinhas que faltam pode ser obtido tirando 23 de 50. Da mesma forma, não é tão simples para a criança associar a comparação das idades com a idéia de tirar 23 anos de 50.

Atividades envolvendo "troco", como acima, permitem tratar a subtração e o sistema monetário em situações do dia a dia, mesmo com crianças que estão no início da aprendizagem do sistema monetário. Para isso, basta considerar valores inteiros, ou seja, números sem vírgulas e numa linguagem familiar ao aluno: 50 centavos, 30 reais e assim por diante.

O trabalho com as diferentes idéias associadas à subtração deve começar com números pequenos que facilitam a manipulação de material concreto.

Você Sabia?

Primeira propriedade da subtração: Se numa subtração o minuendo for acrescido ou diminuído de certa quantia, e o subtraendo permanecer inalterado, então a diferença será acrescida ou diminuída dessa mesma quantia.

Você Sabia?

Segunda propriedade da subtração: Numa subtração, se o minuendo permanecer inalterado e o subtraendo for acrescido ou diminuído de uma quantia qualquer, então a diferença será, respectivamente, acrescida ou diminuída dessa mesma quantia.

Você Sabia?

Terceira propriedade da subtração: Numa subtração, se o minuendo e o subtraendo forem acrescidos ou diminuídos de uma mesma quantia, a diferença não se altera.

Ajudando o aluno a identificar a subtração

Apresentando situações variadas, envolvendo as três situações, observamos que as crianças têm enormes dificuldades com a subtração. Não há nada de errado no fato das crianças fazerem confusão, são até naturais e esperados esses enganos. É igualmente importante que as crianças dos anos iniciais consigam perceber as situações de subtração onde antes não a identificavam. Isso não é simples e nesse processo a atuação do professor é fundamental.

Cálculo mental da subtração

Na padaria ou no ônibus, somos sempre solicitados a facilitar o troco. Para pagar uma conta de R$ 3,70 dou uma nota de R$10,00 e espero receber R$6,30 de troco. Mas o caixa pede para facilitar o troco e dou mais R$0,70 e recebo R$7,00 de troco. Nessas situações, em geral, os cálculos são todos realizados mentalmente.

Compare as duas subtrações:

10,0 - 3,7 = 6,3

(10,0 + 0,70) - 3,7 = 6,3 + 0,70

Podemos pensar assim:

10,0 -3,7 = 6,3

(10,0 + 1) - 3,7 = 6,3 + 1

(10,0 + 2) - 3,7 = 6,3 + 2

.....

(10,0 + x) - 3,7 = 6,3 + x

No **cálculo mental,** utilizamos sempre esses recursos.

Exemplo:

187 - 128 = ?

(187 + 3) - 128 = ? + 3

190 - 128 = 62

Nesse caso, o que fizemos foi acrescentar 3 unidades ao minuendo, para "arredondar" esse número, facilitando o cálculo mental. Porém, para obtermos o resultado desejado, precisamos retirar da diferença obtida as 3 unidades acrescentadas ao minuendo. Assim, devemos tirar de 62 as 3 unidades que acrescentamos ao minuendo, e o resultado é 59. Essa idéia pode ser resumida assim: numa subtração, se ao primeiro número (minuendo) acrescentamos ou diminuímos uma quantidade qualquer e o segundo permanece inalterado, então a diferença será acrescida ou diminuída da mesma quantidade .

Essa idéia é fundamental para a construção do algoritmo da subtração e, em matemática, dizemos que ela é uma **propriedade da subtração.**

Esse procedimento também pode ser realizado em relação ao subtraendo.

Exemplo:

187 -128 = ?

187 - (128 + 2) =

187 - 130 = 57

Nesse caso, o que fizemos foi acrescentar 2 unidades ao subtraendo, para "arredondar" esse número, facilitando o cálculo mental. A diferença obtida nesse processo é a diferença desejada menos 2. Assim, para obtermos o resultado desejado, precisamos acrescentar à diferença obtida, as 2 unidades acrescentadas ao subtraendo. Assim, 57+2=59.

O mesmo processo pode ser realizado com o minuendo e o subtraendo ao mesmo tempo.

Exemplo:

187 - 128 = ?

(187 + 3) - (128 + 3) =

190 - 131 = 59

Outra possibilidade de efetuar a subtração usando o cálculo mental é a decomposição do subtraendo.

Exemplo:

187 - 128 = ?

187 - 8 = 179

179 - 20 = 159

159 - 100 = 59

187 - 128 = 59

Resumindo, vamos retirando até atingir o valor do subtraendo.

Quando realizamos essas operações, demonstramos ter compreendido que retirar 8 e depois retirar 20 e depois retirar 100 é o mesmo que retirar, de uma só vez, 8+ 20 + 100, isto é, 128.

Como subtrair?

Tão importante quanto identificar os problemas que podem ser resolvidos com a subtração, é aprender a técnica de subtrair. Existem duas técnicas que tradicionalmente são apresentadas às crianças em nossas escolas: a subtração com reservas ("empresta um") e a subtração com compensação ("escorrega"). O uso de materiais como o material dourado e o ábaco facilitam a compreensão dos algoritmos. O trabalho deve ser iniciado com problemas nos quais não há necessidade de efetuar trocas, ou seja, **subtração sem reservas.**

Vamos realizar a subtração 42 - 17, usando a técnica da reserva com o auxílio do material dourado. Primeiro representamos com o material dourado a quantidade 42 = 4 dezenas + 2 unidades = 40 + 2

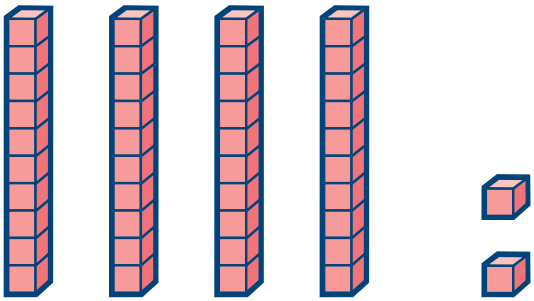


Figura B.29

Observamos que não é possível retirarmos 7 unidades de 2 unidades. Então, trocamos uma barra de dezena por dez unidades, ficando com a seguinte configuração:

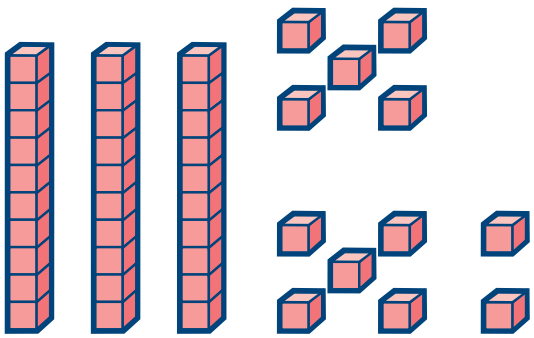


Figura B.30

Agora, podemos retirar as 7 unidades e restam cinco unidades. Veja a figura

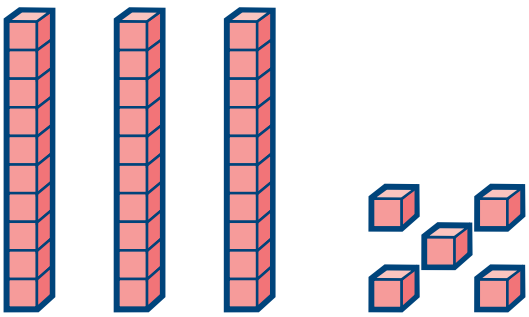


Figura B.31

Agora retiramos uma dezena das três dezenas restantes, ficando com duas dezenas:

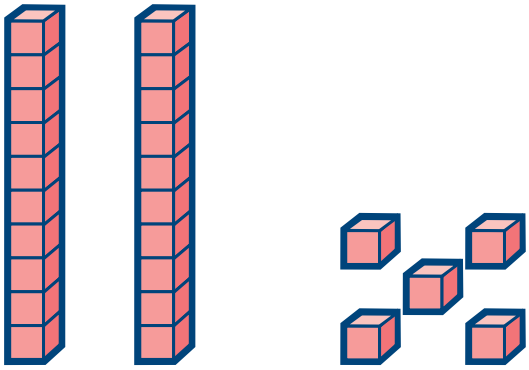


Figura B.32

É importante fazer o registro de cada operação realizada pois todas essas idéias serão usadas no algoritmo escrito, ao final ficaremos apenas com o algoritmo escrito. Nesse exemplo, podemos registrar da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} {}^{3}\cancel{4}\,{}^{1}2 \\ -\ 17 \\ \hline 25 \end{array}$$

Figura B.33

Vamos agora efetuar a subtração 354 - 131 com o auxílio do ábaco.

Primeiro, representamos o número 354 no ábaco. Recordamos às crianças o valor do subtraendo: 131

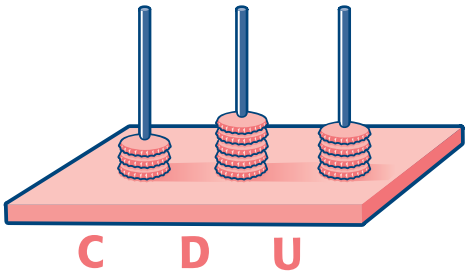


Figura B.34

A seguir, das 4 unidades retiramos 1 unidade, das 5 dezenas retiramos 3 e das 3 dezenas retiramos 1. Veja a ilustração:

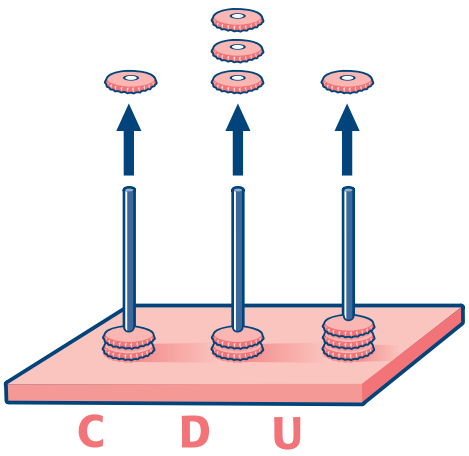


Figura B.35

Restando 2 centenas, 2 dezenas e 3 unidades: 223.

Vamos realizar a operação 385 - 267 com a técnica da reserva. Primeiramente, representamos 385 no ábaco.

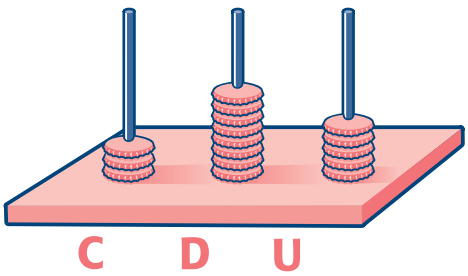


Figura B.36

!

Um dos equívocos mais comuns no trabalho com a subtração usando material dourado é a tentativa de reprodução do algoritmo. Esse procedimento, embora pareça facilitar a compreensão do algoritmo, altera substancialmente a idéia de retirar. Assim, com material concreto (tampinhas, feijões, material dourado) representamos **apenas** o minuendo e **retiramos** deste o subtraendo, como fizemos no exemplo anterior.

A seguir, das cinco unidades devemos subtrair 7 unidades, o que não é possível. Então devemos pedir "**emprestado**" uma dezena. Ficamos na casa das unidades com 15 unidades e dessas podemos retirar 7 unidades, restando 8 unidades.

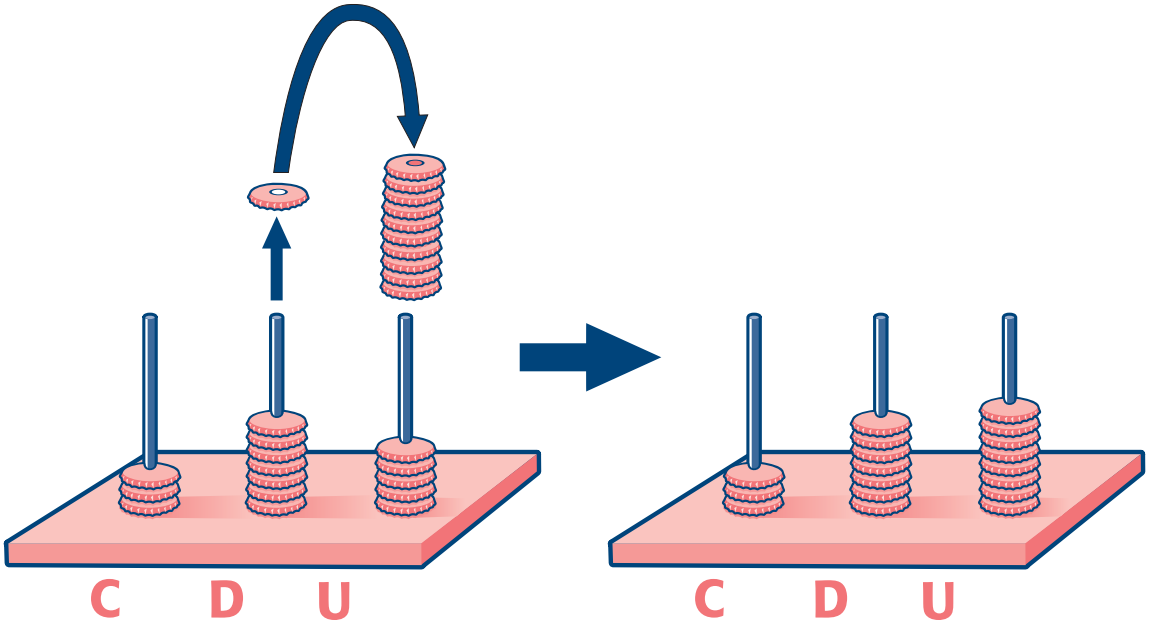


Figura B.37

Agora retiramos seis dezenas das 7 dezenas restantes, restando 1 dezena.

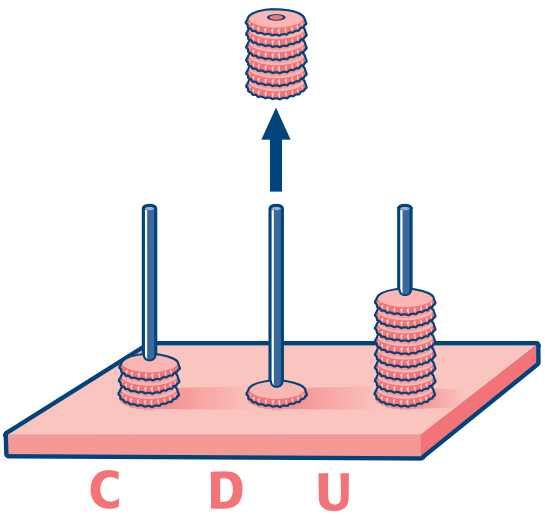


Figura B.38

Finalmente, retiramos duas centenas das três centenas, sobrando uma centena e obtemos a seguinte configuração.

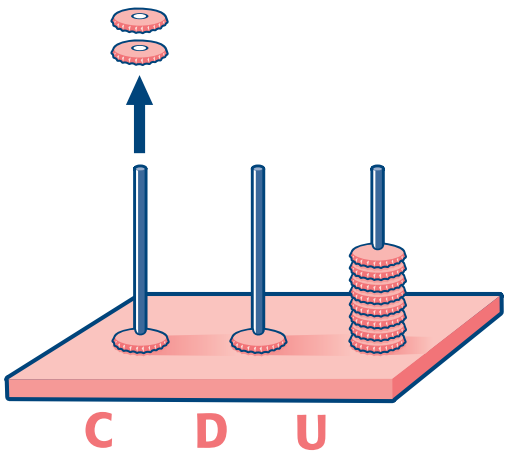


Figura B.39

O resultado é,

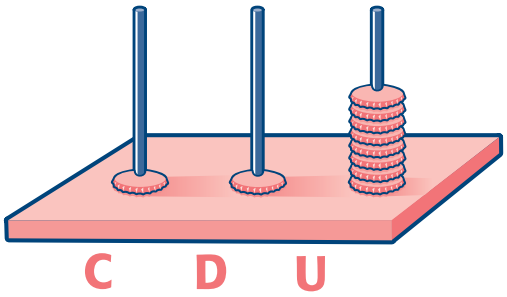


Figura B.40

Portanto, a resposta é 118.

Observe como foi importante a compreensão do nosso sistema de numeração decimal para a construção do algoritmo da subtração. Uma última recomendação: aqui o material utilizado é concreto (tampinhas, feijões, pedrinhas, material dourado); cartaz de pregas (sapateira), ábaco e quadro valor de lugar.

É importante que o professor repita freqüentemente o número que vai ser retirado, o subtraendo, pois ele não é concretizado no ábaco. Para isso ele deve ser anotado no quadro e mostrado a cada novo passo, destacando suas ordens (unidades, dezenas, centenas).

O método da compensação

Esse método, que costuma ser chamado pelos professores como "a técnica do escorrega", é baseado na terceira propriedade da subtração, em que acrescentamos ao minuendo e ao subtraendo uma mesma quantia. Vamos apresentar esse método, mediante um exemplo: 536 - 227. Ao tentarmos efetuar a conta, vemos que não é possível retirar 7 unidades de 6 unidades. Então, usamos a terceira propriedade da subtração e acrescentamos 10 unidades ao minuendo e ao subtraendo:

(536 + 10) - (227 + 10).

Porém, precisamos ter cuidado, pois se apenas efetuarmos esse acréscimo, obteremos: 546 - 237 e continuaremos sem poder subtrair 7 unidades de 6 unidades. Como o que queremos é subtrair as unidades, somamos 10 unidades às 6 unidades do minuendo, e acrescentamos uma dezena ao subtraendo, da seguinte forma:

536 + 10 = 546 = 530 + 16 e

227 + 10 = 237 = 230 + 7

Agora, podemos efetuar a subtração:

$$536 - 227 = (536 + 10) - (227 + 10)$$
$$= (530 + 16) - (230 + 7)$$
$$= (530 - 230) + (16 - 7)$$
$$= 300 + 9$$
$$= 309$$

Figura B.41

Os algoritmos não devem ser apresentados às crianças apenas como regras aceitas e decoradas. Ao contrário, as justificativas devem ser apresentadas e, embora os alunos só consigam compreendê-las algum tempo depois, isso é fundamental para a construção do conhecimento pela criança.

Ou,

$$\begin{array}{r} 536 \\ -\,227 \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 5316 \\ -\,237 \\ \hline 309 \end{array}$$

Figura B.42

Atividade - B.8

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.
Proponha três situações problema, cada uma envolvendo os diferentes significados da subtração.

Divisão

A divisão consiste em separar um grupo total em dois ou mais grupos iguais, sem contagem. No dia a dia, fazemos divisões com um sentido diferente deste. É comum uma criança dividir com os amiguinhos balas e brinquedos, mas não necessariamente em partes iguais. Usualmente, a palavra dividir pode ser empregada com muitos sentidos diferentes. Por exemplo: a escolha do artilheiro **dividiu** a torcida. A rodovia **dividiu** o bairro.

É preciso deixar claro os vários significados para a palavra dividir e, que na matemática dividir significa separar em **partes iguais**. Também é importante enfatizar que muitas divisões são impossíveis, como por exemplo, dividir (em partes iguais) 9 bolas de futebol entre 4 crianças. O máximo que conseguimos é dar 2 bolas para cada e sobrará uma bola. Às vezes é possível o fracionamento daquilo que se divide; às vezes não.

Por exemplo: Tenho 5 barras de chocolate para dividir entre quatro pessoas, de modo que todas recebam a mesma quantidade e não sobre chocolate. Cada pessoa recebeu uma barra inteira, mais a quarta parte de uma barra de chocolate. O fracionamento permitiu que fosse feita uma divisão em partes iguais de cinco barras de chocolate entre as quatro pessoas, de modo que não houve sobra de chocolate. Situações relacionadas com a divisão em que não é possível o fracionamento do todo conduzem ao estudo da divisão no conjunto dos números naturais; nesse caso o **todo** é chamado de **discreto**. Ao todo em que é possível o fracionamento, como no chocolate, chamamos de contínuo. Nos anos iniciais trabalhamos apenas com conjuntos discretos. Os conjuntos contínuos são trabalhados quando iniciamos o estudo das frações.

Em seguida, apresentaremos duas situações-problema que, do ponto de vista do adulto se resolveriam da mesma forma, isto é, efetuando-se uma divisão, mas para a criança dos anos iniciais, são situações distintas.

Problema 1: suponha que uma criança tenha que distribuir 48 ovos em 6 cestos, de modo que todos os cestos tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos ela deverá colocar em cada cesto? Sobrarão ovos?

Problema 2: suponha que a mesma criança receba a tarefa de guardar 72 ovos em caixas iguais. Cada caixa pode conter 12 ovos. Quantas caixas serão necessárias? Sobrarão ovos?

Na primeira situação, a criança provavelmente adotará a seguinte estratégia: irá distribuir um ovo para cada cesto até terminarem os ovos. Na última distribuição ela deverá cuidar para não pôr um ovo em uma cesta e deixar a próxima cesta sem, e então responder se sobrou ovos? Feito isso, ela sabe que existem 8 ovos em cada cesto.

Na segunda situação, ela certamente, irá completar a primeira caixa, depois a segunda e a terceira e assim por diante, até terminarem os ovos. Após terminar a tarefa, verá que são 6 cestos.

Nas duas situações, a criança utilizou estratégias diferentes. Na situação 1, devemos dividir 48 em 6 partes iguais, esta situação está próxima do sentido matemático de divisão, isto é, **repartir, distribuir igualmente** uma quantidade em um número conhecido de grupos. A solução do problema pode ser registrada por 19-9=10,10-9=1. Na segunda situação, porém, não sabemos em quantas

partes iguais devemos dividir 72, e por isso a estratégia deve ser diferente. Num registro, durante a resolução do problema (concretamente), ocorrem as seguintes representações:

12	72 - 12 = 60
12 + 12 = 24	60 - 12 = 48
24 + 12 = 36	48 - 12 = 36
36 + 12 = 48	36 - 12 = 24
48 + 12 = 60	24 - 12 = 12
60 + 12 = 72	12 - 12 = 0

Assim, na primeira representação, temos que seis grupinhos de 12 completam 72 e na segunda representação temos que em 72 cabem seis grupos de 12.

O registro não aparece nessa situação, o que mostra a dificuldade que as crianças sentem em visualizar a divisão nesse caso, pois aqui a divisão aparece de outra forma, ou seja, quantos grupinhos de 12 cabem no todo de 72? O professor deve explicar que, como em cada caixa cabem 12 ovos, então o que se quer é a divisão de 72 por 12.

Vejamos mais um exemplo: dê 19 palitos para uma criança e peça para que ela os divida igualmente entre 3 crianças. Os registros que podem ocorrer são:

(01) 19 - 3 = 16, 16 - 3 = 13, 13 - 3 = 10, 10 - 3 = 7, 7 - 3 = 4, 4 - 3 = 1, assim cada criança recebe 6 palitos e sobra 1 palito. A criança resolve o problema usando subtrações sucessivas.

(02) 19 - 6 = 13, 13 - 6 = 7, 7 - 6 = 1, assim cada criança recebe 6 palitos e sobra 1 palito. A criança resolve o problema usando subtrações sucessivas acelerando um pouco o processo.

(03) , assim cada criança recebe 6 palitos e sobra 1 palito. A criança resolve o problema usando subtrações sucessivas acelerando um pouco mais o processo.

Neste momento, pode-se sugerir o registro dos resultados utilizando o esquema

Número de palitos	Número de crianças
Número que sobraram	Número de palitos que cada criança recebeu

Figura B.43

Ou seja,

$$\begin{array}{r|l} 19 & \\ -\ 3 & 3 \\ \hline 13 & 1+1+1+1+1+1 \\ -\ 3 & \\ \hline 10 & \\ -\ 3 & \\ \hline 7 & \\ -\ 3 & \\ \hline 4 & \\ -\ 3 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 19 & \\ -\ 6 & 3 \\ \hline 13 & 2+2+2 \\ -\ 6 & \\ \hline 7 & \\ -\ 3 & \\ \hline 4 & \\ -\ 3 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

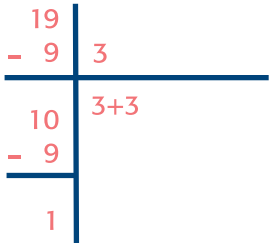


Figura B.44

Observe que só terminamos o processo quando não foi mais possível fazer a divisão, isto é, o resto é menor do que o divisor. Esse é o algoritmo da divisão por subtrações sucessivas.

Essas atividades devem ser repetidas com outros pares de números maiores. É conveniente também que algumas divisões resultem exatas e que no divisor contenha 2 algarismos. Estimule as crianças a acelerarem o processo de divisão por subtrações sucessivas falando sobre o tempo gasto na divisão quando os números são grandes e como seria importante ter uma forma rápida para proceder a divisão. No exemplo a seguir, decompomos o número para acelerar o processo de divisão.

Exemplo: A divisão de 369 balas por 3 crianças poderia ser efetuada assim 369 : 3 = (300+60+9) : 3 = 300 : 3 + 60 : 3 + 9 : 3 = 100 + 20 + 3 = 123.

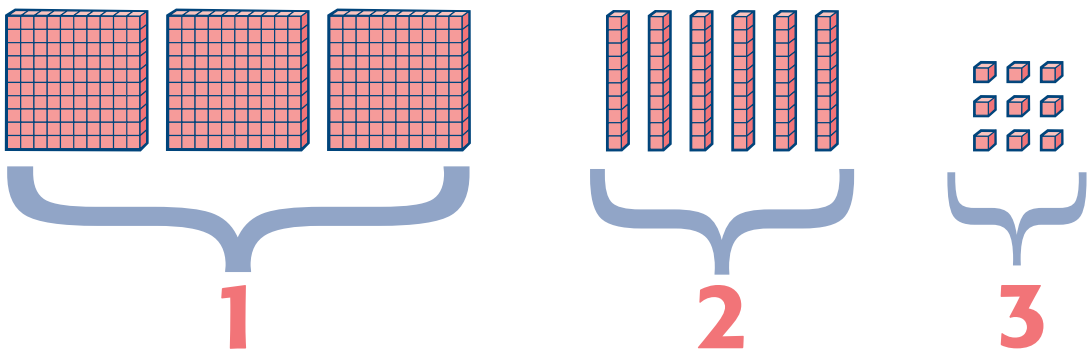


Figura B.46

Um registro desse esquema é dado por

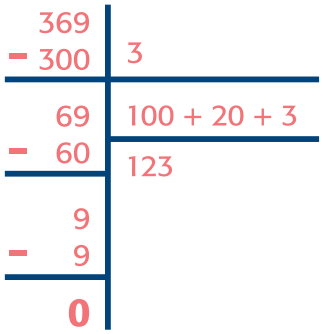


Figura B.45

É importante fazer com que a criança compreenda que o 123 corresponde ao 100+ +20+3 , isto é, o 1 que ele coloca quando "divide 3 por 3" significa 1 centena, pois ele está verificando quantas centenas cada uma das três crianças pode receber.

Usando o material dourado

Vamos realizar a divisão 369 : 3. Representamos, sobre a mesa, usando o material dourado, o número 369, que corresponde a três placas, seis barras e 9 cubinhos. Devemos dividir 3 placas por três crianças: uma placa para cada. Depois 6 barras divididas entre 3 crianças: 2 barras para cada. Finalmente, 9 cubinhos divididos entre 3 pessoas: 3 cubinhos para cada.

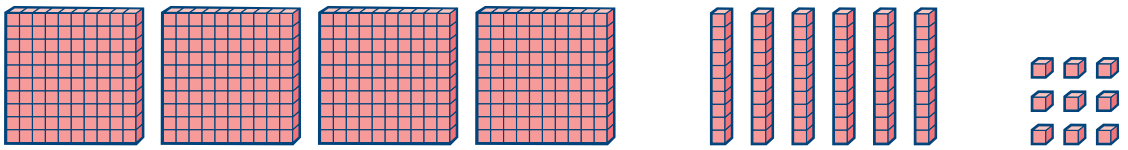
!

Numa divisão, como o registro abaixo, D é chamado de dividendo, d de divisor, q de quociente e r de resto. Note que $D = dq + r$ e que $0 \leq r < d$.

D	d
r	q

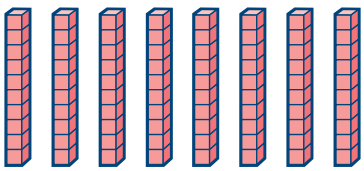
Portanto, o resultado da divisão 123.

Exemplo: Agora vamos efetuar 469:3 usando o material dourado. Acompanhe os passos:

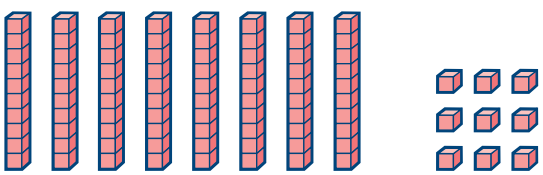


Uma placa para cada e sobra uma.

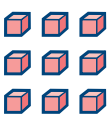
Juntamos a placa que sobrou com as barras.
Agora são 16 barras.



16 barras dividido por 3
dá 5 barras e sobra uma.



Juntamos a barra que sobrou com os cubinhos,
agora são 19 cubinhos.



19 dividido por 3 dá 6 e sobra 1.

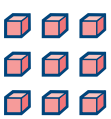


Figura B.47

A resposta é 1 placa, 3 barras e 6 cubinhos e sobra 1 cubinho, isto é, . Este procedimento pode ser registrado como se segue:

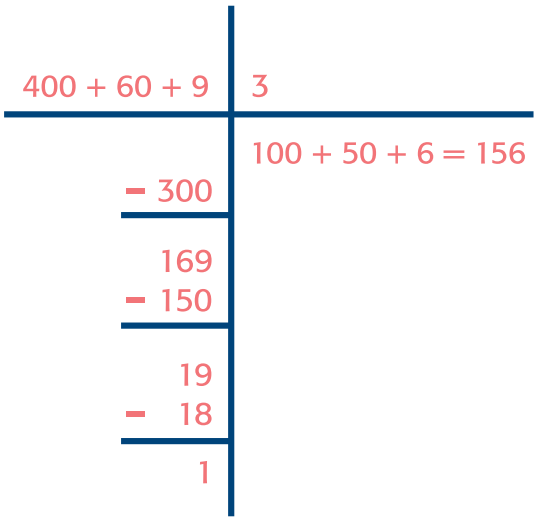


Figura B.48

Atividades como essas podem ser realizadas utilizando o cartaz de pregas que ajuda na construção do algoritmo e facilita no registro da divisão. Nas atividades acima, podemos perceber que o processo de divisão está sendo aprimorado a cada exemplo. Partimos das subtrações sucessivas e chegamos à decomposição do dividendo.

1.1.3

Espaço e Forma

A construção e representação do espaço

De acordo com Piaget, na construção e representação do espaço pela criança, são considerados três tipos de relações (matemáticas): as topológicas, as projetivas e as euclidianas.

As **relações topológicas** simples são tratadas quando trabalhamos com noções de vizinhança, separação, interior e exterior, com a utilização de expressões como "dentro", "fora", "ao lado de", "vizinho de", "região", "contínuo" e "descontínuo". As localizações que podemos fazer utilizando essas relações não variam de acordo com o ponto de vista do observador, por exemplo, se uma criança está dentro de uma roda de crianças, ela está no interior da roda tanto para ela, quanto para seus companheiros.

Estamos proporcionando o estabelecimento de **relações topológicas** quando realizamos atividades de: colorir o interior da curva fechada; fechar curvas que estão abertas; recortar e colar figuras de objetos na fronteira da curva; colar objetos dentro e fora de uma curva fechada; colocar objetos dentro de caixas, frascos ou outros recipientes; verificar que não é possível retirar um objeto de dentro de uma caixa fechada; quem está dentro da sala; quem está fora da sala; quem está perto; quem está longe; brincadeiras de roda; amarelinha; localizar objetos na sala de aula; descrever caminhos; caminhar sobre cordas no chão, representando curvas abertas ou fechadas; riscar o chão com giz; colocar objetos em lugares determinados pelo professor (dentro, fora, perto, longe, ao lado de, entre, etc.); esconder objetos e pedir que as crianças os encontrem, indicando as posições.

Com crianças muito pequenas, as atividades devem utilizar ao máximo o corpo da criança, como andar sobre linhas desenhadas no chão (facilitam o treino do equilíbrio para a criança surda); arrastar ou empurrar objetos por caminhos pré-determinados (retas, curvas, desviando de obstáculos, etc.); deslocar um

objeto e retornar ao ponto de partida (preparação para a reversibilidade); puxar carrinhos por estradas desenhadas no chão; colocar e retirar objetos de dentro de outros; brinquedos de encaixe; colocar objetos entre outros; riscar o chão; entrar e sair de objetos; preencher com pedras, folhas ou areia o interior de desenhos previamente confeccionados no chão; construir chocalhos e explorar a existência do som (mesmo para as crianças surdas); esconder objetos; traçar caminhos possíveis para ir ao banheiro; subir em escorregador sem usar a escada; adivinhar qual o objeto que está embaixo de um pano, entre outras.

Como desdobramentos das relações topológicas, surgem outras que requerem um grau maior de sofisticação. As noções de "direita", "esquerda", "em cima", "embaixo", "na frente", "atrás", etc., exigem que a criança seja capaz de fixar um ponto de referência para localizar os elementos. Essas relações são chamadas **projetivas** e variam de acordo com o observador, ou seja, são relativas. Ao contrário do que parece, noções de direita e esquerda não constituem um conhecimento social, isto é, um conteúdo a ser ensinado, mas constituem uma operação mental que exige a reversibilidade do pensamento, dependendo, portanto, de diversas ações para serem adquiridas. Desta forma, devemos iniciar pelas relações projetivas mais simples (usando ações motoras), evoluindo depois para as mais complexas, envolvendo as ações mentais.

São muitas as atividades realizadas em sala de aula que objetivam o estabelecimento de relações projetivas, tais como: desenhar um coelho na frente da casa; recortar e colar uma árvore atrás da casa; colocar a caixa em cima da mesa; desenhar uma nuvem em cima da casa, uma menina na frente da casa, a árvore ao lado da casa e o gato embaixo da árvore; construir uma cidade com blocos de madeira; organizar filas; perguntar quem está à direita e quem está à esquerda; andar pela escola e dizer quais salas estão à direita e quais estão à esquerda e retornar ao ponto de partida, mostrando a relatividade dos conceitos; fazer o mapa para ir à biblioteca ou ao banheiro; localizar objetos escondidos a partir de pistas; dispor o material escolar a partir de determinadas ordens como, o estojo acima e à direita.

As medidas entram cena

As relações euclidianas (que são estabelecidas em conjunto com as projetivas) referem-se às localizações e medidas, envolvendo noções de comprimento, área e volume.

Exemplos de atividades: fazer estimativas; realizar medições usando partes do corpo como unidades de medida (palmos, pés, passos); mostrar a necessidade de unidades padrão de medidas; estimar se certa quantidade de papel é suficiente para embrulhar determinado objeto; estimar se determinado objeto "cabe" dentro de uma determinada caixa; arrumar os livros em uma estante; distribuir os móveis em uma sala de modo a deixar mais espaço livre; construir sólidos geométricos a partir de modelos; construir maquetes da escola, de um campo de futebol.

Essas três categorias de relações espaciais, **topológicas, projetivas e euclidianas** complementam-se umas às outras num constante processo de interpenetração. Isso não significa que as crianças as construam simultaneamente,

existe uma gradação nessa construção que leva em conta as peculiaridades de cada categoria.

Começando pelas topológicas, que são naturais para as crianças desde muito pequenas, elas vão se tornando capazes de estabelecer relações muito mais complexas, até chegar às euclidianas que exigem um alto grau de abstração e mais, dentro de um mesmo tipo de relação, os conceitos obedecem a determinada gradação. Assim é que, nas euclidianas, por exemplo, primeiro se adquirem os conceitos de comprimento e medida, depois área e finalmente volume. Portanto, essa deve ser também a seqüência a ser adotada quando se trabalha com grandezas e medidas.

Importância da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A geometria é talvez a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade. A geometria foi perdendo seu espaço dentro do currículo de Matemática na maioria dos países, ficando seu ensino restrito a poucos itens sobre figuras simples e suas propriedades, quando não é totalmente ignorada.

Além de seus objetivos próprios, enquanto conteúdo específico, o trabalho com formas geométricas contribui para as crianças adquirirem senso de organização e orientação espacial, desenvolve a coordenação viso-motora e auxilia na leitura e compreensão de gráficos, mapas e outras informações visuais típicas da sociedade contemporânea.

Formas geométricas planas

Por volta dos dois/três anos, as crianças começam a perceber os ângulos das figuras, pois antes eram capazes de identificar os seus contornos fechados ou abertos. Entretanto, o desenho das formas é ainda mais demorado, uma vez que é necessária, não só a descentralização perceptiva de contornos abertos e fechados, mas também realizar correspondências entre lados e ângulos. O mais importante nessa etapa é levar a criança, não apenas a conhecer as formas, mas generalizar este conhecimento (ser capaz de perceber as formas na realidade).

Exemplos de atividades: trabalho com blocos lógicos, identificar as formas; colorir os círculos de azul, os triângulos de vermelho; montar figuras com os blocos lógicos, identificar as formas geométricas utilizadas; construir figuras usando os blocos lógicos; reproduzir graficamente essas figuras; classificar as figuras geométricas; reproduzir com os blocos lógicos a planificação de maquetes e representá-las graficamente; continuar seqüências de blocos lógicos que foram iniciadas pelo professor e representá-las graficamente.

Essas seqüências podem ser por semelhanças ou por diferenças. O trabalho com seqüências, entre outros objetivos, permite a percepção de regularidades que, no futuro, além de serem fundamentais para a compreensão da multiplicação, de múltiplos e divisores, das regras de potenciação, também serão úteis na construção de conceitos matemáticos importantes, entre os quais, o de função. O que é importante nessas atividades é a criança descobrir que os objetos têm formas e cores (conhecimento físico). Não há nenhum interesse em se ensinar as formas como conhecimento social. É necessário aplicar esse conhecimento descobrindo as formas dos objetos. O desenho das formas aparece nas

crianças ouvintes por volta dos quatro/cinco anos, ainda assim, com certa dificuldade de caracterizar seus ângulos. É comum, desenharem um triângulo de forma arredondada, representando o telhado de uma casa.

As formas planas (quadrado, círculo), formas espaciais (cubos, cilindros) constituem o domínio básico da geometria e têm inúmeras aplicações: cálculo de perímetros, áreas, volumes, traçado de itinerários e mapas; projetos de peças e motores; urbanização e construção de edifícios. Saber os nomes das formas é uma parte mínima do conhecimento geométrico. O fundamental é conhecer as propriedades dessas formas. Só se pode ter certeza de que as crianças entenderam tais propriedades se elas puderem percebê-las por si mesmas. Para isso é necessário participar de atividades variadas que envolvam as figuras geométricas. Essas atividades devem ser significativas para as crianças. Isso acontece quando elas podem criar um desenho bonito, quando podem brincar com quebra-cabeças, etc. Por isso, estamos sempre pedindo que a criança pinte e recorte. Para crianças um pouco maiores, atividades sobre **igualdade e semelhança** de figuras, desenvolvem a percepção geométrica e habilidades visomotoras, facilitando a construção do conhecimento físico, que se estabelece basicamente na comparação das semelhanças e diferenças.

Padrões geométricos: de maneira geral, trabalhar com padrões geométricos permite a percepção de regularidades que, conforme já foi dito, é a habilidade exigida nas atividades com seqüências. Perceber regularidades é fundamental para compreender a seqüência da numeração e desenvolver o cálculo mental. É também uma das bases do raciocínio científico. Além disso, a descoberta de um padrão geométrico exige mais que a simples observação de figuras: é preciso estabelecer relações entre elas. Ao serem capazes de dizer como será a figura seguinte, os alunos estarão utilizando experiências anteriores, isto é, realizando uma abstração.

Simetrias: o trabalho com simetria proporciona o desenvolvimento do senso estético dos alunos, motivando a confecção de bonitas figuras. Esse tema pode ser trabalhado em conjunto com a educação artística. Além disso, as noções de simetria levam a uma compreensão mais rica das figuras geométricas e suas propriedades. As crianças, em geral, já possuem um conhecimento intuitivo de simetria: ela está presente na natureza, em objetos e nas artes. Essas atividades auxiliam na representação planificada de objetos tridimensionais. Ao se construir uma figura decorativa a criança é solicitada a refinar sua percepção de paralelas e perpendiculares, o que é um bom exemplo da relação entre a geometria e a educação artística. A simetria é um conceito usado por marceneiros, engenheiros aeronáuticos e outros profissionais. Um biólogo, por exemplo, leva em conta a simetria para classificar plantas e animais.

Vistas de Objetos: o mapa de uma cidade, a planta de uma residência e o desenho de um trajeto são exemplos de vistas superiores. Tais representações são fundamentais para qualquer pessoa e são muito utilizadas em diversas profissões. O trabalho com vistas de objetos auxilia o desenvolvimento da percepção espacial e contribui também para a interpretação de mapas, plantas. Além disso, comunicação visual

é o grande canal de ligação da criança surda com o mundo. Vistas de objetos estão presentes em histórias em quadrinhos, ilustrações de livros, filmes, fliperamas, daí a importância de saber interpretá-las. Uma boa atividade nessa direção é dispor cubos sobre uma mesa, empilhando-os de forma não uniforme, solicitando para que crianças, localizadas em diferentes pontos da sala de aula, desenhem o que estão vendo. Além de possibilitar a discussão referente às propriedades geométricas observadas, ao confrontar os desenhos que certamente revelarão diferentes vistas do mesmo objeto, é possível encaminhar a discussão sobre como um mesmo objeto (ou fato) pode ser visto de diferentes maneiras, sem que, necessariamente, uma delas seja a correta e deva prevalecer sobre as demais.

São muitas as possibilidades a serem trabalhadas com vistas, especialmente os mapas. Para os anos iniciais, os mapas das cidades devem ser simples, como plantas. Podem ser exploradas noções de **paralelismo, perpendicularismo e concorrência**. A questão da simbolização também é tratada, ao criarmos símbolos para a escola, a igreja, o hospital. Problemas envolvendo trajetos e itinerários de viagens podem e devem ser explorados. Podem ser articuladas atividades com a geografia e com as ciências.

Sólidos geométricos: as formas espaciais constituem o domínio básico da geometria e têm inúmeras aplicações: cálculo de volumes; projetos de peças e motores; construção e urbanização de edifícios. Saber o nome dos sólidos geométricos é uma pequena parte do conhecimento a ser abordado. O mais importante é conhecer as propriedades de tais figuras. O estudo dos sólidos geométricos, a partir de atividades de construção e planificação, favorece a percepção e a visualização espacial, o reconhecimento de formas, a abstração das formas e a capacidade de representá-las através do desenho ou da construção do que foi imaginado.

Atividade - B.9

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1) De acordo com Piaget, na construção e representação do espaço pela criança, são considerados três tipos de relações matemáticas. Quais são? Faça uma descrição breve de cada uma.

2) Crie atividades matemáticas a serem desenvolvidas com crianças em que essas relações estejam presentes.

3) Pesquise atividades em livros didáticos para os anos iniciais e faça um quadro, estabelecendo a existência ou não das relações de Piaget para a construção do espaço.

1.1.4 Grandezas e medidas

A própria história da humanidade evidencia que medir distâncias, tempo, tamanho dos objetos, peso das coisas e das pessoas, surgiu da mesma forma que contar objetos: das necessidades de sobrevivência e sociais.

As operações infralógicas e as medidas

Da mesma forma que o número é construído pela criança e resulta da síntese de duas estruturas lógicas - a classificação e a seriação - a medida não é um conceito que pode ser transmitido apenas socialmente. Na verdade, ela é resultante de operações infralógicas de **partição e deslocamento.**

Vamos explicar melhor: as grandezas que, como já vimos anteriormente, se referem àquilo que pode ser medido, são de dois tipos: as discretas, que podem ser contadas, e as contínuas, que podem ser medidas.

Para a contagem, já vimos que entram em cena, as operações lógicas. As operações lógicas são as que tratam de objetos individuais e invariantes, ou seja, de grandezas discretas, limitando-se a agrupá-los ou relacioná-los sem considerar as relações espaciais (localização) e temporais (ordem seqüencial) envolvidas. São operações do tipo seriação, classificação, entre outras.

Na medida, são as operações infralógicas que entram em cena. Elas possuem esse nome, não porque pertençam a uma categoria lógica inferior, mas porque se referem às grandezas contínuas. As operações infralógicas, levam em consideração as relações espaço-temporais. Nessas operações, reúnem-se ou separam-se (mentalmente) as partes componentes de um objeto, de acordo com a posição espacial que este ocupa, dando lugar às operações de medida. São operações do tipo partição, deslocamento, entre outras.

Medir é comparar grandezas de mesma natureza.

Vamos compreender melhor essas operações, mediante um exemplo.

Suponha que você necessite medir o comprimento de um corredor. Você dispõe de um bastão para utilizar como unidade padrão de medida. Então, você vai marcar um ponto inicial, a partir do qual você vai verificar quantas vezes o bastão "cabe" no corredor a ser medido. A ação que você realiza é colocar o bastão sobre o ponto inicial do corredor, marca o ponto final do bastão (partição) que é a medida, desloca o bastão para o ponto que você marcou (deslocamento) e repete essa operação quantas vezes forem necessárias. Mentalmente o corredor ficou "partido" em pedaços do tamanho do bastão e eventualmente uma fração dele. Para completar o processo de medir, resta contar quantos desses "pedaços" foram obtidos.

Por envolver contagem e, conseqüentemente o número, o processo de medir é mais complexo que o de contar.

Assim, medir uma grandeza é contar quantas vezes cabe dentro dela certa unidade de medida que é tomada como padrão.

Para medir grandezas, alguns aspectos devem ser considerados:

- a unidade escolhida deve ser adequada à grandeza a ser medida; isto é, deve ser de mesma natureza;

- deve ser levado em conta o tamanho do objeto a ser medido e a precisão que se pretende alcançar.

Portanto, podemos concluir que sempre que medimos uma grandeza, passamos por três fases: escolhemos uma unidade de medida, fazemos a comparação com essa unidade e expressamos o resultado dessa comparação por um número.

O estabelecimento de instrumentos de medida e de unidades padrão para as diferentes grandezas constituiu grande desafio para a humanidade. A construção do Sistema Métrico Decimal também percorreu um longo e complexo percurso, a exemplo da construção do Sistema Numérico Decimal.

O bloco de conteúdos "grandezas e medidas" é recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e não deve ser trabalhado isoladamente, pois as crianças desta faixa etária vivenciam esses conteúdos de maneira integrada e é dessa forma que o trabalho pedagógico deve ser encarado.

Atividade - B.10

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1) Vimos que medir surgiu da necessidade social e de sobrevivência. Mas vimos também que medir envolve as operações infralógicas. Faça um resumo sobre essas relações.

2) Faça uma pesquisa e escreva um pequeno texto didático para crianças, use linguagem simples, contando a história da criação do sistema métrico decimal.

3) O sistema métrico decimal teve sua implantação na França por volta da Revolução Francesa. Também nessa época houve uma grande discussão sobre o livro didático de matemática. Faça uma pesquisa sobre esse assunto e estabeleça uma relação entre aquela época e o Brasil de hoje.

1.1.5

Noções de Estatística

Tratamento da Informação

As potencialidades da matemática devem ser exploradas da forma mais ampla possível desde o Ensino Fundamental. Não devemos esquecer do papel que a matemática desempenha na formação do cidadão. Por formação para a cidadania entendemos, conforme já discutimos no estudo da dimensão sociológica do conhecimento matemático, a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Para exercer bem a cidadania é preciso tomar decisões e compreender questões, muitas vezes complexas, que dependem da leitura e interpretação de dados e índices estatísticos. Assim, cidadania é intimamente dependente do saber matemático, como por exemplo, calcular, medir, fazer analogias, argumentar e tratar com informações estatísticas.

A necessidade cada vez mais freqüente de compreender as informações veiculadas pelos meios de comunicação exige do individuo a capacidade de ler, interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações gráficas para a análise de informações. Disso decorre a introdução de

elementos de estatística, probabilidade e combinatória nas aulas de matemática já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A **Estatística** é o ramo da Matemática que permite, de forma sistematizada, recolher informações sobre uma determinada população, analisá-las e tirar conclusões. A Estatística, enquanto ciência só começou a se desenvolver no início do século XX e sua importância tem aumentado sendo, atualmente, essencial para quase todas as ciências. É esse uso, em quase todos os ramos da atividade humana, que motivou sua inclusão nos currículos escolares a partir já da Educação Infantil.

Vamos nos ater neste texto ao estudo dos gráficos e de sugestões de atividades para o futuro professor.

Gráficos: Leitura e Interpretação

Em estatística, o uso de gráficos e tabelas é um recurso muito utilizado para sintetizar os resultados de um trabalho de pesquisa e tornar a sua apresentação mais objetiva. É importante que, no trabalho didático com gráficos, sejam exploradas a leitura e a compreensão das informações contidas neles, levando as crianças a perceberem que, por meio da análise de dados, é possível estabelecer relações entre acontecimentos e fazer previsões.

Gráficos de Colunas e Barras

Durante uma aula de Matemática, a professora fez a seguinte pergunta: Qual o seu sabor de sorvete preferido? Os 40 alunos da sala responderam e ela organizou no quadro as respostas numa tabela,contendo o total de votos e as porcentagens correspondentes.

Sabores	Votos	Porcentagem
Morango	10	25%
Chocolate	18	45%
Prestígio	08	20%
Abacaxi	04	10%

Quadro B.2

Para comunicar esses dados em um gráfico de colunas, procedemos da seguinte forma: em um sistema de eixos perpendiculares, marcamos, no eixo vertical, as quantidades de votos que cada sabor de sorvete obteve, devendo obedecer à proporção existente entre elas. No eixo horizontal, marcamos igualmente espaçados os sabores, morango, chocolate, prestígio e abacaxi. A seguir levantamos as colunas (de mesma largura) até ao número de votos que este sabor obteve.

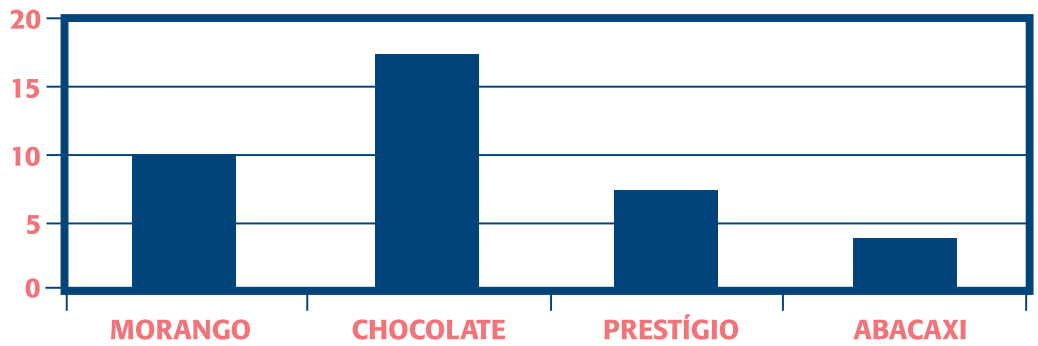


Figura B.49

Exemplo

Uma escola fez uma pesquisa com todas as suas turmas de quinta série. Perguntou a eles que passeios gostariam de fazer. Houve votação em todas as turmas, 180 alunos votaram e a coordenadora organizou os dados em uma tabela.

Passeios	Votos	Porcentagem
Praia	30	25%
Museu	45	45%
Teatro	15	20%
Parque de Diversões	90	10%

Quadro B.3

Em seguida a coordenadora confeccionou o gráfico em colunas para informar o resultado da pesquisa.

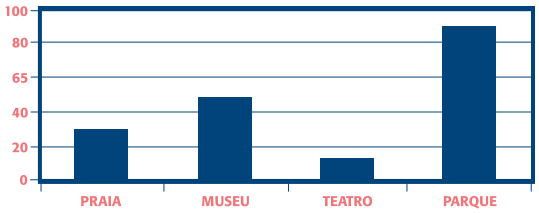


Figura B.50

Algumas pessoas acharam que um gráfico em barras, como abaixo, comunicaria melhor o resultado. A confecção desse gráfico de barras é semelhante ao gráfico de colunas. Qual a sua opinião?

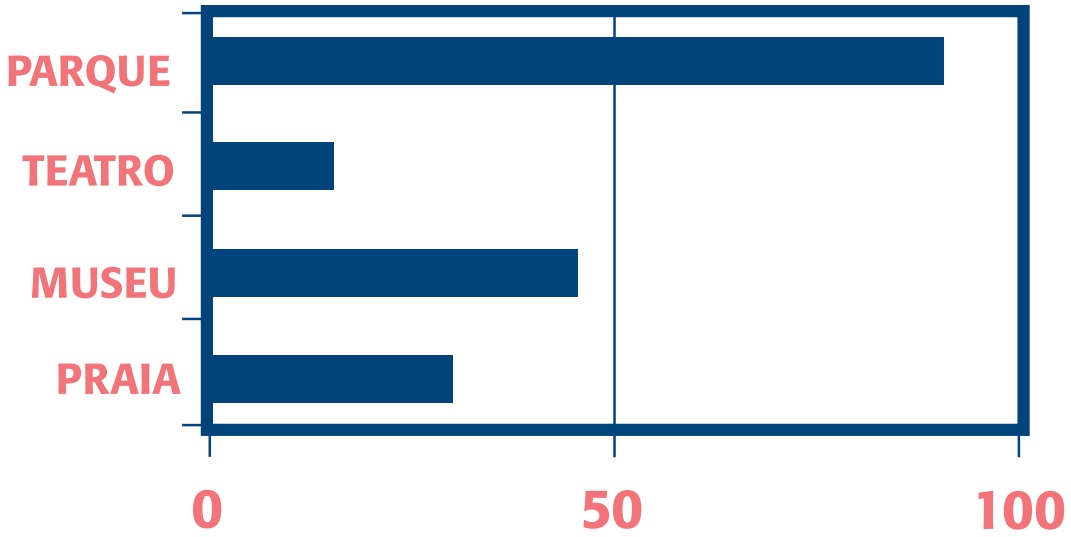


Figura B.51

Gráfico de Setores

O gráfico de setores, ou comumente chamado de pizza, é um gráfico de forma circular, como indicado abaixo.

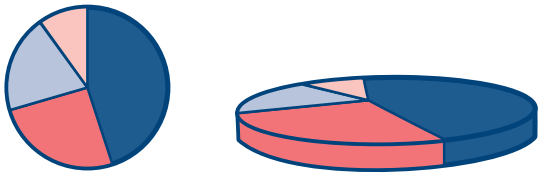


Figura B.52

É utilizado em estatística para comunicar as informações principais de forma sintetizada. Aqui, o círculo completo corresponde ao total dos indivíduos entrevistados e a sua confecção exige que saibamos determinar o ângulo central correspondente a cada porcentagem das variáveis envolvidas, considerando que a medida total é 360º. Vejamos um exemplo.

Na eleição para síndico de um prédio houve 3 candidatos. O Candidato A recebeu 45% dos votos, o candidato B recebeu 25% dos votos, o candidato C recebeu 20 % dos votos e os outros 10% foram votos em branco.

O síndico organizou os dados numa tabela e deseja sintetizar as informações num gráfico de setores.

Candidato	Porcentagem
A	45%
B	25%
C	20%
Nulos	10%

Quadro B.4

Se 100% dos votos correspondem a 360º (da circunferência), então 45% dos votos correspondem a 162º (para determinar este valor, usamos a "regra de três"), do mesmo modo, 25% dos votos correspondem a 90º. Da mesma forma, 20% correspondem a 72º e 10% dos votos correspondem a 36º. Tendo essas correspondências, podemos produzir o gráfico de setores, bastando construir os ângulos centrais com as medidas correspondentes; note que a soma dos ângulos é 360º.

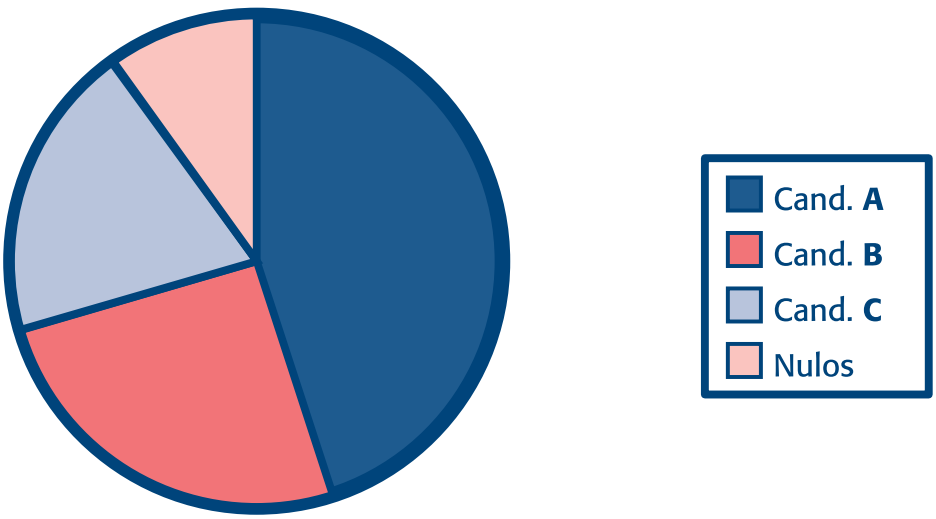
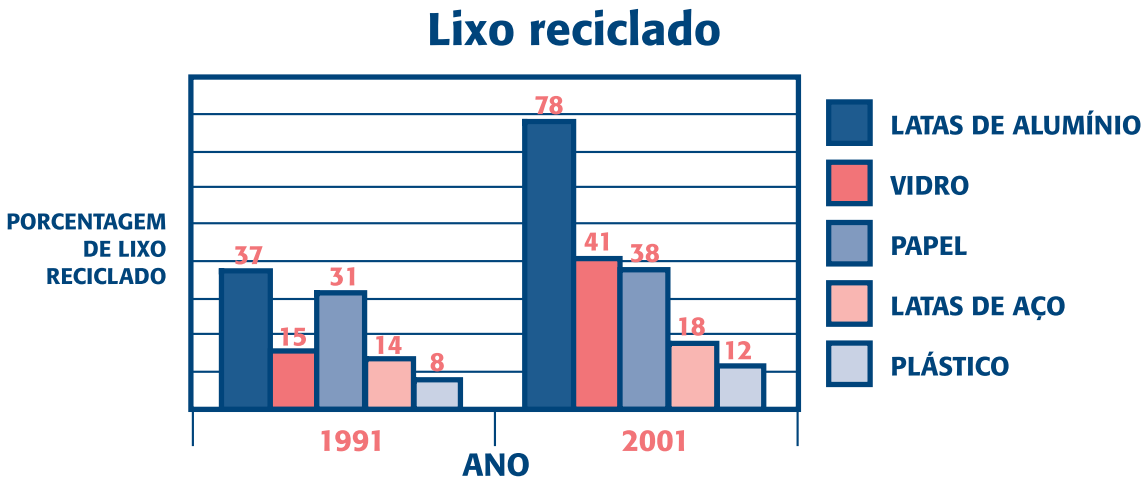


Figura B.53

No exemplo a seguir, observamos as diferentes possibilidades de leitura e interpretação das informações contidas no gráfico.



Fonte: São Paulo: Almanaque Abril, ano 34, n. 12, mar. 2001, p.36.

Figura B.54

Qual o material que mais reciclamos em 1991? E em 2001? Houve aumento na reciclagem do lixo em geral? Qual a taxa de aumento de reciclagem de latas de alumínio? Outras questões que podem ser levantadas: porque é importante reciclar? Levantando a preocupação com questões de meio ambiente, outros temas surgirão como o tratamento do esgoto, saúde e a água. Porque muitas pessoas coletam lixo? Discussão de questões sociais, pobreza, exclusão social, analfabetismo, racismo e democracia.

Atividades envolvendo preferências de times de futebol, de cantores, de filmes, de esportes, podem ser trabalhadas e apresentadas graficamente. Sugere-se evitar temas como religião, raça e mesmo peso, que são sempre delicados.

Atividade - B.11

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

Resolva os exercícios a seguir:

1) Observe o gráfico e responda:

a) De que trata esse gráfico?

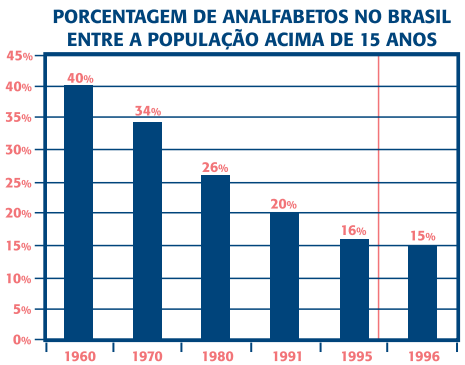
b) Que tipo de gráfico é?

c) Qual é o percentual de alfabetizados no Brasil em 1960? E em 1996?

d) Pode-se afirmar, a partir dos dados do gráfico, que as taxas de analfabetismo caíram para menos da metade de 1960 a 1996?

e) Construa a tabela de distribuição de freqüência correspondente à pesquisa em questão.

f) Construa um gráfico de setores para ilustrar a situação da alfabetização no Brasil em 1996.



Fonte: IBGE. Veja. São Paulo: Abril, n.17 abr.1998. p.96.

2) A universidade de Stanford divulgou os resultados de uma pesquisa que aponta para os principais fatores que influenciam na longevidade das pessoas. Os dados estão na tabela

Estilo de Vida	53%
Meio Ambiente	20%
Genética	17%
Assistência médica	10%

Faça um gráfico de setores, com essas informações.

Sugestões de atividades a serem desenvolvidas com os alunos

Quando estudamos a operação de multiplicação, falamos na **correspondência um para muitos**. A construção de gráficos é outra atividade que evidencia a existência de outros tipos de correspondência.

a) Gráfico das cores

Um grupo de crianças recebe uma caixa com cartelas ou fichas coloridas. Cada uma seleciona a cartela de sua cor favorita. As cartelas são, então, coladas numa tabela como mostrado na figura abaixo.

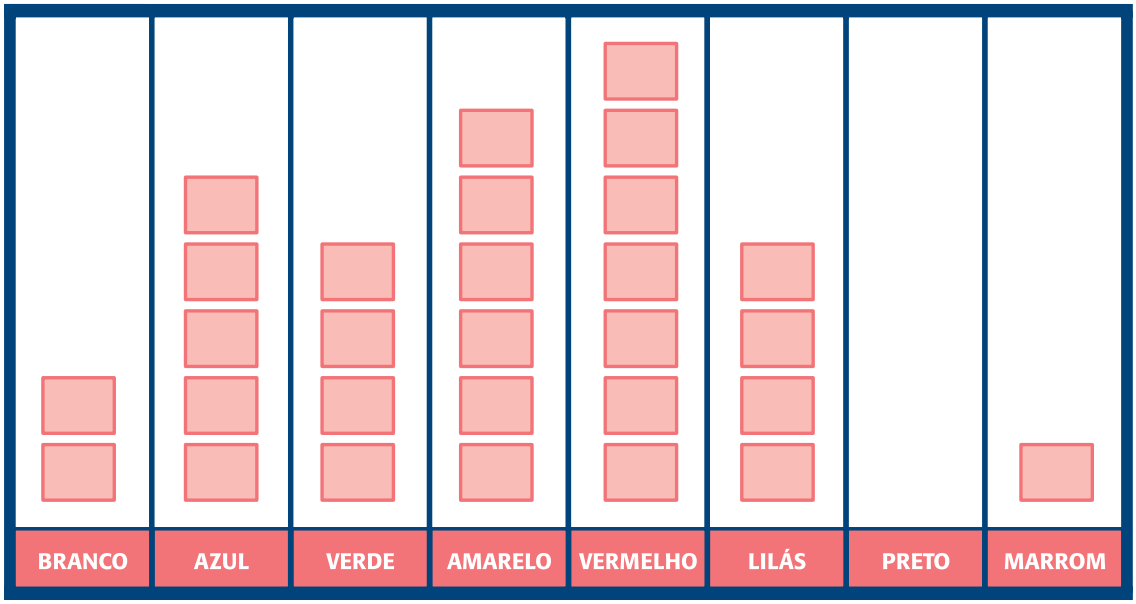


Figura B.55

O professor perguntará:

- cada criança escolheu uma cor diferente?

- todas as cores foram escolhidas? - qual a cor mais escolhida? - qual a cor menos escolhida?

b) Gráfico do mês do aniversário.

Cada uma das crianças escreve seu nome em uma cartela que deve ser colocada na coluna correspondente ao seu mês de nascimento, obtendo, por exemplo, um gráfico como o da figura abaixo:

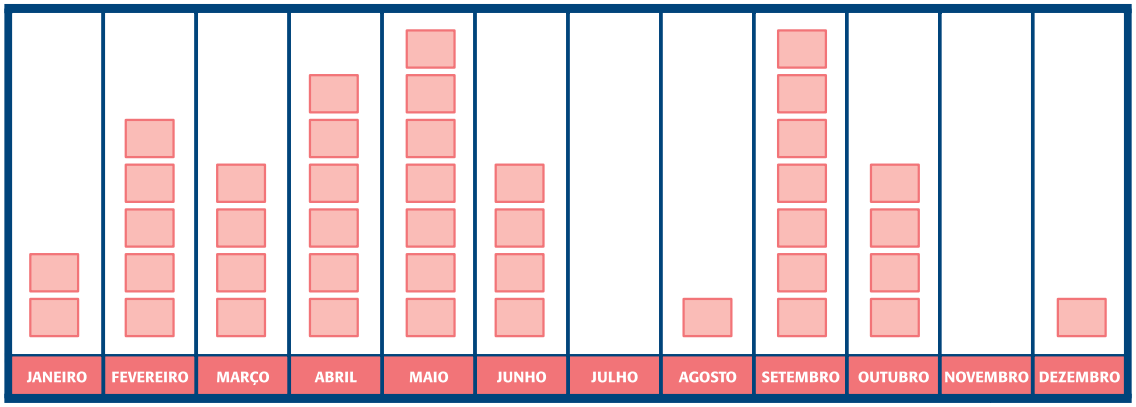


Figura B.56

c) Podem ser confeccionados gráficos com os artistas preferidos, o time de futebol da galera, ou os carros mais legais.

O ensino de Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Como vimos, a introdução da estatística nos anos iniciais tem a finalidade de fazer com que o aluno desenvolva estratégias para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Do mesmo modo, a combinatória tem o objetivo de apresentar ao aluno a situações-problema que envolva combinações, arranjos, permutações e, principalmente, o princípio multiplicativo da contagem. Já a probabilidade tem como objetivo levar o aluno a compreender que muitos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que é possível prever os resultados desses acontecimentos com alguma margem de acerto.

Aleatória
Dizemos que a natureza de um acontecimento é aleatória quando ele ocorre por acaso, isto é, não obedece a regras fixas e nem segue padrões.

1.2 Tendências da prática pedagógica na Educação Matemática escolar

1.2.1 Das relações aluno-professor-saber matemático

O professor de Matemática deve desempenhar o papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno na construção desse conhecimento pelo aluno. Para realizar esta tarefa com segurança o professor precisa ter uma sólida formação em Matemática juntamente com outros conhecimentos específicos do ofício de ensinar.

A matemática é uma ciência dinâmica e aberta à incorporação de novos conhecimentos. Assim, cabe ao professor trazer o saber matemático para a escola e o transformar em conhecimento acessível ao seu aluno, pois o conhecimento matemático teórico, pela sua própria natureza, é difícil de ser comunicado diretamente, exigindo, em geral, estratégias bem elaboradas, preparação prévia e respeito às fases de desenvolvimento cognitivo dos alunos. Ao fazer essa transposição, o professor necessita conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como as dificuldades de natureza epistemológica. Um conhecimento só é pleno se for associado e aplicado em diferentes situações. Para atingir esse objetivo os conhecimentos construídos devem ser descontextualizados, a fim de serem novamente contextualizados em outras situações. O conhecimento aprendido não deve ficar exclusivamente vinculado a um único contexto concreto, deve ser transferido a outros contextos e finalmente generalizado.

O aluno, ao ingressar na escola, já traz consigo um conhecimento matemático de natureza prática que precisa ser elaborado e ampliado pela escola. O professor deve levar o aluno a fazer relações entre diversas noções da matemática e dessa forma contribuir para que ele reconheça propriedades gerais e relações importantes entre os diversos temas. O conhecimento matemático mantido isolado não se estabelece como ferramenta eficaz na resolução de problemas ou na construção de novos conhecimentos matemáticos necessários para o crescimento.

É recente a idéia de que o aluno é o

principal agente na construção de seu conhecimento, assim o papel a ser desempenhado pelo professor de Matemática no ensino fundamental assume novas dimensões: a de organizador da aprendizagem. Para isso, deve considerar as condições socioculturais, expectativas e as diferenças individuais dos alunos e escolher e desenvolver atividades e problemas que possibilitem a construção de conceitos, tendo em vista os objetivos a serem alcançados.

O professor deve também estimular a cooperação entre os estudantes, pois o contacto com diferentes formas de interpretar e resolver um mesmo problema estabelece uma aprendizagem significativa, obrigando os interlocutores a argumentar, cooperar na resolução, questionar, verificar e validar as soluções. Assim, a interação entre alunos, além do aspecto afetivo e da interação social, desempenha papel fundamental no desenvolvimento das capacidades cognitivas, pois como já dissemos, ao tentar compreender outras formas de resolver uma situação, o aluno necessariamente ampliará o seu grau de compreensão das noções matemáticas envolvidas.

1.2.2

Recursos e metodologias de ensino

Abordamos anteriormente as diversas dimensões do conhecimento matemático e os conteúdos matemáticos pertinentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para completar, ainda falta tratar da sua dimensão metodológica, isto é, dos caminhos possíveis para se fazer matemática em sala de aula, que é o que faremos a seguir, ao abordar as "Tendências Atuais em Educação Matemática".

Vamos estudar, aqui, apenas as tendências atuais em Educação Matemática, mais comumente utilizadas pelos professores do Ensino Fundamental, a saber, a resolução de problemas; o uso de jogos; a abordagem histórica e o uso de tecnologias. Os materiais manipuláveis também podem ser considerados como tecnologias de ensino e, portanto, são também abordados aqui.

A Educação Matemática trata das relações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Portanto, possui natureza interdisciplinar. Trabalhar com os caminhos propostos pela Educação Matemática para fazer matemática na sala de aula exige preparação adequada do professor, planejamento cuidadoso, mas flexível das ações, o envolvimento da escola, a compreensão dos pais, principalmente porque a avaliação precisa ser adequada à metodologia escolhida. Mas, principalmente, exige do professor permanente dedicação.

Atividade - B.12

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Indique três dos aspectos que serviram de sustentação para o surgimento das tendências atuais em Educação Matemática que você acha mais importantes. Numere-os por ordem de importância e justifique sua escolha.

2. Para você, o que é Educação, Matemática e Educação Matemática?

Resolução de problemas

Já vimos que a principal concepção de aprendizagem presente no ensino tradicional é a de que o aluno aprende por reprodução ou imitação. Ao escolher a Resolução de Problemas como estratégia de trabalho em sala de aula, é preciso ficar claro que, os conceitos, as idéias e os métodos não são dados pelo professor, mas abordados mediante a exploração de problemas. A Resolução de Problemas tem alguns princípios que precisam ser aceitos incondicionalmente pelo professor:

- o ponto de partida para a atividade matemática não é a definição, mas o problema;

- o problema que motiva a aprendizagem não é exercício de aplicação quase mecânica, uma fórmula ou processo operatório;

- só existe problema quando o aluno se sente desafiado a resolvê-lo e quando precisa interpretar o resultado da questão;

- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certos tipos de problema.

Este último princípio traduz, de maneira abrangente, qual é o "espírito" que direciona o trabalho com a resolução de problemas, isto é, o problema é que desencadeia a aprendizagem. Assim, um determinado conceito é "apresentado", inicialmente como caso particular, ou seja, só para resolver o problema. Depois, em outros momentos, o aluno "generaliza" o conceito, isto é, utiliza em outras situações, processo semelhante ao da criação de um conceito pela própria ciência matemática. A história da matemática mostra que os conceitos surgem, sempre, a partir de um problema, seja este problema uma situação prática ou uma questão que interesse apenas à matemática. Portanto, é preciso ficar claro que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação. Ela é uma orientação metodológica interessante, pois proporciona o contexto em que é possível o aprendizado de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

O que é um problema? É qualquer situação na qual o indivíduo precisa pensar para resolver, deve existir um desafio. Não são situações que podem ser facilmente resolvidas. Um problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para a sua solução. Necessita da realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. A solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. A maior dificuldade que o professor tem para escolher a resolução de problemas como sua "estratégia de aprendizagem" é encontrar problemas que sejam interessantes e desafiadores para os seus alunos.

Estimule os alunos a propor problemas, isso proporciona o hábito de analisar enunciados de problemas, aprendendo a interpretar um enunciado, retirando deste as informações necessárias à resolução do problema.

Tipos de problemas

Dependendo da finalidade a que se destinam, os problemas podem ser de tipos variados.

- Exercícios de reconhecimento: O objetivo é que o aluno reconheça ou memorize um conceito. Exemplo: Qual é o sucessor de 198?

- Exercícios de algoritmo: São aqueles que têm por objetivo fazer com que a criança treine a habilidade em executar um ou mais algoritmos. Exemplo: Calcule o valor de {[2x(3x7)+3] : 5} (expressão aritmética).

- Problemas padrão: Quando é resolvido mediante a aplicação direta de um (problema padrão simples) ou mais algoritmos conhecidos (problema padrão composto). Exemplo: Numa cesta há 17 laranjas e 12 limões. Quantas frutas há na cesta? (simples). Felipe tem 7 anos a mais que o triplo da idade de João. Os dois juntos têm 55 anos. Qual é a idade de cada um? (composto).

Alguns cuidados devem ser tomados mesmo com esses problemas mais simples, como os diferentes significados que as operações podem assumir (veremos quando tratarmos de operações) e com a ordem de apresentação dos dados.

Problemas processo: Para resolvê-los, os alunos precisam estabelecer uma estratégia heurística, pois em geral não podem ser resolvidos pela aplicação direta de uma ou mais operações, e envolvem vários conceitos.

Exemplo: determine o valor de cada letra envolvida na "continha" LUA + SUA = SALA (como sugestão, arme o algoritmo da adição e depois, discuta as propriedades do Sistema de Numeração Decimal). Um outro exemplo, retirado de Dante (2002, p.18). "Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mão teremos ao todo?". Este tipo de problema pode ser resolvido de diversas maneiras. Para chegar à solução, o aluno precisa pensar, escolher uma estratégia, experimentar essa estratégia e verificar se a solução encontrada satisfaz as condições do problema.

- Problemas de aplicação: são as consideradas "situações problemas". Exemplo: Para fazer seu relatório mensal um diretor precisa saber qual é o gasto mensal por aluno que ele tem com merenda escolar. Vamos ajudá-lo?

- Problemas de quebra-cabeça: quase sempre existe um truque para a solução; problemas com palitos de fósforo, por exemplo.

E para resolver um problema?

Um dos pioneiros em pesquisa sobre resolução de problemas foi o norte americano George Polya (1887-1985), autor do clássico "A arte de resolver problemas", publicado pela primeira vez em 1944 e ainda hoje, um livro importantíssimo para quem quer saber mais sobre resolução de problemas.

Para esse autor, os passos para se resolver um problema são:

- compreender o problema: para isso, saber ler o enunciado é fundamental;
- conceber um plano para resolvê-lo;
- executar o plano escolhido;

No livro "Encontros Iniciais com a Matemática", de Duhalde & Cuberes, editora Artmed, você encontra ótimas sugestões para "bolar" um problema.

Algoritmo é uma prescrição efetuada passo a passo para atingir um objetivo particular. É uma maneira já testada que garante a obtenção do resultado que se espera. Ex. O algoritmo da adição.

Para saber mais, consulte o livro "Didática da resolução de problemas de matemática", de Luiz Roberto Dante, constante nas referências bibliográficas.

Heurística vem do grego e significa "serve para descobrir". Estratégias heurísticas são diferentes dos algoritmos, porque não garantem a resposta adequada, mas significam uma boa tentativa.

- examinar a solução, isto é, verificar se a solução encontrada satisfaz as condições do problema. Por exemplo, você encontrou como resultado de um problema um número fracionário quando a resposta deveria ser um número inteiro, pois o problema era referente a pessoas.

Polya também esboçou uma série de estratégias heurísticas, como representar graficamente a situação, trabalhar a partir de alguns resultados "estimados", revertendo o processo, imaginando uma situação mais simples.

Uma alternativa interessante é utilizar o raciocínio analógico. Este tipo de pensamento é muito presente tanto nas ciências quanto nas artes, pois está ligado à criatividade.

As operações concretas e a resolução de problemas de Matemática

Na resolução de problemas e atividades de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, três questões são fundamentais e aqui são destacadas:

- o problema apresentado deve ser em linguagem simples, utilizando palavras do vocabulário da criança;

- a representação dos dados fornecidos deve ser objetiva;

- o problema deve estar logicamente bem colocado, isto é, o conjunto de relações estabelecidas e a estabelecer entre os dados.

Ao ler o enunciado de um problema ou atividade, a criança deverá conhecer cada expressão verbal utilizada para em seguida ser capaz de traduzir cada dado apresentado verbalmente em dados concretos do mundo em que ela vive. Finalmente deverá entender as relações lógicas constantes do problema para então relacionar os dados entre si e realizar as operações necessárias à solução.

O professor precisa ficar atento para o que se chama de "fechamento do processo", ou seja, a recapitulação, sistematização e generalização de todos os conceitos que foram construídos nas situações particulares dos problemas. Em outras palavras, a teoria vem depois dos problemas.

Discutindo e aprendendo a respeitar diferentes pontos de vista, a criança se acostuma a aceitar seus erros e estar aberta para outras formas de resolução.

Não sendo um mecanismo direto de ensino, a resolução de problemas envolve uma variedade de processos de pensamento, como a capacidade de inferir, generalizar, deduzir, argumentar e sintetizar, processos que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelos alunos com a orientação do professor.

No livro da Profa. Terezinha Nunes Carraher, Aprendendo Pensando: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação, essas questões são detalhadamente tratadas e você deve procurar lê-lo. As referências completas estão no final deste livro didático.

Raciocínio Analógico: por raciocínio analógico, entendemos pensar nos procedimentos utilizados para resolver problemas parecidos.

Atividade - B.13

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Descreva situações ou formule problemas destinados a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental para cuja solução seja necessário o estabelecimento de estratégias heurísticas e não somente a aplicação de cálculos numéricos.

2. Escolha pelo menos três tipos de problemas e descreva suas características. Elabore um problema para cada um dos tipos escolhidos e estabeleça o objetivo pedagógico para apresentar cada um deles em sala de aula, explicitando o nível de escolarização, os conteúdos envolvidos e o

grau de dificuldade.

3. Resolva os seguintes problemas processo, destacando, em sua resolução, os passos descritos por Polya.

a) Vovó tem 17 netos entre meninos e meninas. Dos meninos, 4/9 têm os olhos azuis. Quantas são as netas?

b) Distribuir 1000 moedas de um dinar em 10 cofres numerados de 1 a 10, sendo que a ordem crescente da numeração dos cofres seja relativa à ordem crescente do número de moedas em cada cofre. A distribuição das moedas deve ser de tal modo que, sem abrir os cofres, seja possível fazer qualquer pagamento entre 1 e 1000 dinares. Como fazer para efetuar um pagamento de 405 dinares? E de 923 dinares?

c) Resolva sem o uso de ferramentas algébricas: quatro gatas e três gatinhos pesam 15 Kg, e três gatas e 4 gatinhos pesam 13 Kg. Quanto pesam cada gato e cada gatinho?

4. Imagine que você resolveu adotar a Resolução de Problemas como o caminho para se fazer matemática na sala de aula. Apresente argumentos para convencer o diretor da escola da sua escolha.

História da Matemática

Uma das razões para que a história da Matemática fosse considerada como auxiliar no ensino é que a matemática é criação humana. Ao percebermos que a matemática surge para dar respostas a necessidades e preocupações de culturas diferentes; que a maneira como a matemática surgiu não é a mesma maneira como ela vem apresentada nos textos, deixa claro ao professor que todo aluno pode e deve aprender matemática. Ao conhecer um pouco do desenvolvimento da matemática, o professor passa a compreender melhor certas dificuldades de seus alunos. Com freqüência, são os mesmos tópicos que representaram grandes dificuldades também para os matemáticos, como o caso dos números irracionais, ou ainda do número zero. O zero só surgiu com a necessidade de representar a "casa vazia" no sistema de numeração decimal e, portanto, não tem um significado natural.

As primeiras noções matemáticas a se constituir foram os conhecimentos de contagem e de medida. O corpo humano mostrou-se um instrumento eficaz e possível para expressar a contagem e a medida. No caso da contagem, o uso do corpo se deu pela mera associação de partes do corpo humano a uma quantidade específica em função da idéia implícita de correspondência um a um (por exemplo, ao polegar da mão direita associava o número 1; ao indicador da mão direita o número 2; e assim sucessivamente). Conhecendo a história, é possível utilizar a "mão" como motivadora no trabalho com o Sistema de Numeração Decimal, da mesma forma como ela foi a gênese inspiradora para a criação do nosso sistema de numeração.

No caso das medidas, a utilização de partes do corpo como pés, mãos, braço, polegada, é um instrumento importante para que as crianças compreendam a necessidade de padronização de unidades de medida, o que pode facilitar a compreensão do Sistema Métrico Decimal. Ainda em relação aos conceitos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, estudar diferentes

sistemas de numeração usados no passado permite compreender melhor nosso atual sistema. De fato, para melhor compreender o que significam conceitos como: base 10, valor posicional e até mesmo a importância do zero, nada melhor do que estudar outros sistemas nos quais não valem essas mesmas propriedades, estabelecendo comparações entre eles.

Assim, o uso da história da Matemática não deve ser reduzido a nomes e datas a serem memorizados; também não se trata de contar a História dos matemáticos. Ao contrário, a história da Matemática deve contribuir para dar sentido aos conceitos estudados. A história da Matemática esclarece as idéias matemáticas que estão sendo construídas pelos alunos e sugere caminhos para a abordagem dos conceitos e os objetivos a se alcançar com eles.

Atividade - B.14

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Quais os riscos de se trabalhar com a História da Matemática em sala de aula?
2. Com quais finalidades a História da Matemática pode ser utilizada nas aulas de matemática?

Tecnologia da Informação

As novas tecnologias da informação encontram ainda enorme resistência por parte dos professores. Eles questionam a efetiva contribuição de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem, particularmente em relação à Matemática. Diversos estudos têm comprovado que os recursos tecnológicos, particularmente o computador e as calculadoras podem, efetivamente contribuir com o ensino da matemática, por proporcionarem novas possibilidades para a construção do conhecimento. Os dispositivos da informática e novas tecnologias dão apoio às funções intelectuais que amplificam, exteriorizam e modificam numerosas funções cognitivas, como a memória, simulação e percepção.

Algumas sugestões de atividades envolvendo computadores e calculadoras podem ser encontradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs. Como exemplo, citamos a contribuição que o uso de calculadora, em sala de aula pode dar à compreensão do valor posicional. A calculadora também pode ser útil para verificar as estimativas e contas realizadas mentalmente. A importância da utilização de recursos tecnológicos em sala de aula pelo professor está no fato de que ambos, alunos e docentes, têm de conhecer instrumentos tecnológicos para que sejam cidadãos inseridos no século XXI. Por outro lado, é preciso estar atento, pois o computador nada faz sozinho, apenas obedece às ordens dos usuários.

Existem bons softwares de geometria dinâmica, como SLogo, Cinderella e Cabri, entre outros, que podem ser utilizados com êxito. Com eles é possível experimentar, fazer conjecturas e verificações.

Atividade - B.15

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Elabore uma atividade sobre números decimais tal que a calculadora possa ser utilizada para favorecer a aprendizagem do conceito em questão.
2. Estude os softwares Slogo, Cinderella e Cabri. Crie algumas atividades com eles.

Uso de jogos e materiais instrucionais alternativos

O principal desafio do professor é sempre buscar estratégias que facilitem a ação pedagógica em sala de aula e propiciem ao aluno a vivência de situações e conteúdos essenciais à aprendizagem. Garantir a autonomia de pensamento do aluno é, numa linguagem simples, tornar o aluno capaz de aprender sozinho: **aprender a aprender.**

A autonomia ou essa habilidade de aprender a aprender é construída individualmente pelos sujeitos e, uma vez construída, é irreversível. Para isso, são necessárias atividades que possibilitem condições suficientes para o aluno interpretar um texto, que desenvolvam habilidades como organização, atenção e concentração. E mais, para o desenvolvimento da autonomia é de fundamental importância a descentração, isto é, a capacidade de ver algo a partir de um ponto de vista diferente do seu e também a habilidade de analisar criticamente e de coordenar possibilidades.

A utilização de jogos no ensino possibilita o desenvolvimento das habilidades descritas anteriormente, além de proporcionar o desenvolvimento da linguagem, da criatividade, da interação social, da formação da moral, pois para se jogar é preciso o respeito às regras e às normas. Essas conquistas são, ao mesmo tempo, cognitivas, emocionais e sociais. Piaget classificou os jogos desenvolvidos pelas crianças em três formas: **exercício, símbolo** e **regra.**

Jogos de exercício são aqueles responsáveis pela formação de hábitos na criança, em função de serem repetitivos e funcionais. Estes são os jogos característicos do período sensório-motor.

Os **jogos simbólicos** vêm depois dos jogos de exercício, caracterizam-se pelo seu valor analógico. De acordo com Kodama (2004, p.140), trata-se de repetir como conteúdo, o que a criança assimilou em seus jogos de exercício ou aplicar como forma de conteúdo, as formas dos esquemas de ação que assimilou em seus jogos de exercício. As brincadeiras com bonecas são exemplos de jogos simbólicos.

Os **jogos de regra** são, necessariamente, coletivos e os jogadores sempre dependem um do outro, favorecendo o convívio social, particularmente, pelo respeito às regras. Esse tipo de jogo merece uma atenção especial, porque privilegia dois aspectos fundamentais do desenvolvimento da criança, o afetivo e o cognitivo.

Em relação ao aspecto afetivo, o fato de precisar "rebater" as jogadas do adversário exige

"enxergar" as coisas de um ponto de vista diferente do seu, aprendendo a respeitar opiniões diferentes. Além disso, aprender a obedecer às regras dos jogos para que o jogo possa ser desenvolvido constitui-se no embrião do desenvolvimento moral, isto é, no respeito às leis que regem toda vida social e em comunidade. Um outro aspecto afetivo importante é a liberdade inerente à prática do jogo que, apesar de inserida num sistema que a define por meio de regras, é aceito espontaneamente. Em outras palavras, o aluno impõe a si mesmo um desafio, uma tarefa, uma dúvida e a responsabilidade de resolvê-los.

Assim, jogar é estar interessado, não é uma imposição, é um desejo. Perder ou ganhar no jogo é importante para o aluno, daí o seu empenho.

No que se refere ao desenvolvimento cognitivo, jogos de regras nada mais são do que atividades que propõem ao sujeito uma situação-problema (objetivo do jogo), e um conjunto de regras que permitem obter um resultado em função desse objetivo. O desenvolvimento de um jogo de regras pode ser individual ou em grupo e, para vencer o jogo, o jogador precisa estabelecer estratégias em direção a um resultado favorável, inserindo-se num contexto de luta contra o adversário, que também possui suas táticas e estratégias. Essas ações podem ser consideradas como meios de compreender e intervir nos processos cognitivos das crianças, pois permitem, ainda que indiretamente, uma aproximação ao mundo mental da criança.

A situação de jogo, embora artificial, permite que o sujeito enriqueça suas estruturas mentais e pode servir de modelo ao aluno, habilitando-o a transferir estratégias utilizadas no contexto do jogo para outras situações.

> "Uma má jogada constitui uma excelente oportunidade de intervenção do professor, voltando-se para analisar os erros, ou seja, as ações da criança que prejudicam o resultado almejado e as estratégias, isto é, no modo como são armadas as jogadas visando ao objetivo final". (KODAMA, 2004, p.141).

O trabalho pedagógico com jogos envolve raciocínio dedutivo para a jogada, para a argumentação e troca de informações, além de permitir a comprovação da eficiência de estratégias pensadas. Os jogos resgatam o lúdico na sala de aula e contribuem para a diminuição de bloqueios apresentados por crianças e adolescentes que temem a Matemática e se sentem incapacitados para aprendê-la.

Alguns cuidados devem ser tomados na escolha dos jogos, como optar por aqueles que vão além da fase de tentativas e erros. Além disso, o jogo não deve se constituir em um fator que vai contribuir para a "baixa-estima" do estudante, ao contrário, possibilitar condições psicológicas favoráveis ao desenvolvimento da auto-estima da criança deve ser uma das intenções do trabalho pedagógico com jogos. Para isso, devem ser evitados tanto os jogos fáceis demais como aqueles que estejam acima da capacidade dos alunos. Nos dois casos, a reação das crianças será o desinteresse pela atividade.

Como instrumento de ensino, o jogo pode

ser classificado em dois grandes blocos: **o jogo desencadeador de aprendizagem** e **o jogo de aplicação.**

O jogo desencadeador de aprendizagem é semelhante aos problemas-processo, isto é, não possibilita solução espontânea imediata e exige do aluno um plano de ação envolvendo conhecimentos anteriores, mediante a comparação com situações semelhantes à apresentada ou, ainda, a síntese de conhecimentos anteriores.

Exemplos: jogos de adivinhação, caça ao tesouro, classificações, etc.

Os **jogos de estratégia**, como o jogo "Detetive" ou "Banco Imobiliário", podem ser considerados como jogo desencadeador de aprendizagem por ter como meta principal o desenvolvimento do raciocínio lógico, pois possuem uma estratégia vencedora a ser descoberta pelos jogadores, tanto que o fator sorte não influi. Para descobrir esta estratégia heurística vencedora, os alunos necessitam estabelecer conjecturas, formular hipóteses, argumentar e experimentar para verificar e comprovar a veracidade das hipóteses. Como, em geral, esses jogos apresentam um problema específico a ser resolvido, apresentam maior proximidade com a pesquisa em Matemática ou, com a investigação matemática em sala de aula e são mais indicados ao desenvolvimento de habilidades do pensamento do que para conteúdos específicos.

Os jogos de aplicação exigem apenas que os alunos recorram a referências anteriores, assim como os exercícios de algoritmo e os problemas de aplicação e podem ser considerados como jogos de "treinamento". Eles são ideais para fixação de conceitos, fórmulas e técnicas específicas de algum conteúdo, como, por exemplo, os "bingos" e os "dominós" de tabuada, das quatro operações; servem como reforço e substituem, com sucesso, as enfadonhas listas de exercícios.

Na utilização dos jogos em sala de aula, além da escolha do jogo, que deve ser criteriosa e servir aos objetivos da unidade didática que está sendo trabalhada, o próprio desenvolvimento da atividade também exige cuidado. É importante trabalhar com jogos coletivos, isto é, jogos para dois ou mais jogadores; as regras precisam ser pré-estabelecidas e conhecidas pelos jogadores; não deve ser um jogo mecânico e sem significado e, principalmente, a sorte deve desempenhar papel secundário. O "uso de jogos", além de apresentar os mesmos riscos da "resolução de problemas", envolve transformações do real, tornando a descontextualização imprescindível. É preciso ficar claro, porém, que os jogos em geral são eficientes para fixação de determinadas habilidades, como motivação, e para o desenvolvimento da autonomia e do pensamento. São raros os jogos que permitem a construção de um conceito específico, por isso dizemos "desencadeadores de aprendizagem", isto é, prepara para a aprendizagem.

Atividade - B.16

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Qual a importância dos jogos de regras no desenvolvimento sóciomoral das crianças?
2. Quais habilidades características do pensamento matemático são desenvolvidas quando se trabalha com jogos?
3. Por que os jogos contribuem para o desenvolvimento da autonomia da criança?
4. Como deve ser a atuação do professor durante uma aula em que são utilizados jogos?
5. Crie um quadro em que você estabeleça os pontos comuns e os contrários, entre a "Resolução de Problemas" e o "Uso de jogos".

Utilização de materiais manipuláveis

A utilização de materiais concretos em sala de aula pode ser feita com diversos propósitos, tais como facilitar a compreensão do sistema de numeração decimal, ou mesmo para motivar problemas que só podem ser resolvidos com conceitos matemáticos avançados. Esses materiais podem ser concretos propriamente ditos, como um Tangram em cartolina, o geoplano ou uma representação de um material.

Para saber mais de Gramsci: http://www.artnet.com.br/gramsci/textos.htm

O Tangram é um jogo de quebra-cabeça milenar chinês. A construção é a partir de um quadrado que foi decomposto em sete figuras geométricas, cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo, com as quais é possível montar-se um número quase infinito de figuras. Em chinês, o Tangram significa "Sete Peças Inteligentes". Com esse jogo podemos elaborar diversas atividades.

Nos sites http://www.colmagno.com.br/conteudo/tangram.htm e http://www.alemdeeducar.com.br/jogos/flash/tangram/tangran.shtml existem versões que você pode brincar on line. Existem várias versões da origem do Tangram, numa delas, conta-se que um jovem decidiu viajar pelo mundo. Ao despedir-se de seu monge, ele lhe deu um espelho para que registrasse tudo o que visse na sua viagem. O menino estranhou e perguntou como faria isso e, acidentalmente, o espelho caiu quebrando em 7 peças. O monge respondeu que agora ele poderá representar tudo que ele ver pelo mundo com as 7 peças.

O Geoplano é constituido por uma tábua em que pregos formam uma rede quadricular. Podemos utilizar elásticos ou borrachas para desenhar figuras geométricas, em que os vértices estão sobre os pregos. No site http://www.inf.ufsc.br/~edla/projeto/geoplano/software.htm há um versão computacional do Geoplano.

A criança, sem a orientação do professor, não construirá o seu conhecimento matemático apenas "manipulando" os objetos. Cabe ao professor formular questões adequadas, que permitam ao aluno observar os aspectos do material que são relevantes para a construção do conceito em questão. Deve-se cuidar a seleção do material e das atividades que sirvam aos seus propósitos, que sejam adequados aos seus alunos, para que estes façam a correta representação interna dos conceitos envolvidos, a partir dos materiais manipulados. A exploração de todas as possibilidades que o material escolhido possui deve ser feita com antecedência, para que não aconteçam surpresas de última hora. Além disso, se as atividades não estiverem bem preparadas, corre-se o risco do material utilizado se transformar apenas num brinquedo para as crianças.

A passagem das ações concretas para a abstração dos conceitos deve ser cuidadosamente preparada e não pode, de maneira alguma, deixar de ser efetivada. Um bom exemplo desta "passagem" é a utilização de "dedos" ou tampinhas, para realizar "somas". Estes dispositivos podem ser substituídos, inicialmente, por "risquinhos", que já exigem alguma representação, para serem posteriormente eliminados. Essa supressão deve ser gradativa e não pode ser feita de forma absoluta, isto é, pode-se solicitar que as crianças não utilizem os apoios para efetuar a operação num dia e permitir a utilização no dia seguinte. Apenas quando se tiver certeza que a criança é capaz de "pensar" as operações que os apoios devem ser definitivamente retirados.

Em outras palavras, é importante que o professor faça a correlação entre os dois domínios envolvidos, o do material (concreto) e o das representações (simbólico - abstrato), para ter certeza de que os alunos compreenderam bem as relações entre os aspectos de ambos os domínios. Mas, cuidado! Essas ações do professor, se não forem muito bem dosadas, podem transformar atividades de construção de conhecimentos mediante a utilização de materiais manipuláveis em mais uma aula expositiva e mecanizada, apesar da presença dos materiais.

Atividade - B.17

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1. Descreva pelo menos três materiais didáticos que podem ser utilizados no trabalho com as operações aritméticas elementares.
2. Estabeleça os benefícios e os riscos da utilização de materiais manipuláveis nas aulas de Matemática.
3. Proponha atividades utilizando o material dourado, o tangram e o geoplano.
4. Existem diferentes tipos de ábacos. Faça uma pesquisa sobre isso e escolha o tipo que você considera mais adequado ao seu trabalho. Justifique sua escolha.

O uso inadequado de materiais também deve ser evitado ao máximo, pois como os conceitos matemáticos são de natureza abstrata, se não forem bem dirigidas as atividades dos alunos, podemos obter resultados muito diferentes do que desejamos.

No uso de materiais concretos, muitas vezes, não se vê a Matemática ao trabalhar com eles. Por isso, é preciso, observar atentamente se a criança está fazendo as abstrações necessárias e esperadas.

1.3 A Educação Matemática escolar e projetos integrados de ensino

1.3.1 Currículo através de projetos

Fernando Hernández é doutor em Psicologia e professor de História da Educação Artística e Psicologia da Arte na Universidade de Barcelona. Tem 50 anos e, há 20, se dedica a lutar pela inserção dos projetos de trabalho na escola. Segundo o Professor Hernandez, a organização do currículo deve ser feita por projetos de trabalho, com atuação conjunta de alunos e professores.

A proposta do educador espanhol Fernando Hernández de reorganização do currículo escolar por projetos em substituição às tradicionais disciplinas é fundamentada, principalmente, nas idéias do filósofo e pedagogo norte-americano John Dewey (1859-1952).

Para Dewey, a escola deveria contemplar, particularmente, a relação da vida com a sociedade, dos meios com os fins e da teoria com a prática. Hernández defende que, para se aproximar das idéias de Dewey, o melhor jeito é organizar o currículo por projetos de trabalho. A Pedagogia de Projetos surgiu como resposta às necessidades de valorização da participação do educando e do educador no processo ensino e aprendizagem.

O modelo proposto por Hernandez estabelece que o docente abandone o papel de "transmissor de conteúdos" para se transformar num pesquisador. Em contrapartida, o aluno torna-se sujeito do processo de aprendizagem, deixando de ser o receptor passivo do conhecimento "transmitido pelo professor". Como em toda pesquisa, a primeira coisa a ser definida é determinar o que será pesquisado; pode ser um tema sugerido pelo professor ou pelos alunos. Todavia, é preciso que o professor tenha clareza do objetivo a ser atingido com o projeto, aonde se espera chegar. Por outro lado, não deve ser apenas um assunto de interesse do aluno. É preciso que o que vai ser estudado desperte, principalmente, a curiosidade das crianças, para que elas se sintam motivadas a despender tempo e esforço, buscando informações e "provas" sobre o assunto e construindo, conseqüentemente, novos conhecimentos. Depois de definido o tema, a segunda etapa é a de levantamento de dúvidas (a delimitação do problema, num projeto usual de pesquisa) e estabelecimento dos objetivos de aprendizagem, a partir dessas dúvidas.

Um cuidado é importante na escolha do tema e das dúvidas que serão respondidas no projeto: tudo deve estar de acordo com os conteúdos pré-definidos pela escola e com o nível de conhecimento dos alunos.

A execução do projeto acontece à medida que as dúvidas vão sendo respondidas. Cada ação realizada no sentido de responder às questões levantadas deve ser registrada, tanto pelos alunos como pelo professor, para a confecção de um "relatório" final, que concluirá o projeto.

Como cada Projeto é único, o planejamento do Projeto de Trabalho deve ser flexível, de modo que o tempo e as condições para desenvolvê-lo sejam sempre reavaliados em função dos objetivos inicialmente propostos, dos recursos à disposição do grupo e das circunstâncias que envolvem o Projeto. Não existe um tempo fixo para o desenvolvimento de um Projeto de Trabalho

Projetos interdisciplinares são interessantes e desejáveis, todavia, são mais difíceis de serem executados, porque dependem do bom

entrosamento entre os professores, mas um cuidado é essencial, definir primeiro os problemas a resolver e só depois as disciplinas que serão envolvidas na execução do projeto. O caminho inverso pode gerar "falsos problemas", pensados de maneira a encaixar as disciplinas, pondo todo o processo em risco. Além disso, é importante que as crianças e jovens tenham contato com as diversas maneiras de aprendizagem, como aulas expositivas (fundamentais para o fechamento ou conclusão dos projetos); resolvam problemas em grupos ou individualmente; realizem seminários; participem de jogos; realizem investigações em sala de aula, etc.

Atividade - B.18

Atividade Avaliativa

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

1) Estabeleça um quadro que contenha os principais pontos positivos e negativos de cada uma das tendências apresentadas. Além disso, indique também as facilidades e dificuldades do ponto de vista do professor para a adoção de cada uma delas.

2) Coloque-se como aluno. Cite pelo menos duas tendências que considera como as mais prazerosas para "aprender" matemática. Justifique sua resposta.

3) Como professor, qual das tendências você acredita que facilitaria o seu trabalho? Justifique sua resposta.

4) Como educador matemático, qual das tendências promoveria uma aprendizagem matemática mais significativa? Justifique sua resposta.

As tendências atuais na Educação Matemática, têm grandes possibilidades de, efetivamente, colaborarem com a construção do conhecimento matemático, entretanto apresentam também alguns riscos, especialmente, no seu uso inadequado. Cabe ao professor a tarefa de convencer a todos que as mudanças são possíveis e necessárias. Esperamos que este curso promova em você as mudanças necessárias e o convença de que não é o diploma que vai torná-lo um profissional competente, mas a forma de obtê-lo. A sua dedicação e disposição para estudar e aprender agora e durante todo o seu exercício profissional

é que farão a diferença e lhe proporcionarão o indescritível prazer de ser professor, de influenciar a vida e o futuro de seus alunos e de seu país!

1.3.2

Organização de situações didáticas envolvendo atividades matemáticas para o I ciclo dos Anos Iniciais/Ensino Fundamental

Esta disciplina é composta de 40 horas teóricas e 20 horas práticas. Como atividades referentes à parte prática, você deve, considerando todo o referencial teórico aqui apresentado, desde os aspectos do conhecimento matemático até as tendências atuais em Educação Matemática, organizar situações didáticas fundamentadas na teoria apresentada e referentes aos conteúdos básicos aqui abordados e de acordo com as tendências ou recursos metodológicos estudados.

Na organização de situações didáticas, envolvendo atividades Matemáticas, devemos levar em conta que as atividades preparadas devem explicitar:

1. A quem se destina.
2. A que conteúdo se refere.
3. Qual objetivo pretende atingir.
4. Qual a teoria de aprendizagem escolhida e por que.
5. Qual a tendência adotada e por que.
6. Descrição da atividade.
7. Descrição de material a ser utilizado.
8. Resultados esperados.
9. Como será feita a avaliação.
10. Bibliografia consultada.

Atividade Final

Disponibilize no ambiente virtual conforme orientação do professor.

Atividades Síntese - Unidade B (Nota 2)

1. A professora Júlia, para trabalhar sistema de numeração na sala de aula, simula um setor de empacotamento de uma fábrica de lápis. Para isso, pede aos alunos que adotem o seguinte procedimento: juntar todos os lápis que possuem, colocar cada conjunto de cinco lápis em um estojo, reunir cada conjunto de cinco estojos em um pacote e acondicionar cada conjunto de 5 pacotes em uma caixa. Num certo dia, ao final do exercício de simulação, estavam formados uma caixa, 3 estojos, 2 pacotes e ainda sobraram 4 lápis. Qual foi o total de lápis embalados pelos alunos nesse dia? Exercício (problema extraído da RPM nº 23).

2) Quais são as principais ações que precisam ser realizadas pela criança para que ela venha a contar corretamente?

3) As quatro operações fundamentais possuem mais que uma noção intuitiva associada. Qual é a idéia mais natural e a mais complexa, mais complexa associada a cada uma delas? Justifique sua resposta.

4) Elabore atividades para portadores de necessidades educacionais especiais (cegos e surdos) que contemplem as três relações matemáticas existentes na construção do espaço segundo Piaget.

5) Faça uma pesquisa em pelo menos três livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental para verificar quais unidades de medidas são abordadas. Faça

uma análise crítica da linguagem e da forma de apresentação desses assuntos.

Referências

Referências Bibliográfcias

AMBRÓSIO, U. D' **Educação Matemática**: da teoria à prática. 4.ed., Campinas, S.P: Papirus, 1998.

_____**Educação para uma sociedade em transição**. Campinas: Papirus, 1999.

ANDRADE, D. e NOGUEIRA, C.M.I., Você quer discutir com o computador? **Educação Matemática em Revista**, nº 16, 2004, p.25 a 29.

ANDRADE, D. Os Algoritmos das operações fundamentais CENP-SP., 1985.

ANDRADE, D. Geometria Euclidiana para o professor das séries iniciais. CENP-SP, 1985.

BORIN, J.. **Jogos e resolução de problema**: uma estratégia para a sala de aula. São Paulo: IME-USP, 1995.

BRASIL, P**arâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

CARRAHER, T, N.. **Aprender pensando**: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 13 ed. Petrópolis: Vozes, 1999.

CORREA, J. e SPINILLO, A. G.. **O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças**.

DANTE, L.R.. **Didática da resolução de problemas**. São Paulo: Ática,1989.

DORNELLES, B.V. **Escrita e número. Relações iniciais**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

DUHALDE, M.E. e CUBERES, M.T.G. **Encontros iniciais com a matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas, S.P: Unicamp, 1995.

FREITAS, J.L.M. e BITTAR, M.. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande: Ed. UFMS, 2004.

GOLBERT, C. S. **Matemática para as séries iniciais**: sistema decimal de numeração. 2 ed. Porto Alegre: Mediação, 1999.

_____ **Jogos Matemáticos**. Porto Alegre: Mediação, 1997.

GOULART, I.B.. Piaget. **Experiências básicas para utilização pelo professor**. 5.ed. Petrópolis: Vozes, 1989.

_____(org.). A **educação na perspectiva construtivista**. Reflexões de uma equipe interdisciplinar. Petrópolis: Vozes, 1998.

IFRAH; G. **Os números**: a história de uma grande invenção. São Paulo,Editora Globo, 1992.

IMENES, L.M.P; JAKUBOVIC, J. e LELLIS, M. **Novo Caminho Matemática**. 1º Grau. São Paulo: Scipione, 1997.

_____**Novo Tempo**. São Paulo: Scipione, 2003.

KAMII, C.. **A criança e o número.** 25.ed., Campinas, S.P: Papirus, 1998.

KARLSON, P.. **A magia dos números**. Rio de Janeiro: Globo, 1961

KISHIMOTO, T.M. **Jogos Infantis**: o jogo, a criança e a educação. 10 ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

_____ (Org). **Jogo, brinquedo, brincadeira e educação**. São Paulo: Cortez, 1997.

KODAMA, H. M. Y.. **Jogos no ensino da matemática**. In: PIROLA, N. & AMARO, F.O.S.T. (Org). Pedagogia cidadã: Cadernos de Formação: Educação Matemática. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004.

LOVELL, K.. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

LUNGARZO, C. **O que é matemática**. São Paulo: Brasiliense, 1989.

MACHADO, N. J.. **Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1987.

MATUI, J.. **Construtivismo**: teoria construtivista sócio-histórica aplicada ao ensino. São Paulo: Moderna, 1995.

MIORIM, M.A.. I**ntrodução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MONTOYA, A. O. D.. **Piaget e a criança favelada**: Epistemologia genética, diagnóstico e soluções. Petrópolis, RJ: Vozes, 1996.

_____ (Org.). **Pedagogia Cidadã**: cadernos de formação: psicologia da educação. 2 ed. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004.

MOURA, M.O.. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. Revista Idéias nº 10. São Paulo, 1992, p.45 a 53.

MOYSÉS, L.. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1997.

NOGUEIRA, C. M. I. **O desenvolvimento das noções matemáticas na criança e seu uso no contexto escolar**: o caso particular do número. Tese de doutorado. Faculdade de Educação, Unesp, campus de Marília, 2002.

_____ O desenvolvimento lógico-matemático: uma reflexão sobre as atividades diárias do professor. **Anais do III Congresso Ibero-Americano de Educação Especial**, volume 1, Foz do Iguaçu: 1998, p.169 a 178.

_____ Atividades matemáticas como contribuições educacionais ao desenvolvimento cognitivo da criança surda. in BERGAMASCHI, R. e MARTINS, R.V. (Org) - **Discursos Atuais sobre a Surdez**. 1999. 160p. Canoas: La Salle.

OMNÈS, R.. F**ilosofia da ciência contemporânea**. São Paulo: EDUNESP, 1996. (Biblioteca Básica).

PARRA, C. e SAIZ, I. (Org). **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 7.ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1980.

_____ **Sobre a Pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

_____. **Introduccion a la epistemologia genética**. 1. El pensamiento matemático. Buenos Aires: PAIDOS, 1975.

_____ **O nascimento da inteligência na criança.** 4ª ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.

_____ e INHELDER, B. **O desenvolvimento das quantidades físicas na criança**. Rio de janeiro: Zahar, 1975.

_____ e SZEMINSKA, A.. **A gênese do número na criança.** 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

PIROLA, N. & AMARO, F.O.S.T. (Org). **Pedagogia cidadã**: Cadernos de Formação: Educação Matemática. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004.

POLYA, G.. **A arte de resolver problemas**. São Paulo: Interciência, 1980.

RANGEL, A. C. S.. **Educação matemática e construção do número pela criança**. Uma experiência em diversos contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SANTOS, V. M.. **Matemática**: uma construção humana. In FELICE, Z. M. (coord) Matemática: livro do estudante: Ensino Fundamental, Brasília: MEC:INEP, 2002.

SCHLIEMANN, A e CARRAHER, D. (Org). **A compreensão dos conceitos aritméticos**: Ensino e Pesquisa. Campinas/S.P: Papirus, 1998.

SILVA, C.P.. **A matemática no Brasil**. Uma história do seu desenvolvimento. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

SILVA, I.. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: EdUFSCar, 2004.

UNESCO. **Educacion matemática en las Américas** - V. Informe de la Quinta Conferência Interamericana sobre Educación Matemática. UNESCO, 1979.