Universidade Federal de Santa Maria
Pró-Reitoria de Graduação
Centro de Educação
Curso de Graduação a Distância de Educação Especial

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESCOLAR II

5º Semestre

1ªEdição, 2005

Secretaria de Educação Especial
Secretaria de Educação a Distância
Ministério da Educação

Elaboração do Conteúdo

Prof. Adriano Edo Neuenfeldt
Profª. Cilce Agne Domingues
Profª. Dulce Kröning
Professores Pesquisadores (Conteúdistas)

Danielle Diniz Azevedo
Acadêmica Colaboradora

Desenvolvimento das Normas de Redação

Profa. Ana Cláudia Pavão Siluk
Profa. Luciana Pellin Mielniczuk
(Curso de Comunicação Social | Jornalismo)
Coordenação

Profa. Maria Medianeira Padoin
Professora Pesquisadora Colaboradora
Danúbia Matos
Iuri Lammel Marques
Acadêmicos Colaboradores

Revisão Pedagógica e de Estilo

Profa. Ana Cláudia Pavão Siluk
Profa. Cleidi Lovatto Pires
Profa. Eliana da Costa Pereira de Menezes
Profa. Eunice Maria Mussoi
Comissão

Revisão Textual

(Curso de Letras | Português)

Profa. Ceres Helena Ziegler Bevilaqua
Coordenação

Marta Azzolin
Acadêmica Colaboradora

Direitos Autorais

(Direitos Autorais | Núcleo de Inovação e de Transferência Técnológica | UFSM)

Projeto de Ilustração

(Curso de Desenho Industrial | Programação Visual)

Prof. André Krusser Dalmazzo
Coordenação

Paulo César Cipolatt de Oliveira
Técnico

Fotografias da Capa e Miolo

Materiais do Laboratório de Matemática do Centro de Educação - UFSM e elaborados pelo Prof. Adriano Edo Neuenfeldt

Projeto Gráfico, Diagramação e Produção Gráfica

(Curso de Desenho Industrial | Programação Visual)

Prof. Volnei Antonio Matté
Coordenação

Clarissa Felkl Prevedello
Técnica
Bruna Lora
Borin da Silva
Acadêmicos Colaboradores

Impressão

Gráfica e Editora Pallotti

M425 Matemática e educação escolar II : 5º semestre /
[elaboração do conteúdo prof. Adriano Edo Neuenfeldt... [et al.] ; revisão pedagógica e de estilo profa. Ana Cláudia Pavão Siluk... [et al.]].- 1. ed. - Santa Maria, Universidade Federal de Santa Maria, Pró-Reitoria de Graduação, Centro de Educação, Curso de Graduação a Distância de Educação Especial, 2005.
p. : il. ; 30 cm.

1. Educação 2. Ensino 3. Matemática I. Neuenfeld, Adriano Edo II. Siluk, Ana Cláudia Pavão III. Universidade Federal de Santa Maria. Curso de Graduação a Distância de Educação Especial. IV. Título.

CDU: 51:37

Ficha catalográfica elaborada por
Maristela Eckhardt CRB-10/737
Biblioteca Central - UFSM

Sumário

Apresentação da Disciplina

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESCOLAR II

5º Semestre

Neste módulo, os estudos sobre a Unidade A - Números Racionais iniciam com uma abordagem inicial sobre números decimais, para posteriores estudos de cálculos e resoluções de problemas em atividades práticas envolvendo a Unidade C - Espaço e Forma e a Unidade D - Grandezas e Medidas.

No programa da disciplina Matemática e Educação Escolar II há uma seqüência na discriminação das unidades para fins de organização curricular, mas acreditamos que o conhecimento dos números decimais precisam partir de situações problemas, daí remetemos às unidades posteriores (Unidades C e D).

Os estudos sobre números fracionários encontram-se nas Unidades A e B. Na Unidade E são abordados estudos sobre o Tratamento da Informação, inovação nos currículos escolares dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, conforme sugestões dos PCNs. Na Unidade F - Dificuldades de Aprendizagem na Matemática Escolar apresentamos enfoques sobre as principais dificuldades por julgarmos que um Curso de Graduação em Educação Especial precisa preparar profissionais que possam sanar essas dificuldades.

Na Unidade G - Planejamento de Propostas Metodológicas visamos a busca de alternativas metodológicas que favoreçam a aquisição dos conteúdos básicos do II Ciclo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esta disciplina será desenvolvida com uma carga horária de quarenta e cinco (45) horas/aula.

Entenda os nossos ícones!

	Alerta Alerta o leitor sobre algum assunto que está sendo tratado no momento.
	Saiba Mais - Recomendação Indica fontes externas e outras leituras, como livros, sítios na internet, artigos, outros itens da própria apostila, etc.
	Conteúdos Relacionados Sugere ao aluno conhecer um ou mais conteúdos específicos para melhor entendimento do conteúdo atual.
	Atividades As atividades dizem respeito aos exercícios abordados no tópico anterior, podem ser analógicas ou digitais.

UNIDADE

A

NÚMEROS RACIONAIS

Prof.ª Cilce Agne Domingues
Prof.ª Dulce Kröning

Objetivo da Unidade

Espera-se que ao término desta unidade o aluno seja capaz de reconhecer e diferenciar números decimais e números fracionários, bem como planejar e executar atividades que contemplem o ensino e aprendizagem dos mesmos.

Introdução

Esta unidade abordará estudos envolvendo Números Racionais, os quais nos fazem refletir sobre os níveis de compreensão dos que aprendem e a complexidade dos conceitos matemáticos envolvidos.

Para facilitar tais processos apresentaremos algumas sugestões de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula com vistas processos cognitivos de um aluno em relação a disciplina.

Antes de fazer uso das atividades em sala-de-aula, experimente-as com seus colegas. Dessa forma vocês poderão, juntos, verificar se possuem o conhecimento necessário dos conteúdos que ela engloba.

Você encontrará maiores informações acerca da metacognição na Unidade F deste Caderno Didático.

Isso pode ser realizado, inicialmente, através do auto conhecimento do professor ao realizar previamente as tarefa que pretende desenvolver com seus alunos, para assim, descobrir e analisar como ele próprio aprende e supera suas dificuldades, colocando em prática o que é conhecido como metacognição.

Para isso, partindo de uma experimentação inicial dos materiais escolhidos para trabalhar determinada disciplina, é fundamental observar como o aluno interage com o objeto de estudo em oportunidades de manifestações de suas idéias e opiniões.

1 Identificação, representação e comparação

Os estudos envolvendo números racionais nos fazem refletir sobre o nível de compreensão dos que aprendem e a complexidade dos conceitos matemáticos envolvidos.

Desde cedo é possível as crianças perceberem que as soluções para os problemas nem sempre encontram respostas entre os números naturais, por exemplo: repartir uma barra de chocolate entre dois ou três amigos ; separar número ímpar de jogadores em dois times e tantos outros exemplos.

As repartições ocorrem entre grandezas descontínuas (jogadores, frutas, balas) e grandezas contínuas (porções de alimentos, líquidos, massas, superfícies etc.)

As crianças começam a verbalizar números naturais desde cedo em brincadeiras quando repetem números, identificam idades, contam em seqüência 1,2,3...(ao saltar ou ao subir escadas) etc. Após, por volta dos 6 ou 7 anos em média, ao construírem o conceito de número natural passam a utilizá-lo nas mais variadas situações do dia a dia ou em problemas escolares.

No entanto, para utilização de números racionais supõe o conhecimento de outras relações lógicas, conforme nos apresentam Nunes e Bryant (1997,p.202) "não está claro como as crianças podem começar a quantificar quantidades contínuas. A maioria dos autores parece concordar que a quantificação de quantidades contínuas depende do uso de relações lógicas" (ex: ser maior, ser menor ou igual).

Segundo as autoras, Piaget e colaboradores enfatizaram as relações de transitividade como ponto de partida para a medida, e relação de parte-todo como ponto de partida para a compreensão de frações. Em pesquisas realizadas as crianças se desempenharam melhor nas tarefas em que podiam usar o "limite do meio" para fazer seus julgamentos, portanto comprovam que a noção de metade desempenha um papel importante na quantificação.

Ex: $A > B$ e $B > C$, logo $A > C$

1.1 Números Decimais

Decimais? Onde eles estão?

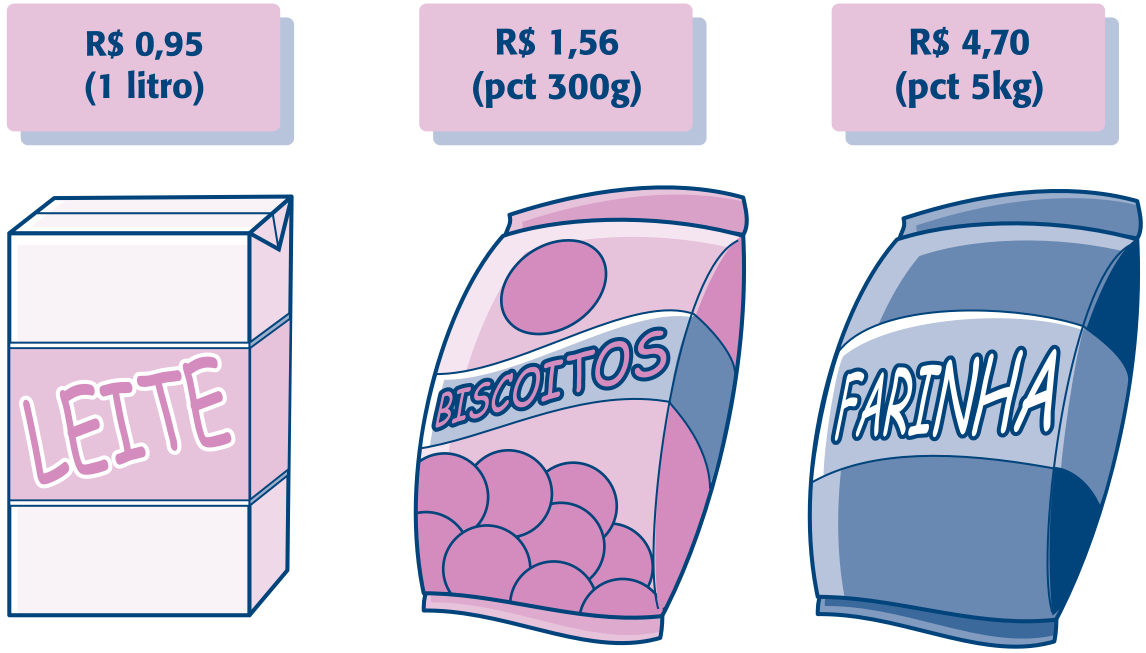


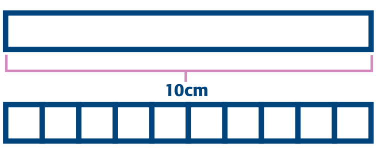
Figura A.1

Quando realizamos as nossas compras, por exemplo, no supermercado, encontramos etiquetados os valores dos produtos.

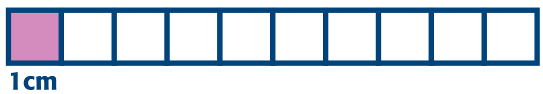
Se observarmos atentamente perceberemos que alguns produtos possuem valor "exato" (linguagem habitual), por exemplo: R$ 1, 00 (um real); R$ 2,00 (dois reais); ... Outros produtos fazem uso dos centavos, por exemplo:

Para entendermos melhor os decimais vamos supor o seguinte:

Se pegarmos uma barra de 10 cm e dividirmos em 10 partes, cada parte corresponde uma parte de 10, logo cada parte é um décimo.

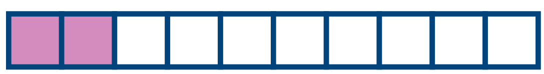


$\frac{1}{10} = 0{,}1$ (lemos: um décimo)



Se tomarmos duas partes, por exemplo, teremos:

$\frac{2}{10} = 0{,}2$ (lemos: dois décimos)



Caso tomarmos $\frac{10}{10}$ teremos um inteiro, ou seja, dez décimos corresponde a barra inteira.

Observação a respeito das notações: "$\frac{1}{10}$" corresponde a representação fracionária, "0,1" corresponde a representação decimal.

Vamos avaliar outro caso:

Suponhamos agora que dividamos um placa em 100 pedaços:

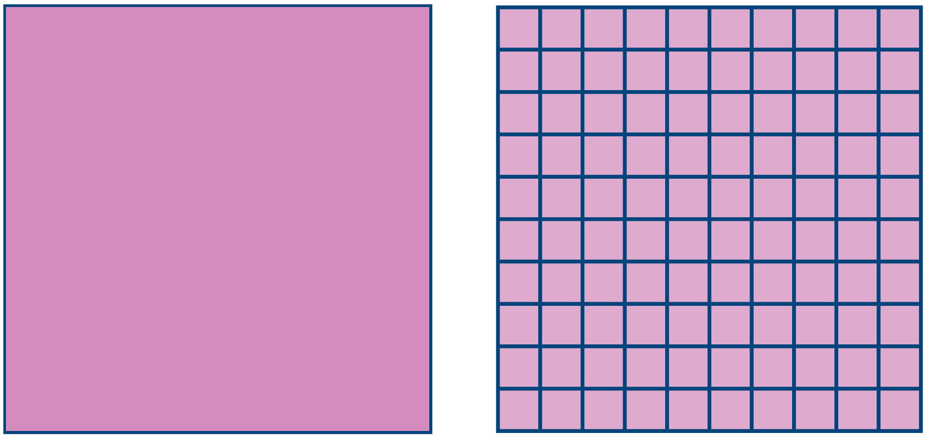


Figura A.2: Representação do Material Dourado

Cada um dos pedaços corresponde a um centésimo do todo.

Por exemplo, dez pedacinhos correspondem a dez centésimos: $\frac{10}{100} = 0{,}10$

No exemplo, do litro de leite que custa R$ 0,95, temos então:

$\frac{95}{100} = 0{,}95$ **(lemos: noventa e cinco centésimos)**

No caso do pacote de biscoitos, que custa R$1,56, a representação com as placas seria a seguinte:

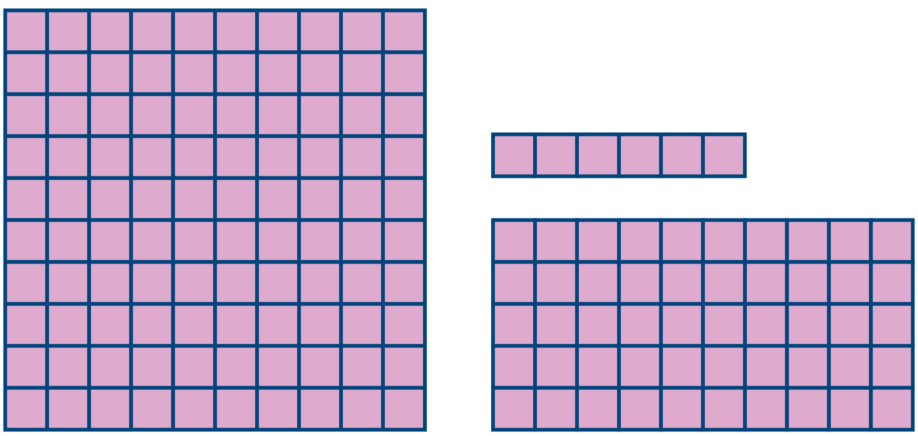
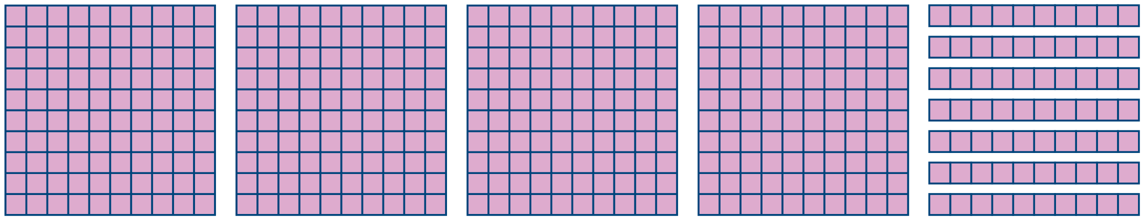


Figura A.3: Representação do Material Dourado

Uma placa inteira e cinqüenta e seis pedacinhos.

$\frac{156}{100}$ = 1,56 (lemos: um inteiro e cinqüenta e seis centésimos)



Ou seja, quatro placas inteiras e sete barras (setenta pedacinhos).

$\frac{470}{100}$ = 4,70 (lemos: quatro inteiros e setenta centésimos)

A placa inteira corresponde a 100/100 ou seja a um inteiro, ou cem centésimos.

O cubo

Se agruparmos 10 placas, com cem cubinhos cada placa, obteremos um cubo com 1000 pedacinhos, onde cada pedacinho representará um milésimo do cubo todo, ou seja, $\frac{1}{1000} = 0{,}001$.

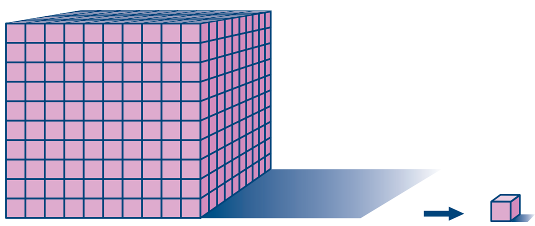


Figura A.4: Representação do Material Dourado

No caso, dez cubinhos de 1000 (o cubo todo), teremos:

$\frac{10}{1000}$ = 0,010 (lemos: dez milésimos)

Agora representaremos o outro produto, a farinha, que custa R$4,70.

No caso, quinhentos e vinte e três cubinhos de 1000 (o cubo todo), teremos:

$\frac{523}{1000}$ = 0, 523 (lemos: quinhentos e vinte e três milésimos)

No caso, mil cubinhos do cubo todo, teremos:

$\frac{1000}{1000}$ = 1 (lemos: um inteiro, ou mil milésimos)

Operações com números decimais

a) Adição e subtração:

Suponhamos as seguintes situações a partir dos produtos colocados inicialmente:

1. Gostaríamos de comprar todos os produtos, quantos reais gastaríamos?

$$\begin{array}{rc}
 & \text{U}\ \ \text{d}\ \text{c} \\
 & 0{,}95 \\
+ & 1{,}56 \\
 & 4{,}70 \\
\hline
 & 7{,}21
\end{array}$$

Observação:

U: unidade
d: décimos
c: centésimos

2. Suponhamos, agora, que temos R$ 5,00, quantos reais receberíamos de troco se comprássemos o pacote de biscoitos?

	U		d	c
	5	,	0	0
-	1	,	5	6
	3	,	4	4

b) Multiplicação e divisão:

3. Caso quiséssemos comprar dois pacotes de biscoitos, quantos teríamos?

	U		d	c
	1	,	5	6
			x	2
	3	,	1	2

4. No caso de multiplicarmos, por exemplo, 1,56 por 3,5, poderemos efetuar da seguinte forma:

	1,56	2 casas decimais	**Multiplicador**
x	3,5	1 casa decimal	**Multiplicador**
	780		
+	468		
	5,460	3 casas decimais	**Produto**

O produto recebe tantas casas quantas forem as casas do multiplicando somadas às do multiplicador.

c) Divisão:

Na divisão de números decimais, quando as casas decimais do dividendo e do divisor não forem iguais devemos inicialmente igualar a quantidade de casas decimais para depois efetuar a divisão:

Exemplo:
a. 4,5 : 3,4 = ...(casas decimais em mesma quantidade, basta dividir como se fossem dois números inteiros 45 : 34 = ...);
b. 4,53 : 3,4 = ... (casa decimais em quantidade diferentes, desta forma primeiro igualamos a quantidade de casas decimais)

453 : 340 = ...(agora realizamos a operação como se fossem números inteiros):

$$\begin{array}{r|l} 453 & 340 \\ \underline{-340} & 1 \\ 113 & \end{array}$$

Caso desejássemos, poderíamos prosseguir da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} 453 & 340 \\ \underline{-340} & 1,3 \\ 1130 & \\ \underline{-1020} & \\ 0110 & \end{array}$$

Material sobre Números Decimais e Frações, disponível em: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/fracdec.html

1.2
Números Fracionários

Construção de Conceitos Fundamentais das Frações:
Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental

A noção de conservação é requisito indispensável para a compreensão da relação partes-todo e todo-partes. E só uma criança que é conservadora poderá entender porque um todo permanece o mesmo quando repartido ou não. As noções de fracionar e conservar são primordiais na compreensão das noções estudadas no assunto frações e poderão ser construídas desde a Educação Infantil.

Atividades de Conservação
A) Material

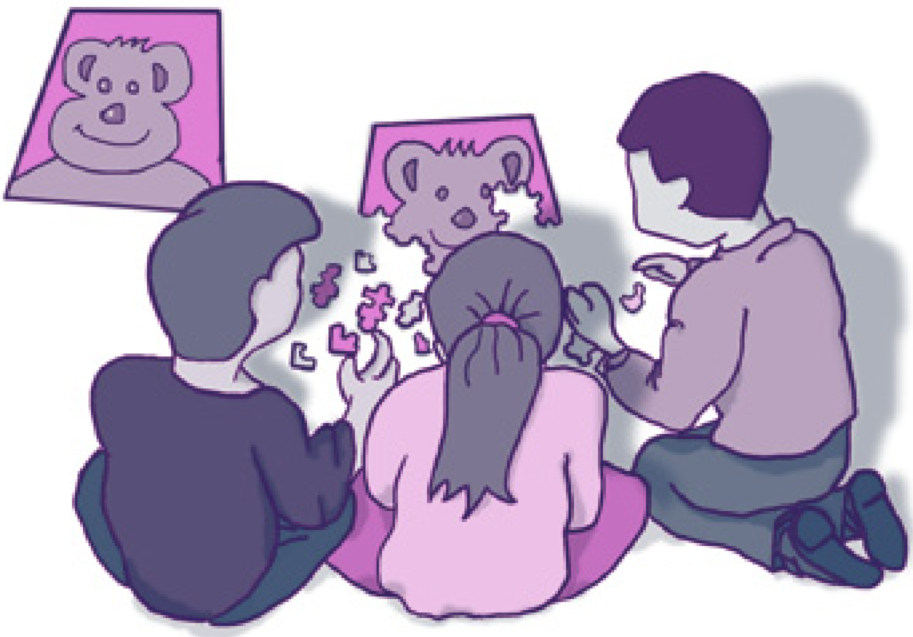


Figura A.5

- em uma mesa A, estão dispostas figuras geométricas representadas em cartolina e cada uma identificada por um símbolo qualquer, como por exemplo, uma letra, uma figura de animal ou outros símbolos;

- em uma mesa B, estão dispostas as mesmas figuras da mesa A só que cortadas irregularmente em duas partes e identificadas pelos mesmos símbolos.

A.1) Atividades dos Grupos

a) são formados grupos de dois alunos;

b) um dos alunos do grupo se dirige a mesa A e retira uma figura;

c) o outro aluno do grupo verifica o símbolo da figura retirada por seu colega e procura na mesa B, todas as partes que têm o mesmo símbolo da figura de seu colega;

d) comparam, através da observação visual e pela superposição, o que foi retirado de uma mesa e de outra e verificam se um retirou mais cartolina do que o outro ou se os dois retiraram a mesma porção.

B) Material:

em três mesas, estão dispostos círculos de mesmo tamanho:

- em uma mesa A, círculos onde cada um é identificado por um símbolo diferente ;

- em uma mesa B, metades dos círculos identificadas pelos símbolos utilizados em cada círculo inteiro;

- em uma terceira mesa C, círculos cortados em quatro partes iguais identificadas pelos mesmos símbolos das suas metades e dos seus inteiros.

B.1) Atividades:

a) são formados grupos de três alunos;

b) um dos alunos do grupo se dirige a mesa A e retira um círculo;

c) os outros dois alunos do grupo verificam o símbolo do círculo retirado pelo colega e se dirigem, um à mesa B e outro à mesa C. Retiram todas as partes identificadas pelo símbolo da figura já retirada pelo primeiro colega;

d) comparam pela observação visual e pela superposição o que cada um possui e verificam se um retirou mais cartolina que o outro ou se todos retiraram a mesma porção.

Assim como as atividades A e B, podem ser realizadas outras, montando quebra-cabeças com um número pequeno de partes e onde as crianças possam verificar que uma figura inteira ou cortada em partes significa a mesma porção de papel, cartolina, madeira ou outro material qualquer.

Podem verificar também que um copo com água pode ser repartido em dois copos médios ou cinco pequenos e constatar então que cinco copos pequenos ou dois copos médios ou um copo grande, significam a mesma quantidade de água.

Aprender a dividir um todo em partes iguais estabelecendo relações entre o todo e as partes é fundamental no estudo das frações. Por isso a criança deverá ser incentivada a repartir, em partes iguais, grandezas discretas tais como dez frutas, oito bolachas ou doze lápis de cor e, grandezas contínuas tais como: uma folha de papel, um litro de leite, uma maçã, um bolo, até chegar ao estágio de dividir em partes iguais, mas sempre estabelecendo a relação entre as partes e o todo porque o ato de repartir um todo em partes iguais não significa que a noção da conservação esteja assimilada.

O estudo sistematizado do assunto frações é iniciado com crianças que já sabem dividir um todo em partes iguais e são conservadoras, crianças que sabem dividir e ainda não são conservadoras e outras que não são capazes de dividir e nem são conservadoras.

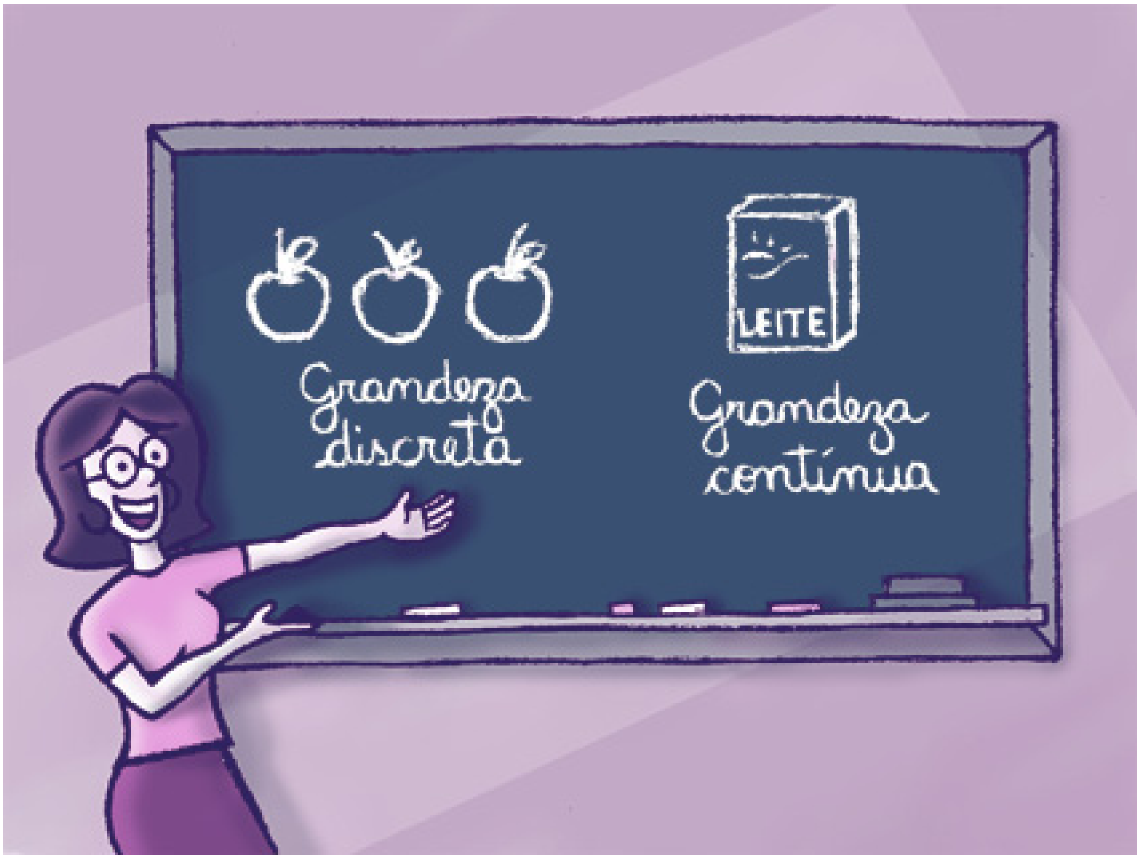


Figura A.6

Para iniciar os estudos sobre o assunto frações, é aconselhável desenvolver atividades onde as crianças são incentivadas a trabalhar com a noção de repartir verificando a conservação do todo em relação às partes e gradativamente ir introduzindo noções mais complexas até as atividades que envolvam o trabalho com adições e subtrações entre frações homogêneas ou entre frações heterogêneas, tornadas homogêneas pela utilização da equivalência entre as frações.

A noção de repartir e o estabelecimento das relações entre o todo e suas partes entre as partes e o todo, pode ser desenvolvida quando as crianças são incentivadas a repartir um todo qualquer para atender necessidades de tarefas realizadas em sala de aula.

Podem ser divididas "grandezas" contínuas (uma folha de papel, uma vara) ou discretas (balas, colheres) em duas, quatro, três ou mais partes verificando a igualdade entre as partes através da superposição ou da comparação pela correspondência um a um. Partes de uma grandeza contínua poderão mais tarde ser comparadas também através da utilização de medidas.

A divisão de um todo em duas partes iguais parece ser a mais fácil, vindo a seguir a divisão em quatro partes iguais. A divisão em três ou cinco partes iguais apresenta maior complexidade. Uma figura quadrada, por exemplo, pode ser facilmente dividida em duas ou em quatro partes iguais, enquanto que em três ou cinco partes iguais é bem mais difícil a divisão. Um círculo pode ser dividido com facilidade em duas ou quatro partes iguais, mas em mais partes iguais torna-se mais complexo já que exigirá um trabalho com setores.

Um trabalho inicial onde "grandezas" contínuas ou discretas são divididas, estabelecendo as relações entre o todo e as partes, e verificando que todas as partes vão sempre formar o inteiro é indispensável para a compreensão do conceito de fração.

Atividades de Repartir

Os alunos repartem uma folha de papel, uma fruta, uma folha de vegetal, uma vara de madeira, um copo de leite, uma xícara com açúcar, um saco com farinha, vários lápis, várias balas, uma ou várias bolachas entre dois ou mais alunos, duas ou mais vasilhas para atender necessidades de trabalhos realizados em sala de aula ou fora da sala de aula. Comparam as partes, por superposição (grandezas contínuas) ou por correspondência um a um (grandezas discretas).

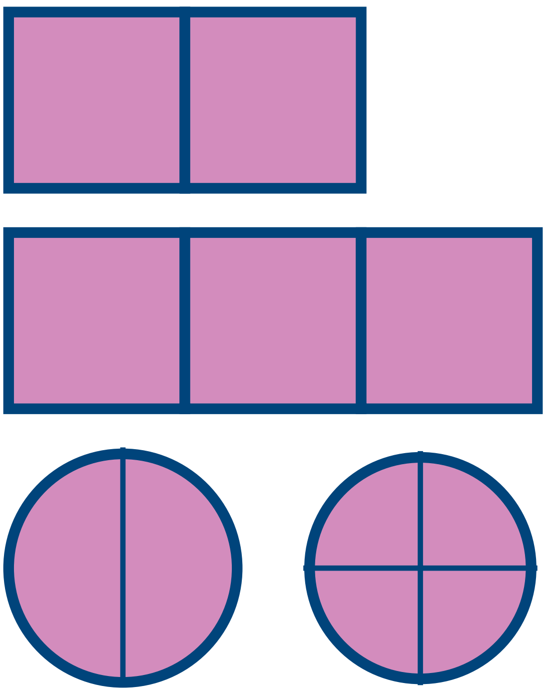
EXEMPLO: Cada grupo de dois alunos recebe seis lápis de cor e uma folha de papel para serem separados igualmente entre a dupla. Após o repartir, as duas partes dos lápis devem ser comparadas por correspondência um a um, e as duas partes de papel por superposição. A partir dai vão fazer pequenos círculos (ou outros recortes) de papel para, após pintados, enfeitarem saias de bonecas desenhadas.

Introdução do vocabulário

A introdução do vocabulário tanto para grandezas contínuas ou discretas deverá ser sempre através da associação oral das palavras "meios", "quartos", "terços" e outros a um todo que foi repartido em duas, quatro, três ou mais partes iguais. A um cartão (grandeza continua) repartido em quatro partes iguais, por exemplo, vai ser associada a palavra quartos, enquanto que a um pacote de balas (grandezas discretas) repartido entre duas crianças será associada a palavra meios.

A palavra escrita só deverá ser utilizada em uma etapa posterior quando serão associadas palavras a desenhos repartidos em partes iguais.

Em desenhos, por exemplo, do tipo:



vão ser associadas as palavras escritas meios, quartos ou terços.

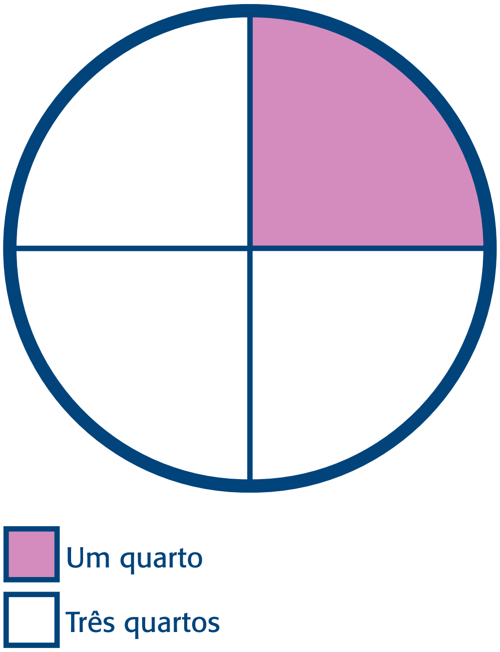
O trabalho inverso também deverá ser desenvolvido. Isto é, dada uma palavra oralmente ou por escrito as crianças repartem um todo na prática ou repartem uma representação do todo. Dada a palavra quintos, por exemplo, oralmente, as crianças repartem uma figura de forma retangular em cinco partes iguais para colar em um painel. E quando encontram a palavra meios, por exemplo, escrita ao lado do desenho de um triângulo dividem-no em duas partes iguais.

Dando continuidade ao estudo de frações, é de fundamental importância a associação das palavras que indicam as partes em relação ao todo, oralmente, no trabalho realizado no real, e por escrito nas representações por desenhos.

Exemplo: Tomando um inteiro dividido em três (3) partes iguais, o aluno verifica que está sendo trabalhado o conceito terço, logo cada parte é chamada terço. Quando são tomadas duas (2) partes estão sendo considerados dois (2) terços . Quando tomadas três (3) partes estão sendo considerados três (3) terços, verificando que três terços é todo o inteiro. Quando tomada uma (1) parte está sendo considerado um (1) terço.

Esse processo será desenvolvido também com meios, quartos, quintos, etc.

Exemplo: Dado o desenho



Utiliza-se a expressão por escrito, um quarto, para indicar a parte pintada e três quartos para indicar as partes não pintadas, como na legenda.

Atividades para Introdução do vocabulário

Repartir materiais com a finalidade de atender à exigências de tarefas propostas pelo professor ou alunos, comparando as partes por superposição ou pela correspondência um a um, associando oralmente a denominação meios, quartos, terço ou outras.

EXEMPLO: 1. Distribuir para cada dupla de alunos uma folha de jornal que após ser repartida em duas partes que comparadas para verificar se o tamanho das duas é o mesmo, vão ser destinadas para construir barquinhos.

Etapas da Atividade:

a) a folha é dividida em duas partes que são comparadas por superposição;

b) o professor chama a atenção dos alunos para as partes da folha denominando-as: metades; meios;

c) é tomada uma parte e é atribuída oralmente a essa parte, a denominação de um meio;

d) são tomadas duas partes e é atribuída oralmente a essas duas partes a dominação: dois meios; um inteiro;

e) cada aluno após o estudo das partes constrói o seu barquinho.

Figura A.7

EXEMPLO 2: Cada grupo de quatro alunos recebe círculos que deverão ser divididos em quatro partes iguais para, com as partes, montarem uma flor colorida.

Etapas da Atividade:

a) o círculo é dividido em quatro partes iguais que são comparadas pela sua superposição.

b) o professor chama a atenção dos alunos, evidenciando assim o trabalho com quartos.

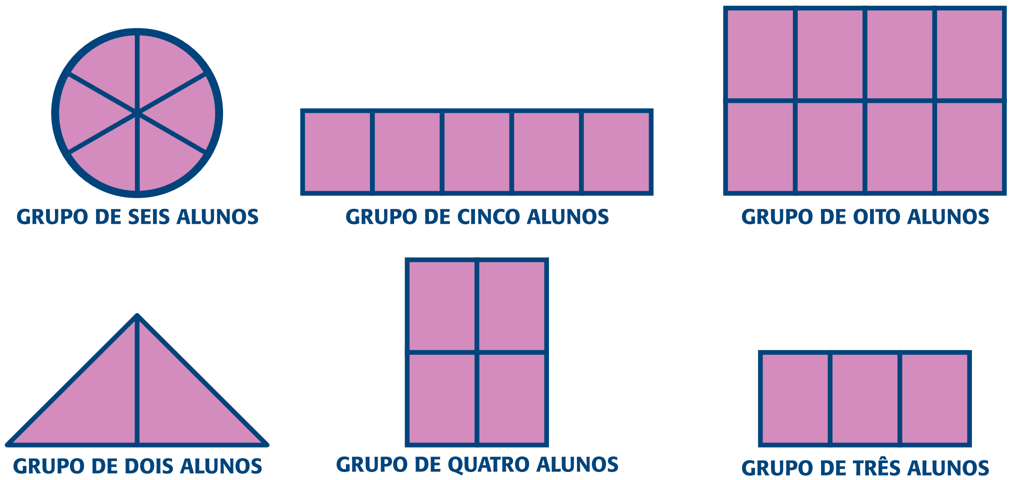
c) são atribuídos oralmente nomes às partes: uma parte - um quarto; duas partes - dois quartos; três partes - três quartos; quatro partes - quatro quartos ou um inteiro.

d) cada aluno pinta as quatro partes de seu círculo com cores de sua preferência, destacando as frações resultantes conforme convenções estabelecidas. Ex: O círculo pintado de uma cor representa o todo pintado (quatro quartos).

e) são montadas, em cada grupo, flores coloridas (a partir dos círculos distribuídos e pintados).

f) é montado um painel com as flores coloridas.

EXEMPLO: 3. Distribuir para os alunos figuras que, de acordo com as suas divisões, vão determinar o número de participantes de cada grupo.



Etapas da Atividade:

cada grupo deverá:

a) criar uma figura diferente das dadas, após cortá-las de acordo com as divisões indicadas e comparar o tamanho das partes, por superposição.

b) escrever ao lado da figura a palavra que indica em linguagem matemática o número de partes da figura (meios, terços, quartos, quintos, sextos ou oitavos).

c) pintar as partes da nova figura utilizando apenas duas cores diferentes e verificar qual a quantidade de partes de cada cor.

d) escrever a (s) palavra (s) que em linguagem matemática indica(m) o número de partes (frações) coloridas de cada cor como por exemplo: nos terços (retângulo) em uma parte colorida de azul escrever um terço, e em duas partes coloridas de vermelho - escrever dois terços.

e) expor o trabalho na sala de aula, explicando aos colegas o trabalho realizado e a relação entre a linguagem matemática e as partes coloridas da figura formada.

Introdução do Símbolo de Fração

Para a introdução do símbolo numérico das frações, inicialmente deve-se fazer um comentário associado ao concreto sobre a existência de símbolos que indicam a quantidade de objetos inteiros. Deve-se mostrar que, quando são considerados, por exemplo, quatro cadernos, utiliza-se para representar a quantidade (o número) quatro, o símbolo "4". E que isso acontece com qualquer quantidade considerada, pois cada quantidade tem seu respectivo numeral para a sua representação. Mas verifica-se que existem inteiros que costumamos repartir enquanto outros não. Cortamos papéis, tecidos, e repartimos um litro de leite mas não costumamos repartir lápis, cadeiras ou livros. Para representar a quantidade de seis cadeiras usa-se o símbolo 6, mas como será representada a quantidade de meio litro de leite numericamente?

É mostrada então a necessidade de símbolos para indicar inteiros repartidos em partes iguais, isto é, quantidades fracionadas. Neste trabalho, é aconselhável iniciar-se introduzindo o traço________ e logo após o denominador (símbolo abaixo do traço) através da seqüência:

Exemplo:
a) concreto: corta-se uma folha de papel em quatro (4) partes iguais;
b) representação: faz-se o desenho, da folha repartida em quatro partes iguais;
c) vocabulário: escreve-se a palavra quartos junto ao desenho;
d) símbolo: escreve-se o símbolo $\frac{\quad}{4}$

Como conclusão, verifica-se que o símbolo abaixo do traço indica, denomina em quantas partes foi dividido o todo, por isso recebe o nome de denominador.

Após a introdução do conceito de denominador poderá ser trabalhado o numerador do numeral fracionário. E dando seqüência ao trabalho desenvolvido para a noção de denominador:

e) toma-se uma parte do inteiro, ficando três partes sobre a mesa;

f) pinta-se no desenho a parte correspondente a tomada;

g)escreve-se a expressão um quarto referente a parte tomada e pintada no desenho e três quartos referente a parte deixada sobre a mesa e não pintada no desenho;

h) escreve-se o símbolo completo: $\frac{1}{4}$ para a parte pintada do desenho e $\frac{3}{4}$ para a parte não pintada.

Chega-se à conclusão que o símbolo acima do traço indica o número de partes que estão sendo consideradas e pintadas ou em branco, e por isso é chamado numerador.

A fixação do símbolo numérico de fração e seu significado é muito importante e por isso é necessário um trabalho com atividades tais como:

- pinte, em cada desenho, a fração indicada pelo símbolo numérico;

- escreva o símbolo numérico que representa a parte não pintada de cada desenho;

- escreva o símbolo numérico que representa a parte pintada do desenho.

O trabalho com grandezas discretas tais como doze balas em uma caixa, seis lápis em um estojo etc., deve obedecer todas as etapas enfocadas, para as grandezas contínuas, com destaque ao denominador significando o total das partes do inteiro e ao numerador como número de partes consideradas sempre verificando a quantidade de objetos correspondentes a cada símbolo numérico fracionário representado.

Atividades para Introdução do Símbolo de Frações

Antes de desenvolver as atividades sugeridas com seus alunos, lembre-se de experimentá-las com seu colega de curso. Essa é uma maneira de explorar as possibilidades que elas podem proporcionar.

Exemplo: na hora da merenda, as crianças ganham frutas para comer, distribuídas da seguinte maneira: para cada grupo de três crianças, é dada uma fruta.

Figura A.8

Etapas da Atividade:

a) cada fruta é repartida em pedaços;

b) são distribuídos os pedaços da fruta entre as crianças conforme critério escolhido por elas;

c) o professor pergunta:

- quantos pedaços tem a fruta de cada grupo?

Em um grupo, por exemplo, foi dividida em dez pedaços;

- quantos pedaços cada criança recebeu? (duas receberam quatro pedaços e uma dois);

- qual a palavra que indica o número de pedaços (frações) da fruta em linguagem matemática? (décimos) E a que indica o número de pedaços que cada criança recebeu? (quatro décimos e dois décimos);

- Quais são os símbolos numéricos que representam o:

- total de pedaços de cada fruta? $\frac{10}{10}$

- número de pedaços que cada criança recebeu? $\frac{4}{10}$ e $\frac{2}{10}$.

d) as crianças representam, através de

desenho, a fruta e seus pedaços, colorindo de cor diferente a parte da fruta que coube a cada uma. Escrevem as palavras e os símbolos numéricos das frações correspondentes ao que cada uma recebeu. (Deve ser utilizada uma legenda para indicar a correspondência da cor dos pedaços com a palavra e o símbolo numérico).

Atividades com Frações de Grandezas Discretas

Ex: vão ser feitas cucas de laranja. Para cinco cucas temos vinte laranjas. O trabalho é realizado em equipes e cada equipe deverá verificar:

a) em quantos montes devem ser divididas as laranjas? (R. cinco montes)

b) como pode ser expresso em linguagem matemática o número de montes das laranjas?

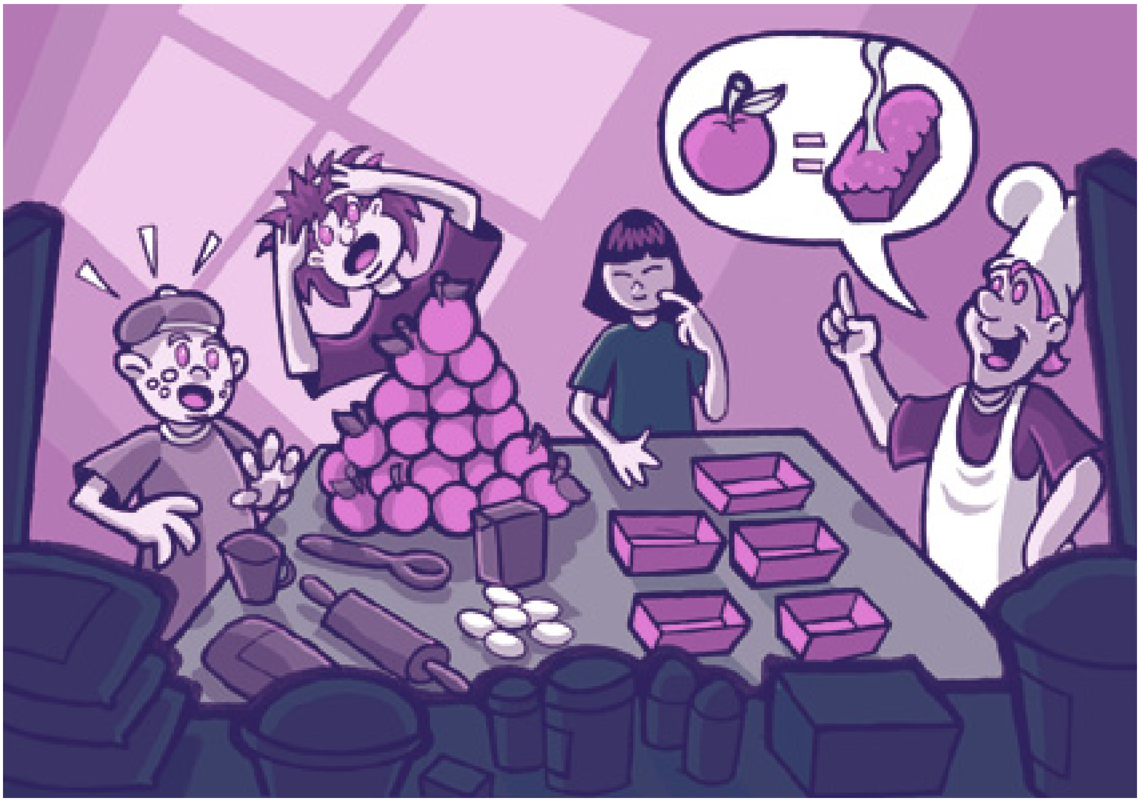


Figura A.9

Respostas

Em palavras: quintos
Em símbolos numéricos $\frac{\quad\quad}{5}$

c) Como pode ser expresso em linguagem matemática cada monte ou parte?

Respostas

Em palavras - um quinto e em símbolos numéricos $\frac{1}{5}$

d) Como pode ser representada em símbolos numéricos a fração do todo que corresponde a três cucas?

Resposta

$\frac{3}{5}$

Quantas laranjas correspondem a essa fração?

Resposta

12 laranjas

e) Que símbolo numérico representa a parte correspondente a quatro montes?

Resposta

$\frac{4}{5}$

Quantas laranjas são?

Resposta

16 laranjas

Ao final, na conclusão geral, fica evidenciado o número de laranjas correspondentes a um e até cinco montes (partes ou frações) em símbolos matemáticos e a partir daí as crianças vão, junto com a professora, fazer as cucas.

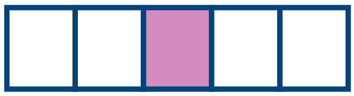
Frações Próprias, Impróprias, Aparentes e Número Misto

Os conceitos de fração própria, imprópria, aparente e número misto, deverão ser introduzidos por meio de seqüências de atividades que permitam vivências de etapas do raciocínio, possibilitando a construção de conclusões.

Exemplo:

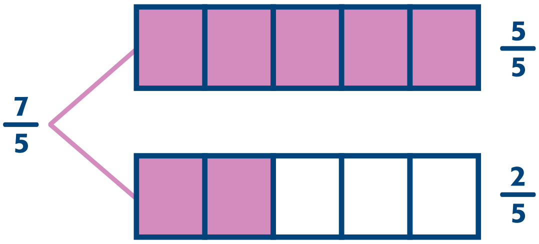
a) cada aluno recebe uma pilha de papéis do mesmo tamanho;

b) tomado um papel (um inteiro), solicita-se que seja pintado um quinto deste papel:

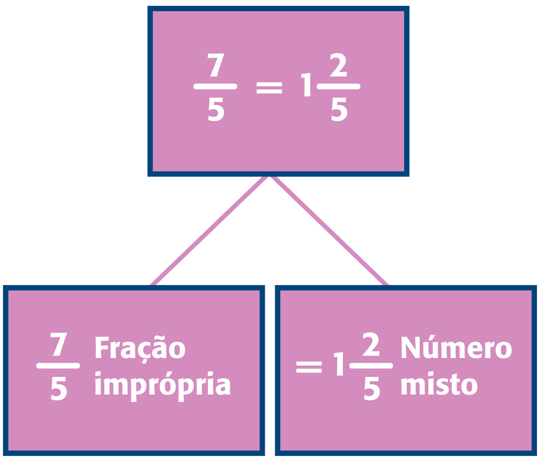


$\frac{1}{5}$

c) tomado outro inteiro, uma outra folha de papel, solicita-se que sejam pintados sete quintos. O aluno percebe que só com este inteiro não é possível encontrar sete quintos. Deverá então procurar uma saída com o mínimo de interferência do professor. Verificará a necessidade de tomar mais outra folha de papel para pintar sete quintos e, em conseqüência, os conceitos de fração imprópria e número misto aparecem simultaneamente.



d) Verifica-se, então, que para conseguir   foi necessário juntar   de um inteiro com   de outro inteiro. Pintando os   solicitados constata-se que foi pintado um inteiro e dois quintos de outro inteiro, logo:



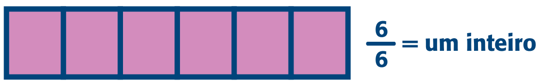
Os conceitos de fração imprópria e número misto deverão ser trabalhados também em inteiros formados com grandezas discretas tais como: pacotes de balas, uma caixa com tampas de garrafas e outros materiais.

Após o trabalho das frações impróprias e números mistos, os alunos deverão elaborar uma conclusão geral dos conceitos trabalhados, destacando que:

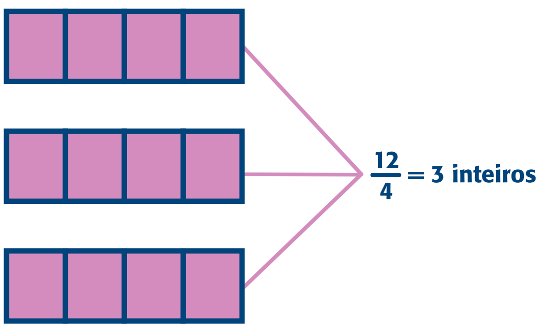
- para representar um $\frac{1}{5}$ fração própria é necessário um inteiro dividido em cinco (5) partes no qual é considerada uma das partes;
- para representar $\frac{7}{5}$, fração imprópria é necessário considerar dois inteiros, cada um dividido em 5 partes, onde em um deles são consideradas cinco (5) partes e no outro duas (2) partes;
- a fração imprópria $\frac{7}{5}$ também pode ser representada por um inteiro e dois quintos, $1\frac{2}{5}$ denominado número misto;

Na mesma seqüência do trabalho com frações impróprias e número misto, poderá ser trabalhada a noção de fração aparente.

Para trabalhar frações aparentes é necessário perceber que ao tomar, por exemplo, $\frac{6}{6}$ de um inteiro são consideradas seis partes do inteiro;



assim como também em   são considerados três inteiros, divididos em quatro partes.



Atividades envolvendo Frações Menores, Maiores ou Iguais a um Inteiro (Frações próprias, impróprias e número misto)

Exemplo: Apresenta-se a seguinte situação: Vamos fazer refrescos onde um dos ingredientes é refrigerante, acondicionado em recipientes de meio litro. Como se pode representar com símbolos matemáticos numéricos a quantidade de litros gastos de refrigerante em cada tipo de refresco se:

Figura A.10

a) No tipo A foram gastos nove recipientes?

R. $\frac{9}{2}$ litros ou $4\frac{1}{2}$ litros

b) No tipo B foram gastos seis recipientes?

R. $\frac{6}{2}$ litros ou 3 litros

c) No tipo C foram gastos dois recipientes?

R. $\frac{2}{2}$ litros ou 1 litro

d) No tipo D foi gasto um recipiente?

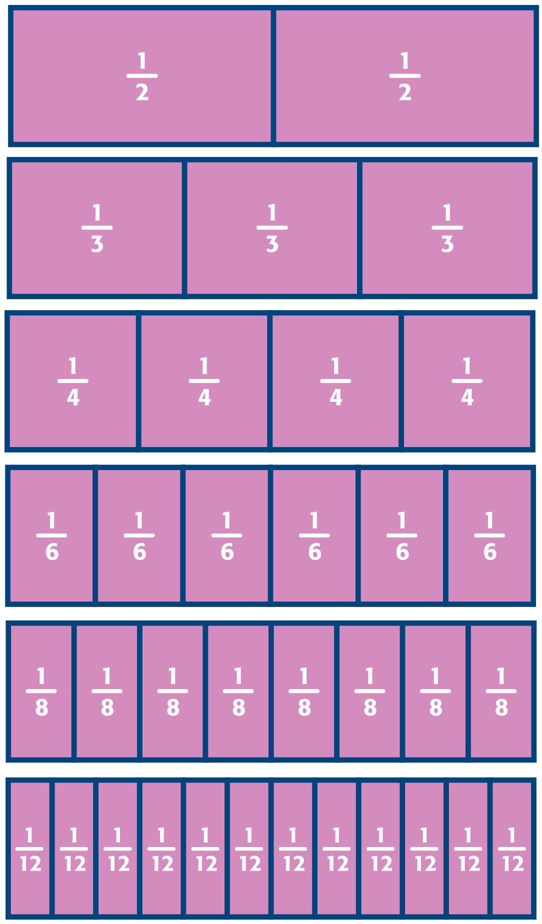
R. $\frac{1}{2}$ litro

Frações Equivalentes

A noção de fração equivalente é importantíssima para o trabalho com as operações de adição e subtração de frações heterogêneas. Um exemplo de uma seqüência de trabalho com esta noção poderá ser:

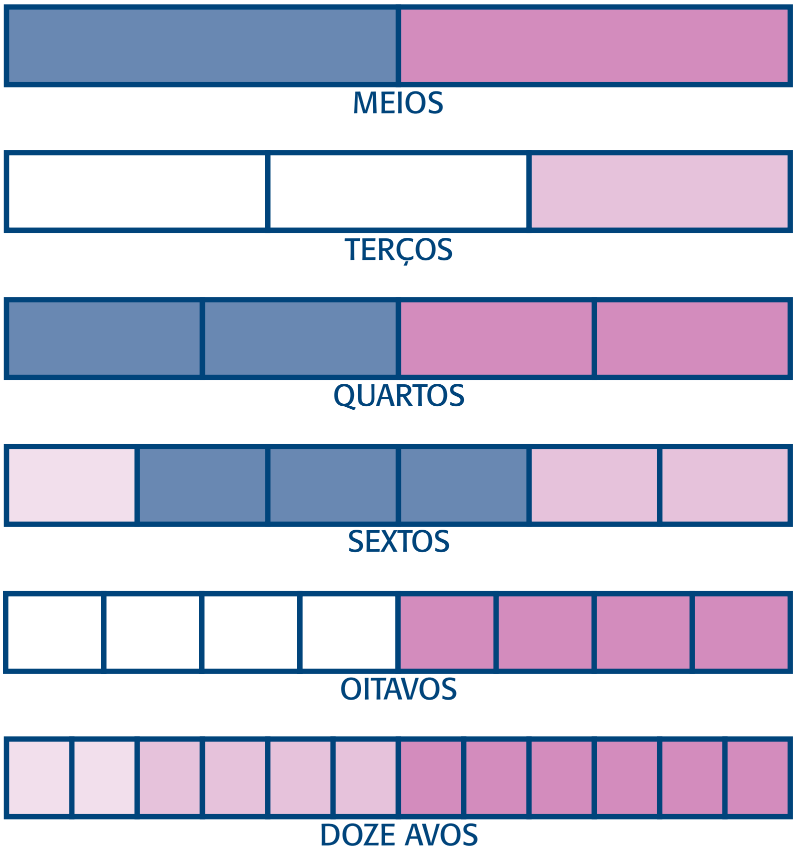
- Tomar seis folhas de papel de mesmo tamanho e reparti-las em duas, três, quatro, seis e doze partes iguais, escrevendo em cada parte as palavras, meios, terços, quartos, sextos ou doze avos, conforme a divisão realizada.

Após representar as folhas de papéis divididas com desenhos:



- verificar entre os diversos inteiros divididos a correspondência que existe entre as diferentes partes, superpondo as partes no concreto;

Nos desenhos, as partes que se correspondem por superposição serão marcadas da mesma maneira, (mesma cor ou mesmo tipo de sinal) como por exemplo:



Legenda

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$

$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Atividades envolvendo Frações Equivalentes

Para a introdução desse conceito formalmente, pode-se utilizar a comparação dos círculos confeccionados na atividade B da noção de conservação já trabalhada, exercícios como os colocados no item frações equivalentes, e ainda desenvolver atividades tais como:

> Exemplo 1: Cada grupo de quatro alunos recebe dez (10) folhas de papel onde vão desenhar:

a) cinco círculos de mesmo tamanho e de cores diferentes, onde quatro serão divididos em três, seis, nove ou doze partes.

b) cinco retângulos de 24 cm x 3 cm de cores diferentes onde quatro serão divididos em duas, quatro, seis, ou oito partes.

As equipes deverão comparar as figuras da mesma forma e tamanho, divididas em um número de partes diferentes, e verificar suas equivalências entre as partes e o inteiro. Veja:

a) cobrir um círculo azul com três partes amarelas (terços), seis partes vermelhas (sextos), nove partes verdes (nonos) e doze partes brancas (doze avos).

b) verificar que um terço ($\frac{1}{3}$) amarelo pode ser coberto por dois sextos ($\frac{2}{6}$) vermelhos, três nonos ($\frac{3}{9}$) verdes e quatro doze avos ($\frac{4}{12}$) brancos.

Logo: $$\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

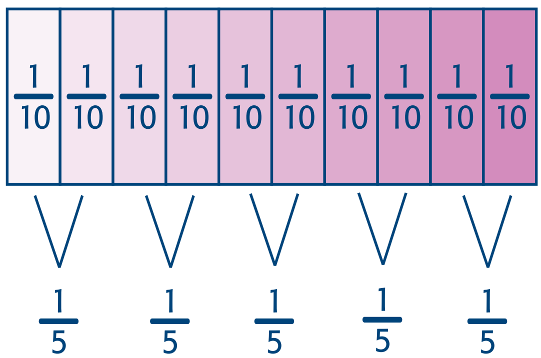
c) representar, através de desenhos no caderno ou em um cartaz, o trabalho realizado nas folhas de papel;

d) organizar a seqüência das frações equivalentes através de símbolos numéricos;

e) comparar as frações (ordem crescente e decrescente).

> Exemplo 2: Resolução de problemas, utilizando partição de inteiros contínuos ou concretos e/ou desenhos, tais como:

a) Paulo e Andréia estavam comendo bolo. Andréia comeu e Paulo do bolo. Qual dos dois comeu mais?



R: Um quinto é igual a dois décimos, logo comeram a mesma quantidade.

b) do percurso de Santa Maria a Santa Cruz do Sul, Antônio percorreu $\frac{1}{3}$ de carro e $\frac{3}{9}$ de moto. Andou mais de carro ou de moto? E se no restante do percurso andou de ônibus, em que tipo de transporte percorreu mais quilômetros?

c) trabalho com grandezas discretas, tais como 12 cartões:

- ao trabalhar com terços tem-se a quantidade doze repartida em três grupos com o mesmo número de cartões;

- para encontrar um terço de doze toma-se um grupo dos três formados;

- pode-se verificar então que um terço de doze cartões equivale a quatro cartões, logo $\frac{1}{3}$ de 12 são 4;

- ao trabalhar com sextos, tem-se a quantidade doze repartida em seis grupos com o mesmo número de cartões;

- para encontrar dois sextos de doze, tomam-se dois grupos dos seis grupos formados;

- pode-se verificar que dois sextos de doze cartões equivalem a quatro cartões, logo $\frac{2}{6}$ de 12 são 4.

E como conclusão constata-se que:

$\frac{1}{3}$ de 12 equivale a $\frac{2}{6}$ de 12

Logo: $$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Atividade Final

Atividade A1 - Experimente as sugestões de atividades desta unidade para perceber mecanismos ou estratégias que a criança poderá fazer uso para construir seus conceitos. Em seguida registre suas observações (dúvidas e conclusões), para compartilhar com colegas e professor(a) no ambiente virtual.

UNIDADE B

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

Prof[a]. Cilce Agne Domingues
Prof[a]. Dulce Kröning

Objetivo da Unidade

Esperamos que ao término desta unidade o aluno seja capaz de interpretar e resolver problemas utilizando os números racionais.

Introdução

Nesta unidade, você encontrará situações-problema para serem resolvidas através das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com Números Racionais.

A seqüência nas atividades sugeridas visa a construção de conceitos dessas operações a partir das noções básicas sobre Números Racionais, apresentadas na Unidade A.

Esperamos que essa dinâmica favoreça a sua compreensão e que auxilie, posteriormente, na seleção desses conteúdos conforme a faixa etária dos alunos do Ensino Fundamental.

Convém lembrar que os conhecimentos escolares referentes aos números racionais vêm se modificando ao longo dos anos, fruto de resultados de pesquisas, e do que nos revela a história da utilização desses números.

Conforme Lelis e Imenes (1994), em anos anteriores o conceito de número racional deveria ser dominado por alunos entre 10 e 12 anos o que hoje não se considera acessível para essa faixa etária.
Nosso currículo vem de uma época em que unidades decimais de medida mal estavam implantadas. Polegadas, libras, onças e léguas eram usadas no comércio e indústria e todas achavam-se ligadas às frações. A escola para muitos terminava na 4ª ou 5ª série. Hoje para cálculos numéricos já há muitos séculos foram introduzidos os números decimais que substituem vantajosamente as frações, principalmente com os sistemas de medidas decimais e as calculadoras.

Devemos considerar também que o término da escolarização modificou-se, nosso ensino fundamental é obrigatório (até 8ª série) e o mercado de trabalho já solicita, muitas vezes a conclusão do ensino médio.

1 Significado das operações

As crianças deverão perceber o significado de "operar", isto é, modificar o que existe através das ações de comparar, combinar ou transformar, não considerando a operação como uma simples representação numérica, mas como modificações que acontecem ao agir intencionalmente sobre situações reais para obter determinados resultados.

A partir de 8 anos as crianças têm melhores condições de resolver problemas práticos envolvendo divisões quando precisam envolver relações partes/todo.

Os relatos de pesquisas aconselham que: "em vez de aprender linguagem fracional em conexão com representações estáticas parte-todo, os alunos deveriam ser engajados na resolução de problemas de divisão com quantidades contínuas, nas quais ambas as variáveis são experimentalmente representadas, a quantidade a ser distribuída e o número de receptores"(NUNES e BRYANT, 1997). Assim as crianças poderiam perceber melhor a conexão entre o conhecimento do cotidiano e os símbolos que aprendem na escola.

Exemplo:

1. Repartir quantidades de areia ou água em recipientes que contivessem metades e as quartas partes.
2. Repartir um refrigerante entre número x de crianças.
3. Repartir uma barra de chocolate entre número x de crianças.

Sugestão de leitura
- PCN's - Matemática (Ensino Fundamental): Números Naturais e Números Racionais (p.124)

2 Cálculos e resolução de problemas

Adição e Subtração de Frações Homogêneas

As noções de adição e subtração de frações com o mesmo denominador deverão ser trabalhadas respeitando uma seqüência de atividades que favoreça a construção de conclusões. Nunca através de regras.

Quando são tomadas partes de inteiros no real para trabalhar o conceito de fração, já podem ser realizadas adições e subtrações com as partes, sem utilizar os símbolos numéricos. Será trabalhada a linguagem oral associada a situações reais ou concretas.

Exemplo: Ao repartir uma folha de papel em três partes iguais para distribui-la entre três crianças, chama-se a atenção das crianças para a noção de "terço" (terça parte) e que cada parte é um terço da folha.

Se pintarmos um terço de azul e depois outro terço também de azul vamos ficar com dois terços pintados em azul.

Se tomarmos os três terços e destes retirarmos os dois terços pintados ficaremos com um terço.

Outros exemplos: Para chegar a representações numéricas como as dos exemplos é aconselhável, inicialmente, trabalhar com situações reais e representações por desenhos.

a) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}$ ou $\frac{2}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}$

ou $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}$

b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}$

ou $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

Atividades com Adição e Subtração de Frações Homogêneas

Para desenvolver estas noções é interessante resolver problemas representando os dados com objetos e/ou desenhos e como conclusão colocar o cálculo matemático.

Os problemas poderiam ser do tipo:

Exemplo 1: No café da manhã a família de Luiza comeu a quarta parte de um queijo e na janta duas quartas partes do mesmo queijo. Que fração ou parte do queijo comeram? Que fração sobrou?

Etapas da Atividade:

a) representar o queijo por um retângulo de cartolina;

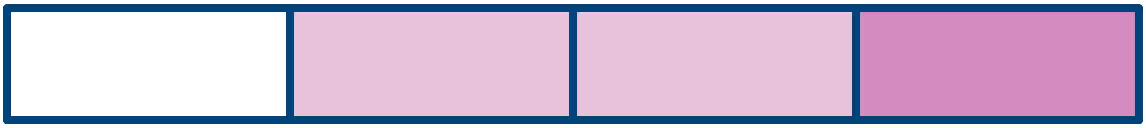
b) pintar a parte que foi destinada ao café da manhã, um quarto, de uma cor;

c) pintar as duas partes que foram destinadas para a janta, dois quartos, de outra cor;

d) verificar que a parte que ficou sem pintar, um quarto, corresponde ao que sobrou do queijo;

e) colar no caderno ou em folha onde o problema estiver sendo registrado o próprio retângulo cortado e pintado ou um outro retângulo desenhado representando o retângulo trabalhado;

f) representar através de símbolos matemáticos e uma legenda todas as partes.



$\frac{1}{4}$ - queijo destinado ao café da manhã

$\frac{2}{4}$ - queijo destinado à janta

$\frac{1}{4}$ - queijo que sobrou

g) representar através de uma frase matemática o total de queijo consumido:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

h) representar através de uma frase matemática a porção do queijo que sobrou:

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

i) escrever em língua portuguesa toda a resposta do problema.

Exemplo 2: Para confeccionar o mapa da nossa sala de aula vamos ocupar a terça parte de uma folha de papel e para um painel duas terças partes. Quanto ainda vai sobrar da folha?

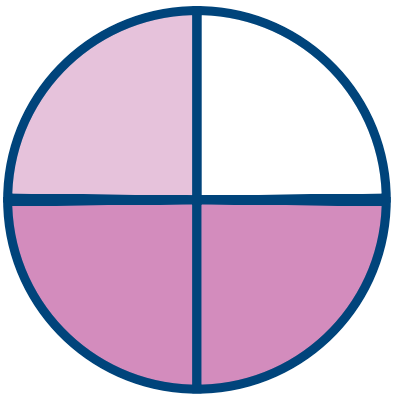
Adição e Subtração de Frações Heterogêneas

A) Encontrar o resultado da operação utilizando frações equivalentes por meio da partição do inteiro e/ou desenhos

Exemplo 1: Dada uma folha de papel para cada criança solicitar que cada uma:

a) desenhe e recorte um círculo e utilizando dobras do círculo pinte de azul e de vermelho;

b) cole o círculo ou represente-o através de desenhos no caderno;



c) expresse através de símbolos numéricos as partes pintadas do círculo, com o auxílio de uma legenda;

Legenda:

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ Ou $\frac{2}{4}$ $\left(\frac{1}{2} = \frac{2}{4}\right)$

d) Escreva a frase matemática que evidencie a operação de juntar partes pintadas e o resultado conseguido;

$$\frac{1}{4} + \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

ou

$$\frac{1}{4} + \boxed{\frac{2}{4}} = \frac{3}{4}$$

e) escreva a frase matemática que evidencie que retirando de TODO o INTEIRO a parte pintada restará a fração do inteiro não pintada;

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

f) escreva em língua portuguesa as respostas para as perguntas: Que parte (fração) do círculo foi pintada? Que fração não foi pintada?

Exemplo 2: Dada uma folha de papel para cada grupo de alunos, solicitar que cada grupo:

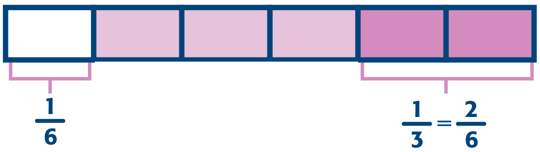
a) corte um sexto da folha para fazer desenhos e um terço para fazer um cartaz;

b) verifique que fração (parte) vai ser gasta e que fração vai sobrar;

c) represente no caderno através de um desenho toda a folha de papel, pintando de uma cor a parte que vai ser utilizada para fazer desenhos e de outra a destinada para o cartaz, deixando em branco a parte que não vai ser utilizada.

Ex.:

d) expresse em símbolos numéricos abaixo do desenho as partes (frações) utilizadas e não utilizadas da folha;



e) escreva a frase matemática que representa a operação de juntar todas as frações (partes) do papel ocupadas;

$$\frac{1}{6} + \boxed{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6}$$

ou

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

Escreva a frase matemática que vai indicar a operação de retirar da folha a parte gasta, e a fração da folha de papel que vai sobrar.

$$\frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$$

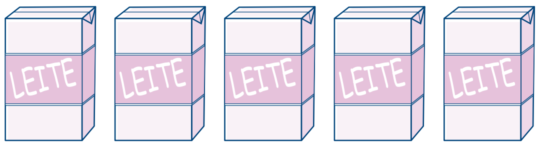
g) escreva em língua portuguesa as respostas para as perguntas:

- que fração (parte) da folha de papel vai ser gasta?
- que fração (parte) da folha de papel vai sobrar?

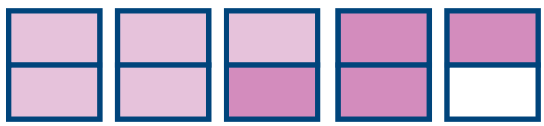
Exemplo 3:
Dada a situação problema:
Se temos cinco caixas de um litro de leite e vamos fazer creme com dois litros e meio e batida com dois litros, quantos litros vamos gastar de leite? Quantos litros vão sobrar?

Os alunos deverão ser incentivados a resolver o problema parte por parte, seguindo uma certa seqüência de atividades, da seguinte maneira:

- representar os cinco litros de leite disponíveis através de desenhos tais como:



- pintar nos desenhos todo o leite que vai ser gasto, fazendo referência pela legenda:



Leite gasto com creme

Leite gasto com batida

Leite que vai sobrar

- escrever a frase matemática que representa a adição e o total do leite gasto.

$$2\,\frac{1}{2}\ \text{litros} + 2\ \text{litros} = 4\,\frac{1}{2}\ \text{litros}$$

$$\text{ou}\ \frac{5}{2}\ \text{litros} + \frac{4}{2}\ \text{litros} = \frac{9}{2}\ \text{litros}$$

R: Vão ser gastos quatro litros e meio de leite ou nove meios litros.

$$2\,\frac{1}{2}\ \text{litros} + 5\,\frac{1}{2}\ \text{litros}$$

$$2\ \text{litros} + \frac{4}{2}\ \text{litros}$$

$$4\,\frac{1}{2}\ \text{litros} + \frac{9}{2}\ \text{litros}$$

- escrever a frase matemática que expressa a ação de retirar do leite disponível o leite gasto e o seu resultado.

$$5\ \text{litros} - 4\,\frac{1}{2}\ \text{litros} = \frac{1}{2}\ \text{litro}$$

$$\text{ou}\ \frac{10}{2}\ \text{litros} - \frac{9}{2}\ \text{litros} = \frac{1}{2}\ \text{litro}$$

Porque →

$$\boxed{\begin{array}{l} 5\ \text{litros} = \dfrac{10}{2}\ \text{litros} \\ 4\,\dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{2} \end{array}}$$

R: Vai sobrar meio litro de leite.

Ao resolver este tipo de problema, os alunos deverão ser incentivados a observar a importância da utilização de frações equivalentes as dadas na situação, tornando possível ou mais fácil a resolução de adições e subtrações entre frações.

B) Encontrar o resultado da operação por meio do cálculo utilizando classes de equivalências

Sugere-se também, para o estudo desse assunto, a resolução de problemas e como exemplo, um trabalho em grupo de dois alunos, resolvendo situações do tipo:

Exemplo 1 - Dona Luísa colheu três quartos de lata de feijão morinho, uma lata e meia de feijão carioca e duas latas e um terço de feijão preto. Quantas latas de feijão dona Luísa colheu? (No meio rural lata é uma medida padrão equivalente a 17 litros).

Seqüência do Trabalho:

a) decidir como representar uma lata através de um desenho;

b) representar através de desenhos todas as latas trabalhadas no problema;

c) estudar o que fazer para encontrar o total do feijão na representação e através de símbolos numéricos;

d) verificar a dificuldade para encontrar o total numérico através de símbolos, com as diferentes frações apresentadas no problema;

e) recordar o trabalho realizado em adições já trabalhadas em problemas anteriores;

f) encontrar frações equivalentes às dadas, através da classe de equivalência de cada uma;

g) procurar e destacar as frações equivalentes às do problema, mas com o mesmo denominador e adicioná-las;

h) responder em língua portuguesa a pergunta do problema.

Seguindo esta seqüência poderiam ser resolvidos outros problemas tais como:

Exemplo 2: Quantos hectares foram plantados com cereais na chácara do Sr. Olívio, se em um hectare e meio foi plantado milho, em dois hectares foi plantado trigo e em três hectares e um quinto, arroz?

!

Somente após a compreensão do processo das operações, adição e subtração, destacando frações equivalentes as dadas de um conjunto de frações equivalentes, poderá ser introduzido o processo de cálculo que utiliza, para encontrar frações equivalentes, o trabalho com a minimização(mmc).

Multiplicação de Frações

Na resolução de situações - problema, onde é utilizada a operação multiplicação de frações, são encontradas duas situações:

A) multiplicação de uma fração por um número natural;

B) multiplicação de uma fração por outra fração.

Tentando ilustrar essas duas situações, serão apresentados alguns exemplos onde problemas do dia a dia são resolvidos utilizando a operação multiplicação de frações.

A)Multiplicação de frações por um número natural

Exemplo 1: Se, para uma receita de bolo necessitamos meia xícara de maisena, quanto de maisena vamos ocupar em cinco bolos?

Frase matemática

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

ou

$$5x\frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Resposta: Vamos ocupar em cinco bolos duas xícaras e meia de maisena, isto é,

$2\frac{1}{2}$ xícaras

A resposta inicial encontrada foi 5/2, isto é cinco metades de xícaras que juntas vão dar duas xícaras e meia ou duas meias xícaras.Percebe-se então que basta efetuar a multiplicação entre o cinco (número inteiro) pelo meio (meias xícaras). Enquanto $\frac{1}{2}$ significa um inteiro dividido em duas partes o 5 representa o número de parcelas da adição, logo é $\frac{5}{1}$ (cinco vezes uma parcela), portanto:

Minimação: Menor múltiplo comum entre os denominadores.

$$\frac{5}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{5x1}{1x2} = \frac{5}{2} \text{ ou } 2\frac{1}{2}$$

Exemplo 2: Quanto valem dois quartos de vinte limas?

- Todas as limas serão quatro quartos

$$\left(\frac{4}{4} = 20\right)$$

- Uma parte, um quarto, serão cinco limas

$$\left(\frac{1}{4} = 5\right)$$

$$20 : 4 = \frac{20}{4} = 5$$

- Duas partes, dois quartos serão dez limas

$$\left(\frac{2}{4} = 10\right)$$

$$2 \text{ x } 5 = 10$$

Este resultado poderá também ser encontrado apenas utilizando a multiplicação:

$$2 \text{ de } 10 = \frac{2}{4} \text{ x } \frac{20}{1} = \frac{40}{4} = 10 \text{ linhas}$$

$$\frac{20}{1} = 20 \text{ unidades e } \frac{40}{4} = 40 : 4 = 10$$

Resposta

Dois quartos de vinte limas são dez limas

B) Multiplicação de uma fração por outra fração

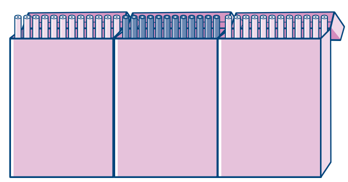
Exemplo 3: Uma caixa de lápis de cor com trinta e seis (36) lápis, está dividida em três partes. Se de uma das partes foi retirada a metade, pergunta-se:

a) Que fração de todos os lápis foi retirada da caixa?

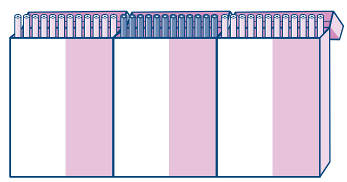
b) Quantos lápis foram retirados da caixa?

Resolução da pergunta "a" através da representação gráfica.

a1) caixa de lápis



a2) ($\frac{1}{3}$) da caixa de lápis



a3) metade de $\frac{1}{3}$ da caixa de lápis ou $\frac{1}{6}$ da caixa

a) Resolução de pergunta "a" através de multiplicação de frações:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Resposta: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ da caixa é $\frac{1}{6}$, logo foi retirado $\frac{1}{6}$ de lápis da caixa.

b) Resolução da pergunta "b":

Os 36 lápis totalizam $\frac{6}{6}$ da caixa, logo:

$$\frac{6}{6} = 36 \text{ e } \frac{1}{6} = 36 : 6 = 6$$

Resposta: foram retirados seis (6) lápis da caixa.

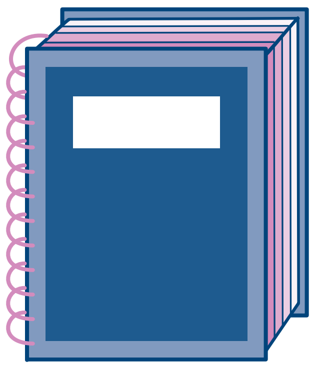
Exemplo 4: Uma das quatro partes de um caderno para quatro matérias vai ser destinada para Educação Artística. Se essa parte vai ser distribuída igualmente entre a Música, a Plástica e o Teatro, pergunta-se:

a) Que fração do caderno vai ser destinada a cada um desses conteúdos de Educação Artística?

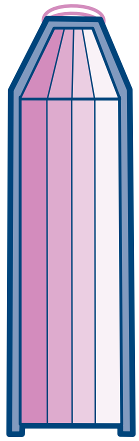
b) Se o caderno tem 240 folhas, quantas folhas vão ser destinadas a cada um dos três conteúdos da Educação Artística?

c) Quantas páginas vão ser destinadas à Música?

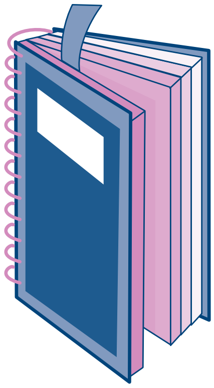
- Resolução da pergunta "a" através de representação gráfica:



a1) caderno para quatro materias



a2) quarta parte do caderno ($\frac{1}{4}$)



a3) $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{12}$ do caderno

- Resolução da pergunta "a" através de multiplicação de frações $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Resposta: A cada um dos conteúdos de Educação Artística vai ser destinado um doze avos do caderno ($\frac{1}{12}$).

b) Resolução da pergunta "b":

As 240 folhas totalizam $\frac{12}{12}$ do caderno logo:

$$\frac{12}{12} = 240 \qquad \frac{1}{12} = 240 : 12 = 20$$

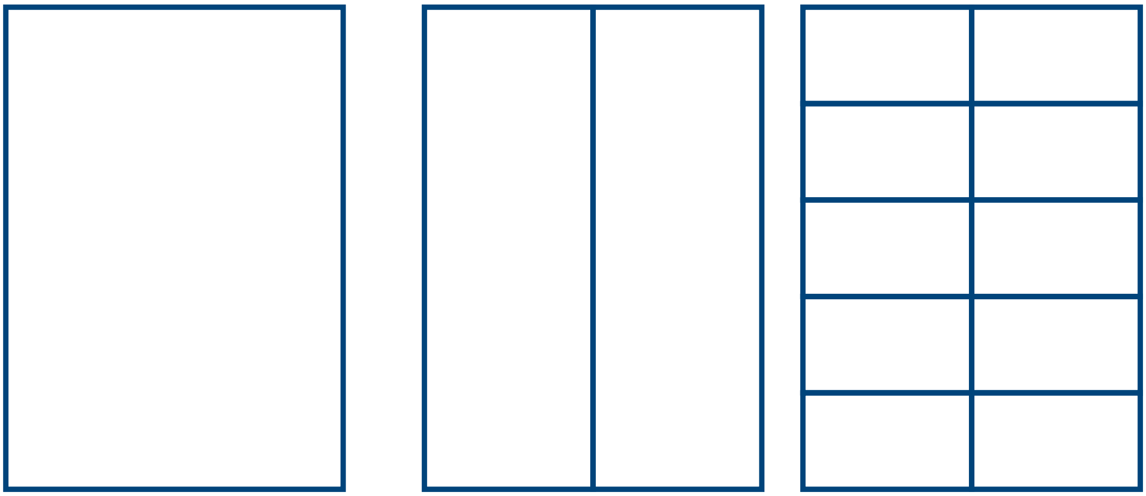
Resposta: A cada um dos três conteúdos de Educação Artística vão ser destinadas vinte (20) folhas.

c) Resolução da pergunta "c":

Se vão ser destinadas vinte (20) folhas para cada um dos conteúdos e se cada folha tem duas (2) páginas, à Música vão ser destinadas quarenta (40) páginas.

Exemplo 5: Foi comprado um rolo de papel. A metade desse papel vai ser utilizada para forrar cinco (5) caixas. Que fração do papel comprado vai ser gasto para forrar três caixas?

- Resolução através da representação gráfica:



a) todo o papel

a) metade do papel ($\frac{1}{2}$)

a) $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{10}$ do papel

- Resolução através da multiplicação de frações.

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

Resposta: para forrar três (3) caixas vão ser gastos $\frac{3}{10}$ do papel comprado.

Conclusão: sempre que se quer saber o valor de partes de outras partes, isto é, frações de outras frações, utiliza-se a operação multiplicação para encontrar o resultado. A partir dos resultados obtidos na resolução dos cinco (5) problemas apresentados e comparados com as frações trabalhadas, chega-se à conclusão que para multiplicar frações basta multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador.

Veja: $\frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

Divisão de Frações

O conceito de divisão de frações deverá também ser desenvolvido trabalhando, assim como as outras operações, através da resolução de problemas do dia a dia das crianças.

A divisão de frações pode apresentar-se como solução a dois tipos de situações:

A) quando uma fração é dividida por um número inteiro;

B) quando uma fração é dividida por outra fração.

A) Frações divididas por números inteiros

Exemplo 1: Quando meio litro de leite vai ser repartido entre duas crianças, quanto de um litro de leite cada criança vai tomar?

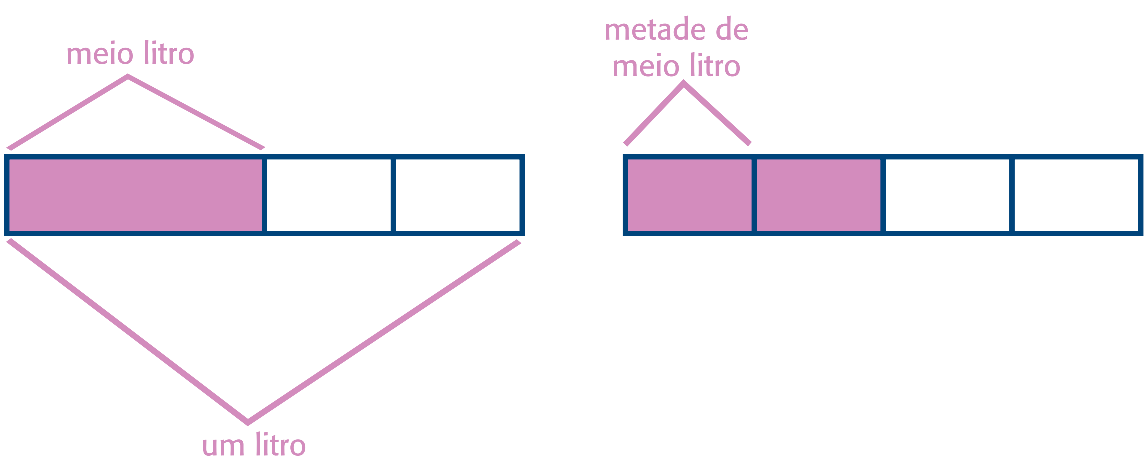


Figura B.11

Pode-se verificar pelos desenhos que representam o leite colocado em litros que a metade de meio litro equivale a uma quarta parte do litro.

E a frase matemática que representa a operação realizada é:

$$\boxed{\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}}$$

Logo a resposta ao problema será: cada criança vai tomar um quarto ($\frac{1}{4}$) de litro de leite.

Exemplo 2: Noventa laranjas foram repartidas igualmente em três caixas. Se as laranjas contidas em uma caixa vão ser distribuídas entre cinco crianças, pergunta-se:

a) Quantas laranjas cada criança vai receber?

b) Que fração do todo vai corresponder a cada criança?

Figura B.1

a) Resolução através de cálculos numéricos.

- 90 laranjas é o todo das laranjas.

Cada caixa está contendo a terça parte do todo e $\frac{1}{3}$ = 90 : 3 = 30

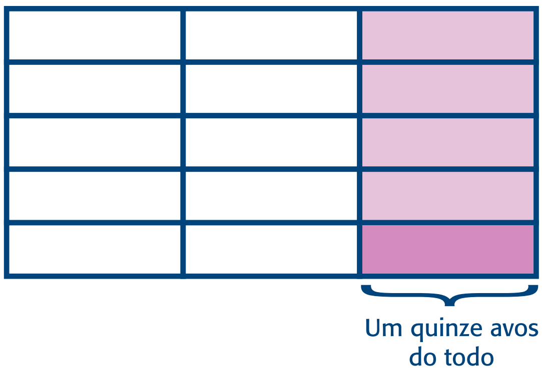
- A terça parte $\frac{1}{3}$ das laranjas que são trinta, vai ser distribuída entre cinco crianças, e por isto deve-se calcular 30 : 5 = 6

- Cada criança vai receber seis (6) laranjas.

b) Resolução através de representações gráficas

O retângulo representa o todo das laranjas e a parte escura representa a terça parte desse todo.

- Quando a terça parte do todo é dividida em cinco partes, cada uma destas partes corresponde a um quinze avos do todo.



Logo:

$$\boxed{\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{15}}$$

A resposta ao problema será:

- Cada criança vai receber um quinze avos 1/15 do todo.

Verificação:

$$\text{Todo} = 90 = \frac{15}{15} \text{ e } \frac{1}{15} = 90 : 15 = 6$$

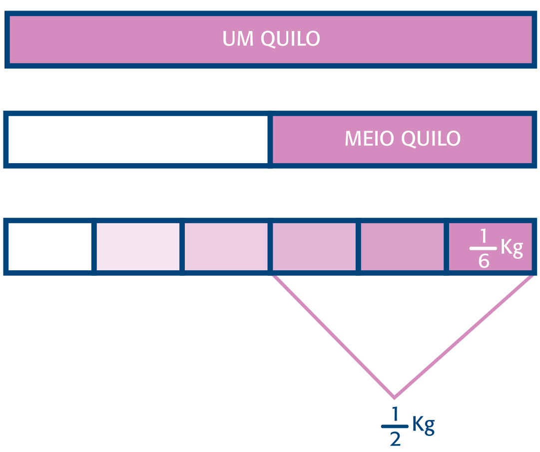
B) Frações divididas por frações

> Exemplo 3: Se para cada refeição é utilizado um sexto de um quilo de arroz, para quantas refeições dará meio quilo de arroz?

a) Resolução no real utilizando o quilo, o arroz e meio quilo.

Repartir um quilo em seis vasilhas de um sexto do quilo e verificar a correspondência da capacidade do meio quilo com a de um sexto do quilo. Fica constatado que com meio quilo são conseguidas três vasilhas de um sexto de quilo.

b) Resolução através de representações gráficas.



Verifica-se em "b" que com meio quilo pode-se conseguir três "um sexto de quilo", logo um sexto do quilo cabe três vezes em meio quilo.

Portanto:

$$\boxed{\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 2}$$

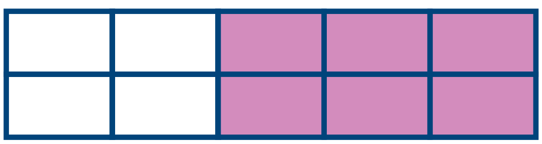
Resposta: Meio quilo de arroz dará para três refeições.

> Exemplo 4: Com três quintos de xícara de açúcar, quantas meias xícaras se consegue?

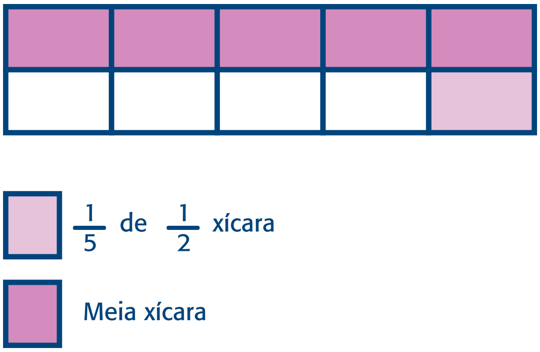
a) Resolução no real.

b) Resolução através de representação gráfica, representando uma xícara por um retângulo, onde a metade é considerada com uma divisão horizontal e os quintos com cinco divisões verticais.

$\frac{3}{5}$ xícara, a parte escura representa três quintos $\left(\frac{3}{5}\right)$ de xícara.



c) Ao verificar quantas meias $\left(\frac{1}{2}\right)$ xícaras consegue-se com os três quintos $\left(\frac{3}{5}\right)$ da xícara distribuídos pelas meias xícaras.



- É constatado que com $\frac{3}{5}$ (seis partes) de xícara se consegue uma meia ($\frac{1}{2}$) xícara (cinco partes) e uma parte que corresponde a um quinto ($\frac{1}{5}$) de meia xícara.

Portanto:

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = 1\,\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$1\frac{1}{5}$ significa uma xícara e um quinto de meia xícara)

Exemplo 5: Cinco litros de certo produto farmacêutico líquido foram acondicionados em recipientes com a capacidade de três quartos de litro ($\frac{3}{4}$ litros).

Pergunta-se:

a) Quantas vasilhas foram utilizadas?

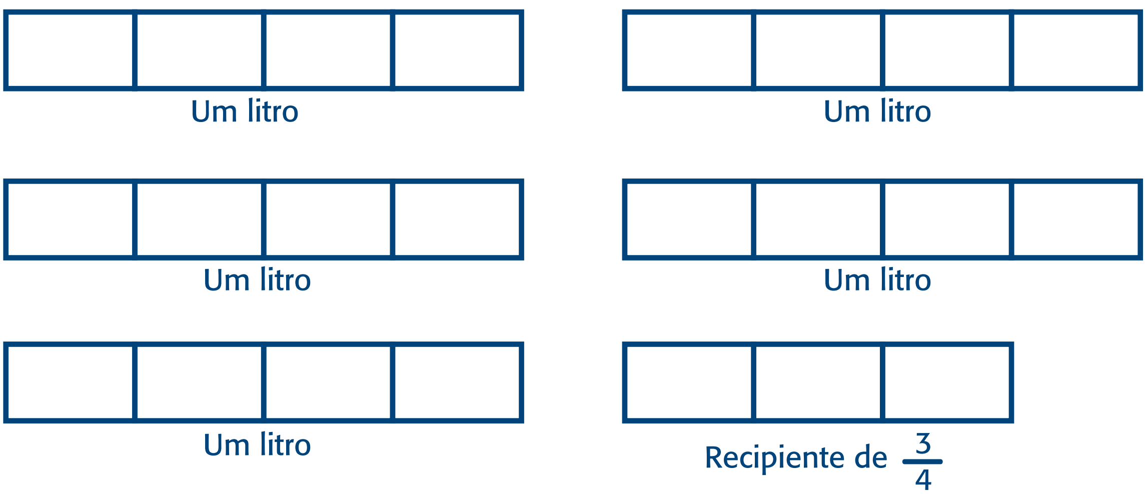
b) Quantas ficaram cheias?

c) Quantas não ficaram cheias?

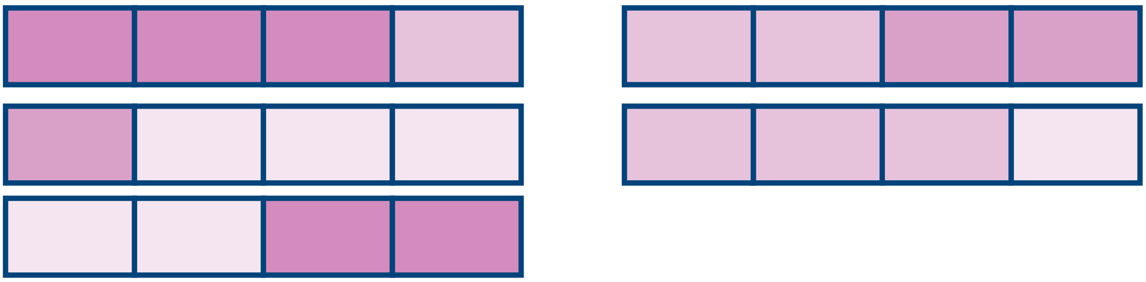
d) Como pode-se expressar em símbolos matemáticos a operação realizada e todo o líquido acondicionado nos recipientes?

- Resolução: Consideram-se os cinco litros de água, por exemplo, e os recipientes com a capacidade de três quartos de litro ($\frac{3}{4}$) para colocar o líquido e resolvem-se as respostas a, b, c.

Para encontrar as respostas às perguntas a, b, c, pode-se ainda representar os cinco litros e um recipiente de três quartos de litro, por exemplo, pelas figuras.



E verifica-se quantas vezes o recipiente de três quartos cabe nos cinco litros.



- Cada tipo de símbolo indica o líquido colocado em um recipiente de três quartos de litro ($\frac{3}{4}$).

- Verifica-se então que foram necessários sete (7) recipientes, onde seis (6) estão cheios e um somente com dois terços de sua capacidade, por não haver mais líquido disponível.

Portanto,

$$5 : \frac{3}{4} = 6\frac{2}{3} \text{ ou } \frac{20}{3}$$

é a resposta para o item "d" do problema.

Conclusão: Nos cinco problemas trabalhados com divisão de frações foram encontradas as seguintes frases matemáticas:

Exemplo 1 $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$

Exemplo 2 $\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{15}$

Exemplo 3 $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 3$

Exemplo 4 $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$

Exemplo 5 $5 : \frac{3}{4} = 6 : \frac{2}{3}$ ou $\frac{20}{3}$

Os alunos tentarão então descobrir como foram conseguidos os resultados até chegarem a conclusão de que:

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ porque $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{15}$ porque $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 3$ porque $\frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = 3$

$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$ porque $\frac{3}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{5}$

$5 : \frac{3}{4} = \frac{20}{3}$ porque $5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = \frac{2}{3}$

Logo: Para dividir frações basta multiplicar o dividendo pelo divisor invertido.

Outra maneira de resolver as divisões entre dois números fracionários é dividir o numerador do primeiro pelo numerador do segundo e o denominador do primeiro pelo denominador do segundo.

Ex1: $\frac{4}{15} : \frac{2}{5} = \frac{4:2}{15:5} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{15} \times \frac{2}{5} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Ex2: $\frac{8}{12} : \frac{2}{6} = \frac{8:2}{12:6} = \frac{4}{2}$ ou $\frac{8}{12} \times \frac{6}{2} = \frac{48}{24} = \frac{4}{2} = 2$

Quando os valores do primeiro número fracionário não são múltiplos dos valores do segundo, como nos exemplos trabalhados, procura-se uma fração equivalente ao primeiro com valores múltiplos do segundo e efetua-se a divisão.

Para exemplificar, este processo vai ser desenvolvido nas divisões destacadas na conclusão na página anterior.

Exemplo

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1:2}{2:1} = ?$$

Procura-se então a fração equivalente a $\frac{1}{2}$ possível de ser dividida por 2.

Como $\frac{1}{2} = \boxed{\frac{2}{4}} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = ...$

Virá $\frac{1}{2} : 2 = \frac{2}{4} : \frac{2}{1} = \frac{2:2}{4:1} = \frac{1}{4}$

Exemplo 2 $\frac{1}{3} : 5 = ?$

Como $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{5}{15}} = ...$

Virá $\frac{1}{3} : 5 = \frac{5}{15} : \frac{5}{1} = \frac{5:15}{15:1} = \frac{1}{15} = ...$

Exemplo 3 $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = ...$

Como $\frac{1}{2} : \frac{2}{4} = \boxed{\frac{3}{6}} = ...$

Virá $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = \frac{3}{6} : \frac{1}{6} = \frac{3:1}{6:6} = \frac{3}{1} = 3$

Exemplo 4 $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = ?$

Como $\frac{5}{3} = \boxed{\frac{6}{10}} = \frac{9}{15}$

Virá $\frac{6}{10} : \frac{1}{2} = \frac{6:1}{10:2} = \frac{6}{5}$

Exemplo 5) $5 : \frac{3}{4} = ?$

Como $\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} = \frac{30}{6} = \frac{35}{7} = \frac{40}{8} = \frac{45}{9} = \frac{50}{10} = \frac{55}{11} = \boxed{\frac{60}{12}}$

Virá $5 : \frac{3}{4} = \frac{60}{12} : \frac{3}{4} = \frac{60:3}{12:4} = \frac{20}{3}$

Atividade Final

Experimente as sugestões de atividades desta unidade para perceber mecanismos ou estratégias que a criança poderá fazer uso para construir seus conceitos. Em seguida registre suas observações (dúvidas e conclusões), para compartilhar com colegas e professor(a) no ambiente virtual.

UNIDADE

C

ESPAÇO E FORMA

Prof. Adriano Edo Neuenfeldt

Objetivo da Unidade

Espera-se que ao término desta unidade o aluno seja capaz de reconhecer figuras planas e espaciais, identificando seus elementos em objetos que fazem parte do cotidiano, para então fazer uso desse conhecimento no desenvolvimento e execução de atividades que contemplem o ensino e aprendizagem destes conteúdos.

Introdução

O capítulo em questão procurará abordar as noções do espaço perceptivo e representativo, figuras bidimensionais e tridimensionais.

Quanto ao espaço perceptivo, segundo os PCNs (1998, p. 126) seria o "espaço percebido pela criança" em que "o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com eles" e esse conhecimento "possibilitará a construção de um espaço representativo".

No que diz respeito às figuras bidimensionais e tridimensionais, estamos propondo trabalhar os dois itens em conjunto. Segundo Fainguelernt (2000), podemos partir do espaço tridimensional para o bidimensional, visto que no espaço tridimensional o aluno recebe mais estímulos para trabalhar com figuras espaciais.

Por fim, quanto às atividades, elas foram elaboradas para que fossem realizadas pelos alunos do curso com a possibilidade de serem reestruturadas para um posterior desenvolvimento em sala de aula, assim sugerimos que organizem uma coletânea reunindo todas as atividades.

1 Espaço perceptivo e representativo

Vamos parar por um instante e pensar no mundo que nos cerca.

Certamente diremos que convivemos com inúmeros seres e objetos, como: animais, pessoas, móveis, utensílios, construções, etc.

Podemos ir além e observar que podemos abstrair desses objetos formas geométricas. Ou seja, podemos compor a estrutura de um objeto a partir de diferentes formas geométricas.

Por exemplo, se observamos uma casa poderemos perceber que ela é formada por diversas formas geométricas. Vejamos:

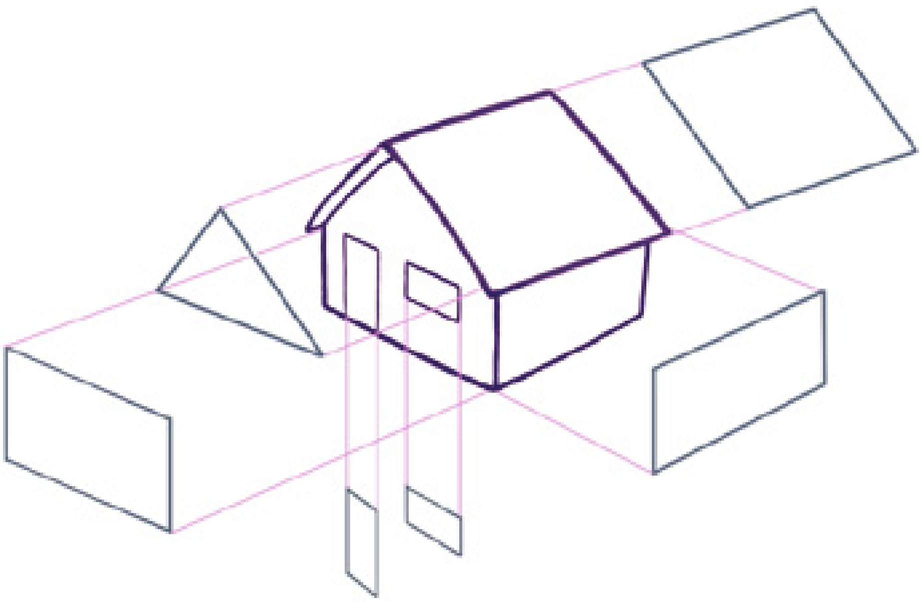


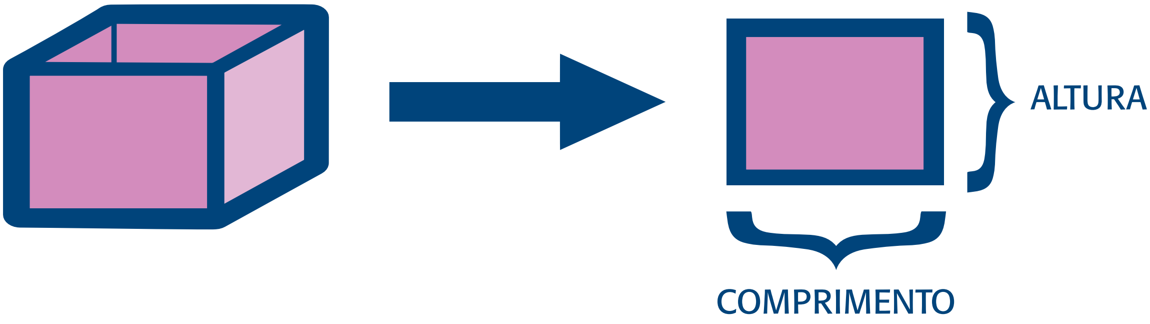
Figura C.1

2 e 3
Espaço perceptivo e representativo

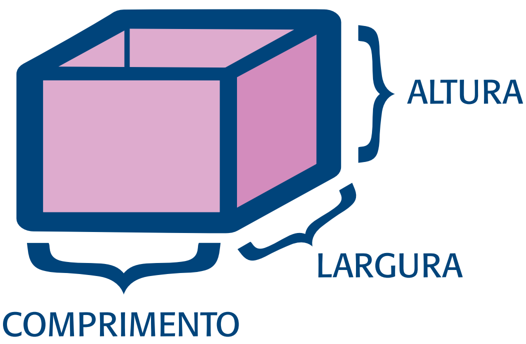
Se continuarmos a nossa observação do mundo perceberemos que os seres e objetos poderão ser representados como figuras bidimensionais ou tridimensionais.

As figuras bidimensionais possuem uma largura e uma altura (ou comprimento e largura), ou seja duas dimensões.

Por exemplo, quando nos referimos à parede de uma casa: ela tem um comprimento e uma altura.



No entanto, se nos referirmos à caixa toda, ou seja, à largura, à altura e ao comprimento estaremos observando-a como uma figura tridimensional.



UM POUCO DE HISTÓRIA

Pesquisando encontraremos indícios do uso da geometria no Egito, alguns séculos antes de Cristo.

Quando o rio Nilo transbordava, inundando as terras às suas margens fazia desaparecer as cercas que delimitavam as propriedades, assim eram chamados os agrimensores, denominados de "puxadores de corda", que faziam uso da geometria para demarcar novamente as divisas das terras.

Formas geométricas espaciais

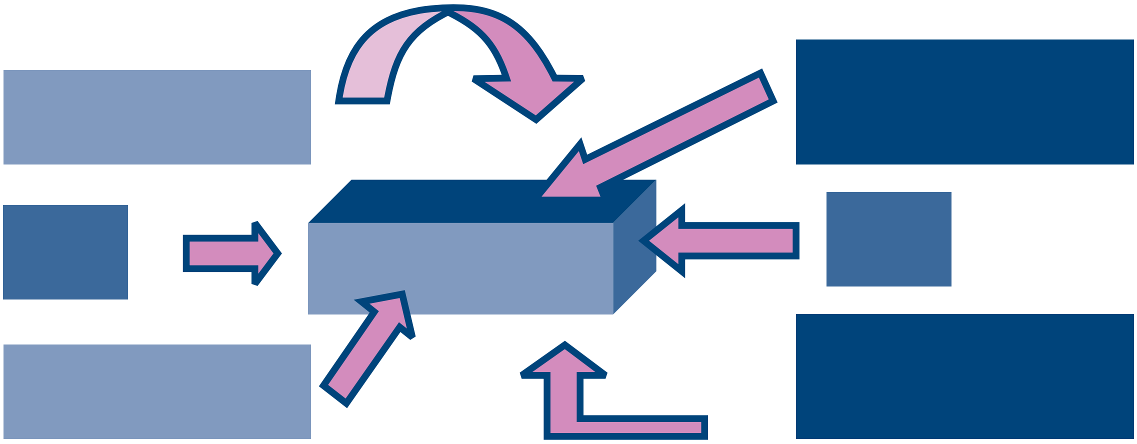
Poderíamos inicialmente nos perguntar: por que iniciamos com as figuras geométricas espaciais?

Bem, se observarmos atentamente o mundo que nos cerca perceberemos que as formas dos seres e objetos são tridimensionais, como a caixa. No entanto, esses mesmos objetos são compostos por diversos planos bidimensionais.

Vamos observar um exemplo: peguemos um tijolo de construção.

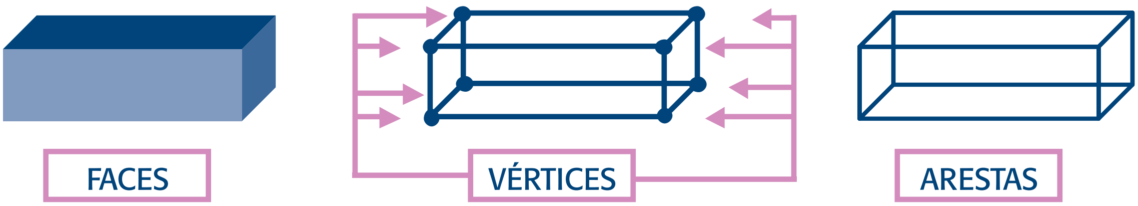
Observando-o perceberemos que ele possui um comprimento, uma largura e uma altura.

E mais, ele é formado por diversos planos, ao todo seis planos



Cada um desses planos é uma face do objeto.

Além disso podemos observar outros elementos:



Os vértices são representados por letras maiúsculas. (A, B, C, D, ...)

As faces e as bases (a parte inferior e superior do objeto) desses objetos podem ser de diferentes formatos: triângulos, quadrados, retângulos, pentágonos, hexágonos,etc. chamadas de figuras geométricas planas.

Quadrado: figura geométrica plana que possui os quatro lados iguais, com a mesma medida, e também quatro ângulos retos (90° cada um).

MAS COMO POSSO DIFERENCIAR ESSAS FIGURAS?

Bem, para isso temos que observar o número de lados e os ângulos que esses lados formam entre si.

O que são lados?

Chamamos de lados de uma figura geométrica plana a linha que liga um vértice a outro vértice, vejamos um exemplo:

Do tijolo, retiraremos uma face:

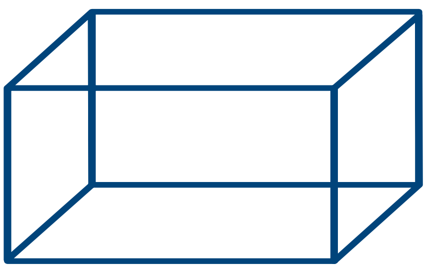
Assim percebemos que essa figura possui o formato de um retângulo com quatro lados, dois pares de lados iguais. No entanto, isso não basta para definirmos o que é um retângulo, precisamos observar também os ângulos.

As diferentes formas espaciais

Podemos classificar as formas espaciais da seguinte forma:

Prismas retangulares

Paralelepípedo: formado por faces retangulares



Triângulo: figura geométrica plana que possui três lados.

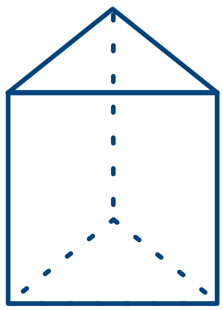
Cubo (caso particular): formado somente por faces quadradas

Atividade de Pesquisa

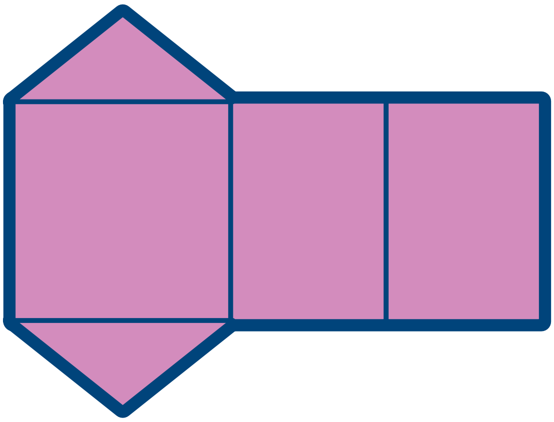
Pesquise as semelhanças entre um quadrado, um retângulo e um losango.

Outros Prismas:

Prisma de base triangular



Planificação do Prisma

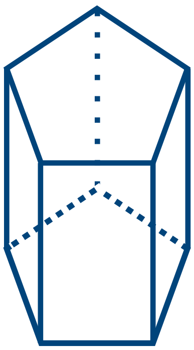


Esse prisma possui cinco faces, sendo 3 faces retangulares e 2 faces triangulares

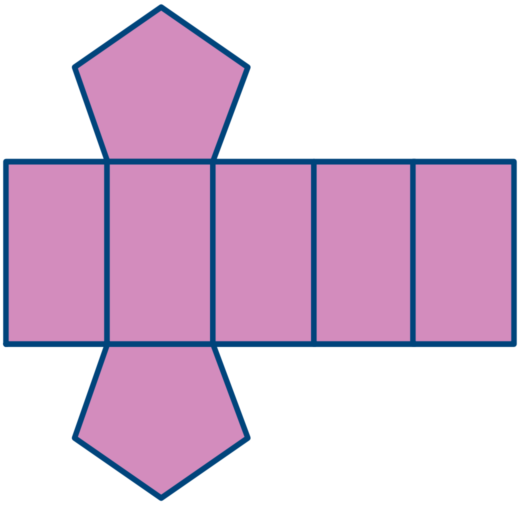
Atividade de Pesquisa

Pesquise os tipos de triângulos que podemos encontrar, e depois meça os ângulos internos de cada triângulo.

Prisma de base pentagonal



Planificação do Prisma

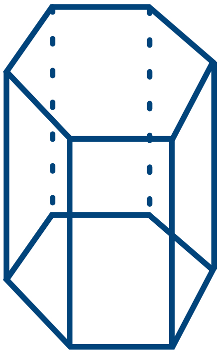


Esse prisma possui sete faces sendo que 5 faces são retangulares e 2 faces são pentágonos.

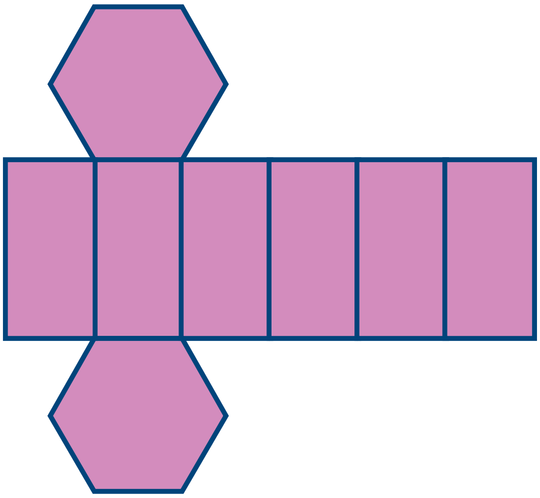
Atividade de Pesquisa

Meça os ângulos internos de um pentágono.

Prisma de base hexagonal



Planificação do Prisma



Esse prisma possui oito faces, sendo que 6 faces são retangulares e 2 faces são hexágonos.

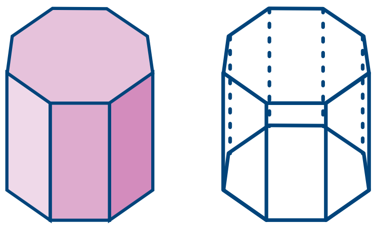
Pentágono: figura geométrica plana que possui cinco lados.

Hexágono: figura geométrica plana que possui seis lados.

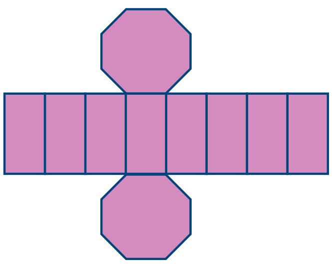
Atividade de Pesquisa

Meça os ângulos internos de um hexágono. Se internamente unir todos os vértices quantos triângulos eqüiláteros serão formados?

Prisma de base octogonal



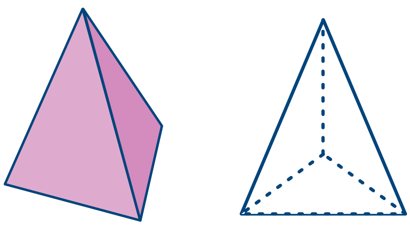
Planificação do Prisma



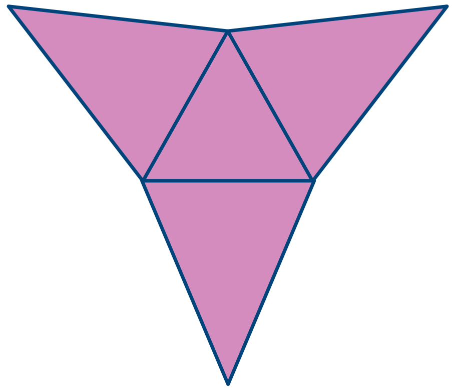
Esse prisma possui dez faces, sendo que 8 faces são retangulares e 2 faces são octágonos.

Pirâmide

Pirâmide de base triangular

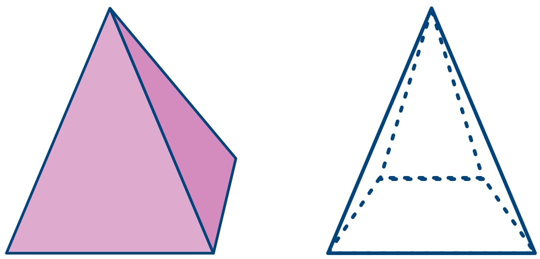


Planificação da Pirâmide

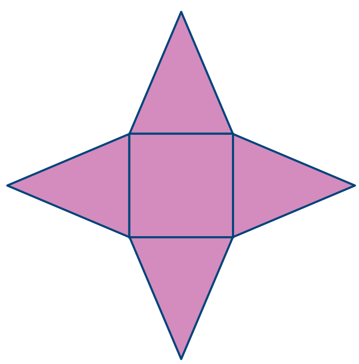


Essa pirâmide possui 4 faces triangulares.

Pirâmide de base pentagonal

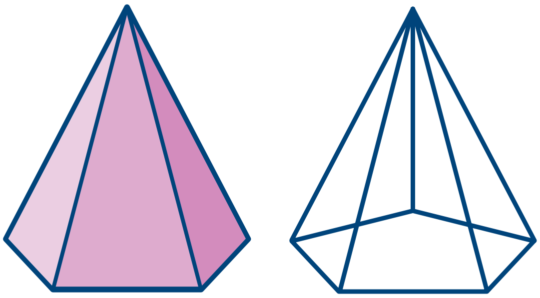


Planificação da Pirâmide

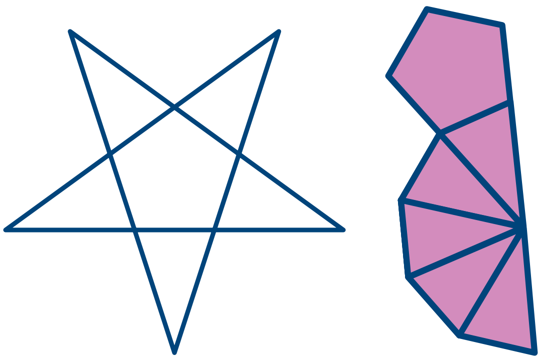


Essa pirâmide possui 5 faces, sendo 4 faces triangulares e uma base quadrada.

Pirâmide de base pentagonal

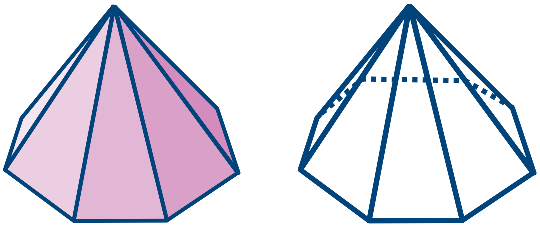


Planificação da Pirâmide

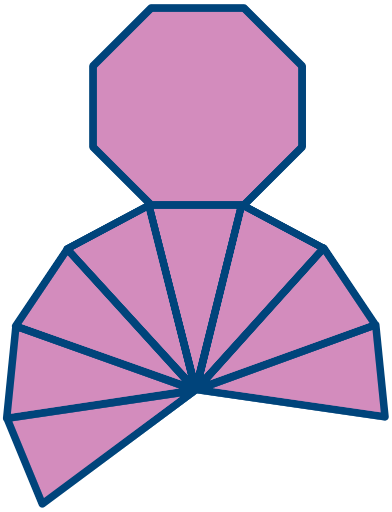


Essa pirâmide possui 6 faces, sendo 5 faces triangulares e uma base pentagonal.

Pirâmide de base octogonal



Planificação da Pirâmide



Essa pirâmide possui 9 faces, sendo 8 faces triangulares e uma base octogonal.

Esferas

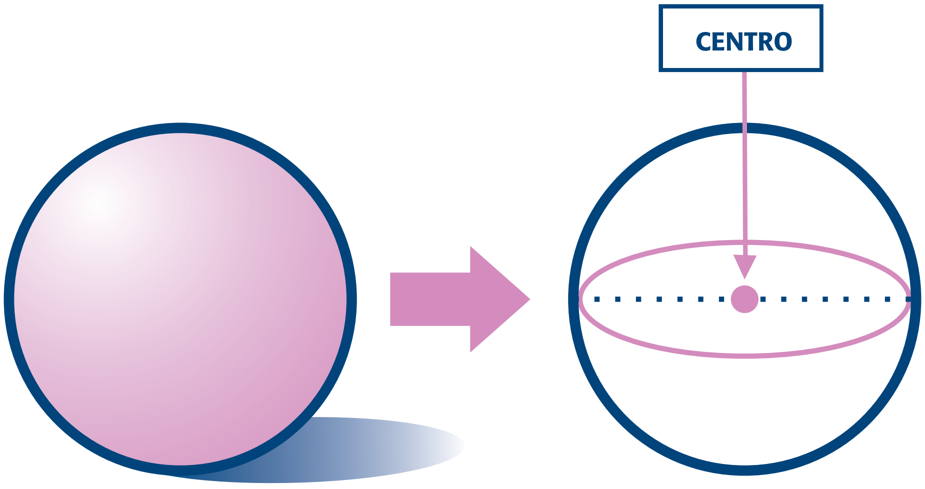
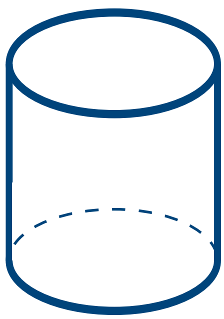
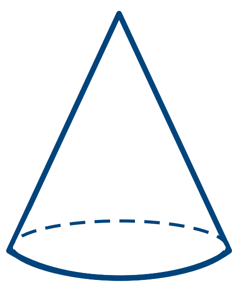


Figura C.2: A linha pontilhada que passa pelo centro da esfera indica o diâmetro da esfera.

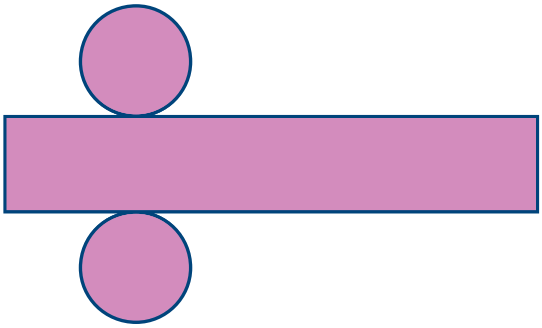
Cilindro



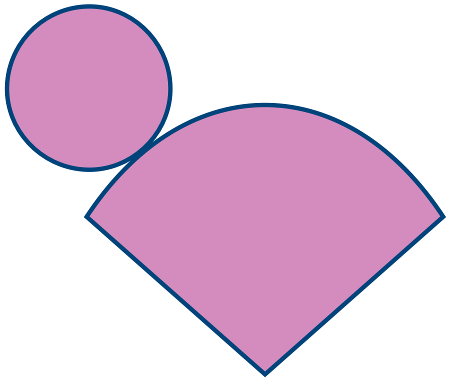
Cone



Planificação do Cilindro

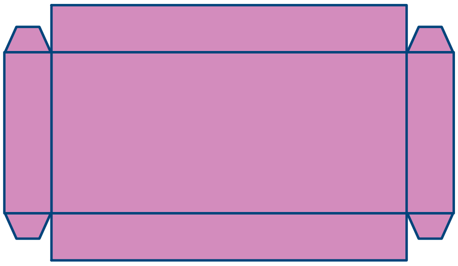


Planificação do Cone



Atividade - C.1

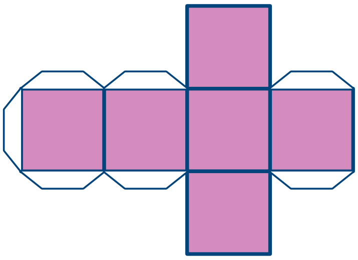
Agora, que sabemos um pouco a respeito figuras geométricas planas e espaciais e já fazendo uso da próxima unidade de estudo propomos construir uma caixa com tampa, vejamos o formato:

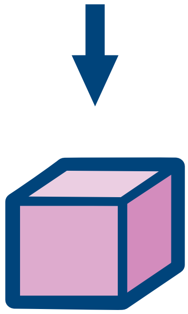


Obs: As dimensões da tampa devem ser um pouco maiores para que a tampa sirva na caixa.

Atividade - C.2

Agora, propomos construir um cubo:

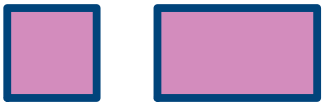




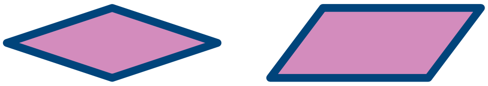
Durante a construção desses objetos, vocês devem ter observado que as abas usadas para unir as peças possuem um formato diferente:

TRAPÉZIO

Ele faz parte do grupo chamado de quadriláteros ou seja, polígonos de quatro lados. Também fazem parte desse grupo:



QUADRADO **RETÂNGULO**

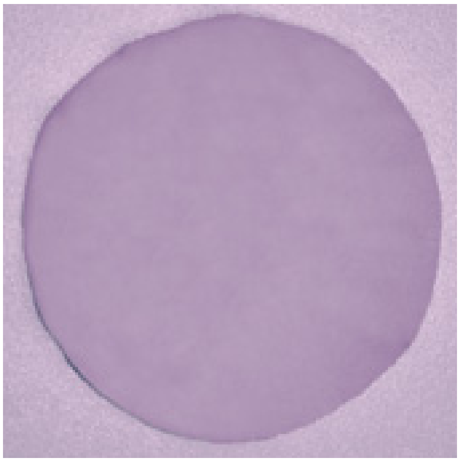


LOSANGO **PARALELOGRAMO**

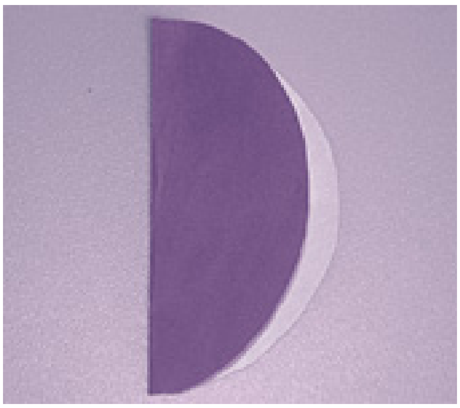
Atividade - C.3

Confecção de bichinho

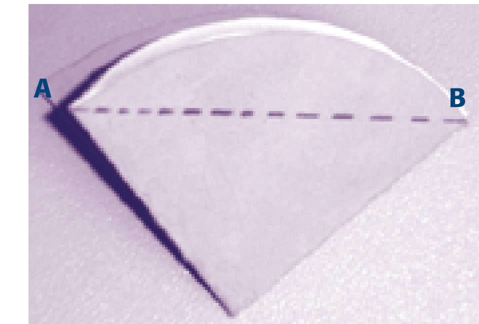
1. Inicialmente necessitamos de uma tampa circular de qualquer tamanho, desenhe em papel e recorte:

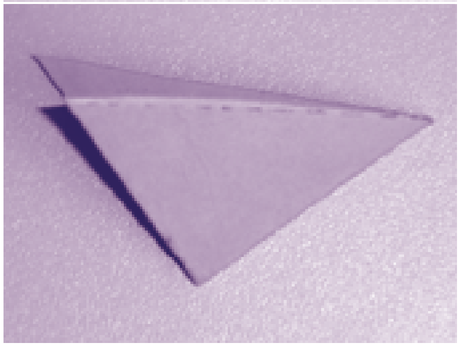


2. Divida esse círculo em quatro partes e dobre:

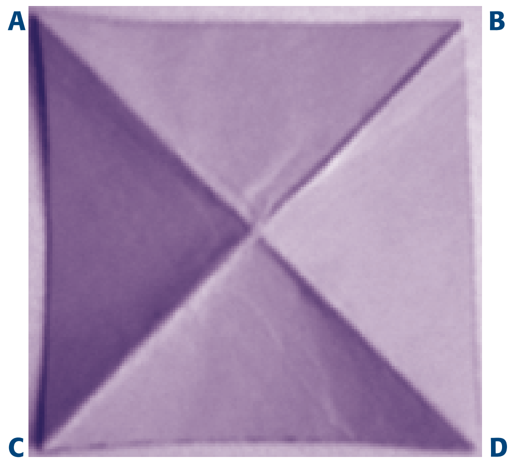


3. Risque de A a B e recorte:



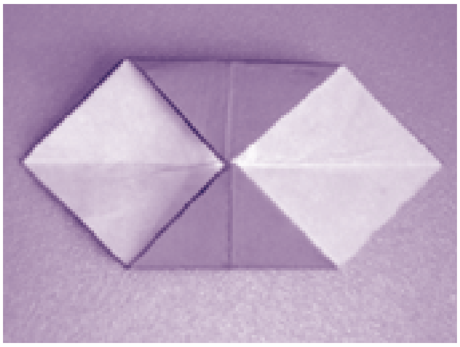


4. Abra a folha, encontraremos um quadrado:

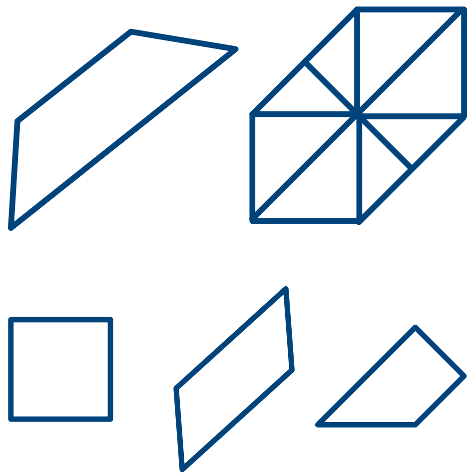


Temos aqui um quadrado formado por quatro triângulos.

5. Em seguida, dobramos os vértices A e C de forma que encontrem o centro:

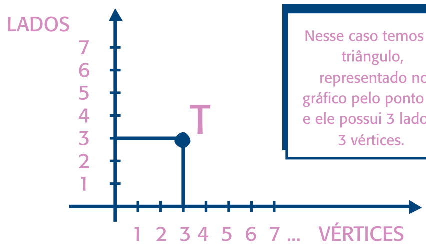


Se observarmos a figura perceberemos que o contorno da figura é um hexágono, formado por triângulos. Além disso, observando as dobras encontraremos outras figuras geométricas planas, como quadrados, paralelogramos e trapézios. Vejam algumas:



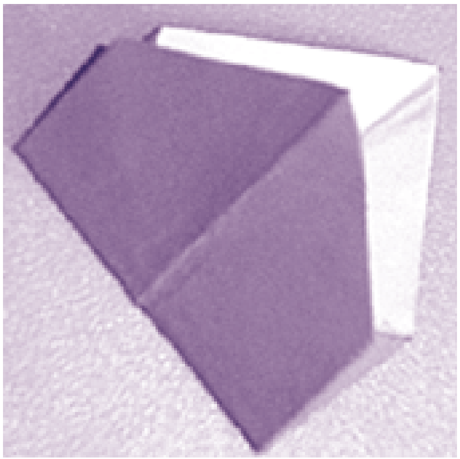
Atividade C.4

Encontre outras formas e organize um gráfico de pontos de acordo com o número de vértices e lados. Ex.:

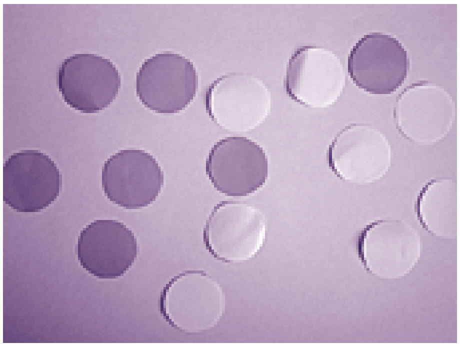


Nesse caso temos um triângulo, representado no gráfico pelo ponto T, e ele possui 3 lados e 3 vértices.

6. Voltando a confecção do bichinho, dobre mais uma vez:



Pronto, com isso temos a cabeça do bicho, agora colocamos os olhos e com círculos fazemos o corpo



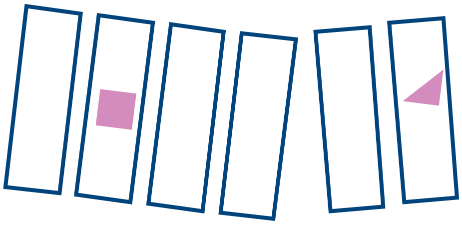
Atividade - C.5

A próxima atividade consiste na confecção de uma trilha para que, através dela, de forma dinâmica, sejam discutidas as propriedades das figuras geométricas.

Passos para a elaboração da trilha:

1. recorte cerca de 40 fichas (a quantidade de fichas não é fixa) de 10 cm de comprimento por 5 cm de largura;
2. recorte diferentes formas geométricas, podendo usar também formas geométricas espaciais (figuras ou construções);
3. espalhe as fichas retangulares pelo chão da sala de aula;
4. peça aos alunos para distribuírem as figuras e as formas geométricas, uma em cada ficha, em quaisquer locais que desejarem. Podem deixar fichas sem figuras;

Ex.:



5. Organize a turma em dois grupos.

Agora é só jogar!

O objetivo do jogo é o de percorrer a trilha com o auxílio de um dado, porém toda vez que caírem numa das casas que contém uma forma geométrica, devem identificá-la, dizer o número de lados, faces, vértices e arestas. Se a equipe conseguir cumprir a tarefa, permanece onde está, caso contrário, fica uma vez sem jogar.

Observações: Podem ser criadas variações do jogo, por exemplo: fichas perguntando onde podemos encontrar determinadas formas geométricas. Bem como elaborar fichas que envolvam outros assuntos.

NOTA: As atividades, envolvendo a confecção do bichinho, A-3, e da trilha, A-5, foram desenvolvidas pelo prof.° Adriano Neuenfeldt durante o período em que atuou como professor da Universidade Federal de Santa Maria, integrante do projeto de pesquisa "Laboratório de Matemática".

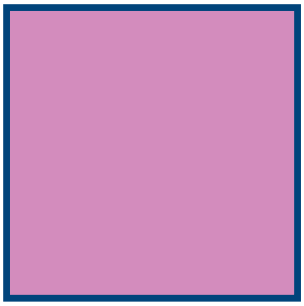
Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa composto por 7 peças.

Atividade - C.6

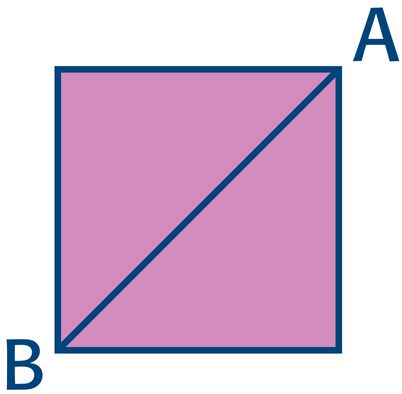
Elaboração de um Tangram

Como construir:

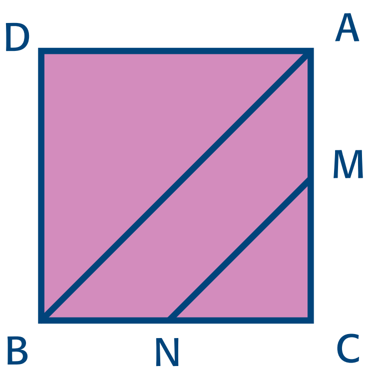
1. recorte um quadrado de 6cm de lado;



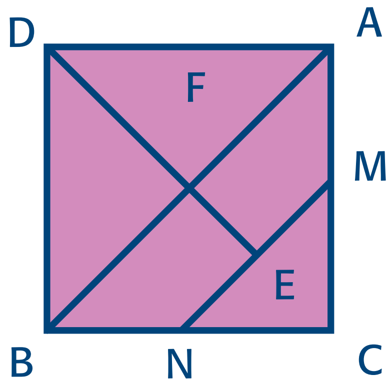
2. diagonal AB



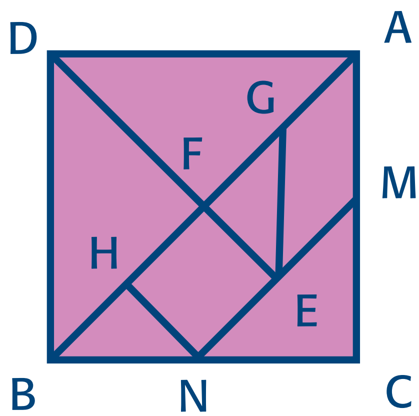
3. ..encontrando os pontos médios M e N e após ligue-os.



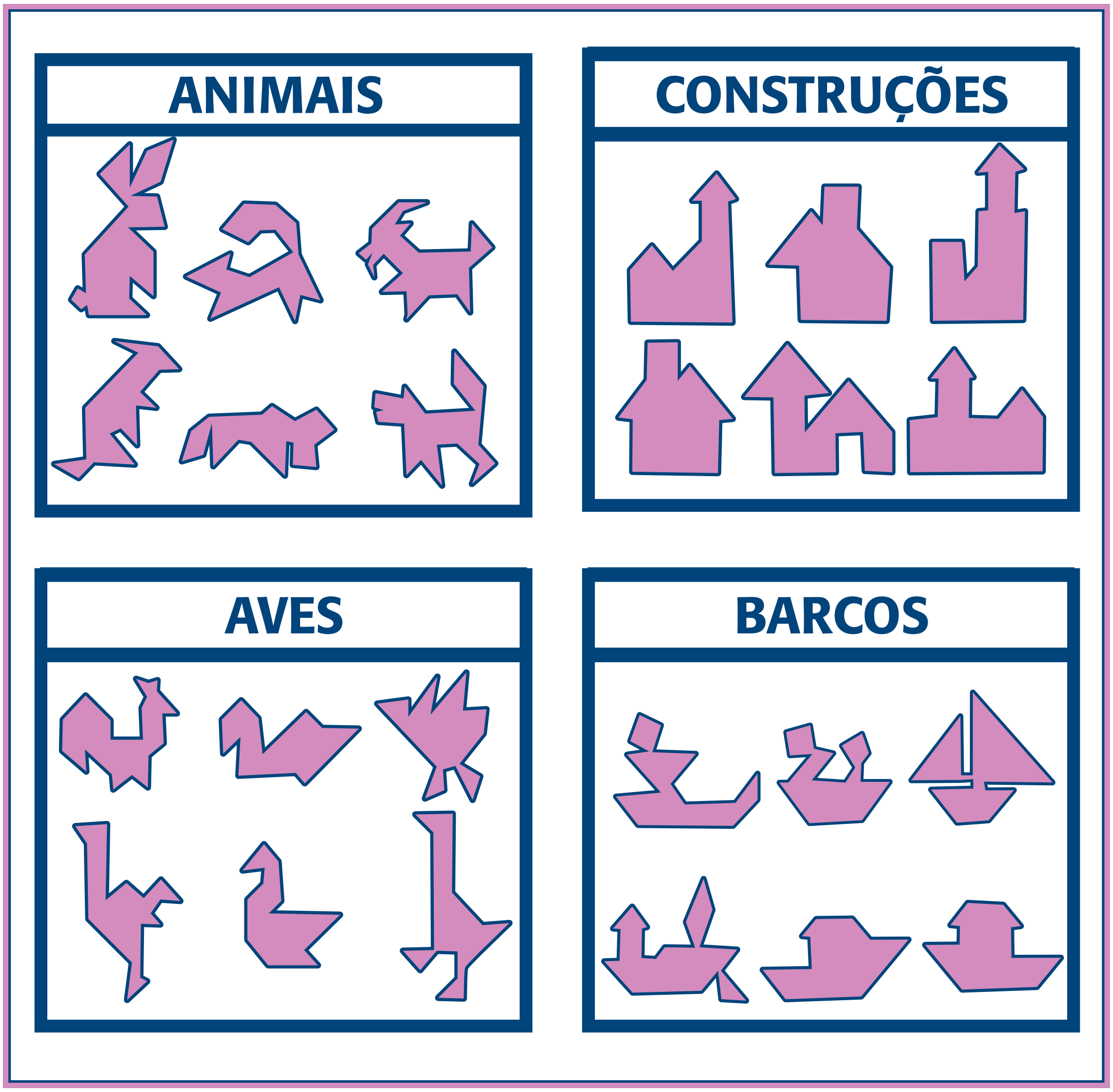
4. divida o segmento $\overline{MN}$ ao meio, encontrando o ponto médio E, e ligue E a D.



5. divida o segmento $\overline{AF}$, encontrando o ponto médio G e ligue G a E, e depois divida o segmento $\overline{BF}$, ao meio encontrando o ponto médio H e ligue H a N.

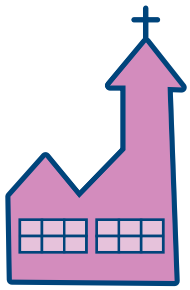


Agora é possível estabelecermos diversas relações entre as peças, além de montarmos algumas figuras, vejamos alguns exemplos:


ANIMAIS
CONSTRUÇÕES
AVES
BARCOS

Atividade Final

Para a atividade final sugerimos que você procure figuras, fotografias em jornais, revistas ou páginas da internet e organize um painel com cerca de dez figuras, verificando e realizando um comentário a respeito das diferentes formas geométricas que nelas poderemos encontrar. Poderá também trazer as medidas das referidas figuras. Veja um exemplo

Figura 1:	
Parte observada:	**Descrição da parte observada:**
1. Ápice da torre da igreja.	Na figura, o ápice da torre da igreja assemelha-se a um triângulo. O triângulo é uma figura geométrica plana constituída de três lados. Nesse caso, temos dois lados iguais, é denominado de triângulo isósceles. Os dois lados menores medem 0,5cm cada um e o lado maior mede 0,8cm.
2. As janelas	Percebemos no desenho duas janelas frontais retangulares. Cada janela é dividida em seis retângulos menores. O retângulo é um figura geométrica plana que possui dois pares de lados iguais e ângulos de 90°. Os dois lados maiores medem 1,2cm cada um e os lados menores medem 0,6cm cada um.

UNIDADE

D

GRANDEZAS E MEDIDAS

Prof. Adriano Edo Neuenfeldt

Objetivo da Unidade

Espera-se que ao término desta unidade de estudo o aluno seja capaz de estabelecer relações entre diferentes grandezas e unidades de medida, assim como realizar as atividades sugeridas com alunos do II Ciclo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Introdução

A unidade em questão abordará algumas noções de medidas de comprimento, massa, tempo e ângulos.

Para facilitar a aquisição dessas noções trazemos algumas atividades práticas que poderão auxiliar na compreensão.

Da mesma forma que na unidade anterior, as atividades foram elaboradas para que fossem realizadas pelos alunos do curso com a possibilidade de serem reestruturadas para um posterior desenvolvimento em sala de aula.

1 Aspectos históricos

Em 1790 a Academia de Ciências de Paris nomeou uma comissão de matemáticos, físicos e astrônomos para criarem um sistema decimal de medidas, pois até o século XVII as medidas eram feitas das mais variadas formas, sem uma uniformidade.

A primeira unidade criada foi o METRO, unidade de comprimento.

A definição inicial (1790) do METRO era a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre.

Em 1799 o METRO foi definido como: a distância entre dois traços (ranhuras) gravadas numa barra de platina iridiada depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas, em Sévres (Paris, França).

No Brasil, podemos encontrar uma cópia no Museu Nacional.

2 Medidas de comprimento,capacidade, massa, tempo, ângulos

Medidas de comprimento

Vamos inicialmente trabalhar com a régua:

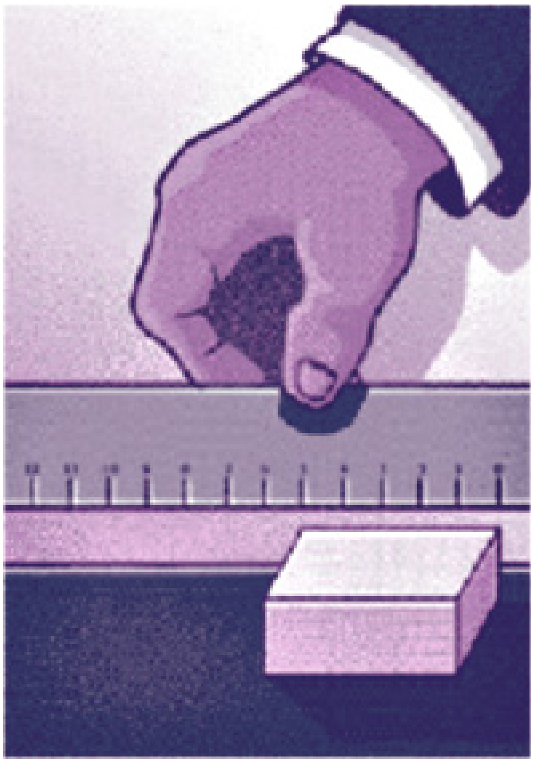


Figura D.1

Nesse caso, o comprimento do retângulo na régua corresponde a 5,6 cm.

Lê-se: 5 centímetros e 6 milímetros

5,6 está escrito em forma de notação decimal.

Segundo Guelli (p. 151, 2002), em 1585, um pequeno livro que surgiu na Europa Ocidental apareceu, usando uma linguagem que lembrava o modo como os mercadores ambulantes anunciavam os seus produtos, o autor de "O décimo" explicava a todos os comerciantes um modo mais rápido de efetuar cálculos.

Quadro das unidades

Os múltiplos do Metro			Unidade fundamental	Os submúltiplos do metro		
quilômetro	**hectômetro**	**decâmetro**	**metro**	**decímetro**	**centímetro**	**milímetro**
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000m	100 m	10 m	1 m	1/10 do m	1/100 do m	1/1000 do m

Figura D.2

Quilo: significa 1000 vezes a unidade e se abrevia com a letra minúscula k.

Hecto: significa 100 vezes a unidade e se abrevia com a letra minúscula h.

Deca: significa 10 vezes a unidade e se abrevia com a letra minúscula da.

Deci: significa que a unidade foi dividida em dez partes iguais, das quais devemos considerar uma ou mais partes, abreviamos com a letra minúscula d.

Centi: significa que a unidade foi dividida em cem partes iguais, das quais devemos considerar uma ou mais partes, abreviamos com a letra minúscula c.

Mili: significa que a unidade foi dividida em mil partes iguais, das quais devemos considerar uma ou mais partes, abreviamos com a letra minúscula m.

A polegada vale 2, 54 cm.

O pé vale 30,48 cm.

A jarda vale 91,44 cm.

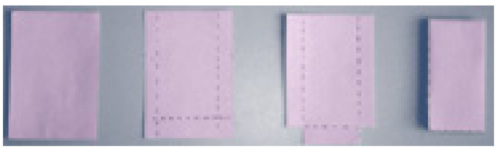
A milha vale 1609 m.

Atividade D.1

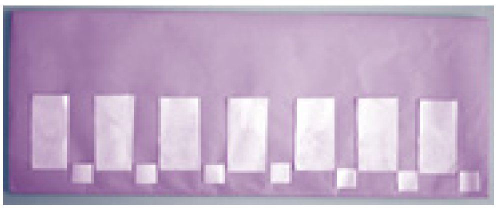
Construção de um fichário para trabalharmos medidas de comprimento.

Como construir o fichário:

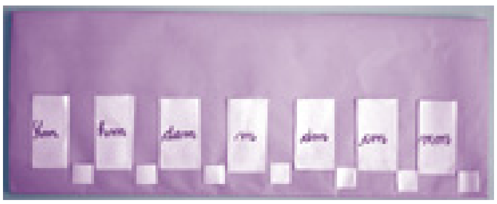
1. Recorte 14 papéis sendo que 7 servirão para as “casas” das unidades de comprimento e 7 servirão para as casas das vírgulas.



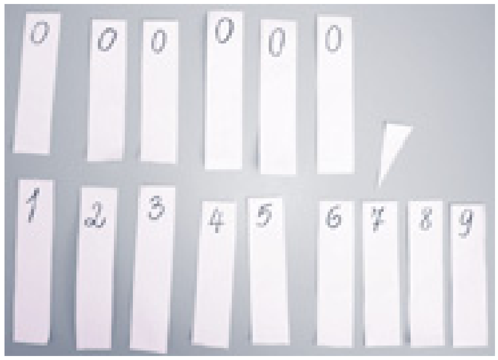
2. A seguir organize-os e cole numa folha maior.



3. Escreva as unidades de comprimento.



4. Por fim construa algumas fichas com algarismos e uma vírgula.

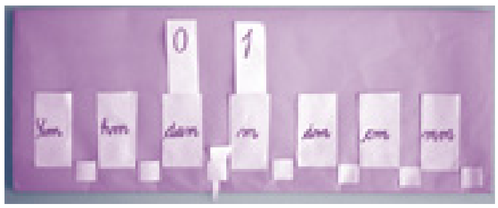


Podem ser criadas outras fichas com outros números.

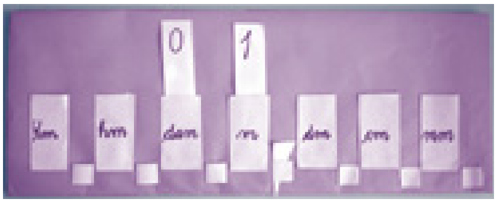
Como utilizar o fichário:

Exemplo 1: 0,1 dam = ...m

Distribua no fichário a medida solicitada, não esquecendo que a vírgula vai logo após a unidade de medida em questão.



Após, transporte, primeiramente, a vírgula para depois da unidade para qual será feita a conversão, assim, 0,1 dam será igual a 1 m.



Este processo, será efetuado para quaisquer outros exemplos:

Exemplo 2:

0,01 hm = 1 m

Exemplo 3:

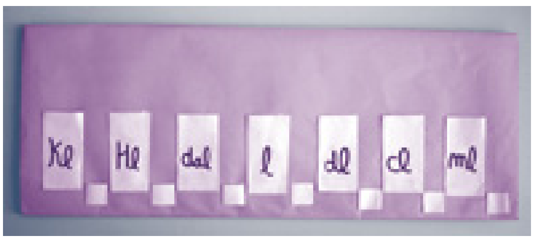
1000 cm = 10 m

Algumas observações quanto a redação das medidas:

- as abreviaturas das medidas são escritas com letras minúsculas;
- as abreviaturas são escritas após o registro do numeral;
- o algarismo das unidades é o que representa a medida indicada pela abreviatura;
- as abreviaturas não têm plural, errado escrever kms.

Medidas de capacidade

O fichário pode ser adaptado para trabalharmos medidas de capacidade:



O litro é unidade básica das medidas de capacidade.

O símbolo do litro é l.

Unidades maiores que o litro (múltiplos):

Quilolitro(kl) = 1000 litros

Hectolitro (hl) = 100 litros

Decalitro (dal) = 10 litros

Figura D.3

Unidades menores que o litro (submúltiplos):

Decilitro (dl) = 0,1 litro

Centilitro (cl) = 0,01 litro

Mililitro (ml) = 0,001 litro

Atividade D.2

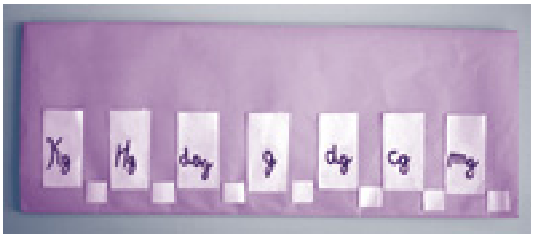
Faça uma pesquisa nos estabelecimentos comerciais de sua região observando as medidas de capacidade de diferentes produtos de marcas diversas e os organize na forma de uma tabela:[

Produto	Capacidade	Valor	Estabelecimento
Leite tipo w	1000 ml	R$ 1, 25	Armazém A
Leite tipo x	500ml	R$ 0,70	Armazém A
Leite tipo w	1000 ml	R$ 1, 20	Armazém B
Azeite tipo r	1000 ml	R$ 2, 25	Armazém A
Azeite tipo r	1000 ml	R$ 2,70	Armazém A
azeite tipo d	1000 ml	R$ 2, 20	Armazém B

Justifique, observando a tabela, quais os produtos e onde será melhor comprá-los.

Medidas de massa

Novamente, o fichário pode ser adaptado para trabalharmos medidas de massa:



O grama é unidade básica das medidas de capacidade.

O símbolo do grama é g.

Unidades maiores que o grama (múltiplos):

Quilograma(kg) = 1000 gramas

Hectograma (hg) = 100 gramas

Decagrama(dag) = 10 gramas

Unidades menores que o grama (submúltiplos):

Decigrama (dg) = 0,1 grama

Centigrama (cg) = 0,01 grama

Miligrama (mg) = 0,001 grama

Atividade D.3

Com auxílio do fichário verifique:

a. Quantos gramas correspondem 1 quilograma?

b. Quantos gramas correspondem $\frac{1}{2}$ de 1 quilograma?

c. Quantos gramas correspondem $\frac{1}{4}$ de 1 quilograma?

d. Quantos quilogramas correspondem 2500 g?

Atividade D.4

Faça uma pesquisa nos açougues de sua região observando as medidas de massa e organize uma tabela com diversos tipos de carnes:

Exemplo:

Estabelecimento	Tipo	Valor	Medida de massa
Açougue A	Alcatra (carne bovina)	R$ 5, 25	1 kg
Açougue A	Carne sem osso (carne bovina)	R$ 4, 75	1 kg

Açougue A	Alcatra (carne bovina)	R$ 5, 25	1 kg
Açougue B	Carne sem osso (carne bovina)	R$ 6, 25	1 kg
Açougue B	Alcatra (carne bovina)	R$ 6, 15	1 kg

Outra forma de realizarmos as operações necessárias para as transformações de unidades é multiplicarmos e dividirmos por 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000. Nesse caso precisamos observar, de forma semelhante a feita com o fichário, a unidade de medida de saída e a unidade medida de chegada, Vejamos alguns exemplos no caso das medidas de comprimento:

a. 2 km correspondem a quantos metros? Se observarmos que existem três unidades de comprimento até chegarmos na unidade metro, assim multiplicamos por 1000; logo, 2 km é igual a 2000.

b. 4,5 hm correspondem a quantos milímetros? Nesse caso observarmos que existem cinco unidades de comprimento até chegarmos na unidade milímetro, assim multiplicamos por 100000; logo, 4,5 hm é igual a 450000.

c. 500 m correspondem a quantos quilômetros? Aqui percebemos que existem, como no primeiro exemplo, três unidades de comprimento até chegarmos na unidade quilômetro, no entanto, como estamos voltando dividimos por 1000, logo, 500 m é igual a 0,5km.

d. 13,5 dm correspondem a quantos metros? Como só existe uma unidade até chegarmos na unidade metro e estamos voltando, dividimos por 10; logo, 13,5 dm é igual 1,35 m.

Medidas de ângulos

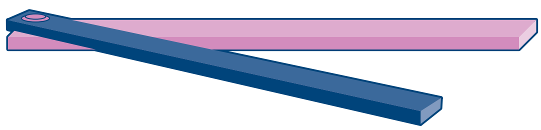
O que são ângulos?

Para que consigamos entender o que é um ângulo, propomos uma atividade prática que poderá nos auxiliar:

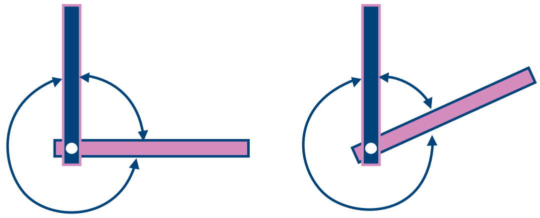
Para tanto, pegamos dois pedaços de madeira (sarrafos),que lembram duas semi-retas de mesma origem.

e pregamos um no outro:

De tal forma que podemos movimentar os sarrafos, como se fossem ponteiros de um relógio:



Assim, chamaremos de ângulo a abertura entre os dois sarrafos.



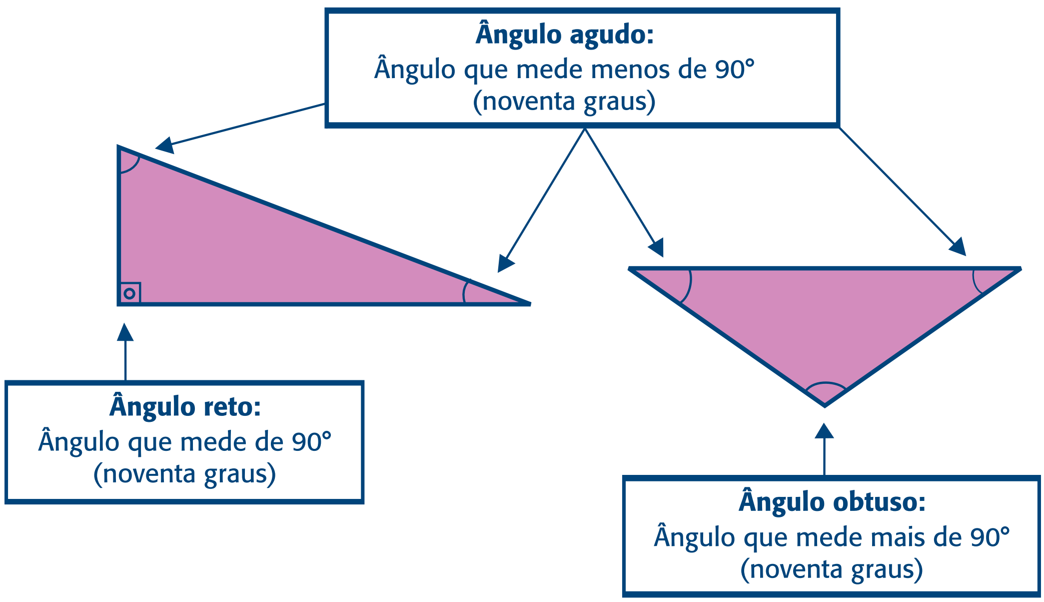
Podemos observar nesses exemplos que, em cada um deles, temos dois ângulos, um interno e um externo.

A medida de um ângulo pode ser feita por intermédio de um transferidor:

> O transferidor é dividido em 360 partes (360°), cada uma dessas partes corresponde a um grau (1°).

Assim, percebemos que para ser retângulo a figura precisa também possuir quatro ângulos retângulos, ou seja, devem medir 90 graus cada um (90°).

Nos triângulos podemos perceber alguns tipos de ângulos:



Ângulo

É formado por duas semi-retas que possuem o mesmo ponto de origem. Indicando-se AÔB, onde A é um ponto que pertence a uma semi-reta e B a outra semi-reta, e O o ponto de origem).

Medidas de tempo

Podemos aproveitar o material dos estudos anteriores de ângulo, para construirmos um relógio e a partir dele explorarmos ângulos e unidades de tempo:

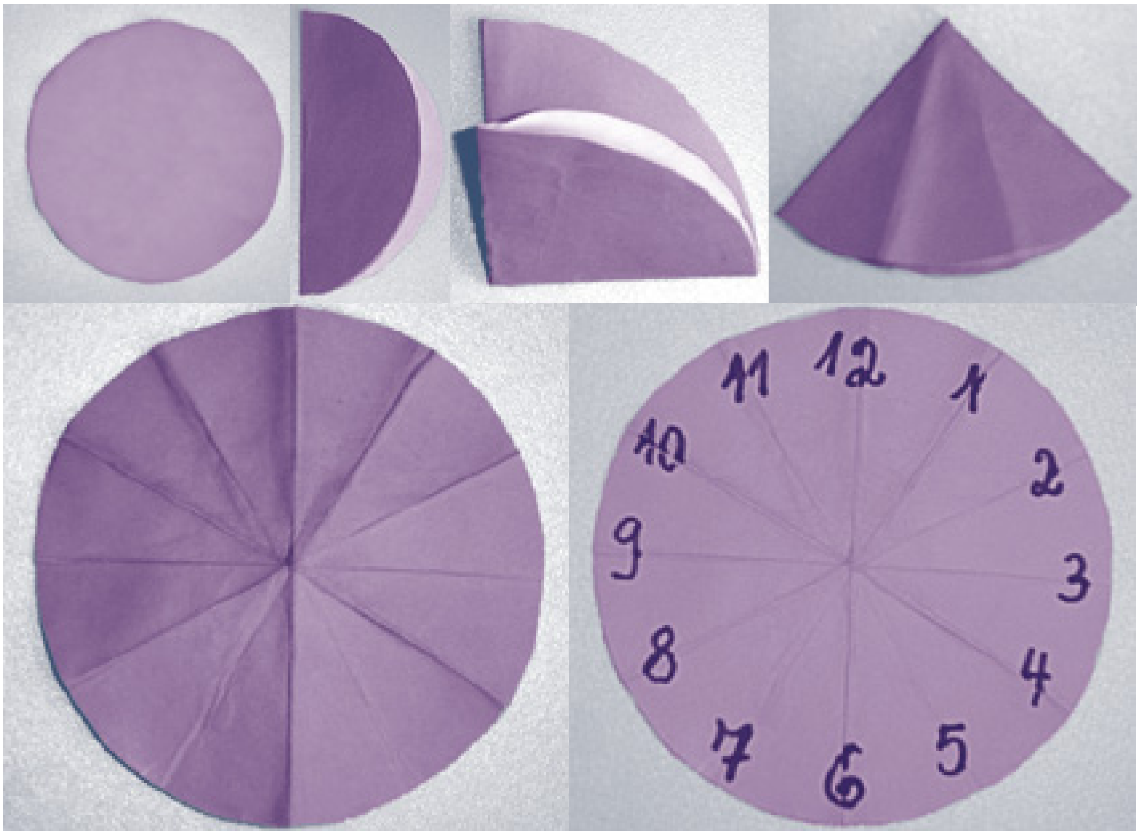
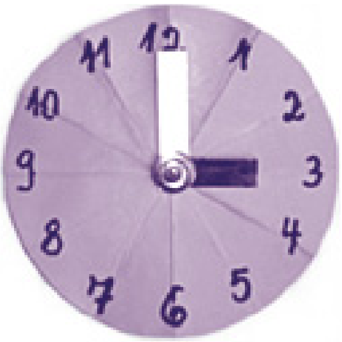


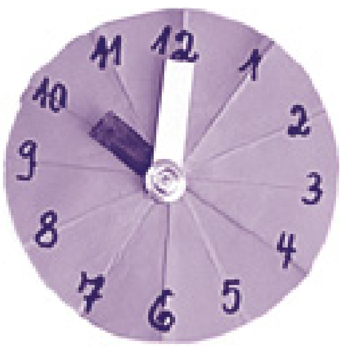
Figura D.4: A base do relógio poderá ser construída a partir de dobras num papel circular

Agora, observe as seguintes medidas de tempo:

dia	24 horas
quinzena	15 dias
mês	30 ou 31 dias
bimestre	2 meses
trimestre	3 meses
semestre	6 meses

ano	12 meses ou 365 dias
biênio	2 anos
triênio	3 anos
qüinqüênio	5 anos
década	10 anos
século	100 anos
milênio	1000 anos

HORAS	MINUTOS	SEGUNDOS
1 hora	60 minutos	3600 segundos
	1 minuto	60 segundos
		
Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________	Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________	Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________

HORAS	MINUTOS	SEGUNDOS
1 hora	60 minutos	3600 segundos
	1 minuto	60 segundos
		
Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________	Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________	Hora:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido horário:__________ Ângulo formado entre os ponteiros no sentido anti-horário:__________

A partir do que foi desenvolvido nesse tópico responda o seguinte:

1. Quantos minutos correspondem a:

a. metade de uma hora ou seja, $\frac{1}{2}$ de 1 hora?

b. $\frac{1}{2}$ de 1 minuto?

c. $\frac{1}{3}$ de 1 hora?

d. $\frac{1}{4}$ de 1 minuto?

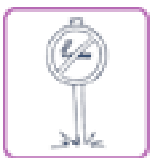
2.Você já deve ter ouvido falar em anos bissextos, procure descobrir o que são. Disponível no ambiente virtual conforme orientações do professor.

Atividade Final

Para a atividade final gostaríamos que, utilizando a imaginação, a partir do mapa ao lado você construísse uma história. A saída poderá ser de qualquer figura desde que a história envolva no mínimo 7 figuras. Cabe também a você escolher o caminho percorrido, observe apenas que a cada figura escolhida está relacionada uma pergunta, assim além da história, também terão de respondê-las.

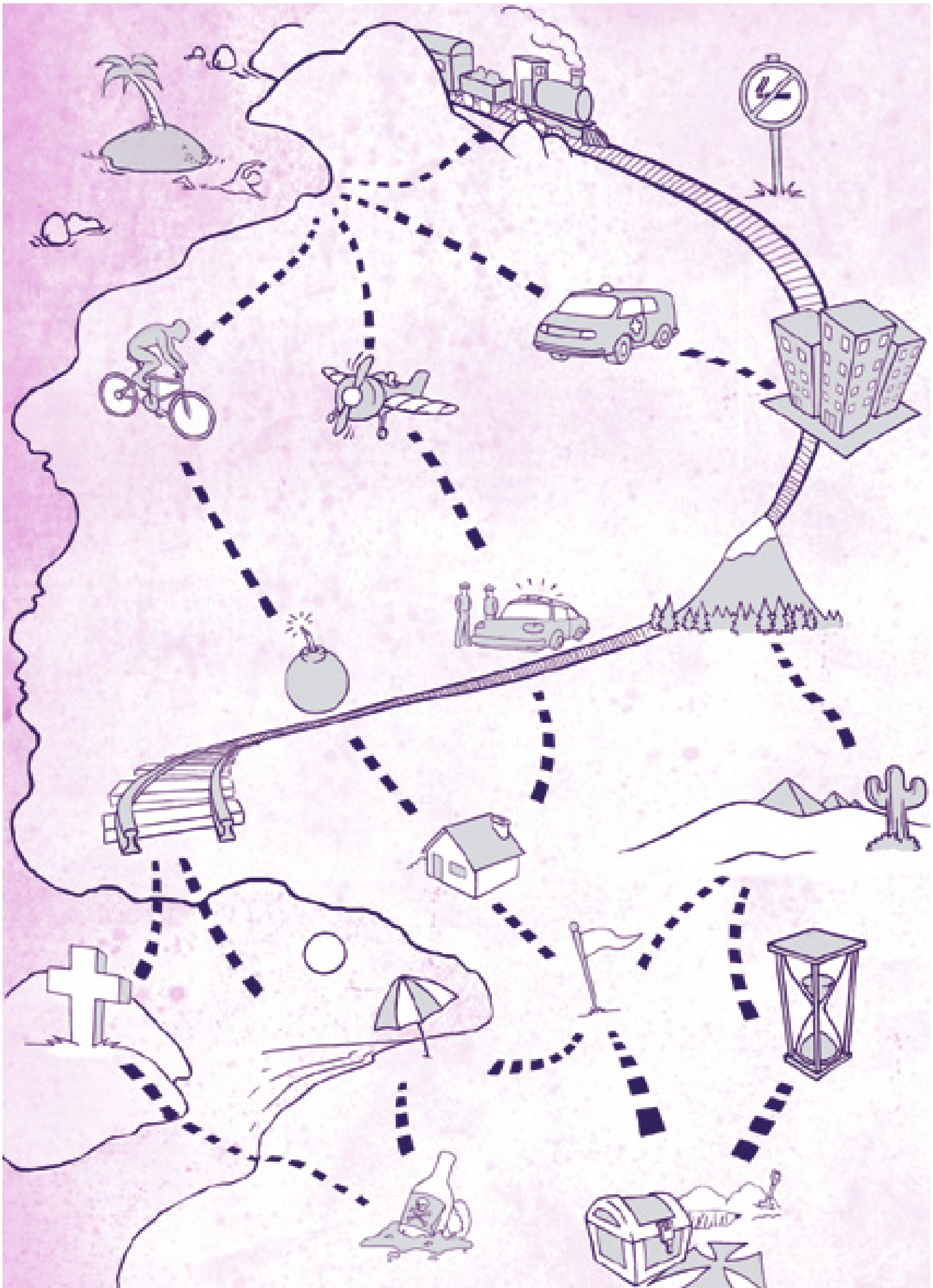
Construa uma caixa que possua um retângulo com 4 cm de comprimento e 2 cm de altura.

Construa um trilho de trem de tal forma que cada dormente meça 0,5 cm de largura por 2cm de comprimento e o espaço entre os dormentes seja de 1 cm.



Aqui é proibido fumar, você terá que construir um construir uma placa de não fume, sem usar compasso e dividindo-a bem ao meio (escreva todo processo). Você poderá utilizar, por exemplo, uma linha e um prego,uma moeda,etc.

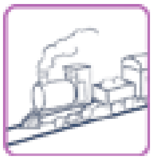
Há uma bicicleta, se você quiser usá-la, escreva a forma correta de ler: 3, 4 cm; 4,56 m; 10,5 km.



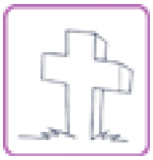
Há perigo de que tudo exploda, se uma hora tem 60 minutos, quantos minutos existem em 2 horas e meia.

O avião viaja bem rápido, transforme em m as seguintes medidas em km: 34 km; 4,6 km; 20,5 km.

A ambulância viaja a toda velocidade, numa hora fez 9500 dam, que equivale em km a:



O trem pode passar a qualquer momento e precisamos embarcar uma caixa de base triangular, se esse triângulo for eqüilátero calcule quanto mede em graus cada ângulo. Pesquise o que é um triângulo eqüilátero, desenhe-o e após meça os ângulos com transferidor.



Uma cruz pode ser construída com seis quadrados, construa uma cruz com quadrados de 3cm de lado e depois calcule o contorno ao redor da cruz. Esse contorno era o perímetro da cruz.

O deserto lembra as pirâmides do Egito, construa uma pirâmide de base quadrada de 4 cm de lado. A altura da pirâmide será escolhida por você.

Meça a parte da frente de sua casa. Se morar em apartamento meça as dimensões das portas e das janelas. Anote as medidas e faça um tabela.

O formato da montanha é semelhante a um cone, construa um cone. Anote o raio e o diâmetro da base.

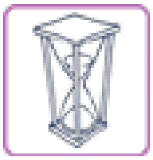
A polícia está fazendo a ronda, se observarmos o para-brisas, ele tem o formato de um trapézio, construa um trapézio e fazendo dois cortes transforme-o num retângulo. Anote as medidas dos lados.

Este é um lugar pra tomarmos sorvete. Aqui encontramos um pote que contém 5kg. Desse pote podemos fazer quantos sorvetes de 250 g?

Há perigo! De uma lata de veneno de 5 litros vazou um terço do líquido, quantos ml de veneno sobraram na lata?

Na cidade, cada andar de um prédio mede em média 2,5 m.
Quantos metros mede um prédio de 10 andares?

A bandeira pode ter o formato de um triângulo, se um dos lados mede 5 cm, o outro 7 cm, o outro lado pode medir 1 cm para formar um triângulo? Justifique sua resposta.



O tempo está acabando. Já se passaram 96 horas, quantos dias isso representa?

Aqui cada homem carrega no máximo 80 kg, se o baú pesa 300 kg, quantos homens serão necessários para carregá-lo?

UNIDADE

E

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: ELEMENTOS BÁSICOS

Prof. Adriano Edo Neuenfeldt

Objetivo da Unidade

Ao término desta unidade de estudo espera-se que o aluno seja capaz de interpretar e utilizar elementos básicos do tratamento da informação, identificando-os nas situações cotidianas com o intuito de facilitar aprendizagens em alunos do II Ciclo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Introdução

Algumas situações de nosso cotidiano podem ser organizadas de modo que nos auxiliem a compreendê-las melhor. Por exemplo, ao folhearmos um jornal ou uma revista quantas vezes não encontramos gráficos, as tabelas, e ao lado a probabilidade de um ou de outro time ser o campeão, de determinado partido ganhar a eleição se concorrer com este ou aquele, da economia melhorar, e outros tantos assuntos mais.

A partir dessa unidade podemos explorar diferentes formas de organizar e comunicar informações numéricas, algumas noções de estatística, combinações e probabilidades.

Segundo os PCNs (1998, p. 132):

> Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações.

Desta forma, nessa unidade, buscamos a exploração de atividades que estimulem a elaboração de gráficos, tabelas e jogos, perpassando pelas outras unidades permutando os saberes já explorados.

Novamente, como em unidades anteriores, as atividades foram pensadas de forma que sejam realizadas pelos alunos do curso, para que possam posteriormente ser utilizadas em sala de aula.

Atividade E.1

A primeira atividade consiste no seguinte: visite um supermercado e construa uma tabela com o peso e os valores de alguns produtos.

Produto	Marca 1	Marca 2	Marca 3
Peso			
Valor			
Bolacha recheada	Xxxx com chocolate	YYY de banana	WWW de laranja/uva
Peso	180g	200g	160 g
Valor	R$ 1,24	R$ 1,30	R$ 1,20

Atividade E.2

Nessa mesma visita, você poderá levar para casa diferentes produtos, dos quais podemos a partir de suas medidas, elaborar uma tabela.

Por exemplo:

Elaboremos uma tabela com as medidas de dois objetos, uma máquina fotográfica e uma caixa de pasta de dente.

As medidas encontradas nestes objetos foram as seguintes:

Caixa de pasta de dente (aproximadamente):

Comprimento: 15 cm

Largura: 3 cm

Altura: 3 cm

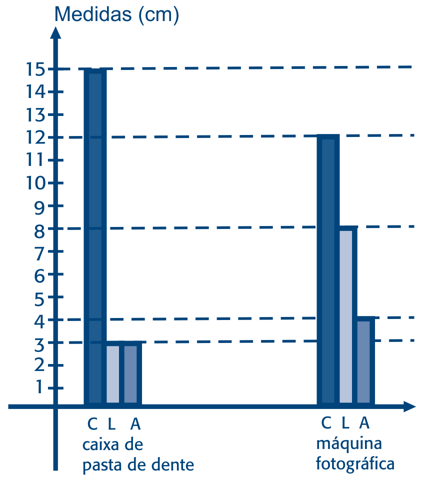
Máquina fotográfica (aproximadamente):

Comprimento (C): 12 cm

Largura (L): 8 cm

Altura (A): 4 cm

Elaboração do gráfico:



Agora, solicitamos que você escolha quatro produtos e elabore um gráfico semelhante ao do exemplo.

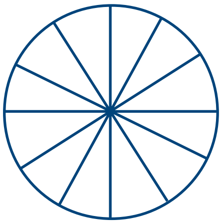
Atividade E.3

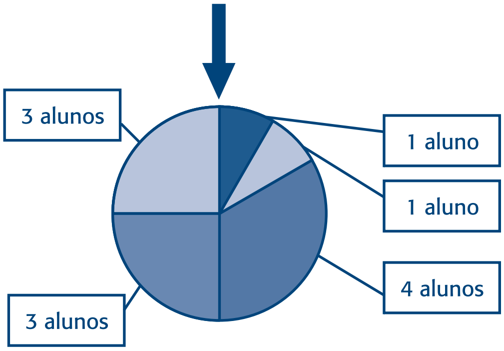
A partir da idade dos alunos da turma podemos organizar um gráfico de setores, por exemplo:

Alunos com 9 anos: 1 aluno
Alunos com 10 anos: 3 alunos
Alunos com 11 anos: 3 alunos
Alunos com 12 anos: 4 alunos
Alunos com mais de 12 anos: 1 aluno

Inicialmente dividimos o círculo em partes iguais, ou seja, se existem 12 alunos dividimos o círculo 12 vezes.

Em seguida, colorimos de acordo com os dados da nossa pesquisa:



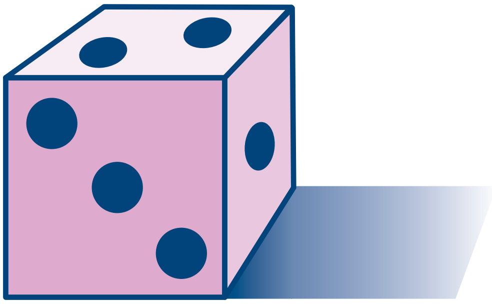


(Caso você não tenha acesso a uma turma de alunos, organize um gráfico a partir da colaboração das pessoas de sua família, amigos, vizinho, etc)

Atividade E.4

Numa unidade anterior construímos um cubo, agora vamos utilizá-lo como um dado e procurar responder a algumas perguntas.

Inicialmente vamos completar o dado, colocando as devidas quantidades, porém devemos observar que as faces opostas devem sempre somar sete.



Pergunta 1:
Observando o dado, podemos perceber que na parte superior existem duas marcas quantas marcas existem na face inferior ?

Pergunta 2: Se jogarmos o dado e observarmos a face de cima, qual a chance de sair um número par? E um número ímpar?

Pergunta 3: Há mais chance de sair número menor que 2 ou maior que 2?

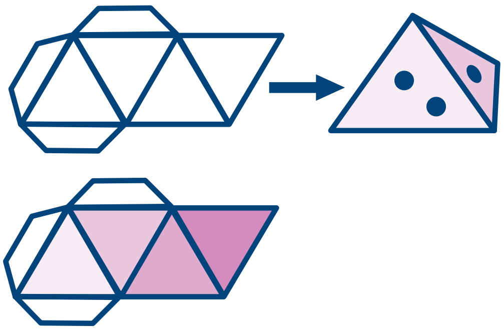
UM POUCO DE HISTÓRIA:
Segundo Pires et all (2002, p. 113),
Os primeiros estudos sobre probabilidades foram feitos com a intenção de resolver problemas que envolviam jogos de azar. Eram os nobres e os jogadores profissionais que solicitavam aos matemáticos esses estudos.
As loterias existem desde a Antiguidade. Fizeram parte da vida dos hebreus, egípcios e chineses. É provável que nossa Loteria Federal tenha tido como modelo a loteria holandesa do século XVI, e quem introduziu esse jogo aqui foi D. João VI.
O primeiro trabalho a respeito de previsões de resultados de que se tem notícias foi publicado pelo matemático italiano Gerolamo Cardano, em 1560.

Atividade E.5

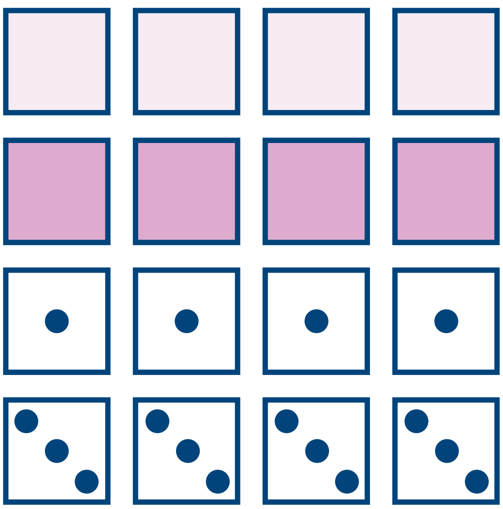
Para o jogo que propomos precisamos de 2 dados com o formato de tetraedros, ou seja dados de quatro faces.

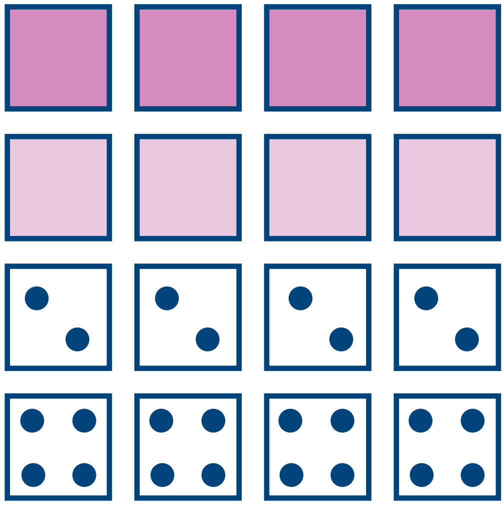
Um destes dados deve possuir marcações de um a quatro e o outro deve ser construído cada face de uma cor.

Como construir o dado:



Além disso precisamos de 16 cartões: 4 cartões verdes, 4 cartões azuis, 4 cartões amarelos, 4 cartões vermelhos, 4 cartões com uma marcação, 4 cartões com duas marcações, 4 cartões com três marcações, 4 cartões com quatro marcações:

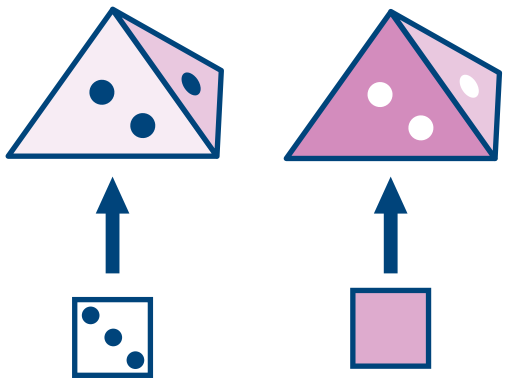




Objetivos do jogo:

Jogando os dois dados, os jogadores devem procurar realizar o máximo de combinações possíveis e não repetidas.

Nos dados valem a marcação e a cor que ficar embaixo.Ex.:



O número de jogadas pode ser estabelecida pelos jogadores.

Observação: Existe um número máximo de combinações, qual será? ......

Atividade E.6

Para a próxima atividade, a final desta unidade, propomos que você explorare situações do cotidiano. Para tanto será necessário que visite estabelecimentos comerciais e peça encartes de produtos. Em seguida, construa um gráfico de setores com a seguinte possibilidade:

a. escolha dez produtos com valores entre R$ 0, 01 e R$ 20,00;

b. transcreva o valor desses produtos;

c. construa uma tabela:

- produtos com o valor de até R$ 2,00
- produtos com o valor entre R$ 2,00 e R$ 4,00
- produtos com o valor entre R$ 4,00 e R$ 8,00
- produtos com o valor maior de R$ 20,00

d. elabore o gráfico utilizando os dados da tabela

Numa próxima etapa, vamos aproveitar esse mesmo material para construir um jogo explorando números decimais.

Material necessário:

- encartes de lojas, supermercados, que contenham produtos até o valor de RS 15,00 reais (cerca de 20 produtos ou mais), produtos com valores inteiros e decimais;
- 30 cartões retangulares;

Como organizar o material:

Cole em 20 cartões os produtos com os seus respectivos valores, um produto em cada cartão:

Ex.:

Nos outros dez cartões escreva os valores de R$ 1,00; R$ 2,00;

R$ 3,00; R$ 5,00; R$ 7,00; R$ 8,00; R$ 9,00; R$ 10,00; R$ 12,00; R$ 15,00, um valor em cartão:

Ex.:

Como jogar:

a. O jogo pode ser realizado por dois jogadores.

b. Embaralhe cada grupo de cartões separadamente.

c. Coloque os dois grupos de cartões no centro da mesa com as figuras e os valores virados para baixo.

d. O primeiro jogador deve pegar um cartão do monte de valores sem mostrar ao outro jogador.

e. Em seguida comece a comprar cartas do monte dos produtos sem mostrar as cartas ao outro jogador. Compre até chegar próximo do valor retirado. Caso passe do valor permaneça em silêncio.

f. O segundo jogador realizará os mesmos passos.

g. Vencerá a rodada aquele que chegar mais próximo do valor.

h. Depois de cada rodada as cartas devem ser repostas.

i. Combine um número de rodadas.

j.Poderá ser declarado vencedor aquele que vencer o maior número de rodadas.

Atividade Final

Colete diferentes jornais e revistas, recorte gráficos e tabelas, pesquise também artigos que tratam probabilidades estatísticas abordando assuntos relacionados com esporte ou política. No final, de posse de todo material, escolha cinco reportagens e/ou artigos envolvendo gráficos, tabelas, probabilidades ou estatísticas, organize-os e escreva a respeito procurando explicar de forma dissertativa o que eles representam. (A pesquisa poderá ser feita em páginas da internet).

Disponibilize sua produção dissertativa no ambiente virtual conforme orientações do professor.

UNIDADE

F

DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA ESCOLAR

Profª. Cilce Agne Domingues

Objetivo da Unidade

Ao término desta unidade espera-se que o aluno seja capaz de identificar as principais dificuldades de aprendizagem na Matemática Escolar, bem como diferenciá-las de distúrbios mais sérios, para assim criar alternativas metodológicas que contemplem a superação de tais dificuldades.

Introdução

Nesta unidade de trabalho, o aluno terá a possibilidade de visualizar estudos referentes às Dificuldades de Aprendizagem em Matemática. E, tendo em vista o considerável número de alunos que apresentam dificuldades em algum momento de sua Educação Matemática, torna-se explícita a importância deste tema, e ainda, justifica-se esta ser uma das preocupações mais evidentes encontradas na Educação, mais especificamente no campo da Educação Matemática.

1 Desenvolvimento cognitivo e distúrbios de aprendizagem em Aritmética

Com o objetivo de enriquecer as concepções do aluno acerca do que se trata a aprendizagem, apresentaremos alguns conceitos apresentados por diferentes autores.

Drouet (2003, p.8) entende que a aprendizagem pode ser entendida como um processo contínuo, individual, cumulativo e integrativo. E ainda que:

> Neste sentido ela é gradual, isto é, vamos aprendendo pouco a pouco durante toda a nossa vida. Cada indivíduo tem seu ritmo próprio de aprendizagem (ritmo biológico) que, aliado ao seu esquema próprio de ação, irá constituir sua individualidade.(DROUET, 2003, p.8)

Podemos visualizar de maneira mais clara o conceito trazido por Drouet (2003) nesta curva representativa de aprendizagem, a qual foi elaborada pela autora no intuito de delinear a evolução do aprender baseada no desenvolvimento humano.

Baseado no estudo da curva representativa, Drouet levanta uma série de condições necessárias para que a aprendizagem aconteça e, as quais, no seu conjunto, denominam-se de prontidão para aprendizagem.

Condições necessárias para a aprendizagem

Neste sentido, relacionadas à prontidão para a aprendizagem a autora apresenta algumas condições para que a aprendizagem aconteça:

A) saúde física e mental;
B) motivação;
C) prévio domínio;
D) maturação;
E) inteligência;
F) concentração ou atenção;
G) memória.

Para Lakomy (2003, p.16), "a aprendizagem é um fenômeno ou uma operação pela qual um sujeito (uma pessoa) torna seu ou torna sua uma nova forma de conduta, uma informação, transformando-a em conhecimento, algum hábito ou alguma atitude."

Com respeito a isso, o biólogo e filósofo suíço Jean Piaget considera a aprendizagem como um processo normal, harmônico e progressivo, de exploração, descoberta e reorganização mental, em busca do equilíbrio da personalidade.

Mais informações sobre Jean Piaget e Vygotsky você encontra no caderno didático da disciplina Psicologia da Educação III.

Conheça melhor os estudos do autor (algumas sugestões de leituras):

- Seis estudos de psicologia (1972, Rio de Janeiro: Forense)
- Linguagem e pensamento da criança (1990, São Paulo: Martins Fontes)

No entanto, Vygotsky nos diz que a aprendizagem se trata de um processo dinâmico, onde se encontram envolvidos num processo de interação o aluno e o meio em que vive, tendo como objetivo o desenvolvimento cognitivo, afetivo, cultural e social, formando sujeitos ativos para integrar e transformar a sociedade.

Neste sentido, podemos pensar a aprendizagem como uma reformulação de conceitos que já não são suficientes para satisfazer nossas curiosidades, e quando percebemos esta necessidade por saber mais sobre determinado assunto é que ocorre o processo de aprendizagem.

Este processo pressupõe três fases, as quais são apresentadas no esquema abaixo, baseado nos estudos de Lakomy (2003):

1ª Fase:	**2ª Fase:**	**3ª Fase:**
de identificação, é a fase em que o sujeito percebe e examina o objeto, a fim de analisá-lo.	da significação, é a fase em que o sujeito busca significado para o tema.	da aplicação, é a fase onde o sujeito articula os conhecimentos aprendidos nas situações do seu dia a dia.

Figura F.1: Fases do processo de aprendizagem

Fonte: Lakomy (2003), organizado por Daniele Diniz Azevedo

Educação Matemática

Embora já existisse na Idade Média interesse e preocupação com o ensino da Matemática, foi com o Renascimento e o início da Idade Moderna que esta teve seu foco delimitado e estruturado.

Mas, segundo D'Ambrósio (2004), é somente com as três grandes revoluções - A Revolução Industrial (1767), A Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) - que as preocupações com a Educação Matemática da juventude começam a tomar corpo.

Partindo deste breve histórico, fomos buscar para o aluno as origens da Educação Matemática como disciplina, e o que encontramos foi que esta, a partir da década de 70, começou a firmar-se como disciplina autônoma, principalmente nos Estados Unidos e Inglaterra, quando houve um aumento do número de pesquisas, na busca de novos instrumentos metodológicos, cujos resultados inúmeros autores têm relatado em artigos publicados nos principais periódicos de Educação Matemática (THOMPSON apud CURY, 1999).

Dificuldades de Aprendizagem

Primeiramente, é fundamental que você aluno(a) tenha conhecimento de alguns conceitos sobre Dificuldades de Aprendizagem (DAs), para então, num segundo momento, darmos continuidade em nossos estudos referentes às Dificuldades de Aprendizagem em Matemática (DAM).

Desta forma, consideramos fundamental trazermos as idéias de Sánchez (2004, p.35) quando enfatiza algumas diferenciações que devem ser feitas no que se refere às DAs:

> As dificuldades de aprendizagem diferenciam-se de outros problemas e transtornos...A diferenciação mais importante tem relação aos diferentes transtornos do desenvolvimento, em relação a outras disciplinas próximas e em relação a outras concepções...Trata-se, pois, de diferenciá-las do retardo mental, dos transtornos profundos, do transtorno de déficit de atenção/hiperatividade e dos transtornos da comunicação, fundamentalmente.

O referido autor levanta a questão da diferenciação por acreditar que a questão fundamental existente entre as DAs diante de

Na Web, onde encontrar?
www.anped.org.br
www.scielo.br
www.abed.org.br
www.escola.net
www.ensino.net
www.cnpq.br

Você encontra estudos mais aprofundados sobre este tema no caderno didático da disciplina "Dificuldades de Aprendizagem", que é componente curricular do 4ª Semestre do seu Curso de Graduação.

outros transtornos se faz existente nas diferentes formas de diagnósticos. No entanto, com isto ele não pretende negar a sobreposição das DAs sobre estes transtornos, longe disso, as dificuldades de aprendizagem e os transtornos citados pelo autor podem coexistir num mesmo aluno, necessitando atenção e dedicação redobradas de ambos, aluno e professor.

As DAs podem se apresentar nas mais diversas áreas do conhecimento, no entanto, o objeto de estudo desta unidade está centrado nas pertinentes à aprendizagem matemática.

Dificuldades de aprendizagem em Aritmética

Quando pensamos em dificuldades de aprendizagem em Aritmética (DAA), percebemos que elas sempre estiveram presentes no dia a dia das situações escolares. Quem nunca ouviu falar estas frases em algum momento de sua vida escolar:

- "Quem inventou isso não tinha nada para fazer?"
- "Para que estudar isso?"
- "Onde vou usar isso na minha vida?"

Tente substituir os questionamentos anteriores pelos seguintes:

- "Porque será que inventaram isso?
- "Em que isso pode me ajudar no dia a dia?
- " O que eu não estou conseguindo aprender?
- " De que maneira eu poderia aprender isso?

Estes questionamentos, quando parte integrante do pensamento do professor e, conseqüentemente do aluno, fazem com que haja uma relação professor-aluno harmoniosa, o que propicia para ambos a possibilidade de interação e dialogicidade no processo educativo, diminuindo drasticamente as probabilidades de ocorrência das DAA, levando ao aluno a oportunidade de realizar uma Aprendizagem Significativa.

Aprendizagem Significativa: Teoria Cognitiva da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por David Ausubel (1985).
O autor nasceu na cidade de Nova York, em 1918. Filho de uma família de judeus pobres e imigrantes.
Segundo sua teoria, à medida que o ser se situa no mundo, produz relações de significação, ou seja, estabelece relações com a realidade em que se encontra. Sua preocupação é voltada, principalmente, para o que o aluno já sabe.

No entanto, até então, as alternativas para sanar as dificuldades de aprendizagem em Matemática apareciam em exercícios de repetição, memorização de conceitos e regras consideradas como atividades de reforço.

Muitas reprovações ocorriam e, ainda acontecem hoje, submetendo os alunos a repassarem os conteúdos em todas as disciplinas de uma determinada série no ano seguinte, desconsiderando os conhecimentos construídos pelo aluno ao longo deste período.

Partindo dessas constatações, seria

pertinente nos questionarmos sobre o motivo que leva um professor a realizar tal prática educativa com alunos que apresentam DAA. Será que esses profissionais consideram as causas de tais dificuldades?

Hoje, através da Psicologia Cognitiva, encontramos caminhos que podem nos orientar na busca de soluções adequadas, baseadas em teorias da aprendizagem, com o intuito de desenvolver atividades e metodologias que realmente auxiliem esses alunos.

Psicologia Cognitiva

Baseando-se em estudos da Psicologia Cognitiva no âmbito das Dificuldades de Aprendizagem em Matemática (DAM), Angel Rivière (1995) apresenta contribuições significativas quando elenca algumas das principais causas dessas dificuldades:

- dificuldade em manter informação numérica na memória;
- deficiência no manejo de sistemas simbólicos (chamadas "dislexias");
- problemas de leitura e escrita;
- distúrbio geral de atenção.

E, ainda, quando a partir de tais constatações faz o seguinte questionamento:

> Por que a Matemática é tão difícil para tantas crianças?

Quanto a essa inquietação, Rivière nos diz que este é o ponto de partida para quaisquer análises sobre DAM. Para tal, o autor buscou esclarecimentos no Informe Cockcroft (1985, p.146), no qual encontramos as seguintes considerações:

> Por que é difícil ensinar e aprender Matemática? Segundo o Informe Cockcroft, os motivos relacionam-se, claramente, com as "exigências cognitivas": seu caráter fortemente hierárquico que faz com que o novo dependa do previamente conhecido, sua exigência de uma prática continuada, as dificuldades de compreensão e memória que causam à muitas pessoas, etc.

Analisando tais palavras, podemos entender melhor as DAM, pois se a construção de um novo conceito matemático depende de conhecimentos prévios que lhe dêem suporte, então, à medida que existam lacunas na aprendizagem matemática torna-se inevitável a instalação de dificuldades quanto à aprendizagem de determinados conceitos.

Fonseca (1995) apresenta em seus estudos algumas dessas dificuldades, as quais habitualmente têm estado mais associadas à discalculia, mas que precisam ser identificadas para evitar um diagnóstico precipitado, são elas:

- relacionar termo a termo;
- associar símbolos auditivos e visuais aos números;
- contar;
- aprender sistemas cardinais e ordinais;
- visualizar grupos de objetos;
- compreender o princípio de conservação;
- realizar operações aritméticas;
- perceber a significação dos sinais de + e -, de x e ÷ e de =;
- ordenar números espacialmente;
- lembrar operações básicas, tabuadas;
- transportar números;
- seguir seqüências;
- perceber princípios de medidas;

A **Psicologia Cognitiva** trata do modo como as pessoas aprendem, percebem, recordam e pensam sobre a informação. (Sternberg, 1996)

Dislexia: Dificuldade quanto à leitura.

Discalculia: distúrbio apresentado por crianças que são capazes de compreender e usar a linguagem, mas não conseguem aprender a calcular. Johnson e Myklebust (1983)

- ler mapas, gráficos;
- relacionar o valor das moedas;
- resolver problemas matemáticos, etc.

Uma vez constatado que tal dificuldade do aluno não se refere apenas inadequação entre a fase do desenvolvimento cognitivo em que a criança se encontra e o conteúdo trabalhado, o professor deve partir para uma observação mais detalhada.

Distúrbios de aprendizagem em Aritmética

Nesse sentido, Johnson e Myklebust (1983) nos dizem que a discalculia vem aparecendo como um dos Distúrbios de Aprendizagem em Aritmética (DAA) mais encontradas nos alunos, apresentando, desta forma, algumas variações de tal dificuldade.

Para melhor visualização dos distúrbios da aritmética elaboramos o seguinte quadro, baseado nos estudos de Johnson e Myklebust (1983):

ARITMÉTICA E DISTÚRBIOS DE APRENDIZAGEM CORRELATOS

Distúrbio	Principais Características
Distúrbios de Escrita e Aritmética (disgrafia ou apraxia)	Dificuldade na aprendizagem motora que possibilita escrever letras e números.
Distúrbios de Linguagem Receptiva-Auditiva e Aritmética	Dificuldade em relação à compreensão das relações quantitativas, o que não quer dizer que seja incapaz de realizar tal compreensão.
Distúrbios da Memória Auditiva e Aritmética	Impedem que a criança recorde números rapidamente, ela pode dizer um número percebendo que está errado, mas é incapaz de lembrar o número certo.
Distúrbios de Leitura (Dislexia) e Aritmética	Crianças disléxicas (com dificuldade para ler) nem sempre apresentam distúrbio matemático. A criança com dislexia tem problemas para ler os enunciados das atividades, e isso, pode interferir no seu aprendizado matemático.

Figura F.2

DISTÚRBIOS DE PENSAMENTO QUANTITATIVO (Discalculia)	
A criança com discalculia pode apresentar	**Características**
Deficiência na organização visual-espacial e integração não-verbal	Não conseguem diferenciar rapidamente formas, tamanhos, quantidades ou comprimentos.
Deficiência visual não-verbal	Desenvolvem capacidade auditiva extraordinária, e embora possam memorizar os números, não os compreendem.
Distúrbios de Integração Visual-Motora	Conseguem soletrar e formular idéias, mas têm problemas para a formação de letras e alinhamento adequado na página.
Distúrbio de Imagem Corporal	Apresentam conhecimento incompleto ou equivocado do seu próprio corpo. Seus desenhos do corpo humano carecem de organização.
Desorientação	Não conseguem distinguir entre direita e esquerda, apresentando total falta de de direção.
Problemas referentes à percepção social e ao fazer julgamentos	Apresenta dificuldades para situar-se na distância e no tempo.
Desempenho excelente nas funções verbais	Discrepância quanto ao aprendizado da leitura e escrita quando comparado à matemática.
Excelência quanto ao vocabulário de leitura e às habilidades de silabação	Encontram problemas nos níveis mais altos de compreensão de leitura, interferindo na sua aprendizagem matemática.

Figura F.3

Atividade F.1

1. Recorde um conteúdo matemático que considerou difícil de aprender durante sua vida escolar (Educação Básica).
2. Agora, analise a situação que vivenciou na sua vida escolar a partir dos estudos que realizou nesta unidade do seu livro didático.
3. Responda: Você concorda que sua possível DAM se deu devido a lacunas referentes a momentos anteriores de sua aprendizagem matemática?

As orientações para a realização desta atividade estará disponível no ambiente virtual.

Contribuições da Psicologia Cognitiva

Quando pensamos em DAM, é inevitável que tenhamos em mente a busca por soluções imediatas para este ou aquele problema do aluno. A vontade de solucionar tais dificuldades de aprendizagem toma proporções significativas dentro do estudo da Educação Matemática, necessitando de estudos mais aprofundados em diversas áreas de conhecimento, tais como: Psicologia, Sociologia, Filosofia, etc.

Neste âmbito, a Psicologia Cognitiva tem contribuído com estudos de teorias da aprendizagem onde se destacam os níveis de desenvolvimento cognitivo, em conjunto com o desempenho e as competências de alunos e professores, suas dificuldades de ensinar e de aprender.

Como resultado, hoje, há um maior compromisso dos professores para com a melhor aprendizagem dos seus alunos.

Mas afinal, o que poderia ser feito para contribuir com a aprendizagem do aluno?

Quanto a isso, os estudos de Rivière (1995, p.148) nos trazem as seguintes considerações:

> Naturalmente, o bom professor de matemática emprega procedimentos que facilitem a abstração e se esforça (especialmente, no ensino primário) para ancorar os conceitos matemáticos na experiência significativa dos alunos. Mas também os bons professores sofrem a experiência de ver como há um grupo de alunos que "perdem pé" e acumulam "lacunas de conhecimento", devido à influência conjunta das exigências de abstração da Matemática.

Sabemos que as considerações feitas pelo autor devem estar causando uma série de inquietações em você aluno (a), afinal, o "ensinar" matemática não seria mobilizar saberes, realizar "transposição didática" entre o saber científico para o saber escolar, para que todos aprendam, ao seu modo e ritmo, os conceitos matemáticos? Falar em lacunas não seria a conformidade quanto às DAM?

Neste sentido, quando falamos em lacunas de conhecimento, temos que ter claramente a seguinte visão: ao assumirmos que alguns alunos não aprendem, não quer dizer que estejamos conformados diante deste fato. Pelo contrário, é através desta constatação juntamente com o auxílio dos estudos realizados sobre DAM que poderemos realizar um trabalho que contemple o avanço no campo da Educação Matemática, sanando gradativamente as Dificuldades de Aprendizagem em Matemática com ações individuais de educadores comprometidos.

Desse modo, uma das ações relevantes no ensino da Matemática é trabalhar os conteúdos matemáticos possibilitando sua relação com situações cotidianas, criando ambientes que requeiram resoluções de problemas pelos alunos, fazendo com que eles generalizem os conceitos aprendidos em seu benefício.

Com referência a isso, aos aspectos que circulam os elementos desencadeados na resolução de problemas,Vygotsky (apud FEUERSTEIN, 2002) traz contribuições significativas ao classificar os instrumentos psicológicos responsáveis por alterações no ser humano, são eles:

- a escrita;
- a anotação simbólica da matemática;
- a notação simbólica;
- o uso de esquemas gráficos.

Tais instrumentos são, segundo o autor, responsáveis pelas seguintes modificações no ser humano:

- alteração do modo de ser;
- de perceber;
- de analisar;
- resolver problemas, ou seja, modificar as funções cognitivas humanas.

Dando ênfase à resolução de problemas, é relevante ter ciência de que a Psicologia Cognitiva nos traz um conceito que teve sua grande emergência na década de 70, sendo ele de grande importância para o estudo das dificuldades de aprendizagem: a Metacognição.

Para melhor compreensão deste conceito, trazemos as palavras de Golbert (apud WOLFS, in GRÉGOIRE, 2000, p.170):

> Campo que agrupa: (1) os conhecimentos introspectivos conscientes que um determinado indivíduo tem de seus próprios estados e processos cognitivos; (2) as capacidades que esse indivíduo tem para deliberadamente controlar e planejar seus próprios processos cognitivos com o fim de alcançar uma determinada meta ou objetivo.

Neste sentido, percebemos claramente que esta conceitualização evidencia sua relevância pelo fato de ter como objetivo, conforme o autor, a articulação das práticas educativas, visando ajudar o aluno a tornar-se mais autônomo e, ainda, ajudar os docentes a refletirem sobre quais aspectos cognitivos pretendem trabalhar no aluno ao fazer uso de diferentes instrumentos pedagógicos.

Com base no que foi dito até aqui, seguimos analisando os estudos de Grégoire (2000) quando diz ser preciso ter a consciência de que a simples observação de uma dificuldade de aprendizagem nos informa apenas sobre a inadequação entre as características cognitivas de uma aluno e a seqüência de aprendizagem que lhe foi imposta.

Podemos perceber mais claramente a funcionalidade do estudo da Metacognição no processo educativo através da análise do que Feuerstein (2002) quando diz que a Metacognição tem sua força pelo fato de ter como função possibilitar ao indivíduo a consciência de seus fatos e formular interferências sobre as causas desses atos, com o fim de melhorá-los.

Sendo assim, se faz fundamental a recorrência a procedimentos de avaliação, com o objetivo de sondar as características cognitivas dos aprendizes, para então elaborar uma prática pedagógica que atue como uma ação corretiva.

E, para finalizar esta unidade, trazemos os "Princípios Gerais para um ensino da satisfação da experiência matemática", elaborado por Rivière (1983) e revisado em seus estudos posteriores (1995) na forma de um quadro com os dez mandamentos do professor.

Os mandamentos do professor (adaptado por Rivière, 1983)
I. Vincularás, sempre que possível, os conteúdos matemáticos a propósitos e intenções humanas e situações significativas.
II. Contextualizarás os esquemas matemáticos, subindo os degraus da escada de abstração no ritmo exigido pelo aluno.
III. Preocupar-te-á em assegurar a assimilação do antigo antes de passar ao novo, e de treinar especificamente a generalização dos procedimentos e conteúdos.
IV. Assegurarás o domínio e enriquecimento dos códigos de representação, assegurando que a tradução entre a linguagem verbal e os códigos de representação, assegurando que a desenvoltura, devendo, para isso, exercitá-la.
V. Servir-te-á da atenção exploratória da criança como recurso educativo, e assegurarás sua atenção seletiva somente em períodos em que ela possa ser mantida.
VI. Ensinarás a criança, passo a passo, a planejar o uso e seleção de seus recursos cognitivos.
VII. Deverás assegurar-te de que a criança pode evocar os aspectos relevantes de uma tarefa ou problema, e procurarás comprovar que não exiges mais do que permite a competência lógica do aluno (que deverás ir comprovando, sempre que possível).
VIII. Ensinarás, passo a passo, as estratégias e algoritmos específicos que as tarefas exigem.
IX. Procurarás dar às crianças tarefas de orientação adequada, procedimentos de análise profunda e ocasiões freqüentes de aprendizagem incidental.
X. E, como se não bastasse, deverás valorizar e motivar também as crianças que não pareçam interessadas ou competentes.

Figura F.4

Para saber mais sobre esse assunto sugerimos a leitura da obra de:
RIVIÈRE in GRÉGOIRE, J. e colaboradores. **Avaliando as aprendizagens:** Os aportes da Psicologia Cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

Atividade Final

Elabore uma resenha de no máximo 5 laudas, com base no texto disponível na biblioteca virtual e/ou Pólo.

UNIDADE

G

PLANEJAMENTO DE PROPOSTAS METODOLÓGICAS ENVOLVENDO OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS REFERENTES AO II CICLO DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Profª. Cilce Agne Domingues

Objetivo da Unidade

Espera-se que ao término desta unidade, juntamente com a complementação das unidades antecedentes (A, B, C D, E e F), o aluno seja capaz de planejar propostas metodológicas que contemplem a construção de conceitos matemáticos, bem como a elaboração de atividades que facilitem a Educação Matemática de alunos do II Ciclo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Introdução

Nesta unidade estudaremos alguns aspectos do planejamento, visto que o sucesso do processo educativo depende da articulação entre fatores, tais como: preparo docente aliado ao comprometimento dos governantes com os programas e incentivo à educação, que irão se refletir na organização dos saberes.

1 Elaboração de planejamentos por séries/ciclos

O ato de planejar

O ato de planejar deve ser entendido como a base do processo educacional, pois quando planejamos um procedimento ou uma atividade estamos pensando sobre o que queremos com ela, e desta forma, desenvolvemos um processo reflexivo que envolve a formulação de hipóteses e a resolução de problemas cotidianos em sala de aula.

Neste caso, no planejamento direcionado aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a importância se torna ainda mais evidente, pois se trata de pensar, primeiramente, de como a criança aprende, de que meio ela vem, o que a educação pode lhe proporcionar, para a partir destas considerações levantar subsídios que dêem consistência às propostas metodológicas que faremos uso para desenvolver determinado conteúdo.

Ainda neste sentido, os conteúdos a serem trabalhados aparecem como mais uma dificuldade encontrada pelos professores dos Anos Iniciais, ou seja, as dificuldades encontradas pelos professores vão além da busca pela melhor proposta metodológica a ser adotada em sala de aula.

Com respeito a isso trazemos para você aluno algumas constatações feitas por Kröning (1993), no campo da Educação Matemática, sobre o tema em estudo:

> Em nossas atividades com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, muitas vezes, constatamos as dificuldades que os mesmos encontram ao organizarem os conteúdos de Matemática.
> Devemos considerar que as sugestões de conteúdos, também denominados de programas, geralmente, são apenas listagens de conteúdos. É comum professor e alunos trabalharem a partir do primeiro assunto da listagem e, numa seqüência gradativa, avançarem até o último. Nesse caso, há a possibilidade de a situação de aprendizagem não ser explorada como um todo significativo e o aluno deixar de realizar as relações matemáticas necessárias, para que a referida situação seja efetivamente compreendida.

No entanto, o que a autora pôde perceber foi que ao longo de sua experiência essas dificuldades se transformaram em desafios que tiveram como objetivo a organização de um modelo de sugestões de conteúdos matemáticos, os quais possibilitassem uma aprendizagem significativa de tais conteúdos.

Antes de abordarmos diretamente sobre planejamento, é imprescindível que você aluno(a) tenha conhecimento dos conteúdos sugeridos para serem trabalhados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para isso, foram organizados quadros, com sugestões de conteúdos matemáticos que estarão disponíveis na Biblioteca Virtual.

Assim, Kröning (1993) tomou os seguintes pontos como referência:

- indicação de conteúdos mínimos, em termos de habilidades básicas, relações e operações matemáticas;

- visão global dos conteúdos mínimos de 1ª a 4ª série;

- possibilidade de o professor, em seu trabalho de organização do programa de ensino de uma determinada série, "jogar" com seqüências e concomitâncias de conteúdos.

Atualmente para uma visão global com as sugestões de conteúdos referentes a Matemática, encontramos informações e orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), os quais estabelecem um referencial comum à educação nacional.

Primeiramente, traremos alguns dos objetivos gerais do Ensino Fundamental (EF), e sugerimos a você aluno(a) fazer a leitura dos demais objetivos, que estão disponíveis on-line. Num segundo momento, traremos os objetivos da Matemática pertinentes ao II Ciclo do EF, segundo os PCN's. Esses itens são fundamentais por tratarem-se do respaldo legal do seu planejamento.

Você Sabia?

Os objetivos gerais do Ensino Fundamental, conteúdos e objetivos podem ser encontrados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, disponíveis no site:www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/humanos/educacao/pcns/fundamental

Alguns objetivos gerais do Ensino Fundamental

Os PCN's indicam como objetivos gerais do EF, que dizem respeito diretamente à Matemática, que os alunos sejam capazes de:

- utilizar as diferentes linguagens - verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal - como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;

- questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos.

Objetivos do II Ciclo do Ensino Fundamental no Ensino de Matemática

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve levar o aluno a:

- ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades;

- construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social;

- interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal;

- resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais;

- ampliar os procedimentos de cálculo - mental, escrito, exato, aproximado - pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados;

- refletir sobre procedimentos de cálculos que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados;

- estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições;

- identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções;

- recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação;

- utilizar diferentes registros gráficos - desenhos, esquemas, escritas numéricas - como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados;

- identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos;

- construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que

Atividade G.1

Com base nos planejamentos (quadros a seguir, G.1 e G.2), elabore um planejamento conforme a série que tem em vistas para a realização do seu estágio curricular.

As orientações para o desenvolvimento dessa atividade estarão disponíveis no ambiente virtual.

Ao término deste exercício você deve reler o que anotou, e perceberá que o planejamento faz parte do nosso dia-a-dia, e que fazer planos é inerente ao ser humano, uma vez que o fazemos para as mais simples situações cotidianas.

Agora que já sabemos que o tema de estudo desta unidade de ensino não se trata de algo dissociado do nosso cotidiano, vamos aprofundá-lo um pouco mais com o intuito de direcioná-lo ao ensino da Matemática.

Para tornar possível a visualização do que foi dito até aqui, com o intuito de promover a sistematização das informações apresentadas em momentos anteriores dessa unidade, elaboramos dois quadros com conteúdos, procedimentos, atitudes e orientações didáticas pertinentes para que possamos atingir os seguintes objetivos:

Você Sabia?

Os objetivos das demais disciplinas, juntamente com os do I Ciclo do EF referentes à Matemática encontram-se disponíveis no site indicado anteriormente. No entanto, podemos encontrar comentários e sugestões de atividades em: http://novaescola.abril.com.br/index.htm?PCNs/pcn_indice

Bloco de conteúdos			
Conceituais	Procedimentais	Atitudinais	Orientações Didáticas
Números Naturais	• ampliação do sistema numérico a partir da classe dos milhares; • leitura, escrita de números naturais em situações cotidianas; • representação de numerais em diferentes ábacos; resolução de problemas; • exploração do uso de estimativas quanto aos numerais naturais.	• atenção; percepção; raciocínio; organização; participação; respeito; regras de convivência.	• confecção de material concreto para o reconhecimento e representação numérica (ábaco de papel); • selecionar jogos lúdicos envolvendo números naturais. • utilização do MATERIAL DOURADO e ÁBACO para sistematização dos conceitos de milhar, centena, dezena e unidade.

Figura G.1: Bloco de conteúdos/Números Naturais

2) Construir o conceito de Fração Equivalente.

Bloco de conteúdos			
Conceituais	Procedimentais	Atitudinais	Orientações Didáticas
Frações Equivalentes	• representação de frações equivalentes em folhas de papel; • comparação entre as frações representadas por superposição; • representação da classe de equivalência das frações.	• participação em grupos; • troca de idéias para a comparação.	• leitura sobre números racionais; • organização do material a ser utilizado pelos alunos; • previsão da seqüência das atividades.

Figura G.2: Quadro G.2: Bloco de conteúdos/Frações Equivalentes

2 Elaboração de projetos integrados

Se tomássemos como referência a pura interpretação da palavra "planejamento" na Língua Portuguesa, poderíamos denominá-lo como atitudes que precedem as ações.
No entanto, quando pensamos dentro do contexto educacional, percebemos que seu valor é infinitamente maior do que sua simples interpretação.

Neste sentido, para sistematizar as informações, e com o intuito de facilitar seu entendimento, apresentamos a seguir, concepções sobre o tema em estudo e algumas contribuições do ato de planejar para o processo educativo.

Ainda neste sentido as autoras fazem as seguintes considerações com vistas ao objetivo do ato de planejar:

> ...Nessa perspectiva, o processo de ensino/aprendizagem não tem como finalidade a transmissão de conteúdos prontos, mas sim, a formação de sujeitos capazes de construir, de forma autônoma, seus sistemas de valores e, a partir deles, atuarem criticamente na realidade que os cerca.
> (XAVIER E ZEN, 1998,p.23)

Segundo Xavier e Zen (1998, p.21), o trabalho de determinados conteúdos deve ser pensado como diferentes possibilidades a favor da educação, os quais podem ser planejados de três maneiras:

A) Núcleos Conceituais e temas geradores

Possibilitam trabalhar uma série de conhecimentos a partir de um tema gerador, funcionando como um fio condutor das atividades realizadas com o aluno.

B)Temas transversais x disciplinas curriculares: um novo conceito de conteúdo curricular

A incorporação destes temas exige um repensar dos conteúdos escolares, estabelecendo a relação entre as disciplinas curriculares e os temas contemporâneos. Portanto, repensar os conteúdos escolares não significa abandonar as disciplinas curriculares ou apenas aglutinar a elas os temas atuais, mas sim re-significá-los.

C) Pedagogia de Projetos

A pedagogia de projetos permite viver numa escola alicerçada no real, aberta a múltiplas relações com o exterior: nela a criança trabalha "para valer" e dispõe de meios para firmar-se. Essa prática lhe permite:

- não depender mais apenas das escolhas do adulto;
- viver a experiência positiva do confronto com os outros (aportes mútuos e conflitos a serem superados) e da solidariedade;
- decidir e comprometer-se após a escolha;
- projetar-se no tempo através do planejamento de suas ações e de seus aprendizados;

Planejar é uma atividade que está dentro da educação, visto que esta tem como características básicas: evitar a improvisação, prever o futuro, estabelecer caminhos que possam nortear mais apropriadamente a execução da ação educativa, prever o acompanhamento e a avaliação da própria ação. Planejar e avaliar andam de mãos dadas. (BAFFI, 2002)
Fonte: http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/fundam02.htm

O planejamento deve ser algo que contemple o cruzamento das disciplinas curriculares com os temas transversais, aonde a educação para a cidadania é o tema nuclear, que se insere em todas as disciplinas e impregna todos os temas.
(XAVIER E ZEN, 1998, p.17)

Pedagogia de Projetos
Esta perspectiva foi elaborada com base nos estudos de Jolibert e colaboradores: Formando crianças leitoras, 1994.

- assumir responsabilidades;

- ser agente de seus aprendizados, produzindo algo que tem um sentido e uma unidade.

Esta terceira alternativa apresentada - Pedagogia de Projetos - hoje está sendo muito explorada como proposta metodológica, pois a sua dinâmica possibilita o envolvimento dos alunos conforme suas particularidades, motivando as descobertas de acordo com os interesses da turma, ampliando as alternativas metodológicas.

Quando pensamos em implantar no dia-a-dia da sala de aula essa forma de trabalho, segundo Esteban (2004, p.81), devemos estar cientes de que a pedagogia de projetos estimula a introdução de atividades mais dinâmicas na relação ensino-aprendizagem e ainda, que essa modalidade produz aulas mais favoráveis à construção do conhecimento dos alunos, pois os pontos de partida ou problemas (temas) são múltiplos, possibilitando uma gama enorme de diferentes caminhos a serem percorridos, e isso, conseqüentemente, proporciona uma infinidade de pontos de chegada, ou seja, uma infinidade de situações favoráveis à aprendizagem.

Caro aluno, devido às possibilidades de enriquecimento do trabalho educativo proporcionado pelo planejamento através de Projetos de trabalho, dedicaremos a ele uma atenção especial no item 2.1, no qual será organizado um esquema contendo suas principais características e contribuições no âmbito educacional.

Planejando por Projetos de Trabalho

a) Caracterização de projetos de trabalho

- Parte-se de um tema ou de um problema negociado com a turma.
- Inicia-se um processo de pesquisa.
- Buscam-se e selecionam-se critérios de ordenação e de interpretação das fontes.
- Recolhem-se as perguntas.
- Estabelecem-se relações com outros problemas.
- Representa-se o processo de elaboração do conhecimento que foi sugerido.
- Recapitula-se (avalia-se) o que se aprendeu.
- Conecta-se com um novo tema ou problema.

Esta seqüência serve apenas como um fio condutor, visto que a aprendizagem e o ensino se realizam mediante um percurso que nunca é fixo.

b) Projetos e suas contribuições

As idéias principais que Hernández (1998) apresenta sobre projetos, incumbem aos professores a abertura quanto aos saberes e os problemas externos à sala-de-aula, pois dessa forma poderão propiciar experiências substantivas de aprendizagem aos seus alunos. Veja no esquema a seguir as principais idéias do autor:

Projetos

- um meio que ajuda a repensar e refazer a escola;
- docente atuando mais como guia do que como autoridade;
- requer uma organização da classe mais complexa, uma maior compreensão das matérias e temas em que os alunos trabalham;
- integração e interação entre conhecimentos.
- considera o que acontece fora da escola, nas transformações sociais e nos saberes.

- o estudante é responsável por sua própria aprendizagem;
- nos estudantes favorece a inventiva, a formulação e resolução de problemas, a integração, a tomada de decisões, a comunicação interpessoal, etc.
- proporciona a busca da identidade por parte do aluno, favorecendo a construção da subjetividade do mesmo.

Figura G.3: Sistematização das idéias de Hernandez (1998) sobre Projetos de Trabalho; esquema organizado por: Daniele Diniz de Azevedo

Neste sentido, o autor concebe que o conhecimento escolar deve ser baseado na aprendizagem da interpretação da realidade do educando. E, nesse processo de aprendizagem, o professor deve desempenhar o papel de facilitador da relação dos alunos com o saber.

Ainda nesse contexto, encontra-se o currículo, o qual deve ser integrado, em constante construção e não organizado por disciplinas.

Por fim, a avaliação surge como algo articulado constantemente ao processo educativo, como uma estratégia que deve ser usada continuamente pelo professor, e não somente ao término de um período letivo.

A avaliação, na perspectiva do planejamento por projetos, é parte do processo de trabalho, pois podemos encontrá-la em todos os momentos, veja no esquema a seguir:

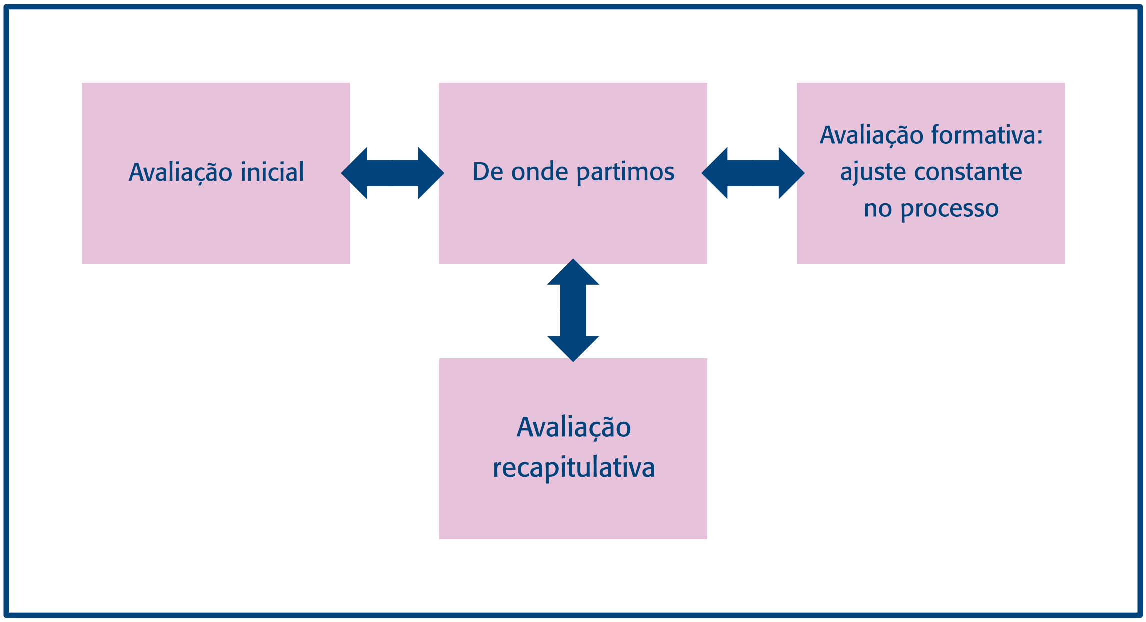


Figura G.4: Perspectivas do planejamento por projetos de trabalho baseado nos estudos de Hernández (1998); esquema organizado por Danielle Diniz Azevedo

Orientações Didáticas conforme PCN's disponíveis em: www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/humanos/educacao/pcns/fundamental

Para que um planejamento possa se efetivar, partindo ou não de Projetos de Trabalho, todo o professor deve ter presente além dos objetivos gerais, específicos (por série ou ciclo), bem como os objetivos referentes aos conteúdos da disciplina.

As sugestões de Coll (1987) e outros seguidores enfatizam a busca da correlação entre os conteúdos conceituais (saber), os conteúdos procedimentais (saber fazer) e os conteúdos atitudinais (saber ser). Para essa organização o professor necessita pesquisar e refletir sobre as orientações didáticas sugeridas, porque envolvem enfoques metodológicos adequados às diferentes faixas etárias e nível de desenvolvimento dos alunos.

Referências

Referências Bibliográficas

BAFFI, Maria Adelia Teixeira. **O planejamento em educação: revisando conceitos para mudar concepções e práticas**. In.: BELLO, José Luiz de Paiva. Pedagogia em Foco, Petropólis, 2002. Disponível em: <http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/fundam02.htm>. Acesso em: 20/02/05.

BARATOJO, José Teixeira, VOLQUIND, Lea. **Matemática nas séries iniciais**. Porto alegre: Sagra Luzzatto, 1998.

CARRAHER, Terezinha Nunes. **Aprender Pensando**. Petrópolis. Vozes, 1991.

COLL, C.; PALÁCIOS, J. e MARCHESI, A. **Desenvolvimento Psicológico e Educação**: Necessidades Educativas Especiais e Aprendizagem Escolar. Vol 3. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

______ **Psicologia e Currículo**: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar. - 5.ed.- São Paulo: Ática, 1987.

CURY, H. N. **Concepções e crenças dos professores de Matemática**: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. Bolema, Rio Claro, v.12, n.13, p.29-43, 1999.

D'AMBRÓSIO, U; GARNICA, A. V. M; IGLIORI, S. B. C e MIGUEL, **A. A educação matemática**: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. IN: Revista Brasileira de Educação, Nº27, Set /Out /Nov /Dez 2004.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

DROUET, R. C. da R. Distúrbios da Aprendizagem. São Paulo, Ática, 2003.

ESTEBAN, Maria Teresa; HOFFMANN, Jussara; SILVA, Janssen Felipe. (Orgs). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas:** em diferentes áreas do currículo. - 2.ed. - Porto Alegre: Mediação, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. Educação matemática: representação e construção em geometria. Porto alegre: Artes Médica Sul, 1999.

FONSECA, Vitor da. **Introdução às dificuldades de aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GARCÍA SÁNCHEZ, J. N. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

GOMES, C. M. A. "**FEUERSTEIN e a construção mediada por conhecimento**". Porto Alegre. Artmed, 2002.

GRÉGOIRE, J. e colaboradores. **Avaliando as aprendizagens**: Os aportes da Psicologia Cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

GUELLI, Oscar. **Matemática**: uma aventura do pensamento, 5ª série. 8ª ed. São Paulo: Ática, 2002.

HERNÀNDEZ, Fernando. **Transgressão e mudança na Educação**: os projetos de trabalho. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

JONHSON e MYKLEBUST, H. R. **Distúrbios de Aprendizagem**: Princípios e práticas educacionais. São Paulo: Pioneira, 1983.

LAKOMY, A. M. **Teorias Cognitivas da Aprendizagem**. Curitiba, FACINTER, 2003.

KRÖNING, D. **Sugestões de conteúdos de 1ª a 4ª série**. Santa Maria: Laboratório de Metodologia do Ensino da Matemática/CE/UFSM, 1993.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 1996.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. - 2.ed. - Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática. Porto Alegre**: Arte Médicas, 1997.

PADOVAN, Daniela Maria Figueiredo. **Matemática: ensino fundamental**. 1ªd. São Paulo: Moderna, 2001.

RIVIÈRE in GRÉGOIRE, J. e colaboradores. **Avaliando as aprendizagens**: Os aportes da Psicologia Cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre, Artes Médicas, 1996.

VIEIRA, Elaine. **Aprendendo adição e subtração de frações**. Revista do Professor, Porto Alegre: (6)22:16-20, abri./jun. 1990.

WEISS, M.L.L. **Psicopedagogia Clínica**: uma visão diagnóstica dos problemas de aprendizagem escolar. RJ: DP&A, 2002.

XAVIER, Maria Luiza Merino; ZEN, Isabel H. Dalla. (Orgs). **O ensino nas séries iniciais**: das concepções às metodologias. Porto Alegre: Mediação, 1997.