UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Maurane Schierholt de Mattos

UMA INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO

Gramado, RS
2019

Maurane Schierholt de Mattos

UMA INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora: Prof. Dra. Ivanilda Basso Aseka

Gramado, RS
2019

Maurane Schierholt de Mattos

UMA INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO

Trabalho apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM,RS), modalidade EAD, como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovada em 06 de julho de 2019:

_____

Ivanilda Basso Aseka, Dra. (UFSM)
Presidente/orientadora

_____

Janice Rachelli, Dra. (UFSM)

_____

Patrícia Cristiane da Cunha Xavier, Me (UFSM)

Gramado, RS
2019

RESUMO

UMA INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO

AUTORA: Maurane Schierholt de Mattos

ORIENTADORA: Ivanilda Basso Aseka

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática. Seu entendimento é essencial não só para compreensão de outros conteúdos da própria Matemática, mas também para a descrição e estudo de situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento. Diante disso, neste trabalho de conclusão de curso propõe-se atividades relacionadas a funções, priorizando o ensino de seu conceito. A proposta aqui apresentada trabalha esse conceito de uma forma prática e concreta, com a manipulação de objetos e o próprio aluno servindo como fonte de dados. Para tal foi elaborada uma sequência de atividades, trabalhadas em três períodos de cinquenta minutos, em que os educandos leram, escreveram, desenharam, recortaram, discutiram e construíram a função requerida em cada situação estudada. As atividades foram desenvolvidas em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio da rede estadual de ensino e neste trabalho é apresentado o seu planejamento, a sua implementação bem como as conclusões obtidas. Estas evidenciaram que as atividades propostas possibilitaram aos estudantes compreender o conceito de função e identificar suas diferentes formas de representação.

Palavras-chave: Função. Conceito. Relação. Associação. Dependência. Material Concreto.

ABSTRACT

AN INTRODUCTION TO THE CONCEPT OF FUNCTION

AUTHOR: Maurane Schierholt de Mattos

ADVISOR: Ivanilda Basso Aseka

The concept of function is one of the most important of mathematics. It's understanding is essential not only to know other contents of mathematics itself, but also for the description and studying everyday and other areas of knowledge situations. Therefore, in this completion of course work it is proposed activities related to functions, prioritizing the teaching of its concept. The proposal presented here works this concept in a practical and concrete way, with the manipulation of objects and the student himself serving as data source. To this end, a sequence of activities was elaborated, worked in three periods of fifty minutes, in which the students read, write, draw, cut, discuss and built the required function in each situation studied. The activities were developed in a first year high school class of the state education network and in this work is presented its planning, its implementation as well as the conclusions obtained. These evidences that the proposed activities allowed the students to understand the concept of function and to identify its different forms of representation.

Keywords: Function. Concepts. Relationship. Association. Dependency. Concrete Material.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....6
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....8
2.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE ENSINO.....8
2.2 FUNÇÕES REAIS.....14
2.2.1 Função, Domínio e Imagem 15
2.2.2 Tipos de representações.....16
3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI.....19
3.1 MOMENTO 1.....20
3.2 MOMENTO 2.....20
4 ANÁLISE A POSTERIORI.....25
4.1 PRIMEIRO MOMENTO.....25
4.2 SEGUNDO MOMENTO.....27
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....39
REFERÊNCIAS.....41

1 INTRODUÇÃO

O tema escolhido para o desenvolvimento do trabalho é o conceito de função. Embora o conteúdo de funções faça parte do cronograma oficial do primeiro ano do Ensino Médio, seu conceito não é desenvolvido por todos os profissionais com os quais a autora se relaciona. Alguns deles trabalham com produto cartesiano e definem a relação unívoca como função, usando apenas pares ordenados. Outros, não a definem, trabalham com gráficos e leis de formação. Segundo Lima (1999):

> Um exemplo flagrante da falta de objetividade (que persiste até hoje em quase todos os livros didáticos brasileiros) é a definição de função como um conjunto de pares ordenados. Função é um dos conceitos fundamentais da Matemática (o outro é conjunto). Os usuários da Matemática e os próprios matemáticos costumam pensar numa função de modo dinâmico, em contraste com essa concepção estática. (LIMA, 1999, p.41).

O conceito de função exerce um papel importante não só nas relações com outros conteúdos da própria Matemática, mas em descrever e estudar fenômenos tanto do cotidiano como de outras áreas do conhecimento como por exemplo na Física, Química e Biologia.

Pensando nisso, propõe-se neste trabalho a construção de diagramas de maneira lúdica com o objetivo de fornecer aos alunos subsídios para que, de fato, ocorra o entendimento do conceito de função. Com isso, espera-se que os estudantes percebam que função não é algo rígido e nem abstrato. Além disso, acredita-se que essa atividade simples, mas rica em material concreto, pode trazer os alunos para “perto” da Matemática, tornando seu estudo mais prazeroso e efetivo.

Para atingir este objetivo, o plano de aula proposto, é dividido em dois momentos. O primeiro, o aluno é protagonista e utiliza os dados obtidos a partir de suas características físicas para reconhecer uma função; o segundo, onde ele aplica suas construções para resolução de atividades.

O planejamento proposto foi implementado no Instituto Estadual Dom Diogo de Souza, onde a autora leciona. Esta é uma instituição estadual com seiscentos e oitenta alunos no turno da manhã, que atende do oitavo ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio. Está localizado numa região de fácil acesso na cidade de Porto Alegre/RS, por isso atrai

alunos de diferentes regiões e municípios lindeiros. A turma escolhida para aplicação da atividade é um primeiro ano do Ensino Médio, com quarenta alunos matriculados com idades entre quatorze a dezessete anos. Caracteriza-se por ser uma turma receptiva às novas propostas e ideias, e dedicada na realização das atividades durante as aulas, mas observa-se que não apresenta hábitos ou rotinas de estudo domiciliar. A média de frequência dos alunos diária é de aproximadamente 70%.

No capítulo 1 é apresentado o referencial teórico que deu subsidio ao trabalho. Ele é composto de reflexões a respeito da educação no Brasil, construção das inteligências cognitivas, definição sociológica para geração que o trabalho refere e fundamentos para o estudo de funções. Na sequência, no capítulo 2 é apresentado o plano de aula elaborado com o objetivo de formar o conceito e usar atividades simples do cotidiano do aluno para estabelecer relações e definir o conceito de função.

No capítulo 3 é apresentada a análise da aplicação do plano. Traz o registro e a descrição de cada fase do trabalho, o retorno dos alunos em cada atividade sugerida, aspectos positivos e sugestões de melhoria no desenvolvimento de todo o processo. Por fim, nas considerações finais, são apresentadas reflexões sobre o trabalho desenvolvido a fim de aprimorar o estudo das funções, bem como seu entendimento.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE ENSINO

A fonte de inspiração deste trabalho foi uma atividade, apresentada na Figura 1, utilizada na disciplina de Funções Elementares – Etapa I, do curso Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM/RS), modalidade EAD.

Figura 1 – Atividade.

Na tabela abaixo são apresentados dados coletados por um professor em sala de aula referente a altura (em metros) e o peso/massa corporal (em quilogramas) de dez alunos.

Aluno	Altura (m)	Peso (massa corporal) (Kg)
a	1,60	70
b	1,65	72
c	1,75	81
d	1,70	65
e	1,75	60
f	1,81	93
g	1,66	68
h	1,76	82
i	1,60	70
j	1,64	55

Fonte: FUNÇÕES ELEMENTARES, 2015.

Com relação aos dados apresentados é correto afirmar que:

Escolha uma:

a. As duas relações: peso e altura P→A e altura e peso A→P são funções.

b. A relação entre o peso e a altura P→A é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A→P não é uma função.

c. As duas relações: peso e altura P→A e altura e peso A→P não são funções.

d. A relação entre o peso e a altura P→A não é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A→P é uma função.

Fonte: Atividade Avaliativa do Curso Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, Funções Elementares.

A atividade utilizava dados concretos para trabalhar a definição de função, o que despertou na autora o interesse de aplicá-la em sala de aula. Uma situação simples do cotidiano que pode ser transformada, facilmente, em conhecimento.

Segundo o psicólogo suíço PIAGET (1998), o processo da inteligência no ser humano ocorre em quatro estágios de desenvolvimentos o qual ele nomeou de estágios cognitivos. São eles: o estágio Sensorimotor (0 aos 2 anos). Este estágio de desenvolvimento é caracterizado pela forma como a criança entende o mundo, reunindo a experiência sensorial com a atividade física. Este é o período em que a criança melhora reflexos inatos. Pré-operatório (2 aos 7 anos), caracteriza-se pelo surgimento da linguagem. A partir dela a criança apropria-se da expressão verbal mais eficaz em sua comunicação. É o estágio da inteligência simbólica. A criança terá, a partir desta fase, a capacidade de narrar fatos, representar situações já vividas ou futuras e interagir socialmente com instrumentos comunicativos mais esquematizados. Operacional concreto (7 aos 11 anos), marca o início do pensamento lógico ou operacional. A criança nessa fase é madura o suficiente para usar o pensamento ou as operações lógicas, mas só pode aplicar lógica a objetos físicos. Operatório formal (11 para mais) é caracterizado pela aquisição do raciocínio lógico em todas as circunstâncias, incluindo o raciocínio abstrato. O novo aspecto deste último período em relação à inteligência é a capacidade de formular uma hipótese sobre algo que eles não aprenderam especificamente. É aí que o aprendizado começa a ocorrer como um todo, ao invés de uma forma concreta como na fase anterior.

Assim, fica evidente que o ser humano desenvolve melhor o seu aprendizado quando este é iniciado do concreto para só depois partir para o abstrato, ou seja, da ação prática para a teórica. Nesse contexto, Lorenzato (2006, p.21) afirma que "o material concreto pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático, dependendo da forma com que os conteúdos são conduzidos pelo professor." Ainda este mesmo autor afirma que:

> É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos.
>
> Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação mental das propriedades inerentes a objetos. (LORENZATO, 2006, p.22).

Analisando as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias Volume 2 (BRASIL, 2006), percebemos que elas corroboram para o uso do concreto e realidade do aluno, atendendo também as necessidades cognitivas, desenvolvidas por Piaget.

> O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento (mais ou menos rápido). É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x + 3$, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. (BRASIL, 2006, p.72).

Os alunos do Ensino Médio se enquadram, como definiu TAPSCOTT (1999), na Geração Z ou Geração Digital. Pessoas nascidas entre meados dos anos 1990 até o início dos anos 2010, em plena era digital, convivendo com qualquer componente eletrônico e tecnológico. O termo Z, vem da expressão zapear, que significa mudar de uma coisa para outra, como: olhar televisão, ficar no telefone, no computador entre outras coisas, simultaneamente.

> A Geração Internet assiste menos televisão do que seus pais, e o faz de uma maneira diferente. É mais provável que um jovem da Geração Digital ligue o computador e interaja simultaneamente com várias janelas diferentes, fale ao telefone, ouça música, faça o dever de casa, leia uma revista e assista à televisão. A tevê se tornou uma espécie de música de fundo para ele. (TAPSCOTT, 2010, p.32).

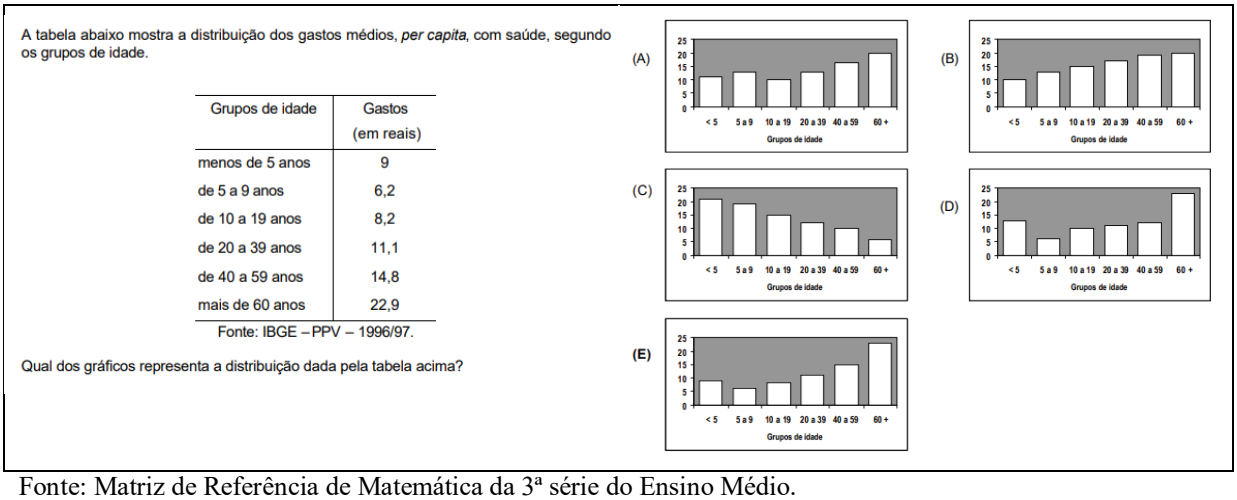
Segundo Tapscott (2010) há um grande abismo entre o ambiente digital em que os estudantes estão submersos e o sistema educacional projetado para a Era Industrial. Devido ao imediatismo da internet, os adolescentes não se sentem atraídos pelo formato atual da sala de

aula e quando se fala em Matemática os índices mostram problemas sobre aprendizagem de conceitos matemáticos.

Segundo os dados do SAEB[1] 2017 que é a avaliação utilizada pelo governo federal, a cada dois anos, para medir a aprendizagem dos alunos ao fim de cada etapa de ensino, 71,67% dos alunos de Ensino Médio, têm nível insuficiente de aprendizado. Desses, 23% estão no nível 0, o mais baixo da escala de proficiência.

A Figura 2 apresenta um exemplo de atividade exigida na Prova Brasil do Ensino Médio. A Prova Brasil é um dos componentes avaliativos utilizados pelo Ministério da Educação para gerar o SAEB.

Figura 2 – Atividade Prova Brasil 3º ano do Ensino Médio.


A tabela abaixo mostra a distribuição dos gastos médios, *per capita*, com saúde, segundo os grupos de idade.

Grupos de idade	Gastos (em reais)
menos de 5 anos	9
de 5 a 9 anos	6,2
de 10 a 19 anos	8,2
de 20 a 39 anos	11,1
de 40 a 59 anos	14,8
mais de 60 anos	22,9

Fonte: IBGE – PPV – 1996/97.

Qual dos gráficos representa a distribuição dada pela tabela acima?

Fonte: Matriz de Referência de Matemática da 3ª série do Ensino Médio.

A atividade da Figura 2 é um exemplo de exercício que verifica a habilidade de o aluno associar informações apresentadas em listas ou tabelas simples aos gráficos que as representam. A maioria dos estudantes do Ensino Médio não é capaz de resolver esse tipo de atividade, bem como problemas com operações fundamentais com números naturais.

No intuito de reverter esse quadro, cabe a nós, educadores, mudarmos ou enriquecermos nossa metodologia na tentativa de tornar a aula mais dinâmica, atrativa e

[1] SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica é um conjunto de sistemas de avaliação do ensino brasileiro, desenvolvido e gerenciado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, autarquia do Ministério da Educação. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/08/30/7-de-cada-10-alunos-do-ensino-medio-tem-nivel-insuficiente-em-portugues-e-matematica-diz-mec.ghtml> Acesso em: 21 jun. 2019.

menos exaustiva, visando atingir níveis de aprendizado satisfatórios.

Uma alternativa com este fim é a utilização de materiais concretos no ensino. Por outro lado, um grande impasse afeta a educação como um todo: a desvalorização dos professores no Brasil; desvalorização dos governos e da própria população. De acordo com um estudo da Varkey Foundation[2] de 2018, organização sem fins lucrativos voltada para a educação, a maioria da população brasileira, enxerga a profissão docente como a de menos prestígio quando comparada ao cenário global. O levantamento avalia como a população de 35 países enxerga a profissão. Enquanto há uma tendência global de crescimento no prestígio dado aos professores, o Brasil regrediu nos últimos cinco anos. Em 2013, quando o estudo foi feito pela primeira vez e avaliou 21 nações, o país aparecia na penúltima colocação. Na edição de 2018, com a piora na percepção sobre o respeito dos alunos e com menos pais dispostos a incentivar seus filhos a seguir a profissão, o índice nacional piorou e colocou o Brasil como lanterna do ranking. Para chegar ao indicador, foram entrevistadas mil pessoas, de 16 a 64 anos, em cada país e mais de 5,5 mil docentes. No Brasil, apenas 9% acreditam que os alunos respeitam seus professores — na China, o líder, 81% veem esse respeito.

O dado aparece em consonância com o fato de que só 20% dos pais brasileiros afirmam que encorajariam seus filhos a seguir a carreira — ante 55% dos pais chineses.

Segundo reportagem da Revista Nova Escola[3] de agosto de 2018, uma pesquisa online realizada pela Associação Nova Escola com mais de cinco mil educadores, entre os meses de junho e julho de 2018, identificou que 66% das professoras e professores precisaram se afastar do trabalho por questões de saúde. O levantamento também demonstrou que 87% dos participantes acreditam que o seu problema é ocasionado ou intensificado pelo trabalho. Entre os problemas que aparecem com maior frequência então a ansiedade, que afeta 68% dos educadores; estresse e dores de cabeça (63%); insônia (39%); dores nos membros (38%) e alergias (38%). Além disso, 28% deles afirmaram que sofrem ou já sofreram de depressão. “A falta de infraestrutura, o excesso de alunos por sala de aula, a dupla jornada, a falta de segurança nas escolas e a má remuneração contribuem para desvalorizar a carreira e desestimular os profissionais, causando uma série de doenças”, aponta Heleno Araújo Filho,

---

[2] Varkey Foundation é uma fundação de caridade sem fins lucrativos, criada em 2010, com sede em Londres, pelo indiano Sunny Varkey focada em melhorar os padrões da educação para crianças carentes e formação de professores. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Varkey_Foundation> Acesso em: 7 jul. 2019.

[3] TEIXEIRA, Larissa. 66% dos professores já precisaram se afastar por problemas de saúde. 2018. Disponível em:<https://novaescola.org.br/conteudo/12302/pesquisa-indica-que-66-dos-professores-ja-precisaram-se-afastar-devido-a-problemas-de-saude#> Acesso em: 21 jun. 2019.

presidente da Confederação Nacional dos Trabalhadores em Educação (CNTE).

Mesmo assim, o professor brasileiro de Educação Básica, precisa todos os dias, ultrapassar as dificuldades físicas e estruturais de trabalho e estimular seus alunos, planejando aulas criativas, concretas e recheadas de informação que atinjam o ponto de interesse e motivação de cada estudante. Segundo Lima (1999):

> A falta de aplicações para os temas estudados em classe é o defeito mais gritante do ensino da Matemática em todas as séries escolares. Ele não poderá ser sanado sem que a *conceituação* seja bem reforçada. Para resolver um simples probleminha, o aluno da escola primária hesita se deve multiplicar, somar ou dividir os dois números que são dados. Para decidir, ele precisa saber conceituar adequadamente essas operações. Analogamente, o aluno do ensino médio, diante de um certo problema proposto, não sabe se deverá *modelar* a situação com uma função afim, quadrática ou exponencial. (Problemas da vida não aparecem acompanhados de fórmulas!) É preciso que ele conheça as propriedades dessas funções a fim de *tomar sua decisão*. E assim por diante.
>
> O professor dedicado deve procurar organizar seu curso de modo a obter o equilíbrio entre os três componentes fundamentais - conceituação, manipulação e aplicação.
>
> Assim procedendo, terá dado um largo passo na direção do êxito na sua missão de educar. (LIMA, 1999, p.6).

É preciso mudar, principalmente, a realidade do Ensino Médio público, onde os alunos vivenciam no mínimo três anos de suas vidas. O aluno precisa ter autonomia para buscar informações, demonstrar responsabilidades, ter confiança em sua forma de pensar, fundamentar suas ideias e argumentações, se comunicar e estar preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho.

2.2 FUNÇÕES REAIS

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e ocupa lugar de destaque em vários de seus campos, bem como em outras áreas do conhecimento. É muito comum e conveniente expressar fenômenos físicos, biológicos e sociais por meio de funções.

Para ajudar a construir o conceito de função é interessante pensarmos nas relações espontâneas que os alunos trazem consigo, observando a natureza e o cotidiano. O ser humano estabelece uma relação de dependência com a natureza; uma pessoa com um determinado nome ou característica; uma criança com um brinquedo ou animal. Partindo dessa familiarização, é possível formar o conceito matemático de função, construindo uma sequência didática adequada.

> Um exemplo de relação espontânea é o processo de contagem de objetos de um conjunto, desenvolvido pela humanidade há muitos milênios, e reproduzido aceleradamente pelas crianças durante seu aprendizado inicial. A primeira etapa desse processo consiste em comparar o conjunto de objetos que se quer contar a um conjunto conhecido, como os dedos das mãos. A relação "comparar um conjunto que se quer contar a um conjunto conhecido" pode ser representada assim:
>
> $$conjunto\ que\ se\ quer\ contar \rightleftarrows conjunto\ conhecido$$
>
> em que o sinal indica uma $\rightleftarrows$ associação entre os elementos de um dos conjuntos com os elementos do outro através de uma propriedade muito especial: para cada elemento do primeiro conjunto associamos um e somente um elemento do segundo, e vice-versa. Com a experiência acumulada e o aperfeiçoamento da abstração, o "conjunto conhecido" (como os dedos das mãos) foi substituído por um conjunto fixo, abstrato, desvinculado de qualquer coleção concreta de objetos, construído paulatinamente pela humanidade através de processos lógicos universais bem definidos. Este é o conjunto denominado "conjunto dos números naturais". Assim, a relação acima foi substituída por:
>
> $$conjunto\ que\ se\ quer\ contar\ \rightarrow \{1,2,3,4,\ldots\}$$
>
> Nessa relação, para cada elemento do primeiro conjunto associamos um e somente um elemento do segundo. (CAETANO; PATERLINI, 2013, p.14).

Diversos matemáticos contribuíram para que se chegasse ao conceito atual de função. Alguns deles são: o alemão Leibniz (1646-1716) atribuiu a denominação função que usamos atualmente. Ele também introduziu os termos "constante", "variável" e "parâmetro". A representação de uma função pela notação $f(x)$ (lê-se: $f\ de\ x$) foi atribuída ao matemático

suíço Leonard Euler (1707-1783). O alemão Lejeune Dirichlet (1805-1859) escreveu uma primeira definição de função muito semelhante àquela que usamos atualmente: Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x, corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y. Nesse caso, x denomina-se variável independente, e y, variável dependente.

2.2.1 Função, Domínio e Imagem

A definição de função que norteia esse trabalho é de Dante (2016). Dados dois conjuntos não vazios, $A\ e\ B$, uma função de $A\ em\ B$ é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$. (DANTE, 2016, p.49)

É importante destacar que onde se lê regra, pode-se ler relação ou associação.

Usamos a seguinte notação:

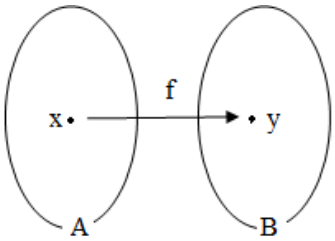
$f: A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$ (lê-se: f é uma função de $A\ em\ B$)

A função f transforma x de A em y de B, ou seja, $f: x \rightarrow y$.

Escrevemos isso assim: $y = f(x)$ (lê-se: y é igual a $f\ de\ x$)

Na Figura 2, está apresentada a notação de função através do Diagrama de Venn. Homenagem ao matemático e lógico inglês, John Venn (1834 e 1923), que usou uma região plana limitada por uma linha fechada e não entrelaçada para representar, em seu interior, os elementos de um conjunto. Onde A é o conjunto Domínio, B é o conjunto Contradomínio e a relação é indicada através da seta.

Figura 2 – Diagrama de Venn



$f: A \rightarrow B$
$x \rightarrow y$

Fonte: Arquivo da Autora.

Esse tipo especial de relação é também denominada *relação unívoca,* pois cada elemento de A está relacionado com um único elemento de B .

> Para que se possa entender melhor o sentido dessas condições e o conceito de função, vamos considerar como exemplo uma relação em que o conjunto A e o conjunto B são, ambos, o conjunto dos números inteiros, e a relação é definida por: um número do conjunto A relaciona-se com um número do conjunto B quando este for o quadrado do primeiro. Esta relação pode ser resumida por:
>
> $x \rightarrow x^2$ para todo número inteiro x
>
> Essa relação é uma função porque:
>
> ▹ todo elemento do conjunto A está na relação, pois todo número inteiro tem quadrado;
>
> ▹ cada elemento do conjunto A está relacionado com um único elemento do conjunto B, pois todo número inteiro tem um único quadrado.
>
> Uma característica importante dessa função é que nem todo elemento do conjunto de chegada está na relação, mas apenas os que são quadrados, como 0, 1, 4, 9, etc. (CAETANO; PATERLINI, 2013, p.18).

É importante ressaltar que nem toda relação é unívoca, logo nem toda relação é considerada função.

Dada uma função f de A em B, o conjunto A chama-se domínio (D) da função e o conjunto B, contradomínio (CD) da função. Para cada $x \in A$, o elemento $y \in B$ chama-se imagem de x pela função f ou o valor assumido pela função f para $x \in A$, e o representamos por $f(x)$. Assim, $y = f(x)$.

O conjunto de todos os y assim obtidos é chamado conjunto imagem da função f e é indicado por $Im(f)$.

2.2.2 Tipos de representações

Considere que, em uma rodovia, um motorista mantenha uma velocidade constante de 90 km/h por algum tempo. Veja na Figura 3, a tabela que relaciona o tempo t (em horas) e a distância d (em quilômetros):

Figura 3 – Tabela que relaciona o tempo e a distância.

Tempo (em h)	Distância (em km)
0,5	45
1	90
1,5	135
2	180
t	$90t$

Fonte: Dante (2016, p.46).

Observe que a distância percorrida é dada em função do tempo, isto é, a distância percorrida depende do intervalo de tempo. A cada intervalo de tempo considerado corresponde um único valor para a distância percorrida. Dizemos, então, que a distância percorrida (d) é função do tempo (t) e escrevemos: $d = 90t$ ou $f(t) = 90t$.

Para representar a relação descrita no exemplo acima, temos as seguintes possibilidades:

- Tabelas: representam informações, em geral numéricas, arranjadas sistematicamente, na forma de linhas e colunas. Aqui, a tabela relaciona o tempo *t* (em horas) e a distância *d* (em quilômetros). Os elementos *t* pertencem ao conjunto Domínio e os elementos *d* pertencem ao conjunto Contradomínio. Figura 3.

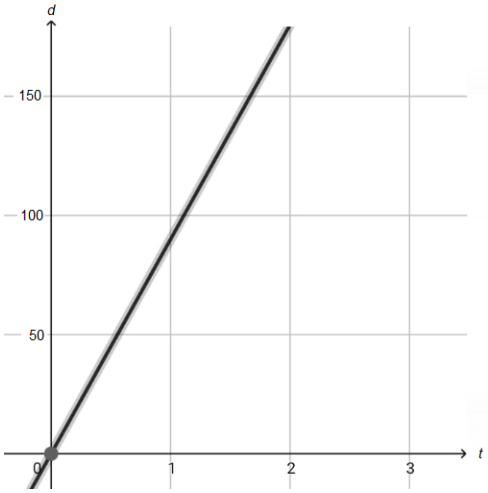
- Lei de Formação: é uma sentença matemática algébrica que expressa através de variáveis a relação de dependência entre duas grandezas. Podemos chamar de lei da função, fórmula matemática e ainda representação analítica da função. Os elementos t pertencem ao conjunto Domínio e os elementos d pertencem ao conjunto Contradomínio.

$$d = 90t \text{ ou } f(t) = 90t$$

- Gráficos: Dada uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, o seu gráfico é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y), para $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ e $y = f(x)$, ou seja,

$$G(f) = \{(x, y);\ x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\ e\ y = f(x)\}.$$

Figura 4 – Gráfico da função $d = 90t$.



Fonte: Arquivo da Autora.

No gráfico da Figura 4, temos os elementos t pertencentes ao conjunto Domínio Real e os elementos d pertencentes ao conjunto Contradomínio Real: $G(f) = \{(t, d);\ t \in \mathbb{R}, d \in \mathbb{R}\ e\ d = 90t\}$.

3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Neste capitulo é detalhado o planejamento das atividades que serão desenvolvidas junto a uma turma de primeiro ano do Ensino Médio.

O planejamento proposto foi aplicado numa turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Porto Alegre/RS. A turma é composta de 40 alunos, mas em torno de 30 alunos participaram efetivamente da atividade. Isso se deu, devido ao alto índice de infrequência na ocasião. Os alunos desta turma, em sua maioria, são animados, falantes e dedicados nas propostas de sala de aula. Não demonstram ter rotina de estudos e não fazem os temas quando indicados. Não raramente, esquecem os materiais escolares. Além disso, são impontuais e infrequentes. Mas acima de tudo, gostam de atividades diferenciadas e trabalham bem com elas.

O conteúdo desenvolvido: definição de função.

Objetivos:

- Compreender a definição de função através de exemplos contextualizados.
- Reconhecer o conjunto domínio, contradomínio, imagem e a relação unívoca como uma função.
- Identificar quando as relações se enquadram na definição de função.
- Representar a função através de diagrama, tabela e gráfico.

Estratégias e recursos das aulas:

- Trabalhos em grupos de até quatro integrantes.
- Material necessário: fita métrica, termômetro, cartolina, barbante, cola, tesoura e caneta hidrocor. Cada grupo é responsável pelo material.

Conhecimentos prévios:

- Conjuntos.
- Plano Cartesiano.

- Unidades de Medida.
- Operações com Números Reais.

3.1 MOMENTO 1

Em um primeiro momento de 50 minutos, será realizada uma conversa, introduzindo o conceito formal de função com definição, notação e representação.

Após os alunos serão orientados a se reunirem em grupos munidos de fita métrica e termômetro para preencherem a tabela da Figura 5 com suas medidas: altura, temperatura corporal, idade, tamanho do pé e massa.

Figura 5 – Tabela plano de aula.

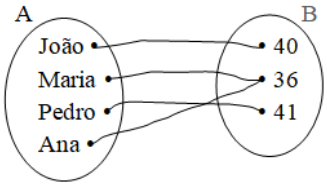
Nome	João	Maria	Pedro	Ana
Altura				
Temperatura				
Idade				
Pé	40	36	41	36
Massa				

Fonte: Arquivo da Autora.

3.2 MOMENTO 2

Num segundo momento de 100 minutos, os alunos deverão estar munidos de cartolina, tesoura, caneta hidrocor e barbante. Será solicitado que escolham uma das medidas e que a representem na cartolina através de diagrama, estando eles no diagrama A do domínio e a medida escolhida no diagrama B do contradomínio. Após, deverão unir seu nome e sua medida através de um barbante, indicando a relação de correspondência. Na Figura 6, está apresentado um exemplo de tal situação.

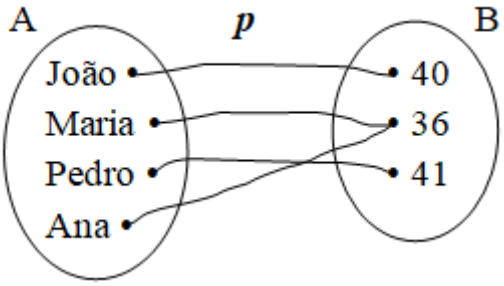
Figura 6 – Simulação 1 dos Diagramas.



Fonte: Arquivo da Autora.

Questionar se a relação estabelecida é uma função. Identificar se cada aluno de A, está conectado a uma e somente uma medida de B. Aqui, todas as relações serão funções. Será solicitado que titulem suas relações com a inicial da medida escolhida, como exemplo, ***p***: A→B. (Figura 7).

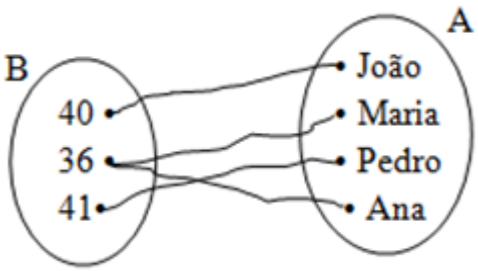
Figura 7 – Simulação 2 dos Diagramas.



Fonte: Arquivo da Autora.

O próximo passo é recortar os diagramas e inverter os conjuntos A e B. Solicitar que os elementos de B passem a ser o Domínio, o conjunto A o Contradomínio e através dos barbantes façam as ligações entre as medidas e seus donos. (Figura 8).

Figura 8 – Simulação 3 dos Diagramas.



Fonte: Arquivo da Autora.

Aqui, se retoma o questionamento sobre função. Nesse momento, os grupos divergirão, alguns terão funções outros não, por isso solicitar que cada grupo apresente aos demais sua conclusão, justificando sua resposta.

Agrupar num mesmo cartaz, todas as relações que são funções e num outro cartaz, as que não são. Deixar exposto o material na sala de aula.

Como conclusão será proposta a atividade apresentada na Figura 9. Por meio delas pretende-se verificar se os objetivos foram alcançados, ou seja, se os alunos compreenderam a definição de função, se identificam qual é o conjunto domínio, contradomínio e imagem e se conseguem representar as funções usando diagrama, tabelas e gráficos.

Figura 9 – Atividade em grupo.

INSTITUTO ESTADUAL DOM DIOGO DE SOUZA
Disciplina: Matemática
Professora: Maurane Schierholt

Nomes: ..... Turma: 211 Nota: .....
Atividade de Matemática – Definição de Função

1) Preencha o quadro abaixo:

NOME	ALTURA	TEMPERATURA	IDADE	PÉ	MASSA

2) Com relação os dados coletados, responda:

a) As duas relações altura e temperatura $A \rightarrow T$ e temperatura e altura $T \rightarrow A$ são funções? Justifique.

b) As relações idade e massa $I \rightarrow M$ e massa e idade $M \rightarrow I$ são funções? Justifique.

c) As relações pé e temperatura $P \rightarrow T$ e temperatura e pé $T \rightarrow P$ são funções? Justifique.

3) Observe os conjuntos A e B relacionados da seguinte forma: em A estão alguns números inteiros e em B, outros.

$x \in A$	$y \in B$
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

Através de diagramas, associe cada elemento de A ao seu triplo em B. Após, indique se a relação representa uma função. Justifique.

4) Utilizando os dados do quadro da atividade 1, represente no plano cartesiano a função nome e idade $N \rightarrow I$, sendo nomes os elementos do domínio (x) e as idades elementos do contradomínio (y).

5) Utilizando os dados do quadro da atividade 1, represente no plano cartesiano a função nome e altura N → A, sendo nomes os elementos do domínio (x) e as alturas elementos do contradomínio (y).

Questões avaliativas:
6) Com suas palavras, defina função. Não esqueça de comentar sobre os conjuntos domínio e contradomínio, a relação que os conecta, bem como as formas de representação dessa relação.

7) Na tabela abaixo são apresentados dados coletados por um professor em sala de aula referente a altura (em metros) e a massa corporal (em quilogramas) de dez alunos.

Aluno	Altura (m)	Peso (massa corporal) (Kg)
a	1,60	70
b	1,65	72
c	1,75	81
d	1,70	65
e	1,75	60
f	1,81	93
g	1,66	68
h	1,76	82
i	1,60	70
j	1,64	55

Fonte: FUNÇÕES ELEMENTARES, 2015.

Com relação aos dados apresentados é correto afirmar que:

a) As duas relações: peso e altura P → A e altura e peso A→ P são funções.

b) A relação entre o peso e a altura P → A é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A → P não é uma função.

c) As duas relações: peso e altura P → A e altura e peso A → P não são funções.

d) A relação entre o peso e a altura P → A não é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A → P é uma função.

Justifique sua resposta.

Fonte: Arquivo da Autora.

Por fim, fazer a correção das atividades um a cinco com os grupos, esclarecendo as dúvidas e estimulando os grupos a responderem.

A avaliação será feita através da observação do comportamento dos alunos na realização dos processos solicitados, seu empenho, motivação na execução da atividade e interação com colegas. O material de anotação dos grupos será recolhido para leitura e posterior discussão. As atividades seis e sete serão avaliadas quantitativamente.

4 ANÁLISE A POSTERIORI

Neste capítulo é relatada a implementação do planejamento proposto numa turma do primeiro ano do Ensino Médio do Instituto Estadual Dom Diogo de Souza do município de Porto Alegre.

4.1 PRIMEIRO MOMENTO

No primeiro encontro de 50 minutos, foi apresentada a ideia intuitiva de função. Foi dito que a relação função acontece entre dois conjuntos: um chamado domínio e o outro contradomínio. Para que a relação denominada função ocorra, é necessário que os elementos do conjunto domínio se correspondam de forma única e exclusiva com os elementos do conjunto contradomínio, formando assim, um subconjunto do contradomínio, chamado imagem. Foram apresentadas também, as formas de representação: tabela, diagrama e gráfico e o significado da notação da função $f: D \rightarrow CD,$ onde D contém os elementos do domínio, CD os elementos do contradomínio e f representa a função de D em CD.

Os alunos prestaram atenção e entenderam a definição de função e suas representações. Um momento que se destaca em relação aos demais, foi quando a professora, autora deste trabalho, citou o exemplo dos conjuntos domínio A e contradomínio B como amigos que se relacionam. Os elementos de A não podem ficar sozinhos, nem se relacionar com mais de um parceiro de B. Já, os elementos de B, não precisam assumir qualquer tipo de compromisso obrigatório com A, ou seja, podem ficar sozinhos ou se relacionar com vários elementos de A. Foi bem divertido e agradável!

Após, os alunos foram orientados a se reunirem em grupos, e em seguida começaram as medições das temperaturas corporais com o termômetro e alturas com a fita métrica. Figura 10 está ilustrando este momento dos alunos.

Figura 10 – Medições das alturas.

Fonte: Arquivo da Autora.

Alguns alunos não sabiam sua medida de massa e preencheram esse quesito na aula seguinte. Ao final dos 50 minutos todos haviam concluído a atividade.

Figura 11 – Tabela inicial.

Nome	Mª Eduarda R.	Pedro	Lucas H.	Júlia
Altura	1,68	1,76	1,85	1,77
Temperatura	36	36,5	36,5	37
Idade	16	16	17	15
Pé	38	43	39	40
Massa	63	76	65	80

Fonte: Arquivo da Autora.

A Figura 11 apresenta a tabela preenchida com as medidas de massa, altura, idade, temperatura corporal e tamanho do pé de um dos grupos de alunos.

As anotações feitas pelos alunos foram recolhidas pela professora, para serem posteriormente utilizadas.

4.2 SEGUNDO MOMENTO

No segundo momento de 100 minutos, os alunos utilizaram cartolina, tesoura, caneta hidrocor, barbante e as anotações realizadas no primeiro momento.

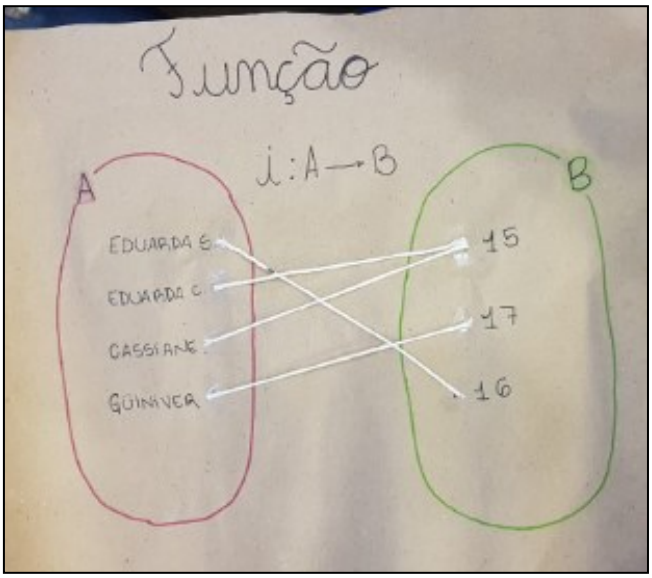
A proposta agora era para que eles representassem na cartolina os conjuntos A e B na forma de diagrama, usassem no conjunto A o nome de cada aluno e no B uma das medidas da aula anterior: altura, massa, temperatura, tamanho do pé ou idade, e, com os barbantes indicassem as relações. (Figura 12).

Figura 12 – Representação dos diagramas na cartolina.

Fonte: Arquivo da Autora.

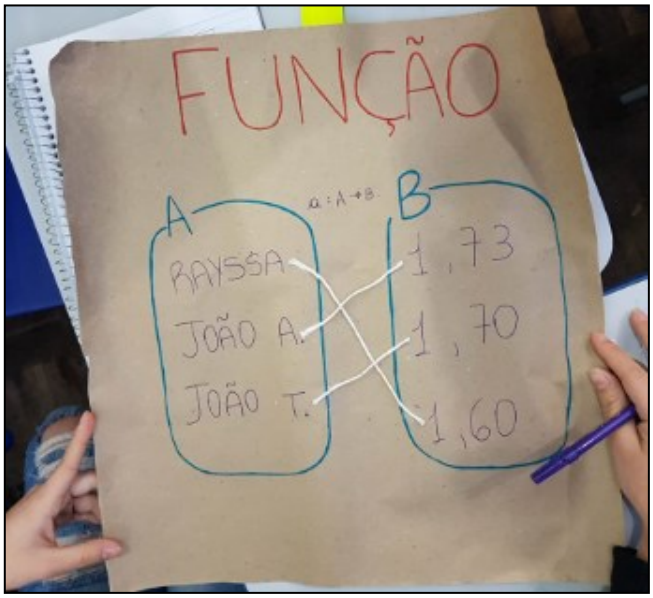
Os alunos perceberam que todas as relações estabelecidas nesse momento representavam funções de A em B. Por isso, foi solicitado que os grupos as titulassem com a letra inicial da medida escolhida, como se pode observar nas Figuras 13 e 14.

Figura 13 – Função idade. $i: A \rightarrow B$.



Fonte: Arquivo da Autora.

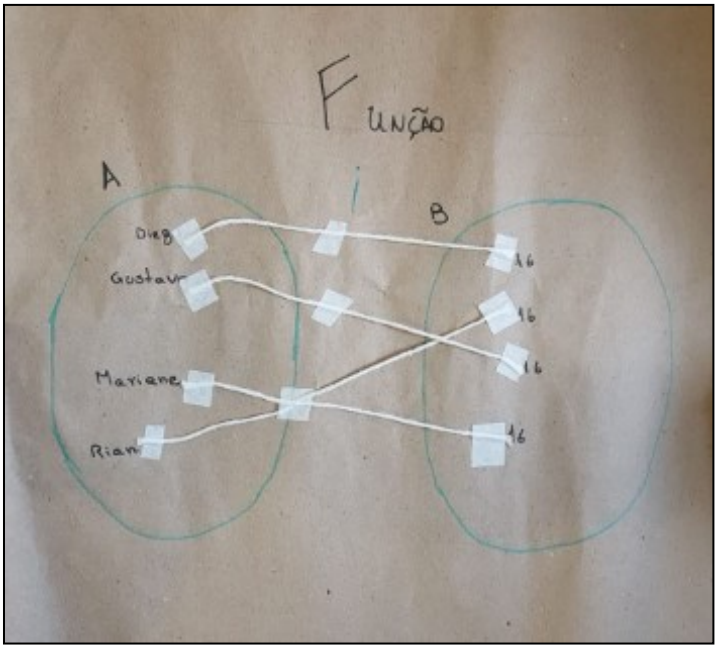
Figura 14 – Função altura. $a: A \rightarrow B$.



Fonte: Arquivo da Autora.

Como pode ser visto na Figura 15, um grupo se equivocou e listou várias vezes o mesmo número no conjunto B. A autora não o alertou sobre o erro, naquele momento da atividade, pois esperava que o mesmo percebesse o equívoco com o desenvolvimento do trabalho. Assim aconteceu, no final da atividade o grupo percebeu e corrigiu o erro.

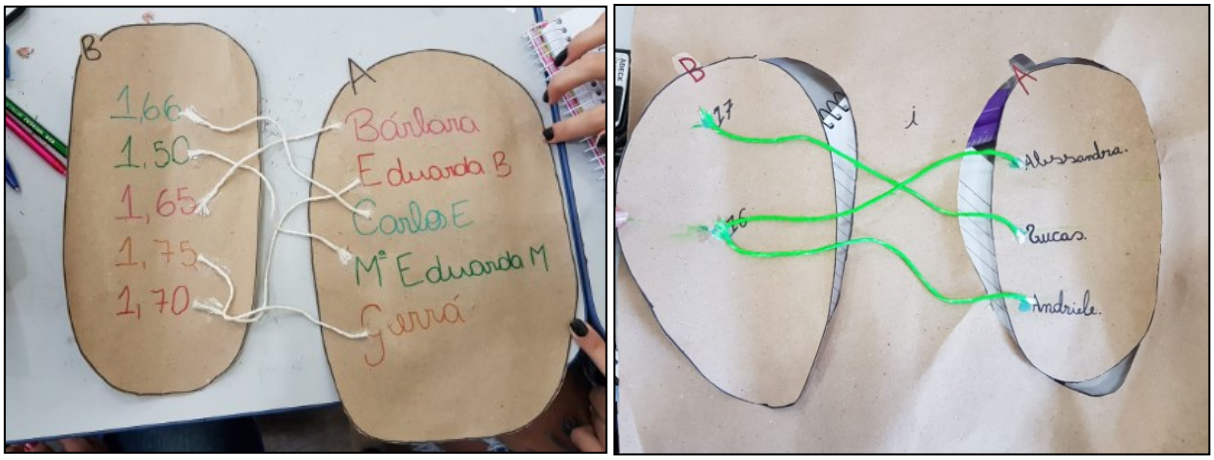
Figura 15 – Equívoco na construção do conjunto B.



Fonte: Arquivo da Autora.

Após, os grupos recortaram os diagramas, inverteram os conjuntos, como é mostrado na Figura 16 e analisaram se as relações representavam funções.

Figura 16 – Inversão dos conjuntos A e B.

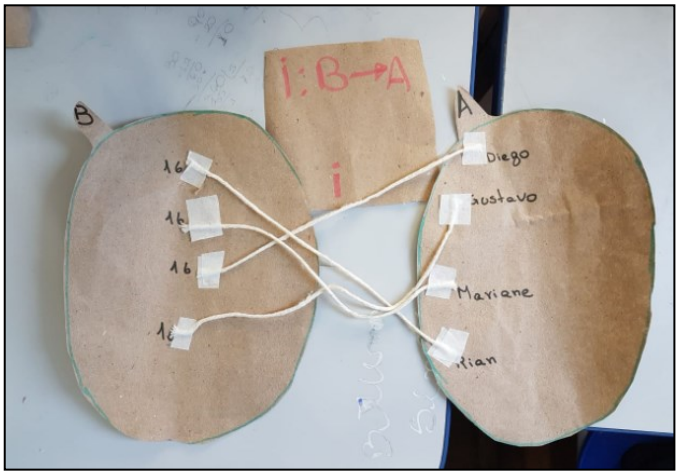


Fonte: Arquivo da Autora.

O grupo que se equivocou no momento de listar os elementos no conjunto B, não percebeu o erro (Figura 17). Continuou trabalhando e concluindo que a relação era uma função. A professora fez alguns questionamentos sobre a colocação dos elementos na forma de diagrama e perguntou se a relação deles continuava sendo uma função, os membros do

grupo não percebendo o equívoco, responderam que sim, era função. Então, foi sugerido que eles retomassem, nos cadernos, o estudo sobre conjuntos. Um dos integrantes do grupo ficou desconfiado com os questionamentos e sugeriu que havia algo de errado na construção deles e solicitou um pouco mais de tempo para concluir.

Figura 17 – Diagrama com equívoco no conjunto B.



Fonte: Arquivo da Autora.

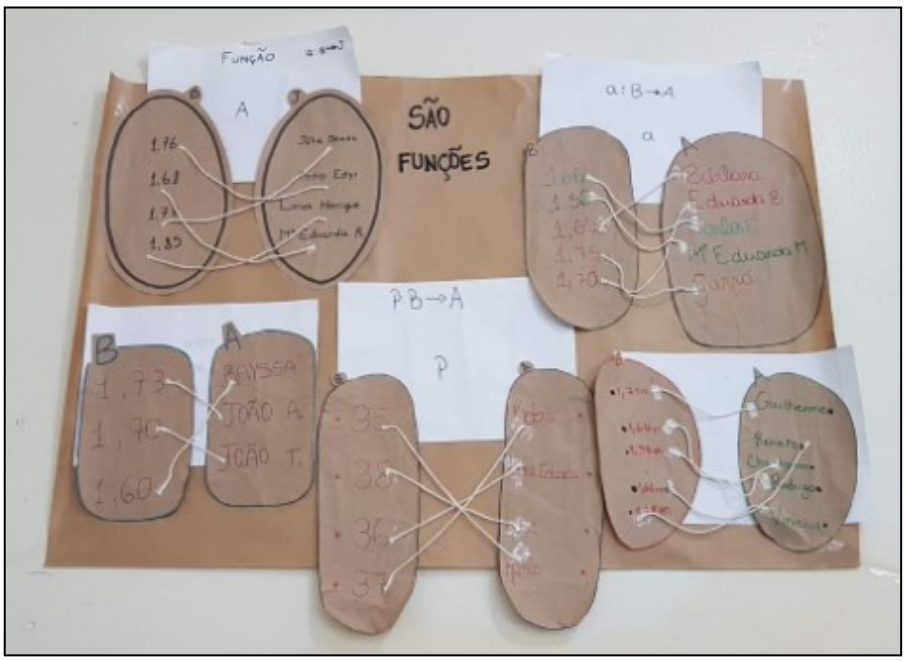
O grupo seguiu para o próximo momento da atividade sem perceber o erro.

Finalizada essa etapa, cada grupo apresentou seu cartaz para os demais colegas. Todos desenvolveram muito bem e explicaram com vocabulário próprio, não usaram linguagem formal matemática. Muitos usaram o exemplo inicial, referindo os elementos dos conjuntos como casais.

Um momento em particular, foi a apresentação do grupo que se equivocou na construção do conjunto. Um dos alunos iniciou a fala, afirmando que a relação era função, mas se deu conta do erro quando foi explicar, em voz alta, sem olhar para o cartaz. Como todos do grupo tinham 16 anos, ele percebeu que não se tratava de uma função e o grupo corrigiu o erro na construção do diagrama.

Todas as relações que se caracterizaram funções, foram reunidas em um grande cartaz (Figura 18) e todas que não indicavam função, em outro (Figura 19).

Figura 18 – Diagramas que representam funções.



Fonte: Arquivo da Autora.

Figura 19 – Diagramas que não representam funções.

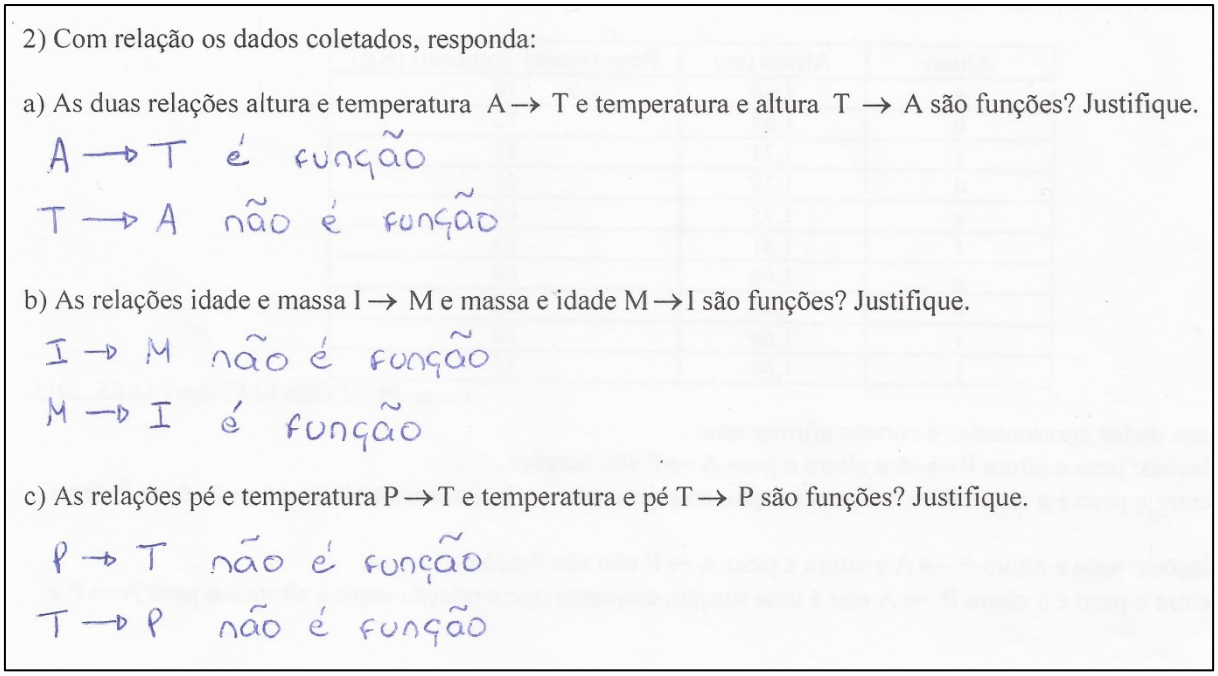
Fonte: Arquivo da Autora.

Os cartazes foram confeccionados pelos alunos. Os grupos em que a relação era função uniram-se, titularam e organizaram o cartaz, assim como os grupos em que a relação não caracterizava uma função.

A próxima etapa, a resolução das atividades finais, foi realizada com a mesma formação dos grupos. Este último conjunto de exercícios tem por objetivo verificar se o aluno é capaz de interpretar informações obtidas da leitura de tabelas e aplicar o conceito de função e suas representações.

A atividade 2, Figura 20, usava os dados coletados pelos alunos (Figura 11), relacionava duas das grandezas e questionava se a relação solicitada era função ou não.

Figura 20 - Repostas da atividade 2.


2) Com relação os dados coletados, responda:

a) As duas relações altura e temperatura A → T e temperatura e altura T → A são funções? Justifique.

A → T é função

T → A não é função

b) As relações idade e massa I → M e massa e idade M → I são funções? Justifique.

I → M não é função

M → I é função

c) As relações pé e temperatura P → T e temperatura e pé T → P são funções? Justifique.

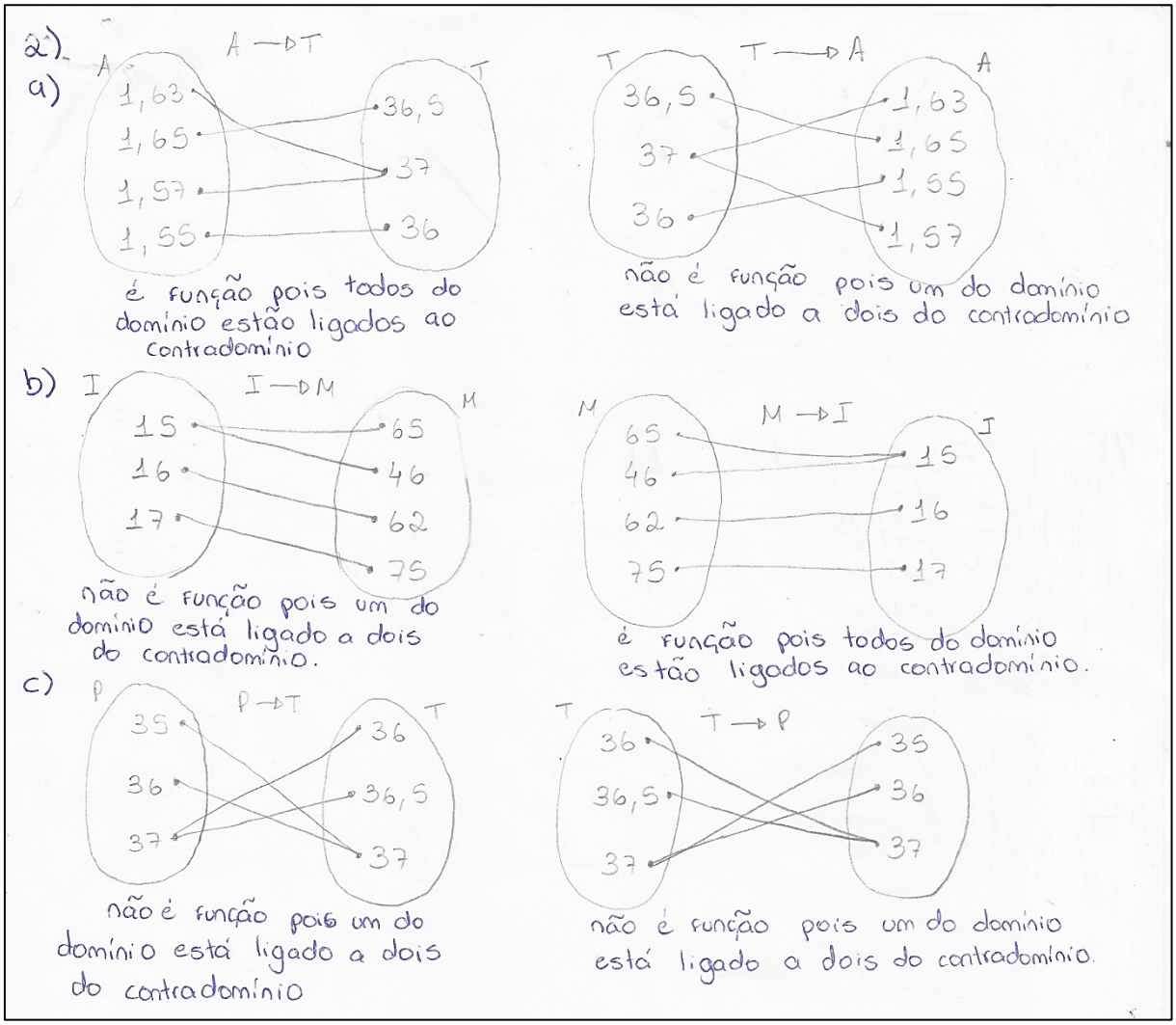
P → T não é função

T → P não é função

Fonte: Arquivo da Autora.

Analisando o comportamento e as respostas dos alunos, percebeu-se que a maneira escolhida para verificar as relações, foi o Diagrama de Venn. Quase todos os grupos esboçaram os diagramas para verificar a relação, como mostra a Figura 21.

Figura 21 – Justificativas da atividade 2.



Fonte: Arquivo da Autora.

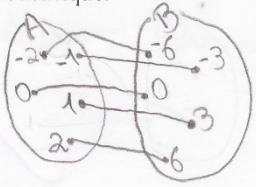
Os grupos demonstraram entendimento da leitura dos dados em tabela e aplicação do conceito de função nas relações entre as grandezas solicitadas.

A atividade 3, Figura 22, apresentava dados em tabela e a relação através da leitura convencional e não algébrica. Os alunos precisavam esboçar o diagrama e depois verificar se a relação se tratava de uma função ou não.

Figura 22 – Atividade 3.

3) Observe os conjuntos A e B relacionados da seguinte forma: em A estão alguns números inteiros e em B, outros.

Através de diagramas, associe cada elemento de A ao seu triplo em B. Após, indique se a relação representa uma função. Justifique.



É função, pois cada elemento do domínio está associado a somente um elemento do contradomínio.

x ∈ A	y ∈ B
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

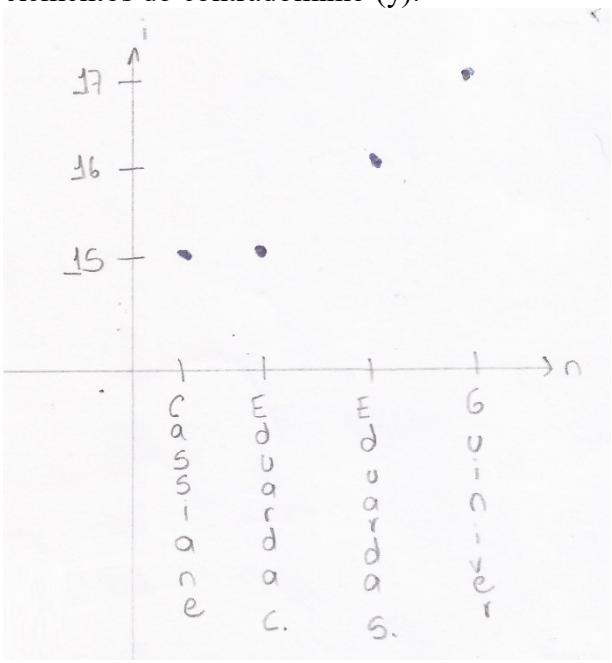
Fonte: Arquivo da autora.

Nota-se que os alunos conseguiram interpretar os dados dispostos na tabela e a relação em linguagem convencional, afirmando que se tratava de uma função.

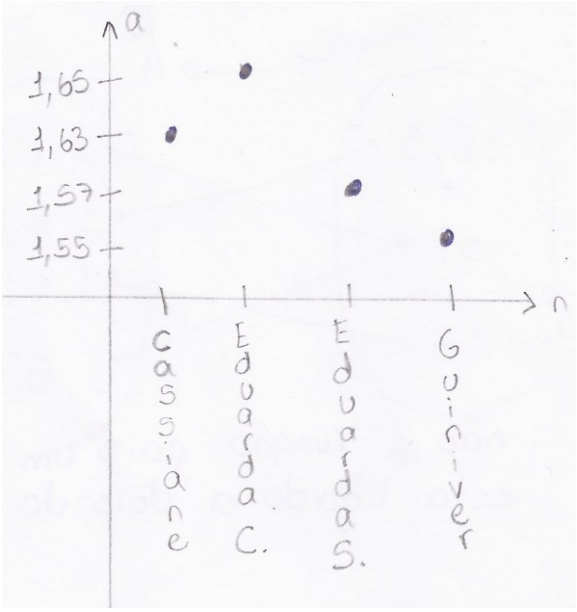
As atividades 4 e 5, Figura 23, buscavam a representação da função através do plano cartesiano.

Figura 23 – Atividade 3.

4) Utilizando os dados do quadro da atividade 1, represente no plano cartesiano a função nome e idade N→ I, sendo nomes os elementos do domínio (x) e as idades elementos do contradomínio (y).



5) Utilizando os dados do quadro da atividade 1, represente no plano cartesiano a função nome e altura N → A, sendo nomes os elementos do domínio (x) e as alturas elementos do contradomínio (y).

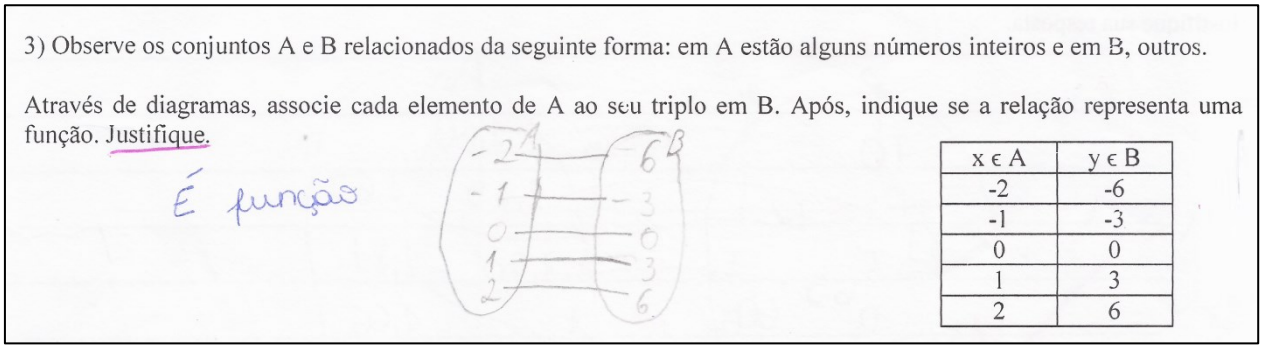


Fonte: Arquivo da autora

As representações das funções $Nome \rightarrow Idade$ e $Nome \rightarrow Altura$ através do gráfico foram compreendidas pelos alunos.

Como se percebe nas respostas dos grupos, não foi exigida notação matemática. O objetivo da autora era que a definição de função fosse compreendida de uma forma ampla e não limitada a um tipo de representação ou conteúdo. Os erros dos alunos nas questões de 2 a 5 correspondem a 19%. Grande parte deles foi em decorrência de alguma justificativa que era exigida e não foi apresentada, conforme Figura 24.

Figura 24 – Erro na atividade.


3) Observe os conjuntos A e B relacionados da seguinte forma: em A estão alguns números inteiros e em B, outros.

Através de diagramas, associe cada elemento de A ao seu triplo em B. Após, indique se a relação representa uma função. Justifique.

É função

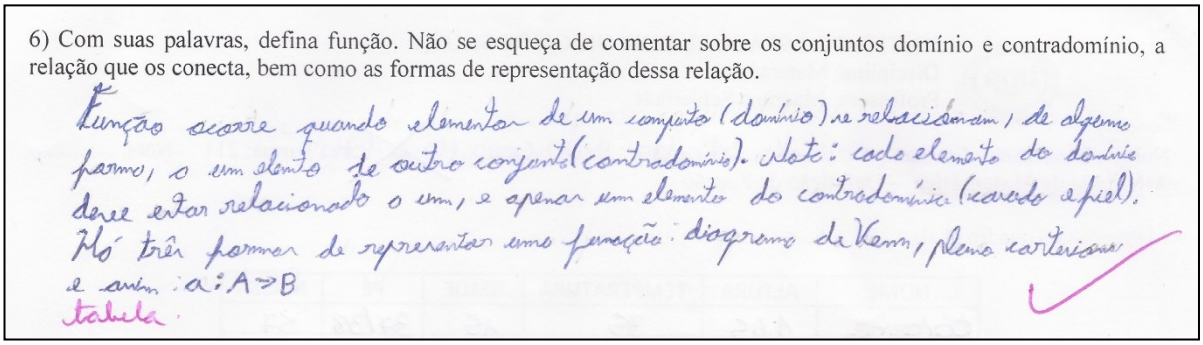
x ϵ A	y ϵ B
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

Fonte: Arquivo da autora

Como as atividades exigiam uma explicação, pois não apresentavam cálculos, alguns grupos não a fizeram, outros não participaram de toda a atividade e no momento de realizar os exercícios não conseguiram, ficando o entendimento de função para a correção das atividades.

As questões 6 e 7, eram avaliativas e tiveram 75% e 50% de acertos, respectivamente. A questão número 6, Figura 25, que era a principal da atividade, exigia que os alunos construíssem a definição de função, já que ela não foi apresentada nem registrada formalmente pela autora. Ou seja, os grupos precisavam retomar todo trabalho desde a sua origem para compor a resposta. Nas Figuras 25 e 26, estão apresentadas duas definições que se destacaram.

Figura 25 – Atividade 6.



6) Com suas palavras, defina função. Não se esqueça de comentar sobre os conjuntos domínio e contradomínio, a relação que os conecta, bem como as formas de representação dessa relação.

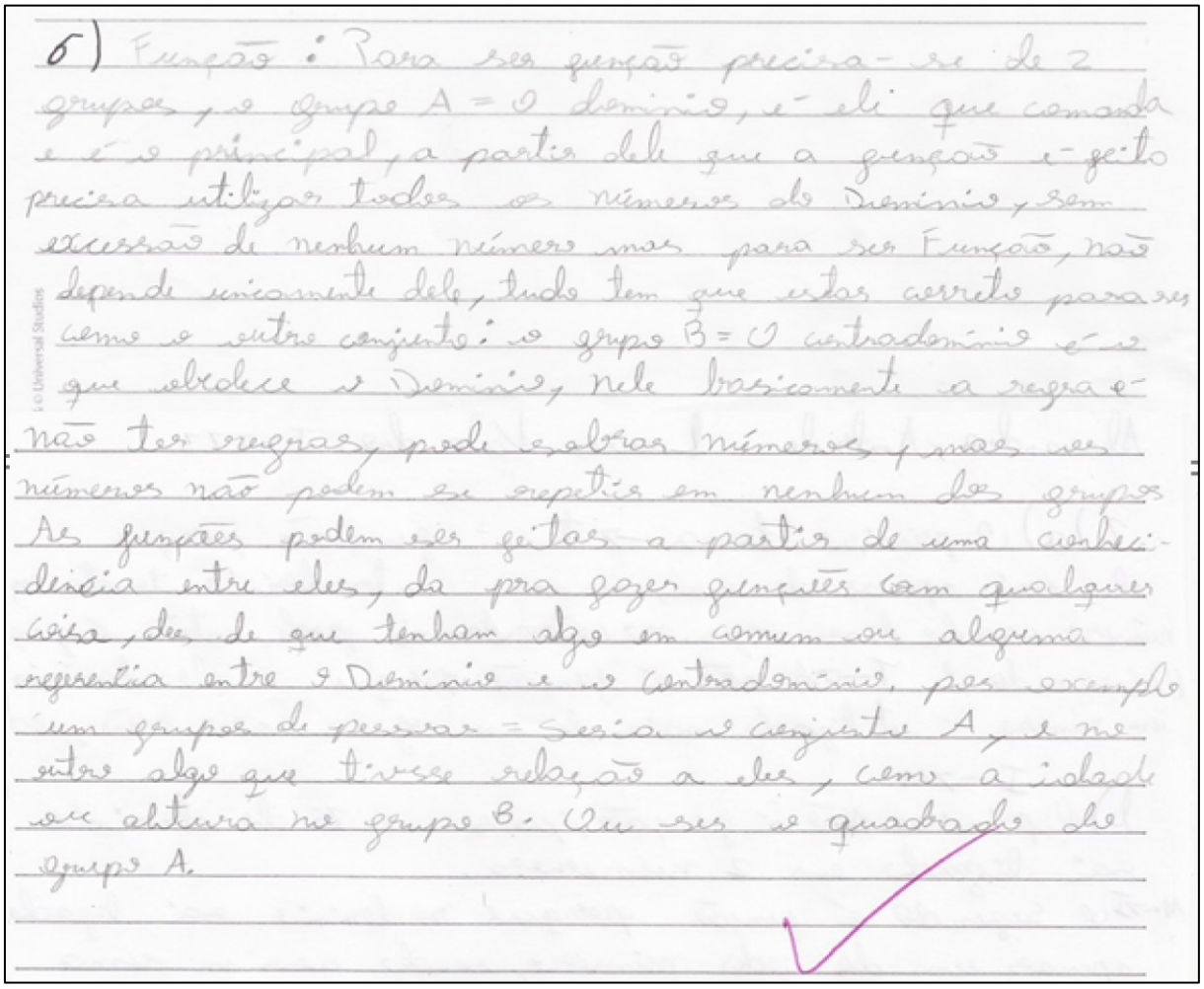
Função ocorre quando elementos de um conjunto (domínio) se relacionam, de alguma forma, o um elemento de outro conjunto (contradomínio). obs: cada elemento do domínio deve estar relacionado a um, e apenas um elemento do contradomínio (exceto a fiel). Há três formas de representar uma função: diagrama de Venn, plano cartesiano e outra: a: A→B

tabela.

Fonte: Arquivo da autora

A resposta acima traz de maneira informal a definição de função completa. Diz que existem dois conjuntos que se relacionam de alguma forma e ainda cita a relação unívoca, usando um exemplo discutido em aula.

Figura 26 – Atividade 6



6) Função: Para ser função precisa-se de 2 grupos, o grupo A = O domínio, é ali que comanda e é o principal, a partir dele que a função é feita precisa utilizar todos os números do Domínio, sem excessão de nenhum número mas para ser Função, não depende unicamente dele, tudo tem que estar correto para ser como o outro conjunto: o grupo B = O contradomínio é o que obedece o Domínio, nele basicamente a regra é não ter regras, pode escolher números, mas os números não podem se repetir em nenhum dos grupos As funções podem ser feitas a partir de uma coerência entre eles, da pra fazer funções com qualquer coisa, desde que tenham algo em comum ou alguma regularidade entre o Domínio e o Contradomínio. por exemplo um grupos de pessoas = seria o conjunto A, e no outro algo que tivesse relação a eles, como a idade ou altura no grupo B. Ou ser o quadrado do grupo A.

Fonte: Arquivo da autora

Na Figura 26, observa-se que o grupo cita como exemplo de função uma relação entre a idade e a altura e um número e o seu quadrado. Situações completamente livres, sem a rigidez dos pares ordenados ou leis de formação.

Podemos observar nos registros apresentados que os alunos atingiram um alto nível de entendimento sobre as relações que são funções.

O exercício 7, Figura 27, traz a atividade que inspirou esse projeto. Nela, os alunos precisaram dedicar tempo, já que eram muitos dados para relacionar e interpretar cada opção de resposta para identificar a correta.

Figura 27 – Atividade 7

7) Na tabela abaixo são apresentados dados coletados por um professor em sala de aula referente a altura (em metros) e o peso/massa corporal (em quilogramas) de dez aluno.

Aluno	Altura (m)	Peso (massa corporal) (Kg)
a	1,60	70
b	1,65	72
c	1,75	81
d	1,70	65
e	1,75	60
f	1,81	93
g	1,66	68
h	1,76	82
i	1,60	70
j	1,64	55

Fonte: FUNÇÕES ELEMENTARES, 2015.

Com relação aos dados apresentados é correto afirmar que:

a) As duas relações: peso e altura P → A e altura e peso A → P são funções.

b) A relação entre o peso e a altura P → A é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A → P não é uma função.

c) As duas relações: peso e altura P → A e altura e peso A → P não são funções.

d) A relação entre o peso e a altura P → A não é uma função, enquanto que a relação entre a altura e o peso A → P é uma função.

Justifique sua resposta.

P → A é função, pois todos os elementos do domínio estariam associados a somente um elemento do contradomínio.
A → P não é função, pois a altura 1,75m estaria associada a mais de um elemento do contradomínio (81 e 60).

Fonte: Arquivo da autora

Embora a atividade, não apresentasse nenhum conhecimento matemático diferente dos trabalhados nas outras questões, a não ser, pela atenção, já que trazia muitos elementos para análise, leitura e interpretação de texto, apenas metade dos grupos conseguiu resolvê-la por

completo. Atribui-se a dificuldade a falta de atenção devido à proximidade do recreio, momento em que os alunos dispersam e se dedicam menos às tarefas, ao número de integrantes dos grupos, nem todos acabam participando efetivamente do pensar e devido à dificuldade de interpretar o texto das opções. Os alunos tem muita dificuldade com a Língua Portuguesa.

O objetivo principal das atividades era verificar se os alunos eram capazes de interpretar informações quaisquer dispostas em tabelas e aplicar o conceito de função e suas representações. De acordo com o conteúdo apresentado pelos alunos, percebe-se que os mesmos são capazes de interpretar, representar e reconhecer situações que envolvam a definição de função.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Definir função é uma ação que permeia todas as salas de aula, mas muitos professores optam em "passar batido" pela definição e dar sequência ao estudo, priorizando alguns tipos de função como: polinomiais de 1º e 2º graus, por exemplo, ou simplesmente associam a função a um tipo de produto cartesiano, tornando o conteúdo distante da realidade dos estudantes e limitando seus horizontes para as quatro paredes da sala de aula.

Como foi explanado no corpo do texto, trabalhamos com adolescentes que cresceram com o celular e tecnologias nas mãos, adolescentes que preferem o *Youtube* à novelas, que nunca prestaram atenção em Telejornais, pois certamente não foi escolha deles àquele canal de TV, adolescentes acostumados a fazer perguntas para o celular e ele, imediatamente, responder. Jovens ansiosos, alguns mal-educados e doentes.

Como fazer com que esse adolescente se concentre num professor que fala, escreve e lê, uma língua estranha a ele? Como fazê-lo querer permanecer numa sala feia, sem pintura, às vezes, suja ou com cadeiras quebradas? Como resistir às tentações que o mundo oferece, sem uma família estruturada ou alguém que o oriente?

Pensando em driblar todas essas dificuldades, o plano de aula apresentado nesse Trabalho de Conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, buscou tornar o momento de troca de sala de aula, mais atrativo e eficaz. Os alunos participaram de todas as atividades, demonstraram interesse, boa vontade, questionaram, responderam e aprenderam.

Algumas alterações poderiam ser realizadas para uma segunda experiência em uma nova turma, como por exemplo: as medições da altura, temperatura e montagem dos diagramas nos cartazes poderiam ser realizadas em outro ambiente, fora da sala de aula. A troca de ambiente faz com eles recebam a atividade com mais expectativa, boa vontade e menos resistência. Poderia ser realizada uma alteração no número de integrantes no momento da resolução das atividades. Os alunos trabalhariam em duplas e não quartetos, pois a atividade requer concentração e quatro integrantes dispersam ao invés de focar. Aumentar a duração do plano para quatro períodos de 50 minutos ou realizar a avaliação em um momento especial para ela. Com mais tempo, os alunos poderiam realizar as atividades com mais calma e elaborar melhor suas respostas.

Como sequência das aulas, poderia se desenvolver o estudo das propriedades, funções inversas e funções no plano cartesiano. Os cartazes com os diagramas auxiliariam no entendimento de que só as funções bijetoras são invertíveis e através do aplicativo Geogebra, se elaboraria uma análise dos coeficientes e os movimentos das funções através de um estudo dirigido no celular ou na sala de informática da escola.

Esse trabalho de conclusão permitiu uma reflexão sobre as práticas concretas no ensino de matemática, ficando claro que através da realidade do aluno e o uso de materiais concretos, fica mais fácil construir o conhecimento, estimular a criatividade e ainda tornar as aulas de Matemática menos exaustivas e monótonas.

Existe uma distância considerável entre a escola ideal e a escola real, ou a escola que temos e a escola que queremos. Várias situações do dia-a-dia impedem que o exercício docente seja realizado como o planejado e outras situações impedem que os docentes planejem suas aulas de acordo com as necessidades de cada grupo que atuam. A boa vontade e a constante atualização do professor em relação a metodologias e tecnologias são fundamentais para que consigamos melhorar o ensino da Matemática em nosso país.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio/Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, vol. 2, 2006. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2019.

CAETANO, Paulo Antonio Silvani; PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Matem@tica na Pr@tica**. Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. Módulo II. Funções Elementares. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações**. Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. v.1.

LIMA, Elon Lages. **Conceituação, Manipulação e Aplicações - Os três componentes do ensino da matemática**. 6 f. Artigo (Revista do Professor de Matemática 41) IMPA RJ, 1999. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/rpm41.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2019.

LORENZATO, Sérgio; **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

PIAGET, Jean; **A psicologia da criança**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

TAPSCOTT, Don. **Geração Digital – crescente e irreversível ascensão da Geração Net**. (tradução de Ruth Gabriela Bahr). São Paulo: Makron Books, 1999.