UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Edinéia Filipiak

ABORDAGEM DIFERENCIADA DE GEOMETRIA EM SALA DE AULA

Palmeira das Missões, RS
2015

Edinéia Filipiak

ABORDAGEM DIFERENCIADA DE GEOMETRIA EM SALA DE AULA

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora: Profª. Drª. Mariza de Camargo

Palmeira das Missões, RS
2015

Edinéia Filipiak

ABORDAGEM DIFERENCIADA DE GEOMETRIA EM SALA DE AULA

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovado em 12 de dezembro de 2015:

Mariza de Camargo, Drª. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Maria Cecilia Pereira Santarosa, Drª. (UFSM)

Patricia Rodrigues Fortes, Drª. (UFSM)

Palmeira das Missões, RS
2015.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por ter me dado o dom da vida.

Ao Instituto Federal Farroupilha, Campus Frederico Westphalen, Direção Geral e de Ensino, alunos da turma 13 e, especialmente, à professora Renata Zachi, pelo incentivo e pela disponibilização de espaço para a realização das atividades propostas.

À professora Mariza de Camargo pelo incentivo, apoio e orientação neste trabalho.

Ao meu colega de Trabalho de Conclusão de Curso, Felipe Mendes, e a todos os colegas, professores e funcionários do curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio que de uma maneira ou de outra contribuíram para o meu crescimento e chegada até aqui.

Ao meu companheiro de todas as horas, Mauro Jovir Zanon Júnior, pelo incentivo e apoio de sempre.

Por último, e não menos importante, agradeço minha família pela compreensão, apoio e estímulo durante esse período e sem a qual eu não estaria aqui hoje.

RESUMO

ABORDAGEM DIFERENCIADA DE GEOMETRIA EM SALA DE AULA

AUTORA: Edinéia Filipiak
ORIENTADORA: Mariza de Camargo

O presente trabalho tem como questão central o ensino de Geometria Plana no Ensino Médio, mais especificamente soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular. Essa temática foi trabalhada utilizando ladrilhos e deduzindo fórmulas, não somente utilizando fórmulas prontas na resolução de situações problemas, buscando assim verificar se essas estratégias auxiliam no processo de ensino e aprendizagem. A partir das observações realizadas durante a dinamização do plano de aula, das atividades individuais e em grupos realizadas pelos alunos e através dos questionários de opinião buscou-se analisar se as estratégias pedagógicas adotadas auxiliam não somente o professor em sala de aula, mas também o aluno na compreensão do tema. Assim, analisando todo o processo, foi possível perceber que os alunos estavam motivados para realizar as atividades, que gostaram das aulas e isso auxiliou no aprendizado deles e consequentemente no trabalho do professor. Portanto, pode-se concluir que as estratégicas pedagógicas adotadas se mostraram eficazes no processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Palavras-chave: Ensino. Geometria Plana. Ladrilhos. Resolução de problemas.

ABSTRACT

DIFFERENTIATED APPROACH GEOMETRY IN THE CLASSROOM

AUTHOR: Edinéia Filipiak
ADVISOR: Mariza de Camargo

The present work has as its central question the teaching of plane geometry in high school, specifically the sum of the interior angles of a convex polygon and value of the interior angles of a regular polygon. This theme is crafted using tiles and deducting formulas, not only using ready-made formulas to solve problem situations, thus seeking verify that these strategies help in the process of teaching and learning. From the observations made during the application of the lesson plan, of individual and group activities performed by students and through opinion questionnaires sought to analyze whether the adopted pedagogical strategies help not only the teacher in the classroom, but also the student in understanding the subject. Thus, analyzing the whole process, it was revealed that students were motivated to carry out the activities, they liked school and this helped in their learning and therefore the teacher's work. Therefore, it may be concluded that the pedagogical strategies adopted proved effective in the geometry teaching and learning.

Keywords: Teaching. Plane geometry. Tiles. Problem resolution.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Quando se fala em ensino de Matemática logo vem em nossa mente as dificuldades dos alunos em aprender Matemática. Dificuldades essas em entender conceitos e resultados, em resolver problemas, em aliar teoria com a prática... Considerando que o desempenho da maioria dos alunos na ciência dos números, tanto em sala de aula como em provas e exames nacionais, não é satisfatório, propõe-se neste trabalho uma abordagem diferenciada de Matemática, mais especificamente de Geometria, a ser trabalhada com alunos do Ensino Médio.

Essa abordagem diferenciada faz parte da proposta de aula inédita, a qual para o curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio da UFSM é uma estratégia pedagógica nova para o docente a ser aplicada em uma turma de Ensino Médio, para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso. Para a aplicação do plano de aula foi contatado o Campus Frederico Westphalen do Instituto Federal Farroupilha.

O Campus Frederico Westphalen do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, localizado na linha Sete de Setembro, BR 386, km 40 em Frederico Westphalen, recebeu as suas primeiras turmas de alunos no ano de 2015, onde, até então, ali ingressavam alunos vinculados ao Colégio Agrícola de Frederico Westphalen. No dia 30 de dezembro de 2014 foi publicada no Diário Oficial da União a portaria nº. 1.075, de 30 de dezembro de 2014 (BRASIL, 2014), que estabeleceu a transição do Colégio Agrícola de Frederico Westphalen (CAFW), vinculado à Universidade Federal de Santa Maria, para o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha. Com o Campus Frederico Westphalen o Instituto Federal Farroupilha passou a ter 11 campi.

A instituição tem como Missão “Promover a educação profissional, científica e tecnológica, pública, por meio do ensino, pesquisa e extensão, com foco na formação integral do cidadão e no desenvolvimento sustentável” (PDI 2014-2018), como Visão “Ser excelência na formação de técnicos de nível médio e professores para a educação básica e em inovação e extensão tecnológica” (PDI 2014-2018) e os seguintes Valores: “Ética; Solidariedade; Responsabilidade social e ambiental; Comprometimento; Transparência; Respeito; Gestão Democrática” (PDI 2014-2018).

Assim, além das atividades convencionais, são realizados no campus projetos e eventos a fim de garantir uma aprendizagem de qualidade em sala de aula e na vida dos alunos, como exemplo pode-se citar a Mostra de Ciências, um evento onde ocorrem apresentações de trabalhos dos alunos do Instituto e de alunos de outras escolas da região, bem como o EATI – Encontro Anual de Tecnologia da Informação, que reúne pessoas da área para discutir assuntos ligados à Tecnologia da Informação.

Na questão de infraestrutura o campus possui salas de aula, laboratórios de informática e de ciências, restaurante universitário, biblioteca, alojamentos para alunos, área de convivência, auditórios, ginásio de esportes e etc. Em relação a recursos humanos dispõe de docentes e técnicos administrativos em educação para atendimento da comunidade escolar.

Atualmente o Campus Frederico possui três turmas do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, nos turnos matutino e vespertino, uma turma do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, nos turnos matutino e vespertino, uma turma do curso Técnico em Agropecuária Subsequente, no turno noturno e uma turma do curso superior de Tecnologia em Sistemas para Internet, no turno noturno. Além dessas turmas de alunos, existem as que ingressaram pelo Colégio Agrícola de Frederico Westphalen da Universidade Federal de Santa Maria e estão em processo de conclusão.

A proposta de aula inédita foi aplicada na turma 13, 1º ano, do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, a escolha dessa turma se deu por parte da docente titular das turmas, que optou por disponibilizar essa para a realização das atividades propostas, visto que estavam mais adiantados nos conteúdos e assim poderia ser trabalhada a parte introdutória de Geometria, a qual faz parte do conteúdo programático da turma.

De um modo geral, a turma, constituída por 32 alunos, é formada por alunos de todas as classes sociais, sendo que a grande parte tem renda familiar menor que um salário mínimo e meio por pessoa, advindos, a maioria da zona rural, de diversas cidades do estado: Vicente Dutra, Seberi, Ronda Alta, Sarandi, Liberato Salzano, Ametista do Sul, Dois Irmãos das Missões, Tiradentes do Sul, Novo Machado, Vista Alegre, Constantina, Erval Seco, Novo Barreiro e Nova Boa Vista, alguns de Frederico Westphalen e até mesmo de cidades mais distantes como Santo Antônio do Sudoeste – Paraná.

A faixa etária dos alunos está entre 14 e 18 anos, mas a grande maioria está com 15 anos. Com relação ao comportamento e rendimento escolar, a turma não é muito agitada e de um modo geral tem um rendimento bom. Dentre os alunos da turma que apresentam mais dificuldades no entendimento e na realização das atividades estão os dois alunos que têm 18 anos. Para superar essas dificuldades existe um horário extraclasse para recuperação paralela, onde os alunos são convidados a participar para sanar suas dúvidas e assim melhorar seus desempenhos.

O tema escolhido para a aula inédita foi Geometria Plana: soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular. Geometria não é um tema difícil, mas envolve sempre vários conceitos e resultados que acabam muitas vezes desestimulando o aluno e consequentemente o professor. Podemos perceber que, na Educação Básica, sempre que inicia o ano letivo inicia-se o ensino de Matemática por qualquer conteúdo menos Geometria. Assim, no final do ano, se houver tempo se trabalha com esse tema, muitas vezes de forma abstrata e descontextualizada. O que se vê é que o tema Geometria é muitas vezes esquecido ou pouco valorizado nos programas escolares.

Por isso as estratégias pedagógicas propostas para abordar o tema da aula inédita foram: utilização de materiais concretos na resolução de situações problemas e dedução das fórmulas que serão utilizadas nos problemas propostos (não apenas memorização de fórmulas prontas).

Acredita-se que dessa forma o processo de ensino e aprendizagem é mais dinâmico e assim os alunos ficam mais motivados a estudar e a aprender Geometria.

Para a construção dos materiais concretos, no caso os ladrilhos, teve-se como base o livro Desafio Geométrico (DIAS e SAMPAIO, 2013). E para a proposta das atividades do plano de aula buscou-se atender os objetivos dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), ou seja, trabalhar Geometria de modo que o aluno possa utilizar formas geométricas para visualizar ou representar partes do mundo real para a resolução de problemas.

No presente capítulo foi apresentada uma breve descrição da escola, da turma e dos estudantes participantes da aula, bem como o tema e as estratégias pedagógicas adotadas para a aula inédita. Ao longo do trabalho será apresentado no capítulo 2 um referencial bibliográfico sobre o tema, no capítulo 3 o plano de aula e uma análise a priori, no capítulo 4 uma análise a posteriori do plano de aula e por fim as conclusões.

2 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

2.1 REFORMAS NO ENSINO MÉDIO E O PAPEL DA EDUCAÇÃO

De acordo com as bases legais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), nos anos 60 e 70 o sistema educacional brasileiro estava organizado de modo a formar pessoas capazes de dirigir processos de produção ou dominar a utilização de máquinas, por se tratar de um período industrial. Assim, os alunos saiam do ensino médio já com uma profissão e consequentemente a procura por ensino superior não era tão exigida.

Ainda segundo as bases legais (BRASIL, 2000), mais tarde, por volta dos anos 90, com o avanço tecnológico, os parâmetros para a formação dos estudantes começaram a mudar. No ensino médio já não se propunha mais uma formação específica e sim uma formação mais geral, onde o educando pudesse adquirir capacidade para utilizar as tecnologias existentes, pesquisar e saber analisar e selecionar as informações disponíveis, ou seja, aprender a ser mais crítico e não apenas fazer um exercício de memorização.

Com a Lei 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), o Ensino Médio passou a fazer parte da Educação Básica, a qual é obrigatória e gratuita dos quatro aos dezessete anos de idade e, portanto, um dever do Estado. O Ensino Médio constituindo a etapa final da Educação Básica significa que "tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (Art. 22, Lei nº 9.394/96).

A reforma curricular proposta nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) organiza os conteúdos em três grandes áreas - Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias – onde essas áreas têm objetos de estudo em comum, o que facilita o trabalho interdisciplinar, ou seja, com a junção de conhecimentos de várias disciplinas é possível resolver problemas concretos ou entender fenômenos sob diferentes pontos de vistas.

No que se refere às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's (BRASIL, 2000) trazem que a aprendizagem nessa ciência, no Ensino Médio, deve ser na perspectiva de se apropriar e de construir significados mais abstratos. Os educandos devem desenvolver conhecimentos científicos para compreenderem o mundo real, onde apesar de o mundo ser o mesmo, os objetos de estudos mudam constantemente com a evolução das tecnologias, e assim poderem associar as tecnologias com os problemas existentes para proporem soluções. Os estudos devem considerar que a Matemática é uma linguagem utilizada para modelar problemas reais e que essa linguagem se comunica com outras ciências.

> Enfim, a aprendizagem na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias indica a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade. (BRASIL, 2000, p. 20).

2.2 ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Com o Ensino Médio constituindo a etapa final da Educação Básica o ensino de Ciências e de Matemática nesse nível deve complementar e aprofundar os estudos iniciados no Ensino Fundamental. Isso se torna possível, pois os alunos já tem uma maturidade maior e consequentemente conseguem ter um melhor discernimento dos seus deveres e direitos, bem como o aprendizado disciplinar.

A área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000), tem por objetivos formar cidadãos capazes de aprenderem a aprender, ou seja, que consigam continuar aprendendo de forma autônoma e que tenham condições de intervir e avaliar em situações do mundo real. Para que se tenha êxito em tais anseios os PCN’s trazem que:

> Um dos pontos de partida para esse processo é tratar, como conteúdo do aprendizado matemático, científico e tecnológico, elementos do domínio vivencial dos educandos, da escola e de sua comunidade imediata. Isso não deve delimitar o alcance do conhecimento tratado, mas sim dar significado ao aprendizado, desde seu início, garantindo um diálogo efetivo. A partir disso, é necessário e possível transcender a prática imediata e desenvolver conhecimentos de alcance mais universal. Muitas vezes, a vivência, tomada como ponto de partida, já se abre para questões gerais, por exemplo, quando através dos meios de comunicação os alunos são sensibilizados

> para problemáticas ambientais globais ou questões econômicas continentais. Nesse caso, o que se denomina vivencial tem mais a ver com a familiaridade dos alunos com os fatos do que com esses fatos serem parte de sua vizinhança física e social. (BRASIL, 2000, p. 7).

Assim, é preciso buscar trabalhar os conteúdos matemáticos em situações cotidianas para os alunos, de modo que eles participem ativamente da prática educacional, não de uma maneira isolada e não apenas ouvindo o professor, mas trabalhando em grupo para também desenvolver a cidadania.

Considerando que os alunos não são iguais, possuem motivações, interesses e capacidades diferentes, o ensino de Matemática deve ser de modo a atender a todas essas diferenças.

Levando isso em conta, para os PCN’s (BRASIL, 2000) a Matemática do Ensino Médio tem um valor formativo e um valor instrumental, é vista como ciência e tem uma relação com a tecnologia. O caráter formativo está na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo e o caráter instrumental está na aplicação dos conteúdos na prática, onde o aluno deve ter condições de decidir qual a melhor estratégia ou adaptá-la a determinada situação. Em relação a Matemática ser vista como ciência, é importante que o aluno entenda que as definições e demonstrações servem para construir outros conceitos e comprovar intuições, e é nesse contexto que deve ser dado subsídios para os alunos continuarem aprendendo ao longo de suas vidas. As tecnologias influenciam muito a vida dos seres humanos, pois com as evoluções vão se exigindo novas competências e a quantidade de informações é elevada, por isso é necessário um aprendizado contínuo e que se desenvolva habilidades para trabalhar com essa quantidade de informações.

> Assim, as funções da Matemática descritas anteriormente e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (BRASIL, 2000, p. 41).

Tendo em vista que aprender Matemática no Ensino Médio não é apenas um processo de memorização de conceitos e resultados, nos PCN’s estão elencadas algumas competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos no ensino médio. Essas competências e habilidades estão organizadas em três seções: Representação e comunicação, investigação e compreensão e contextualização sócio-cultural, onde é descrito a seguir, em cada uma das seções, quais competências e habilidades devem ser desenvolvidas segundo os PCN’s (BRASIL, 2000).

Na primeira seção, ao final do Ensino Médio, os alunos devem ser capazes de utilizar a linguagem Matemática como representação e comunicação, ou seja, devem saber ler, escrever e interpretar textos matemáticos, utilizar representações matemáticas, instrumentos de medição e de desenho corretamente e exprimir-se com clareza, tanto na linguagem materna como na linguagem Matemática.

Em investigação e compreensão, a segunda seção das habilidades e competências que os alunos devem desenvolver em Matemática ao final do Ensino Médio, reúne-se as questões relacionadas à resolução de problemas, desde a parte da identificação de um problema até a exposição dos resultados da resolução desse problema. Além de saber identificar e expor os resultados de um problema, os alunos devem, nessa seção, ser capazes de formular hipóteses e prever resultados, selecionar estratégias de resolução de problemas, analisar resultados com argumentos convincentes e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos para comprovar intuições.

Na terceira e última seção, contextualização sócio-cultural, os PCN’s propõem que os alunos sejam capazes de utilizar a Matemática para compreender fenômenos naturais e assim propor soluções aos problemas, relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade e utilizar as tecnologias existentes.

Esse conjunto de competências e habilidades exposto acima orienta o docente de Matemática na hora do planejamento das suas aulas, bem como na escolha das estratégias pedagógicas a serem adotadas para que possa ter êxito em seus objetivos.

2.3 ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) determinam três temas estruturadores a serem trabalhados nos três anos do Ensino Médio: Álgebra: números e funções, Geometria e medidas e Análise de dados. Tais temas auxiliam no desenvolvimento das competências e habilidades desejadas para o Ensino Médio.

Mais especificamente falando do tema Geometria e medidas, assunto abordado no plano de aula dessa monografia, ele é proposto, nas Orientações Educacionais Complementares aos PCN’s (BRASIL, 2000), em quatro unidades temáticas: geometrias plana, espacial, métrica e analítica. Assim, a Geometria, presente tanto em formas naturais como construídas, no Ensino Médio é trabalhada nas formas planas e tridimensionais e suas representações.

Ainda segundo as Orientações Educacionais Complementares aos PCN’s (BRASIL, 2000), o aluno saber utilizar as formas geométricas para representar o mundo real ou parte dele é uma capacidade importante a ser desenvolvida no Ensino Médio, isso se deve ao fato de que tal capacidade irá auxiliar na resolução de problemas não somente matemáticos, mas também de outras disciplinas. Aliado a isso o aluno terá capacidade de interpretar desenhos e planificações, argumentar com fundamentação e buscar soluções para problemas diversos.

Essas unidades temáticas precisam ser trabalhadas de modo a aprofundar o que foi visto no Ensino Fundamental de maneira experimental e com deduções informais. No Ensino Médio os alunos já tem capacidade para entender o significado de axiomas, teoremas, postulados e demonstrações, isso não quer dizer que deverão ser capazes de memorizar resultados e demonstrações, mas sim entender que a Matemática como ciência auxilia na comprovação de intuições e na construção de um pensamento lógico.

As unidades temáticas Geometria Plana e Geometria Espacial, segundo as Orientações Educacionais Complementares, abrangem o estudo de:

> [...] propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais; análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos. (BRASIL, 2000, p. 123).

Na unidade temática Geometria Métrica, segundo as Orientações Educacionais Complementares (BRASIL, 2000), é abordado cálculos de distâncias, com precisões e estimativas de erros, áreas e volumes, considerando as relações geométricas existentes entre os elementos trabalhados. Já na unidade Geometria Analítica é trabalhado com as propriedades e os elementos geométricos algebricamente, ou seja, resolvendo equações, inequações ou sistemas.

Com relação ao tema discutido ao longo desse trabalho, as Orientações Educacionais Complementares trazem como conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas na unidade temática Geometria Plana: semelhança e congruência; representação de figuras:

> • Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
> • Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.
> • Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
> • Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
> • Fazer uso de escalas em representações planas. (BRASIL, 2000, p. 125).

2.4 CONTEXTUALIZANDO A PROBLEMÁTICA

Dar uma aula e ter a atenção dos alunos e vê-los motivados é o desejo de todo o professor e mais ainda dos professores de Matemática, onde o desinteresse pela disciplina é maior. Algumas vezes o interesse do aluno está relacionado com a motivação do professor ou com o seu modo de trabalhar. Mais especificamente falando do conteúdo de Geometria, vemos que esse tema muitas vezes é deixado em segundo plano e isso não é de hoje. Há vários anos atrás já se tinha essa preocupação, Pavanello (1989) apresentou uma dissertação em que abordava o abandono do ensino de Geometria contextualizando historicamente a problemática.

Mais recentemente, no livro *Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática*, encontramos outros autores que compartilham essa mesma inquietação, as autoras Guder e Notare (2011) dizem que:

> Na nossa experiência docente, foi possível observar que a Geometria, muitas vezes, é esquecida nas escolas, ou, quando ensinada, não se dá a devida ênfase a esse tema. Como é um assunto que está incluído nos objetivos específicos da maioria das séries, os conteúdos acabam sendo deixados para o final do ano, e, às vezes, sequer são trabalhados. (GUDER e NOTARE, 2011, pg.116).

Nesse mesmo trabalho encontramos relatos de conversas com professores, que as autoras realizaram, onde eles afirmam que deixam para trabalhar Geometria no final do ano e acabam não tendo tempo de apresentar de maneira produtiva esse conteúdo aos alunos e quando é trabalhado isso se dá de maneira muito abstrata.

Corroborando com isso, na Etapa III do livro Conteúdo e Prática: Olhar Conceitual na Sala de Aula é possível encontrar, na página 142, três fatores de dificuldades sobre o processo de ensino e aprendizagem da Geometria no Brasil:

> 1 A disciplina é frequentemente esquecida, pois cada instituição decide os conteúdos que considera importantes para seus alunos;
> 2 Os professores não estão preparados para trabalhar segundo as recomendações apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM;
> 3 E os problemas geométricos apresentados nos livros didáticos privilegiam resoluções algébricas. (Almouloud, et al., 2004 apud MATTOS, ROSA e GIRALDO, 2013, p. 142).

Mas pesar das dificuldades encontradas, assim como outros temas matemáticos, o ensino de Geometria precisa ser desenvolvido de uma maneira produtiva e ele tem a sua importância, pois:

> A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p. 182-183).

Outros autores reafirmam a importância do ensino de Geometria, como é o caso de Manoel (2014, p. 30) onde ele diz que “[...] a importância e a necessidade de ensinar Geometria estão presentes na história da humanidade, seja na organização do espaço, ou mesmo nas diversas formas do homem matematizar a realidade.”. Nesse mesmo artigo o autor apresenta a seguinte citação que deixa muito clara a necessidade do ensino de Geometria:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995 apud MANOEL, 2014 p. 43-44).

Dessa forma, esse trabalho de monografia propõe uma abordagem diferenciada de Geometria em sala aula, focando na aplicabilidade e na utilização de materiais concretos.

2.5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As maiores descobertas feitas pela humanidade surgiram a partir do intuito de resolver problemas, o que consequentemente serviu para auxiliar e incentivar a evolução da maneira como encaramos a vida em sociedade. Assim, a Matemática desempenha um importante papel nas atividades humanas.

Por esse importante papel que a Matemática desempenha na vida em sociedade, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) trazem a resolução de problemas como uma peça chave para o ensino de Matemática, isso se deve ao fato de que o aluno estará mais engajado se estiver enfrentando um desafio do que simplesmente desenvolvendo exercícios análogos aos expostos pelo professor. Além disso,

> [...] Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. (BRASIL, 2000, p. 113).

Alguns autores ampliam a resolução de problemas para algo a mais que uma metodologia de ensino:

> A Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar, e consequentemente, do que significa aprender [...] na Resolução de Problemas trata-se de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução. (Diniz, 2001 apud LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 60).

Nesse sentido a resolução de problemas deve ser encarada como algo desafiador, motivador e não como algo mecânico, onde se está sempre seguindo exemplos.

O modo de se trabalhar com problemas matemáticos em sala de aula tem passado por grandes mudanças, Onuchic (2012 apud AZEVEDO, 2014, p. 76) argumenta como deve se dar o processo de ensino, aprendizagem e avaliação:

> O ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia

> integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução de problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ONUCHIC, 2012 apud AZEVEDO, 2014, p. 76).

O que se observa hoje é que a resolução de problemas não está incorporada na prática docente, isso, possivelmente, se deve ao fato de que o professor não teve contato com essa metodologia de ensino em sua formação inicial e continuada, para construir seus próprios conhecimentos a respeito dessa prática. Nessa perspectiva Azevedo (2014) argumenta:

> É na formação inicial que os licenciandos têm oportunidade de desenvolver ações pedagógicas em sala de aula, que lhes possibilite discutir questões fundamentais à sua prática fazendo conexões entre os conhecimentos matemáticos trabalhados na licenciatura e a Matemática escolar. (AZEVEDO, 2014, p. 82).

Assim, se o futuro professor tiver oportunidade de discutir sobre tal metodologia em sua formação ou formação continuada, ele terá condições de levar aos seus alunos uma aprendizagem Matemática com resultados satisfatórios.

2.6 MATERIAIS DIDÁTICOS CONCRETOS

Segundo Lorenzato (2010) material didático é qualquer recurso que auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Os materiais didáticos, que podem ser um livro, um jogo, uma embalagem, uma figura geométrica e entre outros, são importantes instrumentos que podem auxiliar o professor em sala de aula e os alunos na compreensão das aulas, visto que os materiais concretos ajudam a aproximar a teoria e a prática.

Utilizar um bom material concreto na dinamização de uma aula não é garantia de uma aprendizagem significativa dos alunos, ou seja, não é garantia que isso irá fazer sentido para os alunos, para Lorenzato (2010) o sucesso depende de o professor saber utilizar corretamente esses materiais e para isso ele deve se planejar bem antes, analisar o motivo da utilização desse material e como irá trabalhar com esse material em sua aula.

Na utilização de recursos didáticos, para Rêgo e Rêgo (2010) existem cuidados básicos a serem tomados pelos professores, dentre os quais se destacam:

> i) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
> ii) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> iii) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> iv) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> v) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
> vi) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2010, p. 54).

Para uma pessoa que conhece um sofá, por exemplo, viu e tocou, é muito fácil descrevê-lo, pois a imagem desse objeto vem em sua mente com todas as suas características, mas para quem não conhece fica muito difícil ou até mesmo impossível caracterizar sofá sem nunca ter utilizado ele. Por isso, da importância de partir do material concreto no ensino de Matemática, pois se for trabalhado somente com conceitos e resultados abstratos a aprendizagem dos alunos se torna mais difícil.

Nessa mesma perspectiva, Turrioni e Perez (2010) enfatizam a importância dos materiais concretos:

> O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. (TURRIONI; PEREZ, 2010, p. 61).

Alguns docentes têm receios em utilizar materiais concretos em turmas de alunos que não são mais crianças. Para Lorenzato (2010) a utilização de materiais didáticos pode ser feita independente do curso ou idade, isso quer dizer que não deve ser utilizado somente para crianças, para adultos ajuda também, o que deve ser verificado é se o assunto trabalhado é novidade ou não para os alunos, independente da idade deles.

Tendo em vista a importância do ensino de Geometria e que muitas vezes esse tema é deixado de lado nas escolas é que se propõe nesse trabalho uma abordagem diferenciada para o cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular.

Para essa abordagem diferenciada foi considerado os objetivos do ensino de Matemática e de Geometria, especificamente, constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Além disso, foi utilizado materiais concretos e resolução de problemas para abordar o tema de aula proposto, pois vários autores consideram tais estratégias eficazes, ou seja, deixam mais significativo o processo de ensino e aprendizagem.

3 PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Ao longo desse capítulo será apresentado o planejamento da aula inédita, bem como uma análise a priori desse plano, onde serão colocadas as expectativas que se tinha com a turma em relação às atividades propostas, o que se esperava que os alunos aprendessem, e as possíveis dificuldades que seriam enfrentadas.

3.1 PLANO DE AULA

O tema do plano de aula é Geometria Plana e o subtema é soma dos ângulos internos de um polígono convexo e valor dos ângulos internos de um polígono regular.

A seguir são expostos os objetivos e metas a serem alcançados pelos educandos com as atividades propostas:

- Determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo;
- Determinar o valor dos ângulos internos de um polígono regular;
- Reconhecer as formas geométricas que compõem um ladrilhamento;
- Ser capaz de elaborar críticas ou propostas;
- Defrontar-se com problemas, compreendê-los e enfrentá-los;
- Comunicar-se e argumentar-se;
- Trabalhar em grupo;
- Utilizar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real;
- Tomar gosto pelo conhecimento, aprender a aprender.

Buscando a atenção dos alunos e em consequência uma aprendizagem mais efetiva, serão utilizadas as seguintes estratégias pedagógicas para abordar o tema escolhido:

- Utilização de materiais concretos na resolução de situações problemas;
- Dedução das fórmulas da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e do valor dos ângulos internos de um polígono regular, e não a utilização de fórmulas prontas.

Para uma melhor organização da aplicação da aula, organizou-se um quadro (Quadro 3.1) com as atividades a serem desenvolvidas e o tempo estimado para concluí-las.

Quadro 3.1 - Etapas e tempo da aula

Etapas	**Tempo**
Atividade de apresentação	20 minutos
Revisão	45 minutos
Resolução de situação problema e dedução de fórmulas	2 horas e 30 minutos
Atividade em grupo	45 minutos
Atividades individuais	30 minutos

Fonte: Elaborado pela autora.

Para a aplicação do plano de aula proposto serão necessários os seguintes materiais:

- Conteúdo a ser revisado e situações-problema em folhas impressas, conforme anexos A, B e C;

- Ladrilhos, conforme Anexo D;

- Atividade, conforme Apêndice A;

- Questionário de opinião, conforme Apêndice B;

- Folhas para confeccionar e colar um triângulo e seus ângulos internos, cola e tesoura;

- Transferidor, quadro e giz/caneta.

Após a dinamização do plano de aula teremos alguns materiais produzidos pelos alunos que serão utilizados para fazer uma avaliação não somente da aula, mas também dos educandos, são eles:

- Fotos das atividades realizadas pelos alunos na situação problema do Anexo B;

- Áudio da apresentação das conclusões referente à atividade de ladrilhar o plano com um polígono regular, conforme Apêndice A;

- Resolução das atividades individuais do Anexo C;

- Opinião dos alunos referente às atividades realizadas, conforme Apêndice B.

Em relação às formas de avaliação, os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento das atividades, considerando a participação nos questionamentos levantados, o respeito às opiniões dos colegas, a realização das atividades propostas e os questionamentos para sanar dúvidas.

Além disso, serão avaliados durante a apresentação da atividade em grupo, conforme Apêndice A. Nessa atividade, será avaliado se o grupo consegue expor de maneira clara a justificativa de o polígono recebido poder ladrilhar o plano ou não e se consegue apresentar outro(s) polígono(s) que pode(m) ser utilizado(s) junto no ladrilhamento, com uma justificativa.

E serão avaliados também pelas resoluções apresentadas nas atividades individuais do Anexo C.

Buscando ter a opinião dos educandos em relação às atividades desenvolvidas, ao encerrar a aplicação da proposta desse plano de aula, será solicitado para que cada aluno responda às questões de opinião constantes no questionário do Apêndice B.

Como formas de registro, durante as aulas serão feitos registros fotográficos e de áudios dos alunos realizando as atividades e após será feito um relato de todas as observações feitas e situações ocorridas.

3.2 DESCRIÇÃO DETALHADA DA AULA E ANÁLISE A PRIORI

Em um primeiro momento, como não sou docente titular da turma, será desenvolvida a atividade Descobrindo a Lógica para a apresentação inicial.

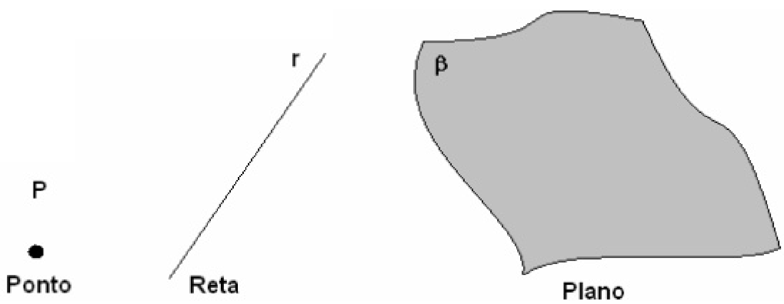
Essa atividade é uma dinâmica que consiste em tentar descobrir a lógica entre as relações do nome dos participantes e o que eles levariam para uma viagem. O animador organiza os alunos em círculo e diz que irão fazer uma viagem e que nessa viagem cada um deverá levar algumas coisas, porém, que há coisas que não caberão na mala. O animador diz seu nome e uma coisa que levaria na viagem, seguindo uma lógica, por exemplo, a coisa começa com a inicial do seu nome. O seguinte deverá dizer seu nome e uma coisa também, tentando seguir a mesma lógica. Se o aluno não seguir a lógica, o animador avisa que essa coisa não cabe na mala. A brincadeira segue até que todos os alunos tenham se apresentado.

Os alunos podem apresentar dificuldades para lembrar conceitos básicos, tais como ponto, reta, plano, ângulos e polígonos, regulares e convexos, por isso antes de desenvolver as atividades propostas será feita uma revisão desses conceitos. E como todas as atividades realizadas na resolução algébrica da situação problema do Anexo B são bem construtivas, feitas em conjunto, esperasse que os alunos não apresentem grandes dificuldades. Mas para alguns pode não ser fácil entender a fórmula para determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo e a fórmula para determinar o valor dos ângulos internos de um polígono regular, por isso será feito um quadro com os principais dados a serem observados para a determinação das fórmulas e serão reforçados os conceitos de polígono convexo e polígono regular.

Após a apresentação inicial, a turma será questionada sobre alguns conceitos básicos que serão utilizados na dinamização da aula, tais como ângulos, polígonos e etc., caso a turma apresente dificuldades nas respostas a esses questionamentos, será feita a seguinte revisão:

Primeiramente será falado um pouco sobre os entes primitivos da Geometria: ponto, reta e plano (Figura 3.1), suas representações algébricas e gráficas, observando exemplos na sala de aula.

Figura 3.1 – Entes primitivos da Geometria.



Fonte: <http://www.infoescola.com/matematica/ponto-reta-e-plano/>.

Ao definir e representar graficamente os entes primitivos espera-se que os alunos consigam identificar na sala de aula exemplos de ponto, reta e plano.

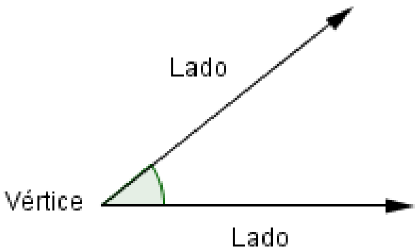
Em seguida, os alunos serão questionados a responderem as perguntas abaixo, após a participação da turma, serão respondidas as questões com definições e exemplos.

Ao serem feitos os questionamentos a seguir tem-se a expectativa que os alunos saibam responder ou dar algum exemplo.

- O que é um ângulo?

Denominamos ângulo (Figura 3.2) a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem. As semirretas recebem o nome de lados do ângulo e a origem delas, de vértice do ângulo.

Figura 3.2 – Representação gráfica do ângulo AÔB



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

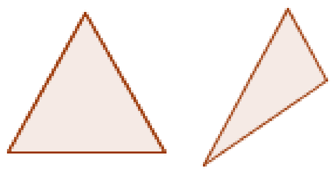
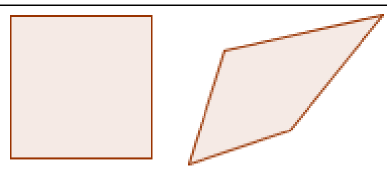
Os ângulos são medidos em graus e uma volta completa tem 360º.

- O que é um polígono?

Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta, sendo caracterizados pelos seguintes elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados. De acordo com o número de lados a figura é nomeada.

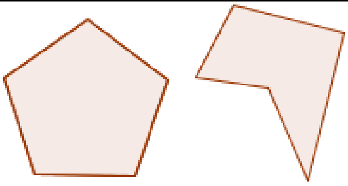
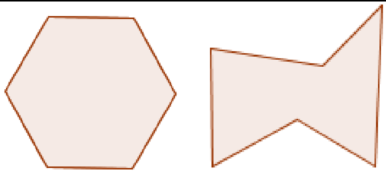
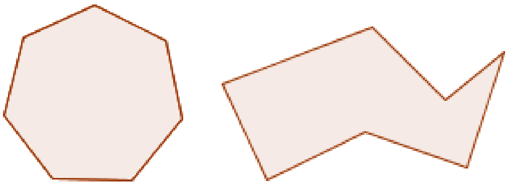
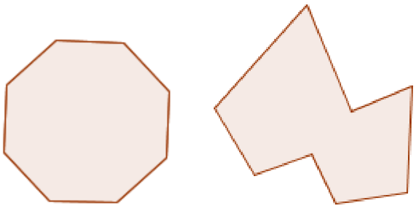
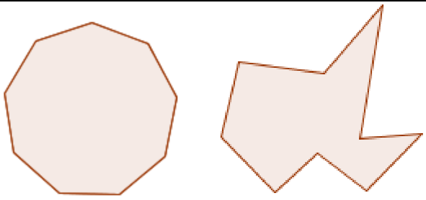
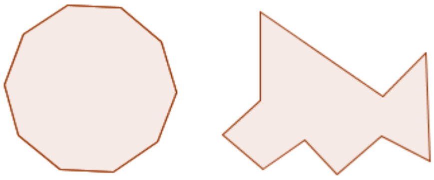
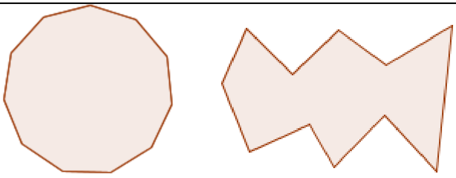
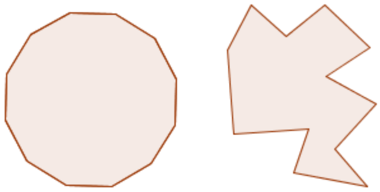
Quadro 3.2 – Nomenclatura dos polígonos de acordo com o número de lados

(continua)

Nº de lados	**Nomenclatura**	**Exemplos**
3	Triângulo	
4	Quadrilátero	

Quadro 3.2 - Nomenclatura dos polígonos de acordo com o número de lados

(conclusão)

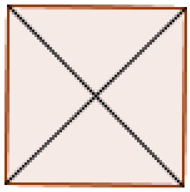
5	Pentágono	
6	Hexágono	
7	Heptágono	
8	Octógono	
9	Eneágono	
10	Decágono	
11	Undecágono	
12	Dodecágono	

Fonte: Elaborado pela autora.

- O que é diagonal de um polígono?

Diagonal de um polígono é um segmento que tem por extremidade dois de seus vértices que não pertencem a um mesmo lado. Veja um exemplo na Figura 3.3:

Figura 3.3 – Diagonais do quadrado



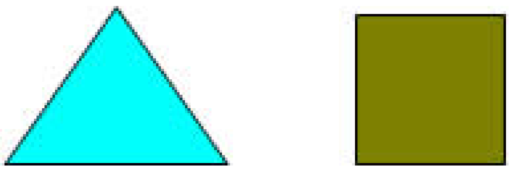
Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Observe o triângulo, ele possui 3 ângulos, 3 vértices, 3 lados e não possui diagonais (é o único polígono que não possui diagonais). Agora observe o quadrilátero, ele possui 4 ângulos, 4 vértices, 4 lados e 2 diagonais. Assim serão analisados outros polígonos citados acima.

- Quando um polígono é regular?

Um polígono é dito regular quando possui todos os lados e ângulos com medidas iguais. Como exemplo, temos (Figura 3.4):

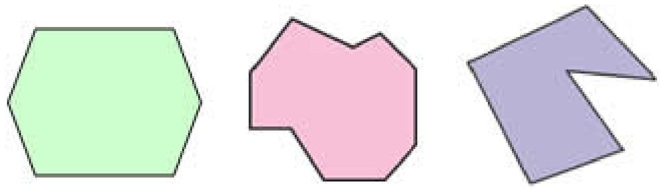
Figura 3.4 – Polígonos regulares



Fonte: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>.

E um polígono é dito irregular quando não possui os ângulos com medidas iguais e os lados com a mesma medida. Por exemplo, temos os polígonos da Figura 3.5:

Figura 3.5 – Polígonos irregulares

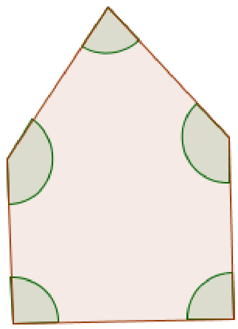


Fonte: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>.

- Quando um polígono é convexo?

Se os ângulos internos do polígono forem menores que 180º ele será convexo (Figura 3.6).

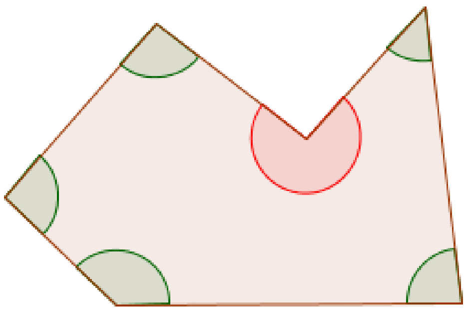
Figura 3.6 - Representação de um polígono convexo



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Caso tenha um ângulo interno com medida maior que 180º ele será classificado como não convexo ou côncavo (Figura 3.7).

Figura 3.7 - Representação de um polígono côncavo



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Em seguida será apresentada a seguinte situação problema aos alunos:

1. Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou sobreposição de ladrilhos, como ilustram as figuras:

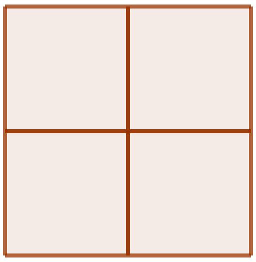


Figura a: Quadrados ladrilham um plano

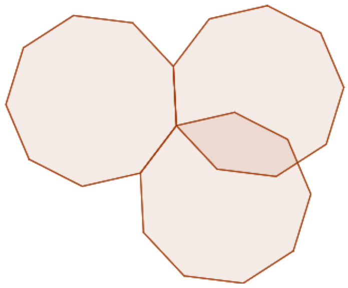


Figura b: Eneágonos não ladrilham um plano

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos de ladrilhos, sendo um deles o octógono regular, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:

a) Triângulo equilátero
b) Quadrado
c) Pentágono regular
d) Hexágono regular
e) Dodecágono regular

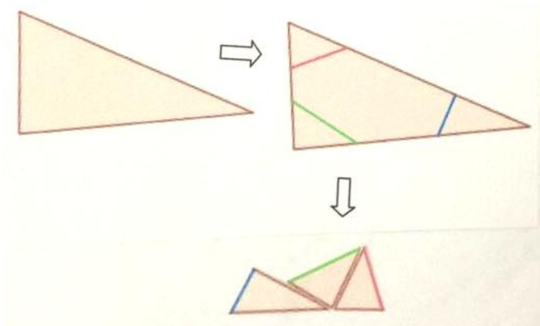
Para os alunos resolverem a situação proposta serão disponibilizados os ladrilhos em questão para serem manuseados. Após algumas discussões sobre o problema, será visto como apresentar uma solução algébrica para o problema.

Nesse momento, com a utilização de ladrilhos, espera-se que os alunos consigam resolver facilmente o problema.

Para resolver a situação proposta algebricamente é preciso determinar o valor dos ângulos internos dos polígonos, a fim de verificar qual polígono que agrupado com um ou mais octógonos formará vértices cuja soma dos ângulos seja de 360º.

Nesse sentido, para saber como determinar o valor dos ângulos internos de um polígono regular, primeiro os alunos deverão concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Para isso, será solicitado que cada aluno desenhe em uma folha de papel e recorte um triângulo qualquer, em seguida, destaque os ângulos internos, recorte-os e cole-os conforme a Figura 3.8:

Figura 3.8 - Passo a passo para concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º

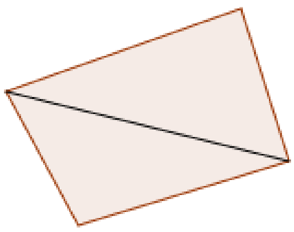


Fonte: Elaborado pela autora.

Ao término dessa atividade pelos alunos, será comentado que observamos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º para todos os triângulos feitos na sala de aula, mas que para ter certeza que esse resultado vale para qualquer triângulo deve ser feita uma demonstração para o caso geral e isso pode ser feito utilizando ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal e ângulos opostos pelo vértice. Nesse momento, ao se falar em demonstração para o caso geral tem-se a expectativa que os alunos questionem sobre, para que se possa fazer uma demonstração simples para esse caso.

Depois, com a finalidade de determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo com mais de 3 lados, traçaremos diagonais para formar triângulos, pois já sabemos determinar a soma dos seus ângulos internos. Para um polígono de 4 lados temos (Figura 3.9):

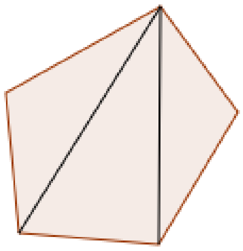
Figura 3.9 – Expressão: 180º + 180º = 360º.



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Para um polígono de 5 lados temos (Figura 3.10):

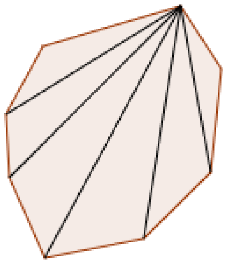
Figura 3.10 – Expressão: 180º + 180º + 180º = 540º.



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Para um polígono de 8 lados temos (Figura 3.11):

Figura 3.11 – Expressão: 180º + 180º + 180º + 180º + 180º + 180º = 1080º.



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Para organizar melhor esses dados vamos montar um quadro com os valores encontrados (Quadro 3.3).

Quadro 3.3: Síntese das informações vistas até o momento

Polígono	**Nº de lados**	**Nº de triângulos formados**	**Diferença entre o nº de lados e o nº de triângulos formados**	**Soma dos ângulos internos**
Triângulo	3	1	(3-1) = 2	1.180º = 180º
Quadrilátero	4	2	(4-2) = 2	2.180º = 360º
Pentágono	5	3	(5-3) = 2	3.180º = 540º
Octógono	8	6	(8-6) = 2	6.180º = 1080º

Fonte: Elaborado pela autora.

Assim poderemos perceber que a diferença entre o número de lados dos polígonos e o número de triângulos formados é sempre 2. Logo, a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de *n* lados coincide com a soma dos ângulos internos dos *n* – 2 triângulos, e então deve ser igual a (*n* - 2).180º.

Portanto em um polígono convexo regular de *n* lados, que tem *n* ângulos internos congruentes, cuja soma é (*n* - 2).180º, tem ângulos internos de medidas dadas por:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^{\circ}}{n}$$

Assim, poderemos calcular agora os ângulos internos dos polígonos regulares citados na situação problema:

Octógono: $\alpha_8 = \frac{(8-2)180^{\circ}}{8} = \frac{(6)180^{\circ}}{8} = 135^{\circ}$

Triângulo equilátero: $\alpha_3 = \frac{(3-2)180^{\circ}}{3} = \frac{(1)180^{\circ}}{3} = 60^{\circ}$

Quadrado: $\alpha_4 = \frac{(4-2)180^{\circ}}{4} = \frac{(2)180^{\circ}}{4} = 90^{\circ}$

Pentágono regular: $\alpha_5 = \frac{(5-2)180^{\circ}}{5} = \frac{(3)180^{\circ}}{5} = 108^{\circ}$

Hexágono regular: $\alpha_6 = \frac{(6-2)180^{\circ}}{6} = \frac{(4)180^{\circ}}{6} = 120^{\circ}$

Dodecágono regular: $\alpha_{12} = \frac{(12-2)180^{\circ}}{12} = \frac{(10)180^{\circ}}{12} = 150^{\circ}$

Voltando na situação problema, podemos verificar que utilizando apenas um octógono não é possível ladrilhar um piso ou uma parede com apenas outro tipo de polígono regular, visto que:

135º + x = 360º

x = 360º - 135º

x = 225º

Como não podemos ter um polígono regular com ângulo interno igual a 225º então 225º é a soma de dois ou mais polígonos regulares. Utilizando no ladrilhamento 3 triângulos temos que a soma dos ângulos internos é igual a 180º, se for 4, a soma é igual a 240º, logo não é possível utilizar triângulos. Considerando 2 quadrados, a soma é igual a 180º e 3 a soma é igual a 270º, logo também não é possível. Da mesma forma não é possível utilizar pentágonos, pois a soma dos ângulos internos de dois pentágonos agrupados é 216º. Se considerarmos 2 polígonos regulares agrupados com 6 lados ou mais teremos que a soma dos ângulos internos é maior que 225º.

Considerando que ao redor de cada vértice temos dois octógonos regulares então:

$2.135^{\circ} + x = 360^{\circ}$

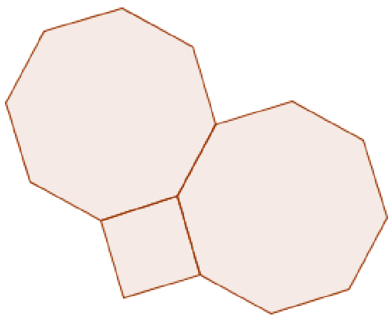
$x = 360^{\circ} - 270^{\circ}$

$x = 90^{\circ}$

Logo o outro tipo de ladrilho escolhido terá a forma de um quadrado.

Portanto um ladrilhamento com apenas dois tipos de polígonos regulares, onde um é o octógono, deve ter mais um octógono e um quadrado ao redor de cada vértice.

Figura 3.12 - Ilustração da resposta da situação problema



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Ao término dessa atividade, os alunos, distribuídos em pequenos grupos, receberão um polígono regular para analisar se é possível ladrilhar o plano com esse polígono ou não, depois eles irão apresentar suas conclusões para a turma, colocando se fosse possível utilizar outro(s) ladrilho(s) qual(is) polígono(s) poderia(m) ser utilizado(s) junto com o recebido para ladrilhar o plano. Os polígonos que serão distribuídos são os polígonos regulares analisados na revisão (Figura 3.13):

Figura 3.13 - Ladrilhos

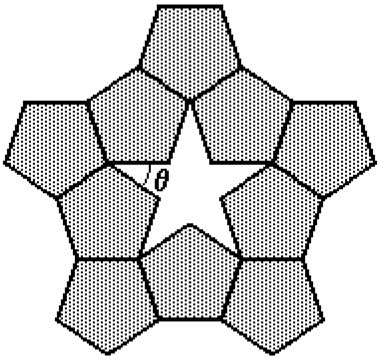
Fonte: Elaborados pela autora.

Com essa atividade espera-se que os alunos consigam trabalhar bem em grupo, e que consigam se expressar e argumentar em público.

Nessa atividade em grupo, de determinar se o polígono recebido ladrilha o plano ou não e de dizer qual(is) outro(s) polígono(s) poderia(m) ser utilizado(s) junto para o ladrilhamento, por mais que os alunos tenham entendido bem a ideia do ladrilhamento, de quando é possível fazê-lo, eles podem não conseguir ver facilmente qual outro polígono poderia ser utilizado junto para ladrilhar o plano, assim, às vezes, será necessária uma mediação do docente.

Finalmente serão aplicadas as seguintes atividades, individualmente, para analisar se os alunos conseguem resolver um problema utilizando o que foi visto na aula, generalizando e aplicando o conteúdo em situações do dia a dia:

1. (Unifesp 2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura ao lado.



Nestas condições, o ângulo θ mede:

a) 108°.

b) 72°.

c) 54°.

d) 36°.

e) 18°.

Justifique sua resposta.

Resolução: Para determinar o valor de θ temos que determinar o valor dos ângulos internos do pentágono regular, assim, utilizando a fórmula que encontramos anteriormente, temos que cada ângulo interno do pentágono regular mede:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^o}{n}$$

$$\alpha_5 = \frac{(5-2)180^o}{5} = \frac{3.180^o}{5} = 108^o$$

Portanto, sabemos que uma volta completa mede 360º, assim:

108º + 108º + 108º + θ = 360º

324º + θ = 360º

θ = 360º - 324º = 36º.

A alternativa correta é a letra d.

Essa questão requer uma interpretação da figura, pois com a fórmula encontrada nas aulas anteriores não é possível determinar o ângulo que o problema está questionando, mas é possível determinar os ângulos dos polígonos adjacentes e com a ideia de que uma volta tem 360º os alunos conseguem justificar a resposta correta.

2. O icoságono é um polígono com vinte lados. Baseado nas atividades desenvolvidas em aula e considerando que esse polígono é regular, justifique se o icoságono pode ser utilizado ou não para ladrilhar o plano, dizendo se fosse possível utilizar outro(s) polígono(s), qual(is) seria(m) utilizado(s).

Resolução: Para determinar se o icoságono regular pode ladrilhar o plano, basta determinarmos o valor de seus ângulos internos:

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^o}{n}$$

$$\alpha_5 = \frac{(20-2)180^o}{20} = \frac{18.180^o}{20} = 162^o$$

Ao agruparmos dois icoságonos temos que a soma dos ângulos internos medem:

162º + 162º = 324º

Como não fecha 360º e se juntarmos mais um ficarão sobrepostos, o icoságono regular sozinho não ladrilha o plano.

Fazendo 360º - 162º temos que isso é igual a 198º, mas 198º = 108º + 90º. Sabemos que 108º é o valor dos ângulos internos do pentágono regular e 90º é o valor dos ângulos internos do quadrado. Assim o icoságono regular pode ladrilhar o plano se utilizarmos junto pentágonos regulares e quadrados. Observe o ladrilhamento na Figura 3.14:

Figura 3.14 - Ilustração do ladrilhamento da questão 2

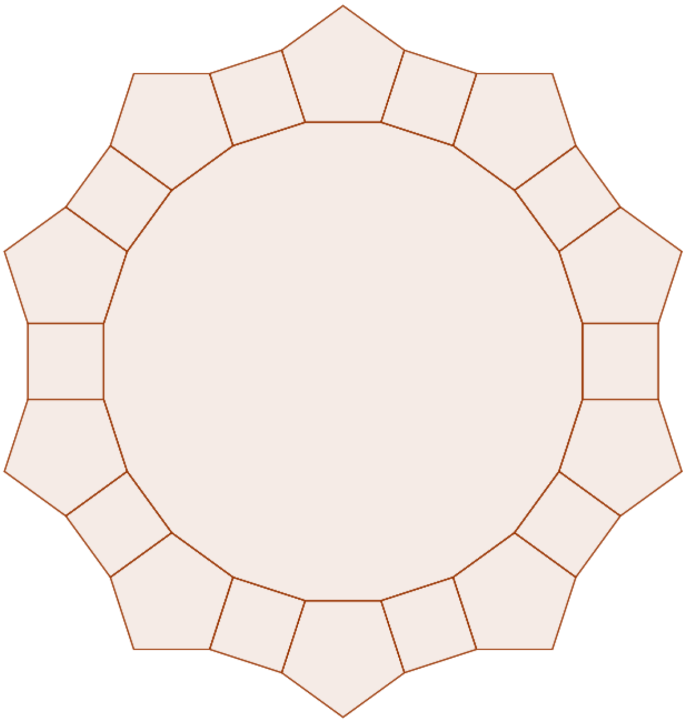
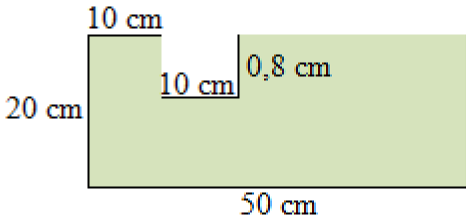


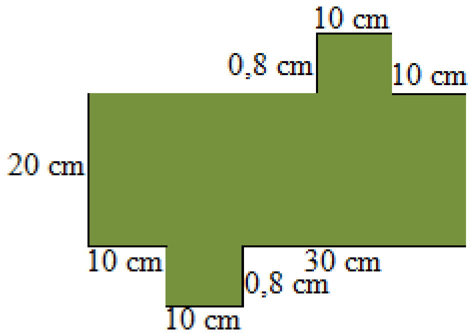
Figura 2.14: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Essa segunda questão é igual a atividade em grupo realizada anteriormente, mas com um polígono que eles não haviam trabalhado ou visto a apresentação dos colegas.

3. É muito comum a utilização de azulejos na forma de retângulos para o revestimento de pisos ou paredes. Mas, atualmente, cada vez é mais comum encontrarmos cerâmicas com outras formas de polígonos para diversificar os ambientes. Já vimos que se utilizar somente um azulejo na forma de um pentágono regular não é possível ladrilhar um piso, pois os ângulos internos não completam exatamente 360º ao se juntarem. Assim, para revestir o piso de uma sala você

escolheu cerâmicas com formatos e cores diferentes, mas com ângulos de 90º. As peças que você escolheu foram as seguintes:





Considerando que a sala tem forma retangular com medidas 4,8 m x 6 m, calcule a quantidade mínima de peças de cada cor que deverão ser compradas para que não haja desperdício, desconsidere o rejuntamento. Lembre-se: pedaços cortados não poderão ser reaproveitados.

Resolução: As peças podem ser montadas da seguinte forma (Figura 3.15):

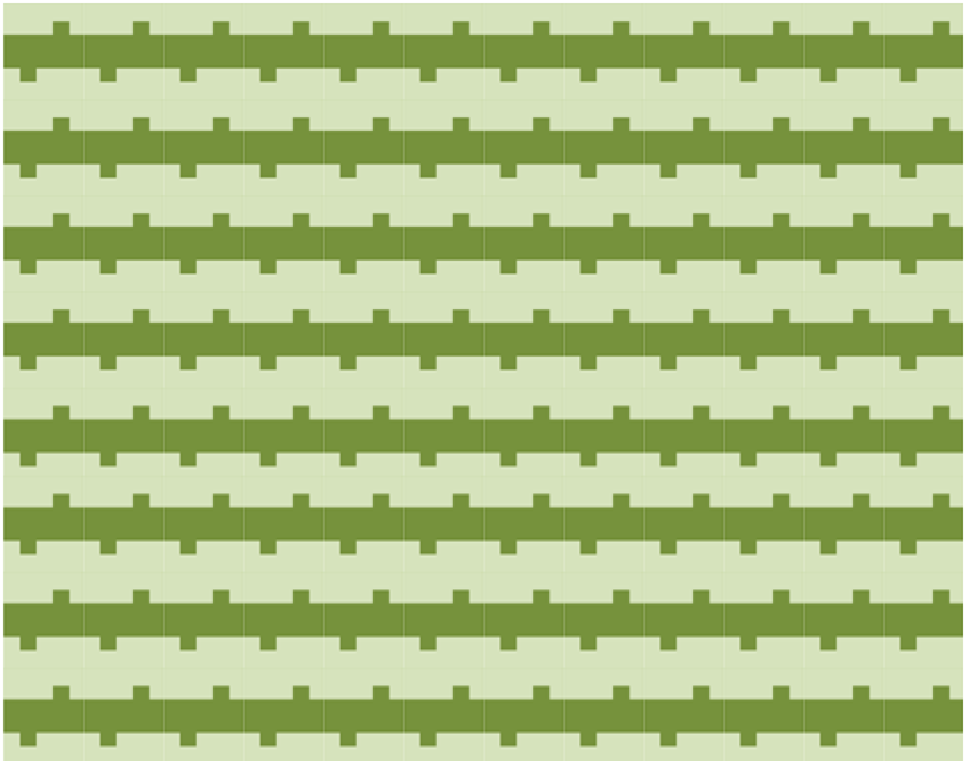
Figura 3.15 – Peças encaixadas

Fonte: Elaborado pela autora.

Dessa forma a peça montada tem medidas 0,6 m x 0,5 m, como a sala tem dimensões 4,8 m x 6 m são necessárias 8 peças montadas na vertical e 12 peças na horizontal, assim a quantidade total de peças montadas é dada por:

8 x 12 = 96 peças, como podemos ver na Figura 3.16:

Figura 3.16 - Ilustração do ladrilhamento da questão 3



Fonte: Elaborado pela autora.

Como em cada uma dessas 96 peças temos 2 ladrilhos verde claro e 1 verde escuro, serão necessárias 2 x 96 = 192 peças verde claro e 96 peças verde escuro para ladrilhar toda a sala sem desperdícios.

A terceira questão trabalha o ladrilhamento de um modo geral e contextualizado, onde o aluno tem que conseguir ver como utilizar as figuras (cerâmicas) na prática, evitando o desperdício e determinando quantas figuras serão necessárias para ladrilhar uma sala com as medidas dadas no problema.

Das três questões, a última é a mais complexa, onde os alunos podem apresentar mais dificuldades, mas é uma questão que vai desafiá-los, pois terão que compreender a figura que compõe o ladrilhamento e elaborar uma estratégia para calcular o número de figuras necessárias para ladrilhar a sala.

As resoluções das atividades pelos alunos serão recolhidas para serem analisadas e na aula seguinte será explicado no quadro como resolver tais atividades para sanar possíveis dúvidas.

Após a correção das atividades, será solicitado para que os alunos respondam ao questionário de opinião.

4 ANÁLISE A POSTERIORI

A execução do plano de aula exposto no capítulo 3 iniciou no dia quinze de setembro de dois mil e quinze e encerrou no dia primeiro de outubro de dois mil e quinze, sendo que foram ministrados quatro períodos semanais de aula, de quarenta e cinco minutos cada. O tempo planejado para a realização das atividades foi menor do que o tempo necessário na prática, isso se deve ao fato de que a turma questionava bastante, queria manusear mais os materiais e no dia em que os alunos estavam mais agitados, a aula não rendeu tanto.

Já na atividade de apresentação pode-se perceber que a turma estava bem motivada, todos os alunos participaram e tentaram descobrir a lógica estipulada, que no caso foi levar na viagem algo que começasse com a última letra do nome (por exemplo: Edinéia vai levar um anel na viagem). Como na primeira rodada poucos acertaram a lógica, foi feita mais uma e daí quase todos já haviam descoberto a lógica. A ideia da atividade era de mostrar já no início que durante a dinamização do plano de aula proposto seriam feitas atividades diferentes, dinâmicas, para motivar os alunos e observando a participação deles nas aulas percebeu-se que esse objetivo foi alcançado. Essa atividade auxiliou também a identificar os alunos menos atentos e que poderiam apresentar mais dificuldades nas atividades.

Com relação aos questionamentos sobre os entes primitivos da Geometria e alguns conceitos básicos, muitos, a maioria dos alunos não sabia responder, então foram definidos os conceitos que iriam ser utilizados na dinamização do plano de aula e foi solicitado então para que os alunos falassem ou mostrassem exemplos. Após a definição eles conseguiram dar exemplos dos conceitos abordados.

Ao término da revisão foi distribuída a primeira situação problema e os polígonos citados na questão para que os alunos tentassem resolver o problema com os ladrilhos. Foi possível perceber que eles estavam bem motivados com a atividade, pois nem foram distribuídos todos os materiais e eles já estavam perguntando: “pra que isso professora?”, “o que é para fazer?”. Após explicar a atividade, foi disponibilizado um tempo para os alunos manusearem os polígonos e tentarem achar uma solução para o problema. A grande parte da turma não teve dificuldades para achar a resposta e já procurou fazer outros ladrilhamentos e para uma pequena parte foi necessário interpretar o problema com eles e auxiliar no ladrilhamento conforme as regras da situação problema. Essa pequena parte da turma que apresentou dificuldades, são os mesmos alunos que apresentam dificuldades em outras disciplinas também. A seguir são apresentadas algumas fotos dos alunos trabalhando nessa atividade:

Figura 4.1 - Alunos trabalhando na primeira situação problema

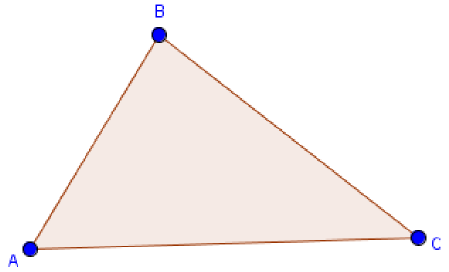
Fonte: Fotos tiradas pela autora.

Assim que todos conseguiram visualizar a resposta do problema partiu-se então para a construção da solução algébrica da situação problema. Para resolver a situação proposta algebricamente é preciso determinar o valor dos ângulos internos dos polígonos, primeiramente os alunos deveriam concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Para isso, foi solicitado que os alunos construíssem um triângulo qualquer em uma folha de papel, destacassem os ângulos internos e colassem eles de modo que os vértices ficassem alinhados e os lados adjacentes. Quando todos terminaram foi questionado quanto media o ângulo da figura formada com os três ângulos do triângulo e todos responderam que media 180º, foi questionado também se todos fizeram triângulos iguais, com as mesmas medidas e eles responderam que não. Assim foi comentado que para esses triângulos que foram construídos sabíamos que a soma dos ângulos internos media 180º, mas isso não significava que valia para qualquer triângulo, para ter certeza deveríamos provar isso. Quando questionados se conheciam ou se já viram alguma demonstração Matemática, disseram que não, então fiz a demonstração abaixo para o caso geral, utilizando ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal e ângulos opostos pelo vértice. Fazendo a demonstração, fui questionando a turma sobre as conclusões que eu queria chegar e teve alunos que me ajudaram e responderam corretamente as questões.

A demonstração apresentada para a turma foi a seguinte:

Dado um triângulo ABC qualquer (Figura 4.2):

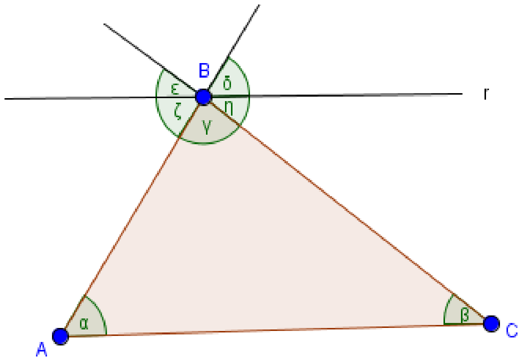
Figura 4.2: Triângulo ABC



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Consideremos a reta que passa por B e é paralela à reta que contém o segmento AC, queremos mostrar que $\alpha+\gamma+\beta=180^{\circ}$ (Figura 4.3):

Figura 4.3 - Triângulo ABC com seus ângulos destacados e com ângulos correspondentes e ângulos opostos pelo vértice



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Como *r* é uma reta paralela à reta que contém o segmento AC temos que $\varepsilon = \beta$ (1) e que $\delta = \alpha$ (2), por serem ângulos correspondentes, mas δ e ζ são ângulos opostos pelo vértice, assim como, ε e η, então temos que $\delta = \zeta$ (3) e $\varepsilon = \eta$ (4). Observando que $\zeta + \gamma + \eta = 180^{\circ}$ temos por (3) e (4) que:

$\delta + \gamma + \varepsilon = 180^{\circ}$, mas por (1) e (2) temos que:

$\alpha + \gamma + \beta = 180^{\circ}$.

Portanto a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º.

Na Figura 4.4 é possível ver os alunos construindo os triângulos e destacando os ângulos internos.

Figura 4.4 - Alunos construindo triângulos para analisar a soma dos ângulos internos

Fonte: Fotos tiradas pela autora.

Após termos concluído que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º, fomos analisar um quadrilátero. Inicialmente os alunos queriam construir um polígono de quatro lados e destacar os ângulos, então eu os questionei se fossemos fazer isso para cada polígono se não seria muito trabalhoso e eles responderam que sim. Assim, solicitei que eles ao invés de construir um quadrilátero e destacar os ângulos para medir, que utilizassem o que acabamos de verificar, ou seja, dividir o quadrilátero em dois triângulos, pois em cada triângulo sabemos que a soma dos ângulos internos é 180º, assim no quadrilátero é 360º. Em seguida, foram analisados um polígono de cinco lados e um de oito lados e os alunos conseguiram ver facilmente como determinar a soma dos ângulos internos desses polígonos.

O quadro (Quadro 3.3) construído em seguida, que sintetiza o que foi analisado, auxiliou os alunos a visualizar uma fórmula para determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados. E para definir a fórmula que determina o valor dos ângulos internos de um polígono convexo regular foi questionada a turma, mais uma vez, qual a definição de polígono regular, como eles responderam que é um polígono que tem todos os lados e ângulos iguais, então eu questionei se soubéssemos a soma de todos os ângulos e quantos lados tem o polígono, como poderíamos determinar o valor dos ângulos internos e eles responderam que é só dividir pela quantidade de ângulos. Portanto, foi dada a oportunidade para os alunos entenderem a fórmula, de onde ela surgiu.

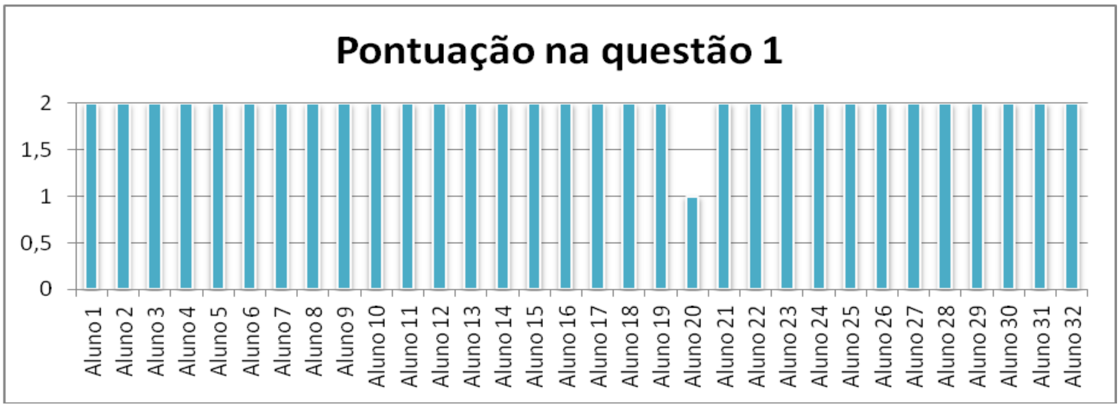
Assim, com a fórmula, foram calculados os ângulos internos dos polígonos citados na situação-problema (Anexo B), para verificar qual polígono deve ser utilizado junto com o octógono para ladrilhar o plano. Nessa parte de verificação, os alunos se dispersaram um pouco porque é uma parte mais trabalhosa e antes eles tinham feito uma prova de Química então estavam bem agitados e reclamaram um pouco da atividade, que tinham que analisar muita coisa.

No outro dia, já com a turma mais calma, foram feitos 8 grupos de 4 alunos, onde cada grupo recebeu um dos polígonos regulares: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, octógono, eneágono, decágono, dodecágono, para analisá-lo e depois exporem para a turma: o nome do polígono que receberam, quantos lados, vértices e ângulos possui, qual o valor dos ângulos internos, a justificativa de ser regular ou não, a justificativa de ser convexo ou não, se este polígono sozinho ladrilha o plano ou não e se for utilizado outros, quais poderiam ser utilizados juntos para ladrilhar o plano. A ideia era fazer 10 grupos, mas como a turma insistiu bastante para fazer grupos de 4 e os grupos que pegassem o heptágono e o undecágono teriam mais dificuldades para fazer as atividades, porque o valor dos ângulos não são números inteiros, então foram feitos apenas 8 grupos. Alguns grupos tiveram dificuldades para enxergar quais polígonos teriam que utilizar junto para conseguirem ladrilhar o plano então foi necessário auxiliá-los. Na hora da apresentação alguns grupos se dividiram para explicar as questões e fizeram uma boa explicação, outros, tinha que pedir para todos do grupo falar, pois tinha uns mais tímidos que não falavam. Mas, de um modo geral, todos os grupos expuseram o que foi solicitado.

Com essa atividade em grupo e de apresentação foi possível atingir os objetivos de os alunos trabalharem em grupo e aprimorarem a comunicação e argumentação, acredito também que o aprendizado do aluno é maior quando ele participa do processo ativamente, isso quer dizer, falando, expondo suas ideias e conclusões e não somente ouvindo.

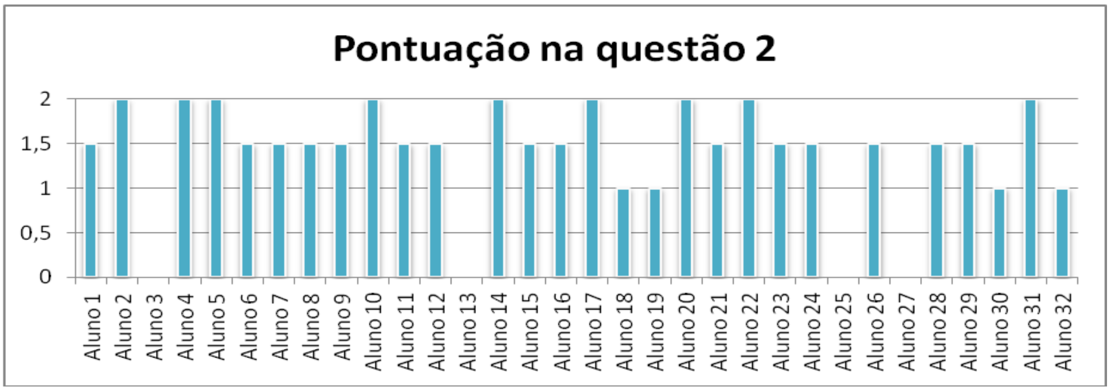
Com relação às avaliações, a seguir são apresentados gráficos com a pontuação dos alunos, respectivamente, nas questões do Anexo C, ou seja, nas questões 1 (Figura 4.5), 2 (Figura 4.6) e 3 (Figura 4.7) e no trabalho em grupo (Figura 4.8) do Apêndice A. O valor máximo que aparece no eixo das ordenadas é o peso da questão ou do trabalho, e no eixo das abscissas estão dispostos os alunos, sendo que o valor que a barra do gráfico do aluno atinge é a pontuação desse aluno no quesito avaliado.

Figura 4.5 – Pontuação dos alunos na questão 1



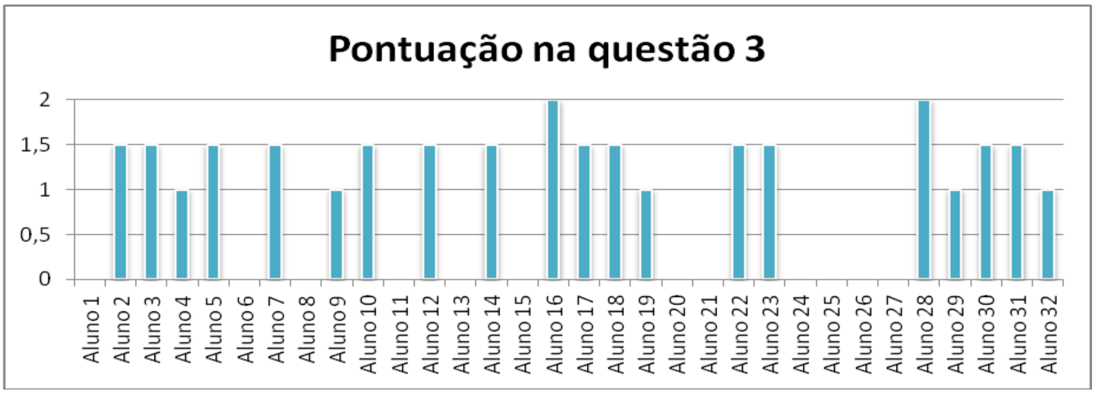
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 4.6 – Pontuação dos alunos na questão 2



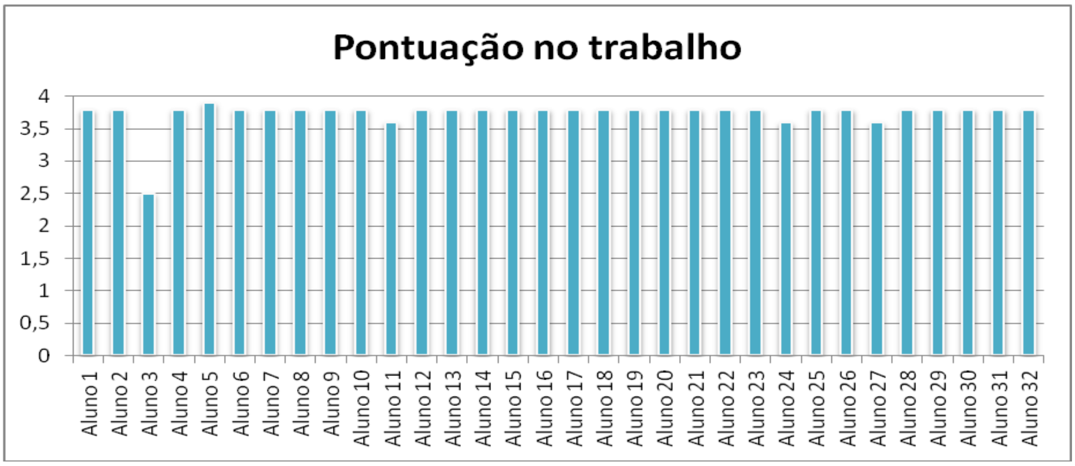
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 4.7 – Pontuação dos alunos na questão 3



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 4.8 – Pontuação dos alunos no trabalho em grupo



Fonte: Elaborado pela autora.

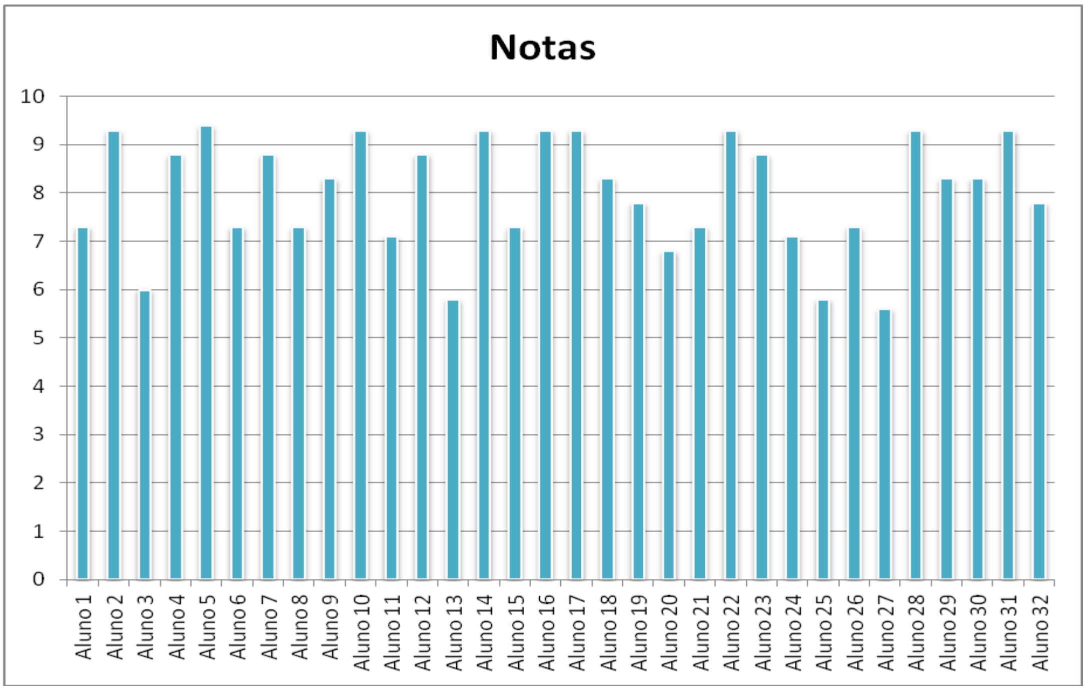
Fazendo uma análise dos acertos nas questões da atividade individual é possível perceber que os alunos apresentaram mais dificuldades na questão 3, que realmente era a questão mais complexa, onde foi até previsto que os alunos apresentariam dificuldades, entretanto observando a Figura 4.7 vemos que houve alunos que conseguiram realizar o exercício mesmo não sendo fácil.

De um modo geral as questões abrangeram os níveis de dificuldades: fácil, médio e difícil, sendo que os alunos tiveram a oportunidade de irem se sentindo desafiados, e é sabido que em uma turma os alunos não são iguais então é preciso ter questões de todos os níveis em uma avaliação.

Em relação à pontuação no trabalho, as notas não diferiram muito, pois nessa atividade foi avaliado se os alunos tiraram dúvidas antes da apresentação, se estavam interessados, se apresentaram o que foi solicitado e se colaboraram com a apresentação dos grupos. Alguns se destacaram mais e outros menos, por isso a pequena diferença das notas. O aluno que está com a nota relativamente mais baixa faltou na aula da atividade em grupo então a nota do trabalho ficou proporcional à nota da atividade individual.

A Figura 4.9 mostra os resultados quantitativos dos alunos nas atividades:

Figura 4.9 – Notas finais dos alunos



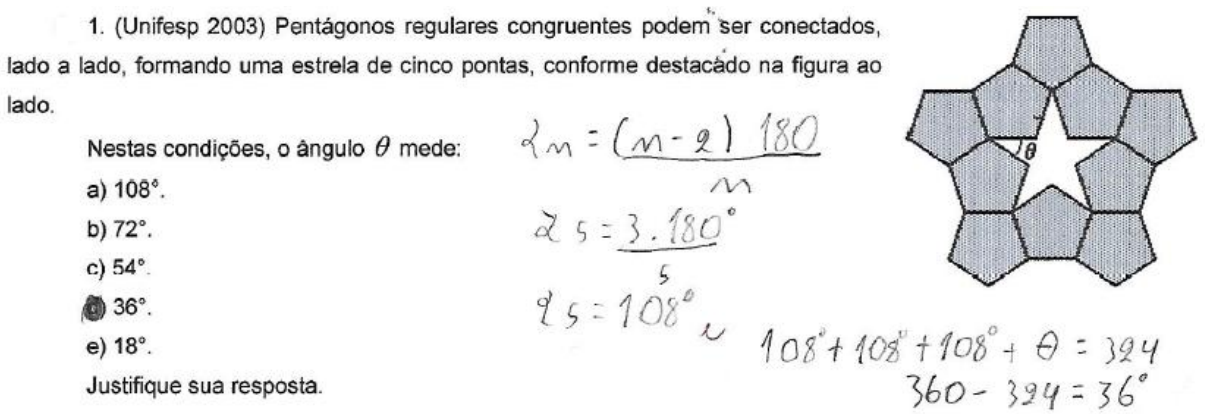
Fonte: Elaborado pela autora.

Podemos observar que poucos alunos ficaram com média abaixo de sete, se fosse considerada apenas essa nota teríamos apenas cinco alunos para fazer recuperação. De um modo geral, as notas dos alunos, nesse conteúdo trabalhado, ficaram muito boas. Cabe resaltar que a correção das avaliações foi realizada considerando todo o desenvolvimento da resposta do aluno e não somente o resultado final.

Analisando qualitativamente o desempenho dos alunos, baseado nas atividades realizadas inicialmente, nos questionamentos e naquelas atividades realizadas ao final da dinamização do plano de aula, pode-se perceber um avanço na compreensão do tema por parte dos alunos.

A seguir encontram-se respostas de alunos para as atividades avaliativas com algumas observações feitas:

Figura 4.10 – Desenvolvimento da questão 1 por um aluno



1. (Unifesp 2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura ao lado.

Nestas condições, o ângulo θ mede:

a) 108°.

b) 72°.

c) 54°.

d) 36°.

e) 18°.

Justifique sua resposta.

$$\measuredangle n = \frac{(n-2)\,180}{n}$$

$$\measuredangle 5 = \frac{3 . 180°}{5}$$

$$\measuredangle 5 = 108°$$

$$108° + 108° + 108° + \theta = 324$$

$$360 - 324 = 36°$$

Fonte: Aluno da turma.

Com essa resposta (Figura 4.10) pode-se perceber que há alunos que apresentam dificuldades para escrever matematicamente e esse é um tema que precisa ser retomado com essa turma. Observe que o aluno faz:

$108º + 108º + 108º + \theta = 324$

$360 - 324 = 36º$, onde deveria ser:

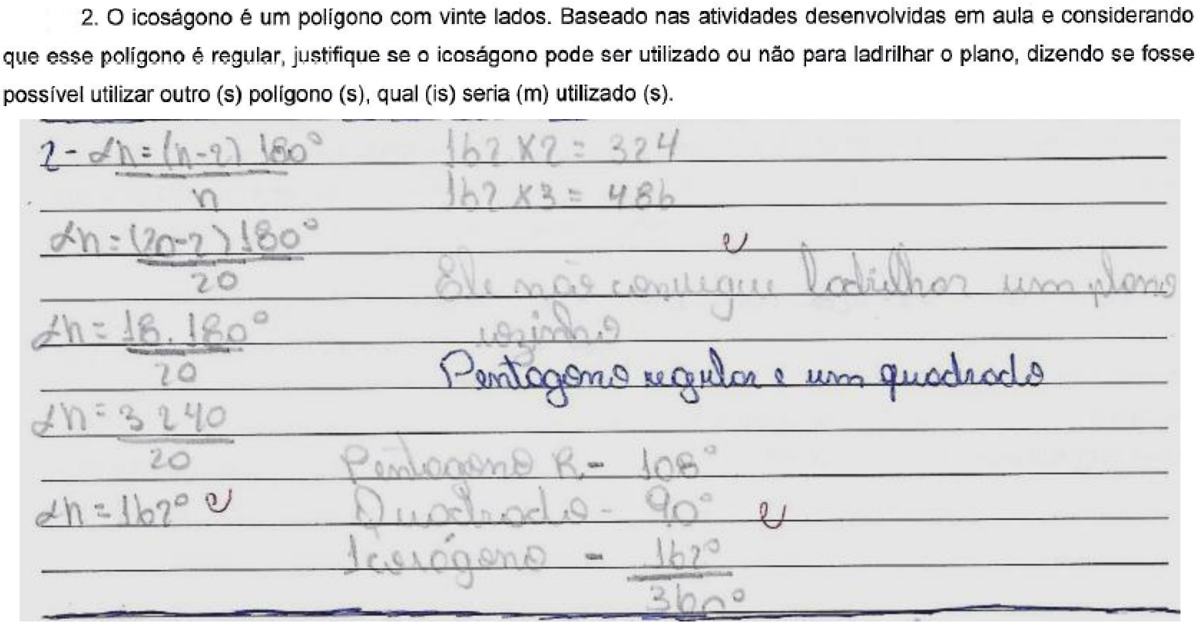
$108º + 108º + 108º + \theta = 360º$

$324º + \theta = 360º$

$\theta = 360º - 324º = 36º$, ou ainda, $108º + 108º + 108º + \theta = 324º + \theta = 360º$

$\theta = 360º - 324º = 36º$

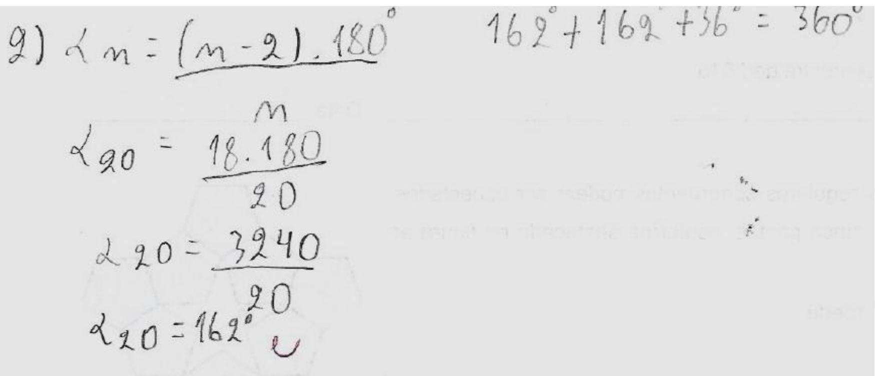
Figura 4.11 - Desenvolvimento da questão 2 por um aluno



Fonte: Aluno da turma.

Na questão 2, esse aluno, resolveu o problema (Figura 4.11) utilizando a fórmula construída em aula para determinar o valor dos ângulos internos do icoságono regular, em seguida, ele observou que o icoságono sozinho não ladrilha o plano, agrupando dois icoságonos e depois três. Por fim, observou que é possível fazer um ladrilhamento com o icoságono utilizando um pentágono regular e um quadrado junto, o valor dos ângulos internos desses dois polígonos foram calculados em aula.

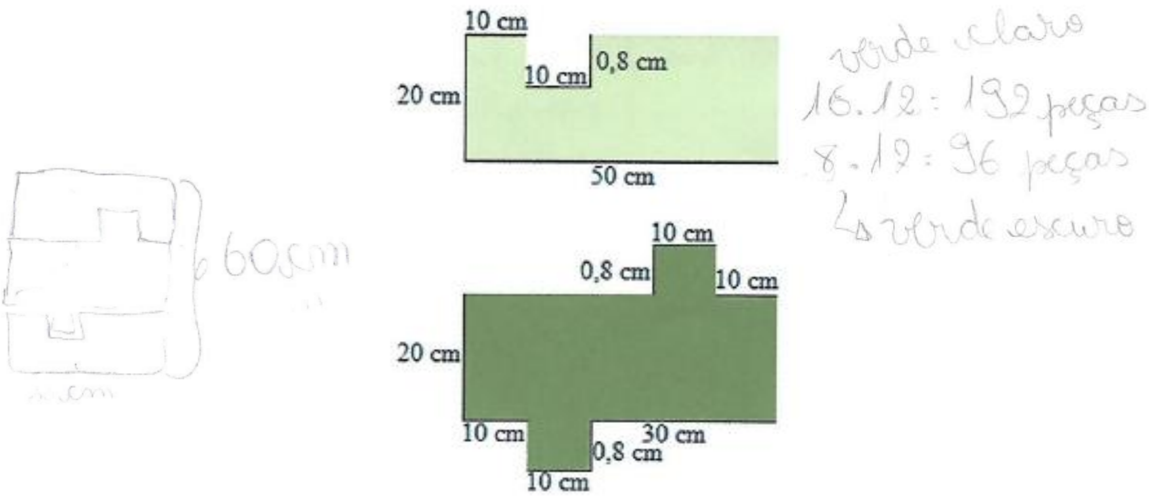
Figura 4.12 - Desenvolvimento da questão 2 por outro aluno



Fonte: Aluno da turma.

Esse aluno (Figura 4.12) utilizou corretamente a fórmula para calcular o valor dos ângulos internos do icoságono, entendeu que para ser possível um ladrilhamento, ao redor dos vértices, a soma dos ângulos internos deve fechar 360º, mas ele diz que para ladrilhar o plano com o icoságono é necessário mais um icoságono e um polígono com ângulos internos medindo 36º, o que não é possível, pois estamos analisando polígonos regulares e não existe polígono regular com ângulos internos de 36º.

Figura 4.13 - Desenvolvimento da questão 3 por um aluno

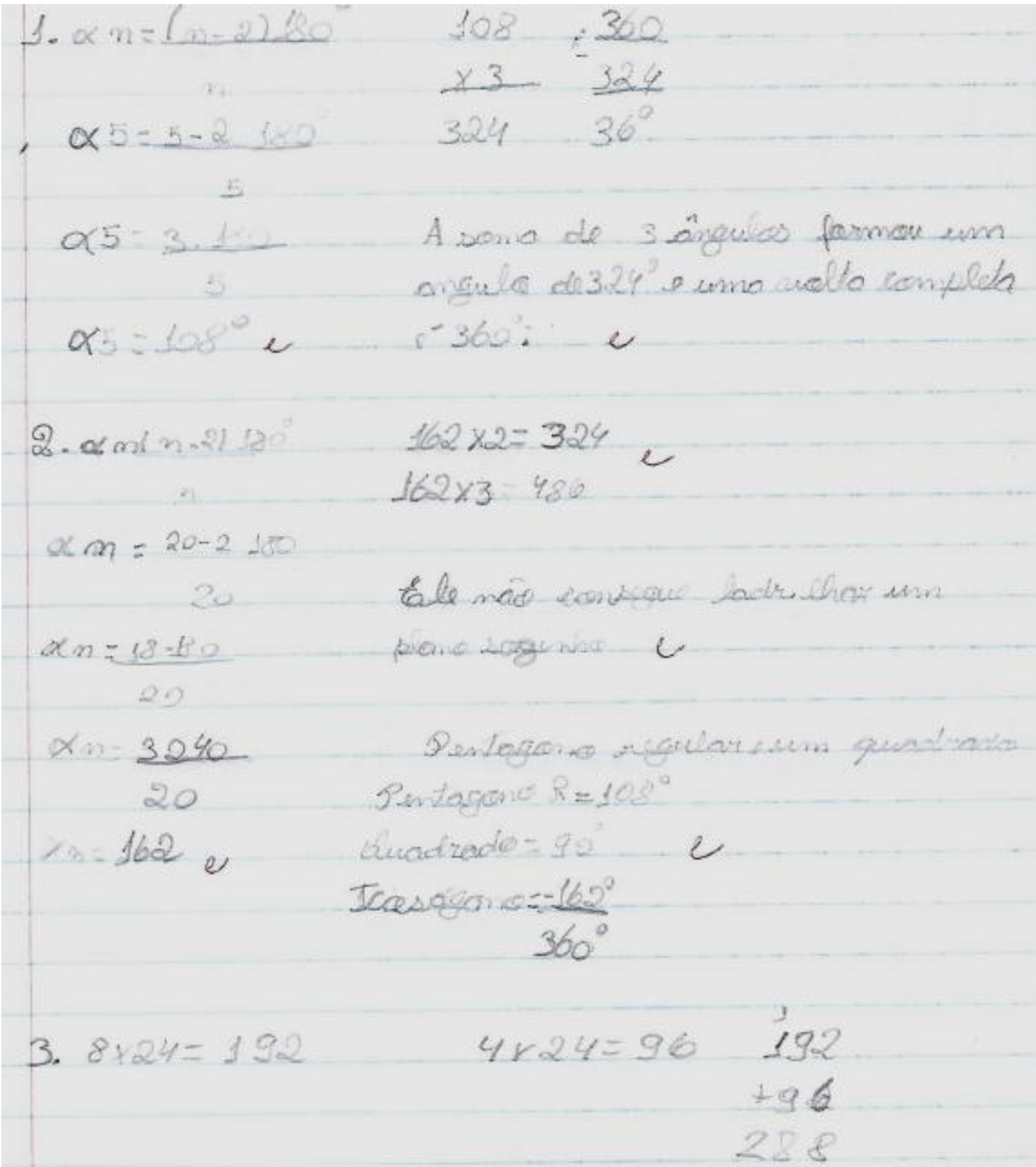

3. É muito comum a utilização de azulejos na forma de retângulos para o revestimento de pisos ou paredes. Mas, atualmente, cada vez é mais comum encontrarmos cerâmicas com outras formas de polígonos para diversificar os ambientes. Já vimos que se utilizar somente um azulejo na forma de um pentágono regular não é possível ladrilhar um piso, pois os ângulos internos não completam exatamente 360º ao se juntarem. Assim, para revestir o piso de uma sala você escolheu cerâmicas com formatos e cores diferentes, mas com ângulos de 90º. As peças que você escolheu foram as seguintes:

Considerando que a sala tem forma retangular com medidas 4,8 m x 6 m, calcule a quantidade mínima de peças de cada cor que deverão ser compradas para que não haja desperdício, desconsidere o rejuntamento. Lembre-se: pedaços cortados não poderão ser reaproveitados.

Fonte: Aluno da turma.

O aluno, nessa questão (Figura 4.13), desenhou como as peças iriam se encaixar, calculou quantas peças seriam necessárias para revestir a sala corretamente, mas faltou justificar a multiplicação feita, que no caso, ele observou que a peça montada, com 60 cm de altura, seria utilizada 8 vezes para fechar os 4,8 metros e isso iria se repetir em 12 colunas, pois a sala tem 6 metros comprimento e a peça montada tem 50 cm. Ainda esse aluno observou que na peça montada tem 1 verde escuro e 2 verde claro, por isso que ele fez o dobro de 8 vezes 12 e 8 vezes 12 para determinar quantas peças de cada cor iria utilizar.

Figura 4.14 - Respostas de um aluno às 3 questões



1. $\alpha n = \frac{(n-2)180}{n}$

$\alpha 5 = \frac{5-2 \quad 180}{5}$

$\alpha 5 = \frac{3.180}{5}$

$\alpha 5 = 108°$

$108 \times 3 = 324$; $360 - 324 = 36°$

A soma de 3 ângulos formou um ângulo de 324° e uma volta completa é 360°.

2. $\alpha n = \frac{(n-2)180}{n}$

$\alpha n = \frac{20-2 \quad 180}{20}$

$\alpha n = \frac{18.180}{20}$

$\alpha n = \frac{3240}{20}$

$\alpha n = 162$

$162 \times 2 = 324$

$162 \times 3 = 486$

Ele não conseguiu ladrilhar um plano sozinho

Pentagono regular e um quadrado

Pentagono R = 108°

Quadrado = 90°

Icoságono = 162°

360°

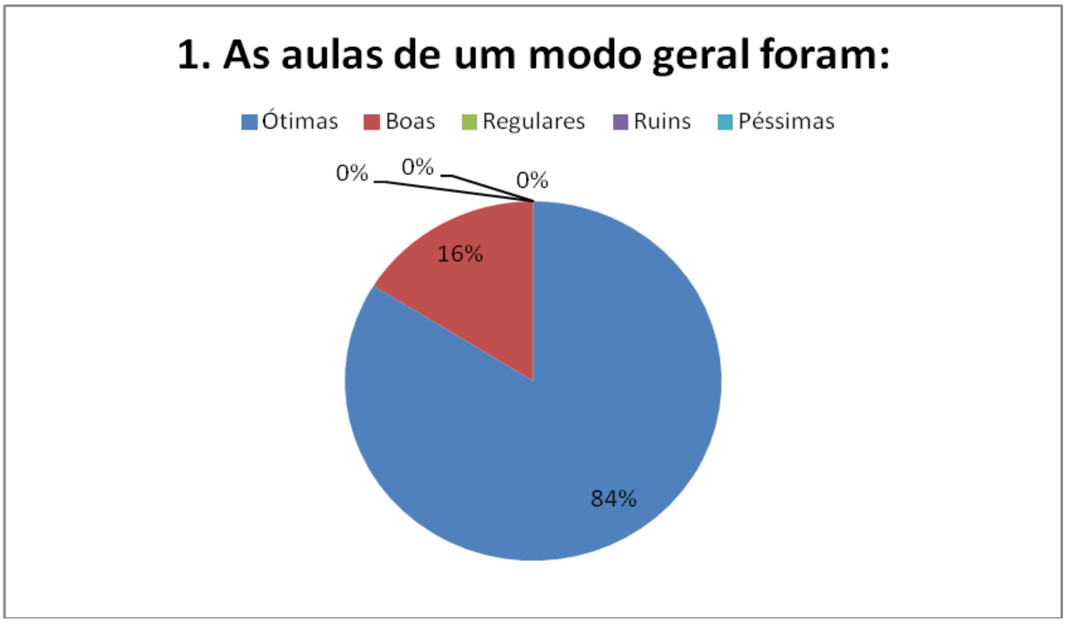
3. $8 \times 24 = 192$; $4 \times 24 = 96$; $192 + 96 = 288$

Fonte: Aluno da turma.

Observe que esse aluno (Figura 4.14) resolveu corretamente as 2 primeiras questões, justificou bem as respostas, mas na questão 3 ele colocou somente as multiplicações feitas e não justificou de onde saíram aqueles números. Aparentemente esse aluno observou que precisa 4 de uma das peças e o dobro da outra, e isso induz a pensar que ele pensou corretamente no encaixe das peças, mas o número 24 deixa claro que ele não considerou o tamanho da sala especificado no problema, ao invés de calcular as peças necessárias para revestir a sala de tamanho 4,8 m x 6 m, ele calculou as peças para revestir a sala de tamanho 2,4 m x 12 m. Aqui faltou atenção do aluno, faltou considerar todos os dados da questão.

No último dia da aplicação do plano de aula proposto foi realizado um questionário de opinião com os alunos, onde os 31 presentes responderam ao questionário e as respostas estão demonstradas nos gráficos a seguir:

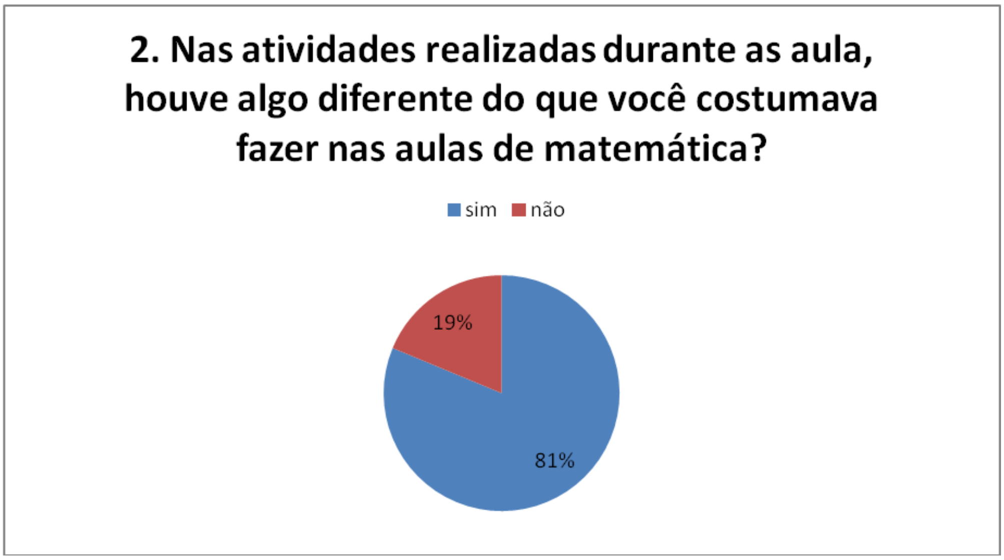
Figura 4.15 - Respostas à questão 1



Fonte: Elaborado pela autora.

Podemos observar que a grande maioria da turma respondeu (Figura 4.15) que as aulas de um modo geral foram ótimas e o restante respondeu que as aulas foram boas, ninguém respondeu que foi regular, ruim ou péssima.

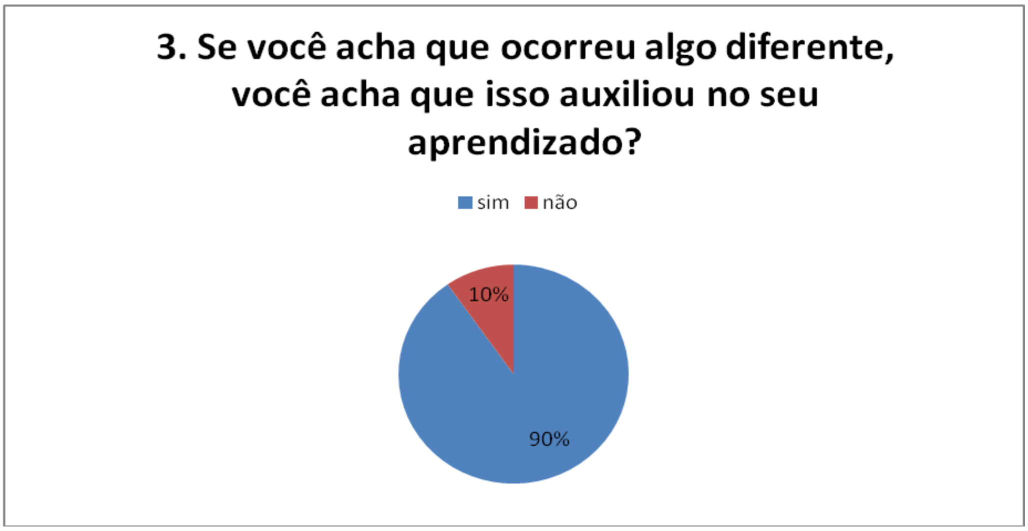
Figura 4.16 - Respostas à questão 2



Fonte: Elaborado pela autora.

Foi disponibilizado um espaço, nessa questão (Figura 4.16), para os alunos escreverem o que acharam que ocorreu de diferente nas aulas, e foram obtidas as seguintes respostas: Manusear peças geométricas; Atividades com peças; Utilização de figuras; Brincadeiras da primeira aula; Mais folhinhas e a professora explicando bem o conteúdo; Trabalhar com figuras de polígonos; Me concentrei muito mais; Trabalho em grupo usando polígonos; Apresentação de trabalho em grupo; Atividades dos polígonos, que foi interessante; O jeito de trabalhar com o conteúdo; Aprender sobre polígonos; Os ladrilhos.

Figura 4.17 - Respostas à questão 3



Fonte: Elaborado pela autora.

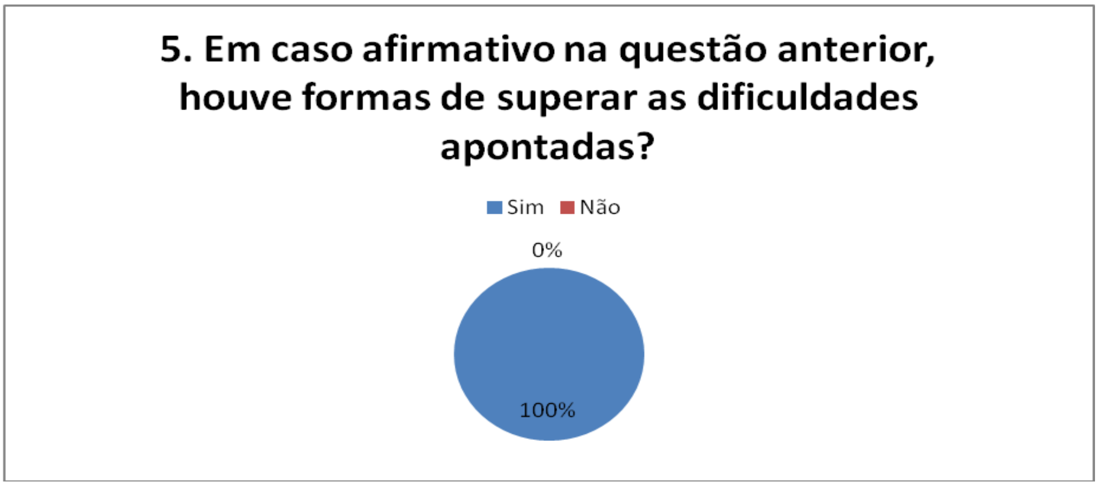
Obs.: Houve alunos que responderam que não tiveram atividades diferentes na questão 2 (Figura 4.16), mais especificamente 3 alunos, mas na questão 3 (Figura 4.17) eles responderam que isso auxiliou no aprendizado.

Figura 4.18 - Respostas à questão 4

Fonte: Elaborado pela autora.

Para os que responderam que sim (Figura 4.18) foi disponibilizado um espaço para escreverem quais dificuldades foram enfrentadas e foram obtidas as seguintes respostas: Como a questão 3 da atividade avaliativa; Enunciado da questão difícil de entender.

Figura 4.19 - Respostas à questão 5



Fonte: Elaborado pela autora.

A pequena porcentagem de alunos que disse ter apresentado dificuldades para realizar as atividades afirmou que houve formas de superar as dificuldades que surgiram (Figura 4.19).

Na questão 6 foi disponibilizado um espaço para sugestões de melhoria nas aulas e foram obtidas as seguintes respostas: Eu gostei muito das suas aulas, uma ótima professora, explica muito bem; Ótima profe, explica muito bem, gostei muito de ter você como profe por algumas semanas; Está tudo ótimo; Bom, acho que no geral as aulas foram ótimas, não tem o que reclamar. Parabéns profª, foram excelentes as suas aulas; As aulas estão boas assim, mas há muita conversa; As aulas estavam muito boas, não precisa melhorar; Para mim está tudo bom e consegui uma boa nota; Acho que não precisa mudar em nada; Está ótimo assim; Pra mim está bom assim; As aulas estavam muito boas, pois a turma conversava as vezes; Eu acho que não precisava melhorar muita coisa, pois a profe explicava muito bem e isso fez com que eu entendesse melhor a matéria estudada; Está bom, porém demorei um pouco para compreender as questões. Mas de modo geral: ótimo!; Na minha opinião as aulas foram muito produtivas e não tenho nenhuma reclamação; Chamar a atenção da turma na hora da explicação; Acho que foi tudo muito bom; Na minha opinião, achei muito bom, a professora explica bem, não é difícil de entender e a profe é muito querida!; Creio que é uma ótima professora, muito inteligente e atenciosa, mas a professora poderia ter um toque, uma pitada de dureza no comando das aulas. Adorei as últimas aulas, o que por mim, eu prefiro essa professora do que a outra, então essa poderia ficar até o final do semestre; Nada, pois está tudo ótimo; As aulas foram boas e interessantes, não tenho reclamações; Poderia ser feito slides sobre o conteúdo ou passado um vídeo exemplificando o conteúdo! Mas as aulas foram boas, boa sorte pra professora em sua jornada. Sucesso!

Através das observações feitas no decorrer das aulas ministradas, das atividades desenvolvidas pelos alunos e pelas respostas ao questionário de opinião é possível dizer que a turma gostou das aulas e que teve vontade de aprender o conteúdo exposto.

5 CONCLUSÕES

Ao finalizar a aplicação do plano de aula proposto pode-se dizer que os objetivos pré-definidos foram alcançados. Esperava-se que as aulas fossem dinâmicas e produtivas, que os alunos tivessem interesse por aquilo que estavam fazendo e aprendessem com isso, e de fato isso aconteceu, conforme relatos anteriores.

Considerando o fato de não ser a docente titular da turma, acredita-se que a dinamização do plano de ensino foi muito boa. Caso realizasse uma nova aplicação da proposta de aula, talvez iria apresentar um vídeo sobre o conteúdo, como foi colocado por um aluno no questionário de opinião, ou ainda faria uma atividade de pesquisa com os alunos, pois acredito que quanto mais ativo é o educando no processo de ensino e aprendizagem mais fácil se torna a construção do seu conhecimento. Mas essa atividade de pesquisa não seria somente dar um tema e pedir para os alunos pesquisar e me apresentar algo sobre isso, seria mostrar pra eles como se faz uma pesquisa, principalmente na internet, no que se pode confiar, pois hoje há tanta coisa disponível e muitas vezes é solicitado uma pesquisa pelos professores, mas ninguém ensina como fazer essa pesquisa e os alunos acabam pegando a primeira coisa que aparece na internet como verdadeira.

Além disso, tomaria atitudes mais duras do que apenas chamar a atenção daqueles alunos que conversavam durante as explicações, como encaminhar para a assessoria pedagógica, outra questão apontada no questionário de opinião. Quando a experiência é pouca se tem o receio de ser muito dura ou muito exigente, ou o contrário. Vejo que se exigirmos muito dos alunos corre-se grande risco de desinteresse e se exigirmos pouco também pode ter desinteresse e, além disso, não irão progredir.

Como não atuo na docência ainda, para o próximo ano, eu e a professora titular da turma, planejamos fazer um projeto de ensino para trabalhar com o software GeoGebra. Recebi o convite dela para trabalhar com esse software, pois ela disse que o acha bem interessante, mas não tem muita experiência com ele. A ideia seria fazer algo extraclasse, onde os alunos poderiam participar e aprender a fazer atividades de Geometria e Álgebra com o GeoGebra. Tive contato com o software durante a graduação, na disciplina de Geometria e em minicursos do PET Matemática, e nas disciplinas da especialização.

Caso tivesse a oportunidade de repetir a aula em outras turmas faria sim, pois nessa turma que foi aplicada acredita-se ter dado certo e o carinho recebido dos alunos nas aulas, principalmente na última, foi bem gratificante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, E. Q. de. **O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática**. 2014. 268 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/108824/000773950.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 nov. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**,** Brasília: Planalto, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, Brasília: Planalto, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/par/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>. Acesso em: 15 nov. 2015.

BRASIL. Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 20 dez. 1996. Disponível em: <http://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/109224/lei-de-diretrizes-e-bases-lei-9394-96>. Acesso em: 17 nov. 2015.

BRASIL. Portaria nº. 1.075, de 30 de dezembro de 2014. Estabelece a transição do Colégio Agrícola Frederico Westphalen, vinculado à Universidade Federal de Santa Maria, para o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 31 dez. 2014. Disponível em: <http://www.jusbrasil.com.br/diarios/82790713/dou-secao-1-31-12-2014-pg-85>. Acesso em: 17 nov. 2015.

DIAS, C. C.; SAMPAIO, J. C. V. **Desafio geométrico**: Módulo I. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

GUDER, D.; NOTARE, M. R. Estudando geometria de maneira mais significativa. In: GARCIA, V. C. V. (Organ.) et al. **Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática**. Porto Alegre: Evangraf: UFRGS, 2011.p. 116-150.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA FARROUPILHA. Reitoria. **Plano de Desenvolvimento Institucional, 2014-2018**. Santa Maria, 2014.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática**: reflexões para o ensino de matemática. 2011. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/3996/3316>. Acesso em: 10 nov. 2015.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 3-38.

MANOEL, W. A. **A Importância do Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Razões apresentadas em pesquisas brasileiras. 2014. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2014. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/>. Acesso em: 17 nov. 2015.

MATTOS, F. R. P.; ROSA, M. B.; GIRALDO,V. A. **Conteúdo e Prática:** Olhar Conceitual na Sala de Aula: Módulo II. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, São Paulo, 1989. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/>. Acesso em: 07 set. 2015.

POLÍGONOS. In: MATEMÁTICA. Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>. Acesso em: 24 nov. 2015.

PONTO, RETA E PLANO. In: MATEMÁTICA. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/ponto-reta-e-plano/>. Acesso em: 24 nov. 2015.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 39-56.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 57- 76.

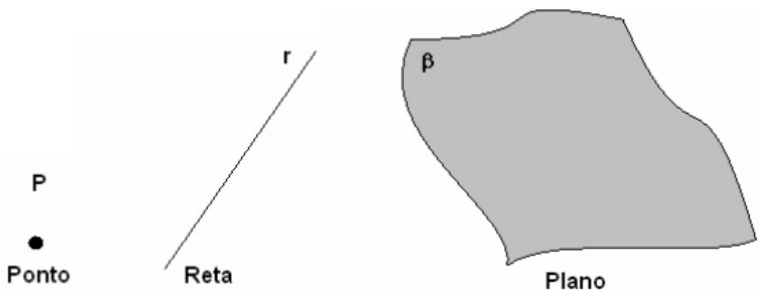
ANEXOS

ANEXO A – REVISÃO A SER DISPONIBILIZADA AOS ALUNOS

Conceitos Básicos, a saber:

Representações algébricas e gráficas dos entes primitivos da Geometria: ponto, reta e plano (Figura 3.1):

Figura 3.1 – Entes primitivos da Geometria.

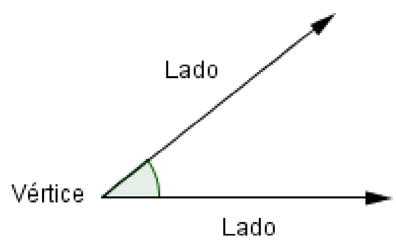


Fonte: <http://www.infoescola.com/matematica/ponto-reta-e-plano/>.

- O que é um ângulo?

Denominamos ângulo (Figura 3.2) a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem. As semirretas recebem o nome de lados do ângulo e a origem delas, de vértice do ângulo.

Figura 3.2 – Representação gráfica do ângulo AÔB



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

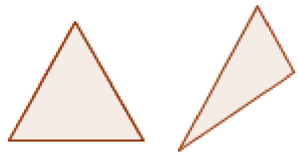
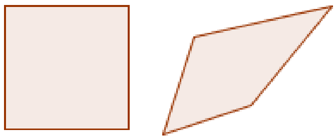
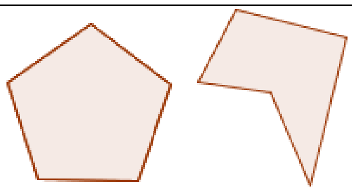
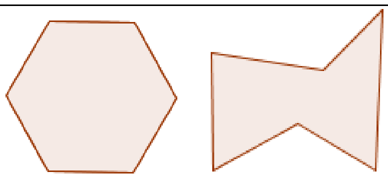
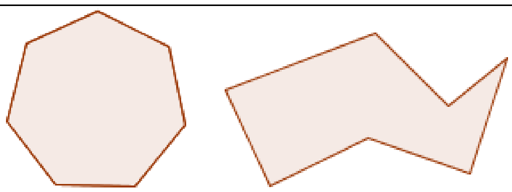
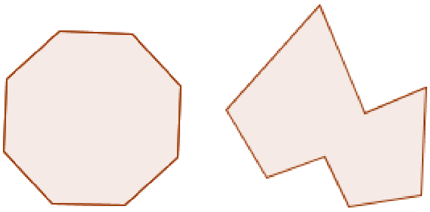
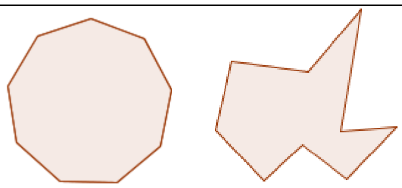
Os ângulos são medidos em graus e uma volta completa tem 360º.

- O que é um polígono?

Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta, sendo caracterizados pelos seguintes elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados. De acordo com o número de lados a figura é nomeada:

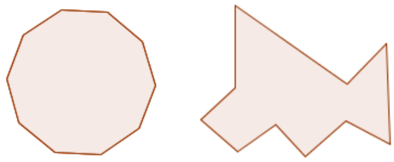
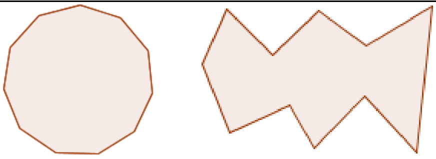
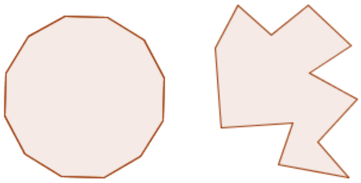
Quadro 2.2: Nomenclatura dos polígonos de acordo com o número de lados

(continua)

Nº de lados	**Nomenclatura**	**Exemplos**
3	Triângulo	
4	Quadrilátero	
5	Pentágono	
6	Hexágono	
7	Heptágono	
8	Octógono	
9	Eneágono	

Quadro 3.2 - Nomenclatura dos polígonos de acordo com o número de lados

(conclusão)

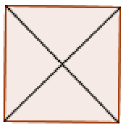
10	Decágono	
11	Undecágono	
12	Dodecágono	

Fonte: Elaborado pela autora.

- O que é diagonal de um polígono?

Diagonal de um polígono é um segmento que tem por extremidade dois de seus vértices que não pertencem a um mesmo lado. Veja um exemplo na Figura 3.3:

Figura 3.3 – Diagonais do quadrado

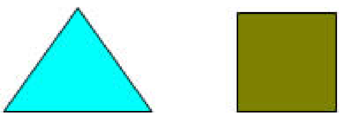


Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

- Quando um polígono é regular?

Um polígono é dito regular quando possui todos os lados e ângulos com medidas iguais. Como exemplo, temos (Figura 3.4):

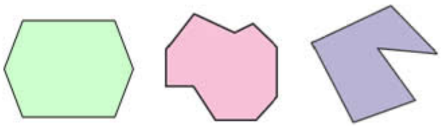
Figura 3.4 – Polígonos regulares



Fonte: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>.

E um polígono é dito irregular quando não possui os ângulos com medidas iguais e os lados com a mesma medida. Por exemplo, temos os polígonos da Figura 3.5:

Figura 3.5 – Polígonos irregulares

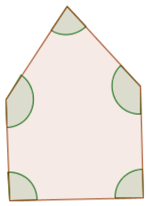


Fonte: <http://www.brasilescola.com/matematica/poligonos.htm>.

- Quando um polígono é convexo?

Se os ângulos internos do polígono forem menores que 180º ele será convexo (Figura 3.6).

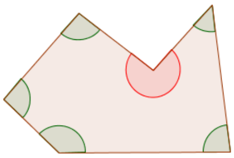
Figura 3.6 - Representação de um polígono convexo



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

Caso tenha um ângulo interno com medida maior que 180º ele será classificado como não convexo ou côncavo (Figura 3.7).

Figura 3.7 - Representação de um polígono côncavo



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra.

ANEXO B – SITUAÇÃO PROBLEMA

1. Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou sobreposição de ladrilhos, como ilustram as figuras:

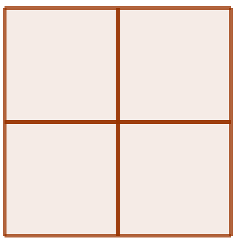


Figura a: Quadrados ladrilham um plano

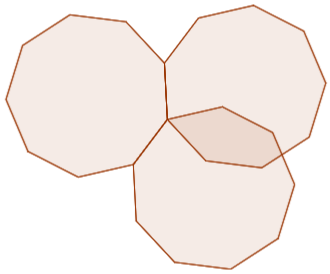


Figura b: Eneágonos não ladrilham um plano

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos de ladrilhos, sendo um deles o octógono regular, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:

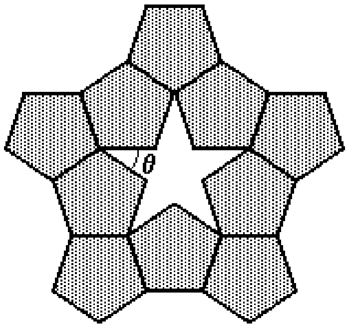
f) Triângulo equilátero
g) Quadrado
h) Pentágono regular
i) Hexágono regular
j) Dodecágono regular

ANEXO C – SITUAÇÕES PROBLEMAS

Atividade de Matemática – 2º Semestre de 2015.

Nome:____ Data:_________.

1. (Unifesp 2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura ao lado.



Nestas condições, o ângulo θ mede:

a) 108°.

b) 72°.

c) 54°.

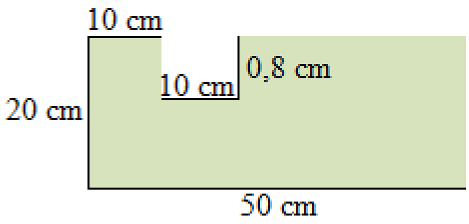
d) 36°.

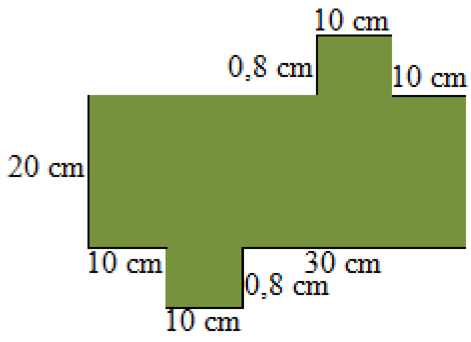
e) 18°.

Justifique sua resposta.

2. O icoságono é um polígono com vinte lados. Baseado nas atividades desenvolvidas em aula e considerando que esse polígono é regular, justifique se o icoságono pode ser utilizado ou não para ladrilhar o plano, dizendo se fosse possível utilizar outro(s) polígono(s), qual(is) seria(m) utilizado(s).

3. É muito comum a utilização de azulejos na forma de retângulos para o revestimento de pisos ou paredes. Mas, atualmente, cada vez é mais comum encontrarmos cerâmicas com outras formas de polígonos para diversificar os ambientes. Já vimos que se utilizar somente um azulejo na forma de um pentágono regular não é possível ladrilhar um piso, pois os ângulos internos não completam exatamente 360º ao se juntarem. Assim, para revestir o piso de uma sala você escolheu cerâmicas com formatos e cores diferentes, mas com ângulos de 90º. As peças que você escolheu foram as seguintes:





Considerando que a sala tem forma retangular com medidas 4,8 m x 6 m, calcule a quantidade mínima de peças de cada cor que deverão ser compradas para que não haja desperdício, desconsidere o rejuntamento. Lembre-se: pedaços cortados não poderão ser reaproveitados.

ANEXO D - LADRILHOS

APÊNDICES

APÊNDICE A – ATIVIDADE EM GRUPO

Os alunos, distribuídos em pequenos grupos, receberão um polígono regular para analisar se é possível ladrilhar o plano com esse polígono ou não, depois eles irão apresentar suas conclusões para a turma, colocando se fosse possível utilizar outro(s) ladrilho(s), qual(is) polígono(s) poderia(m) ser utilizado(s) junto com o recebido para ladrilhar o plano.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO

Ao término das nossas atividades gostaria de saber a sua opinião sobre:
“Saiba que a sua opinião é muito importante!”

1. As aulas de um modo geral foram:
( ) Ótimas ( ) Boas ( ) Regulares ( ) Ruins ( ) Péssimas

2. Nas atividades realizadas durante as aulas, houve algo diferente do que você costumava fazer nas aulas de matemática?
( ) Sim O que:____ ( ) Não

3. Se você acha que ocorreu algo diferente, você acha que isso auxiliou no seu aprendizado?
( ) Sim ( ) Não

4. Você teve dificuldades para resolver as atividades propostas?
( ) Sim Aponte quais foram elas:____________________________________
____
( ) Não

5. Em caso afirmativo na questão anterior, houve formas de superar as dificuldades apontadas?
( ) Sim ( ) Não

6. Utilize esse espaço para dizer o que poderia ser melhorado nas aulas e como isso poderia ser feito diferente.
____
____