UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO - MATEM@TICA NA PR@TICA

Fransine Beatriz Pescke

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

São Lourenço do Sul, RS, Brasil
2015

Fransine Beatriz Pescke

PRINCÍPIO FUNDAMENTA DA CONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.**

Orientadora: Profª Drª Inês Farias Ferreira

São Lourenço do Sul, RS, Brasil
2015

Fransine Beatriz Pescke

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.**

Aprovado em 12 de dezembro de 2015:

Prof[a] Dr[a] Inês Farias Ferreira (UFSM)

(Presidente/Orientador)

Prof[a] Dr[a] Rita de Cássia Pistóia Mariani (UFSM)

Prof[a] Dr[a] Sandra Eliza Vielmo (UFSM)

São Lourenço do Sul, RS, Brasil.

2015

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas maneiras, deram sua contribuição em diferentes etapas. Destas, manifesto um agradecimento especial à professora Inês Farias Ferreira.

Aos meus pais, Ruy e Selvira. Aos meus irmãos Jonas, José e Vilene. Ao meu namorado André pelo incentivo.

A equipe do Polo de Apoio ao Ensino a Distância de São Lourenço do Sul, em especial, a tutora presencial Evanir pelo apoio.

Aos colegas, professores da escola Instituto Estadual de Ensino Médio Dr. Walter Thofehrn, que abriram as portas da escola e de suas salas para executar a intervenção, o meu agradecimento a diretora Maralúcia.

Aos professores do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, pela compreensão e pelos ensinamentos.

RESUMO

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

AUTORA: FRANSINE BEATRIZ PESCKE
ORIENTADORA: Profª Drª INÊS FARIAS FERREIRA

Para trazer contribuições na aprendizagem dos alunos há a necessidade de se realizar em sala de aula práticas diversificadas a fim de que os mesmos possam desenvolver um senso crítico e ao mesmo tempo, se tornem mais autônomos na construção de seu conhecimento. Pensando nesta perspectiva, elaboramos o presente trabalho abordando o princípio fundamental da contagem, descrevendo uma intervenção realizada em uma turma de 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Dr. Walter Thofehrn. A atividade teve duração de 2 períodos de 50 minutos cada. Esta proposta de ensino teve como objetivo auxiliar no desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos, a partir da resolução de alguns problemas. Para isso, foram usadas como ferramentas didáticas materiais manipuláveis e uma atividade com jogos. Acredita-se que a intervenção em sala de aula tenha contribuído para a reflexão e uma melhor compreensão do princípio fundamental de contagem. Embora, tenham sido observadas dificuldades, também se pode observar avanços dos alunos com o compartilhamento de ideias entre os mesmos.

Palavra-chave: Princípio Fundamental da Contagem. Ensino Médio. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

FUNDAMENTAL PRINCIPLE OF COUNT ON RESOLUTION OF SOME PROBLEMS COMBINING

AUTHOR: FRANSINE BEATRIZ PESCKE
ADVISER: INÊS FARIAS FEREIRA

To bring contributions on student learning there is a need to perform in the classroom diversified practices so that they can develop a critical sense and, at the same time, become more autonomous in building your knowledge. Thinking in this perspective, we developed this study addressing the rule of product, describing an intervention performed in a class with 22 students of the 3rd year of High School from the Instituto Estadual de Educação Dr. Walter Thofern. The activity had the duration of two periods of fifty minutes each. This teaching proposal aimed to assist in the development of logical thinking of students, from the resolution of some problems. For this, it was used as teaching tools manipulable materials and activities with games. It is expected that the intervention in the classroom contributed to the reflection and a better understanding of the rule of product. Although it was perceived difficulties, it was also noticed advances from the students with the sharing of ideas among themselves.

Key words: Fundamental Principle of Counting. High School. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde o ano de 2014 estou atuando como professora da disciplina de Física na rede estadual de São Lourenço do Sul, no Instituto Estadual de Educação Dr. Walter Thofehrn, com alunos do Ensino Médio. Dentre os diferentes conteúdos trabalhos na disciplina de Física no Ensino Médio, observo que diversos alunos apresentam dificuldades, entre outras, em resolver operações matemáticas básicas. Então, decidi fazer o Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, pela Universidade Aberta do Brasil, vinculado a Universidade Federal de Santa Maria afim de aprofundar meus conhecimentos e, dessa forma, obter novos subsídios que pudessem auxiliar em minha prática pedagógica.

Esta escola onde atuo tem como princípios básicos fundamentados em uma educação democrática e humanista, partindo da realidade onde o aluno está inserido. Desenvolvendo suas atividades alicerçadas em uma proposta pedagógica que favoreça a construção de aprendizagens significativas, para que o educando adquira um espírito crítico e participativo, tornando-o um cidadão consciente, capaz de interagir e intervir na sociedade e no mundo do trabalho. (PLANO DE ESTUDO DO ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO, 2014, p.3).

Assim, optei por realizar uma intervenção em sala de aula em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, composta por 22 alunos. Quanto à escolha do assunto, foi difícil de ser definido, pois a proposta deveria ser implementada somente no 3º trimestre letivo. Dessa forma, dialogando com colegas professores da disciplina de Matemática da escola, cheguei à conclusão que deveria abordar algum tópico envolvendo análise combinatória. Inclusive, um assunto que eu não havia visto quando cursei o ensino médio. Sendo considerado, por vários professores de Matemática, um assunto difícil de ser abordado e compreendido pelos alunos. Estas vão, desde a compreensão do enunciado do problema, como da identificação do tipo de combinação que o mesmo envolve.

No entanto, estudando o assunto, observei que na realidade a análise combinatória vista no Ensino Médio, constitui-se a partir do princípio fundamental da contagem. Assim, a fim de delimitar o assunto, escolhi trabalhar nesta minha proposta de intervenção, o princípio fundamental da contagem.

Cabe salientar que, corrobora nas dificuldades encontradas na aprendizagem da análise combinatória, o fato de que, em diversos livros didáticos e, também, em apostilas do sistema de ensino ser este assunto abordado a partir de definições e classificações que recaem diretamente em fórmulas, que são muitas vezes memorizadas pelos alunos e associadas a determinados tipos de problemas. Nesta perspectiva, o aluno não é estimulado a compreender o que os problemas propostos descrevem e nem mesmo a ter uma postura reflexiva e crítica sobre os mesmos. No entanto, este trabalho, embora simples tem a intenção de explorar junto aos alunos situações-problemas relacionadas ao princípio fundamental da contagem, de uma forma que estes possam interagir, supor e tirarem conclusões que venham contribuir na resolução das mesmas.

Dialogando com a professora titular da turma a qual realizei a intervenção, ela me informou que o último conteúdo abordado havia sido geometria analítica. Dessa forma, os alunos, não possuíam nenhum conhecimento a respeito de análise combinatória. Sendo esta intervenção a primeira ligação com este assunto.

No capítulo 2 é apresentado um breve referencial teórico que serviu de condutor para a elaboração da proposta de intervenção em sala de aula. No capítulo 3 é descrita a proposta da sequência de atividades elaborada. No capítulo 4 é feita uma descrição do desenvolvimento da sequência na turma selecionada, bem como, dos resultados observados. Por último, são feitas algumas considerações finais decorrentes deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Um Pouco sobre Análise Combinatória

Segundo Dornelas (2004) a análise combinatória pode ser definida, como o campo da matemática que se ocupa de estudar, examinar, descrever e determinar as diferentes e possíveis classificações que podemos obter e observar de um conjunto dado e de seus elementos constituídos.

Análise combinatória é considerada um assunto difícil de ser trabalhado em sala de aula, pois, geralmente é abordado através de fórmulas. No entanto, esse método nem sempre alcança a aprendizagem. Desta forma, é necessário romper os métodos tradicionais e implementar novas propostas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

A maneira utilizada pelo professor ao abordar a análise combinatória interfere na aprendizagem dos alunos, se o mesmo adotar uma metodologia que permite a interação e participação destes, relacionando o conteúdo proposto com situações do cotidiano, poderá contribuir de forma mais significativa na compreensão dos conceitos envolvidos.

A abordagem de alguns tópicos de análise combinatória em situações de ensino pode ser realizada por meio de problemas contextualizados, a partir do cotidiano, por exemplo, o agrupamento de sequências numéricas, muito utilizadas em senhas de banco, números de telefone e emplacamento de veículos; grupos de pessoas; cartões de loteria, entre outros.

Assim, o domínio e aprendizagem deste assunto por parte dos alunos se mostram como de fundamental importância para a obtenção de competências expostas nos documentos oficiais da educação brasileira. Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) destacam, entre outros conteúdos, o papel importante do raciocínio combinatório, afirmando que:

> As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. [...] Isso mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. (BRASIL, 2000, p.44).

Em contraponto, muitos professores afirmam que este é um assunto difícil de ser compreendido pelos alunos. Nesse sentido, de acordo, com Batanero (1996), este afirma que:

> [...]educação tem sido focada em aprender as definições e fórmulas operações combinatórias e exercícios com expressões de cálculo combinatória. Combinatória é considerado difícil por professores que, às vezes, preferiram ignorar seus ensinamentos. (BATANERO,1996, p.2).

Assim, buscando dirimir estas dificuldades, devemos buscar práticas pedagógicas que possam contribuir na aprendizagem do assunto, fazendo com que o aluno seja um agente ativo do processo de aquisição do conhecimento, possibilitando-lhe interpretar situações-problemas e constituir caminhos para resolvê-las.

2.2 A Resolução de Problemas em Sala de Aula

Uma aula tradicional de matemática normalmente costuma ser “cansativa” com inúmeros problemas, cálculos e fórmulas. Desta forma, não exige que o aluno crie estratégias para resolução de problemas. Assim, este acaba construindo uma aprendizagem mecânica do que foi ensinado, e não aprendendo a pensar, a desenvolver o seu senso crítico e autonomia.

Neste trabalho são desenvolvidas atividades baseadas na resolução de problemas. No entanto, pretende-se através de discussões, oportunizar que aluno que possa propor sugestões, ideias, questionar, refletir a respeito das situações-problemas propostas. Uma vez que ele deverá resolvê-las sem a utilização de fórmulas tendo, como características a investigação.

Segundo Moura (1996), devemos, enquanto professores, refletir a respeito para que a atividade de ensino passe a ser “[...] uma solução constituída e uma situação-problema, cujas perguntas principais são: a quem ensinar, para quem ensinar, o que ensinar e como ensinar”. (MOURA, 1996a, p.31).

Desta forma os alunos constroem conceitos através de situações que estimulam sua curiosidade e raciocínio, permitindo que estes façam suas próprias resoluções através da análise e discussão de problemas. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) situações-problemas são estratégias de ensino importantes, afirma que:

> Os alunos confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1998, p.52).

Segundo Moura (1996) abordagens de situações-problema podem promover uma conscientização na formação do educador, e consequentemente, contribuir para a formação do educando. Pois, assim o professor poderá elaborar dinâmicas para a condução da resolução dos problemas propostos, bem como, construir uma possível forma de avaliar o educando.

Outro fator importante são as escolhas dos problemas, que precisam representar situações interessantes e desafiadoras aos alunos. Com relação ao nível de dificuldades dos problemas, estes devem constituir com grau de dificuldade crescente. Em seguida, deve-se variar, alternando diferentes problemas. Assim, o aluno iniciando com problemas mais simples pode ficar mais motivado a realizar a sequência de atividades propostas. Já, a variação do grau de dificuldades tem como objetivo promover sua continuidade, caso contrário, iniciando com problemas mais complicados, o aluno nem tenta resolvê-los, acaba desistindo.

2.3 Uso de Jogos como um Recurso Didático

A utilização de atividades lúdicas é uma alternativa de tornar a aula mais atrativa, interessante, desta forma deixando de ser uma aula tradicional. Sendo esta uma alternativa diferente para expor e explicar um conteúdo matemático, podendo ser realizada de diversas maneiras através de jogos, *softwares*, brincadeiras, entre outros.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o jogo, como aspecto lúdico é eficiente e desafiador quando estimula o aluno à buscar o conhecimento:

> O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se. (BRASIL, 2006, p. 28).

Além de promover conhecimento matemático, a realização de atividades lúdicas também pode favorecer a integração entre alunos, pois estes deverão trabalhar em conjunto. A atividade lúdica promoverá o embate de ideias nos grupos, para um bem maior, e a prévia reflexão dos conceitos matemáticos mediados pelo desejo de vitória do grupo. Isso é reforçado por Moura (1996) quando indica que:

> O jogo permite a apreensão dos conteúdos porque colocam os sujeitos diante da impossibilidade de resolver, na prática, as suas necessidades psicológicas. O indivíduo, experimenta, assim, situações de faz-de-conta do jogo regrado pela

> lógica, vivenciada ou criada, para solucionar as impossibilidades de tornar realidade o seu desejo. (MOURA, 1996b, p.80).

Em contraposição, aulas somente expositivas, nem sempre são a melhor opção para construir um conhecimento. Quando ministradas em demasia tornam as aulas cansativas e desinteressantes, comprometendo a aprendizagem dos alunos. Assim há a necessidade de se desenvolver estratégias de ensino, para melhor adequá-las em situações de ensino.

Nesse sentido Carvalho (2009), afirma que o uso de jogos como recursos às aulas de matemática, podem propiciar momentos de desbloqueio dos alunos. Assim, atividades com jogo quando bem planejadas podem tornar a aprendizagem desafiante e estimulante.

No entanto, para atividades lúdicas terem êxito em seu desenvolvimento, o professor deve elaborar um bom planejamento, tendo seus objetivos e estratégias bem definidos, assim, contribuindo na aprendizagem do aluno. Isso é reforçado por Almeida (1998), quando afirma que: "o bom êxito de toda atividade lúdico-pedagógica depende exclusivamente do bom preparo e liderança do professor".

Nesta perspectiva foi proposta uma intervenção, sendo elaborada uma sequência de atividades baseadas na resolução de problemas. Mais especificamente, situações-problema, com algumas estratégias desenvolvidas para discutir o princípio fundamental da contagem. Neste trabalho, se fará uso de uma atividade lúdica envolvendo o jogo da senha, para que os alunos possam refletir a respeito da contextualização feita e relacioná-la com o seu dia a dia. Além disso, a mesma servirá como preparação para se discutir o princípio fundamental da contagem.

3 UMA PROPOSTA PARA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

A intervenção tem como objetivo mostrar que o princípio fundamental da contagem pode ser utilizado na resolução de diversos problemas do cotidiano, e contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, através da interpretação e reflexão de situações-problemas.

A duração da atividade está prevista para 2 períodos de 50 minutos cada. O pouco tempo disponibilizado para a referida intervenção deve-se ao fato que, no momento, não estou lecionando a disciplina de Matemática, mas estou atuando na disciplina de Física, na qual utilizei os períodos para o desenvolvimento da proposta. Pretende-se utilizar diversos recursos didáticos como: quadro branco; materiais manipuláveis compostos por cartões de mega-sena; roupas de papel; jogo da senha; folhas de atividade. Em termos dos conhecimentos prévios que os alunos devem ter, será considerada apenas a necessidade de domínio das operações básicas com os números reais.

A seguir será detalhado as etapas da intervenção proposta para uma turma de 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Dr. Walter Thofehrn.

1º Momento: Apresentação da proposta de ensino

Será feita, inicialmente aos alunos uma breve exposição da proposta de intervenção. Nesse sentido, será descrito que a mesma visa explorar a ideia do princípio fundamental da contagem através de uma atividade lúdica com jogo e com uma sequência de atividades envolvendo a resolução de alguns problemas. Sendo que, os problemas selecionados pautam-se em situações mais próximas da realidade deles.

Assim, tem-se o intuito de motivá-los inicialmente, a fim de auxiliá-los a melhor compreenderem o assunto envolvido. Desta forma, pretende-se contribuir no desenvolvimento do seu raciocínio, bem como na interpretação de textos relacionados ao ensino de matemática.

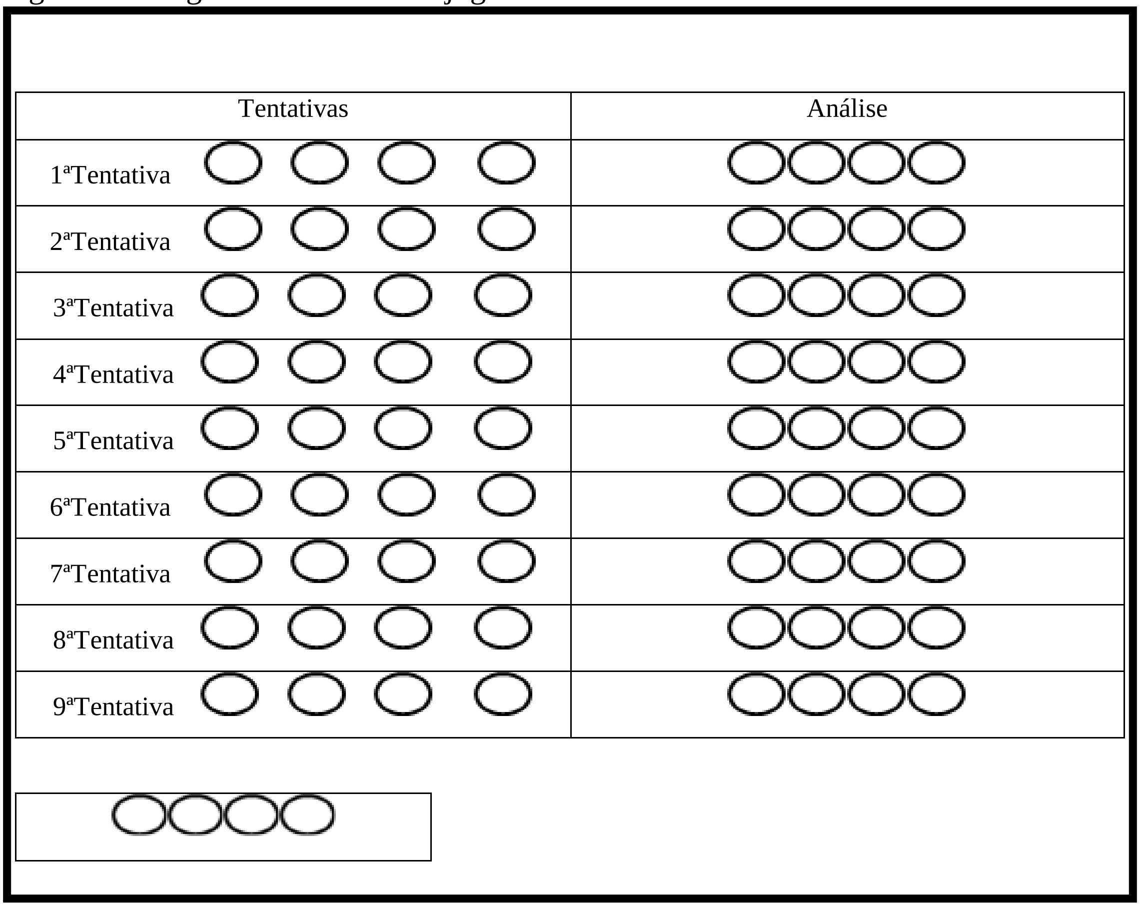
2º Momento: Jogo da Senha

Neste momento será realizada uma atividade envolvendo, de forma lúdica, o assunto escolhido. Inicialmente, apresenta-se o jogo da senha, explicando suas regras. Após, define-se as duplas na turma, sendo que um integrante será o desafiador e, outro, o desafiante. Esta atividade foi adaptada a partir do trabalho de Carvalho (2009).

Neste trabalho, o pesquisador apresenta o jogo da senha utilizando quatro cores. No entanto, como o objetivo desta intervenção é realizar atividades que estejam voltadas mais ao cotidiano do aluno, o mesmo foi adaptado. Assim, foram substituídas as cores por números. Fazendo isso, aproxima-se do fato de que, grande parte dos alunos possui celulares e costumam incluir senhas de acessos em seus aparelhos.

Para cada dupla serão entregues cartelas do tabuleiro, conforme ilustra a Figura 1. Sendo que, cada dupla deverá receber quatro cartelas: duas referentes ao tabuleiro do desafiado e, outras duas, do tabuleiro do desafiante. Para este jogo serão propostas apenas duas rodadas, devido ao tempo restrito que se tem disponível para a intervenção. Após o término da primeira rodada, os participantes devem inverter seus papéis, o desafiante passa a ser o desafiado e, vice-versa.

Figura 1 - Imagem das cartelas do jogo da senha.



Fonte: Recurso eleborada pela autora.

Como regras do jogo, tem-se que antes do início do mesmo, deve ser escolhido quem será o desafiante. Aquele que formará a senha, e o desafiado, quem tentará descobri-la. Escolhidos os papéis de cada jogador, seguem as regras:

1º) O desafiante compõe uma senha e escreve nos espaços reservados do tabuleiro. Para a composição da senha devem ser escolhidos quatro dos seis números previamente estipulados. Para diminuir o número de possibilidades, tem-se como regra que, os números não podem se repetir. Por exemplo, dos seis números: 1, 2, 3, 4, 5 e 6, escolhe-se quatro destes: 1, 2, 4, 6.

2º) O desafiado, então forma uma senha que acredita ser a que fora formulada pelo desafiante. Caso não acerte a mesma, o desafiante coloca F no espaço reservado no tabuleiro do desafiado. Sendo que, V indica verdadeiro e F, falso para a suposição do desafiado.

Considerando assim que, a senha escolhida, a partir do exemplo anterior, seja 2641 e o desafiado tenha indicado como 1ª tentativa 2416, a análise deverá ser VFFF, isto é, o desafiado acertou somente o primeiro número.

3º) O desafiado tem nove tentativas para descobrir a senha. Caso não acerte a senha em nenhuma das nove oportunidades, o desafiado contabiliza nove pontos.

4º) Alternadamente, os jogadores invertem seus papéis e o jogo segue da mesma forma. Assim, será considerado vencedor aquele que descobrir a senha do outro em menos tentativas, ou seja, aquele que obtiver o menor número de pontos ao final das duas rodadas.

Após o término das duas rodadas em todos os grupos, será realizada uma socialização com a turma, onde alguns questionamentos serão feitos e anotações no quadro serão executadas para melhor conduzir as discussões dos resultados obtidos pelos jogadores. Os questionamentos serão:

1. Quantos acertaram a senha proposta pelo desafiante?

A partir deste questionamento será feita uma tabela no quadro contendo as duas senhas escolhidas por grupo, e também, a respectiva pontuação recebida. Esta pontuação indica o número de senhas que foram supostas e que estavam incorretas. Com base nesses resultados se quer contribuir para que, os alunos compreendam que no jogo, tinha-se um conjunto de seis elementos apenas (1,2,3,4,5 e 6) e escolhendo-se quatro destes sem repetição inúmeras senhas podem ser definidas com quatro destes números. Além disso, a ordem das escolhas influencia na constituição da senha, gerando senhas diferentes.

2. Vocês seriam capazes de descrever todas as senhas?

Com este questionamento, pretende-se que os alunos possam perceber que, embora seja possível elencar todas as senhas, isso demandaria muito tempo.

3. É possível, sem listar todas as senhas, saber quantas ao todo podem ser criadas a partir das regras do jogo?

Neste momento deseja-se, intuitivamente, abordar o princípio fundamental da contagem. A partir da condução das respostas dos alunos será retomada a situação-problema proposta no jogo. Ou seja, utilizando somente quatro de seis números para compor uma senha, quantas podem ser formadas, supondo que os números devam ser distintos. Deve ser levada em consideração a ordem dos números, pois ordens diferentes definem uma nova senha. A resposta para este questionamento é dada por quatro decisões, sendo:

1ª decisão................. 6 números

2ª decisão.................5 números

3ª decisão..................4 números

4ª decisão..................3 números

Assim, utilizando o princípio fundamental da contagem obtemos 6x5x4x3= 360 senhas distintas.

4. Com a mesma situação, no entanto, se os números que formam uma senha puderem se repetir, quantas senhas diferentes podem ser compostas?

Os alunos deverão perceber que, de forma análoga, se terá quatro níveis de decisão.

1ª decisão................. 6 números

2ª decisão.................6 números

3ª decisão..................6 números

4ª decisão...................6 números

Logo, utilizando o princípio fundamental da contagem obtemos 6x6x6x6= 1 296 senhas diferentes.

3º Momento: Outras Situações-Problema

Neste momento serão propostas, através de problemas, situações de escolhas nas quais os alunos possam refletir e aplicar, após isso, o princípio fundamental da contagem. Nesta atividade é entregue uma folha com os enunciados de três situações-problemas propostas. Será feita, inicialmente, uma leitura silenciosa por parte dos alunos de cada problema e, após, uma leitura em grupo. Posteriormente, será feita a resolução de cada problema a partir da participação dos alunos e da condução feita pelo professor. Os problemas foram selecionados a partir de pesquisas realizadas em algumas referências bibliográficas.

Situação-Problema 1

(DANTE, 2013-Adaptado) Paulo quer ir a uma festa, sendo que ele possui três calças nas cores azul, preta e branca; quatro camisas nas cores verde, branca, rosa e vermelha, dois sapatos nas cores bege e preto. Ele está indeciso na escolha da roupa e dos calçados. De quantas maneiras diferentes ele poderá se vestir, sem repetir as peças?

Para resolver este problema, inicialmente serão construídas as diferentes possibilidades, conforme ilustra o quadro 1. O uso de tabelas e quadros para distribuir as diferentes possibilidades de cada decisão a ser tomada auxilia na constituição do conjunto solução. No entanto, deve ser comentado com os alunos que, isso é possível quando as escolhas que se tem são formadas por um número pequeno de possibilidades.

Quadro 1 – Descrição das possibilidades de combinações para a situação-problema 1.

(continua)

Calças	**Camisas**	**Sapatos**	**Combinações Calça-Camisa-Sapato**
Azul	Verde	Bege	Azul-Verde-Bege
Azul	Verde	Preto	Azul-Verde-Preto
Azul	Branco	Bege	Azul-Branco-Bege
Azul	Branco	Preto	Azul-Branco-Preto
Azul	Rosa	Bege	Azul-Rosa-Bege
Azul	Rosa	Preto	Azul-Rosa-Preto
Azul	Vermelho	Bege	Azul-Vermelho-Bege
Azul	Vermelho	Preto	Azul-Vermelho-Preto
Preto	Verde	Bege	Preto-Verde-Bege
Preto	Verde	Preto	Preto-Verde-Preto
Preto	Branco	Bege	Preto-Branco-Bege
Preto	Branco	Preto	Preto-Branco-preto
Preto	Rosa	Bege	Preto-Rosa-Bege
Preto	Rosa	Preto	Preto-Rosa-Preto
Preto	Vermelho	Bege	Preto-Vermelho-Bege
Preto	Vermelho	Preto	Preto-Vermelho-Preto
Branco	Verde	Bege	Branco-Verde-Bege

Quadro 1 – Descrição das possibilidades de combinações para a situação-problema 1.

(conclusão)

Branco	Verde	Preto	Branco-Verde-Preto
Branco	Branco	Bege	Branco-Branco-Bege
Branco	Branco	Preto	Branco-Branco-Preto
Branco	Rosa	Bege	Branco-Rosa-Bege
Branco	Rosa	Preto	Branco-Rosa-Preto
Branco	Vermelho	Bege	Branco-Vermelho-Bege
Branco	Vermelho	Preto	Branco-Vermelho-Preto

Fonte: Elaborado pela autora.

Portanto, ao serem contadas todas as possibilidades encontradas, conclui-se que Paulo poderá se vestir de 24 formas diferentes. Pois, ele possui 3 calças, 4 camisas e 2 sapatos. Sendo cada combinação composta por 1 calça, 1 camisa e 1 sapato de cores diferentes.

Assim, espera-se que, a partir de uma representação visual das possibilidades, o aluno possa de forma natural concluir como se constitui o princípio fundamental de contagem, atribuindo significado ao produto que fornece o total de opções.

O princípio fundamental da contagem afirma que:

“Se uma decisão d_1 pode ser tomada de *n* maneiras, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de *m* maneiras, o número total de maneiras a serem tomadas as decisões d_1 e d_2 será igual ao produto n x m”. Este princípio vale para quaisquer *n* decisão a serem tomadas. Generalizando, se uma decisão d_1 pode ser tomada de n_1 maneiras, seguida de uma decisão d_2 que pode ser tomada de n_2 maneiras e assim sucessivamente até uma decisão, d_k, de n_k maneiras, tem-se que o número de possibilidades é $n_1 \text{ x } n_2 \text{ x...x } n_k$.

Neste problema, deve ser considerado d_1 como sendo a decisão associada as calças, d_2, a decisão das camisas e d3, a decisão dos sapatos de Paulo.

Pode-se então, calcular as possibilidades de acordo com o princípio fundamental da contagem será igual a 3x4x2=24 maneiras diferentes.

Situação-Problema 2

(DANTE, 2013 - Adaptado) No restaurante Lourenciano tem disponível dois tipos de bifes (bife à parmegiana e bife à milanesa), dois tipos de arroz (arroz branco e arroz integral), dois tipos de feijão (feijão preto e feijão carioca) e três tipos de sucos (laranja, uva e morango). O proprietário do restaurante gostaria de saber quantos pratos diferentes formados por um tipo de carne, arroz, feijão e suco poderão ser servidos com estas opções de comida. Indique como resolver este problema.

A partir das discussões em conjunto espera-se que os alunos possam perceber através da constituição de um esquema, as diferentes possibilidades. Nesta resolução será utilizada a estratégia de árvore de possibilidades ou diagrama de possibilidades, conforme ilustrado na Figura 2.

Pode-se observar que nesse problema há quatro níveis de decisão:

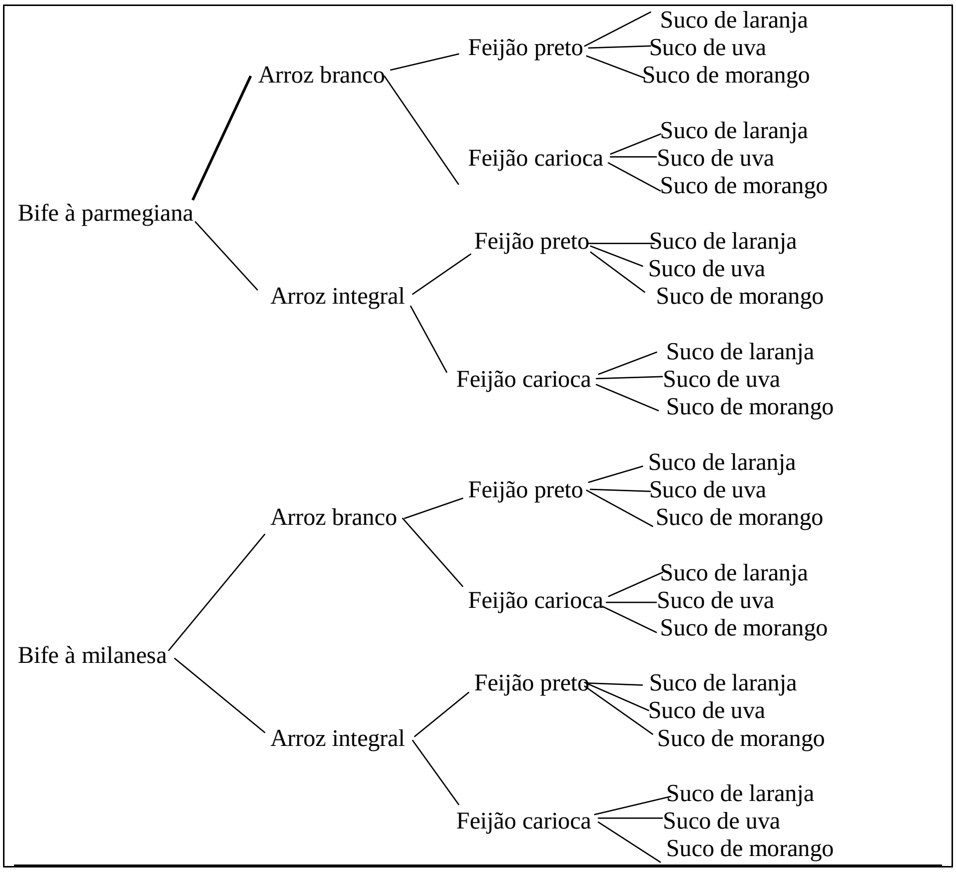
d1: escolher um tipo de bife, dentre dois.

d2: escolher um tipo de arroz, dentre dois.

d3: escolher um tipo de feijão, dentre dois.

d4: escolher um tipo de sucos, dentre três.

Figura 2 - Diagrama da árvore de possibilidades para a situação-problema 2.



Fonte: Elaborado pela autora.

Portanto, a partir da utilização da árvore de possibilidades conclui-se que o proprietário do restaurante poderá servir 24 pratos diferentes. No entanto, de acordo com o princípio fundamental da contagem, pode-se determinar, sem elencar todas as possibilidades, o número total de maneiras diferentes de servir um prato neste restaurante. Assim, como o cardápio apresenta dois tipos de bife, dois tipos de arroz, dois tipos de feijão e três tipos de sucos, calcula-se que devem ser 2x2x2x3=24 pratos distintos.

Situação-Problema 3

(CARVALHO, 2015 - Adaptado) Vamos relacionar os cartões de mega-sena (Figura 3) com o princípio fundamental da contagem, e realizando alguns questionamentos, tais como:

1. Vocês já jogaram na loteria da mega-sena, ou conhecem alguém que normalmente joga?
2. Se já jogaram ou conhecem alguém que jogou, saberiam dizer se este(s) acertou(aram) algum número?
3. No jogo da mega-sena são sorteados, a cada extração, seis números de 1 a 60. Quantos são os resultados possíveis em um sorteio da mega-sena?
4. Aposta mínima da mega-sena é de seis números e a máxima de quinze números. Quanto maior a quantidade de números marcados, maior o preço da aposta. Quantas são as possibilidades de marcação dos bilhetes, fazendo a aposta mínima? E a aposta máxima?
5. Qual é o número de possibilidades de marcação dos bilhetes, fazendo-se uma aposta com nove números?

Figura 3 - Imagem de um cartão da mega-sena referente a situação-problema 3.

Fonte: Registo da autora.

Para responder ao questionamento relacionado à aposta mínima, deve-se observar que o cartão da mega-sena possui 60 números diferentes. Assim, para realizar uma aposta mínima, escolhendo seis números entre 01 e 60, tem-se, então seis decisões a tomar, lembrando que os números não se repetem. Logo:

1ª decisão--------- ---60 opções

2ª decisão-------------59 opções

3ª decisão ------------58 opções

4ª decisão ------------57 opções

5ª decisão-------------56 opções

6ª decisão-------------55 opções

Assim, para resolver este problema basta usar o princípio fundamental da contagem, multiplicando-se as seis opções, isto é, 60x59x58x57x56x55 = 36 045 979 200 maneiras de preencher os cartões da mega-sena. Conclui-se que são muitas possibilidades de sorteio desses seis números, sendo praticamente impossível listar cada uma delas para se ter o quantitativo de possibilidades. Portanto, o princípio fundamental da contagem permite obter o resultado, sem que para isso, seja necessário descrever cada possibilidade. Logo, para a escolha máxima de apostas, que corresponde a quinze decisões a serem tomadas, temos:

1ª decisão-------------60 opções

2ª decisão-------------59 opções

3ª decisão ------------58 opções

4ª decisão ------------57 opções

5ª decisão-------------56 opções

6ª decisão-------------55 opções

7ª decisão ------------54 opções

8ª decisão ------------53 opções

9ª decisão -------------52 opções

10ª decisão ------------51 opções

11ª decisão ------------50 opções

12ª decisão -------------49 opções

13ª decisão -------------48 opções

14ª decisão --------------47 opções

15ª decisão -------------46 opções

Desta forma, para resolver este problema basta usar o princípio fundamental da contagem, multiplicando-se as quinze opções, isto é, 60x59x58x57x56x55x54x53x 52x51x50x49x48x47x46 resulta em 69 560 546 966 425 756 200 960 000 maneiras de se preencher os cartões da mega-sena.

Se a aposta for realizada escolhendo-se nove números, serão nove decisões a serem tomadas, ou seja:

1ª decisão-------------60 opções

2ª decisão-------------59 opções

3ª decisão ------------58 opções

4ª decisão -------------57 opções

5ª decisão -------------56 opções

6ª decisão -------------55 opções

7ª decisão -------------54 opções

8ª decisão --------------53 opções

9ª decisão -------------52 opções

Assim, para resolver este problema basta usar o princípio fundamental da contagem, multiplicando-se as nove opções, isto é, 60x59x58x57x56x55x54x53x52 resulta em 5 364 506 808 460 800 maneiras de preencher os cartões da mega-sena.

Comparando o número de possibilidades das apostas com 6, 9 e 15 opções de números, pode se concluir que, quanto maior o número da aposta, maiores as chances de faturar o prêmio. Observemos que, não estamos trabalhando os conceitos de probabilidade que são necessários para sabermos a respeito de quanto o número de chances aumenta de acertarmos os seis números da mega-sena, quando marcarmos nove ou quinze números na cartela. Isso deverá ser salientado junto aos alunos, a fim de que observem que, quando marcarmos um bilhete com nove números, precisaremos acertar seis desses números, ou seja, poderemos errar três. Da mesma forma, quando marcarmos quinze números precisaremos acertar seis números, podendo errar nove números. Por isso, as chances aumentam.

Após, a fim de ilustrar brevemente a magnitude de cada uma das possibilidades que se tem ao se fazer apostas com 6, 9 e 15 números escolhidos, perguntaremos aos alunos se estes sabem como se lê os respectivos números de possibilidades de marcação dos bilhetes. Assim, para seis números se tem 36 045 979 200, que se lê: trinta e seis bilhões e quarenta e cinco milhões, novecentos e setenta e nove mil e duzentos possibilidades; para nove números se tem

5 364 506 808 460 800, que se lê: cinco quatrilhões, trezentos e sessenta e quatro trilhões, quinhentos e seis bilhões, oitocentos e oito milhões, quatrocentos e sessenta mil e oitocentos possibilidades e na aposta máxima de quinze números tem-se 69 560 546 966 425 756 200 960 000, que se lê: sessenta e nove septilhões, quinhentos e sessenta sextilhões, quinhentos e quarenta e seis quintilhões, novecentos e sessenta e seis quatrilhões, quatrocentos vinte e cinco trilhões, setecentos cinquenta e seis bilhões, duzentos milhões, novecentos e sessenta mil possibilidades. A leitura da representação dos números no sistema de numeração decimal será feita, pois normalmente, números dessa magnitude não são vistos e pretende-se explorar, embora rapidamente, as denominações utilizadas para as diferentes classes dos números.

4º Momento: Mais alguns problemas

Neste momento será proposta uma atividade em grupo, sendo constituídos de dois a três alunos. Será distribuída uma folha contendo dois problemas que deverão ser resolvidos durante o restante da aula e, caso não dê tempo, entregues na próxima aula.

No material impresso entregue, constará os seguintes problemas:

Problema 1 - (UNESP 2009-Adaptado)

Uma rede de supermercados fornece a seus clientes um cartão de crédito cuja identificação é formada por três letras distintas (dentre 26 disponíveis), seguidas de quatro algarismos distintos (0 a 9). Uma determinada cidade receberá os cartões que têm L como terceira letra, último algarismo sendo zero e o penúltimo igual a 1. Qual a quantidade total de cartões distintos oferecidos por tal rede de supermercados para essa cidade?

Problema 2 - (MATTOS 2013-Adaptado)

Determine a quantidade de automóveis que podem ser emplacados considerando três letras e quatro algarismos no estado do Rio Grande do Sul. Considerando a série inicial IAQ 0001 e final JDO 9999. Justifique sua resposta.

A seguir são descritas as resoluções destes problemas.

Resolução do Problema 1: Como o cartão é formado por três letras distintas, tem-se três decisões a serem tomadas, lembrando que a 3ª letra já é determinada, no caso é L, então:

1ª decisão......... 25 opções de letras

2ª decisão..........24 opções de letas

3ª decisão...........1 opção de letra L

Utilizando o princípio fundamental da contagem para determinar as identificações dos cartões com as letras, obtém-se: 25x24x1= 600 opções. Mas, os cartões também são formados por quatro números distintos (de 0 a 9), considerando o último algarismo zero e o penúltimo algarismo 1, tem-se, portanto, quatro decisões a serem tomadas:

1ª decisão......... 8 opções de números

2ª decisão........... 7 opções de números

3ª decisão..............1 opção número: 1

4ª decisão..............1 opção número: 0

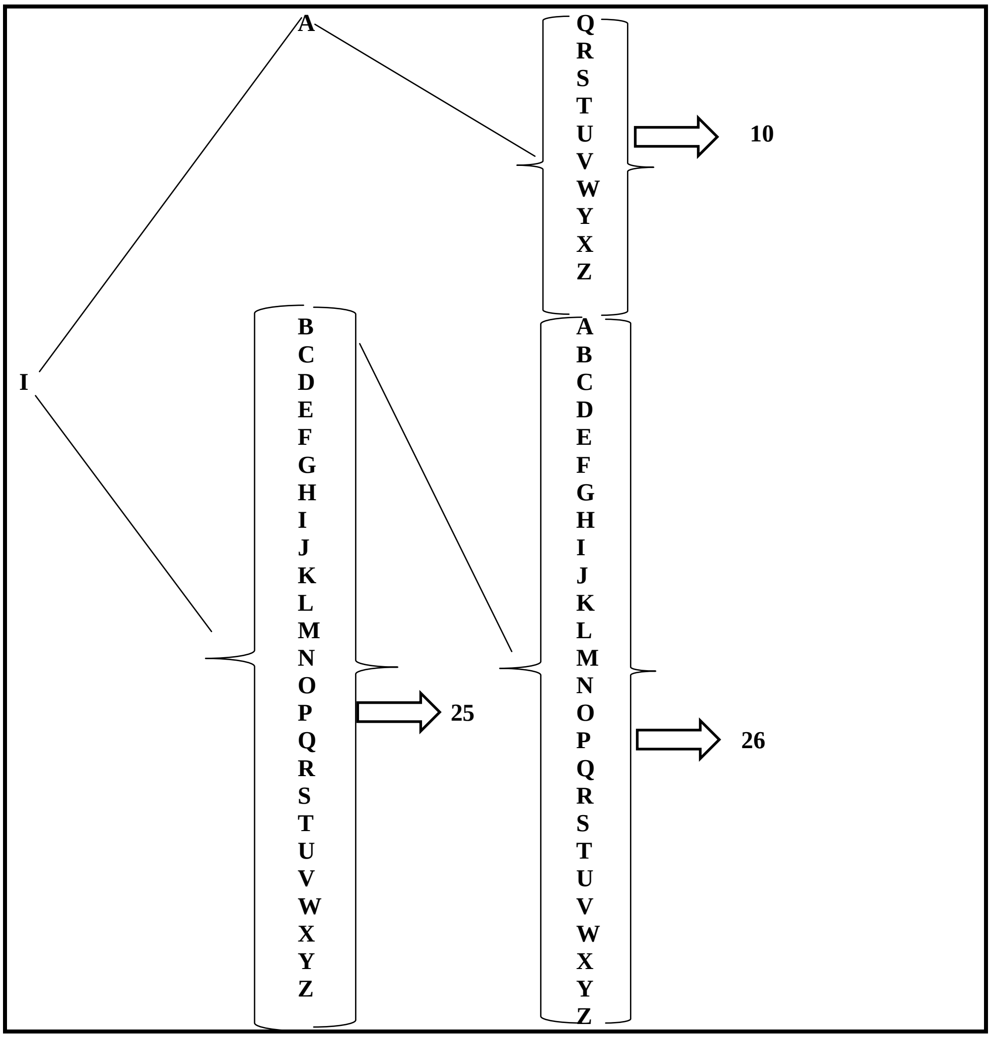
Os cartões identificados pelos números, de acordo com o princípio fundamental da contagem apresentam 8x7x1x1= 56 opções. Juntando as identificações com letras e números, resulta que, para cada uma das 600 possibilidades de dispor as letras, tem-se 56 formas de dispor os algarismos. Logo, a quantidade total de cartões de crédito é dada por 600x56=33 600.

Resolução do Problema 2: Considerando as letras das placas iniciadas em IAQ e terminadas em JDO, tem-se 753 possibilidades de dispor as letras.

Nas Figuras 4 e 5 são apresentadas o diagrama das possibilidades de combinações envolvendo as letras das placas, respectivamente. Neste caso, analisando a quantidade de letras de cada placa que iniciam com IAQ e finalizam com JDO.

As placas de identificação de veículos no Brasil são emitidas pelos Departamentos Estaduais de Trânsito (Detran) de cada unidade da Federação, seguindo uma sequência única para todo o país. A ordem das letras e números tem a ver com o Estado em que o veículo é emplacado, no Rio Grande do Sul a série inicial IAQ 0001 e final JDO 9999. Por exemplo no estado do Paraná, a série inicial é AAA 0001 e a final é dada por BEZ 9999. Nota-se que a numeração das placas variam de 0001 a 9999, ou seja, não pode haver placas com todos os algarismos nulos.

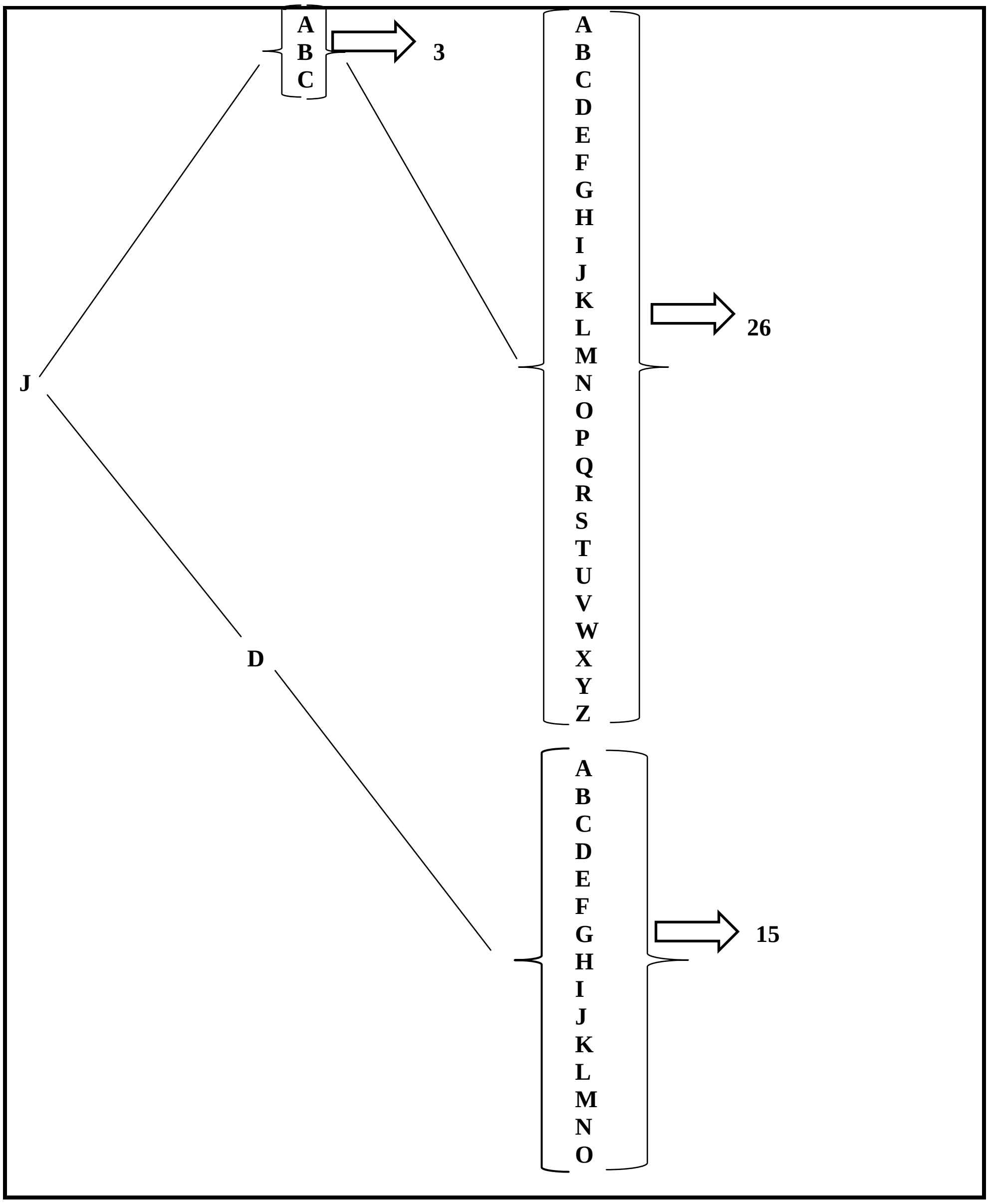
Figura 4 - Diagrama de árvore de possibilidades para placas que iniciam com a letra I na resolução do problema 2.



Fonte: Elaborado pela autora.

Pelo diagramada de árvore da Figura 4, o número de possibilidades para as letras é 10+25x26 e pelo diagrama de árvore da Figura 5, o número de possibilidades para as letras é 15+3x26.Assim, tem-se 10+15+25x26+3x26=10+15+28x26=753.

Figura 5 - Diagrama da árvore de possibilidades para placas que iniciam com a letra J na resolução do problema 2.



Fonte: Elaborado pela autora

Considerando que não pode haver placas com todos os algarismos nulos, os números vão variar de 0001 a 9999. Logo, existem 9 999 formas de dispor os algarismos. Utilizando o princípio fundamental da contagem tem-se para cada uma das 753 possibilidades de dispor as letras, 9 999 formas de dispor os algarismos. Dessa forma, a quantidade de automóveis que podem ser emplacados no estado do Rio Grande do Sul será de 753x9 999=7 529 247.

4 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO

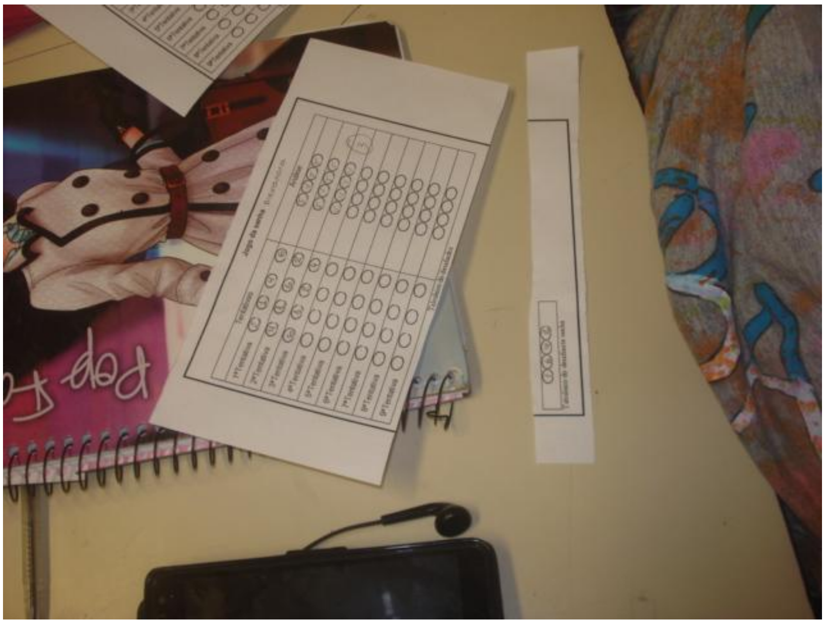
Esta proposta foi implementada em uma turmas do 3º ano do Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Dr. Walter Thofehrn, em novembro de 2015, com 14 alunos que estavam presentes neste dia.

Inicialmente foi feita uma breve exposição da proposta de intervenção. Após foi explicado que seria desenvolvida uma atividade lúdica envolvendo um jogo e na sequência seriam resolvidas algumas situações-problemas propostas, envolvendo o princípio fundamental da contagem. Além disso, foi mencionado também que as situações envolveriam contextos próximos a realidade deles.

A fim de dar início às atividades, apresentou-se o jogo da senha, sendo explicadas suas regras. Após, definiu-se as duplas na turma, escolhendo em cada uma o desafiado da 1ª rodada.

Após, foi feita a distribuição das folhas impressas do jogo da senha para cada grupo, conforme ilustra a Figura 6. O desafiante definiu, então, uma senha de quatro dígitos distintos dentre os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Após começaram as tentativas do desafiado. Com o término desta rodada, os integrantes das duplas inverteram seus papéis.

Figura 6 – Realização do jogo da senha pelos alunos.



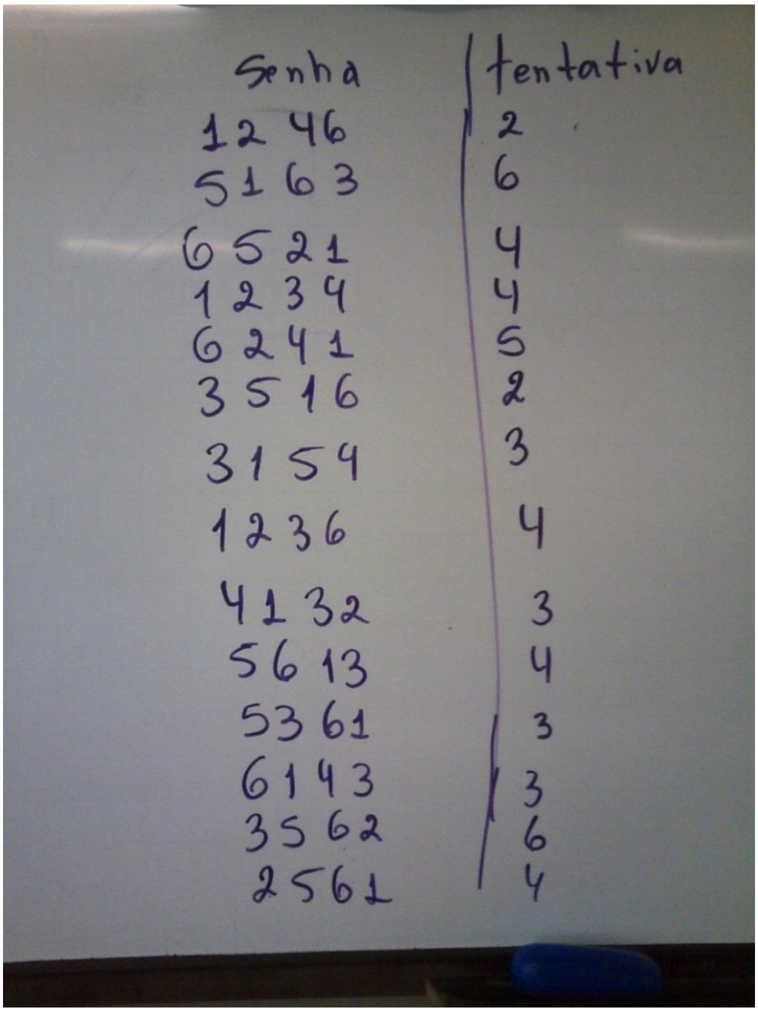
Fonte: Registro da autora.

Terminadas as duas rodadas foi realizado questionamentos com toda a turma, conforme descritos no capítulo anterior.

1.Quantos acertaram a senha proposta pelo desafiante?

Todos acertaram a senha proposta pelo desafiante, porém com diferentes pontuações, conforme se observa na Figura 7, onde cada duas senhas representam um mesmo grupo.

Figura 7 – Tabela com as senhas realizadas no jogo e a pontuação correspondente.



Fonte: Registo da autora.

2.Vocês seriam capazes de descrever todas as senhas?

A maioria da turma respondeu que seria possível, mas levaria bastante tempo.

3. É possível, sem listar todas as senhas, saber quantas ao todo podem ser criadas a partir das regras do jogo?

Os alunos ficam pensativos e respondem que seria possível, mas não saberiam como. Dessa forma, foi necessário, explicar-lhes que, utilizamos somente quatro números para compor as senhas, ou seja, temos quatro decisões a serem tomadas que resultam 6x5x4x3= 360 senhas distintas.

4. Se os números que formam uma senha puderem se repetir, quantas senhas diferentes podem ser compostas?

Neste questionamento, alguns alunos responderam que temos quatro decisões a serem tomadas, como os números podem se repetir, então para cada uma das decisões tem-se seis opções, ou seja, 6x6x6x6= 1 296 possibilidades de senha.

Neste momento de socialização da atividade, os alunos se manifestaram pedindo para repetir o jogo. No entanto, não foi possível devido ao tempo disponível ser restrito.

Posteriormente foi entregue uma folha impressa contendo as três situações-problemas propostas: “roupas de Paulo”, “pratos no Restaurante” e “Mega-Sena”. Então, foi pedido que fizessem uma leitura silenciosa de cada problema e, após, uma leitura em grupo. Feito isso, a maioria dos alunos começou a resolvê-los, conforme ilustra a Figura 8, sendo dado um breve tempo para realizarem a atividade. Em seguida, foi feita a resolução de cada situação-problema no quadro, com a participação dos alunos, onde desempenhei, o papel de mediadora das discussões que foram surgindo.

Figura 8 – Alunos lendo as questões situações-problemas propostas.

Fonte: Registro da autora.

Situação-Problema 1:

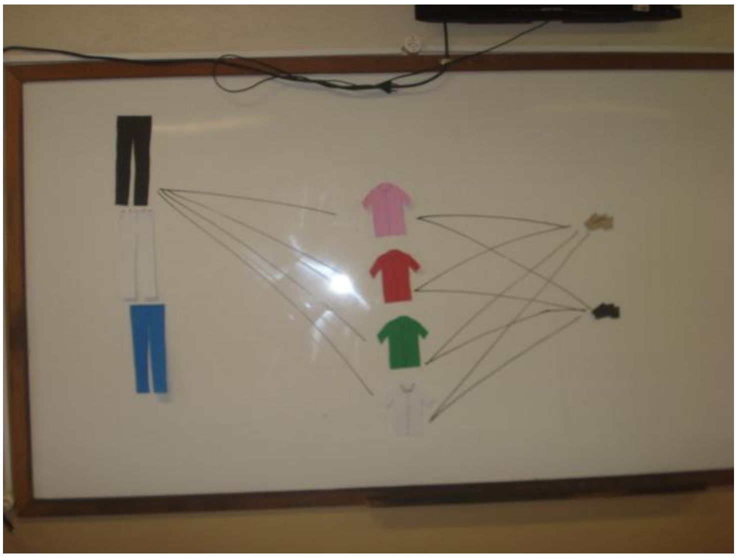
No quadro foram fixadas as figuras representativas das roupas de Paulo, de acordo com a Figura 9.

Figura 9 – Apresentação de imagens para resolução da situação-problema 1.

Fonte: Registro da autora.

Posteriormente, com a auxílio da árvore de possibilidades, foram mostradas as alternativas para Paulo de vestir.

Figura 10 – Árvore de possibilidades na explicação da situação-problema 1.

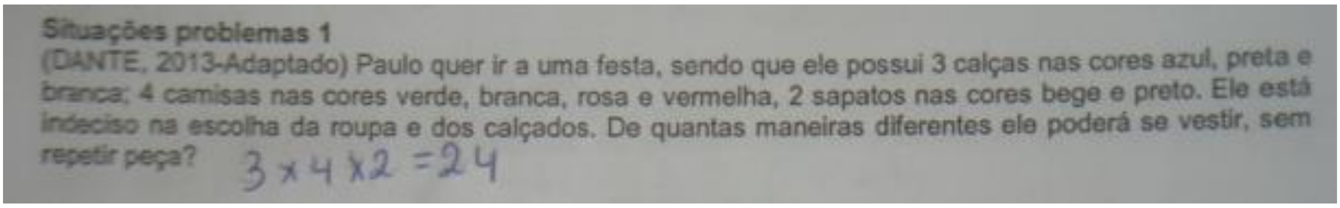


Fonte: Registro da autora.

A situação-problema 1 poderia ser realizada de outra maneira, ao invés, de apresentar somente uma distribuição para as três calças, conforme ilustrado na Figura 10, poderia ter sido feita uma distribuição para cada uma delas e, assim por diante, para cada uma das camisas e sapatos.

Após esta explicação os alunos realizam os cálculos da situação-problema 1. Na Figura 11 é ilustrada uma resolução correta apresentada por um dos alunos.1

Figura 11 - Resolução de um aluno da situação-problema1.



Situações problemas 1
(DANTE, 2013-Adaptado) Paulo quer ir a uma festa, sendo que ele possui 3 calças nas cores azul, preta e branca; 4 camisas nas cores verde, branca, rosa e vermelha, 2 sapatos nas cores bege e preto. Ele está indeciso na escolha da roupa e dos calçados. De quantas maneiras diferentes ele poderá se vestir, sem repetir peça? $3 \times 4 \times 2 = 24$

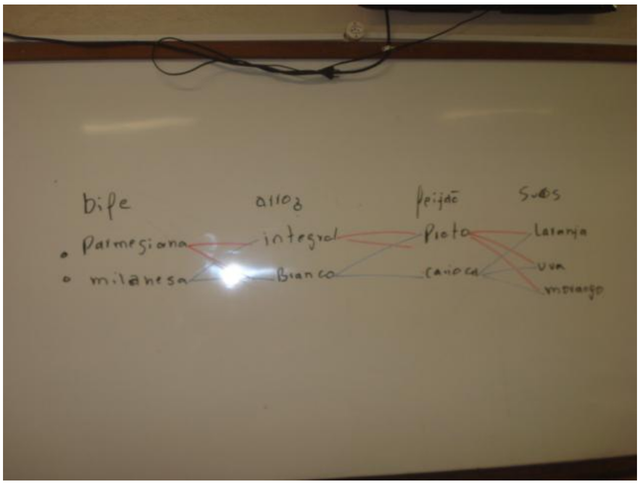
Fonte: Registro da autora.

Todos os alunos conseguiram resolver a situação-problema 1. Algumas dúvidas surgiram, sendo sanadas posteriormente com a construção da árvore de possibilidades.

Situação-Problema 2:

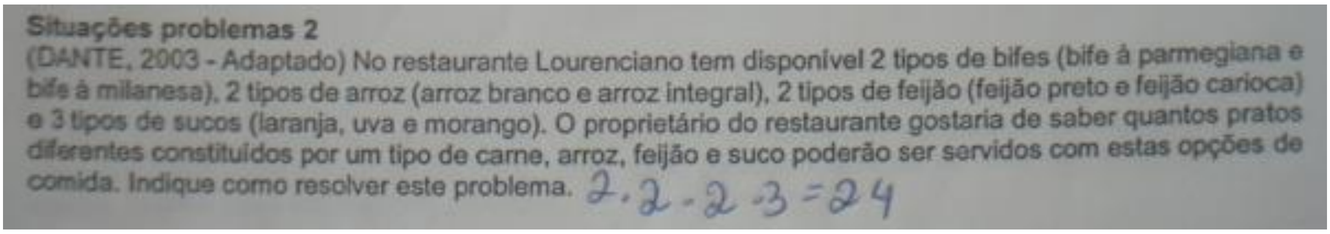
No quadro foram organizados os dados do problema, conforme mostra a Figura 12. A partir do diálogo com os alunos, a resolução da situação-problema proposta foi realizada pelos alunos. Na Figura 13 uma dessas resoluções é ilustrada.

Figura 12 - Explicação da situação-problema 2 desenvolvida em conjunto pelo professor e alunos.



Fonte: Registro da autora.

Figura 13 - Resolução de um aluno da situação-problema 2.


Situações problemas 2
(DANTE, 2003 - Adaptado) No restaurante Lourenciano tem disponível 2 tipos de bifes (bife à parmegiana e bife à milanesa), 2 tipos de arroz (arroz branco e arroz integral), 2 tipos de feijão (feijão preto e feijão carioca) e 3 tipos de sucos (laranja, uva e morango). O proprietário do restaurante gostaria de saber quantos pratos diferentes constituídos por um tipo de carne, arroz, feijão e suco poderão ser servidos com estas opções de comida. Indique como resolver este problema. 2.2.2.3=24

Fonte: Registro da autora.

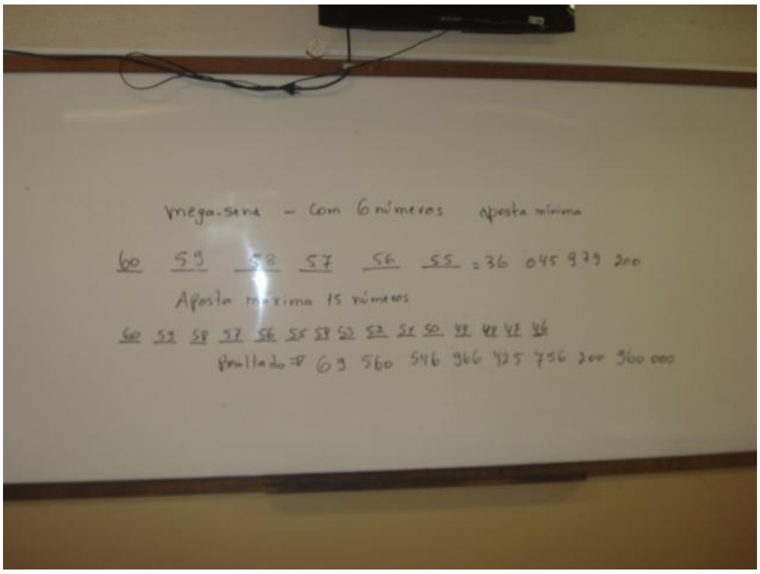
Na situação-problema 2 também todos os alunos conseguiram resolvê-la, não surgindo dúvidas.

Situação-Problema 3:

Nesta situação-problema foram realizados alguns questionamentos a respeito das regras da mega-sena e sobre os alunos jogarem ou não. Observou-se pelo relato dos mesmos que a maioria joga ou conhece alguém que joga. No entanto, muito poucos conhecem pessoas que acertaram uma quantidade suficiente de números para obterem algum tipo de premiação.

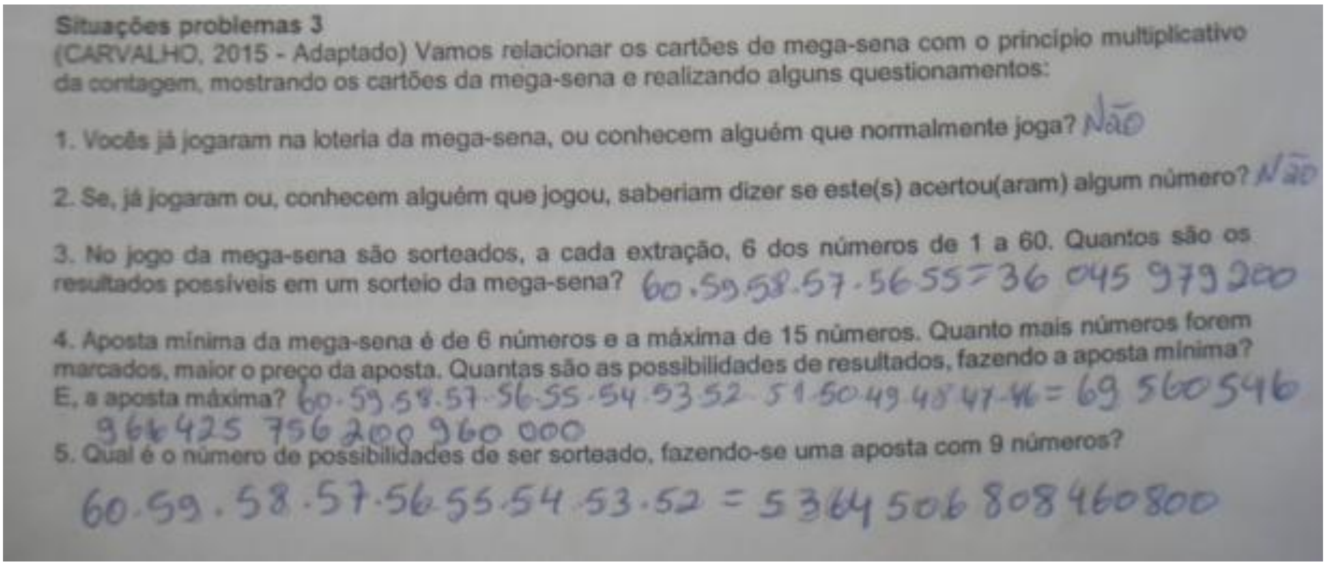
A Figura 14 mostra a utilização do quadro para apresentar as possibilidades de apostas com 6, 9, e 15 números, respectivamente. Sendo que, a resolução da mesma ocorreu de forma interativa entre alunos. Novamente participei como mediadora desse processo. Já, na Figura 15, é mostrado o registro de uma resolução correta realizada por um aluno.

Figura 14 - Realização da situação-problema 3.



Fonte: Registro da autora.

Figura 15 - Resolução de um aluno da situação-problema 3.



Situações problemas 3
(CARVALHO, 2015 - Adaptado) Vamos relacionar os cartões de mega-sena com o princípio multiplicativo da contagem, mostrando os cartões da mega-sena e realizando alguns questionamentos:

1. Vocês já jogaram na loteria da mega-sena, ou conhecem alguém que normalmente joga? Não

2. Se, já jogaram ou, conhecem alguém que jogou, saberiam dizer se este(s) acertou(aram) algum número? Não

3. No jogo da mega-sena são sorteados, a cada extração, 6 dos números de 1 a 60. Quantos são os resultados possíveis em um sorteio da mega-sena? 60.59.58.57.56.55 = 36 045 979 200

4. Aposta mínima da mega-sena é de 6 números e a máxima de 15 números. Quanto mais números forem marcados, maior o preço da aposta. Quantas são as possibilidades de resultados, fazendo a aposta mínima? E, a aposta máxima? 60.59.58.57.56.55.54.53.52.51.50.49.48.47.46 = 69 560 546 966 425 756 200 960 000

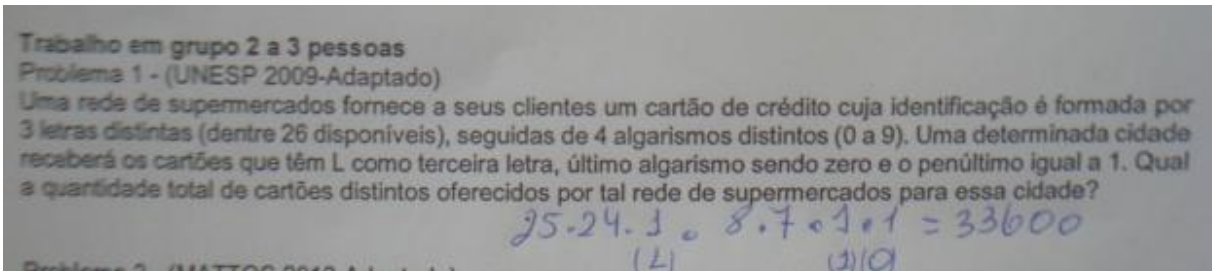
5. Qual é o número de possibilidades de ser sorteado, fazendo-se uma aposta com 9 números?
60.59.58.57.56.55.54.53.52 = 5 364 506 808 460 800

Fonte: Registro da autora.

Na resolução da situação-problema 3, algumas dificuldades surgiram. Entre elas, a leitura sugerida das possibilidades obtidas. Mas também, na realização dos cálculos, pois estes usaram a calculadora para obter o resultado e, estas tinham limitações no número de dígitos.

Como última atividade proposta, foi entregue aos alunos uma folha contendo dois problemas a serem resolvidos. Na realização das mesmas houve muitas dúvidas, e poucos conseguiram resolver o problema 2. No entanto, a atividade 1 foi solucionada por todos. Na Figura 16 e 17 são apresentadas duas resoluções corretas realizadas pelos alunos do problema 1.

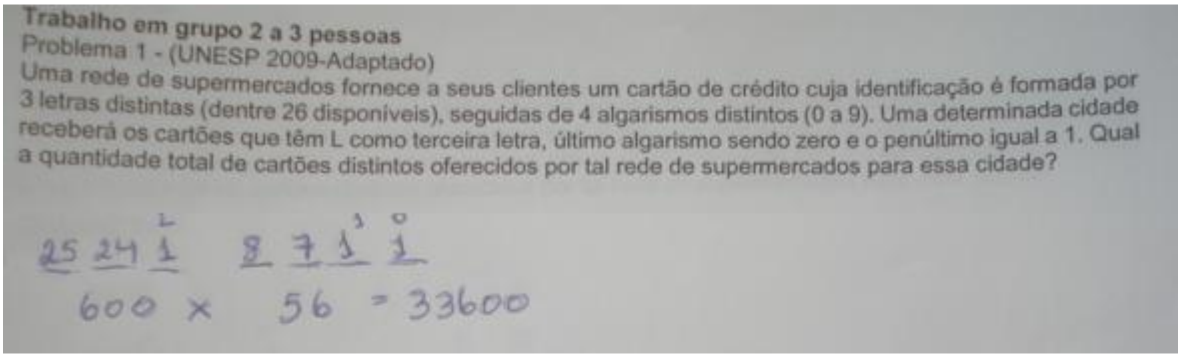
Figura 16 – Resolução do problema1 realizada por um grupos.



Trabalho em grupo 2 a 3 pessoas
Problema 1 - (UNESP 2009-Adaptado)
Uma rede de supermercados fornece a seus clientes um cartão de crédito cuja identificação é formada por 3 letras distintas (dentre 26 disponíveis), seguidas de 4 algarismos distintos (0 a 9). Uma determinada cidade receberá os cartões que têm L como terceira letra, último algarismo sendo zero e o penúltimo igual a 1. Qual a quantidade total de cartões distintos oferecidos por tal rede de supermercados para essa cidade?
25.24.1 . 8.7.1.1 = 33600
(L) (1)(0)

Fonte: Registro da autora.

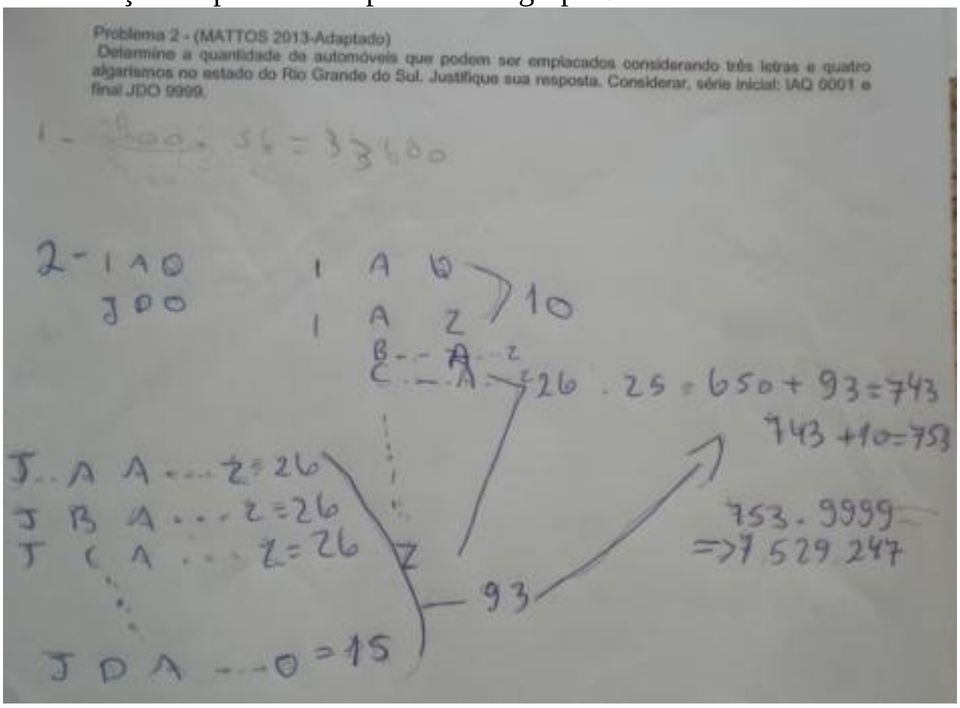
Figura 17 – Resolução do problema1 realizada por um grupos.



Fonte: Registro da autora.

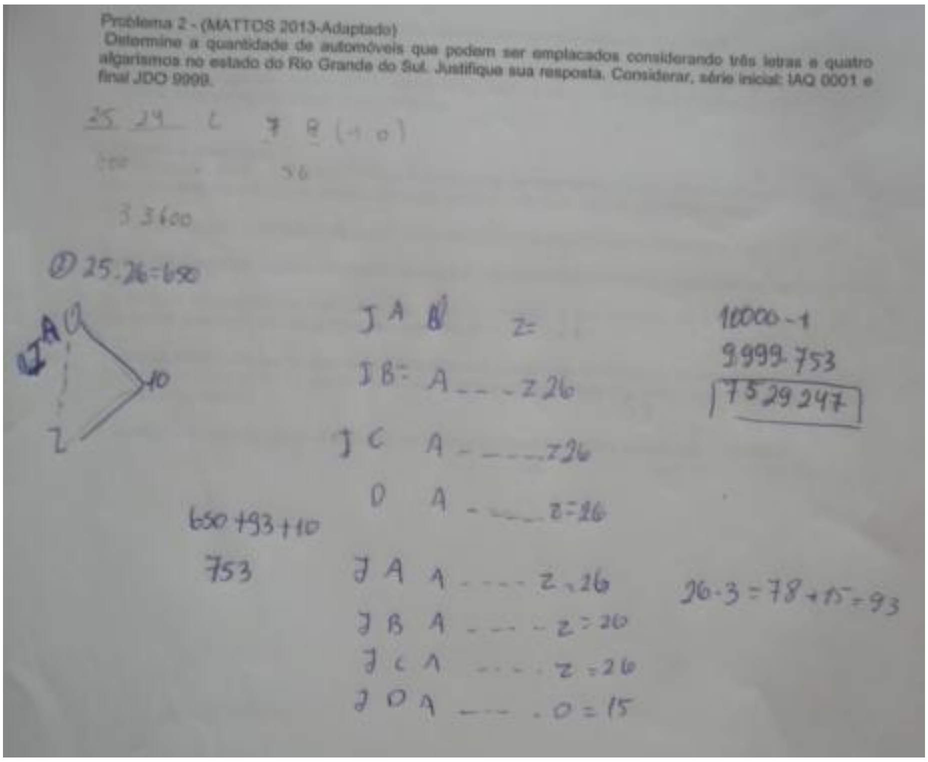
Na Figura 18 é apresentada uma resolução correta dada por um grupo de alunos, embora não tenha sido detalhada. Da mesma forma, na Figura 19 e Figura 20 são exibidas algumas resoluções consideradas diretas do problema 2.

Figura 18 - Resolução do problema 2 por um dos grupos.



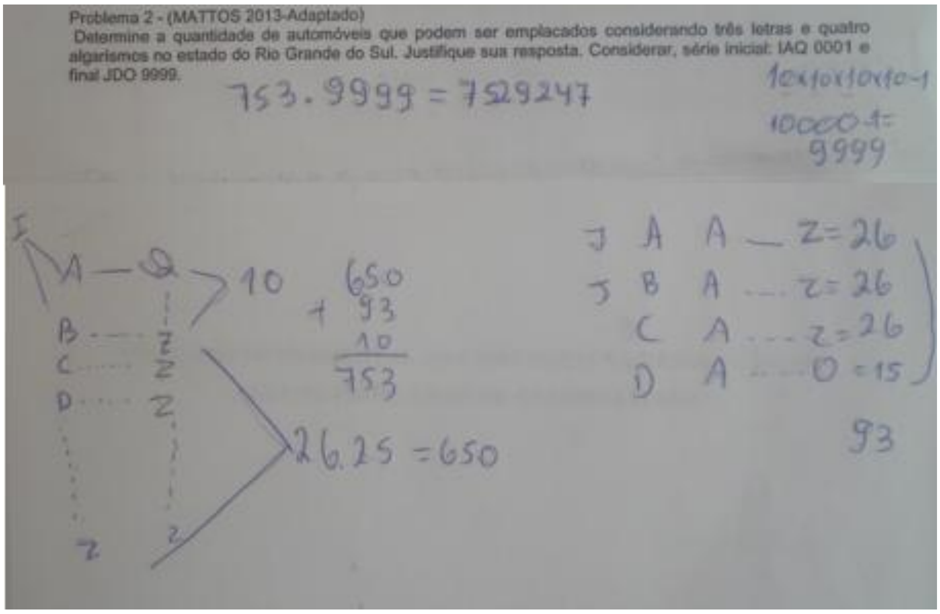
Fonte: Registro da autora.

Figura 19- Resolução do problema 2 por um grupos.



Fonte: Registro da autora.

Figura 20 - Resolução do problema 2 por um grupos.



Fonte: Registro da autora.

Nesta segunda situação-problema os alunos indicaram dificuldade na resolução da mesma. Sendo que, um dos fatores que contribuíram foi a falta de interpretação do enunciado do mesmo.

No entanto, nas demais atividades durante a intervenção em sala de aula, os alunos participaram ativamente, dando indícios em diversos momentos que estavam compreendendo o que estava sendo feito.

Apesar dos alunos nunca terem estudado o princípio fundamental da contagem, os mesmos desenvolveram as atividades propostas nessa intervenção com muito interesse, participação tornando um momento prazeroso de trocas de informações, beneficiando assim, ambas as partes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho contribuiu para perceber o quanto é importante a realização de uma proposta que contemple o uso de diferentes estratégias e recursos. Em particular, exploramos a resolução de problemas e o uso de jogos para discutir o princípio fundamental da contagem. Mesmo sendo uma proposta bastante simples, houve a necessidade de uma pesquisa bibliográfica a fim de constituir subsídios mínimos para compor a intervenção. Além disso, as conversas com os colegas professores que atuam na disciplina de Matemática me permitiram fazer algumas reflexões a respeito do assunto escolhido e da prática docente.

Durante a intervenção foi possível observar o interesse dos alunos, principalmente quando realizamos a atividade lúdica, envolvendo jogos. As situações-problemas propostas evidenciaram, em alguns momentos, a dificuldade que os alunos apresentam em interpretar o enunciado de problemas. Assim atividades desta natureza necessitam ser exploradas com mais frequência.

Algumas considerações podem ser feitas a partir da intervenção realizada em sala de aula. Uma delas, a partir das observações e relatos dos alunos seria que, em uma futura aplicação deveria ser destinado mais tempo e também realizadas inclusões de outras situações-problemas, bem como, de outros jogos relacionados.

Espero que este trabalho possa auxiliar outros colegas a repensarem suas práticas de ensino, explorando, em alguns momentos, outras estratégias de ensino. Além disso, acredita-se que o ambiente proporcionado durante a intervenção possa ter contribuído de alguma forma para melhorar a compreensão dos alunos sobre o assunto.

As experiências adquiridas tanto, durante o planejamento que demandou estudo, pesquisa e aquisição de conhecimentos para redigir um texto científico, quanto durante a intervenção em sala de aula, onde a pesquisadora vivenciou as dificuldades e avanços dos alunos no desenvolvimento da mesma, com certeza contribuíram na minha formação profissional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, P. N **Educação lúdica.** São Paulo: Loyola, 1998.

BATANERO, C.; NAVARRO-PELAYO, V.; GODINO, J. D. **Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. Educación Matemática**.1996. Disponível em: http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/RAZON.pdf. Acesso em: 22 out. 2015.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática Ensino Médio**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza**, Matemática e suas Tecnologias, v. 2, Brasília: SEF/MEC, 2006.

CARVALHO, G. Q. **Um estudo de caso de uma turma do 8º ano do Colégio Militar de Porto Alegre, RS**. 2009. 195f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17845/000725685.pdf>. Acesso em: 08 out. 2015.

CARVALHO, P. C. P. **Métodos de contagem e probabilidade.** Rio de Janeiro, IMPA, 2015. Disponível em**:** <http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>. Acesso em: 21 out. 2015.

DANTE, L. R. D. **Matemática contexto e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DORNELAS, A. C. B. **Resolução de Problemas em Análise Combinatória: um enfoque voltado para alunos e professores do ensino médio**. SBEM: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004.

MATTOS, F. R. P; ROSA, M. B. da R.; GIRALDO, V. A. **Conteúdo e Prática: olhar conceitual na sala de aula**, módulo II. Cuiabá: Central de Texto, 2013.

MOURA, M. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, São Paulo. a. II, n. 12, 1996a.

MOURA, M. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez, 1996b.

PLANO DE ESTUDOS DO ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO. Instituto Estadual de Educação Dr.Walter Thofehrn, São Lourenço do Sul, 2014.

UNESP. Vestibular 2009. Universidade Estadual paulista, São Paulo, 2009. Disponível em: <http://download.uol.com.br/vestibular2/prova/unesp_1dia_09.pdf>. Acesso em: 19 out. 2015.