UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

Morgani Mumbach

CONHECIMENTOS SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA EM PRÁTICAS COMO COMPONENTE CURRICULAR EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Santa Maria, RS
2018

Morgani Mumbach

CONHECIMENTOS SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA EM PRÁTICAS COMO COMPONENTE CURRICULAR EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática.**

Orientadora: Profª. Drª. Rita de Cássia Pistóia Mariani

Santa Maria, RS
2018

Mumbach, Morgani
CONHECIMENTOS SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA EM PRÁTICAS COMO COMPONENTE CURRICULAR EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA / Morgani Mumbach.- 2018.
130 p.; 30 cm

Orientadora: Rita de Cássia Pistóia Mariani
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2018

1. Prática como Componente Curricular 2. Futuro professor de Matemática 3. Conhecimentos Docentes 4. Apreensões 5. Ensino de Geometria I. Pistóia Mariani, Rita de Cássia II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Morgani Mumbach

CONHECIMENTOS SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA EM PRÁTICAS COMO COMPONENTE CURRICULAR EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática.**

Aprovado em 31 de Agosto de 2018:

___

Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

___

Anemari R. L. Vieira Lopes. Dra. (UFSM)

___

Roberto Preussler, Dr. (IFFar)

Santa Maria, RS
2018

Dedico este trabalho a todos aqueles que contribuíram para o sucesso do mesmo, em especial a minha mãe, que abriu mão de tanta coisa para que eu pudesse realizar o meu sonho. Ao meu pai (in memoriam) que deve estar festejando, orgulhoso de onde cheguei. Ao meu companheiro, que durante esta caminhada, foi forte, só assim cheguei ao destino desejado. Ao Henrique, meu filho amado, que carinhosamente conseguiu, diversas vezes, "atrapalhar" de um jeito tão seu...

AGRADECIMENTOS

A Deus, porto seguro, mão forte e amiga, por permitir chegar até aqui!

A Universidade Federal de Santa Maria, pelo espaço de constante aprendizado e crescimento.

A professora orientadora Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani que dedicou horas preciosas de seu tempo para orientar durante esse período de estudo; agradeço as palavras de incentivo e por acreditar que seria possível.

Aos demais professores do PPGEMEF pela formação, crescimento pessoal e profissional.

Aos colegas de turma, pelo convívio, principalmente a Thanize, com quem compartilhei diversos momentos de angústias, tristezas e alegrias, fica uma grande amizade.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa pelo espaço concedido para a realização da pesquisa e a direção e professores pelo carinho com que me receberam e constante incentivo.

A banca examinadora, Anemari, Arlita e Roberto, pelo tempo dedicado à atenciosa leitura e valorosas contribuições ao estudo.

Aos familiares e amigos que muitas vezes se privaram do convívio, principalmente Henrique, filho querido.

Àqueles que não mediram esforços para que desistisse e não chegasse onde estou hoje. Isso serviu para me dar forças e lutar ainda mais.

A todos que de uma ou de outra forma contribuíram para o desenvolvimento e conclusão desta etapa.

RESUMO

CONHECIMENTOS SOBRE ENSINO DE GEOMETRIA EM PRÁTICAS COMO COMPONENTE CURRICULAR EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AUTORA: Morgani Mumbach
ORIENTADORA: Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani

Este estudo objetiva identificar limites e possibilidades de componentes curriculares Prática de Ensino, evidenciados no desenvolvimento de conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, em particular, no campo da geometria, considerando um grupo de professores em formação inicial, vinculados ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa/RS. Para tanto, adota-se, como referencial teórico, Mishra e Koehler (2006), que descrevem o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo e sua importância na formação do professor. Além disso, tomam-se as ideias de Ball e seus colaboradores (2005, 2007, 2008) que apresentam os conhecimentos do professor que ensina Matemática categorizados em: a) conhecimento do conteúdo: comum e especializado; b) horizonte do conhecimento; c) conhecimento pedagógico do conteúdo e do estudante/e do ensino; d) conhecimento do conteúdo e do currículo. No que tange a aprendizagem em geometria, considera-se a ótica dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2011, 2012) para identificar as apreensões mobilizadas pelos professores em formação inicial. Na produção de dados, foram analisados alguns materiais elaborados durante o componente Prática de Ensino III, no ano de 2017, bem como protocolos de uma sequência didática desenvolvida no primeiro semestre de 2018 no componente Prática de Ensino V, com atividades sobre área do círculo, que envolveram recursos didáticos manipuláveis e digitais. A pesquisa é de caráter qualitativo, de acordo com Lüdke e André, (1986) e para tecer os resultados, utilizam-se princípios da análise de conteúdo de Bardin (2016), que se organiza em polos cronológicos: pré-análise; exploração do material; e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Dentre os resultados observam-se indícios dos conhecimentos comum e especializado do conteúdo em todos os materiais da PE III de todos os grupos. Enquanto que, nos materiais da PE III, não foi possível identificar conhecimentos do conteúdo e currículo, bem como, horizonte do conhecimento, constatou-se, na sequência didática, evidências desses dois conhecimentos. No que diz respeito às apreensões, tanto na análise dos materiais, quanto na sequência didática, a apreensão perceptiva é a mais mobilizada pelos professores em formação inicial. Em contrapartida, raramente a apreensão discursiva foi identificada.

Palavras-chave: Futuro Professor de Matemática. Prática como Componente Curricular. Conhecimentos Docentes. Ensino de Geometria. Apreensões.

ABSTRACT

KNOWLEDGE OF GEOMETRY TEACHING IN PRACTICES AS A CURRICULAR COMPONENT IN A MATHEMATICS DEGREE COURSE

AUTHOR: Morgani Mumbach
ADVISOR: Dr. Rita de Cássia Pistóia Mariani

This study aims to identify the limits and possibilities of the curricular components in Teaching Practice (TP), evidenced in the development of the necessary knowledge to the teacher who teaches Mathematics, more precisely in the area of geometry, considering a group of teachers in initial formation, attached to the Degree in Mathematics course at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Farroupilha – Santa Rosa Campus – RS. In order to do so, Mishra and Koehler (2006) are adopted as theoretical references, who describe the technological and pedagogical knowledge of the content and its importance in teacher formation. We also adopt the ideas of Ball and his collaborators (2005, 2007, 2008) who present the knowledge of the teacher who teaches Mathematics categorized in: a) content knowledge: common and specialized; b) knowledge horizon; c) pedagogical knowledge of content, of the student and of teaching; d) knowledge of content and curriculum. As regards learning in geometry, we consider Duval's perspective for the records of semiotic representation (2003, 2011, 2012) to identify the apprehensions mobilized by teachers in initial training. In data production, we analyzed some materials elaborated during the TP III component, in 2017, as well as protocols of a didactic sequence developed in the first semester of 2018 in the TP V component, with activities about the area of a circle, which involved manipulative and digital didactic resources. The research is of a qualitative nature (LÜDKE and ANDRÉ, 1986) and in order to produce the results, Bardin's principles of content analysis (2016) were used, which is organized in chronological poles: pre-analysis; material exploitation; and the treatment of results, inference and interpretation. Among the results, there is evidence of common and specialized knowledge of the content in every TP III material of all groups. While in the materials from TP III it was not possible to identify knowledge of the content and curriculum as well as knowledge horizon, it was verified, in the didactic sequence, evidence of these two knowledges. Concerning apprehensions, in both material analysis and didactic sequence, perceptive apprehension is the most mobilized by teachers in initial training. In contrast, discursive apprehension has rarely been identified.

Keywords: Initial Formation of Mathematics Teachers. Practice as a Curricular Component. Teaching Knowledge. Geometry Teaching. Aprehensions.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Apresento[1] aqui fatos importantes da minha trajetória acadêmica, que estão, de certa forma, vinculados a escolha do tema de pesquisa. Em 2012, iniciei a Licenciatura em Matemática, realizando um sonho de infância de ser professora. No começo foi conturbado e um tanto "assustador", pois muitas informações novas eram apresentadas nos primeiros dias de aula e parecia que não conseguiria assimilar tudo. O primeiro semestre foi corrido e com uma dúvida presente: será que desisto ou continuo? Será que realmente é isso que quero para mim? O passar dos dias, bem como o contato com professores e colegas trouxeram a resposta: Sim, é isso que quero. Essa escolha se deu pelo fato de perceber as potencialidades da profissão docente e o desejo de vivenciar situações de ensino e aprendizagem, bem como, colocar em prática todos os conhecimentos internalizados.

Até o final do primeiro semestre da Licenciatura, estava trabalhando em uma área distante da educação, foi então que decidi parar e a partir do segundo semestre de 2012 me dediquei exclusivamente aos estudos. Essa decisão fez com que tivesse mais tempo para realizar as tarefas que o curso exigia, e desta forma, intensifiquei meus esforços para alcançar meus objetivos e pude participar de algumas atividades extracurriculares, as quais (relato posteriormente) me proporcionaram oportunidades que anteriormente não seriam possíveis. Essas oportunidades foram muito importantes para minha formação como professora e pesquisadora, pois agregaram conhecimentos que contribuíram para as conquistas que obtive até hoje.

Durante o período de minha formação, havia situações em que éramos desafiados a vivenciar a docência, mais precisamente nas Práticas como Componente Curricular[2] (PCC). Para a concretização destas, a metodologia escolhida incluía a realização de Práticas Profissionais Integradas (PPI) por meio de projetos, que foram desenvolvidos ao longo do curso (IFFar, 2011). O Projeto Político Pedagógico do Curso (PPC), também, expõe que:

> Durante o curso, os alunos terão contato com as práticas profissionais integradoras e projetos integradores que envolverão, no mínimo, duas disciplinas, numa perspectiva interdisciplinar, relativos à prática docente em matemática. Dentre essas atividades, podemos citar a participação em pesquisas educacionais, programas de extensão, elaboração de material didático, desenvolvimento de projetos de eventos científicos,

---

[1] Essa parte do texto será apresentada em primeira pessoa por se tratar da trajetória acadêmica da autora.

[2] Está previsto na organização curricular do Curso de Matemática as Práticas como Componente Curricular, num total de 480 horas-aula, ou seja, 400 horas relógio. Essas práticas, segundo as Resoluções CNE/CP nº 1 e 2/2002 que tratam das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena, devem compor uma carga horária de 400 horas a ser vivenciadas ao longo do curso desde o seu início (IFFar, 2011, p. 30).

> entre outros. A definição dessas atividades será efetuada conjuntamente por alunos e professores das diversas disciplinas a partir de sugestões das partes envolvidas (IFFar, 2011, p. 30).

É importante salientar que todas as PPI contribuíram na minha formação, pois o movimento de planejar, desenvolver, refletir e discutir me motivaram a seguir pesquisando e aprimorando a docência. Dentre as ações desenvolvidas durante as aulas, das que marcam minhas lembranças, destaco as seguintes:

Quadro 1- Atividades de Prática: PPI

Semestre	Componentes Curriculares Envolvidos	Conceitos Trabalhados
1º	Geometria I	Formas Geométricas Planas
2º	Psicologia da Educação	Geometria com Tangram
3º	Didática; Fundamentos da Matemática Elementar III; Planejamento Educacional e Currículo.	Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo
4º	Metodologias para o Ensino da Matemática I, Álgebra Linear e Tecnologias de Informação I	Sistemas Lineares 2x2: Solução Numérica por substituição e representação geométrica
5º	Laboratório de Educação Matemática I, Álgebra e Tecnologias de Informação II	Operações com números inteiros
6º	Metodologias para o Ensino da Matemática II e Matemática Discreta	Análise caderno de aluno Ensino Médio: Progressão Aritmética
7º	Laboratório em Educação Matemática II e Matemática Computacional	Função Exponencial

Fonte: Dados da autora.

Lembro dos desafios enfrentados nas primeiras atividades, porém foram estas que “despertaram” o interesse para seguir na profissão docente. No primeiro semestre da Licenciatura (2012/1), para as horas de práticas no componente curricular Geometria I foi apresentada uma proposta de desenvolver um experimento, utilizando material didático manipulável, que contemplasse algum conceito de geometria plana. Os professores em formação inicial, trabalhando em duplas, realizaram atividades com materiais didáticos manipuláveis. A dupla da qual fiz parte, realizou uma atividade com palitos de picolé, cujo objetivo principal foi identificar, diferenciar e equiparar figuras geométricas planas. Esse planejamento foi desenvolvido e discutido junto aos demais colegas da turma de Licenciatura em Matemática, visto estarmos iniciando nossa formação.

Toda a atividade foi planejada para alunos do Ensino Fundamental, com vistas a apresentar conceitos de geometria com materiais didáticos que pudessem ser manipulados. Nosso objetivo era de que o aluno conseguisse distinguir figuras geométricas, identificando suas características, ao mesmo tempo em que pudesse manipular um material atrativo e diferente dos materiais, geralmente, utilizados, por exemplo, lápis, papel, réguas, ou seja, os palitos de picolé foram coloridos a fim de atrair a atenção do aluno. Procuramos um material de fácil acesso e manuseio, pois durante a atividade diversas figuras geométricas foram construídas e com a manipulação dos palitos, novas figuras deveriam ser formadas. Em nosso planejamento, procuramos apresentar figuras, a fim de contribuir no processo de ensino e aprendizagem, pois o foco estava na mudança de posicionamento dos palitos de picolé para a obtenção de outra figura, observando características e propriedades.

Quando apresentamos e discutimos a atividade com nossos colegas da licenciatura, fomos filmados, a fim de que pudéssemos analisar posteriormente nossa postura perante a turma e nossa evolução com o passar dos semestres. Esse movimento foi muito produtivo, pois pudemos observar e refletir sobre nossas dificuldades e entender que é preciso ter domínio pedagógico e do conteúdo a ser apresentado ao ministrar uma aula. Também, percebemos que a utilização do material didático pode contribuir para o bom andamento da aula, pois permitiu "transformação por continuidade", na qual a estrutura física foi sofrendo transformações, por meio de operações atribuídas pelo sujeito que o manipula, ou seja, os educandos puderam manipular um material didático (LORENZATO, 2006).

No segundo semestre (2012/2), as horas de práticas envolviam o componente de Psicologia da Educação e como conteúdo matemático a geometria. Sendo assim, elaboramos uma proposta para a introdução de conceitos geométricos (formas geométricas) para alunos de 6º ano, utilizando o Tangram[3]. Essa atividade foi aplicada com os alunos da Educação Básica, tendo como aporte teórico a aprendizagem segundo pressupostos da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky, no que tange os níveis de desenvolvimento real, proximal e potencial. Após o encontro com os alunos do Ensino Fundamental, ocorreu um seminário de discussão em sala de aula, que posteriormente originou um relato de experiência[4], publicado em evento da área, fruto da reflexão da experiência.

As discussões do seminário permearam: dificuldades encontradas frente aos alunos; potencialidades e/ou fragilidades do material utilizado; impressões sobre o ambiente escolar, entre outros. Já o artigo, apresenta discussões acerca da perspectiva histórico-cultural, destacando a importância da utilização de materiais didáticos manipuláveis e o processo de ensino e aprendizagem da geometria.

[3] O Tangram é um quadrado composto por sete peças, com cinco formas geométricas diferentes.
[4] Publicado em: XI ENEM 2013 – Artigo: Tangram: Uma alternativa para aprendizagem de conceitos geométricos – Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/relatos_4.html

A partir da segunda metade do curso (2014/1), iniciaram os Estágios Curriculares Supervisionados. Nestes, tive a oportunidade de experimentar a docência de maneira diferente daquela vivenciada pelas práticas, pois nos estágios estaríamos frente a uma turma de alunos, por um período de 20 horas. Já nas práticas, normalmente, era apenas um grupo de alunos, em no máximo dois encontros. No Estágio I, tive contato com os documentos da escola, como Regimento Escolar, Diário de Classe, Projeto Político Pedagógico, entre outros e, ainda, observei aulas em três turmas (uma turma do 6º ano e duas do 7º) do Ensino Fundamental. Após as observações, com orientação da professora regente, optei pela turma do 7º ano B, pois nessa poderia trabalhar o conteúdo de geometria plana e espacial. Também, foi consultada a disponibilidade da escola para a realização do estágio, visto que, outros estagiários, também, a procuram para realizar suas intervenções.

Com a turma e conteúdo definidos, iniciaram-se os planejamentos e várias pesquisas sobre o tema. Principiei minhas buscas pelos documentos oficiais, como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009), Regimento e Plano de Estudos da Escola. Além disso, no livro didático[5] adotado pela escola e em outros livros indicados para o 7º ano que apresentavam o conteúdo a ser trabalhado. Dentre os conteúdos previstos, cito: revisão de conceitos iniciais de geometria plana, sólidos geométricos, polígonos, regiões poligonais, simetria e ângulos. A cada busca, percebia que havia muitas possibilidades de se trabalhar com a geometria e, dessa forma, procurei levar para a sala de aula, diferentes materiais didáticos, seguindo orientações dos documentos oficiais e normativas da escola.

Para revisão dos conceitos iniciais de geometria plana, apresentei algumas embalagens para planificação, com o intuito de relembrar conceitos geométricos: face, vértice e aresta, ao planificá-las, ainda foi possível explorar a figura plana de cada face. Com esta atividade, também apresentei alguns poliedros e seus respectivos nomes e a Relação de Euler. Após a conceituação, para que os alunos pudessem externalizar os entendimentos, foi proposta a construção de uma "obra de arte", na qual cada aluno contribuiu com uma parte. Cada um fez uma obra, que contemplou conceitos de geometria plana e espacial trabalhados até aquele momento. Essa construção devia ser apresentada aos demais colegas, expondo os conceitos/propriedades utilizadas.

Desta experiência, posso citar como pontos positivos a participação e envolvimento dos alunos na atividade, pois relataram ao final desta o quanto foi produtivo, tendo em vista que

[5] Para o 7º ano o livro adotado pela escola era: Tudo é Matemática (DANTE, 2009)

precisaram “pensar” para fazer a construção de figuras geométricas e, ao mesmo tempo, associar a uma obra de arte. Como ponto negativo, destaco as obras que não apresentaram conceitos geométricos, pois os alunos preocuparam-se com o lado artístico e a matemática ficou em segundo plano.

No trabalho com simetria utilizei a malha quadriculada. Nos planejamentos para essas aulas procurei propor atividades que explorassem esse material, para que fosse perceptível aos alunos os eixos de simetria[6]. Evidenciei em algumas atividades dificuldades de interpretação, levando a refletir em alternativas para sanar as dúvidas e colaborar para aprendizagem. Estas reflexões me levaram a entender a importância de diferentes representações matemáticas, que hoje reconheço como distintos registros de representação semiótica (RRS), dentre elas: o enunciado que deve ser claro para que não ocorra interpretação dúbia e as figuras que são essenciais para o traçado dos eixos.

As dobraduras foram utilizadas para a conceituação inicial de ângulos, ponto, retas perpendiculares, paralelas, entre outras. Para estes conceitos, procurei trabalhar com os instrumentos de medida (régua, compasso, transferidor), auxiliando os alunos na utilização dos mesmos. Depois que estavam familiarizados com os instrumentos, planejei uma atividade para demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo e, pude perceber a importância das figuras e material didático manipulável para apropriação do conceito.

Para o conteúdo de polígonos, classificação quanto a lados e ângulos, como ponto de partida, utilizei o dicionário de língua portuguesa, com o objetivo de mostrar que a Matemática pode estar presente em diferentes contextos, tendo em vista que os alunos procuraram o significado das palavras e, posteriormente, comparavam com a conceituação do livro didático. Essa atividade potencializou a aprendizagem dos estudantes, pois mostrou diferentes meios para a conceitualização matemática. Ao término da atividade, percebi que além disso, poderia ter explorado com maior ênfase as figuras associadas aos conceitos apresentados com o intuito de intensificar o processo de ensino e aprendizagem, ou seja, utilizar diferentes representações para um mesmo conceito.

Portanto, o período de estágio no Ensino Fundamental proporcionou-me uma aproximação com a geometria e, um desafio, pois dentre as disciplinas já cursadas até aquele período, Geometria I havia sido uma das quais manifestei maior dificuldade e que exigiu maior esforço para a aprovação.

[6] Simetria axial, central e espacial

Também, a partir do segundo semestre de 2012, surgiu a oportunidade de participar de projetos de pesquisa que tratavam de discussões sobre as práticas como componente curricular. Como bolsista de iniciação científica, pesquisava, realizava leituras, discussões com colegas do grupo, colaborando com demais professores em formação inicial na escrita de artigos para a participação em eventos, bem como em reflexões acerca dos conhecimentos internalizados a partir da realização dos PPI.

O primeiro projeto que participei como bolsista, de 2012 a 2013, denominava-se: *"Como o sujeito pensa e aprende Matemática?".* Esta pesquisa tinha como objetivo proporcionar aos professores, em formação inicial, conhecimentos teóricos e práticos que permitissem compreender como os alunos, sujeitos do processo de ensino e aprendizagem, pensam e aprendem matemática. Esta compreensão torna-se necessária para que os profissionais da educação possam efetivamente ensinar. O projeto de pesquisa buscava atribuir um caráter científico às disciplinas da Licenciatura em Matemática que possuíam carga horária de prática. De acordo com os estudos do grupo, a significância atribuída pelos educadores envolvidos nessas atividades demandava um trabalho científico, que envolvia os professores em formação inicial em experiências/pesquisas educacionais, que permitiam identificar variáveis e processos que contribuíam para as aprendizagens matemáticas. Os registros e as interações dos sujeitos nessas experiências serviam de dados para as análises do funcionamento cognitivo do pensamento e da formação dos conceitos matemáticos.

Para que se pudessem compreender os processos de aprendizagem da matemática, a pesquisa contou com alguns pressupostos teóricos[7] que contribuíram para o entendimento de como os sujeitos aprendem matemática. As leituras e discussões, também, levaram a entender que o professor precisa ser pesquisador e estar em constante reflexão de sua prática, sendo que, essa reflexão necessita gerar uma mudança na ação docente.

De 2013 a 2014, continuei como bolsista participando do projeto intitulado *"A prática como componente curricular e suas implicações na construção dos saberes docentes em matemática".* Este projeto de pesquisa buscava identificar as contribuições da Prática como Componente Curricular na construção dos saberes docentes em matemática e o modo como esta vinha sendo desenvolvida no espaço e tempo da formação inicial de professores.

[7] Epistemologia Genética de Piaget, a perspectiva Histórico-cultural de Vygotsky e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Durante o projeto, trabalhei junto ao professor coordenador, realizando pesquisas referente as legislações que versavam sobre a PCC, bem como, autores[8] que tratam de formação de professores, Teorias da Aprendizagem e Metodologias de Ensino da Matemática. Esse movimento permitiu ter uma visão ampla das práticas que aconteciam no curso, além de proporcionar, de maneira mais evidente, a identificação com o tema, pois permitia entender alguns conhecimentos necessários à prática docente.

Nas discussões do grupo de pesquisa[9] altercava-se, entre outros aspectos, sobre a importância de o professor saber como o aluno aprende para poder ensinar. Além disso, provocava aspectos relacionados à importância da pesquisa científica nos processos educacionais. Neste incessante movimento de pesquisar, acredito que as ideias discutidas por Lopes (2009, p. 44) compreendem aquilo que procuramos alcançar com nossos estudos, “[...] o professor aprende a organizar seu ensino num movimento constante e contínuo de planejar, interagir com seus alunos e refletir sobre as ações”. Na minha formação inicial, as pesquisas foram articuladas pelos PPI, que proporcionavam ações pedagógicas.

Já nos anos 2014 a 2015, participando como voluntária, este mesmo projeto teve continuidade, tendo como título: *“A prática como componente curricular e suas implicações na constituição do ser professor de Matemática”* e continuava buscando identificar contribuições das práticas para a formação de professores de Matemática. Uma de nossas atividades, além do que já foi citado anteriormente, se realizou por meio de encontros para discussões, em que buscávamos ler e interpretar o que a legislação vigente apresenta sobre as práticas e as orientações, do ponto de vista legal, acerca das práticas desenvolvidas.

Participar destes projetos contribuiu para minha formação como docente, pois as reflexões críticas em relação às propostas para formação dos professores, a fundamentação das aprendizagens em matemática e as práticas pedagógicas, permitiram um olhar sobre como os

[8] André (2012); Lopes (2009); Fiorentini e Lorenzato (2006); Fiorentini (2003); Moreira (1999); Oliveira (1997) entre outros.

[9] Este grupo de pesquisa buscava identificar contribuições da Prática como Componente Curricular na formação inicial de professores do Curso de Matemática - Licenciatura, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha Campus Santa Rosa. Essa Prática é orientada pela Resolução 9/2001 do CNE/CP (Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno). Propõem-se refletir sobre o modo como essa atividade vem sendo desenvolvida no espaço e tempo da formação inicial. Para tanto, num primeiro momento, conta-se com revisão bibliográfica que discute os aspectos legais e a relação entre teoria e prática no processo de ensino-aprendizagem da matemática, bem como, leituras sobre a formação de professores que ensinam matemática. As experiências do grupo possibilitarão pesquisadores e acadêmicos a vivência de práticas interdisciplinares que envolvem o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação do ensino e da aprendizagem em matemática. Plataforma Lattes: **Processos de formação e ensino-aprendizagem em Matemática**. dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/9618038726019729

sujeitos aprendem e, consequentemente, um olhar sobre minha ação como docente no espaço escolar.

Em 2015, último ano de minha formação inicial, o projeto pedagógico do curso passou por uma reformulação e, as novas turmas que ingressaram a partir deste período, foram submetidas a novo currículo. Dentre as mudanças ocorridas, destaca-se o fato de que as práticas apresentaram-se de maneira distinta daquela que vinha sendo executada. Neste novo formato, as práticas passaram a ser um componente curricular, com ementa e carga horária específica, enquanto que anteriormente as 400 horas de prática como componente curricular, conforme Resolução CNE/CP 02/2002, eram desenvolvidas no interior dos componentes curriculares dos núcleos pedagógico, específico e básico, vivenciadas ao longo do curso.

Neste sentido, depois de ter vivenciado as práticas no interior dos componentes e, percebendo as mudanças que estavam ocorrendo, meu interesse voltou-se para compreender a prática como componente curricular; as contribuições dessas práticas na formação inicial de professores; e quais conhecimentos são mobilizados para a realização das mesmas. Diante do exposto, o objetivo deste estudo consiste em identificar limites e possibilidades dos componentes curriculares "Prática de Ensino", evidenciados no desenvolvimento de conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, em particular, no campo da geometria, considerando um grupo de professores em formação inicial vinculados ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa/RS.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, estruturamos este trabalho em cinco capítulos. No primeiro capítulo apresentamos algumas informações referentes a trajetória acadêmica da pesquisadora, bem como o objetivo geral deste estudo. No segundo capítulo, intitulado como percurso metodológico, o qual está dividido em três seções a saber: campo de pesquisa; o perfil dos professores em formação inicial; e elementos que compõem a produção de dados, no qual apresentamos o tipo de pesquisa, o campo e os caminhos percorridos para a produção de dados. No terceiro capítulo, Conhecimentos do professor que ensina geometria, discorremos sobre a teoria elencada para a pesquisa, trazendo aproximações entre os conhecimentos docentes e as apreensões figurais.

No quarto capítulo, Prática de Ensino III: Análise de conteúdo de alguns Materiais, apresentamos as três fases da análise de conteúdo, para analisar materiais produzidos pelos professores em formação inicial, durante a disciplina Prática de Ensino III, em 2017/1. Procuramos evidenciar as apreensões, no que tange aos registros figurais e aos conhecimentos mobilizados durante a aplicação dos planejamentos. No quinto capítulo, Sequência didática:

análise de conteúdo dos protocolos, apresentamos as três fases da análise de conteúdo para analisar os protocolos da sequência que foi desenvolvida, quanto aos conhecimentos de quem ensina geometria e as apreensões figurais. Por fim, as considerações finais que estabelecem algumas inferências acerca da temática desenvolvida e dos instrumentos analisados no decorrer do estudo, retomando resultados relevantes e fazendo apontamentos futuros.

2 PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo é composto de três seções, denominadas de: campo de pesquisa, perfil dos professores em formação inicial e elementos que compõem a produção de dados. Na primeira seção apresentamos a instituição de ensino, algumas orientações sobre as práticas previstas na legislação e na organização curricular do curso de Licenciatura em Matemática. Na segunda seção, o perfil dos professores em formação inicial matriculados no componente curricular Prática de Ensino V e, por fim, nossas escolhas para a produção dos dados.

2.1 CAMPO DE PESQUISA

A escolha do campo[10] de pesquisa justifica-se por acreditar na educação e na formação de professores de Matemática, pois nesta instituição, a pesquisadora foi acadêmica da Licenciatura e posteriormente atuou como docente. Também, pela instituição de ensino ser referência na região, protagonizando cenários de valorização da educação pública, inclusiva e gratuita.

Como primeiro passo, para a realização do estudo, contatamos a Diretora de Ensino do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa, a fim de solicitar autorização para a realização da pesquisa, a qual foi aprovada conforme Autorização Institucional (Apêndice A). Também, encaminhamos o projeto de pesquisa ao Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), sendo que este tem sua autorização pelo registro de número 88549518.0.0000.5346. Logo após, identificamos os docentes responsáveis por todos os componentes de Prática de Ensino que estavam acontecendo no semestre (2017/1). Apresentamos a proposta, sendo que todos colocaram-se a disposição e concordaram com a realização do estudo, disponibilizando materiais e informações pertinentes à pesquisa.

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), *Campus* Santa Rosa, foi criado em 2010. Em 2017, atendia mais de 1100 alunos nos mais diversos cursos e em diferentes níveis de ensino, entre eles: Ensino Médio Integrado em Edificações e Móveis, PROEJA em Vendas; Subsequente em Alimentos (presencial e a distância), Técnico em Administração (a distância), Edificações, Eletromecânica e Móveis; e Superiores: Bacharelado

[10] Optamos por não identificar os sujeitos participantes da pesquisa, mas nominaremos os responsáveis pelos componentes curriculares Práticas de Ensino como “docentes”; os acadêmicos que frequentaram os componentes como “professores em formação inicial”; e os estudantes da Educação Básica como “alunos”.

em Administração, Arquitetura e Urbanismo; e Licenciaturas em Ciências Biológicas e Matemática. No primeiro semestre de 2017, na Licenciatura em Matemática havia 94 professores em formação inicial que mantinham vínculo com a instituição, distribuídos em turmas do 1º; 3º, 5º e 7º semestres.

Para atender a oferta de vagas para a área da educação, principalmente, para área da Matemática, o Governo Federal criou os Institutos Federais, que foram instituídos através da Lei 11.892/2008, tendo como um de seus objetivos, apresentados no Art. 7, ministrar cursos de nível superior, sendo um deles: “b) cursos de licenciatura, bem como programas especiais de formação pedagógica, com vistas na formação de professores para a educação básica, sobretudo nas áreas de ciências e matemática, e para a educação profissional” (BRASIL, 2008, p. 6). Desta forma, evidenciamos que a instituição, campo desta pesquisa, atende o que prevê a legislação e oferta vagas para Licenciatura em Matemática, desde 2011.

> O Curso de Licenciatura em Matemática vem atender a demanda de profissionais na área de Matemática, no âmbito regional das escolas municipais, estaduais e particulares da região da grande Santa Rosa, sendo que a 17ª. Delegacia de Educação Estadual atente 247 escolas e só o município de Santa Rosa conta com 14 escolas municipais, e com carência de professores de matemática. Além disso, o Instituto busca implementar a lei de formação dos Institutos Federais que prevê criação de cursos que atendam a formação de profissionais habilitados em determinadas áreas da Formação Básica (com destaque para as ciências da natureza: Química, Física, Biologia e a Matemática), conforme descreve o relatório do Conselho Nacional de Educação que estimou essa demanda em 272.327 professores. (IFFar, s/p, 2014).

O curso de Licenciatura em Matemática do IFFar – Santa Rosa, tem como objetivo:

> [...] formar profissionais qualificados, capazes de atuar na Educação Básica e em outros espaços educativos, formais ou informais. Bem como de prosseguirem seus estudos na pós-graduação, possibilitando a formação de cidadãos com embasamento teórico-metodológico e de futuros professores com capacidade de posicionarem-se de maneira crítica, criativa, responsável, construtiva e autônoma no processo escolar e social. (IFFar, s/p, 2014).

A organização didático-pedagógica adotada pela instituição prevê que o egresso seja um profissional capaz de “[...] estabelecer diálogos entre os conhecimentos específicos de sua área de atuação, articulando-o com outros campos do conhecimento, fazendo conexões com o processo de vivência que geram a aprendizagem e incrementam sua prática pedagógica” (IFFar, s/p, 2014). Sendo assim, percebe-se que a intenção volta-se para a formação de licenciados capazes de articular experiências, primando por uma educação de qualidade.

Também, é prevista a articulação das diferentes práticas com perspectiva interdisciplinar, de forma a oportunizar a atuação em situações contextualizadas, sendo que essas podem ser vivenciadas através das disciplinas pertencentes às Práticas como Componente Curricular.

> O curso de Licenciatura em Matemática estabelece a articulação das diferentes práticas, numa perspectiva interdisciplinar, dando ênfase aos procedimentos de observação e reflexão, de forma a oportunizar a atuação em situações contextualizadas, podendo ser enriquecida com *tecnologias da informação*. Desde o início do curso, está previsto que o licenciando tenha familiaridade com o uso do computador, nos laboratórios didáticos mantidos em nossa unidade de ensino. As tecnologias que contribuem para o ensino de Matemática são analisadas e adotadas quando convenientes, como instrumento de trabalho do licenciando (IFFar, 2014, s/p, grifo nosso).

Neste sentido, quando nos referimos as PCC, partimos do que está posto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei 9394/96, que em seu artigo 65, prevê um quantitativo de no mínimo trezentas horas de Prática de Ensino. Sendo assim, torna-se necessário explicitar outras orientações que norteiam as PE, dentre elas as do Parecer 744/97 que enfatiza que a PE:

> [...] constitui o espaço por excelência da vinculação entre formação teórica e início da vivência profissional, supervisionada pela instituição formadora. A prática de ensino consiste, pois, em uma das oportunidades nas quais o estudante-docente se defronta com os problemas concretos do processo de ensino-aprendizagem e da dinâmica própria do espaço escolar. (BRASIL, 1997, p. 01).

Ainda, convém apresentar que a prática de ensino é, segundo este mesmo parecer:

> Art. 1º - definida como as atividades desenvolvidas com alunos e professores na escola ou em outros ambientes educativos em, no mínimo, 300 horas, sob acompanhamento e supervisão da instituição formadora;
> Art. 2º - a Prática de Ensino deverá constituir o elemento articulador entre formação teórica e prática pedagógica com vistas à reorganização do exercício docente em curso;
> Art. 3º - a Prática de Ensino deverá concluir, além de atividades de observação e regência de classe, ações relativas a planejamento, análise e avaliação do processo pedagógico. (BRASIL, 1997, p. 02).

As orientações das PE convergem para nosso entendimento sobre os objetivos dos componentes curriculares "Práticas de Ensino", pois devem contemplar a organização do trabalho docente, dentre eles planejar, agir e avaliar as atividades, sendo esses momentos importantes na formação inicial de professores. Neste sentido, o parecer CNE/CP 115/99 ratifica que a prática de ensino é um "[...] elemento articulador do processo de formação dos professores" e tem como objetivo "[...] atingir a necessária integração entre teoria e prática" (BRASIL, 1999, p. 2).

É importante salientar que, aos Institutos Superiores de Educação se exige a vivência de um currículo que integre teoria e prática, desde o início de sua preparação profissional. No mesmo parecer (CNE/CP 115/99) é relatado, ainda, que os Institutos Superiores de Educação deverão:

> [...] fazer da prática de ensino, da organização das escolas e da reflexão sobre ambos os aspectos, o núcleo central da formação inicial e continuada de professores, candidatos a docência e as demais atividades do magistério, favorecendo a abordagem multidisciplinar e constituindo-se em centros de referência para a socialização e a avaliação de experiências pedagógicas e de formação. (BRASIL, 1999, p. 4).

Desta forma, é possível perceber a relevância das práticas na formação de professores para Educação Básica e, neste sentido, as discussões apresentadas no parecer CNE/CP 9/2001, enfatizam diversos aspectos no que tange as orientações para esse processo. No decorrer do seu texto é possível identificar a preocupação em relacionar teoria e prática, trazendo discussões significativas para os professores em formação inicial, sendo que essas “[...] remetem continuamente o conhecimento à realidade prática do aluno e às suas experiências” (BRASIL, 2001b, p. 14).

Ainda, o parecer CNE/CP 9/2001 afirma que é “[...] completamente inadequado que a ida dos professores às escolas aconteça somente na etapa final de sua formação, pois isso não possibilita que haja tempo suficiente para abordar as diferentes dimensões do trabalho de professor, nem permite um processo progressivo de aprendizado” (BRASIL, 2001b, p. 23). Essa progressão de aprendizagem e de conhecimento, no contexto de práticas, pode ser entendida como aprender a ser professor. No mesmo parecer,

> [...] o que está designado aqui como conhecimento advindo da experiência é, como o nome já diz, o conhecimento construído “na” e “pela” experiência. Na verdade, o que se pretende com este âmbito é dar destaque à natureza e à forma com que esse conhecimento é constituído pelo sujeito. É um tipo de conhecimento que não pode ser construído de outra forma senão na prática profissional e de modo algum pode ser substituído pelo conhecimento “sobre” esta prática. Saber – e aprender – um conceito, ou uma teoria é muito diferente de saber – e aprender – a exercer um trabalho. Trata-se, portanto, de aprender a “ser” professor. (BRASIL, 2001b, p. 49).

Também, na Resolução CNE/CP 1/2002, que instituía as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura de graduação plena, definia no art. 12 que:

> § 1ª A prática, na matriz curricular, não poderá ficar reduzida a um espaço isolado, que a restrinja ao estágio, desarticulado do restante do curso.

> *§ 2º A prática deverá estar presente desde o início do curso e permear toda a formação do professor*.
> § 3º No interior das áreas ou das disciplinas que constituírem os componentes curriculares de formação, e não apenas nas disciplinas pedagógicas, todas terão a sua dimensão prática. (BRASIL, 2002a, p. 6, grifo nosso).

Neste movimento de aliar teoria e prática, Preussler (2017), afirma que, foi a Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei 9394/96, que trouxe pela primeira vez um espaço específico para as práticas de ensino nos cursos de formação de professores. Já o termo Prática como Componente Curricular tem seu conceito explícito no parecer CNE/CP 2/2002, que instituía 400 horas para as práticas, sendo que estas devem acontecer desde o início do curso. Este mesmo parecer orienta a diferenciação entre práticas de ensino e o estágio curricular supervisionado, o que até então não se encontrava com força de lei.

O parecer atual, CNE/CP 02/2015, mantém as 400 horas de Prática como Componente Curricular e aumenta a carga horária total dos cursos de 2800 horas para no mínimo 3200 horas, distribuídas da seguinte forma:

> a) 400 (quatrocentas) horas de *prática como componente curricular, distribuídas ao longo do processo formativo*;
> b) 400 (quatrocentas) horas dedicadas ao estágio supervisionado, na área de formação e atuação na educação básica, contemplando também outras áreas específicas, se for o caso, conforme o projeto de curso da instituição;
> c) pelo menos 2.200 (duas mil e duzentas) horas dedicadas às atividades formativas estruturadas pelos núcleos I e II, conforme o projeto de curso da instituição;
> d) 200 (duzentas) horas de atividades teórico-práticas de aprofundamento em áreas específicas de interesse dos estudantes, como definido no núcleo III, por meio da iniciação científica, da iniciação à docência, da extensão e da monitoria, entre outras, conforme o projeto de curso da instituição. (BRASIL, 2015, p. 30, grifo nosso).

Este mesmo parecer apresenta, também, a diferenciação entre as Práticas de Ensino e o Estágio Curricular Supervisionado, reforçando o que já foi apresentado no parecer CNE/CP 28/2001 e reforçado no Parecer CNE/CES 15/2005. Segundo Zabel e Malheiros (2018, p. 132),

> [...] essa prática não pode se reduzir ao momento do estágio, ficando desarticulada do restante do curso, pois é importante que o futuro professor construa o conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de uma situação não apenas na ação, mas sim, com a possibilidade de participar de uma reflexão coletiva e sistemática sobre o processo.

Do mesmo modo, Figueiredo (2015, p. 33), corrobora com essa ideia quando faz uma análise da legislação para formação de professores e afirma que pôde perceber, no que se refere ao CNE/CP 9/2001, que neste documento "[...] a prática passa a se distinguir do estágio, ganhando espaço próprio como componente curricular, estabelecendo eixo de integração entre a dimensão teórica do curso e a atividade profissional a ser desenvolvida no estágio".

Dentro desta ótica, é importante salientar que, todo esse movimento de práticas precisa ser pautado num processo de "ação-reflexão-ação" (BRASIL, 2001b). Ou seja, além do docente em formação inicial vivenciar atividades próprias da docência, ele necessita refletir sobre as mesmas; retornar aos espaços formais de formação, trazendo experiências, discutindo com seus pares e assim, aprimorar sua atuação, ações estas que precisam ser permanentes.

Sendo assim, é possível perceber que a prática está cada vez mais presente nos currículos de formação de professores. Porém, ainda, há interpretações distintas em relação a sua efetivação. Como citado anteriormente, a atual legislação traz algumas orientações sobre as Práticas como Componente Curricular, ficando claro que as mesmas devem proporcionar experiências de docência. O texto do parecer CNE/CES 15/2005 discorre da seguinte maneira:

> [...] a prática como componente curricular é o conjunto de atividades formativas que proporcionam experiências de *aplicação de conhecimentos* ou de desenvolvimento de procedimentos *próprios ao exercício da docência*. Por meio destas atividades, são colocados em uso, no âmbito do ensino, os conhecimentos, as competências e as habilidades adquiridos nas diversas atividades formativas que compõem o currículo do curso. As atividades caracterizadas como prática como componente curricular podem ser desenvolvidas como núcleo ou como parte de disciplinas ou de outras atividades formativas. (BRASIL, 2005, p. 03, grifo nosso).

Levando em consideração o texto do parecer acima citado, entende-se que as práticas precisam fazer parte da formação inicial de professores como atividades que contribuam para a constituição docente. As interpretações de Figueiredo (2015, p. 55) versam no sentido de como as práticas podem acontecer, corroborando com nossas discussões e interpretações em relação a mesma.

> As atividades devem ser desenvolvidas em sala de aula no horário da disciplina e externamente nas escolas públicas. Essas atividades deverão ser desenvolvidas com ênfase nos procedimentos de observação e reflexão, visando à atuação em situações contextualizadas e a resolução de situações problema características do cotidiano do professor.

Diante dessas reflexões, voltamos nosso olhar para o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) do IFFar. Identificamos que desde o início do Curso de Licenciatura em Matemática, o PPC teve duas versões, uma em 2011 e outra em 2014. No primeiro deles (IFFar, 2011), as práticas aconteciam no interior dos componentes curriculares, sendo que parte da carga horária foram destinadas as atividades práticas e envolviam pelo menos dois componentes por semestre. Na atual organização (IFFar, 2014) as práticas passaram a ser componentes curriculares com ementa e carga horária específica, sendo compostas por oito Práticas de Ensino, alocando 400 horas por todo o período de formação inicial, distribuídas da seguinte maneira:

Quadro 2 - Disciplinas de prática de ensino

Semestre	Disciplina	Horas
1º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática I	50
2º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática II	50
3º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática III	50
4º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática IV	50
5º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática V	50
6º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática VI	50
7º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática VII	50
8º	PeCC-Prática de Ensino de Matemática VIII	50
	Total	400

Fonte: Dados da Pesquisa, 2017. Elaborado de acordo com Projeto Pedagógico do curso de Matemática do IFFar, 2014.

Segundo o Projeto Pedagógico do Curso (IFFar, 2014, s/p), as atividades referentes a esses componentes de Prática de Ensino (PE) podem acontecer no “[...] contra turno com vistas a ampliar o contato do licenciando com a realidade educacional, a partir do desenvolvimento de atividades de pesquisa, visitação a instituições de ensino, observação em salas de aula, estudos de caso, estudos dirigidos, entre outros”.

Ainda, é possível perceber que a instituição está preocupada com a articulação de saberes, que é um dos objetivos das Práticas como Componente Curricular (PCC), pois conforme o Projeto Pedagógico do Curso,

> [...] a organização curricular e os conteúdos curriculares permitem o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de forma ampla e integrada com as demais atividades e cursos de nossa instituição, possibilitando o intercâmbio entre diferentes saberes e práticas de modo que se estabeleça o processo de construção do conhecimento. (IFFar, 2014, s/p).

Na metodologia descrita no PPC, podemos identificar indícios de atividades que são previstas aos professores em formação inicial, durante as PE, no sentido de utilizar materiais didáticos:

> Dentre essas atividades, podemos citar a participação em pesquisas educacionais, programas de extensão, *elaboração de material didático*, desenvolvimento de projetos

> de eventos científicos, entre outros. A definição dessas atividades é efetuada conjuntamente por alunos e professores dos diversos componentes curriculares a partir de sugestões das partes envolvidas. (IFFar, 2014, s/p, grifo nosso).

Além da metodologia, vale ressaltar alguns objetivos das práticas, apresentados no PPC do curso, evidenciando significativos indícios de contribuições para a constituição docente.

> A Prática enquanto Componente Curricular (PeCC) no Curso de Licenciatura em Matemática tem o objetivo de proporcionar experiências de articulação de conhecimentos construídos ao longo do curso em situações de prática docente; oportunizar o conhecimento e a reflexão sobre o campo de atuação docente; proporcionar o desenvolvimento de projetos, metodologias e materiais didáticos próprios do exercício da docência, entre outros, integrando novos espaços educacionais como *locus* da formação dos licenciandos. (IFFar, 2014, s/p).

Para que os objetivos das práticas sejam alcançados, as ementas de cada um dos componentes articuladores (PE) apontam os estudos a serem desenvolvidos, conforme pode ser observado no Quadro 3.

Analisando as ementas previstas para os componentes curriculares, constatamos que as PE I e II apresentam em suas ementas uma visão mais geral, versando sobre tendências de ensino e de pesquisa em Educação Matemática. Já a PE III, identifica o nível escolar, apontando a utilização de recursos tecnológicos para o ensino da Matemática, assinalando a presença de um conteúdo matemático escolar. A PE IV versa no mesmo sentido da III, alterando apenas o nível de ensino.

Quadro 3 - Componentes curriculares da PCC e ementas

(continua)

Componente	**Carga Horária**	**Semestre**	**Ementa**
Prática de Ensino de Matemática I	50 horas	1º	Cultura e organização escolar no Ensino Fundamental; Trabalho docente: constituição do profissional docente; Tendências pedagógicas no ensino da Matemática.
Prática de Ensino de Matemática II	50 horas	2º	Pesquisa e investigação em Educação Matemática.
Prática de Ensino de Matemática III	50 horas	3º	Tecnologias na formação do professor de matemática. Recursos educacionais e tecnológicos, no ensino de Matemática, voltados ao Ensino Fundamental.
Prática de Ensino de Matemática IV	50 horas	4º	Tecnologias na formação do professor de matemática. Recursos educacionais e tecnológicos, no ensino de Matemática, voltados ao Ensino Médio.
Prática de Ensino de Matemática V	50 horas	5º	Elaboração de propostas de ensino e de materiais didáticos. Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental. Planejamento, experimentação e avaliação de experiências de prática de ensino envolvendo matemática para o Ensino Fundamental. Construção de recursos didático-pedagógicos com reaproveitamento de materiais, focalizando a educação ambiental e a aplicabilidade da matemática em questões ambientais.

Quadro 3 - Componentes curriculares da PCC e ementas

(conclusão)

Componente	Carga Horária	Semestre	Ementa
Prática de Ensino de Matemática VI	50 horas	6º	Prática adaptadas à educação inclusiva no ensino de matemática. Construção e aplicação de materiais didáticos de matemática para a educação inclusiva.
Prática de Ensino de Matemática VII	50 horas	7º	Elaboração de propostas de ensino e de materiais didáticos. Análise de livros didáticos de Ensino Médio. Planejamento, experimentação e avaliação de experiências de prática de ensino envolvendo matemática para o Ensino Médio. Construção de recursos didático-pedagógicos com reaproveitamento de materiais, focalizando a educação ambiental e a aplicabilidade da matemática em questões ambientais.
Prática de Ensino de Matemática VIII	50 horas	8º	Formação continuada do professor de matemática: conhecimento e discussão de produções científicas realizadas em formações continuadas.

Fonte: Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do IFFar (2014) – Adaptado e elaborado pela autora.

A PE V, assim como a PE III, é voltada para o Ensino Fundamental, apresentando em sua ementa sugestões de elaboração de materiais didáticos com planejamento de situações didáticas. A PE VII propõe-se a trabalhar os mesmos temas da PE V, porém voltada para o Ensino Médio. Já as PE VI e VIII abordam ações para educação inclusiva e formação continuada, respectivamente.

De acordo com o exposto, verificamos que as Práticas de Ensino III e V apresentam ementas que oportunizam o trabalho com o mesmo nível de ensino (Ensino Fundamental), proporcionando espaços para utilização de material didático manipulável e tecnológico. Desta forma, entendemos que diversos conceitos/conteúdos matemáticos podem ser abordados, oferecendo ao professor em formação inicial, oportunidades de vivenciar a prática com diferentes perspectivas.

A referida concepção está de acordo com a proposta apresentada no artigo intitulado: “A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBM/SBEM” publicado no boletim da sociedade brasileira de educação matemática (SBEM), ao expor orientações sobre as PCC, pois destacam que a prática pode ser:

> [...] componente curricular (que permeia todas as disciplinas) ou como Prática de Ensino (com espaço específico no currículo) – pode ser enriquecida com a utilização de tecnologias da informação e da comunicação, vídeos com episódios de sala de aula, narrativas orais e escritas de professores, produções de alunos, situações simuladoras e estudo de casos, análise de livros didáticos e visitas à escola e a outros espaços educativos (formais e não formais). (SBEM, 2013, p. 9).

Sendo assim, podemos identificar nas ementas, que estas perspectivas propostas no documento são atendidas, pois buscam apresentar ao professor em formação inicial, diferentes alternativas para vivenciar a docência. Cada uma das práticas de ensino, dentro de seu contexto, evidencia espaços de discussões acerca de diversas especificidades do espaço escolar.

Quando nos remetemos a conceitos/conteúdos matemáticos, vale ressaltar que o campo da geometria, ainda, é pouco explorado, pois, segundo o documento supracitado, a abordagem a este campo da matemática é insuficiente na Educação Básica. No mesmo artigo é ressaltado que:

> Conteúdos como geometria euclidiana plana e espacial e geometria analítica se mostram particularmente relevantes na construção de um olhar matemático sobre o mundo que nos cerca, bem como no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e devem ser abordados em momentos e com perspectivas distintas, ao longo da formação do futuro professor (SBEM, 2013, p. 12).

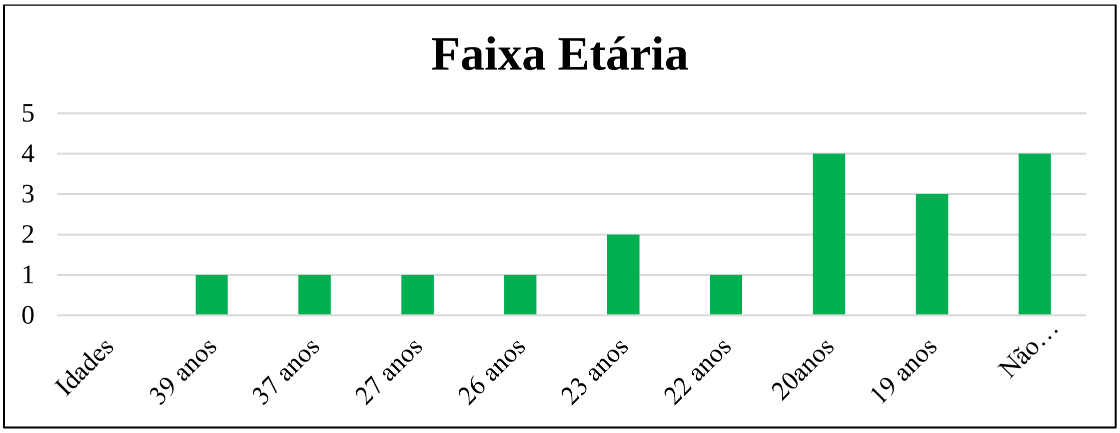
Neste sentido, a fim de apresentarmos aos professores em formação inicial uma proposta no campo da geometria, ressaltando sua acuidade, nos permitimos a instigá-los com uma perspectiva voltada a construção de conceitos deste campo, ressaltando a importância do trabalho com figuras.

2.2 PERFIL DOS PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL

Participaram do estudo 22 professores, em formação inicial, matriculados no componente curricular Prática de Ensino V do Curso de Licenciatura em Matemática, no primeiro semestre de 2018. Para delinearmos o perfil da turma, aplicamos um questionário intitulado “Vamos falar de você” (Apêndice D), procurando identificar características do grupo, sem identificar os sujeitos.

A faixa etária está compreendida entre 19-39 anos (Figura 1), sendo que 78% da turma é do gênero feminino. Além disso, apenas um sujeito da pesquisa aponta seu estado civil como “outro”, os demais se denominam como solteiros. Em relação à atividade remunerada, apenas quatro sujeitos manifestaram que não possuem. Em relação a formação, dois já possuem graduação em Administração – Bacharelado. Com relação ao Ensino Médio, apenas três cursaram em escola particular, os demais em escola pública.

Figura 1 - Distribuição das idades dos professores em formação inicial



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Quando questionados sobre a carreira docente e o curso de Licenciatura em Matemática, um sujeito afirmou que não deseja seguir carreira e dois, ainda, não têm certeza. Os demais pretendem seguir na profissão. Sobre a identificação com as disciplinas dos núcleos específico e pedagógico, 43,7% se identificam com a área específica, 31,3% com a pedagógica e 25% com ambas.

Investigamos, também, sobre as experiências nas disciplinas de Práticas de Ensino, sendo que nenhum deles teve reprovação. Um dos sujeitos afirma estar cursando pela primeira vez, pois iniciou o curso neste semestre, tendo seu ingresso por transferência. Segundo ele, na instituição anterior, a referida disciplina não fazia parte da grade curricular.

Provocadas pelas análises já realizadas dos planejamentos da PE III, questionamos os professores em formação inicial sobre a aplicação ou não do plano de aula que versava sobre geometria. Alguns citam que não trabalharam com a geometria por terem acertado com a escola/professora que seguiriam o conteúdo que já estava sendo trabalhado. Outros, por não sentirem segurança em operar com este campo da Matemática e tampouco a tecnologia que era obrigatório nos planejamentos. Os que aplicaram, justificam a escolha pela importância da geometria, principalmente, pela facilidade de associação com a realidade.

2.3 ELEMENTOS QUE COMPÕEM A PRODUÇÃO DE DADOS

Com o intuito de buscar os objetivos propostos, nesta pesquisa, realizamos um estudo qualitativo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), seguindo princípios da análise de conteúdo, na perspectiva de Bardin (2016). Pautado no referencial metodológico de Lüdke e André (1986), o estudo qualitativo se desenvolve numa situação natural, enfatiza o processo e não apenas os resultados produzidos, a partir de dados descritivos e contextualizados. Além disso, permite avaliar os dados produzidos, podendo estes serem resultados favoráveis ou não, daquilo que foi inicialmente proposto.

Minayo (1994, p. 21) afirma que "[...] a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares", preocupando-se com a realidade que não pode ser quantificada, retratando a perspectiva dos participantes. Neste sentido, o pesquisador terá seu foco no "[...] significado que as pessoas dão as coisas" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 12) e terá contato com a situação estudada.

Sendo assim, na produção de dados, adotamos as ideias de Bardin (2016) em relação à análise de conteúdo que é constituída da seguinte maneira: *Pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação*. A pré-análise "[...] é a fase de organização propriamente dita. [...] esta primeira fase possui três missões: *a escolha dos documentos* a serem submetidos à análise, a formulação das *hipóteses* e dos *objetivos* e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final" (BARDIN, 2016, p. 125).

Para dar início à produção dos dados, na pré-análise, consideramos o Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática, bem como, as legislações que versam sobre formação inicial de professores e as PCC, procurando ressaltar as orientações para as práticas. Além disso, analisamos alguns materiais produzidos na disciplina de PE III do ano de 2017, verificando as compreensões existentes no que se refere aos conhecimentos categorizados por Ball e seus colaboradores (2008), bem como as apreensões figurais, elaboradas por Duval (2012), a fim de compreender a apropriação de conceitos geométricos.

Na PE III, os materiais (planejamentos) abordaram conteúdos para o Ensino Fundamental, dentre eles conceitos/conteúdos do campo da geometria, aliado ao uso de tecnologias digitais. Sendo assim, percebemos um grande potencial para nossa investigação neste componente curricular.

Ao finalizar as operações da pré-análise, foi necessário explorar o material que "[...] consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, função das regras previamente formuladas". Além disso, tratamos os resultados identificados "[...] de maneira a serem significativos e válidos" (BARDIN, 2016, p. 131). Dessa forma, analisamos criteriosamente alguns materiais produzidos por professores em formação inicial, em 2017/1, procurando identificar indícios de conhecimentos do futuro professor que ensinará geometria e os registros mobilizados, no que tange as apreensões figurais.

A exploração dos materiais coletados na PE III será apresentada no Capítulo 4, sendo esses: 48 planos de aulas e 12 relatos da experiência vivenciada. A turma que produziu estes materiais era composta por 24 professores em formação inicial que trabalharam em duplas, cada uma delas elaborando quatro planos de aula para alunos do Ensino Fundamental, sendo que pelo menos um desses planos deveria abordar algum conceito/conteúdo do campo da geometria. Após a elaboração dos planos de aula, os professores em formação inicial apresentaram suas propostas aos professores da Escola de Educação Básica, sendo que esses, em conjunto, optaram pelo plano que seria aplicado. Para esta escolha, os critérios adotados estavam de acordo com as necessidades da turma, podendo ser uma revisão, ou um tema elencado pelo professor. Depois de aplicado, os professores em formação inicial escreveram um relato e/ou artigo, sendo que este deveria conter, entre outros aspectos, os objetivos e as imagens (fotos) sobre a vivência da prática, totalizando no máximo, 10 páginas.

Quanto a inferência e interpretação de tudo que foi produzido, segundo Bardin (2016) a inferência leva a interpretação, no sentido de buscar o que está implícito nos documentos selecionados e/ou nas comunicações que ocorrem. O processo de comunicação é, por um lado, a mensagem, o canal, por outro, os polos de inferência, emissor e receptor. Franco (2012) traz suas contribuições afirmando que, a inferência permite a passagem da descrição à interpretação, sendo ela que confere a esse procedimento relevância teórica. Para esta última fase, já com os materiais produzidos, organizados e analisados, apresentamos uma síntese dos levantamentos, que está apresentada no Apêndice C aliando as percepções quanto aos conhecimentos do professor que ensina Matemática e as apreensões figurais.

Convém ressaltar, ainda, alguns direcionamentos que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta para o Ensino Fundamental, sobre o ensino de Matemática, dividindo a mesma em unidades temáticas, sendo elas: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade e que “[...] reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre elas: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2017, p. 266). Segundo esse documento, as ideias devem se converter na escola em objetos de conhecimento.

As cinco unidades temáticas propostas pela BNCC (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) se relacionam, orientando a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, sendo que cada uma delas recebe ênfase diferente, dependendo do ano de escolarização.

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (BRASIL, 2017, p. 269).

Outro aspecto importante ressaltado na BNCC é a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, bem como a manipulação de *Tablets e Smartphones.* Além do uso de recursos como malha quadriculada, jogos, vídeos, entre outros, que podem contribuir para a compreensão da Matemática. Sendo assim, identificamos a importância de tal conhecimento docente para o trabalho com os alunos da Educação Básica, bem como percebemos que é preciso infraestrutura para que isso aconteça.

Os objetivos propostos pela BNCC levam a compreender que é preciso relacionar todos os campos da Matemática e que a geometria não pode ser resumida a cálculo de áreas, com aplicações de fórmulas, mas sim, é preciso dimensionar a grandeza, fazendo o aluno perceber sua importância e relação com as demais áreas do conhecimento (BRASIL, 2017).

Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 51), um documento curricular orientador, publicado quase duas décadas antes da BNCC[11], já afirmava que o bloco de conteúdo Espaço e Forma não pode contemplar apenas estudo de formas, "mas também noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas". Além disso, trazem uma interligação entre os blocos de conteúdo, inferindo que as noções de grandezas e medidas proporcionam compreensão de conceitos do bloco Espaço e Forma.

Desta forma, é possível perceber que, o trabalho de geometria precisa estar voltado para que o aluno consiga perceber as posições e relações existentes, pois "o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, da Geometria, e de outros campos do conhecimento)" (BRASIL, 1998, p. 49), permitem uma ampla visão do que é trabalhado. Destaca-se, também, a importância da utilização de materiais didáticos para manipulação e experimentação, além dos *softwares* de geometria dinâmica que permitem modificar, analisar e construir figuras geométricas.

Com o olhar para os materiais produzidos na PE III e para as ideias do boletim SBEM (2013), que versam no sentido de realizar construções geométricas, dentre elas, com régua e

[11] No momento em que este estudo acontece, o Brasil passa por uma grande reformulação em seus documentos oficiais que orientam a Educação Básica. Neste sentido apresentamos ideias tanto dos documentos anteriores (1998), quanto do atual (2017).

compasso, e, ainda, as orientações de documentos oficiais, elegemos uma sequência didática que aborda área do círculo, explorando a variedade representacional desse objeto matemático, que foi aplicada com professores em formação inicial, matriculados na PE V (2018/1). Para implementar e analisar esta sequência, organizamos uma nova análise de conteúdo, apresentada no Capítulo 5, que também segue pressupostos de Bardin (2016).

Na primeira fase, elaboramos a sequência didática, composta por três momentos que, proporcionaram diferentes possibilidades de representação do objeto círculo, utilizando material didático manipulável e tecnologias digitais, especificamente, o *software* GeoGebra. Essa sequência foi conduzida de maneira a evidenciar os conhecimentos mobilizados pelos professores em formação inicial, sendo um dos objetivos, modelar a expressão matemática para o cálculo da área do círculo. Para isso, durante sua aplicação, conduzimos questionamentos em relação aos conceitos/conteúdos matemáticos, bem como, sobre os registros por eles utilizados.

Convém salientar que, dirigimos algumas indagações para que pudéssemos identificar o posicionamento do professor em formação inicial, no sentido de averiguar se os mesmos utilizariam ou não a sequência didática apresentada e discutida com seus futuros alunos da Educação Básica. Além disso, observamos suas análises como professores, em relação aos procedimentos utilizados, bem como oportunizamos espaço para sugestões de mudanças na sequência didática.

A opção por uma sequência didática deste tema deve-se ao fato de vários planejamentos da PE III versarem sobre conceitos/conteúdos de geometria, incluindo Círculo e Circunferência, porém nenhum deles trouxe uma experiência que evidenciasse diferentes registros de representação para este objeto matemático. Também, por proporcionar a utilização de materiais didáticos manipuláveis, aliado ao uso da tecnologia, através do *software* de geometria dinâmica, GeoGebra.

Para a exploração desta sequência, consideramos os protocolos (registros escritos) de 11 grupos participantes e organizamos categorias para nossa análise. Estas categorias procuram delinear os conhecimentos do professor que ensina geometria, bem como, as apreensões figurais. Dentro de cada categoria, alocamos os protocolos selecionados e apresentamos esquemas que os sintetizam. Para a última fase da análise da sequência didática, com os protocolos organizados e avaliados, apresentamos um apanhado de nossas interpretações, reunindo as percepções, quanto aos conhecimentos do professor que ensina geometria, bem como as apreensões figurais.

3 CONHECIMENTOS DO PROFESSOR QUE ENSINA GEOMETRIA

Neste capítulo, serão apresentados, inicialmente, os conhecimentos do professor que ensina Matemática, caracterizados por Deborah Ball e seus colaboradores (2005, 2008). Na segunda seção, expomos o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo, um conhecimento necessário à prática docente, segundo a perspectiva de Mishra e Koehler (2006). E por fim, elementos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003, 2011, 2012), no âmbito das apreensões figurais, pois para o ensino e aprendizagem de conceitos/conteúdos geométricos os registros figurais são essenciais.

3.1 CONHECIMENTOS DOCENTES PARA ENSINAR MATEMÁTICA

Quando discutimos a formação docente diversos são os pontos que podemos colocar em pauta, dentre eles pode-se citar conhecimentos necessários ao exercício da docência. Lopes (2009, p. 42) afirma que:

> A complexidade da profissão docente, por exigir que o professor exceda a condição de ser um simples conhecedor e transmissor de conteúdos de uma determinada disciplina, torna difícil definir os conhecimentos que os estudantes dos cursos de licenciatura devem adquirir para conseguir se apropriar do movimento do processo de ensino e aprendizagem e atender às exigências da profissão.

Neste sentido, procuramos identificar aportes teóricos que problematizassem conhecimentos necessários à profissão docente. Identificamos em Ball e seus colaboradores (2008) que, a partir dos estudos de Shulman (1986), aprimoram para a área da Matemática algumas discussões, categorizando conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática em: Conhecimento Comum e Especializado do Conteúdo; Conhecimento do conteúdo e do ensino e dos Estudantes; Horizonte do Conhecimento e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo.

Nesta direção, convém apresentar os domínios elencados por Ball, Thames e Phelps (2008, p. 399, tradução nossa), sendo um deles o “Conhecimento Comum do Conteúdo” que é definido como:

> [...] o conhecimento matemático e as habilidades usadas em outras situações para além de ensinar. Professores precisam conhecer o material que eles ensinam, eles devem reconhecer quando seus alunos dão respostas erradas ou quando o livro oferece uma definição incorreta. Quando os professores escrevem no quadro, eles precisam usar termos e notações corretamente. Em resumo, eles devem ser capazes de fazer as

> atividades que atribuem aos seus alunos. Mas alguns desses requisitos de conhecimentos matemáticos e habilidades são aquelas que outras pessoas também têm – portanto, isso não é especial ao trabalho de ensinar. Por comum, entretanto, nós não intencionamos sugerir que todo mundo tem este conhecimento. Ao invés disso, nós queremos indicar que o conhecimento deste tipo é usado em uma variedade de situações – em outras palavras, não unicamente para ensinar.

O outro domínio conceitualizado por Ball, Thames e Phelps (2008, p. 400, tradução nossa) é o "Conhecimento Especializado do Conteúdo" que é:

> [...] o conhecimento matemático e a habilidade única para ensinar. Este é o domínio no qual nós nos tornamos particularmente interessados. Um exame mais próximo revela que este é o conhecimento matemático que normalmente não é necessário para outros propósitos diferentes de ensinar. [...] os professores devem fazer um tipo de trabalho matemático que outros não fazem. Este trabalho envolve uma descompactação da matemática que não é necessária – ou mesmo desejável – em outras atividades do que ensinando. Muitas das tarefas de ensinar são distintas para este trabalho, em especial.

Dessa forma, é possível perceber que, além de conhecer os alunos, é necessário, também, adquirir alguns conhecimentos especializados que darão suporte para o ensino, ou seja, que será intrínseco do professor, aquilo que está além do conhecimento comum. Esses domínios, comum e especializado, são adquiridos durante toda trajetória, antes, durante e depois da formação inicial. Mizukami (2013, p. 214) afirma que, "os processos de aprender a ensinar, aprender a ser professor e de desenvolvimento profissional de professores são lentos, iniciam-se antes do espaço formativo dos cursos de licenciatura e se prolongam por toda a vida".

Concordamos com os autores supracitados sobre a importância desses dois conhecimentos ao professor que ensina Matemática, pois no espaço-tempo da sala de aula o professor é mediador e condutor do processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, apresentar aos alunos situações cotidianas que podem ser explicadas pela Matemática, assim como, contribuições dessa para resolver conjunturas do dia a dia, desencadeando relações da Matemática com as outras áreas do conhecimento, são importantes ao processo de ensino e aprendizagem.

Os conhecimentos "comum e especializado" são considerados conhecimentos de conteúdo. Neste viés, Curi (2004), em sua pesquisa de doutorado, levantou a questão de que os professores não estão preparados para ensinar conteúdos do campo da geometria, pois para ensinar é preciso compreender.

> A demonstração de insegurança diante de conteúdos de Geometria revelada por algumas alunas-professoras nos faz evocar estudos de Ball[12] (1991). Ela assevera que para ensinar Matemática o futuro professor precisa ter compreensão da Matemática que se traduza em um conhecimento explícito. Deve ser capaz de conversar sobre Matemática e não apenas de descrever procedimentos, ser capaz de explicar por que, relacionar ideias particulares ou procedimentos matemáticos e também relacionar a Matemática com outras áreas do conhecimento. (CURI, 2004, p. 140).

Além de entender o conteúdo, o professor necessita conhecer seus alunos e os procedimentos metodológicos que adotará para cada conceito a ser trabalhado. Para isso, destacamos mais dois domínios necessários ao professor que ensina Matemática, sendo eles: “Conhecimento do conteúdo e do estudante” e “Conhecimento do conteúdo e do ensino”. Ball, Thames e Phelps (2008, p. 401, tradução nossa) mencionam que, “Conhecimento do conteúdo e do estudante” é:

> [...] o conhecimento que combina conhecer os estudantes e conhecer matemática. Os professores devem antecipar como os estudantes irão pensar e no que eles ficarão confusos. Quando escolher um exemplo, os professores precisam prever o que os alunos acharão interessante e motivador. Quando passar uma tarefa, os professores precisam prever o que os alunos farão com ela e se eles acharão fácil ou difícil. Os professores também devem estar capacitados para ouvir e interpretar o que surgir de dúvida dos alunos e os pensamentos incompletos, as expressões usadas na linguagem dos jovens. Cada uma dessas tarefas requer uma interação entre entendimento específico de matemática e familiaridade com os estudantes e seus pensamentos matemáticos.

O “Conhecimento do conteúdo e do ensino” é conceitualizado por Ball, Thames e Phelps (2008, p. 401, tradução nossa) como o conhecimento que:

> [...] combina o conhecimento de ensinar e o conhecimento de Matemática. Muitas das atividades de ensinar requerem o conhecimento matemático do *design* do ensino. Os professores sequenciam um conteúdo em particular para o ensino. Eles escolhem quais exemplos para iniciar e quais exemplos para levar os estudantes mais profundamente ao conteúdo. Os professores avaliam as vantagens educativas e as desvantagens de representações usadas para ensinar uma ideia específica e identificam quais métodos diferentes e procedimentos proporcionam ensino. Cada uma dessas tarefas requer uma interação entre entendimento específico de matemática e entendimento das questões pedagógicas que afetam a aprendizagem dos alunos.

É possível perceber, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), que o professor necessita conhecer para além do conteúdo. Neste estudo, no campo da geometria, é uma prerrogativa aliar os conhecimentos. Corroborando com essa ideia, Santos e Nacarato (2014, p. 26) discutem alguns princípios sobre o ensino da geometria e afirmam que, é “indissociável a relação que

[12] BALL, Deborah. Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy examining what prospective teachers bring to teacher education. Tese (Doutoramento), 1991.

precisa ser estabelecida entre professor e aluno no processo de elaboração conceitual". Esta relação deve ser pautada por ações mediadas e de experimentações, por exemplo, com manipulação de matérias, principalmente, no ensino de conceitos geométricos.

Ainda, Santos e Nacarato (2014, p. 26), reconhecem que, "potencializar o desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos, implica necessariamente, que o professor tenha uma fundamentação conceitual e epistemológica da Geometria, associada a uma prática reflexiva e problematizadora".

Dessa forma, entendemos que os dois conhecimentos supracitados são efetivos à atividade docente, pois são essenciais a elaboração de um planejamento de aula que permita aos alunos adquirirem os conceitos. Na prática, em uma sala de aula, é imprescindível dominar o conteúdo a ser trabalhado, mas também, é preciso entender os pressupostos metodológicos a serem utilizados, bem como, conhecer os alunos. É necessário ter sensibilidade para perceber o momento de aprofundar ou retomar os conceitos abordados, assim como, organizar uma sequência condizente com a realidade dos alunos.

Por fim, é relevante apresentar os domínios: "horizonte do conhecimento do conteúdo e conhecimento do conteúdo e do currículo". A partir destes conhecimentos, Ball, Thames e Phelps (2008) enfatizam que, o professor precisa conhecer sobre currículo e as conexões entre os tópicos da Matemática. Esses domínios caracterizam-se por apresentar uma visão ampla da Matemática, destacando que os conteúdos relacionam-se e que muitos deles são sequenciais, podendo ser trabalhados em conjunto. Neste sentido, Curi (2004, p. 106), citando Ball, afirma que, o professor deve ter "conhecimento de conceitos e procedimentos, compreendendo os significados em que se baseiam os procedimentos matemáticos e as conexões entre ideias matemáticas". Estas conexões podem ser chamadas de horizonte do conhecimento.

> O "horizonte do conhecimento do conteúdo" é uma visão geral de como tópicos da matemática são relacionados na extensão da matemática incluídos no currículo. Inclui uma visão ampla e útil para estabelecer conexões para ideias matemáticas que irão aparecer mais tarde. No texto, Ball, Thames e Phelps (2008)[13] não trazem explicitada a categoria "conhecimento do conteúdo e do currículo", porém, como apresentam uma interlocução com as categorias de Shulman (1986), os autores alocam a questão do currículo provisoriamente no conhecimento pedagógico do conteúdo (OLIVEIRA, 2015, p. 57).

Ferreira (2014, p. 15) discute sobre o conhecimento do conteúdo e do currículo, dizendo que, "Ball e seus colegas têm dúvida se o conhecimento do conteúdo e do currículo deveria

[13] BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content knowledge for teaching**: what makes it special? Journal of Teacher Education, Washington, v. 59, p. 389-407, 2008.

fazer parte do domínio do conhecimento do conteúdo e do ensino, se é uma categoria que perpassa os outros domínios ou se deveria se constituir em uma categoria própria". Sendo assim, podemos inferir que essa categoria, ainda, se encontra em estudo pelos autores. Mesmo assim, podemos apresentá-la como um domínio necessário ao professor que ensina matemática, no sentido de conhecer o que faz parte do currículo, seja ele tratado como um rol de disciplinas, ou mais profundamente, como a essência de conhecimentos, habilidades e atitudes.

Considerando a categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008), entendemos que na formação inicial de professores se fazem necessárias atividades que contribuam para a constituição dos conhecimentos de quem ensina Matemática. Estes conhecimentos compõem também a formação inicial, sendo que é preciso levar em conta, que alguns deles são construídos ao longo da prática docente. Assim, entende-se que as Práticas de Ensino podem ser espaços para essa constituição.

Para entendermos e refletirmos sobre cada conhecimento é adequado apresentar alguns exemplos elencados por Ball e seus colaboradores citados por Figueiredo (2015, p. 86, grifo nosso). Segundo a pesquisadora,

> [...] reconhecer uma resposta errada é um *conhecimento comum do conteúdo*; dimensionar rapidamente a natureza de um erro, especialmente aqueles que não são familiares, é um *conhecimento especializado do conteúdo*; ter familiaridade com os erros comuns e saber por que diversos alunos os cometem é um *conhecimento de conteúdo e de estudantes*; selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo é um *conhecimento de conteúdo e de ensino*.

Outros autores convergem no sentido das contribuições das práticas na formação docente. Moreira e David (2010, p. 39) afirmam que, "o conhecimento pedagógico do conteúdo não é algo que é produzido e regulado a partir do exterior da escola e que deva ser transladado para ela. Ao contrário, trata-se de uma construção elaborada no interior das práticas pedagógicas escolares". É nesse sentido que nosso estudo versará, procurando evidenciar as contribuições das Práticas como Componente Curricular na formação inicial de professores de Matemática.

Mizukami (2013, p. 215, grifo da autora) em uma linguagem diferente da apresentada até o momento, neste texto, mas que converge para nossas discussões, enfatiza que há conhecimentos bases para a docência, pertencentes a três eixos essenciais. Esta base incluiria conhecimentos sobre:

> **Os alunos**, seus processos de desenvolvimento e seus contextos socioculturais, o que envolve conhecimento sobre aprendizagem, desenvolvimento humano e aquisição e desenvolvimento da linguagem; **a matéria que os professores ensinam** e o currículo em face de objetivos educacionais mais amplos e **o ensino de diferentes matérias**, de diferentes alunos, de formas de avaliação e de manejo de classe.

Todo esse processo de constituição docente nos faz refletir sobre o que um professor precisa conhecer para poder ensinar. Entende-se que esse processo é contínuo, via de mão dupla, ou seja, ao mesmo tempo em que ensina, o professor, também, aprende. Ainda, Mizukami (2013, p. 216) salienta que:

> [...] ao se considerar aprendizagem e desenvolvimento profissional da docência como processos que se desenvolvem ao longo da vida, a formação inicial do professor deve ser destacada como um momento formal em que processos de aprender a ensinar e aprender a ser professor começam a ser construídos de forma mais sistemática, fundamentada e contextualizada.

A licenciatura é o espaço formal que a autora se refere e para que vivências docentes aconteçam é necessário, então, proporcionar estas aos futuros docentes. As vivências deverão ter "sólida formação teórico-prática que alavanquem e alimentem processos de aprendizagem e desenvolvimento profissional ao longo de suas trajetórias docentes" (MIZUKAMI, 2013, p. 216). Uma das maneiras de experienciar a docência são os estágios curriculares, ou pode-se oportunizar esses espaços nas Práticas de Ensino.

Nesse mesmo sentido, Lopes (2009, p. 56) reflete sobre a fundamentação teórica que o licenciando necessita e que é preciso "encontrar nos cursos de formação inicial um espaço que reflita sobre a questão do ser/estar professor, proporcionando prática, mas amparado na teoria", consideramos que se as Práticas de Ensino, assim como está na legislação, aconteçam, encontramos aqui esses espaços.

Vale salientar que, os conhecimentos docentes são elaborados durante toda caminhada escolar. A licenciatura é o espaço formal de formação inicial. Figueiredo (2015, p. 34, grifo nosso) aponta que, "os documentos propõem que o educador matemático seja capaz de tomar decisões, refletir sobre sua prática e ser criativo na ação pedagógica reconhecendo a realidade em que se insere, além de avançar para uma visão de que a ação prática é geradora *de conhecimentos*". Isso converge com nosso estudo, pois se verificou quais conhecimentos foram mobilizados pelos professores em formação inicial durante as disciplinas de PE.

Procurando esclarecer cada um dos conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, verificou-se que estudos de Ferreira (2014, p. 14, grifo nosso) contribuem para o entendimento de cada um dos domínios, apresentados por Ball[14], ao relatar que:

> [...] o *conhecimento comum do conteúdo* incluiria o que é usualmente ensinado na sala de aula da Escola Básica, enquanto *o conhecimento especializado do conteúdo* incluiria, por exemplo, a compreensão de diferentes interpretações das operações que os alunos não precisam saber distinguir, mas os professores sim. *O conhecimento do conteúdo e dos alunos* incluiria o conhecimento das relações entre os alunos e a matemática (dificuldades dos alunos com determinados conteúdos ou erros mais comuns cometidos por eles, por exemplo) e *o conhecimento do conteúdo e do ensino* envolveria estratégias para o ensino dos conteúdos na escola. *O horizonte do conhecimento do conteúdo* incluiria o conhecimento da maneira como os tópicos matemáticos presentes no currículo se relacionam ao longo do processo de escolarização.

É importante salientar, ainda, que para ensinar Matemática é preciso conhecer o que envolve o processo de ensino e aprendizagem, inter-relacionar diferentes aspectos que fazem parte de uma sala de aula, tendo uma visão ampla que perpasse os muros da escola. No ensino da geometria, isso não pode ser diferente. Apontamos que, a busca por alternativas metodológicas são estratégias que devem ser adotadas, sendo uma delas, o uso de *softwares* de geometria dinâmica. Na seção a seguir, apresentamos mais um conhecimento docente que evidencia o uso de tecnologias digitais. Apresentamos esse conhecimento separadamente dos demais, devido pertencer a perspectiva de autores diferentes, ou seja, não é um conhecimento elencado por Ball e seus colaboradores.

3.2 CONHECIMENTO TECNOLÓGICO E PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

Após apresentar os conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, categorizados por Deborah Ball e colaboradores (2008), percebemos a importância de compreender um conhecimento que está cada vez mais presente em sala de aula, o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo. Mishra e Koehler (2006) que, assim como Ball, partem dos estudos de Shulman (1986) acrescentam o conhecimento tecnológico

---

[14] Alguns pesquisadores liderados por Ball e que foram citados por Ferreira. Esses textos podem ser encontrados: BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. **Content knowledge for teaching**: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v.59, n.5, p. 389-407, 2008.
BALL, D.L.; BASS, H. **Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching**. In: SIMMT,E.;DAVIS, B. (Eds.). *Proceedings of the Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*.Kingston, Canada: CMESG Program Committee,p.3-14, 2002.

como sendo um conhecimento que também deve estar presente na formação do professor. Os autores salientam que, esse não deve ser um conhecimento isolado, mas relacionado aos demais, importando analisar as potencialidades da tecnologia que será utilizada no processo de ensino e aprendizagem.

Lima e Silva (2015) alertam que, nem todos os conhecimentos podem ser desenvolvidos durante a formação inicial de um professor, pois alguns deles são construídos na prática docente.

> No entanto, é preciso que, durante a Licenciatura, um conjunto mínimo de conhecimentos docentes seja construído e que essa construção seja realizada por meio de uma abordagem que, ao longo do curso de graduação, forme professores autônomos, ou seja, capazes de aprender sem necessariamente haver alguém os ensinando. Sem dúvida, docentes formados de acordo com essa orientação estarão mais aptos para desenvolver, posteriormente, a proficiência no ensino de Matemática e buscar estratégias para lidar com as situações que se apresentarem em sala de aula. (LIMA; SILVA, 2015, p. 161).

Neste sentido, assentindo com os autores acima citados, é possível dizer que, o professor necessita conhecer como organizar os conteúdos para o ensino e como torná-los compreensíveis para os alunos, utilizando tecnologia ou não. Portanto, é importante que o docente seja capaz de transformar um conteúdo matemático em um conteúdo para o ensino. “Para o futuro professor, não é suficiente, na graduação, desenvolver simplesmente o conteúdo matemático, mas buscar propiciar relações entre as categorias de conhecimento” (LIMA; SILVA, 2015, p. 165).

Palis (2010, p. 435) articula que, o conhecimento tecnológico, está “em constante mudança devido ao avanço contínuo das tecnologias, e inclui a habilidade de aprender e de adaptar-se a uma nova tecnologia. Também abrange habilidades de operar tecnologias específicas”. Ainda, conforme Palis (2010, p. 436, grifo nosso):

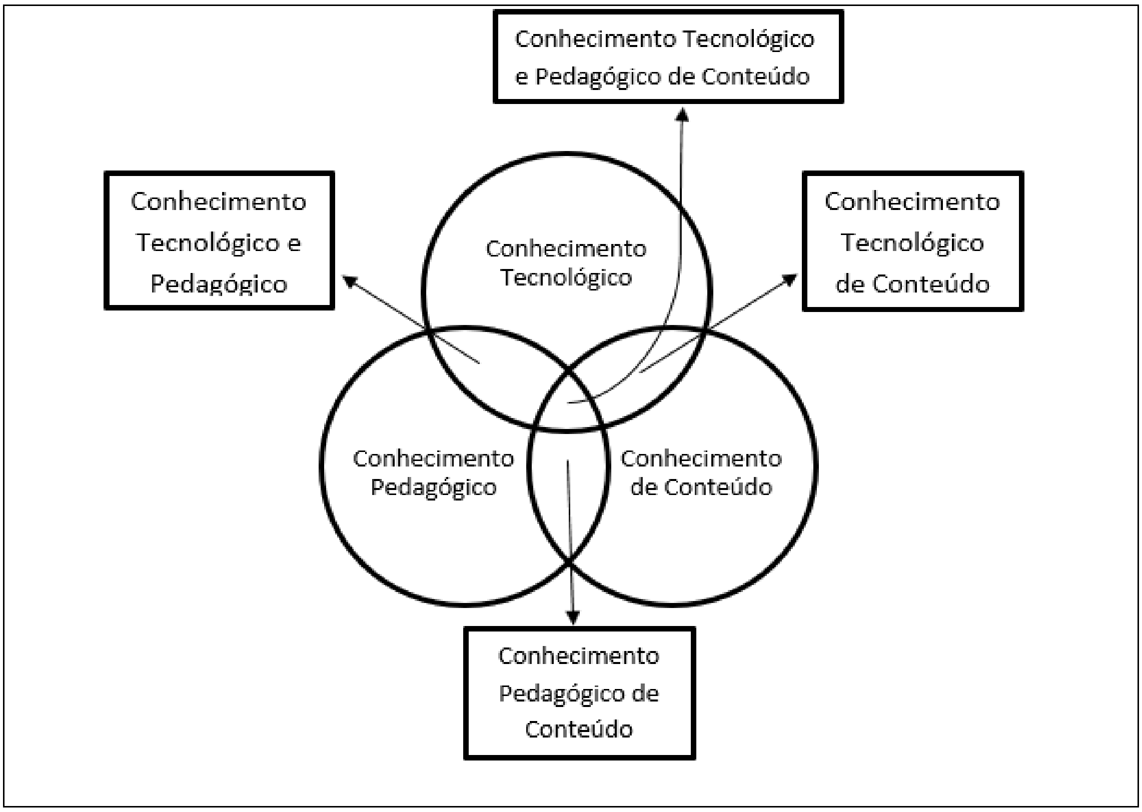
> O *conhecimento tecnológico do conteúdo* compreende o impacto de tecnologias nas práticas e conhecimentos de áreas de conteúdo específico. Inclui conhecimentos sobre como o conteúdo a ensinar pode ser modificado pelo uso de uma tecnologia e reciprocamente. O *conhecimento tecnológico pedagógico* abrange as potencialidades e as limitações de uma tecnologia particular e como esta pode ser usada no ensino e na aprendizagem. Inclui o conhecimento de como o ensino e a aprendizagem podem mudar com o resultado do uso de certa tecnologia e reciprocamente. Compreende como as características de uma tecnologia se relacionam com estratégicas pedagógicas. O fato de que muitos *Software*s educacionais não são concebidos com propósitos educacionais torna o conhecimento tecnológico pedagógico especialmente importante.

Na Figura 2, apresentada por Mishra e Koehler, em Cibotto e Oliveira (2013), há um esquema que interliga os diversos conhecimentos de um professor, no que tange a tecnologia, mostrando as conexões entre os conhecimentos pedagógicos, de conteúdo e tecnológicos.

Cibotto e Oliveira (2013) afirmam que, é papel do professor compreender as tecnologias mais adequadas ao ensino de cada assunto/conteúdo e se são adequados a ser ensinados com tecnologias digitais ou não. Além disso, ressaltam a importância de se ter incorporado ao currículo de formação inicial de professores o uso de tecnologias, pois somente assim, será possível incorporá-las à prática docente. Ou seja, é preciso aprender conteúdos matemáticos com tecnologia para posteriormente ensinar, fazendo o uso da mesma. Ao concluírem seu texto afirmam que:

> [...] que apenas com a vivência do uso pedagógico da tecnologia, em especial nos moldes do TPACK[15], durante a formação inicial do professor de matemática, é que será possível, futuramente, que uma quantidade em massa, de profissionais da educação possam utilizar e tirar proveito dos recursos tecnológicos na Educação Básica de modo a inovar a maneira de abordar os conteúdos matemáticos. (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2013, p. 13).

Figura 2 - Conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

[15] Do Inglês, sigla utilizada para Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo

Também, Lima e Silva (2015, p. 166), baseados nos estudos de Mishra e Koehler, entendem por Conhecimento Didático Tecnológico do Conteúdo: “aquele que permite ao professor, analisar, com base nas teorias da Didática da Matemática, como as diferentes tecnologias podem ser utilizadas para o ensino e para a aprendizagem de um determinado objeto matemático”. E entendem por Conhecimento Tecnológico do Conteúdo: “o conhecimento a respeito da maneira pela qual a tecnologia e determinado conteúdo (ou determinado campo) da Matemática estão relacionados” (2015, p. 172).

Portanto, convém salientar a importância do conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo para a formação inicial de professores, entendendo os benefícios que esse conhecimento pode trazer às aulas. É possível perceber que, há uma gama de conhecimentos que se entrelaçam. Porém, para nossa análise, consideraremos como um conhecimento único que engloba todos, ou seja, o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo.

Em vista dos conhecimentos para ensinar até aqui apresentados e pensando no ensino e aprendizagem como um processo único, ou seja, não há ensino se não houver aprendizagem, procuramos analisar como professores entendem o funcionamento cognitivo do pensamento humano. Para isso, recorre-se a teoria dos Registros de Representação Semiótica, especificadamente as apreensões figurais, pois para a aprendizagem matemática é preciso mobilizar maneiras distintas de representar um objeto matemático. Na seção a seguir detalhamos alguns entendimentos em relação a essa teoria.

3.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS APREENSÕES EM GEOMETRIA

Nesta seção, são apresentados elementos da teoria dos registros de representação semiótica, sistematizados, principalmente, por Raymund Duval. Conforme o autor, o “acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas” (DUVAL, 2003, p. 21). Dessa forma, é necessário compreender essas representações para, posteriormente, identificarmos apreensões figurais no ensino da geometria.

Considerando a aprendizagem em matemática, Duval (2003) explicita que, há uma variedade de representações utilizadas nesta área. Além do sistema de numeração, existem as figuras geométricas, a linguagem algébrica, os registros gráficos e a linguagem natural. Observando a linguagem própria da Matemática, Duval (2003, p. 14) afirma que: “[...] a originalidade matemática está na mobilidade simultânea de, ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. A possibilidade de mudança de registro se constitui uma condição necessária ao processo de aprendizagem.

Quando nos reportamos as aprendizagens precisamos deixar claro que precisamos “[...] contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio [dos alunos], de análise e de visualização” (DUVAL, 2003, p. 11). Não devemos partir dos erros para determinar as dificuldades dos alunos, mas sim em “[...] procurar, inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2003, p. 12).

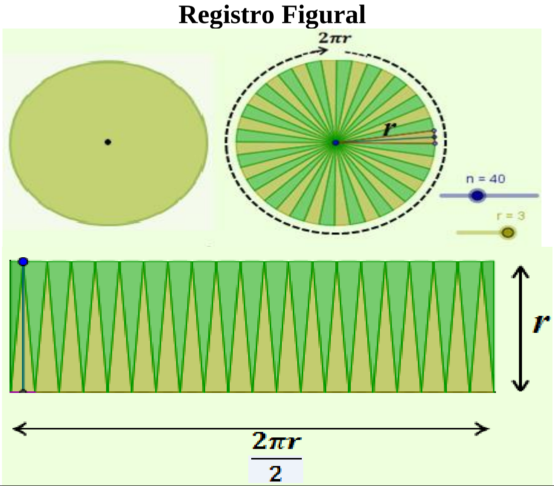
As representações semióticas têm importância primordial nesse processo. É fato que o desenvolvimento da Matemática se deu em função dos registros utilizados, ou seja, “[...] o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p. 13). Porém, é preciso diferenciar a representação do objeto matemático com o próprio objeto matemático.

O entendimento dos objetos e dos conceitos em Matemática começa somente no momento em que o aluno é capaz de mobilizar e de coordenar espontaneamente pelo menos dois registros de representação para um mesmo objeto. Por isso, Duval (2003, p. 14) afirma que, é interessante notar que existem dois tipos diferentes de registros combinados com duas representações. Neste sentido, convém apresentar o Quadro 4, que apresenta um exemplo que explora o conceito de área do círculo.

Quadro 4 - Diferentes registros mobilizáveis na atividade

(continua)

<table>
<tr><th colspan="3">Registros de Representação Semiótica e a Geometria</th></tr>
<tr><th></th><th>Representação discursiva</th><th>Representação não discursiva</th></tr>
<tr><td>REGISTROS MULTIFUNCI-ONAIS

Os tratamentos não são algoritmizáveis</td><td>Registro em Língua Natural
O raio da circunferência é 3 cm, e o seu comprimento é $2\pi r$. Se pudermos seccionar a região interna do círculo em uma quantidade infinita de setores circulares congruentes a partir de seu centro, como poderemos reconfigurar e calcular a área desse círculo?</td><td>Registro Figural

</td></tr>
</table>

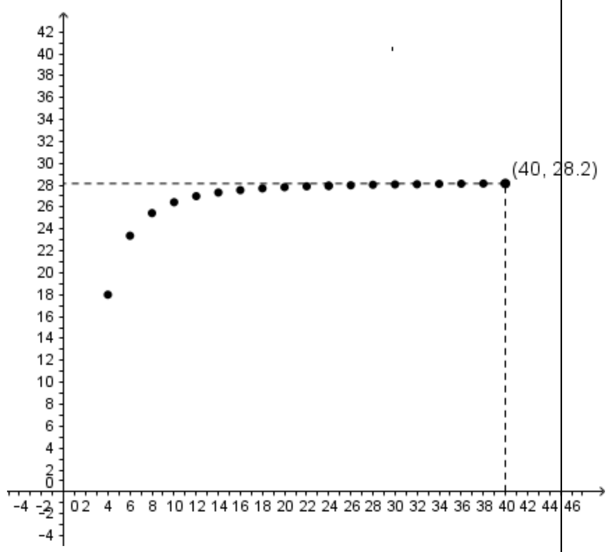
Quadro 4 - Diferentes registros mobilizáveis na atividade

(conclusão)

<table>
<tr><th colspan="3">Registros de Representação Semiótica e a Geometria</th></tr>
<tr><td></td><td>Representação discursiva</td><td>Representação não discursiva</td></tr>
<tr>
<td>REGISTROS MONOFUNCI-ONAIS

Os tratamentos são principalmente algoritmos</td>
<td>Reg. Simbólico na Representação Numérica
Se r = 3 cm:
$A = \frac{2 \times 3{,}14 \times 3}{2} \times 3$
$A = 9{,}42 \times 3$
$= 28{,}26\ cm^2$
ou
$A = (3 \times 3{,}14) \times 3$
$A = 28{,}26\ cm^2$

Reg. Simbólico na Representação Algébrica
$A_C = \frac{2\pi r}{2} \times r$
$A_C = \pi r \times r = \boldsymbol{\pi r^2}$

Reg. Simbólico na Representação Tabular
<table>
<tr><th>Raio (r)</th><th>Área (A)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>π</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4π</td></tr>
<tr><td>3</td><td>9π</td></tr>
<tr><td>4</td><td>16π</td></tr>
</table>
</td>
<td>Registro Gráfico


</td>
</tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Arcego 2017, baseado em Duval, 2013.

Almouloud (2003) apresenta em seu texto algumas atividades que foram aplicadas com alunos e/ou professores do Ensino Fundamental. Uma dessas atividades, no Quadro 5, pode exemplificar um teorema representado em sistemas semióticos diferentes, lembrando que o Teorema é uma proposição que só aceita mediante demonstração (hipóteses e conclusões). Duval (2011, p. 73) afirma que, “[...] mudar de registro de representação não é só mudar o conteúdo da representação de um objeto, é mudar as operações semióticas a realizar para transformar o conteúdo da nova representação”.

Quadro 5 - Teorema representado com três registros semióticos diferentes

	Hipóteses	**Conclusão**
LINGUAGEM NATURAL	LMNP é um paralelogramo	Os lados opostos são paralelos e congruentes
LINGUAGEM ALGÉBRICA	LMNP é um paralelogramo	$\overline{LM}//\overline{NP}\ e\ \overline{LP}//\overline{MN}$ $LM = NP\ e\ LP = MN$
LINGUAGEM DA FIGURA		

Fonte: Almouloud, 2003, p. 134.

Outro ponto importante da teoria dos RRS, ressaltado por Duval (2003), é que durante o processo de estudo de objetos matemáticos é preciso analisar duas transformações distintas: os tratamentos e as conversões.

> Os *tratamentos* são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação; as *conversões* são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p. 16).

Portanto, o tratamento permanece no mesmo sistema e a conversão muda o sistema semiótico, mas conserva a referência aos objetos. Vale salientar que, não existem regras de conversão, “[...] a conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento” (DUVAL, 2012b, p. 272). É a atividade de conversão a responsável pela construção do conhecimento, ou seja, pela apropriação do saber. Duval (2012b, p. 266) salienta que:

> [...] as transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática. As dificuldades dos alunos para compreender matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações. Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas.

Apesar da diferença entre duas transformações, é comum confundir tratamento e conversão ou mesmo reduzir a conversão a uma atividade de *codificação*. Porém, trata-se de transformações distintas, embora o processo de conversão necessite do uso de tratamentos diferentes para acontecer. É possível identificar essa confusão na citação a seguir:

> É comum descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, em geometria) ou reduzi-la a uma codificação [...] Passar de uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados. Ou ainda, passar de uma expressão em português - como “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa” - à escrita simbólica – no caso, “x>y”, seria igualmente uma codificação, como toda escrita literal de relações entre os números. (DUVAL, 2003, p. 17).

Os tratamentos são inerentes à forma de representação dos objetos, os quais contém conteúdos próprios e não ao estudo do objeto matemático em si. Não são regras de correspondência para passar de um registro a outro ou simplesmente codificações que caracterizam uma conversão, mas sim, a apreensão global e qualitativa que a conversão permite imbuir nas mudanças de registros. (DUVAL, 2003 citado por PANTOJA et. al., 2013).

Sendo assim, podemos entender a teoria dos RRS como sendo o emprego de signos (gráficos, figuras, fórmulas, escrita), pertencentes a um sistema de representação, constituído de significado e funcionamento, segundo os quais a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas distintas de registro de representação. (PANTOJA, 2013).

Neste sentido, Duval (2011, p. 38) afirma que:

> [...] as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços. Muitas vezes associamos os *signos* a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou os gestos da mão. O que equivale a considerar os signos como as ‘coisas’ pelas quais é preciso começar para dar um sentido!

Conforme afirma Duval (1995) citado por Salazar e Almouloud (2015, p. 920), “[...] a atividade cognitiva requerida em geometria é mais exigente que em outras áreas da matemática, uma vez que os tratamentos, nos registros figurais e discursivos, devem ser simultâneos”. Quando analisamos a geometria, Duval (2012a) faz menção a uma certa originalidade presente nos problemas deste campo, destacando a heurística dos problemas, que originam formas de interpretações para as figuras geométricas ocasionadas na sua resolução.

Além disso, as figuras geométricas possuem propriedades heurísticas a serem exploradas. Essas figuras podem ser representadas de diversas formas e o sujeito em interação com essas representações fica suscetível a interpretações autônomas, denominada por Duval (2012a) como apreensões, sendo elas discursivas, perceptivas, operatórias e sequenciais.

Com vistas a essas apreensões, principalmente, no que tange ao processo de ensino e aprendizagem da geometria, seguramente pensamos em alguma figura que nos auxilie na compreensão e visualização das atividades propostas. Flores e Moretti (2004, p. 1) afirmam que:

> [...] de fato, as figuras representam um auxílio na resolução de problemas. Mas, para a maioria dos alunos, elas não têm cumprido este papel. Normalmente, trabalha-se com as figuras numa abordagem exclusivamente psicológica da percepção, aquela imediata, a qual não dá condições ao aluno para olhar a figura sob outros aspectos. Quer dizer, olhá-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, a união destas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto, possibilitando, enfim, a exploração heurística.

Corrobora com esta discussão Moran (2015, p. 30), salientando que:

> [...] em muitos conceitos, principalmente de geometria, o uso de imagens pode auxiliar na compreensão e resolução de um problema. A imagem ou figura pode modificar o significado do texto, oferecendo uma perspectiva específica sobre aspectos a serem considerados para se chegar à conclusão necessária. A imagem poderá oferecer novas perspectivas da ideia proposta pelo texto, sem abandoná-lo.

Em registros figurais, realizar um tratamento consiste em efetuar operações materiais ou mentalmente sobre as unidades figurais em uma figura geométrica de modo a se obter uma modificação configural dessa figura (DUVAL, 2012b). “As figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de que *existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer uma exclui a possibilidade de reconhecer outras”* (DUVAL, 2011, p. 86, grifo do autor).

Nesse sentido, é preciso levar em consideração quais unidades figurais constituem uma figura, bem como as subfiguras que a compõem. Para isso, precisamos diferenciar ‘unidades figurais’ e ‘subfiguras’. Essa diferenciação é enunciada por Flores e Moretti (2004, p. 2) como: “[...] unidade figural são as formas de base nas quais toda figura pode ser analisada; subfigura é o resultado de uma divisão da figura, que depende das necessidades do problema dado podendo constituir-se de uma unidade figural ou uma combinação de unidades figurais”.

Duval (1995), citado por Almouloud (2003, p. 126, grifo do autor) afirma que a geometria envolve três formas de processo cognitivo que preenchem específicas funções epistemológicas e que são necessárias à sua aprendizagem:

> *Visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa; *Construção* de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas

> representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados; *Raciocínio* que é o processo que conduz para a prova e a explicação.

Assim, a figura "[...] é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a *apreensão perceptiva* de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais" (DUVAL, 2012a, p. 120). Sendo assim, é possível perceber a diferença entre a *apreensão perceptiva e discursiva*, a primeira levando em consideração somente a figura em si, e a segunda, olhando para o enunciado e figura. Moran e Franco (2014, p. 4) afirmam que, "[...] a *apreensão discursiva* diz respeito à interpretação das unidades figurais com especial atenção à articulação dos enunciados baseados em uma rede semântica de propriedades do objeto".

Em relação a *apreensão operatória*, esta é a modificação da figura, que permite ver uma variedade de subfiguras que não são vistas imediatamente ao primeiro olhar. Segundo Duval (2012a, p. 125, grifos do autor), existem diversas formas de fazer essas modificações, entre elas pode-se:

> [...] dividi-la em partes que sejam como várias subfiguras, incluí-la em outra figura de modo que ela se torne uma subfigura: esta modificação é uma **modificação mereológica**, ela se faz em função da relação parte e todo. Pode-se também aumentá-la, diminuí-la ou deformá-la: esta modificação é uma **modificação ótica**, ela transforma uma figura em outra, chamada sua imagem. Esta transformação, que é realizada através de um jogo de lentes e espelhos, pode conservar a forma inicial ou alterá-la. Pode-se, enfim, deslocá-la ou rotacioná-la em relação às referências do campo onde ela se destaca: esta modificação é uma **modificação posicional** de orientação e do lugar da figura dentro do seu ambiente. Cada uma dessas modificações é realizável graficamente ou mentalmente.

Duval (1988), citado por Flores e Moretti (2004, p. 4) afirma que, a "[...] modificação mereológica consiste na divisão de uma figura em partes, para em seguida combiná-las em uma outra figura. É uma modificação que mostra a figura como um todo fracionado, ou seja, ela se faz em função da relação entre parte e todo", permitindo assim a "operação de reconfiguração". Essa divisão realizada na figura pode ser: homogênea ou heterogênea. Quando as partes obtidas têm a mesma forma que o todo, o fracionamento é homogêneo, caso contrário, um fracionamento não-homogêneo (FLORES E MORETTI, 2004).

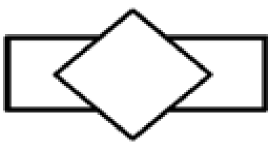
Cabe salientar, ainda, a apreensão elencada por Duval como a *apreensão sequencial*, que é aquela na qual é preciso seguir uma sequência de instruções para chegar ao resultado esperado. De acordo com Duval (2012a), a *apreensão sequencial* envolve construção e tem por objetivo a reprodução de uma figura.

Para a aprendizagem da geometria, as articulações estabelecidas entre estas apreensões (perceptiva, sequencial, discursiva e operatória) são essenciais. Dessa forma, segundo Bolda Flores (1997, p. 39), o ensino deveria dar condições de diferenciá-las, bem como proporcionar as seguintes articulações entre elas:

> 1. a articulação entre apreensão perceptiva e apreensão discursiva (para ter aquilo que chamamos de figura geométrica);
> 2. a articulação entre apreensão discursiva e apreensão sequencial;
> 3. a articulação entre apreensão perceptiva e apreensão operatória (o que corresponde a visualização, sendo que para visualização não é precisa a mobilização de teoremas ou proposições);
> 4. a articulação entre apreensão operatória e apreensão discursiva (esta articulação permite unir a heurística e a prova).

Sendo assim, para que essas articulações sejam possíveis, é preciso ir além, pois o registro figural necessita ser valorizado no ensino dos conceitos de geometria, pois traz contribuições e abre caminhos, "[...] mostrando que utilizar uma figura exige muito mais que uma simples olhada, a olhada panorâmica, e que ao contrário, exige, sim, uma aprendizagem de leitura da figura" (BOLDA FLORES, 1997, p. 21), ou seja, a maneira matemática de ver as figuras. Scheifer (2017, p. 55, grifo da autora) afirma que, "existem três maneiras de "ver" uma figura. Duas delas são comuns a qualquer imagem, trata-se da decomposição por **justaposição** e da decomposição por **superposição.** A terceira maneira é ver em **unidades figurais,** e só tem sentido em matemática". Essa diferenciação pode ser observada na Figura 3.

Figura 3 - Maneiras de ver uma figura



- Decomposição por superposição: 1 losango e 1 retângulo (2D/2D);

- Decomposição por justaposição: 3 formas poligonais 2 pentágonos e 1 losango (2D/2D);

- Ver em unidades figurais: 10 segmentos de reta ou 8 retas subjacentes (1D/2D)

Fonte: Scheifer, (2017, p. 55) adaptado de Duval (2011).

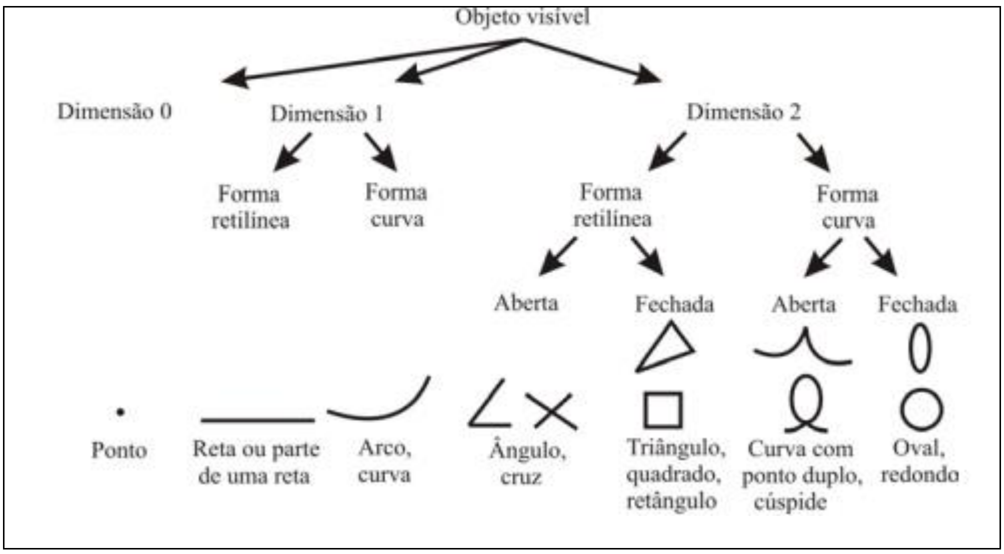
Bolda Flores (1997, p. 22), também, salienta que, "[...] a grande maioria dos alunos tem dificuldade em utilizar figuras como um auxílio na resolução de problemas, principalmente no sentido de olhá-las com uma maior profundidade, ou seja, com um olhar matemático". Esse olhar necessita ser explorado no processo de ensino e aprendizagem, mobilizando assim as *apreensões perceptiva e operatória*. O aluno precisa ser capaz de ver e modificar a figura para utilizá-la e chegar ao resultado esperado. Nesse sentido, é preciso diferenciar *visão* de *visualização,* Soares, Ferner e Mariani (2018, no prelo), baseadas em estudos de Duval (2011) evidenciam que:

> [...] a ***visão*** é o que proporciona acesso direto a figura, ou seja, possibilita reconhecer imediatamente as formas (contornos fechados, justapostos, superpostos, separados). Assim, a “figura é vista como uma imagem mais ou menos esquematizada” (DUVAL, 2011, p. 85). A ***visualização*** proporciona uma mudança de olhar, pois está relacionada a identificação de ***unidades figurais de representação***. As unidades figurais de representação são classificadas visualmente em dois tipos: dimensional (OD, 1D, 2D e 3D[16]) e qualitativa (forma e elementos geométricos).

Duval (2002) salienta que, o acesso direto ao objeto é obtido pela visão, já a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica, pois mostra relações, ou seja, a organização das relações entre unidades figurais de representação. “Ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra" (DUVAL citado por SOUZA e MORETTI, 2017, S/P).

Soares, Ferner e Mariani (2018) apresentam uma exemplificação (figura 4) das unidades figurais, para que possamos identificar e assim “operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura afixada no monitor ou construída no papel” (DUVAL, 2011, p. 87).

Figura 4 - Classificação de unidades figurais



Fonte: Soares, Ferner e Mariani, 2018 baseadas em Duval, 2004.

[16] Os números (0,1,2,3) referem-se a dimensão da figura.

Cabe ressaltar que, a “[...] maneira matemática de *ver* as figuras exige que a passagem de uma dimensão para outra seja realizada de forma espontânea e rápida, bem como reconhecer os pontos (0D/2D) como unidades figurais, pois ‘só assim atinge-se o limite da visualização’” (SOARES; FERNER; MARIANI, 2018). Duval (2011, p. 92) afirma que, “[...] para aprender a ver, os alunos devem aprender a trabalhar sem recorrer primeiro aos aspectos métricos”, é nesse sentido que as desconstruções dimensionais são importantes.

Como citado anteriormente, para que a aprendizagem ocorra, é preciso coordenar tratamentos figurais e discursivos e, nesse sentido Scheifer (2017, p. 57) afirma que:

> A articulação do registro das figuras com o discurso matemático exige uma mudança continua de dimensões a fim de discernir as unidades figurais, isto porque, enquanto a percepção automática das figuras se dá na dimensão 2, as aplicações de definições e de teoremas se fazem em unidades figurais de dimensão 1 e 0. Este é um fenômeno geral ao qual é atribuída a complexidade da atividade geométrica e que deve ser superado para que haja realmente aprendizagem.

Se pensarmos nas maneiras de ver e de modificar figuras geométricas, nos remetemos a refletir sobre os materiais que podemos utilizar para isso. No contexto atual, temos, entre outros recursos didáticos, os materiais manipuláveis e as tecnologias, mais precisamente os *softwares*[17]. O uso das tecnologias se faz presente no ensino da Matemática e permite desenvolver/modificar objetos de estudo.

> O uso de *Software*s permite uma mobilidade, pelo sujeito, de operações com as figuras, por exemplo, o arrastar de um vértice, a aproximação de um polígono inscrito a uma circunferência por meio do comando controle deslizante em função do número de lados do polígono, entre outras interações (MORAN; FRANCO, 2014, p. 6).

No ensino de conceitos geométricos, Salazar e Almouloud (2015, p. 920) enfatizam que

> [...] a tecnologia informática é cada vez mais utilizada, especialmente os ambientes de geometria dinâmica (AGD), os quais permitem, por intermédio do arrastamento e da manipulação direta, que os estudantes possam conjecturar acerca das propriedades dos objetos matemáticos representados e, por exemplo, desqualificar construções errôneas.

Nessa perspectiva, procuramos elencar um *software* para trabalharmos com os professores em formação inicial. O GeoGebra foi eleito por ser um dos mais conhecidos e trabalhados no IFFar, também, por apresentar ferramentas de fácil acesso e compreensão.

---

[17] Neste estudo, nos remetemos especialmente ao GeoGebra

Já em relação aos materiais didáticos manipuláveis, segundo Passos (2012), esses são instrumentos de apoio ao professor e contribuem para o aprendizado na medida em que “facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos” (2012, p.61). A mesma autora afirma que:

> Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-lo refletir, conjecturar, formular soluções, fazer perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2012, p. 81).

Ainda, Passos (2012, p. 87) afirma que, “quando um material apresenta aplicabilidade para modelar um grande número de ideias matemáticas, ele pode ser considerado um bom material didático”, ou seja, o círculo confeccionado em papel dobradura pode ser um desses materiais, pois permite que o aluno experimente e procure elaborar figuras geométricas distintas da inicial. Esse movimento oportuniza que o aluno seja parte integrante do processo de ensino e aprendizagem.

No próximo capítulo, apresentamos a análise de materiais produzidos durante o componente curricular Prática de Ensino III, de acordo com os princípios da análise de conteúdo de Bardin (2016).

4 A PRÁTICA DE ENSINO III: ANÁLISE DE CONTEÚDO DE ALGUNS MATERIAIS

Apresentamos, neste capítulo, a análise de alguns materiais produzidos por professores em formação inicial da Licenciatura em Matemática, ao longo da PE III, que ocorreu durante o primeiro semestre de 2017. No componente PE III, esses materiais são planos de aula, sendo que cada grupo produziu quatro planos para alunos de Ensino Fundamental. Para tanto, seguimos pressupostos metodológicos da análise de conteúdo de Bardin (2016). Esta análise é pertinente à pesquisa visto possibilitar o reconhecimento de indícios de conhecimentos do professor que ensina geometria, bem como, as apreensões figurais.

4.1 PRIMEIRA FASE: A PRÉ-ANÁLISE DOS MATERIAIS

Nesta seção é apresentada a análise de alguns materiais produzidos durante a PE III. Primeiramente, realizamos a leitura flutuante dos mesmos, constituindo, assim, o *corpus* de materiais a serem submetidos a procedimentos de análise nas etapas seguintes. Para termos acesso aos materiais, no segundo semestre de 2017, entramos em contato com uma das professoras que ministrou este componente e nos foi disponibilizado, em material impresso, planos de aulas de todos os grupos. Além disso, nos foram viabilizados os relatos dos planos de aula aplicados com alunos da Educação Básica.

O componente curricular PE III pertence ao terceiro semestre do curso e tem como ementa: “Tecnologias na formação do professor de Matemática. Recursos educacionais e tecnológicos, no ensino de Matemática, voltados ao Ensino Fundamental” (IFFar, 2014, s/p). Como já foi mencionado, as PE são componentes articuladores e integram pelo menos dois outros componentes do semestre. E, de acordo com o currículo do curso, os componentes curriculares do 3º semestre além da PE III são: “Álgebra Linear I; Cálculo Diferencial e Integral I; Geometria Plana; Matemática Discreta; Políticas, Gestão e Organização da Educação” (IFFar, 2014). Para a PE III foram articulados os componentes de Geometria Plana e Matemática Discreta.

Coletamos um total de 48 planos de aula e 12 relatos, construídos por professores em formação inicial, sendo que esses estavam impressos e armazenados junto aos arquivos pessoais da professora. Neste primeiro contato, uma das docentes responsáveis pelo componente relatou que para que os professores em formação inicial elaborassem seus planejamentos, deveriam, em pelo menos um deles, abordar algum conceito/conteúdo do campo da geometria, pois este era um componente curricular integrado durante esta prática. Ainda, seria necessário utilizar uma tecnologia digital para trabalhar o tópico por eles planejado, tais como *softwares* de geometria dinâmica, jogos *online*, entre outros.

A partir disso, construímos um quadro síntese (APÊNDICE C), apresentando o objetivo geral de cada planejamento que abordou conceitos/conteúdos do campo da geometria. Evidenciamos que não houve uma regularidade em relação a um campo da Matemática Escolar, visto as PE serem flexíveis a exploração de diversos conceitos/conteúdos. Desta forma, procuramos identificar semelhanças que aproximassem esses planejamentos para então, delimitarmos nossa análise. Assim, identificamos que o tema geometria estava presente em pelo menos um planejamento de cada grupo.

Com uma visão ampla do material coletado e partindo dos pressupostos apresentados no boletim da SBEM (2013, p. 12) que a geometria "ainda é uma área cujo tratamento e abordagens continuam insuficientes na Educação Básica" e que o campo da geometria plana é trabalhado com maior ênfase no Ensino Fundamental, percebemos a necessidade de abordar este tema. Desta forma, analisamos as perspectivas teóricas e metodológicas expostas nos planejamentos da Prática de Ensino III, com objetivo de identificar os conhecimentos do professor que ensina geometria.

4.2 SEGUNDA FASE: EXPLORAÇÃO DOS MATERIAIS

Para a segunda fase da análise de conteúdo, ou seja, a exploração dos materiais, segundo Bardin (2016), são aplicadas as decisões que foram tomadas na fase inicial. Para tanto, apresentamos quadros por grupo, com as atividades planejadas, detalhando as que abordaram geometria plana e espacial. Em seguida, a análise dos planos de aula que contém conceitos/conteúdos de geometria plana, tanto do bloco espaço e forma como grandezas e medidas.

Esses dois blocos de conteúdos caminham junto para o entendimento dos conceitos geométricos vinculados ao espaço e forma e de grandezas e medidas, de modo geral. Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quanto ao bloco "espaço e forma" evidenciamos que:

> [...] os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de *números e medidas*, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades. [...] Este bloco de conteúdos

> contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. (BRASIL, 1998, p. 51, grifo nosso).

No mesmo sentido, se observarmos as orientações para o bloco “grandezas e medidas”, é possível perceber que versam para complementar os conceitos do bloco “espaço e forma” e vice e versa. Os PCN conduzem para “as atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas” (BRASIL, 1998, p. 52).

Portanto, partindo desse entendimento, delimitamos os materiais que foram analisados e que apresentamos na sequência, no que tange as *apreensões figurais*. Salientamos, ainda, que para a análise referente aos *conhecimentos do professor que ensina Matemática* houve uma limitação, restringindo assim o campo de análise. Esse obstáculo se deve ao fato de que, ao analisarmos os planejamentos, percebermos que nem todos foram aplicados, o que dificultou a identificação dos conhecimentos, principalmente aqueles ligados aos estudantes/ensino.

No Quadro 6, apresentamos os planejamentos do Grupo 1 (G1) e, ponderando sobre a estrutura do plano de aula que trata de ângulos, identificamos algumas figuras, enunciando a classificação dos ângulos, sendo que os professores em formação inicial anunciam que representarão as mesmas no quadro negro para explicação aos alunos. Ao apresentarem o jogo *online*, comentam que este consiste em levar o personagem até sua família e que, para isso, é preciso passar por obstáculos, sendo esses os cálculos para determinar a medida do ângulo. Salientam, também, que, o jogo é composto de várias fases e que em cada uma delas é necessário o conhecimento de diferentes propriedades sobre ângulos. Como forma de avaliar os alunos, propuseram uma tabela para registro (registro simbólico na representação tabular), na qual os alunos deveriam escrever a fase, o cálculo solicitado e a resolução por eles executada, registrando, assim, as fases que não obtiveram sucesso. Esses registros foram utilizados para verificar as principais dificuldades expostas.

Ao eleger esse jogo para trabalhar com alunos do 9º ano, os professores em formação inicial apresentam indícios do c*onhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo*, pois em seu planejamento há figuras da tela do jogo, podendo ser identificado cada nível, ou seja, eles executaram a atividade antes de apresentar aos alunos. Preocuparam-se em identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos, registrando as fases que os alunos não conseguiram passar, para que assim, posteriormente, pudessem revisitar os conceitos apresentados.

Quadro 6 - Planejamento Grupo 1: Prática de Ensino III

<table>
<tr><th rowspan="3"></th><th colspan="5">PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)</th></tr>
<tr><th rowspan="2">CONTEÚDOS</th><th colspan="3">PLANEJAMENTO</th><th rowspan="2">ARTIGO/RELATO</th></tr>
<tr><th>Ano</th><th>Síntese de Atividades</th><th>Recursos</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Grupo 1 (G1)</td><td>Ângulos: Definição; Classi-ficação; Ângulos opostos pelo vértice.</td><td>9º</td><td>Questionamentos iniciais com o intuito de identificar os conhecimentos prévios sobre ângulos;
Revisão dos principais conceitos e propriedades com ilustrações;
Apresentação da classificação de ângulos com suas respectivas figuras;
Dinamização de um jogo online, composto por fases; os alunos deveriam registrar pelas fases que não conseguiram passar, para posterior avaliação dos professores em formação inicial.</td><td>Jogo online: "A Tangled web[18]".</td><td>Experiência dentro da sala de aula: as tecnologias a favor da educação
Apresentam escrita com foco na tecnologia e seus avanços; A importância e fácil acesso aos jogos, ressaltando o uso com finalidades pedagógicas (assimilação de conceitos matemáticos);
Observam que o jogo deve ser instrumento de apoio para as aulas;
Destacam que o professor precisa conhecer o material/tecnologia que vai utilizar, observando a infraestrutura da escola;
Concluem afirmando que o uso de tecnologias proporciona aulas dinâmicas e tornam o aluno protagonista do processo de ensino e aprendizagem.</td></tr>
<tr><td>Volume (cone, esfera e cilindro)</td><td>9º</td><td>Roteiro para construção no GeoGebra do cilindro;
Apresentação da fórmula do volume e área da base do cilindro.
Roteiro para construção no GeoGebra do cone;
Apresentação da fórmula do volume e área da base do cone;
Roteiro para construção no GeoGebra da esfera;
Apresentação da fórmula do volume da esfera.</td><td>Software GeoGebra</td><td>Não aplicado</td></tr>
<tr><td>Estatística: Freq.; média, moda, mediana, gráficos</td><td>8º</td><td colspan="2">Não analisado</td><td>Não aplicado</td></tr>
<tr><td>Regra de três: Simples e composta; grandezas</td><td>7º</td><td colspan="2">Não analisado</td><td>Não aplicado</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No mesmo planejamento, ao elaborarem uma sequência de questionamentos, com a finalidade de instigar a curiosidades dos alunos, previram algumas possíveis respostas, demonstrando, assim, indícios do *conhecimento do conteúdo e do estudante*. Este conhecimento prevê que o professor conheça tanto o conteúdo matemático quanto o estudante. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), os professores devem antecipar como os estudantes irão pensar e no que eles vão encontrar dificuldades. É importante salientar que, um dos objetivos da aula, primeiramente, era revisar o conteúdo, o que nos leva a inferir que possuem o *conhecimento especializado do conteúdo*, que é aquele conhecimento matemático e habilidade de ensinar.

[18] Mais informações sobre este jogo podem ser encontradas no endereço eletrônico: https://www.brainpop.com/games/atangledweb/

No relato da aula aplicada, o grupo expõe alguns pressupostos teóricos sobre tecnologias e discute as finalidades do jogo e da tecnologia para a educação. Relatam as dificuldades apresentadas pelos alunos com o jogo, sendo que durante a aula acompanharam os alunos e orientaram para o bom andamento da atividade, atitude esta que pode ser considerada como evidências do *conhecimento do conteúdo e do estudante*. Ao criarem a sequência do plano de aula, evidenciou-se o *conhecimento do conteúdo e do ensino,* pois este consiste em encadear conteúdos, escolha de exemplos e aprofundar o estudo, o que demanda o entendimento matemático que pode ser percebido no planejamento.

Para o plano de aula que versa sobre volume, não há figuras geométricas prontas que ilustram as construções, somente os roteiros para a construção do cilindro reto, cone reto e a esfera no *software* GeoGebra. Não há indícios de atividades que requeiram a análise das representações figurais construídas no aplicativo em direção as expressões algébricas que modelam áreas e volumes desses sólidos. Observamos, apenas, a exposição de fórmulas para cálculo de área da base e volume dos sólidos, que são apresentadas logo após cada construção, sem contextualização ou dedução. Sendo assim, podemos enunciar que há sinais de *apreensão sequencial,* pois com a construção no *software* é possível visualizar a figura e, em seguida, determinar o valor de sua área lateral e volume.

No Quadro 7, são expostos os planejamentos do Grupo 2 (G2), sendo que para o plano de aula que trata de área de figuras planas, foi utilizado como recurso o *Microsoft Excel,* com arquivos de atividades que continham em sua estrutura figuras geométricas planas. Na mesma tela, junto com a figura, aparecem as medidas e a fórmula para o cálculo da área, evidenciando assim o registro *figural, simbólico algébrico e simbólico numérico*. Nas atividades propostas para os alunos, três delas apresentam além do enunciado (*linguagem natural*), a figura (*registro figural*), o que pode desencadear na *apreensão perceptiva*. Também, há duas questões em que é preciso modificar as figuras para resolução, o que requer a mobilização da *apreensão operatória,* com *modificação mereológica*. Nesse sentido, os professores em formação inicial trazem a resolução, comentando que é preciso subdividir a figura para perceber figuras planas conhecidas (triângulo e retângulo) e depois disso, executam o cálculo da área de cada uma das figuras, somando para obter a área total da figura inicial.

No plano que aborda comprimento da circunferência, os professores em formação inicial planejaram uma sequência detalhada da construção no s*oftware* GeoGebra, trazendo exemplos que seguem enunciados. Além disso, apresentam o resultado com registros figurais do próprio *software* (imagens das telas) e por meio do cálculo pela fórmula. As atividades que foram propostas aos alunos seguem uma regularidade: apresentam o enunciado (registo em língua natural), o cálculo pela fórmula (registro simbólico de representação algébrica e numérica) e posterior "comprovação" pelo GeoGebra (registro figural). Dessa forma, observam-se aspectos relacionados a *apreensão sequencial e discursiva*, pois interpretam o enunciado, apresentam cálculo e posteriormente, fazem a construção figural no GeoGebra, verificando os mesmos resultados em ambos os procedimentos.

Quadro 7 - Planejamento Grupo 2: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 2 (G2)	Área de figuras planas: retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, trapézio; losango, círculo	s/a	Questionamentos iniciais com o intuito de identificar os conhecimentos prévios sobre cálculo de área de figuras planas e do valor de Pi (π); Utilização de uma planilha eletrônica com arquivos para preenchimento das medidas dos lados das figuras geométricas planas, sendo que a planilha realiza o cálculo da área; Sequência de três atividades para cálculo de áreas (triangulo, retângulo); Sistematização com três atividades de avaliação, sendo uma delas para cálculo de área de um terreno em forma de trapézio; outra com contextualização sobre uma plantação, onde deve ser calculado área retangular; e por fim, atividade para cálculo de área de um círculo.	*Microsoft Excel*	Não aplicado
	Circunferência: Comprimento e Pi (π)	s/a	Atividades iniciais com roteiro de construção de circunferências no GeoGebra; Apresentação do valor de Pi (π), demostrando que é o resultado da divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro; Atividade no GeoGebra para o cálculo do comprimento de uma circunferência e posterior cálculo com aplicação da fórmula. Sistematização com folha de registros que continham atividades relacionadas ao conteúdo trabalhado.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Números inteiros: Conjuntos dos positivos e negativos	7º	Não analisado		Não aplicado
	Equações de 2º grau com uma incógnita; raízes e coeficientes	9º	Explicação da resolução de uma equação de segundo grau, utilizando a fórmula de Báscara, ou seja, encontrando as raízes da equação; Utilização de calculadora *online*[19] para resolver equações do segundo grau e plotador[20] que apresenta gráfico das equações.	Calculadora *online* e *Software* Plotador MAFA	Título: O uso da tecnologia no estudo de equação de segundo grau

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

[19] Mais informações sobre a calculadora online podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: http://ecalc.blogspot.com.br/p/baskara.html

[20] Mais informações sobre o plotador podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: https://www.mathe-fa.de/pt#result

No Quadro 8, destacamos os planejamentos do Grupo 3 (G3). Analisando o plano de aula com conteúdo circunferência verificamos no objetivo da aula que os professores em formação inicial se propõem apresentar a circunferência e seus elementos, porém no decorrer do plano não foi possível evidenciá-los. Em todo planejamento, há somente a construção da circunferência no GeoGebra, utilizando a ferramenta “Círculo dados centro e raio” e habilitando rastro para o ponto se mover sobre a circunferência. Citam, ainda, que debaterão com os alunos a distância entre pontos da circunferência, porém não é possível verificar como este será conduzido. Sendo assim, percebemos indícios de *apreensão perceptiva*, pois levam em consideração somente a figura.

Quadro 8 - Planejamento Grupo 3: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 3 (G3)	Circunferência e seus elementos	s/a	Construção, por meio de roteiro, no GeoGebra de circunferências; Demonstração da função “animar ponto” para evidenciar os deslocamentos de pontos sobre a circunferência.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Produtos Notáveis: quadrado da soma de dois termos	8º	Não analisado		Não aplicado
	Função/equação quadrática: Interpretação de gráficos	9º	Não analisado		Não aplicado
	Razão e proporção: Escalas (Geometria)	7º	Encaminhamento dos alunos para medir quadra de esportes da escola; Utilizando o GeoGebra representaram a quadra na proporção desejada; Cálculo da área das figuras desenhadas (retângulo, círculo e setor circular) com uso do recurso no *software*; Problematização para que calculem a quantidade de tinta necessária para pintar a quadra.	*Software* GeoGebra e instrumentos de medida	**Razão e proporção através do GeoGebra** Apresentam pressupostos teóricos que tratam da tecnologia e as novas formas de aprendizado; Discorrem sobre a importância do professor conhecer novas ferramentas de ensino, para além do quadro negro; Após o apanhado teórico, relatam como a atividade ocorreu, da mesma maneira como apresentado no planejamento; Finalizam com os resultados encontrados após o cálculo das áreas e retomam a importância da utilização das tecnologias para a realização desta atividade.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Já no plano de aula que trata de razão e proporção, os professores em formação inicial trazem uma proposta de atividade que inicia fora da sala de aula, medindo a quadra de esportes da escola. Após os alunos foram desafiados a reproduzir o desenho da quadra no *software* GeoGebra. Nesta construção, identificamos conceitos de geometria, pois utilizam formas geométricas e calculam a área da quadra. Para esse cálculo, utilizam escalas (razão e proporção), pois o esboço não poderia ser reproduzido com as medidas reais. Nesse sentido, observamos aspectos relacionados com a *apreensão discursiva*, pois interpretam a unidade figural, articulando com o que era solicitado e ainda, *apreensão operatória*, pois calcularam a área total, por meio de cada uma das partes que compunham a quadra que foi esboçada no *software*. Primeiramente, calculam a área total da quadra (retângulo), que devia ser pintada de uma cor e, depois do círculo central, semicírculos de cada um dos "arcos" para ser diminuída da área total.

No relato da atividade desenvolvida, o grupo salienta a importância do uso da tecnologia e as contribuições dessas para aulas mais atrativas. Ainda, apresentam os resultados para a quantidade necessária de tinta para a pintura da quadra. Sendo assim, identificamos indícios do *conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo,* pois apresentam de maneira coerente toda a resolução da atividade no *software*, *conhecimento do conteúdo e do ensino*, *e dos estudantes,* pois procuram envolver o aluno e sanar dúvidas, apresentando uma sequência condizente com a proposta. Além disso, observa-se o *conhecimento comum do conteúdo*, pois precisam conhecer como pintar uma quadra e a quantidade de tinta, conhecimentos esses que são utilizados para além do ensinar.

Quadro 9 - Planejamento Grupo 4: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 4 (G4)	Volume de poliedros: pirâmides	8º	Exemplos iniciais para relembrar o conteúdo proposto, e da ferramenta que será utilizada; Cálculo do volume de um frasco de perfume, em formato de pirâmide; Encaminhamento dos alunos para utilização da calculadora *online*[21] para cálculo do volume de pirâmide; Atividades com duas questões de múltipla escolha.	Calculadora *Online*	Não aplicado
	Equações de primeiro grau	7º	Não analisado		Não aplicado
	Frações: Adição e subtração	6º	Revisão de alguns conceitos sobre representação de fração; Apresentação das operações com frações de denominadores iguais e diferentes; Encaminhamento dos alunos para jogar "Enigma das Frações[22]"	Jogo *Online*: Enigma das Frações	Título: Aprendendo frações através do jogo *online* Enigma das Frações
	Razões trigonométricas no Triângulo retângulo: Seno, cosseno e tangente	9º	Revisão inicial dos conceitos; Construção no GeoGebra de triângulo retângulo e marcação de seus ângulos e lados; Atividades sobre seno, cosseno e tangente.	*Software* GeoGebra	Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

---

[21] Mais informações sobre a calculadora online podem ser encontradas no endereço eletrônico: http://www.calcularvolume.com/piramide

[22] Mais informações sobre a calculadora online podem ser encontradas no endereço eletrônico: https://novaescola.org.br/arquivo/jogos/enigma-fracoes

No Quadro 9, expomos os planejamentos do Grupo 4 (G4). Averiguando o plano que trabalha com volume, o grupo se propõe a apresentar o volume de pirâmides e trazem o registro figural de uma embalagem de perfume, uma pirâmide reta de base quadrangular. Logo após, trazem a figura nominada como “área da base”, porém a figura que aparece é um triângulo, sendo a base da pirâmide em questão um quadrado. Já o cálculo apresentado está correto, ou seja, da área da base quadrada. Sendo assim, acreditamos que houve um equívoco na seleção da figura que representa a base da pirâmide. Dessa forma, verificamos indícios de *apreensão perceptiva*, pois considerou a figura para o cálculo do volume.

No plano que versa sobre razões trigonométricas é apresentado um roteiro com registros em língua natural e figural, para a construção de um triângulo retângulo, no *software* GeoGebra, com a identificação de lados e do ângulo reto. Essa construção segue uma sequência de comandos a serem executados, representando assim, pistas de *apreensão sequencial*. Nas atividades propostas, há registros figurais, porém não é explorado o uso do *software* e tão somente percebemos as contribuições deste para as resoluções, pois para finalizar a aula, solicitam que os alunos desenvolvam os cálculos no quadro negro para dividir com os colegas como fizeram em seus cadernos. Na primeira atividade proposta aos alunos, na qual deveriam identificar a hipotenusa e os catetos, há um equívoco, pois há dois triângulos que não são retângulos, sendo assim, essa identificação não é possível de ser executada.

Explorando o material produzido pelo Grupo 5 (G5), Quadro 10, no plano em que aborda círculo e circunferência, os professores em formação inicial apresentam uma parte histórica do surgimento do número π (Pi), baseados no texto “A História do Pi”[23], do *site* Matematiques. Em seguida, exibem uma breve explicação do cálculo do comprimento da circunferência, sendo que nominam como perímetro da figura e ressaltam que duas vezes a medida do raio será o diâmetro, apresentando a fórmula. Também, expõem o cálculo da área do círculo, enfatizando que esta figura, diferente dos demais polígonos não possui base nem altura.

Das seis atividades que versam no sentido do cálculo de área do círculo e comprimento da circunferência, uma delas não apresenta registro figural e as demais são contextualizadas e elucidam figuras. Nesse sentido, o conjunto das representações em língua natural, registros simbólicos algébricos e registros figurais tornam-se necessários para a resolução das questões, evidenciando indícios de *apreensão perceptiva e discursiva*.

[23] Disponível em: http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=609

Quadro 10 - Planejamento Grupo 5: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 5 (G5)	Comprimento da circunferência e área circulo	8º	História sobre número Pi (π); Fórmulas do comprimento e área; Atividades para cálculo da área do círculo e comprimento da circunferência, sendo três delas com contextualização;	Planilha eletrônica, mas não fica evidenciada	Não aplicado
	Medidas de comprimento e massa	6º	História do surgimento das medidas de comprimento; Questionamento iniciais para identificar conhecimentos prévios; Apresentação de Tabelas para conversão de medidas de comprimento; Exercícios para resolverem em planilha eletrônica.	Vídeo e *Microsoft Excel*	**Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental** Apresentam pressupostos teóricos sobre as tecnologias e as possibilidades existentes com sua utilização para o aprendizado; Relatam como ocorreu a aula, apresentando as dificuldades encontradas no transcorrer da aula; Finalizam com constatações da importância da utilização da tecnologia para o processo de ensino e aprendizagem.
	Sistemas de Equações de 1º grau: Método da adição; substituição e comparação	7º	Não analisado		Não aplicado
	Nº reais: Potenciação e radiciação	9º	Não analisado		Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No planejamento de medidas, há representação simbólica tabular, com tabela para conversão de medidas de comprimento. Apresentam quadros intitulados de tabelas, dessa forma, acreditamos ser apenas um equívoco, pois no texto do plano de aula, citam como quadros e, nesta análise, consideraremos como um registro simbólico de representação tabular. Após a explicação com exemplos, há atividades que serão resolvidas em planilha eletrônica, porém esse registro não aparece no plano de aula. Além disso, há seis atividades que o grupo denomina como contextualizadas, pois necessita de interpretação para a resolução. Relatam ao finalizar a aula, em um registro manuscrito, que os alunos demonstraram dificuldades ao resolver atividades com números decimais, pois ainda não tinham visto este conteúdo. Com esta percepção por parte dos professores em formação inicial, os mesmos adaptaram as atividades propostas, o que nos leva a acreditar que estão adquirindo *o conhecimento do conteúdo e dos estudantes e do ensino*, pois perceberam as dificuldades e adaptaram o que tinham previsto para a aula.

No relato do planejamento que foi aplicado, o grupo apresenta um referencial teórico abordando, principalmente, tecnologia. Descrevem como ocorreu a aula, ressaltando que utilizaram de vídeo explicativo sobre unidades de medidas. Mencionam a dificuldade encontrada pelos alunos da Educação Básica, quanto aos números decimais, de acordo com o que estava exposto no plano de aula. Diante desta dificuldade, adaptaram os exemplos e atividades, prosseguindo com a resolução das atividades em planilha eletrônica. Não é possível identificar a planilha eletrônica e como esta foi utilizada, entendemos que os alunos deveriam converter medidas e preencher a planilha. Finalizam o relato citando a importância dessa prática na formação deles como docentes, afirmando que: "as práticas realizadas pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática contribuem e acrescentam na sua formação como futuros professores, uma vez que, por meio destas experiências, os mesmos aprendem a rever seus conceitos e analisar suas aulas desenvolvidas, aprimorando constantemente a atuação como futuros docentes, agregando metodologias, conhecimentos e valores para sua formação acadêmica."

Diante do que observamos, podemos inferir que o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes* está em construção pelos professores em formação inicial, pois diante das dificuldades, adaptaram sua aula. É possível que esta circunstância tenha ocorrido, pois não acompanham a turma e não puderam prever que o conceito de decimais, ainda, não era conhecido pelos alunos. Sobre o *conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo,* não foi possível identificá-lo, pois apesar de manifestarem seu uso, não foi possível verificar sua efetiva aplicação.

Analisando os materiais produzidos pelo Grupo 6 (G6), Quadro 11, nas construções geométricas, as figuras que aparecem são fotos das telas do site. Dessa forma, não foi possível identificar conceitos/conteúdos do campo da geometria nestes registros. Os professores em formação inicial citam que há vídeos explicativos, mas não apontam o resultado das construções realizadas. Sendo assim, não constatamos apreensão figural para este planejamento. As atividades versaram sobre construções de figuras com o Tangram (casas, animais entre outros) o que demonstra que os professores em formação inicial precisam superar uma lacuna no que tange o *conhecimento do conteúdo e do ensino*, pois não há coerência entre o conteúdo apresentado e as atividades propostas. Segundo Ball e seus colaboradores (2008), este conhecimento combina o ensinar e a matemática, sendo que os professores precisam sequenciar um conteúdo para determinada aula, elencando exemplos e avaliando as vantagens e desvantagens dos métodos utilizados, sendo que, essa abordagem, vai interferir na aprendizagem do aluno, o que não podemos identificar no planejamento anteriormente relatado.

Quadro 11 - Planejamento Grupo 6: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 6 (G6)	Construções Geométricas	7º	Questionamentos iniciais para motivação e incentivação para verificar os conhecimentos prévios; Vídeos[24] que explanam algumas construções geométricas; Dinamização de Jogo *online*[25] com Tangram.	Jogos e atividades *online*; Vídeos	Não aplicado
	Relações métricas no triângulo retângulo	s/a	Questionamentos iniciais para motivação e incentivação com retomada de alguns conceitos e verificação de conhecimentos prévios; Explicação do Teorema de Pitágoras e demais relações métricas; Exemplificação e atividades que podem ser resolvidas/conferidas em site[26]; Dinamização final com questões de vestibular e concursos.	*Site*	Não aplicado
	Números decimais: Representações geométricas e fracionárias; operações básicas	6º	Trazem representação decimal e geométrica das frações	*Sites* e jogos *online*	Título: Primeira experiência em sala de aula: estudo dos números decimais com a utilização de ferramentas tecnológicas
	Nº reais: Naturais, inteiros, racionais e irracionais	s/a	Não analisado		Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Os integrantes do grupo iniciam o planejamento sobre relações métricas com uma tímida representação figural da relação do Teorema de Pitágoras, outras cinco relações são apresentadas, porém estas estão somente em linguagem simbólica algébrica, sem a representação figural, o que de certo modo, dificulta o entendimento dos conceitos apresentados, pois não é possível identificar onde estão as medidas e suas projeções. Sendo assim, não foi possível identificar as apreensões figurais.

Na sequência, para as atividades sobre o Teorema de Pitágoras, os alunos são orientados a utilizar um site para lançar os valores dos lados do triângulo e obter o resultado. Há três atividades, questões de concursos (Cesgranrio, PM Paraná, RFB – Esaf), com a mobilização de registro simbólico algébrico e numérico, e apesar do plano versar sobre as relações métricas, estas são resolvidas através de relações trigonométricas (seno, cosseno e tangente), pois associam além das medidas dos lados, os valores dos ângulos. Ressaltamos que, em apenas uma delas é mobilizado registro figural, desencadeando pistas de *apreensão perceptiva*.

[24] Segundo informações do planejamento os vídeos estão disponíveis no site Khan Academy, site esse que necessita login e senha para acesso.

[25] Mais informações sobre o jogo online podem ser encontradas no endereço eletrônico: https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/

[26] Mais informações podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: https://www.somatematica.com.br/softOnline/triangulo.html

Quadro 12 - Planejamento Grupo 7: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recurso**	
Grupo 7 (G7)	Planificação de sólidos geométricos	s/a	Apresentação dos poliedros em acrílico; Encaminhamento para utilização de *Software*[27] de planificação, demonstrando com o tetraedro; Demais devem ser realizadas pelos alunos preenchendo tabela identificando bases, figuras planas encontradas; Investigação final no sentido de identificar as contribuições da utilização da tecnologia.	*Software Poly*	Não aplicado
	Cálculo de áreas	s/a	Retomada inicial com a apresentação das fórmulas de cálculo de área; Encaminhamento de atividades no laboratório de informática; Construção conjunta de um triângulo no GeoGebra e o cálculo de sua área; Orientações gerais para que os alunos façam as demais formas planas; Investigação final sobre as contribuições da utilização do *Software*.	*Software* GeoGebra	**GeoGebra: uma ferramenta auxiliando os alunos no cálculo de áreas** Apresentam pressupostos teóricos sobre tecnologia, ensino da matemática e o GeoGebra; Mostram as construções das figuras planas (quadrado, retângulo, triângulo, trapézio, paralelogramo); Trazem um gráfico (informação estatística) com a opinião dos alunos sobre a utilização do GeoGebra.
	Potenciação e radiciação com números naturais	s/a	Não analisado		Não aplicado
	Ângulos	s/a	Revisão inicial sobre ângulos e suas classificações; Dinamização de Jogo com dedução de medida de Ângulos; Finalização com questões investigativas sobre a experiência que os alunos vivenciaram.	Jogo *online* "*Alien Angles*[28]"	Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Ponderando sobre os planejamentos do Grupo 7 (G7), Quadro 12, no plano de aula sobre planificação, há registros figurais de alguns sólidos, com suas planificações. Sendo assim, percebemos a modificação da figura, ou seja, *apreensão operatória*. Logo após, é proposto a utilização do *Software Poly*, que segundo o planejamento tem a função de mostrar as modificações e as planificações de sólidos. Dessa forma, é perceptível a coerência utilizada entre explanação e utilização da tecnologia, entendemos que este procedimento pode desencadear em c*onhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo*, bem como, *conhecimento do conteúdo e do ensino*, pois nesse o professor necessita ter uma visão do todo, fazendo escolhas metodológicas e de conteúdo, o que pode ser evidenciado neste planejamento.

[27] Disponível para *download* em: http://www.peda.com/poly/

[28] Mais informações sobre o jogo podem ser encontradas no endereço eletrônico: https://www.mathplayground.com/alienangles.html

O mesmo planejamento, ainda, traz um registro simbólico de representação tabular, na qual os alunos deviam preencher, de acordo com as caraterísticas, quanto a faces, bases e figuras geométricas identificadas ao planificar os sólidos no *software*. Encerram a aula com indagações sobre o uso de tecnologias e sanando as dúvidas que porventura ainda teriam ficado. Esse movimento evidencia que os professores em formação inicial estão buscando o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*, pois nesse o professor precisa "prever" no que os alunos terão dificuldade e/ou facilidade.

No plano que aborda ângulos, os professores em formação inicial apresentam registros figurais sobre ângulos agudos, obtusos, raso e reto, como uma retomada de conteúdo. Em seguida, encaminham atividade com um jogo sobre ângulos. No planejamento, as figuras apresentadas são as telas do jogo, sendo que não mostram os conceitos matemáticos abordados. Durante a execução desta atividade, os alunos deveriam anotar em uma tabela (registro simbólico de representação tabular), o ângulo solicitado e apurado durante cada jogada. Dessa forma, não é possível realizar altercações acerca do planejamento em relação às apreensões.

Explorando, agora, o plano sobre área de figuras planas, o qual foi aplicado com alunos do Ensino Fundamental, constatamos registros figurais planos (quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e círculo), com a respectiva fórmula (registro algébrico) para o cálculo de suas áreas. Os professores em formação inicial, também, utilizaram o GeoGebra, elaborando a construção de um triângulo, por meio de um roteiro com imagens do *software.* Em seguida, os alunos deveriam construir outras figuras e, consequentemente, o cálculo da área, sendo que, para isso forneceram uma tabela (registro simbólico de representação tabular) com dados sobre a figura a ser construída e os devidos pontos. Os alunos deveriam preencher com a área determinada. Dessa forma, identificamos indícios de *apreensão perceptiva e sequencial*, pois consideram a figura, seguindo uma sequência de orientações para construí-la.

No relato desta aula, é possível perceber evidências do *conhecimento do conteúdo e do estudante*, pois apresentam dados sobre o que os alunos entenderam da aula, utilizando a ferramenta tecnológica. Além disso, foi desenvolvido um referencial teórico que justifica o uso do GeoGebra e a importância das tecnologias na educação. Sendo assim, de acordo com a sequência apresentada, consideramos que há indícios do *conhecimento do conteúdo e do ensino*, bem como *conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo,* pois trazem o conteúdo de maneira coerente com a atividades solicitadas, isso tudo, com a utilização de um *software.*

Considerando os planejamentos do Grupo 8, Quadro 13, no que versa sobre construção de polígonos, os professores em formação inicial apresentam um quadro com registros figurais, que devia ser preenchido com o nome e características dos polígonos. Para este preenchimento era preciso levar em consideração as figuras esboçadas. Sendo assim, identificamos indícios de *apreensão perceptiva*, pois necessita trabalhar na figura apresentada.

Quadro 13 - Planejamento Grupo 8: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 8 (G8)	Geometria plana: Construção de polígonos	s/a	Revisão de maneira expositiva buscando identificar os conhecimentos prévios; Atividade de identificação (nome e características) das figuras geométricas; Construção geométrica no *software* GeoGebra identificando vértices, faces e arestas; Sistematização com jogo do Tangram[29] para a montagem de diversas figuras com as formas geométricas do Tangram.	*Software* GeoGebra e Jogo *online* e/ou aplicativo de celular	Não aplicado
	Círculo e circunferência	s/a	Questionamentos iniciais procurando identificar conhecimentos prévios; Apresentação da diferença entre círculo e circunferência; Cálculo da área e comprimento; Orientações para construção no GeoGebra e exercícios.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Segmentos Proporcionais: Teorema de Tales	s/a	Questionamentos iniciais sobre retas e segmentos; Conceituação de segmentos proporcionais e o teorema de Tales; Construção no GeoGebra de retas paralelas entre si (sem roteiro); Construção de feixe de retas para responder a questionamentos aplicando o Teorema de Tales.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Matemática Financeira: Juros Simples	7º	Não analisado		Título: Matemática Financeira: uma proposta de plano de aula com uso de recurso tecnológico para o ensino dos juros simples

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Em seguida, os professores em formação inicial orientam os alunos para a atividade de construção desses polígonos no GeoGebra. Toda a construção segue um roteiro e é ilustrada com as telas do *software.* Dessa forma, é possível verificar aspectos relacionados a c*onhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo*. Esta sequência de construção nos remete a *apreensão sequencial*. Como atividades/exercícios para esta aula, utilizaram um jogo *online* com o Tangram, que consiste em construir objetos como animais e pessoas com as peças do Tangram. Dessa forma, não evidenciam conteúdos/conceitos abordados na aula para esta atividade.

No segundo plano de aula, círculo e circunferência, iniciam com um questionamento sobre o que os alunos já sabem sobre o assunto e a partir das respostas começam a explanação, essa prática demostra indícios de *conhecimento do conteúdo e do estudante*. Em seguida, há

[29] Mais informações obre o jogo podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/

registros figurais, com as respectivas fórmulas (registro simbólico de representação algébrica) de cálculo de área e comprimento, mas nas resoluções dos exercícios esses registros não aparecem, apresentando somente registros simbólicos de representação numérica. Para sequência da aula, utilizam o *software* GeoGebra com a construção de circunferências e círculos, com elementos não pertencentes a atividade e com equívocos no registro do cálculo da área, mostrando assim, que é preciso aprimorar o *conhecimento especializado do conteúdo.*

Quadro 14 - Planejamento Grupo 9: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 9 (G9)	Volume cubo e paralelepí-pedo	6º	Conceituação sobre volume, com explicação através de exemplos sobre o volume do cubo e paralelepípedo; Encaminhamento de atividade, onde os alunos irão jogar "Construindo cubinho[30]"	Investigação e jogo o*nline*	Não aplicado
	Adição e subtração de nú-meros racionais	7º	Não analisado		Não aplicado
	Sistemas de equações de 2º grau	9º	Não analisado		Não aplicado
	Probabilidade e suas aplica-ções	8º	Não analisado		Título: A importância do ensino da probabilidade e do uso de tecnologia no currículo do Ensino Fundamental

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No Grupo 9 (G9), Quadro 14, o planejamento que apresentou o assunto volume, tinha como objetivo principal a compreensão do cálculo do volume do cubo e do paralelepípedo. Iniciam o planejamento com conceito de volume em língua natural e logo após registro figural com as dimensões do paralelepípedo, com as demarcações de cada um de seus lados e o cálculo do volume. Para o cubo, semelhante ao paralelepípedo, apresentam o volume, com registro simbólico de representação algébrica (fórmula) e registro simbólico de representação numérica, além da definição em língua natural, explorando assim, mais de um tipo de registro de representação.

Logo após, com a utilização de recurso tecnológico, que tem como objetivo construir objetos utilizando unidades cúbicas, os alunos poderiam construir e encontrar o volume dos sólidos. Nesse sentido, é possível identificar pistas que remetem ao c*onhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo*, bem como, ao *conhecimento do conteúdo e do ensino*, pois a cada

[30] Mais informações sobre o jogo podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/construir_cubinhos.htm

tarefa, o nível da atividade aumentava e os professores em formação inicial apresentam a resolução, com o registro de cada sólido formado e seu volume.

Quadro 15 - Planejamento Grupo 10: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 10 (G10)	Eixos simetria	7º	Atividade de dobraduras para relembrar conceitos; Projetar figuras formadas pelas peças do Tangram e alunos deverão montá-las; Atividade de identificação dos eixos de simetria.	Dobraduras; Tangram	Não aplicado
	Teorema de Pitágoras	9º	Questionamentos iniciais com o objetivo de averiguar os conhecimentos prévios sobre Teorema de Pitágoras; Representação geométrica do Teorema; Encaminhamento dos alunos para atividade com uso da Calculadora[31] do Teorema de Pitágoras; Quatro atividades para resolução, com registros figurais; Encerramento com questionamentos acerca da aula e materiais utilizados.	Calculadora do Teorema de Pitágoras	**Teorema de Pitágoras: explorando uma abordagem lúdica** Relatam inicialmente como ocorreu o planejamento desta prática; Apresentam algumas dificuldades encontradas durante aula, mas sem detalhar; Trazem o registro da calculadora do Teorema de Pitágoras; Finalizam enfatizando a importância dessas práticas para a formação de professores.
	Noções de Probabilidade	8º	Não analisado		Não aplicado
	Operações com números naturais: expressões numéricas	6º	Não analisado		Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Analisando as atividades do Grupo 10 (G10), Quadro 15, no plano de aula que discute o Teorema de Pitágoras, tem a proposta de vídeo explicativo, o qual não está identificado no plano de aula. Logo após, há um registro figural apontando os quadrados formados em cada lado do triângulo, acompanhados do registro simbólico de representação algébrica (fórmula). Na sequência, orientam os alunos para utilizar a calculadora online do Teorema de Pitágoras, sendo que esta apresenta dois valores para que o aluno encontre o terceiro valor, podendo fornecer dois catetos para encontrar a hipotenusa, assim como, pode fornecer um cateto e a hipotenusa para que encontrem o lado faltante.

Nas atividades, identificamos registros figurais, sendo que em uma delas é preciso realizar *modificação mereológica* para sua resolução, pois o esboço representa um trapézio,

[31] Mais informações sobre este aplicativo podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico: https://play.google.com/store/apps/details?id=an.PythPro&hl=pt_BR

sem a medida de suas bases, ou seja, foi preciso dividir a figura em triângulo e quadrado, para determinar a medida que faltava. Os professores em formação inicial apresentam o cálculo com a respectiva modificação na figura, sendo assim, temos uma *apreensão operatória*. Ressaltamos também, que em outra atividade, há indícios de *apreensão sequencial*, pois com a interpretação do enunciado construíram uma figura e, posteriormente, apresentaram o cálculo do valor da hipotenusa.

No relato da aula, detalham como ela aconteceu, ressaltando a importância da utilização da tecnologia, bem como, da prática para formação docente. Salientamos, ainda, que trazem relatos dos alunos, evidenciando indícios de *conhecimento do conteúdo e do estudante e do ensino*, pois nesses conhecimentos é previsto que o professor conheça além do conteúdo, o que os alunos vão achar fácil ou difícil e as questões pedagógicas que afetarão a aprendizagem do aluno, respectivamente. Através dos relatos é possível perceber que os professores em formação inicial estão buscando esses conhecimentos. Evidenciamos, ainda, que a calculadora online elencada no planejamento é diferente da apresentada no relato da aula, com endereços eletrônicos distintos, porém tem a mesma finalidade.

No plano que trata de simetria, os professores em formação inicial exploram simetria a partir de dobraduras, com objetivo de revisar o conteúdo. No segundo momento da aula, encaminham uma atividade com o Tangram, que não tem relação com o que vinha sendo tratado, pois o objetivo da atividade era montar figuras (animais, barco...). Portanto, faz-se importante que *o conhecimento do conteúdo e do ensino* seja aprimorado, bem como, *o especializado do conteúdo*, pois o registro dos professores em formação inicial demostra certa desconexão no decorrer da aula. Nas atividades trazem alguns registros figurais, para traçar eixos de simetria, apresentando assim, indícios de *apreensão perceptiva*, pois depende exclusivamente da figura para resolver. Notamos que, somente em uma questão apresentam resolução com eixos de simetria, ou seja, *modificação ótica*, que podemos relacionar com aspectos da *apreensão operatória.*

O Grupo 11 (G11), Quadro 16, no plano de aula que trata de semelhança de polígonos, primeiramente, apresenta a definição de polígono em linguagem natural, logo após exemplificando polígonos semelhantes, com registros figurais. No próximo momento da aula, foi construído, por meio de um roteiro, um triângulo no s*oftware* GeoGebra e seu semelhante, apresentando indícios de *conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo,* bem como, *apreensão sequencial.* Encerraram a aula com a solicitação que os alunos construam seus próprios triângulos semelhantes e respondam um questionário sobre a utilização de tecnologias nas aulas.

Quadro 16 - Planejamento Grupo 11: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 11 (G11)	Semelhança de polígonos	s/a	Conceituação inicial de polígono; Polígonos semelhantes; Construção através de roteiro de triângulos semelhantes no GeoGebra; Orientação para que os alunos construam outro par de triângulo semelhante; Enceramento da aula com questionário sobre a utilização do *software* e impressões gerais da aula.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Prismas: Vértices, faces e arestas	s/a	Questionamentos iniciais para verificação dos conhecimentos prévios e aplicações no cotidiano; Apresentação tipos de prismas; Construção de Prismas no GeoGebra; Enceramento da aula com questionário sobre a utilização do *software* e impressões gerais da aula.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Representação Geométrica das equações do 1º grau com duas variáveis	s/a	Não analisado		Não aplicado
	Porcentagem	7º	Introdução da aula com exemplos de uso da porcentagem; Apresentação da planilha eletrônica Libre Office Calc; Preenchimento de tabelas.	*Libre Office Calc*	Título: O *libreoffice Calc* como alternativa de aprendizagem da porcentagem no 7º ano

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No outro plano, que aborda prismas, são apresentados registros figurais de cada tipo de prisma, regular e oblíquo. Em seguida, utilizam do GeoGebra 3D para construir um prisma, demonstrando, assim, laivos de *conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo e especializado do conteúdo*. A construção dos prismas segue um roteiro, o que pode ser considerado como *apreensão sequencial*. Como finalização da aula, os professores em formação inicial investigam junto aos alunos, as contribuições da aula, mostrando, assim, a busca pelo *conhecimento do conteúdo e do estudante.*

O Grupo 12 (G12), Quadro 17, apresenta apenas um plano de aula que versa sobre geometria, no qual os professores em formação inicial apresentam vários registros figurais dos polígonos em questão, classificando quanto aos lados e quanto aos ângulos. Da mesma forma, com os quadriláteros, apresentam as figuras com as características de cada um em linguagem natural. Após esses registros, utilizam um roteiro no *software* GeoGebra para realizar atividades sobre os conceitos abordados, construindo detalhadamente triângulos, losango, quadrado, retângulo, trapézios, apresentando indícios de *apreensão sequencial e perceptiva*. Essas construções podem, também, demonstrar aspectos relacionados ao *conhecimento especializado do conteúdo, do ensino e dos estudantes.*

Quadro 17 - Planejamento Grupo 12: Prática de Ensino III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)				
	CONTEÚDOS	**PLANEJAMENTO**			**ARTIGO/RELATO**
		Ano	**Síntese de Atividades**	**Recursos**	
Grupo 12 (G12)	Classificação e propriedades dos triângulos e quadriláteros	9º	Introdução ao conteúdo com classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos; Classificação dos quadriláteros; Construção no GeoGebra de triângulos e quadriláteros; Encerramento da aula com diálogo com alunos sobre os exercícios propostos e possíveis dúvidas.	*Software* GeoGebra	Não aplicado
	Múltiplos e divisores dos números naturais	6º	Explicação e exemplos de decomposição em números primos;	Jogo *online*	Título: Primeira experiência em sala de aula: Estudo dos múltiplos e divisores com uso das tecnologias
	Juros compostos	7º	Não analisado		Não aplicado
	Função de 1º grau: Variação gráfica	8º	Não analisado		Não aplicado

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

4.3 TERCEIRA FASE: TRATAMENTO DOS RESULTADOS, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DOS MATERIAIS

Bardin (2016) relata que a terceira fase da análise de conteúdo é quando os resultados são tratados de maneira que se tornem válidos e significativos. Sendo assim, procuramos identificar aspectos relevantes para auferir nosso objetivo. Verificamos que, dos 48 planejamentos aos quais tivemos acesso para análise, 23 deles abordaram conceitos/conteúdos do campo da geometria. Analisando esses 23 planejamentos, identificamos 7 que exploraram geometria plana, mais precisamente, conceitos/conteúdos de área, ou que apreciaram propriedades e características de círculo e circunferência, conforme Quadro 18.

Quadro 18 - Sistematização Prática de Ensino III

Grupo	**Assunto/Conteúdo**	**Tecnologia Digital**	**Atividade Principal**
2	Área figuras planas	Planilha Eletrônica	Cálculo de área de figuras planas
	Circunferência	*Software* GeoGebra	Cálculo do comprimento da circunferência
3	Circunferência	*Software* GeoGebra	Construção da circunferência
	Área de figuras planas	*Software* GeoGebra	Medição quadra de esportes e cálculo da área para pintura
5	Círculo e Circunferência	*Software* GeoGebra	Cálculo da área e comprimento relacionado com valor de Pi (π)
7	Área figuras planas	*Software* GeoGebra	Cálculo de área
8	Círculo e Circunferência	*Software* GeoGebra	Área e comprimento

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Dentre os 7 planejamentos que abordaram área de figuras e/ou conceitos relacionados a círculo ou circunferência (Quadro 18), nenhum apresentou modelação ou demonstração de expressões algébricas. Vale ressaltar, ainda, em relação ao uso de recursos digitais que, apenas um deles não utilizou o *software* GeoGebra. Os planejamentos que utilizaram a ferramenta GeoGebra, de maneira geral, descreveram a sequência de comandos que deveriam ser utilizados para a construção de figuras geométricas e posteriormente o cálculo das áreas.

Quadro 19 - Síntese das apreensões identificadas nos planejamentos

APREENSÕES	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Grupo 8	Grupo 9	Grupo 10	Grupo 11	Grupo 12	Total
Perceptiva		■	■	■	■	■	■	■		■		■	9
Operatória		■					■			■			3
Sequencial	■	■	■	■			■	■		■	■	■	9
Discursiva		■	■		■								3

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No Quadro 19, a região hachurada demarca a identificação de apreensões explícitas nos planejamentos. Analisando as informações deste quadro verificamos que, as *apreensões sequencial e perceptiva* são as que mais foram mobilizadas pelos professores em formação inicial. No que tange a ocorrência da *apreensão sequencial*, constatamos que talvez isso se deva ao fato de estarmos analisando planejamentos de professores, nos quais muitas atividades requerem construções de figuras, principalmente, no *software* GeoGebra, com exceção do G10 que o fez por meio do uso de régua e compasso.

Já a *apreensão perceptiva*, que é aquela imediata e automática, levando em consideração somente a figura em si, foi evidenciada nos planejamentos de G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8, G10 e G12, provavelmente, porque conceitos/conteúdos de geometria, utilizam-se, na maioria das vezes, de registros figurais, sendo esses a base desta apreensão

A *apreensão discursiva*, que diz respeito a interpretação das unidades figurais, com articulação aos enunciados, foi explorada apenas por três grupos (G2, G3 e G5), que nitidamente entrelaçaram orientações de enunciados com as propriedades que precisavam ser consideradas nas figuras para se determinar os resultados esperados. O G3, por exemplo, orienta a construção do esboço da quadra de esportes no GeoGebra e posteriormente, interliga com as proporções desejadas. Por fim, identificam as quantidades de tinta necessárias para a pintura da quadra, ou seja, o aluno precisa constantemente voltar ao enunciado para essa execução.

A *apreensão operatória*, caracterizada pela realização de modificações nas figuras, sendo elas mereológicas, óticas ou posicionais, foi notoriamente explorada nos planejamentos de três grupos (G2, G7 e G10). As atividades propostas por esses grupos instigavam os alunos a modificar mereologicamente as figuras iniciais, pois essas não tinham forma regular para o cálculo da área total da figura. Os demais grupos utilizaram apenas figuras que não necessitavam explicitamente de algum tipo de modificação.

No Quadro 20, apresentamos uma síntese dos conhecimentos do professor que ensina Matemática que foram identificados nos planejamentos dos grupos da PE III. Dos 48 planejamentos iniciais que analisamos, 12 deles foram aplicados com alunos da Educação Básica, Ensino Fundamental. Destes 12, verificamos que, apenas 5 retrataram conceitos/conteúdos de geometria e foram efetivamente desenvolvidos com alunos da Educação Básica, a saber: G1, G3, G5, G7 e G10.

Esses cinco grupos mobilizam, principalmente, os c*onhecimentos comum e especializado*, bem como, *conhecimento do ensino e do estudante*, o que nos leva a inferir que possuem habilidades para ensinar os conceitos/conteúdos que se propuseram em seus planos de aula. Esses conhecimentos são aqueles que são necessários ao professor no dia a dia de sala de aula, pois estão interligados tanto com o conteúdo, com o estudante, bem como, com as estratégias pedagógicas e metodológicas a serem adotadas.

No Quadro 20, assinalamos todos os planejamentos com o *conhecimento comum e especializado do conteúdo,* apesar de em nossa análise, na seção anterior, não identificarmos caso a caso, pois estamos convergindo com as interpretações de Ferreira (2014) que declara que, "o *conhecimento comum do conteúdo* incluiria o que é usualmente ensinado na sala de aula da Escola Básica", assim como *conhecimento especializado* se refere a habilidade de ensinar, ou seja, trabalho docente. Dessa forma, as interpretações estão de acordo com as afirmações de Ball e seus colaboradores (2008) e acreditamos que, todos os planejamentos atendem a esse domínio, pois retratam conceitos matemáticos para alunos do Ensino Fundamental. Além disso, os professores em formação inicial buscam entender o aluno e sanar suas dúvidas, que é parte integrante deste conhecimento. Vale salientar que, mesmo havendo alguns equívocos conceituais em alguns planejamentos, assinalamos a identificação do *conhecimento especializado* para todos os grupos.

Quadro 20 - Síntese Conhecimentos

CONHECIMENTOS	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Grupo 8	Grupo 9	Grupo 10	Grupo 11	Grupo 12	Total
Tecnológico e Pedagógico do conteúdo													6
Conteúdo e Estudante													8
Conteúdo e Ensino													8
Comum													12
Especializado													12
Currículo													0
Horizonte do conhecimento													0

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Em relação aos conhecimentos: *conhecimento do conteúdo e do estudante e do ensino*. Esses são os que se manifestam com mais frequência, depois do *conhecimento comum*, pois além de conhecer o conteúdo, o que é essencial para um bom planejamento de aula, o professor precisa conhecer seus alunos e as escolhas metodológicas que utilizará. Dessa forma, concordamos com Ball e seus colaboradores (2008) ao afirmarem que, são necessários aos professores conhecimentos matemáticos para ensinar, sejam eles de conteúdo ou pedagógicos.

Quando nos remetemos aos conhecimentos mobilizados pelos professores em formação inicial, no momento que elaboram e aplicam uma atividade, percebemos que não é possível afirmar que mobilizam *conhecimento do currículo, nem horizonte do conhecimento*, conforme exposto no Quadro 20. Esses conhecimentos, segundo Oliveira (2015), são uma visão geral de como os tópicos da matemática se relacionam na matemática, previstos no currículo, e esta relação não foi perceptível nos planejamentos.

Diante do exposto, percebemos a importância de se trabalhar com os professores em formação inicial uma experiência significativa, dentre elas, uma que envolvesse área do círculo. Sendo assim, identificamos as PE que iriam acontecer no primeiro semestre de 2018 e verificamos que a PE V vinha ao encontro, pois sua ementa traz a seguinte proposta:

> *Elaboração de propostas de ensino e de materiais didáticos*. Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental. *Planejamento, experimentação e avaliação de experiências de prática de ensino envolvendo matemática para o Ensino Fundamental*. Construção de recursos didático-pedagógicos com reaproveitamento de materiais, focalizando a educação ambiental e a aplicabilidade da matemática em questões ambientais. (IFFar, 2014, s/p, grifo nosso).

Nesse sentido, no próximo capítulo, apresentamos com detalhes a sequência didática que foi desenvolvida junto aos professores em formação inicial durante alguns encontros, neste componente curricular.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ANÁLISE DE CONTEÚDO DOS PROTOCOLOS

Neste capítulo, da mesma forma como procedemos em relação a análise de materiais da PE III, apresentamos as análises da sequência didática desenvolvida com professores em formação inicial, matriculados no componente PE V, em 2018/1, da Licenciatura em Matemática, IFFar – Campus Santa Rosa, a partir dos princípios da análise de conteúdo de Bardin (2016).

5.1 PRIMEIRA FASE: A PRÉ-ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Num primeiro momento, a proposta era desenvolver a sequência em quatro etapas, de acordo com Arcego (2017). Tomamos a sequência elaborada por Arcego (2017) como base, adaptamos e modificamos, para que ficasse de acordo com o perfil da turma de professores em formação inicial, com o tempo disponível de seis horas aula, distribuídas em dois encontros. O primeiro encontro com duas horas aula, no qual trabalhamos o momento 1 da sequência e o segundo encontro, com quatro horas aula, no qual trabalhamos os momentos 2 e 3.

Vale lembrar que, nossa sequência didática está de acordo com algumas propostas da ementa do componente curricular PE V, que prevê a elaboração de propostas de ensino e de materiais didáticos para o Ensino Fundamental. Nosso intuito era uma inserção que não prejudicasse o andamento das aulas, dessa forma, dentro do que estava previsto para a disciplina, inserimos nossa proposta, sem interferir nos planejamentos do componente curricular.

Avaliando os dados apresentados no questionário do perfil da turma (Apêndice D) e pensando em uma atividade para atender alguns pressupostos da ementa, verificamos em nosso grupo[32] de pesquisa que o estudo de Arcego (2017) apresenta uma sequência didática envolvendo área do círculo, que foi desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental e, posteriormente, discutida cientificamente. Sendo assim, os professores em formação inicial da Licenciatura em Matemática, puderam experimentar e avaliar uma prática de ensino que envolvia conceitos de geometria para o Ensino Fundamental, utilizando material didático manipulável e tecnologia digital.

[32] Projeto de Pesquisa intitulado O Ensino e a Aprendizagem Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior sob o Ponto de Vista dos Registros de Representação Semiótica, registrado no Gabinete de Projetos do Centro de Ciências Naturais e Exatas GAP/CCNE/UFSM sob o número: 037746, tendo como coordenadora a Professora Rita de Cássia Pistóia Mariani.

Alteamos que o uso de recursos didáticos “[...] envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber” (PAIS, 1996, p. 2-3). Nesse sentido, ressaltamos a importância desta sequência (ARCEGO, 2017) para auferirmos nosso objetivo, pois a mesma traz em seu conteúdo a manipulação de papel dobradura (material didático manipulável). Para isso, os círculos deveriam ser seccionados em setores circulares congruentes e aproximados de outra figura plana, o retângulo.

Depois de toda discussão, os alunos (participantes da pesquisa de Arcego, 2017) foram desafiados a manipular o *software* de geometria dinâmica, GeoGebra (recurso didático) e assim, chegar em uma regularidade, a fórmula para cálculo da área do círculo, baseando-se em elementos de um retângulo e comprimento da circunferência. Para que os alunos chegassem ao resultado esperado, um rol de questionamentos fora aplicado, orientando-os para que percebessem a regularidade existente, os quais encontram-se disponíveis em Arcego (2017).

É importante ressaltar que, Arcego (2017) aplicou a sequência didática com uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Suas análises versaram no sentido das apreensões figurais e os registros mobilizados pelos alunos na efetivação das atividades. Além da análise das atividades, Arcego (2017), primeiramente, avaliou as propostas apresentadas pelo livro didático e comparou com o caderno do aluno, para posteriormente aplicar a sequência.

Dos resultados obtidos, destacamos a sistematização, apresentada no resumo, sobre a sequência que envolveu o cálculo da área do círculo e, neste sentido, Arcego[33] (2017, s/p) afirma que:

> A sequência de atividades envolveu a reconfiguração da área do círculo na forma aproximada de retângulo e a inscrição de polígonos no círculo, a fim de manipular diferentes registros de representação semiótica, articulando especialmente o RFg e o RAl. Ainda no que tange à sequência, concluiu-se que todas as apreensões foram mobilizadas, mantendo a prevalência da perceptiva (95,24%), mas com aumento expressivo da discursiva (34,52%) e da operatória (32,14%). Além disso, observou-se a mobilização simultânea de mais de uma apreensão em várias respostas dos protocolos (53,57%), sobretudo pelo fato de empregarem o RLN, acompanhado concomitantemente por mais de um registro de representação, com destaque ao RFg, RAl e RNm, o que caracteriza a conversão.

Com inquietações referentes as mobilizações que seriam apresentadas pelos professores em formação inicial, do curso de Licenciatura em Matemática, expomos a proposta das

[33] Para as siglas utilizadas por Arcego (2017): RAl Registro Algébrico; RFg Registro Figural; RGr Registro Gráfico; RLN Registro em Língua Natural; RNm Registro Numérico; RTb Registro Tabular

atividades que desenvolvemos durante os dois encontros realizados. No primeiro encontro, dinamizamos o momento 1 (Quadro 21), composto por 15 questionamentos, referentes a atividade com material didático manipulável sobre área do círculo.

Quadro 21 - Atividades Sequência Didática Momento 1

1) Vamos seccionar os círculos em setores circulares congruentes. Divida e recorte o círculo azul em 8 setores circulares congruentes, o círculo vermelho em 16 e o laranja em 32, e responda os questionamentos a seguir: 1.1) Quais as condições necessárias que garantem a existência de setores circulares congruentes? 1.2) Como você seccionou o círculo em 32 setores congruentes? Exponha, com detalhes, o procedimento utilizado. 1.3) Recorte ao meio apenas **um dos setores circulares** de cada um dos três círculos que foram divididos e, a seguir, relate como foram realizados esses cortes? 1.4 Utilize todas as peças que compõem cada círculo para montar uma aproximação de outra figura geométrica. Cada figura deve utilizar somente peças da mesma cor. Quais figuras você montou? Represente-as no espaço que segue. 1.5) Alguma das figuras que você montou se aproxima de um retângulo? ( ) Sim ( ) Não. **Em caso afirmativo**: Das três figuras formadas com três cores diferentes, qual visualmente mais se aproxima de um retângulo? Por quê? **Em caso negativo**: Monte e analise uma aproximação de um retângulo. Das três figuras formadas com três cores diferentes, qual visualmente mais se aproxima de um retângulo? Por quê? 1.6) O que ocorreria se os círculos fossem divididos em um número cada vez maior de setores circulares e esses setores fossem utilizados para montar figuras aproximadas de retângulos? Justifique sua resposta. 1.7) Como todos os círculos têm o mesmo raio, então todos têm a mesma área. Se você constituiu figuras que se aproximam de um retângulo com todas as peças de cada círculo, o que você pode afirmar sobre a área das figuras formadas? Justifique sua resposta. 1.8) Como você calcularia a área da figura formada pela secção de 32 setores circulares se ela se aproxima de um retângulo? Explique com detalhes o que você pensou e indique uma expressão algébrica que envolve os elementos que compõem o círculo nesta “fórmula”. **Analise a atividade desenvolvida até agora e responda os questionamentos a seguir, assumindo a postura de professor de Matemática que pretende trabalhar com o conceito/conteúdo área do círculo em sala de aula.** 1.9) É possível utilizar essa atividade em uma aula de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? Por quê? 1.10) Com essa atividade, além do conceito de área do círculo é possível trabalhar outro conteúdo/conceito matemático? Justifique sua resposta e, em caso afirmativo, indique qual(is). 1.11) O material didático manipulável contribuiu para explorar, modificar as figuras geométricas e assim estabelecer conjecturas para obter a expressão algébrica que modela a área de um círculo? Indique dois argumentos que defendem sua ideia. 1.12) Sem a manipulação do material didático seria possível realizar esta mesma atividade e obter a expressão algébrica solicitada? Indique dois argumentos que defendem sua ideia. 1.13) Para seccionar o círculo em setores congruentes, você poderia utilizar instrumentos de medida como régua, compasso e transferidor. Você conhece os procedimentos a serem adotados para realizar essa divisão no círculo? ( ) Sim ( ) Não **Em caso afirmativo**: Quando você aprendeu a manipular esses instrumentos? E como realizaria essa divisão? 1.14) Acredita que seria válido utilizar estes instrumentos/procedimentos nos anos finais do Ensino Fundamental? Justifique. 1.15) Você utilizaria outro recurso didático para esta atividade? ( ) Sim ( )Não. **Em caso afirmativo**: Qual (is)? Exponha os encaminhamentos didáticos que você adotaria para trabalhar com o recurso didático que você está propondo.

Fonte: A autora, 2018 – adaptada de Arcego (2017)

No primeiro bloco de questões (1.1 a 1.8) procuramos provocar os professores em formação inicial para resolver a atividade a partir da perspectiva/fazendo uso de conhecimentos do Ensino Fundamental, dobrando e recortando os círculos para, posteriormente, montar uma aproximação de um retângulo e chegar a uma expressão que representasse a fórmula para o cálculo da área do círculo. No segundo bloco (1.9 a 1.15), solicitamos que os mesmos se posicionassem como professores de Matemática que iriam trabalhar esse conceito e analisassem a atividade como um todo.

O momento 2 é composto por 13 questionamentos (Quadro 22). As atividades que constituem este momento foram desenvolvidas no laboratório de informática da instituição,

Quadro 22 - Atividades Sequência Didática Momento 2

2) Analise o *Applet 1_Área*. Nesse *Applet* você pode modificar a quantidade de setores circulares no círculo utilizando o controle deslizante indicado por *n*. 2.1) Na atividade com o material manipulável, você seccionou o círculo em até 32 setores circulares congruentes. Em quantas partes esse círculo pode ser seccionado no *Applet 1_Área*? ( ) 32 ( ) 64 ( ) 199 ( ) 360 ( ) Outro: ___________________________________ 2.2) Com os círculos coloridos da atividade anterior você montou uma figura que se aproximava de um retângulo. O fato de seccionar o círculo em uma quantidade maior de partes no *Applet 1_Área* melhorou o aspecto visual da aproximação do retângulo? ( ) Sim ( ) Não Justifique sua resposta. 2.3) Na atividade com o material manipulável, um dos setores circulares foi seccionado ao meio para montarmos uma figura que se aproximava de um retângulo. No *Applet_1_Área* isso também ocorreu? Por quê? 2.4) Conforme observado no *Applet 1_Área*, como você pode representar a base da figura formada em função dos elementos do círculo inicial? 2.5) E a altura da figura formada pode estar relacionada com algum elemento do círculo? Qual? 2.6) A partir da identificação da base e da altura da figura formada expresse e represente uma fórmula para calcular a área do círculo a partir da aproximação do retângulo formado. **Assuma a postura de um professor de Matemática e analise as atividades desenvolvidas até o momento. A seguir, responda os questionamentos.** 2.7) O *Applet 1_Área* constituído no GeoGebra contribuiu para construir, modificar, rotacionar e analisar as figuras geométricas além de auxiliar o estabelecimento de conjecturas para obter a expressão algébrica que modela a área de um círculo? Indique dois argumentos que defendem sua ideia. 2.8) Você considera a possibilidade de utilizar outro *software* diferente do GeoGebra para executar uma sequência de atividades que explore a área do círculo? Por quê? E, em caso afirmativo, cite-o. 2.9) Exponha, um item, entre 2.1) e 2.6), que você considera que possa ser alterado ou acrescentado, visando a compreensão e a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental que realizariam essa sequência. 2.10) Como você pode observar que o Momento 1 explorou materiais didáticos manipuláveis, enquanto o Momento 2 usou um recurso digital. Cite duas aproximações e um distanciamento entre as atividades propostas nessa sequência de atividades? 2.11) Com a manipulação do *Applet 1_Área* é possível “ver” duas figuras geométricas distintas: o círculo e a aproximação de um retângulo. Analisando essas duas figuras (círculo e retângulo) e realizando a desconstrução dimensional das mesmas é possível visualizar outras unidades figurais? ( )Sim ( ) Não 2.12) Em caso afirmativo, cite quais as unidades figurais presentes nas figuras geométricas. 2.13) Cite duas vantagens do ensino de conceitos geométricos através da identificação das unidades figurais que compõem uma figura geométrica.

Fonte: A autora, 2018 – Adaptado de Arcego (2017) pois para responder era necessário a manipulação de um arquivo denominado Applet 1_Área[34], no software GeoGebra. Da mesma forma que no momento 1, o primeiro bloco (2.1 a 2.6) trouxe questões para serem respondidas com a manipulação no GeoGebra e o segundo bloco (2.7 a 2.13), com reflexões acerca da atividade e do posicionamento deles quanto a utilização de softwares no ensino de conceitos matemáticos.

Ressaltamos que, alguns questionamentos (2.11; 2.12; 2.13 e 3.8) apresentam elementos peculiares à teoria[35] relacionada para este estudo. Por este motivo, a pesquisadora, durante os encontros, realizou algumas interferências, no sentido de informar aos professores em formação inicial alguns significados aos termos utilizados. Esse procedimento contribuiu para que os mesmos pudessem responder aos questionamentos propostos, visto que, não tinham contato com a teoria dos RRS.

Quadro 23 - Atividades Sequência Didática Momento 3

(continua)

3) Na Prática de Ensino III, vocês utilizaram tecnologias digitais para o planejamento de aulas para alunos do Ensino Fundamental, enfatizando diferentes conceitos/conteúdos trabalhados nesse nível de ensino, inclusive de geometria. Nos momentos 1 e 2 desta sequência realizaram atividades referentes ao cálculo da área de um círculo. Agora analise seus planejamentos e a sequência desenvolvida e responda:

3.1) Quais os conteúdos matemáticos que você trabalhou em seu planejamento sobre o campo da geometria?

( ) Ângulos	( ) Construções Geométricas
( ) Volume	( ) Relações Métricas
( ) Área de figuras planas	( ) Planificação de Sólidos geométricos
( ) Circunferência	( ) Construção de polígonos
( ) Escalas	( ) Teorema de Tales
( ) Círculo	( ) Simetria
( ) Medidas de Comprimento e massa	( ) Teorema de Pitágoras
( ) Classificação e propriedades dos triângulos e quadriláteros	( ) Semelhança de Polígonos
	( ) Prismas

3.2) Quais recursos foram utilizados em seu planejamento?

( ) Dobraduras	( ) *Software Poly*
( ) Instrumentos de Medida (Régua, fita métrica...)	( ) Aplicativos de Celular
( ) Planilhas Eletrônicas (*Excel; Libre Office calc...*)	( ) Calculadora *Online*
( ) *Software* GeoGebra	( ) Jogos *Online*
( ) *Software* Mafa	( ) Vídeos
	( ) *Sites* de pesquisa (*google, khanacademy...*)

3.3) Analisando seu planejamento é possível identificar se atividades/questões que exploraram figuras geométricas foram essenciais para o bom andamento da aula? ( ) Sim ( ) Não Justifique sua resposta apontando, pelo menos dois argumentos:

3.4) Avaliando seu planejamento é possível identificar atividades/questões que solicitem a construção de figuras geométricas? ( ) Sim ( ) Não. Em caso afirmativo com quais recursos didáticos?
( ) *Software* GeoGebra ( ) *Software Poly* ( ) Jogo *online* ( ) Outro ______________________________

3.5) Independentemente de seu planejamento incluir ou não a construção de figuras geométricas, você considera que esse tipo de atividade/questão é importante para a aprendizagem em geometria? ( ) Sim ( ) Não. Por quê? Aponte uma justificativa que defenda sua ideia:

[34] *Applet* 1_Área disponível em: https://www.geogebra.org/m/MBxwMAnY
[35] Registros de Representação Semiótica (DUVAL)

Quadro 23 - Atividades Sequência Didática Momento 3

(conclusão)

3.6) Analisando as figuras utilizadas nas atividades de seu planejamento, estas estão associadas a alguma definição ou propriedade específica delas, ou seja, a interpretação da atividade/questão depende das informações fornecidas no enunciado e/ou legenda? 3.7) Em algum momento de seu planejamento foi necessário realizar alguma modificação nas figuras geométricas para que fosse possível obter algum resultado solicitado, assim como ocorreu com os setores circulares no momento 1 e 2 desta sequência? (   ) Sim   (   ) Não. Justifique sua resposta: 3.8) No campo da geometria a utilização de figuras torna-se essencial no processo de ensino e aprendizagem. Analisando seu planejamento, as figuras foram utilizadas para que os alunos pudessem identificar e analisá-las no intuito de reconhecer unidades figurais? Você considera essa uma atividade importante? Justifique sua resposta

Fonte: A autora, 2018.

Já o momento 3, possui 8 questionamentos (Quadro 23) que versaram no sentido de analisar os planejamentos da PE III, a fim de interligar os dois componentes curriculares (PE III e PE V), bem como com a sequência didática desenvolvida. Ainda, contém indagações que remetem as apreensões figurais.

5.2 SEGUNDA FASE: A EXPLORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi dinamizada conforme o Quadro 24. Neste mesmo quadro, apontamos, ainda, os grupos que participaram de cada momento proposto e o tempo dispensado para cada um deles. Todas as atividades foram desenvolvidas em duplas, sendo que aqueles professores em formação inicial que cursaram o componente curricular PE III e que estavam matriculados na PE V trabalharam nas mesmas duplas. Das 11 duplas formadas, 9 delas tinham a mesma formação da PE III, a saber, os grupos: G1, G2, G3, G4, G5, G7, G8, G9, G11 e, GA e GB, eram de alunos que não cursaram este componente.

Quadro 24 - Cronograma de aplicação da sequência didática

Data	Horas aula	Atividades Desenvolvidas	Grupos Participantes
25/04	30 min	Aplicação de questionário	18 participantes
02/05	1h 40min	Momento 1: Área do Círculo com Material Manipulável	1,2,3,4,5,7,8,9,11, A e B
18/05	1h 40min	Momento 2: Área do Círculo com GeoGebra	1,2,3,4,5,7, 8,11, A e B
18/05	1h 40min	Momento 3: Reflexões acerca da Prática de Ensino III	1,2,3,4,5,7,8,11, A e B

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Organizamos a apresentação dos protocolos por categoria de análise, primeiramente, de acordo com os conhecimentos do professor que ensina Matemática, de Ball e seus Colaboradores (2008) e Mishra e Koehler (2006), que, também, foram utilizadas para a análise dos materiais da PE III, já apresentadas no Capítulo 4, sendo elas: Conhecimento comum do conteúdo; Conhecimento especializado do conteúdo; Conhecimento do currículo e horizonte do conhecimento; Conhecimento do conteúdo e do estudante; Conhecimento do conteúdo e do ensino; Conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo. Essas categorias foram elencadas, pois representam conhecimentos mobilizados por professores durante seus planejamentos e/ou atividade docente e, estão de acordo com a teoria de Ball e seus Colaboradores (2008).

Em seguida, apresentamos as demais categorias, para isso discorremos sobre as apreensões figurais (DUVAL,2012): *Apreensão sequencial, perceptiva, operatória e discursiva*. Por fim, expomos alguns indícios sobre o entendimento de visualização apresentados pelos professores em formação inicial. Para tanto, organizamos cada categoria de análise com esquemas que reúnem os protocolos referentes a cada um dos conhecimentos e/ou apreensões. Apresentamos o questionamento e as respostas dos grupos que elencamos como pertencentes à categoria.

5.2.1 Conhecimento Comum do Conteúdo

Levando em consideração nossas ideias e as interpretações de Ferreira (2014), o *conhecimento comum do conteúdo* pode ser considerado um conhecimento que abrange tudo aquilo que é ensinado na Educação Básica. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008, p. 399) este conhecimento é aquele em que o professor “precisa ser capaz de resolver aquilo que propõe aos alunos”. Nesse sentido, podemos elencar diversos protocolos que o demonstram.

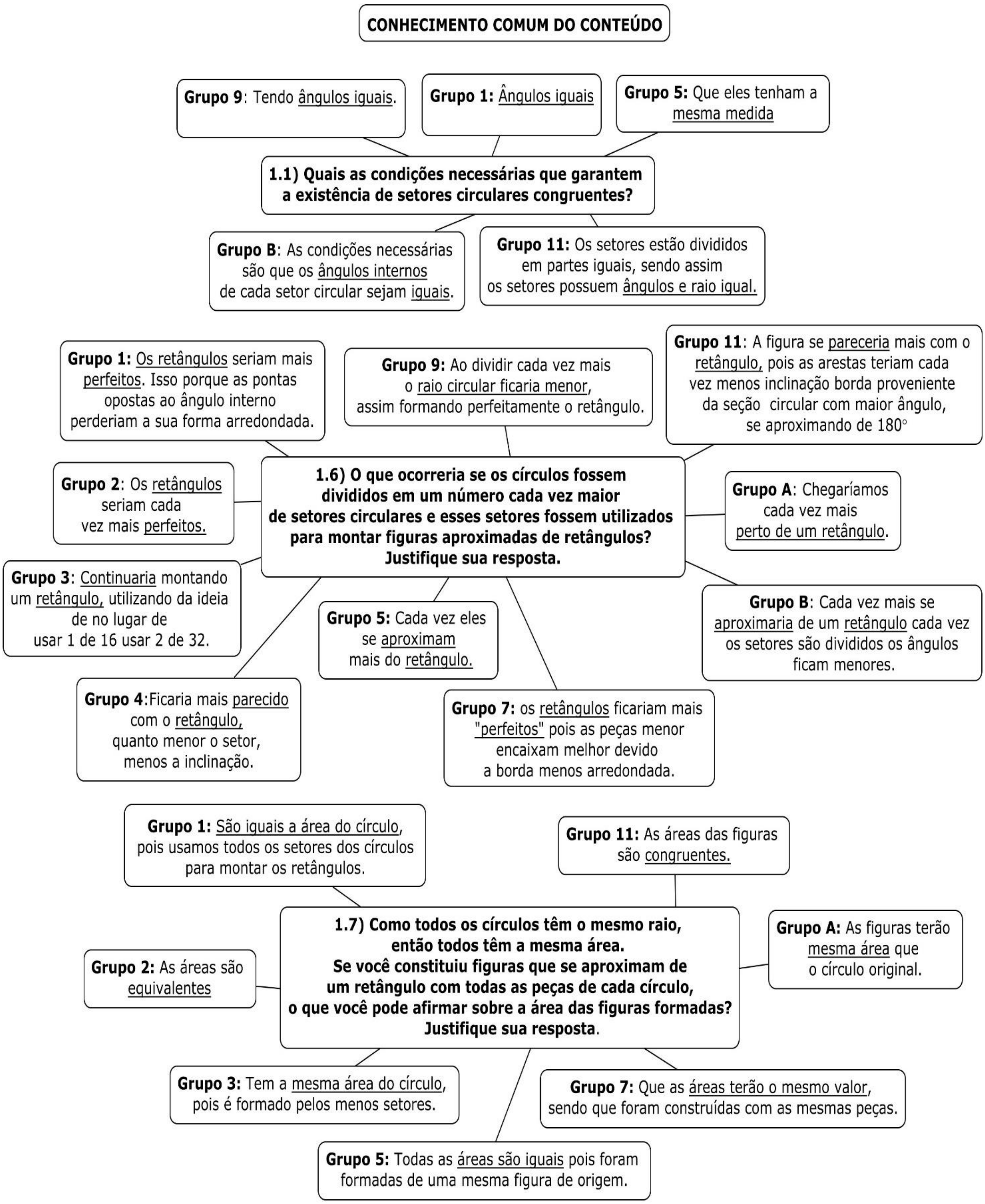
Para o *conhecimento comum do conteúdo* destacamos, na Figura 5, extratos dos protocolos referentes ao primeiro momento da sequência didática, em que trabalhamos com o material didático manipulável (papel dobradura). No questionamento 1.1, solicitamos as condições para que os setores circulares fossem congruentes. A análise indica que, dez grupos responderam, destes, cinco (G1, G5, G9, G11 e GB) apresentaram respostas de acordo com o que estava sendo questionado, os demais (G2, G3, G4, G7, G8) citaram procedimentos para dividir o círculo em setores iguais e um deles (GA) não respondeu.

Os extratos dos protocolos dos grupos G1, G5, G9, G11 e GB estão transcritos na Figura 5. Nesta figura, pode ser observado que os professores em formação inicial citam características para se obter setores circulares congruentes, representando, assim, que possuem *conhecimento comum do conteúdo.* Apresentamos o protocolo do G5, mesmo o grupo tendo somente citado "*mesma medida*", sem dar referência a que parte do objeto matemático estavam tratando, pois entendemos que poderia estar subentendida na questão.

A questão 1.6, que questiona o que ocorreria caso dividissem o círculo em número cada vez maior de setores circulares, apenas um grupo (G8) não respondeu. Os demais grupos (G1, G2, G3, G4, G5, G7, G9, G11, GA e GB) apresentaram respostas que demonstram entendimento sobre área do círculo, afirmando que a figura formada se aproximaria cada vez mais de um retângulo. Os grupos G1 e G7 referem-se, também, sobre a forma arredondada dos setores circulares e os grupos G4 e G11 fazem menção à inclinação, destacando que ambas diminuem a cada divisão de setor. Essas afirmações mostram que os professores em formação inicial possuem o *conhecimento comum do conteúdo.*

Já na questão 1.7, que demanda sobre as áreas do círculo inicial e retângulo formado, sete grupos (G1, G2, G3, G5, G7, G11 e GA) expõem respostas condizentes, as quais podem ser observadas na Figura 5, três grupos (G4, G9 e GB) trouxeram afirmações equivocadas, dois (G4 e GB) citam que as áreas são aproximadas, e um (G9) que a área vai aumentar, ou seja, há lapsos no *conhecimento comum do conteúdo,* pois se os retângulos foram construídos com os mesmos setores circulares, a área deve ser a mesma.

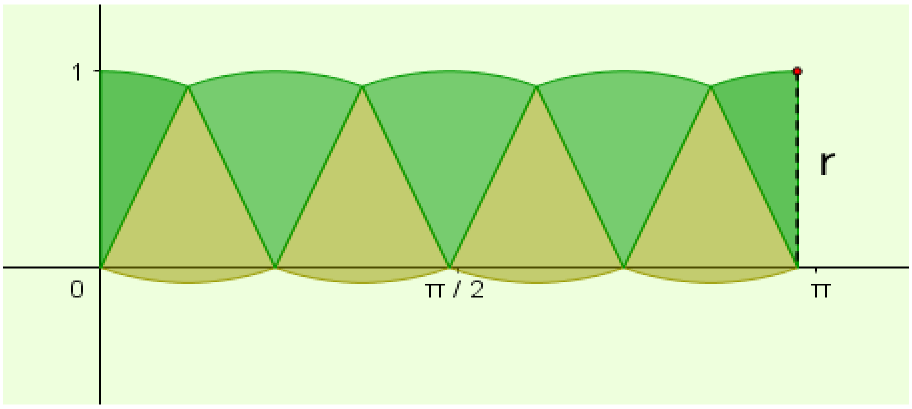
Figura 5 - Protocolos Momento 1: Conhecimento comum do conteúdo



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Uma das hipóteses para estes equívocos pode ser em relação a falsa impressão de que a base do retângulo fica maior, pois com as partições sucessivas, os setores circulares ficam cada vez menos arredondados, aproximando-se de uma reta, porém se colocarmos os setores sobre o plano cartesiano, podemos identificar, como mostra a Figura 6, uma “sobra” que deve ser somada.

Figura 6 - Retângulo formado com oito setores circulares



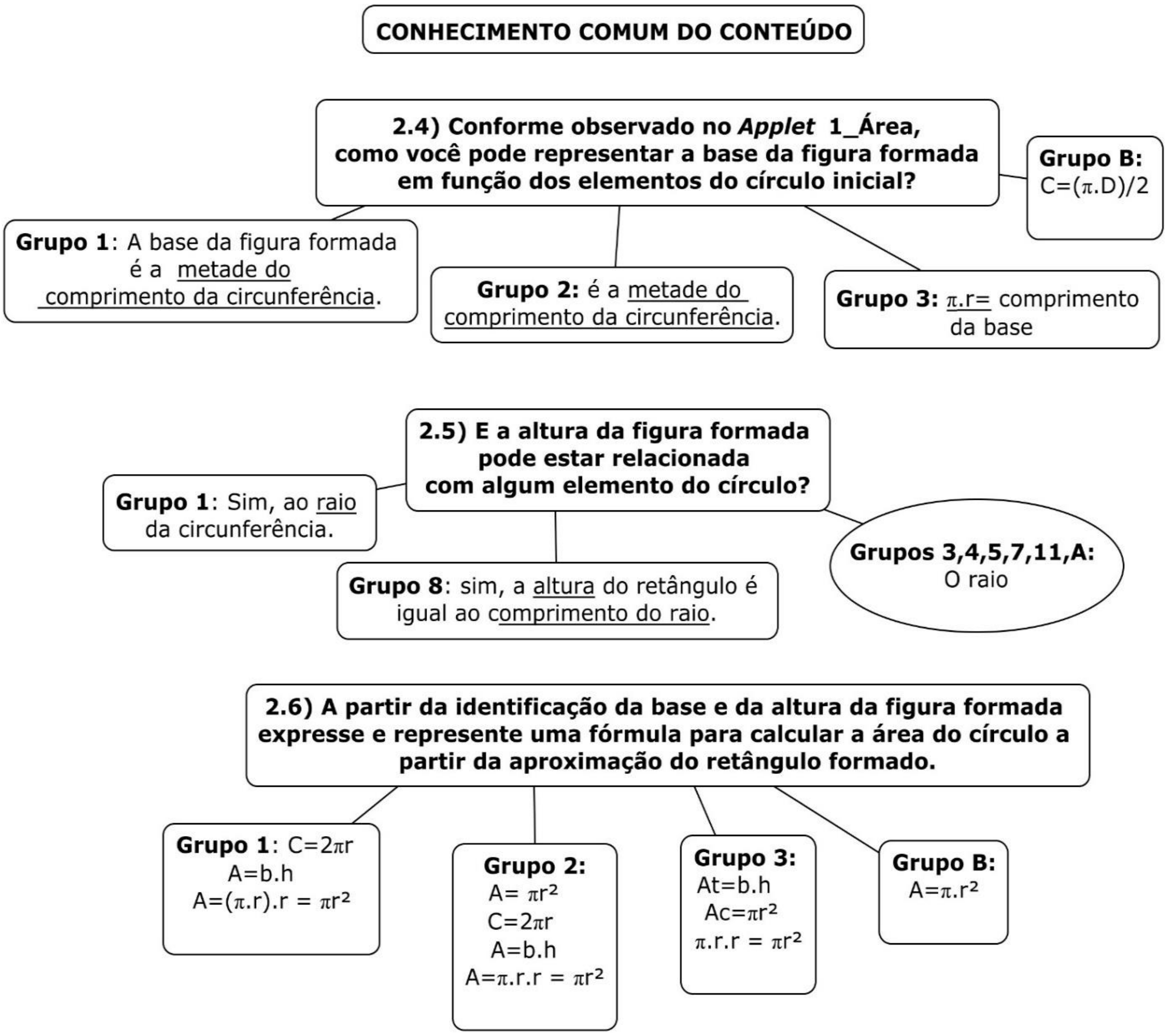
Fonte: Dados da Pesquisa, 2018

Para o momento 2, quando trabalhamos com o *software* GeoGebra, os extratos dos protocolos que identificam *o conhecimento comum do conteúdo* estão expostos na Figura 7. Na questão 2.4, indagamos sobre a representação da base do retângulo relacionada aos elementos do círculo e/ou circunferência, os grupos apresentaram dificuldades na identificação da base do retângulo, sendo que alguns deles, mesmo com a intervenção da pesquisadora, não conseguiram representá-la. Consequentemente, a maioria dos grupos não apresentou um registro algébrico, que foi solicitado na questão 2.6, para o cálculo da área.

Para o questionamento 2.5, que trata da altura do retângulo em relação ao círculo inicial, oito grupos (G1, G3, G4, G5, G7, G8, G11 e GA) responderam que o raio estava relacionado à altura do retângulo. Dos demais grupos, um deixou em branco (G2), um não estava presente (G9) e um (GB) respondeu que “*poderia estar relacionado ao triângulo*”. Diante dessa solução, verificamos que o Grupo B relacionou a altura como um dos setores circulares, não identificando, assim, elementos (unidades figurais) evidenciados na área do círculo e do retângulo.

Na questão 2.6, onde solicitávamos um registro algébrico que representasse a fórmula para o cálculo da área do retângulo. Ao analisar-se os protocolos verificamos que quatro grupos (G1, G2, G3, GB) apresentaram uma expressão, sendo perceptível que já conheciam o modelo algébrico, inclusive um deles representou diretamente. Dessa forma, podemos inferir que o *conhecimento comum do conteúdo* está presente, porém não houve a explicitação da expressão algébrica solicitada. Uma pressuposição para este fato é de que no momento 1, o questionamento 1.8 (Figura 8) era semelhante, assim alguns grupos já tinham indicado a expressão solicitada e, talvez esse fato tenha induzido as respostas. Ainda, o fato de já conhecerem a expressão, incentivou sua representação direta.

Figura 7 - Protocolos Momento 2: Conhecimento comum do conteúdo



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

5.2.2 Conhecimento Especializado do Conteúdo

Outra categoria de análise, o *conhecimento especializado do conteúdo*, que é aquele intrínseco ao ato de ensinar quando, por exemplo, o professor consegue reconhecer propriedades que ao aluno não é evidente (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Cabe ressaltar que, como a sequência abordava conceitos do Ensino Fundamental, o *conhecimento especializado do conteúdo* se aproxima do *conhecimento comum do conteúdo.* Dessa forma, apresentamos alguns protocolos já evidenciados anteriormente para discutirmos esta categoria.

Na questão 1.1 (Figura 8), que solicitava as condições para que setores circulares fossem congruentes, os Grupos G1, G5, G9, G11 e GB apresentam justificativas corretas, pois representaram as propriedades solicitadas. Para o questionamento 1.7, sobre a equivalência das áreas das figuras, os Grupos G1, G2, G3, G5, G7, G11 e GA apresentaram respostas que confirmam a equivalência, demonstrando, assim, o *conhecimento especializado do conteúdo*.

Já o questionamento 1.8, instiga os professores em formação inicial a indicarem uma expressão para o cálculo da área do retângulo, relacionando com os elementos do círculo. Verificamos que, quatro grupos (G1, G3, G4, G11) apresentaram argumentos matemáticos adequados, conforme pode ser observado na Figura 8. Nesta questão, podemos destacar, ainda, que o G11 trouxe alguns indícios de conhecimento sobre Cálculo Diferencial e Integral, reforçando, assim, a presença do *conhecimento especializado do conteúdo*. Dos demais grupos, dois deixaram em branco (G8 e G9) e cinco grupos (G2, G5, G7, GA e GB) apresentaram equívocos em suas argumentações.

Na questão 1.13, solicitávamos aos professores em formação inicial sobre seus conhecimentos quanto ao uso de instrumentos de medida, principalmente, para fazer a seção dos setores circulares, caso não fosse possível realizar dobraduras. Dois grupos (G4 e G7) afirmaram que conhecem os instrumentos e tiveram contato desde a Educação Básica. Então, citaram alguns procedimentos que realizariam para dividir os círculos em setores congruentes. Três grupos (G2, G9, GB) disseram apenas conhecer, mas não citaram nenhum procedimento, três grupos (G1, G3, GA) afirmaram não conhecer e três (G5, G8, G11) não responderam a este questionamento. Observando este quantitativo para esse procedimento, o *conhecimento especializado do conteúdo* necessita ser aprimorado.

Figura 8 - Protocolos Momento 1: Conhecimento especializado do conteúdo

CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO CONTEÚDO

Grupo 9: Tendo ângulos iguais.

Grupo 1: Ângulos iguais

Grupo 5: Que eles tenham a mesma medida

1.1) Quais as condições necessárias que garantem a existência de setores circulares congruentes?

Grupo B: As condições necessárias são que os ângulos internos de cada setor circular sejam iguais.

Grupo 11: Os setores estão divididos em partes iguais, sendo assim os setores possuem ângulos e raio igual.

Grupo 1: São iguais a área do círculo, pois usamos todos os setores dos círculos para montar os retângulos.

Grupo 11: As áreas das figuras são congruentes.

1.7) Como todos os círculos têm o mesmo raio, então todos têm a mesma área. Se você constituiu figuras que se aproximam de um retângulo com todas as peças de cada círculo, o que você pode afirmar sobre a área das figuras formadas? Justifique sua resposta.

Grupo 2: As áreas são equivalentes.

Grupo A: As figuras terão mesma área que o círculo original.

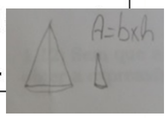
Grupo 3: Tem a mesma área do cículo, pois é formado pelos menos setores.

Grupo 5: Todas as áreas são iguais pois foram formadas de uma mesma figura de origem.

Grupo 7: Que as áreas terão o mesmo valor, sendo que foram construídas com as mesmas peças.

Grupo 1: Área do retângulo: A=a.b
Sendo que "a" é o raio do círculo e "b" é a metade do comprimento (porque os lados do retângulo são intercalados por pontas arredondadas e normais) da circuferência, ou seja, πr. Assim: Ac=r.π.r=πr²

Grupo 11: Percebe-se que a cada divisão dos setores do círculo, a sua borda (arredondada) diminui, "tende a zero", aproximando-se de uma reta. Isso nos remete aos conceitos de Cálculo Diferencial de area de sólidos geométricos, onde a taxa de variação dx/dy é utilizada.



1.8) Como você calcularia a área da figura formada pela secção de 32 setores circulares se ela se aproxima de um retângulo? Explique com detalhes o que você pensou e indique uma expressão algébrica que envolve os elementos que compõem o círculo nesta "fórmula".

Grupo 3: Sabendo que a área do retângulo é b.h, sendo a altura igual ao raio do círculo e a base igual a circunferência: Ac=r.π.r=πr²

Grupo 4: Se sabemos que a área do retângulo é igual a base vezes altura e os 32 setores circulares se aproximam de um retângulo. Então deduzimos que a área do retângulo é igual ao do círculo. Sendo o raio a altura do retângulo e a base igual a π, pois é a metade da circunferência.
C=2πr, r=h e b=π, logo, A=πr

1.13) Para seccionar o círculo em setores congruentes, você poderia utilizar instrumentos de medida como régua, compasso e transferidor. Você conhece os procedimentos a serem adotados para realizar essa divisão no círculo? () Sim () Não Em caso afirmativo: Quando você aprendeu a manipular esses instrumentos? E como realizaria essa divisão?

Grupo 4: Sim, no ensino básico. Utilizaria a régua para dividir a figura ao meio e traçar as retas; o transferidor para verificar a metade dos ângulos.

Grupo 7: Sim. No ensino fundamental. Dividir os graus do transferidor pelas quantias desejadas e estabelecer quantos graus irá corresponder cada seção. Assim, podendo dividir o círculo em partes iguais desejadas.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

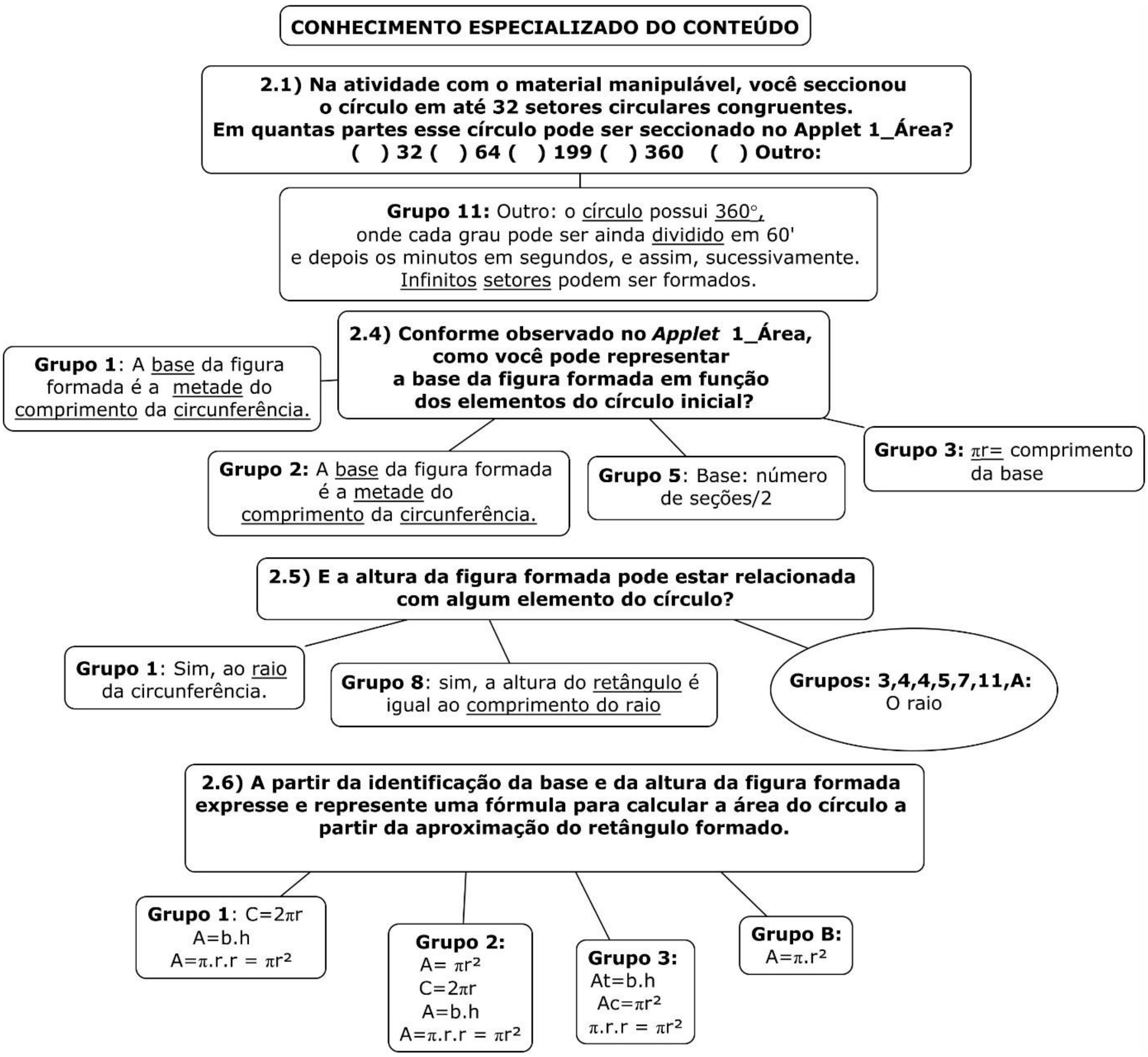
Para o momento 2, quando trabalhamos com o *software* GeoGebra, o questionamento 2.1 indagava sobre a quantidade de setores que o círculo pode ser seccionado e, este pode ser considerado um diferencial, ou seja, representa um *conhecimento especializado do conteúdo*, pois a interpretação vai além do que estava sendo representado na figura. Dos dez grupos presentes, apenas um (G11) apresentou resposta diferente de 199, o que pode ser evidenciado nos extratos dos protocolos da Figura 9. Destacamos o G11, porque argumenta que o círculo pode ser dividido em diversos setores e não somente os 199 previstos pelo arquivo do GeoGebra.

Ao manipularmos o arquivo *Applet*_1_Área é possível perceber que está pré-estipulado para que “n” setores assuma o quantitativo máximo de 199, porém o número de seções (n) pode assumir qualquer valor positivo e, isso pode ser considerado um *conhecimento especializado do conteúdo.* Ball, Thames e Phelps (2008), afirmam que, os conceitos matemáticos, ao professor devem ser intrínsecos, mas ao aluno pode não estar evidente.

Sendo assim, como apenas um grupo (G11) apresentou essa afirmativa, podemos inferir que aos demais grupos de professores em formação inicial, este conceito não se apresenta de maneira clara e precisa, necessitando aprimoramento deste conteúdo matemático. Talvez isso se justifique ao fato de não dominarem a ferramenta GeoGebra, porém vale salientar que, é necessário ao professor dominar tanto o conteúdo/conceito quanto a ferramenta (recurso metodológico) que vai utilizar.

Já os questionamentos 2.4, 2.5 e 2.6, assim como no momento 1, instigaram os professores a pensar sobre quais expressões utilizariam para representar base e altura do retângulo em relação aos elementos do círculo/circunferência e, consequentemente elaborar o modelo algébrico para o cálculo da área do retângulo. Esses extratos de protocolos podem ser considerados nesta categoria, pois são conceitos geométricos que são trabalhados pelos professores na Educação Básica, ou seja, são inerentes ao trabalho docente. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008, p. 400), o *conhecimento especializado do conteúdo* é um “conhecimento matemático e habilidade única para ensinar”, ou seja, uma das tarefas distintas ao trabalho do professor.

Figura 9 - Protocolos Momento 2: Conhecimento especializado do conteúdo



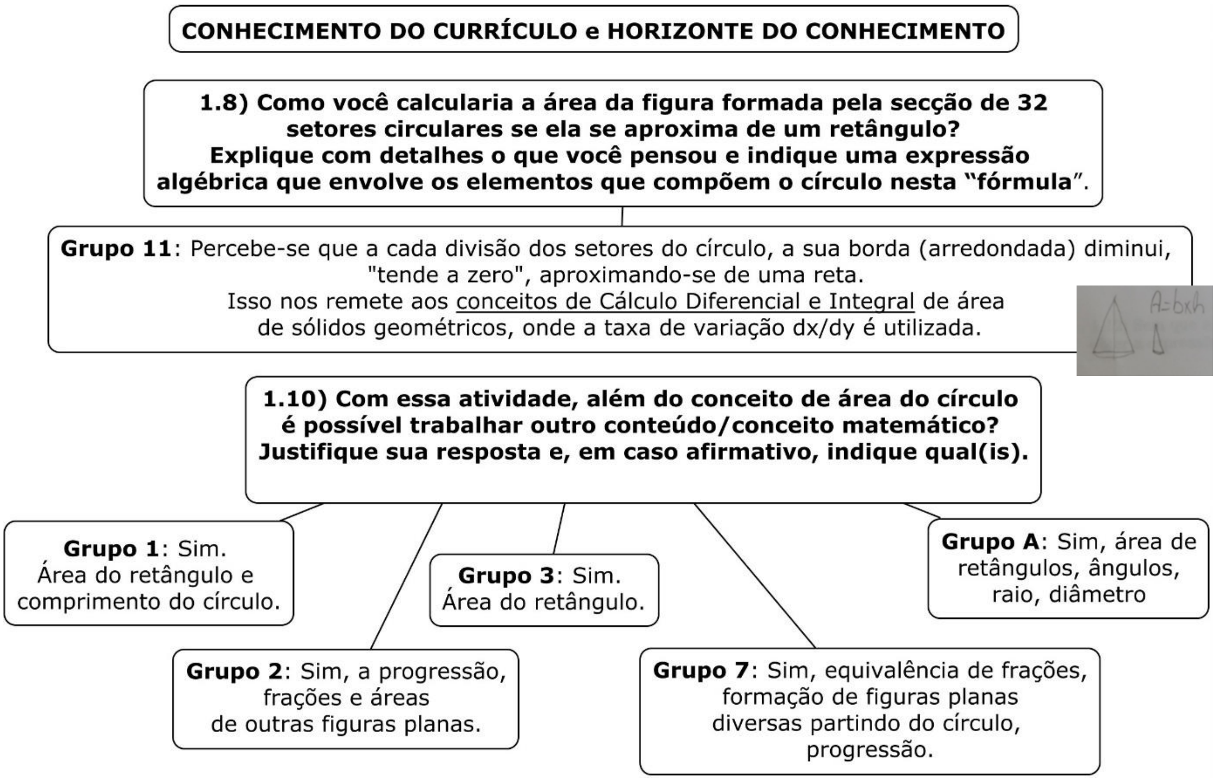
Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

5.2.3 Conhecimento do Conteúdo e do Currículo e Horizonte do Conhecimento

Ball, Thames e Phelps (2008) elencam outros dois tipos de conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, *Horizonte do conhecimento e Conhecimento do conteúdo e do currículo.* No nosso entendimento, esses dois tipos de conhecimentos são interligados, pois um versa no sentido de conhecer tudo aquilo que está no currículo e o outro nas relações existentes entre os tópicos. Neste sentido, identificamos no momento 1, na questão 1.8, que solicitava o cálculo da área da figura formada pelos 32 setores circulares e 1.10 e que indagava sobre quais conceitos/conteúdos poderiam ser trabalhados com esta atividade, inferências sobre esses conhecimentos. Apresentamos, na Figura 10, os extratos dos protocolos que citaram outros conceitos matemáticos que podem ser explorados com esta atividade.

Na questão 1.8, apenas o G11 ressaltou que com o recorte dos setores, a base do retângulo tendia a ser uma reta e essa tendência remetia aos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, ou seja, perceberam outro conceito que já haviam trabalhado durante a formação inicial, apresentando inferências sobre o *horizonte do conhecimento*. Os demais grupos (G1, G3, G4, G7, G8, G9, GA e GB) referem-se a procedimentos para o cálculo da área solicitada.

Figura 10 - Protocolos Momento 1: Conhecimento do Conteúdo e do Currículo e Horizonte do Conhecimento.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

A atividade de aproximação de áreas, aliada a justificativa utilizada pelo G11 nos remete, também, ao método da exaustão, que segundo Maciel (2011, p. 22, grifo da autora) consiste em:

> [...] "exaurir" uma figura dada por meio de áreas e volumes já conhecidos. Um exemplo, o mais conhecido em relação a esse método, é o problema da quadratura do círculo, que pode ser resumido na seguinte questão: *como obter um quadrado com a mesma área de um círculo dado de raio r?* [...] A palavra quadratura é um termo

> antigo que se tornou sinônimo do processo de determinar áreas, lembrando que a intenção à época não era encontrar um valor numérico para essa grandeza, mas determinar uma figura conhecida com o mesmo comprimento, área ou volume de uma figura dada inicialmente.

O estudo de Maciel (2011) permite criar inferências sobre este protocolo (G11 – Figura 10), pois segundo a autora, o método de exaustão, proposto por Arquimedes, possuía uma característica diferente, pois para cada caso seria adotada uma aproximação distinta, sendo perceptível que a justificativa do grupo converge às contribuições de Arquimedes.

> Arquimedes deu outras e importantes contribuições ao desenvolvimento do Cálculo, ao determinar a área da região limitada por uma parábola e uma reta através da soma das áreas de infinitos triângulos, e com o fato de ter conseguido provar rigorosamente o resultado da soma com infinitos termos, marcou na história a primeira vez que se realizavam cálculos dessa natureza. (MACIEL, 2011, p. 22).

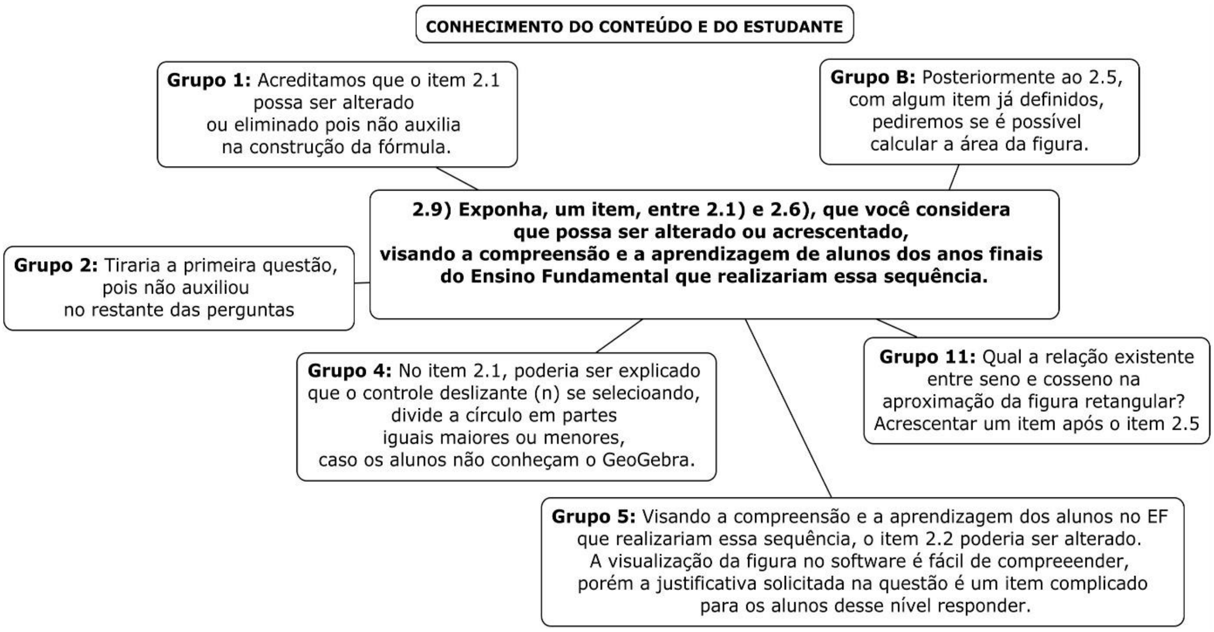
Já o questionamento 1.10 foi elaborado no intuito de instigar os professores em formação inicial a pensar outros conceitos/conteúdos matemáticos da Educação Básica, que poderiam ser trabalhados a partir desta mesma dinâmica, ou seja, com a mesma atividade de dobradura e recorte do círculo. Nesse sentido, os grupos G1, G2, G3, G7, GA citaram outros tópicos da matemática escolar que podem ser contemplados na Figura 10, representando, assim, indícios do *conhecimento do conteúdo e do currículo,* bem como*, horizonte do conhecimento*.

5.2.4 Conhecimento do Conteúdo e do Estudante

Outra categoria de análise foi o *conhecimento do conteúdo e do estudante,* que é aquele em que o professor precisa saber qual exemplo utilizar, antecipar o que os estudantes acharão fácil ou difícil, ou seja, uma das ações que deve ser idealizada ao delinear ou refletir sobre um possível planejamento de uma aula, como foi proposto neste estudo. No momento 2, questão 2.9, os professores em formação inicial poderiam acrescentar ou retirar questões da sequência, considerando sua aplicação com alunos da Educação Básica. Na Figura 11 podemos aferir seus posicionamentos, quanto a essa possibilidade.

Neste questionamento, novamente alguns grupos (G7, GA, GB), citam a dificuldade em considerar as relações entre o comprimento da circunferência e o lado do retângulo, estes afirmam que não usariam este questionamento com os alunos da Educação Básica, pois é necessária a explicação prévia do conteúdo, ou seja, o referido tema não poderia ser aplicado numa problematização introdutória. Este posicionamento demonstra certa insegurança quanto aos conceitos/conteúdos e/ou quanto ao uso do *software,* pois durante o encontro, alguns grupos comentaram que com o auxílio do material didático manipulável a identificação das relações entre as figuras havia ficado mais clara, mas, mesmo assim, não fizeram associação entre os dois momentos.

Figura 11 - Protocolos Momento 2: Conhecimento do conteúdo e do estudante



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

5.2.5 Conhecimento do Conteúdo e do Ensino

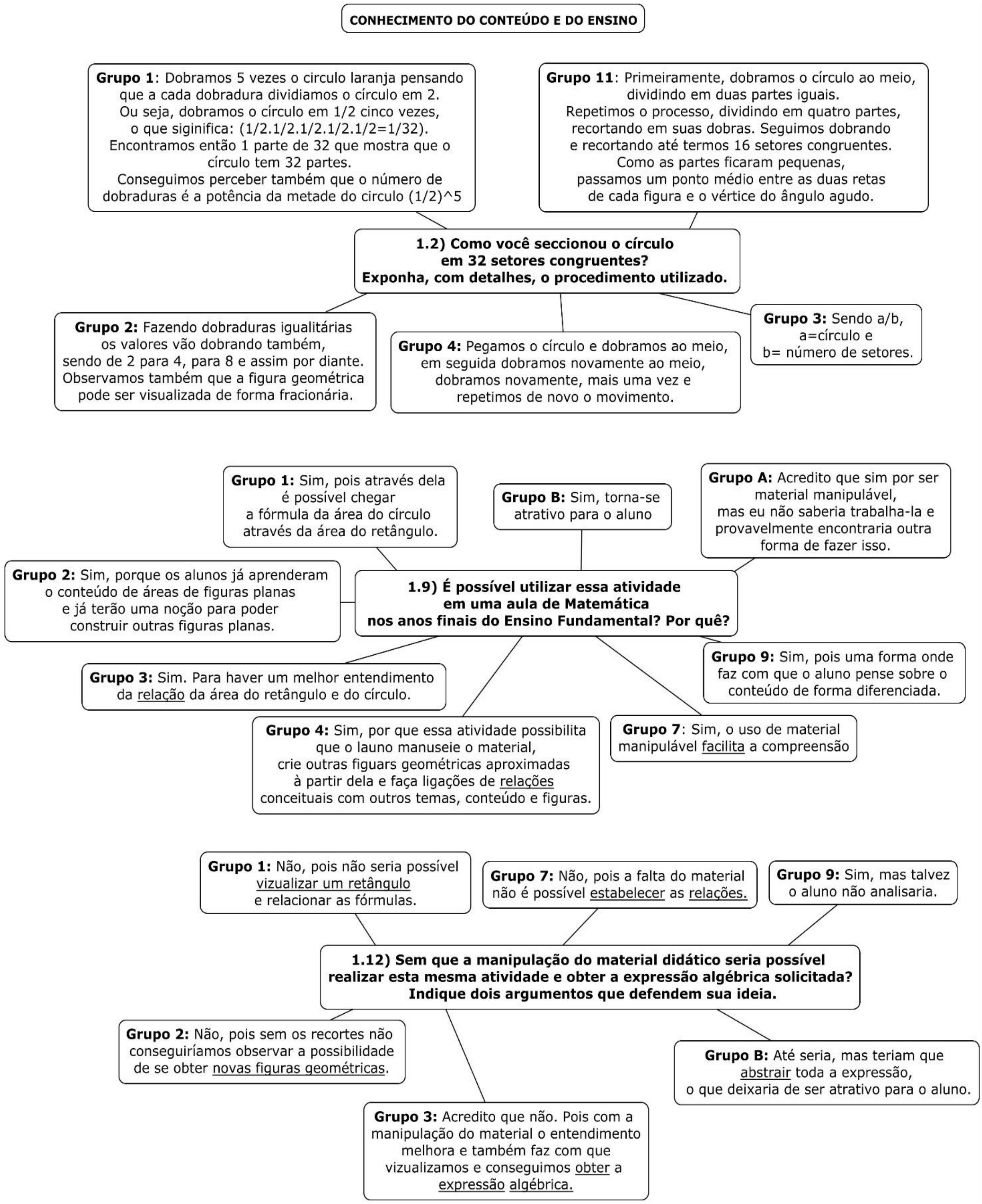
O *conhecimento do conteúdo e do ensino*, segundo Ball, Thames e Phelps (2008) são as estratégias e/ou metodologias utilizadas pelo professor para ensinar determinado conceito. A sequência didática dinamizada durante os encontros pode ser considerada um exemplo de estratégia para se trabalhar a área do círculo. Os questionamentos (1.2; 1.9 e 1.12) indagavam procedimentos que deveriam ser executados para chegar a um certo resultado. Os extratos dos protocolos, com as explicações de como esses procedimentos deviam ser executados, podem ser evidenciados na Figura 12.

Na questão 1.2, solicitamos aos grupos que relatassem quais os procedimentos que utilizaram para dividir o círculo em 32 setores congruentes. Na Figura 12, apresentamos determinados grupos (G1, G2, G3, G4, G11), pois o relato dos procedimentos se repete e desta forma procuramos mostrar diferentes maneiras de expressar seus entendimentos. Alguns grupos (G1, G3) trazem uma linguagem matemática, utilizando expressões numéricas para relatar como procederam na divisão dos setores, ou seja, relacionaram com frações, o que cada setor circular representa no círculo. Outros, (G2, G4, G5, G7, G8, GA, GB), utilizaram a língua materna para elucidar os procedimentos realizados, o que representa que procuraram explicar preocupando-se com a maneira de ensinar, ou seja, *conhecimento do conteúdo e do ensino*.

Para o questionamento 1.9, todos os grupos que responderam (G1, G2, G3, G4, G7, G9, GA, GB), afirmam que é possível utilizar essa mesma sequência com alunos do Ensino Fundamental, ressaltando a importância do uso do material didático manipulável como uma prática que permite ao aluno "pensar" sobre o que está aprendendo. Essa maneira de refletir sobre a atividade, representa o *conhecimento do conteúdo e do ensino*. Um dos grupos (GA), apesar de relatar a importância do material didático manipulável, assegura que utilizaria outra estratégia para trabalhar o conceito, pois afirma não conseguir utilizá-lo, conforme pode ser visto no protocolo da Figura 12. O item 1.12 completa a ideia da questão 1.9, neste item os grupos confirmam que a manipulação do material permite estabelecer relações, ver novas figuras e modelar uma expressão algébrica, remetendo ao *conhecimento do conteúdo e do ensino.*

No que tange a utilização de material didático manipulável (Questão 1.12), na qual os professores em formação inicial (grupos 1, 2, 3, 7, 9, B) afirmam sua importância para a atividade, Lorenzato (2012, p. 61) corrobora afirmando que este "facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos". Dessa forma, acreditamos que mais uma vez o *conhecimento do conteúdo e do ensino* estão presentes nos grupos de professores em formação inicial.

Figura 12 - Protocolos Momento 1: Conhecimento do conteúdo e do ensino

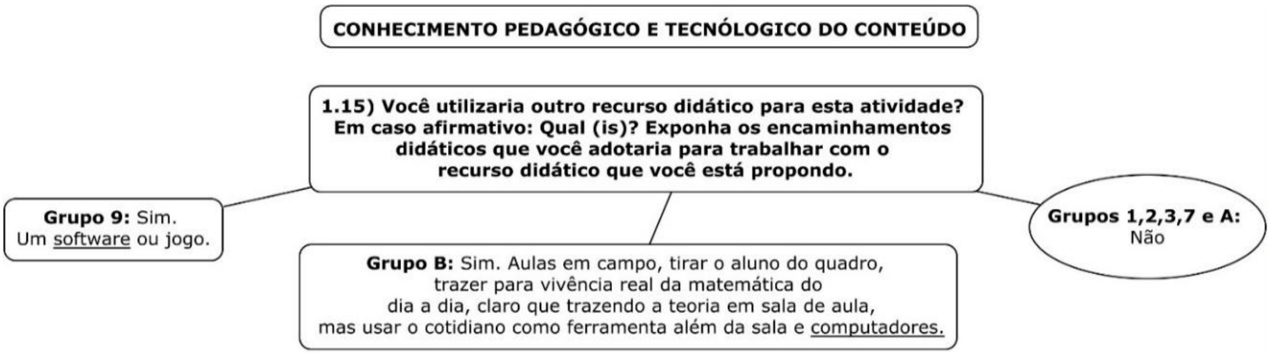


Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

5.2.6 Conhecimento Pedagógico e Tecnológico do Conteúdo

Mishra e Koehler (2006) apresentam os conhecimentos do professor aliados a tecnologia. Nesse sentido, para nosso estudo, elencamos o *conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo* como categoria de análise e, na Figura 13, apresentamos os protocolos que elucidam este conhecimento.

Figura 13 - Protocolos Momento 1: Conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo

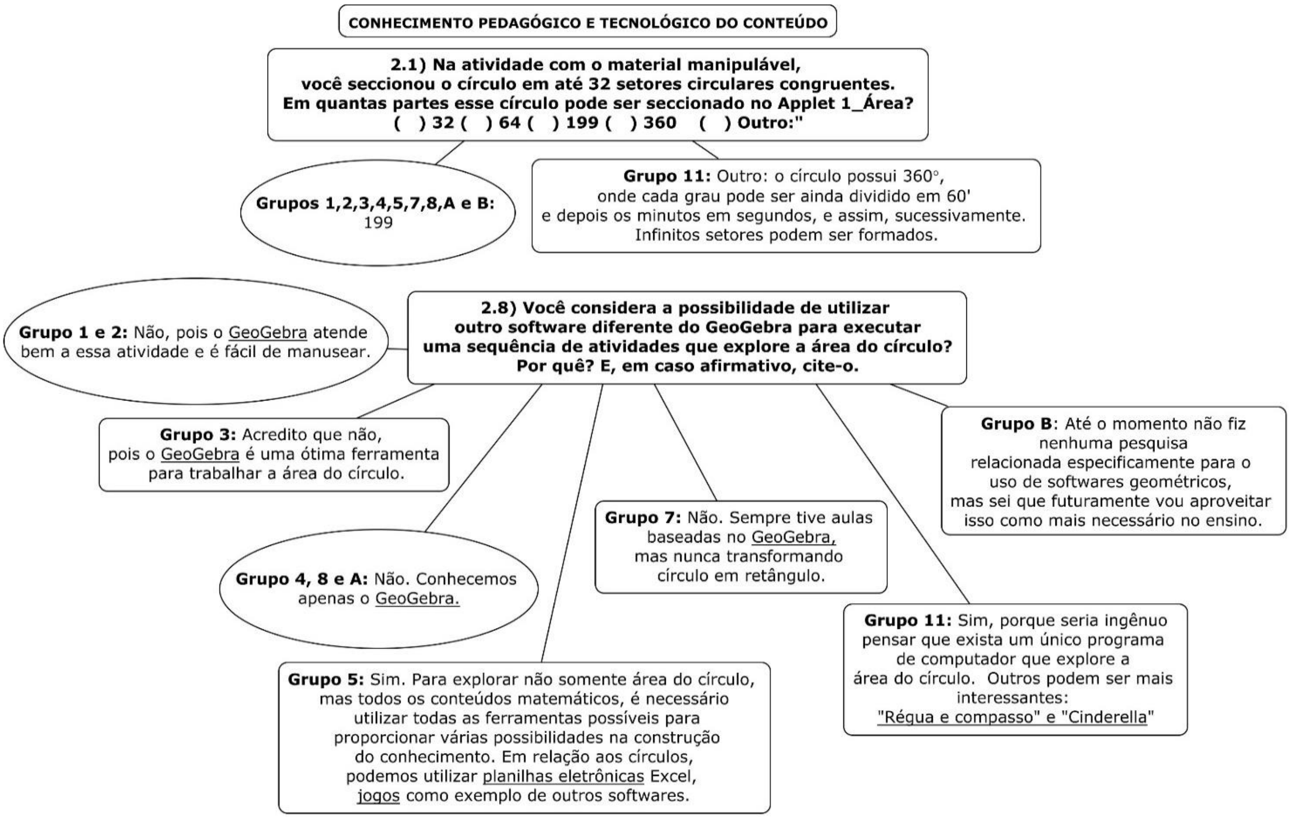


Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Para finalizar o momento 1, solicitamos que os professores em formação inicial indicassem outros recursos didáticos que pudessem ser utilizados para trabalhar esse mesmo conceito matemático. Na Figura 13, podemos verificar que dois grupos (G9, GB) indicaram o uso de computadores e *softwares,* porém não indicaram os procedimentos que iriam realizar, mesmo assim, acreditamos que essas respostas demonstram que, para esses dois grupos, há indícios do *conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo.*

No momento 2, nas questões 2.1 e 2.8, Figura 14, podemos identificar nos protocolos *o conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo*. Na primeira, solicitamos em quantos setores pode ser divido o círculo e o Grupo 11 respondeu que pode ser dividido em mais de 199 setores, demonstrando conhecimento sobre o conteúdo e, também, sobre o *software*, pois o comando “controle deslizante” pode assumir qualquer valor, porém neste arquivo estava programado a 199. Na segunda, indagamos sobre a possibilidade de utilizar outro *software* e, verificamos que a maioria dos grupos (G1, G2, G3, G4, G7, G8, GA) cita que o GeoGebra é o *software* mais conhecido e utilizado, dois grupos (G5, G11) citam outras tecnologias que podem ser utilizadas, evidenciando indícios do *conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo.*

Figura 14 - Protocolos Momento 2: Conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

5.2.7 Apreensões figurais e Visualização

Considerando o campo da geometria, as figuras possuem propriedades heurísticas a serem exploradas e podem ser representadas de diversas formas, ficando o sujeito em interação com essas representações, suscetível a interpretações autônomas, denominadas por Duval (2012) como *apreensões*. Neste intuito, partindo do pressuposto que ao estudarmos geometria, as figuras tornam-se essenciais, elencamos como categorias de análise as apreensões: *perceptiva, sequencial, operatória e discursiva,* na perspectiva de Duval (2012).

A identificação dessas apreensões acontece nos três momentos da sequência didática que foi dinamizada, com destaque ao momento 3, que foi elaborado no sentido de instigar os professores em formação inicial a relembrar seus planejamentos da PE III. Esse movimento contribuiu para discussões acerca das contribuições de seus planejamentos para o ensino e aprendizagem da geometria. Este destaque não descarta os demais momentos de nossa análise, apenas coloca ênfase no momento 3.

No momento 2, para responder aos primeiros questionamentos, é necessário observar as figuras (*Applet_1),* ou seja, os professores em formação inicial precisavam levar em consideração as figuras mobilizando a *apreensão perceptiva*, pois esta é imediata ao vê-las. Na Figura 15, é possível verificar para a questão 2.2, que trata do aumento de seções do círculo, que apenas o GB apresenta uma justificativa que associa a base do retângulo com o raio do círculo. Em nossa análise, salientamos que o raio permanece o mesmo, independentemente do número de seções que o círculo foi dividido, ou seja, o grupo pode ter associado o raio como base e o comprimento como altura, o que deixa sua resposta equivocada. Os demais grupos (G1, G2, G3, G4, G5, G7, G8, G11, GA) afirmam que o aspecto visual da figura melhora com o aumento de seções do círculo.

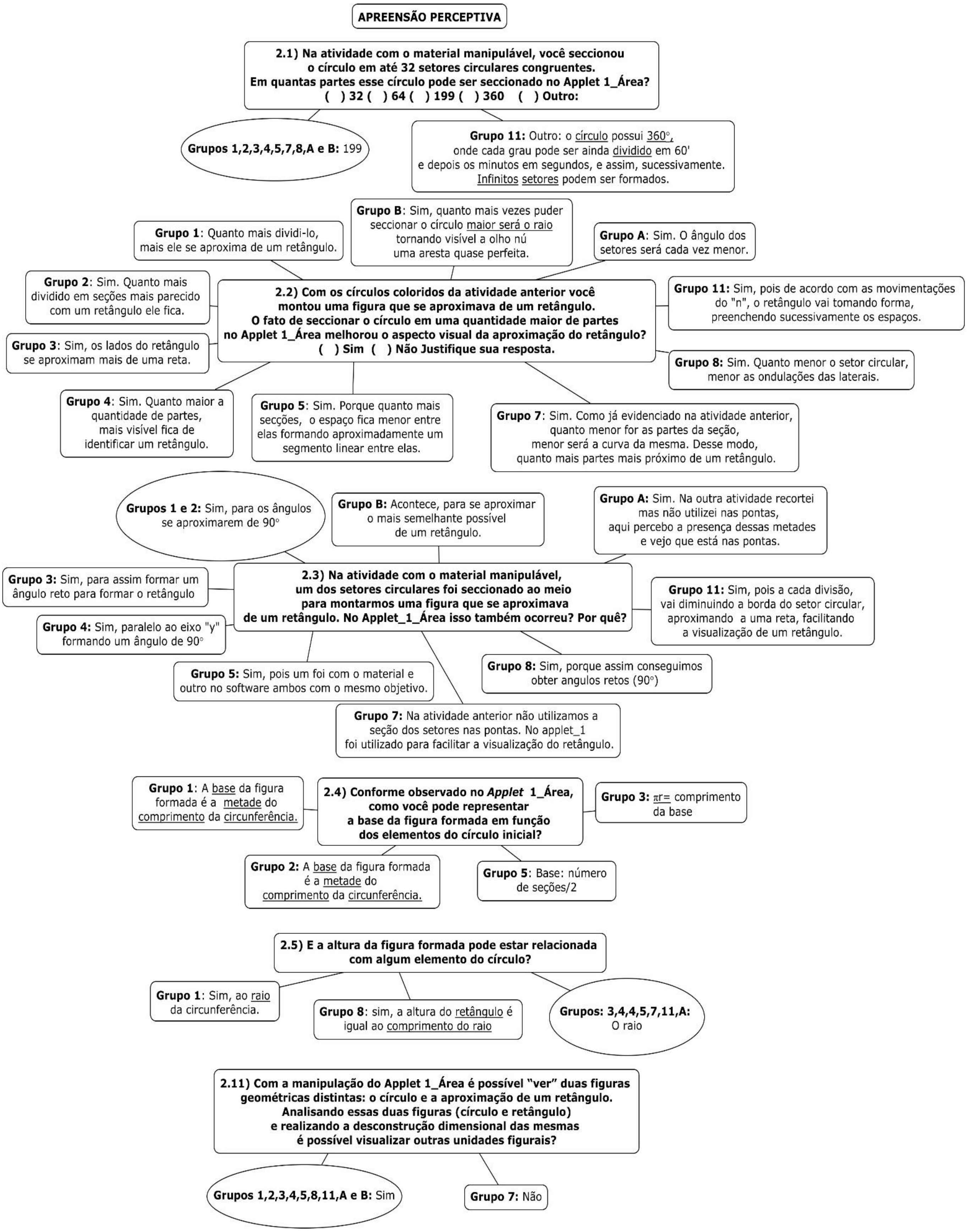
No questionamento 2.3, solicitamos se a divisão de um setor que ocorreu com material didático manipulável, também, aconteceu com o uso do *software,* os grupos G1, G2, G3, G4 e G8 remetem essa divisão a formação de um ângulo reto, que segundo eles é necessário para formar um retângulo. Na 2.4, que solicita a representação da base do retângulo em relação aos elementos do círculo, conforme salientado anteriormente, os grupos tiveram uma maior dificuldade para perceber esta relação, sendo que apenas quatro grupos (G1, G2, G3, G5) representam de maneira coerente a base do retângulo relacionado ao comprimento da circunferência. Dois grupos (G7 e GA) afirmam não conseguir representar a base do retângulo, ou seja, não compreenderam os conceitos envolvidos e não obtiveram sucesso na conversão da representação figural para a algébrica.

Neste sentido, Almouloud (2007, p. 79) corrobora com a discussão, salientando que, “[...] a mudança de registro constitui um dos pontos delicados e decisivos na aprendizagem da matemática no Ensino Básico, Fundamental e Médio e, as dificuldades relacionadas podem persistir até o início da universidade, caso esse aprendizado não tenha sido adequadamente tratado”.

Em relação a questão 2.5, os grupos foram unânimes em relacionar a altura do retângulo com o raio do círculo e, em 2.11, que questiona sobre a existência de unidades figurais, apenas o G7 afirma que não é possível visualizá-las através da desconstrução dimensional das figuras geométricas (círculo e retângulo).

De acordo com Brandt et. al (2017), a *apreensão perceptiva* está relacionada à identificação imediata de elementos que constituem uma figura geométrica. Nesse sentido, tomando como exemplo o retângulo, a percepção imediata é de uma figura plana, de dimensão dois. No entanto, para esta apreensão, Brandt et. al (2017) afirmam que, é necessário que ocorra a desconstrução dimensional da figura, ou seja, a verificação de outros elementos que o compõem, como por exemplo, segmentos de reta (dimensão um) e vértices (dimensão zero).

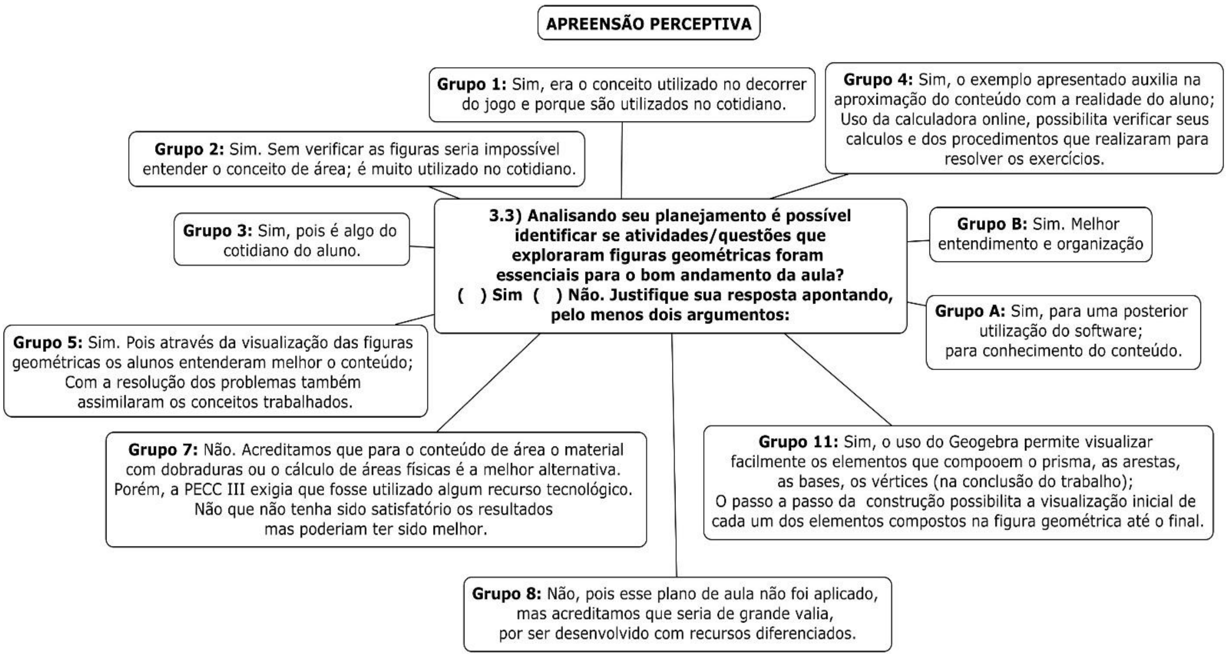
Figura 15 - Protocolos Momento 2: Apreensão perceptiva



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

No momento 3, ou seja, na finalização de nossa sequência, também, evidenciamos *apreensão perceptiva*, pois por se tratar de uma apreensão imediata a figura esta, geralmente, é mais mobilizada e identificada com mais frequência. Salientamos que, para esta atividade (Figura 15), solicitamos aos professores em formação inicial que voltassem seus olhares para seus planejamentos da PE III e identificassem alguns elementos que remetem as apreensões figurais.

Figura 16 - Protocolos Momento 3: Apreensão perceptiva



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Analisando os protocolos, podemos verificar que os G7 e G8 afirmam que as figuras não foram essenciais, porém as justificativas não condizem ao questionamento, ou seja, os grupos podem ter interpretado equivocadamente a questão. O G8 justifica dizendo não ter aplicado o plano e o G7 cita que o material utilizado, nesta sequência, seria a melhor alternativa, pois em seu planejamento (que tratava de áreas) não fizeram uso.

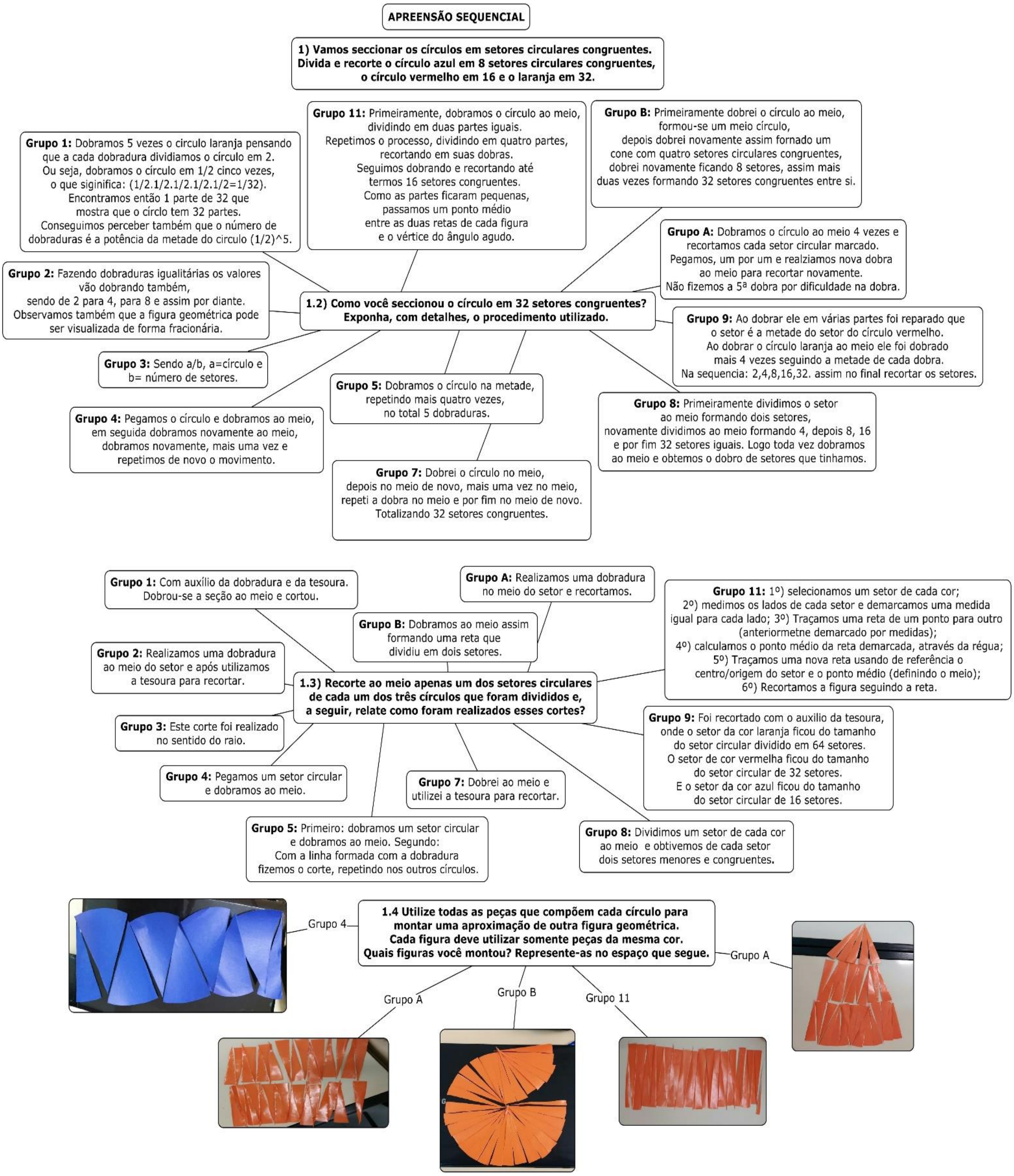
Desse modo, de acordo com as análises anteriormente realizadas, ou seja, a partir dos protocolos do momento 2 (Figura 15) e momento 3 (Figura 16), identificamos indícios de mobilização da *apreensão perceptiva*, pela maioria dos grupos. Quando estamos tratando do campo conceitual geometria, as figuras tornam-se essenciais ao processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, Moretti (2013) afirma que, estas mostram objetos que se destacam independentemente do enunciado apresentado.

Na Figura 17 estão expostos alguns extratos dos protocolos do momento 1, que remetem a *apreensão sequencial,* que é requerida em construções geométricas. Na questão 1.4, os professores em formação inicial foram desafiados a construir figuras geométricas com os setores circulares. Para isso, optamos em apresentar algumas imagens (Figura 17), trazendo um exemplo da construção de uma figura semelhante a um retângulo formado pelos 8 setores circulares e demais imagens que foram formadas, por professores em formação inicial, com os 32 setores circulares.

Ressaltamos que, esta questão desafiou os professores em formação inicial, pois procuraram construir figuras distintas a aproximação de um retângulo, construindo aproximações de um triângulo (GA), uma espiral (GB), um retângulo (GA) com altura representada por duas vezes o raio. Ainda, o G3, registra que construiu um trapézio, mas que não pôde ser registrado devido ao limite de tempo no momento da atividade, pois antes de fotografar, os mesmos já haviam desconstruído, na tentativa de montar outra figura.

De acordo com o exposto na Figura 17, nas questões 1, 1.2 e 1.3, é possível evidenciar as instruções que os professores em formação deviam seguir para chegar à construção aproximada de um retângulo com os setores circulares que foram recortados e, assim, constituir o cálculo da área de um círculo, a partir da comparação com a área de um retângulo. Este processo de construção foi seguido por todos os grupos e registrados, expondo os procedimentos realizados, evidenciando, assim, a mobilização da *apreensão sequencial*.

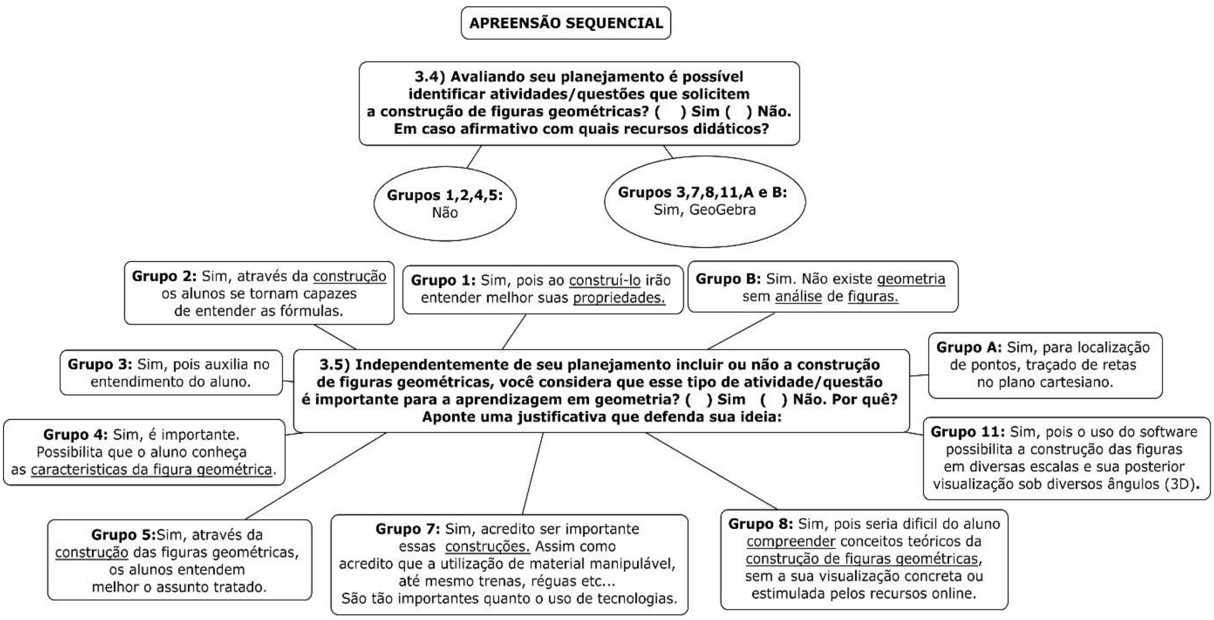
Figura 17 - Protocolos Momento 1: Apreensão sequencial



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018

Na Figura 18, estão expostos os protocolos do momento 3, que também versam no sentido da apreensão sequencial.

Figura 18 - Protocolos Momento 3: Apreensão sequencial



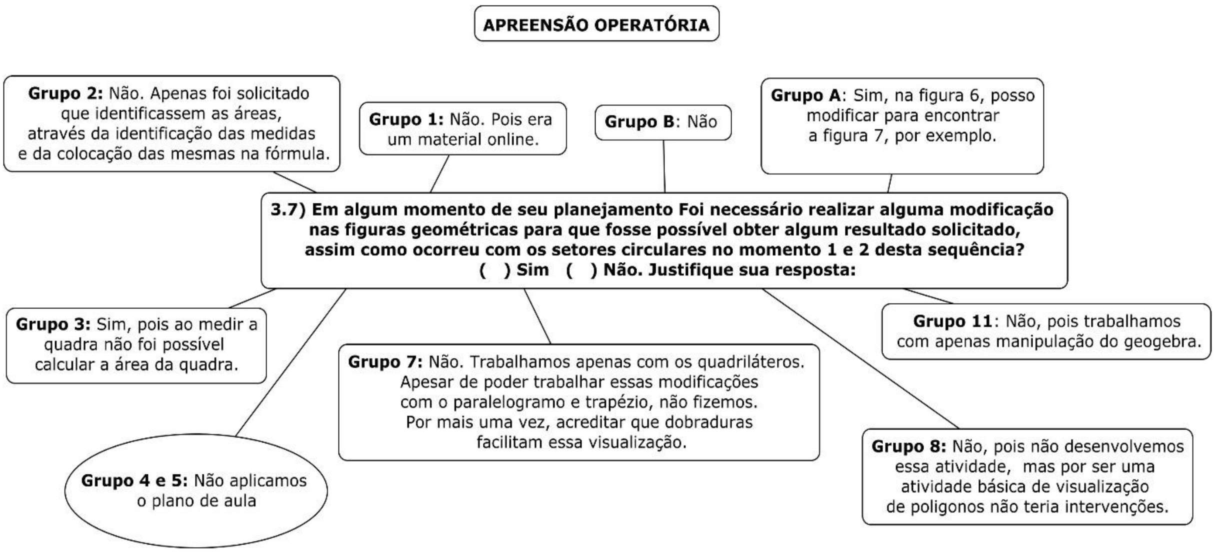
Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Nos protocolos da questão 3.4 (Figura 18) é possível identificar indícios de *apreensão sequencial*, a partir da análise feita pelos grupos (G3, G7, G8, G11, GA, GB) de seus planejamentos. Esta análise evidencia que realizaram construção de figuras, sendo que utilizaram o GeoGebra. Voltando nosso olhar para as análises apresentadas no Capítulo 4, podemos inferir que as mesmas são condizentes com as apresentadas pelos professores em formação inicial, ou seja, a *apreensão sequencial* se faz presente.

No questionamento 3.5 sobre a importância da construção de figuras no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, os grupos foram unânimes em afirmar que, as construções são importantes e que possibilitam aos alunos conhecer características das figuras. Ao analisarmos as justificativas apresentadas, entendemos que os professores em formação inicial possuem conhecimento do conteúdo, bem como mobilizam a *apreensão sequencial*, sendo um exemplo disso a afirmação do GB, "*não existe geometria sem análise de figuras*".

Neste sentido, é possível enunciar que há mobilização da *apreensão sequencial* pelos professores em formação inicial, e que o uso do GeoGebra contribui para o trabalho com figuras, pois segundo Duval (2012a), esta apreensão envolve construção e tem por objetivo a reprodução de uma figura.

Figura 19 - Protocolos Momento 3: Apreensão operatória



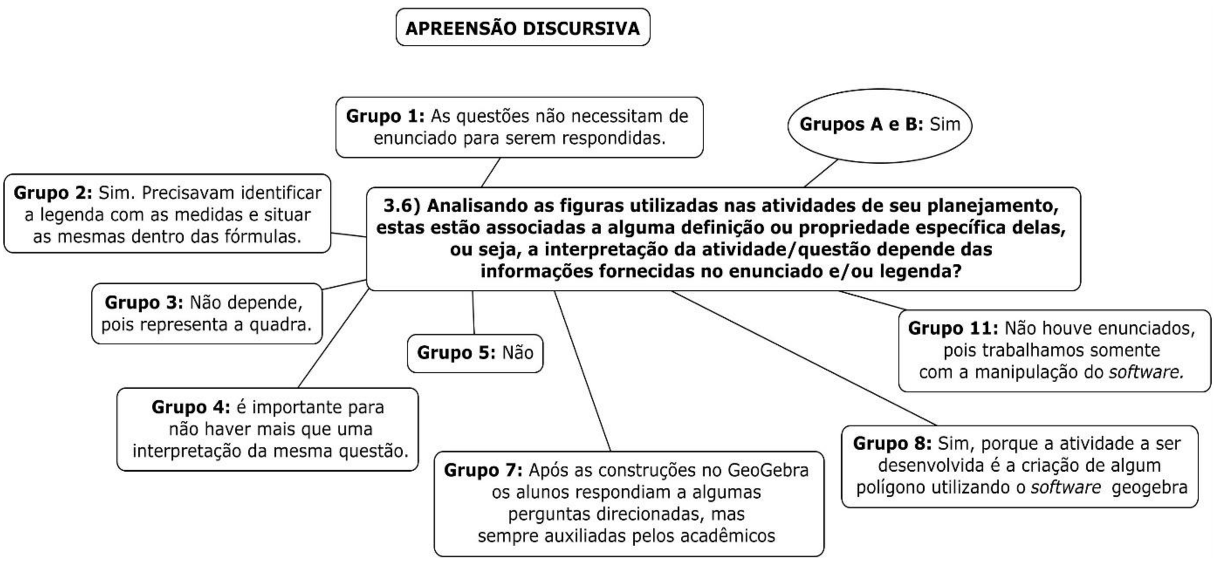
Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

A mobilização da *apreensão operatória* consiste em realizar algum tipo de modificação (divisão, ampliação, rotação entre outras) na figura, a fim de contribuir na resolução do problema proposto. Nesse sentido, na questão 3.7, Figura 19, questionamos em relação à necessidade de modificação das figuras. Os grupos G3 e GA afirmam que sim, sendo condição para se chegar ao resultado esperado. Direcionamos nosso olhar para os planejamentos desses grupos, sendo que no GA houve uma deformação da figura, ou seja, *modificação ótica*. Já para o grupo G3, a modificação foi *mereológica*, pois para calcular a área total da figura foi necessário dividi-las em subfiguras. Os grupos G4 e G5 justificam que não aplicaram o plano de aula, porém não era necessário aplicar, pois no próprio ato de planejar já é possível identificar as modificações necessárias, visto que toda atividade a ser desenvolvida com alunos necessita ser previamente resolvida.

A *apreensão discursiva* é aquela relacionada à interpretação das unidades figurais com a articulação dos enunciados, baseados nas propriedades do objeto. De acordo com Duval citado por Moran e Franco (2014), a maioria dos alunos mobiliza a *apreensão perceptiva*, pois estes leem o enunciado, esboçam a figura e concentram-se totalmente na figura e não voltam ao enunciado. Por isso, os problemas em que o enunciado é semanticamente congruente à figura, beneficiam este perfil de alunos. Este tipo de atividade não favorece a mobilização da *apreensão discursiva*.

Nesse sentido, poucos foram os planejamentos que apresentaram esta apreensão, mesmo alguns grupos (G2, G8, GA), Figura 20, afirmando que era necessário associar enunciado e figura para chegar ao resultado, nossa análise não converge nesta direção. O Grupo G3 afirma que não dependia de enunciados, porém acreditamos que, neste planejamento, esta apreensão foi mobilizada, pois conforme relatamos no Capítulo 4, para esboçar a quadra de esportes da escola, precisavam seguir diversas orientações e para determinar a quantidade de tinta necessária para pintá-la, precisaram interpretar os enunciados.

Figura 20 - Protocolos Momento 3: Apreensão discursiva

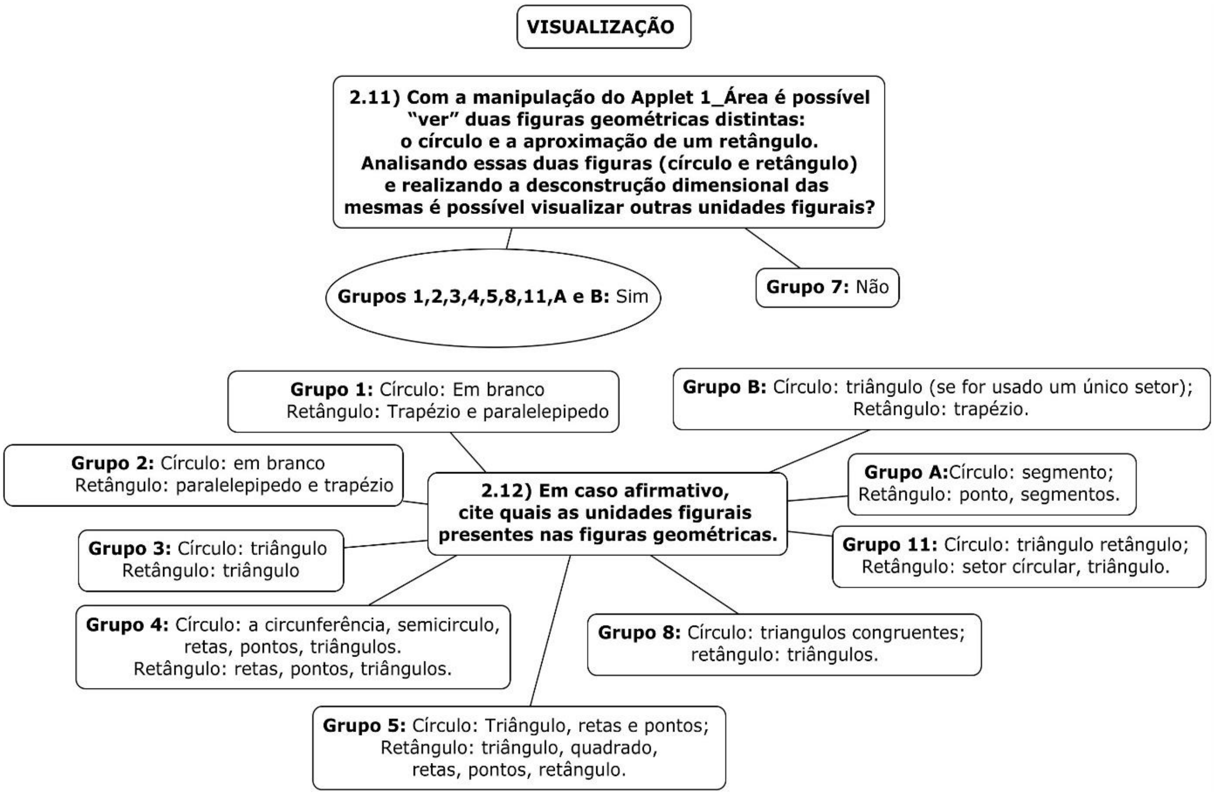


Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Por fim, na Figura 21, apresentamos alguns extratos de protocolos do momento 2, em que procuramos identificar os entendimentos dos professores em formação inicial sobre a diferenciação entre visão e visualização. Salientamos que, essa diferenciação está disponível no Capítulo 3 desta dissertação.

Quando questionados sobre as unidades figurais presentes nos objetos/figuras: círculo e retângulo, sobre a desconstrução dimensional dos mesmos, apenas o Grupo G7 afirmou que não era possível observar essas unidades. Para os demais grupos, solicitamos que citassem as unidades figurais que conseguiram visualizar ao realizar a desconstrução e, desta forma, na questão 2.12, Figura 21, apresentamos extratos dos protocolos que revelam alguns equívocos que não recorreram a mudança de dimensão, expondo argumentos exclusivamente na dimensão 2D, ou seja, a dimensão do círculo e do retângulo.

Figura 21 - Protocolos Momento 2: Visualização



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Duval (2016), citado por Souza e Moretti (2017, s/p), considera que "para compreender geometria, os alunos devem aprender a desconstruir dimensionalmente as figuras, e não a construí-las, mesmo que utilizem algum programa computacional". Neste movimento é necessário realizar o processo inverso, justamente como foi solicitado na questão 2.12.

Questionamos, ainda, as vantagens de ensinar geometria através da identificação das unidades figurais, sendo que o Grupo G7 afirma que: *"Não vejo vantagem em trabalhar conceitos geométricos através da identificação das unidades figurais."* Justificam que o trabalho com *software* e material concreto é importante, mas que a desconstrução apenas dificulta processos práticos. Já o Grupo G8 salienta que, é possível: "*a apropriação do conceito de área, através dos dados coletados e não somente uma fórmula pronta usada mecanicamente.*

De acordo com a afirmação de alguns autores, como por exemplo, Van Hiele, quanto mais sentidos forem estimulados, mais significativo será a atividade". Sendo assim, verificamos uma heterogeneidade de pensamentos e análises dos grupos, o que nos leva a acreditar que os professores em formação inicial não se apropriam do conceito de visualização em geometria.

A seguir, apresentamos a terceira fase da análise de conteúdo, com a composição do perfil da turma de professores em formação inicial, bem como as inferências e interpretações das análises anteriormente discutidas.

5.3 TERCEIRA FASE: TRATAMENTO DOS RESULTADOS, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A terceira fase da análise de conteúdo compreende "estabelecer quadros resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise" (BARDIN, 2016, p.131).

Verificamos que todos os conhecimentos do professor que ensina matemática se fazem presente entre os grupos. No Quadro 24 encontra-se uma síntese dos conhecimentos mobilizados, por grupo, nos protocolos do momento 1 da sequência didática.

Quadro 24 - Síntese conhecimentos momento 1

CONHECIMENTOS	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**	**Grupo 7**	**Grupo 8**	**Grupo 9**	**Grupo 11**	**Grupo A**	**Grupo B**
Comum do conteúdo	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■
Especializado do conteúdo	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■
Currículo e Horizonte	■	■	■			■			■	■	
Do conteúdo e Estudante											
Do conteúdo e Ensino	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Pedagógico e Tecnológico								■			■

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Por meio da análise do Quadro 24 é possível perceber que, não identificamos o *conhecimento do conteúdo e do estudante*. Este fato pode ser justificado devido aos professores em formação inicial não experenciarem diariamente a profissão docente, ou ainda, por estarem apenas iniciando a segunda parte de sua formação, não vivenciaram os estágios curriculares. Esta vivência pode proporcionar uma maior aproximação aos estudantes e aprimorar este conhecimento.

No que tange ao *conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo*, observamos indícios em apenas dois grupos, que citam nos protocolos, o uso de tecnologias, mesmo antes de apresentarmos o segundo momento da atividade que estávamos propondo. Os demais conhecimentos aparecem com frequência, demonstrando assim, a mobilização dos conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, ou seja, os grupos demonstram conhecimentos da profissão docente.

No Quadro 25 encontra-se a síntese dos conhecimentos mobilizados, por grupo, nos protocolos do momento 2 da sequência didática. Neste momento, não foi possível verificar nos protocolos a mobilização do *conhecimento do conteúdo e do ensino.* Este conhecimento requer do professor que ele domine as estratégias de ensino a serem utilizadas, mas como este momento versava no sentido da utilização do GeoGebra, talvez não tenha instigado a criatividade dos professores para extrapolar seus argumentos nos questionamentos realizados.

Também, não identificamos o *conhecimento do conteúdo e do currículo e horizonte do conhecimento*, visto não distinguirmos extratos de protocolos que apresentassem outros conceitos/conteúdos matemáticos, pois estes requerem do professor conhecimentos para além da sala de aula. Já os *conhecimentos comum, especializado e tecnológico e pedagógico do conteúdo* estão presentes em todos os grupos, pois tratam-se de atividades que são trabalhadas na Educação Básica e tem como recurso didático as tecnologias digitais.

Quadro 25 - Síntese conhecimentos momento 2

CONHECIMENTOS	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**	**Grupo 7**	**Grupo 8**	**Grupo 11**	**Grupo A**	**Grupo B**
Comum do conteúdo	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Especializado do conteúdo	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Currículo e Horizonte										
Do conteúdo e Estudante	■	■		■	■			■		■
Do conteúdo e Ensino										
Pedagógico e Tecnológico	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018

Podemos inferir que, de modo geral, os conhecimentos do professor que ensina matemática, elencados por Ball e seus colaboradores (2008) são mobilizados pelos professores em formação inicial, matriculados no componente curricular PE V, do Curso de Licenciatura em Matemática. Porém, em alguns momentos é perceptível que alguns conceitos precisam ser aprimorados e/ou revistos, pois são expressos equivocadamente, por exemplo, ao afirmarem que a área do retângulo formado pelos setores circulares aumenta com as sucessivas partições. Este fenômeno pode ocorrer devido ao fato de os professores estarem em formação inicial, ou ainda, por lapsos que aconteceram durante a execução desta atividade. Não podemos descartar a possibilidade de haver lacunas de aprendizagem, o que pode acarretar em prejuízos posteriores na atuação destes como docentes.

Para termos uma visão dos conhecimentos mobilizados por cada grupo, em cada momento da sequência didática, no Quadro 26 mostramos uma visão geral, destacando também as questões que estimularam/instigaram os professores em formação inicial a expor seus conhecimentos. Desse modo, é possível considerar que os conhecimentos que mais foram mobilizados durante a atividade, foram o *conhecimento comum e especializado do conteúdo*, conhecimentos esses que devem fazer parte do trabalho docente, pois reconhecer o erro do aluno, utilizar corretamente termos e expressões, fazem parte do *conhecimento comum e especializado do conteúdo* e do trabalho do professor.

Quadro 26 - Síntese dos conhecimentos

(continua)

	Questão	**Comum**	**Especializado**	**Curricular/ Horizonte**	**Estudante**	**Ensino**	**Tecnológico**
MOMENTO 1	1.1	Grupos 1,5,9,11,B	Grupos 1,5,9,11,B	-	-	-	-
	1.2	-	-	-	-	Grupos 1,2,3,4,5,7,9,11, A,B	-
	1.6	Grupos 1,2,3,4,5,7,9,11, A,B	-	-	-	-	-
	1.7	Grupos 1,2,3,5,7,11,A	Grupos 1,2,3,5,7,11,A	-	-	-	-
	1.8	-	Grupos 1,3,4,11	Grupo 11	-	-	-
	1.9	-	-	-	-	Grupos 1,2,3,4,7,9,A,B	-
	1.10	-	-	Grupos 1,2,3,7,A	-	-	-
	1.12	-	-	-	-	Grupos 1,2,3,7,9,B	-
	1.13	-	Grupos 4,7	-	-	-	-
	1.15	-	-	-	-	-	Grupos 9,B

Quadro 27 - Síntese dos conhecimentos

(Conclusão)

	Questão	Comum	Especializado	Curricular/ Horizonte	Estudante	Ensino	Tecnológico
MOMENTO 2	2.1	-	Grupo 11	-	-	-	Grupo 11
	2.4	Grupos 1,2,3,B	Grupos 1,2,3,5	-	-	-	-
	2.5	Grupos 1,2,3,4,5,7,8,11, A	Grupos 1,3,4,5,7,8,11,A	-	-	-	-
	2.6	Grupos 1,2,3,B	Grupos 1,2,3,B	-	-	-	-
	2.8	-	-	-	--		Grupos 1,2,3,4,5,7,8,11, A,B
	2.9	-	--		Grupos 1,2,4,5,11,B	--	

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

É possível perceber, ainda, que alguns grupos utilizam argumentações com maior rigor matemático, outros procuram trazer apenas evidências constatadas no primeiro contato com o material, sem aprofundar a análise. Este fato revela a heterogeneidade da turma de professores em formação inicial, cada um com sua identidade profissional, que vai se aprimorando com o passar do tempo e com as experiências pedagógicas vivenciadas.

Salientamos que, no momento 3 da sequência, os questionamentos foram elaborados para que os olhares se voltassem aos planejamentos da PE III. Sendo assim, algumas afirmações dos professores em formação inicial não convergem com nossas análises, já apresentadas na seção 5.2.7. No Quadro 26, apresentamos a síntese de acordo com nosso entendimento quanto as apreensões figurais (DUVAL, 2012) que foram mobilizadas pelos professores em formação inicial.

Quadro 27 - Síntese apreensões sequência didática

APREENSÕES	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**	**Grupo 7**	**Grupo 8**	**Grupo 11**	**Grupo A**	**Grupo B**
PERCEPTIVA	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
SEQUENCIAL			■			■	■	■	■	■
OPERATÓRIA			■						■	
DISCURSIVA			■							

Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Destacamos que, identificamos indícios de mobilização da *apreensão perceptiva* por todos os grupos, pois como trabalhamos conceitos ligados à área do círculo, utilizando diferentes representações, inclusive a figural. Tais atividades permitiram que, no decorrer de sua resolução, os professores em formação inicial levassem em consideração a "identificação automática dos elementos constituintes da figura geométrica" (BRANDT et.al, 2017, s/p).

As *apreensões operatória e discursiva*, como já evidenciamos em nossas análises dos materiais da PE III, são as que menos são mobilizadas pelos professores em formação inicial. Dificilmente utilizam atividades em que é necessário realizar modificações nas figuras, sejam elas mereológicas, óticas ou posicionais, preferindo utilizar aquelas que diretamente apresentam as características para a resolução.

Já a *apreensão discursiva*, conforme alerta Duval (2012) citado por Brandt et. al. (2017, s/p), "há uma ausência da atitude de interpretação discursiva da figura", o que justifica o resultado apontado em nosso estudo, pois os professores em formação inicial não mobilizam esse tipo de apreensão. Podemos salientar que, dificilmente apresentam atividades que necessitam de interligação entre enunciados e figuras, pois na maioria das vezes essas são de nível elementar.

Refletindo sobre todas essas mobilizações de apreensões, bem como, acerca dos conhecimentos do professor que ensina geometria, nos remetemos as palavras de Nacarato et.al. (2006, p. 200) baseados em Shulman (1988), afirmam que:

> É a partir da problematização da prática que o professor passa a refletir e produzir significados para os acontecimentos que vivencia. Os saberes específicos do conteúdo – muitas vezes adquiridos nos cursos de licenciatura – sofrem (re)significações quando trabalhados em sala de aula, pois passam a ser imbricados com as questões pedagógicas e curriculares. Constituem, assim, uma unidade em que não é mais possível separa o conteúdo especifico, do pedagógico e do curricular.

Essas palavras reafirmam o que acreditamos ser um dos principais objetivos das práticas de ensino: contribuir na formação inicial de professores de matemática, de modo que os conhecimentos de quem ensina matemática sejam intrínsecos ao professor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A relevância dos conceitos de geometria na formação inicial de professores, aliado aos conhecimentos necessários ao professor que os ensina, bem como as apreensões figurais ampararam nosso estudo. Este campo da matemática é amplo, logo, delimitamos nossa investigação a área do círculo, procurando evidenciar os limites e possibilidades dos componentes curriculares Prática de Ensino no desenvolvimento de conhecimentos necessários ao professor que ensina geometria em um curso de formação inicial do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa/RS.

Reconhecemos a importância das Práticas de Ensino na formação inicial de professores, percebendo possibilidades de interferência desde o primeiro semestre do curso em escolas de Educação Básica. Esse movimento visa permitir a articulação entre a instituição que forma e a que recebe os licenciados e, ainda, proporciona vivência docente aos professores em formação inicial. Também, identificamos alguns limites nesses componentes curriculares, no sentido de delimitar e instruir o uso de alguns elementos, o que pode inibir a criatividade dos professores que planejam as atividades.

As análises de materiais produzidos durante a Prática de Ensino III evidenciaram que os conceitos/conteúdos de geometria estão presentes, neste componente curricular, porém necessitam de incentivo para serem elencados como assuntos de trabalho com os alunos de Educação Básica, durante a aplicação das práticas de ensino. É perceptível que os professores em formação inicial não sentem segurança em abordar conceitos deste campo da Matemática, sendo que, fazem esse relato no decorrer da dinamização da sequência, bem como no questionário do perfil (Apêndice D).

Nos planejamentos que versaram sobre a geometria, as apreensões que são mobilizadas com mais frequência são a *perceptiva e sequencial*, que levam em consideração a figura, bem como sua construção. As apreensões *operatória e discursiva* necessitam de maior ênfase, pois poucas vezes se percebe explicitamente a modificação de figuras e a articulação entre figura e enunciado. Neste sentido, é possível inferir que as atividades apresentadas pelos professores em formação inicial, em seus planos de aula, não têm por intenção demonstrar ou detalhar conceitos geométricos.

Ainda, elucidamos que o uso do GeoGebra é apresentado praticamente por todos os grupos, demonstrando uma característica da formação inicial destes professores, que tem contato com o *software* por ser de fácil compreensão, gratuito e com ferramentas que atendem suas necessidades. Este fato justifica a *apreensão sequencial*, pois os sujeitos em formação inicial exploram com frequência a construção de figuras geométricas, porém deixam de enfatizar as unidades figurais.

Em relação aos conhecimentos do professor que ensina Matemática, apresentados por Ball e seus colaboradores (2008), ratificamos a dificuldade em identificá-los nos planejamentos, principalmente, *horizonte do conhecimento* e *conhecimento do conteúdo e currículo*, visto não apontarmos em nenhum deles sua presença. Já o *conhecimento comum do conteúdo* está presente em todos, visto tratar de conceitos/conteúdos para Educação Básica. Cabe ressaltar, ainda, que, há um equilíbrio entre os conhecimentos: *do conteúdo e do ensino; do conteúdo e estudantes e ainda tecnológico e pedagógico do conteúdo,* comprovando a preocupação dos professores em formação inicial em apresentar tecnologias aos seus alunos, valorizando e preconizando os momentos de interação entre os sujeitos.

Com relação à dinamização da sequência, analisamos os protocolos, também, em relação às apreensões figurais e conhecimentos do professor que ensina matemática. Os conhecimentos que se fizeram presentes com maior ênfase foram o *conhecimento comum e especializado do conteúdo*. Cabe ressaltar que, em alguns momentos o *conhecimento especializado* precisa ser aprimorado, por exemplo, ao solicitarmos a mudança do registro na representação figural para a representação algébrica, quando da reconfiguração do círculo em uma aproximação do retângulo.

Além disso, almejamos que com a sequência conseguíssemos identificar o *horizonte do conhecimento e curricular* que nos planejamentos não tinha sido possível. Este objetivo foi alcançado, pois em alguns momentos evidenciamos que os professores em formação inicial conseguem relacionar conceitos. Também, apresentam argumentações referentes ao uso do material didático manipulável, ressaltando a importância do trabalho com mesmo no processo de ensino e aprendizagem.

Em relação às apreensões, desafiados a analisar seus próprios planejamentos, os professores em formação inicial apresentam, na maioria das vezes, avaliações condizentes com a análise anteriormente discutida pela pesquisadora. Este fenômeno nos remete ao que está previsto na legislação (BRASIL, 2001) sobre as PE, que devem proporcionar espaços a reflexão acerca do trabalho docente.

Esta pesquisa buscou verificar as contribuições das Práticas de Ensino na formação inicial de professores de Matemática, valorizando o ensino de geometria. Dessa forma, espera-se que o interesse pela temática tenha sido despertado, pois segundo outros estudos, essa abordagem, ainda, é insuficiente tanto na Educação Básica, como no Ensino Superior. Esperamos que os conhecimentos do professor que ensina Matemática possam ser discutidos com conceitos/conteúdos distintos a geometria, para que outros campos possam ser contemplados. Ainda, seria relevante desenvolver sequências didáticas com aqueles que ingressam na licenciatura e com aqueles que egressam, a fim de identificar diferentes olhares para a mesma atividade.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos.** In: MACHADO, Sílvio Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica. Campinas – SP. Papirus, 2003. p. 125-147

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ARCEGO, Priscila. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental**. Santa Maria, 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2017.

BALL, Deborah L., HILL Heather C., BASS Hyman. **Knowing Mathematics for Teaching**: Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? American Educator, 2005.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content Knowledge for Teaching: what makes it special?** In: National Symposium on Professional Development for Engineering and Technology Education. Illinois State University: 2007.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content knowledge for teaching**: what makes it special? Journal of Teacher Education, Washington, v. 59, p. 389-407, 2008.

BARDIN, Lawrence. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOLDA FLORES, Claudia Regina. **Geometria e Visualização**: Desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração. Florianópolis, 1997. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1997.

BRANDT, Célia F. Et. al. P**rocessos cognitivos necessários para a resolução de problemas de geometria.** 2017. Disponível em: < http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/137/218>. Acesso em: 15 jul. 2018.

BRASIL. Parecer CNE/CES 744/1997. **Orientações para cumprimento do artigo 65 da Lei 9.394/96 - Prática de Ensino**. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, 03 de dezembro de 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Parecer CNE/CP 115/1999. **Diretrizes Gerais para os Institutos Superiores de Educação**. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, de 28 de janeiro de 1999.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001a, de 6 de novembro de 2001. **Estabelece Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 05 mar. 2002, Seção 1, p.15.

BRASIL. Parecer CNE/CP 9/2001b, de 8 de maio de 2001. **Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 18 jan. 2002. Seção 1, p. 31.

BRASIL. Resolução CNE/CP 1/2002a. **Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de Licenciatura, de graduação plena**. Diário Oficial da União, Brasília, Seção 1, p. 8. 20 de Mar 2013. 2002a.

BRASIL. MEC/CNE/CP 2/2002. **Instituía duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica, em nível superior.** Resolução CNE/CP 2/2002b, de 19 de fevereiro de 2002b.

BRASIL. CNE/CES. **Estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática**. Resolução CNE/CES 3, de 18 de fevereiro de 2003.

BRASIL. CNE/CES 15/2005. **Solicita esclarecimentos sobre as Resoluções CNE/CP nºs 1/2002**. Parecer CNE/CES 15/2005, de 02 de fev. 2005.

BRASIL. Lei 11.892/2008. **Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências**. Lei 11.892/2008, de 29 de dezembro de 2008.

BRASIL. CNE/CP 2/2015, de 9 de junho de 2015. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada dos Profissionais do Magistério da Educação Básica**. Diário Oficial da União, poder Executivo, Brasília, DF, 25 jun. 2015, Seção 1, p.13.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Ensino Fundamental. Brasília, DF: Ministério da Educação. Última Versão, 2017.

CIBOTTO, Rosefran G. OLIVEIRA, Rosa Maria M. A. **O conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK) na Formação inicial do professor de Matemática**. Disponível em: < http://www.fecilcam.br/nupem/anais_viii_epct/PDF/TRABALHOS-COMPLETO/Anais-CET/MATEMATICA/ragcibottotrabalhocompleto.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2018

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e concepções que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. São Paulo. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org). 3 ed. Revisada. São Paulo: EDUC, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano**: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.

DUVAL, Raymond. **Registro de representação semiótica e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Sílvio Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica. Campinas – SP. Papirus, 2003. p. 11- 34

DUVAL, Raymond**. Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Org.: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência.** Tradução: MORETTI, Méricles Thadeu. REVEMAT. Florianópolis, v.07, n.1, p.118-138, 2012a.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução: MORETTI, Méricles Thadeu. REVEMAT. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012b.

FERREIRA, Maria Cristina Costa. **Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Belo Horizonte, 2014.

FIGUEIREDO, Sonner A. **Formação inicial de professores e a integração da prática como componente curricular na disciplina de matemática elementar**. São Paulo, 2015. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

FLORES, Cláudia Regina. MORETTI, Méricles Thadeu. **O papel heurístico de uma figura geométrica:** o caso da operação de reconfiguração**.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/1CC88890589949.pdf. Acesso em: 15 maio 2018.

FRANCO, Maria Laura P. B. **Análise de Conteúdo**. Brasília, 4ª edição: Liber Livro, 2012.

HILL, Heather C. BALL, Deborah L. SCHILLING, Stephen G. **Unpacking Pedagogical Content Knowledge**: Conceptualizing and Measuring Teachers. Journal for research in Mathematics Education, 2008. V39; Nº 4, 372-400.

IFFar. **Projeto Pedagógico do Curso**. Santa Rosa, 2011. Disponível em: http://www.sr.iffarroupilha.edu.br/site/midias/arquivos/2015119144341203ppc_curso_licenciatura_matematica.pdf>. Acesso em: 03 maio 2017.

IFFar. **Projeto Pedagógico do Curso**. Santa Rosa, 2014. Disponível em: http://www.sr.iffarroupilha.edu.br/site/midias/arquivos/201509121330456licenciatura_em_matematica.pdf. Acesso em: 03 maio 2017.

LIMA, Gabriel L. SILVA, Maria J. F. Conhecimentos docentes para o ensino de geometria em um curso de licenciatura em matemática. **Vidya Revista Eletrônica**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 159-177, 2015.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira. **Aprendizagem da docência em matemática**: o clube da matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Ed. UPF, 2009.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LORENZATO, Sérgio. (org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D.A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACIEL, Tuanny da Silva. **A História da Matemática e o estabelecimento de elos entre o Ensino Superior e a Educação Básica**. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal da Paraíba, 2011.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

MISHRA, Punya. KOEHLER, Matthew. **Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge.** 2006. Disponível em: http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf. Acesso em: 12 out. 2017.

MIZUKAMI. Maria das Graças N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, Adair M. PAIVA, Maria Auxiliadora V. (orgs) **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. P.213-231.

MORAN, Mariana. FRANCO, Valdeni S. **As apreensões perceptivas, operatórias e discursivas em registros figurais de atividades de geometria.** 2014. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/ARQUIVOS/COMUNICACOES/CCAutor/CCA055.PDF>. Acesso em: 16 jan. 2018.

MORAN, Mariana. **As apreensões em Geometria:** um estudo com professores da Educação Básica acerca de Registros Figurais. 2015. 249 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. DAVID, Maria Manuela M.S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte, Autêntica, 2010.

MORETTI, Méricles Thadeu. **Estudo das apreensões e dos olhares em geometria**. 2013. Disponível em: < http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/2165/978>. Acesso em: 04 jul. 2018.

OLIVEIRA, Thaís. **Aprendizagem e constituição profissional de uma professora de Matemática**: um estudo de SI. Campinas - São Paulo, 2015. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2015.

PAIS, Luiz Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. Disponível em: < http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf> Acesso em: 28 mar. 2018

PALIS, Gilda de la R. **O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do Professor de Matemática.** Revista Educação Matemática e Pesquisa. São Paulo, v.12, n.3, pp. 432-451, 2010.

PANTOJA, Lígia F. L. et. al. **A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares.** Disponível em: < http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1423/528>. Acesso em: 14 mar. 18.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (org.) **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. P.77-92.

PREUSSLER, Roberto. **Formação de Professores de Matemática**: a proposta integradora da prática como componente curricular no IFFar. Passo Fundo, 2017. Tese de Doutorado. Universidade de Passo Fundo, 2017.

RIO GRANDE DO SUL. **Referencial Curricular do Rio Grande do Sul. Lições do Rio Grande**: Matemática e suas Tecnologias, 2009.

SALAZAR, Jesus Victória Flores. ALMOULOUD, Saddo Ag. **Registro figural no ambiente de geometria dinâmica.** Revista Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v.17, n.5, pp. 919-941, 2015.

SANTOS, Cleane Aparecida dos. NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na Educação Básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SBEM. **A formação do professor de matemática no curso de licenciatura:** reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim nº 21, fevereiro, p. 1-42, 2013.

SCHEIFER, Carine. **Design metodológico para análise de atividade de geometria segundo a teoria dos Registros de Representação Semiótica.** Ponta Grossa, 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2017.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. FERNER, Dienifer da Luz. MARIANI, Rita de Cássia Pistóia. Visualização em produções que exploram *Software:* uma metanálise no campo da geometria. In: SCHEFFER, Nilce Fátima et.al. **Tecnologias da Informação e comunicação na Educação Matemática:** articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: CRV, 2018

SOUZA, Roberta Nara S. MORETTI, Méricles Thadeu. **A desconstrução dimensional e a mobilização dos registros de representação.** 2017. Disponível em: < http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6687/3482>.

SHULMAN, L. S. **Those who understand**: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

ZABEL, Marília. MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Prática como componente curricular**: entendimentos, possibilidades e perspectivas. Revista Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, V. 20, n1. Pp 128-146, 2018.

APÊNDICE A – AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FARROUPILHA
DIREÇÃO DE ENSINO

AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Eu, **ANALICE MARCHEZAN**, abaixo assinado, responsável pelo Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa, autorizo a realização do estudo: "*Formação inicial de professores de Matemática: Conhecimentos de quem ensina geometria evidenciados em práticas como componente curricular*" a ser conduzido pelas pesquisadoras:

- Prof. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora) - Telefone: (55) 984289408;
- Professora Morgani Mumbach (Pós-graduanda) – Telefone: (55) 999343841.

Fui informado, pelo responsável do estudo, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento.

Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Santa Rosa, 24 de abril de 2018.

Analice Marchezan

Analice Marchezan
Diretora de Ensino Port. 1.226/2012
Diretora Geral Substituta – Port. 1.857/2016
IF Farroupilha – *Campus* Santa Rosa

Analice Marchezan

APÊNDICE B – TERMO DE CONFIDENCIALIDADE

Universidade Federal de Santa Maria

Centro de Ciências Naturais e Exatas

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

TERMO DE CONFIDENCIALIDADE

Título do projeto: FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: CONHECIMENTOS DE QUEM ENSINA GEOMETRIA EVIDENCIADOS EM PRÁTICAS ENQUANTO COMPONENTE CURRICULAR

Pesquisador responsável: Prof.ª Dr.ª Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora)

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria/Departamento de Matemática

Telefone para contato: (55) 984289408

Local da coleta de dados:

Os responsáveis pelo presente projeto se comprometem a preservar a confidencialidade dos dados dos participantes envolvidos no trabalho, que serão coletados por meio de fotocópias, gravações de áudio e vídeo, fotografias e anotações.

Informam, ainda, que estas informações serão utilizadas, única e exclusivamente, no decorrer da execução do presente projeto e que as mesmas somente serão divulgadas de forma anônima, bem como serão mantidas no seguinte local: UFSM, Avenida Roraima, 1000, prédio 13, Departamento de Matemática, sala 1228, 97105-970 - Santa Maria - RS, por um período de cinco anos, sob a responsabilidade da Profª Pesquisadora. Após este período, os dados serão destruídos.

Este projeto de pesquisa foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM em ___/___/___, com o número de registro CAAE.

Santa Maria, 25 de abril de 2018.

Rita Mariani

Prof.ª Dr.ª Rita de Cássia Pistóia Mariani
Orientadora da pesquisa
e-mail: rcpmariani@yahoo.com.br

APÊNDICE C – SÍNTESE PRÁTICA DE ENSINO III

	PeCC - Prática de Ensino III (2017/1)		
	CONTEÚDOS	PLANEJAMENTO	
		Ano	Objetivo Geral/Motivação Inicial
Grupo 1	Ângulos: Definição; Classificação; ângulos opostos pelo vértice	9º	Revisar principais conceitos de ângulos; Compreender e assimilar as principais propriedades; Classificar ângulos através de figuras e diferentes representações; Perceber a tecnologia como ferramenta importante para o estudo.
	Volume (cone, esfera e cilindro)	9º	Compreender, a partir da construção da figura, seus elementos e sua definição; Entender a fórmula para calcular o volume.
	Estatística: Frequências; média, moda, mediana;	8º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Regra de três: Simples e composta; grandezas	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 2	Área de figuras planas: Retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, trapézio; losango, círculo	s/a	Reconhecer área como medida de superfície; Diferenciar e reconhecer fórmulas de área; Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas; utilizar tecnologia para cálculo.
	Circunferência: Comprimento e Pi (π)	s/a	Diferenciar propriedades de círculo e circunferência; Compreender o valor de Pi (π) e seu surgimento; Fórmula do comprimento de uma circunferência.
	Números inteiros: Conjuntos dos positivos e negativos	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Equações de 2º grau com uma incógnita; raízes e coeficientes	9º	Compreender a resolução de equações do 2º grau com a utilização de tecnologia; Perceber a importância da equação de 2º grau e sua utilização em contexto prático; Constatar, de maneira individual, seus erros e acertos.
Grupo 3	Circunferência e seus elementos	s/a	Visualizar, através do GeoGebra, a relação da circunferência e seus elementos
	Produtos Notáveis: quadrado da soma de dois termos	8º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Função/equação quadrática: Interpretação de gráficos	9º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Razão e proporção: Escalas (Geometria)	7º	Representar, usando razão e proporção, uma quadra de esportes; Escalas para representar quadra; cálculo de área associando a escala utilizada, Cálculo da quantidade de tinta necessária para pintar quadra
Grupo 4	Volume de poliedros: pirâmides	8º	Compreender o conceito de volume; Ler e interpretar textos matemáticos e utilizar representações; Interpretar informações criando estratégias de resolução de problemas
	Equações de primeiro grau	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Frações: Adição e subtração	6º	Compreender as diferenças entre operações com frações; Cálculo do mínimo múltiplo comum; importância da utilização de jogo online para exercitar conhecimentos matemáticos
	Razões trigonométricas no Triângulo retângulo: Seno, cosseno e tangente	9º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 5	Pi; Cálculo circunferência e área circulo	8º	Reconhecer características de um círculo; Conhecer valor de Pi e sua história; Calcular comprimento da circunferência e área de um círculo; resolver exercícios com o auxílio de planilha eletrônica
	Medidas de comprimento e massa	6º	Conhecer medidas de comprimento e massa e suas conversões; Resolver exercícios com auxílio de planilha eletrônica; Entender e reconhecer símbolos adota pelo SI
	Sistemas de Equações de primeiro grau: Método da adição; substituição e comparação	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Números reais: Potenciação e radiciação	9º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 6	Construções Geométricas	7º	Aliar recursos tecnológicos ao ensino da matemática; executar construções geométricas

	Relações métricas no triângulo retângulo	s/a	Auxiliar e facilitar o entendimento do conteúdo proposto;
	Números decimais: Representações geométrica e fracionária; operações básicas	6º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Nº reais: Naturais, inteiros, racionais e irracionais	s/a	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 7	Planificação de sólidos geométricos	s/a	Identificar os poliedros e suas respectivas planificações
	Cálculo de áreas	s/a	Identificar e construir diferentes polígonos; Calcular áreas com o auxílio do GeoGebra; facilitar a visualização da planificação
	Potenciação e radiciação com números naturais	s/a	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Ângulos	s/a	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 8	Geometria plana: Construção de polígonos	s/a	Identificar e conceituar os principais polígonos; construir polígonos no s*oftware* GeoGebra; Correlacionar os polígonos estudados com situações do dia a dia
	Círculo e circunferência	s/a	Conceituar círculo e circunferência; Identificar e calcular área, raio e diâmetro da circunferência; Construir círculos e circunferências no GeoGebra
	Segmentos Proporcionais (Teorema de Tales)	s/a	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Matemática Financeira: Juros Simples	7º	Estimular curiosidade sobre o tema juros; desenvolver uso de aplicativo como recurso didático; relacionar a matemática com o dia a dia
Grupo 9	Volume cubo e paralelepípedo	6º	Compreender o volume dos sólidos geométricos; Ampliar o raciocínio através da resolução de situações problemas; Aperfeiçoar conhecimento tornando-se mais reflexivo e argumentativo
	Adição e subtração de números racionais	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Sistemas de equações de 2º grau	9º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Probabilidade e suas aplicações	8º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 10	Eixos simetria	7º	Estabelecer relações entre Matemática e outras áreas do conhecimento; reconhecer formas simétricas em torno de um eixo
	Teorema de Pitágoras	9º	Compreender a relação ente hipotenusa e catetos; Resolver situações-problemas com teorema de Pitágoras
	Noções de Probabilidade	8º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Operações com números naturais: expressões numéricas	6º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
Grupo 11	Semelhança de polígonos	s/a	Trabalhar semelhança de polígonos com auxílio do GeoGebra; Desenvolver atividades para entender o conceito de semelhança
	Prismas: Vértices, faces e arestas	s/a	Identificar formas geométricas, estabelecendo diferenças e semelhanças entre elas; "prisma" por meio de atividade interativa
	Representação Geométrica das equações do 1º grau com duas variáveis	s/a	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Porcentagem	7º	Compreender a importância da porcentagem e sua utilização no cotidiano; Resolver cálculos utilizando planilha eletrônica
Grupo 12	Classificação e propriedades dos triângulos e quadriláteros	9º	Relembrar conteúdos de triângulos e quadriláteros; rever classificação e propriedades; perceber diferenças entre figuras pelo número de lados
	Múltiplos e divisores dos números naturais	6º	Recordar conteúdo de múltiplos e divisores; Identificar os divisores de um número natural e reconhecer os critérios de divisibilidade
	Juros compostos	7º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.
	Função de 1º grau: Variação gráfica	8º	Não analisado pois não apresentou conceitos/conteúdos do campo da geometria.

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO PERFIL

VAMOS FALAR DE VOCÊ...

Nome: (opcional):___________________________ Idade: _____________

Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino ( )Outro

Estado Civil: ( ) Solteiro ( ) Casado ( ) Divorciado ( ) Outro

Tem filhos? ( ) Sim ( ) Não

Tem alguma atividade remunerada (incluindo projetos de ensino, pesquisa e extensão)?

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, há quantos anos você está nessa atividade? ____________________

Quanto tempo do seu dia essa atividade ocupa: __________________________

SUA FORMAÇÃO...

Já possui outra graduação: ( )Não ( )Sim, Qual? __________________________

Ensino Médio: Maior parte do tempo realizado em escola: ( )Pública ( )Particular

Se você estudou em escola pública, identifique o tipo: ( )Federal ( )Estadual ( )Municipal

UM POUCO SOBRE VOCÊ NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA...

Processo Seletivo:

( ) Enem
( ) Vestibular
( ) Transferência Externa
( ) Portador de Diploma
( ) Outro ____________________

Ingressou no ano de: __________ Iniciou o curso no IFF ( )1º Semestre ( ) 2º Semestre

Tem previsão de concluir o curso em: ____________

Semestre atual: ____________________

UM POUCO SOBRE AS DISCIPLINAS QUE VOCÊ JÁ CURSOU...

Quantas disciplinas já cursou? _____________

Quantas foram específicas? _____________

foram pedagógicas? ______________

Em qual delas mais se identificou? ____

UM POUCO SOBRE SUA EXPERIÊNCIA NAS DISCIPLINAS DE PRÁTICA DE ENSINO (PECC).

Já cursou Prática de Ensino (PeCC): (   ) Não (   ) Sim. Em caso afirmativo responda:

Você foi aprovado em todas as Práticas de Ensino (PeCC) que cursou?

(   ) Sim   (   ) Não

Caso você tenha sido reprovado informe qual a Prática de Ensino (PeCC) e semestre do curso:

PeCC/Semestre: **_______________________**

PeCC/Semestre: _______________________

Caso tenha sido transferido de outra instituição, nesta cursava algum componente de prática? Em caso afirmativo relate sua experiência.

VOCÊ NA PRÁTICA DE ENSINO III (2017/1)

Pensando nos planejamentos executados para Prática de Ensino III (2017/1), onde vocês planejaram 04 (quatro) atividades diferentes para alunos do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e um desses planejamentos deveria abordar geometria.

Você (dupla) aplicou o planejamento que versava sobre geometria?

(   ) sim   (   ) não

Para aqueles **não** optaram por aplicar o que tratava de tópicos de geometria, porque não aplicaram?

Para aqueles que **aplicaram**, por que escolheram Geometria?

APÊNDICE E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do estudo: **Formação inicial de professores de Matemática: Conhecimentos de quem ensina geometria evidenciados em práticas como componente curricular**

Pesquisador responsável:

- Profª. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora) – Telefone: (55) 984289408
- Morgani Mumbach (Pós-graduanda) – Telefone: (55) 999343841

Instituição/Departamento: UFSM – Departamento de Matemática

Telefone e endereço postal completo: Avenida Roraima, 1000, prédio 13, sala 1228, 97105-970 - Santa Maria - RS.

Local da coleta de dados: Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa/RS.

Eu, Morgani Mumbach e Rita de Cássia Pistóia Mariani, responsáveis pela pesquisa F*ormação inicial de professores de Matemática: Conhecimentos de quem ensina geometria evidenciados em práticas como componente curricular* convidamos você participar como voluntário deste nosso estudo.

Esta pesquisa pretende identificar limites e possibilidades dos componentes curriculares Prática de Ensino para o desenvolvimento dos conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, mais precisamente no campo da geometria, em um curso de formação inicial de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa/RS. Acreditamos que ela seja importante porque procuraremos identificar as possíveis contribuições das práticas de ensino na formação inicial de um professor que ensina Matemática. Para sua realização será feito o seguinte: Análise dos planejamentos construídos durante o componente curricular Prática de Ensino III e a aplicação de uma sequência didática com atividades que envolvem o campo da geometria. Sua participação constará de responder a questionamentos (registros escritos), sobre conceitos de geometria, que compõem a sequência didática.

Caso haja algum desconforto ou constrangimento no decorrer da pesquisa, os participantes estarão livres para ausentar-se da pesquisa, ou desvincular-se a qualquer momento, sem prejuízo da mesma. Mantendo os preceitos éticos da pesquisa, fica garantido que os nomes dos participantes não serão mencionados ou divulgados em qualquer instante.

Os participantes terão o benefício de vivenciar uma experiência docente que pode ser utilizada posteriormente em suas práticas pedagógicas e ainda, o estudo da área do círculo.

Durante todo o período da pesquisa você terá a possibilidade de tirar qualquer dúvida ou pedir qualquer outro esclarecimento. Para isso, entre em contato com algum dos pesquisadores ou com o Comitê de Ética em Pesquisa.

Em caso de algum problema relacionado com a pesquisa, ressaltamos que a participação na pesquisa e em nada prejudicará o andamento regular das atividades da disciplina, ou virá a interferir de forma indesejada na sua vida privada. Ainda, os gastos necessários para a sua participação na pesquisa serão assumidos pelos pesquisadores. Fica, também, garantida indenização em casos de danos comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e poderão divulgadas, apenas, em eventos ou publicações, sem a identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação. Os dados coletados serão mantidos no seguinte local: UFSM, Avenida Roraima, 1000, prédio 13, Departamento de Matemática, sala 1228, 97105-970 - Santa Maria - RS, por um período de cinco anos, sob a responsabilidade das pesquisadoras. Após este período os dados serão destruídos.

Autorização

Eu, ____ após a leitura ou a escuta da leitura deste documento e ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, estou suficientemente informado, ficando claro para que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo e assino este termo em duas vias, uma das quais foi-me entregue.

Assinatura do (a) Acadêmico (a)

Assinatura da Orientadora da Pesquisa
Prof. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani
e-mail: rcpmariani@yahoo.com.br

Assinatura da Orientanda da Pesquisa
Morgani Mumbach
e-mail: morgani.mumbach@gmail.com

___________________, _____ de _____________ de 2018.