

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Raul Nascimento Rosa da Costa

**RENDA VARIÁVEL PARA PEQUENOS INVESTIDORES:  
OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES E ANÁLISE DE  
VIABILIDADE ECONÔMICA**

Santa Maria, RS  
2018

**Raul Nascimento Rosa da Costa**

**RENDA VARIÁVEL PARA PEQUENOS INVESTIDORES: OTIMIZAÇÃO DE  
CARTEIRA DE AÇÕES E ANÁLISE DE VIABILIDADE ECONÔMICA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria (ÚFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia de Produção**.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Roos

Santa Maria, RS  
2018

# RENDA VARIÁVEL PARA PEQUENOS INVESTIDORES: OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES E ANÁLISE DE VIABILIDADE ECONÔMICA

## VARIABLE INCOME FOR SMALL INVESTORS: STOCK PORTFOLIO OPTIMIZATION AND ECONOMIC FEASIBILITY ANALYSIS

Raul Nascimento Rosa da Costa<sup>1</sup>, Cristiano Roos<sup>2</sup>

### RESUMO

O mercado acionário brasileiro vem crescendo com a constante queda da taxa básica de juros da economia. Com isso, surge a oportunidade de investidores domésticos, historicamente adeptos da renda fixa, migrarem para a renda variável, buscando maior retorno financeiro. Apesar de se mostrar atrativo, o mercado de capitais traz desafios aos novos participantes, sendo o principal a gestão do risco inerente a este tipo de investimento. Nesse sentido, o objetivo geral do presente estudo foi aplicar métodos quantitativos de mitigação de riscos e de otimização de resultados que fossem acessíveis aos pequenos investidores, analisando a viabilidade econômica de entrada no mercado acionário perante alternativas de baixo risco disponíveis. Para isso, foi realizada uma revisão da literatura sobre técnicas financeiras empregadas na otimização de carteiras. Depois foi escolhido um modelo matemático que foi aplicado na otimização de uma carteira composta por ações de alta liquidez negociadas na BM&FBOVESPA. Após a otimização, foi analisado o retorno obtido, o risco assumido e verificada a viabilidade de entrada no mercado de capitais, comparando a carteira otimizada com ganhos alcançados em investimentos de baixo risco. Os resultados mostraram que a carteira otimizada teve maior atratividade durante o período analisado do que os investimentos em renda fixa. O retorno mensal médio da carteira entre janeiro de 2016 a fevereiro de 2018 foi de 2,65% ao mês, enquanto o investimento em renda fixa de maior retorno no mesmo período foi de 1,11% ao mês. Considerando a análise dos dados históricos no período e dos resultados obtidos para o período, é possível concluir que é viável economicamente para o pequeno investidor migrar para o mercado acionário.

**Descritores:** pesquisa operacional; gestão de risco; análise de investimento.

### ABSTRACT

The Brazilian stock market grows with the fall of the basic interest rate of the economy. With this, create an opportunity to learn about investments, have a history of fundraising, migrate to the variable income, look for financial returns. Despite this, the capital market brings the new challenges, being the main risk manager inherent in this type of investment. In this sense, the objective of the present study is to associate itself with the analysis of the quantitative risks of risk and evolution. For this, a review of the literature on the employees in portfolio optimization was carried out. News traded on BM & FBOVESPA. After the optimization, the investment was evaluated, recovered and discounted and, from there, the capital market was

---

<sup>1</sup> Graduando em Bacharel em Engenharia de Produção, autor; Curso de Graduação em Engenharia de Produção, Centro de Tecnologia - UFSM

<sup>2</sup> Engenheiro de Produção, orientador; Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina; Professor do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas - UFSM

published, comparing the optimized companies with investments in risk. The results were that the plate gave a greater attractiveness during the analyzed period than the fixed income investments. The average monthly payment of the portfolio between January 2016 and February 2018 was 2.65%, while the investment was US \$ 1.11%. Considering the analysis of the historical data in the period and the results obtained for the period, it is possible to conclude that it is economically viable for the small investor to migrate to the stock market.

**Keywords:** operational research; risk management; investment analysis.

## 1 INTRODUÇÃO

Os investimentos em renda fixa sempre foram preferência entre os investidores domésticos brasileiros. Devido às altas taxas básicas de juros da economia interna, e à maior segurança na aplicação, a renda fixa tornou-se um refúgio às instabilidades econômicas do Brasil (ASSAF-NETO; LIMA, 2013). Entretanto, esse cenário vem mudando fortemente com a constante queda da taxa de juros SELIC (Sistema Especial de Liquidação e de Custódia). Isso faz com que os investidores migrem para a renda variável em busca de maiores rentabilidades em suas aplicações financeiras.

Martini (2012) ressalta que o mercado acionário vem se desenvolvendo desde a estabilização da moeda com o Plano Real, mas que ainda a média histórica de retorno do CDI *versus* o Ibovespa levava a maior parte dos *players* do mercado financeiro ao caminho de investimentos em renda fixa. Ou seja, se por um lado o Plano Real conquistou a estabilidade da moeda doméstica, por outro manteve altas taxas de juros para sustentar a âncora cambial, assim incentivando o investimento em renda fixa e inibindo a atratividade de longo prazo da renda variável.

Em final de 2017, segundo uma reportagem da Infomoney (2017), houve uma forte migração dos fundos de investimentos conservadores para a BM&FBovespa. A causa principal foi o horizonte de baixos juros previstos pelo mercado. O investimento em renda variável se tornou uma realidade no Brasil, mas trouxe um desafio aos investidores menos experientes, isto é, o gerenciamento dos riscos de uma carteira de ações (MARTINI, 2012).

Duarte Jr (2005) ressalta que todo o administrador de recursos em carteira deve gerenciar o risco inerente às posições assumidas, buscando sempre diversificar os investimentos, mitigar riscos e maximizar o retorno, dado um nível de risco que esteja disposto a aceitar. Copeland, Korin e Murrin (2006) destacam que para uma carteira de ações ser sustentável financeiramente no longo prazo, esta deve passar por constantes reavaliações, usando métodos quantitativos para a avaliação do retorno e do risco.

Segundo Leite (2014), o pequeno investidor físico percebe na renda variável um alto risco aos seus projetos de investimento e poupança de longo prazo, e por isso busca na renda fixa um fluxo de caixa equilibrado e uniforme. Para um pequeno investidor entrar no mercado acionário, é necessário o domínio de ferramentas de gestão de risco e de análises econômicas, aprendendo a diversificar riscos e escolher ações com os melhores históricos de valoração no mercado.

Em vista disso, analisar a viabilidade econômica de investimentos em uma carteira de ações e maximizar a relação retorno/risco, através da diversificação, torna-se essencial ao sucesso financeiro de um pequeno investidor no competitivo mercado financeiro.

### 1.1 DEFINIÇÃO DO TEMA E DO PROBLEMA

A pesquisa desenvolvida tem como tema a análise de investimentos em renda variável (carteira de ativos de investimentos em ações) e a otimização da relação retorno/risco. Este tema está relacionado ao problema de pesquisa que motivou o desenvolvimento deste trabalho, um problema prático exposto da seguinte maneira: É viável economicamente para o investidor doméstico migrar para investimentos de renda variável, considerando que ele otimize o retorno de seu portfólio de ações através de um modelo de programação quadrática?

### 1.2 JUSTIFICATIVAS

O presente trabalho apoia-se na importância do tema na atualidade do Brasil, que necessita de mais estudos práticos sobre renda variável e mercado acionário. Segundo um relatório do Grupo Banco Mundial (2017), a tendência fiscal no Brasil é de sustentabilidade, obtida através do enfreamento da relação dívida/PIB. Isso, em termos práticos, gera a redução dos juros e um cenário propício ao investimento em ações. Portanto, esta pesquisa vem a ser oportuna devido ao horizonte de cenário macroeconômico, observado pelas análises da EPE (2017), que é de queda de juros e de rápido desenvolvimento do mercado acionário brasileiro.

No âmbito teórico, o desenvolvimento de pesquisas na área de gestão de risco e análise de investimentos se fazem necessárias devido à intensa globalização dos mercados financeiros. Assaf-Neto (2010) ressalta que há uma forte tendência de profissionalização do mercado, onde os *players* estão constantemente na busca de ferramentas de gestão e de análise de investimentos para qualificar as suas decisões. Por consequência, os investidores, e em especial os domésticos, que não procurarem obter conhecimento técnico na área, à fim de fundamentar suas decisões de investimentos, terão dificuldades de manter uma carteira de ações rentável no longo prazo. Este trabalho se justifica pelo fato de visar à otimização dos ganhos de um portfólio utilizando métodos simples de programação e análise, que podem ser utilizados pelos investidores domésticos.

No que tange a prática do presente estudo, sua principal justificativa é a oportunidade de verificar a eficácia do modelo de programação matemática na otimização da rentabilidade

da carteira de ações e, posteriormente, verificar a viabilidade de migração para o mercado acionário, comparando os resultados com a rentabilidade de produtos de renda fixa.

### 1.3 OBJETIVO GERAL E OBJETIVOS ESPECÍFICOS

O objetivo geral deste trabalho é aplicar métodos de mitigação de riscos e de otimização de resultados que sejam acessíveis aos pequenos investidores, analisando a viabilidade econômica de entrada no mercado acionário perante alternativas de baixo risco disponíveis. Para que esse objetivo seja alcançado, foram definidos os seguintes objetivos específicos: 1. Definir quais ativos de investimentos em ações serão utilizados na formação da carteira; 2. Coletar dados e informações necessárias sobre a série de retorno histórica desses ativos; 3. Pesquisar modelos de programação matemática aplicados na otimização de carteiras de ações; 4. Aplicar o modelo de programação matemática escolhido e encontrar a carteira otimizada; 5. Analisar a viabilidade econômica de entrada no mercado acionário, comparando o retorno obtido pela carteira otimizada com produtos de renda fixa.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa irá abordar as definições de Gestão de Risco, Risco de Mercado e Risco de Liquidez, Teoria das Carteiras, Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa), Análise de Investimento, e aplicações de otimização de carteira de investimentos.

### 2.1 GESTÃO DE RISCO

O conceito de risco é amplamente difundido no campo das finanças. A literatura técnica define risco como a probabilidade de ocorrência de um evento anormal, que pode interferir tanto benéficamente, quanto maleficamente, nas previsões adotadas. Segundo Assaf-Neto (2010), o risco é a incerteza sobre os eventos futuros, que se traduzem nas finanças de corporações públicas ou privadas, pessoas jurídicas ou físicas, em ganhos ou perdas.

Bernstein (1997), com base na teoria das carteiras, salienta que a radical transformação entre os tempos passados do universo financeiro à poderosa sociedade capitalista contemporânea deu-se principalmente pelo domínio do risco. Ou seja, à medida que mecanismos para *hedge* foram criados, os agentes de mercado puderam aumentar lucros e dissipar riscos inerentes as suas atividades econômicas.

Sabendo que o risco é inerente em qualquer posição assumida em um negócio, os investidores buscam planejar seus movimentos verificando quantitativamente os riscos incorridos em suas escolhas. Na teoria moderna de carteiras, que será a base teórica para este trabalho, assumem-se as premissas de que as expectativas dos agentes econômicos são racionais, e o mercado, no longo prazo, é eficiente. Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2015), estas premissas definem que não há espaço no longo prazo para arbitragem (ganho sem risco), e o investidor é avesso ao risco, ou seja, quanto maior o risco intrínseco a um ativo, maior deve ser a rentabilidade esperada pelo investidor, para que ele possa assumir o risco.

## 2.2 RISCO DE MERCADO E RISCO DE LIQUIDEZ

### 2.2.1 Risco de mercado em uma carteira de investimentos

O risco de mercado está associado com a oscilação no preço de ativos e índices de mercado (TOSTES, 2007). Para Righi (2013), o risco é oriundo da movimentação nos preços de mercado, como as taxas de câmbio, as taxas de juros, os índices de bolsas, as cotações de *commodities*, que afetam o valor e a rentabilidade de um determinado portfólio de investimentos. Por exemplo, uma variação na taxa básica de juros da economia afetará o valor dos títulos financeiros públicos e privados vendidos no mercado. Esta variação correlacionada entre taxa de juros e preço de títulos financeiros pode acarretar em perdas ou ganhos financeiros para os agentes de mercado, assim caracterizando-se como um risco de mercado (MALACRIDA; YAMAMOTO, 2006).

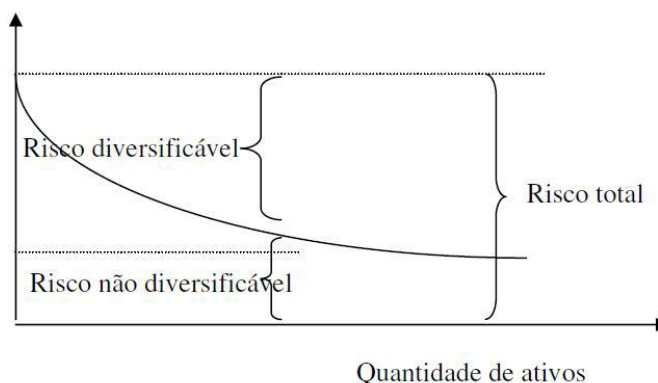
Riscos envolvendo a volatilidade de mercado nas carteiras de investimentos podem ser divididos em duas categorias: os riscos diversificáveis (ou não sistemáticos) e os riscos não diversificáveis (ou sistemáticos). Segundo Silva (2008), o primeiro entende-se pela parte do risco que não consegue ser reduzido com a técnica de diversificação, pois todas as empresas estão sujeitas, e o segundo consegue ser minimizado com ativos diversificados, pois é particular à própria empresa.

Lopes, Carneiro e Scheneider (2010) salientam que quanto maior for o número de ativos compondo a carteira, maior será a mitigação de riscos diversificáveis incorridos nela. Portanto, se um portfólio for bem diversificado, o risco diversificável torna-se desprezível, sobrando apenas a parcela de risco de mercado não diversificável.

Na Figura 1 verifica-se, de maneira gráfica, o risco total de mercado da carteira, que é o somatório do risco sistemático e não sistemático.



Figura 1 – Risco diversificável e risco não diversificável.



Fonte: Silva (2008).

Pode-se perceber que com a integração de novos ativos na carteira o risco não sistemático vai sendo eliminado.

### 2.2.2 Risco de liquidez em uma carteira de investimentos

Segundo Jorion (2007), risco de liquidez está associado a transações em mercados com baixa liquidez, evidenciado pelo baixo volume negociado de ativos e altos custos de corretagem, compensação e liquidação financeira. Como o volume de transações é baixo, há riscos de que o operador financeiro não consiga transformar estes ativos em caixa na velocidade que necessita, ou pelo preço que oferta.

Righi (2013) salientou que antes da crise financeira de 2008, esse risco era esporadicamente analisado, dando-se pouca importância a mitigação desses riscos na gestão de carteiras de investimentos. Após o início da crise imobiliária, e a declaração de insolvência dos maiores bancos de investimentos do mundo, como *BearStearns* e *Lehman Brothers*, aumentou-se largamente a preocupação com a liquidez de ativos de investimentos.

Para mitigar esses riscos, é necessária conduta cautelosa do investidor não experiente, ou que não possui qualificação e conhecimento adequado para trabalhar com ativos de baixa liquidez. Gonçalves Jr., Pamplona e Montevechi (2002) definem que uma boa abordagem de investimentos para iniciantes e pequenos investidores é através de ações de alta liquidez da BM&FBovespa, aplicando métodos de programação matemática simplificados através de planilhas eletrônicas e da ferramentas com o Solver.

## 2.3 TEORIA DAS CARTEIRAS

Segundo Megginson (1997), a Teoria do Portfólio Eficiente, lançada por Markowitz (1952), no *The Journal of Finance*, foi a maior contribuição para o avanço da teoria financeira no século XX. As proposições lançadas por esse autor, segundo Silva, Carmona e Lagiola (2011), trouxeram avanços vultosos para a teoria de finanças moderna, pois além de definir o risco de maneira mais eficiente, revelou relações entre esse conceito e o retorno. Anteriormente, observava-se o risco tão somente como uma variação isolada do retorno de um ativo sobre sua média histórica, agora se analisa a relação de risco entre os ativos de uma carteira de investimentos, podendo, através desses *insights*, construir a fronteira eficiente (BARCELOS; PACHECO; HAMACHER, 2009).

A literatura técnica de gestão financeira de ativos de investimentos demonstra que a grande inovação de Markowitz foi associar cada risco de ações e títulos da carteira a seus pares (ASSAF-NETO, 2010). Discorre-se sobre infinitas possibilidades de combinações que poderiam formar uma carteira e, a partir dessa análise, é concebida a trajetória da curva com suas eficientes combinações (MANGRAM, 2013).

Assaf-Neto (2010, p.232), mais recentemente, contribuiu para a teoria do portfólio afirmando que “um aspecto relevante da teoria do portfólio é que o risco de um ativo mantido fora de uma carteira é diferente de seu risco quando incluído na carteira”. Assim sendo, como afirmam Oliveira et al. (2011), o risco de um portfólio não é o somatório do risco de cada ativo incluído na carteira, mas advém também da covariância entre estes ativos. Portanto, esse fato, segundo Gitman (2010), conduz a afirmação de que o risco de uma carteira de ações pode ser menor que do ativo de menor risco da carteira. Logo, o princípio básico das finanças, que diz “que nunca se deve carregar todos os ovos em uma mesma cesta”, é factível. É necessário diversificar os investimentos para obtenção de liquidez e de eliminação de riscos.

Para Markowitz (1952) o portfólio eficiente é aquele que expressa o maior retorno possível a um dado nível de risco submetido, ou o que apresenta o menor nível de risco possível a um respectivo nível de retorno pretendido. O modelo matemático básico é descrito a seguir:

$$R = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0$$

Onde:  $R$  é o retorno esperado do portfólio;  $V$  é a variância da carteira;  $X_i$  é a participação de cada ativo;  $\mu_i$  é o retorno esperado de cada ativo;  $\sigma_{ij}$  é a covariância entre o par de ativos se  $i$  diferente de  $j$  e variância se  $i$  igual a  $j$ .

## 2.4 ÍNDICE DA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO (IBOVESPA)

O Ibovespa é o principal índice de ações da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (ADVFN, 2018). Tem como principal objetivo refletir o desempenho médio das cotações dos ativos de maior representatividade e negociabilidade do mercado acionário brasileiro (IBOVESPA, 2015).

Segundo Oliveira et al. (2011, p.5) “a notoriedade do índice pode ser analisada em termos de liquidez e de capitalização bursátil”. Ou seja, conforme avalia Assaf-Neto (2010), os papéis negociados de empresas incluídas no Ibovespa trazem maior segurança e menor risco ao investidor devido à alta liquidez e à representatividade no mercado brasileiro destas *securities*. Como o objetivo deste trabalho é a gestão de uma carteira direcionada ao pequeno investidor, que historicamente é um investidor mais conservador, convém escolher papéis dentre os figurados no cálculo deste índice.

Salienta-se que três vezes ao ano (de janeiro a abril, de maio a agosto, e de setembro a dezembro) é feita uma reavaliação do portfólio teórico de mercado do Ibovespa, e a qualquer momento pode ser retiradas da participação no cálculo as ações que não contemplarem os requisitos de inclusão assumidos pela metodologia do Ibovespa, assim como novos papéis podem ser incluídos se caso atenderem aos critérios estabelecidos (IBOVESPA, 2015).

Segundo o Manual de definições e procedimentos dos Índices da BM&FBOVESPA, o cálculo do Ibovespa pode ser visto pela Equação 3 (IBOVESPA, 2014, p.6):

$$\text{Índice}(t) = \sum_{i=1}^n P_{i,t} * Q_{i,t} \quad (3)$$

Onde: Índice (t) é o valor do índice no instante t; n é o número total de ativos integrantes da carteira teórica do índice;  $P_{i,t}$  é o último preço do ativo i no instante t;  $Q_{i,t}$  é a quantidade do ativo i na carteira teórica no instante t.

## 2.5 ANÁLISE DE INVESTIMENTO

Um investimento é “um desembolso feito visando gerar um fluxo de benefícios futuros, usualmente superior a um ano” (SOUZA; CLEMENTE, 2004, p.57). Ou seja, a lógica é simples: só se justificam sacrifícios financeiros no presente se ocorrerem ganhos no futuro. Analisar um investimento é compreender a sua viabilidade e atratividade frente a alternativas de investimentos (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 2015). Por isso essa análise faz-se importante para a tomada de decisão gerencial, aplicando recursos sempre com a intenção de otimizar o capital alocado, dando importância aos custos de oportunidade envolvidos.

## 2.6 APLICAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA DE INVESTIMENTOS

Para desenvolvimento este trabalho é de extrema importância encontrar abordagens e métodos utilizados por outros autores na modelagem matemática para otimização de carteiras de investimentos em ativos. Assim, foi realizada uma revisão teórica procurando em outros trabalhos conjunturas e aplicações que se assemelham com o problema de pesquisa deste estudo.

Lopes, Carneiro e Scheneider (2010) investigaram se a aplicação da modelagem quadrática de Markowitz em carteiras selecionadas por *Data Envelopment Analysis* (DEA) gerava rentabilidade superior que as formadas somente através do DEA. Os autores utilizaram o modelo DEA *Assurance Region*, sendo selecionadas para a amostra inicial 732 ações de empresas listadas na BM&FBovespa. Somente as ações que tinham todas as informações disponíveis divulgadas em pregão e que participaram da carteira do Ibovespa entre janeiro de 2006 e dezembro de 2008 foram selecionadas para a amostra final. Os resultados mostraram que as carteiras otimizadas geraram retornos superiores, ou seja, a otimização de Markowitz proporcionou ganhos maiores e, como citam os autores, minimizaram perdas em momentos de maior volatilidade do mercado.

Oliveira et al. (2011) otimizaram uma carteira de investimentos utilizando ações listadas na BM&FBovespa no período de janeiro de 2009 a dezembro de 2011. Foram selecionadas somente as ações que participaram da carteira Ibovespa nesse intervalo de tempo. Após a aplicação do modelo de Markowitz (1952) e a obtenção da carteira otimizada,

verificou-se que seu retorno foi superior à rentabilidade acumulada de índices de mercado no mesmo período.

Júdice, Ribeiro e Santos (2003) desenvolveram uma carteira de investimentos com ativos de renda fixa e de renda variável e otimizaram-na através do modelo desenvolvido por Konno e Yamazaki (1991) para seleção de ativos financeiros. Posteriormente, compararam os resultados obtidos com a otimização clássica postulada por Markowitz. Verificou-se que os resultados foram similares, e os autores afirmaram não haver possibilidade, com base no conjunto de dados analisados, de definir qual método tem desempenho melhor.

Yin e Zhou (2004) utilizaram cadeias finitas de Markov de tempo discreto para prever o preço de ações e minimizaram a variância média através do modelo de Markowitz. Os resultados mostraram que a variância da carteira otimizada foi menor que a dos principais fundos de investimento em índices nos Estados Unidos no mesmo período.

Lintz e Renyi (1999) desenvolveram uma carteira de investimentos através do modelo de Markowitz. Para tal, usaram dois estimadores de volatilidade para prever a oscilação nos preços futuros das ações, tipo I (média móvel igualmente ponderada) e tipo II (média móvel ponderada exponencialmente). Os resultados mostraram que a técnica tipo II não apresentou um bom desempenho na gestão de carteiras.

Silva, Carmona e Lagiola (2011) investigaram se há relação entre risco e as boas práticas de governança corporativa no mercado de ações brasileiro. Para isso, otimizaram através do modelo clássico de Markowitz dois portfólios, um com ativos da carteira de mercado do Ibovespa, e outro com ações somente do Índice de Ações com Governança Corporativa Diferenciada (IGC). Posteriormente, compararam os resultados. Comprovou-se que a carteira otimizada com ativos do IGC tem variância inferior que a do Ibovespa.

Braga (2009) investigou se o modelo de Markowitz, que é baseado em dados históricos, é uma técnica apropriada para planejamento de alocação de recursos no futuro. Ele otimizou três carteiras com ativos selecionados entre os anos de 1999 a 2006, e verificou o desempenho delas em 2007 e 2008. Os dados até 2006 serviram para gerar a carteira otimizada de janeiro de 2007, e então a cada mês os dados eram atualizados e se gerava uma nova carteira otimizada no mês seguinte. Os resultados mostraram que não há garantia de retorno no futuro, com o autor aconselhando outras técnicas para previsão econômica.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos serão abordados em três subseções. A primeira descreve o cenário onde o trabalho será desenvolvido. A segunda enfatiza os métodos que direcionarão a pesquisa, enquanto a última aponta as etapas para atingir o objetivo deste trabalho.

#### 3.1 CENÁRIO

O Sistema Financeiro Nacional (SFN) será o cenário desta pesquisa. Assaf Neto (2010) define que o mercado financeiro é composto de quatro segmentos: mercado monetário, mercado de capitais, mercado de crédito e mercado cambial.

No que tange a este trabalho, o segmento focado é o mercado de capitais, composto no Brasil pela B3 S.A e as plataformas digitais para pequenos investidores. Nestas ocorre a capitalização de empresas que visam, principalmente, lucro ao longo prazo. Pinheiro (2016) salienta que no mercado de capitais há variados perfis de investidores: os que assumem menor risco em suas posições, normalmente os investidores físicos domésticos, e os investidores mais agressivos, como fundos de *hedge* e clubes de investidores profissionais. O presente estudo focará no investidor doméstico.

A plataforma de negócio mais utilizada no Brasil é a BM&FBOVESPA. Por garantir uma plataforma segura e dinâmica de negociação, custódia e liquidação, a BM&FBOVESPA possui a maior fatia de mercado dentre os intermediadores do mercado de capitais. Todas as maiores empresas do Brasil com níveis diferenciados de governança corporativa estão listadas na bolsa, e por possuírem alto índice de liquidez, serão delas as ações utilizadas no presente trabalho.

#### 3.2 MÉTODO DE PESQUISA

Segundo Lakatos e Marconi (2003, p.221) a “especificação da metodologia da pesquisa é a que abrange maior número de itens, pois responde, a um só tempo, às questões como?, com quê?, onde?, quanto?”. Ou seja, devem-se responder quais os caminhos a serem tomados para chegar a um fim específico, conforme cita Galliano (1977, p.21): “Método é uma orientação geral, constituída por um conjunto de etapas, ordenadamente dispostas, a serem vencidas na investigação da verdade, no estudo de uma ciência ou para alcançar determinado fim”.

Para Gil (2002) a pesquisa pode ser classificada com base em sua natureza, abordagem, objetivos e procedimentos técnicos utilizados. Adotando esta divisão, a presente pesquisa é classificada conforme a Tabela 1, onde estão destacadas em negrito e sublinhadas as classificações correspondentes deste trabalho.

Tabela 1 – Classificações da presente pesquisa científica.

<b>Natureza</b>	<b>Abordagem</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Procedimentos técnicos</b>
Básica	<b>Quantitativa</b>	Exploratória	Bibliográfica
<b>Aplicada</b>	Qualitativa	<b>Descritiva</b>	Documental
		Explicativa	Experimental
			<b>Modelagem e simulação</b>
			Levantamento
			Pesquisa de campo
			Estudo de caso
			Pesquisa ação
			Pesquisa participante

Fonte: Adaptado de Gil (2002).

a) Quanto à natureza: aplicada, pois objetiva-se gerar conhecimentos para aplicação prática, gerando uma solução ao problema dos pequenos investidores inseridos no mercado acionário brasileiro. Oliveira (2011) estabelece que uma pesquisa de natureza aplicada deve ser direcionada a solução de uma indagação específica. Neste trabalho a questão é se há viabilidade econômica para o pequeno investidor migrar da renda fixa para a variável, considerando que ele utilize métodos de programação matemática para mitigação de riscos e para a otimização dos resultados de sua carteira de investimentos.

b) Quanto à abordagem: quantitativa. Gerhardt e Silveira (2009, p.34) esclarecem,

A abordagem quantitativa utiliza procedimentos estruturados e instrumentos formais para coleta de dados, coleta os dados mediante condições de controle, enfatiza a objetividade na coleta e análise dos dados e analisa os dados numéricos através de procedimentos estatísticos.

A presente pesquisa corresponde às definições expostas.

c) Quanto aos objetivos: descritiva. Volpato (2015) define que a pesquisa descritiva procura expor, interpretar e classificar alguns fatos ou fenômenos, fazendo a análise mais precisa possível. Não há interferência nos dados coletados, e sim apenas a descrição deles (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). A presente pesquisa enquadra-se com estas definições, pois objetiva interpretar dados já existentes e esclarecer sobre a eficácia de modelos matemáticos na gestão de ativos.

d) Quanto aos procedimentos técnicos: o primeiro procedimento utilizado será a revisão bibliográfica, analisando os modelos de programação matemática e as ferramentas de análise de investimento disponíveis na literatura técnica. Posteriormente, será utilizada a modelagem matemática para a obtenção de uma carteira otimizada. Modelos quantitativos de otimização de carteiras têm grande notoriedade nas finanças em virtude de sua aplicabilidade prática na alocação e gestão de recursos (SANTOS; TESSARI, 2012).

### 3.3 ETAPAS DE PESQUISA

O desenvolvimento das etapas se deu através da utilização dos métodos apresentados na seção 3.2. A primeira etapa possui caráter predominantemente teórico e consistiu em uma revisão da bibliografia existente e em uma verificação do estado da arte nesta área do conhecimento. Foi realizada a análise de modelos quantitativos de otimização de carteiras de ações, todos feitos no encaixe do modelo básico postulado por Markowitz (1952).

Posteriormente, foram coletados os dados de cotação histórica das ações de empresas presentes em todas as seis últimas revisões do cálculo do Ibovespa, compreendendo o período de 04 de janeiro de 2016 a 28 de fevereiro de 2018. Para obtenção dos dados, foi utilizada a ferramenta ECONOMÁTICA®.

Com a finalidade de mitigar riscos de liquidez, o portfólio foi composto de papéis de alta liquidez comercializados na BM&FBOVESPA. Para isso, foram escolhidas somente ações que fazem parte do cálculo do Índice Bovespa, e, restritamente, aquelas que compuseram a base de cálculo das seis últimas revisões. O Quadro 1 apresenta as ações escolhidas para a otimização da carteira de investimentos.

A terceira parte consistiu na seleção de um modelo e, consecutivamente, sua aplicação para otimização dos dados coletados. A ferramenta utilizada para a otimização dos dados foi o Solver do Microsoft Office Excel. Segundo Corrar, Theóphilo e Bergmann (2004), planilhas eletrônicas que possuem recurso de otimização como o Solver podem simplificar os procedimentos necessários para a formação de portfólios de investimentos para um investidor doméstico.

Por último, foi analisado o resultado da carteira otimizada, comparando a sua rentabilidade com a de produtos de renda fixa comercializados pelo Tesouro Nacional e por instituições financeiras privadas.



Quadro 1 – Ações escolhidas para a otimização do portfólio de investimentos.

Nº	Nome da empresa	Código de negociação do papel	Nº	Nome da empresa	Código de negociação do papel
1	Ambev S/A	ABEV3	26	Itaú S/A	ITSA4
2	Banco do Brasil S/A	BBAS3	27	Itaú Unibanco S/A	ITUB4
3	Bradesco S/A (a)	BBDC3	28	JBS S/A	JBSS3
4	Bradesco S/A (b)	BBDC4	29	Klabin S/A	KLBN11
5	BB Seguridade S/A	BBSE3	30	Kroton S/A	KROT3
6	Bradespar S/A	BRAP4	31	Lojas Americanas S/A	LAME4
7	BRF S/A	BRFS3	32	Lojas Renner S/A	LREN3
8	Braskem S/A	BRKM5	33	Marfrig S/A	MRF33
9	BRMalls S/A	BRML3	34	MRV S/A	MRVE3
10	CCR S/A	CCRO3	35	Multiplan S/A	MULT3
11	Cielo S/A	CIEL3	36	Natura S/A	NATU3
12	CEMIG S/A	CMIG4	37	GPA S/A	PCAR4
13	CPFL S/A	CPFE3	38	Petrobrás S/A	PETR3
14	Copel S/A	CPL6	39	Petrobrás S/A	PETR4
15	Cosan S/A	CSAN3	40	Qualicorp S/A	QUAL3
16	Cyrela S/A	CYRE3	41	Raia Drogasil S/A	RADL3
17	EcoRodovias S/A	ECOR3	42	Localiza S/A	RENT3
18	Embraer S/A	EMBR3	43	Santander S/A	SANB11
19	EDP S/A	ENBR3	44	Sabesp S/A	SBSP3
20	Equatorial S/A	EQTL3	45	Tim S/A	TIMP3
21	Estácio S/A	ESTC3	46	Ultrapar S/A	UGPA3
22	Fibria S/A	FIBR3	47	Usiminas S/A	USIM5
23	Gerdau S/A	GGBR4	48	Vale S/A	VALE3
24	Hypera S/A	HYPE3	49	Telefônica Brasil S/A	VIVT4
25	Metalúrgica Gerdau S/A	GOAU4			

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os produtos financeiros de renda fixa utilizados para a etapa de comparação estão apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Produtos de renda fixa utilizados para a comparação de rentabilidade.

Nº	Nome do produto	Tipo de rentabilidade
1	Letra do Tesouro Nacional (LTN)	Pré-fixada
2	Certificado de Depósito Bancário (CDB)	Pós-fixada
3	Nota do Tesouro Nacional Série F (NTN-F)	Pré-fixada
4	Nota do Tesouro Nacional Série B (NTN-B)	Pré-fixada
5	Letra Financeira do Tesouro (LFT)	Pós-fixada

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018).

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção abordará sobre o desenvolvimento aplicado da pesquisa, que está dividida ao longo de cinco subseções. Primeiramente, será exposto o método de cálculo para o retorno histórico das ações escolhidas para o processo de otimização da carteira e os resultados obtidos. Posteriormente, será apresentada a matriz de covariância criada, que relaciona a

variação de retorno conjunta entre os ativos. A terceira subseção apresentará o processo de otimização da carteira na ferramenta Solver, aplicando os modelos de programação quadrática escolhidos na literatura financeira. Na subseção seguinte é mostrado o comparativo do retorno obtido pela carteira otimizada com o retorno dos produtos financeiros de renda fixa definidos na subseção 3.3. Concomitantemente, foi realizada uma comparação do retorno da carteira otimizada com o retorno histórico de índices da BM&FBovespa. O período dos dados históricos coletados é do dia 04 de janeiro de 2016 ao dia 28 de fevereiro de 2018. Por fim, na última subseção, é apresentada a discussão dos resultados obtidos.

#### 4.1 RETORNO HISTÓRICO DAS AÇÕES

As cotações históricas das ações potenciais à compor o portfólio de investimentos foram obtidas na ECONOMÁTICA®, plataforma que possui o maior banco de dados sobre o mercado financeiro da América Latina. Assaf-Neto (2010) ressalta que várias plataformas corroboram no trabalho do investidor ao disponibilizar dados históricos sobre o mercado acionário, cabendo ao investidor servir-se da que mais se adapta às suas necessidades e facilita o seu trabalho.

Para o cálculo da rentabilidade foi empregada a Equação 4 (CASAROTTO FILHO; KOPITTKKE, 2010). Ela define que o rendimento de uma ação em um determinado período dar-se-á através de suas variações de preço neste período:

$$R_{i\%} = \frac{P_{it1} - P_{it0}}{P_{it0}} \quad (4)$$

Onde:  $R_{i\%}$  é a rentabilidade percentual do  $i$ -ésimo ativo;  $P_{it0}$  é o preço do  $i$ -ésimo ativo na data  $t_0$ ;  $P_{it1}$  é o preço do  $i$ -ésimo ativo na data  $t_1$ .

O rendimento analisado é mensal, e os preços  $P_{it0}$  e  $P_{it1}$  equivalem aos preços médios de venda do papel no primeiro dia útil do mês e no último dia útil do mês, respectivamente. Como os dados coletados equivalem à cotação histórica de ações em um intervalo de 26 meses, para cada uma das 49 ações escolhidas foi realizado o cálculo da rentabilidade dos 26 períodos (meses) de análise contido no intervalo. Como resultado desta etapa, que foi desenvolvida através de uma planilha eletrônica, tem-se a tabela de retorno dos ativos, conforme mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Retorno dos ativos.

Mês	AmBev S/A	Banco do Brasil S/A	Bradesco S/A (a)	Bradesco S/A (b)	BB Seguridade S/A
jan/16	6,22837%	-5,62891%	-3,66155%	-6,20074%	-2,74443%
fev/16	-3,33151%	-2,30880%	18,26531%	15,55312%	4,08954%
mar/16	3,81637%	41,34478%	26,65549%	24,56462%	18,21798%
abr/16	2,60085%	11,34752%	-7,92403%	-5,12821%	2,88066%
mai/16	-2,15385%	-24,18240%	-10,88214%	-9,37008%	-7,72605%
jun/16	-0,93897%	2,98598%	8,58179%	9,06736%	3,39985%
jul/16	-1,61880%	22,45018%	7,72059%	10,43956%	8,17656%
ago/16	1,10935%	11,61352%	-1,32203%	1,64508%	-3,59855%
set/16	1,68971%	-0,60870%	-2,57025%	3,18891%	1,21212%
out/16	-4,25532%	24,95697%	11,94612%	12,20007%	5,21624%
nov/16	-6,86116%	0,35137%	-6,08892%	-9,05199%	-10,30862%
dez/16	-2,39664%	2,53770%	4,69145%	1,37131%	4,36391%
jan/17	4,26309%	11,38417%	10,99205%	13,63795%	-0,88621%
fev/17	3,34680%	5,11924%	1,11593%	1,55157%	3,71439%
mar/17	1,67131%	1,55595%	1,02772%	-2,25428%	2,33206%
abr/17	1,10558%	-3,41981%	0,43263%	2,40000%	1,23330%
mai/17	1,02536%	-15,02667%	-10,88458%	-11,37456%	-1,97258%
jun/17	-1,66220%	-5,43977%	2,37741%	2,18341%	-4,51505%
jul/17	5,03282%	6,13452%	7,97258%	6,75916%	-2,10039%
ago/17	3,32813%	5,09054%	7,11214%	10,04596%	1,02264%
set/17	5,84677%	10,62283%	1,15396%	1,98135%	1,67677%
out/17	1,45208%	-0,40149%	-2,65118%	-1,22124%	-1,94621%
nov/17	-2,37982%	-11,66715%	-5,31250%	-4,46271%	-3,55987%
dez/17	4,36061%	5,18373%	5,17639%	3,91010%	5,63380%
jan/18	0,45537%	5,34079%	-6,95484%	-4,89174%	-4,54248%
fev/18	1,99721%	21,92248%	23,38462%	19,59719%	10,31002%
RETORNO MÉDIO ( $\mu$ i)	0,912752%	4,663790%	3,090545%	3,313122%	1,137669%
DESVIO PADRÃO	3,295406%	13,335665%	9,703592%	9,116592%	5,882387%
AMPLITUDE	13,08953%	65,52718%	37,54007%	35,93918%	28,52660%

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A Tabela 2 demonstra o retorno mensal entre o período de 4 de janeiro de 2016 a 28 de fevereiro de 2018 dos ativos candidatos a compor a carteira otimizada. Com o uso do Excel, foi feito o cálculo do retorno médio mensal, do desvio padrão e da amplitude do retorno das 49 ações selecionadas. Em razão de falta de espaço físico neste texto, a Tabela 2 expõe apenas os resultados de cinco dos 49 ativos.

## 4.2 MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DOS ATIVOS

Conforme definido na subseção 2.3, a variância do retorno de uma carteira não é dada pela soma da dispersão dos retornos de cada um dos ativos ponderada pela sua participação, mas sim pela relação de covariância e variância conjunta dos ativos. O passo anterior à aplicação do modelo de otimização é, então, calcular a covariância entre todos os ativos escolhidos e definir a dispersão entre os retornos dos próprios ativos. Para isso, foi feita a matriz de covariância e variância dos ativos com base no modelo apresentado por Ross, Westerfield e Jaffe (2015), exposto na Tabela 3.

Tabela 3 – Modelo de matriz de covariância e variância dos ativos usado no processo de otimização da carteira de ações.

Ação	1	2	3	...	N
1	$X_1^2 \sigma_1^2$	$X_1 X_2 \text{Cov}(R_1, R_2)$	$X_1 X_3 \text{Cov}(R_1, R_3)$		$X_1 X_N \text{Cov}(R_1, R_N)$
2	$X_2 X_1 \text{Cov}(R_2, R_1)$	$X_2^2 \sigma_2^2$	$X_2 X_1 \text{Cov}(R_2, R_1)$		$X_2 X_N \text{Cov}(R_2, R_N)$
3	$X_3 X_1 \text{Cov}(R_3, R_1)$	$X_3 X_2 \text{Cov}(R_3, R_2)$	$X_3^2 \sigma_3^2$		$X_3 X_N \text{Cov}(R_3, R_N)$
.					
.					
.					
N	$X_N X_1 \text{Cov}(R_N, R_1)$	$X_N X_2 \text{Cov}(R_N, R_2)$	$X_N X_3 \text{Cov}(R_N, R_3)$		$X_N^2 \sigma_N^2$

Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe (2015).

Onde:  $\sigma_i$  é o desvio-padrão dos retornos do ativo  $i$ ;  $\text{Cov}(R_i, R_j)$  é a covariância entre os retornos da ação  $i$  e da ação  $j$ .

Percebe-se, pelo modelo exposto, que as diagonais da matriz são iguais aos pesos de participação de um único ativo multiplicado pela sua variância (ou desvio-padrão ao quadrado) e os termos restantes, fora da diagonal, são as multiplicações do peso de participação de dois ativos com a covariância entre esses ativos.

A Matriz de Variância e Covariância foi implementada através do Microsoft Excel utilizando a função =COVAR.P, e é apresentada na Tabela 4.

Os resultados expostos na Tabela 4 demonstram a covariância de uma parcela dos ativos selecionados para a otimização da carteira. Os resultados negativos demonstram correlação inversa, ou seja, quando o preço do ativo  $i$  sobe o preço do ativo  $j$  cai e vice-versa. Os resultados positivos demonstram correlação direta, ou seja, quando o preço do ativo  $i$  sobe o preço do ativo  $j$  também sobe. Destaca-se que os resultados expostos não exprimem relação de causalidade.

Tabela 4 – Matriz de Variância e Covariância implementada em planilha eletrônica.

<b>Ativo i/ Ativo j</b>	<b>AmBev S/A</b>	<b>Banco do Brasil S/A</b>	<b>Bradesco S/A (a)</b>	<b>Bradesco S/A (b)</b>	<b>BB Seguridade S/A</b>
AmBev S/A	0,104%	0,086%	0,032%	0,042%	0,049%
Banco do Brasil S/A	0,086%	1,710%	0,891%	0,871%	0,568%
Bradesco S/A (a)	0,032%	0,891%	0,905%	0,823%	0,425%
Bradesco S/A (b)	0,042%	0,871%	0,823%	0,799%	0,397%
BB Seguridade S/A	0,049%	0,568%	0,425%	0,397%	0,333%

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As ações da AmBev e da BB Seguridade têm relação inversa de preço, e os preços de suas ações tendem a se mover em direções contrárias. As ações preferenciais da Bradesco – Bradesco S/A (b) – e as ações ordinárias da BB Seguridade têm relação direta, e os preços de suas ações tendem a se mover na mesma direção. Quanto maior o valor da covariância, maior a correlação entre os ativos. Logo, as ações preferenciais da Bradesco e da BB Seguridade têm maior correlação que a correlação das ações da AmBev e da BB Seguridade.

A covariância entre o restante dos ativos não foi exposta na Tabela 4 em razão de falta de espaço físico neste texto.

### 4.3 OTIMIZAÇÃO DA CARTEIRA DE AÇÕES

Para melhor entendimento, o processo de otimização do portfólio de ações será dividido em duas partes: maximização da relação retorno/risco e minimização da variância dado um retorno. Na primeira parte são expostos os resultados, demonstrando o modelo matemático aplicado na maximização. Na segunda parte, comparam-se os resultados da aplicação de uma modelagem de minimização da variância com os da maximização da relação retorno/risco.

#### 4.3.1 Otimização através da maximização da relação retorno/risco

Para buscar um resultado otimizado que pondere tanto o risco do investimento quanto o retorno esperado, é habitual maximizar a relação retorno/risco do portfólio. O problema de otimização é dado pelas Equações 5, Equação 6 e Equação 7 (OLIVEIRA ET AL., 2011).

$$\text{Maximize } r_p = \sum_{j=1}^{49} X_j \cdot r_j \quad (5)$$

Onde:  $r_p$  é o retorno médio da carteira;  $X_j$  é a proporção do valor total da carteira aplicado no ativo  $j$ ;  $r_j$  é o retorno do ativo  $j$ . A maximização de  $r_p$  está sujeita a três restrições, que são  $X_j \geq 0$ ,  $X_j \leq 1$  e  $\sum_{j=1}^{49} X_j = 1$ , sendo  $j = 1, 2, \dots, 49$ .

$$\text{Minimize } \sigma_p = \left( \sum_{i=1}^{49} \sum_{j=1}^{49} X_i \cdot X_j \cdot Cov_{ij} \right)^{1/2} \quad (6)$$

Onde:  $Cov_{ij}$  é a covariância entre os ativos  $i$  e  $j$ . A minimização de  $\sigma_p$  está sujeita a três restrições. São elas:  $X_j \geq 0$ ,  $X_j \leq 1$  e  $\sum_{j=1}^{49} X_j = 1$ , sendo  $i$  e  $j = 1, 2, \dots, 49$ .

$$\text{Maximize } RRR = \frac{\sum_{j=1}^{49} X_j \cdot r_j}{\left( \sum_{i=1}^{49} \sum_{j=1}^{49} X_i \cdot X_j \cdot Cov_{ij} \right)^{1/2}} \quad (7)$$

A maximização da relação retorno/risco (RRR), demonstrada na Equação 7, foi realizada utilizando o suplemento Solver do Microsoft Office Excel. Ela está sujeita a três restrições, que são:

- a)  $X_j \geq 0$ : a proporção do ativo  $j$  na carteira não pode assumir valor negativo;
- b)  $X_j \leq 1$ : a proporção do ativo  $j$  na carteira não pode assumir valor maior que o da carteira;
- c)  $\sum_{j=1}^{49} X_j = 1$ , sendo  $i$  e  $j = 1, 2, \dots, 49$ : a soma das proporções dos ativos contidos na carteira deve ser igual ao valor da carteira.

O resultado otimizado é exposto na Tabela 5, organizada por ordem decrescente de participação do ativo na carteira. O desvio-padrão médio mensal da carteira (risco mensal médio assumido pelo investidor) foi de 2,09%, e o retorno mensal médio da carteira foi de 2,65%. A relação retorno/risco, também conhecida como Índice de Sharpe, foi de 126,89%.

Segundo Corrar, Theóphilo e Bergmann (2004), o suplemento Solver usa o algoritmo denominado *Generalized Reduced Gradient* (GRG) para encontrar a solução ótima quando as iterações são esgotadas. O Solver encontrou para a solução ótima os 14 produtos listados na Tabela 5, sendo que as outras ações candidatas não foram selecionadas para compor a carteira. Pela análise do resultado, verifica-se que a solução do Solver sugere que a carteira com melhor relação retorno/risco é formada em sua maior parte pelas ações ordinárias da Sabesp S/A, Raia Drogasil S/A e da Fibria S/A, que juntas formam 60,10% do valor da carteira.

Tabela 5 – Carteira otimizada através da maximização da relação retorno/risco (RRR).

Nº	Companhia	Código	Participação
1	Sabesp S/A	SBSP3	25,87%
2	Raia Drogasil S/A	RADL3	18,50%
3	Fibria S/A	FIBR3	15,73%
4	Equatorial S/A	EQTL3	7,95%
5	CPFL Energia S/A	CPFE3	6,50%
6	Braskem S/A	BRKM5	6,24%
7	Qualicorp S/A	QUAL3	5,80%
8	Marfrig S/A	MRFG3	3,25%
9	EcoRodovias S/A	ECOR3	2,89%
10	Estácio S/A	ESTC3	2,64%
11	Gerdaul S/A	GGBR4	2,61%
12	Ambev S/A	ABEV3	1,47%
13	JBS S/A	JBSS3	0,49%
14	Bradespar S/A	BRAP4	0,05%
<b>TOTAL</b>			<b>100,00%</b>
RISCO MÉDIO MENSAL			2,09%
RETORNO MÉDIO MENSAL			2,65%
RRR			126,89%

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

#### 4.3.2 Otimização através da minimização da variância dado um determinado retorno

Esta etapa foi realizada com o objetivo de colocar em prova a assertividade dos resultados expostos na subseção 4.3.1, ratificando-os se caso forem iguais aos demonstrados através do uso da Equação 8 (LOPES; CARNEIRO; SCHENEIDER, 2010).

$$\text{Minimize Variância}_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Cov_{ij} \cdot X_i \cdot X_j \quad (8)$$

A minimização da variância da carteira ( $Variância_p$ ) está sujeita a três restrições, sendo elas:

a)  $\sum_{i=1}^n X_i = 1$ : a soma das proporções dos ativos contidos na carteira deve ser igual ao valor da carteira;

b)  $E = \sum_{i=1}^n X_i \cdot \mu_i = E\%$ : a soma dos retornos de cada ativo deve ser igual ao retorno da carteira. O retorno da carteira, por vez, deve ser igual ao nível de retorno desejado  $E\%$ ;

c)  $X_i \geq 0$ : as proporções dos ativos na carteira não podem assumir valores negativos.

Assim, a tabela de retornos e a matriz de variância e covariância foram recalculadas para os mesmos dados de cotação das ações. Depois se fez a otimização no Solver através desse modelo, que é a minimização da variância da carteira para um dado retorno desejado. O retorno desejado foi igual a 2,65% ao mês, advindo da maximização RRR anteriormente calculada.

Os resultados dessa modelagem foram iguais aos observados na maximização RRR. Portanto, é validada a carteira otimizada para o período determinado nesta pesquisa.

#### 4.4 COMPARATIVO COM PRODUTOS DE RENDA FIXA E ÍNDICES DE MERCADO

Para analisar a atratividade da carteira otimizada frente a investimentos de baixo risco, foi realizado um comparativo da rentabilidade mensal do portfólio com alguns investimentos em renda fixa, todos expostos no Quadro 2. O período de análise foi entre 04 de janeiro de 2016 a 28 de fevereiro de 2018, mesmo período utilizado para a otimização da carteira.

A Letra do Tesouro Nacional (LTN), título público de menor risco existente no mercado, remunerou no acumulado 0,87% ao mês. Convém ressaltar que nesta pesquisa não foi considerada a possibilidade de resgate antes do vencimento, pois nesse tipo de operação, muito usada por especuladores, há risco de mercado devido à sensibilidade do preço do título e a variação na taxa de juros básica da economia. Logo, como se trata de um título público federal, onde há risco praticamente nulo de inadimplência e de liquidez, o único risco que pode ser assumido pelo investidor ao aplicar em LTN é o risco de mercado, que também se torna nulo ao recuperar o montante apenas na data de vencimento. O mesmo se aplica a todos os outros títulos financeiros comercializados pelo Tesouro Nacional.

A Nota do Tesouro Nacional Série B (NTN-B), ou Tesouro IPCA+, rendeu no acumulado 0,43% ao mês. A baixa rentabilidade acumulada é devida à queda abrupta da inflação no período, pois a rentabilidade do título é indexada ao IPCA. A Letra Financeira do Tesouro (LFT), ou Tesouro Direto Selic, rendeu no acumulado 0,94% a.m., e foi a maior rentabilidade dentre os títulos públicos. Esse fato deve-se primordialmente a taxa de juros SELIC, que foi alta nos meados de 2016. Por fim, o último título público, a Nota do Tesouro Nacional Série F (NTN-F), ou Tesouro Direto com *bond* semestral, teve rentabilidade acumulada de 0,88% ao mês. Seu valor parecido com a LTN é devido ao tipo de rentabilidade deste, pois é prefixada a mesma taxa, diferindo apenas nos cupons semestrais oferecidos pela NTN-F.

No mercado de títulos privados, o Certificado de Depósito Bancário (CDB) ofertado pela AgiBank S.A., instituição financeira brasileira, oferecia 122% do CDI na data de vencimento. Foi a instituição que maior rentabilidade ofereceu dentre os CDB's pesquisados, rendendo no acumulado 1,11% ao mês. Por se tratar de capitalização privada, há incluso na operação o risco de crédito e de liquidez, por isso a rentabilidade maior que os títulos públicos federais. A Tabela 6 expõe de maneira sucinta os resultados descritos anteriormente.



Tabela 6 – Rentabilidade acumulada dos produtos de renda fixa.

Quantidade	Título	Rentabilidade acumulada
1	Letra do Tesouro Nacional (LTN)	0,87% ao mês
2	Certificado de Depósito Bancário (CDB)	1,11% ao mês
3	Nota do Tesouro Nacional Série F (NTN-F)	0,88% ao mês
4	Nota do Tesouro Nacional Série B (NTN-B)	0,43% ao mês
5	Letra Financeira do Tesouro (LFT)	0,94% ao mês

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Uma alternativa de investimento no mercado acionário para pequenos investidores são os fundos de índices, ou também conhecidos como fundos mútuos. Eles remuneram conforme o desempenho do mercado e sempre estão atrelados aos resultados dos índices da BM&FBovespa. Na Tabela 7 é exposto a performance no período de quatro grandes índices existentes na Bolsa de Valores de São Paulo.

Tabela 7 – Índices da Bolsa de Valores de São Paulo.

Quantidade	Índice	Código	Retorno médio diário
1	Índice Bovespa	IBOV	0,137%
2	Índice Imobiliário	IMOB	0,111%
3	Índice de Ações com Governança Corporativa Diferenciada	ICG	0,128%
4	Índice Brasil 50	IBrX50	0,135%

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O Índice Bovespa (Ibovespa) e o Índice Brasil 50 (IBrX50) fazem parte dos índices amplos, frequentemente usados como parâmetro para análises performáticas de carteiras e de fundos de investimentos. Seus retornos médios diários foram, respectivamente, 0,137% e 0,135%.

O Índice Imobiliário (IMOB) é o principal índice setorial do país, e mede a atratividade do setor imobiliário. É muito usado por fundos de investimento imobiliário, e seu retorno médio diário foi de 0,111%. Por fim, o principal índice de governança, o IGC, avalia o desempenho das empresas com melhores práticas de gestão do país, e seu retorno diário foi de 0,128%.

#### 4.5 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

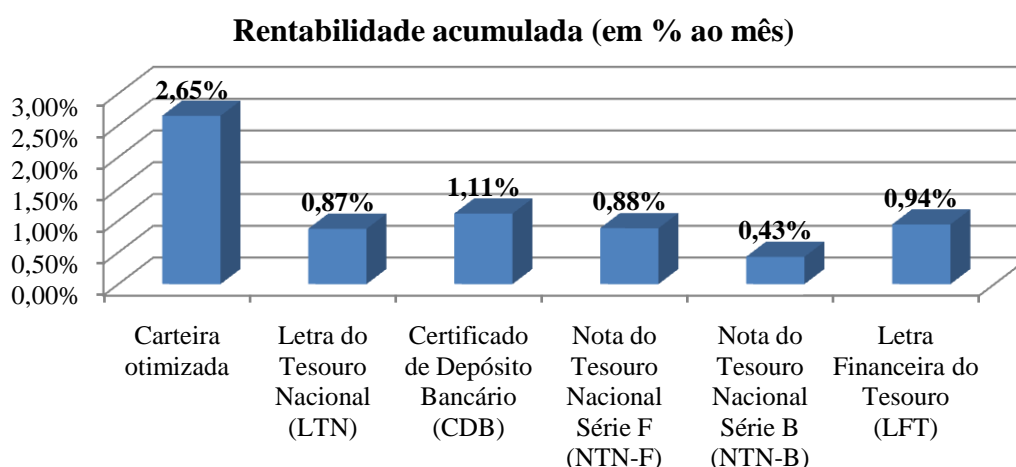
Na Figura 2 é exposto um gráfico que mostra a rentabilidade mensal acumulada da carteira otimizada e dos produtos de renda fixa no período de 04 de janeiro de 2016 a 28 de fevereiro de 2018. É evidenciada a atratividade da carteira otimizada pelo modelo de Markowitz (1952) frente aos investimentos em renda fixa, pois o retorno obtido pela carteira

de ações foi superior ao dobro do retorno obtido pelo título de renda fixa de maior rentabilidade, o CDB da Agibank.

A média do desvio padrão mensal do portfólio, ou o risco mensal assumido pelo investidor, foi de 2,09%, um valor abaixo da média assumida pelo investidor no mercado de risco. Fundos multimercado com *Value at Risk* em torno de 5% a 8% são considerados de baixíssimo risco (ASSAF-NETO; LIMA, 2013).

O baixo risco da carteira otimizada neste trabalho deve-se a escolha de ações consolidadas na BM&Bovespa, que têm baixa volatilidade e altíssima liquidez. Estas ações, conhecidas como *blue chips*, oferecem menores retornos no curto prazo aos investidores, porém tem o benefício de não serem voláteis, assim atraindo os investidores mais conservadores.

Figura 2 – Rentabilidade mensal acumulada dos investimentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

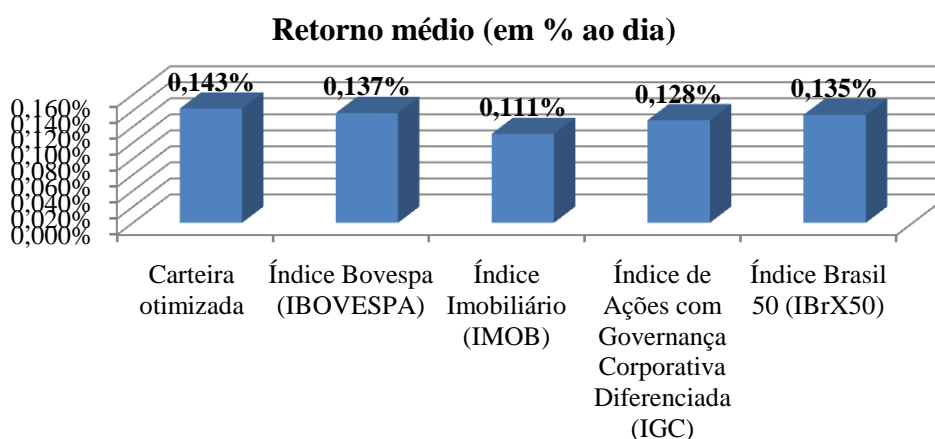
Em uma reportagem de janeiro da Infomoney (2018), a XP Investimentos alavancou os 10 fundos de ações com melhores performances no ano de 2017, e todos eles tiveram volatilidade acumulada entre 20% e 40%. Portanto, a carteira otimizada neste trabalho serve ao perfil do investidor doméstico conservador, aquele que assume riscos discretos em seus investimentos.

Para perfis de investidores mais agressivos, dispostos a assumir riscos mais elevados, o modelo de Markowitz também é eficiente. Dado um determinado retorno, o investidor pode minimizar o risco através da programação quadrática apresentada e assim criar a fronteira

eficiente. Com ela, o investidor seleciona ações mais rentáveis e voláteis e cria uma carteira voltada para o seu perfil mais agressivo de investimento.

Em comparação com o resultado dos índices da BM&FBovespa, a carteira otimizada também se mostrou atrativa, como mostra o gráfico da Figura 3.

Figura 3 – Retorno médio diário da carteira otimizada e dos índices de mercado da BM&FBovespa.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O retorno médio diário da carteira otimizada foi de 0,143%, valor esse, acima da rentabilidade diária dos índices de mercado. Assim, considerando a análise dos dados históricos no período de janeiro de 2016 a fevereiro de 2018, o portfólio obteve melhor performance que os fundos de índice. Salienta-se que a otimização propôs a minimização do risco assumido pelo investidor, logo a carteira assumi variância menor que a dos índices. Isso se deve ao fato de que a modelagem corrobora a escolha de ações que tem uma forte correlação negativa entre si. Assim, no mesmo período, os efeitos negativos de uma ação são anulados pelos retornos positivos de outra ação.

## 5 CONCLUSÃO

O presente estudo teve como objetivo otimizar um portfólio de ações com ativos de baixo risco de liquidez comercializados na BM&FBovespa. Posteriormente, o objetivo foi comparar o retorno financeiro do portfólio com o de ativos de renda fixa negociados pelo

Tesouro Nacional e por instituições financeiras privadas. Foi investigado se o mercado acionário era mais atrativo economicamente para o pequeno investidor, considerando que o mesmo não se exponha a altos riscos e que utilize no seu cotidiano técnicas de otimização de ganhos na seleção de ativos para compor a carteira.

Diante do exposto, foi possível responder a pergunta que alicerçou o desenvolvimento deste trabalho: sim, é viável economicamente para o pequeno investidor, historicamente de perfil conservador, migrar da renda fixa para a variável. Entretanto, essa afirmação é feita com base nos dados históricos analisados, ou seja, se a taxa básica de juros da economia se manter em tendência de redução, ou mesmo de manutenção nos níveis atuais.

Salienta-se que a otimização na seleção dos ativos foi fundamental para os resultados atingidos. Sendo assim, só é possível afirmar que há viabilidade econômica com base na rentabilidade atingida pela carteira otimizada. Carteiras não diversificadas podem comprometer o planejamento financeiro dos investidores domésticos, e podem não ser atrativos diante dos demasiados riscos assumidos.

Deve-se ressaltar que a rentabilidade presente não é garantia de rentabilidade futura, visto que o desempenho de uma carteira, além de se basear em dados passados, considera outras variáveis. Portanto, a pesquisa deixa lacunas para próximos estudos, como a atualização desta carteira utilizando técnicas de previsão econômica ou de simulação de cenários. A finalidade seria prever no longo prazo a movimentação de preços no mercado acionário e melhorar o desempenho da carteira ao longo do tempo devido ao acúmulo de dados históricos. Modelos heterocedásticos como GARCH e simulações de Monte Carlo corroborariam para esse propósito.

Por fim, a carteira otimizada, ao ser comparada com índices de mercado da BM&FBovespa, mostrou-se de maior retorno e de menor risco. Comprova-se então a importância da seleção de ativos de alta liquidez e de baixa volatilidade aos investidores que não querem assumir riscos elevados.

## REFERÊNCIAS

- ASSAF, A. N. **Mercado financeiro**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- ASSAF, A. N. **Investimento em Ações Guia Teórico e Prático**. 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- BARCELOS, F. B., PACHECO, M. A., HAMACHER, S. Determinação da fronteira de eficiência através da estratégia de Pareto: aplicação em carteiras de projetos de petróleo e gás. **RICA: Revista Inteligência Computacional Aplicada**, nº 2. Disponível em: <<http://publique.rdc.pucrio.br/rica/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=46&sid=13>>. Acesso em: 22 jul. 2017.
- BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco**. Editora Campus, 2ª Edição, 1997.
- BRAGA, L. M. **Otimização de carteiras: testando a forma fraca de eficiência do mercado brasileiro**. 31f. Trabalho de conclusão de curso (Especialização em Mercado de Capitais) – Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, 2009.
- CASAROTTO, FILHO, N.; KOPITTKKE, B. H. **Análise de investimentos**. 11. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- Chrystiane Silva. Lucas Hirata. **Investidor pode migrar de renda fixa para bolsa**. [internet]. Disponível *on-line* em: <<http://www.valor.com.br/financas/5131520/investidor-pode-migrar-de-renda-fixa-para-bolsa>> Acesso em: 26 abr. 2018.
- COPELAND, T. KOLLER, T.; MURRIN, J. **Avaliação de Empresas**. São Paulo: Editora Makron Books, 2006.
- CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R.; BERGMANN, D. R. Programação linear. In: CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (Org). **Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria**. São Paulo: Atlas, 2004.
- DUARTE, A. M. J. **Gestão de riscos para fundos de investimento**. São Paulo: Prentice Hall Brasil, 2005.
- EPE (Org.). Empresa de Pesquisa Energética. **Séries Estudos Econômicos. Nota Técnica de 08/16: Caracterização do cenário macroeconômico para os próximos 10 anos (2016-2025)**. 2016. Disponível em: <[http://www.epe.gov.br/mercado/Documents/Série Estudos de Energia/DEA 08-16 -Cenário macroeconômico 2016-2025.pdf](http://www.epe.gov.br/mercado/Documents/Série%20Estudos%20de%20Energia/DEA%2008-16%20-%20Cenário%20macroeconômico%202016-2025.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.
- EPE. Caracterização do Cenário Macroeconômico para os próximos 10 anos (2017-2026). **Séries Estudos Econômicos**. Disponível em: <[http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20009-17%20-%20Cen%C3%A1rio%20macroecon%C3%B4mico\\_2017-2026\\_VF\[1\].pdf#search=CEN%C3%81RIOS%20MACROECON%C3%94MICOS](http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20009-17%20-%20Cen%C3%A1rio%20macroecon%C3%B4mico_2017-2026_VF[1].pdf#search=CEN%C3%81RIOS%20MACROECON%C3%94MICOS)> Acesso em: 18 mar. 2018.

GALLIANO, A. G. (Org.) **Método científico**: teoria e prática. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977.

GERHARDT, T; SILVEIRA, D. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GITMAN, Laurence J.. **Princípios de administração financeira**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

GONÇALVES JR, C.; PAMPLONA, E. DE O.; MONTEVECHI, J. A. **Seleção de Carteiras Através do Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores (Com o Uso de Planilhas Eletrônicas)**. IX SIMPEP, Outubro de 2002. Bauru, SP.

IBOVESPA. Disponível em <<https://br.advfn.com/indice/ibovespa>> Acesso em: 18 mar. 2018.

IBOVESPA. **Manual de Procedimentos**. Disponível em: <<http://bvmf.bmfbovespa.com.br/indices/download/Manual-de-procedimentos-pt-br.pdf>> Acesso em 26 mar. 2018.

IBOVESPA. **Metodologia do Índice**. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/wp-content/uploads/2018/04/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf>> Acesso em 26 mar. 2018.

JORION, P. *The New Benchmark for Managing Financial Risk*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

JÚDICE, J.J.; RIBEIRO, C.O., SANTOS, J.P. Análise comparativa dos modelos de seleção de carteiras de ações de Markowitz e Konno. **Jornal Investigação Operacional**, v. 23, p. 211 – 224, 2003.

KONNO, H., YAMAZAKI, H. *Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market*. **Management Science**. v. 37, p. 519 – 531, 1991.

LEITE, L. B. **Finanças Comportamentais**: Estudos do Comportamento do Investidor. 2014. 43 p. Monografia, Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2014.

LINTZ, A.; RENYI, L. **Comparação de estimadores de volatilidade na administração de carteiras de investimento uma abordagem através do modelo de Markowitz**. In: III SemeAd - Seminários de Administração da FEA/USP., São Paulo, 1999.

LOPES, A. L. M.; CARNEIRO, M. L.; SCHENEIDER, A. B. Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data Envelopment Analysis - DEA. **Revista Gestão e Sociedade do CEPEAD/UFMG**, v. 4, p. 640 - 656, 2010.

MACHADO, L. H. M. (Org). **Sistema financeiro nacional**. São Paulo, SP: Pearson Education do Brasil, 2015.

MALACRIDA, M. J. C.; YAMAMOTO, M. M. Governança corporativa: nível de evidenciação das informações e sua relação com a volatilidade das ações do Ibovespa. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 3, p. 65 – 79, 2006.

MANGRAM, M. E. *A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory*. **Global Journal of Business Research**, v.32, p.121 – 134, 2013.

MARCONI, M. A. LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2017.

Mariana D'ávila. **RANKING: Os 10 melhores fundos de ações, de renda fixa e multimercados de 2017**. [internet]. Disponível *on-line* em: <<http://www.infomoney.com.br/onde-investir/fundos-de-investimento/noticia/7206011/ranking-melhores-fundos-acoes-renda-fixa-multimercados-2017>> Acesso em: 29 mai. 2018.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection*. **The Journal of Finance**. v. 7, p. 77 – 91, 1952.

MARTINI, M. F. G. Renda Fixa versus Renda Variável: uma análise descritiva entre as rentabilidades do investimento. **Revista Especialize On-line IPOG**. Goiânia. 5ª Edição. n. 5. v. 01/2013 – jul/2013. Disponível em: <<https://www.ipog.edu.br/download-arquivo-site.sp?arquivo=renda-fixa-versus-renda-variavel-uma-analise-descritiva-entre-as-rentabilidades-dos-investimentos-111599.pdf>> Acesso em 26 abr. 2018.

MEGGINSON, W. **Corporate Finance Theory**. São Paulo: Addison-Wesley, 1997.

PINHEIRO, J. L. **Mercado de Capitais**. São Paulo: Atlas, 2016.

OLIVEIRA, M. F. **Metodologia Científica**: um manual para a realização de pesquisa em administração. Catalão: UFG, 2011.

OLIVEIRA, M. R. G.; CARVALHO, K. S.; ROMA, C. M. S.; MELO, F. V. S. Otimizando uma Carteira de Investimentos: um estudo com Ativos do Ibovespa no Período de 2009 a 2011. **RRCF**, Fortaleza, v.2, n. 2, Jul./Dez. 2011. Disponível em: <<http://institutoateneu.com.br/ojs/index.php/RRCF/article/viewFile/9/24>> Acesso em 26 abr. 2018.

RIGHI, M. B. **Gestão dinâmica do risco de mercado com modelo cópula-GARCH**. 2013. 108 p. Dissertação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração Financeira**. Porto Alegre: AMGH Editora, 2015.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas Quantitativas de Otimização de Carteiras Aplicadas ao Mercado de Ações Brasileiro. **Rev. Bras. Finanças**, Rio de Janeiro, Vol. 10, No. 3, p. 370-393, 2012.

SILVA, C. A. G. **Gerenciamento de risco da carteira otimizada**. In: XXVIII ENEGEP, 2008, Rio de Janeiro.

SOUZA, A.; CLEMENTE, Ademar. **Decisões financeiras e análise de investimento**. 5ª Ed. – São Paulo: Atlas, 2004.

TOSTES, F. P. **Gestão de Risco de Mercado: Metodologia Financeira e Contável**. São Paulo: FGV, 2007.

**Um Ajuste Justo**: análise da eficiência e equidade do gasto público no Brasil. Disponível em: <<http://documents.worldbank.org/curated/pt/884871511196609355/pdf/121480-REVISED-PORTUGUESE-Brazil-Public-Expenditure-Review-Overview-Portuguese-Final-revised.pdf>> Acesso em 26 abr. 2018.

VOLPATO, G. L. O Método lógico para redação científica. **Revista Eletrônica de Comunicação Informação & Inovação em Saúde**, v. 9, n. 1, jan./mar. 2015. Paginação irregular.

YIN, G.; ZHOU, X. Y. *Markowitz's mean-variance portfolio selection with regime switching: from discrete-time models to their continuous-time limits*. **IEEE Transactions on Automatic Control**. v 49, p. 349 – 360, 2004.



