

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

João Francisco Mozzaquatro Wendt

**UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS EXATOS PARA A RESOLUÇÃO DO  
PROBLEMA DE MARKETING DIRETO COM OFERTA DE PRODUTOS**

Santa Maria, RS  
2018

**João Francisco Mozzaquatro Wendt**

**UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS EXATOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE  
MARKETING DIRETO COM OFERTA DE PRODUTOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Produção, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Bacharel em Engenharia de Produção**.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Martins Müller

Santa Maria, RS  
2018

# UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS EXATOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MARKETING DIRETO COM OFERTA DE PRODUTOS

## USAGE OF EXACT METHODS TO SOLVE THE DIRECT MARKETING PROBLEM WITH PRODUCT OFFER

João Francisco Mozzaquatro Wendt<sup>1</sup>, Felipe Martins Müller<sup>2</sup>

### RESUMO

O crescente aumento da competitividade exige cada vez mais uma maior eficiência operacional e racionalização dos recursos empregados. Neste contexto, o emprego de ferramentas de engenharia é essencial para que as empresas maximizem seus lucros e garantam sua sobrevivência. Uma das áreas da engenharia de produção responsáveis por essa otimização é a Pesquisa Operacional. Dentro desta área está inserido o problema de marketing direto com oferta de produtos, que visa maximizar o lucro das organizações através de um modelo matemático em que se tenham  $m$  produtos a serem ofertados a  $n$  clientes, dadas as restrições de orçamento, custos e quantidades mínimas e máximas de ofertas. Este estudo tem por objetivo resolver o problema de marketing direto com oferta de produtos através de métodos exatos. O método de pesquisa se dá através da modelagem matemática e abordagem de pesquisa operacional. Para a resolução do problema foram utilizadas instâncias padrão disponíveis na literatura. O principal resultado deste trabalho são os valores solução encontrados e tempos de execução do problema, que obtiveram resultados significativos e permitem concluir que todas as instâncias do problema são solucionáveis através de métodos exatos. É também relevante a contribuição do trabalho para as empresas que buscam otimizar a sua tomada de decisão baseadas em dados, aumentando assim sua eficácia.

**Palavras-chave:** Pesquisa Operacional, Métodos Exatos, Problema de Marketing Direto.

### ABSTRACT

The increasing competitiveness requires more operational efficiency and rationalization of the employed resources. In this context, the use of engineering tools is essential for companies to maximize their profits and ensure their survival. One of the industrial engineering area responsible for this optimization is Operations Research. Within this area is inserted the problem of direct marketing with product offer, which aims to maximize the profit of the organizations through a mathematical model in which  $m$  products have to be offered to  $n$  clients, given the budget, costs and minimum and maximum offers constraints. This study purposes to solve the problem of direct marketing with product offering through exact methods. The research method is through mathematical modeling and operational research approach. Standard instances available in the literature were used to solve the problem. The main result of this work is the solution values found and execution times of the problem, which have obtained significant results and allow to conclude that all instances of the problem can be solved through exact methods. It is also relevant the work's contribution to companies that seek to optimize their decision-making based on data, thus increasing its effectiveness.

**Keywords:** Operations Research, Exact Methods, Direct Marketing Problem.

---

<sup>1</sup> Autor, graduando do curso de Engenharia de Produção da UFSM.

<sup>2</sup> Orientador, professor doutor do curso de pós-graduação em Engenharia de Produção.

## 1 INTRODUÇÃO

Em um mercado cada vez mais competitivo busca-se o aumento da eficiência e otimização dos recursos utilizados, reduzindo os custos e aumentando a lucratividade. Dentro deste contexto insere-se a pesquisa operacional, ramo da engenharia de produção especializado em buscar melhorias e formas de otimização através de modelagens matemáticas.

Dentre as áreas passíveis de otimização dentro de uma empresa está o marketing. Caracterizado por ser a forma como a empresa se comunica com o exterior e como atrai seus clientes, necessita efetividade e foco no público alvo. De acordo com Reinartz et al. (2005), o custo de manter um cliente (fidelização) é mais barato que o custo de aquisição de novos clientes. O objetivo de uma campanha de marketing direto é de obter o lucro máximo oferecendo diferentes produtos para consumidores já existentes levando em conta as restrições do negócio, como: taxa mínima de retorno sobre o investimento, limite de orçamento, limite superior de produtos que devem ser oferecidos para cada cliente e um número mínimo de ofertas para cada produto oferecido (NOBIBON; LEUS; SPIEKSMASMA, 2011, tradução nossa).

Neste sentido, o problema que este trabalho propõe resolver é o de marketing direto com oferta de produtos. O modelo matemático utilizado pode ser encontrado em Nobibon, Leus e Spieksma (2011) e será utilizado um *solver* comercial para encontrar a solução ótima dos problemas.

A criação de campanhas de marketing torna-se mais complexa conforme o crescente número de clientes e dados obtidos pelas empresas. Dessa forma, são necessários sistemas de gerenciamento ou plataformas de otimização que proporcionem aos gestores uma maneira simples de alocar seus recursos e criar campanhas. A pesquisa justifica-se por servir como uma ferramenta de apoio à tomada de decisão, permitindo reduzir custos por meio da priorização dos clientes com maior probabilidade de resposta, ocasionando num aumento dos lucros. Em termos teóricos, justifica-se pela tentativa de obter tempos menores de execução do algoritmo em relação aos propostos anteriormente na literatura, de modo que sejam proporcionados ao gestor respostas rápidas para interações do mundo real.

O objetivo geral é resolver o problema de marketing direto com oferta de produtos através de um *solver* comercial.

Os objetivos específicos são:

1. Apresentar o modelo matemático para o problema de marketing direto com oferta de produtos;
2. Promover a resolução computacional do modelo utilizando métodos exatos;
3. Testar os métodos desenvolvidos e compará-los com as instâncias e resultados encontrados na literatura;

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

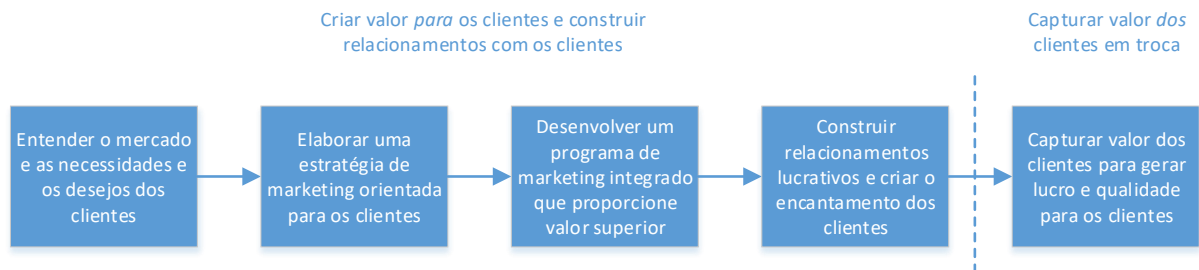
O referencial está dividido em três partes, a primeira apresentando características e aplicações do marketing e conceitos derivados. A segunda propõe uma exploração acerca da pesquisa operacional e seus métodos de resolução de problemas. Por fim é explorado o problema de marketing direto com oferta de produtos e trabalhos correlatos.

### 2.1 MARKETING

A cada cinco anos a associação *American Marketing Association* (Associação Americana de Marketing) revê a sua definição do conceito de marketing, podendo ou não haver alterações (KEEFE, 2008). Em 2004, a definição de marketing era: “O processo de planejar e executar a concepção, a determinação de preço, a promoção e a distribuição de ideias, produtos e serviços para criar trocas que atendam a objetivos individuais e organizacionais” (GUNDLACH; WILKIE, 2009, tradução nossa). Como nem todas as operações de marketing envolvem troca de dinheiro por um produto ou serviço, como organizações sem fins lucrativos, o conceito foi amplamente discutido e posteriormente modificado (BELCH; BELCH, 2014). Desde 2007, o conceito definido foi o seguinte, não havendo alterações posteriores: Marketing é a atividade, conjunto de instituições e processos utilizados para criar, comunicar, entregar e trocar ofertas que têm valor para os consumidores, clientes, parceiros e sociedade num geral (*American Marketing Association*, 2018, tradução nossa). A mudança trouxe uma visão mais inclusiva ao conceito de marketing, embora ainda reconheça seu papel central nas práticas gerenciais, também reconhece sua ampla perspectiva em outras áreas, bem como o papel e as responsabilidades mais abrangentes do marketing de oferecer valor para consumidores, clientes, parceiros e sociedade (GUNDLACH; WILKIE, 2009, tradução nossa).

Segundo Kotler e Armstrong (2007, p. 3), os dois principais objetivos do marketing são: atrair novos clientes, prometendo-lhes valor superior, e manter e cultivar os clientes atuais, propiciando-lhes satisfação. Os autores dissertam que o marketing envolve construir relacionamentos lucrativos e de valor com os clientes e pode ser definido como o processo pelos quais as empresas criam valor para os clientes e constroem fortes relacionamentos com eles para capturar seu valor em troca. A Figura 1 apresenta um modelo simples dos autores para resumir o processo de marketing.

Figura 1 – Modelo simplificado do processo de marketing



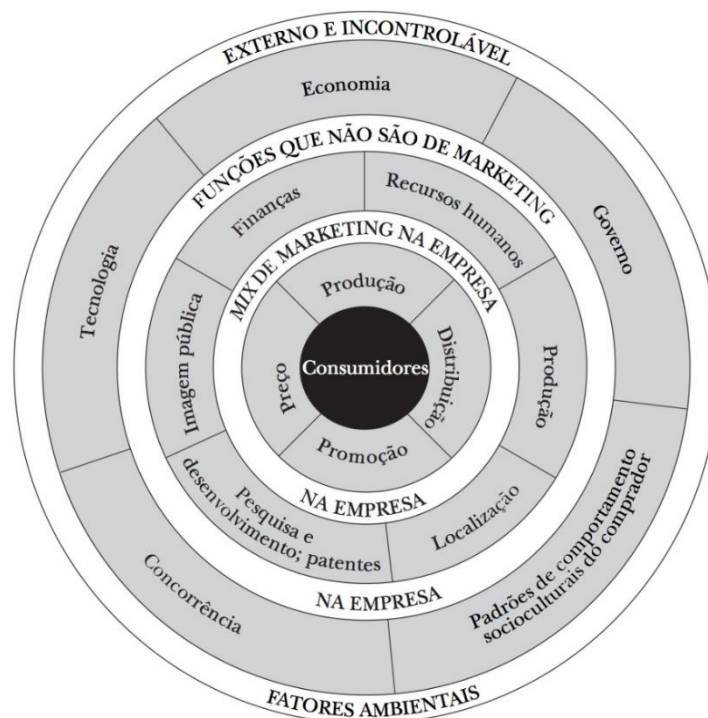
Fonte: Adaptação de Kotler e Armstrong (2007).

McCarthy (1960) propôs o conceito do composto de marketing (também conhecido como “mix de marketing” ou “4 P’s”), definindo produto, preço, promoção e praça como maneira de traduzir o conceito de marketing em prática (BENNET, 1997, tradução nossa). Rosenbloom (2015, p. 11) explica que o composto de marketing retrata o processo de administração de marketing como uma combinação estratégica de quatro das suas variáveis controláveis para atender às demandas dos consumidores que a empresa deseja atrair à luz das variáveis incontroláveis, internas e externas, conforme demonstrado na Figura 2.

O marketing direto consiste em comunicações diretas a consumidores individuais cuidadosamente definidos como alvo, com o objetivo de obter uma resposta imediata e cultivar relacionamentos duradouros com eles (KOTLER, 2007, p. 433). Segundo Belch e Belch (2014, p. 20) é um dos setores de mais rápido crescimento na economia americana. Wood (2015, p. 207) afirma que é uma ferramenta de

comunicação que possui bom custo-benefício para chegar ao público-alvo e para o uso customizado de mensagens, ofertas e momentos de exposição. O marketing direto é um dos métodos mais efetivos de marketing com o objetivo de maximizar os lucros esperados (WONG et al., 2005, tradução nossa). Urdan e Urdan (2012, p. 427) afirmam que a expansão do marketing direto se deve ao fato da ferramenta atender com superioridade às expectativas por parte dos consumidores, que demandam cada vez mais comodidade.

Figura 2 – Modelo de estratégia de Mix de Marketing



Fonte: (ROSENBLOOM, 1981, p. 14 apud ROSENBLOOM, 2015, p. 11).

Kotler (2011, p. 544) elenca quatro características como base do marketing direto:

- a) Não público: Normalmente, a mensagem é dirigida a uma pessoa específica;
- b) Sob Medida: A mensagem pode ser adaptada para atrair o interesse da pessoa visada;
- c) Atualizado: A mensagem pode ser preparada com muita rapidez para ser transmitida a um indivíduo;
- d) Interativo: A mensagem pode ser alterada, dependendo da resposta da pessoa.

Bose e Chen (2009) destacam que a seleção dos consumidores é a principal atividade do marketing direto e apresentam uma metodologia de avaliação das campanhas, demonstrada na Figura 3.

Figura 3 – Principais perspectivas avaliadas em uma campanha de marketing direto



Fonte: Adaptação de Bose e Chen (2009).

Pode-se notar, através da Figura 3, a grande quantidade de perspectivas a serem consideradas na elaboração e envio de uma campanha de marketing direto, o que proporciona dificuldade aos tomadores de decisão. O uso de métodos de otimização, como apresentados neste trabalho, propõem solucionar este problema.

## 2.2 PESQUISA OPERACIONAL

De acordo com a IFORS (*International Federation of Operational Research Societies*) (2018, tradução nossa), a pesquisa operacional é a área de conhecimento que aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões. Hiller e Liebermann (2013, p. 2) afirmam que a PO (Pesquisa Operacional) teve uma rápida disseminação após o ano de 1950, devido ao progresso substancial das técnicas da PO e o surgimento e constante evolução dos computadores e capacidade de processamento.



No ramo de PO, problemas reais são transformados em modelos para serem solucionados. Miguel et al. (2012, p. 170) explanam a necessidade da utilização de modelos:

“A utilização de modelos permite compreender melhor o ambiente em questão, identificar problemas, formular estratégias e oportunidades e apoiar e sistematizar o processo de tomada de decisões. Um modelo pode ser definido como uma representação de uma situação ou realidade [...] e construída de forma a auxiliar o tratamento daquela situação de uma maneira sistemática. Por um lado, um modelo deve ser suficientemente detalhado para captar elementos essenciais e representar o sistema real; por outro lado, ele deve ser suficientemente simplificado (abstraido) para ser tratável por métodos de análise e resolução conhecidos.”

Taha (2008, p. 4) define as seguintes fases para um estudo de PO: definição do problema, construção do modelo, solução do modelo, validação do modelo e implementação da solução. Hillier e Liebermann (2013, p. 8 et. seq.) destacam a necessidade de se definir corretamente o problema, para que sejam obtidas respostas corretas. Também explanam que os modelos de PO são formados a partir de variáveis de decisão, restrições, parâmetros e função objetivo.

Belfiore e Fávero (2013, p. 5) definem variáveis de decisão como incógnitas que serão determinadas pela solução do modelo e podem ser classificadas como contínuas ou discretas, já os parâmetros são os valores fixos previamente conhecidos do problema. Os autores determinam a função objetivo como a função matemática que determina o valor alvo que se pretende alcançar ou a qualidade da solução, podendo ser uma função de maximização (como o lucro) ou minimização (como os custos). As restrições, por sua vez, são um conjunto de equações ou inequações que as variáveis do modelo devem satisfazer.

O objetivo de um modelo de PO é buscar a solução ótima sempre que possível. Porém, Hillier e Liebermann (2013, p. 12) pontuam que, na prática, os gerentes e tomadores de decisão têm a tendência de buscar soluções “suficientemente boas” para os problemas, optando por uma abordagem mais pragmática.

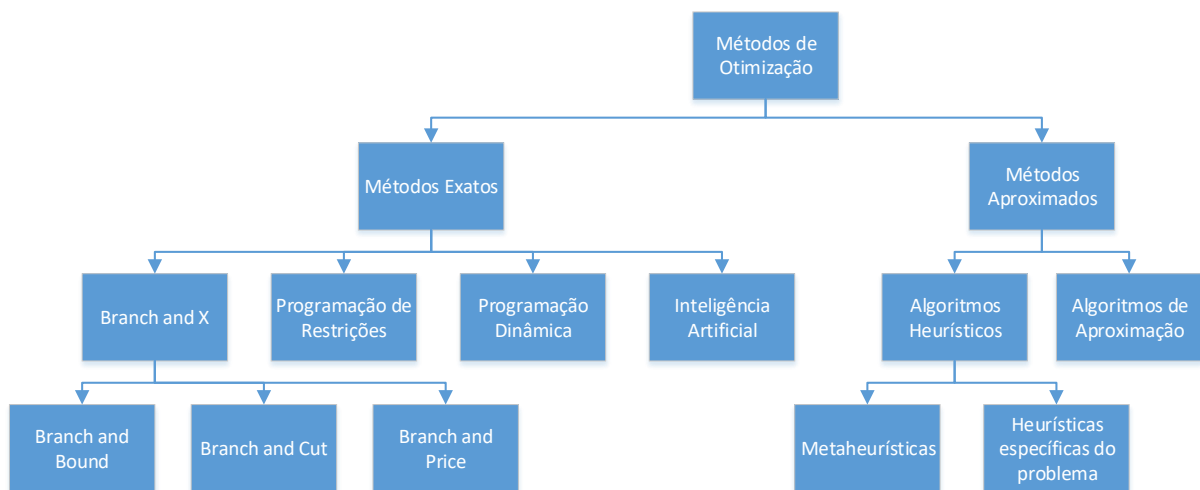
A definição de solução no âmbito da pesquisa operacional possui diferentes tipos. Define-se como solução viável aquela para qual todas as restrições são satisfeitas, e como solução inviável aquelas para qual pelo menos uma das restrições é violada (HILLIER; LIEBERMANN, 2013, p. 29). Os autores definem o conceito de região de soluções viáveis como o conjunto de todas as soluções viáveis e de solução ótima como a solução viável que tem o valor mais favorável da função objetivo. Problemas que apresentam soluções ótimas múltiplas apresentam um número infinito

delas, em que todas possuem o mesmo valor de função objetivo. Ou seja, para cada solução a combinação de variáveis será diferente, porém o valor resultante na função objetivo será equivalente.

Neste sentido, existem as questões de complexidade computacional e método de resolução do problema. Em relação à complexidade, há duas classes de problemas: P e NP (GAREY; JOHNSON, 1979). Os problemas P representam o conjunto de problemas de decisão que podem ser resolvidos por uma máquina determinística em tempo polinomial e são considerados relativamente fáceis de serem resolvidos (TALBI, 2009, p. 12). O autor define que os problemas NP são o conjunto de problemas de decisão que podem ser solucionados por um algoritmo não determinístico em tempo polinomial.

Quanto ao método de resolução do problema, ele pode ser através de métodos exatos ou heurísticas. Talbi (2009, p. 18) define que os métodos exatos obtêm a solução ótima e garantem a otimalidade e as heurísticas garantem uma solução de alta qualidade em um tempo razoável para uso prático, porém não há nenhuma garantia de encontrar a solução ótima global. Lachtermacher (2009, p. 4) destacam alguns dos fatores que afetam a tomada de decisão, dentre eles: tempo disponível para a tomada de decisão, importância da decisão, ambiente, certeza ou incerteza do risco, agentes decisores e conflitos de interesses.

Figura 4 – Métodos de Otimização Clássicos



Fonte: (TALBI, 2009, p. 18).

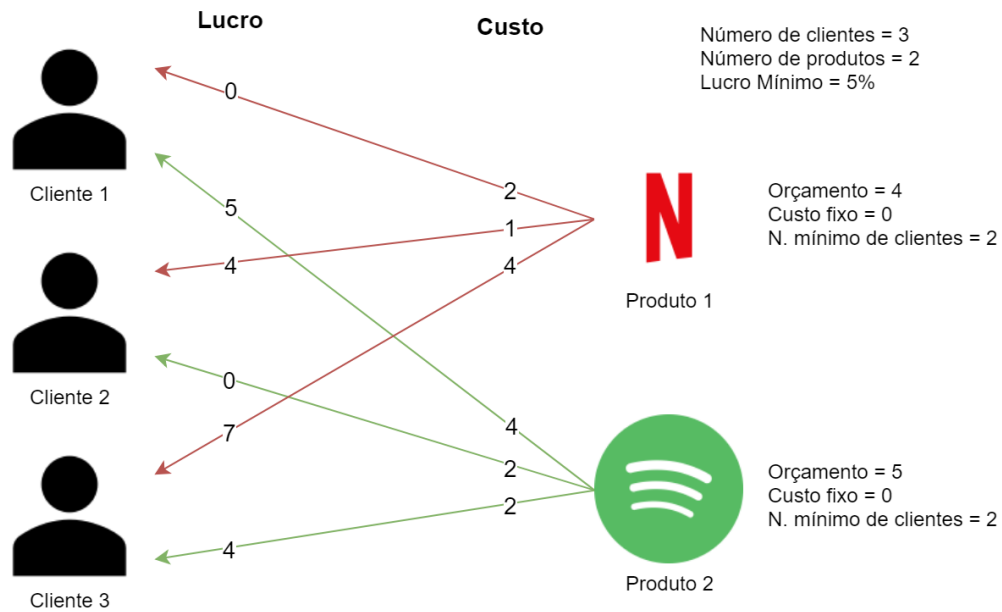
Para a escolha do melhor método para a resolução de algum problema, devem-se ser levadas em contas a complexidade do problema e fatores de tomada decisão (como o tempo disponível). Na Figura 4 são apresentados alguns métodos de otimização clássicos, de acordo com sua divisão. De acordo com Talbi (2002, tradução nossa), os melhores resultados para problemas clássicos de otimização ou da vida real são obtidos através da hibridização. A hibridização consiste na combinação de algoritmos diferentes para gerar um algoritmo poderoso de busca e solução (TALBI, 2009, p. 385). O autor exemplifica algumas combinações, como: combinação de metaheurísticas com metaheurísticas complementares, metaheurísticas com métodos exatos, metaheurísticas com programação com restrições e metaheurísticas com aprendizado de máquina.

### 2.3 PROBLEMA DE MARKETING DIRETO COM OFERTA DE PRODUTOS

O problema de marketing direto com oferta de produtos (PMDOP), também chamado de problema de campanha de promoção, é um problema de otimização, cuja a função objetivo é maximizar o lucro. Knott, Hayes e Neslin (2002, tradução nossa) definem o problema como quais produtos devem ser vendidos para quais clientes para maximizar os lucros, submetidos as restrições que somente um limitado número de produtos pode ser alocado a cada cliente e que cada produto tem uma meta mínima de vendas.

Dentre suas primeiras aparições na literatura pode-se citar Cohen (2004) em que buscava-se encontrar quais  $i$  clientes comprariam  $j$  produtos através dos  $k$  canais. Outras abordagens são de Nobibon, Leus e Spieksma (2011), Oliveira et al. (2014, 2015, 2017), Cetin e Alabas-Uslu (2015), Coelho et al. (2017) e Souza (2018). Todos estes trabalhos propuseram a resolução do problema através de métodos metaheurísticos, como Busca Tabu – *Tabu Search* (GLOVER, 1989), GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (FEO; RESENDE, 1995), VNS - *Variable Neighborhood Search* e VND - *Variable Neighborhood Descent* (MLADENOVIC; HANSEN, 1999), dentre outros. O presente trabalho propõe como diferencial a resolução de todas as instâncias do problema através de métodos exatos, de forma a tentar encontrar a solução ótima para o problema.

Figura 5 – Exemplo do Problema de Marketing Direto com Oferta de Produtos (PMDOP)



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O modelo matemático utilizado será o proposto por Nobibon, Leus e Spieksma (2011), em que o objetivo é maximizar o lucro, ofertando  $n$  produtos para  $m$  clientes considerando restrições de retorno sobre investimento, orçamento máximo da campanha e ofertas máximas e mínimas de produtos. Os autores provaram que o problema é fortemente NP-hard, comprovando que é muito difícil produzir soluções ótimas utilizando métodos de otimização padrão.

O modelo pode ser melhor compreendido através de uma simplificação. O exemplo da Figura 5, considerando 2 produtos ( $n$ ) e 3 clientes ( $m$ ). Nela, cada produto é ofertado a um cliente, com seus respectivos custos e lucros. Cabe ao problema determinar quais produtos serão ofertados a quais clientes, considerando o seu custo fixo de oferta e o custo variável para cada cliente. No final, o lucro obtido deverá respeitar o lucro mínimo proposto pelo problema. No caso do exemplo, é de 5%.

### 3 METODOLOGIA

Esta seção irá versar sobre o cenário da pesquisa, classificação e as etapas a serem cumpridas.

### 3.1 CENÁRIO

O estudo tem como foco a otimização do problema de marketing direto com oferta de produtos. Para a sua aplicação são utilizadas instâncias padrão propostas na literatura por Nobibon, Leus e Spieksma (2011). Caracterizam-se as instâncias como um caso particular do problema, possuindo seus dados específicos. No caso do problema de marketing direto, cada instância possui seu número de clientes, produtos, lucro dos produtos, dentre outros parâmetros que serão inseridos no modelo. Cada instância tem suas características próprias e uma solução individual. Justifica-se o uso das mesmas instâncias já propostas na literatura para fins de comparação de resultados com demais estudos já realizados, como por exemplo Oliveira et al. (2017) e Souza (2018).

### 3.2 MÉTODO DE PESQUISA

Este estudo pode ser classificado quanto a sua natureza como aplicado, quanto aos objetivos como descritiva, quanto à abordagem como quantitativa e quanto aos procedimentos como modelagem e simulação.

Pesquisas de natureza aplicada são elaboradas com a finalidade de compreender e resolver problemas identificados no âmbito da sociedade (GIL, 2017, p. 24). Os procedimentos são classificados como modelagem e simulação, que é “empregada quando se deseja experimentar, através de um modelo, um sistema real, determinando-se como esse sistema responderá a modificações propostas” (TURRIONI; MELLO, 2012, p. 81).

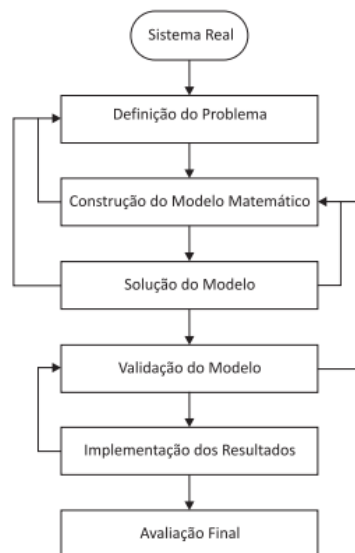
Em suma, o método de pesquisa pode ser classificado como processo de modelagem matemática e abordagem de pesquisa operacional. Miguel (2012, p. 184) define este conceito como a abstração do sistema real em um modelo conceitual e, em seguida, a transformação deste modelo conceitual em um modelo matemático analítico ou experimental. Ainda segundo o autor, é possível classificar este trabalho como pesquisa axiomática normativa, que consiste no desenvolvimento de ações a fim de melhorar os resultados disponíveis na literatura, encontrar uma solução ótima para um problema novo ou comparar o desempenho de estratégias que tratam de um mesmo problema. Para a aplicação da pesquisa serão utilizados modelos de

programação matemáticos determinísticos e o método de solução será através do software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio.

### 3.3 ETAPAS DA PESQUISA

A partir do modelo proposto por Belfiore e Fávero (2013, p. 6) na Figura 6, foram elaboradas as etapas e fases do presente estudo. Buscou-se dividir as etapas de maneira que cada uma delas estivesse alinhada a um objetivo específico, assim garantindo que o trabalho realizado pudesse atingi-los.

Figura 6 - Fases para elaboração de um estudo em Pesquisa Operacional



Fonte: (BELFIORE; FÁVERO, 2013, p. 6).

Baseado no modelo proposto pelos autores, foram definidas três macro etapas para o projeto, conforme descritas abaixo:

#### 3.3.1 Primeira Etapa – Construção do Modelo e Revisão de Literatura

Nesta fase estão englobados a definição do problema e a construção do modelo matemático. Concomitantemente a estas tarefas, foi realizado uma pesquisa bibliográfica dos trabalhos semelhantes e possíveis abordagens já realizadas na

literatura de maneira a complementar o modelo e soluções que serão propostas neste trabalho. Esta etapa está relacionada diretamente a conclusão do primeiro objetivo específico: “Apresentar o modelo matemático para o problema de marketing direto com oferta de produtos”.

### **3.3.2 Segunda Etapa – Solução e Validação do Modelo**

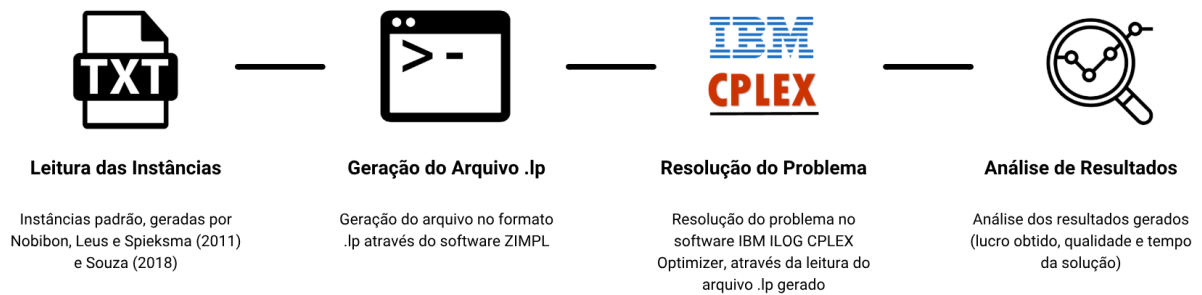
Após a construção do modelo matemático, foi necessário solucioná-lo. Foi utilizada a linguagem ZIMPL (*Zuse Institut Mathematical Programming Language*), proposta por Koch (2005) para transformar o modelo matemático em um arquivo do formato “.lp”, que pode ser lido pelos mais diversos *solvers* existentes. O arquivo com o formato “.lp” consiste em um conjunto de expressões algébricas, determinando parâmetros, variáveis, restrições e função(ões) objetivo(s). No Apêndice A há um maior detalhamento em relação ao arquivo .lp gerado para o modelo.

Um *solver* é um programa que tem como função solucionar problemas de programação linear inteira, seja ela mista ou pura. No presente estudo foi utilizado o *solver* IBM ILOG CPLEX Optimization Studio versão 12.8.0 (IBM, 2017), considerado um dos mais eficientes *solvers* comerciais existentes, segundo Meindel e Templ (2013, 2012). Os resultados serão gerados a partir de um computador com Intel(R) Core(TM) i7-6700HQ CPU @ 2.60GHz com 8GB de memória RAM. Esta fase relacionava-se com o segundo objetivo específico: “Promover a resolução computacional do modelo utilizando métodos exatos”.

### **3.3.3 Terceira Etapa – Implementação dos Resultados e Avaliação**

Por fim, a última etapa consiste da análise dos resultados obtidos, levantamento de possíveis melhorias a serem implementadas neste trabalho e sugestões para trabalhos futuros. Nesta etapa também serão identificadas as dificuldades encontradas durante as etapas anteriores. Relacionada diretamente a esta etapa está o terceiro objetivo específico: “Testar os métodos desenvolvidos e compará-los com as instâncias e resultados encontrados na literatura”.

Figura 7 - Metodologia e Ferramentas empregadas para a resolução do problema



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A Figura 7 apresenta a sequência de resolução do problema, de acordo com a metodologia e ferramentas empregadas, para facilitar a compreensão do trabalho realizado.

#### 4 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Inicialmente neste trabalho foi utilizado o modelo proposto originalmente por Nobibon, Leus e Spieksma (2011). Porém ao longo do seu desenvolvimento foi explorada a inclusão de uma restrição referente ao canibalismo, proposta por Souza (2018) e a modificação de uma das restrições de modo a reduzir o tempo computacional necessário para obtenção de soluções.

Apesar de serem propostos diferentes modelos neste trabalho, todos possuem como foco a resolução de um mesmo problema (ainda que o canibalismo apresente uma restrição adicional ao modelo e um novo conjunto de dados, considera-se parte do mesmo problema), portanto, possuirão os mesmos conjuntos, parâmetros, variáveis e função objetivo. Desta fora, a seguir são explicitados os fatores comuns para o problema para então serem explorados as diferentes modelagens propostas com suas devidas restrições e especificidades.



#### 4.1 CONJUNTOS E PARÂMETROS

Os conjuntos do modelo são “ $C$ ” para o conjunto de clientes e “ $O$ ” para oferta de produtos. Os parâmetros utilizados na resolução do problema estão descritos no Quadro 1.

Quadro 1 – Parâmetros utilizados no modelo

Parâmetro	Descrição
$i$	cliente, $i \in C$
$j$	produto ofertado, sendo $j \in O$
$m$	número máximo de clientes
$n$	número máximo de produtos ofertados
$p_{ij}$	retorno esperado (receita) do cliente $i$ quando o produto $j$ é ofertado
$c_{ij}$	custo associado com a oferta do produto $j$ ao cliente $i$
$f_j$	custo fixo incorrido quando o produto $j$ é utilizado na campanha
$R$	taxa mínima de retorno sobre o investimento global da campanha expresso em percentual, irá variar de acordo com o risco do investimento ( <i>hurdle rate</i> )
$B_j$	orçamento disponível para cada produto $j$
$M_i$	número máximo de ofertas que o cliente $i$ pode receber
$O_j$	quantidade mínima de clientes que devem receber uma oferta do produto $j$ para que ele seja ofertado ( <i>MQC – minimum quality requirement</i> )

Fonte: Adaptado de Nobibon, Leus e Spieksma (2011)

#### 4.2 VARIÁVEIS

As variáveis de decisão as seguintes:

$$x_{ij} \in \{0,1\} = \begin{cases} 1, \text{ caso o produto } j \text{ seja ofertado ao cliente } i \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$y_j \in \{0,1\} = \begin{cases} 1, \text{ caso o produto } j \text{ seja ofertado na campanha} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

### 4.3 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo está expressa na Equação (1) e tem como objetivo maximizar o lucro. Dentro dos dois primeiros somatórios está a soma de todos os lucros dos produtos  $j$  ofertados aos clientes  $i$  ( $p_{ij}$ ) diminuídos de seus custos ( $c_{ij}$ ) e multiplicado pela variável de decisão  $x_{ij}$ , que explicita qual cliente receberá qual produto. Deste somatório, por vez, será diminuído ainda o preço de ofertar cada produto ( $f_i$ ), multiplicado pela variável de decisão  $y_j$ , que representa os produtos selecionados para a campanha.

$$\mathbf{max} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (p_{ij} - c_{ij}) \times x_{ij} - \sum_{j=1}^n f_j \times y_j \quad (1)$$

### 4.4 RESTRIÇÕES

Na seção abaixo, as restrições estarão separadas de acordo com cada modelagem proposta.

#### 4.4.1 Modelo Original

Abaixo estão expressas as restrições a que a função objetivo está sujeita de acordo com o modelo de Nobibon, Leus e Spieksma (2011):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} \times x_{ij} \geq (1 + R) \times [\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \times x_{ij} + \sum_{j=1}^n f_j \times y_j] \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m c_{ij} \times x_{ij} \leq B_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq M_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq m \times y_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq O_j \times y_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

$$y_j, x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \quad (7)$$

A restrição proposta na Equação (2) propõe uma taxa mínima de retorno, de tal modo que o total da receita será maior ou igual ao total dos custos da campanha acrescidos da taxa mínima de retorno ( $R$ ). A Equação (3) tem por função assegurar que a soma dos custos para cada produto  $j$  seja menor ou igual ao orçamento

disponível para ele. A Equação (4) garante que a oferta dos produtos aos clientes não exceda o valor definido por  $M_i$ . A Equação (5) determina que a soma dos clientes que receberão ofertas deve ser menor ou igual ao número total de clientes, limitando a oferta de produtos. A Equação (6) define que a soma dos clientes que receberão ofertas de um produto deve ser maior ou igual ao parâmetro  $O$  do produto ( $O_j$  determina a quantidade mínima de clientes que devem receber a oferta do produto  $j$ ). Por fim, na Equação (7) é apresentada a restrição de integralidade.

#### 4.4.2 Modelo M+

Neste modelo todas as restrições permanecem iguais as originais, com exceção da Equação (3), que é substituída pela Equação (8).

$$\sum_{i=1}^m c_{ij} \times x_{ij} \leq B_j \times y_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (8)$$

A modificação realizada nesta equação é a multiplicação do parâmetro  $B_j$  pela variável  $y_j$ . Como esta equação tem por objetivo assegurar que a soma dos custos da oferta dos produtos  $j$  aos clientes  $i$  não ultrapasse o orçamento  $B_j$ , a multiplicação pela variável  $y_j$ , que representa se o produto  $j$  está sendo ofertado ou não (através de valores 0 ou 1), acabará descartando uma série de soluções. Teoricamente, como uma série de soluções serão descartadas devido a esta modificação na equação, espera-se que este modelo demande um menor tempo computacional para solucionar o problema.

#### 4.4.3 Modelo Com Canibalismo

Souza (2018) trouxe uma inovação ao problema, propondo o conceito de canibalismo. Segundo a autora, um par de produtos é canibal quando os produtos são semelhantes em seu conjunto de dados. O conceito por trás do canibalismo é que, dado um par de produtos semelhantes, o modelo opte por somente um deles. A autora utiliza-se de métodos estatísticos, como o método da distância euclidiana e *Single-Linkage Cluster* para determinar quais eram os pares de produtos canibais. Estes pares foram depois então incorporados a conjuntos dentro das instâncias padrão.

A diferença do modelo proposto pela autora em relação ao original proposto por Nobibon, Leus e Spieksma (2011), é um novo conjunto e uma nova restrição, permanecendo todo o demais inalterado.

O conjunto novo deste modelo é o conjunto “*Can*”, em que estarão expressos os pares de produtos canibais. Um par de produtos canibais é aquele em que somente um dos produtos poderá ser ofertado.

A restrição adicional deste modelo está expressa na Equação (9).

$$y_i + y_j \leq 1, \forall (i, j) \in Can \quad (9)$$

A restrição proposta na Equação (9) é equivalente a dizer que dado um par de produtos canibais  $i$  e  $j$ , a soma destes deve ser menor ou igual a 1. Significa então que para cada par de produtos canibais, somente um destes será ofertado. Nota-se que, dependendo do par de produtos canibais e da instância a ser resolvida, nenhum dos produtos canibais poderá ser escolhido. Portanto, nestes casos, a solução do modelo canibal não irá diferir do modelo original.

#### 4.4.4 Modelo Com Canibalismo M+

Por fim, o último modelo trata-se da junção do modelo M+ com o modelo com canibalismo. Ou seja, o modelo terá a Equação (8) no lugar da Equação (3), com o objetivo de assegurar melhores tempos computacionais, e também terá o conjunto “*Can*”, referentes a pares canibais e a Equação (9).

## 4.5 INSTÂNCIAS

Para a resolução do problema foi utilizado um conjunto de instâncias padrão criadas por Nobibon, Leus e Spieksma (2011). Este conjunto possui um total de 324 instâncias, cada uma com seu número específico de clientes, porcentagem de lucro, produtos, orçamento e ofertas.

Para a solução do modelo com canibalismo, foram utilizadas as instâncias de Souza (2018), que consistem basicamente nas mesmas instâncias de Nobibon, Leus e Spieksma (2011), porém acrescidas do conjunto canibal.

As instâncias possuem uma nomenclatura padrão, estando ela disposta de acordo com a seguinte ordem:

1. Seu número de clientes, sendo S1 para 100 clientes, S2 para 200 clientes, S3 para 300 clientes, M1 para 1000 clientes, M2 para 2000 clientes e L para 10000 clientes;
2. Porcentagem de lucro (*hurdle rate*), sendo 5%, 10% ou 15%;
3. Número de produtos, sendo 5, 10 ou 15;
4. Orçamento, sendo “1” para um orçamento pequeno, “2” para um orçamento médio e “3” para um orçamento grande;
5. Número de ofertas que cada cliente pode receber, sendo “s” para uma quantidade de ofertas baixa e “l” para uma quantidade de ofertas alta.

Quadro 2 - Exemplo da nomenclatura padrão das instâncias

Instance	Clients	Hurdle Rate	Number of Products	Budget	Offers
L-5-10-1-l	10000	5%	10	1 (tight)	l (large)
M1-10-15-1-s	1000	10%	15	1 (tight)	s (small)
M2-15-10-2-l	2000	15%	10	2 (average)	l (large)
S1-5-5-3-l	100	5%	5	3 (large)	l (large)
S2-10-10-3-l	200	10%	10	3 (large)	l (large)
S3-15-5-3-s	300	15%	5	3 (large)	s (small)

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O Quadro 2 demonstra alguns exemplos de nomenclatura padrão das instâncias, juntamente com os seus parâmetros de forma a facilitar a compreensão. Como pode-se notar na lista acima do quadro, temos 6 variações de clientes, 3 variações de *hurdle rate*, 3 números de produtos, 3 tipos de orçamento e 2 números de ofertas. Devido ao alto número de instâncias, optou-se por não demonstrar a nomenclatura de todas elas no corpo do texto, porém seguindo a ordem da lista apresentada ou os exemplos do quadro, pode-se compreender quais são os seus parâmetros. Para cada número de clientes e número de produtos há 18 instâncias diferentes totalizando assim 324 instâncias.

## 5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nesta seção estão expressos os resultados obtidos para as instâncias disponíveis através da metodologia exposta na seção 3. O problema foi resolvido através de métodos exatos pelo *solver* IBM ILOG CPLEX Optimization Studio versão 12.8.0, em um computador com Intel(R) Core(TM) i7-6700HQ CPU @ 2.60GHz com 8GB de memória RAM, sem limite de tempo definido no *solver*.

Os resultados obtidos são comparados com os resultados disponibilizados por Nobibon, Leus e Spieksma (2011), na coluna denominada EJOR. A medida utilizada para esta comparação (de qualidade de resultado) é o GAP. O cálculo do GAP está expresso na Equação (10), onde EJOR significa o resultado de função objetivo disponibilizado pelos autores e Resultado Obtido significa o resultado da função objetivo deste trabalho.

$$GAP = \frac{EJOR - \text{Resultado Obtido}}{EJOR} \times 100 \quad (10)$$

Posteriormente, também são comparados os tempos de execução das instâncias. Todos os tempos estão expressos em segundos. Devido ao grande número de instâncias, os resultados completos estão expressos no apêndice C. Na Tabela 1 estão expressos os resultados para o modelo original e M+. Já na Tabela 2 estão expressos os resultados para o modelo com canibalismo e o modelo com canibalismo M+. Estas tabelas apresentam apenas os resultados das instâncias L, que possuem 10.000 clientes. O motivo de escolha destas instâncias para a inclusão nesta seção é de que elas são maiores, portanto apresentam uma maior complexidade computacional. Deste modo, servem como melhor comparativo entre os modelos propostos e resultados obtidos pelos autores supracitados, visto que as demais instâncias com número de clientes menores tiveram seu GAP 0 ou próximo de 0, significando que foram resolvidas na otimalidade. Ressalta-se, de que como este problema trata-se de um problema de maximização, quanto maior o valor da função objetivo, melhor.

Tabela 1 - Resultados das instâncias com 10.000 clientes sem canibalismo

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
L-10-10-1-l	233804	* 233762	0,02%	202,30	233761	0,02%	82,98
L-10-10-1-s	126422	* 122774	2,89%	667,52	* 122774	2,89%	75,64
L-10-10-2-l	216529	* 216529	0,00%	244,14	* 216529	0,00%	190,91
L-10-10-2-s	130733	* 130610	0,09%	266,30	* 130610	0,09%	87,61
L-10-10-3-l	177111	* 117247	33,80%	92,98	* 117247	33,80%	82,31
L-10-10-3-s	127677	* 121196	5,08%	288,03	* 121196	5,08%	92,53
L-10-15-1-l	281497	* 281496	0,00%	2962,67	* 281496	0,00%	1636,30
L-10-15-1-s	173291	168285	2,89%	2596,72	* 168293	2,88%	490,30
L-10-15-2-l	331612	* 329864	0,53%	16515,61	* 329864	0,53%	30593,77
L-10-15-2-s	172856	* 170877	1,14%	3581,02	170876	1,15%	1628,25
L-10-15-3-l	342210	* 322336	5,81%	133,75	* 322336	5,81%	128,23
L-10-15-3-s	173324	* 169324	2,31%	2820,97	* 169324	2,31%	439,64
L-10-5-1-l	99328	* 98470	0,86%	63,78	* 98470	0,86%	40,17
L-10-5-1-s	71754	* 70754	1,39%	51,84	* 70754	1,39%	19,64
L-10-5-2-l	98435	* 98435	0,00%	42,23	* 98435	0,00%	38,58
L-10-5-2-s	82360	* 81007	1,64%	43,95	* 81007	1,64%	19,77
L-10-5-3-l	96679	* 85040	12,04%	49,67	* 85040	12,04%	37,50
L-10-5-3-s	75961	* 75961	0,00%	18,72	* 75961	0,00%	20,45
L-15-10-1-l	226422	* 226421	0,00%	320,05	* 226421	0,00%	204,27
L-15-10-1-s	131593	* 129305	1,74%	395,09	* 129305	1,74%	38,03
L-15-10-2-l	238627	* 238381	0,10%	224,23	* 238381	0,10%	106,56
L-15-10-2-s	125031	* 123086	1,56%	607,48	* 123086	1,56%	98,17
L-15-10-3-l	212944	* 168712	20,77%	107,23	* 168712	20,77%	76,81
L-15-10-3-s	133904	* 130492	2,55%	378,34	* 130492	2,55%	84,81
L-15-15-1-l	336936	* 336888	0,01%	2068,56	* 336888	0,01%	737,47
L-15-15-1-s	172377	166613	3,34%	2354,72	166609	3,35%	2690,91
L-15-15-2-l	335277	* 335277	0,00%	1538,91	* 335277	0,00%	851,22
L-15-15-2-s	182905	181488	0,77%	2878,17	181488	0,77%	618,70
L-15-15-3-l	356576	* 345765	3,03%	129,77	* 345765	3,03%	115,98
L-15-15-3-s	176143	170734	3,07%	2070,72	* 170744	3,07%	319,05
L-15-5-1-l	110528	* 110521	0,01%	46,53	* 110521	0,01%	40,30
L-15-5-1-s	70429	* 68758	2,37%	44,91	* 68758	2,37%	21,02
L-15-5-2-l	116825	* 109000	6,70%	37,05	* 109000	6,70%	36,80
L-15-5-2-s	80330	* 79208	1,40%	35,20	79205	1,40%	19,72
L-15-5-3-l	100051	* 98612	1,44%	42,02	* 98612	1,44%	35,44
L-15-5-3-s	81458	* 81458	0,00%	17,48	* 81458	0,00%	19,03
L-5-10-1-l	210271	210275	0,00%	213,61	* 210276	0,00%	97,08
L-5-10-1-s	121938	* 118959	2,44%	434,84	* 118959	2,44%	131,24
L-5-10-2-l	209976	* 208783	0,57%	212,31	* 208783	0,57%	96,89
L-5-10-2-s	120207	* 116960	2,70%	464,25	* 116960	2,70%	78,34
L-5-10-3-l	174975	* 165548	5,39%	201,61	* 165548	5,39%	82,74
L-5-10-3-s	120275	* 118878	1,16%	292,39	* 118878	1,16%	80,16
L-5-15-1-l	334287	334287	0,00%	1613,14	334286	0,00%	473,13
L-5-15-1-s	173624	* 171319	1,33%	2804,22	* 171319	1,33%	513,64

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
L-5-15-2-l	285232	* <b>284855</b>	0,13%	24867,42	* <b>284855</b>	0,13%	1206,20
L-5-15-2-s	176770	175386	0,78%	5361,08	175388	0,78%	486,52
L-5-15-3-l	323285	286686	11,32%	239,33	286692	11,32%	117,83
L-5-15-3-s	171571	* <b>162733</b>	5,15%	1739,13	* <b>162733</b>	5,15%	253,11
L-5-5-1-l	105539	* <b>105467</b>	0,07%	38,53	* <b>105467</b>	0,07%	39,38
L-5-5-1-s	66605	* <b>60004</b>	9,91%	37,38	* <b>60004</b>	9,91%	19,83
L-5-5-2-l	119596	* <b>110462</b>	7,64%	39,83	* <b>110462</b>	7,64%	42,64
L-5-5-2-s	74176	* <b>74176</b>	0,00%	19,42	* <b>74176</b>	0,00%	19,39
L-5-5-3-l	100894	* <b>70353</b>	30,27%	44,64	* <b>70353</b>	30,27%	35,83
L-5-5-3-s	68600	* <b>59777</b>	12,86%	25,75	* <b>59777</b>	12,86%	20,95

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Tabela 2 – Resultados das instâncias com 10.000 clientes com canibalismo

Instance	EJOR	Objetive value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objetive value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
L-10-10-1-l	233804	* <b>217055</b>	7,16%	100,13	* <b>217055</b>	7,16%	81,86
L-10-10-1-s	126422	* <b>120675</b>	4,55%	2061,61	120674	4,55%	91,75
L-10-10-2-l	216529	* <b>212844</b>	1,70%	98,84	* <b>212844</b>	1,70%	115,69
L-10-10-2-s	130733	* <b>130610</b>	0,09%	196,33	* <b>130610</b>	0,09%	35,05
L-10-10-3-l	177111	* <b>117247</b>	33,80%	81,94	* <b>117247</b>	33,80%	84,03
L-10-10-3-s	127677	* <b>120787</b>	5,40%	164,42	* <b>120787</b>	5,40%	84,95
L-10-15-1-l	281497	* <b>281496</b>	0,00%	611,63	* <b>281496</b>	0,00%	439,92
L-10-15-1-s	173291	* <b>167934</b>	3,09%	2790,39	167931	3,09%	451,53
L-10-15-2-l	331612	* <b>324946</b>	2,01%	654,14	* <b>324946</b>	2,01%	441,66
L-10-15-2-s	172856	* <b>168184</b>	2,70%	5415,73	* <b>168184</b>	2,70%	748,44
L-10-15-3-l	342210	* <b>299406</b>	12,51%	149,38	299405	12,51%	120,59
L-10-15-3-s	173324	* <b>166494</b>	3,94%	2489,39	* <b>166494</b>	3,94%	341,14
L-10-5-1-l	99328	* <b>98470</b>	0,86%	37,89	* <b>98470</b>	0,86%	36,50
L-10-5-1-s	71754	* <b>70754</b>	1,39%	18,24	* <b>70754</b>	1,39%	19,99
L-10-5-2-l	98435	* <b>92796</b>	5,73%	31,58	* <b>92796</b>	5,73%	38,53
L-10-5-2-s	82360	* <b>81007</b>	1,64%	30,50	* <b>81007</b>	1,64%	21,08
L-10-5-3-l	96679	* <b>85040</b>	12,04%	29,83	* <b>85040</b>	12,04%	32,91
L-10-5-3-s	75961	* <b>75961</b>	0,00%	15,13	* <b>75961</b>	0,00%	21,45
L-15-10-1-l	226422	* <b>226259</b>	0,07%	83,78	* <b>226259</b>	0,07%	89,64
L-15-10-1-s	131593	* <b>126591</b>	3,80%	257,80	126590	3,80%	70,16
L-15-10-2-l	238627	* <b>227926</b>	4,48%	161,11	* <b>227926</b>	4,48%	83,86
L-15-10-2-s	125031	* <b>121928</b>	2,48%	251,25	* <b>121928</b>	2,48%	75,03
L-15-10-3-l	212944	* <b>168712</b>	20,77%	83,84	* <b>168712</b>	20,77%	70,63
L-15-10-3-s	133904	* <b>129392</b>	3,37%	206,98	* <b>129392</b>	3,37%	58,97
L-15-15-1-l	336936	325621	3,36%	583,73	325621	3,36%	476,38
L-15-15-1-s	172377	166091	3,65%	5580,61	166094	3,64%	231,27
L-15-15-2-l	335277	* <b>315933</b>	5,77%	552,48	* <b>315933</b>	5,77%	682,41



Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
L-15-15-2-s	182905	* <b>178269</b>	2,53%	6637,17	* <b>178269</b>	2,53%	446,45
L-15-15-3-l	356576	* <b>316545</b>	11,23%	155,30	316543	11,23%	130,81
L-15-15-3-s	176143	* <b>167355</b>	4,99%	2181,03	* <b>167355</b>	4,99%	151,73
L-15-5-1-l	110528	* <b>110521</b>	0,01%	21,02	* <b>110521</b>	0,01%	36,78
L-15-5-1-s	70429	* <b>68758</b>	2,37%	30,47	* <b>68758</b>	2,37%	18,14
L-15-5-2-l	116825	* <b>109000</b>	6,70%	29,31	* <b>109000</b>	6,70%	35,28
L-15-5-2-s	80330	* <b>79208</b>	1,40%	33,31	* <b>79208</b>	1,40%	20,48
L-15-5-3-l	100051	* <b>98612</b>	1,44%	37,78	* <b>98612</b>	1,44%	36,05
L-15-5-3-s	81458	* <b>81458</b>	0,00%	16,53	* <b>81458</b>	0,00%	19,83
L-5-10-1-l	210271	210275	0,00%	86,69	* <b>210276</b>	0,00%	86,84
L-5-10-1-s	121938	* <b>118959</b>	2,44%	259,16	* <b>118959</b>	2,44%	57,56
L-5-10-2-l	209976	* <b>206629</b>	1,59%	88,13	* <b>206629</b>	1,59%	93,91
L-5-10-2-s	120207	* <b>114499</b>	4,75%	328,89	* <b>114499</b>	4,75%	67,69
L-5-10-3-l	174975	* <b>165548</b>	5,39%	69,67	* <b>165548</b>	5,39%	87,45
L-5-10-3-s	120275	* <b>115677</b>	3,82%	232,58	* <b>115677</b>	3,82%	78,44
L-5-15-1-l	334287	* <b>317004</b>	5,17%	592,28	317003	5,17%	278,05
L-5-15-1-s	173624	* <b>169129</b>	2,59%	3495,31	* <b>169129</b>	2,59%	277,13
L-5-15-2-l	285232	* <b>284525</b>	0,25%	302,69	* <b>284525</b>	0,25%	283,66
L-5-15-2-s	176770	* <b>175389</b>	0,78%	1937,81	175388	0,78%	313,27
L-5-15-3-l	323285	263659	18,44%	154,44	* <b>263662</b>	18,44%	149,52
L-5-15-3-s	171571	* <b>161029</b>	6,14%	3707,36	* <b>161029</b>	6,14%	109,83
L-5-5-1-l	105539	* <b>105467</b>	0,07%	34,69	* <b>105467</b>	0,07%	45,11
L-5-5-1-s	66605	* <b>60004</b>	9,91%	33,95	* <b>60004</b>	9,91%	19,44
L-5-5-2-l	119596	* <b>109188</b>	8,70%	31,69	* <b>109188</b>	8,70%	42,72
L-5-5-2-s	74176	* <b>74176</b>	0,00%	19,97	* <b>74176</b>	0,00%	19,69
L-5-5-3-l	100894	* <b>70353</b>	30,27%	36,83	* <b>70353</b>	30,27%	39,69
L-5-5-3-s	68600	* <b>51545</b>	24,86%	36,53	* <b>51545</b>	24,86%	21,11

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Os resultados considerados ótimos pelo *solver* foram demarcados com um asterisco e em negrito, para facilitar a compreensão dos dados por parte do leitor. A primeira observação que se pode fazer através da análise dos dados é que todas as instâncias puderam ser resolvidas através de métodos exatos, não havendo assim necessidade de inserir solução heurísticas iniciais ou demais métodos para resolvê-las. O que estes e outros métodos podem trazer para o problema é uma redução do tempo computacional e eventualmente um aumento da função objetivo, entretanto os métodos exatos mostraram-se eficazes em solucioná-las a despeito destas características, indicando que este conjunto de instâncias pode ser aprimorado para ser melhor explorado pela literatura.

Em relação ao GAP, nota-se que com exceção das instâncias que possuem um alto orçamento e um alto número de ofertas (caracterizadas pelo final “3-1”), a grande maioria possuiu GAPS baixos ou iguais a zero. Isto significa que os resultados encontrados foram iguais aos apresentados pelos autores originais. Salienta-se que através dos algoritmos exatos propostos os autores não haviam obtido a solução ótima, o que demonstra a eficácia do solver em resolvê-los. Já no que tange ao tempo de execução, percebe-se que com exceção da instância “L-10-15-2-1”, o modelo M+ sempre apresentou tempos menores com resultados iguais ou semelhantes aos obtidos pelo modelo original. Desta forma, conclui-se que o desempenho modelo M+ foi satisfatório em reduzir o tempo de execução e manter a mesma qualidade de resultados.

Os modelos canibais apresentaram tempos de execução menores, o que pode ser justificado pela adição da restrição de canibalismo, que, ao limitar produtos, acaba de certa forma facilitando o problema, seguindo a lógica da restrição M+. Assim como os modelos sem canibalismo, nota-se que a restrição adicional do modelo M+ também reduziu significativamente o tempo de execução mantendo a mesma qualidade de resultados.

Além disso, quatro instâncias tiveram soluções melhores do que as propostas pelos autores. Acredita-se que isso possa ter ocorrido devido a arredondamentos em algumas variáveis ou restrições. As instâncias foram as seguintes: “L-5-10-1-1”, “M2-10-15-1-1”, “M2-5-10-1-1” e “M2-5-15-1-1”.

Para uma visualização mais fácil dos resultados, na Tabela 3 estão dispostos o GAP médio e tempo total de execução dos modelos (considerando todas as 324 instâncias).

Tabela 3 – GAP médio e tempo total de execução para todas as instâncias

<b>Modelo</b>	<b>GAP (Média)</b>	<b>Tempo Total (s)</b>	<b>Redução do tempo total resultante do modelo M+</b>
Original	1,08%	86113,41	-
M+	1,08%	47030,22	45,39%
Com Canibalismo	3,28%	46002,82	-
Com Canibalismo M+	3,28%	8974,75	80,49%

Através da tabela confirma-se as análises discutidas anteriormente, afirmando que o modelo M+ foi bem-sucedido em reduzir o tempo de execução, mantendo a mesma qualidade de resultados em relação aos modelos sem esta restrição.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou resolver de maneira eficaz o problema de marketing direto com oferta de produtos. Considera-se o objetivo geral, resolver o problema através de um *solver* comercial, concluído com sucesso. Os resultados demonstraram que os *solvers* podem solucionar todas as instâncias do problema propostas na literatura, com resultados próximos ou iguais aos ótimos.

Em relação à modelagem proposta, pode-se inferir que o modelo M+ trouxe uma grande mudança em relação ao tempo computacional, sem possuir nenhuma desvantagem em relação a qualidade de solução. No caso das instâncias sem canibalismo, este modelo chegou a representar um tempo total 45% menor em relação ao original. Esta vantagem é significativa, caso o modelo seja utilizado para aplicações no mundo real.

No que tange as instâncias com canibalismo, entende-se que elas facilitaram o problema ao restringir o espaço solução. Porém, ao mesmo tempo, limitando alguns produtos ela acabou por apresentar resultados piores em relação as instâncias sem canibalismo. Este comportamento reflete, de certa forma, aplicações do mundo real, como uma má escolha do mix de produtos, erros nas estratégias de vendas ou um posicionamento errôneo da marca. As instâncias canibais visam justamente trazer esta lacuna para o problema, de que, havendo dois produtos semelhantes, o cliente optará por apenas um deles. Outro viés sobre o canibalismo é também a redução de custos, considerando que há um custo de aquisição do produto, uma empresa não compraria dois produtos semelhantes que podem competir entre eles.

Sugere-se para futuros trabalhos em relação a este tema, a utilização de instâncias de casos reais para validar o funcionamento do modelo ou também a criação de novas instâncias, que apresentem um maior nível de dificuldade. Também é válida a utilização de métodos heurísticos, para verificação de melhoras nos tempos computacionais. Souza (2018) resolve este problema através de heurísticas, porém não consegue alcançar os valores de função objetivos iguais aos apresentados por Nobibon, Leus e Spieksma (2011), razão de não terem sido abordados neste trabalho.

Além disso, podem ser adicionados ao modelo novas variações que reflitam condições reais de mercado, assim como a introduzida pelo canibalismo, de modo que o modelo possa prever com uma maior precisão a maneira de maximizar os lucros.

Ademais, os resultados aqui apresentados e abordagem utilizada servem para complementar a literatura, visto que não foram encontrados trabalhos com este enfoque. Acredita-se que o detalhamento em relação a metodologia e resultados será útil para um melhor estudo do problema e suas soluções.

## REFERÊNCIAS

- American Marketing Association. **Definition of Marketing**. Disponível em: <<https://www.ama.org/AboutAMA/Pages/Definition-of-Marketing.aspx>>. Acesso em 11 jun. 2018.
- BELCH, G. E.; BELCH, M. E. **Propaganda e Promoção**: uma perspectiva da comunicação integrada de marketing. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014. 839 p.
- BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013. 541 p.
- BENNETT, A. R. The five Vs—a buyer's perspective of the marketing mix. **Marketing Intelligence & Planning**, v. 15, n. 3, p. 151-156, 1997.
- BOSE, I.; CHEN, X. Quantitative models for direct marketing: A review from systems perspective. **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 1, p. 1-16, 2009.
- CETIN, F.; ALABAS-USLU, C. Heuristic solution to the product targeting problem based on mathematical programming. **International Journal of Production Research**, v. 55, n. 1, p. 3-17, 2017.
- COELHO, V. N. et al. Generic Pareto local search metaheuristic for optimization of targeted offers in a bi-objective direct marketing campaign. **Computers & Operations Research**, v. 78, p. 578-587, 2017.
- COHEN, M. D. Exploiting response models—optimizing cross-sell and up-sell opportunities in banking. **Information Systems**, v. 29, n. 4, p. 327-341, 2004.
- COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional**: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 501 p.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. **Journal of global optimization**, v. 6, n. 2, p. 109-133, 1995.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and Intractability**: a guide to the theory of NP-completeness. New York: W. H. Freeman, 1979.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 118 p.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2017. 169 p.
- GLOVER, Fred. Tabu search—part I. **ORSA Journal on computing**, v. 1, n. 3, p. 190-206, 1989.
- GUNDLACH, G. T.; WILKIE, W. L. The American Marketing Association's new definition of marketing: Perspective and commentary on the 2007 revision. **Journal of Public Policy & Marketing**, v. 28, n. 2, p. 259-264, 2009.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2012. 1005 p.
- IBM ILOG CPLEX Optimization STUDIO. **CPLEX User's Manual**, Version 12 Release 8. IBM Corp. 2017.

IFORS – International Federation of Operational Research Societies. **What is OR?** Disponível em: <<http://ifors.org/what-is-or/>>. Acesso em 13 jun. 2018.

KEEFE, Lisa M. Marketing defined. **Marketing News**, v. 42, n. 1, p. 28-29, 2008. Disponível em:

<[http://online.ueh.edu.vn/diemthi/BAI\\_GIANG\\_DHCQ\\_CLC\\_LUU/KHOA%2038/HOC%20KY%20CUOI%202012/LOP%20NGAN%20HANG/MARKETING%20CAN%20BAN\\_GV\\_HUYNH%20PHUOC%20NGHIA/Tai%20lieu%20thao%20luan-Tranh%20luan%20ve%20dinh%20nghia%20Marketing.pdf](http://online.ueh.edu.vn/diemthi/BAI_GIANG_DHCQ_CLC_LUU/KHOA%2038/HOC%20KY%20CUOI%202012/LOP%20NGAN%20HANG/MARKETING%20CAN%20BAN_GV_HUYNH%20PHUOC%20NGHIA/Tai%20lieu%20thao%20luan-Tranh%20luan%20ve%20dinh%20nghia%20Marketing.pdf)>. Acesso em: 11 jun. 2018.

KNOTT, A.; HAYES, A.; NESLIN, S. A. Next-product-to-buy models for cross-selling applications. **Journal of interactive Marketing**, v. 16, n. 3, p. 59-75, 2002. DOI: 10.1002/dir.10038.

KOCH, T. Rapid mathematical programming or how to solve sudoku puzzles in a few seconds. **Operations Research Proceedings 2005**. Bremen: Springer, 2006. p. 21-26.

\_\_\_\_\_. **ZIMPL User Guide**, Version 3.3.4. Berlim: Zuse Institute. 2015.

KOTLER, P.; ARMSTRONG, G. **Princípios de marketing**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 600 p.

KOTLER, P. **Administração de marketing: análise, planejamento, implementação e controle**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2011. 726 p.

LACHTERMARCHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 1. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. 223 p.

MIGUEL, P. A. C. (Org.). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2012. 260 p.

McCarthy, E. J. **Basic Marketing: a managerial approach**. Homewood: Richard D. Irwin, 1960. 770 p.

MEINDL, B.; TEMPL, M. Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems. **Eurostat and Statistics Netherlands within the project ESSnet on common tools and harmonised methodology for SDC in the ESS**, p. 20, 2012.

\_\_\_\_\_. Analysis of Commercial and Free and Open Source Solvers for the Cell Suppression Problem. **Trans. Data Privacy**, v. 6, n. 2, p. 147-159, 2013.

MLADENOVIĆ, Nenad; HANSEN, Pierre. Variable neighborhood search. **Computers & operations research**, v. 24, n. 11, p. 1097-1100, 1997.

NOBIBON, F. T.; LEUS, R.; SPIEKSMAN, F. C. R. **Models for the optimization of promotion campaigns: exact and heuristic algorithms**. Department of Quantitative Methods and Information Management (KBI), Faculty of Business and Economics, 2008. Disponível em: <[https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1290503](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1290503)>. Acesso em: 10 jun. 2018.

\_\_\_\_\_. Optimization models for targeted offers in direct marketing: Exact and heuristic algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 210, n. 3, p. 670-683, 2011. DOI: 10.1016/j.ejor.2010.10.019.

OLIVEIRA, T. A. et al. Um algoritmo heurístico aplicado ao problema de oferta de produtos em campanhas de marketing direto. **Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, pp. 103 – 114, 2014.

OLIVEIRA, T. A. et al. A hybrid variable neighborhood search algorithm for targeted offers in direct marketing. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, v. 47, p. 205-212, 2015.

\_\_\_\_\_. A VNS approach for book marketing campaigns generated with quasi-bicliques probabilities. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, v. 58, p. 15-22, 2017.

REINARTZ, Werner; THOMAS, Jacquelyn S.; KUMAR, Viswanathan. Balancing acquisition and retention resources to maximize customer profitability. **Journal of marketing**, v. 69, n. 1, p. 63-79, 2005. DOI: 10.1509/jmkg.69.1.63.55511.

ROSENBLOOM, B. **Canais de marketing: uma visão gerencial**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SOUZA, V. B. **Uma abordagem meta-heurísticas para o problema de marketing direto considerando o canibalismo de produtos**. 2018. 104 p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2018

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional: uma visão geral**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TALBI, E. G. A taxonomy of hybrid metaheuristics. **Journal of heuristics**, v. 8, n. 5, p. 541-564, 2002.

\_\_\_\_\_. **Metaheuristics: from design to implementation**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009

TURRIONI, J. B; MELLO, C. H. P. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção: estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas**. Itajubá: UNIFEI, 2012.

URDAN, T. F.; URDAN, A. T. **Gestão do composto de marketing**, 2. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

WONG, K. W. et al. Mining customer value: From association rules to direct marketing. **Data Mining and Knowledge Discovery**, v. 11, n. 1, p. 57-79, 2005.

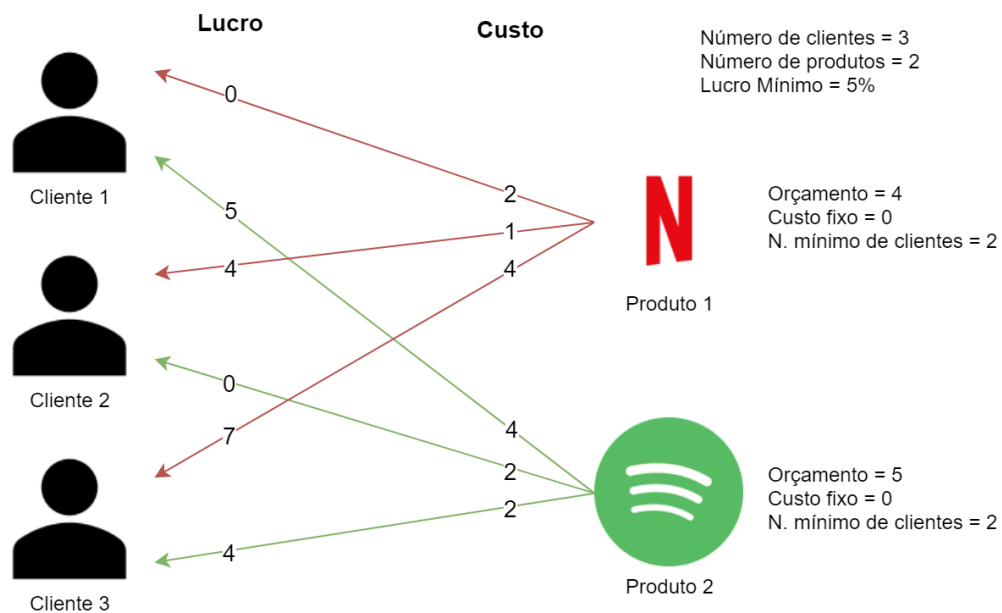
WOOD, M. B. **Planejamento de Marketing**. São Paulo: Saraiva, 2015. 288 p.

## APÊNDICE A – ARQUIVO LP

Para um maior esclarecimento acerca da metodologia empregada neste trabalho, neste apêndice é dado um maior detalhamento aos arquivos lps gerados e suas soluções.

Considerando a Figura 8 e o modelo original proposto por Nobibon, Leus e Spieksma (2011) (seção 4.4.1), o modelo resultante será o seguinte:

Figura 8 - Exemplo do Problema de Marketing Direto com Oferta de Produtos



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Função Objetivo:

$$\max -2x_{11} + x_{12} + 3x_{21} - 2x_{22} + 3x_{31} + 2x_{32} - 2y_1 - 2y_2$$

Sujeito à:

$$\begin{aligned} -2.1y_2 - 2.1y_1 - 2.1x_{22} - 2.1x_{11} + 1.9x_{32} + 2.8x_{31} + 2.95x_{21} + 0.8x_{12} &\geq 0 \\ +4x_{31} + x_{21} + 2x_{11} &\leq 4; & +2x_{32} + 2x_{22} + 4x_{12} &\leq 5 \\ +x_{12} + x_{11} &\leq 1; & +x_{22} + x_{21} &\leq 2; & +x_{32} + x_{31} &\leq 2 \\ -3y_1 + x_{31} + x_{21} + x_{11} &\leq 0; & -3y_2 + x_{32} + x_{22} + x_{12} &\leq 0 \\ +x_{31} + x_{21} + x_{11} &\geq 0; & +x_{32} + x_{22} + x_{12} &\geq 0 \end{aligned}$$



Para cada uma das 324 instâncias, haverá um arquivo em formato txt, contendo todos os dados apresentados na Figura 8. A linguagem ZIMPL, seguindo a programação descrita no Apêndice B, irá ler cada um destes arquivos separadamente e gerar um arquivo no formato lp.

O arquivo lp não se trata de nada mais do que uma conversão da linguagem matemática expressa anteriormente, só que em formato padrão para ser lido pelos *solvers*. Abaixo, o código gerado automaticamente pelo ZIMPL para a instância exemplo da Figura 8.

```

Maximize
  LUCRO:  -2 x#1#1 + x#1#2 +3 x#2#1 -2 x#2#2 +3 x#3#1 +2 x#3#2 -2 y#1 -2 y#2
Subject to
  TX_MIN_RETORNO@0:
    -2.1 y#2 -2.1 y#1 -2.1 x#2#2 -2.1 x#1#1 +1.9 x#3#2 +2.8 x#3#1 +2.95 x#2#1
+0.8 x#1#2 >= 0
  ORCAMENTO6_1:
    +4 x#3#1 + x#2#1 +2 x#1#1 <= 4
  ORCAMENTO6_2:
    +2 x#3#2 +2 x#2#2 +4 x#1#2 <= 5
  OFERTA_MAX7_1:
    + x#1#2 + x#1#1 <= 1
  OFERTA_MAX7_2:
    + x#2#2 + x#2#1 <= 2
  OFERTA_MAX7_3:
    + x#3#2 + x#3#1 <= 1
  OFERTA_MIN8_1:
    -3 y#1 + x#3#1 + x#2#1 + x#1#1 <= 0
  OFERTA_MIN8_2:
    -3 y#2 + x#3#2 + x#2#2 + x#1#2 <= 0
  OFERTA_MIN9_1:
    + x#3#1 + x#2#1 + x#1#1 >= 0
  OFERTA_MIN9_2:
    + x#3#2 + x#2#2 + x#1#2 >= 0
Bounds
  0 <= x#1#1 <= 1
  0 <= x#1#2 <= 1
  0 <= x#2#1 <= 1
  0 <= x#2#2 <= 1
  0 <= x#3#1 <= 1
  0 <= x#3#2 <= 1
  0 <= y#1 <= 1
  0 <= y#2 <= 1
General
  x#1#1
  x#1#2
  x#2#1
  x#2#2
  x#3#1
  x#3#2
  y#1
  y#2
End

```

O que irá diferir desta para as outras modelagens (M+ ou canibalismo) serão somente algumas restrições. Desta forma, foram gerados 4 programações diferentes no ZIMPL (sendo uma para cada modelo) e então foram gerados lps para cada uma das instâncias novamente.

De maneira a facilitar futuros trabalhos acerca deste tópico, as instâncias utilizadas e arquivos gerados podem ser encontrados no seguinte repositório: [github.com/j-wendt/direct-marketing](https://github.com/j-wendt/direct-marketing).

## APÊNDICE B – CÓDIGO FONTE

Neste apêndice está explícito o código fonte na linguagem ZIMPL para o modelo original (sem canibalismo e sem a mudança na restrição M+). Os demais códigos contam com leves alterações referentes a adição ou modificações de restrições.

```

param arquivo := FILE;
param CLIENTES := read arquivo as "1n" use 1;
param PRODUTOS := read arquivo as "2n" use 1;
param R := read arquivo as "3n" use 1;
param COLUNAS := PRODUTOS * 2 + 1;

set I := { 1..CLIENTES };
set J := { 1..PRODUTOS };
set Z := { 1..COLUNAS };
set T := { I * Z };

param MATRIZ[T] := read arquivo as "n+" skip 1 use CLIENTES;
param OFB[<i,j> in {1..3} * J] := read arquivo as "n+" skip CLIENTES + 1;

param c[<i,j> in I * J] := MATRIZ[i,j];
param p[<i,j> in I * J] := MATRIZ[i,j + PRODUTOS];
param M[<i> in I] := MATRIZ[i, COLUNAS];
param O[<i> in J] := OFB[1,i];
param B[<i> in J] := OFB[2,i];
param f[<i> in J] := OFB[3,i];

var x[I * J] binary;
var y[J] binary;

maximize LUCRO:
    sum <i,j> in I * J : ((p[i,j] - c[i,j]) * x[i,j]) - sum <j> in J: (f[j]
* y[j]);

subto TX_MIN_RETORNO2:
    sum <i,j> in I * J : (p[i,j] * x[i,j]) - (1 + R) * ((sum <i,j> in I *
J : c[i,j] * x[i,j]) + (sum <j> in J: f[j] * y[j])) >= 0;

subto ORCAMENTO3:
    forall <j> in J do sum <i> in I :
        c[i,j] * x[i,j] <= B[j];

subto OFERTA_MAX4:
    forall <i> in I do sum <j> in J :
        x[i,j] <= M[i];

subto OFERTA_MIN5:
    forall <j> in J do sum <i> in I :
        x[i,j] <= CLIENTES*y[j];

subto OFERTA_MIN6:
    forall <j> in J do sum <i> in I :
        x[i,j] >= O[j]*y[j];

```

## APÊNDICE C – RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Este apêndice tem como objetivo trazer os resultados computacionais encontrados. Nas Tabela 4 e Tabela 5 estão dispostos os valores de função objetivo, GAP referente à solução de Nobibon, Leus e Spieksma (2011) e tempo computacional encontrados para as 324 instâncias do problema. Maiores detalhes em relação as soluções, variáveis e restrições para cada instância encontradas estão disponibilizadas no seguinte repositório: [github.com/j-wendt/direct-marketing](https://github.com/j-wendt/direct-marketing). As soluções ótimas encontradas pelo solver estão marcadas com um asterisco e em negrito.

Tabela 4 - Resultados para as instâncias sem canibalismo

Instance	EJOR	Objective value	GAP	Time	Objective value M+	GAP M+	Time M+
L-10-10-1-l	233804	* <b>233762</b>	0,02%	202,30	233761	0,02%	82,98
L-10-10-1-s	126422	* <b>122774</b>	2,89%	667,52	* <b>122774</b>	2,89%	75,64
L-10-10-2-l	216529	* <b>216529</b>	0,00%	244,14	* <b>216529</b>	0,00%	190,91
L-10-10-2-s	130733	* <b>130610</b>	0,09%	266,30	* <b>130610</b>	0,09%	87,61
L-10-10-3-l	177111	* <b>117247</b>	33,80%	92,98	* <b>117247</b>	33,80%	82,31
L-10-10-3-s	127677	* <b>121196</b>	5,08%	288,03	* <b>121196</b>	5,08%	92,53
L-10-15-1-l	281497	* <b>281496</b>	0,00%	2962,67	* <b>281496</b>	0,00%	1636,30
L-10-15-1-s	173291	* <b>168285</b>	2,89%	2596,72	* <b>168293</b>	2,88%	490,30
L-10-15-2-l	331612	* <b>329864</b>	0,53%	16515,61	* <b>329864</b>	0,53%	30593,77
L-10-15-2-s	172856	* <b>170877</b>	1,14%	3581,02	* <b>170876</b>	1,15%	1628,25
L-10-15-3-l	342210	* <b>322336</b>	5,81%	133,75	* <b>322336</b>	5,81%	128,23
L-10-15-3-s	173324	* <b>169324</b>	2,31%	2820,97	* <b>169324</b>	2,31%	439,64
L-10-5-1-l	99328	* <b>98470</b>	0,86%	63,78	* <b>98470</b>	0,86%	40,17
L-10-5-1-s	71754	* <b>70754</b>	1,39%	51,84	* <b>70754</b>	1,39%	19,64
L-10-5-2-l	98435	* <b>98435</b>	0,00%	42,23	* <b>98435</b>	0,00%	38,58
L-10-5-2-s	82360	* <b>81007</b>	1,64%	43,95	* <b>81007</b>	1,64%	19,77
L-10-5-3-l	96679	* <b>85040</b>	12,04%	49,67	* <b>85040</b>	12,04%	37,50
L-10-5-3-s	75961	* <b>75961</b>	0,00%	18,72	* <b>75961</b>	0,00%	20,45
L-15-10-1-l	226422	226421	0,00%	320,05	226421	0,00%	204,27
L-15-10-1-s	131593	129305	1,74%	395,09	129305	1,74%	38,03
L-15-10-2-l	238627	238381	0,10%	224,23	238381	0,10%	106,56
L-15-10-2-s	125031	123086	1,56%	607,48	123086	1,56%	98,17
L-15-10-3-l	212944	168712	20,77%	107,23	168712	20,77%	76,81
L-15-10-3-s	133904	130492	2,55%	378,34	130492	2,55%	84,81
L-15-15-1-l	336936	336888	0,01%	2068,56	336888	0,01%	737,47
L-15-15-1-s	172377	166613	3,34%	2354,72	166609	3,35%	2690,91
L-15-15-2-l	335277	335277	0,00%	1538,91	335277	0,00%	851,22

Instance	EJOR	Objective value	GAP	Time	Objective value M+	GAP M+	Time M+
L-15-15-2-s	182905	181488	0,77%	2878,17	181488	0,77%	618,70
L-15-15-3-l	356576	345765	3,03%	129,77	345765	3,03%	115,98
L-15-15-3-s	176143	170734	3,07%	2070,72	170744	3,07%	319,05
L-15-5-1-l	110528	* <b>110521</b>	0,01%	46,53	* <b>110521</b>	0,01%	40,30
L-15-5-1-s	70429	* <b>68758</b>	2,37%	44,91	* <b>68758</b>	2,37%	21,02
L-15-5-2-l	116825	* <b>109000</b>	6,70%	37,05	* <b>109000</b>	6,70%	36,80
L-15-5-2-s	80330	* <b>79208</b>	1,40%	35,20	79205	1,40%	19,72
L-15-5-3-l	100051	* <b>98612</b>	1,44%	42,02	* <b>98612</b>	1,44%	35,44
L-15-5-3-s	81458	* <b>81458</b>	0,00%	17,48	* <b>81458</b>	0,00%	19,03
L-5-10-1-l	210271	210275	0,00%	213,61	* <b>210276</b>	0,00%	97,08
L-5-10-1-s	121938	* <b>118959</b>	2,44%	434,84	* <b>118959</b>	2,44%	131,24
L-5-10-2-l	209976	* <b>208783</b>	0,57%	212,31	* <b>208783</b>	0,57%	96,89
L-5-10-2-s	120207	* <b>116960</b>	2,70%	464,25	* <b>116960</b>	2,70%	78,34
L-5-10-3-l	174975	* <b>165548</b>	5,39%	201,61	* <b>165548</b>	5,39%	82,74
L-5-10-3-s	120275	* <b>118878</b>	1,16%	292,39	* <b>118878</b>	1,16%	80,16
L-5-15-1-l	334287	334287	0,00%	1613,14	334286	0,00%	473,13
L-5-15-1-s	173624	* <b>171319</b>	1,33%	2804,22	* <b>171319</b>	1,33%	513,64
L-5-15-2-l	285232	* <b>284855</b>	0,13%	24867,42	* <b>284855</b>	0,13%	1206,20
L-5-15-2-s	176770	175386	0,78%	5361,08	175388	0,78%	486,52
L-5-15-3-l	323285	286686	11,32%	239,33	286692	11,32%	117,83
L-5-15-3-s	171571	162733	5,15%	1739,13	162733	5,15%	253,11
L-5-5-1-l	105539	* <b>105467</b>	0,07%	38,53	* <b>105467</b>	0,07%	39,38
L-5-5-1-s	66605	* <b>60004</b>	9,91%	37,38	* <b>60004</b>	9,91%	19,83
L-5-5-2-l	119596	* <b>110462</b>	7,64%	39,83	* <b>110462</b>	7,64%	42,64
L-5-5-2-s	74176	* <b>74176</b>	0,00%	19,42	* <b>74176</b>	0,00%	19,39
L-5-5-3-l	100894	* <b>70353</b>	30,27%	44,64	* <b>70353</b>	30,27%	35,83
L-5-5-3-s	68600	* <b>59777</b>	12,86%	25,75	* <b>59777</b>	12,86%	20,95
M1-10-10-1-l	23385	23385	0,00%	2,47	23385	0,00%	1,81
M1-10-10-1-s	12766	* <b>12512</b>	1,99%	4,84	* <b>12512</b>	1,99%	3,63
M1-10-10-2-l	19413	* <b>19413</b>	0,00%	2,83	* <b>19413</b>	0,00%	1,75
M1-10-10-2-s	13214	* <b>13214</b>	0,00%	2,88	* <b>13214</b>	0,00%	1,63
M1-10-10-3-l	22438	22437	0,00%	1,44	22437	0,00%	1,56
M1-10-10-3-s	12121	* <b>12121</b>	0,00%	2,95	* <b>12121</b>	0,00%	2,16
M1-10-15-1-l	31596	* <b>31589</b>	0,02%	26,31	* <b>31589</b>	0,02%	14,06
M1-10-15-1-s	17578	* <b>17379</b>	1,13%	72,84	* <b>17379</b>	1,13%	16,48
M1-10-15-2-l	31485	* <b>31485</b>	0,00%	120,06	* <b>31485</b>	0,00%	18,16
M1-10-15-2-s	17552	* <b>17529</b>	0,13%	97,31	* <b>17529</b>	0,13%	16,17
M1-10-15-3-l	22961	21645	5,73%	2,09	21645	5,73%	2,14
M1-10-15-3-s	18051	17022	5,70%	51,55	* <b>17021</b>	5,71%	7,80
M1-10-5-1-l	10425	* <b>10425</b>	0,00%	0,56	* <b>10425</b>	0,00%	0,91
M1-10-5-1-s	7196	* <b>7196</b>	0,00%	0,44	* <b>7196</b>	0,00%	0,97
M1-10-5-2-l	10092	* <b>10092</b>	0,00%	0,50	* <b>10092</b>	0,00%	0,95
M1-10-5-2-s	7394	* <b>7394</b>	0,00%	0,38	* <b>7394</b>	0,00%	0,45
M1-10-5-3-l	4788	* <b>4788</b>	0,00%	0,53	* <b>4788</b>	0,00%	0,95
M1-10-5-3-s	6488	* <b>6452</b>	0,55%	0,42	* <b>6452</b>	0,55%	1,14
M1-15-10-1-l	19689	* <b>19121</b>	2,88%	3,06	* <b>19121</b>	2,88%	3,72

Instance	EJOR	Objective value	GAP	Time	Objective value M+	GAP M+	Time M+
M1-15-10-1-s	12041	11627	3,44%	5,41	11627	3,44%	3,16
M1-15-10-2-l	19251	* <b>19251</b>	0,00%	3,03	* <b>19251</b>	0,00%	2,00
M1-15-10-2-s	13137	* <b>13137</b>	0,00%	3,52	* <b>13137</b>	0,00%	2,02
M1-15-10-3-l	15789	* <b>15789</b>	0,00%	1,28	* <b>15789</b>	0,00%	1,47
M1-15-10-3-s	13041	* <b>13041</b>	0,00%	1,75	* <b>13041</b>	0,00%	1,73
M1-15-15-1-l	34160	* <b>34160</b>	0,00%	23,36	34159	0,00%	9,70
M1-15-15-1-s	18347	18289	0,32%	41,33	* <b>18290</b>	0,31%	7,81
M1-15-15-2-l	32345	* <b>32345</b>	0,00%	16,50	* <b>32345</b>	0,00%	14,19
M1-15-15-2-s	17835	* <b>17835</b>	0,00%	109,25	* <b>17835</b>	0,00%	16,91
M1-15-15-3-l	21875	* <b>21875</b>	0,00%	2,69	* <b>21875</b>	0,00%	2,83
M1-15-15-3-s	17440	17370	0,40%	50,75	* <b>17371</b>	0,40%	8,95
M1-15-5-1-l	11481	11481	0,00%	0,52	11481	0,00%	0,78
M1-15-5-1-s	6493	* <b>6471</b>	0,34%	1,16	* <b>6471</b>	0,34%	1,05
M1-15-5-2-l	12129	* <b>11864</b>	2,18%	0,50	* <b>11864</b>	2,18%	0,86
M1-15-5-2-s	7286	* <b>7286</b>	0,00%	0,77	* <b>7286</b>	0,00%	0,97
M1-15-5-3-l	10266	* <b>10266</b>	0,00%	0,53	* <b>10266</b>	0,00%	0,97
M1-15-5-3-s	6323	* <b>6256</b>	1,06%	0,42	* <b>6256</b>	1,06%	0,47
M1-5-10-1-l	14587	* <b>14587</b>	0,00%	2,67	* <b>14587</b>	0,00%	1,77
M1-5-10-1-s	12066	* <b>12027</b>	0,32%	5,56	12026	0,33%	2,92
M1-5-10-2-l	21364	* <b>21364</b>	0,00%	1,39	* <b>21364</b>	0,00%	1,72
M1-5-10-2-s	12089	* <b>12062</b>	0,22%	3,91	* <b>12062</b>	0,22%	1,66
M1-5-10-3-l	16422	16330	0,56%	1,28	* <b>16331</b>	0,55%	1,25
M1-5-10-3-s	12105	* <b>12105</b>	0,00%	2,42	* <b>12105</b>	0,00%	1,70
M1-5-15-1-l	28264	* <b>28264</b>	0,00%	56,73	* <b>28264</b>	0,00%	19,80
M1-5-15-1-s	17532	* <b>17340</b>	1,10%	54,58	* <b>17340</b>	1,10%	6,30
M1-5-15-2-l	30446	* <b>30446</b>	0,00%	25,75	* <b>30446</b>	0,00%	20,33
M1-5-15-2-s	18074	* <b>17949</b>	0,69%	69,66	* <b>17949</b>	0,69%	7,38
M1-5-15-3-l	21883	19801	9,51%	2,38	* <b>19802</b>	9,51%	2,30
M1-5-15-3-s	16954	* <b>16458</b>	2,93%	55,41	* <b>16458</b>	2,93%	6,47
M1-5-5-1-l	10937	* <b>10549</b>	3,55%	0,55	* <b>10549</b>	3,55%	0,94
M1-5-5-1-s	7322	* <b>7321</b>	0,01%	1,20	* <b>7321</b>	0,01%	0,98
M1-5-5-2-l	10309	* <b>10309</b>	0,00%	0,67	* <b>10309</b>	0,00%	0,97
M1-5-5-2-s	7597	* <b>7597</b>	0,00%	0,48	* <b>7597</b>	0,00%	0,42
M1-5-5-3-l	6861	* <b>6861</b>	0,00%	0,55	* <b>6861</b>	0,00%	1,58
M1-5-5-3-s	7619	* <b>7619</b>	0,00%	0,41	* <b>7619</b>	0,00%	0,42
M2-10-10-1-l	32924	* <b>32897</b>	0,08%	9,89	* <b>32897</b>	0,08%	16,13
M2-10-10-1-s	24320	* <b>23995</b>	1,34%	20,30	* <b>23995</b>	1,34%	9,86
M2-10-10-2-l	44387	* <b>44387</b>	0,00%	10,03	* <b>44387</b>	0,00%	17,16
M2-10-10-2-s	24289	* <b>24120</b>	0,70%	21,89	* <b>24120</b>	0,70%	8,92
M2-10-10-3-l	40301	* <b>37848</b>	6,09%	4,58	* <b>37848</b>	6,09%	5,61
M2-10-10-3-s	25839	* <b>25839</b>	0,00%	7,03	* <b>25839</b>	0,00%	6,45
M2-10-15-1-l	67783	* <b>67785</b>	0,00%	154,34	* <b>67785</b>	0,00%	46,28
M2-10-15-1-s	35607	* <b>34845</b>	2,14%	127,94	* <b>34845</b>	2,14%	34,08
M2-10-15-2-l	70681	* <b>70681</b>	0,00%	94,81	* <b>70681</b>	0,00%	67,81
M2-10-15-2-s	34776	34325	1,30%	166,06	* <b>34327</b>	1,29%	77,88
M2-10-15-3-l	64679	* <b>60497</b>	6,47%	7,94	* <b>60497</b>	6,47%	8,03

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
M2-10-15-3-s	36775	36441	0,91%	58,28	* 36443	0,90%	17,19
M2-10-5-1-l	20466	* 20466	0,00%	1,91	* 20466	0,00%	2,59
M2-10-5-1-s	15179	* 14830	2,30%	1,17	* 14830	2,30%	1,31
M2-10-5-2-l	19211	* 19211	0,00%	1,80	* 19211	0,00%	2,61
M2-10-5-2-s	15195	* 15195	0,00%	1,09	* 15195	0,00%	2,83
M2-10-5-3-l	14618	* 14618	0,00%	2,08	* 14618	0,00%	2,47
M2-10-5-3-s	13266	* 13266	0,00%	1,31	* 13266	0,00%	1,39
M2-15-10-1-l	37665	* 37665	0,00%	10,02	* 37665	0,00%	10,59
M2-15-10-1-s	24745	* 24248	2,01%	30,69	24247	2,01%	17,95
M2-15-10-2-l	48012	* 48012	0,00%	5,20	* 48012	0,00%	10,48
M2-15-10-2-s	25125	* 24887	0,95%	24,58	* 24887	0,95%	14,14
M2-15-10-3-l	37742	* 30105	20,23%	5,48	* 30105	20,23%	5,36
M2-15-10-3-s	26363	* 25718	2,45%	18,59	* 25718	2,45%	6,39
M2-15-15-1-l	63332	* 63131	0,32%	191,58	* 63131	0,32%	83,17
M2-15-15-1-s	35728	* 35102	1,75%	126,58	35101	1,75%	31,78
M2-15-15-2-l	60752	* 60752	0,00%	197,34	* 60752	0,00%	131,72
M2-15-15-2-s	35144	34740	1,15%	241,44	34740	1,15%	149,50
M2-15-15-3-l	70033	67756	3,25%	7,94	* 67757	3,25%	8,22
M2-15-15-3-s	36353	36252	0,28%	40,75	36254	0,27%	15,88
M2-15-5-1-l	20099	* 20068	0,15%	1,70	* 20068	0,15%	2,70
M2-15-5-1-s	13957	13910	0,34%	2,39	13910	0,34%	2,41
M2-15-5-2-l	20282	* 20282	0,00%	1,63	* 20282	0,00%	2,42
M2-15-5-2-s	14935	* 14935	0,00%	1,01	* 14935	0,00%	1,50
M2-15-5-3-l	21319	21318	0,00%	1,81	* 21319	0,00%	2,61
M2-15-5-3-s	14569	* 14569	0,00%	1,06	* 14569	0,00%	1,81
M2-5-10-1-l	40390	* 40391	0,00%	10,94	* 40391	0,00%	5,77
M2-5-10-1-s	24233	* 23840	1,62%	34,17	* 23840	1,62%	11,50
M2-5-10-2-l	38080	* 38012	0,18%	11,03	* 38012	0,18%	21,78
M2-5-10-2-s	24114	* 23637	1,98%	33,64	* 23637	1,98%	11,80
M2-5-10-3-l	37184	* 34331	7,67%	5,75	* 34331	7,67%	5,27
M2-5-10-3-s	25080	* 25080	0,00%	14,27	* 25080	0,00%	4,80
M2-5-15-1-l	52717	* 52718	0,00%	287,56	* 52718	0,00%	34,52
M2-5-15-1-s	34473	33815	1,91%	117,72	* 33816	1,91%	30,11
M2-5-15-2-l	62885	* 62860	0,04%	97,38	* 62860	0,04%	51,47
M2-5-15-2-s	35307	* 35287	0,06%	120,52	* 35287	0,06%	21,45
M2-5-15-3-l	63526	* 59951	5,63%	12,56	* 59951	5,63%	8,11
M2-5-15-3-s	32984	30868	6,42%	50,53	30868	6,42%	33,39
M2-5-5-1-l	22751	22751	0,00%	1,84	22751	0,00%	2,52
M2-5-5-1-s	15581	* 15581	0,00%	1,20	* 15581	0,00%	2,88
M2-5-5-2-l	18965	* 18965	0,00%	1,69	* 18965	0,00%	2,61
M2-5-5-2-s	14248	* 14248	0,00%	0,94	* 14248	0,00%	1,31
M2-5-5-3-l	12137	* 10279	15,31%	1,72	* 10279	15,31%	2,16
M2-5-5-3-s	13414	* 13347	0,50%	1,19	* 13347	0,50%	1,23
S1-10-10-1-l	2150	* 2150	0,00%	0,20	* 2150	0,00%	0,20
S1-10-10-1-s	1135	* 1135	0,00%	0,44	* 1135	0,00%	0,22
S1-10-10-2-l	2322	* 2322	0,00%	0,19	* 2322	0,00%	0,23

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
S1-10-10-2-s	1369	* <b>1369</b>	0,00%	0,20	* <b>1369</b>	0,00%	0,22
S1-10-10-3-l	1954	* <b>1954</b>	0,00%	0,16	* <b>1954</b>	0,00%	0,19
S1-10-10-3-s	1334	* <b>1334</b>	0,00%	0,19	* <b>1334</b>	0,00%	0,20
S1-10-15-1-l	3374	* <b>3374</b>	0,00%	0,61	* <b>3374</b>	0,00%	0,41
S1-10-15-1-s	1825	* <b>1825</b>	0,00%	1,27	* <b>1825</b>	0,00%	0,92
S1-10-15-2-l	3394	* <b>3394</b>	0,00%	1,27	* <b>3394</b>	0,00%	0,78
S1-10-15-2-s	1776	* <b>1776</b>	0,00%	0,36	* <b>1776</b>	0,00%	0,25
S1-10-15-3-l	2829	* <b>2829</b>	0,00%	0,28	* <b>2829</b>	0,00%	0,24
S1-10-15-3-s	1587	* <b>1587</b>	0,00%	0,33	* <b>1587</b>	0,00%	0,27
S1-10-5-1-l	648	* <b>648</b>	0,00%	0,11	* <b>648</b>	0,00%	0,11
S1-10-5-1-s	711	* <b>711</b>	0,00%	0,14	* <b>711</b>	0,00%	0,17
S1-10-5-2-l	1039	* <b>1039</b>	0,00%	0,17	* <b>1039</b>	0,00%	0,16
S1-10-5-2-s	775	* <b>775</b>	0,00%	0,09	* <b>775</b>	0,00%	0,08
S1-10-5-3-l	775	* <b>775</b>	0,00%	0,06	* <b>775</b>	0,00%	0,06
S1-10-5-3-s	786	* <b>786</b>	0,00%	0,17	* <b>786</b>	0,00%	0,09
S1-15-10-1-l	1922	* <b>1922</b>	0,00%	0,17	* <b>1922</b>	0,00%	0,25
S1-15-10-1-s	1326	* <b>1326</b>	0,00%	0,20	* <b>1326</b>	0,00%	0,20
S1-15-10-2-l	2244	* <b>2244</b>	0,00%	0,16	* <b>2244</b>	0,00%	0,20
S1-15-10-2-s	1352	* <b>1352</b>	0,00%	0,17	* <b>1352</b>	0,00%	0,17
S1-15-10-3-l	2041	* <b>2041</b>	0,00%	0,16	* <b>2041</b>	0,00%	0,20
S1-15-10-3-s	1149	* <b>1149</b>	0,00%	0,30	* <b>1149</b>	0,00%	0,19
S1-15-15-1-l	3428	* <b>3428</b>	0,00%	0,97	* <b>3428</b>	0,00%	0,50
S1-15-15-1-s	1786	* <b>1786</b>	0,00%	0,80	* <b>1786</b>	0,00%	0,55
S1-15-15-2-l	3491	* <b>3491</b>	0,00%	0,75	* <b>3491</b>	0,00%	0,58
S1-15-15-2-s	1976	* <b>1976</b>	0,00%	0,97	* <b>1976</b>	0,00%	0,45
S1-15-15-3-l	3192	* <b>3192</b>	0,00%	0,24	* <b>3192</b>	0,00%	0,22
S1-15-15-3-s	1763	* <b>1763</b>	0,00%	0,52	* <b>1763</b>	0,00%	0,41
S1-15-5-1-l	983	* <b>983</b>	0,00%	0,16	* <b>983</b>	0,00%	0,14
S1-15-5-1-s	771	* <b>771</b>	0,00%	0,11	* <b>771</b>	0,00%	0,11
S1-15-5-2-l	918	* <b>918</b>	0,00%	0,09	* <b>918</b>	0,00%	0,11
S1-15-5-2-s	747	* <b>747</b>	0,00%	0,19	* <b>747</b>	0,00%	0,14
S1-15-5-3-l	1075	* <b>1075</b>	0,00%	0,06	* <b>1075</b>	0,00%	0,05
S1-15-5-3-s	787	* <b>787</b>	0,00%	0,06	* <b>787</b>	0,00%	0,06
S1-5-10-1-l	2167	* <b>2167</b>	0,00%	0,17	* <b>2167</b>	0,00%	0,22
S1-5-10-1-s	1232	* <b>1232</b>	0,00%	0,34	* <b>1232</b>	0,00%	0,22
S1-5-10-2-l	1706	* <b>1706</b>	0,00%	0,17	* <b>1706</b>	0,00%	0,19
S1-5-10-2-s	1391	* <b>1391</b>	0,00%	0,20	* <b>1391</b>	0,00%	0,20
S1-5-10-3-l	1661	* <b>1661</b>	0,00%	0,16	* <b>1661</b>	0,00%	0,17
S1-5-10-3-s	1121	* <b>1121</b>	0,00%	0,20	* <b>1121</b>	0,00%	0,16
S1-5-15-1-l	2789	* <b>2789</b>	0,00%	1,61	* <b>2789</b>	0,00%	0,74
S1-5-15-1-s	1787	* <b>1787</b>	0,00%	1,47	* <b>1787</b>	0,00%	0,19
S1-5-15-2-l	2580	* <b>2580</b>	0,00%	0,78	* <b>2580</b>	0,00%	0,81
S1-5-15-2-s	1861	* <b>1861</b>	0,00%	1,80	* <b>1861</b>	0,00%	0,66
S1-5-15-3-l	2563	* <b>2563</b>	0,00%	0,27	* <b>2563</b>	0,00%	0,17
S1-5-15-3-s	1824	* <b>1824</b>	0,00%	1,25	* <b>1824</b>	0,00%	0,44
S1-5-5-1-l	882	* <b>882</b>	0,00%	0,09	* <b>882</b>	0,00%	0,08



Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
S1-5-5-1-s	739	* 739	0,00%	0,06	* 739	0,00%	0,06
S1-5-5-2-l	878	* 878	0,00%	0,08	* 878	0,00%	0,08
S1-5-5-2-s	667	* 667	0,00%	0,16	* 667	0,00%	0,17
S1-5-5-3-l	796	* 796	0,00%	0,11	* 796	0,00%	0,08
S1-5-5-3-s	703	* 703	0,00%	0,06	* 703	0,00%	0,06
S2-10-10-1-l	4472	* 4472	0,00%	0,25	* 4472	0,00%	0,27
S2-10-10-1-s	2595	* 2595	0,00%	0,63	* 2595	0,00%	0,33
S2-10-10-2-l	3710	* 3710	0,00%	0,22	* 3710	0,00%	0,22
S2-10-10-2-s	2423	* 2423	0,00%	0,52	* 2423	0,00%	0,25
S2-10-10-3-l	4004	* 4004	0,00%	0,20	* 4004	0,00%	0,17
S2-10-10-3-s	2552	* 2552	0,00%	0,41	* 2552	0,00%	0,24
S2-10-15-1-l	6145	* 6145	0,00%	2,16	* 6145	0,00%	1,17
S2-10-15-1-s	3435	* 3435	0,00%	1,56	* 3435	0,00%	1,06
S2-10-15-2-l	5526	* 5526	0,00%	2,69	* 5526	0,00%	2,11
S2-10-15-2-s	3661	* 3661	0,00%	4,28	* 3661	0,00%	1,28
S2-10-15-3-l	6316	* 6316	0,00%	0,30	* 6316	0,00%	0,19
S2-10-15-3-s	3364	* 3364	0,00%	0,89	* 3364	0,00%	0,47
S2-10-5-1-l	1927	* 1927	0,00%	0,19	* 1927	0,00%	0,13
S2-10-5-1-s	1378	* 1378	0,00%	0,16	* 1378	0,00%	0,25
S2-10-5-2-l	2421	* 2421	0,00%	0,17	* 2421	0,00%	0,16
S2-10-5-2-s	1461	* 1461	0,00%	0,20	* 1461	0,00%	0,14
S2-10-5-3-l	954	* 954	0,00%	0,16	* 954	0,00%	0,16
S2-10-5-3-s	1317	* 1317	0,00%	0,14	* 1317	0,00%	0,08
S2-15-10-1-l	4262	* 4262	0,00%	0,27	* 4262	0,00%	0,27
S2-15-10-1-s	2562	* 2562	0,00%	0,36	* 2562	0,00%	0,22
S2-15-10-2-l	4606	* 4606	0,00%	0,22	* 4606	0,00%	0,27
S2-15-10-2-s	2556	* 2556	0,00%	0,56	* 2556	0,00%	0,27
S2-15-10-3-l	3934	* 3934	0,00%	0,23	* 3934	0,00%	0,19
S2-15-10-3-s	2522	* 2522	0,00%	0,27	* 2522	0,00%	0,20
S2-15-15-1-l	6829	* 6829	0,00%	2,13	* 6829	0,00%	1,49
S2-15-15-1-s	3652	* 3652	0,00%	2,00	* 3652	0,00%	1,45
S2-15-15-2-l	6313	* 6313	0,00%	4,00	* 6313	0,00%	4,39
S2-15-15-2-s	3408	* 3408	0,00%	1,22	* 3408	0,00%	0,55
S2-15-15-3-l	5096	* 5096	0,00%	0,19	* 5096	0,00%	0,19
S2-15-15-3-s	3597	* 3597	0,00%	2,72	* 3597	0,00%	0,81
S2-15-5-1-l	2219	* 2219	0,00%	0,17	* 2219	0,00%	0,16
S2-15-5-1-s	1543	* 1543	0,00%	0,13	* 1543	0,00%	0,14
S2-15-5-2-l	1945	* 1945	0,00%	0,17	* 1945	0,00%	0,14
S2-15-5-2-s	1459	* 1459	0,00%	0,16	* 1459	0,00%	0,14
S2-15-5-3-l	1920	* 1920	0,00%	0,14	* 1920	0,00%	0,09
S2-15-5-3-s	1529	* 1529	0,00%	0,14	* 1529	0,00%	0,14
S2-5-10-1-l	3528	* 3528	0,00%	0,25	* 3528	0,00%	0,25
S2-5-10-1-s	2398	* 2398	0,00%	0,38	* 2398	0,00%	0,22
S2-5-10-2-l	3827	* 3827	0,00%	0,22	* 3827	0,00%	0,24
S2-5-10-2-s	2430	* 2430	0,00%	0,77	* 2430	0,00%	0,22
S2-5-10-3-l	4201	* 4201	0,00%	0,20	* 4201	0,00%	0,19

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
S2-5-10-3-s	2263	* 2263	0,00%	0,44	* 2263	0,00%	0,19
S2-5-15-1-l	5153	* 5153	0,00%	2,53	* 5153	0,00%	1,52
S2-5-15-1-s	3415	* 3415	0,00%	2,36	* 3415	0,00%	1,06
S2-5-15-2-l	5154	* 5154	0,00%	2,27	* 5154	0,00%	2,02
S2-5-15-2-s	3412	* 3412	0,00%	5,34	* 3412	0,00%	1,19
S2-5-15-3-l	4432	* 4432	0,00%	0,19	* 4432	0,00%	0,17
S2-5-15-3-s	3068	* 3068	0,00%	1,23	* 3068	0,00%	0,31
S2-5-5-1-l	1434	* 1434	0,00%	0,17	* 1434	0,00%	0,16
S2-5-5-1-s	1428	* 1428	0,00%	0,17	* 1428	0,00%	0,13
S2-5-5-2-l	1983	* 1983	0,00%	0,13	* 1983	0,00%	0,16
S2-5-5-2-s	1413	* 1413	0,00%	0,14	* 1413	0,00%	0,13
S2-5-5-3-l	1536	* 1536	0,00%	0,16	* 1536	0,00%	0,17
S2-5-5-3-s	1439	* 1439	0,00%	0,14	* 1439	0,00%	0,17
S3-10-10-1-l	6336	* 6336	0,00%	0,50	* 6336	0,00%	0,39
S3-10-10-1-s	3431	* 3431	0,00%	0,80	* 3431	0,00%	0,50
S3-10-10-2-l	6906	* 6906	0,00%	0,38	* 6906	0,00%	0,23
S3-10-10-2-s	3950	* 3950	0,00%	0,56	* 3950	0,00%	0,38
S3-10-10-3-l	5307	* 5307	0,00%	0,20	* 5307	0,00%	0,19
S3-10-10-3-s	3602	* 3602	0,00%	0,74	* 3602	0,00%	0,39
S3-10-15-1-l	9512	* 9512	0,00%	4,55	* 9512	0,00%	1,77
S3-10-15-1-s	5226	* 5226	0,00%	4,48	* 5226	0,00%	1,75
S3-10-15-2-l	10699	* 10699	0,00%	2,30	* 10699	0,00%	1,48
S3-10-15-2-s	5351	* 5351	0,00%	15,80	* 5351	0,00%	3,20
S3-10-15-3-l	6463	* 6463	0,00%	0,47	* 6463	0,00%	0,31
S3-10-15-3-s	5389	* 5389	0,00%	2,63	* 5389	0,00%	0,80
S3-10-5-1-l	2589	* 2589	0,00%	0,20	* 2589	0,00%	0,22
S3-10-5-1-s	2104	* 2104	0,00%	0,22	* 2104	0,00%	0,19
S3-10-5-2-l	3379	* 3379	0,00%	0,23	* 3379	0,00%	0,20
S3-10-5-2-s	2300	* 2300	0,00%	0,25	* 2300	0,00%	0,19
S3-10-5-3-l	1729	* 1729	0,00%	0,36	* 1729	0,00%	0,17
S3-10-5-3-s	1669	* 1669	0,00%	0,20	* 1669	0,00%	0,14
S3-15-10-1-l	5114	* 5114	0,00%	1,53	* 5114	0,00%	0,92
S3-15-10-1-s	3803	* 3803	0,00%	1,48	* 3803	0,00%	0,42
S3-15-10-2-l	5794	* 5794	0,00%	0,39	* 5794	0,00%	0,56
S3-15-10-2-s	3906	* 3906	0,00%	0,94	* 3906	0,00%	0,56
S3-15-10-3-l	3861	* 3861	0,00%	0,22	* 3861	0,00%	0,19
S3-15-10-3-s	4029	* 4029	0,00%	0,59	* 4029	0,00%	0,30
S3-15-15-1-l	9464	* 9464	0,00%	8,44	* 9464	0,00%	3,23
S3-15-15-1-s	5387	* 5387	0,00%	10,97	* 5387	0,00%	2,47
S3-15-15-2-l	11325	* 11325	0,00%	2,83	* 11325	0,00%	2,06
S3-15-15-2-s	5373	* 5373	0,00%	5,72	* 5373	0,00%	2,17
S3-15-15-3-l	7237	* 7237	0,00%	1,20	* 7237	0,00%	0,45
S3-15-15-3-s	5171	* 5171	0,00%	2,34	* 5171	0,00%	0,81
S3-15-5-1-l	3125	* 3125	0,00%	0,25	* 3125	0,00%	0,19
S3-15-5-1-s	2189	* 2189	0,00%	0,28	* 2189	0,00%	0,22
S3-15-5-2-l	3012	* 3012	0,00%	0,20	* 3012	0,00%	0,23

Instance	EJOR	Objetive value	GAP	Time	Objetive value M+	GAP M+	Time M+
S3-15-5-2-s	2177	* 2177	0,00%	0,20	* 2177	0,00%	0,19
S3-15-5-3-l	1748	* 1748	0,00%	0,36	* 1748	0,00%	0,19
S3-15-5-3-s	2268	* 2268	0,00%	0,19	* 2268	0,00%	0,16
S3-5-10-1-l	5732	* 5732	0,00%	0,98	* 5732	0,00%	0,56
S3-5-10-1-s	3623	* 3623	0,00%	0,80	* 3623	0,00%	0,34
S3-5-10-2-l	7298	* 7298	0,00%	0,36	* 7298	0,00%	0,24
S3-5-10-2-s	3742	* 3742	0,00%	0,78	* 3742	0,00%	0,38
S3-5-10-3-l	4524	* 4524	0,00%	0,19	* 4524	0,00%	0,20
S3-5-10-3-s	3704	* 3704	0,00%	0,53	* 3704	0,00%	0,31
S3-5-15-1-l	7710	* 7710	0,00%	5,47	* 7710	0,00%	1,59
S3-5-15-1-s	5456	* 5456	0,00%	6,98	* 5456	0,00%	1,84
S3-5-15-2-l	9486	* 9486	0,00%	5,98	* 9486	0,00%	5,92
S3-5-15-2-s	5300	* 5300	0,00%	7,67	* 5300	0,00%	1,19
S3-5-15-3-l	6365	* 6365	0,00%	1,44	* 6365	0,00%	0,73
S3-5-15-3-s	5415	* 5415	0,00%	3,17	* 5415	0,00%	0,78
S3-5-5-1-l	3014	* 3014	0,00%	0,20	* 3014	0,00%	0,19
S3-5-5-1-s	2068	* 2068	0,00%	0,19	* 2068	0,00%	0,33
S3-5-5-2-l	3107	* 3107	0,00%	0,33	* 3107	0,00%	0,20
S3-5-5-2-s	2131	* 2131	0,00%	0,17	* 2131	0,00%	0,16
S3-5-5-3-l	2849	* 2849	0,00%	0,19	* 2849	0,00%	0,20
S3-5-5-3-s	2320	* 2320	0,00%	0,20	* 2320	0,00%	0,17

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Tabela 5 - Resultados para as instâncias com canibalismo

Instance	EJOR	Objetive value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objetive value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
L-10-10-1-l	233804	* 217055	7,16%	100,13	* 217055	7,16%	81,86
L-10-10-1-s	126422	* 120675	4,55%	2061,61	120674	4,55%	91,75
L-10-10-2-l	216529	* 212844	1,70%	98,84	* 212844	1,70%	115,69
L-10-10-2-s	130733	* 130610	0,09%	196,33	* 130610	0,09%	35,05
L-10-10-3-l	177111	* 117247	33,80%	81,94	* 117247	33,80%	84,03
L-10-10-3-s	127677	* 120787	5,40%	164,42	* 120787	5,40%	84,95
L-10-15-1-l	281497	* 281496	0,00%	611,63	* 281496	0,00%	439,92
L-10-15-1-s	173291	* 167934	3,09%	2790,39	167931	3,09%	451,53
L-10-15-2-l	331612	* 324946	2,01%	654,14	* 324946	2,01%	441,66
L-10-15-2-s	172856	* 168184	2,70%	5415,73	* 168184	2,70%	748,44
L-10-15-3-l	342210	* 299406	12,51%	149,38	299405	12,51%	120,59
L-10-15-3-s	173324	* 166494	3,94%	2489,39	* 166494	3,94%	341,14
L-10-5-1-l	99328	* 98470	0,86%	37,89	* 98470	0,86%	36,50
L-10-5-1-s	71754	* 70754	1,39%	18,24	* 70754	1,39%	19,99
L-10-5-2-l	98435	* 92796	5,73%	31,58	* 92796	5,73%	38,53
L-10-5-2-s	82360	* 81007	1,64%	30,50	* 81007	1,64%	21,08

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
L-10-5-3-l	96679	* 85040	12,04%	29,83	* 85040	12,04%	32,91
L-10-5-3-s	75961	* 75961	0,00%	15,13	* 75961	0,00%	21,45
L-15-10-1-l	226422	* 226259	0,07%	83,78	* 226259	0,07%	89,64
L-15-10-1-s	131593	* 126591	3,80%	257,80	126590	3,80%	70,16
L-15-10-2-l	238627	* 227926	4,48%	161,11	* 227926	4,48%	83,86
L-15-10-2-s	125031	* 121928	2,48%	251,25	* 121928	2,48%	75,03
L-15-10-3-l	212944	* 168712	20,77%	83,84	* 168712	20,77%	70,63
L-15-10-3-s	133904	* 129392	3,37%	206,98	* 129392	3,37%	58,97
L-15-15-1-l	336936	325621	3,36%	583,73	325621	3,36%	476,38
L-15-15-1-s	172377	166091	3,65%	5580,61	166094	3,64%	231,27
L-15-15-2-l	335277	* 315933	5,77%	552,48	* 315933	5,77%	682,41
L-15-15-2-s	182905	* 178269	2,53%	6637,17	* 178269	2,53%	446,45
L-15-15-3-l	356576	* 316545	11,23%	155,30	316543	11,23%	130,81
L-15-15-3-s	176143	* 167355	4,99%	2181,03	* 167355	4,99%	151,73
L-15-5-1-l	110528	* 110521	0,01%	21,02	* 110521	0,01%	36,78
L-15-5-1-s	70429	* 68758	2,37%	30,47	* 68758	2,37%	18,14
L-15-5-2-l	116825	* 109000	6,70%	29,31	* 109000	6,70%	35,28
L-15-5-2-s	80330	* 79208	1,40%	33,31	* 79208	1,40%	20,48
L-15-5-3-l	100051	* 98612	1,44%	37,78	* 98612	1,44%	36,05
L-15-5-3-s	81458	* 81458	0,00%	16,53	* 81458	0,00%	19,83
L-5-10-1-l	210271	210275	0,00%	86,69	* 210276	0,00%	86,84
L-5-10-1-s	121938	* 118959	2,44%	259,16	* 118959	2,44%	57,56
L-5-10-2-l	209976	* 206629	1,59%	88,13	* 206629	1,59%	93,91
L-5-10-2-s	120207	* 114499	4,75%	328,89	* 114499	4,75%	67,69
L-5-10-3-l	174975	* 165548	5,39%	69,67	* 165548	5,39%	87,45
L-5-10-3-s	120275	* 115677	3,82%	232,58	* 115677	3,82%	78,44
L-5-15-1-l	334287	* 317004	5,17%	592,28	317003	5,17%	278,05
L-5-15-1-s	173624	* 169129	2,59%	3495,31	* 169129	2,59%	277,13
L-5-15-2-l	285232	* 284525	0,25%	302,69	* 284525	0,25%	283,66
L-5-15-2-s	176770	175389	0,78%	1937,81	175388	0,78%	313,27
L-5-15-3-l	323285	263659	18,44%	154,44	* 263662	18,44%	149,52
L-5-15-3-s	171571	161029	6,14%	3707,36	161029	6,14%	109,83
L-5-5-1-l	105539	* 105467	0,07%	34,69	* 105467	0,07%	45,11
L-5-5-1-s	66605	* 60004	9,91%	33,95	* 60004	9,91%	19,44
L-5-5-2-l	119596	* 109188	8,70%	31,69	* 109188	8,70%	42,72
L-5-5-2-s	74176	* 74176	0,00%	19,97	* 74176	0,00%	19,69
L-5-5-3-l	100894	* 70353	30,27%	36,83	* 70353	30,27%	39,69
L-5-5-3-s	68600	* 51545	24,86%	36,53	* 51545	24,86%	21,11
M1-10-10-1-l	23385	20386	12,82%	1,73	* 20387	12,82%	1,75
M1-10-10-1-s	12766	12449	2,48%	4,48	12449	2,48%	3,30
M1-10-10-2-l	19413	* 17649	9,09%	1,39	* 17649	9,09%	1,83
M1-10-10-2-s	13214	* 13214	0,00%	1,94	* 13214	0,00%	2,00
M1-10-10-3-l	22438	20148	10,21%	1,38	* 20149	10,20%	1,38
M1-10-10-3-s	12121	* 11839	2,33%	2,95	* 11839	2,33%	2,28
M1-10-15-1-l	31596	* 31589	0,02%	8,78	* 31589	0,02%	3,45

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
M1-10-15-1-s	17578	* 17379	1,13%	45,50	* 17379	1,13%	11,67
M1-10-15-2-l	31485	* 30056	4,54%	10,00	* 30056	4,54%	6,06
M1-10-15-2-s	17552	* 17441	0,63%	44,45	* 17441	0,63%	11,70
M1-10-15-3-l	22961	* 19029	17,12%	2,28	* 19029	17,12%	2,72
M1-10-15-3-s	18051	16394	9,18%	57,42	16394	9,18%	6,99
M1-10-5-1-l	10425	* 10425	0,00%	0,91	* 10425	0,00%	0,89
M1-10-5-1-s	7196	* 7196	0,00%	0,45	* 7196	0,00%	0,69
M1-10-5-2-l	10092	* 8639	14,40%	0,94	* 8639	14,40%	0,72
M1-10-5-2-s	7394	* 7394	0,00%	0,72	* 7394	0,00%	0,41
M1-10-5-3-l	4788	* 4788	0,00%	0,47	* 4788	0,00%	1,56
M1-10-5-3-s	6488	* 6452	0,55%	0,48	* 6452	0,55%	0,89
M1-15-10-1-l	19689	* 19072	3,13%	1,45	* 19072	3,13%	1,86
M1-15-10-1-s	12041	11627	3,44%	3,33	11627	3,44%	4,19
M1-15-10-2-l	19251	* 17737	7,86%	1,45	* 17737	7,86%	1,84
M1-15-10-2-s	13137	* 13137	0,00%	3,00	* 13137	0,00%	1,38
M1-15-10-3-l	15789	* 15789	0,00%	1,33	* 15789	0,00%	2,14
M1-15-10-3-s	13041	* 12874	1,28%	1,94	* 12874	1,28%	2,02
M1-15-15-1-l	34160	* 33357	2,35%	8,50	33356	2,35%	4,02
M1-15-15-1-s	18347	18289	0,32%	33,42	18289	0,32%	6,45
M1-15-15-2-l	32345	* 31422	2,85%	4,56	* 31422	2,85%	5,67
M1-15-15-2-s	17835	* 17834	0,01%	31,88	* 17834	0,01%	9,20
M1-15-15-3-l	21875	* 20519	6,20%	2,33	* 20519	6,20%	2,61
M1-15-15-3-s	17440	17344	0,55%	32,22	17344	0,55%	4,94
M1-15-5-1-l	11481	* 11481	0,00%	0,50	* 11481	0,00%	1,55
M1-15-5-1-s	6493	* 6471	0,34%	0,83	* 6471	0,34%	1,25
M1-15-5-2-l	12129	* 11864	2,18%	0,52	* 11864	2,18%	0,73
M1-15-5-2-s	7286	* 7286	0,00%	1,53	* 7286	0,00%	0,81
M1-15-5-3-l	10266	10140	1,23%	0,95	* 10141	1,22%	0,56
M1-15-5-3-s	6323	* 6256	1,06%	0,48	* 6256	1,06%	0,47
M1-5-10-1-l	14587	* 14237	2,40%	1,47	* 14237	2,40%	1,75
M1-5-10-1-s	12066	* 11762	2,52%	4,08	* 11762	2,52%	3,44
M1-5-10-2-l	21364	* 19657	7,99%	1,41	* 19657	7,99%	1,80
M1-5-10-2-s	12089	* 11938	1,25%	2,94	* 11938	1,25%	2,06
M1-5-10-3-l	16422	* 14279	13,05%	1,28	14278	13,06%	1,45
M1-5-10-3-s	12105	* 11489	5,09%	2,41	* 11489	5,09%	1,98
M1-5-15-1-l	28264	* 28120	0,51%	12,03	* 28120	0,51%	6,34
M1-5-15-1-s	17532	* 17041	2,80%	44,31	* 17041	2,80%	6,83
M1-5-15-2-l	30446	* 29002	4,74%	10,73	* 29002	4,74%	14,55
M1-5-15-2-s	18074	* 17450	3,45%	40,11	* 17450	3,45%	8,83
M1-5-15-3-l	21883	* 16731	23,54%	2,28	* 16731	23,54%	2,97
M1-5-15-3-s	16954	* 16384	3,36%	32,39	* 16384	3,36%	6,80
M1-5-5-1-l	10937	* 10549	3,55%	0,91	* 10549	3,55%	0,94
M1-5-5-1-s	7322	* 7321	0,01%	1,25	* 7321	0,01%	0,99
M1-5-5-2-l	10309	* 10309	0,00%	0,52	* 10309	0,00%	0,99
M1-5-5-2-s	7597	* 7597	0,00%	0,81	* 7597	0,00%	0,41

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
M1-5-5-3-l	6861	* 6861	0,00%	0,45	* 6861	0,00%	1,55
M1-5-5-3-s	7619	* 7619	0,00%	0,52	* 7619	0,00%	0,45
M2-10-10-1-l	32924	* 31871	3,20%	5,81	* 31871	3,20%	6,44
M2-10-10-1-s	24320	* 23995	1,34%	14,91	* 23995	1,34%	11,80
M2-10-10-2-l	44387	* 44387	0,00%	5,31	* 44387	0,00%	11,52
M2-10-10-2-s	24289	* 23414	3,60%	18,14	23413	3,61%	6,89
M2-10-10-3-l	40301	* 37848	6,09%	5,25	* 37848	6,09%	6,00
M2-10-10-3-s	25839	* 25839	0,00%	7,66	* 25839	0,00%	5,13
M2-10-15-1-l	67783	* 64289	5,15%	34,61	* 64289	5,15%	33,48
M2-10-15-1-s	35607	34275	3,74%	206,41	34275	3,74%	25,50
M2-10-15-2-l	70681	* 70681	0,00%	19,14	* 70681	0,00%	18,50
M2-10-15-2-s	34776	* 34257	1,49%	201,55	34256	1,50%	38,95
M2-10-15-3-l	64679	* 50405	22,07%	7,75	50404	22,07%	9,01
M2-10-15-3-s	36775	* 34598	5,92%	217,89	34597	5,92%	24,50
M2-10-5-1-l	20466	* 20466	0,00%	2,06	* 20466	0,00%	2,94
M2-10-5-1-s	15179	14336	5,55%	1,55	* 14337	5,55%	3,03
M2-10-5-2-l	19211	* 19211	0,00%	1,94	* 19211	0,00%	2,72
M2-10-5-2-s	15195	* 15195	0,00%	1,11	* 15195	0,00%	1,92
M2-10-5-3-l	14618	* 14618	0,00%	1,67	* 14618	0,00%	2,36
M2-10-5-3-s	13266	* 13266	0,00%	1,38	* 13266	0,00%	1,31
M2-15-10-1-l	37665	35667	5,30%	5,63	35667	5,30%	11,08
M2-15-10-1-s	24745	* 23822	3,73%	19,67	* 23822	3,73%	8,67
M2-15-10-2-l	48012	* 48012	0,00%	5,00	* 48012	0,00%	6,63
M2-15-10-2-s	25125	* 24645	1,91%	13,30	* 24645	1,91%	10,64
M2-15-10-3-l	37742	* 30105	20,23%	4,91	* 30105	20,23%	5,48
M2-15-10-3-s	26363	* 25572	3,00%	17,84	* 25572	3,00%	4,11
M2-15-15-1-l	63332	* 60580	4,35%	38,66	* 60580	4,35%	32,16
M2-15-15-1-s	35728	34798	2,60%	131,14	34799	2,60%	40,92
M2-15-15-2-l	60752	* 56664	6,73%	29,58	* 56664	6,73%	75,16
M2-15-15-2-s	35144	34546	1,70%	354,95	34544	1,71%	64,23
M2-15-15-3-l	70033	65421	6,59%	8,03	* 65422	6,58%	9,03
M2-15-15-3-s	36353	* 35165	3,27%	68,59	* 35165	3,27%	22,63
M2-15-5-1-l	20099	20067	0,16%	1,83	* 20068	0,15%	2,63
M2-15-5-1-s	13957	13795	1,16%	2,39	* 13796	1,15%	2,59
M2-15-5-2-l	20282	* 20282	0,00%	1,39	20281	0,00%	2,55
M2-15-5-2-s	14935	14584	2,35%	1,00	14584	2,35%	1,95
M2-15-5-3-l	21319	20298	4,79%	1,52	20298	4,79%	2,28
M2-15-5-3-s	14569	14569	0,00%	1,39	14569	0,00%	1,92
M2-5-10-1-l	40390	37364	7,49%	5,67	37364	7,49%	6,08
M2-5-10-1-s	24233	* 23754	1,98%	21,89	* 23754	1,98%	9,06
M2-5-10-2-l	38080	* 38012	0,18%	5,64	* 38012	0,18%	15,89
M2-5-10-2-s	24114	* 23095	4,23%	21,64	* 23095	4,23%	12,17
M2-5-10-3-l	37184	* 32682	12,11%	5,41	* 32682	12,11%	5,45
M2-5-10-3-s	25080	* 25080	0,00%	9,03	* 25080	0,00%	5,64
M2-5-15-1-l	52717	* 46120	12,51%	36,98	* 46120	12,51%	41,33

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
M2-5-15-1-s	34473	* 32882	4,62%	231,97	32880	4,62%	39,72
M2-5-15-2-l	62885	* 62562	0,51%	20,27	* 62562	0,51%	18,03
M2-5-15-2-s	35307	35287	0,06%	76,98	35287	0,06%	12,77
M2-5-15-3-l	63526	55017	13,39%	8,25	* 55018	13,39%	8,66
M2-5-15-3-s	32984	30868	6,42%	141,19	30866	6,42%	21,27
M2-5-5-1-l	22751	* 19983	12,17%	1,91	* 19983	12,17%	2,47
M2-5-5-1-s	15581	* 14571	6,48%	1,89	* 14571	6,48%	1,38
M2-5-5-2-l	18965	* 18965	0,00%	1,80	* 18965	0,00%	2,67
M2-5-5-2-s	14248	* 14248	0,00%	1,34	* 14248	0,00%	1,30
M2-5-5-3-l	12137	* 10279	15,31%	1,30	* 10279	15,31%	2,17
M2-5-5-3-s	13414	* 13347	0,50%	1,86	* 13347	0,50%	1,38
S1-10-10-1-l	2150	* 2150	0,00%	0,22	* 2150	0,00%	0,20
S1-10-10-1-s	1135	* 1134	0,09%	0,86	* 1134	0,09%	0,22
S1-10-10-2-l	2322	* 2269	2,28%	0,17	* 2269	2,28%	0,20
S1-10-10-2-s	1369	* 1369	0,00%	0,23	* 1369	0,00%	0,20
S1-10-10-3-l	1954	* 1954	0,00%	0,17	* 1954	0,00%	0,17
S1-10-10-3-s	1334	* 1272	4,65%	0,20	* 1272	4,65%	0,17
S1-10-15-1-l	3374	* 3202	5,10%	0,39	* 3202	5,10%	0,22
S1-10-15-1-s	1825	* 1825	0,00%	0,91	* 1825	0,00%	0,91
S1-10-15-2-l	3394	* 3221	5,10%	1,19	* 3221	5,10%	0,41
S1-10-15-2-s	1776	* 1776	0,00%	0,42	* 1776	0,00%	0,20
S1-10-15-3-l	2829	* 2743	3,04%	0,67	* 2743	3,04%	0,19
S1-10-15-3-s	1587	* 1577	0,63%	0,50	* 1577	0,63%	0,22
S1-10-5-1-l	648	* 648	0,00%	0,14	* 648	0,00%	0,13
S1-10-5-1-s	711	* 711	0,00%	0,17	* 711	0,00%	0,19
S1-10-5-2-l	1039	* 1038	0,10%	0,09	* 1038	0,10%	0,11
S1-10-5-2-s	775	* 769	0,77%	0,16	* 769	0,77%	0,11
S1-10-5-3-l	775	* 775	0,00%	0,13	* 775	0,00%	0,08
S1-10-5-3-s	786	* 786	0,00%	0,14	* 786	0,00%	0,13
S1-15-10-1-l	1922	* 1818	5,41%	0,19	* 1818	5,41%	0,17
S1-15-10-1-s	1326	* 1313	0,98%	0,31	* 1313	0,98%	0,19
S1-15-10-2-l	2244	* 2033	9,40%	0,19	* 2033	9,40%	0,16
S1-15-10-2-s	1352	* 1342	0,74%	0,20	* 1342	0,74%	0,17
S1-15-10-3-l	2041	* 1986	2,69%	0,17	* 1986	2,69%	0,17
S1-15-10-3-s	1149	* 1137	1,04%	0,20	* 1137	1,04%	0,17
S1-15-15-1-l	3428	* 3387	1,20%	0,77	* 3387	1,20%	0,20
S1-15-15-1-s	1786	* 1776	0,56%	1,86	* 1776	0,56%	0,31
S1-15-15-2-l	3491	* 3330	4,61%	0,41	* 3330	4,61%	0,39
S1-15-15-2-s	1976	* 1957	0,96%	1,08	* 1957	0,96%	0,77
S1-15-15-3-l	3192	* 3019	5,42%	0,22	* 3019	5,42%	0,19
S1-15-15-3-s	1763	* 1745	1,02%	1,13	* 1745	1,02%	0,22
S1-15-5-1-l	983	* 983	0,00%	0,14	* 983	0,00%	0,14
S1-15-5-1-s	771	* 711	7,78%	0,16	* 711	7,78%	0,14
S1-15-5-2-l	918	* 849	7,52%	0,09	* 849	7,52%	0,11
S1-15-5-2-s	747	* 747	0,00%	0,14	* 747	0,00%	0,16

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
S1-15-5-3-l	1075	* 902	16,09%	0,11	* 902	16,09%	0,06
S1-15-5-3-s	787	* 787	0,00%	0,06	* 787	0,00%	0,06
S1-5-10-1-l	2167	* 2015	7,01%	0,17	* 2015	7,01%	0,19
S1-5-10-1-s	1232	* 1232	0,00%	0,22	* 1232	0,00%	0,14
S1-5-10-2-l	1706	* 1706	0,00%	0,17	* 1706	0,00%	0,17
S1-5-10-2-s	1391	* 1384	0,50%	0,20	* 1384	0,50%	0,19
S1-5-10-3-l	1661	* 1552	6,56%	0,19	* 1552	6,56%	0,19
S1-5-10-3-s	1121	* 1115	0,54%	0,72	* 1115	0,54%	0,17
S1-5-15-1-l	2789	* 2778	0,39%	0,52	* 2778	0,39%	0,38
S1-5-15-1-s	1787	* 1755	1,79%	2,20	* 1755	1,79%	0,22
S1-5-15-2-l	2580	* 2527	2,05%	1,02	* 2527	2,05%	0,44
S1-5-15-2-s	1861	* 1860	0,05%	1,28	* 1860	0,05%	0,36
S1-5-15-3-l	2563	* 2505	2,26%	0,20	* 2505	2,26%	0,19
S1-5-15-3-s	1824	* 1824	0,00%	1,58	* 1824	0,00%	0,27
S1-5-5-1-l	882	* 795	9,86%	0,13	* 795	9,86%	0,09
S1-5-5-1-s	739	* 739	0,00%	0,09	* 739	0,00%	0,11
S1-5-5-2-l	878	* 878	0,00%	0,11	* 878	0,00%	0,08
S1-5-5-2-s	667	* 659	1,20%	0,16	* 659	1,20%	0,16
S1-5-5-3-l	796	* 796	0,00%	0,13	* 796	0,00%	0,06
S1-5-5-3-s	703	* 703	0,00%	0,11	* 703	0,00%	0,06
S2-10-10-1-l	4472	* 4472	0,00%	0,19	* 4472	0,00%	0,17
S2-10-10-1-s	2595	* 2595	0,00%	0,52	* 2595	0,00%	0,25
S2-10-10-2-l	3710	* 3618	2,48%	0,33	* 3618	2,48%	0,17
S2-10-10-2-s	2423	* 2423	0,00%	0,48	* 2423	0,00%	0,23
S2-10-10-3-l	4004	* 3663	8,52%	0,39	* 3663	8,52%	0,17
S2-10-10-3-s	2552	* 2552	0,00%	0,34	* 2552	0,00%	0,22
S2-10-15-1-l	6145	* 5710	7,08%	0,97	* 5710	7,08%	1,16
S2-10-15-1-s	3435	* 3368	1,95%	4,63	* 3368	1,95%	1,70
S2-10-15-2-l	5526	* 5388	2,50%	1,45	* 5388	2,50%	1,05
S2-10-15-2-s	3661	* 3639	0,60%	5,02	* 3639	0,60%	1,27
S2-10-15-3-l	6316	* 5737	9,17%	0,23	* 5737	9,17%	0,19
S2-10-15-3-s	3364	* 3364	0,00%	1,55	* 3364	0,00%	0,50
S2-10-5-1-l	1927	* 1927	0,00%	0,14	* 1927	0,00%	0,25
S2-10-5-1-s	1378	* 1365	0,94%	0,14	* 1365	0,94%	0,19
S2-10-5-2-l	2421	* 2421	0,00%	0,13	* 2421	0,00%	0,14
S2-10-5-2-s	1461	* 1461	0,00%	0,14	* 1461	0,00%	0,14
S2-10-5-3-l	954	* 954	0,00%	0,14	* 954	0,00%	0,13
S2-10-5-3-s	1317	* 1317	0,00%	0,13	* 1317	0,00%	0,09
S2-15-10-1-l	4262	* 4140	2,86%	0,19	* 4140	2,86%	0,17
S2-15-10-1-s	2562	* 2511	1,99%	0,45	* 2511	1,99%	0,17
S2-15-10-2-l	4606	* 4470	2,95%	0,42	* 4470	2,95%	0,22
S2-15-10-2-s	2556	* 2556	0,00%	0,34	* 2556	0,00%	0,38
S2-15-10-3-l	3934	* 3934	0,00%	0,20	* 3934	0,00%	0,16
S2-15-10-3-s	2522	* 2510	0,48%	0,33	* 2510	0,48%	0,66
S2-15-15-1-l	6829	* 6398	6,31%	1,47	* 6398	6,31%	0,84



Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
S2-15-15-1-s	3652	* 3636	0,44%	3,41	* 3636	0,44%	0,92
S2-15-15-2-l	6313	* 6313	0,00%	1,69	* 6313	0,00%	1,28
S2-15-15-2-s	3408	* 3408	0,00%	1,41	* 3408	0,00%	0,55
S2-15-15-3-l	5096	* 4069	20,15%	0,22	* 4069	20,15%	0,16
S2-15-15-3-s	3597	* 3587	0,28%	3,44	* 3587	0,28%	0,55
S2-15-5-1-l	2219	* 2219	0,00%	0,16	* 2219	0,00%	0,14
S2-15-5-1-s	1543	* 1482	3,95%	0,14	* 1482	3,95%	0,17
S2-15-5-2-l	1945	* 1830	5,91%	0,19	* 1830	5,91%	0,14
S2-15-5-2-s	1459	* 1441	1,23%	0,14	* 1441	1,23%	0,16
S2-15-5-3-l	1920	* 1920	0,00%	0,13	* 1920	0,00%	0,11
S2-15-5-3-s	1529	* 1529	0,00%	0,16	* 1529	0,00%	0,14
S2-5-10-1-l	3528	* 3200	9,30%	0,50	* 3200	9,30%	0,19
S2-5-10-1-s	2398	* 2398	0,00%	0,38	* 2398	0,00%	0,28
S2-5-10-2-l	3827	* 3827	0,00%	0,48	* 3827	0,00%	0,17
S2-5-10-2-s	2430	* 2430	0,00%	0,36	* 2430	0,00%	0,25
S2-5-10-3-l	4201	* 3840	8,59%	0,17	* 3840	8,59%	0,16
S2-5-10-3-s	2263	* 2263	0,00%	0,61	* 2263	0,00%	0,23
S2-5-15-1-l	5153	* 4913	4,66%	1,25	* 4913	4,66%	1,45
S2-5-15-1-s	3415	* 3415	0,00%	2,13	* 3415	0,00%	0,80
S2-5-15-2-l	5154	* 5043	2,15%	0,95	* 5043	2,15%	1,67
S2-5-15-2-s	3412	* 3412	0,00%	3,52	* 3412	0,00%	0,86
S2-5-15-3-l	4432	* 4056	8,48%	0,22	* 4056	8,48%	0,16
S2-5-15-3-s	3068	* 2999	2,25%	2,98	* 2999	2,25%	0,47
S2-5-5-1-l	1434	* 1434	0,00%	0,13	* 1434	0,00%	0,14
S2-5-5-1-s	1428	* 1428	0,00%	0,52	* 1428	0,00%	0,14
S2-5-5-2-l	1983	* 1983	0,00%	0,14	* 1983	0,00%	0,14
S2-5-5-2-s	1413	* 1413	0,00%	0,16	* 1413	0,00%	0,09
S2-5-5-3-l	1536	* 1536	0,00%	0,13	* 1536	0,00%	0,14
S2-5-5-3-s	1439	* 1439	0,00%	0,13	* 1439	0,00%	0,13
S3-10-10-1-l	6336	* 6336	0,00%	0,30	* 6336	0,00%	0,23
S3-10-10-1-s	3431	* 3412	0,55%	0,78	* 3412	0,55%	0,41
S3-10-10-2-l	6906	* 5989	13,28%	0,31	* 5989	13,28%	0,24
S3-10-10-2-s	3950	* 3830	3,04%	0,34	* 3830	3,04%	0,34
S3-10-10-3-l	5307	* 5128	3,37%	0,17	* 5128	3,37%	0,20
S3-10-10-3-s	3602	* 3602	0,00%	0,67	* 3602	0,00%	0,48
S3-10-15-1-l	9512	* 8606	9,52%	2,08	* 8606	9,52%	1,34
S3-10-15-1-s	5226	* 5158	1,30%	7,80	* 5158	1,30%	0,84
S3-10-15-2-l	10699	* 10233	4,36%	1,55	* 10233	4,36%	0,81
S3-10-15-2-s	5351	* 5344	0,13%	7,97	* 5344	0,13%	2,38
S3-10-15-3-l	6463	* 5547	14,17%	0,28	* 5547	14,17%	0,31
S3-10-15-3-s	5389	* 5231	2,93%	3,19	* 5231	2,93%	0,66
S3-10-5-1-l	2589	* 2589	0,00%	0,16	* 2589	0,00%	0,16
S3-10-5-1-s	2104	* 2104	0,00%	0,19	* 2104	0,00%	0,61
S3-10-5-2-l	3379	* 3379	0,00%	0,14	* 3379	0,00%	0,19
S3-10-5-2-s	2300	* 2300	0,00%	0,17	* 2300	0,00%	0,17

Instance	EJOR	Objective value (canibalism)	GAP (canibalism)	Time (canibalism)	Objective value M+ (canibalism)	GAP M+ (canibalism)	Time M+ (canibalism)
S3-10-5-3-l	1729	* 1729	0,00%	0,14	* 1729	0,00%	0,14
S3-10-5-3-s	1669	* 1669	0,00%	0,19	* 1669	0,00%	0,16
S3-15-10-1-l	5114	* 4874	4,69%	0,56	* 4874	4,69%	0,39
S3-15-10-1-s	3803	* 3803	0,00%	0,55	* 3803	0,00%	0,28
S3-15-10-2-l	5794	* 5622	2,97%	0,30	* 5622	2,97%	0,23
S3-15-10-2-s	3906	* 3881	0,64%	0,53	* 3881	0,64%	0,45
S3-15-10-3-l	3861	* 3861	0,00%	0,19	* 3861	0,00%	0,38
S3-15-10-3-s	4029	* 4029	0,00%	0,83	* 4029	0,00%	0,33
S3-15-15-1-l	9464	* 9443	0,22%	2,52	* 9443	0,22%	1,33
S3-15-15-1-s	5387	* 5368	0,35%	7,36	* 5368	0,35%	1,44
S3-15-15-2-l	11325	* 11213	0,99%	1,00	* 11213	0,99%	0,59
S3-15-15-2-s	5373	* 5373	0,00%	5,69	* 5373	0,00%	1,53
S3-15-15-3-l	7237	* 6792	6,15%	0,31	* 6792	6,15%	0,28
S3-15-15-3-s	5171	* 5171	0,00%	3,14	* 5171	0,00%	0,77
S3-15-5-1-l	3125	* 3125	0,00%	0,14	* 3125	0,00%	0,20
S3-15-5-1-s	2189	* 2189	0,00%	0,16	* 2189	0,00%	0,19
S3-15-5-2-l	3012	* 3012	0,00%	0,41	* 3012	0,00%	0,19
S3-15-5-2-s	2177	* 2177	0,00%	0,16	* 2177	0,00%	0,20
S3-15-5-3-l	1748	* 1748	0,00%	0,16	* 1748	0,00%	0,19
S3-15-5-3-s	2268	* 2105	7,19%	0,16	* 2105	7,19%	0,39
S3-5-10-1-l	5732	* 5707	0,44%	0,58	* 5707	0,44%	0,22
S3-5-10-1-s	3623	* 3623	0,00%	0,69	* 3623	0,00%	0,50
S3-5-10-2-l	7298	* 7262	0,49%	0,30	* 7262	0,49%	0,22
S3-5-10-2-s	3742	* 3723	0,51%	0,61	* 3723	0,51%	0,39
S3-5-10-3-l	4524	* 4199	7,18%	0,16	* 4199	7,18%	0,20
S3-5-10-3-s	3704	* 3685	0,51%	0,44	* 3685	0,51%	0,27
S3-5-15-1-l	7710	* 7019	8,96%	1,77	* 7019	8,96%	1,94
S3-5-15-1-s	5456	* 5412	0,81%	7,31	* 5412	0,81%	1,02
S3-5-15-2-l	9486	* 9066	4,43%	2,19	* 9066	4,43%	1,36
S3-5-15-2-s	5300	* 5300	0,00%	3,86	* 5300	0,00%	0,91
S3-5-15-3-l	6365	* 6202	2,56%	0,61	* 6202	2,56%	0,52
S3-5-15-3-s	5415	* 5415	0,00%	1,75	* 5415	0,00%	0,48
S3-5-5-1-l	3014	* 3014	0,00%	0,14	* 3014	0,00%	0,14
S3-5-5-1-s	2068	* 2068	0,00%	0,16	* 2068	0,00%	0,27
S3-5-5-2-l	3107	* 3107	0,00%	0,17	* 3107	0,00%	0,52
S3-5-5-2-s	2131	* 1916	10,09%	0,16	* 1916	10,09%	0,16
S3-5-5-3-l	2849	* 2849	0,00%	0,16	* 2849	0,00%	0,17
S3-5-5-3-s	2320	* 2320	0,00%	0,14	* 2320	0,00%	0,59

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).