

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
ENSINO DE FÍSICA

Lucas José de Souza

**SURDEZ NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM
ESTUDO SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS A PARTIR DE
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O TANGRAM**

Santa Maria, RS
2019

Lucas José de Souza

**SURDEZ NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE
O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS A PARTIR DE REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O TANGRAM**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial de para obtenção de título de **Mestra em Educação Matemática**.

Orientadora: Prof^a Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani

Santa Maria, RS
2019

Souza, Lucas José de

Surdez no contexto da Educação Matemática: um estudo sobre o conjunto dos números reais a partir de registros de representação semiótica e o tangram / Lucas José de Souza.- 2019.

223 p.; 30 cm

Orientadora: Rita de Cássia Pistóia Mariani

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2019

1. Representações Semióticas 2. Inclusão 3. Números Reais 4. Ensino Médio I. Mariani, Rita de Cássia Pistóia II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

É permitida a reprodução total ou parcial do conteúdo desta dissertação, desde que citada a fonte.

Lucas José de Souza

**SURDEZ NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE
O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS A PARTIR DE REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O TANGRAM**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial de para obtenção de título de **Mestra em Educação Matemática**.

Aprovada em 27 de agosto de 2019:

**Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dra. (UFSM)
(Orientadora)**

Silvia Teresinha Frizzarini, Dra. (UDESC)

Denize da Silva Souza, Dra. (UFS)

Inês Farias Ferreira, Dra. (UFSM) - Suplente

Santa Maria, RS
2019

Dedico esta pesquisa à comunidade surda.

*Que os frutos desta dissertação sejam inquietações,
motivadoras para mais, e mais, e mais, e mais e mais estudos.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço todo o apoio de minha mãe e meu pai, que incentivaram minha jornada acadêmica e compreenderam minhas ausências, nem mesmo a distância fez com que nossos laços enfraquecessem, amo vocês! Mana e mano, não posso me esquecer de agradecer vocês, pois também demarcam essa empreitada, aqui destaco as diligentes correções ortográficas de Ana Elisa.

Concretizar esse trabalho envolveu esforços coletivos, não se faz pesquisa sozinha! Assim, agradeço cada pessoa que tenha contribuído de alguma forma com o desenvolvimento da presente dissertação, seja com o apoio emocional, afetivo, seja pelo auxílio no processo de produção de dados e escrita. Não há palavras que expressem o quanto sou grata a todxs vocês!

Algumas pessoas tiveram protagonismo nessa caminhada, acreditaram no meu potencial, me admiraram e me incentivaram. Desta forma, agradeço de maneira especial:

- a todxs professorxs que o destino colocou em minha vida, vocês são minha inspiração nessa profissão extraordinária;

- à minha estimada orientadora professora Rita, que aceitou o convite para pesquisa inclusiva e com muita paciência conduziu nossos encontros, sempre fornecendo contribuições e ‘puxões de orelha’ quando necessário, seu empenho e dedicação são excepcionais;

- à querida amiga, parceira e colega de pesquisa Tainara, obrigada por me ouvir, compartilhar os momentos alegres, tristes e estar ao meu lado durante esses sete anos de amizade, sem ti esse trabalho não seria possível, és “meu dente da frente”;

- ao maravilhoso grupo que contribuiu com as filmagens: Bruna, Maiéli, Rafael e Vartieli, a atuação de vocês foi imprescindível nesse trabalho, agradeço por cada segundo do tempo que vocês dedicaram a nos auxiliar, igualmente agradeço a amizade que temos, cada um dos seus sorrisos acalenta meu coração;

- a todxs professorxs, funcionárixs, monitorxs e estudantes da Escola Estadual de Educação Especial Doutor Reinaldo Fernando Cóser, que nos acolheram da melhor forma possível, sem preconceitos e discriminação, nunca mediram esforços para nos auxiliar em todos os momentos, vocês são incríveis;

- à turma 101: Camily, Cris, Gabi, Japapaty e Stifinhy. Não há palavras que traduzam o quanto sou grata por ter conhecido vocês, agradeço toda colaboração e paciência para nos ensinar sinais, saibam que são muito mais do que participantes da pesquisa, o jeitinho pacato, meigo e carinhoso de vocês conquistou um pedacinho de mim;

- à nossa simpática e competente intérprete Marenize, que acompanhou de (muito) perto todo o processo, sempre colaborando e prestando todo apoio possível, você fez das ‘tripas coração’ para nos auxiliar;

- à professora Abigail, que mesmo não estando presente no desenvolvimento das atividades nos incentivou em todos os momentos, acreditou em nosso potencial e nos confiou sua turma;

- à professora Inês com sua vasta sabedoria em geometria e às professoras Silvia e Denize com sua grande experiência com pesquisas inclusivas, que nos nortearam no exame de qualificação fornecendo contribuições essenciais para a investigação, tenho um apreço enorme por cada uma de vocês, principalmente a professora Inês, que “me viu crescer”, pois acompanha minha jornada desde o PIBID-Matemática, sem vocês nada disso seria possível;

- ao professor Ricardo Fajardo e à professora Maria Cecília Santarosa, que se dedicam de corpo e alma na tentativa de tornar a sala de aula um ambiente mais humano, vocês tem minha admiração, são meus exemplos de docentes;

- às professoras Arlita Soares, Marcia Lise Lunardi-Lazzarin e Carmem Vieira Martins, as quais considero minha ‘banca de coração’, já que suas contribuições também estão presentes nesta dissertação;

- à amiga Elisa Lemos, que mesmo não contribuindo diretamente com a pesquisa, prestou um apoio afetivo ímpar, foste meu ombro amigx, minha conselheira, minha parceira nos momentos de descontração e, principalmente, foste quem resgatou minha paixão pelo teatro, tu és um presentão que 2019 me deu;

- aos surdos Guilherme, Lucas e Marcos, vocês três me apresentaram um mundo visual, tiveram paciência para me ensinar a Libras e me cativaram nessa cultura, sem isso essa pesquisa não existiria, obrigada por terem impulsionado essa jornada;

- a POC que não cansa de alegrar minha vida com sua energia e alto astral: Lessandro. Saibas que aqueles momentos em que me fizeste sorrir contribuíram nessa caminhada tão dura chamada pós-graduação, despertaste minha motivação para superar momentos difíceis;

- à turma que integrei no PPGEMEF: Luis, Thaís, Dienifer, Tainara, Neoli, Claudia, Jéssica, Camila, Elenir e Samuel. Nossas discussões, nossa colaboração e cooperação, certamente estão também diluídas de alguma forma nessa investigação, nunca esquecerei nossos vínculos e laços amistosos, fica no coração a saudade e na mente a lembrança. Agradeço também a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que prestou auxílio financeiro para o desenvolvimento da pesquisa.

*Todo lado tem seu lado.
Eu sou meu próprio lado.
E posso viver ao lado.
Do seu lado, que era meu.*

Tudo tem seu lado – O menino maluquinho (Ziraldo)

RESUMO

SURDEZ NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS A PARTIR DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O TANGRAM

AUTORA: Lucas José de Souza
ORIENTADORA: Rita de Cássia Pistóia Mariani

A presente pesquisa objetiva investigar a mobilização de registros de representação semiótica relacionados ao conjunto dos números reais, a partir de tarefas realizadas por estudantes surdxs do 1º ano do Ensino Médio de uma escola de Educação Bilíngue, envolvendo o recurso manipulável tangram. Por essa ótica, a investigação é subsidiada em bases da pesquisa qualitativa, na forma de estudo de caso (YIN, 2005; LUDKE; ANDRÉ, 1987), adotando como referencial teórico os registros de representação semiótica (DUVAL, 2003; 2009; 2011; 2012a; 2012b). A produção de dados envolve observações em sala de aula, a elaboração do perfil de participantes, o desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória e a dinamização de uma Sequência de Tarefas, cujo processo possui registro em vídeo. A sequência, composta por sete tarefas, explora o tangram no intuito de gerar registros figurais das formas geométricas de suas peças, que desencadeiam a mobilização do objeto matemático números reais, quando analisadas relações de área e medidas de lados no recurso didático. Como resultados, destaca-se que as representações icônicas, advindas do tangram, consolidaram a mobilização de outros sistemas semióticos, principalmente representações numéricas em forma fracionária e representações numéricas irracionais. Tais sistemas foram articulados à produção de representações geométricas na reta numérica e representações numéricas decimais, além de representações percentuais para o caso de números racionais. Dessa forma, o recurso contribuiu na aprendizagem de conceitos matemáticos pela possibilidade de acesso permeada por uma diversidade representativa, na qual a Língua Brasileira de Sinais tomou protagonismo. A respeito dessa língua, é possível destacar uma escassez de designações para termos matemáticos, nesse sentido, foram convencionados sinais relativos ao tema de pesquisa.

Palavras-chave: Representações Semióticas. Inclusão. Números Reais. Ensino Médio.

ABSTRACT

DEAFNESS IN MATHEMATICS EDUCATION ENVIRONMENT: A STUDY ABOUT THE REAL NUMBER SET AS OF REGISTERS OF SEMIOTIC REPRESENTATION AND THE TANGRAM

AUTHOR: Lucas José de Souza
ADVISER: Rita de Cássia Pistóia Mariani

The present research aims to investigate the mobilization of registers of semiotic representation related to real number set, for such deaf students from freshman year at a bilingualism high school performed mathematics activities encompassing the tangram as a manipulable material. Within this scope, this research is underpin as a qualitative case study (YIN, 2005; LUDKE; ANDRÉ, 1987), theoretically built upon registers of semiotic representation (DUVAL, 2003; 2009; 2011; 2012a; 2012b). Data analysis encompasses observing classes, drawing up participants profile, developing an Exploratory Activity and dynamizing an Activities Sequence, which was filmed. Seven activities compose such sequence, which includes tangram so to spawn figural registers of its geometrical shapes. This leads to mobilization of mathematical object real numbers, once relationships between area and length measure are analyzed in pieces of the didactic resource. As results, iconic representations consolidated mobilization of other semiotic systems, mainly numerical representations in fraction form and irrational numbers. Such systems were articulated to geometric representations in number line and numerical representations in decimal form, besides representations in percentage form for rational numbers. Therefore, the didactic resource contributed in the learning of mathematical concepts by access to the object through a representation diversity, in which Brazilian Sign Language took center stage. Regarding this language, there is a shortage of mathematical signs, leading to their creation within the present research topic.

Key-words: Semiotic Representation. Inclusion. Real Numbers. High School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Pesquisas mapeadas distribuídas nas cinco regiões brasileiras.....	44
Figura 2 – Atividades com o tangram na pesquisa e Sales (2013).....	49
Figura 3 – Atividades com o tangram na pesquisa e Jesus (2014).....	50
Figura 4 – Sete peças do tangram organizadas na forma de um quadrado.....	57
Figura 5 – Classificação de unidades figurais para representações semióticas.....	58
Figura 6 – Apreensão operatória enfatizada com as peças do tangram.....	60
Figura 7 – Sinal de fração em Libras.....	62
Figura 8 – Exemplos de tratamentos figurais mobilizado por meio do tangram.....	64
Figura 9 – Equivalência de representações fracionárias com as peças do tangram	66
Figura 10 – Exemplos de conversão a partir da representação icônica.....	68
Figura 11 – Monumento da EEEERFC	73
Figura 12 – Geoplano confeccionado em uma placa de madeira	78
Figura 13 – Atividades da Tarefa Exploratória	88
Figura 14 – Algumas organizações realizadas na exploração do tangram	89
Figura 15 – Sinal de área em Libras	91
Figura 16 – Figuras quadradas com distintos valores de área	91
Figura 17 – Sinal convencionado para conjuntos numéricos	93
Figura 18 – Indicação visual das peças Tp e Q na atividade 0-e	94
Figura 19 – Resolução da atividade 0-g	95
Figura 20 – Estudantes convencionando o sinal de radiciação	95
Figura 21 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 1.....	100
Figura 22 – Atividade 1-a da Tarefa 1	102
Figura 23 – Resolução da atividade 1-a no tangram por Cris	103
Figura 24 – Atividades 1-b, 1-c, 1-d da Tarefa 1	104
Figura 25 – Simetria do quadrado de sete peças em relação à sua diagonal	104
Figura 26 – Cris e Japapaty efetuando tratamentos figurais na atividade 1-d	105
Figura 27 – Camily e Stifinhy resolvendo a atividade 1-c	106
Figura 28 – Atividades 1-e, 1-f, 1-g da Tarefa 1	106
Figura 29 – Japapaty contando o número de Tm na atividade 1-e	107
Figura 30 – Atividades 1-h, 1-i, 1-j da Tarefa 1.....	108
Figura 31 – Tratamentos figurais realizados nas atividades 1-d e 1-g	109

Figura 32 – Atividades 1-k, 1-l, 1-m, 1-n, 1-o da Tarefa 1	110
Figura 33 – Japapaty com as peças próximas a indicativos de siglas	111
Figura 34 – Sinal convencionado para designar o todo	113
Figura 35 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 2	113
Figura 36 – Equivalência analisada na representação icônica e numérica fracionária	115
Figura 37 – Representação espelhada do número quatro.....	116
Figura 38 – Atividade 2-a da Tarefa 2.....	117
Figura 39 – Peças Q, P e Tm do tangram reproduzidas com duas peças Tp	117
Figura 40 – Atividade 2-b da Tarefa 2.....	118
Figura 41 – Resolução da atividade 2-b	119
Figura 42 – Stifinhy alocando as peças P e Q na atividade 2-b	120
Figura 43 – Atividades 2-c, 2-d, 2-e da Tarefa 2	121
Figura 44 – Peças Tg conforme a organização de Japapaty	121
Figura 45 – Sinais relacionados à equivalência de representações fracionárias	123
Figura 46 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 3	123
Figura 47 – Identificação do número $\frac{1}{3}$ em um segmento de reta	125
Figura 48 – Atividades 3-a, 3-b da Tarefa 3	126
Figura 49 – Resolução da atividade 3-a por Cris.....	127
Figura 50 – Resolução da atividade 3-b	128
Figura 51 – Atividades 3-c, 3-d da Tarefa 3	129
Figura 52 – Cris manipulando o tangram para resolver as atividades 3-c e 3-d	129
Figura 53 – Atividades 3-e, 3-f da Tarefa 3	130
Figura 54 – Figuras organizadas no tangram com $\frac{1}{4}$ u.a., $\frac{2}{4}$ u.a. e $\frac{3}{4}$ u.a.	130
Figura 55 – Mobilização da representação geométrica de números racionais.....	131
Figura 56 – Sinais de ‘medir’ e ‘divisão’ em Libras.....	132
Figura 57 – Espelho do laboratório de matemática na dinamização da Tarefa 4	133
Figura 58 – Acepções de 50% proferidas pelo grupo	134
Figura 59 – Atividade 4-a da Tarefa 4.....	136
Figura 60 – Atividade 4-b da Tarefa 4.....	137
Figura 61 – Stifinhy e Japapaty discutindo a atividade 4-b	138
Figura 62 – Atividade 4-c, 4-e da Tarefa 4	138
Figura 63 – Discussão de Stifinhy e Japapaty na atividade 4-e	139
Figura 64 – Atividade 4-d, 4-f da Tarefa 4	140

Figura 65 – Conclusão de Stifinhy na atividade 4-d	140
Figura 66 – Resolução da atividade 4-f	141
Figura 67 – Sinais convencionados para ‘número percentual’ e ‘número decimal’	142
Figura 68 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 5	143
Figura 69 – Atividade 5-a da Tarefa 5	144
Figura 70 – Stifinhy identificando as medidas de T_p	146
Figura 71 – Identificação das medidas dos lados de T_m	148
Figura 72 – Identificação das medidas dos lados de T_g por Stifinhy	148
Figura 73 – Atividade 5-b da Tarefa 5	149
Figura 74 – Resoluções da atividade 5-b	150
Figura 75 – Atividade 5-c da Tarefa 5	151
Figura 76 – Atividade 5-d da Tarefa 5	152
Figura 77 – Sinais convencionados na Tarefa 5	153
Figura 78 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 6	154
Figura 79 – Atividade com o livro didático na Tarefa 6	155
Figura 80 – Segmento de reta evidenciado no livro didático	156
Figura 81 – Problematizações efetuadas no livro didático	157
Figura 82 – Atividade 6-a da Tarefa 6	158
Figura 83 – Representações geométricas mobilizadas na atividade 6-a	159
Figura 84 – Atividade 6-b, 6-c da Tarefa 6	160
Figura 85 – Identificação de números racionais na atividade 6-b	161
Figura 86 – Justificativas efetuadas na atividade 6-c	162
Figura 87 – Sinal convencionado para ‘reta numérica’	163
Figura 88 – Adequação do sinal convencionado para ‘dígitos periódicos’	164
Figura 89 – Sinal efetuado por Stifinhy para a representação decimal $0,3333(\dots)$	164
Figura 90 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 7	165
Figura 91 – Representações icônicas de triângulos retângulos	166
Figura 92 – Atividade 7-a da Tarefa 7	167
Figura 93 – Transformações numéricas e algébricas na atividade 7-a	167
Figura 94 – Transformações numéricas e algébricas na atividade 7-a	168
Figura 95 – Atividade 7-b da Tarefa 7	169
Figura 96 – Construções geométricas da atividade 7-b	170
Figura 97 – Atividade 7-c da Tarefa 7	171

Figura 98 – Construções geométricas da atividade 7-c	171
Figura 99 – Estudantes utilizando o compasso na atividade 7-c	172
Figura 100 – Quadrado unitário decomposto conforme a forma das peças triangulares	175
Figura 101 – Stifinhy enunciando o sinal para representação fracionária $\frac{1}{2}$	176
Figura 102 – Tratamentos numéricos sobre representações fracionárias	177
Figura 103 – Conversões relacionadas à representação decimal	179
Figura 104 – Representação percentual a partir de registros icônicos retangulares	181
Figura 105 – Reduções da área de quadrados na Tarefa 4.....	182
Figura 106 – Indícios de falhas na relação de completude para o conjunto racional	184
Figura 107 – Produção de números reais a partir da representação icônica	186

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Número de matrículas na Educação Especial.....	26
Quadro 2 – Escolas específicas para educação de surdxs do Rio Grande do Sul.....	27
Quadro 3 – Unidades temáticas e uso de recursos didáticos nas pesquisas mapeadas	46
Quadro 4 – Pesquisas mapeadasque utilizaram o recurso didático tangram	47
Quadro 5 – Registros de representação semiótica de números reais	55
Quadro 6 – Parâmetros de sinalização em língua de sinais	63
Quadro 7 – Objetivos específicos das tarefas da sequência	77
Quadro 8 – Agenda das observações em sala de aula	78
Quadro 9 – Perfil de participantes	85
Quadro 10 – Graus de perda auditiva	85
Quadro 11 – Agenda do desenvolvimento da Tarefa Exploratória	87
Quadro 12 – Sinais em Libras convencionados para cada peça do tangram.....	90
Quadro 13 – Sinais convencionados para cada conjunto numérico	93
Quadro 14 – Agenda do desenvolvimento da Sequência de Tarefas	99
Quadro 15 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 1	101
Quadro 16 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 2	114
Quadro 17 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 3	124
Quadro 18 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 4	134
Quadro 19 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 5	143
Quadro 20 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 6	154
Quadro 21 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 7	165
Quadro 22 – Língua oral e de sinais diante dos registros de representação semiótica.....	189

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	23
1.1 APROXIMAÇÕES DA PESQUISADORA JUNTO A COMUNIDADE SURDA	23
1.2 INDÍCIOS DE INCLUSÃO NA REDE PÚBLICA DE ENSINO BÁSICO	25
1.3 POLÍTICAS INCLUSIVAS DE SURDXS NO CAMPO ESCOLAR	28
1.4 PROBLEMÁTICA E OBJETIVO DA PESQUISA	31
2 EDUCAÇÃO DE SURDXS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	35
2.1 DO ORALISMO À EDUCAÇÃO BILÍNGUE	35
2.2 RECURSOS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NA EDUCAÇÃO DE SURDXS	42
2.3 SURDXS NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM MAPEAMENTO ...	43
3 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	53
3.1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE NÚMEROS REAIS	53
3.2 AS TRÊS ATIVIDADES COGNITIVAS	61
3.2.1 Atividade de formação	61
3.2.2 Atividade de tratamento	64
3.2.3 Atividade de conversão	67
4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	71
4.1 UM ESTUDO DE CASO QUALITATIVO NA ESCOLA BILÍNGUE	71
4.2 A ESCOLA DE EDUCAÇÃO BILÍNGUE DE SANTA MARIA	72
4.3 INSERÇÃO NO CAMPO DE PESQUISA E PRODUÇÃO DE DADOS	76
4.3.1 Observações iniciais em sala de aula	77
4.3.2 Perfil da turma de estudantes	84
4.3.3 Desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória	87
4.3.4 Transcrições das gravações em vídeo	96
5 DINAMIZAÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS	99
5.1 TAREFA 1	100
5.2 TAREFA 2	113
5.3 TAREFA 3	123
5.4 TAREFA 4	133
5.5 TAREFA 5	143
5.6 TAREFA 6	154
5.7 TAREFA 7	165

6 NÚMEROS REAIS: ENTENDIMENTOS E MOBILIZAÇÕES.....	175
6.1 REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DE NÚMEROS RACIONAIS	175
6.2 REPRESENTAÇÃO DECIMAL DE NÚMEROS RACIONAIS	178
6.3 REPRESENTAÇÃO PERCENTUAL DE NÚMEROS RACIONAIS	180
6.4 REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE NÚMEROS REAIS.....	182
6.5 REPRESENTAÇÃO ICÔNICA DE NÚMEROS REAIS	185
7 CONSIDERAÇÕES PARCIAIS (...)	187
REFERÊNCIAS	191
ANEXOS	198
ANEXO A – FOLHA DE ROSTO DO PROJETO DE PESQUISA	199
APÊNDICES	200
APÊNDICE A – PESQUISAS IDENTIFICADAS NO MAPEAMENTO.....	201
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SEMIESTRUTURADO	206
APÊNDICE C – TAREFA EXPLORATÓRIA.	207
APÊNDICE D – TAREFA 1	209
APÊNDICE E – TAREFA 2	212
APÊNDICE F – TAREFA 3	214
APÊNDICE G – TAREFA 4.....	216
APÊNDICE H – TAREFA 5.....	217
APÊNDICE I – TAREFA 6	219
APÊNDICE J – TAREFA 7	220
APÊNDICE K – ALGUNS SINAIS CONVENCIONADOS EM LIBRAS.....	222

1 INTRODUÇÃO

A presente dissertação foi desenvolvida no campo da Educação Matemática, sob o princípio de que o acesso à educação é um direito de pessoas com necessidades educativas especiais no contexto brasileiro de ensino. Com a pretensão de situar a quem estiver lendo nosso texto, nas seções dessa introdução buscamos retratar um pouco da história do envolvimento da pesquisadora¹ com a comunidade surda e com a Língua Brasileira de Sinais, doravante Libras, fato que abriu horizontes à possibilidade de se efetivar direcionamentos investigativos, em particular, o proposto neste trabalho. Além disso, tecemos relações da questão inclusiva dentro da conjuntura educativa nacional, para então discutir seu viés subjacente a pessoas surdas, foco desta pesquisa.

1.1 APROXIMAÇÕES DA PESQUISADORA JUNTO A COMUNIDADE SURDA

Com a adequação do curso de matemática – licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) à legislação proposta (BRASIL, 2005), entra em vigor no início de 2013 uma proposta curricular que passou a ofertar o componente Libras I, ao qual tive oportunidade de cursar no segundo semestre deste mesmo ano. Naquela época eu não tinha nenhum contato com a comunidade surda, ter um professor surdo ministrando aulas gerava muita empolgação de minha parte, além do desejo de aprender a me comunicar com aquela nova língua, diferente de todas as que eu conhecia, pela sua característica visuoespacial.

No decorrer do semestre fui me apropriando de sinais básicos, construindo assim um ‘repertório’, que me possibilitou estabelecer diálogos com usuárixs² dessa língua, já que este era meu anseio. Seja pelas relações de poder, envolvidas no contrato didático de uma aula, seja pelo próprio contato incipiente com uma língua de sinais, meu diálogo com o professor surdo por vezes era limitado. Entretanto, no decorrer do semestre, ele me apresentou um estudante também surdo, que por coincidência, ou não, era meu vizinho na Casa do Estudante Universitário (CEU-UFSM).

¹ Apesar da ordem social, de matriz reguladora biológica, incitar padrões masculinos compulsórios como regras, consideramos a legitimidade da identidade de gênero da autora, que opta pela escrita com flexão de gênero feminina.

² Em nossa tessitura utilizamos a letra ‘x’ como uma desinência nominal de gênero em algumas palavras, a fim de, com a linguagem, valorizar a existência e possibilitar a representatividade de pessoas com quaisquer que sejam as identidades sociais.

Esse vizinho surdo teve grande significância nessa jornada, cultivamos uma profícua relação amistosa, na qual aos poucos fui estabelecendo conexões, por meio de nossos diálogos, entre os sinais compartimentalizados que aprendi com os contextos linguísticos e a estrutura da língua de sinais. Daí por diante, apesar de encerrado o semestre com a disciplina de Libras I, acabei conhecendo muitas outras pessoas surdas que me motivaram, e ainda me motivam, a aprender sua língua, inclusive um surdo proveniente do estado de São Paulo, que veio a se tornar meu colega de apartamento.

Meu xará surdo estava iniciando o curso de Engenharia de Computação em 2014, dada a dificuldade em algumas disciplinas, como a de Cálculo I, em alguns momentos fazíamos revisões e estudávamos conteúdos de maneira conjunta, o que me conduziu a retomar o contato acadêmico com a língua. Com isso, tive a oportunidade de me apropriar mais ainda da Libras pelo contato direto com um usuário nato da língua. Assim, realizei um curso de Libras de nível básico, ofertado na UFSM numa parceria de Tradutorxs Intérpretes de Língua de Sinais (TILS) do Núcleo de Acessibilidade com docentes surdxs da instituição.

O curso básico de Libras certamente contribuiu com a comunicação estabelecida em nossos estudos compartilhados. Apesar da minha experiência adquirida com a educação e as disciplinas de cálculo que eu já havia cursado na graduação, acredito que aprendi muito mais com meu colega do que ele comigo.

Dentre vários episódios ocorridos, destaco um deles. Após assistir uma vídeo aula em Libras, meu amigo me relata com muita surpresa o que havia aprendido: que não era necessário memorizar a “tabuada”. Isso porque no vídeo o produto entre dois números foi explorado como uma soma de parcelas iguais. A sequência de multiplicações geradas pela combinação de dois naturais no intervalo $[0,10]$, popularmente conhecida como “tabuada”, muitas vezes é abordada em classes de matemática unicamente de forma mnemônica (me remeto à minha formação no Ensino Básico como exemplo disso).

A matemática precisa ocupar um lugar outro na sala de aula, que supere a memorização e permita promover o desenvolvimento de raciocínios, discussões, relações, que levante hipóteses, inclusive as que serão refutadas, erros e acertos, que estabeleça uma atmosfera de curiosidade, provocante e acolhedora, um convite à estruturação de conhecimentos matemáticos. Sobre esse excerto, posso dizer que uma dúvida de meu colega ecoou em minha mente: “Por que não aprendi dessa forma no ensino fundamental?”. Essa pergunta me estimulou a um processo de reflexão docente, no qual esse “Por quê?” se integrou de forma latente, e adormecida, no meu rumo enquanto professora e pesquisadora.

Com o desenvolvimento de minha primeira pesquisa científica, na forma de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), tive o objetivo de estudar representações semióticas do objeto matemático números reais, mobilizadas por estudantes ouvintes regularmente matriculados no 3º ano do Ensino Médio. Essa proposta contribuiu com um aprofundamento referente ao ente de conhecimento matemático supracitado, além da filiação aos pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica (DUVAL, 2003; 2012a; 2012b).

Ao encerrar a investigação em dezembro de 2016, a dúvida de meu colega surdo germinou, com isso conduzi (ao mesmo passo que fui conduzida) minha atenção para a questão inclusiva como um tema de pesquisa, cujo fruto compõe a presente dissertação. Nessa perspectiva, buscamos relacionar os campos numérico, pela experiência de pesquisa, e geométrico, pela paixão ao estudo das formas, com o objeto matemático que já me era familiar no âmbito investigativo: números reais.

Diante disso, um dos movimentos deste estudo, pelo viés inclusivo aqui envolvido, consistiu em entender a presença de estudantes desse grupo nos contextos educativos, o que destacamos na próxima seção. Como nosso interesse de pesquisa repousa sobre a questão da surdez, entendemos como necessário evidenciar que uma das pautas políticas da comunidade surda é a constituição de escolas específicas, que atendam as necessidades linguísticas desse grupo. Assim, destacamos também a (r)existência dessas instituições no cenário estadual.

1.2 INDÍCIOS DE INCLUSÃO NA REDE PÚBLICA DE ENSINO BÁSICO

A sociedade contemporânea está atravessada por diversidades. Cada vez mais, identidades marginalizadas tomam frente em lutas por (r)existência e reconhecimento, consolidam movimentos e organizações que reivindicam equidade social e, muitas vezes, sua própria legitimidade. Na escola, seio de relações sociais sob lócus plural, desigualdades não deixam de ser (re)produzidas, sendo o currículo formal e oculto “[...] um terreno de produção e de política cultural” (MOREIRA; SILVA, 2008, p. 28). Deste modo, discussões relativas à diferença e diversidade, contestando mecanismos que as desfiguram com o preconceito, se tornam pertinentes e necessárias nesse âmbito.

Em particular, a questão da diversidade no ambiente escolar desvela uma realidade atual, o que ganha destaque ao que tange o contexto das necessidades educativas especiais, cuja emergência pode ser percebida ao contrastar dados do Censo da Educação Básica dos últimos sete anos (Quadro 1).

Quadro 1 – Número de matrículas na Educação Especial

Ano	Localidade	Educação Infantil	Ensino Fundamental	Ensino Médio	EJA	TOTAL
2012	Brasil	35.383	506.840	39.411	54.817	636.451
	Rio Grande do Sul	2.096	43.613	2.503	3.192	51.404
	Santa Maria – RS	73	1.027	98	95	1.293
2013	Brasil	37.791	521.347	43.885	56.139	659.162
	Rio Grande do Sul	2.177	44.923	2.803	3.153	53.056
	Santa Maria – RS	55	1.159	86	68	1.368
2014	Brasil	41.500	549.542	52.133	58.143	701.318
	Rio Grande do Sul	2.307	48.932	3.341	3.317	57.897
	Santa Maria – RS	58	1.206	108	116	1.488
2015	Brasil	44.972	581.223	59.241	59.927	745.363
	Rio Grande do Sul	2.505	51.711	4.125	3.825	62.166
	Santa Maria – RS	72	1.196	124	125	1.517
2016	Brasil	50.910	607.044	68.058	58.296	784.308
	Rio Grande do Sul	2.966	53.576	4.506	3.896	64.944
	Santa Maria – RS	93	1.175	131	129	1.528
2017	Brasil	60.318	663.658	86.122	67.539	877.637
	Rio Grande do Sul	3.347	55.333	5.320	4.183	68.183
	Santa Maria – RS	101	1.165	153	129	1.548
2018	Brasil	70.208	728.687	106.362	76.155	981.412
	Rio Grande do Sul	3.849	58.458	6.570	4.765	73.642
	Santa Maria – RS	135	1.192	211	146	1.684

Fonte: Censo da Educação Básica (BRASIL, 2012; 2013; 2014; 2015; 2016; 2017; 2018a).

Segundo o censo, as matrículas na Educação Especial contabilizam estudantes de escolas especiais, de classes especiais ou mesmo aquelas e aqueles incluídos em sala de aula. Ao analisar a evolução na categoria total de matrículas, é possível destacar um índice quantitativo crescente em nível nacional, regional e local, estimativa que ressalta a necessidade de compreensão quanto a acessibilidade para estes estudantes.

A inclusão refletida nas escolas presume mudanças na estrutura física do ambiente, nos encaminhamentos didáticos e pedagógicos, no currículo, de condutas perante a diferença, do discurso hegemônico normativo e ideais que conduzem a formação de polos dicotômicos, nos quais um é entendido como ‘normal’. Nesse contexto, a Educação Inclusiva tem estabelecido um novo paradigma educacional acolhedor das diferenças e particularidades (FERNANDES; HEALY, 2007), entendidas como qualidades comuns a todos indivíduos.

Por essa ótica, a mera inserção de pessoas com necessidades educacionais especiais na sala de aula não é suficiente, já que muitas vezes são alocadas em classes reservadas, realizando atividades que não envolvem os mesmos conceitos/conteúdos estudados por

demais estudantes. Faz-se necessária a discussão ampla do tema, entendendo as diferenças como constituintes sociais e não como um fato que exige atitudes de consternação ou comiseração, pois “reconhecê-los como carentes é uma forma de não reconhecimento” (ARROYO, 2014, p. 137). Essa perspectiva culmina, ou pelo menos supõe, a necessidade de mudanças nos processos de ensino e aprendizagem, objeto de estudo da Educação Matemática (FIORENTINI; LORENZATTO, 2006).

Diante do intuito de contribuir com a compreensão das necessidades educacionais da comunidade surda, corroboramos com as demandas propostas no documento intitulado ‘A educação que nós surdos queremos’, dentre as quais salientamos: “considerar que a escola de surdos é necessária e deve oferecer educação voltada para princípios culturais e humanísticos, promovendo o desenvolvimento de indivíduos cidadãos e sendo um centro de encontro com o semelhante para produção inicial da identidade surda” (RIO DE JANEIRO, 1999, p. 5).

No contexto estadual, com base em levantamentos do projeto de pesquisa “produções culturais surdas no contexto da educação bilíngue” vinculado à UFSM e coordenado pela professora Márcia Lise Lunardi-Lazzarin, até 2014 o Rio Grande do Sul possuía 13 escolas específicas para pessoas surdas (LOPES, 2017). Em 2016 outra instituição nesse caráter foi fundada, assim apresentamos no Quadro 2 um atual panorama da (r)existência dessas escolas.

Quadro 2 – Escolas específicas para educação de surdxs do Rio Grande do Sul

Nome da escola	Cidade	Esfera
Escola de Ensino Fundamental e Médio para Surdos Prof. Lilia Mazon	Porto Alegre	Estadual
Escola Municipal de Ensino Fundamental de Surdos Bilíngue Salomão Watnick	Porto Alegre	Municipal
Escola Especial para Surdos Frei Pacífico	Porto Alegre	Particular
Escola Especial Ulbra Concórdia	Porto Alegre	Particular
Escola Estadual Especial Keli Meise Machado	Novo Hamburgo	Estadual
Escola Municipal de Ensino Fundamental Bilingue para Surdos Vitória	Canoas	Municipal
Escola Estadual Especial Padre Réus	Esteio	Estadual
Escola Luterana São Mateus	Sapiranga	Particular
Escola Municipal de Ensino Fundamental Especial para Surdos	Gravataí	Municipal
Escola Municipal Especial Helen Keller	Caxias do Sul	Municipal
Escola Especial Prof. Alfredo Dub	Pelotas	Particular
Escola Estadual de Educação Especial Dr. Reinaldo Fernando Cóser	Santa Maria	Estadual
Escola de Ensino Médio Concórdia para Surdos	Santa Rosa	Particular
Escola Municipal de Educação Bilíngue Carmem Regina Teixeira Baldino	Rio Grande	Municipal

Fonte: baseado em LOPES (2017).

A necessidade de uma escola específica para surdxs reside na compreensão de que o grupo usuário desse idioma, muitas vezes, é proveniente de famílias ouvintes, cenário que pode desvelar barreiras comunicativas. Por consequência, a escola de surdxs é um lugar onde a criança surda adquire a linguagem, assim como surdxs jovens e adultxs em um processo tardio, valorizando sua língua natural, a Libras. Para estabelecer um respaldo quanto a atribuições legais desses contextos, na próxima seção relacionamos documentos e legislações que versam sobre o assunto inclusivo. Inicialmente estabelecemos esse debate de forma geral, para após focar nossas lentes à questão da surdez.

1.3 POLÍTICAS INCLUSIVAS DE SURDXS NO CAMPO ESCOLAR

Entendemos que a inclusão, nos contextos de ensino, constitui um processo no qual as estruturas que organizam o ambiente social se adaptam, a fim de permitir o acesso e permanência de pessoas com necessidades especiais, possibilitando sua participação e o exercício de seu papel social. Todavia, muitas vezes, esse panorama não ocorre em sala de aula da maneira esperada, “[...] principalmente pela falta de profissionais capacitados para trabalhar com alunos com deficiência e de materiais pedagógicos” (VASCONCELOS, 2016, p. 40).

Em conjuntura global, o tema inclusivo tem ganhado destaque no âmbito da legislação educativa nas últimas décadas. A critério de exemplo é possível citar a Declaração de Salamanca, discutida em uma conferência mundial sobre necessidades educativas especiais realizada em 1994 na Espanha. O documento reafirma um compromisso da educação para todas as pessoas, assumindo as diferenças humanas como um fato corriqueiro, a ser compreendido e valorizado (BRASIL, 1994).

Em cenário nacional, precedendo o vigor da Declaração de Salamanca, a Constituição da República Federativa do Brasil de 1988 garante a educação como um direito social de todas as pessoas (BRASIL, 1988), o que de antemão destaca atenção para medidas de inclusão no meio educacional. Para além disso, no artigo 208, inciso terceiro, a constituição sanciona como dever do estado o atendimento educacional especializado às pessoas com deficiência (BRASIL, 1988), medida esta reafirmada com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996 em seu artigo quarto (BRASIL, 1996), que tenciona ainda mais o estabelecimento de práticas inclusivas em escolas brasileiras.

Outrora, entendemos que há o risco de se efetivar um tipo de exclusão peculiar, que segrega estudantes “[...] num dos piores lugares em que isso poderia ocorrer: no interior da sala de aula” (BORGES; NOGUEIRA, 2013, p. 6). Causada, em muitos casos, por ideais equivocados de inclusão, que se aproximam mais da perspectiva de inserção ou integração, tal opressão evidencia um sério fator relacionado a educação da criança surda quando incluída em turmas ouvintes: a barreira linguística. Queremos dizer, se a língua oral-auditiva não é totalmente acessível à pessoa surda, podemos considerar inclusivo um espaço que não lhes oportunize um ensino e aprendizagem em língua de sinais?

Indícios históricos revelam um marco em que respostas para a indagação aludida começam a ser discutidas no Brasil: a fundação do atual Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES) em meados do século XIX. A instituição permitiu a construção e propalação da língua de sinais, além de consolidar uma visão de militância da comunidade surda, que ganha mais força em 1987, com a fundação da Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos (FENEIS). Tais entidades, através da organização da comunidade surda, com a legitimação de sua língua própria, têm formado um cenário de luta, reivindicação legislativa inclusiva e reconhecimento das identidades surdas³, embasadas na educação.

Perante tais processos e lutas sociais por legitimidade, a população surda conquistou o reconhecimento legal da Libras, como um idioma brasileiro (BRASIL, 2002a), a presença de TILS nos ambientes educativos públicos (BRASIL, 2002a; 2005; 2010) e a inclusão da Libras como componente curricular obrigatório em cursos de formação docente e fonoaudiologia (BRASIL, 2005).

A conquista da língua de sinais como idioma no Brasil se deu pela Lei Federal nº 10.436 de 2002, conhecida pela comunidade surda como lei da Libras, demarcando um grande passo para a valorização desse artefato desenvolvido no âmago da cultura linguística surda. Cabe destacar que essa lei legitima a língua de sinais como um idioma, porém não o determina como oficial brasileiro, para isso o documento deveria propor a alteração do artigo 13 da Constituição Federal.

Em particular, no Rio Grande do Sul, a Libras já foi reconhecida legalmente pela Lei Estadual nº 11.405, de 1999 (RIO GRANDE DO SUL, 1999). Entretanto, apesar da promulgação legislativa, Gesser (2009) salienta que fora das comunidades surdas pouco se

³ Constituem-se como uma das identidades essenciais de cada indivíduo, é uma experiência na convivência do ser, “a identidade surda existe desde que a pessoa passe a se utilizar dos olhos para fazer interação com o semelhante” (PERLIN; MIRANDA, 2003, p. 224).

sabe sobre a legitimidade da Libras como língua, muitas vezes reduzida ao atributo simplório de linguagem.

Tais direcionamentos e mudanças legislativas costumam demandar de certo tempo para efetiva consolidação dentro dos contextos, em especial, nos que estão relacionados com a educação pela complexidade em suas relações. Nesse prisma, entendemos que poucos reflexos das medidas legislativas supracitadas são percebidos em sociedade.

A inclusão da Libras como componente curricular obrigatório, estabelecida pelo Decreto nº 5.626 de 2005, pode atuar na visibilidade desta questão, além de possibilitar olhares das academias para pesquisas relacionadas à cultura surda, pela discussão do tema nas mais variadas áreas; entendendo que licenciaturas abrangem consideravelmente grande parte dos campos de conhecimento. Temos que convir, há tempos já se discute a questão inclusiva da pessoa surda nos espaços de ensino, principalmente em termos de ‘metodologias’, porém, acreditamos que este paradigma ainda necessita de muito tempo para ser consolidado.

A própria oferta de Educação Bilíngue, tendo a Libras como primeira língua e o português em modalidade escrita como segunda, prevista no estatuto da pessoa com deficiência (BRASIL, 2015), é entendida em estudos veiculados por pesquisadorxs surdxs como “[...] uma política menos violentadora que a inclusão, mas que se restringe ao aspecto linguístico, a comunidade surda quer muito mais do que isso, quer uma pedagogia do jeito de ser” (PERLIN; MIRANDA, 2003, p.224).

O ensino de surdxs deve ser construído com a comunidade surda, pois xs participantes desse grupo social têm legitimidade para entender suas reais demandas. Cabe destacar que nossa visão de pessoa surda contrapõe o foco clínico da surdez, buscamos uma posição embasada no que Perlin e Miranda (2003) chamam de conceito fluido, baseado na construção de uma identidade surda. Assim, entende-se como sujeito surdx, a pessoa que compreende e interage com o mundo por meio das, assim chamadas, experiências visuais, manifestando sua cultura pelo uso da língua de sinais, que funciona também como elemento de identificação entre surdxs (STROBEL, 2008).

Por isso há vital demanda de ambientes específicos para o ensino e aprendizagem de pessoas surdxs, na qual está imbricada uma diversidade cultural própria do grupo, que manifesta a língua de sinais. Com efeito, esses ambientes escolares se tornam propícios para entender essa cultura, o que pode ser interessante para pesquisas acadêmicas, desde que respeitem e valorizem sua produção histórica e cultural. Diante do elucidado até o momento, acreditamos já possuir terreno firmado para apresentar a problemática e o objetivo da presente pesquisa, o que será efetivado na tessitura da próxima seção.

1.4 PROBLEMÁTICA E OBJETIVO DA PESQUISA

A pessoa surda, segundo Sacks (1998), estabelece o desenvolvimento de estímulos visuais (quando possível), dada a parcialidade de acesso a estímulos sonoros. Assim, para Perlin e Miranda (2003), a experiência visual, entendida como utilização do sentido da visão para o acesso ao mundo, substitui totalmente a audição, segundo Sacks (1998), gerando inclusive formas de memória especificamente visuais. Com vistas a contemplar a necessidade de mudanças de práticas escolares, atendendo especificidades de estudantes, pelo ideal de equidade no ensino, entendemos que recursos didáticos que possibilitem a exploração deste tipo de estímulos podem contribuir positivamente na aprendizagem de pessoas surdas.

Acreditamos que uma alternativa educativa esteja cunhada no uso de materiais didáticos manipuláveis, que na compreensão de Lorenzato (2006) permitem a observação e, em alguns casos, a modificação de suas formas físicas, pelo seu caráter concreto/palpável. Pesquisas, como a de Sales (2013), têm demonstrado, em convergência com a perspectiva de Sacks (1998), que o uso destes recursos favorece a formação de imagens mentais no desenvolvimento de atividades matemáticas com estudantes surdsxs.

Sales (2013) desenvolveu uma série de atividades, dentre as quais algumas propõem o estímulo de qualidades visuais de formas geométricas através de recursos concretos, aqui referidos como manipuláveis. No decorrer da pesquisa, as e os participantes envolvidos começaram a destacar objetos percebidos em sua realidade que “[...] possuíam características ou se relacionavam de algum modo com as formas geométricas presentes nas atividades desenvolvidas anteriormente em sala de aula” (SALES, 2013, p. 152).

Entendemos que é um grande desafio pesquisar na área inclusiva, pelo campo revelar uma seara pouco explorada, onde pairam muitas dúvidas, principalmente pela questão da subjetividade de cada sujeito, que deve ser compreendida para se efetivar o trabalho didático. Nesse sentido, faço menção ao dito popular “a união faz a força” para evidenciar a constituição de uma parceria para realizar esta dissertação, que conta com a participação da colega, pesquisadora e amiga Tainara da Silva Guimarães, da autora da presente dissertação e da nossa estimada orientadora Rita de Cássia Pistóia Mariani, que nos acompanha desde a graduação.

Esse processo teve início em 2014, quando ingressamos no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no subprojeto matemática da UFSM. Na época, sob a coordenação das professoras Rita de Cássia Pistóia Marini e Inês Farias Ferreira, realizamos

ações que envolviam distintos materiais didáticos, no ensino e aprendizagem de conceitos/conteúdos de matemática na Educação Básica para estudantes ouvintes. Posteriormente, tanto Guimarães (2017) quanto Souza (2016), destacaram em seus TCC, Conclusão de Curso, o uso de materiais manipuláveis para investigar o campo numérico.

Ambas as pesquisas também evidenciaram encaminhamentos de estudo baseados no desenvolvimento de Sequências de Tarefas. Guimarães (2017) utilizou o material Frac-Soma 235 para abordar conceitos/conteúdos relacionados ao objeto matemático número racional, enquanto Souza (2016) empregou o tangram para explorar o ente números reais. Cabe mencionar que estes estudos foram desenvolvidos com estudantes ouvintes do Ensino Médio.

Pelo caráter concreto/palpável, materiais didáticos manipuláveis podem agregar a exploração de estímulos visuais em atividades matemáticas, quando relacionados à exploração de formas geométricas. Além disso, podem também possibilitar a reprodução de contornos, gerando assim registros de figuras. Particularmente, o tangram potencializa a mobilização de números reais ao discutir relações de área e comprimento com o recurso (SOUZA, 2016).

A turma participante da pesquisa demonstrou apropriações de relações geométricas com o material, exploradas por atributos visuais na manipulação do recurso e desenvolvidas como tratamentos figurais nas tarefas, a partir da produção de representações das formas das peças do tangram, que foram essenciais para resolução das problematizações (SOUZA; MARIANI, 2018).

Com vistas a continuidade nas investigações supracitadas, as Sequências de Tarefas desenvolvidas por Souza (2016) e Guimarães (2017) subsidiaram a produção de novas atividades, que foram elaboradas e desenvolvidas nesta parceria. Desta forma, a produção de dados da presente dissertação está centrada na perspectiva da mobilização de números reais, por meio do desenvolvimento de sete tarefas (T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7), com o embasamento teórico dos registros de representação semiótica. Cabe destacar que os dados de T1, T2, T3 e T4 também foram analisados por Guimarães (2019), contudo a partir de outras lentes teóricas: as interpretações e números racionais.

Acreditamos que os registros de representação semiótica ganham importância no debate inclusivo, na medida em que uma análise do conhecimento matemático é, em essência, uma análise da mobilização de representações semióticas e dos processos cognitivos envolvidos no processo (DUVAL, 2009). Esse viés possibilita identificar elementos que auxiliem compreender como ocorre a aprendizagem (DUVAL, 2011). Posto isso, nos propomos a entender: *de que modo estudantes de uma escola pública de surdxs mobilizam*

representações do objeto matemático números reais considerando as possíveis potencialidades do registro figural?

Diante desse contexto, firmamos na presente dissertação o objetivo de investigar a mobilização de registros de representação semiótica relacionados ao conjunto dos números reais, a partir de tarefas realizadas por estudantes surdxs do 1º ano do Ensino Médio de uma escola de Educação Bilíngue, envolvendo o recurso manipulável tangram.

No intuito de situar e desenvolver esse objetivo, tecemos seis capítulos além desta introdução. No primeiro, intitulado *Educação de surdxs e Educação Matemática*, visamos estabelecer possíveis relações entre tais campos, por meio de discussões referentes a questão inclusiva e ao recurso a materiais didáticos manipuláveis, além de evidenciar um mapeamento de dissertações e teses brasileiras relacionadas ao tema. A seguir, no capítulo *Aprendizagem matemática e representações semióticas* compomos a abordagem teórica desta investigação (DUVAL, 2003; 2009; 2011; 2012a; 2012b) e possíveis aproximações com o tema. Igualmente, destacamos os *Aspectos metodológicos da pesquisa*, em que também se contextualiza o campo da investigação.

Por fim, detalhamos a *Dinamização e análise da Sequência de Tarefas*, estabelecendo no capítulo intitulado *Números reais: entendimentos e mobilizações* relações dos principais resultados destacados nas intervenções sob a luz da teoria adotada nesta pesquisa, para então explicitar algumas *Considerações parciais* a respeito desse desenvolvimento.

2 EDUCAÇÃO DE SURDXS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As adaptações necessárias para efetiva inclusão de pessoas com necessidades educativas especiais em ambientes de ensino exigem a compreensão de limitações individuais ou coletivas, assim como de possibilidades para superar essas barreiras. Nossa ótica se direciona a um grupo de pessoas surdas, que mesmo coexistindo no ‘mundo dos sons’, se inserem sob outra perspectiva, na qual as experiências visuais tomam protagonismo.

Buscamos nos posicionar sob uma concepção de surdez de ordem epistemológica, que valoriza a natureza da língua de sinais e supõe que a educação para pessoas surdas deve residir dentro de suas potencialidades. Igualmente, entendemos que uma das possibilidades de aproximar conceitos/conteúdos da matemática ao ‘mundo visuoespacial’ pode ser estabelecida pelo uso de recursos didáticos que explorem estímulos visuais.

No presente capítulo, apontamos bases científicas relacionadas a Educação Matemática e aos Estudos Surdxs que nos conduziram nessa jornada. Também pontuamos uma importante etapa do desenvolvimento de nossa investigação, um mapeamento de pesquisas brasileiras relacionando a questão inclusiva de pessoas surdas no âmbito da Educação Matemática, o que possibilitou entender o lugar em que o tema se insere na conjuntura científica.

2.1 DO ORALISMO À EDUCAÇÃO BILÍNGUE

Toda atividade no âmbito educacional não pode ser analisada sem uma contextualização, o ensino e a aprendizagem caminham lado a lado com fatores relacionados ao desenvolvimento cultural, social, afetivo, histórico (...) em um determinado grupo social. Particularmente, para pessoas surdas, o atual modelo de ensino aconselhado, a aqui referida Educação Bilíngue ou Bilinguismo, foi historicamente constituído através de esforços contínuos em lutas, movimentos sociais e no campo investigativo.

A partir desta perspectiva, consideramos de suma importância situar os processos conflitantes que culminaram no atual modelo de Educação Bilíngue, que no Brasil teve sua efetiva consolidação a partir de 1996 (NOGUEIRA; ZANQUETTA, 2013). Vale salientar que, ao se referir a história da educação de pessoas surdas, existem muitos marcos a serem destacados e outros que foram despercebidos ou esquecidos pelo tempo.

Na cultura oral temos muitos fatos históricos que podem ser questionados a partir de outros olhares, estes distantes do centro hegemônico constituído, como por exemplo, a visão

eurocêntrica de colonização das Américas. A respeito do respaldo histórico surdo, nesse caso ao que se remete à educação, estabelecemos uma analogia a essa ideia, assim cabe relacionar alguns dos registros disponíveis, que certamente são parciais, já que “de fato, a história da educação de surdos, em diferentes épocas, é uma história que não é contada por seus principais protagonistas: os surdos” (LIMA, 2004, p. 14) e surdas.

A partir desse direcionamento, na presente seção buscaremos tecer uma trajetória histórica relacionada a educação de pessoas surdas em um contexto amplo, iniciando pela idade antiga, período em que tal direcionamento foi “não só impensável, mas também não palpável há cerca de 4000 anos, quando, os povos egípcios acreditavam serem os surdos sujeitos incapazes de aprender” (LIMA, 2004, p. 14). Para a sociedade egípcia a pessoa surda era considerada uma criatura privilegiada, que dialogava em silêncio com os deuses e transmitia suas mensagens de algum modo aos faraós (COUTINHO, 2015), porém não eram consideradas humanas, pela falta da linguagem comum utilizada na época, a oral.

Mais adiante, em meados do século VI antes da era comum, estipularam-se dois tipos de surdez embasadas em princípios de causa: aquela presente desde o nascimento, que tem origem genética ou gestacional, denominada surdez congênita, ou a que se relaciona com a perda auditiva durante a vida pós-natal, sendo a surdez adquirida. Nessa época, a sociedade grega entendia que pessoas surdas, de forma geral, não cumpriam condições para desenvolver raciocínio lógico, além disso surdxs congêntas eram consideradxs incapazes de serem educadxs (LIMA, 2004).

Segundo Sacks (1998), até mesmo Aristóteles considerava que a possibilidade de construção de pensamento pela pessoa surda não era viável, por sua falta de capacidade de fala. Essa não foi a única gafe de Aristóteles, o filósofo ainda defendeu que a capacidade de raciocínio das mulheres seria inferior a dos homens. “Talvez, de fato, essa ideia equivocada, ou preconceito, tão zelosamente acalentada, remonte aos tempos bíblicos: o status sub-humano dos mudos era parte do código mosaico e foi reforçado pela exaltação bíblica da voz e do ouvido como o único e verdadeiro modo como o homem e Deus podiam falar” (SACKS, 1998, p. 31).

De um ponto de vista antagônico, Sócrates “considerava possível que os surdos se comunicassem com as mãos e com todo o corpo” (COUTINHO, 2015, p. 51, grifo nosso). Essa menção está presente como comentário na obra Crátilo de Platão: “se não tivéssemos voz nem língua e ainda assim quiséssemos expressar coisas uns aos outros, não deveríamos, como aqueles que ora são mudos, esforçar-nos para transmitir o que desejassemos dizer com as mãos, a cabeça e outras partes do corpo?” (SACKS, 1998, p. 31).

Mesmo assim, durante a idade média, persistiu a ideia de que pessoas surdas “[...] não fossem educáveis, ou que fossem imbecis” (LACERDA, 1998, p. 68). Somente após o século XVI da era comum, datam os primeiros registros de tentativas educativas nesse viés, cujo método se relacionava com o ensino da fala, leitura e escrita (LIMA, 2004). Lacerda (1998) alerta que nesse período o compartilhamento de descobertas não era corriqueiro ou tão viável, os poucos estudos relacionados à educação de pessoas surdas, restritos a famílias com boas condições econômicas, não foram disseminados.

Nas tentativas iniciais de educar o surdo, além da atenção dada à fala, a língua escrita também desempenhava papel fundamental. Os alfabetos digitais eram amplamente utilizados. Eles eram inventados pelos próprios professores, porque se argumentava que se o surdo não podia ouvir a língua falada, então ele podia lê-la com os olhos. Falava-se da capacidade do surdo em correlacionar as palavras escritas com os conceitos diretamente, sem necessitar da fala. Muitos professores de surdos iniciavam o ensinamento de seus alunos através da leitura-escrita e, partindo daí, instrumentalizavam-se diferentes técnicas para desenvolver outras habilidades, tais como leitura labial e articulação das palavras. (LACERDA, 1998, p. 72).

Na idade moderna, Girolamo Cardano (1501-1576) em um dos primeiros passos para nortear uma educação para pessoas surdas, apontou a possibilidade do aprendizado da leitura e da escrita, sem que haja necessidade do desenvolvimento da fala oral (LIMA, 2004). No século XVI da era comum o monge Pedro Ponce de León (1510-1584) desenvolveu a comunicação, vinculada à escrita e à leitura, inclusive com a datilologia⁴, para filhos surdos primogênitos vindos de famílias nobres, já que a fala era uma garantia do direito a bens de herança. Cabe ressaltar que o monge foi motivado em termos econômicos (CARVALHO, 2013⁵ *apud* COUTINHO, 2015).

Para Lacerda (1998), duas correntes educativas para pessoas surdas podem ser delineadas no século XVIII da era comum, a partir dos supostos de Samuel Heinicke (1727-1790), embasados na ideia de que o pensamento só é possível mediante ao desenvolvimento da língua oral, e dos estudos pioneiros de Charles Michel L'Épée (1712-1789), com a educação de crianças surdas a partir da língua de sinais utilizada por pessoas surdas pobres de Paris.

A primeira corrente destacada é baseada na crença de superação da surdez, considerando apenas as línguas orais como legítimas e, com efeito, incorporando métodos de

⁴ Datilologia se refere à enunciação de palavras em língua de sinais através do alfabeto manual, o processo se assimila a um tipo de soletramento em um espaço neutro, com a combinação sucessiva de configurações de mãos que representam letras.

⁵ CARVALHO, Paulo Vaz de. **A herança do Abade de L'Épée na viragem do século XVIII para o século XIX**. Lisboa: The factory, 2013.

estimulação da reprodução oral de sons na educação de pessoas surdas. A segunda, relacionada à produção da comunicação visoespacial, compreende que apesar das diferenças em relação a comunicação oral, os sinais (à época gestos) são eficazes para subsidiar o acesso ao conhecimento cultural (LACERDA, 1998).

Segundo Lacerda (1998), os debates entre o método de cunho oralista, defendido por Heinicke, e a gestualidade, defendida por L'Epée, prosseguiram durante muito tempo, e é possível dizer que mesmo na atualidade essa discussão ainda incida. Porém, é plausível destacar um acontecimento nos primeiros séculos da idade contemporânea que eu ênfase à essa dualidade: o II Congresso Mundial sobre a Educação de Surdos.

Conhecido também como Congresso de Milão, o evento já possuía um terreno formado para sua realização. No I Congresso Mundial sobre a Educação de Surdos, já haviam encaminhamentos direcionando a escolha de um método de aprendizagem para pessoas surdas, fortemente influenciados por preceitos oralistas advindos do VII Congresso da Sociedade Pedagógica Italiana e do I Congresso de Professores Italianos de Surdos (LIMA, 2004).

[...] a balança finalmente pendeu, e no célebre Congresso Internacional de Educadores de Surdos, realizado em 1880 em Milão, no qual os próprios professores surdos foram excluídos da votação, o oralismo saiu vencedor e o uso da língua de sinais nas escolas foi “oficialmente” abolido. Os alunos surdos foram proibidos de usar sua própria língua “natural” e, dali por diante, forçados a aprender, o melhor que pudessem, a (para eles) “artificial” língua falada. (SACKS, 1998, p. 41, grifo nosso).

“O oralismo e a supressão da língua de sinais acarretaram uma deterioração marcante no aproveitamento educacional das crianças surdas e na instrução dos surdos em geral” (SACKS, 1998, p. 41). Porém, a resiliência das minorias costuma ser mais forte do que a violência do opressor, assim os princípios do que se entendia como gestualismo persistiam, “apesar da proibição dos oralistas no uso de gestos e sinais, raramente se encontrava uma escola ou instituição para surdos que não tivesse desenvolvido, às margens do sistema, um modo próprio de comunicação através dos sinais” (LACERDA, 1998, p. 75).

No contexto nacional, indícios apontam que a educação de pessoas surdas tem início em 1855, com a vinda do professor surdo francês E.⁶ Huet (1822-1882), que buscou introduzir a língua de sinais trazida da França, utilizada na educação de crianças surdas

⁶ Em documentos e publicações sobre a história do INES é usado o nome Ernest. Contudo, em publicações da FENEIS foram apresentados indícios de que seu nome seria Eduard (RIO DE JANEIRO, 2002). Dadas as circunstâncias optamos por abreviar seu primeiro nome.

pobres. Huet também ganhou destaque pela fundação da primeira instituição brasileira de Educação Surda, o denominado o Imperial Instituto de Surdos Mudos em 1857. A escola iniciou seu funcionamento em 1º de janeiro de 1856, porém a data de sua fundação foi alterada pelo artigo 7º do Decreto n. 6.892 de 19 de março de 1908, para o dia 26 de setembro de 1857, mesmo dia em que houve a promulgação da Lei n. 939 de 26 de setembro de 1857, que no inciso 10 do artigo 16 determinou ao Império a prestação de auxílio para a instituição, atualmente conhecida como INES, Instituto Nacional de Educação de Surdos (RIO DE JANEIRO, 2002).

A metodologia proposta no Brasil pelo professor surdo era análoga a de L'Épée, consistindo na valorização da sinalização como forma de comunicação. Contudo, o instituto seguiu as decisões do Congresso de Milão e em 1911 passou a estabelecer a educação de estudantes pelo cunho oralista, proibindo oficialmente a língua de sinais, apesar de que sua utilização fora da instituição continuou, até sua proibição total em meados de 1957 (FERNANDES, 2014).

Entretanto, a comunidade surda em regime de internato no INES buscava resgatar e criar sinais, tudo em um processo sigiloso. A noite iluminada pela luz de velas tornou-se solo de resistência para língua de sinais. Pela perspectiva oralista, a referida língua é alocada como subalterna e prejudicial à aprendizagem, entendendo a língua oral como única forma de comunicação, conquanto, algumas comunidades surdas já estavam se constituindo a partir da apropriação de sua língua própria.

Se, por um lado, há uma ação coercitiva para vigiar e punir o surdo que se utilizasse da língua de sinais, por outro, há uma reação dos próprios surdos que continuam a “falar” através dos sinais, não, nas salas de aula do Instituto, mas fora delas e principalmente nas “comunidades” que começam a tomar forma nos principais centros urbanos do país. (LIMA, 2004, p. 25).

A corrente educativa oralista traz o objetivo de integrar a pessoa surda, considerada como deficiente auditiva, na comunidade de ouvintes, exigindo o desenvolvimento da oralidade de palavras como forma de comunicação (GOLDFELD, 1997). Tal perspectiva deixa de considerar o ponto de vista cultural da construção linguística no seio de uma comunidade. Ademais, passa a desvalorizar a língua de sinais, considerando-a prejudicial à aprendizagem e entendendo a língua oral com o atributo do valor de ‘normalidade’, restando aos sinais um caráter secundário e simplório de código ou de linguagem.

Oralismo é o nome dado ao conjunto de abordagens que têm a fala e a amplificação da audição como foco da atividade pedagógica, a partir de uma compreensão equivocada de que a habilidade de falar seria equivalente ao domínio de uma língua. É uma concepção clínica e medicalizada da surdez que enfatiza o déficit – a falta de audição – e assume uma postura normalizadora, baseada na premissa de que existe uma identidade padrão à qual todos devem se conformar, sendo necessário normalizar quem se afasta desse modelo. (COUTINHO, 2015, p. 63).

Desconsiderando as singularidades de cada indivíduo e sua relação com o meio, o oralismo define que a comunicação deve ser feita por via sonoro-auditiva e pela leitura orofacial. Nesse sentido, iniciou-se o desenvolvimento tecnológico de aparelhos e implantes que atuassem na intervenção clínica da surdez, tentando suprimi-la ou diminuí-la, como é o caso dos aparelhos auditivos e próteses cocleares, apesar de que tais equipamentos não têm garantia total de funcionamento, causando em alguns casos desconforto a quem o utiliza.

Este quadro toma novos rumos a partir da década de 1970, com as pesquisas da área linguística de Willian Stokoe, que demonstraram uma analogia estrutural das línguas de sinais e das línguas orais. O pesquisador afirma que a combinação de sons, denominados fonemas, cria unidades dotadas de significado, denominadas palavras, assim a combinação de unidades na dimensão gestual, entendidas como queremas⁷, pode produzir também unidades com significados, na forma de sinais (LACERDA, 1998).

Em linhas gerais, a educação oralista de pessoas surdas não fomentou a articulação de palavras, formando indivíduos incapazes de estabelecer um discurso, “[...] meros repetidores de itens lexicais descontextualizados, incapazes de trocar ideias com estranhos e, até com as pessoas com quem conviviam mais diretamente” (COUTINHO, 2015, p. 66).

Desse contexto emergem abordagens ‘híbridas’, que vinculam aspectos comunicativos orais e visuais, por conseguinte, “surge, na década de 1970 – no Brasil, e se fortalece a partir de 1980 – a abordagem da Comunicação Total, que, como o próprio nome anuncia, utiliza todos os recursos disponíveis em prol de uma efetiva comunicação” (ZANQUETTA, 2015, p. 25). Mímica, gestos, a própria língua de sinais, a leitura orofacial, a leitura escrita e a oralidade são considerados como escolhas na perspectiva da comunicação total, entretanto, os sinais nessa modalidade “[...] ocupam um lugar meramente acessório de auxiliar da fala, não havendo um espaço para seu desenvolvimento” (LACERDA, 1998, p. 76).

Perante a aparente “escolha” desses recursos linguísticos, Lima questiona “como poderá a criança surda que chega à escola desprovida do conhecimento de língua de sinais, fala, leitura labial e leitura-escrita, “eleger” um destes recursos comunicativos para interagir

⁷ Queremas são as unidades elementares das línguas de sinais, guardadas as proporções, em analogia é possível destacá-los como as unidades elementares das línguas orais, os fonemas.

com alguém?” (LIMA, 2004, p. 27). Apesar da comprovação de que as línguas de sinais constituem idiomas legítimos, a modalidade da comunicação total, que ainda desvaloriza a língua própria da comunidade surda, foi implantada.

Com isso, as e os estudantes surdxs “[...] não aprendem a compreender os sinais como uma verdadeira língua, e desse uso não decorre um efetivo desenvolvimento linguístico. Os sinais constituem um apoio para a língua oral e continuam, de certa forma, ‘quase interditados’ aos surdos” (LACERDA, 1998, p. 76). O acesso à sinalização abriu margens para a retomada da língua de sinais, após sua suspensão com o oralismo. Aprofundamentos de estudos linguísticos passaram a considerar a legitimidade da comunicação por sinais, bem como sua aquisição natural pela população surda, desdobrando uma nova proposta educacional que visa valorizar a língua de sinais como artefato cultural linguístico da comunidade surda: a Educação Bilíngue.

Da metade em diante da década de 1990, com a troca da direção do INES, um movimento da classe estudantil aliada à valorização da língua de sinais visa implantar no instituto a Educação Bilíngue (COUTINHO, 2015). Nesse prisma, o referido modelo educativo busca desvincular-se de práticas hegemônicas e reguladoras que normalizam as línguas orais, com a visão da surdez como identidade cultural e não como deficiência. A Educação Bilíngue visa ainda o desenvolvimento cognitivo-linguístico equivalente ao da população ouvinte, tendo acesso tanto a língua de sinais, como a língua oral majoritária na modalidade escrita.

Assim, ao se referir a conjuntura educativa, um dos pressupostos da Educação Bilíngue é a alfabetização tendo como primeiro idioma a língua de sinais e como segunda língua a modalidade escrita do idioma oral local, no caso brasileiro o português. Segundo Lacerda (1998), a criança surda em um contexto de Educação Bilíngue tem a possibilidade de construir uma imagem positiva de sua condição, fortalecendo inclusive sua autoestima, além da legitimidade da própria língua de sinais, tão preterida historicamente (GESSER, 2009). Com esse viés, também não é deixada de lado a visão positiva de integração da pessoa surda em grupos ouvintes.

Entendida a evolução histórica da Educação Bilíngue para surdxs, buscamos agora outra direção, de cunho mais específico, isto é, discutindo possibilidades educativas centradas no ensino e aprendizagem de matemática. Para tanto, na seção que se sucede, defendemos a utilização de recursos didáticos manipuláveis em salas de aula para surdxs, principalmente pela possibilidade de estudo vinculada a relações e estímulos visuais propiciadas por esses materiais.

2.2 RECURSOS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NA EDUCAÇÃO DE SURDXS

A inclusão em sala de aula demanda alternativas pedagógicas que propiciem um aprendizado de qualidade, tal como deveria ocorrer em qualquer classe. Com base em Lorenzato (2006) entendemos que recursos didáticos podem se mostrar uma interessante opção no contexto educativo, já que se empregados corretamente, com um bom planejamento, podem subsidiar processos de ensino e de aprendizagem que permitam às e aos estudantes “[...] aprender em seu próprio ritmo e não no pretendido pelo professor” (LORENZATO, 2006, p. 30-31) ou pela professora.

Lorenzato (2006) ainda pontua a questão do concreto, pautando a categoria dos materiais didáticos manipuláveis, que podem ser dinâmicos quando permitem modificações em sua estrutura física pela interação manual, sendo um exemplo o tangram que viabiliza a criação de figuras por alterações na organização de peças; ou estáticos, cuja ênfase é a observação física, como é o caso de atividades restritas à exploração das formas de sólidos geométricos (LORENZATO, 2006).

Como o público alvo nesta pesquisa, tem estreita relação com estímulos visuais (SACKS, 1998) e estes podem ser propiciados por recursos didáticos manipuláveis, cabe pensar que seu uso nas práticas em sala de aula pode contribuir com a aprendizagem de pessoas surdas, já que existem “[...] habilidades visuais especiais aprendidas quando se adquire a língua de sinais” (SACKS, 1998, p. 54). Nesse prisma, em termos cognitivos, as línguas orais e as línguas de sinais utilizam algumas vias neurais comuns no processamento de um discurso. No entanto, esta última desenvolve outras vias que são associadas ao processamento de estímulos pela observação, através do sentido sensorial da visão.

Além disso, um dos possíveis primeiros passos para o desenvolvimento do conhecimento matemático é o pensamento empírico com base em observações, potencializadas pelo concreto. “Esse processo começa com o apoio dos nossos sentidos e, assim, ele é aparentemente paradoxal porque, para se chegar no abstrato, é preciso partir do concreto” (LORENZATO, 2006, p. 22). Em convergência, evidenciamos uma grande recorrência de estudantes aos materiais manipuláveis, para se analisar processos de resolução em tarefas matemáticas, destacada em pesquisas como as de Rocha (2014) e Jesus (2014), que tiveram participantes surdas envolvidas.

Rocha (2014) observou o modo como quatro alunas surdas do 9º ano do Ensino Fundamental utilizavam materiais manipuláveis para solucionar atividades matemáticas de

geometria espacial. A pesquisadora destacou que o caráter visual dos materiais manipuláveis foi imprescindível para resolução de atividades, principalmente as com cunho mais abstrato. Além disso, em algumas das tarefas, as próprias alunas confeccionaram seus recursos manipulativos com os materiais que dispunham.

Jesus (2014) concluiu que os recursos manipuláveis envolvidos em sua pesquisa foram constantemente utilizados quando a participante surda, matriculada no 8º ano do Ensino Fundamental, necessitava estabelecer inferências sobre o exercício proposto. A pesquisadora salientou que tais recursos atuaram como “[...] potências do desenvolvimento mental da aluna surda” (JESUS, 2014, p. 143) uma vez que suscitaram o desenvolvimento de imagens mentais dos objetos reais.

É nessa perspectiva que Borges e Nogueira (2013, p.52) garantem que “[...] se a exploração de materiais em aulas de matemática é aconselhável para alunos ouvintes, para os surdos ela é fundamental”. Entendemos que somente o uso de recursos manipuláveis nas aulas não é uma condição suficiente de aprendizagem. Porém, acreditamos que um bom planejamento, com uma reflexão da prática pedagógica, atuando na construção de uma dinâmica que envolva todos os estudantes em atividades que explorem os potenciais de um material didático manipulável, possa ser um dos pontos norteadores que atuarão na efetiva transformação das alternativas pedagógicas inclusivas.

Diante desse contexto, há margens de discussões sobre uma Educação Matemática Inclusiva, dado seu compromisso com a melhoria do ensino e aprendizagem, em particular, para a discussão do uso de recursos manipuláveis no atendimento educativo de pessoas surdas, o que possibilita um amplo horizonte de produções com caráter investigativo. Tendo em vista nosso contato, consideravelmente incipiente, na pesquisa no âmbito da surdez, realizamos um mapeamento, que será apresentado na sequência, com a finalidade de entender a conjuntura científica em que se inserem abordagens inclusivas, especificamente no que diz respeito a educação de surdos no contexto da Educação Matemática brasileira.

2.3 SURDOS NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM MAPEAMENTO

Entender como o assunto da investigação é abordado em produções já existentes foi uma das etapas da presente pesquisa, de tal maneira seguimos os princípios de um mapeamento conforme Biembengut (2008). De acordo com a autora, a pesquisa é um modo de se compreender um fenômeno, que se insere “[...] em uma rede preexistente e seu valor é relativo à contribuição a essa rede” (BIEMBENGUT, 2008, p. 71). Compreender os avanços

nas investigações já realizadas possibilita entender quais caminhos devem ser explorados, em termos de problemas de pesquisa, passo que fomenta a produção de novos conhecimentos, essenciais para contribuir significativamente na mudança qualitativa desta ‘rede’.

Compor um mapeamento de pesquisas acadêmicas envolve identificar, classificar ou organizar e reconhecer ou analisar obras com temas similares (BIEMBENGUT, 2008, p. 92). Na primeira etapa, para compor a identificação de um panorama científico da questão inclusiva da surdez na Educação Matemática, realizamos buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Tal procedimento ocorreu entre os meses de abril e maio de 2018, ao qual nos delimitamos as grandes áreas que situam a Educação Matemática, a saber: Multidisciplinar e Ciências Humanas. Com o intuito de maximizar os resultados foram efetuadas combinações dos descritores ‘surda’, ‘surdo’ e ‘surdez’ com ‘educação de surdo’, ‘matemática’ e ‘educação matemática’, gerando nove possibilidades de buscas que culminaram na identificação de 54 dissertações e 12 teses no recorte temporal de 1993 a 2016 (Apêndice A).

Após a apreciação e leitura flutuante de cada obra, partimos a classificação e organização das mesmas. Assim, foi possível estabelecer uma organização, relacionada as regiões em que cada estudo foi desenvolvido. Constatamos 29 instituições e 31 programas de pós-graduação envolvidos, distribuídos nas 5 regiões brasileiras (Figura 1).

Figura 1 – Pesquisas mapeadas distribuídas nas regiões brasileiras



Fonte: produção própria.

A região sudeste concentra os maiores quantitativo de pesquisas e de instituições envolvidas. Já a região sul tem a maior produção em nível de doutorado em uma mesma

instituição, sendo 4 teses da Universidade Estadual de Maringá (UEM), com 3 orientações de Clélia Maria Ignatius na Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática (PCM).

Com intuito de aprofundar informações, realizamos a leitura na íntegra e análise das pesquisas, para fins de identificação, as nomeamos de P1 a P66, seguindo uma ordem cronológica. Cabe destacar que houve um único trabalho cujo texto não estava disponível no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, sendo a P1 datada de 1993. Desse modo, seu acesso se deu a partir das interpretações expostas em Matos (2018) e, por esta razão, daqui por diante as análises não contemplam a referida pesquisa.

Nessa ótica, o aprofundamento das informações relacionadas à metodologia, ao referencial teórico e ao desenvolvimento de cada pesquisa, possibilitou a análise de conceitos/conteúdos matemáticos abordados. Pela característica multidisciplinar da Educação Matemática, algumas das investigações mapeadas não compreendem um enredo ligado aos objetos matemáticos, enfatizando outras temáticas. No caso desses trabalhos, elaboramos quatro categorias conexas com a abordagem incidida em cada obra, descritas a seguir:

- ◆ **Contexto Educacional:** agrega duas investigações, uma tese com análises relacionadas a dificuldades e impasses enfrentados por estudantes surdxs ao realizar a Prova Brasil (P43) e uma dissertação em que foram realizadas entrevistas em uma comunidade escolar com atendimento educacional especializado, para discutir a alfabetização matemática e a inclusão de crianças surdas nos Anos Finais do Ensino Fundamental (P48).

- ◆ **Cultura Surda:** esta categoria contempla duas dissertações, uma que propôs a criação de um glossário com sinais matemáticos em Libras (P51) e outra que buscou entender as relações entre identidades surdas e identidades matemáticas, a partir de discussões com um grupo de pessoas surdas egressas ou acadêmicas do curso de matemática de distintas instituições brasileiras (P58).

- ◆ **Pesquisa Bibliográfica:** diz respeito a duas dissertações que tiveram seus dados obtidos por abordagem bibliográfica, na forma de mapeamento de pesquisas relacionadas à Educação Matemática e à Educação de Surdxs, produzidas em programas de pós-graduação do Norte e Nordeste do Brasil (P44) ou relacionada a análise de propostas que versam sobre a educação de pessoas surdas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, Projetos Político-Pedagógicos e Planos de Estudo em três escolas inclusivas de Porto Alegre – RS (P46).

- ◆ **Formação de Docentes:** sete obras foram classificadas nessa categoria, todas dissertações, duas delas buscaram relatos de docentes, sendo que P3 envolveu professorxs de ciências e matemática, relacionando suas experiências com a educação de pessoas surdas à

formação docente, e P23 entrevistou somente professorxs de matemática, a pesquisa buscou identificar e analisar ações inclusivas em sala de aula. P15 por sua vez investigou como experiências de professorxs de matemática atuam no desenvolvimento de saberes docentes em uma sala de aula com cinco estudantes surdxs inclusxs, além disso a pesquisa envolveu três academicxs do curso de matemática-Licenciatura. As investigações P41 e P59 centraram preocupações na análise de processos inclusivos, respectivamente relacionados à surdez em disciplinas do Ensino Superior e à inclusão de modo geral no Ensino Básico. P11 estabeleceu uma proposta de capacitação docente para o ensino de matemática voltada para pessoas surdas e P66 objetivou entender os saberes, relacionados a inclusão no Ensino Superior, de um grupo de docentes em um programa de pós-graduação.

Para as demais pesquisas, que somam 52 trabalhos, analisamos os conceitos/conteúdos abordados e optamos por estabelecer uma classificação fundamentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mais especificamente nas unidades temáticas relacionadas à matemática (BRASIL, 2018b). De forma concomitante, foi possível analisar o uso de recursos didáticos manipuláveis e digitais em cada investigação, dados que apresentamos no Quadro 3.

Quadro 3 – Unidades temáticas e uso de recursos didáticos nas pesquisas mapeadas

Unidade Temática	Recursos Didáticos			
	Manipulável	Manipuláveis e Digitais	Digital	Não utilizaram
Números	P7, P8, P9, P10, P22, P38, P39, P45, P47, P49, P56, P57, P65	-	P5, P13, P16, P19, P37, P52	P18, P24, P25, P26, P30, P31, P32, P40, P50
Álgebra	P34	P33	P12, P19, P21, P61	P27, P36, P54, P60, P63, P64
Geometria	P2, P17, P29, P39, P42, P65	P4, P6, P28, P33, P35	P14, P20, P52	-
Grandezas e Medidas	P39, P49, P55, P62	P53	P61	P32
Probabilidade e Estatística	P55	-	-	P40
TOTAL	20 (38,46%)	06 (11,54%)	11 (21,15%)	15 (28,85%)

Em suma, foi observado um total de 26 pesquisas que se valeram de recursos didáticos manipuláveis em seu desenvolvimento, como o material dourado (P9, P45, P47, P56), cartelas com numeração de base decimal (P7, P8, P47, P39, P56), figuras geométricas planas e sólidos geométricos (P29, P33, P35, P39, P42, P65), instrumentos de medida (P33, P35, P39, P49, P53, P55, P62), materiais relacionados ao trabalho com matrizes (P22, P65), além do origami (P2), tábua das frações (P57), blocos lógicos (P7) e do multiplano/geoplano (P17, P42).

No caso das pesquisas que utilizaram recursos didáticos digitais, esse total somou 17 obras. Destas, foi possível constatar o emprego de *softwares* de linguagem Logo (P14, P20, P21), objetos virtuais de aprendizagem (P12, P52), GeoGebra (P61), calculadoras (P16), a utilização de fórum digital (P19) e atividades pedagógicas com vídeos (P33, P37).

Além dos recursos didáticos supracitados, identificamos cinco pesquisas que integraram o tangram em seu desenvolvimento. De forma geral, envolvendo atividades que exploraram principalmente a identificação das formas geométricas e a composição de figuras a partir de suas peças, tais trabalhos são elucidados no Quadro 4.

Quadro 4 – Pesquisas mapeadas que utilizaram o recurso didático tangram

	P	Título da pesquisa	Sigla da Instituição	Unidades Temáticas
Tangram Manipulável	P4	Educação Matemática dos surdos: um estudo das necessidades formativas dos professores que ensinam conceitos matemáticos no contexto de educação de deficientes auditivos em Belém/PA (GIL, 2007)	UFPA	Geometria
	P6	Geometria perceptiva arte e informática na educação de surdos nas séries iniciais (TEIXEIRA, 2008)	UFPA	
	P28	A visualização no ensino de matemática: uma experiência com alunos surdos (SALES, 2013)	UNESP	
	P42	(Des)construção do pensamento geométrico: uma experiência compartilhada entre professores e uma aluna surda (JESUS, 2014)	IFES	
Tangram Digital	P52	Educação Matemática e crianças surdas: explorando possibilidades em um cenário para investigação (MOURA, 2015)	UNESP	Geometria e Números

Fonte: produção própria.

Apesar de alguns princípios da etapa de reconhecimento ou análise das pesquisas mapeadas já terem sido estabelecidos nas classificações elaboradas até o momento, doravante buscamos descrever os trabalhos que se valeram do tangram como material manipulável.

A dissertação de Rita Sidmar Alencar Gil (P4) desenvolvida na Universidade Federal do Pará (UFPA) foi orientada pelo professor João dos Santos Protázio, teve o objetivo de análise das necessidades formativas de professorxs de matemática na educação de deficientes auditivxs, tendo em vista o seu desenvolvimento profissional. Para tanto, a autora adotou a formação de grupos colaborativos constituídos por docentes, numa abordagem de investigação qualitativa na forma de pesquisa-ação.

A respeito do tangram, Gil (2007) o explorou em uma atividade discutida com docentes e desenvolvida em sala de aula, cujo intuito foi “[...] construir diferentes figuras objetivando a observação da transformação dos elementos em diferentes formas” (GIL, 2007, p. 105). Assim, o material foi utilizado para estabelecer distintas organizações com suas peças, produzindo algumas figuras geométricas, como quadrados e retângulos, que eram nomeadas e, em seguida, desmontadas para analisar a decomposição da figura pelo formato das peças do tangram.


Outra dissertação produzida na mesma universidade com o mesmo orientador foi a de Beneilde de Fátima Chagas Teixeira (P6), que teve o objetivo de investigar práticas de ensino, envolvendo a arte e a geometria básica por meio de leituras de obras abstracionistas (TEIXEIRA, 2008). A autora desenvolveu sua pesquisa em parceria com Gil (2007), entretanto com o olhar voltado para o grupo de estudantes e não para os docentes.

Desta forma, o tangram foi utilizado com as peças nas cores primárias e secundárias, visando fixar as atividades de um jogo anterior. No primeiro momento, a intenção da atividade foi desconstruir o quadrado formado pelas sete peças do recurso e reconstruí-lo, a partir da organização das peças. Teixeira (2008) ressalta que reorganizar as peças do material possibilitou a construção de outras formas, a pesquisadora traz a figura de um coelho e de um cachorro com as peças do material como exemplo.

Também identificamos uma tese (P28) que utilizou o tangram, com autoria de Elielson Ribeiro de Sales (2013), o trabalho teve por objetivo investigar o desenvolvimento de estudantes surdxs, em um plano de intervenção, baseado em atividades que privilegiam os aspectos visuais dos conceitos matemáticos, a obra foi orientada por Miriam de Godoy Penteado. A pesquisa envolveu oito estudantes surdxs do 5º ano do Ensino Fundamental, o material foi utilizado para o estudo de figuras planas em uma atividade (Figura 2), com a

finalidade de “[...] promover o (re)conhecimento de algumas formas geométricas, relacionar, classificar e compará-las” (SALES, 2013, p. 137).

Figura 2 – Atividades com o tangram na pesquisa de Sales (2013)

<p>01. Responda as questões de acordo com a figura da primeira página.</p> <p>a) Quantas peças têm o Tangram?</p> <p>b) Quantas peças são triangulares?</p> <p>c) Quantas peças têm 4 lados?</p> <p>d) Quantas peças são paralelogramos?</p> <p>e) Quantas peças são quadrados?</p>	<p>02. Separe as peças do Tangram em grupos, de modo que em cada grupo todas as peças tenham o mesmo número de lados.</p> <p>a) Em quantos grupos foi possível separar todas as peças?</p> <p>b) Qual o nome que se dá às figuras de cada grupo?</p> 
--	---

Fonte: adaptado de SALES (2013).

O pesquisador destaca que foi possível abordar o reconhecimento de cada forma geométrica das peças, assim como classificá-las como quadriláteros e triângulos na segunda tarefa da atividade. A última tarefa com o tangram evidenciada nessa obra consistiu em organizar silhuetas de animais e objetos com as peças do recurso, como a figura do cisne evidenciada na figura anterior.

Já Thamires Belo de Jesus (2014), orientada por Edmar Reis Thiengo, desenvolveu sua dissertação (P42) em uma turma com uma aluna surda incluída. A autora objetivou analisar a (des)construção do pensamento geométrico com o uso de materiais pedagógicos, entendidos aqui, como recursos didáticos manipuláveis. Para tanto, Jesus (2014) se embasou na Teoria da Formação das Ações Mentais por Etapas, que entende a internalização de atividades externas como desenvolvidas paulatinamente através das seguintes etapas: motivacional, estabelecimento da base orientadora da ação, formação da ação no plano material, formação da ação no plano da linguagem externa e, por fim, a etapa mental.

Nessa pesquisa o tangram foi utilizado em uma atividade (Figura 3) pertencente a etapa motivacional da teoria adotada na investigação (JESUS, 2014). Em suma, a referida tarefa visou explorar a dimensão geométrica das peças do material, seu formato, número de lados de algumas delas e a congruência entre as formas. A atividade ainda solicitou que a aluna estabelecesse construções de figuras com as peças do tangram a partir de ilustrações, que algumas vezes evidenciavam o contorno de cada peça e outras vezes somente a ‘sombra’ da figura que deveria ser formada.

Figura 3 – Atividades com o tangram na pesquisa e Jesus (2014)



Questão 1: Observando as peças do TANGRAM responda:

a) As figuras geométricas do Tangram são planas ou espaciais?

b) Diga quais peças do Tangram são geometricamente iguais?

c) Quantas peças têm três lados? Qual o nome dessas peças?.....

Questão 2: Desenhe as figuras abaixo utilizando **TODAS** as peças do Tangram e escreva o **NOME** do objeto criado.

Utilizando todas as peças do Tangram monte um quadrado.
Quais os nomes das peças que compõem o Tangram?

Fonte: adaptado de JESUS (2013).

Por fim, Amanda Queiroz Moura (2015) também sob a orientação de Miriam de Godoy Penteado desenvolveu uma dissertação (P52) com o objetivo de estabelecer uma compreensão sobre o engajamento de crianças surdas em uma proposta de cenários para investigação. A pesquisa envolveu quatro estudantes surdos, nela o tangram foi utilizado por meio virtual, em uma atividade realizada após perceber que um estudante se concentrava melhor nas tarefas com quebra-cabeça (MOURA, 2015), que consistiu em organizar as peças do tangram virtual para compor figuras a partir de suas ‘sombras’.

Após compreender como cada uma das cinco pesquisas supracitadas envolveram o recurso tangram em suas atividades, buscamos identificar quais contribuições e aspectos seriam relevantes para considerar em nossa investigação. As desconstruções de figuras geométricas construídas com as peças do tangram, efetuadas na pesquisa de Gil (2007), dão margens para pensar em relações parte-todo de uma figura, que possibilitam a mobilização de números racionais quando consideradas as áreas das peças.

A partir disso, buscamos nos atentar para investigação de Teixeira (2008) quando a autora abordou a questão de formar quadrados com as peças do tangram, porém acreditamos que disponibilizar a solução de organização pode não permitir um contato mais aprofundado com o material. Nessa lógica, optamos por disponibilizar apenas o contorno das figuras solicitadas nas tarefas, desse modo permitindo o estabelecimento e tentativas e análises sem fornecer as e os estudantes uma solução.

Essa opção também foi observada nas pesquisas de Sales (2013), Jesus (2014) e Moura (2015), que dispuseram ‘sombras’ de figuras de objetos e animais construídos com as

peças do tangram. Desse modo, buscamos envolver os contornos das figuras que deveriam ser formadas como registros de partida nas tarefas, utilizados principalmente em algumas das atividades que solicitavam a composição ou análise de formas geométricas.

Cabe ressaltar que, apesar da interessante possibilidade de discussão relacionada ao campo geométrico possibilitada pelo tangram, o recurso não se limita ao olhar para geometria, proporcionando também discussões relacionadas ao campo numérico e de grandezas e medidas. Nessa lógica, números racionais podem ser mobilizados pelos valores de área das peças, assim como números irracionais quando consideradas suas medidas de comprimento (SOUZA, 2016).

Além disso, buscamos subsídios em Moran (2015) para entender como materiais manipuláveis podem ser úteis para a reprodução de figuras geométricas, ou como aqui referidos, registros figurais em representação icônica, que serão mais detalhados no próximo capítulo 4 desta dissertação. Moran (2015), em sua pesquisa com ouvintes, concluiu que aliar distintas formas de produzir registros figurais em representação icônica traz contribuições diferentes em atividades matemáticas, com consequências diretas no processo de resolução de um problema, além de potencializar a coordenação de outros registros, como o numérico.

Em particular, Moran (2015) aborda três formas distintas que possibilitam a mobilização do registro figural em representação icônica, são elas os materiais manipuláveis (MM), os *softwares* de geometria (SG) e as expressões gráficas (EG). Uma das conclusões da pesquisa destaca que o uso de MM concentrou a maior parte das explorações heurísticas, de modificações e operações visuais, direcionando organizações estruturadas de pensamento que permitiram a explicação de ideias, o que demonstra convergência com resultados de pesquisas que se valeram de MM com surdxs (JESUS, 2014; ROCHA, 2014; SALES, 2013).

Além disso, entendemos que o uso de recursos manipuláveis pode também refletir contribuições na comunicação em Libras. Jesus (2014) evidencia que os recursos manipuláveis disponíveis à participante surda de sua dissertação, muitas vezes, facilitaram o diálogo entre a pesquisadora e a estudante, por serem utilizados como referência ao objeto matemático, tendo em vista ausência de um sinal específico na língua de sinais.

Para encerrar as análises desse mapeamento, passamos a explicitar alguns aspectos da única pesquisa brasileira identificada que adotou a teoria dos registros de representação semiótica com pessoas surdas, mesmo referencial teórico da presente dissertação. A obra salienta a carência de representações matemáticas na forma de sinais em Libras (FRIZZARINI, 2014), ao estudar conceitos/conteúdos vinculados ao ensino de funções. A autora tece, dentre as conclusões em sua tese (P36), a existência de uma mediação, que se dá

pela formação de imagens mentais, através de um registro não discursivo⁸ (nesse caso, o gráfico) para compreender o português escrito.

O tangram pode propiciar a mobilização de registros figurais icônicos, que mantém a característica de registro não discursivo, por essa razão entendemos que o recurso também pode possibilitar a mediação referida no parágrafo anterior. Ademais, o caráter físico do material possibilita a observação e manipulação das formas, imprescindível para comunidade surda (SACKS, 1998), que pode contribuir na mobilização de outros registros, quando utilizado como recurso manipulável para produzir registros figurais (MORAN, 2015), possibilitando transformações de representações a partir da interação física com as peças do recurso e seus atributos de cunho visual.

Frente as análises explicitadas nesta seção, destacamos que há uma carência de estudos que trabalham o campo numérico e de grandezas e medidas a partir do tangram, já que as pesquisas que o utilizaram como recurso didático dedicaram-se quase que exclusivamente ao campo da geometria. Além disso, cabe destacar que a teoria dos registros de representação semiótica abordada com pessoas surdas é veiculada em apenas uma pesquisa brasileira, relacionada com o ensino álgebra e sem a exploração de materiais manipuláveis.

Desta forma, entendemos que a continuidade de nossa pesquisa de TCC (SOUZA, 2016), no âmbito da comunidade surda, é não só pertinente como também necessária, frente ao atual panorama das produções localizadas neste mapeamento.

Ademais, salientamos que alguns termos relacionados a teoria dos registros de representação semiótica já começam ganhar relevo nessa seção. Com isso, entendemos que é chegado o momento de discutirmos a filiação teórica da presente pesquisa, o que será cunhado no capítulo seguinte.

⁸ Na compreensão teórica dos registros de representação semiótica, se entendem como discursivos os registros em que as regras do sistema representativo evidenciam uma organização ordenada para leitura das expressões, como é o caso da escrita em português ou das expressões matemáticas, que são lidas da esquerda para direita em sequência. Já os registros não discursivos, são aqueles em que a 'leitura' da representação não segue a referida lógica, constituindo uma apreensão simultânea das unidades de significado, como ocorre na interpretação de gráficos ou de figuras relacionadas à geometria.

3 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Para Duval (2009), as representações semióticas não são somente indispensáveis para a comunicação, são necessárias para o desenvolvimento da atividade matemática. Todo objeto matemático tem seu acesso permitido somente por meio de representações, assim a diferença dessa área de conhecimento repousa sobre a dependência e a diversidade das representações semióticas, não na complexidade epistemológica dos conceitos (DUVAL, 2003).

No presente capítulo, temos a intenção de explicitar os pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica e possíveis articulações com a pesquisa, relacionada à surdez. Com isso, destacamos aspectos essenciais da teoria e suas bases de análise, para discutir a possibilidade de utilizar as peças de um recurso material, o tangram, para gerar representações semióticas, em especial, no registro figural.

Desta forma, iniciamos nossa redação estabelecendo um olhar da teoria para os números reais, o objeto matemático envolvido nesta pesquisa. Também destacamos as três atividades cognitivas definidas por Duval (2003; 2009; 2011), procurando estabelecer considerações destas a partir das tarefas que compõem a produção de dados deste estudo.

3.1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE NÚMEROS REAIS

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018b), em convergência com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006b), as Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002b) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), indica que a aprendizagem em matemática deve estar vinculada à mobilização e reconhecimento de diversas representações.

Como exemplo, é possível citar a sugestão do estudo de números irracionais apoiado na forma figural, presentes no segmento incomensurável que representa a diagonal de um quadrado de lado unitário (BRASIL, 2006b). Ou mesmo, as recomendações de estabelecer uma conexão entre elementos irracionais em representação numérica com suas respectivas localizações como pontos sobre um segmento de reta, neste caso, pela representação geométrica (BRASIL, 2002b; 2017).

De fato, a matemática entendida como ciência humana produzida histórica e culturalmente, pode ser caracterizada pela dependência de uma variedade de representações para o acesso aos seus objetos de conhecimento. Entretanto, um ponto que deve ser relevado nesse gradiente, é que o objeto matemático e sua representação possuem uma estrita

diferença. Em matemática se estudam conceitos, inexistentes no mundo real, assim a equação algébrica $x^2 + y^2 = 1^2$, com $x, y \in \mathbb{R}$; a expressão em língua portuguesa ‘o conjunto de pontos cuja distância da origem plano cartesiano é igual a uma unidade’; ou mesmo a figura de forma circular feita com o compasso em abertura unitária não são circunferências, mas sim representantes desse objeto matemático.

O psicólogo e filósofo francês Raymond Duval corrobora com essa perspectiva, afirmando que não se pode confundir os dois aspectos de uma representação, ou seja, a compreensão da diferença entre o representante e o representado, ou ainda, entre a forma de uma representação e seu conteúdo (DUVAL, 2012b). Faz sentido pensar em tal afirmação diante do fato de que “[...] um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes” (DUVAL, 2009, p. 14).

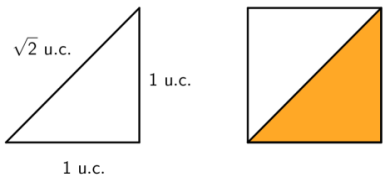
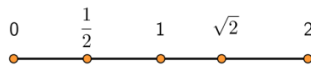
O autor desenvolveu sua teoria entendendo a representação semiótica como uma produção, que se constitui a partir do uso de signos no lugar do objeto, sendo estes pertencentes a um dado sistema representacional, que possui regras próprias de significado e funcionamento (DUVAL, 2009). Por exemplo, considerando o campo numérico, a história da matemática demonstra a evolução representativa desde os invólucros até o desenvolvimento dos algorismos, batizados desta forma em homenagem a Al-Khwarizmi (780 – 850). Esse panorama revela que “o acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar” (DUVAL, 2003, p. 14),

Em particular existe uma ampla gama de representações de números reais, que por vezes não são bem compreendidas no Ensino Básico, apesar de constarem como parte integrante dos estudos a nível de Ensino Fundamental e Médio em documentos orientadores de currículo como a BNCC (BRASIL, 2018b). Tal fato pode ser constatado em pesquisas no campo da Educação Matemática, que têm demonstrado a falta de conexões entre representações de números racionais, equívocos conceituais de (ir)racionalidade (PENTEADO, 2004; SILVA, 2011), bem como abordagens superficiais e desarticuladas de conceitos/conteúdos relacionados a números irracionais em livros didáticos (POMMER, 2012).

Para Duval (2009, p. 14) “toda a confusão entre representante e representado provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão”. Por essa razão, o autor defende que a originalidade da atividade matemática repousa sobre a necessidade da mobilização simultânea de, no mínimo, dois registros distintos, ou na coordenação de diferentes sistemas representacionais (DUVAL, 2003).

Com a pretensão de distinguir os sistemas representativos, a teoria propõe uma classificação estrutural, na qual as representações podem ser expressas através do registro discursivo, por associações verbais (argumentação e dedução) ou pelos sistemas de escrita matemática (simbólico, numérico e algébrico). Assim como, por meios não discursivos, como é o caso de desenhos (figuras e construções geométricas) e representações associadas ao plano cartesiano (DUVAL, 2003). No intuito de melhor elucidar a classificação proposta para representações semióticas de números reais, explorados nesta pesquisa a partir do tangram, compomos o Quadro 5 a seguir.

Quadro 5 – Registros de representação semiótica de números reais

	Representações discursivas (Sucessão para produção, apreensão e organização das expressões)	Representações não discursivas (Apreensão simultânea de uma organização bidimensional)
Registros Multifuncionais (tratamentos não algoritmizáveis)	Registro em Língua Natural (RLN) Definido o lado da peça quadrada do tangram como unitário, represente o valor da área e o comprimento dos lados da menor peça triangular do material.	Registros Figurais (RFg) Representação Icônica (RIc)  Representação Geométrica (RGe) 
	Registros Simbólicos (RSb)	Registro Gráfico (RGr)⁹
Registros Monofuncionais (transformações algoritmizáveis)	Representação Numérica (RNm)	$1, \sqrt{2}$
	Fracionária	$\frac{1}{2}$
	Percentual	50%
	Decimal	0,5; 1,0; 1,41...
	Representação Algébrica (RAI)	$d^2 = l^2 + l^2$ $d = \sqrt{2} l$

Fonte: produção própria baseada em DUVAL (2003; 2009; 2011) e SOUZA (2016).

⁹ O modo como as tarefas foram planejadas nesta pesquisa não direcionam um olhar mais engajado ao conteúdo que as representações gráficas oferecem, desta forma as unidades significantes deste registro não dispõem de informações tão relevantes quando considerados os encaminhamentos didáticos aqui propostos. Por esse motivo optamos por não representar registros gráficos na lacuna destinada no quadro.

O Quadro 5 se revela uma interessante ferramenta de apoio investigativo, favorecendo analisar variações representativas em atividades matemáticas, entendidas para Duval (2012b) como transformações, que podem ser de dois tipos: aquelas que envolvem processos internos a um sistema semiótico, isto é, a representação de partida e a representação de chegada (transformada) compreendem um mesmo sistema representacional, e aquelas que concernem a produção de uma representação externa, em outro sistema. Denominadas respectivamente tratamento e conversão, essas transformações compõem duas das três atividades cognitivas passíveis de análise na teoria (DUVAL, 2009), restando-nos descrever a atividade de formação, entendida como a constituição de traços perceptíveis para representar algum objeto.

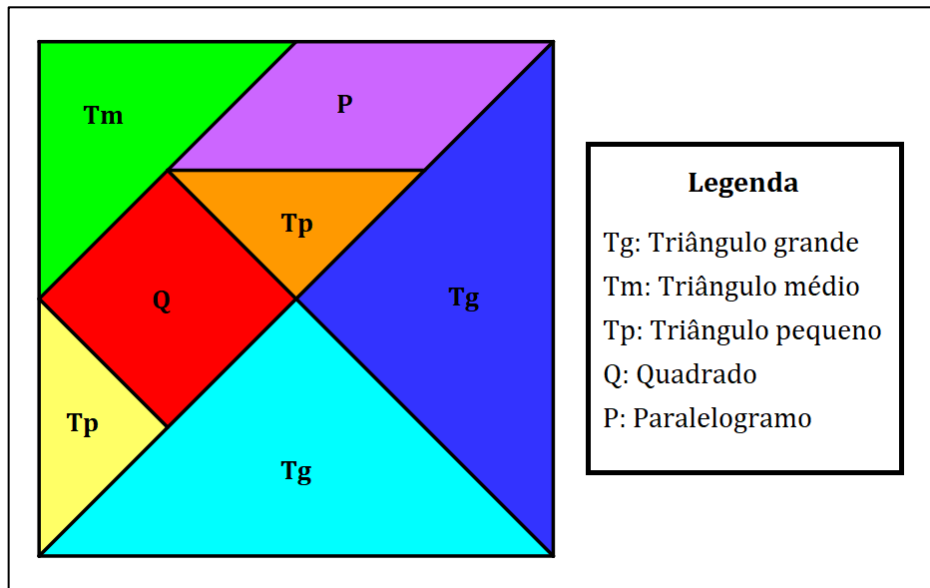
A análise das atividades cognitivas das transformações constituem uma ferramenta precisa e necessária para compreender a aprendizagem em matemática, sendo a conversão uma tarefa essencial, uma vez que “a compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêutica e heurística dos enunciados são intimamente ligados à mobilização e à articulação quase imediatas de muitos registros de representação semiótica” (DUVAL, 2009, p. 20).

É a conversão que fornece subsídios cognitivos para distinguir representante de representado, já que uma representação pode funcionar verdadeiramente como representação se cumpridas duas condições: a disposição de pelo menos dois sistemas semióticos diferentes e a passagem espontânea de um desses sistemas a outro (DUVAL, 2009). Além do mais, “[...] do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2003, p. 16).

Levando em consideração os direcionamentos supracitados, nosso ensejo é de discutir questões sobre a (ir)racionalidade no campo numérico, problematizando princípios relacionados a densidade e completude, a partir de uma visão no campo geométrico e de grandezas e medidas, pela identificação dos valores de área e das medidas de comprimentos das figuras que compõem as peças do material manipulável envolvido nesta pesquisa, o tangram.

O recurso pode ser entendido como um quebra cabeça, cuja origem é desconhecida, formado por cinco peças em formato triangular, uma em formato quadrado e uma na forma de paralelogramo, que são obtidas através de relações geométricas específicas em uma figura quadrada inicial (Figura 4). Quando considerado como um jogo, suas sete peças podem ser agrupadas com a finalidade de compor uma miríade de figuras.

Figura 4 – Sete peças do tangram organizadas na forma de um quadrado



Fonte: produção própria.

As relações geométricas utilizadas para construir um tangram propiciam, como consequência, conexões entre conceitos/conteúdos de distintos campos da matemática, assim abrindo margens a possibilidade de um estudo utilizando o material como recurso didático (SANTOS; IMENES, 1987). Para Novaes, Junior e Novaes (2014) o tangram pode ser utilizado para gerar discussões no campo algébrico, relacionadas à ideia de conjunto numérico, o que no Ensino Superior “[...] pode preceder a introdução dos conceitos de Anéis e Corpos, por exemplo” (NOVAES; JUNIOR; NOVAES, 2014, p. 26).

Nada obstante, cabe pontuar que o material manipulável tangram não constitui um sistema semiótico. Ao abordá-lo em tarefas é possível explorar suas peças como interpretações de entes matemáticos, que evidenciam representações semióticas quando registradas em uma folha de papel. Duval e Godin (2005) salientam três tipos de ferramentas para construção ou reprodução de um registro icônico, são elas: por meio de softwares, através de régua, compasso ou molde e finalmente pela manipulação de um objeto físico. Quando as variações das formas vão sendo percebidas nas peças do material manipulável e reproduzidas em um papel, se consolida a representação icônica.

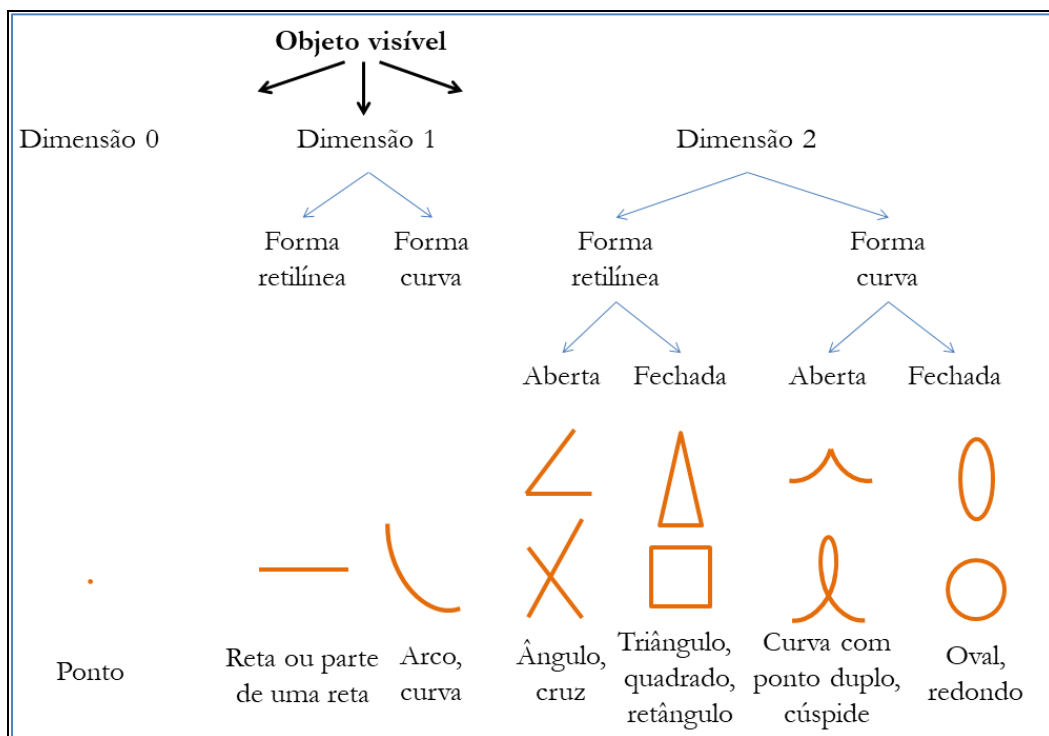
O formato das peças do tangram sugere a mobilização de figuras planas ou bidimensionais, a saber: três triângulos retângulos isósceles semelhantes e dois tipos de quadriláteros (um quadrado e um paralelogramo), sendo que a combinação destas formas pela justaposição pode resultar em outras formas geométricas. Tais representações possibilitam um

estudo relacionado as zonas delimitadas pelos seus contornos, que envolvem números racionais quando definimos uma unidade de área e consideramos o espaço bidimensional ocupado por suas peças.

Na perspectiva de Duval (2011, p. 91) “[...] a figura é identificada pelas propriedades que não vemos porque nenhum desenho as mostra em sua generalidade”, tais propriedades são alicerçadas na associação entre o representante icônico e o registro discursivo, firmando a dependência de códigos na forma de ‘legenda’ para existência de figuras geométricas.

O modo de percepção de uma figura está relacionado a dois processos cognitivos, segundo a teoria, a saber: visão e visualização. O primeiro destaca um acesso direto e intuitivo à figura, aliando o reconhecimento imediato de forma e contorno, já a visualização se relaciona com a identificação e desconstrução mental das variáveis dimensionais que compõem a representação (0D, 1D, 2D, 3D), bem como das variáveis qualitativas (curva aberta, fechada, redonda, oval, reta, ponto...) (SOARES; FERNER; MARIANI, 2018). A Figura 5 ilustra tais categorias de análise para unidades figurais.

Figura 5 – Classificação de unidades figurais



Fonte: adaptado de DUVAL (2004¹⁰ apud SOARES; FERNER; MARIANI, 2018).

¹⁰ DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Velle: PeterLang, 2004.

Com isso, ao considerar a medida dos lados das peças do tangram, as formas geométricas são analisadas em 1D. Os valores numéricos de medida mobilizados nesta análise destacam a mobilização de números irracionais, pela presença de segmentos incomensuráveis em algumas peças do recurso. A mobilização tanto das medidas de comprimento dos lados quanto das áreas das peças supõe tratamentos figurais para sua obtenção. Segundo Duval (2012a), esse tipo de transformação pode ser entendido como uma operação efetuada materialmente ou mentalmente sobre unidades significantes figurais, a fim de modificar a representação original.

A depender das dificuldades envolvidas na atividade, o tratamento figural requer a capacidade de visualização da figura, a fim de estabelecer uma identificação mental instantânea das distintas dimensões em que as unidades figurais podem ser decompostas, processo que não envolve necessariamente intervenções com lápis sob a representação icônica (DUVAL, 2011). Além disso, as figuras podem ser examinadas considerando quatro apreensões, que ajudam a entender o modo como acontece a aprendizagem em geometria, a seguir descrevemos cada uma delas.

A *apreensão discursiva* se refere à interpretação de elementos figurais através do discurso; a *apreensão perceptiva* tem como função fundamental a identificação imediata e automática de unidades figurais; a *apreensão operatória* faz menção as possibilidades de modificar a figura; finalmente, a *apreensão sequencial* diz respeito à construção e reprodução da figura. A apreensão operatória pode ser classificada em três formas distintas, as do tipo mereológica, caracterizadas pela divisão da figura inicial em outras de mesma dimensão; as modificações do tipo óticas, nos processos de aumentar, diminuir ou deformar a figura dada; e as modificações de posição, nas rotações ou translações de figuras (DUVAL, 2012a, 2012b).

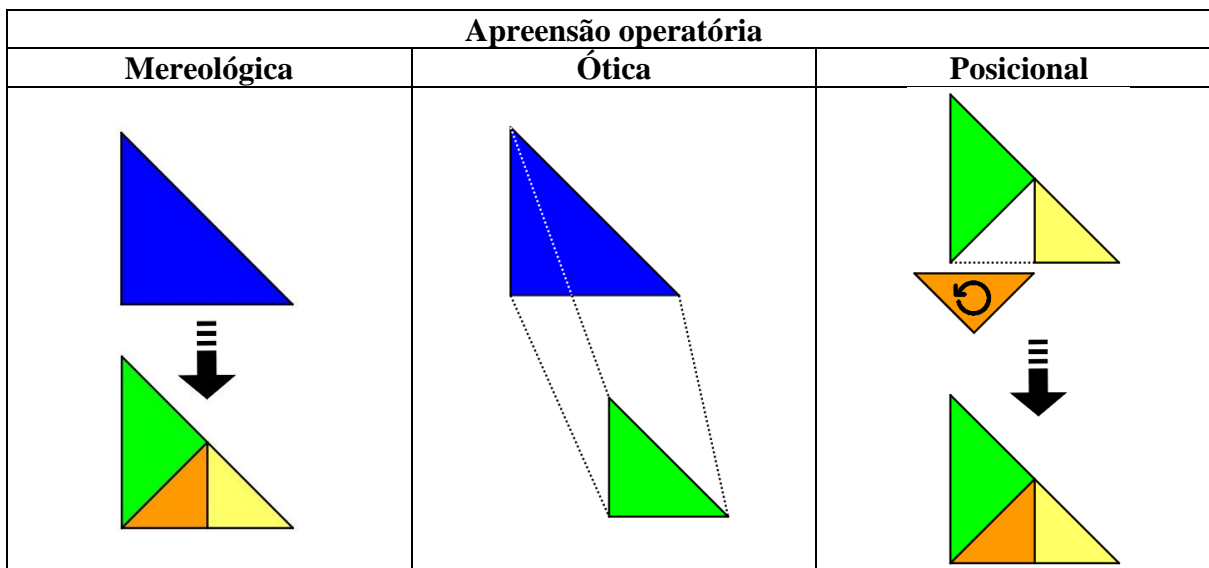
Diante das tarefas envolvidas nesta pesquisa é possível destacar a apreensão sequencial principalmente em atividades que envolveram construções geométricas com régua e compasso, além daquelas que visam a reprodução das formas das peças do tangram, que revelam indícios da apreensão sequencial pela reprodução da figura percebida. Para realizar as tarefas, é necessário interpretar as formas das peças do recurso como triângulos e quadriláteros, assim a apreensão perceptiva pode ser destacada ao perceber as diferenças das unidades figurais pelos contornos das peças.

Pode-se dizer que a apreensão discursiva está presente em todas as tarefas da sequência que envolvem representações icônicas, a fim de designá-las como figuras. As peças do tangram são objetos tridimensionais, a peça Q por exemplo, em verdade pode ser modelada com mais fidedignidade como um paralelepípedo, pois possui uma espessura. É o

discurso, presente nos enunciados das atividades e traduzido para a Libras, que firma sua interpretação bidimensional como um quadrado.

Nas tarefas, também são requisitadas divisões de figuras planas, gerando decomposições bidimensionais, e reduções consecutivas de áreas de quadrados. Além disso, pela qualidade do tangram como um quebra-cabeças, uma série de rotações e translações são efetuadas por manipulação de peças para que formatos possam ser organizados. Esse caráter ratifica as três possibilidades de modificar figuras que constam na apreensão operatória. Cabe ainda destacar que o material possui três peças na forma de triângulos retângulos isósceles semelhantes, que por esta característica podem ser interpretados como reduções ou ampliações de uma mesma figura (Figura 6).

Figura 6 – Apreensão operatória abordada nas peças do tangram



Fonte: produção própria.

A passagem dimensional também é abordada na Sequência de Tarefas, pois a produção de números racionais com o tangram é estabelecida pela análise da área de formas bidimensionais, ao passo em que as tarefas também buscam a análise de medidas de comprimentos dos lados das peças, é exigido o olhar para uma dimensão.

A partir da contextura apresentada nessa seção, sobre os marcos teóricos da pesquisa, constituímos na sequência um aprofundamento relacionado a formação, tratamento e conversão, que estabelecem as três atividades cognitivas (DUVAL, 2009; 2011). Para isso, perquirimos conexões com a língua de sinais e com as atividades propostas na Sequência de Tarefas desta pesquisa.

3.2 AS TRÊS ATIVIDADES COGNITIVAS

Muitas vezes a matemática prioriza atividades de tratamento deixando um lugar secundário para a conversão, que ainda pode ser pouco explorada, na medida em que somente um de seus sentidos ganha ênfase nos espaços de ensino (DUVAL, 2003). Entretanto, “[...] o conhecimento começa quando adotamos mais de uma representação do objeto no lugar do próprio objeto (DUVAL, 2011, p. 16-17).

Nos referimos a essa relação de referência porque, como já mencionado, o acesso aos entes matemáticos se dá de forma indireta, e sobre esses modos indiretos de acesso que repousa a atividade de formação (DUVAL, 2009). Analisar o conhecimento matemático é em suma uma análise dos registros e sua mobilização na atividade cognitiva, que permite identificar quais processos devem ser incentivados para uma boa aprendizagem (DUVAL, 2011). Os registros de representação semiótica ganham relevância dentro do estudo dos fenômenos educacionais ao analisar as atividades cognitivas, que são detalhadas de forma específica nos próximos tópicos.

3.2.1 Atividade de formação

Para Duval (2009), a formação é uma das três atividades cognitivas fundamentais da *semiósis*, além daquelas relacionadas as transformações. O autor considera a formação de uma representação semiótica, em um determinado registro, como o recurso a um ou mais signos para “[...] para atualizar a atenção voltada para um objeto ou para se substituir essa atenção” (DUVAL, 2009, p. 54-55), tendo íntima relação com um processo de seleção de traços, caracteres, convenções ou determinações do objeto que se visa evocar.

Entende-se que a formação ocupa um lugar primário na *semiósis*, posto que “[...] constituir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado” (DUVAL, 2009, p. 36) é um requisito para estabelecer transformações. Nesse sentido, a formação, como o nome já indica, é o ato que constitui a apreensão ou produção da representação e define as regras de conformidade do sistema semiótico.

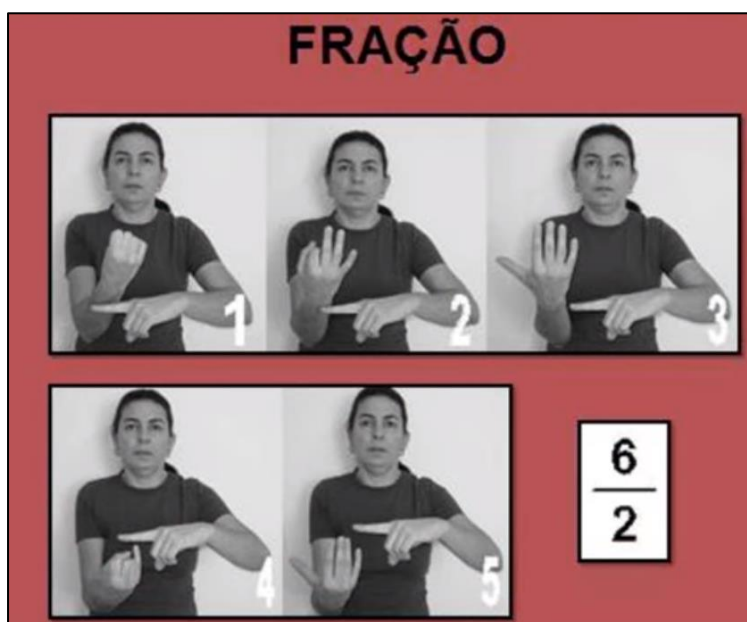
Essa atividade cognitiva possui três atos elementares, são eles a designação nominal de objetos, a reprodução do contorno percebido e a codificação de relações ou propriedades (DUVAL, 2009). A depender das estruturas do sistema semiótico em questão, os três atos elementares supracitados ganham interesse de análise na medida em que as representações

formadas são “[...] articuladas nas representações de ordem superior: frase, imagem, esquema, quadro...” (DUVAL, 2009, p. 55).

A estruturação de um sistema semiótico ainda presume o respeito as leis próprias do sistema, já que “uma representação semiótica não deve sair do domínio definido pelas regras que constituem um sistema semiótico” (DUVAL, 2009, p. 55). Desta forma, a determinação de unidades constitutivas elementares, de suas combinações admissíveis para formar representações de ordem superior e as condições para que estas últimas representações sejam uma produção completa e pertinente, são também definidas por estas regras.

As unidades elementares podem ser simbólicas, como por exemplo, a representação numérica $\frac{1}{4}$; figurais a partir de traços que compõem uma figura dividida em quatro partes equivalentes, ou ainda unidades semânticas, como a designação da expressão ‘um quarto’. Considerando a Libras, a designação compreende um sinal específico. Expomos o sinal de fração na Figura 7, a representação fracionária $\frac{1}{4}$ pode ser mobilizada utilizando a mão esquerda e o dedo indicador perfilado, fazendo menção à ‘barra’ presente na representação fracionária, e a mão direita sinalizando o número 1 acima da ‘barra’ e o número 4 abaixo.

Figura 7 – Sinal de fração em Libras








Fonte: DADA (2009).

A Libras é uma língua de cunho visuoespacial e possui regras de conformidade específicas, definindo também unidades constitutivas próprias. Por esse ângulo, “quando os sinais ou unidades constitutivas, assim denominadas nesse estudo, são combinados, eles

formam os atos elementares de formação para cada representação” (FRIZZARINI, 2014, p. 33). Na Libras, as referidas unidades elementares são norteadas pelos parâmetros que regem a constituição de um sinal.

Segundo Gesser (2009), os estudos linguísticos destacam atualmente cinco parâmetros que estruturam um sinal em Libras, a saber: expressões não manuais (ENM), configuração de mão (CM), orientação da palma da mão (O), ponto de articulação (PA) e movimento (M). A seguir expomos o Quadro 6 descrevendo cada um dos parâmetros mencionados:

Quadro 6 – Parâmetros de sinalização em língua de sinais

Parâmetro	Caracterização	Exemplo (sinal de feliz)
ENM	São as expressões faciais, movimentos do corpo e outros elementos gramaticais que atribuem aspectos de referência aos sinais.	
CM	Se refere à forma em que se posiciona a mão em um sinal.	
O	Indica a direção específica da palma da mão ao sinalizar.	
PA	Especifica o lugar do espaço onde o sinal deve ser feito.	
M	Está relacionado as movimentações, ou a ausência dessas, na composição de sinais.	

Fonte: adaptado com base em GESSER (2009) e CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Tendo em vista que as regras de conformidade “[...] permitem então o reconhecimento das representações como representações num registro determinado” (DUVAL, 2009, p. 56, grifos do autor), entendemos que os parâmetros de sinalização podem ser considerados como tais, uma vez que, segundo Gesser (2009), a identificação destes cinco elementos permite

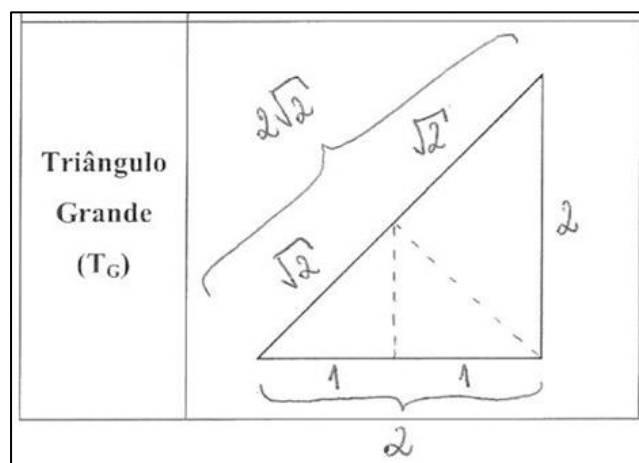
reconhecer uma unidade da língua de sinais. Cabe destacar que a simples mudança de um destes parâmetros pode ocasionar distinções de significados, por exemplo, ao sinalizar ‘feliz’ com uma expressão facial neutra, o discurso possivelmente será entendido como uma ironia.

3.2.2 Atividade de tratamento

As atividades cognitivas ainda podem ser analisadas a partir das possíveis transformações representacionais. Um caso definido por Duval (2003) é o tratamento, caracterizado pela falta de alteração do sistema semiótico na transformação de uma determinada representação.

A partir de Souza (2016), foi possível perceber que a apropriação do material manipulável tangram influenciou uma série de tratamentos figurais sobre representações icônicas (Figura 8), enfatizando modificações na figura a partir de sua decomposição. Vale destacar que tais tratamentos não possuem regras de transformação generalizáveis.

Figura 8 – Exemplos de tratamentos figurais mobilizado por meio do tangram



Fonte: SOUZA (2016).

Na Figura 8, uma das peças do tangram ganhou o caráter de figura geométrica no momento em que sua representação foi enriquecida com legendas, indicando medidas de comprimento dos lados, estabelecidas a partir de um tratamento figural. Sendo assim, este tratamento possibilitou o emprego de outro sistema semiótico, que envolveu representações numéricas de números reais, corroborando com a perspectiva de mobilizar uma variedade de registros de representação.

Duval (2011) defende que a construção do conhecimento matemático só é possível diante da mobilização de pelo menos dois registros diferentes, as legendas supracitadas evidenciam a articulação de registros simbólicos numéricos e registros figurais geométricos, que foram analisados em 2D (triângulos) e 1D (lados dos triângulos). Esse fato demonstra um exemplo de desconstrução dimensional, reconhecida por Duval (2011) como um problema cognitivo particular para a geometria, que deve ser abordado desde o ensino primário para possibilitar essa maneira de ver a figura.

Na perspectiva de Duval (2012b) um tratamento em um registro figural é caracterizado pela incidência de operações sobre as unidades figurais, a fim de que o registro de chegada (ainda figural) tenha modificações em sua configuração. A divisão da figura em outras de mesma dimensão, tratamento intimamente relacionado com a semelhança de triângulos do material, constitui uma das possíveis modificações, pois agrega à representação icônica unidades visuais que propiciam uma exploração relacionando medidas de comprimento já conhecidas.

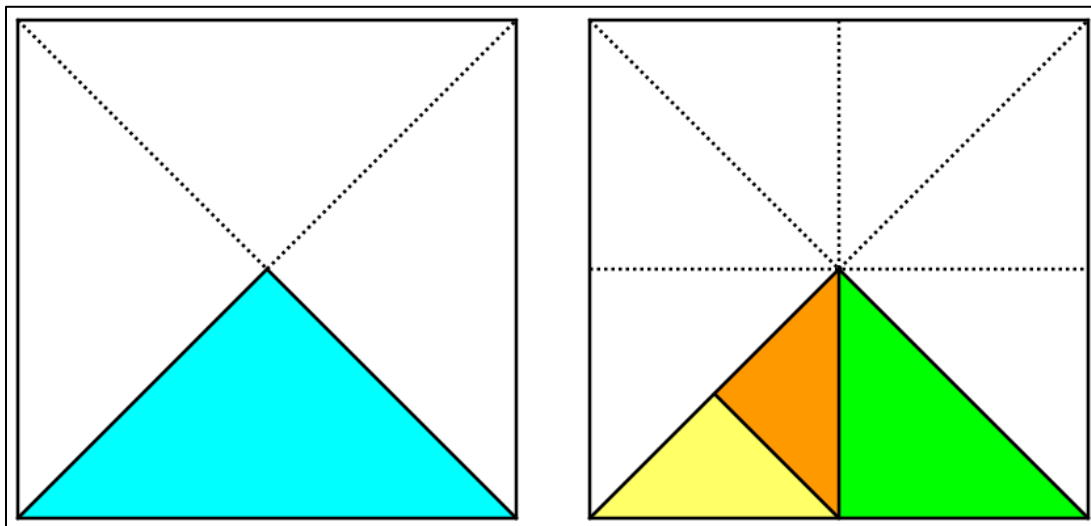
Contudo, a identificação destes comprimentos pelo tratamento figural só é possível após a determinação de uma representação numérica que descreva o valor de um segmento incomensurável, pois são medidas advindas de comparações entre lados congruentes, ou com medida duplicada. Nas tarefas envolvidas neste trabalho, buscamos primeiramente estabelecer todas as medidas da peça T_p , o que torna necessário desenvolver um registro algébrico intermediário, promovido pelo teorema de Pitágoras incidido em um triângulo retângulo isósceles com catetos unitários, para produzir a representação numérica $\sqrt{2}$, a medida desconhecida de T_p .

Moran (2015), ao estudar como distintos registros figurais influenciam a resolução de atividades matemáticas, corrobora com a perspectiva de que as figuras influenciam a mobilização de outras representações, pela possibilidade da exploração heurística e intuitiva propiciada pela representação icônica. Assim, reafirmamos que o tangram pode promover a mobilização de representações icônicas, a partir da análise das formas de suas peças e do registro das mesmas, que instigam uma ampla gama de tratamentos figurais.

Outro exemplo de tratamento figural que pode ser destacado se refere a ideia de equivalência de números racionais em representação fracionária. Com o tangram, torna-se possível abordar a interpretação figural de uma ‘fração equivalente’, que evidencia uma congruência entre áreas de figuras. Porém, o registro icônico revela uma diferença na divisão do todo, o que gera representações fracionárias com distintos valores numéricos no denominador e no numerador.

Considerando o quadrado de sete peças como unitário, é possível analisar uma relação parte-todo, que possibilita determinar a área da peça Tg como $\frac{1}{4}$. Por outro lado, as duas peças Tp do material unidas com a peça Tm, quando organizadas, determinam um contorno idêntico ao da peça Tg. Ao avaliar essa organização com base nas divisões que Tm gera sobre o quadrado unitário, conclui-se que a figura possui área representada pelo número racional $\frac{2}{8}$ (Figura 9). Uma vez destacada a congruência da área das duas figuras, é possível estabelecer o entendimento de que as representações fracionárias $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ compreendem o acesso ao mesmo número racional.

Figura 9 – Equivalência de representações fracionárias com as peças do tangram



Fonte: produção própria.

Segundo Duval (2003), no âmbito da educação, geralmente são priorizados registros que visam o tratamento numérico em resoluções de atividades, já que essa transformação pode ser considerada em correspondência a procedimentos de justificação. Todavia, o tratamento não é uma atividade cognitiva exclusiva do registro numérico, pelo contrário, ele pode ser desenvolvido em qualquer sistema semiótico.

Outro equívoco destacado pelo autor se refere a conversão, quando essa atividade cognitiva é abordada apenas como uma simples escolha do registro ao qual os tratamentos serão efetuados. Não obstante, a complexidade dessa transformação é mais ampla, assim, prosseguimos nossa escrita com essa discussão.

3.2.3 Atividade de conversão

Outra atividade cognitiva destacada na teoria dos registros de representação semiótica é a conversão, caracterizada por “[...] transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58). O autor ainda destaca que não devemos considerar conversão como uma atividade trivial, de associações entre representações como ocorre em um código.

Esse viés simplificado de codificação reduz a atividade a um tipo de tratamento baseado em aplicações de regras (DUVAL, 2003). Porém, a conversão não possibilita o desenvolvimento de regras, para compreender esse fato:

[...] é suficiente considerar a passagem dos enunciados em língua natural a expressões correspondentes em língua formal, ou numa escrita simbólica, assim como a passagem inversa. Ou ainda a passagem de imagens aos textos, e de textos às imagens. *E mesmo quando as regras de conversão podem ser claramente definidas, as dificuldades e ambiguidades não são todas para tanto.* (DUVAL, 2009, p. 60, grifos do autor).

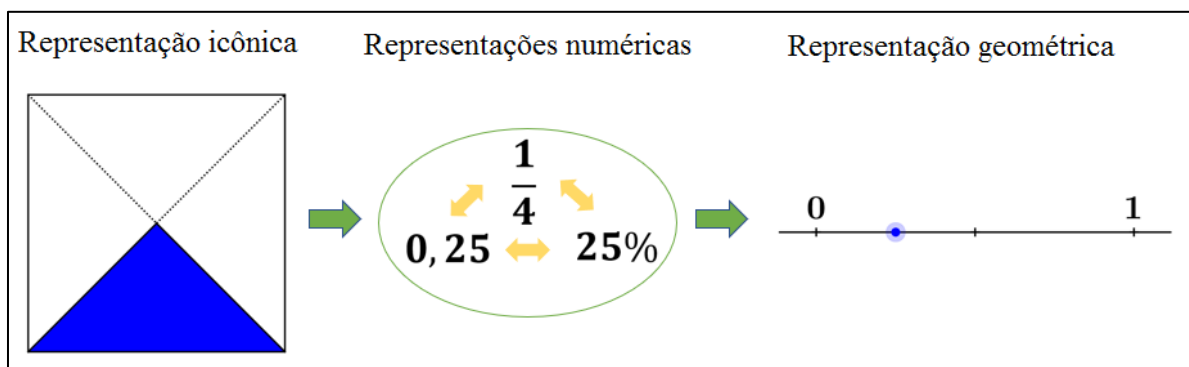
Cada tipo de representação possui suas especificidades e possibilitam, com maior ou menor intensidade, a exploração de determinadas características de objetos matemáticos. Converter implica entender a diferença nos conteúdos mobilizados pelas representações, o que aparenta ser um grande desafio nos contextos de ensino. Apesar disso, mobilizar simultaneamente dois registros de representação não é um problema quando há verdadeira compreensão matemática (DUVAL, 2011).

Nas atividades que compõe o desenvolvimento da presente dissertação, a conversão se faz necessária em muitos momentos. As representações de entes racionais e irracionais, envolvidas na Sequência de Tarefas, são advindas de uma interpretação dos valores de área e das medidas de comprimento, a partir de representações icônicas provenientes do formato das peças do tangram. Assim, os registros figurais explorados propiciam a mobilização de representações em língua natural, geométrica ou mesmo numérica, nas formas fracionária, percentual e/ou decimal.

Como exemplo, destacamos a determinação da área da peça Tg, por sua representação icônica sobre a unidade definida, nesse caso, o quadrado de sete peças. A análise de uma relação parte-todo de Tg sobre a unidade possibilita a mobilização de números racionais, em primeira instância gerando uma representação fracionária, o que destaca uma conversão da

representação icônica para a numérica. Quanto a representação numérica produzida, existem três sistemas semióticos que podem representá-la, além do fracionário, é possível destacar a representação numérica decimal e percentual. Nas tarefas ainda abordamos a representação geométrica, pela localização de, nesse exemplo, números racionais como pontos em um segmento de reta (Figura 10).

Figura 10 – Exemplos de conversões a partir da representação icônica



Fonte: produção própria.

O registro figural em representação icônica ilustrado na Figura 8, através da apreensão discursiva do enunciado, possibilita compreender a figura do triângulo como uma parte da unidade, enfatizando um olhar para o tratamento figural de decomposição da figura unitária em quatro triângulos. Esse viés permite interpretar a área de uma peça Tg como o número racional em representação fracionária $\frac{1}{4}$, decimal 0,25 ou percentual 25%.

A localização de pontos médios, em um segmento de reta representado em uma dimensão, torna adjacente a mobilização da representação geométrica, que pode produzir um ponto correspondente ao número racional $\frac{1}{4}$, representado na dimensão zero. Vale ressaltar que esse processo envolve uma desconstrução dimensional, pela passagem da figura (2D) que gera um ponto (0D).

Além disso, deve-se ter em mente a compreensão da característica heterogênea de sentidos na conversão, isto é, segundo o sentido no qual a mudança de registros é efetuada os graus de dificuldades podem ser alterados, assim como as possíveis conjecturas de regras para conversão (DUVAL, 2009). “A conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha” (DUVAL, 2011, p. 118). Para perceber isso, basta considerar a conversão de $\frac{1}{3}$ para $0,\bar{3}$, realizada por uma divisão, e a conversão contrária que busca a fração geratriz de $0,\bar{3}$.

A conversão inversa pode conduzir a uma diferenciação tão latente nos processos cognitivos, que não possibilite a execução da atividade por parte dxs estudantes, “o fato se passa como se a maior parte dos estudantes deixasse de reconhecer a situação apresentada na representação” (DUVAL, 2003, p. 20). Uma possível justificativa para este tipo de dificuldade é o privilégio de um sentido de conversão em detrimento de outro no ensino de matemática.

Apresentadas as bases teóricas, consideramos que o próximo passo em nosso roteiro de redação seja a apresentação do teor metodológico da investigação, que também agrega alguns delineamentos iniciais de inserção no campo de pesquisa.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Compreendemos que um importante momento da pesquisa consiste no encadeamento dos procedimentos estabelecidos para produção de dados, em sua interpretação, sistematização e análise. Neste capítulo pretendemos elucidar as opções e caminhos metodológicos adotados para a investigação. Iniciamos definindo o tipo do estudo, conforme os procedimentos técnicos, e buscamos contextualizar o campo de pesquisa envolvido nessa investigação, uma escola que dedica suas atividades para pessoas surdas e segue os princípios da Educação Bilíngue.

Além disso, descrevemos as ações de aproximação com a referida escola, que envolvem observações de aulas, realizadas nas disciplinas de matemática e física, a composição do perfil de participantes da pesquisa e a dinamização de uma Tarefa Exploratória, para identificar possíveis conhecimentos já estabelecidos e dificuldades da turma em relação ao objeto matemático números reais.

4.1 UM ESTUDO DE CASO QUALITATIVO NA ESCOLA BILÍNGUE

Motivadas pela suposto de que as pesquisas em âmbito educacional procuram contextualizar o fenômeno investigado, explicitando processos e acontecimentos, optamos pela abordagem da pesquisa qualitativa, pois conforme Lüdke e André (1986, p. 3), no âmbito da pesquisa em educação, “[...] as coisas acontecem de maneira tão inextricável que fica difícil isolar as variáveis envolvidas”.

Nessa direção, “cada vez mais se entende o fenômeno educacional como situado dentro de um contexto social, por sua vez inserido em uma realidade histórica, que sofre toda uma série de determinações” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 5), por vezes não consideradas em esquemas experimentais de ordem quantitativa. As autoras ainda afirmam que um estudo de caso, com viés qualitativo, procura entender os aspectos da realidade e das relações sociais, para que desta forma se busquem explicações relacionadas às articulações desses fatores com as descobertas no desenvolvimento do trabalho.

Tais descobertas são norteadas levando em consideração interações e influências de significados culturais, além do contexto educacional nas situações analisadas, lembrando da importância do ‘acontecer’ da pesquisa no ambiente natural da sala de aula. Na presente investigação, uma turma de estudantes surdxs do 1º ano do Ensino Médio, frequentes em uma escola de Educação Bilíngue.

Deste modo, estamos em consonância com Yin (2005, p. 32), quando o autor afirma que “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão [...] definidos”. Além disso, entendemos que nossa inserção na comunidade surda através da escola nos aproxima da realidade deste público, atendendo os pressupostos de Gil (2002), que entende como unidade do caso um grupo de indivíduos em um contexto definido.

A seguir nosso intuito é o de caracterizar o contexto em que a presente pesquisa foi desenvolvida, uma escola que segue os postulados da Educação Bilíngue. Para tanto, optamos por descrever o ambiente da instituição envolvida nesta dissertação e estabelecer análises de seu Projeto Político Pedagógico (PPP), para apresentar dados que consideramos relevantes.

4.2 A ESCOLA DE EDUCAÇÃO BILÍNGUE DE SANTA MARIA

Em conformidade com o objetivo proposto, a presente dissertação teve como campo de pesquisa a Escola Estadual de Educação Especial Doutor Reinaldo Fernando Cóser (EEEERFC). Localizada na cidade de Santa Maria, Rio Grande do Sul, a instituição foi criada pelo Decreto Estadual nº 38.686 de 09 de julho de 1998. Seu nome foi escolhido pela comunidade surda local, em vista da grande influência do médico Reinaldo Fernando Cóser no âmbito educacional surdo (RIO GRANDE DO SUL, 2018), inclusive para a criação do Curso de Educação Especial na UFSM.

A escola atende a comunidade em três turnos de funcionamento. Quanto aos profissionais atuantes, a instituição conta com uma equipe composta por 25 docentes, 2 monitorxs e 7 funcionárixs. Segundo o PPP, a EEEERFC está inserida em uma área periférica com grande índice de criminalidade, onde a população, em suma, possui baixo poder econômico. A escola foi concebida por iniciativas de pessoas surdas da região, inclusive de docentes surdxs da cidade, com o objetivo de oportunizar uma educação de qualidade à comunidade surda da região, tendo protagonismo da língua de sinais no ensino e aprendizagem (RIO GRANDE DO SUL, 2018).

Os ambientes da escola são permeados por itens adaptados a atributos visuais, locais pensados pela e para comunidade surda. O soar da sirene, que indica o tempo de cada período de aula, agrega um sistema elétrico de lâmpadas, as conhecidas campainhas luminosas, que estão presentes em todas salas de aula e nos corredores. Outro fato interessante é o estímulo à escrita de sinais que a escola veicula, visto que as paredes, os murais, as salas de aula, dxs

professorxs e secretaria possuem cartazes, produzidos por estudantes da escola, com informações dispostas neste sistema de escrita.

Na entrada, uma obra de arte recepciona quem chega à instituição, o monumento retrata o desenho de um olho, na íris um par de mãos douradas rodeada pela escrita de sinais, sendo um símbolo de orgulho para a comunidade surda (Figura 11).

Figura 11 – Monumento da EEEERFC



Fonte: arquivo cedido por uma professora surda da escola.

Como pilar pedagógico destacam-se princípios da Educação Bilíngue, valorizando e respeitando os artefatos culturais da comunidade surda, sendo um deles a língua de sinais, que é priorizada nas relações entre docentes e discentes, posto que “entende-se que as crianças, os jovens e os adultos surdos precisam ter acesso à Língua Brasileira de Sinais, uma língua que deve ser transmitida, preferencialmente por seus usuários naturais” (RIO GRANDE DO SUL, 2018, p. 6). Assim, a EEEERFC conta com profissionais fluentes em Libras, os quais têm a possibilidade de cursar, durante os seis primeiros meses de atuação, uma formação linguística gratuita ofertada pela própria instituição, para que se estrutrem conhecimentos mínimos sobre a língua de sinais.

Nesse contexto, o PPP destaca como metas, a garantia do desenvolvimento da linguagem, do pensamento e da construção do conhecimento através da Libras, utilizada durante toda interação no ambiente escolar, promovendo inclusive o contato com outras pessoas surdas adultas e ouvintes fluentes em línguas de sinais, de modo a contribuir com a autonomia dessxs estudantes.

Outrossim, a instituição visa o acesso aos conteúdos escolares que compõem o currículo comum nas diferentes modalidades ofertadas. Cabe destacar, que a EEEERFC dispõe o atendimento à Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio, também contemplando o Curso Normal e a Educação para Jovens e Adultos (EJA), esta última correspondente ao nível do Ensino Fundamental.

Ademais, também são atendidas pessoas surdas que possuem outras necessidades educativas especiais, não se diferenciando somente na língua, como é o caso de uma pessoa surda com paralisia cerebral, com autismo ou surdocega. Nessa perspectiva, de forma concomitante as modalidades de ensino supracitadas, existem duas turmas para pessoas que necessitem um atendimento educacional especializado e diferenciado, são elas a turma de Estimulação Essencial/Intervenção Comunicativa e a turma de Atendimento Individualizado para Pessoas Surdas com Múltiplas Deficiências.

Essas turmas têm assistência de uma equipe de educadorxs especiais, junto com a coordenação pedagógica e direção da escola, sendo a primeira destinada a crianças de 0 a 3 anos, e a segunda, para aquelas com idade superior a 4 anos. Esses atendimentos podem ocorrer de forma individualizada ou em grupo, a depender das necessidades em questão uma vez que a instituição preza pela melhoria nos processos de ensino e aprendizagem e na vida social dxs estudantes, como o próprio documento afirma:

Este trabalho caracteriza-se pela prática pedagógica voltada ao desenvolvimento neuropsicomotor de forma efetiva, globalizada e preventiva, visando a melhoria das áreas carentes, estimulando suas potencialidades, assim com a formação de hábitos básico para sua independência e autonomia pessoal e interação no seu próprio meio sóciofamiliar. (RIO GRANDE DO SUL, 2018, p. 10).

O PPP da escola ainda destaca que, muitas vezes, quando recebe jovens advindos de instituições ouvintes, enfrentam algumas dificuldades de aprendizagem, já que tais estudantes podem trazer lacunas no seu desenvolvimento, que inclusive podem causar isolamento social (RIO GRANDE DO SUL, 2018). As referidas lacunas existem, em geral, quando a língua de sinais não é consolidada no ensino, não oferecendo subsídios linguísticos que valorizem e favoreçam a aquisição da Libras como primeira língua.

A escola evidencia a necessidade de se proporcionar desde a Educação Infantil uma ampla gama de experiências com a presença de surdxxs fluentes em língua de Sinais, reconhecendo que, por vezes, crianças surdas são privadas de experiências culturais:

Devido à privação linguística imposta aos surdos, dentro das próprias famílias, levando em conta que a maioria dos surdos são membros de família de ouvintes que geralmente não sabem a língua de sinais, os surdos ingressam na escola com um precário conhecimento de mundo, diferente das crianças ouvintes que recebem estímulos constantes desde seu nascimento, pois muitas experiências vividas pela maioria das crianças, não são acessíveis à criança surda. (RIO GRANDE DO SUL, 2018, p. 5).

A vista disso, a escola firma o compromisso de buscar a constituição de “uma sociedade inclusiva, que respeite os direitos linguísticos da comunidade surda, onde toda criança nascida surda, desde os primeiros dias de vida possa estar em contato com sua língua natural, a Libras” (RIO GRANDE DO SUL, 2018, p. 4). Como o trabalho pedagógico da instituição refere-se ao conhecimento como um processo de (re)construção, que é (re)significado no bojo das experiências das e dos estudantes, sua avaliação é feita de forma contínua e participativa, com intuito de redimensionar a ação pedagógica.

Desta forma, em todas as modalidades de ensino, os resultados das avaliações são expressos por meio de um relatório de avaliação individual. Na Educação Infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e nas etapas da EJA que correspondem aos anos iniciais, tais relatórios são emitidos por área de conhecimento, seguindo os seguintes conceitos de aproveitamento: Sim, Não e Em Parte, tendo reprovação aqueles que constam com ‘Não’.

Para o Ensino Médio os resultados também são expressos por área de conhecimento, com os conceitos de Construção Satisfatória de Aprendizagem (CSA), Construção Parcial de Aprendizagem (CPA) e Construção Restrita de Aprendizagem (CRA). Com isso, tem aprovação quem atingir o conceito CSA ou ainda o conceito CPA, porém, neste último caso, mediante a recuperação paralela. Tais direcionamentos, nesta etapa da Educação Básica, convergem com as orientações da Secretaria Estadual de Educação do Rio Grande do Sul.

Em relação ao ambiente físico, a EEEERFC conta com um espaço amplo, possui 13 salas de aula, além de uma quadra de esportes com telhado e os laboratórios de informática, ciências e matemática. Há também uma biblioteca com um grande acervo de livros didáticos e de obras da literatura, tanto surda quanto ouvinte. Ademais, a instituição possui um espaço destinado ao desenvolvimento teatral, a fim de instigar produções culturais surdas nesse viés, uma cozinha e um refeitório, que disponibiliza almoço a estudantes provenientes de outras cidades, já que a distância inviabiliza a possibilidade de deslocamento quando ocorrem atividades em turno integral.

Para mais, é interessante registrar o compromisso que a escola firma com as famílias dxs estudantes, tanto é que o tema gerador proposto para o ano letivo de 2018 foi a participação da família na vida escolar dxs filhxs. A EEEERFC demonstra preocupação com

o ambiente familiar de cada estudante, principalmente daqueles provenientes de famílias ouvintes, que não possuem um contato com a língua de sinais. Nesse sentido, um dos objetivos firmados para este mesmo ano escolar foi a oferta de aulas de Libras para as famílias da comunidade escolar, no intuito de promover uma melhoria comunicativa.

Após caracterizarmos o campo de pesquisa, por constituir um espaço de ensino próprio da comunidade surda, retomamos nossa atenção a alguns aspectos metodológicos ainda não descritos. Nesse intuito redigimos a próxima seção desse capítulo.

4.3 INSERÇÃO NO CAMPO DE PESQUISA E PRODUÇÃO DE DADOS

Participaram da pesquisa cinco estudantes surdxs, contatadx por meio da apresentação das pesquisadoras através da professora regente da turma, que leciona a disciplina de matemática. A turma foi favorável em colaborar com o estudo, assim receberam um Termo de Consentimento Livre e Explicado e um Termo de Assentimento que foram devidamente assinados pelxs estudantes e, no caso de menor idade, pelxs respectivxs responsáveis. Tais documentos seguem as orientações do Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM, no qual o projeto foi submetido e aprovado (Anexo A).

Ambos termos ressaltam a possibilidade para as e os estudantes deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, sem penalização alguma. É importante pontuar que em relação à confidencialidade e privacidade das informações relacionadas não serão divulgados o nome e a imagens da face dxs participantes. Para tanto, o grupo de estudantes escolheu nomes fictícios, que são destacados na seção destinada à descrição do perfil de participantes, quanto aos registros em fotografia expostos nesta dissertação, o rosto de cada estudante foi sombreado.

Com o olhar voltado aos procedimentos técnicos, a investigação compreende as fases de formulação do problema de pesquisa e delimitação do caso, bem como de produção de dados, que foi consolidada junto à EEEERFC, na qual foram realizadas ações em uma turma de estudantes surdxs regularmente matriculadx no 1º ano do Ensino Médio.

Tais ações contemplaram observações em aulas da disciplina de matemática e física, ambas ministradas pela mesma professora; a análise do perfil de estudantes, composta com base no desenvolvimento de um questionário semiestruturado; a dinamização de uma Tarefa Exploratória, no intuito de analisar entendimentos acerca do objeto matemático números reais, mobilizados a partir do material manipulável tangram; por fim realizamos a dinamização de

uma Sequência de Tarefas de sete tarefas (Quadro 7), que envolveram o tangram, um livro didático, calculadoras bem como régua e compasso como recursos didáticos.

Quadro 7 – Objetivos específicos das tarefas da sequência

Tarefa	Objetivo
T1	Mobilizar números racionais na representação fracionária, a partir da exploração do conceito de área nas peças triangulares do tangram.
T2	Mobilizar números racionais na representação fracionária, por meio da exploração de equivalências de áreas entre peças do tangram.
T3	Mobilizar números racionais no registro figural, nas representações geométrica e icônica, com ênfase na reta numérica.
T4	Mobilizar números racionais nas representações fracionária, decimal e percentual, a partir de transformações de áreas de peças do tangram.
T5	Mobilizar números irracionais em representação numérica e geométrica, por meio de análises relacionadas à desconstrução dimensional.
T6	Mobilizar números reais em representação geométrica, a partir de problematizações relacionadas a ideia de densidade e completude de conjuntos.
T7	Mobilizar números reais no registro figural, por meio de construções geométricas com régua e compasso.

Fonte: produção própria.

Cabe ainda salientar que devido a língua visuoespacial utilizada pelo público envolvido nesta investigação, a produção de dados envolveu gravações de vídeo focadas nos diálogos em língua de sinais entre participantes de um mesmo grupo, além dos protocolos da Sequência de Tarefas e a observação participante das pesquisadoras que acompanharam cada grupo formado. Esses aspectos são detalhados nos quatro tópicos a seguir, evidenciando seus desenvolvimentos e algumas considerações relacionadas às suas contribuições propiciadas na presente pesquisa.

4.3.1 Observações iniciais em sala de aula

A fim de buscar mais indícios sobre a dinâmica pedagógica envolvida no contexto de Educação Bilíngue, nosso primeiro contato efetivo em sala de aula com a turma de estudantes envolvidos na pesquisa foi propiciado por observações de aulas, que foram realizadas no mês de outubro de 2018, totalizando cinco horas-aulas. Além disso, foram observadas também cinco horas-aulas em uma turma, de segundo ano, que também nos foi disponibilizada como possível grupo para o desenvolvimento da investigação.

Pela expectativa de aprendizagem relacionada aos conjuntos numéricos incidida no 1º ano do Ensino Médio e pela presença de materiais manipuláveis nas aulas observadas da turma 101, o e as estudantes desta foram selecionadxs participantes da pesquisa. Por esse motivo, optamos por descrever apenas as observações relacionadas a esta turma, que ocorreram conforme a ordem cronológica evidenciada no Quadro 8.

Quadro 8 – Agenda das observações em sala de aula

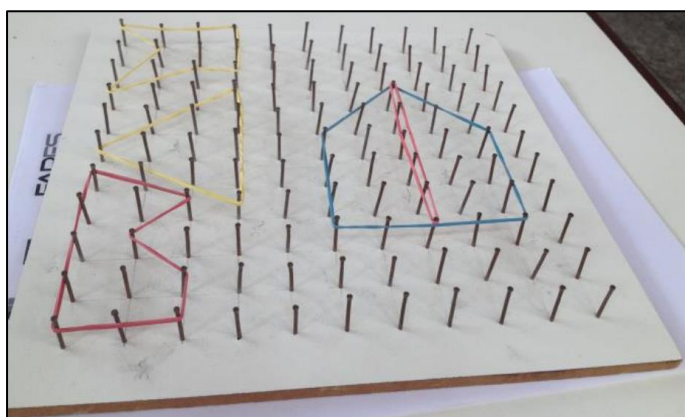
Data	Disciplina	Conceito/Conteúdo	Horário de início/término	Hora/aula	Estudantes presentes
10/10/18	Matemática	Plano cartesiano	13:30 - 15:00	2 h/a	4
17/10/18	Física	Unidades de medida de tempo	09:20 - 10:10	1 h/a	4
31/10/18	Matemática	Plano cartesiano	13:30 - 15:00	2 h/a	1

Fonte: produção própria com base na análise das observações na turma.

Com a pretensão de evidenciar os aspectos percebidos nos cinco períodos observados, compomos a seguir uma análise ampla de cada um destes encontros. Em todas as observações estavam presentes no ambiente as duas pesquisadoras proponentes da investigação, a professora da disciplina e estudantes da turma.

Na primeira observação, a professora nos apresentou ao grupo de estudantes e explicou a atividade que estávamos realizando. Nessa aula, o material manipulável geoplano foi utilizado, confeccionado em uma placa quadrada de madeira com pregos fixados (Figura 12).

Figura 12 – Geoplano confeccionado em uma placa de madeira



Fonte: imagem extraída de JESUS (2014, p. 117).

Foi disponibilizado a cada estudante um geoplano, apesar do material ser muito utilizado no estudo de figuras planas, nessa aula não houve esse direcionamento. A atividade consistiu em identificar pontos pelo deslocamento horizontal e vertical, nesse viés foram fixados elásticos em duas fileiras perpendiculares de pregos, determinando no material os eixos das abscissas e das ordenadas. A unidade de medida adotada foi a distância entre dois pregos consecutivos contidos no mesmo elástico.

Desta forma, o material manipulável foi explorado como recurso de apoio para significar, no meio concreto, atributos da representação gráfica. Para isso, um elástico era fixado em um prego do eixo das ordenadas e outro no das abscissas, sendo esticados até o ponto correspondente. Também foi explanado o que é referido por Duval (2009) como as regras do sistema representativo, indicando a representação simbólica de designação de um ponto com uma letra maiúscula do alfabeto em português, a ordem de sucessão de suas coordenadas, etc. Em seguida, a turma foi incumbida a representar alguns pontos no geoplano e fazer a identificação de seu registro em representação simbólica.

Foi possível perceber que as quatro estudantes que estavam presentes realizaram uma participação manipulativa ativa nas atividades, pois contavam os números de pregos nos eixos rapidamente, posicionando os elásticos nos devidos lugares. Ocorreram equívocos com a identificação da ordenada e da abscissa, que foram confundidas em alguns momentos. Tais dificuldades se tornaram mais atenuantes ao realizar o registro escrito do par ordenado, no qual percebemos a falta do uso de uma letra para indicar o ponto, como por exemplo (0,5).

Este panorama revela a necessidade de apropriação de um sistema em duas dimensões, pois ao abordar representações em \mathbb{R}^2 , há a necessidade de uma escrita com ordenação dos valores das variações nos eixos. Apesar de irrelevante em \mathbb{R}^1 , esta ordenação não é trivial e precisa ser apropriada, assim como a notação da turma, já que (0,5) pode indicar um intervalo ou a representação decimal do número racional $\frac{1}{2}$ e não necessariamente um ponto.

A professora ainda disponibilizou uma folha impressa contendo uma representação do plano cartesiano, no intuito de efetivar a proposta sem o apoio do recurso, fato que corrobora com a proposta de Lorenzato (2006), a qual defende que a abordagem deve extrapolar o recurso ao meio manipulável. A atividade foi detalhada pela professora antes que a turma efetuassem a leitura do enunciado escrito, entendemos como fundamental o estudo relacionado à interpretação discursiva de enunciados, viés não priorizado nessa aula.

Após a explicação, a turma passou a realizar a atividade de forma individual, os valores de variações nos eixos foram disponibilizados junto à ficha impressa, em registro

simbólico numérico, segundo a estrutura representativa de um ponto. Para identificar cada ponto, os deslocamentos nos eixos eram observados na ficha e contados nos pregos do material, onde o elástico seria fixado.

Mesmo com o desenvolvimento individual houve grande interação entre a docente e a turma e entre discentes, que a todo o momento compartilhavam suas respostas, verificando a convergência de resultados e dando margens para discussões sobre o raciocínio utilizado. A professora, atenta ao processo, se direcionava a cada classe quando surgiam respostas distintas, verificando possíveis equívocos.

A segunda observação na turma ocorreu em uma aula da disciplina de física, na qual o assunto abordado foi a relação proporcional das unidades de tempo do sistema internacional de medidas, mais especificamente, o cálculo para alteração entre as unidades de segundo, minuto e hora. Para tanto, a operação numérica consistiu em estabelecer multiplicações ou divisões sucessivas pelo número 60.

Nenhum material manipulável foi utilizado nesta aula, apesar da presença de um relógio analógico na sala, com os números registrados por figuras indicando as posições das mãos relacionadas aos sinais dos números em Libras. Segundo a professora, o relógio foi utilizado em aulas anteriores com a turma. Houve dificuldades quanto ao entendimento da equivalência entre uma hora e sessenta minutos ao abordar no quadro um exercício proposto em uma lista.

Esse impasse pode ser justificado pela mudança de base no sistema numérico, visto que a atividade exige considerar um sistema sexagesimal. Nessa aula, o estudo não priorizou uma abordagem mais centrada na estrutura de uma base numérica desse último tipo, amparando-se na mudança de unidades através de quocientes e produtos. Talvez um direcionamento didático explorando as regras de conformidade do sistema decimal, comparando-as com um sistema sexagesimal, pudesse contribuir nesse estudo.

Para estabelecer as operações numéricas de multiplicação, a turma utilizou uma tabela constando os usuais produtos entre naturais de 1 a 10, a popularmente conhecida ‘tabuada’. Em alguns momentos foi possível também perceber a multiplicação sendo efetuada através de atributos vinculados aos sinais. Ao realizar, por exemplo, o cálculo de 3×2 , ouvintes podem estabelecer a operação com um balbucio do tipo: “2 + 2 é igual a 4, com 2...6”. A mesma lógica é traduzida nas mãos dessa turma de estudantes surdxs, contudo destacando-se o meio visual para comunicação, o que pode implicar um tipo de ‘balbucio gestual’, no qual a mão esquerda representa o operador multiplicativo e a mão direita indicando o resultado da adição das parcelas, efetuado mentalmente.

Mesmo a turma evidenciando a compreensão da ideia multiplicativa como adição de parcelas iguais promovida pela BNCC (BRASIL, 2018b), percebemos o apego à tabuada. Por vezes, esse processo não atua no entendimento conceitual da operação, pois as respostas fornecidas na ficha são prontas, não necessariamente envolvendo o desenvolvimento de raciocínios multiplicativos para resolução das questões.

Na terceira e última observação, apenas um aluno surdo se fez presente. Acreditamos que tal fato possa ser justificado pela condição climática chuvosa do dia, assim a professora retomou o tópico abordado na última aula de matemática, utilizando um material manipulável reciclado. O referido recurso foi constituído utilizando formas de ovos com capacidade para trinta unidades, contendo uma fileira horizontal e uma vertical coloridas, para representar os eixos do plano cartesiano.

Ainda foram distribuídas tampinhas de garrafas acompanhando a impressão da coordenada de algum ponto, assim a tampa deveria ser alocada nas cavidades da bandeja segundo o deslocamento em cada eixo, tomando como unidade a distância entre cada célula. Como havia um único aluno na sala de aula, a professora sugeriu que interagíssemos com ele durante a resolução da atividade, assim buscamos aprofundar seu entendimento sobre a representação gráfica, questionando a localização de outros pontos que não estavam presentes nas tampinhas.

Propomos explorar a estrutura e unidades de significado da representação gráfica de um ponto, baseadas na importância da atividade cognitiva de formação de uma representação (DUVAL, 2009). Posto isso, passamos a instigar um raciocínio relacionado ao tratamento figural envolvido na representação gráfica para o deslocamento de um ponto, estabelecendo relações com as alterações resultantes no registro simbólico, a fim de propiciar a tarefa cognitiva de conversão, essencial à aprendizagem (DUVAL, 2003).

Identificadas as posições de todas as tampinhas presentes no material, pelo deslocamento informado nas coordenadas, desafiamos o estudante a pensar na possibilidade do ponto não se deslocar em relação a um dos eixos. Essa abordagem causou confusão em um momento inicial, pois não havia nenhuma tampinha no material que explorasse representações de pontos com uma coordenada nula. Retomando a estratégia de identificação por deslocamento e do significado do zero, o estudante indicou vários pontos destacando abscissas e/ou ordenadas nulas posicionando tampinhas no material.

Após a dinâmica com o material manipulável reciclado, a professora novamente optou por uma abordagem incidida sem recurso, pela identificação de pontos em uma folha com o plano cartesiano impresso. O enunciado da atividade foi ignorado, sendo a professora a

proponente da ação na tarefa. Todos os pontos solicitados na ficha foram identificados rapidamente, o que indica a compreensão sob a representação. Contente com o processo, ele elogiou nossa postura anterior com o material manipulável, sinalizando com expressão positiva que fomos desafiadoras.

Cabe destacar que no dia 22 de outubro não ocorreram observações de aulas, por motivo de uma roda de conversa promovida pela instituição, que envolveu estudantes do curso normal (magistério) de uma escola de ouvintes da cidade de Santa Maria. Nesse sentido, participamos das discussões, nas quais houve protagonismo do corpo docente, evidenciando relatos de professorxs ouvintes frente à ação em uma escola de pessoas surdas, assim como de docentes que relataram sua jornada enquanto pessoas surdas no contexto da formação acadêmica e atuação pedagógica.

Houve ainda contribuições a respeito da educação de pessoas surdas por parte de dois estudantes do curso de magistério ofertado pela EEEERFC, cujo debate incidiu sobre as questões de valorização linguística da Libras e sua apropriação nos ambientes de ensino. Ainda cabe destacar a presença da assessora surda de Educação Especial da 8ª Coordenadoria Regional de Educação que está envolvida em diversas atividades da escola.

A partir das observações em sala de aula, tecemos considerações que nortearam o planejamento e o desenvolvimento da Sequência de Tarefas. Uma característica marcante da primeira observação foi a falta de ênfase sobre a compreensão do português escrito, o que poderia ocasionar impasses diante da dinamização de atividades que são desenvolvidas a partir da leitura e interpretação de enunciados. De antemão, esse apontamento evidencia a já constatada necessidade de uma ou um TILS em cada intervenção.

Segundo a proposta de Duval (2003; 2009; 2011), a interpretação do discurso envolvido na atividade matemática se qualifica como o acesso à representação discursiva. Assim, no intuito de promover uma autonomia na leitura e a exploração da representação discursiva do português, partimos a modificar os enunciados da Tarefa Exploratória e da Sequência de Tarefas, tornando sua estrutura mais objetiva, para facilitar seu acesso pelo grupo de estudantes. Nesse processo, adaptamos as tarefas mantendo nos enunciados somente as informações imprescindíveis para o desenvolvimento da atividade, além de estruturar a escrita de cada questão com ênfase em um verbo que motiva o uso do material manipulável.

Quanto a segunda observação, percebemos que talvez a integração de um recurso didático, além do quadro de giz, pudesse facilitar o entendimento da equivalência de sessenta minutos e uma hora, o próprio recurso presente na sala de aula (relógio em Libras) poderia contribuir nesse sentido. Assim, reiteramos a indicação da integração didática de recursos

manipuláveis em aulas de matemática (BRASIL, 1998; 2018), por possibilitarem o desenvolvimento de conteúdos/conceitos ancorados à descoberta no processo. Nesse viés, destacamos o tangram pela sua potencialidade de mediação na aprendizagem relacionada ao objeto números reais, cuja orientação de desenvolvimento curricular coincide com a etapa do Ensino Médio que a turma está cursando.

Na última observação, percebemos que o estudante presente possuía certa necessidade ao contato individual com a docente e com as pesquisadoras. Na medida em que a atividade foi realizada, houve uma execução mais participativa do estudante quando acompanhávamos seu processo de perto, questionando possibilidades e desafiando o estabelecimento de outras linhas e raciocínio, talvez consideradas mais difíceis. Ao passo que a bibliografia indica dificuldades para institucionalização de conceitos/conteúdos relacionados à (ir)racionalidade de números (PENTEADO, 2004; POMMER, 2012), passamos a considerar nossa integração participativa junto à turma, no desenvolvimento das atividades propostas nas tarefas.

Para tanto, aliamos essa consideração ao fato de que organizações coletivas podem promover discussões, o que consideramos de extrema importância pela diferença linguística. A designação nominal de conceitos/conteúdos em matemática é entendida como um dos atos elementares para a atividade cognitiva de formação (DUVAL, 2009). Nesse gradiente, entendemos que a discussão das atividades suscita a designação de representações de números reais, o que ganha maior contraste tendo em vista a escassez de sinais em Libras para objetos do conhecimento matemático.

Portanto, optamos por compor grupos em cada intervenção, de modo que as duas pesquisadoras presentes em sala de aula pudessem acompanhar de perto o desenvolvimento das atividades, as produções em Libras efetuadas pela turma e a institucionalização de conceitos. Como a turma possuía um total de cinco discentes, planejamos formar uma dupla e um trio, nossa participação acompanhando o desenvolvimento das atividades envolveu uma interação ampla em ambos os grupos, não determinando um fixo para cada pesquisadora.

Além das considerações tecidas com as observações em sala de aula, sentimos a necessidade de entender um pouco mais sobre os sujeitos envolvidos na pesquisa, além das relações estabelecidas com o contexto da educação de pessoas surdas. Assim, com a pretensão de buscar evidências sobre tais variáveis, elaboramos e desenvolvemos um instrumento para identificar o perfil de sujeitos da pesquisa, na forma de um questionário semiestruturado, cuja descrição está organizada no tópico que segue.

4.3.2 Perfil da turma de estudantes

Participaram desta investigação cinco adolescentes surdxs fluentes em Libras, regularmente matriculadxs no 1º ano do Ensino Médio da EEEERFC. A escola possui um laboratório de matemática, com uma variedade de livros didáticos e de materiais manipuláveis, dentre eles foi possível perceber o material dourado, a escala cuisenaire, tábua das frações e o tangram, além de outros materiais confeccionados pelxs próprixs estudantes. Desta forma, entende-se que a turma participante possuía outras experiências com materiais manipuláveis, por frequentar o laboratório.

O desenvolvimento da pesquisa contemplou um entendimento do contexto da turma e da realidade de cada participante, que foi efetivado pelo desenvolvimento de um questionário semiestruturado (Apêndice B). Nosso intuito foi articular as análises com os significados culturais e o contexto da comunidade escolar, já que uma importante etapa da pesquisa qualitativa consiste na sistematização dos referidos fatores para compreensão dos fatos (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

O questionário semiestruturado foi composto por perguntas abertas e fechadas, organizadas em três seções intituladas nessa ordem: *Um pouco sobre você*, *Um pouco de sua experiência com a Libras*, *Um pouco da sua formação escolar*. A primeira seção teve como objetivo produzir dados básicos de identificação; na segunda seção, tivemos a pretensão de entender um pouco sobre aspectos relacionadas à surdez de cada participante, suas causas, seu grau, além de buscar indícios sobre a comunicação em Libras no contexto familiar e no cotidiano; a terceira seção abordou indagações relacionadas a formação dxs participantes no Ensino Fundamental.

Com o intuito de preservar a identidade de cada estudante, conforme os direcionamentos promulgados pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM, a turma criou nomes fictícios, que foram requisitados no questionário e são considerados nas análises desta dissertação. No Quadro 9, expomos tais designações, agregando algumas informações relacionadas a cada participante.

Quadro 9 – Perfil de participantes

Nome fictício	Identidade de gênero	Idade	Grau de surdez	Reprovações
Camily	Feminina	18	Severa	Não lembra
Cris	Feminina	20	Profunda	8º ano - EF
Gabi	Feminina	17	Leve	9º ano - EF
Japapaty	Masculina	22	Severa	1º ano - EM
Stifinhy	Feminina	16	Severa	9º ano - EF

Fonte: produção própria a partir da análise do questionário.

Identificamos três diferentes graus de surdez na turma, havendo predominância da surdez severa, na qual poucos estímulos sonoros são percebidos, assim o indivíduo não é capaz de perceber sons em nível de conversa, captando somente ruídos como graves de instrumentos musicais e alguns sons produzidos por animais. No caso da surdez profunda, são captados sons de, por exemplo, barulhos de máquinas com motores, como um caminhão ou um helicóptero, o que também impossibilita a compreensão de um diálogo pelo som. Por fim, uma estudante destaca a surdez leve, nesse caso, a pessoa pode captar o som das vogais e de algumas consoantes, o que pode evidenciar uma compreensão limitada da língua oral.

No Quadro 10, expomos as classificações de graus de perda auditiva conforme a faixa de decibéis possíveis de ser captados. Adendo a isso, destacamos que a surdez ainda pode ser compreendida conforme a área do aparelho auditivo afetada, sendo a perda auditiva condutiva, a qual se refere a lesões no ouvido externo ou médio; a perda auditiva sensorial, que resulta da falta ou dano nas células cocleares (ouvido interno); a perda auditiva mista, em que os ouvidos interno, médio e externo são afetados; e a perda auditiva neural, na qual há lesão ou ausência do nervo auditivo, que transmite as informações sonoras para o encéfalo.

Quadro 10 – Graus de perda auditiva

Perda auditiva	Leve	Moderada	Acentuada	Severa	Profunda
Faixa de sons Captados (decibéis)	16 a 40	41 a 55	56 a 70	71 a 90	Superior a 91

Fonte: BRASIL (2006a).

Com relação ao uso de aparelhos auditivos ou próteses, Stifinhy e Japapaty afirmam não utilizar esses implementos, por outro lado Cris, Camily e Gabi indicam possuir o artefato. No entanto, Cris e Camily não o utilizam em seu dia a dia, pois se sentem muito incomodadas

com o aparelho e os ruídos provocados por ele. Já Gabi utiliza um amplificador de som auditivo, inclusive em algumas intervenções percebemos que a estudante estava com o implemento. Essa participante da pesquisa é a única que assinala não ter na família pessoas que saibam estabelecer comunicação pela língua de sinais, assim toda a conversa em seu ambiente familiar é efetuada pela fala oral.

Cris, Camily, Stifinhy e Japapaty informam que estabelecem diálogos em Libras somente com familiares próximos, principalmente suas mães, no caso de Stifinhy seu pai. Quanto ao contato com outras pessoas surdas pela família, Gabi, Stifinhy e Japapaty indicam ser as primeiras pessoas surdas de sua estrutura genealógica conhecida, enquanto Cris e Camily, que são irmãs, possuem uma tia com surdez leve que não conhece a língua de sinais.

Vale salientar que todos os estudantes da turma possuem pais e mães ouvintes. Quando questionamos sobre o período em que a turma aprendeu a Libras, todas as respostas apresentam uma convergência, indicando que a aquisição da língua de sinais se deu na EEEERFC, evidenciando a importância deste rico ambiente para a comunidade surda.

Nesse sentido, questionamos o tempo em que cada estudante possuía matrícula na escola, constatamos que apenas Stifinhy teve toda sua formação na instituição. Japapaty cursou parte do Ensino Fundamental incluído em uma escola de ouvintes, Gabi também destaca ter estudado em classes de ouvintes, porém por pouco tempo, devido a problemas familiares que a conduziram a morar em outra cidade. Cris e Camily indicam ter estudado em duas escolas inclusivas e na Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (APAE), porém assinalaram que a abordagem de ensino nessas instituições não foi bilíngue, talvez pelo fato de que tais estabelecimentos não são pensados para a comunidade surda, e sim pela inclusão, em um viés mais amplo.

Para mais, todo grupo de estudantes indica já ter reprovado. Buscamos também identificar as disciplinas em que este e estas estudantes reprovaram, mas toda turma afirma não recordar dessa informação. Cabe ainda destacar que todos os estudantes da turma dependem de transporte para ter acesso à escola, nesse quesito enfatizamos que Camily e Cris residem na cidade e Tupanciretã, que fica a pouco mais de 90 quilômetros distância de Santa Maria, dificultando ainda mais o percurso.

Ao reunir informações relacionadas aos aspectos socioculturais e biológicos da turma, nosso próximo passo na organização desta pesquisa reside na análise relacionada aos conhecimentos matemáticos do grupo, por meio de uma Tarefa Exploratória, que será detalhada no próximo tópico.

4.3.3 Desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória

Para o desenvolvimento da Tarefa Exploratória (Apêndice C) contamos com a parceria de uma intérprete de Libras, que efetuou a tradução dos enunciados nos encontros com a turma. A tarefa foi efetivada em duas intervenções, a professora parceira da pesquisa optou por nos acompanhar somente no primeiro dia, sendo que no segundo dia se pôs a nossa disposição e permaneceu na escola durante todo o período de desenvolvimento.

A análise das produções permitiu entender quais conceitos/conteúdos matemáticos despenderiam explicações complementares para desenvolver a Sequência de Tarefas, já que nosso interesse não está centrado no desempenho em cada atividade, mas sim na aprendizagem propiciada com a dinâmica que integra a mobilização de uma diversidade representacional e o uso do material manipulável tangram. Na primeira intervenção, foram dinamizadas quatro atividades, já na segunda as seis atividades restantes da Tarefa Exploratória, conforme a organização cronológica evidenciada no Quadro 11.

Quadro 11 – Agenda do desenvolvimento da Tarefa Exploratória

Data	Conceito/conteúdo	Horário de início/término	Hora/aula	Estudantes presentes
07/11/18	Números racionais	13:30 - 15:00	2 h/a	G1: Camily e Stifinhy G2: Cris e Gabi
12/11/18	Números irracionais	10:20 - 12:00	2 h/a	G1: Camily e Stifinhy G2: Cris e Japapaty

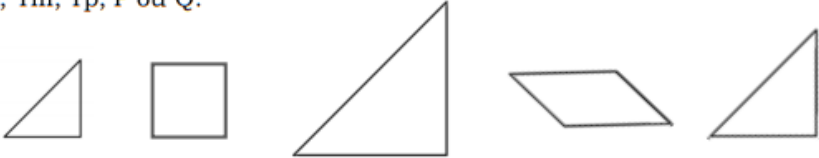
Fonte: produção própria com base na dinamização da Tarefa Exploratória.

No intuito de gerar discussões, a turma de estudantes foi disposta em grupos para realizar as atividades, que nem sempre foram desenvolvidas no mesmo ritmo por todos os membros. Entretanto, nosso objetivo foi em primeira instância promover o diálogo, não necessariamente envolvendo o desenvolvimento simultâneo. Quanto aos conceitos/conteúdos estudados, a tarefa pode ser descrita de maneira geral sob dois eixos: representações de números racionais, mobilizadas pelo conceito geométrico de área, e representações de números irracionais, produzidas a partir da inferência algébrica do teorema de Pitágoras sobre um triângulo isósceles de catetos unitários (Figura 13).

Figura 13 – Atividades da Tarefa Exploratória


0-a) Construa e represente dois desenhos utilizando as peças do Tangram.

0-b) A partir do nome das figuras geométricas, escreva a sigla correspondente sobre cada peça do Tangram: Tg, Tm, Tp, P ou Q.



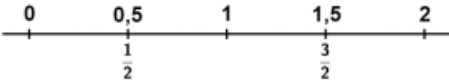
Considere que o Quadrado (Q) do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

0-c) A partir do valor da área da peça Quadrado (Q) calcule a medida de seu lado:



0-d) Compare as peças Triângulo Pequeno (Tp) e Quadrado (Q) e determine o valor numérico da área de Tp. Justifique sua resposta.


0-e) Circule, no segmento de reta, o valor correspondente a área da peça Triângulo Pequeno (Tp):



0-f) A que conjunto numérico pertence o valor da área do Triângulo Pequeno (Tp)? Por quê?

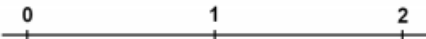
0-g) Compare as medidas dos lados do Triângulo Pequeno (Tp) com as do Quadrado (Q) e determine as que são congruentes. Esboce sua resposta com um desenho.

0-h) É possível obter a medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp)? Se **sim**, represente-o. Se **não**, explique o motivo.



0-i) A que conjunto numérico pertence o valor da medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp)? Por quê?

0-j) Represente a medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp) no segmento de reta abaixo, você pode utilizar régua e compasso.



0-k) Você já estudou o Teorema de Pitágoras? Em caso afirmativo, em que ano escolar?

Fonte: produção própria.

Na primeira intervenção, apresentamos a pesquisa e seus objetivos à turma, efetuamos a leitura do Termo de Consentimento Livre e Explicado, que foi traduzido pela intérprete. Todas as estudantes concordaram em participar do estudo, assim cada uma recebeu um tangram confeccionado em espuma vinílica acetinada (EVA) e uma ficha com a tarefa impressa.

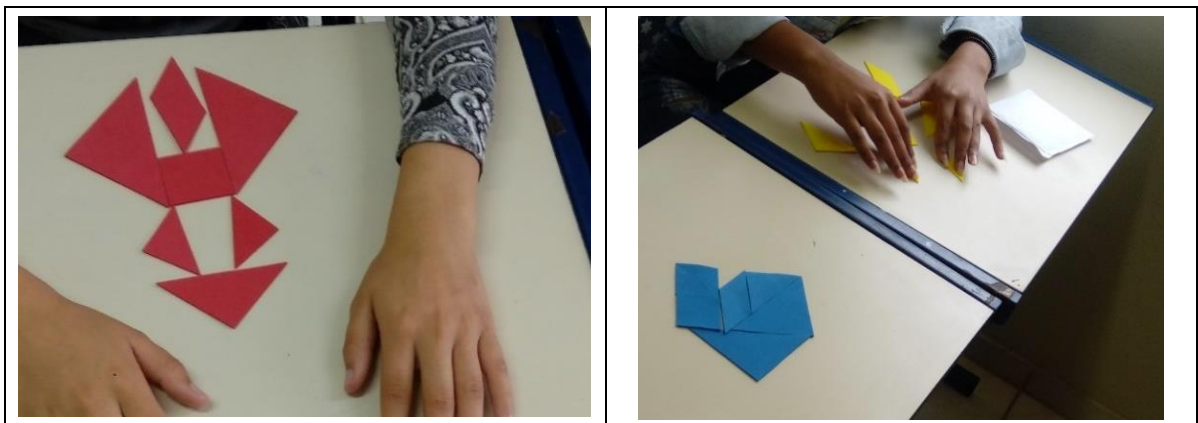
Primeiramente, as atividades **0-a** e **0-b** da tarefa pretendiam estabelecer uma apropriação do tangram, direcionamento indicado por Lorenzato (2006), pela possibilidade de assimilação de propriedades consolidadas pelo material, por meio da manipulação efetuada de

forma heurística. A apropriação envolveu um processo livre e criativo de organização de figuras com o recurso, além da identificação das formas de suas peças.

Além disso, abordamos nessa aula uma das lendas sobre a origem do tangram, como forma de envolver e promover o interesse pelo recurso, a fabulação versa sobre um azulejo que caiu ao chão e se despedaçou em sete partes. Ao tentar reconstruir sua forma original pode-se perceber que as peças resultantes poderiam ser organizadas de forma a compor uma infinidade de figuras.

A criação e desenhos a partir de organizações com as peças do tangram suscitou algumas perguntas por parte das estudantes, principalmente relacionadas a possibilidade de se basear em algo real ou abstrato. Desse modo, foram compostos desenhos utilizando simetrias com as peças separadas, justapostas formando contornos similares a animais, casas e até mesmo um barco (Figura 14).











Figura 14 – Algumas organizações realizadas na exploração do tangram



Fonte: arquivo da autora.

Para designar cada peça do tangram compomos siglas na atividade **0-b**, vinculando características relacionadas às propriedades qualitativas da forma de cada uma das peças, com letras o alfabeto latino. Pela falta de reconhecimento do nome da forma geométrica em português, foi necessária a escrita das designações de cada forma no quadro e sua datilologia, explicando o significado de cada sigla. De mesma forma, foi preciso convencionar com a turma sinais para cada peça, como evidenciamos no Quadro 12.

Quadro 12 – Sinais em Libras convencionados para cada peça do tangram

Peça do tangram	Sinal em LIBRAS	Escrita em português
		Triângulo Pequeno (Tp)
		Triângulo Médio (Tm)
		Triângulo Grande (Tg)
		Paralelogramo (P)
		Quadrado (Q)

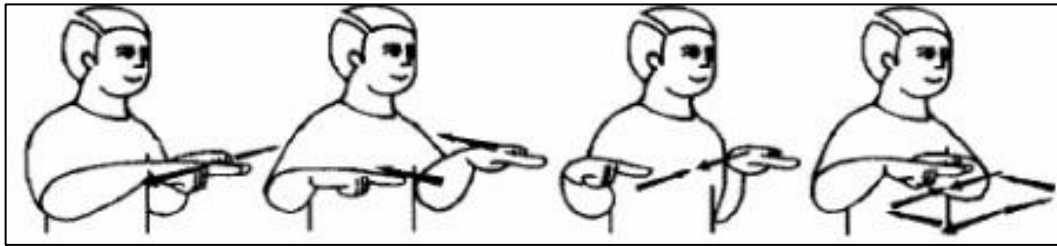
Fonte: produção própria baseada na dinamização da Tarefa Exploratória.

Os sinais para a peça quadrado e as peças com formato de triângulos estão de acordo com aqueles propostos por Capovilla e Raphael (2008), constando uma pequena variação no sinal de quadrado, efetuado no dicionário com o uso de apenas uma das mãos. A designação em Libras para paralelogramo não foi identificada na literatura, sendo também desconhecida pela intérprete e pela professora de matemática, o que gerou a necessidade de convencionar um sinal para a forma geométrica.

Após apreciarem qualidades da figura por meio da peça do tangram, duas alunas propuseram sinais diferentes, o primeiro utiliza os dedos polegares em sua composição e foi criado por Stifinhy, já o segundo utiliza apenas os dedos indicadores e foi criado por Camily. Entendemos que os dois sinais são variações pertinentes para designar a figura, por agregar qualidades icônicas da forma. Então daqui por diante, ambos foram utilizados nas aulas para referência ao paralelogramo.

Outro empecilho linguístico se deu com o sinal de área, enunciado na atividade **0-c**. Nem o sinal que identificamos na bibliografia (Figura 15) nem o sinal utilizado pela professora foi reconhecido pelas estudantes. Nessa ótica, entendemos que talvez o conceito/conteúdo relacionado à área de figuras planas poderia não ter sido estudado na turma, dependendo de uma explanação complementar.

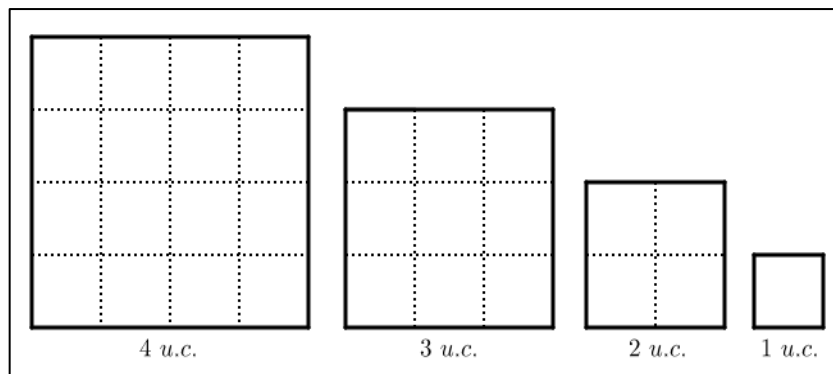
Figura 15 – Sinal de área em Libras



Fonte: CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

A atividade **0-c** explorou o conceito/conteúdo relativo à área, para tanto, fixou como unidade a peça quadrada do tangram e dispôs de uma representação icônica, propondo a desconstrução das duas dimensões da figura plana para analisar a medida do lado da peça quadrada, um segmento em uma dimensão. Como entendemos que não havia compreensão da turma em relação ao conceito de área, para dar continuidade a execução da tarefa realizamos uma abordagem do conceito/conteúdo, baseadas na quantidade de quadrados unitários em que uma figura pode ser dividida. Para facilitar o processo, utilizamos quadrados (Figura 16) com lados medindo 4, 3, 2 e 1 unidades de comprimento (u.c.).

Figura 16 – Figuras quadradas com distintos valores de área



Fonte: produção própria baseada na dinamização das atividades.

Depois de efetuarmos as divisões na primeira figura, composta por dezesseis quadrados de lado unitário, o conceito foi rapidamente associado pelas estudantes, cabe

mencionar que não buscamos desenvolver uma expressão algébrica para o cálculo da área de quadrados nesse momento, nos detivemos a uma ideia que atribuísse algum significado conceitual para a mesma. Camily e Cris indicaram de forma muito rápida a área do quadrado de lado 3 u.c. e 2 u.c., porém Stifinhy acabou cometendo um equívoco em sua resposta.

Acreditamos que como nossas explicações empregaram o sinal de ‘medir’, Stifinhy acabou por focar nessa perspectiva, assim a estudante utilizou uma régua para determinar a medida do lado da peça Q do tangram, que por coincidência media aproximadamente 4 centímetros. Tal fato causou certa confusão, pois o comprimento em questão não estava sendo mensurado por nenhuma unidade padrão do sistema de medidas. Essa confusão conduziu Stifinhy a registrar em sua resposta toda a explicação feita no quadro.

A atividade **0-d** requiriu uma comparação de duas peças do material, com intuito de instigar a sobreposição para identificar, em termos geométricos, que o espaço ocupado por Tp equivale à metade do ocupado por Q. Este panorama envolveu a mobilização do tratamento figural pela modificação operatória mereológica da figura em dois triângulos congruentes, processo essencial para compreender o conceito de áreas nas peças do tangram.

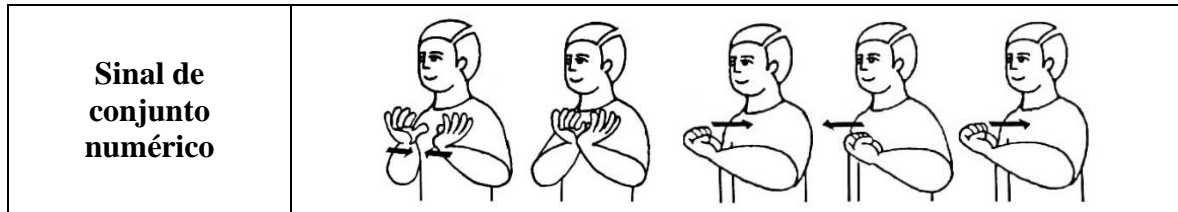
Tendo em vista que a peça Q foi definida como o todo, sua divisão em dois Tp pode subsidiar a mobilização da interpretação parte-todo de números racionais. Na atividade, os registros mobilizados indicaram essa transformação pelos tratamentos figurais evidenciados, porém, a turma produziu justificativas somente em língua de sinais, não registradas sob a forma escrita em português.

Cabe destacar que, nesse dia, Gabi estava muito agitada. Diante de nossa presença, ela se recusou a usar a língua de sinais e passou a estabelecer sua comunicação através da oralização. Tivemos a impressão de que a estudante queria nos mostrar seu potencial de compreensão e conversação da fala oral, todavia como nem todos na turma desenvolveram essa habilidade, continuamos a utilizar a Libras para todo o diálogo na sala.

Não somos capazes de entender todas as inferências culturais, as dinâmicas de poder ou mesmo as lembranças que são evocadas por pessoas surdas, tão preteridas socialmente pela diferença linguística, quando ouvintes ocupam espaços de sua comunidade. Em certo momento, Gabi se mostrou sensibilizada sentimentalmente e deixou a sala de aula sem aviso prévio e sem retorno. A coordenadora pedagógica nos alertou que a estudante passa por sérios problemas familiares, assim entendemos que talvez essa saída, essa fuga, tenha feito parte do processo de Gabi, afinal sentimentos não podem ser controlados, somente entendidos e sentidos.

No segundo dia do desenvolvimento da Tarefa Exploratória, foi necessário abordar o conteúdo/conceito relacionado ao conjunto dos números reais e seus subconjuntos, pois a turma indicou desconhecer seus nomes, características de seus elementos e símbolos. Para designar ‘conjunto numérico’ foram utilizados os sinais de ‘grupo’ e ‘número’ (Figura 17).

Figura 17 – Sinal convencionado para conjuntos numéricos



Fonte: baseado em CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Desta forma, o nome em português escrito de cada conjunto foi registrado no quadro e aliado à datilologia. Quanto aos sinais em Libras para cada conjunto, a turma optou por utilizar configurações de mão correspondentes às representações simbólicas matemáticas (Quadro 13).

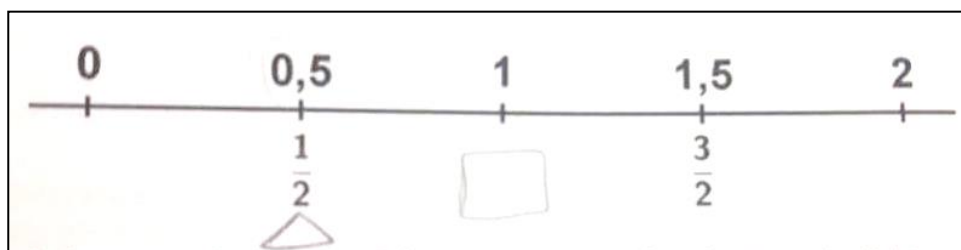
Quadro 13 – Sinais convencionados para cada conjunto numérico

Português escrito	Designação simbólica	Sinal em Libras
Conjunto dos números naturais	\mathbb{N}	
Conjunto dos números inteiros	\mathbb{Z}	
Conjunto dos números racionais	\mathbb{Q}	
Conjunto dos números irracionais	\mathbb{I}	
Conjunto dos números reais	\mathbb{R}	

Fonte: produção própria baseada na análise da Tarefa Exploratória.

A primeira atividade realizada na intervenção (**0-e**) aliou duas representações numéricas racionais, uma decimal e uma fracionária, dispostas sobre um segmento de reta. A proposta teve o intuito de entender se havia a compreensão do registro figural em representação geométrica de um número racional, isto é, se a turma identificaria sua representação como um ponto na reta numérica. As respostas nos protocolos estavam corretas, contudo, houve certa resistência à escrita em português, até mesmo as peças foram designadas não por suas siglas, mas pelo suporte ao desenho (Figura 18).

Figura 18 – Indicação visual das peças Tp e Q na atividade **0-e**



Fonte: protocolos da Tarefa Exploratória.

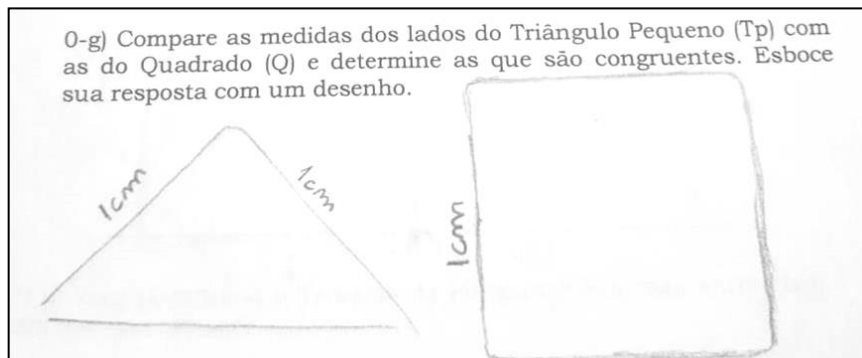
Para realizar a atividade **0-f** se fez necessário retomar as explicações do início da aula, assim, uma breve revisão, na qual ocorreu uma nova institucionalização detalhando cada um dos conjuntos, que possibilitou estabelecer a racionalidade do valor da área de Tp. Já na atividade **0-g**, foi abordada a relação geométrica de congruência entre os catetos de Tp e os lados de Q, para que na atividade seguinte (**0-h**) fosse identificada a medida do segmento hipotenusa de Tp, por meio de um registro algébrico intermediário propiciado pela aplicação da relação pitagórica.

A comparação de medidas de Tp e Q foi desenvolvida pela manipulação do material com a justaposição dos lados congruentes das peças. Todavia, mesmo com a conclusão de que a medida do lado do quadrado de área unitária também deve ser unitária, houve dificuldade para entender que os segmentos poderiam representar uma unidade de medida, necessitando uma retomada à atividade **0-c**. Geralmente, as unidades de medida abordadas em aulas são as definidas pelo sistema internacional, desta forma, justificando impasses quando utilizada uma unidade não compreendida pelo sistema. Com isso, observamos uma série de limitações de aprendizagem na turma.

O grupo participante da pesquisa já demonstrava mais interação com as pesquisadoras no decorrer dessa atividade, ainda foi possível perceber o uso das peças do material manipulável para reproduzir suas formas geométricas no papel, contornando-as com um lápis.

Porém, as respostas nos protocolos evidenciaram representações icônicas sem o cuidado com características geométricas que deveriam ser preservadas. Como o tangram foi confeccionado em espuma vinílica acetinada (EVA), um material maleável, houve o registro de representações com descontinuidades e curvaturas, quando as mesmas deveriam ser figuras fechadas compostas por segmentos de reta (Figura 19).

Figura 19 – Resolução da atividade **0-g**



Fonte: protocolos da Tarefa Exploratória.

Para realizar a atividade **0-h** se fez necessária uma breve apresentação e explanação do teorema de Pitágoras, a qual também suscitou estudar a operação de radiciação. Nessa aula, Cris estabeleceu o cálculo de $\sqrt{2}$ pela calculadora de seu *smartphone*, propiciando observar uma sequência de dízimas não periódicas, apesar disso um único protocolo apresentou o registro da medida do segmento, sem demonstrar os cálculos efetuados. Apenas Japapaty indicou conhecer o número $\sqrt{2}$ e seu sinal, que foi bem aceito pela turma (Figura 20).

Figura 20 – Estudantes convencionando o sinal de radiciação



Fonte: arquivo da autora.

O valor expresso na atividade **0-h** pode ser entendido como um termo pertencente ao conjunto dos números irracionais, o que foi questionado em **0-i**. Na atividade **0-j** abordamos a mobilização de registros geométricos de $\sqrt{2}$, obtido através de construções utilizando régua e compasso. A última atividade da tarefa pretendeu verificar se a turma de estudantes recordava algum estudo anterior do teorema de Pitágoras.

A identificação da irracionalidade de $\sqrt{2}$ foi pautada justamente pela ausência de periodicidade na representação numérica decimal, no entanto, os protocolos não evidenciaram justificativas escritas em português. Para realizar a atividade **0-j**, foi necessária uma introdução evidenciando o uso da ferramenta compasso. Esse fato possibilitou a construção geométrica de um quadrado unitário, com a transposição de sua diagonal sobre o segmento de reta, estabelecendo uma representação geométrica precisa, mesmo com a representação numérica decimal limitada.

Com o desenvolvimento da Tarefa Exploratória percebemos que o número irracional $\sqrt{2}$, os conjuntos numéricos, o conceito de área, a noção de medida com unidades distintas do padrão e o nome em português de formas geométricas planas foram conceitos/conteúdos que não pareciam familiares à turma, mesmo estando no Ensino Médio. Esse fato vem a somar como mais um dos desafios de pesquisa.

Quanto ao estudo do teorema de Pitágoras, a turma indicou nos diálogos com as pesquisadoras desconhecimento da relação, mas apenas um protocolo evidenciou uma resposta escrita. Entendemos que existem barreiras linguísticas que dificultam o acesso da pessoa surda a língua oral, desse modo, constatamos certo receio da turma em registrar seus argumentos no português escrito. Talvez pelo medo de consolidar uma produção em português de forma equivocada. Nessa lógica, revalidamos a importância já constatada de realizar filmagens da execução de atividades, cujas transcrições são detalhadas a seguir.

4.3.4 Transcrições das gravações em vídeo

A fim de registrar os diálogos no processo de resolução das tarefas foram realizadas gravações em vídeo, considerando a língua visuoespacial utilizada pelo público desta pesquisa. Tais registros foram efetuados por pesquisadorxs colaboradorxs que tinham interesse de inserção na área inclusiva, e foram catalogados com códigos, indicando a intervenção realizada, a câmera que registrou a gravação e o número do vídeo, como por exemplo, I1_C2_V3 que se refere à primeira intervenção (Tarefa 1), com gravação produzida pela

câmera 2, especificando seu terceiro arquivo de vídeo. Trechos destes registros são disponibilizados em alguns momentos da análise das tarefas, por meio de um código QR¹¹, que pode ser acessado com um *smartphone* equipado com câmera.

Para além disso, transcrevemos os diálogos da turma para a língua portuguesa, constituindo excertos na tessitura desta pesquisa, o que permitiu um aprofundamento sobre os processos cognitivos mobilizados nas resoluções. Desta forma, nos embasamos no sistema de transcrição desenvolvido pela FENEIS, contudo, realizamos algumas adaptações a fim de facilitar a leitura dos extratos. Essas adequações estão baseadas nos sistemas de transcrição utilizados em outras pesquisas, que também se valeram de gravações de vídeo para produção de dados, como a de Sales (2013) e Jesus (2014).

Na referida transcrição, as palavras de uma língua oral são utilizadas para representar aproximadamente os sinais da Libras. Com isso, constituímos uma forma de glosa, isto é, um sistema de notações através de algumas convenções, que serão elencadas a seguir, para transcrever os registros em vídeo, na tentativa de manter fidelidade à língua de sinais.

As traduções das falas em Libras serão representadas no texto em itálico e entre aspas indicando a/o emissorx que proferiu o enunciado entre parênteses, ou mesmo no decorrer do texto, como por exemplo “*eu gosto de matemática*” (grupo fictício). Como na Libras existem palavras que não possuem sinais, como é o caso de alguns nomes próprios, em muitos momentos pode ser feito o recurso à datilologia na ausência do sinal, ou seja, o uso do alfabeto manual em Libras para se estabelecer uma palavra. Nesse sentido, para termos enunciados via datilologia será adotada a escrita de cada letra maiúscula separada por hífen, como segue: “*meu nome é L-U-C-A-S*” (autora da pesquisa).

Além disso, a Libras tem dentre seus elementos de comunicação traços não manuais, essenciais para o entendimento do discurso. Assim, nos embasamos em Jesus (2014) para incluir na transcrição esses registros importantes, como movimentação corporal, expressão facial e comportamento. Nessa ótica, tais elementos gramaticais serão incorporados, quando necessário para uma melhor compreensão do diálogo, entre colchetes na sequência da transcrição, como na maneira que segue: “*não entendi* [apontando para a resposta presente no caderno]” (Lia) (exemplo adaptado de JESUS, 2014, p. 90).

Ainda cabe destacar que na Libras, rotineiramente não são utilizadas designações linguísticas para masculino e feminino, como ocorre no português com as desinências nominais de gênero. Nesse quesito, a estrutura da Libras possui certa similaridade com a

¹¹ Um código QR se trata de um tipo de criptografia e funciona como um código de barras bidimensional, facilmente acessível por meio de aplicativos gratuitos de leitura capazes de escaneá-los.

língua inglesa. O caractere '@' usualmente é utilizado para a tradução de palavras marcadas por uma desinência de gênero em português, como é o caso de 'prim@', que indica tanto prima, quanto primo e plurais (SALES, 2013). Optamos por utilizar o padrão já incorporado na escrita de nosso texto, caracterizado pela letra 'x' como desinência ampla de gênero.

Nas línguas de sinais as desinências de número são geralmente indicadas pela repetição do sinal, o sistema de transcrição indica o uso do símbolo '+' situado no lado direito e acima da palavra correspondente ao sinal na língua portuguesa, como é o caso de "carro⁺" (grupo fictício) (exemplo adaptado de SALES, 2013, p. 104). Nesta pesquisa, optamos por fazer a tradução de sinais com a característica gramatical de plural utilizando as convenções da língua portuguesa, mas foi necessário utilizar esse padrão de escrita em alguns momentos.

Com a apresentação dos delineamentos metodológicos, do perfil da turma, da caracterização da comunidade escolar e das análises *a priori* sobre conceitos/conteúdos da matemática envolvidos nesta dissertação, acreditamos ter firmado bases para detalhar o processo de dinamização e análise da Sequência de Tarefas. Com efeito, no próximo capítulo tecemos tais aspectos.

5 DINAMIZAÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS

Todas as intervenções contaram com a organização da turma em grupos, sendo que cada um dos encontros foi realizado durante duas horas-aula. A partir do diálogo inicial supracitado, disponibilizamos a cada estudante os materiais didáticos utilizados nas atividades e as folhas com a tarefa impressa. Cabe destacar que, no Ensino Médio, a EEEERFC atende estudantes diariamente no turno matutino, contudo, para atingir a carga horária, também são ofertadas aulas em alguns turnos vespertinos. Sendo assim, duas das intervenções ocorreram no turno da tarde (T2, T4), cujos períodos tiveram duração de 45 minutos, e as demais (T1 ,T3 ,T5 ,T6 ,T7) no turno da manhã, com períodos de 50 minutos cada (Quadro 14).

Quadro 14 – Agenda do desenvolvimento da Sequência de Tarefas

Tarefa	Data	Horário de início/fim	Recursos didáticos	Grupos
T1	26/11/2018	10:20 - 12:00	Tangram, régua, quadro de giz	G1: Cris, Japapaty G2: Camily, Gabi, Stifinhy
T2	28/11/2018	13:30 - 15:00	Tangram, régua, lápis de colorir, quadro de giz	G1: Japapaty, Stifinhy
T3	30/11/2018	10:20 - 12:00	Tangram, régua, quadro de giz	G1: Cris, Japapaty G2: Camily, Gabi, Stifinhy
T4	05/12/2018	13:30 - 15:00	Tangram, régua, lousa	G1: Japapaty, Gabi, Stifinhy
T5	07/12/2018	08:30 - 10:10	Tangram, régua e compasso, calculadora, quadro de giz	G1: Gabi, Stifinhy
T6	10/12/2018	10:20 - 12:00	Livro didático, calculadora, régua, quadro de giz	G1: Camily, Gabi, Stifinhy
T7	12/12/2018	08:30 - 10:10	Calculadora, régua e compasso, quadro de giz	G1: Japapaty, Cris G2: Camily, Gabi, Stifinhy

Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Sequência de Tarefas.

Na Tarefa Exploratória, percebemos que as peças do tangram foram utilizadas para registrar as figuras geométricas correspondentes aos seus formatos, ao efetuar seu contorno com lápis. Por esse motivo, optamos por não empregar o recurso confeccionado em EVA, pela maleabilidade do material. Desta forma, levamos até a escola o recurso feito em acrílico.

Essa decisão teve a pretensão de facilitar o contorno com lápis para produção de figuras, dada a inelasticidade do material, gerando formas mais condizentes em relação à estrutura de um registro de polígonos, que por definição não admite curvaturas e descontinuidades.

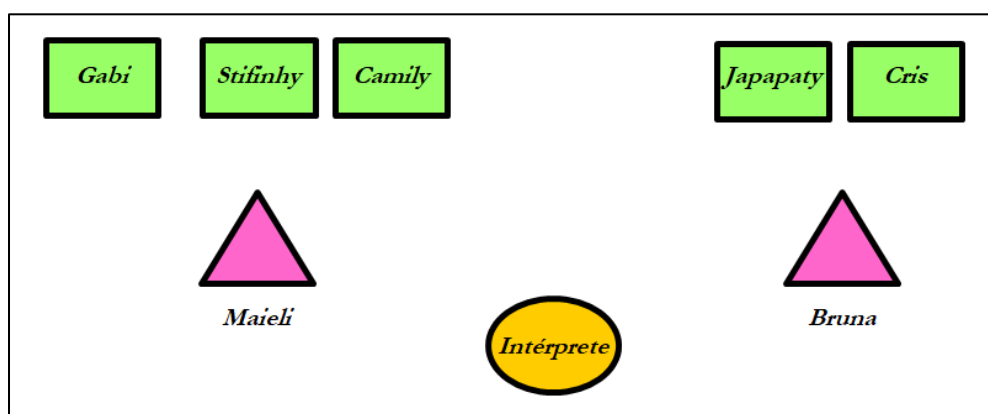
Em cada intervenção realizada na dinamização da Sequência de Tarefas, abordamos conceitos/conteúdos aos quais identificamos dificuldades de aprendizagem, utilizando a Libras como primeira língua e o quadro de giz. Esse encaminhamento consistiu em institucionalizar representações e regras de conformidade, definições, propriedades não conhecidas pela turma, ou mesmo convenções para sinais de termos matemáticos, o que será mais detalhado nas seções destinadas ao desenvolvimento de cada tarefa.

Para evidenciar os encaminhamentos decorridos na dinamização das tarefas, a seguir são apresentadas as atividades desenvolvidas em cada encontro, seus objetivos, recursos didáticos utilizados, considerações relativas aos grupos de estudantes presentes, bem como relatos e análises sobre a execução das tarefas.

5.1 TAREFA 1

A Tarefa 1 agrega um total de 15 atividades e pretende **mobilizar números racionais na representação fracionária, a partir da exploração do conceito de área nas peças triangulares do tangram**. Tais atividades foram dispostas em cinco folhas, conforme consta o Apêndice D, de modo que a organização inicial do quadrado de sete peças, cada sobreposição de Tg, Tm e Tp sobre o contorno do quadrado e a relação de equivalência na representação fracionária fossem desenvolvidas em momentos distintos. A intervenção ocorreu na sala e aula usual da turma, cuja organização está ilustrada na Figura 21.

Figura 21 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 1



As filmagens dessa intervenção foram produzidas por duas câmeras, sendo 78 minutos e 21 segundos registrados pela câmera 1 e 79 minutos e 40 segundos pela câmera 2, o que gerou um total de sete arquivos de vídeos para cada câmera (Quadro 15).

Quadro 15 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 1

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Maieli</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I1_C1_V1	14 min. 46 s.	Um grupo	1-a
I1_C1_V2	15 min. 42 s.	Um grupo	1-b
I1_C1_V3	02 min. 17 s.	Um grupo	1-b, 1-c, 1-d
I1_C1_V4	09 min. 33 s.	Um grupo	1-e, 1-f, 1-g, 1-h, 1-i, 1-j
I1_C1_V5	12 min. 37 s.	Um grupo	1-k, 1-l, 1-m, 1-n, 1-o
I1_C1_V6	17 min. 57 s.	Um grupo	1-k, 1-l, 1-m, 1-n, 1-o
I1_C1_V7	05 min. 29 s.	Um grupo	1-k, 1-l, 1-m, 1-n, 1-o
<i>Câmera 2</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I1_C2_V1	22 min. 16 s.	Pesquisadora/Um grupo	1-a
I1_C2_V2	05 min. 25 s.	Um grupo	1-b, 1-c, 1-d
I1_C2_V3	02 min. 17 s.	Intérprete	1-b, 1-c, 1-d
I1_C2_V4	02 min. 48 s.	Um grupo	1-c
I1_C2_V5	05 min. 44 s.	Um grupo	1-e, 1-f, 1-g
I1_C2_V6	23 min. 29 s.	Um grupo	1-h, 1-i, 1-j, 1-k, 1-l
I1_C2_V7	17 min. 41 s.	Um grupo	1-k, 1-l, 1-m, 1-n, 1-o

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

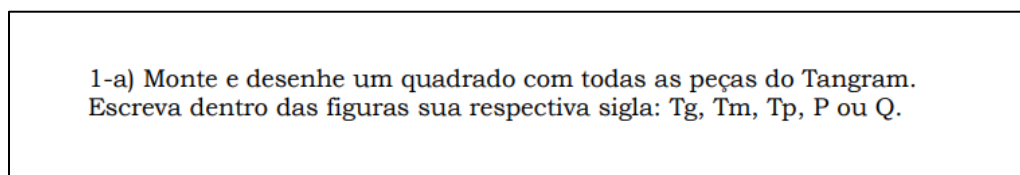
No primeiro momento da aula, justificamos a troca do tangram confeccionado em EVA pelo feito em acrílico e solicitamos ao e as estudantes que a leitura do enunciado de cada atividade fosse realizada de forma prévia a tradução consolidada pela intérprete. Nossa proposta, ao instigar a leitura do português escrito antes da tradução, foi a de iniciar um processo de autonomia para o ato.

Percebemos com as observações a necessidade de motivar a interpretação dos registros discursivos de enunciados, o que foi reafirmado pela dependência da intérprete para iniciar o desenvolvimento da Tarefa Exploratória. Ao que permeia a teoria dos registros de representação semiótica, a compreensão das unidades e significado registradas na forma escrita, neste caso em português, qualifica o acesso ao objeto matemático pela representação multifuncional no registro discursivo (DUVAL, 2009), agregando uma forma de acesso ao ente, o que é positivo diante do paradoxo cognitivo do pensamento matemático (DUVAL, 2011).

Além disso, nossa abordagem evidenciou a mobilização de figuras geométricas para o estudo de conceitos/conteúdos matemáticos, constituídas a partir das peças do tangram. Segundo Duval (2009), o estabelecimento de tais representações depende da apreensão simultânea das unidades discursivas de significado como propriedades da figura, firmando uma dependência a um sistema linguístico para seu acesso, com a Libras aliada ao português escrito.

A atividade **1-a** (Figura 22) teve o intuito de retomar as siglas designadas a cada peça do tangram, pela organização de um quadrado com todas elas, o que pode ser realizado pela particularidade do tangram como um quebra-cabeças de figuras geométricas. Nesse processo organizativo, destacamos relações com modificações figurais da apreensão operatória posicional para realizar o ‘encaixe’ de peças segundo a forma requisitada.

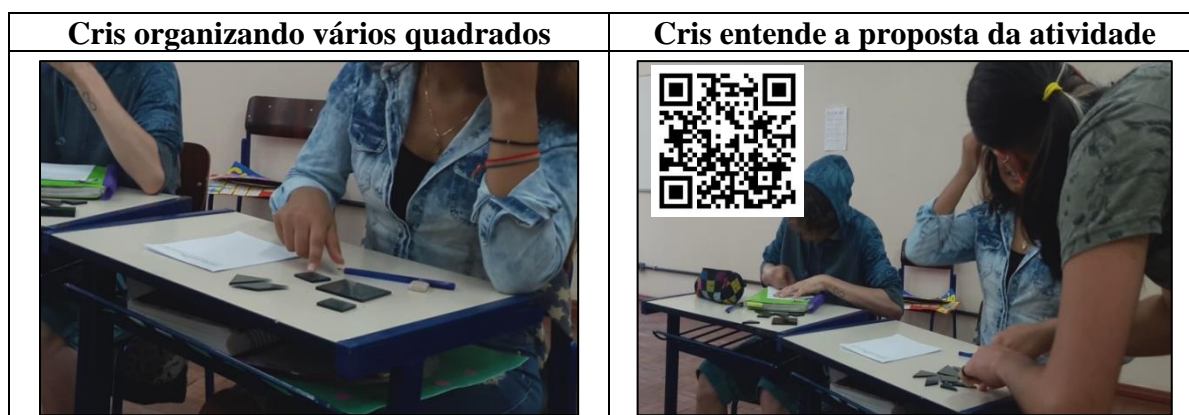
Figura 22 – Atividade **1-a** da Tarefa 1



Fonte: produção própria.

Os grupos demonstraram dificuldades na leitura do português nessa atividade, assim sua compreensão pela interpretação do texto escrito foi superficial. A conjugação do verbo ‘montar’ no modo imperativo afirmativo (monte) não foi reconhecida pela turma, sendo talvez um motivo para confusões. Após a atividade ser traduzida pela intérprete as dificuldades de compreensão persistiram, um dos grupo organizou vários quadrados com o recurso. A proposta da atividade foi entendida somente após eu mesma realizar os sinais de “*organizar*”, “*juntar tudo*” e “*quadrado*” acima das sete peças do tangram sobre a classe (Figura 23).

Figura 23 – Resolução da atividade 1-a no tangram por Cris



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I1_C2_V1).

O material manipulável foi essencial para efetivar a função comunicativa entre a pesquisadora e o grupo de estudantes. Esse fato ganha relevo uma vez que nem mesmo a tradução efetuada pela profissional estava sendo compreendida, a indicação visual com as peças do recurso sobre a mesa foi fundamental. Segundo Duval (2009), a tradução cumpre as funções cognitivas de conversão, por isso não é uma atividade trivial, ainda mais quando considerada a distinção do meio comunicativo, isto é, quando ocorre a tradução de uma informação sonoro-auditiva para visuoespacial. No intuito de evidenciar o momento exato em que a estudante compreendeu a tradução efetuada, a Figura 20 agrega um código QR que direciona ao intervalo do registro em vídeo que a ação ocorreu.


No outro grupo, a compreensão da ação no recurso foi entendida após a tradução da atividade em Libras, feita pela pesquisadora Tainara, que apontou para o tangram indicando-o e, em seguida, sinalizou “*fazer*” e “*quadrado*”. Camilly foi a primeira estudante a finalizar a construção. Desta forma, suas colegas, Stifinhy e Gabi, observaram a organização das peças do tangram em um único quadrado, o que facilitou o processo.

Gabi optou por não unir sua classe junto às outras duas colegas de seu grupo, respeitamos sua decisão. Nossa execução contempla a formação de um trio nesta intervenção, apesar disso, a estudante se mantinha sob uma postura introspectiva, isolada, não demonstrando tanto envolvimento com seu grupo quanto o restante da turma.

Após a organização e registro do quadrado solicitado na atividade, foi necessário retomar a sigla de cada peça, já que a turma não as recordava. Para tanto, indicamos os sinais convencionados na Tarefa Exploratória, relacionados às formas envolvidas no recurso. Toda turma agregou uma legenda na figura do quadrado desenhada, indicando cada sigla no interior do contorno das respectivas peças.

As atividades **1-b**, **1-c** e **1-d** (Figura 24) compreendem a logística para mobilização de uma unidade racional, por meio da análise de uma relação parte-todo incidida sobre o contorno do quadrado de sete peças pela forma de Tg.

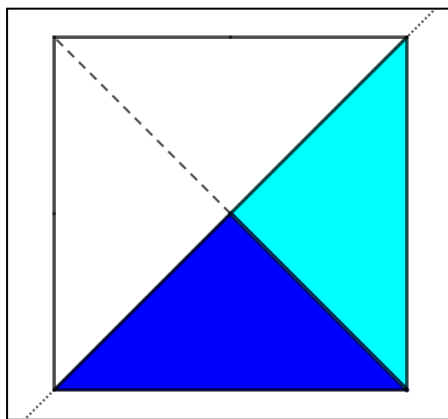
Figura 24 – Atividades **1-b**, **1-c**, **1-d** da Tarefa 1

Considere que o quadrado formado pelas sete peças do Tangram possui 1 unidade de área	
O quadrado abaixo tem a mesma medida do formado pelas sete peças do Tangram.	
1-b) Quantos Tg cabem neste quadrado?	1-c) Qual é a área de 1 Tg?
1-d) Desenhe e explique como você determinou essa quantidade.	
	

Fonte: produção própria.

Nestas atividades, fornecemos uma representação icônica do contorno do quadrado definido como unitário. Sobrepondo nesse contorno as peças Tg do material, é possível observar um eixo de simetria (Figura 25), que induz a conclusão de que outras duas peças idênticas seriam necessárias para ‘preencher’ o mesmo contorno da figura original.

Figura 25 – Simetria do quadrado de sete peças em relação à sua diagonal



Fonte: produção própria.

Essa ideia evidenciou a mobilização da apreensão operatória mereológica, pautada pela divisão do todo em quatro figuras congruentes de mesma dimensão. Direcionamento esse que subsidiou a produção de uma representação fracionária em **1-c** considerando uma única peça Tg, baseada no total de divisões do todo registrado em **1-b**. A atividade **1-d** compreende a mobilização de registros escritos em português e do tratamento figural efetuado para conclusão de resultados.

Nessas atividades, pode-se perceber que um grupo não utilizou as peças do tangram para fazer as marcações na figura, mas as propriedades geométricas de simetria e reflexão envolvidas na divisão do quadrado. Cris organizou uma de suas peças no contorno e sinalizou dois segmentos de reta que dividem o quadrado em quatro partes. Para mostrar sua conclusão para Japapaty, a estudante incluiu mais um Tg sob o contorno, indicando que mais duas peças formariam a figura completa. Após perceber essa relação, a linha de marcação efetuada no registro icônico fornecido foi desenhada com o auxílio de uma régua (Figura 26).

Figura 26 – Cris e Japapaty efetuando tratamentos figurais na atividade **1-d**



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I1_C2_V2).

No segundo grupo, Camily e Stifinhy utilizaram as peças do recurso para efetuar os contornos de Tg sobre o quadrado unitário. Gabi, ao entender a pergunta por meio da Libras, responde de imediato que quatro peças Tg são necessárias para construir uma figura congruente ao quadrado de sete peças, que estava organizado em sua classe. A estudante não sentiu necessidade de manipular o recurso nesse momento, o que pode indicar que houve uma operação mental, a qual relacionamos principalmente a apreensão operatória mereológica, pela divisão da figura, e a apreensão operatória posicional, pelo reflexo simétrico para produção de sua resposta.

Para obter o valor numérico da área de Tg, foi necessário abordar a estrutura representacional fracionária de números racionais. Explicamos para a turma o significado do numerador, que neste caso se relaciona com o número de peças consideradas, e do denominador, que indica o número total de divisões efetuadas na figura. Stifinhy e Camily insistiram que a resposta da área seria $\frac{1}{2}$, no entanto, pode ter ocorrido um problema em relação a interpretação da pergunta, pois Camily indicava que partindo a peça Tg ao meio produziríamos este valor numérico.

O raciocínio das estudantes não estava incorreto, porém, a peça Tg estava sendo considerada como a unidade. Juntei mais uma peça Tg no contorno unitário, para que as estudantes pudessem constatar no material manipulável a representação da ‘metade’ do quadrado, o que pode colaborar com a identificação da unidade de medida de área. Antes mesmo de aprofundar a explicação Camilly conclui, com uma expressão facial carregada de um sentimento bom de surpresa, que o denominador seria o número 4 (Figura 27).


Figura 27 – Camilly e Stifinhy resolvendo a atividade 1-c



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (II_C1_V2).

A mesma lógica foi efetuada sobre a peça Tm, isto é, a abordagem se deteve à análise da relação parte-todo, incidida sobre o contorno do quadrado de sete peças pela forma de Tm. Para tanto, as atividades 1-e, 1-f e 1-g (Figura 28) forneceram o mesmo registro de partida do bloco de atividades anterior: o contorno do quadrado unitário com as mesmas medidas do formado pelas peças do tangram.

Figura 28 – Atividades 1-e, 1-f, 1-g da Tarefa 1

1-e) Quantos Tm preenchem totalmente o quadrado abaixo sem sobreposição?	1-f) Qual é a área de 1 Tm?
1-g) Desenhe e explique sua resposta:	
	

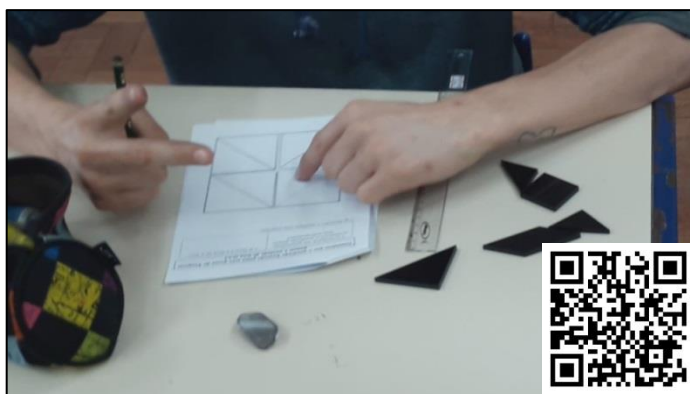
Fonte: produção própria.

Nesse viés, a decomposição da figura foi firmada diante de outra peça do recurso, evidenciamos dois caminhos que propiciam concluir o resultado, o primeiro baseado em um tratamento figural de decomposição do quadrado em oito Tm, o segundo fundamentado na

relação entre T_g e T_m . A sobreposição de peças T_m sobre o contorno do quadrado fornecido pode propiciar o desenvolvimento do primeiro caminho, em relação ao segundo, percebemos em **1-b** que quatro peças T_g representam o todo, esta mesma peça pode ser reproduzida utilizando duas T_m , assim é necessário o dobro de T_m para estabelecer a congruência com a formato do todo.

Essa atividade teve sua execução efetuada de maneira mais rápida, acreditamos que a analogia do procedimento anterior tenha contribuído com a compreensão do enunciado, minimizando a quantidade de tempo. Após a tradução feita pela intérprete, Japapaty seleciona a peça T_m e inicia rapidamente o desenho de seus contornos sobre a representação fornecida na atividade, porém o estudante não utilizou a régua nesse momento, estabelecendo as divisões do todo com a própria peça T_m . Ao finalizar o desenho, Japapaty conta o número total de triângulos na figura e registra rapidamente o seu valor na ficha, bem como o registro fracionário que representa a área da peça (Figura 29).

Figura 29 – Japapaty contando o número de T_m na atividade **1-e**




Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I1_C2_V5).

Cris estabeleceu o mesmo processo, contudo a estudante foi mais cuidadosa ao utilizar as peças para efetuar o contorno. No registro das formas de T_m sobre o quadrado, Cris se confunde em algumas posições de peça, mas rapidamente apaga seu desenho e recomeça. Finalizado o registro, a estudante contou o número total de triângulos e registrou de imediato a área racional de T_m em representação fracionária.

A relação parte-todo ainda é requerida tomando como base a peça T_p , esse direcionamento foi abordado nas atividades **1-h**, **1-i** e **1-j** (Figura 30). Atendendo a divisão do todo pela forma de T_p , pode-se concluir que dezesseis dessas peças, quando organizadas,

constituem uma figura congruente ao quadrado unitário. Considerando a área de uma delas é possível mobilizar a representação fracionária do número racional $\frac{1}{16}$.

Figura 30 – Atividades **1-h**, **1-i**, **1-j** da Tarefa 1

1-h) Quantos Tp completam totalmente o quadrado de sete peças do Tangram?	1-i) Qual é a área de 1 Tp?
1-j) Como você chegou nessa conclusão?	
	

Fonte: produção própria.

Novamente a analogia do processo efetuado para Tg e Tm facilitou o entendimento da atividade por parte da turma. Japapaty, por exemplo, sequer aguardou a tradução da intérprete para iniciar sua resolução. Stifinhy priorizou o uso das peças para marcar os contornos e não as relações geométricas do recurso, o que a conduziu constatar que o quadrado unitário poderia ser formado com dezoito Tp.

Na realidade, a estudante alocou as peças na figura a partir de sua percepção visual dos limites do contorno, deixando de lado as relações geométricas entre as peças triangulares do recurso, pois a medida de três catetos de Tp não é congruente a hipotenusa de Tg, que é a medida do lado do quadrado unitário. Nessa perspectiva, como o tangram confeccionado em acrílico possui certa transparência, quando efetuada a sobreposição no contorno da figura, aparentemente todas as peças estavam contidas no interior do quadrado, a depender da perspectiva observada.

O equívoco da estudante também pode ser justificado numericamente, fixado o valor unitário do quadrado é possível determinar a medida de cada lado das peças, ou por sobreposição ou pelo teorema de Pitágoras. Desta forma, a soma das medidas de três catetos de Tp é $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ u.c., ou em representação numérica decimal (truncada pela calculadora) 1,060660172 ... u.c., logo o lado do quadrado unitário não pode ser obtido pela justaposição de três catetos da peça Tp. Entretanto, a medida da hipotenusa de Tp é igual a 0,5 u.c., o que garante que dois destes segmentos unidos formam uma medida congruente ao lado o quadrado unitário.

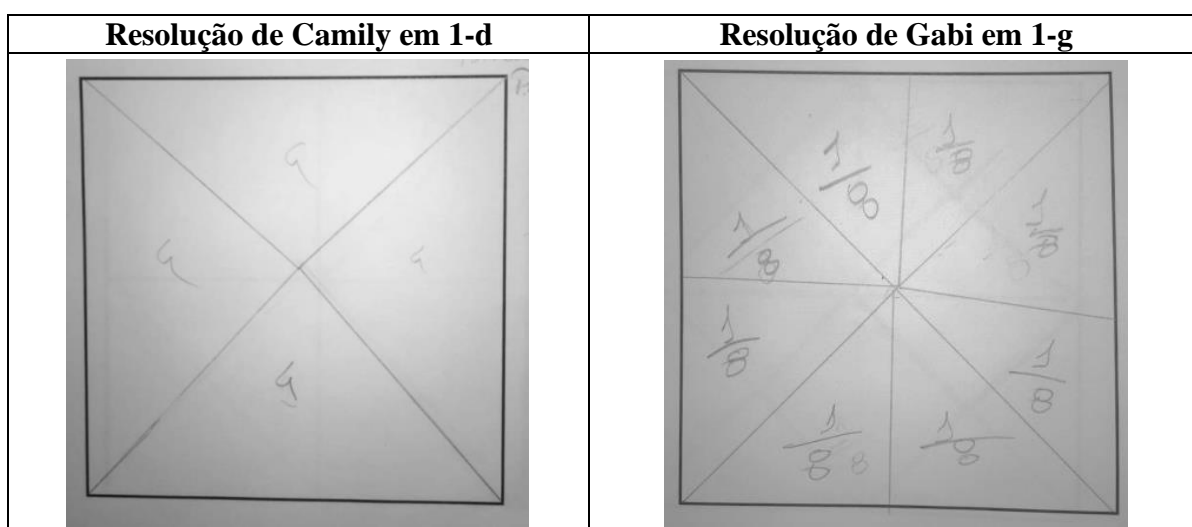
Destacamos que em outras experiências didáticas com o tangram, em distintos níveis de ensino, já discutimos esse problema, inclusive com uma turma de estudantes do Ensino

Superior. No período em que realizei a docência orientada, enquanto estudante de pós-graduação, dinamizamos uma versão incipiente da Sequência de Tarefas com acadêmicos ouvintes do curso de matemática – licenciatura da UFSM, em uma atividade similar, que envolvia a decomposição da unidade sob a forma de T_p , um dos grupos produziu a mesma resposta que Stifinhy.

Com a análise da área das peças triangulares, a turma institucionalizou regras de conformidade para a representação fracionária de números racionais, na Tarefa Exploratória a mobilização dessa representação enfatizou o número $\frac{1}{2}$, o que não explorou a possibilidade de outras divisões no todo. Para produzir as representações fracionárias, a turma contou a quantidade de formas em que a figura unitária foi dividida. Em um primeiro momento esse número ganhou destaque na sinalização, sendo que até mesmo foi registrado como ‘legenda’ no lugar da representação fracionária sobre cada peça, junto à figura geométrica produzida pelo tratamento figural.


Japapaty é o único a mobilizar a representação fracionária como legenda no registro do tratamento figural na atividade **1-d**, talvez por reconhecer estrutura da representação fracionária. Entendemos que o restante das estudantes iniciaram um processo que estabilizou a estrutura da representação a partir dessa atividade, já que todos os protocolos evidenciam a representação fracionária correta em **1-c**. Com a análise da área de T_m , a mobilização de legendas na figura geométrica já apresentou a representação fracionária $\frac{1}{8}$ em cada peça, evidenciando a compreensão da área de cada uma destas (Figura 31).

Figura 31 – Tratamentos figurais realizados nas atividades **1-d** e **1-g**



O último bloco da Tarefa 1 é composto pelas atividades **1-k**, **1-l**, **1-m**, **1-n** e **1-o** (Figura 32), cuja pretensão está centrada em seu potencial desencadeador de conceitos/conteúdos estudados na próxima tarefa (T2), a saber, a equivalência entre representações fracionárias de números racionais. A vista disso, estas cinco atividades abordam sobreposições das peças T_p e T_m sobre a forma de T_g , permitindo identificar que um T_g pode ser formado por duas peças T_m ou por quatro peças T_p .

Figura 32 – Atividades **1-k**, **1-l**, **1-m**, **1-n**, **1-o** da Tarefa 1

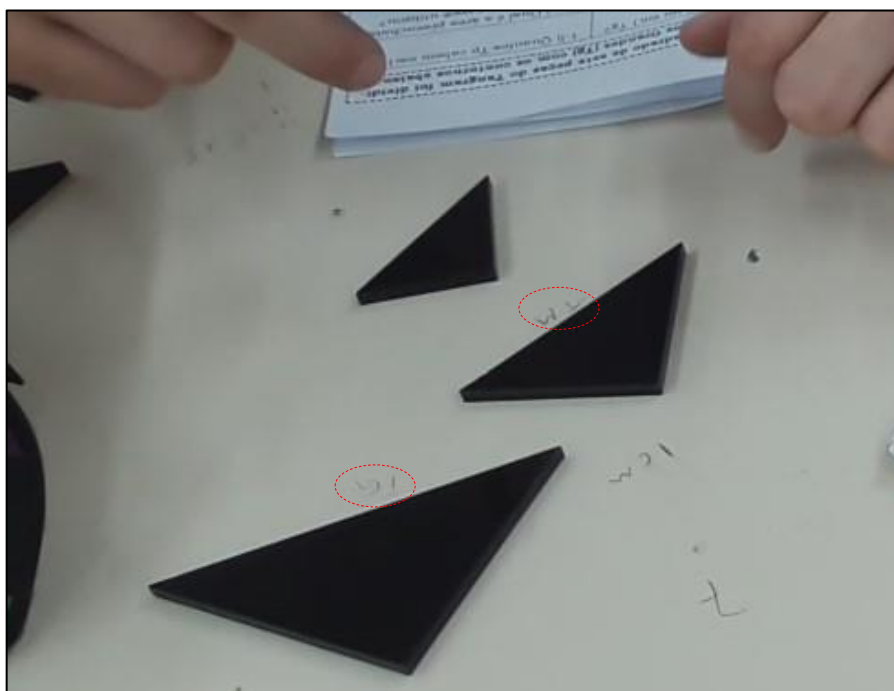
Considere que o quadrado de sete peças do Tangram foi dividido em 4 Triângulos Grandes (T_g) com os contornos abaixo.	
1-k) Quantos T_m cabem em 1 T_g ?	1-l) Quantos T_p cabem em 1 T_g ?
1-m) Qual é a área preenchida pelos T_m que você utilizou?	1-n) Qual é a área preenchida pelos T_p que você utilizou?
1-o) Qual(is) outro(s) valor(es) pode(m) representar esta(s) área(s)?	
	

Fonte: produção própria.

Como estas atividades foram as últimas abordadas, a turma estava com um rendimento menor, devido ao tempo de aula. A compreensão do português escrito não foi realizada facilmente, os grupos tiveram muita dificuldade para entender a proposta destas atividades, principalmente Japapaty e Cris. Esse grupo tentou discutir o significado do enunciado, a partir da sinalização de cada uma das palavras na sequência em que estavam apresentadas, porém as estruturas do português e da Libras são muito diferentes. Percebemos que a leitura do português estava sendo realizada, mas sem sucesso na tradução.

A interpretação da língua portuguesa pode ser muito complexa para quem não a escuta, pois é uma língua cunhada pela oralidade, percebemos inclusive uma dificuldade intermitente com as siglas de cada peça. Nessa atividade, Cris retomou a todo momento a primeira folha da tarefa para verificar as siglas. Por sua vez, Japapaty elaborou uma alternativa interessante: escreveu as siglas em sua classe e deixava cada peça posicionada próxima à sua respectiva sigla (Figura 33)

Figura 33 – Japapaty com peças próximas a indicativos de siglas



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I1_C2_V7).

Para que Cris e Japapaty finalizassem a atividade foi necessário intervir no grupo, auxiliando a efetuar sobreposições das peças T_m e T_p na peça T_g . Cris havia feito sua atividade de modo equivocado, pois concluiu novamente o número total de T_p e T_m que formariam o quadrado unitário. Porém, ao observar as sobreposições de peças, rapidamente conseguiu estabelecer o raciocínio esperado.

Stifinhy, Camily e Gabi tiveram mais facilidade em efetuar as sobreposições de peças, no entanto, Stifinhy e Camily necessitaram uma retomada à estrutura da representação fracionária para determinar a área de quatro T_p e de dois T_m , assim como Cris e Japapaty. A turma estava mais habituada a representar números fracionários com numerador igual a um, tanto na Tarefa Exploratória quanto nas questões anteriores a **1-k**.

Neste bloco de atividades, houve a necessidade de representar um número racional com um numerador diferente de um, talvez esse fato tenha aberto margens a dúvidas. Gabi não teve dificuldades nesse sentido, quando questionada sobre a área definida por quatro peças T_p , só foi necessário revisar o número total deste tipo de peças que formaria o inteiro, assim a estudante respondeu rapidamente em alto som, pois oralizou: “*quatro dezesseis!*”.

Diante disso, entendemos que o objetivo da tarefa foi cumprido, pois com o desenvolvimento das atividades ocorreu a mobilização das representações fracionárias $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ e

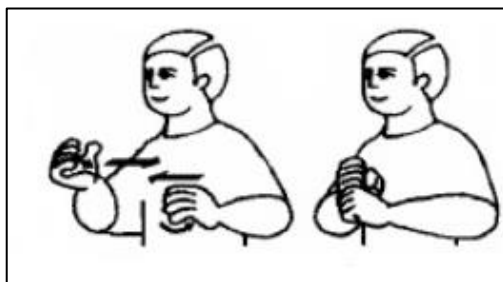
$\frac{1}{16}$, que representam respectivamente a área de Tg, Tm e Tp. As justificativas para a produção destas representações foram baseadas na relação parte-todo, na qual a turma fixava uma peça como a ‘escolhida’, ‘pintada’ (pela sobreposição no contorno do quadrado) no registro escrito, ou mesmo indicando uma unidade de cada peça analisada apontando com o dedo indicador. Na Libras a ação de apontar contempla a função linguística de referência, a qual inclusive é utilizada para enunciar pronomes do caso reto (eu, tu, ela, ele...).

A questão da equivalência de frações é abordada de forma incipiente na Tarefa 1, sendo seu desenvolvimento oportunizado com a Tarefa 2. Entretanto, foi possível constatar que as sobreposições de peças propiciaram estabelecer a congruência entre as áreas das figuras formadas por quatro Tp, dois Tm e um Tg, descritas na representação numérica, nessa ordem, por $\frac{4}{16} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, o que ainda evidencia a mobilização de representações fracionárias com o denominador diferente de 1. Camily, Cris e Stifinhy agregam nos protocolos da atividade **1-o** respostas com o registro da sigla da peça Tg e a representação numérica fracionária de sua área, destacando a percepção da relação pela comparação dos formatos produzidos pelas peças.

Japapaty concluiu esse resultado ao analisar a sobreposição de Tm em Tg na atividade **1-m**, assim, na atividade **1-o**, registrou em português “igual $\frac{1}{4}$ ” indicando que ambas organizações de peças coincidem com a área de Tg. Stifinhy registrou em **1-k** o número $\frac{1}{4}$, quando a estudante deveria expressar a quantidade de Tm utilizados para formar a figura de Tg, ou seja, duas peças. Contudo, Stifinhy já estava expressando a equivalência da área dessas duas peças com a área de Tg. Em **1-m** a estudante contou o total de divisões estabelecidas por Tm no todo, sem efetuar intervenções no papel, realizando assim uma operação mental para representar o total 8.

Para realizar todas as atividades, foi necessário questionar em vários momentos o quantitativo de divisões efetuadas no todo, para tanto houve igualmente a demanda de convencionar um sinal que envolvesse esse significado. Em uma busca na bibliografia (CAPOVILLA; RAPHAEL, 2008) concluímos que o sinal em Libras para a palavra ‘todo’ é o mesmo utilizado para a palavra ‘tudo’, que não tem uma relação tão próxima com o conceito matemático abordado. Posto isto, identificamos como alternativa o sinal da palavra ‘total’ (Figura 34).

Figura 34 – Sinal convencionado para designar o todo



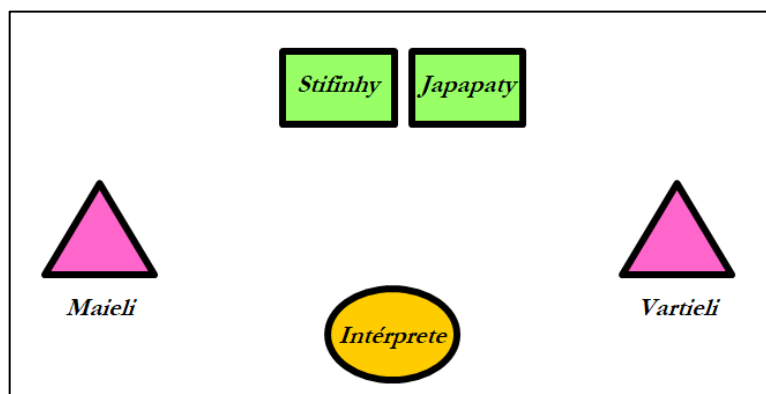
Fonte: CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Na acepção em português, proferida pelo dicionário ilustrado trilingue, o sinal de ‘total’ é descrito como “agrupamento das partes que compõem um todo. O todo” (CAPOVILLA; RAPHAEL, 2008, p. 1.263). Entendemos que o significado deste sinal vem de encontro com relação parte-todo abordada na Tarefa 1. Assim, o convencionamos com a turma, como forma de elucidar o número de partes em que o quadrado unitário estava sendo dividido.

5.2 TAREFA 2

A Tarefa 2 (Apêndice E) envolveu 5 atividades em sua composição, seu objetivo foi **mobilizar números racionais na representação fracionária, por meio da exploração de equivalências de áreas entre peças do tangram.** Para tanto, a tarefa considerou as duas peças cujas áreas não haviam sido determinadas, são elas o quadrado e o paralelogramo. Além disso, tivemos a pretensão de classificar representações numéricas como números racionais e foi desenvolvida na sala de aula usual da turma (Figura 35).

Figura 35 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 2



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 2.

As gravações em vídeo novamente foram registradas por duas câmeras, totalizando 56 minutos e 48 segundos na câmera 1 e 71 minutos e 59 segundo na câmera 2, os quais foram catalogados conforme os dados apresentados no Quadro 16.

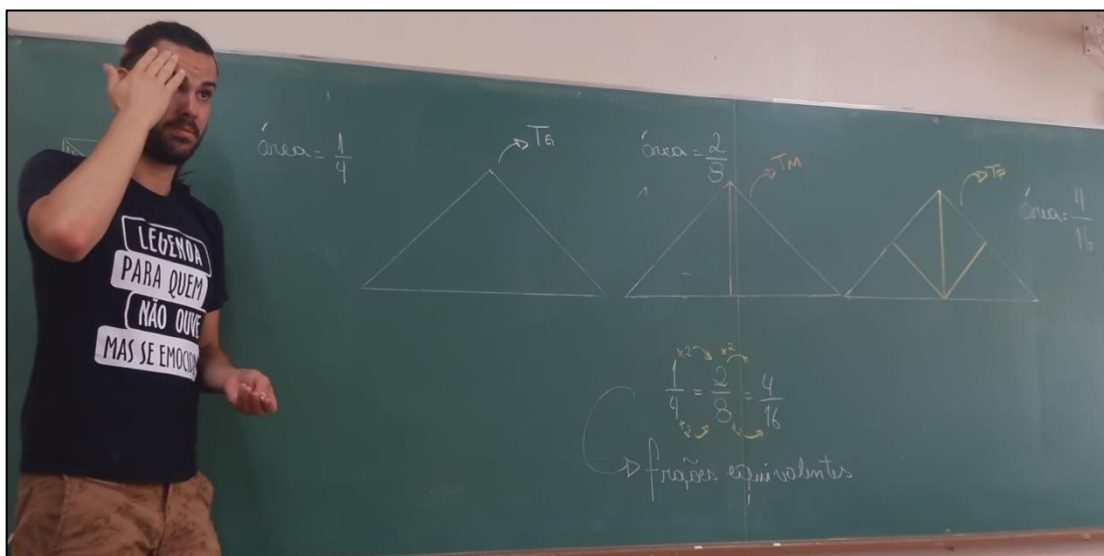
Quadro 16 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 2

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Maieli</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I2_C1_V1	21 min. 01 s.	Turma	Conteúdo: Equivalência de frações
I2_C1_V2	07 min. 21 s.	Turma	2-a
I2_C1_V3	07 min. 14 s.	Turma	2-a/2-b
I2_C1_V4	17 min. 32 s.	Turma	2-c, 2-d
I2_C1_V5	03 min. 40 s.	Turma	-
<i>Câmera 2</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I2_C2_V1	19 min. 01 s.	Pesquisadora	Conteúdo: Equivalência de frações
I2_C2_V2	01 min. 41 s.	Pesquisadora	Conteúdo: Equivalência de frações
I2_C2_V3	20 min. 01 s.	Turma	2-a, 2-b, 2-c
I2_C2_V4	00 min. 10 s.	Turma	2-c/2-d
I2_C2_V5	31 min. 06 s.	Turma/Pesquisadora	2-c, 2-d, 2-e

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

Para iniciar a intervenção, entendemos como necessária uma revisão relacionada à equivalência de representações fracionárias de números racionais, conceito/conteúdo que teve a abordagem instigada na Tarefa 1. Desta forma, exploramos representações icônicas da equivalência, por meio das peças do tangram (Figura 36), na qual é possível formar o contorno da peça Tg com a organização de duas peças Tm ou quatro peças Tp, pela congruência das figuras há igualdade nos valores de suas áreas. As peças Tg, Tm e Tp tiveram sua área definida na Tarefa 1, o que viabilizou a conclusão da relação numérica $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$.

Figura 36 – Equivalência analisada na representação icônica e numérica fracionária



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I2_C2_V1).

Nos fundamentamos no registro icônico das peças do tangram para promover esse resultado, pelo que Duval (2009) chama poder particular das figuras em geometria, que permite identificar a relação de equivalência na representação icônica, através de um tratamento figural de divisão do formato da peça Tg. Ao mobilizar as representações numéricas fracionárias e a relação de igualdade entre as mesmas, exploramos também a ideia numérica da equivalência.

Na representação icônica, é possível dividir uma figura em duas partes, ao considerar uma delas, pode-se instigar a mobilização fracionária do número um meio. Se dividirmos a mesma figura em quatro partes e considerarmos duas delas, gerando a representação dois quartos. A região considerada no todo não foi alterada, somente o número de divisões nele incididas, produzindo representações fracionárias equivalentes. Numericamente, essa equivalência pode ser estabelecida ao multiplicar ou dividir o denominador e o numerador por um mesmo número inteiro diferente de zero.

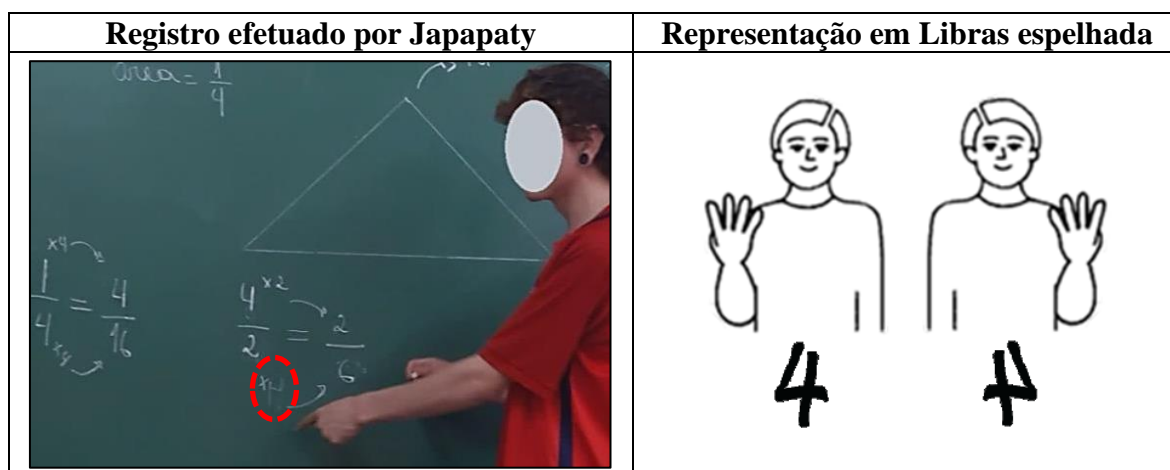
A ‘regra’ numérica para obtenção de frações equivalentes é baseada na propriedade multiplicativa do elemento identidade. Segundo regras de conformidade do sistema representacional fracionário, qualquer fração do tipo $\frac{a}{a}$; $a \in \mathbb{Z}^*$ pode ser entendida com valor igual a 1. Como o número a é arbitrário, pode-se escolher um valor inteiro não nulo, conveniente diante da proposta da atividade envolvida.

No momento da explicação, convidei Japapaty para ir até o quadro, pois o estudante estava com uma dúvida relacionada à possibilidade de multiplicar o denominador e o

numerador de uma fração com duas unidades numéricas diferentes, o que foi sanado rapidamente com o registro figural icônico sob a forma de circunferências, divididas a fim de representar os números $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{6}$. Japapaty afirmou lembrar que já havia estudado esse conceito/conteúdo com a figura da circunferência, mas não com figuras triangulares.

No entanto, algo nos surpreendeu, a representação simbólica numérica do número quatro foi escrita de maneira espelhada no quadro. Entendemos que esse fato talvez esteja correlacionado com a diferença linguística da representação numérica escrita e da representação na língua de sinais do número quatro. Na Libras, o sinal do número quatro pode ser efetuado tanto com a mão esquerda quanto com a direita (Figura 37), como a maioria dos sinais. A escrita espelhada pode ser avaliada de forma diferenciada em relação à utilizada por ouvintes, quando consideramos a perspectiva de pessoas que foram alfabetizadas em língua de sinais e a utilizam para toda comunicação.

Figura 37 – Representação espelhada do número quatro



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I2_C2_V1), adaptado de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Após esse momento introdutório, foi dado início a dinamização da Tarefa 2. Na atividade 2-a (Figura 38), buscamos abordar as peças P e Q pela sua relação com as peças Tp e Tm. Nesse sentido, a área de Tm pode ser analisada tanto a partir da divisão do todo em oito partes, gerando a representação numérica fracionária $\frac{1}{8}$, quanto pela sua decomposição com duas peças Tp, que dividem o todo em dezesseis partes, produzindo o resultado equivalente em forma fracionária $\frac{2}{16}$. Ademais, a atividade aborda a questão geométrica de que distintos polígonos podem possuir a mesma área.

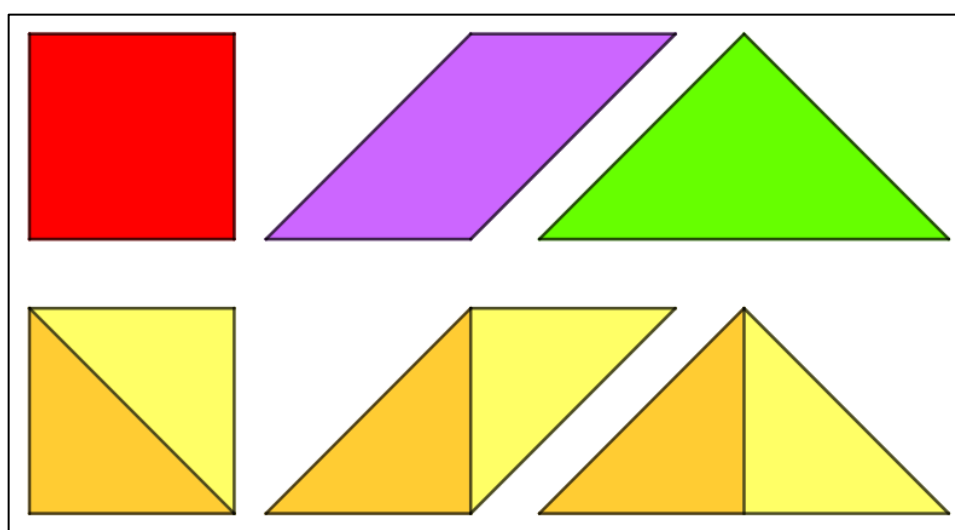
Quadro 38 – Atividade 2-a da Tarefa 2

<p>Considere 2 Triângulos Pequenos (Tp)!</p> <p>2-a) Quais peças do Tangram podem ser formadas usando 2 Tp? Desenhe as peças, escreva a sigla e indique os contornos de Tp.</p>
--

Fonte: produção própria.

Os direcionamentos supracitados podem ser abordados no recurso pela sobreposição, a qual possibilita constatar que duas peças Tp, organizadas com hipotenusas sejam justapostas, geram uma figura congruente à Q. Unindo os catetos das mesmas duas peças, de forma a manter suas hipotenusas paralelas, obtém-se a forma de P. Finalmente, a organização que justapõe dois catetos de Tp e mantém as hipotenusas perpendiculares produz o formato da peça Tm (Figura 39).

Quadro 39 – Peças Q, P e Tm do tangram reproduzidas com duas peças Tp



Fonte: produção própria.

No desenvolvimento da atividade 2-a, o grupo teve dificuldades para entender a proposta do enunciado. Assim, explicamos em Libras que a atividade requeria a composição do formato de outras peças do tangram utilizando duas Tp. Stifinhy selecionou no material a peça P, como a estudante ainda não havia compreendido a ação a ser feita a pesquisadora Tainara sobrepôs na peça as duas peças Tp. Stifinhy pega em suas mãos a peça com a sobreposição e se mostra impressionada. Logo após, a pesquisadora aponta para peça Tg do material e sinaliza “*pode?*”. Stifinhy, girando e justapondo as peças Tp, verificou que Tg não

poderia ser construída com apenas duas dessas e repete o processo para as demais peças do tangram.

Japapaty organizou de imediato as duas peças Tp no formato de Q, porém afirmou que não era possível compor mais nenhuma forma. Solicitei ao estudante que sobrepusesse as peças Tp em Tm, mas pela posição alocada não foi possível estabelecer nenhuma conclusão. Após estabelecer algumas rotações das peças Tp, Japapaty formou uma figura congruente à Tm e por último conseguiu estabelecer a comparação para o paralelogramo.

A partir disso, direcionamentos, a atividade **2-b** (Figura 40) tem o intuito de determinar as áreas das peças P e Q. Nesse viés, destacamos dois caminhos possíveis no material, um que utiliza a peça Tp para estabelecer uma comparação com a área de Tm, o que torna possível indicar uma congruência, e o segundo possibilitado pela soma das áreas de Tp.

Figura 40 – Atividade **2-b** da Tarefa 2

Considere que a área de 1 Triângulo Pequeno(Tp) é $\frac{1}{16}$ u.a.

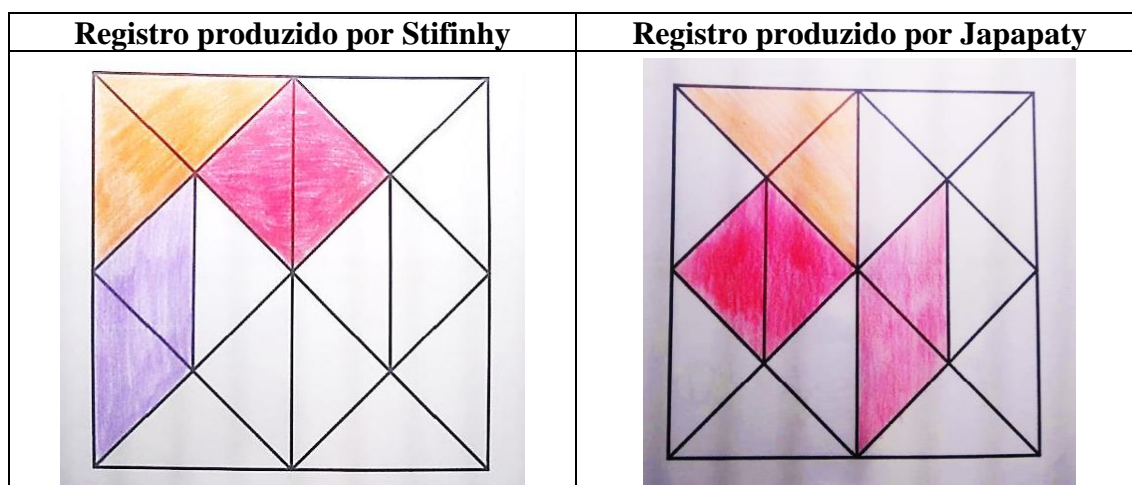
2-b) No quadrado abaixo pinte 1 Tm, 1 P e 1 Q.
Preencha a tabela determinando o valor de cada área.

Peça	Tm	P	Q
Área (u.a.)			

Fonte: produção própria.

Para permitir a conclusão de ambas linhas de raciocínio e envolver o princípio de conservação de área, que promove vistas à relação equivalência fracionária, dispomos uma tabela que requisita a área de Tm e uma representação icônica do quadrado unitário dividido nos dezesseis Tp do material. Para realizar a atividade, o grupo deveria pintar sobre a representação fornecida a forma das peças Tm, P e Q (Figura 41)

Figura 41 – Resolução da atividade 2-b



Fonte: protocolos da Tarefa 2.

Os enunciados da atividade foram traduzidos pelas pesquisadoras, com a presença da intérprete que acompanhou o processo. Como Japapaty e Stifinhy realizaram seu desenvolvimento em tempos distintos, transcrevemos a seguir o texto que cada estudante teve acesso pela Libras.

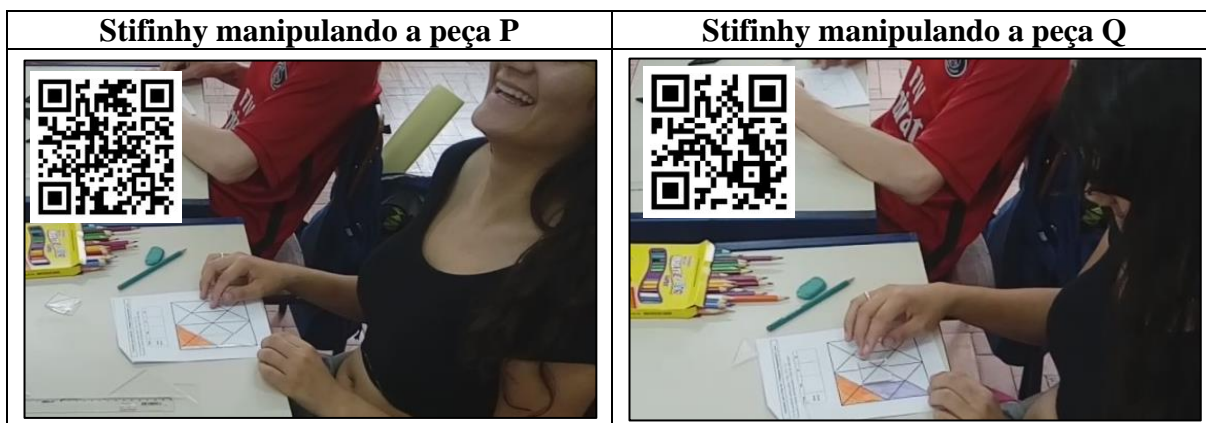
Efetuei a tradução para Japapaty, sendo: “*Use o quadrado [apontando para a figura na folha] para pintar 1 Tm, 1 P e 1 Q, observe a figura procurando, quando encontrar, pinte. Entendeu?*”. A pesquisadora Tainara efetuou a tradução para Stifinhy: “*Nessa figura [apontando para o quadrado] pinte 1 Tm [indicando com a peça na mão], [após a estudante pintar Tm] agora pinte 1 P [indicando a sigla na folha da tarefa e com a configuração de mão em P], [após a estudante pintar P] agora Q [indicando a sigla na folha da tarefa e com a configuração de mão em Q]*”.

Stifinhy, ao receber a peça Tm da pesquisadora, identificou de imediato seu contorno na figura fornecida na folha. Para a peça P, Tainara indicou o registro escrito em português e a estudante ajustou sua mão com a configuração em P, que também foi reproduzida pela pesquisadora. Stifinhy rapidamente apontou para a peça, questionando se teria selecionada a certa. Após a confirmação, a estudante alocou-a na figura e a partir de uma rotação localizou um contorno possível para representá-la.

A mesma lógica foi utilizada pela estudante para localizar a peça Q, a pesquisadora e a intérprete apontaram na folha a sigla da peça e organizaram suas mãos com configuração em Q, a estudante localizou a peça e colocou-a sobre o desenho, com a cabeça indicando que não seria possível. Stifinhy estava com o quadrado posicionado de forma usual, ou seja, com os lados paralelos à borda da folha. Após mobilizar, com auxílio do recurso manipulável, um

tratamento figural pela modificação posicional da peça Q, que foi rotacionada em 90° (Figura 42), a estudante localizou um contorno para o quadrado. Em seguida trasladou a peça para cima localizando um segundo contorno possível, o qual foi escolhido para ser pintado.

Figura 42 – Stifinhy alocando as peças P e Q na atividade 2-b



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I2_C1_V3).

Nesse processo, Stifinhy em um primeiro momento se equivocou, para determinar a área de T_m acreditamos que a estudante tenha considerado todas as partes pintadas na figura, respectivas as peças T_m , P e Q. A intérprete sinalizou que somente a parte pintada, correspondente a forma da peça T_m , deveria ser considerada e a pesquisadora Tainara lembrou a estudante que o total de T_p deveria ser analisado. Após isso, Stifinhy contou o número de partições na figura e sinalizou a representação fracionária $\frac{2}{16}$. Para as outras peças (P e Q), sinalizou que a área seria igual.

Japapaty realizou sua resolução de maneira análoga, tanto para identificar as figuras das peças no desenho fornecido quanto para determinar suas áreas. Cabe destacar uma pequena diferença no processo, para determinar as áreas de T_m , P e Q o estudante utilizou a peça sobreposta, ou sua composição com dois T_p , sobre o contorno pintado para identificar sua área, o que evitou o pequeno equívoco inicial cometido por Stifinhy.

A atividade seguinte, 2-c, tem o intuito de organizar todas as áreas das peças de modo a facilitar análises, pela sua escrita em um único quadro, que permite comparações visuais relacionada à estrutura das unidades numéricas, as quais devem ser classificadas em algum dos conjuntos na atividade 2-d. A última atividade da tarefa (2-e) solicita exemplos, em pelo menos duas representações distintas, de outros números do mesmo conjunto, isto é, de outros números racionais (Figura 43).

Figura 43 – Atividades 2-c, 2-d, 2-e da Tarefa 2

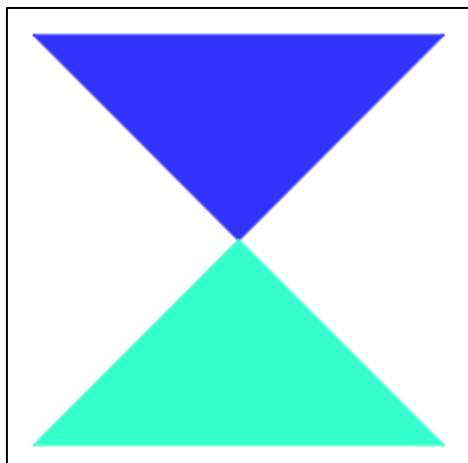
Vamos retomar algumas informações que já obtivemos...					
2-c) Escreva o valor da área de cada peça do Tangram:					
Peça	Tp	Tm	P	Q	Tg
Área (u.a.)					
2-d) Qual o nome do conjunto numérico que contém os valores das áreas de cada peça do Tangram? Por quê?					
2-e) Escreva 3 outros números pertencente a esse conjunto numérico. Utilize pelo menos 2 representações distintas:					

Fonte: produção própria.

Para relembrar a área de Tg, apenas sinalizamos o quadrado dividido em quatro triângulos congruentes para Stifinhy. Já para a peça Tm foi necessário o auxílio de um registro figural icônico do quadrado unitário, dividido em oito triângulos congruentes. Para as peças Tm e Q retomamos a atividade 2-b. Stifinhy não teve dificuldades para lembrar da área de Tp, talvez pelo seu uso para determinar as áreas de Tm e Q.

Para Japapaty o processo foi similar, o estudante indicou primeiramente a área de Tp, após isso, Stifinhy o ajudou a relembrar a área de Tm, indicando quantas destas peças formam o todo. Para P e Q houve igualmente o recurso à atividade 2-b. Finalmente, para retomar a área de Tg, o estudante indicou o valor numérico em representação fracionária após construir com o material a forma ilustrada na Figura 44, que lhe foi mostrada por Cris durante o desenvolvimento da Tarefa 1. Esse fato revela o recurso às formas de memória especificamente visuais, enfatizadas por ei (1998).

Figura 44 – Peças Tg do tangram conforme a organização de Japapaty



Fonte: produção própria.

Para desenvolver a atividade **2-d**, relembramos o nome de cada conjunto numérico, fazendo sua datilografia aliada a escrita em português, bem como de suas respectivas representações simbólicas: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} e \mathbb{R} . Ainda consolidamos representações geométricas, para exemplificar unidades pertencentes a cada conjunto, pela identificação destes elementos como pontos em um segmento de reta, no intuito de explorar distintos registros.

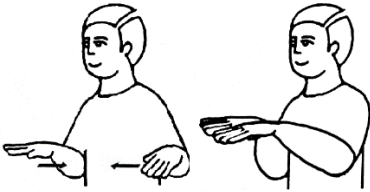
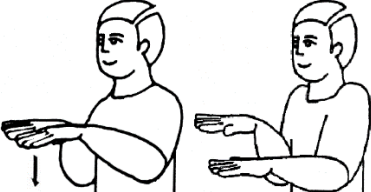
O grupo indicou o símbolo do conjunto dos números racionais em sua resposta, porém não estabeleceram justificativas. A explicação efetuada envolveu diversas representações, mas deixou a desejar quanto aos três tipos e representações numéricas de números racionais. Talvez o conceito de número racional ainda não estivesse institucionalizado.

A análise da atividade **2-e** pode reforçar essa ideia, uma vez que Stifinhy apenas mobilizou o número $\frac{2}{16}$, já escrito anteriormente. Já Japapaty, mobilizou três números sob a forma fracionária, apesar do enunciado solicitar o uso mínimo de dois sistemas representacionais. Todavia, a atividade **2-e** requisitou esta mobilização como forma de verificar se o grupo de estudantes reconheceria representações decimais, ou talvez percentuais, de números racionais.

Pelo adiantado da hora, optamos por não iniciar, nesse momento, explicações complementares relacionadas à representação fracionária, decimal e percentual, assim como às noções sobre conjuntos numéricos. Entendemos que o objetivo da atividade foi atingido, pois a dupla de estudante presentes foi capaz de identificar todas as representações fracionárias produzidas por meio de peças do tangram com áreas idênticas. Ademais, a ideia de equivalência de frações foi consolidada de maneira efetiva, pois o grupo relacionou a área $\frac{1}{8}$ de T_m com o valor $\frac{2}{16}$ produzido na atividade **2-b**.

Na intervenção, estabelecemos a produção de um sinal convencionado com o grupo de estudantes para a designar a relação de equivalência de números racionais na representação fracionária. Como não identificamos nenhum sinal na bibliografia, optamos por consultar a intérprete a fim de estabelecer uma designação em língua de sinais para a relação. O sinal promovido pela TILS foi bem aceito pela turma, tanto é que Japapaty inclusive sugeriu uma variação do mesmo para designar representações fracionárias que não são equivalentes. A referida variação é a exposta na Figura 45, junto com o sinal relacionado à equivalência, e foi adota no decorrer das intervenções.

Figura 45 – Sinais relacionados à equivalência de representações fracionárias

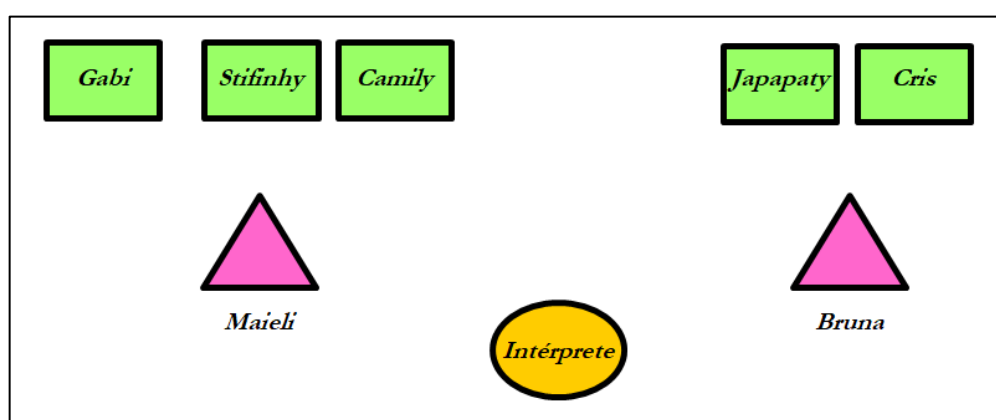
Fração equivalente	
Fração não equivalente	

Fonte: produção própria, imagens extraídas de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

5.3 TAREFA 3

A Tarefa 3 (Apêndice F), composta por 6 atividades, teve o objetivo de **mobilizar números racionais no registro figural, nas representações geométrica e icônica, com ênfase na reta numérica**. A tarefa visa representar valores numéricos de áreas, produzidos a partir de figuras organizadas com as peças do tangram, em segmentos de reta. A intervenção também foi realizada na sala de aula regular da turma (Figura 46).

Figura 46 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 3



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 3.

As filmagens realizadas renderam 72 minutos e 58 segundos gravados pela câmera 1 e 71 minutos e 05 segundos pela câmera 2, que foram registrados respectivamente em oito e nove arquivos de vídeo (Quadro 17).

Quadro 17 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 3

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Maieli</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I3_C1_V1	00 min. 32 s.	Turma	Revisão: Área de cada peça
I3_C1_V2	00 min. 49 s.	Turma	Revisão: Área de cada peça
I3_C1_V3	00 min. 49 s.	Turma	Revisão: Área de cada peça
I3_C1_V4	22 min. 24 s.	Turma/Pesquisadoras	Revisão: Área de cada peça, 3-a
I3_C1_V5	08 min. 08 s.	Turma/Pesquisadoras	3-a
I3_C1_V6	08 min. 39 s.	Turma/ Um grupo	3-b
I3_C1_V7	11 min. 42 s.	Um grupo	3-c, 3-d
I3_C1_V8	21 min. 15 s.	Um grupo	3-e, 3-f
<i>Câmera 2</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I3_C2_V1	25 min. 31 s.	Pesquisadoras	Revisão: Área de cada peça
I3_C2_V2	01 min. 40 s.	Um grupo	3-a
I3_C2_V3	11 min. 31 s.	Um grupo/Pesquisadoras	3-b, Equivalência de frações
I3_C2_V4	06 min. 27 s.	Um grupo	3-b
I3_C2_V5	02 min. 16 s.	Um grupo	3-c
I3_C2_V6	02 min. 30 s.	Um grupo	3-d
I3_C2_V7	01 min. 14 s.	Um grupo	3-d
I3_C2_V8	00 min. 22 s.	Um grupo	3-d
I3_C2_V9	21 min. 34 s.	Pesquisadora/Um grupo	3-e, 3-f

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

Nessa intervenção sentimos a necessidade de retomar algumas conclusões obtidas até o momento para a dinamização da tarefa, o que foi motivado principalmente pela ausência de três estudantes na intervenção anterior. Para tanto, disponibilizamos à turma os protocolos com as atividades da Tarefa 1 e 2. Ao primeiro momento retomamos a área de cada peça, registramos no quadro de giz representações icônicas de seus formatos. As áreas dos triângulos foram informadas pelos estudantes, que observaram seus registros nos protocolos.

Quanto as áreas das peças P e Q, para resgatar seus valores numéricos houve a necessidade de utilizar uma representação figural do quadrado unitário, dividido em dezesseis T_p , o que permitiu resgatar a conclusão de que as peças P e Q podem ser formadas por duas peças T_p . Após isso, a turma contou o total de divisões no todo e identificou a representação numérica fracionária correspondente a área dessas peças.

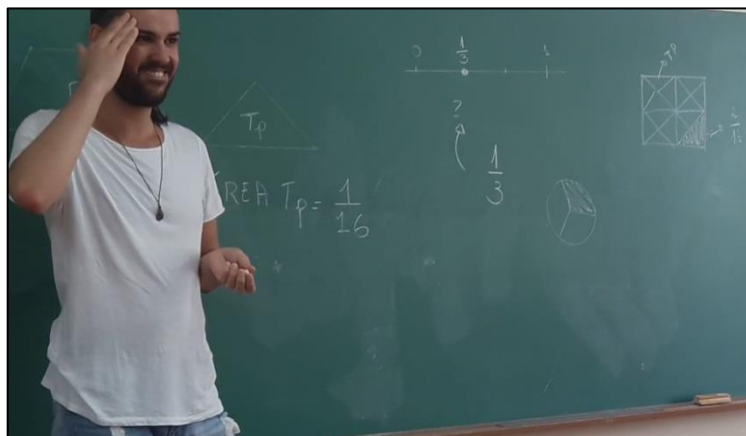
Esse direcionamento pode facilitar a percepção da relação parte-todo no material, Cris, Camily e Gabi não estavam entendendo bem a proposta por razão de suas ausências na intervenção anterior. Contudo, a representação icônica, aliada a manipulação do material pela

sobreposição de peças, atuaram de modo a resgatar as ideias centrais da Tarefa 2, necessárias para desenvolver as atividades da Tarefa 3.

A identificação de números racionais, como pontos em um segmento de reta, promoveu a representação geométrica abordada nesta tarefa. Antes de realizar as atividades propostas, discutimos com a turma a localização do ponto correspondente à representação numérica racional $\frac{1}{3}$, que foi mobilizada a partir de uma representação figural sob formato circular, dividido em três partes iguais.

Por esse viés, o grupo de estudantes estabeleceu relações entre o sentido do denominador e numerador analisados na figura bidimensional, respectivamente como o quantitativo de divisões do todo e o número de partes consideradas, para estabelecer partições no segmento e localizar o ponto correspondente (Figura 47).

Figura 47 – Identificação do número $\frac{1}{3}$ em um segmento de reta



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I3_C2_V1).

A turma já havia efetuado o registro do todo, na forma figural em duas dimensões, dividido em distintas quantidades de partições equivalentes. Para realizar as divisões na representação geométrica foi efetuado um processo que envolveu a desconstrução dimensional, pois o segmento de reta é unidimensional e, mais ainda, a atividade requer a identificação de um ponto, cuja dimensão é zero (0D).


Neste primeiro momento, Japapaty indicou que não realizaria as atividades neste dia e que participaria da nossa dinâmica somente na próxima semana. O estudante teve alguns problemas pessoais antes do início da nossa intervenção, assim respeitamos sua escolha. Durante a intervenção Japapaty não realizou nenhuma atividade, mas permaneceu na sala de aula durante todo o desenvolvimento da tarefa.

Na atividade **3-a**, a mobilização de representações geométricas dos números racionais relacionados às áreas das peças do tangram foi requisitada, o que justifica nossa revisão inicial. Destarte, a atividade agregou a representação de um segmento de reta com a unidade definida, ou seja, com a distância de 0 até 1 marcada. A atividade **3-b** tem o intuito de iniciar uma abordagem relacionada à questão da densidade no conjunto dos números racionais, buscando a mobilização de outras unidades racionais, além das já representadas no segmento de reta (Figura 48).

Figura 48 – Atividades **3-a**, **3-b** da Tarefa 3

Para realizar esta tarefa lembre os valores das áreas de Tp, Tm, Tg, P e Q determinadas na atividade 2-c.

3-a) Indique os valores das áreas de cada peça do Tangram no segmento de reta abaixo.



3-b) Existem outros valores racionais (\mathbb{Q}) que podem ser marcados neste segmento? Se **sim**, escreva 2 exemplos:

Fonte: produção própria.

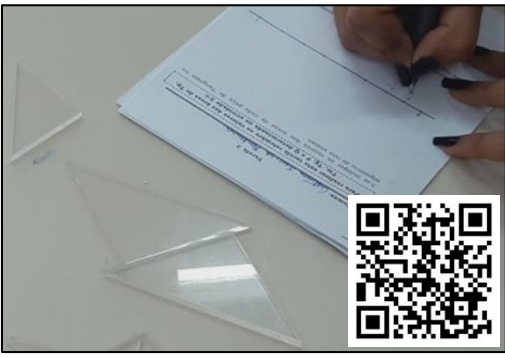

No desenvolvimento da atividade **3-a**, solicitamos à turma que identificassem as áreas das peças como pontos no segmento de reta. Cris estava com algumas dúvidas e questionou sobre a possibilidade de marcar o número $\frac{1}{4}$. Para responder essa indagação, perguntei à estudante se era possível dividir o segmento em quatro partes, considerando o intervalo de zero até a um. Nesse momento, a estudante se reportou ao segmento de reta e estabeleceu a identificação de pontos médios, que permitiram a divisão solicitada.

Após efetuar o tratamento figural, Cris contou o número de divisões produzidas no segmento e sinalizou o número quatro. Indiquei a ela que o número obtido correspondia ao ‘total’, utilizando o sinal em Libras convencionado como ‘todo’ na Tarefa 1. Com isso, a estudante localizou imediatamente o ponto no segmento. Para identificar as representações geométricas das áreas de Tm, Tp, P e Q Cris não precisou de auxílio, realizando sozinha o restante da atividade. A cada marcação a estudante efetuou uma série de divisões do segmento, sempre contando o quantitativo total para depois analisar o número de partes consideradas.

Cabe destacar um fato interessante, ao identificar o ponto correspondente à $\frac{2}{16}$ Cris percebeu que ocuparia a mesma marcação utilizada pelo $\frac{1}{8}$, o que abre vistas para identificar a relação de equivalência entre as duas representações pelas características do sistema

representativo geométrico, no qual ambos os valores determinam o mesmo ponto no segmento de reta. Com isso, a estudante passou a tentar organizar as duas representações numéricas fracionárias próximas ao ponto, como a representação $\frac{2}{16}$ é alusiva as peças P e Q do tangram, Cris a registrou duas vezes (Figura 49).

Figura 49 – Resolução da atividade **3-a** por Cris

<p>Identificação de $\frac{1}{8}$</p>	
<p>Protocolo</p>	

Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I3_C2_V1), protocolos da Tarefa 3.

No outro grupo, a lógica para identificação dos pontos segue a mesma perspectiva, porém foi necessária uma assistência maior, na qual a pesquisadora Tainara foi ao quadro de giz consolidar uma das representações de forma conjunta com o grupo. Segundo o registro nos protocolos da atividade, todas as estudantes conseguiram estabelecer as demais representações. Apenas Gabi não representou um dos números no segmento, sendo $\frac{2}{16}$.

Para responder a atividade **3-b** revisamos a ideia de equivalência fracionária, utilizando a representação numérica de duas frações equivalentes e seus registros figurais em representação icônica. Além disso, retomamos o símbolo matemático, o sinal, a escrita do nome em português e os critérios de inclusão de elementos do conjunto dos números racionais, indicando inclusive a representação decimal, que até o momento não havia sido mobilizada nas tarefas.

Nessa atividade, Cris criou dois exemplos, a partir de divisões efetuadas no segmento de reta, mas o procedimento não foi marcado no papel, a estudante evidenciou a atividade mental que divide o segmento, respectivamente, em cinco e em três partes. Esse processo foi

indicado por Cris através de sinais, quando contou este número sobre o segmento de reta, sem estabelecer marcações.

Camilly não teve muitas dificuldades para mobilizar os dois valores racionais requisitados na atividade, já Gabi e Stifinhy se mostraram resistentes para registrar respostas. Após a pesquisadora Tainara informar para Gabi que ela poderia escolher os números que seriam exemplos, a estudante registrou cinco valores distintos em representação numérica fracionária. Stifinhy mobilizou os valores $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{8}$, sendo que esse último já estava marcado no segmento em **3-a** (Figura 50).

Figura 50 – Resolução da atividade **3-b**

<p>Protocolo de Cris</p>	<p>3-b) Existem outros valores racionais (\mathbb{Q}) que podem ser marcados neste segmento? Se sim, escreva 2 exemplos:</p> $\frac{2}{5} \quad \frac{1}{3}$
<p>Protocolo de Gabi</p>	<p>3-b) Existem outros valores racionais (\mathbb{Q}) que podem ser marcados neste segmento? Se sim, escreva 2 exemplos:</p> $\frac{1}{9} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{10}$ $\frac{2}{6} \quad \frac{1}{3}$

Fonte: protocolos da Tarefa 3.

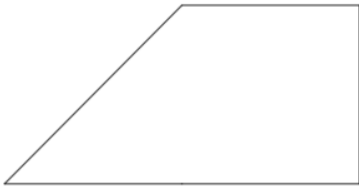
As atividades **3-c** e **3-d** (Figura 51) propuseram respectivamente, construir uma figura geométrica, com área correspondente a um valor racional não mobilizado até o momento, bem como determinar a representação icônica da figura e a representação numérica de sua área. Cris foi a primeira estudante a conseguir realizar a construção e Gabi a segunda. Ambas não tiveram dificuldades no processo. Camilly e Stifinhy, apesar da demanda de mais tempo, também não apresentaram dificuldades.

Figura 51 – Atividades 3-c e 3-d da Tarefa 3

Agora vamos explorar outras áreas!

3-c) Preencha totalmente a Figura 1 com as peças do Tangram desenhando seus contornos.

Figura 1:

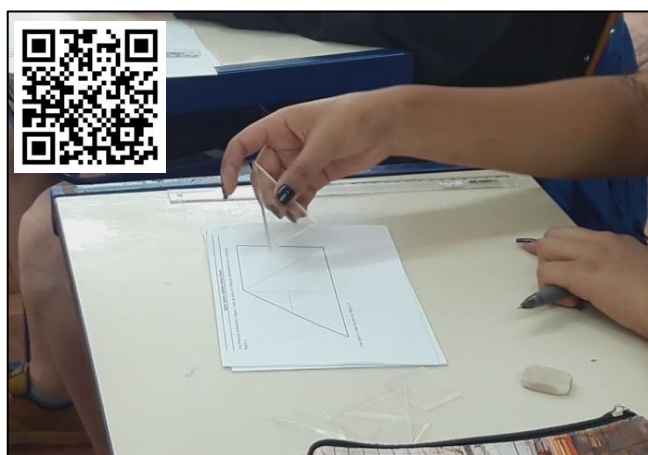


3-d) Qual é o valor da área da Figura 1?

Fonte: produção própria.

Para determinar a área da figura, todas as estudantes observaram que o desenho poderia ser reproduzido com três peças Tg. Como a área de cada uma dessas peças já havia sido retomada, as estudantes não tiveram grandes dificuldades para estabelecer a área da figura. Destacamos abaixo (Figura 52) o momento em que Cris identificou a possibilidade de construir a forma utilizando três peças Tg.

Figura 52 – Cris manipulando o tangram para resolver as atividades 3-c e 3-d



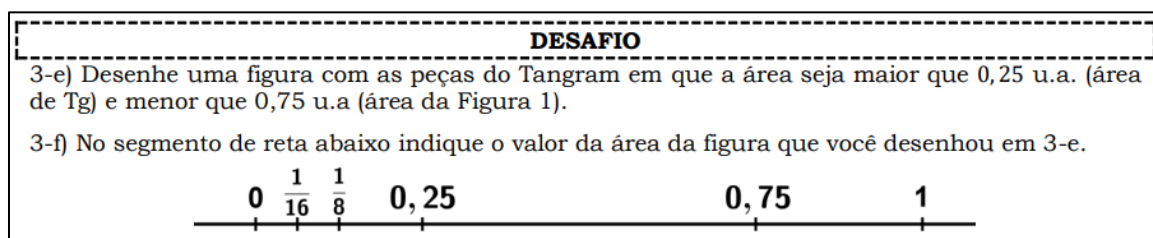
Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I3_C2_V1).

Para realizar as duas últimas atividades da Tarefa 3, estabelecemos junto ao quadro de giz uma abordagem sobre a conversão de representações fracionárias para a representação decimal. Nesse sentido, dispomos do algoritmo da divisão e alguns exemplos de números em forma fracionária. Para estabelecer os cálculos, a turma demonstrou dificuldades, assim, efetuamos a resolução de maneira conjunta, auxiliando as estudantes a compreender as regras do algoritmo da divisão.

Essa conversão é fundamental para desenvolver o conceito de número racional (DAMM, 1999; DUVAL, 2003), visto que ao observar a representação decimal de um número é possível identificá-lo imediatamente como racional ou não, pela análise de suas dízimas, que podem ser finitas ou infinitas, neste último caso sendo periódicas ou não periódicas.

A atividade **3-e** buscou a organização de uma figura com as peças do tangram, cuja área estivesse limitada ao intervalo entre 0,25 e 0,75. Já a atividade **3-f**, solicitou a representação geométrica do valor da área da figura criada, mobilizando representações fracionárias e decimais de forma conjunta (Figura 53).

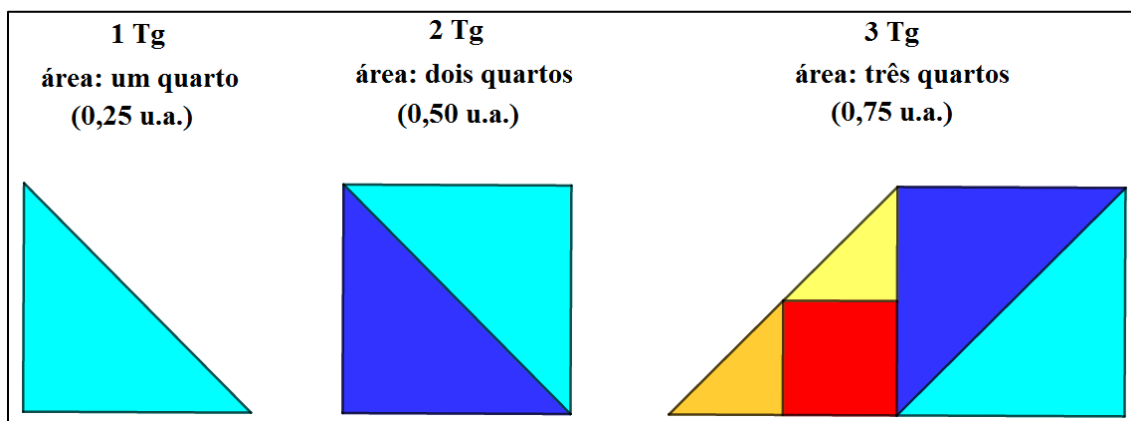
Figura 53 – Atividades **3-e** e **3-f** da Tarefa 3



Fonte: produção própria.

Todas as estudantes construíam uma figura com o formato de um quadrado, utilizando duas peças Tg para sua composição, portanto sua área corresponde ao valor numérico $\frac{2}{4}$. Acreditamos que esse fato tenha ocorrido pela referência das áreas da peça Tg e da figura construída em **3-c**, pois o quadrado construído tem área visualmente intermediária em relação a estas (Figura 54).

Figura 54 – Figuras organizadas no tangram com $\frac{1}{4}$ u.a., $\frac{2}{4}$ u.a. e $\frac{3}{4}$ u.a.



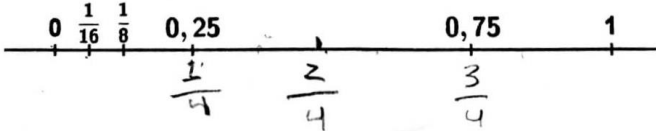
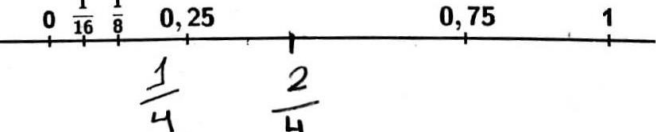
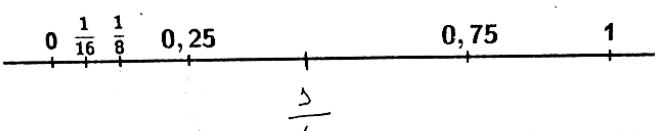
Fonte: produção própria.

Realizar essa tarefa com o tangram suscitou a conversão entre as representações numéricas do enunciado da atividade, que estavam sob as regras do sistema de representação decimal, e os valores em representação fracionária, das áreas das peças do tangram.

As estudantes organizaram suas figuras sem grandes dificuldades, de mesma forma indicaram o valor de sua área como um ponto no segmento de reta da atividade 3-f, na qual todas as representações mobilizadas foram fracionárias. Em um primeiro momento, as estudantes confundiram a posição do número $\frac{1}{4}$, que apesar de não ser solicitado foi identificado nos protocolos de Gabi, Stifinhy e Camily.

Camily e Stifinhy ainda identificaram a representação fracionária de $\frac{3}{4}$. Cris se equivocou no registro do valor da área da figura organizada, apesar de afirmar em Libras o valor correto ($\frac{2}{4}$), ao escrever na folha a estudante acaba utilizando a representação $\frac{1}{4}$ na posição destinada ao número 0,5 (Figura 55).

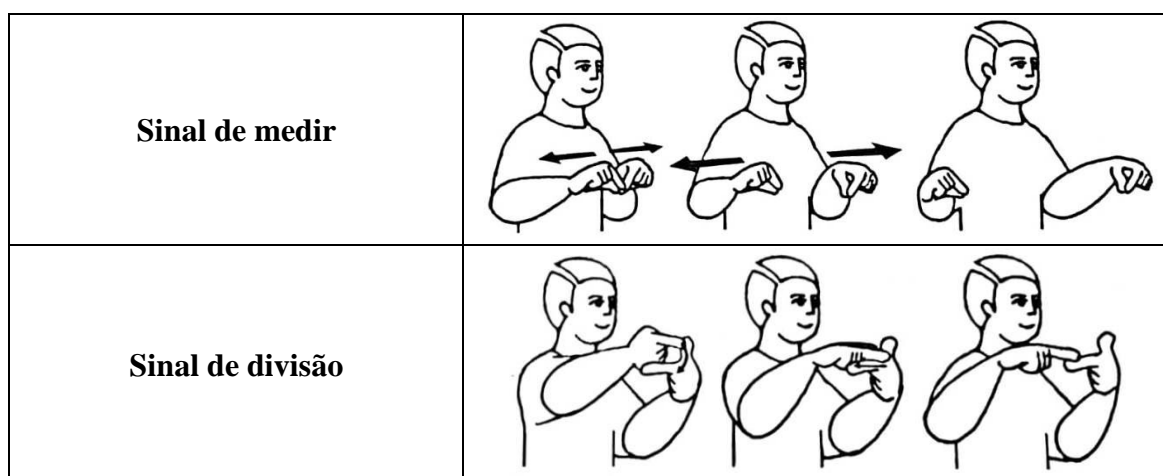
Figura 55 – Mobilização da representação geométrica de números racionais

Resolução de 3-f por Stifinhy	
Resolução de 3-f por Gabi	
Resolução de 3-f por Cris	

Fonte: protocolos da Tarefa 3.

Na Tarefa 3, dois sinais em Libras tomaram protagonismo durante a intervenção, relativos ao verbo ‘medir’, quando estabelecida a representação geométrica de números racionais, e à operação matemática de ‘divisão’, quando estudada a conversão de representações fracionárias para representações decimais, pelo o tratamento numérico. Os sinais identificados na bibliografia (Figura 56) foram reconhecidos pela turma e estudantes, assim não houve necessidade de convencená-los.

Figura 56 – Sinais de ‘medir’ e ‘divisão’ em Libras



Fonte: CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Entendemos que, novamente, o objetivo da atividade foi atingido, pois foi possível estabelecer divisões de um inteiro considerado em uma dimensão, evidenciando representações geométricas de números racionais condizentes, tanto no segmento de reta da atividade **3-a** como na atividade **3-f**. As estudantes também conseguiram estabelecer a organização de uma figura com as características descritas na atividade **3-e**, mobilizando desta forma números racionais pelo registro figural em representação icônica.

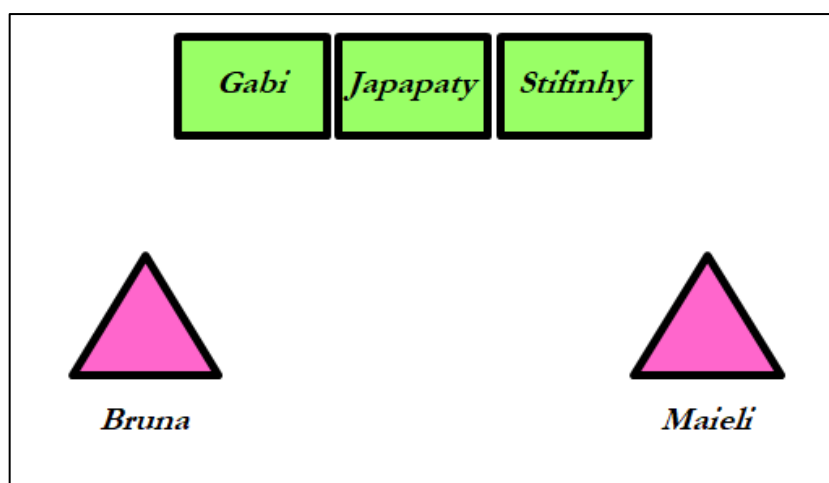
Com a dinamização da Tarefa 3, foi possível perceber que a conversão da representação fracionária para decimal foi compreendida pela turma. Mesmo assim, as estudantes demonstraram dificuldades com os procedimentos de cálculo da operação de divisão. A conversão inversa, da representação decimal para a fracionária, é uma tarefa que exige outros esforços cognitivos segundo Duval (2009). Com isso, optamos por buscar indícios desta conversão utilizando o registro figural, que pelo estímulo a atributos vinculados ao campo da percepção visual pode ser mais efetivo quando se trata da educação de pessoas surdas (SACKS, 1998).

Para tanto, estabelecemos na atividade **3-f** a representação geométrica de números racionais, aliando a referência numérica decimal para identificar dois pontos. Foi possível perceber que houve a conversão destas representações para a forma fracionária, sendo efetivada por meio do tratamento figural, pela divisão de um todo representado em uma dimensão.

5.4 TAREFA 4

A Tarefa 4 (Apêndice G) foi composta por 6 atividades, com o objetivo de **mobilizar números racionais nas representações fracionária, decimal e percentual, a partir de transformações de áreas de peças do tangram**. Nesta intervenção, o espaço da sala de aula regular da turma foi dedicado a uma mostra de produções culturais, as quais foram desenvolvidas por estudantes da EEEEFRC. Por essa razão, realizamos as atividades de nosso encontro no laboratório de matemática, conforme a organização a seguir (Figura 57).

Figura 57 – Espelho do laboratório de matemática na dinamização da Tarefa 4



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 4.

Ainda cabe destacar que a intérprete que colaborou com a pesquisa não pode se fazer presente neste dia, devido a outras atividades da instituição. Como já havíamos estabelecido mais proximidade com a turma efetuamos as traduções dos enunciados para língua de sinais. As gravações em vídeo foram realizadas com duas câmeras, registrando 61 minutos e 21 segundos em uma delas e 60 minutos e 08 segundos na outra, gerando quatro arquivos em ambas, conforme consta no Quadro 18.

Quadro 18 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 4

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Maieli</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I4_C1_V1	15 min. 42 s.	Grupo	4-a
I4_C1_V2	15 min. 09 s.	Grupo	4-b, 4-c, 4-e
I4_C1_V3	10 min. 55 s.	Grupo	4-d, 4-e
I4_C1_V4	20 min. 15 s.	Grupo	4-f
<i>Câmera 2</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I4_C2_V1	06 min. 42 s.	Pesquisadoras	Conteúdo: representação percentual de números racionais
I4_C2_V2	23 min. 14 s.	Grupo	4-a
I4_C2_V3	01 min. 34 s.	Pesquisadora	-
I4_C2_V4	29 min. 18 s.	Pesquisadoras	4-b, 4-c, 4-d, 4-e, 4-f

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

Para desenvolver a Tarefa 4, inicialmente escrevemos a lousa a representação numérica percentual 50%, a fim de entender se a turma de estudantes a reconhecia, bem como se haviam agregado a ela algum significado. Japapaty, imediatamente sinalizou “*porcentagem caro*”. Em seguida, o estudante complementa seu discurso indicando que porcentagem é quando “*paga caro e tem desconto no valor, por exemplo, diminuiu 20 reais, isso é porcentagem*”. Para Stifinhy, a porcentagem também estava ligada com situações financeiras, a estudante indicou que “*se está caro é porque subiu porcentagem*”. Gabi corrobora com o grupo e relacionou a situação a uma venda, afirmando que 50% é como 50 reais (Figura 58).

Figura 58 – Acepções de 50% proferidas pelo grupo



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I4_C1_V1).

Não percebemos, neste momento, indícios de uma compreensão tão aprofundada sobre este conceito/conteúdo matemático. Japapaty associou a representação a um desconto, mas não indicou que 50% se refere a metade do valor. Stifinhy também não revelou essa ideia ao associar a representação com um acréscimo no preço. Gabi relacionou a representação estritamente com 50 reais, provavelmente pelo número nela contida, o que não é de toda verdade. Por mais que o grupo tenha consolidado acepções a partir do registro simbólico “%”, geralmente muito visto em panfletos comerciais, talvez não tenham institucionalizado a representação frente à ideia conceitual de número racional.

Posto isso, buscamos interpretar o “todo” como um total percentual de 100. Para efetivar essa abordagem, nos valem de representações icônicas retangulares, indicando este total e sua redução pela metade. Ao reduzir a forma retangular ao meio, estabelecemos uma relação com a representação fracionária $\frac{1}{2}$, com vistas a propiciar a atividade cognitiva de conversão por meio do tratamento figural. Enfatizar essa relação figural, com a representação fracionária, permitiu que o grupo concluísse que o total 100 foi reduzido para sua ‘metade’ 50, assim sendo 50%.


Para estabelecer a mobilização de outra representação percentual, dividimos o retângulo em quatro partes idênticas. Ao observar as divisões, Stifinhy sinalizou a representação fracionária $\frac{1}{4}$ e, logo depois, indicou que cada divisão corresponde ao número 25, permitindo a mobilização da representação numérica 25%. Como representações icônicas já haviam sido exploradas, no intuito de produzir representações fracionárias, elas auxiliaram a produção de representações percentuais quando o todo foi interpretado como 100%, sendo uma alternativa para relacionar duas representações distintas de número racionais.

Como a turma demonstrou facilidade, tanto para produzir quanto para relacionar, as representações percentuais, iniciamos o desenvolvimento da atividade **4-a** (Figura 59), que teve intuito de estabelecer, por meio das peças do tangram, reduções de figuras quadradas em sua metade, ou em 50% como proposto nos enunciados. Com as peças resultantes do processo, a atividade requisita ainda a organização de uma nova figura quadrada, sendo seu contorno fornecido como registro de partida na ficha da tarefa.

Figura 59 – Atividade 4-a da Tarefa 4

Considere que o quadrado de sete peças do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

4-a) Forme um quadrado que tenha 50% da área do quadrado de sete peças.
Desenhe abaixo o quadrado construído indicando os contornos das peças utilizadas:



Fonte: produção própria.

Ao observar a atividade, Gabi rapidamente juntou as duas peças Tg do material e as colocou sobre o contorno fornecido, estabelecendo uma resposta para a atividade. Conquanto, não entendemos se o raciocínio esperado foi explanado neste momento. A partir daí, solicitamos à turma que construíssem um quadrado com as sete peças do tangram, o que dependeu de alguns minutos da aula. Gabi foi a primeira a finalizar a organização, ao ver sua figura sobre a classe, indica lembrar que já a tinha construído nas tarefas anteriores.

Após toda a turma construir o quadrado de sete peças, estabelecemos a tradução e interpretação do enunciado, que foi complementada por Gabi: “*É metade? Cortar um bolo, separar metade dele. Igual dividir! Dividir o total*”. Japapaty não recordou que o total referenciado foi o quadrado de sete peças, assim selecionou Tm em seu material e perguntou se a resposta seria a metade daquela peça. Nesse momento, aponte para o quadrado que o organizado em sua classe, ao observar a forma, Japapaty retirou as duas peças Tg do material e as organizou como um quadrado.

Stifinhy desenvolveu o mesmo processo, com uma diferença, após juntar as duas peças Tg sobre o contorno fornecido, as tirou da folha, e estabeleceu o segmento diagonal na figura com auxílio de uma régua. O uso da régua foi destacado também por Gabi, que antes de realizar a atividade, questionou novamente “*É pra cortar metade?*”, ao confirmarmos seu raciocínio, a estudante efetuou o tratamento figural de maneira análoga. Japapaty foi o único que utilizou a forma das peças para efetuar o contorno nessa atividade.

A seguir, a atividade 4-b (Figura 60) abordou a representação fracionária e decimal da área da figura elaborada em 4-a. Nesse sentido, a folha da tarefa dispôs de duas colunas separando essas representações, com o intuito de identificar se o grupo as reconheceria como correspondentes da referida área.

Figura 60 – Atividade 4-b da Tarefa 4

4-b) Marque o valor da área do quadrado representado acima:

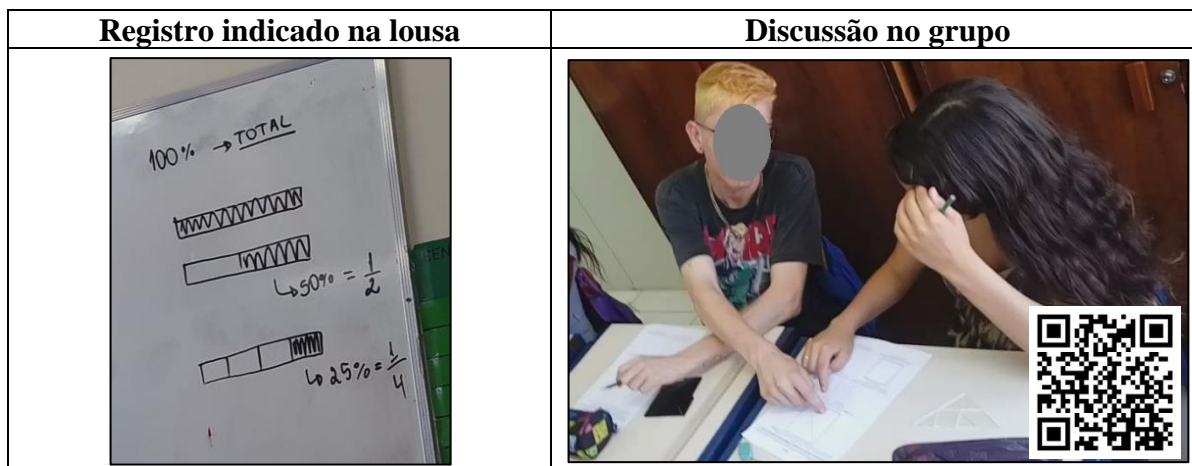
Representação Fracionária	Representação Decimal
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/> 0,25
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> 0,33 $\bar{3}$
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 0,5
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{5}$	<input type="checkbox"/> 0,2
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{8}$	<input type="checkbox"/> 0,125

Fonte: produção própria.

Não houve dificuldade para identificar a representação fracionária, para a representação decimal, Japapaty sinalizou o número 0,5, assim como Stifinhy, que aliou ao seu sinal a oralização do número. A mobilização concomitante dessas duas representações, que fazem referência ao mesmo objeto matemático, contribuiu com a construção conceitual relacionada à ideia de número racional, pois permite identificar distintas características do mesmo objeto matemático. Gabi realizou a atividade de forma similar, dado que foi necessário recordar que representações fracionárias podem ser entendidas como uma divisão. Após efetuar o cálculo com auxílio de suas mãos, Gabi constatou a representação decimal do número.

Enquanto isso, Stifinhy e Japapaty discutiam os possíveis significados das demais representações decimais na respectiva coluna da atividade. Stifinhy, apontando para essas representações, perguntou a Japapaty “*olha as outras, tem 0,25*” [com expressão facial de dúvida], o estudante respondeu: “*depende da divisão do total [aponta para o quadro], por exemplo, divide em quatro e pinta uma de preto, sobrou três*”. Japapaty demonstrou que a conversão estabelecida tem estrita relação com a representação icônica, que explora características visuoespaciais do conceito/conteúdo abordado, o estudante concluiu que a unidade dividida em quatro partes produziria a representação decimal 0,25 (Figura 61).


Figura 61 – Stifinhy e Japapaty discutindo a atividade 4-b



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I4_C2_V1 e I4_C1_V2).

Nas atividades **4-c** e **4-e** (Figura 62) buscamos reduções sucessivas do todo, pela organização de um quadrado com a metade da área da figura de **4-a**, e outro com a quarta parte desta. A atividade **4-c** agregou um registro figural do contorno do quadrado requisitado, com dimensões correspondentes às das peças do tangram. Já na atividade **4-e** optamos por não disponibilizar esse contorno, pela congruência com a forma da peça Q.

Figura 62 – Atividades 4-c, 4-e da Tarefa 4

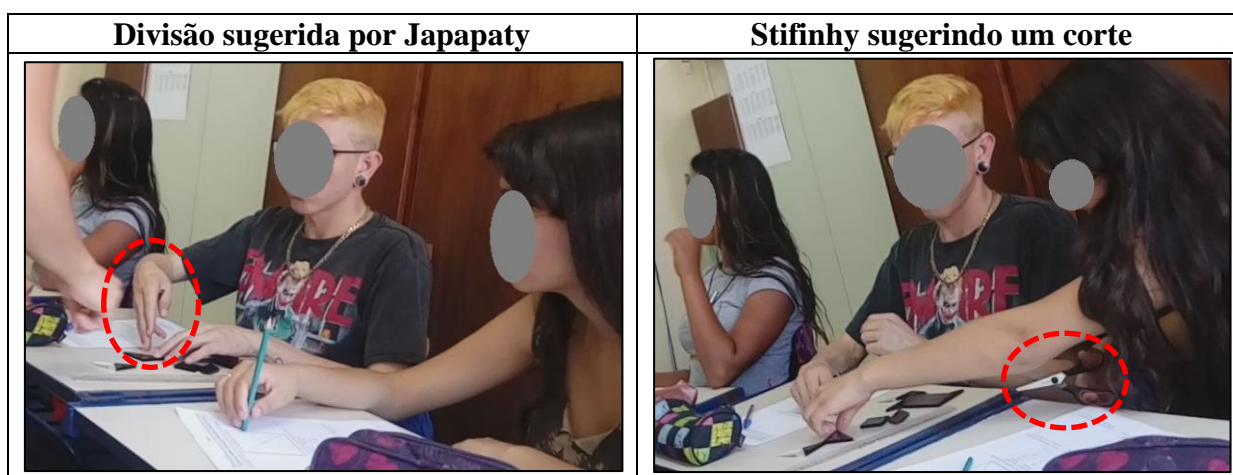
<p>4-c) Usando o Tangram organize no contorno abaixo uma figura com 50% da área do quadrado de 4-a.</p> 	<p>4-e) Com o Tangram desenhe um quadrado que tenha $\frac{1}{4}$ da área da figura de 4-a.</p>
---	--

Fonte: produção própria.

Antes mesmo da tradução, Japapaty e Stifinhy iniciaram testes com as peças no contorno fornecido como registro icônico, identificando que o lado do quadrado a ser organizado como resposta em **4-c**, poderia ser feito com uma peça Tm. Assim, alocaram essa peça no contorno disponibilizado unindo a ela duas peças Tp, esse arranjo define a redução em 50% da área do quadrado organizado em **4-a**, pois duas peças Tp e uma Tm podem ser organizadas de modo a produzir o formato da peça Tg.

O grupo teve dificuldades ao organizar o quadrado de **4-e**, para estabelecer a resposta, a figura construída em **4-a** foi dividida em quatro partes, sendo selecionada uma delas, a peça Tm, que sozinha não possibilita a construção de um quadrado. Stifinhy sugere, portanto, cortá-la ao meio usando uma tesoura, com a provocação da estudante, questionamos a possibilidade de trocar a peça Tm por outras que estabelecessem sua forma, dada a impossibilidade do corte (Figura 63).

Figura 63 – Discussão de Stifinhy e Japapaty na atividade **4-e**



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I4_C1_V2).

O corte, proposto por Stifinhy, sugere um tratamento figural de divisão do formato da peça Tg em duas figuras. No entanto, esse corte não se faz necessário, devido a possibilidade de formar uma peça Tm pela união de duas peças Tp. Japapaty foi o primeiro a constatar esse raciocínio, seguido de Stifinhy, que reconstruiu o quadrado de **4-a** e, sinalizando $\frac{1}{4}$, retirou a peça Tm da composição e estabeleceu sua troca por duas peças Tp.

As atividades **4-d** e **4-f** (Figura 64) tiveram a finalidade de explorar a representação numérica, relacionadas as áreas dos quadrados organizados em **4-c** e **4-e**. Particularmente, a atividade **4-f** requisitou a representação numérica decimal, no intuito de fortalecer a conversão da representação fracionária.

Figura 64 – Atividades 4-d, 4-f da Tarefa 4

4-d) Qual é o valor da área do quadrado organizado em 4-c?	4-f) Escreva na representação decimal o valor da área do quadrado de 4-e:
--	---

Fonte: produção própria.

Para produzir a representação numérica em 4-d, o grupo analisou as áreas das peças de forma isolada, queremos dizer, o trio recordou a área de T_p e de T_m , porém quando questionamos a área que duas peças T_p compreenderiam, houve confusão. Desta forma, expomos na lousa uma figura do quadrado de sete peças dividido em dezesseis triângulos, pintando dois deles.

Quando a turma observou a figura, Japapaty indicou em Libras a representação $\frac{2}{16}$. Questionamos a área de T_m , Stifinhy rapidamente afirma que a área continua com o mesmo valor, sinalizando que a peça T_m ‘cortada na metade’ é idêntica à duas peças T_p , o que possibilitou expressar a representação numérica fracionária $\frac{4}{16}$. A estudante foi capaz de explicar seu raciocínio efetivado diante da manipulação das peças do tangram, por meio da Libras (Figura 65).

Figura 65 – Conclusão de Stifinhy na atividade 4-d

Tratamento figural efetuado	
Explicação de Stifinhy	

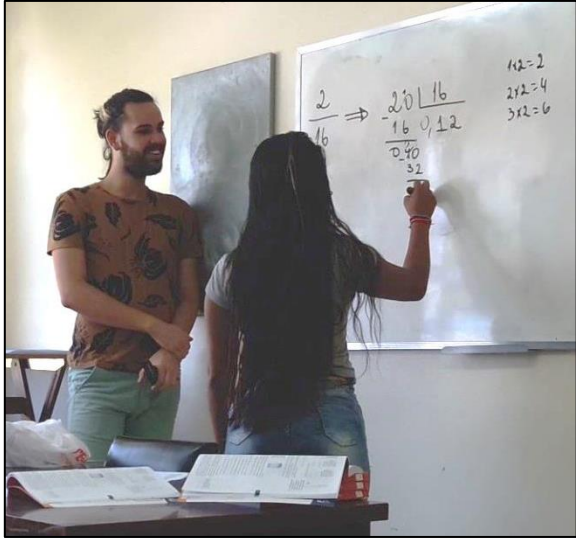
Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I4_C1_V3).

Na atividade **4-f** o grupo apresentou rapidamente a representação fracionária da área determinada por duas peças Tp, utilizadas para compor a figura quadrada da atividade. Para estabelecer a representação decimal, foi necessário retomar o significado de uma representação fracionária como um quociente. Realizamos, junto à lousa, dois exemplos aplicando o algoritmo da divisão, um que produziu um número natural como resultado e outro o qual o grupo já havia estabelecido a conversão, sendo $\frac{4}{2}$ e $\frac{1}{2}$ respectivamente.

Ao abordar a representação fracionária $\frac{2}{16}$ como divisão, a turma demonstrou grande dificuldade com o algoritmo, acreditamos que isso ocorreu devido a presença de um denominador com dois algarismos, assim escrevemos a operação na lousa e estabelecemos seu resultado de forma conjunta, na qual registramos os valores numéricos concluídos pelos estudantes em cada etapa do cálculo, discutindo com a turma as regras, ou ‘passos’, efetuados.

No decorrer deste momento Gabi nos surpreendeu, pois aceitou o convite de ir até a lousa e contribuir efetuando parte do processo. Ao fim, obtemos o resultado decimal 0,125 que foi registrado pela turma em suas atividades (Figura 66).

Figura 66 – Resolução da atividade **4-f**

Gabi efetuando o cálculo na lousa	Protocolos da atividade
	<div data-bbox="906 1227 1369 1395"> <p>4-f) Escreva na representação decimal o valor da área do quadrado de 4-e:</p> $\frac{2}{16} \quad 0,125$ </div> <div data-bbox="906 1395 1369 1574"> <p>4-f) Escreva na representação decimal o valor da área do quadrado de 4-e:</p> $\frac{2}{16} = 0,125$ <p style="text-align: right;">decimal</p> </div> <div data-bbox="906 1574 1369 1765"> <p>4-f) Escreva na representação decimal o valor da área do quadrado de 4-e:</p> $\frac{2}{16} = 0,125$ <p style="text-align: right;">DECIMAL</p> </div>

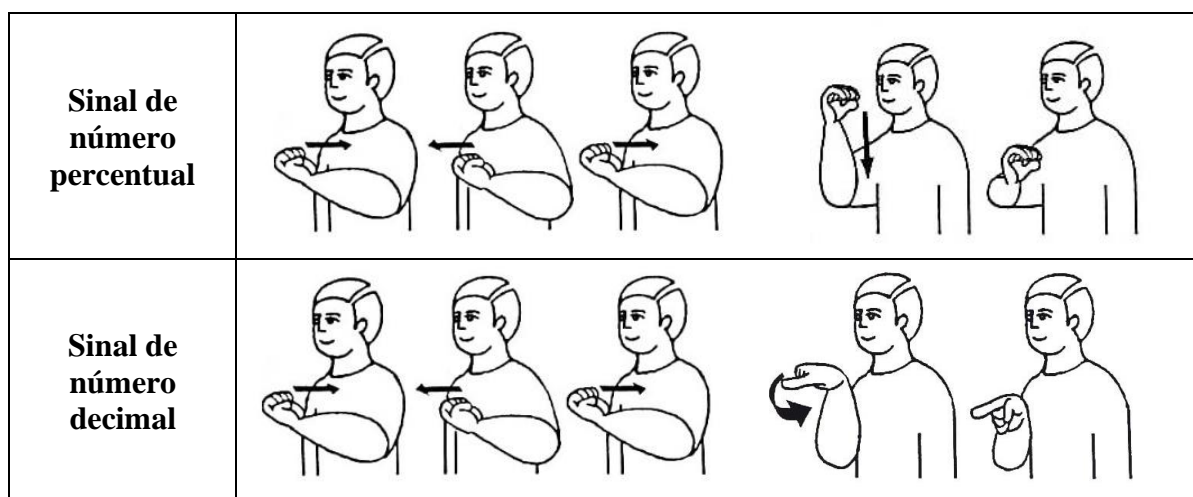
Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I4_C2_V4), protocolos da Tarefa 4.

Na dinamização da tarefa, principalmente nas atividades **4-a** e **4-b**, ocorreu a associação do discurso linguístico “metade” à representação percentual 50%, que também foi relacionada com as representações numéricas fracionária $\frac{1}{2}$ e decimal 0,5. Ademais, a

atividade **4-c** possibilitou explorar uma redução de 25% em relação ao todo e atividade **4-f** enfatizou a conversão entre representações racionais. Apesar das dificuldades com a operação de divisão, entendemos que foi estabelecida uma correlação entre a tríade representativa de números racionais, o que contribui mais ainda com o entendimento conceitual desse ente matemático, agora pelo seu acesso através de suas três representações numéricas.

A respeito dos sinais utilizados, de maneira prévia, buscamos correspondências dos termos porcentagem e representação decimal em língua de sinais (Figura 67), junto à bibliografia e com a intérprete de Libras.

Figura 67 – Sinais convencionados para ‘número percentual’ e ‘número decimal’



Fonte: adaptado de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

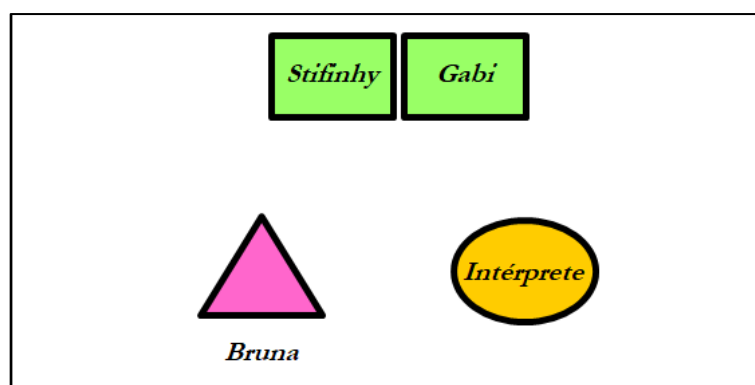
O dicionário trilingue fornece um sinal específico para porcentagem, o qual foi adaptado em sala de aula. Devido ao regionalismo, o sinal de porcentagem em Santa Maria é efetuado com os dedos mínimo, anelar e médio perfilados. O dicionário não fornece um sinal para representação decimal, assim convencionamos o sinal de ‘número’ seguido do sinal atribuído à palavra ‘vírgula’, pela referência icônica à representação, que sempre a agrega.

Ambos os sinais foram compreendidos pela turma. O primeiro, relacionado à representação percentual, foi efetuado pelo próprio grupo com a variação regional que mantém três dedos levantados, como esperado. Já em relação ao sinal da representação decimal, nossa revisão no dicionário trilingue ilustrado e nosso diálogo com a intérprete culminaram em sua produção, porém, aguardamos a iniciativa da turma para defini-lo. Ao questionarmos o grupo sobre a referida designação em Libras, Japapaty evidencia uma produção análoga àquela que estabelecemos previamente, assim a mesma foi convencionada.

5.5 TAREFA 5

Elaborada com um total de 4 atividades, a Tarefa 5 (Apêndice H) teve o objetivo de **mobilizar números irracionais em representação numérica e geométrica, por meio de análises relacionadas à desconstrução dimensional**. A sala usual da turma ainda estava ocupada pelas produções da exposição promovida pela escola, assim desenvolvemos a tarefa em uma sala de aula da EEEERFC que não estava sendo utilizada no turno da dinamização, conforme a organização ilustrada na Figura 68.

Figura 68 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 5



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 5.

As gravações em vídeo totalizaram 77 minutos e 43 segundos, que foram registrados nessa intervenção por uma câmera, gerando sete arquivos, que foram catalogados da forma evidenciada no Quadro 19.

Quadro 19 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 5

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I5_C1_V1	15 min. 48 s.	Pesquisadora	Conteúdo: teorema de Pitágoras
I5_C1_V2	19 min. 29 s.	Grupo/Pesquisadoras	5-a
I5_C1_V3	09 min. 44 s.	Grupo	5-a
I5_C1_V4	01 min. 11 s.	Grupo	5-b
I5_C1_V5	07 min. 52 s.	Grupo/Pesquisadoras	5-b
I5_C1_V6	24 min. 35 s.	Grupo/Pesquisadoras	5-c
I5_C1_V7	00 min. 24 s.	Grupo	5-d

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

Antes do desenvolvimento da Tarefa 5, entendemos como necessária uma abordagem ao teorema de Pitágoras, o qual o grupo de estudantes indicou desconhecer na Tarefa Exploratória. Sendo assim, representamos na lousa um triângulo retângulo, explicitando a sua particularidade em relação a outras formas triangulares, isto é, possuir um ângulo interno reto.

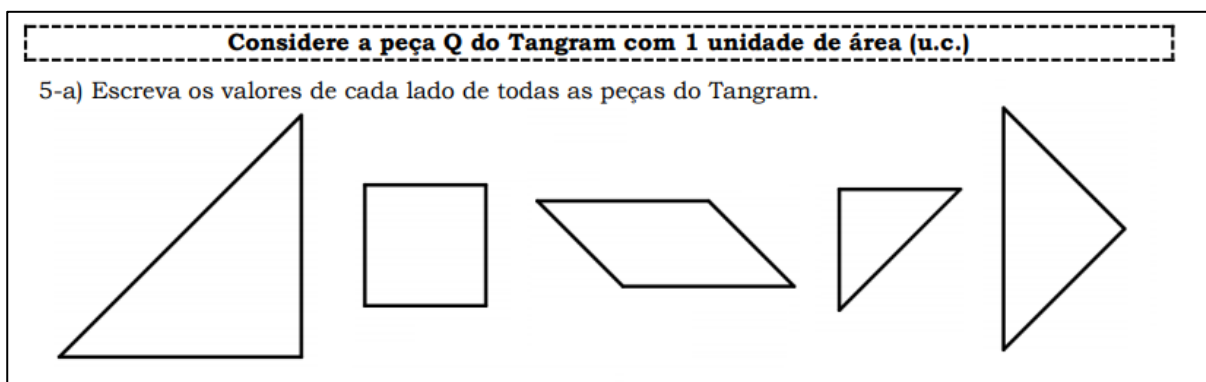
Expomos as designações relativas a cada um dos lados de um triângulo retângulo, são elas a hipotenusa, como segmento de maior medida no triângulo, e os catetos. Desta forma, abordamos a relação entre esses segmentos garantida pelo teorema de Pitágoras, com uma figura de um triângulo retângulo de catetos medindo 2 u.c. e 3 u.c. Posteriormente, realizamos tratamentos envolvidos na resolução da equação $2^2 + 3^2 = x^2$.

A dupla demonstrou dificuldades para efetuar as operações de potenciação e radiciação, o que despendeu certo tempo para estudar suas propriedades, além de uma compreensão limitada sobre a abordagem efetuada. Tentamos investigar quais aspectos não foram bem compreendidos, concluímos que as regras de transformação para representações algébricas e numéricas em uma equação, ainda não haviam sido institucionalizadas.

No primeiro momento da intervenção, as estudantes demonstraram pouco envolvimento nas atividades, acreditamos que a ausência de um material manipulável no estudo do teorema de Pitágoras seja uma justificativa para isso. Por essa razão, optamos por desenvolver uma retomada às regras de transformações supracitadas, a partir de representações icônicas das peças do tangram, na tentativa de motivar sua mobilização para determinar a medida do segmento hipotenusa de T_p , abordada na primeira atividade da tarefa.

A atividade **5-a** (Figura 69) popôs a análise unidimensional de cada peça para determinar as medidas de seus lados. Para tanto, agregamos representações icônicas das peças do tangram na atividade, com tamanhos condizentes com as dimensões do material.

Figura 69 – Atividade **5-a** da Tarefa 5



Cabe mencionar que na tradução do enunciado, a intérprete utilizou as peças do recurso para indicar seus lados. Gabi observou a intérprete consolidando as indicações no tangram e Stifinhy relacionou a situação às divisões do todo, envolvidas na mobilização do objeto número racional. A tradutora utilizou a peça Tp do material e fez uma comparação com a peça Q, o que propiciou Stifinhy concluir que o formato quadrado poderia ser dividido em dois triângulos. Nesse momento, a estudante não estava realizando a passagem dimensional para analisar a medida de segmentos em 1D. Deslizando o dedo no lado da peça, sinalizei a medida que deveria ser considerada.

Stifinhy sinaliza “*medida difícil!*”, observou no tangram a peça Q e respondeu o valor 1 u.c. Entendemos que o número enunciado remete novamente a análise bidimensional, pois a área da figura também pode ser representada por este valor, já que a estudante ainda afirmava não saber o valor do lado da figura. A intérprete tentou novamente traduzir o enunciado da atividade, então Gabi respondeu “*quatro*”, indicando o número de lados de Q.

Apesar de Gabi não fornecer a resposta esperada, ela foi contributiva. Não menosprezamos a observação feita pela estudante, pelo fato de que ressaltar os quatro lados de Q, demonstrou uma análise que quantificou o número de segmentos em 1D que a figura pode ser decomposta. A passagem dimensional não é uma atividade elementar, pois requer a capacidade de visualização (SOARES; FERNER; MARIANI, 2018), que foi instigada por Gabi.

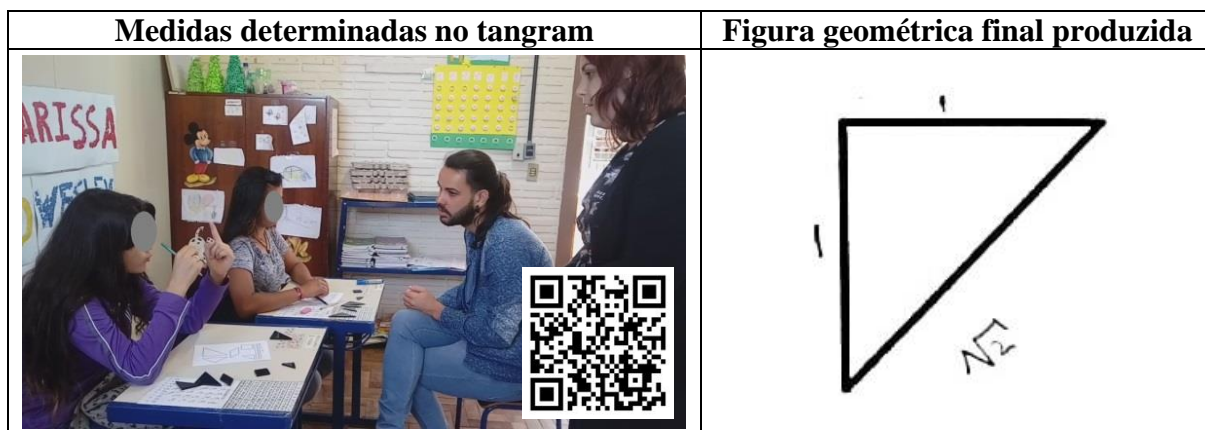
Perante as dificuldades observadas na dupla, optamos por solicitar à intérprete para auxiliar a mediação na comunicação. Por conseguinte, nesse momento inicial do desenvolvimento da tarefa, a profissional estabeleceu traduções em tempo real dos discursos, tanto do grupo como das pesquisadoras,.

Para abordar a desconstrução dimensional, partimos do conceito de área já estudado na Tarefa Exploratória. Desse modo, representamos na lousa um contorno quadrado com a legenda ‘área = 1’, em seguida um contorno quadrado com legenda indicando o valor ‘2’ do lado. Contamos o número de quadrados unitários que essa última figura pode ser decomposta, constatando a legenda ‘área = 4’ que foi registrada. Após isso, questionamos o valor dos lados de cada um dos quatro quadrados dentro da figura, cuja resposta foi proferida por Gabi.

Perguntei para Stifinhy se havia compreendido a explicação, a estudante afirmou que entendeu, mas “*não a resposta, difícil*”, porém ao manusear a peça Q Stifinhy sinalizou o valor 1 para cada lado. Novamente questionei ao grupo sobre as medidas dos lados da peça Tp, a pesquisadora Tainara sugeriu manipulações comparando lados de peças no material, as

estudantes sobrepuseram a peça Tp em Q. Stifinhy sinalizou o número 1 apontando para o cateto de medida correspondente, em seguida fez o mesmo para o outro cateto da figura. Por fim, no segmento hipotenusa, a estudante balança a cabeça com uma expressão facial de negação, indicando desconhecer a medida (Figura 70).

Figura 70 – Stifinhy identificando medidas de Tp



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I5_C1_V2) e dos protocolos da Tarefa 5.

Relacionamos esse fato com a necessidade de um registro intermediário para produzir uma representação numérica da medida, já que não havia como constatar a congruência desse segmento com algum lado já determinado no tangram. Solicitamos à estudante o registro dos valores obtidos, posteriormente indicamos que o teorema de Pitágoras poderia ser útil nessa atividade, pois a peça Tp possui a forma de um triângulo retângulo, cujos valores de medida dos catetos foram estabelecidos.

Houve grande dificuldade para compreensão do registro simbólico, a dupla não evidenciou entendimento das regras para tratamento da equação produzida pelo teorema de Pitágoras. Para possibilitar a mobilização de um número irracional, foi necessário representar à lousa uma figura geométrica de um triângulo retângulo de catetos unitários, assim como desenvolver o processo resolutivo da equação $1^2 + 1^2 = x^2$ de forma conjunta com a dupla. Esse direcionamento despendeu ainda o estudo da possibilidade de efetuar, simultaneamente, operações idênticas em ambos os ‘lados’ da igualdade, sem alterar seu valor verdade.

Todas essas informações pareciam ser novidade às estudantes, inclusive a potenciação e radiciação. Buscamos significar a base de uma potência como valor dos fatores envolvidos em uma multiplicação sucessiva, cujo número de iterações é definido pelo expoente. A radiciação foi significada como operação inversa à potenciação. Também dialogamos com a dupla, como alternativa didática, a perspectiva de entender uma equação como uma balança,

na qual colocar ou retirar quantidades iguais, em ambos os lados, não prejudica o equilíbrio do sistema. A pretensão desta tarefa, inicialmente, não foi a de abordar o estudo das operações supracitadas, todavia, sua compreensão foi imprescindível para atingir o objetivo firmado: produzir representações numéricas irracionais.

Depois de muito esforço, houve a produção da representação irracional $\sqrt{2}$. Agregamos seu registro como legenda no segmento hipotenusa da figura na lousa, a dupla igualmente a escreveu no respectivo lado do contorno de T_p na atividade. Na sequência, indiquei a peça P solicitando as medidas de seus lados, Stifinhy observou o material e imediatamente apontou para as peças T_p , questionando a possibilidade de utilizá-las para reproduzir a forma de P, confirmei o processo.

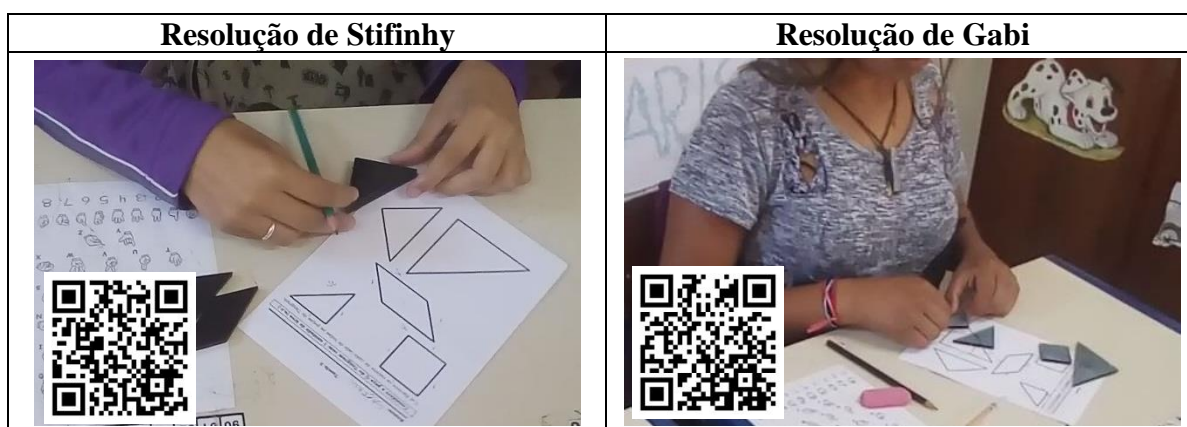
Perguntei para Stifinhy se agora seria possível determinar as medidas dos lados de P, a estudante sinalizou o número 2 e apontou para um segmento com medida irracional. Como o sinal poderia ter sido feito de maneira mais direta, pelo contato incipiente com a representação, com expressão facial de dúvida, fiz o sinal da operação de radiciação, o que gerou a confirmação do descuido ao sinalizar. Enfatizei que 2 e $\sqrt{2}$ são medidas distintas, mostrando essa diferença com o auxílio do material, que possibilita ambas representações.

Doravante, Stifinhy manifesta mais envolvimento para realizar a tarefa, pergunta se deve reproduzir os contornos de T_p no paralelogramo da atividade, ao receber a confirmação, efetuou intervenções na figura, incluindo ainda representações numéricas das medidas correspondentes aos lados da peça P, que foram determinadas por meio da comparação com a peça T_p .

Gabi estava com muita resistência para manipular o material, assim comecei a efetuar com ela algumas comparações de peças, o que oportunizou a estudante a estabelecer as medidas de P. Sugeri que a dupla determinasse as medidas dos lados da peça T_m , Gabi optou por não trabalhar com essa peça e selecionou a peça T_g , Stifinhy olhou para a peça T_m e lembrou que ela pode ser construída com duas peças T_p , conclusão que a estudante destacou, muito, bem na Tarefa 4.

Com esse direcionamento, Stifinhy organizou o formato da peça T_m e constatou as medidas de seus catetos, congruentes à hipotenusa de T_p . Para determinar a medida da hipotenusa de T_m , Stifinhy analisou o cateto unitário de uma peça T_p , e teve a necessidade de ajustar a outra peça T_p no contorno disponibilizado na folha, para também constatar o valor unitário do cateto. Stifinhy conseguiu perceber que a hipotenusa era formada por dois segmentos com valor 1, sinalizando o resultado 2 (Figura 71).

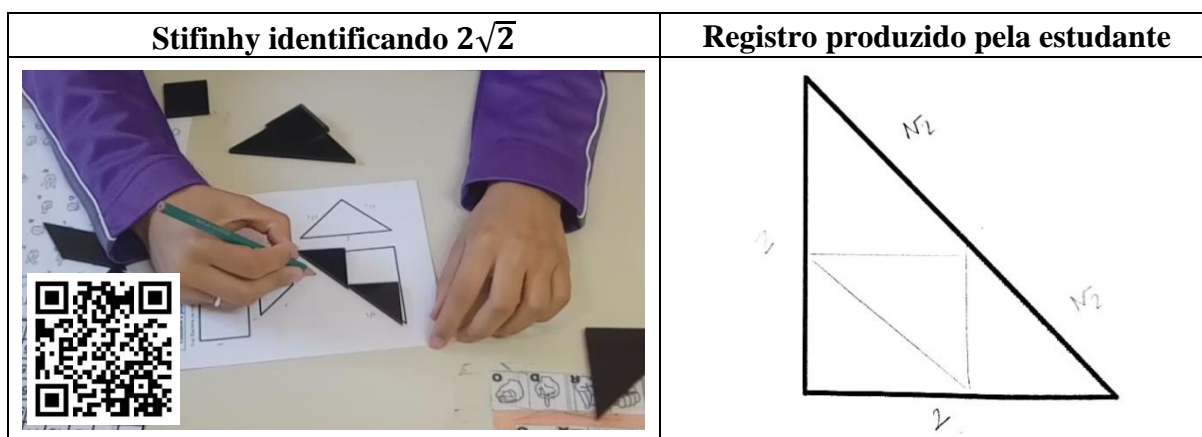
Figura 71 – Identificação das medidas dos lados de Tm



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I5_C1_V3).

Em seguida é efetuada a análise das medidas de Tg, na qual Stifinhy organizou o formato da peça a partir de dois Tp e um Q. A pesquisadora Tainara indicou a possibilidade de colocar essa organização no contorno de Tg, presente na atividade, o que culminou na sinalização de $2\sqrt{2}$ (Figura 72). No entanto, a estudante apresentou a dupla escrita da representação $\sqrt{2}$ no registro numérico.

Figura 72 – Identificação das medidas dos lados de Tg por Stifinhy



Fonte: imagem extraída das gravações em vídeo (I5_C1_V3), protocolos da Tarefa 5.

Gabi analisou estas relações de forma análoga, porém optou por efetuar primeiramente a decomposição da peça Tg em duas peças Tp e uma Q, para depois analisar a decomposição de Tm. Solicitei à Stifinhy que agregasse às figuras da atividade as decomposições constituídas com o material, por mobilizar tratamentos figurais na representação icônica,

oportunizando o registro das sobreposições efetuadas com o tangram, esse viés já estava sendo consolidado por Gabi.

Na atividade **5-b** da tarefa (Figura 73), disponibilizamos todas representações numéricas de valores de lados mobilizados com o tangram, no intuito de analisar quais as passíveis de ser representadas sob a forma fracionária, o que pode ser entendido como um critério de análise para (ir)racionalidade. Cabe destacar a presença do número $2\sqrt{2}$ também em sua forma não fatorada $\sqrt{8}$, que pode ser obtida com o desenvolvimento do teorema de Pitágoras sobre a peça Tg, mas não foi mobilizada em **5-a**.

Figura 73 – Atividade **5-b** da Tarefa 5

Vamos trabalhar com as medidas dos lados que você calculou		
5-b) Escreva a representação fracionária dos números abaixo. Se não for possível explique o porquê.		
$1 =$	$2 =$	$\sqrt{2} =$
$2\sqrt{2} =$		$\sqrt{8} =$

Fonte: produção própria.

Nesta atividade, aliamos à dinamização duas calculadoras científicas¹² como material didático, a fim de explorar a representação decimal de números irracionais que o recurso oferece. Inicialmente, apresentamos a calculadora para a dupla realizando operações simples de adição e subtração, para estabilizar um processo de familiarização com a tecnologia e a função das teclas. A seguir, a intérprete efetuou a tradução do enunciado da atividade, para isso utilizou o auxílio da lousa escrevendo a seguinte notação: “ $1 = \frac{?}{?}$ ”.

Após a tradução aliada ao registro escrito, Gabi determinou a representação $\frac{1}{1}$ como resultado. Para gerar o número 2, a estudante utiliza uma analogia ao processo, afirmando a resposta $\frac{2}{2}$, o que é um equívoco. Para que o grupo percebesse isso, solicitamos que realizassem a divisão $2 \div 2$ na calculadora, ao ver o resultado 1 na tela do aparelho, Stifinhy chamou atenção de Gabi afirmando que a divisão deveria gerar o quociente 2. Como houve insistência em manter o numerador 2 na representação fracionária, questionamos “2 dividido por qual número tem resultado 2?”(Lucas), cuja resposta foi sinalizada imediatamente por Stifinhy, após realizar o teste com a calculadora. Gabi também concluiu a resposta, porém sem utilizar o aparelho.

¹² Foram utilizados aparelhos fabricados pela empresa CASIO®, sob modelo fx-82MS com 240 funções.

Solicitamos o uso da calculadora para determinar a representação numérica decimal de $\sqrt{2}$, ao realizar a operação Stifinhy observa surpresa o resultado e sinaliza “*número louco!*”, mostrando a tela de seu aparelho para Gabi, que também realizou o cálculo. Com a pretensão de estabelecer uma formalização sobre a falta de periodicidade, considerada ‘louca’ por Stifinhy, abordamos classificações de representações numéricas decimais, que podem ser finitas, quando a quantidade de dízimas é limitada, ou infinitas, nas quais é possível destacar uma sequência periódica ou não periódica.

Nesse gradiente, dividimos duas colunas na lousa, uma indicando representações fracionárias de números racionais e a outra, representações numéricas irracionais. As representações decimais das frações escritas na lousa foram geradas com auxílio da calculadora, sua análise permitiu perceber que apenas dízimas finitas ou periódicas foram geradas. Assim, abordamos o conjunto dos números racionais como aquele que contém unidades com a referida característica.

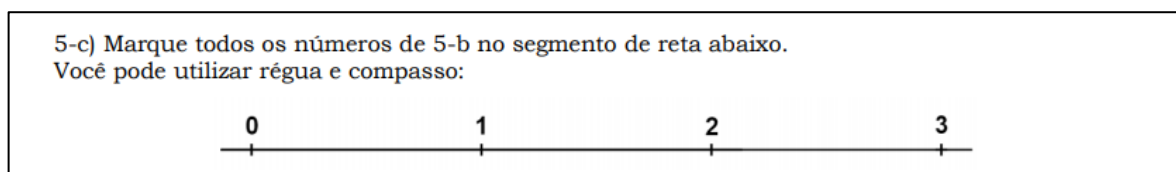
Na coluna dos irracionais, os valores foram caracterizados pelas dízimas infinitas, as quais não evidenciam periodicidade na representação decimal, que agrega a impossibilidade de conversão para a representação fracionária, já que no caso de números irracionais, não há uma fração irredutível que represente seu valor. Por esse viés, foi possível estabelecer entendimentos sobre o conjunto dos números irracionais. Diante disso, o grupo iniciou testes na calculadora, verificando e analisando as representações $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$ e $\sqrt{8}$, bem como os valores que a máquina forneceu (Figura 74).

Figura 74 – Resoluções da atividade 5-b

<p>Atividade de Stifinhy</p>	<p>Vamos trabalhar com as medidas dos lados que você calculou</p> <p>5-b) Escreva a representação fracionária dos números abaixo. Se não for possível explique o porquê.</p> <p>$1 = \frac{1}{1}$ $2 = \frac{2}{1}$ $\sqrt{2} =$ NÃO PODE</p> <p>$2\sqrt{2} =$ NÃO PODE $\sqrt{8} =$ NÃO PODE</p>
<p>Atividade de Gabi</p>	<p>Vamos trabalhar com as medidas dos lados que você calculou</p> <p>5-b) Escreva a representação fracionária dos números abaixo. Se não for possível explique o porquê.</p> <p>$1 = \frac{1}{1}$ $2 = \frac{2}{1}$ $\sqrt{2} =$ X</p> <p>$2\sqrt{2} =$ X $\sqrt{8} =$ X</p>

A mobilização de representações geométricas foi explorada na atividade **5-c** (Figura 75), pela identificação das medidas dos lados das peças do tangram como pontos em um segmento de reta. Esse direcionamento envolveu o uso de régua e compasso, a fim de dar ênfase na mobilização de conceitos matemáticos aliada ao desenvolvimento da apreensão sequencial, pelo estabelecimento de construções geométricas.

Figura 75 – Atividade **5-c** da Tarefa 5



Fonte: produção própria.

Para marcar o ponto correspondente à $\sqrt{2}$ instigamos as estudantes a analisar as formas das peças do tangram, assim Stifinhy salientou que o número correspondia a medida da hipotenusa de T_p . Com isso, solicitamos construções geométricas da forma da peça no segmento de reta, para isso as estudantes posicionaram o compasso com a ponta seca no ponto 0 e estenderam sua abertura até o ponto 1, a partir daí transferiram a medida na parte superior do segmento acima do ponto 0. Com a régua, um segmento do ponto 0 até a marcação feita com o compasso foi traçado, logo após as estudantes traçaram outro segmento, do ponto 1 até a extremidade do segmento construído anteriormente.

Nesse sentido, a dupla gerou uma figura de um triângulo de catetos unitários, cuja medida da hipotenusa foi transferida para o segmento de reta, com auxílio do compasso. Na sequência, foram marcados os pontos correspondentes a 1 e 2, nos quais não houve dificuldades, já que eles já estavam indicados no segmento.

Houve dúvidas para identificar o ponto correspondente a $2\sqrt{2}$, Stifinhy utilizou a calculadora para obter sua representação decimal, na tentativa de marcar o ponto, porém sem êxito. Com o resultado exibido, a estudante concluiu sua proximidade de $2\sqrt{2}$ com o ponto 3, destacando a relação de ordenação entre esses valores, ou seja, $2\sqrt{2} < 3$. Ao analisar as peças do tangram, Stifinhy percebe que a hipotenusa de T_g pode ser composta com uma organização dos dois catetos da peça T_p , assim sugere a duplicação da medida construída anteriormente, o que culminou na identificação do ponto correspondente a $2\sqrt{2}$.

A atividade **5-d** (Figura 76) requisitou o conjunto que compreende a representação numérica $\sqrt{2}$. Organizamos os conjuntos abordados até o momento em uma coluna, associando a respectiva representação simbólica.

Figura 76 – Atividade **5-d** da Tarefa 5

Vamos determinar o conjunto numérico que contém $\sqrt{2}$	
5-d) $\sqrt{2}$ pertence a que conjunto numérico? Marque apenas uma possibilidade e explique sua resposta.	
<input type="checkbox"/>	Naturais (\mathbb{N}).
<input type="checkbox"/>	Inteiros (\mathbb{Z}).
<input type="checkbox"/>	Racionais(\mathbb{Q}).
<input type="checkbox"/>	Irracionais (\mathbb{I}).
<input type="checkbox"/>	Nenhuma das opções.

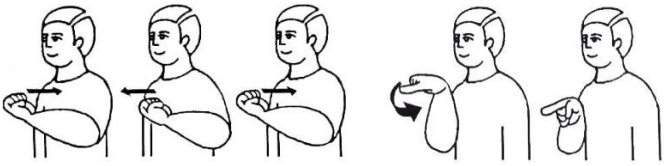



Fonte: produção própria.

Após a tradução do enunciado, o grupo identificou sem dificuldades a alternativa esperada, sinalizando a configuração de mão em ‘q’. Entendemos que a agilidade para identificar o conjunto se deu pela abordagem efetuada na atividade **5-b**, na qual representações numéricas decimais foram classificadas quanto a sua (ir)racionalidade.

Apesar das dificuldades em relação às regras de tratamentos para uma equação, entendemos que a dupla conseguiu estabelecer a análise unidimensional das figuras geométricas, estabilizando a representação numérica $\sqrt{2}$ como uma medida de um segmento na atividade **5-a**. Ademais, houve sucesso na construção geométrica de segmentos com medidas incomensuráveis na atividade **5-c**. Por conta disso, entendemos que o objetivo de mobilizar números irracionais em representação numérica e geométrica, por meio de análises relacionadas à desconstrução dimensional, foi cumprido.

Em relação aos sinais convencionados, nessa tarefa as determinações de matemática relacionadas à representação numérica decimal finita, decimal infinita periódica e infinita não periódica foram designadas em Libras, pelo uso conjugado dos sinais “*número decimal*” e “*fila*”, aliados respectivamente aos sinais “*parar*”, “*igual*⁺” e “*diferente*⁺” (Figura 77).

Figura 77 – Sinais convencionados na Tarefa 5

Representação decimal	
Dízimas finitas	
Dízimas infinitas periódicas	
Dízimas infinitas não periódicas	

Fonte: produzido com base em CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

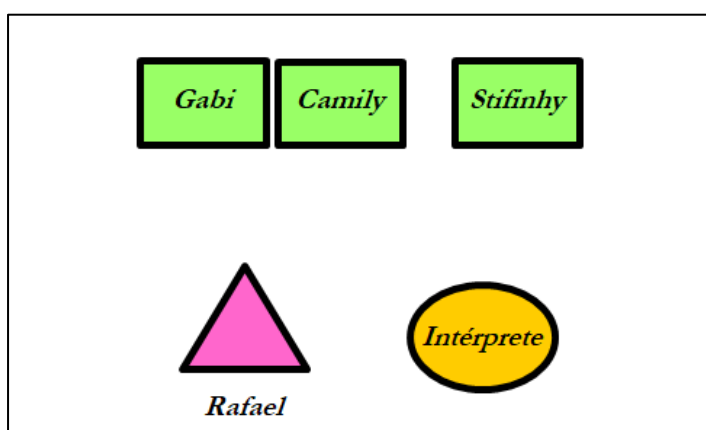
O sinal de “*fila*” em Libras foi utilizado como um classificador para designar as dízimas da representação, quando aliado ao sinal “*parar*” indicamos a possibilidade de finitude da representação. Em relação aos sinais “*igual*” e “*diferente*”, esses foram associados respectivamente a identificação do período, na qual os termos ‘repetidos’ na representação decimal escrita na lousa, foram apontados sequencialmente com o dedo indicador, efetuando o sinal de “*igual*” em cada referência. No caso da falta de período, cada número era apontado seguido do sinal de “*diferente*”.

Não identificamos sinais em Libras para os termos ‘cateto’, ‘hipotenusa’ e ‘Pitágoras’, a designação dessas palavras foi efetuada através da datilologia com o alfabeto manual. Cabe destacar a dificuldade de enunciação desses sinais, sendo que a palavra cateto, por exemplo, agregou uma sequência de seis configurações de mão. Gesser (2009) adverte que a conversação em datilologia pode ser cansativa e monótona, além de depender de muito tempo. Entretanto, a autora destaca que a datilologia tem a função potencial de incorporar sinais, “uma vez apreendida a ideia, convencionam-se os sinais para substituir a datilologia de um dado vocábulo” (GESSER, 2009, p. 30).

5.6 TAREFA 6

A Tarefa 6 (Apêndice I) foi constituída para ser dinamizada aliada a um livro didático disponível na biblioteca da EEEERFC, distribuído pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) do triênio 2009, 2010, 2011. A obra tem publicação datada de 2005 e intitula-se “Matemática – Ensino Médio – Volume 1 (1ª série)”, com autoria de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz (SMOLE; DINIZ, 2005). O objetivo da tarefa foi **mobilizar números reais em representação geométrica, a partir de problematizações relacionadas a ideia de densidade e completude de conjuntos**. As atividades da tarefa foram desenvolvidas na sala usual da turma, cuja organização está ilustrada na Figura 78, já que as atividades da mostra promovida pela escola haviam findado.

Figura 78 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 6



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 6.

As filmagens das discussões promovidas na turma somaram um total de 73 minutos e 25 segundos, compreendendo três vídeos. No primeiro deles o foco foi detido somente ao trabalho com o livro didático, o segundo e o terceiro vídeo evidenciam a dinamização das atividades da Tarefa 6 (Quadro 20).

Quadro 20 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 6

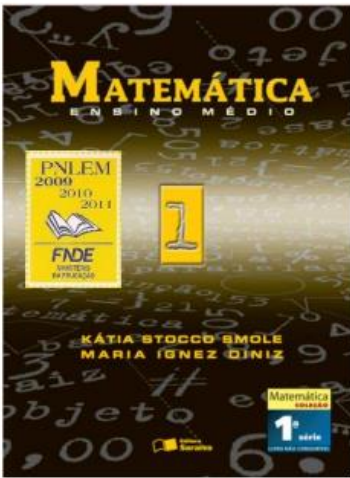
<i>Câmera 1</i>		<i>Operador de câmera: Rafael</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I6_C1_V1	11 min. 53 s.	Pesquisadora	Atividade com o livro didático
I6_C1_V2	33 min. 12 s.	Grupo/Pesquisadoras	6-a
I6_C1_V3	28 min. 30 s.	Grupo/Pesquisadoras	6-a, 6-b, 6-c

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

O primeiro momento da intervenção foi dedicado ao estudo do conceito/conteúdo conjunto dos números racionais e conjunto dos números irracionais, a qual foi subsidiada pelo recurso ao livro didático (Figura 79). A turma mostrou curiosidade quanto ao uso do livro, indagaram-nos sobre a origem do material e seu uso com ouvintes. A escrita em português contida na obra demandou a tradução de informações para a Libras, que foram estabelecidas pelas pesquisadoras com a supervisão da intérprete no decorrer da intervenção.

Figura 79 – Atividade com o livro didático na Tarefa 6

Para realizar a Tarefa 6 vamos utilizar um livro didático!



Analise o livro didático “Matemática – Ensino Médio” nas páginas:

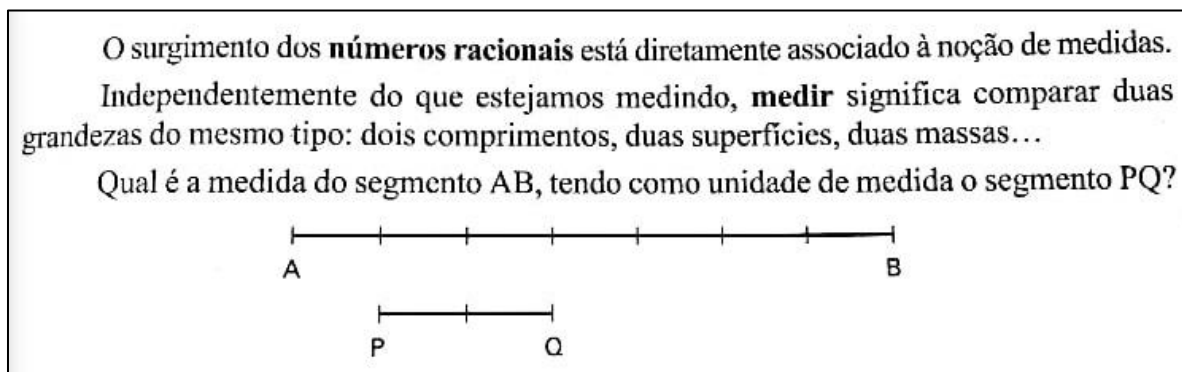
- ◆ Números Racionais (\mathbb{Q}) – página 11
- ◆ Números Irracionais (\mathbb{I}) – página 14

Conforme a seção “Flash Matemático” (página 13):
Entre dois racionais diferentes existe uma infinidade de racionais.
“E você? Conhece outros números racionais entre 1 e 2?”

Fonte: produção própria.

Ao iniciar o estudo dos números racionais, o livro didático aborda a comparação de grandezas em uma dimensão. O material agrega a representação de um segmento de reta \overline{AB} , dividido em sete partes, que deve ser comparado com a unidade, determinada como um segmento de reta \overline{PQ} (Figura 80).

Figura 80 – Segmento de reta evidenciados no livro didático



Fonte: SMOLE; DINIZ (2005, p. 11).

O segmento \overline{AB} foi representado no quadro de giz, e a discussão do raciocínio envolvido foi promovida em língua de sinais. Na continuidade, a produção de números racionais no livro didático enfatizou o registro figural em representação icônica de uma circunferência, representando uma pizza dividida em oito partes. Outro exemplo exibido na obra constituiu o estabelecimento de escalas, representadas por uma proporção racional. Após essa introdução, enunciamos a definição do conjunto dos números racionais: “número racional é todo aquele que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros, $b \neq 0$ ” (SMOLE;DINIZ, 2005, p. 11).

Ao traduzir essa definição, a representação de uma fração foi sinalizada, indicando o numerador com a configuração de mão em ‘a’ e o denominador em ‘b’, as estudantes não demonstraram dificuldades para compreender este sinal, diferenciado daquele utilizado até esse momento, pela presença de letras no lugar de números. Quando enfatizamos em Libras que o termo ‘b’ da representação fracionária deveria ser diferente de zero, Gabi imediatamente questiona o motivo desse fato.

Para responder a estudante estabelecemos divisões a partir de partições efetuadas em um giz, por exemplo, ao dividir um giz para duas pessoas no ambiente, o quebramos ao meio. Após realizar esse processo com distintos divisores, questionamos a possibilidade de dividir um giz para um total de zero pessoas. Nesse momento o grupo indicou que a divisão não fazia sentido, assim justificamos a impossibilidade de um denominador nulo por se tratar de uma indeterminação matemática.

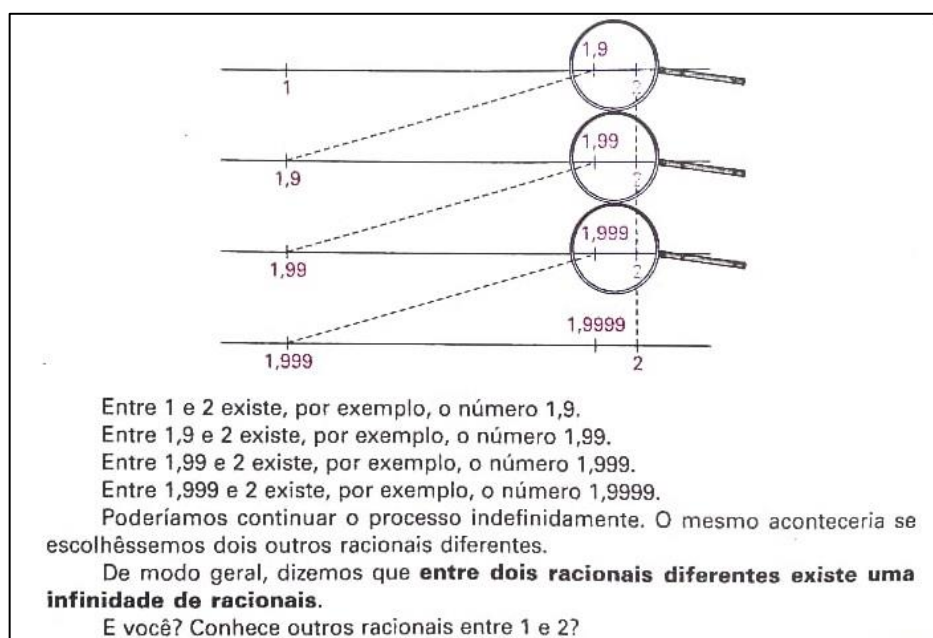
Além disso, o livro didático apresentou exemplos de números racionais em representação numérica fracionária, estabelecendo a conversão de alguns números inteiros para esse tipo de representação, com a pretensão de garantir que todo número inteiro também

é racional. Outra representação evidenciada na obra foi a icônica, por divisões sucessivas de um quadrado, cujo quantitativo foi classificado em duas categorias: aquelas cujo número total de divisões na figura é múltiplo de dois e aquelas múltiplas de três, evidenciando representações numéricas decimais finitas, bem como representações numéricas decimais infinitas e periódicas, propiciando a análise de dízimas características do conjunto dos números racionais.

O grupo observou os exemplos do livro, confirmando com a calculadora a conversão para a representação numérica decimal, as quais foram ditadas pela turma em um processo de datilografia para o registro no quadro. Posteriormente, abordamos a seção destinada ao estudo dos números irracionais, que foram definidos como aqueles em que a representação numérica decimal possui dízimas infinitas e não periódicas (SMOLE; DINIZ, 2005). O material ainda oportunizou a problematização da necessidade de números racionais, pelo cálculo o segmento diagonal de um quadrado unitário, subsidiado pelo teorema de Pitágoras

Para iniciar o desenvolvimento da primeira atividade da tarefa, nos norteamos na problematização efetuada no material (Figura 81), que se relaciona à densidade de números racionais.

Figura 81 – Problematização efetuada no livro didático

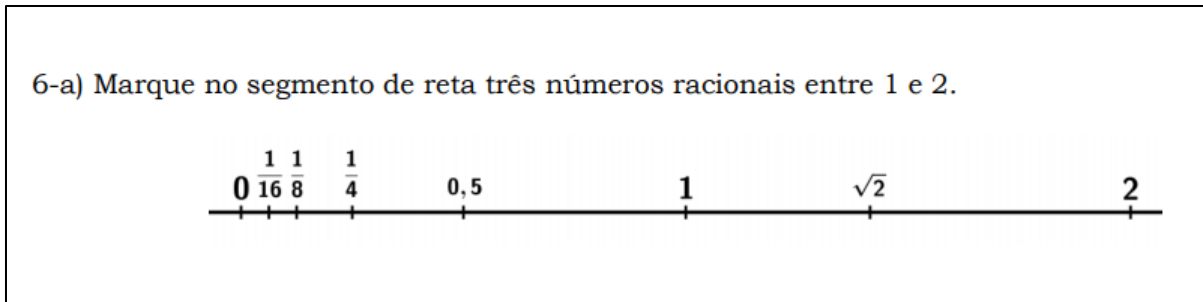


Fonte: SMOLE; DINIZ (2005, p. 14).

Desta forma, na atividade **6-a** (Figura 82), elaboramos uma pergunta análoga àquela disposta no livro, fornecendo como representações de partida um segmento de reta com

marcações indicando representações numéricas de valores inteiros e de um número irracional, além de representações numéricas fracionárias das áreas das peças do tangram e uma representação decimal.

Figura 82 – Atividade 6-a da Tarefa 6



Fonte: produção própria.

Após a tradução da atividade, solicitamos à turma que fossem efetuadas na calculadora divisões correspondentes às representações fracionárias dispostas no segmento, com o intuito de estabelecer a mobilização de representações decimais. Stifinhy sinalizou que não iria fazer os cálculos, quando salientei novamente a possibilidade de efetuar o processo na calculadora a estudante mudou de ideia e afirmou que realizaria a atividade com expressão facial de alegria. Entendemos que as dificuldades da estudante em estabelecer operações numéricas, aliadas a comodidade oferecida pelo instrumento, culminaram nessa mudança de ideia. Entretanto, ressaltamos que a calculadora não substitui o estudo da operação de divisão.


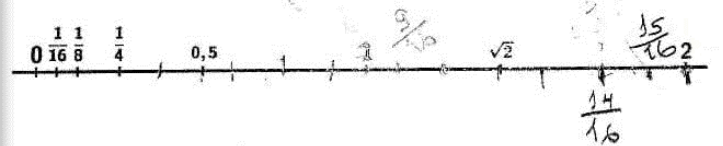
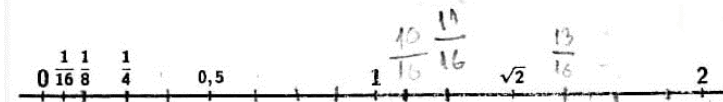
Para registrar as representações decimais no quadro, solicitei que as estudantes informassem o número exposto no visor do recurso, o que gerou uma competição na sala de aula, na qual a disputa se deu pela agilidade para produzir e sinalizar a resposta. Efetuadas tais conversões, reiteramos a tradução do enunciado da atividade, apontando para o intervalo $[1,2]$ e perguntando: “*existem números do conjunto racional nesse intervalo [apontando para o registro geométrico limitado de 1 a 2]?*” (Lucas).

Ressaltamos que esta tarefa agregou o primeiro segmento de reta com tamanho diferente do todo, isto é, os segmentos disponibilizados anteriormente estavam limitados ao intervalo $[0,1]$. Nesse prisma, surgiram dúvidas, sobre quais números poderiam ser marcados, e o grupo optou por utilizar um procedimento similar ao realizado nas tarefas anteriores para localizar representações fracionárias, estabelecendo a divisão de todo segmento, na qual o número de partições escolhida determina um ponto geométrico representante de um número racional.

Todavia, ao efetuar o procedimento supracitado, a distância de 0 a 2 foi considerada como unitária, gerando representações fracionárias menores do que 1, quando a proposta inicial da atividade não foi essa. Tentamos explicar o equívoco para a turma, o que gerou uma série de novas divisões do segmento, no qual as estudantes consideraram pontos compreendidos entre o número 1 e o número 2. Porém, ao gerar a representação fracionária, as divisões no intervalo $[0,2]$ foram quantificadas para determinar o denominador da fração correspondente, quando as mesmas devem ser analisadas no todo, ou seja, no intervalo $[0,1]$.

Apesar do equívoco, ocorreu a mobilização de números racionais em representação fracionária que ainda não haviam sido representados. Camily e Gabi apagaram seus primeiros registros na folha da atividade, porém Stifinhy optou por manter todas as representações produzidas, o que demonstra que o segmento foi compreendido como um todo, já que a estudante indica a representação $\frac{4}{8}$ no ponto determinado como 1 (Figura 83).

Figura 83 – Representações geométricas mobilizadas na atividade 6-a

<p>Registro de Stifinhy</p>	<p>6-a) Marque no segmento de reta três números racionais entre 1 e 2.</p> 
<p>Registro de Gabi</p>	<p>6-a) Marque no segmento de reta três números racionais entre 1 e 2.</p> 
<p>Registro de Camily</p>	<p>6-a) Marque no segmento de reta três números racionais entre 1 e 2.</p> 

Fonte: protocolos da Tarefa 6.

Entendemos que a problematização do livro, que considerou um intervalo maior do que aquele em que o grupo estava habituado, gerou confusões para estabelecer representações

fracionárias impróprias, pois o número de partes consideradas nesse caso é maior do que o total de divisões no inteiro. Nesse sentido, entendemos como necessária uma abordagem mais aprofundada nessa turma em relação a números racionais além dos limitados ao intervalo $[0,1]$.

Como a ideia de densidade pode ser estudada em qualquer intervalo numérico racional, acreditamos que mesmo com esse erro houve a mobilização de distintas unidades numéricas racionais, dando vistas a compreensão da existência de vários números racionais que podem ser representados no segmento. Desta forma, esse direcionamento pode contribuir para o entendimento de que entre quaisquer dois números reais, existe uma infinidade de números racionais.

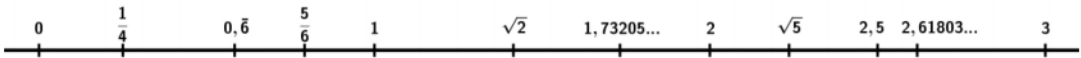
Outro ponto considerável é que o grupo, em nenhum momento, se reportou ao livro didático para observar exemplos de números racionais que, de fato, estariam compreendidos em $[1,2]$, mesmo com as pesquisadoras indicando a consulta. Além disso, as estudantes não discutiram a possibilidade de registrar representações decimais no segmento, evidenciando o apego ao procedimento de divisões em um segmento unidimensional para mobilizar representações fracionárias.

A seguir, na atividade **6-b**, solicitamos que o grupo identificasse apenas números racionais em um segmento com algumas representações de números reais, para que na atividade **6-c** fosse discutida a ideia de completude sobre o conjunto dos números racionais (Figura 84). Na atividade **6-c**, nosso intuito foi estabelecer que mesmo com a possibilidade de identificar infinitos números racionais em qualquer intervalo real, ainda assim haveria a presença de ‘buracos’, pontos não representados, espaços a ser preenchidos por unidades que não podem ser descritas como números racionais.

Figura 84 – Atividades **6-b** e **6-c** da Tarefa 6

Vamos trabalhar com a reta numérica!

6-b) No segmento de reta abaixo circule apenas os números racionais:



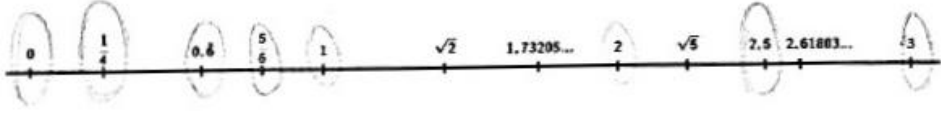
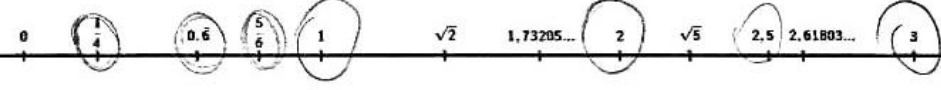
6-c) Somente com números racionais é possível preencher toda reta numérica? Por quê?

Para realizar a atividade, foi necessário retomar alguns conceitos/conteúdos abordados na intervenção anterior, pois Camily não estava na aula e a atividade **6-b** exigiu identificar a (ir)racionalidade de números. Estabelecemos diferenças entre alguns valores numéricos já mobilizados, designando-os como racionais ou irracionais, para tanto analisamos a representação decimal de cada um, na qual a racionalidade foi destacada pela finitude ou periodicidade das dízimas. Já a irracionalidade, contrariamente, foi caracterizada pela falta de período nas dízimas, que sempre são infinitas na representação decimal.

Para identificar os números racionais no segmento de reta, as estudantes fizeram uso da calculadora, que forneceu a representação decimal dos valores $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$. As representações decimais evidenciadas no segmento foram analisadas de forma direta. Quanto aos valores naturais, houve um processo interessante; Stifinhy utilizou a calculadora para determinar divisões que resultassem o quociente natural analisado, o que relacionamos com o desenvolvimento da Tarefa 5, que exigiu a mobilização da representação fracionária dos números inteiros 1 e 2.

Nesse sentido, Stifinhy concluiu que as representações $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{1}$ e $\frac{3}{1}$ correspondem a representação numérica de 1, 2 e 3. A análise de Camily e Gabi foram embasadas na afirmação presente no livro didático, de que todo número inteiro é racional. Assim, as estudantes não se detiveram em determinar suas representações fracionárias, mas também não identificaram o zero como um número racional. Stifinhy realizou em sua calculadora a operação $0 \div 1$, obtendo o quociente 0, o que levou a estudante a concluir a racionalidade desta unidade numérica (Figura 85).

Figura 85 – Identificação de números racionais na atividade **6-b**

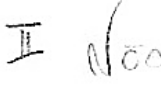
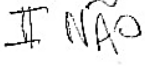
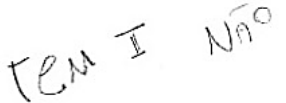
Atividade	6-b) No segmento de reta abaixo circule apenas os números racionais:
Registro de Stifinhy	
Registro de Gabi	

Fonte: protocolos da Tarefa 6.

No desenvolvimento da atividade **6-c**, após a tradução “*só tem números do conjunto racional na reta numérica?*” (Lucas), o grupo quantificou o número de representações numéricas racionais evidenciadas no segmento de reta de **6-b**. Camily e Gabi responderam “8”, pois não identificaram a racionalidade do número zero, e Stifinhy respondeu “9”.

Perguntamos ao grupo quais os outros valores numéricos presentes no segmento, Stifinhy salientou a presença de $\sqrt{2}$, mas gostaríamos que as estudantes expressassem suas conclusões de modo mais generalista, evidenciando a presença de várias representações irracionais. Desta maneira, questionei em Libras “*vocês circularam números do conjunto racional, agora pergunto só com números racionais pode completar a reta numérica?*”, foi quando Camily rapidamente sinalizou “*tem I*”. A observação da estudante gerou justificativas escritas em português por toda a turma (Figura 86).

Figura 86 – Justificativas efetuadas na atividade **6-c**

Atividade	6-c) Somente com números racionais é possível preencher toda a reta numérica? Por quê?
Registro de Camily	
Registro de Gabi	
Registro de Stifinhy	

Fonte: protocolos da Tarefa 6.

Um primeiro olhar, sem uma análise aprofundada do contexto, pode considerar os registros escritos efetuados por Camily, Gabi e Stifinhy como rudimentares, entendemos que não é possível medir as produções escritas do público surdo com ‘régua ouvintes’. Não partilhamos de tal consideração, nesse viés, reiteramos as palavras de Gesser (2009, p. 57) “tanto o português escrito como o oral de que o surdo faz uso são estigmatizados, já que não atingem os ideais de língua impostos por uma maioria de ouvintes”.

A apreensão das unidades de significado nas línguas de sinais não ocorre de maneira linear como nas línguas orais (FRIZZARINI, 2014). Compreendemos, nesse prisma, que esse viés pode acarretar influências sobre o registro do português escrito, visto que a turma optou por justificar a resposta com o símbolo \mathbb{I} , que indica a presença de números irracionais, para após responder negativamente a atividade **6-c**.

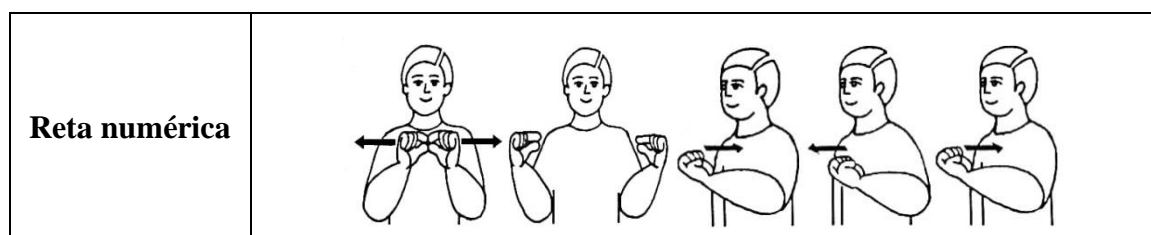
Mesmo parecendo uma indicação simples, quando consideramos as produções escritas de público ouvinte, tais justificativas não ganharam ênfase nas outras atividades ou, pelo menos, não foram registrados pela iniciativa própria do grupo, sendo seu registro requisitado pelas pesquisadoras. A predominância de explicações fornecidas nas atividades anteriores foi cunhada somente pela língua de sinais, cujo acesso se deu pelas gravações em vídeo. A aproximação entre as pesquisadoras e a turma estabeleceu a convivência entre pessoas surdas e ouvintes, propiciando a construção de um ambiente em que o grupo se sentiu confortável em registrar suas repostas, sem preocupações excessivas com a rigidez do padrão de escrita.

Diante da dinamização da tarefa, entendemos que o objetivo foi parcialmente atingido, já que na atividade **6-a** o segmento de reta foi reconhecido como todo, houve a produção de números racionais limitada ao intervalo $[0,1]$. Apesar disso, houve a mobilização de uma série de números racionais em representação fracionária na atividade, o que demonstra um olhar voltado para a infinidade de elementos racionais que podem ser identificados em um intervalo real qualquer determinado.

Nas atividades **6-b** e **6-c**, entendemos como satisfatório o estudo relacionado à ideia de completude, pois a turma observou que além de unidades racionais, a reta real também compreende pontos relacionados às unidades numéricas do conjunto dos números irracionais em representação geométrica. Esse fato possibilita a compreensão de que nem o conjunto dos números racionais nem o conjunto dos números irracionais são completos, sendo essa qualidade destacada apenas no conjunto dos números reais.

Quanto aos sinais convencionados na tarefa, um termo que ainda não havia determinação na turma foi a designação “*reta numérica*”. Optamos por utilizar a combinação dos sinais relativos a ‘reta’ e ‘número’ propostos no dicionário (CAPOVILLA; RAPHAEL, 2008), os quais estão expostos na Figura 87.

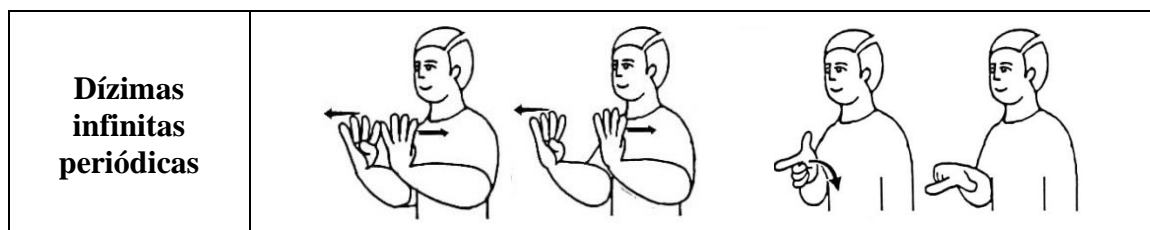
Figura 87 – Sinal convencionado para ‘reta numérica’



Fonte: adaptado de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Além disso, no desenvolvimento relacionado à representação decimal infinita periódica, a sinalização das estudantes agregou uma unidade discursiva não adotada na Tarefa 5, o sinal de “*novamente*” (Figura 88), que foi proposta pelo grupo de estudantes.

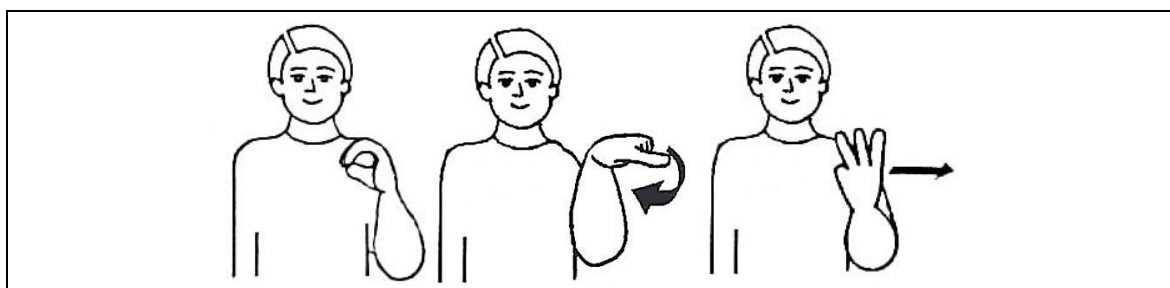
Figura 88 – Adequação do sinal convencional para ‘dízimas periódicas’



Fonte: adaptado de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

O sinal “*novamente*” foi agregado na identificação da periodicidade das dízimas, para indicar a repetição de termos na representação, o que abriu margens para discussões relacionada à notação matemática de uma dízima periódica: $0,333333 \dots = 0,\bar{3}$. Stifinhy já havia efetuado um sinal interessante no decorrer da atividade, ao observar a representação decimal $0,333333 \dots$ no visor da calculadora a estudante sinalizou o número zero, a vírgula e o número 3 sendo ‘arrastado’ verticalmente (Figura 89).

Figura 89 – Sinal efetuado por Stifinhy para a representação decimal $0,333333(\dots)$



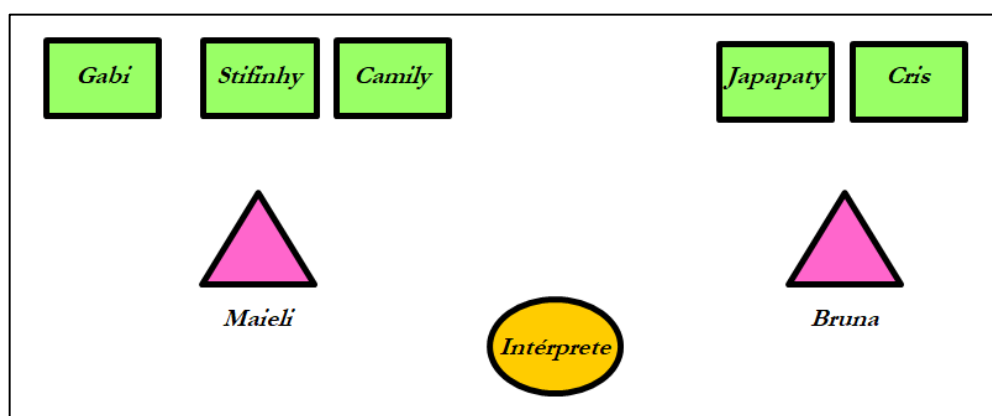
Fonte: adaptado de CAPOVILLA; RAPHAEL (2008).

Na datilologia, esse movimento de arrastar indica a duplicidade de letras em palavras, como é o caso de “C-A-RR-O-SS-E-L”, a estudante apresentou uma analogia a essa estratégia da língua de sinais para representar o valor numérico. Doravante, a representação numérica decimal de dízimas periódicas, cuja repetição enfatiza apenas um termo, foi sinalizada com o apoio desse artifício.

5.7 TAREFA 7

Composta por 3 atividades a Tarefa 7 (Apêndice J) é a última proposta na sequência, seu objetivo foi **mobilizar números reais no registro figural, por meio de construções geométricas com régua e compasso**. As atividades da tarefa foram desenvolvidas, na sala usual da turma, a qual foi organizada de acordo com a ilustração a seguir (Figura 90).

Figura 90 – Espelho da sala na dinamização da Tarefa 7



Fonte: produção própria com base na análise da dinamização da Tarefa 7.

As filmagens promovidas renderam um total de 50 minutos e 40 segundos registrados pela câmera 1, divididos em seis vídeos, e 40 minutos e 34 segundos pela câmera 2, a qual compreende três vídeos, conforme consta no Quadro 21.

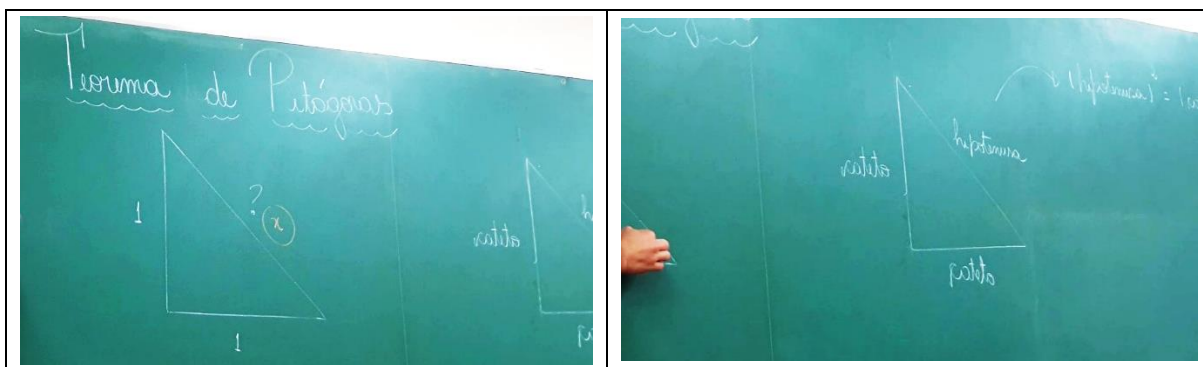
Quadro 21 – Catálogo de gravações em vídeo da Tarefa 7

<i>Câmera 1</i>		<i>Operadora de câmera: Maieli</i>	
Vídeo	Duração	Foco do vídeo	Atividade desenvolvida
I7_C1_V1	05 min. 17 s.	Turma	Conteúdo: teorema de Pitágoras
I7_C1_V2	11 min. 39 s.	Grupo	7-a
I7_C1_V3	13 min. 02 s.	Grupo	7-a
I7_C1_V4	15 min. 33 s.	Grupo	7-b
I7_C1_V5	03 min. 47 s	Grupo	7-c
I7_C1_V6	00 min. 59 s.	Grupo	7-c
<i>Câmera 2</i>		<i>Operadora de câmera: Bruna</i>	
I7_C2_V1	29 min. 49 s.	Pesquisadoras/Turma	Conteúdo: teorema de Pitágoras, 7-a/7-b
I7_C2_V2	13 min. 36 s.	Intérprete/Grupo	7-b
I7_C2_V3	07 min. 19 s.	Grupo	7-c

Fonte: produção própria com base na análise das gravações em vídeo.

O primeiro momento da aula foi destinado ao estudo do teorema de Pitágoras, as estudantes Stifinhy e Gabi já tiveram essa oportunidade na dinamização da Tarefa 5, entretanto, o restante da turma ainda não havia trabalhado com tratamentos algébricos e numéricos incididos em uma equação no desenvolvimento das tarefas. Para realizar essa abordagem, representamos no quadro de giz o contorno de um triângulo retângulo, considerando seus lados menores com medida unitária e seu lado maior como um valor desconhecido. Ao lado reproduzimos a mesma figura, escrevendo em português o nome de cada um dos lados, isto é, os dois catetos e a hipotenusa (Figura 91)

Figura 91 – Representações icônicas de triângulos retângulos



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I7_C2_V1).

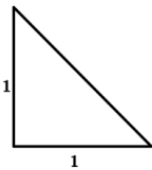
Após sinalizar todas as informações escritas ao quadro, apresentamos à turma o teorema de Pitágoras, estabelecendo de maneira conjunta o cálculo da medida da hipotenusa do triângulo retângulo representado. Cabe salientar que Japapaty compreendeu muito rapidamente os tratamentos efetuados, mostrando domínio das regras de transformação, talvez esse fato seja justificado pelo tempo em que o estudante esteve regularmente matriculado em uma escola de ouvintes, em que geralmente tais procedimentos são enfatizados nas aulas de matemática.

Após essa breve discussão inicial, foi dado início a dinamização da Tarefa 7, com a atividade **7-a** (Figura 92), que teve a pretensão de mobilizar números reais em representação numérica. A produção dos valores reais foi propiciada pelo desenvolvimento do teorema de Pitágoras sob triângulos retângulos em representação icônica com medidas dos catetos conhecida.

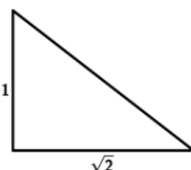
Figura 92 – Atividade 7-a da Tarefa 7

Vamos trabalhar com o Teorema de Pitágoras!

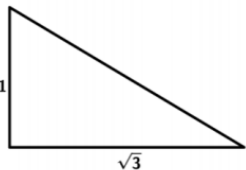
7-a) Calcule a medida da hipotenusa de cada triângulo retângulo abaixo.



1
1



1
 $\sqrt{2}$



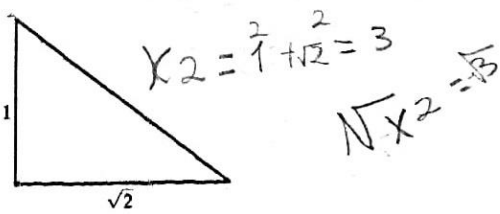
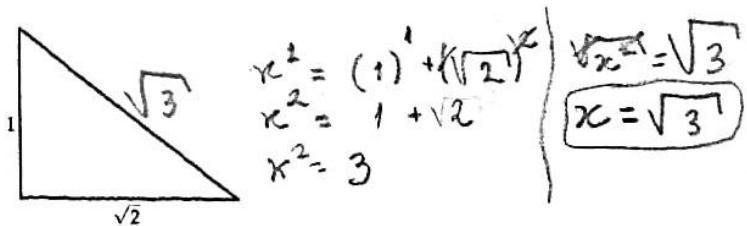
1
 $\sqrt{3}$

Fonte: produção própria.

Para utilizar o teorema de Pitágoras na primeira figura da atividade, Stifinhy, Camily e Cris realizaram os cálculos com auxílio das pesquisadoras, Gabi também foi auxiliada, inclusive pela intérprete, a estudante afirmou durante a intervenção nunca ter estudado nada similar. Na segunda figura, Japapaty estabeleceu o processo sem dificuldades, no entanto as demais estudantes ainda demonstravam dúvidas quanto a resolução. Stifinhy, como já destacado na Tarefa 6, não tem uma relação tão amistosa com os procedimentos operacionais numéricos, assim a estudante solicitou a calculadora para estabelecer os cálculos, com isso fornecemos uma calculadora científica para cada grupo.

Stifinhy passou a realizar as operações no aparelho, digitando toda a operação no recurso, da forma que segue $1^2 + \sqrt{2}^2$, o que produziu imediatamente o resultado 3. Japapaty encerrou resolução de 7-a de maneira muito rápida (Figura 93), enquanto o restante da turma estabelecia os cálculos para a segunda figura o estudante já havia iniciado a leitura do enunciado da atividade 7-b.

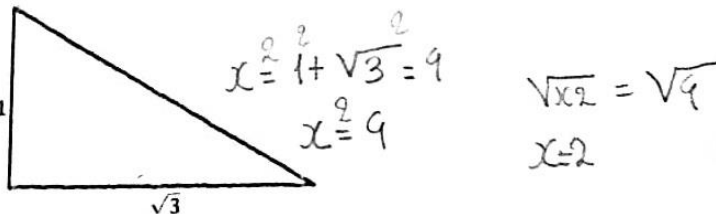
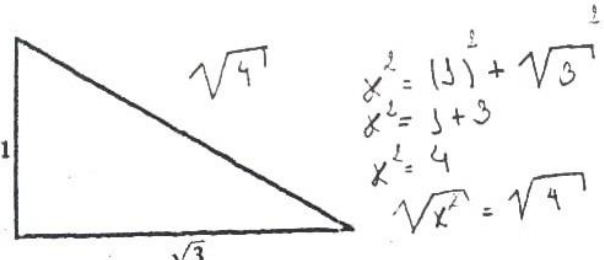
Figura 93 – Transformações numéricas e algébricas da atividade 7-a

Resolução de Stifinhy	
Resolução de Japapaty	

Fonte: protocolos da Tarefa 7.

Mesmo com dificuldades em relação às regras de tratamento algébrico, Camily preferiu não utilizar a calculadora para resolver as operações, a estudante resolveu as operações em sua classe, anotando os resultados. Vale destacar que Camily foi a única a determinar o valor numérico natural de $\sqrt{4}$. Cris, assim como Stifinhy, utilizou a ferramenta para estabelecer os cálculos, porém de um modo diferenciado, no qual digitou uma operação por vez e anotou cada resultado em sua folha, evidenciando uma sequência mais detalhada dos tratamentos efetuados em cada passo (Figura 94).

Figura 94 – Transformações numéricas e algébricas da atividade 7-a

<p>Resolução de Camily</p>	 <p> $x^2 = 1 + \sqrt{3} = 4$ $x = 2$ </p>
<p>Resolução de Cris</p>	 <p> $x^2 = (1)^2 + \sqrt{3}^2$ $x^2 = 1 + 3$ $x^2 = 4$ $x = 2$ </p>

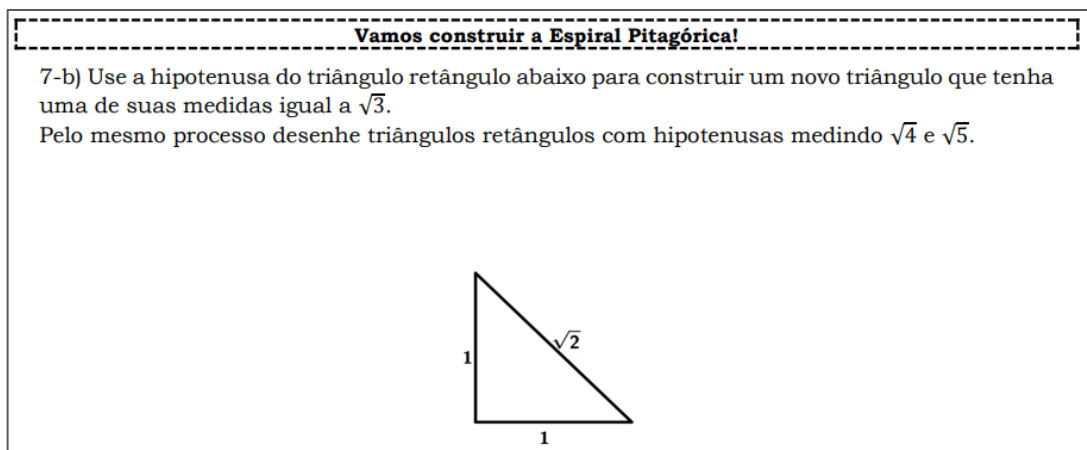
Fonte: protocolos da Tarefa 7.

Gabi, antes de finalizar os cálculos estabelecidos na segunda figura geométrica da atividade 7-a, nos informou que não iria realizar o restante da tarefa. A estudante mostrou muita resistência para efetuar as operações na atividade, dialogamos com ela, informando que que no restante das atividades da tarefa figuras geométricas seriam exploradas e não cálculos numéricos, mesmo assim Gabi se manteve firme em sua decisão. No intuito de não ferir os direcionamentos éticos da pesquisa, respeitamos o posicionamento da estudante, que permaneceu na sala até o final da intervenção.

A seguir, a atividade 7-b (Figura 95) abordou a reprodução das figuras geométricas estudadas na atividade 7-a e a produção de uma outra figura geométrica, um triângulo retângulo com a hipotenusa medindo $\sqrt{5}$ u.c., processo que enfatizou a apreensão sequencial, pelas construções geométricas requeridas, as quais foram desenvolvidas com régua e compasso. Para tanto, a atividade agrega uma representação icônica de um triângulo retângulo

isósceles com catetos unitários, cuja hipotenusa deveria ser utilizada como lado da representação icônica a ser reproduzida, com a pretensão de gerar a construção de uma espiral pitagórica.

Figura 95 – Atividade 7-b da Tarefa 7



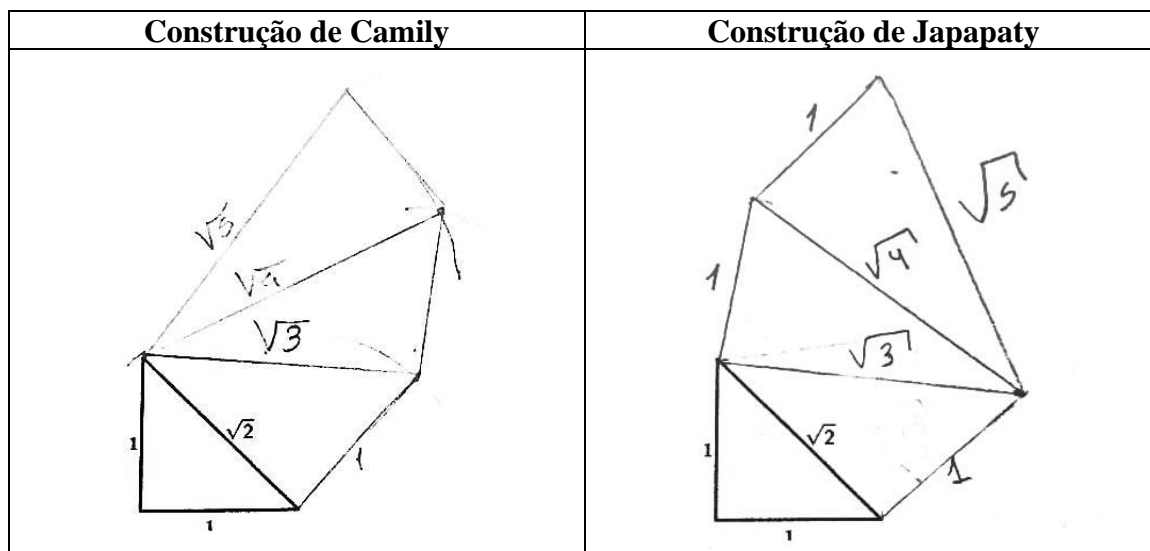
Fonte: produção própria.

Inicialmente, foi necessário resgatar com a turma um momento de (re)apropriação da régua e compasso, salientando sua possibilidade de transferir medidas, pois Camily, Cris e Japapaty utilizaram o instrumento uma única vez na Tarefa Exploratória. Stifinhy demonstrou mais familiaridade com o material, o que pode ser justificado pelo uso do recurso na Tarefa 5, a qual a estudante esteve presente.

Como ponto de partida da atividade, auxiliamos a turma a construir o primeiro triângulo requisitado na atividade, no processo destacamos a transferência das medidas 1 u.c. e $\sqrt{3}$ u.c. dos segmentos do triângulo, o que geometricamente acarreta dois pontos de intersecção produzidos por duas circunferências, contudo apenas um deles é capaz de gerar a figura sem que haja sobreposição na representação fornecida.

Nas demais figuras da atividade 7-a, não foram constatadas dificuldades (Figura 92). Para produzir um triângulo retângulo com hipotenusa medindo $\sqrt{5}$ u.c. Camily mediu, utilizando o compasso, o segmento com $\sqrt{4}$ u.c., nos mostrou a abertura da ferramenta e, manualmente, puxou as hastes do compasso, aumentando sua envergadura. Nesse momento a estudante indicou que a nova abertura do compasso teria a medida $\sqrt{5}$ u.c. Entendemos que Camily revelou o entendimento da ordenação incidida sobre números reais, pois forneceu indícios de que $\sqrt{5} > \sqrt{4}$, porém a construção geométrica pode estabelecer a medida referida de maneira mais precisa.

Figura 96 – Construções geométricas da atividade 7-b



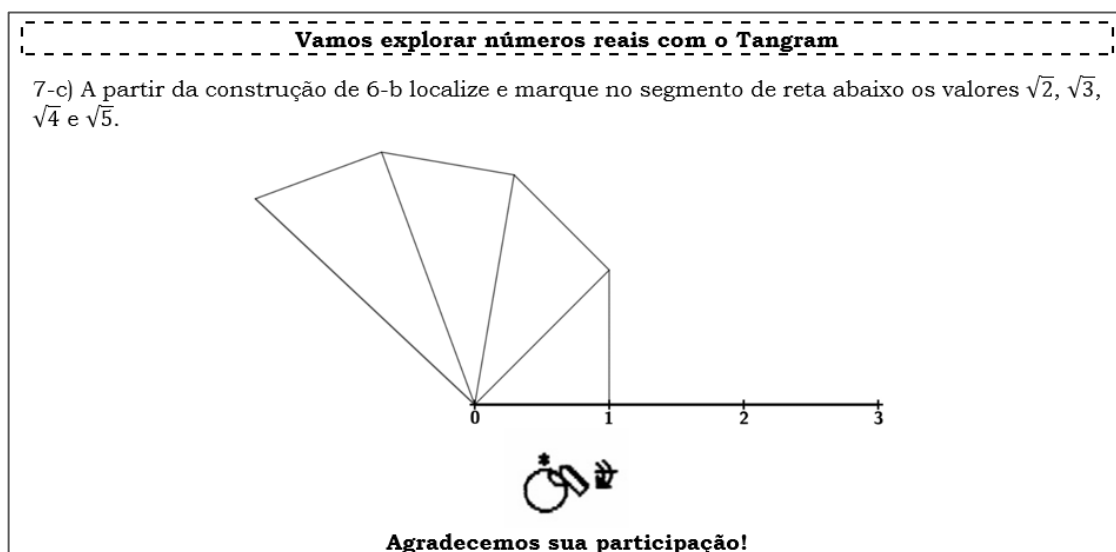
Fonte: protocolos da Tarefa 7.

Camily e Stifinhy estabeleceram construções idênticas à espiral pitagórica, Cris e Japapaty efetuaram uma rotação na reprodução de um triângulo, não estabelecendo a forma espiralada. Apesar disso, entendemos que as construções efetuadas pela dupla seguiram os procedimentos geométricos adequados, contemplando assim a mobilização de números reais pelo registro figural em representação icônica. Além disso, na atividade seguinte, Japapaty e Cris teriam a oportunidade de trabalhar com a espiral pitagórica.

Solicitamos à Camily a análise da construção feita até o momento, a estudante destacou a presença da medida unitária em todos os triângulos e observou a sequência de raízes produzidas, concluindo que o próximo triângulo da sequência teria um segmento com medida 1 u.c. Em seguida a estudante percebeu que a hipotenusa do triângulo retângulo anterior sempre foi utilizada na reprodução da forma, assim utilizou a hipotenusa com medida $\sqrt{4}$ u.c. e transferiu a medida unitária para estabelecer a construção do triângulo retângulo requisitado. Stifinhy, Japapaty e Cris também identificaram essa relação e, para obter a forma referida com hipotenusa medindo $\sqrt{5}$ u.c., desenvolveram estratégias análogas.

A última atividade da Tarefa 7 (Figura 97) buscou mobilizar números reais em representação geométrica, pela localização das medidas das hipotenusas determinadas nas atividades anteriores, como pontos em um segmento de reta. Nesse sentido, uma representação icônica da espiral pitagórica foi disponibilizada como registro de partida, sem agregar legendas na figura, no intuito que a turma efetuasse a identificação das medidas.

Figura 97 – Atividade 7-c da Tarefa 7

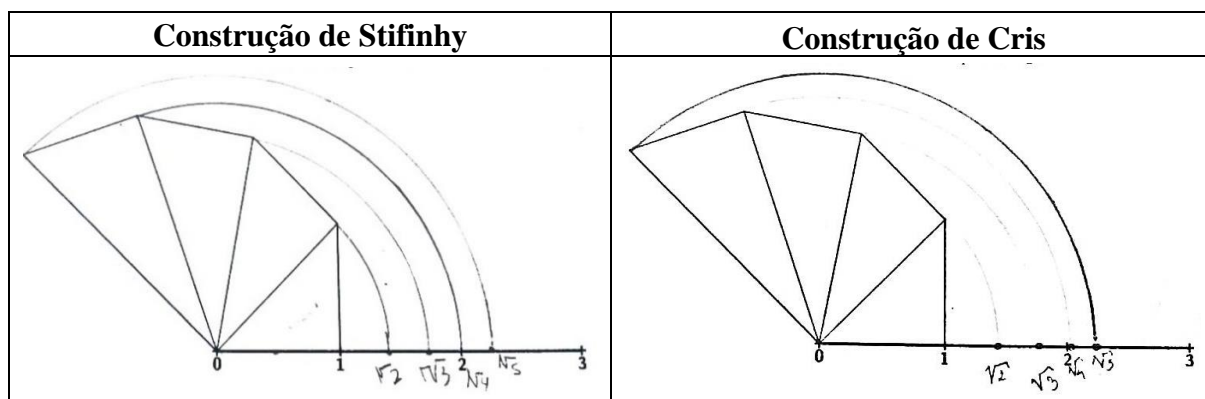


Fonte: produção própria.

Japapaty e Cris apresentaram dificuldades para reconhecer as medidas na representação icônica fornecida, talvez uma justificativa para esse impasse seja dada pela construção da dupla em 7-b, que não estabeleceu a mesma organização apresentada no protocolo da atividade. Após a pesquisadora Tainara instigar a comparação das figuras da espiral pitagórica com as figuras geométricas da atividade 7-a o grupo conseguiu identificar todas as medidas dos segmentos de reta.

Como Stifinhy e Camily realizaram a construção esperada na atividade 7-b, as estudantes conseguiram estabelecer todos os pontos sobre o segmento de reta sem qualquer dificuldade. Conquanto, Stifinhy foi a única a efetuar a localização precisa de todos os pontos, inclusive da medida $\sqrt{4}$ u.c. (Figura 98).

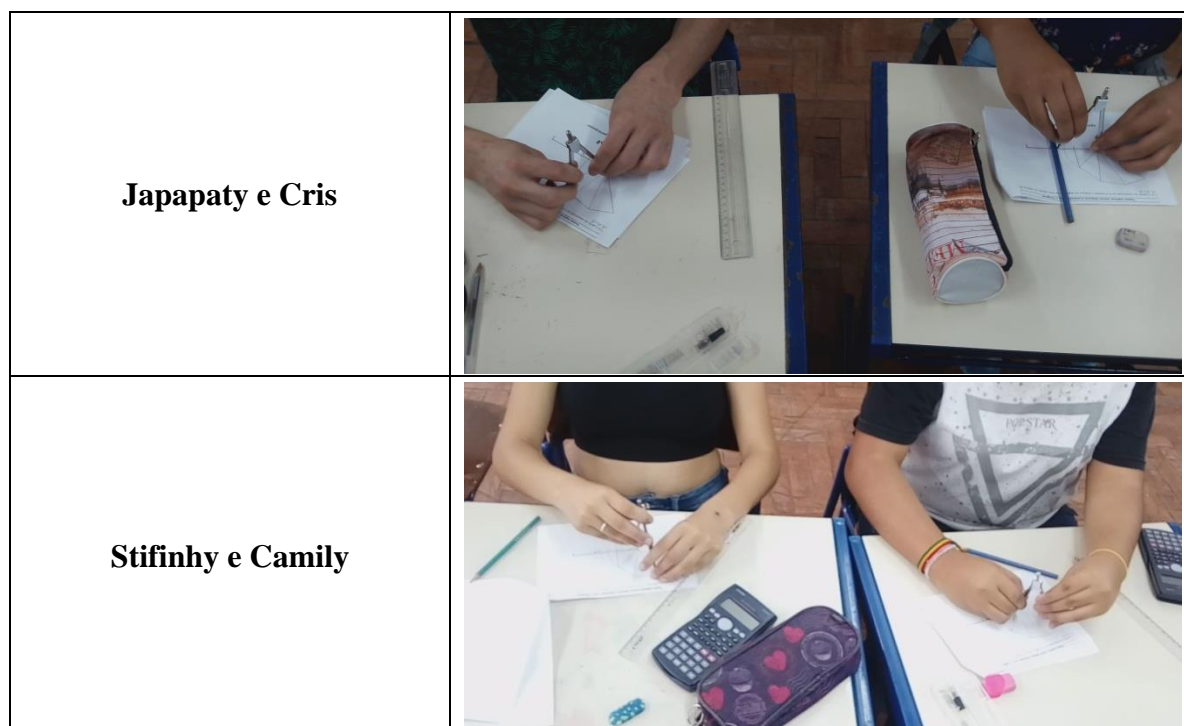
Figura 98 – Construções geométricas da atividade 7-c



Fonte: protocolos da Tarefa 7.

Acreditamos que a falta de precisão na localização dos pontos, destacada nos protocolos de Camily, Cris e Japapaty, foi ocasionada pela falta de prática com o compasso, pois o grupo de estudantes não conseguiu segurar o material na devida extremidade. Assim, para efetuar as transposições de medida, o instrumento foi manipulado pelas suas hastes, o que ocasionou distorções pela força aplicada (Figura 99).

Figura 99 – Estudantes utilizando o compasso na atividade 7-c



Fonte: imagens extraídas das gravações em vídeo (I7_C1_V5 e I7_C2_V3).

Diante a dinamização da Tarefa 7, entendemos que as figuras geométricas da atividade 7-a oportunizaram a produção de representações numéricas de números reais, pelo registro intermediário algébrico propiciado pelo teorema de Pitágoras. Tais figuras foram reproduzidas com régua e compasso na atividade 7-b, o que estabeleceu a organização de outra figura, que relacionou os referidos valores numéricos através de um registro figural icônico, pela construção da espiral pitagórica. Apesar de um grupo não atingir a construção esperada em 7-b, o mesmo teve sucesso em reproduzir a forma de cada uma das representações figurais.

A atividade 7-c da tarefa oportunizou determinar representações geométricas para valores reais, o que foi cumprido por ambos os grupos. Por mais que a forma de manipular o compasso culminou pequenas distorções na representação geométrica, o suporte a calculadora permitiu analisar o equívoco, pelo resultado natural de $\sqrt{4}$. Diante disso, entendemos que o

objetivo da tarefa foi atingido, ademais, destacamos que nesta intervenção não houve a necessidade de convencionar nenhum sinal da matemática.

Diante da apresentação e discussão realizada nesse capítulo, que versa sobre a dinamização da Sequência de Tarefas, contextualizamos o desenvolvimento das atividades desta investigação. Nessa perspectiva, é chegada a hora de sistematizar e/o resgatar alguns resultados sob a luz dos registros de representação semiótica, o que será retratado no capítulo a seguir.

6 NÚMEROS REAIS: ENTENDIMENTOS E MOBILIZAÇÕES

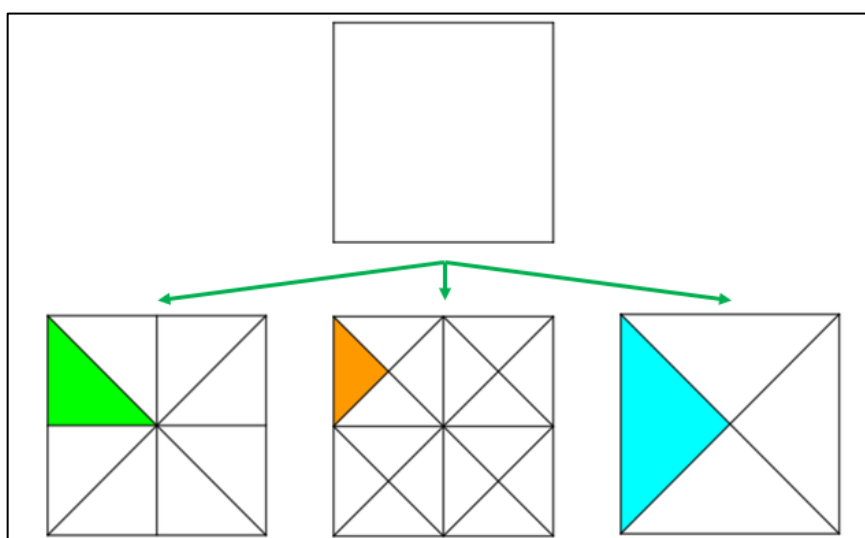
No presente capítulo pretendemos estabelecer alguns resultados em relação ao desenvolvimento das atividades, nos quais destacamos articulações e mobilizações de representações semióticas e processos cognitivos evidenciados com a dinamização da Sequência de Tarefas. Para tanto, organizamos cinco seções independentes, a saber: *Representação fracionária de números racionais*; *Representação decimal de números racionais*; *Representação percentual de números racionais*; *Representação geométrica de números reais* e *Representação icônica de números reais*.

6.1 REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DE NÚMEROS RACIONAIS

Segundo Silva e Almoloud (2018), a representação fracionária constitui um registro de representação semiótica com regras próprias para transformações, que pode ser utilizado para representar números irracionais e números complexos, como $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{2+3i}{3}$, sendo $i = \sqrt{-1}$, ou ainda números racionais, cuja ênfase é abordada na presente dissertação. Em particular, a forma fracionária de um número racional $\frac{a}{b}$ cumpre a condição de que $a, b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$.

Ao iniciar a abordagem com representações fracionárias, enfatizamos relações partetodo, evidenciadas em tratamentos figurais efetuados a partir da manipulação das peças do tangram, enfatizando decomposições com relação à apreensão mereológica (Figura 100).

Figura 100 – Quadrado unitário decomposto conforme a forma das peças triangulares



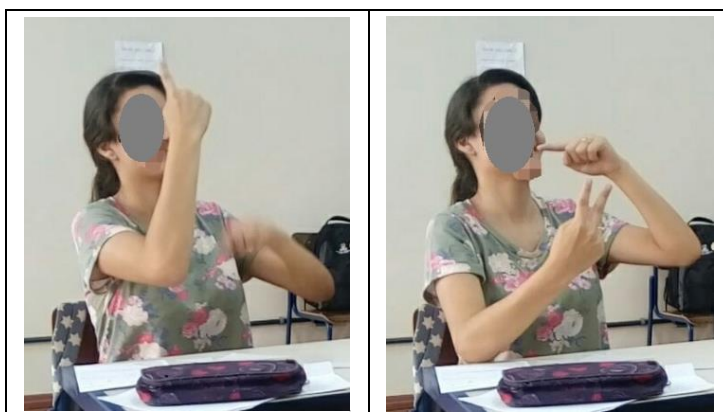
Fonte: produção própria.

Definimos a figura quadrada formada pelas sete peças representando o inteiro. A análise de cada parte comparada com o todo, decomposto conforme o formato de cada uma das peças triangulares do recurso, propiciou estabelecer a mobilização das representações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{16}$, respectivamente para Tg, Tm e Tp. Todos os estudantes efetivaram a mobilização de tais representações, inclusive pela língua de sinais.

A princípio, a sinalização dos números supracitados foi efetuada de maneira muito limitada, os grupos não enunciavam nenhuma unidade com correspondência ao numerador da representação, sequer a ‘barra’ indicando a divisão, efetuando apenas o sinal do número presente no denominador. No decorrer das tarefas, a turma consolidou um processo de formação, às regras de conformidade para a representação fracionária (DUVAL, 2009).

Assim, o registro dos números em forma fracionária nas atividades permitiu a reprodução dos traços que caracterizam representações fracionárias, o desenvolvimento das tarefas cunhou a estruturação de relações e o entendimento de propriedades desse sistema representativo. A designação nominal, na língua nativa da comunidade escolar, também foi contemplada, ao passo que os parâmetros de sinalização integraram o emprego de uma unidade numérica representando o numerador, outra o denominador assim como a ‘barra’ de divisão, demonstrando congruência entre a representação numérica fracionária e o sinal na língua natural (Figura 101).

Figura 101 – Stifinhy enunciando o sinal da representação fracionária $\frac{1}{2}$



Fonte: arquivo da autora.

Cabe salientar que após consignarmos a produção de representações com numerador diferente de um, o processo de sinalização foi mais profícuo em relação à estrutura da representação fracionária. Essa abordagem ganhou destaque, na Tarefa 1, ao desenvolver as

atividades de **1-k** a **1-o**, relacionadas ao estudo incipiente de relações de equivalência para representação fracionária.

Nesse gradiente, as atividades supracitadas envolveram a mobilização de $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{16}$, como representações em um mesmo sistema semiótico que referenciam um único número racional. A turma de estudantes foi capaz de perceber a ideia de equivalência pela sobreposição de peças no material, quando organizaram duas peças T_m e quatro peças T_p sob o formato de uma peça T_g , concluindo a congruência entre suas áreas ao estabelecer relações entre o campo numérico e geométrico.

A equivalência de representações fracionárias foi explorada com mais inclinação na Tarefa 2, a partir da área das peças P, Q e T_m . Nesse sentido, foi produzida a representação fracionária $\frac{2}{16}$ que caracteriza a área das três peças referidas, contudo, a peça T_m já havia sido interpretada com a área $\frac{1}{8}$, o que possibilitou entender a correspondência entre estas representações. Ainda na Tarefa 2 foi estabelecido o conjunto numérico ao qual as representações numéricas fracionárias mobilizadas pertencem, sendo o conjunto dos números racionais.

Quanto às transformações analisadas, evidenciamos tratamentos numéricos relacionados a produção de representações fracionárias equivalentes, o qual foi efetuado por Japapaty na Tarefa 2 em sua classe (Figura 102). O estudante estabelece multiplicações no denominador e no numerador da representação, produzidas por um mesmo valor natural. Ao realizar esse processo em um número com dois algarismos (dezena e unidade), a operação não é efetuada, talvez pela falta desse produto na ‘tabuada’, sendo tais transformações destacadas como dificuldade geral da turma.

Figura 102 – Tratamentos numéricos sobre representações fracionárias



Já na Tarefa 6, ao abordar indícios da densidade no conjunto dos números racionais em **6-a**, são produzidas representações fracionárias entre zero e um, apesar da atividade solicitar números no intervalo $[1,2]$. A turma estabeleceu tais números fracionários utilizando denominadores já mobilizados com o tangram, que não foi integrado como recurso didático dessa tarefa. Explorar a produção de outros números racionais na tarefa permitiu vistas ao entendimento da existência de muitos ou infinitos números racionais em um dado intervalo.

A atividade **6-a** foi desenvolvida imediatamente após realizarmos um estudo com o livro didático, que pautou a identificação de infinitos números racionais no intervalo $[0,1]$. Analisando os protocolos da Tarefa 3, mais especificamente na atividade **3-b**, percebemos que algumas representações numéricas fracionárias distintas daquelas representadas com o tangram já haviam sido consignadas pela turma, são elas $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$ e $\frac{1}{10}$. Desta forma, entendemos que foi possível estabelecer noções com vistas ao aprendizado da relação de densidade, baseado na mobilização de representações fracionárias em um intervalo de números reais.

6.2 REPRESENTAÇÃO DECIMAL DE NÚMEROS RACIONAIS

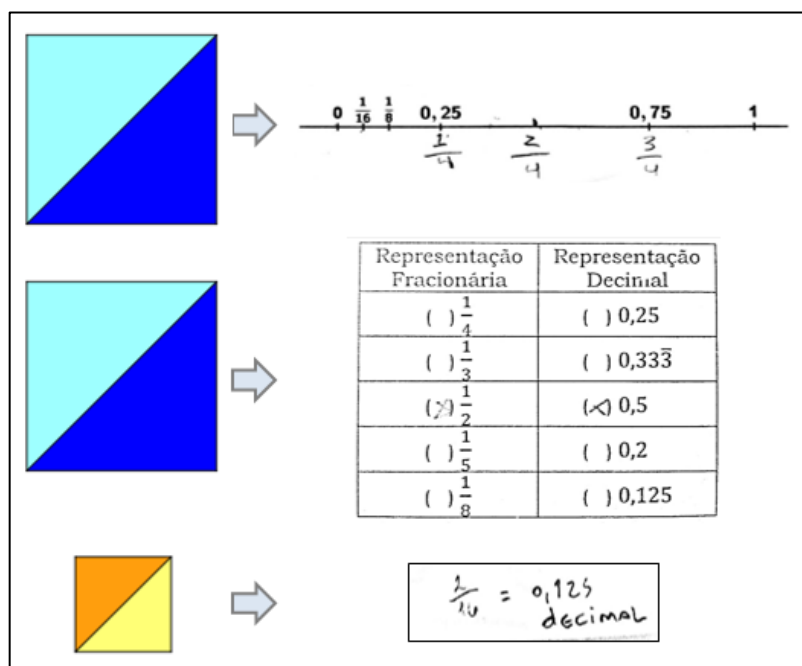
As representações decimais, assim como as fracionárias, não são utilizadas exclusivamente para representar unidades numéricas racionais. No entanto, a representação decimal para números irracionais tem um caráter restringido, já que nesse caso sempre há um truncamento, dada a infinidade de termos sem periodicidade. Nessa seção, abordaremos a representação decimal finita ou infinita periódica, que qualificam números racionais.

Na Tarefa 3, que envolveu a primeira abordagem desse tipo de representação, a turma estabeleceu conversões entre registros fracionários e decimais, a qual foi possibilitada principalmente pela localização das representações fracionárias em um segmento de reta, que coincidiam com as representações decimais de partida, sendo assim a representação geométrica cumpriu função de registro intermediário que possibilitou a conversão numérica. As representações fracionárias foram estabelecidas com suporte ao registro figural em representação icônica, propiciadas pelas peças do tangram, o que demonstra a importância do registro figural em nossas tarefas.

Por outro lado, a conversão entre de representações decimais para fracionárias com algoritmos de divisão ganhou ênfase na Tarefa 4, na qual a turma relacionou os números $\frac{1}{2}$ e

0,5 como representantes de um mesmo objeto matemático (atividade **4-b**). Na mesma tarefa, estabelecemos a representação decimal de $\frac{2}{16}$, na atividade **4-f** (Figura 103).

Figura 103 – Conversões relacionadas à representação decimal



Fonte: protocolos de Stifinhy na Tarefa 3 e Japapaty na Tarefa 4.

Ainda na Tarefa 4, houve discussões relacionadas a outras representações decimais, evidenciando comparações entre tais valores e divisões estabelecidas no todo. Tais divisões foram relacionadas às decomposições do inteiro que geraram números em forma de fração, assim demonstrando o estabelecimento de conexões entre representações decimais e fracionárias.

Cabe ressaltar a grande dificuldade da turma em estabelecer algoritmos para divisão, a qual relacionamos com obstáculos de aprendizagem referentes às operações de multiplicação e divisão. No desenvolvimento das tarefas, constantemente tais impasses ganharam relevo, o que sugere outros olhares de pesquisa, voltados à exploração das quatro operações fundamentais da matemática, a fim de propiciar um estudo relacionado ao desenvolvimento das transformações efetivadas nesse viés. Uma possibilidade para isso poderia ser realizada com o uso do material dourado ou de ábacos, que possibilitam compreender a estrutura representativa do sistema de numeração posicional de base dez e suas regras para transformações, relativas às operações numéricas.

A representação decimal de números racionais também foi abordada na Tarefa 6, sendo que na atividade **6-a** esperávamos sua mobilização no segmento de reta, como exemplos de números racionais compreendidos no intervalo $[1,2]$. No entanto, a turma não realizou a produção dessas representações, tendo dominância o registro de números racionais na forma fracionária. Esse fato pode ser justificado pela grande incidência de análises por meio relações parte-todo apenas em figuras determinadas como inteiro, processo que poderia ser enriquecido ao aliá-lo à exploração de representações fracionárias impróprias no registro figural icônico, nessa perspectiva utilizando dois ou mais tangrans em atividades.

O grupo de estudantes também constatou a racionalidade de representações decimais finitas e infinitas periódicas na atividade **6-b**, indicando tais números como elementos pertencentes ao conjunto dos números racionais. Após dinamização, entendemos que a tarefa poderia explorar, para além da identificação, a localização de números em forma decimal na reta. Esse direcionamento toma importância na medida em que contribuiria na construção de relações entre o sistema representativo decimal e fracionário, ao passo que “[...] estes dois registros de representação possuem graus de dificuldade diferentes (custo cognitivo diferente) para quem aprende” (DAMM, 1999, p. 146).

6.3 REPRESENTAÇÃO PERCENTUAL DE NÚMEROS RACIONAIS

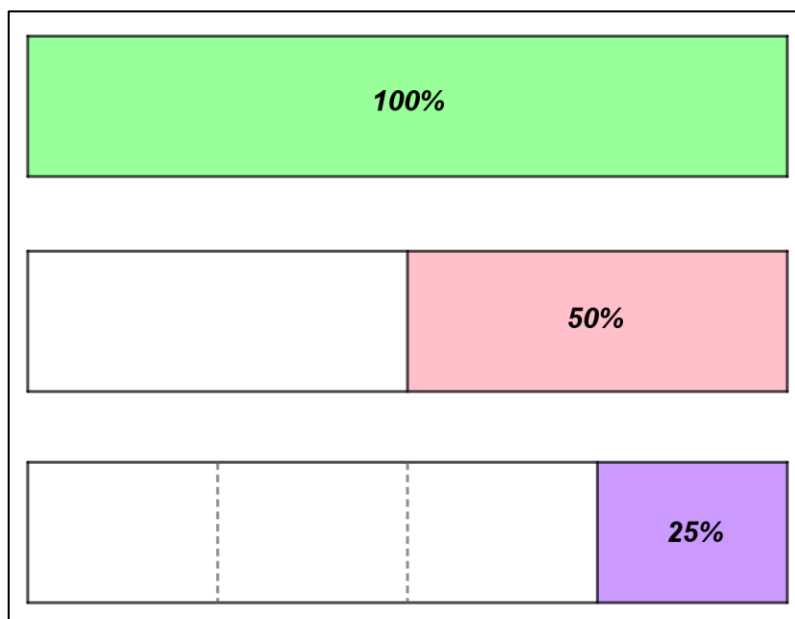
A representação numérica percentual compreende um registro sob forma fracionária centesimal, que destaca a mobilização de números racionais, já que seu denominador é fixo igual a 100, portanto diferente de zero, e seu numerador um número inteiro, geralmente limitado ao intervalo $[0,100]$. Nas atividades da Sequência de Tarefas a forma numérica percentual ganhou menos ênfase, cuja exploração foi detida à Tarefa 4.

A porcentagem (ou percentagem) segue característica de uma relação analisada em algum valor referencial, isto é, o registro depende de algum total analisado para ser produzido, quando falamos 25% se faz necessária a pergunta ‘de quê?’. A representação pode estabelecer correlações a acréscimos ou descontos em um montante estipulado, reduções ou aumentos de quantidades ou mesmo taxas de decréscimo ou crescimento.

Nesse gradiente, estabelecer a porcentagem 50% no registro figural em representação geométrica por exemplo, pode gerar pontos distintos em um segmento de reta, que dependem do referencial em que a taxa foi aplicada. Esse fato não ocorre na representação das unidades decimal 0,5 e fracionária $\frac{1}{2}$, que definem um único ponto na reta real.

Desta forma, na Tarefa 4 abordamos a representação percentual a partir de sua interpretação como taxa de redução na área de figuras da geometria plana, inicialmente com o quadrado definido como todo. No primeiro momento da abordagem foram estabelecidas relações entre os sistemas semióticos de representação percentual e fracionária, a partir de análises geométricas de representações icônicas retangulares (Figura 104).

Figura 104 – Representação percentual a partir de registros icônicos retangulares

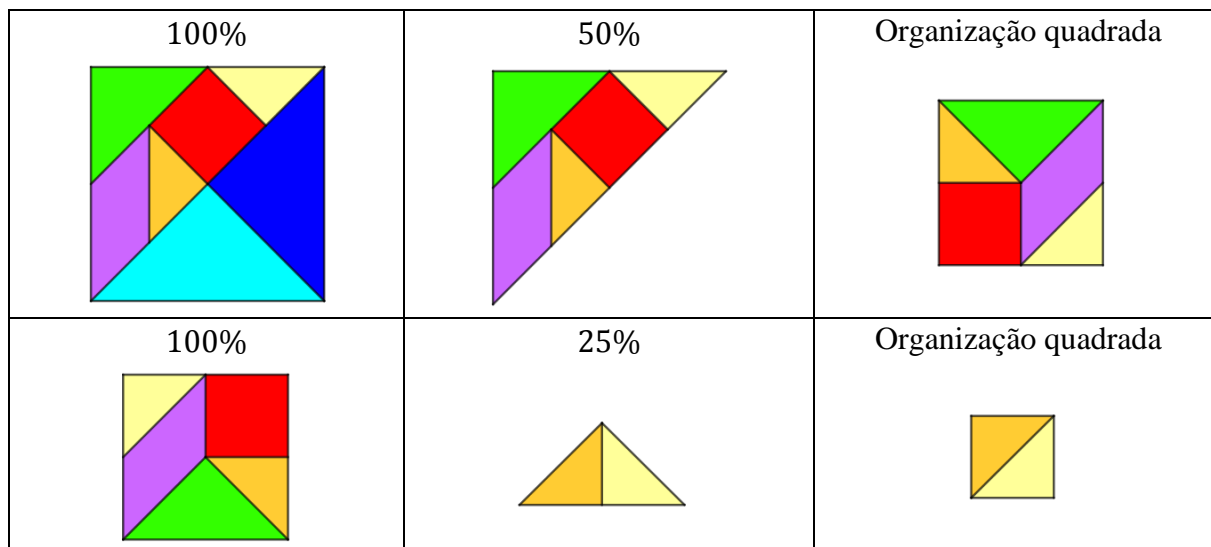


Fonte: produção própria.

Ao desenvolver a Tarefa 4, a análise percentual foi detida às peças do tangram e às representações icônicas delas advindas. As atividades da tarefa consistiram na organização sucessiva de quadrados, cuja área deveria ser reduzida em 50%. Esse direcionamento estabelece indícios de relações com a apreensão operatória ótica, pois as figuras podem ser interpretadas como variações em superposição de uma mesma forma quadrada (DUVAL, 2012a; 2012b).

No entanto, como os quadrados foram construídos a partir de organizações com o tangram a ênfase repousa sobre modificações de cunho mereológico, por divisões da figura a ser transformada, e sobre modificações posicionais para realizar encaixes de peças que resultem na forma esperada. Assim, o desenvolvimento destas atividades foi fundamentado na análise geométrica de decomposição para redução das figuras, na qual a turma de estudantes separou a metade da figura, analisada visualmente por diagonais de quadrados, para organizar outros quadrados com as peças resultantes (Figura 105).

Figura 105 – Reduções da área de quadrados na Tarefa 4



Fonte: produção própria com base na análise dos protocolos da Tarefa 4.

Entendemos que os sentidos relacionados à porcentagem proferidos pela turma antes de realizar a tarefa foram limitados à matemática utilitária, restritos a associações monetárias cotidianas. Com o desenvolvimento das atividades foi possível estabelecer conexões entre representações percentuais e icônicas de números racionais, cumprindo a construção de relações e propriedades da atividade cognitiva de formação, possibilitando o estabelecimento de apropriações conceituais que desencadeiam a incidência de transformações no sistema semiótico percentual (DUVAL, 2009).

Mesmo com a pouca ênfase dada sobre a porcentagem na Sequência de Tarefas, foram estabelecidos significados mais formalizados em relação a sua estrutura representativa, por considerar suas articulações com representações fracionárias e icônicas. Desta forma, qualificando um acesso proficiente ao objeto matemático, tanto que a mobilização de registros numéricos fracionários e decimais foi fomentada nas atividades **4-d** e **4-f**.

6.4 REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE NÚMEROS REAIS

O registro figural, em representação geométrica, é caracterizado neste trabalho pela localização de pontos em um segmento de reta. Para o caso de números irracionais, o processo ocorreu por meio de construções com régua e compasso, já para números racionais, através da identificação de pontos médios, por divisões sucessivas efetuadas em um segmento. O desenvolvimento das Tarefas 3, 5, 6 e 7 enfatizou a produção de tais registros.

Na Tarefa 3 foram abordados exclusivamente números racionais, no qual as estudantes conseguiram estabelecer registros que propiciaram entender a equivalência fracionária pela representação geométrica na atividade **3-a**. Uma vez representados em um segmento de reta, os números $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{16}$ compreendem o mesmo ponto, o que contribuiu na construção do conceito de equivalência de representações fracionárias de números racionais, por agregar à sua interpretação numérica o viés geométrico.

Ainda na Tarefa 3, a atividade **3-e** possibilitou compreender a interpretação geométrica da conversão de uma representação fracionária para a decimal, posto que os pontos no segmento de reta, correspondentes aos números 0,25 e 0,75, também foram escritos nas respectivas formas $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$, mesmo sem que esse direcionamento fosse solicitado no enunciado. No caso de números racionais, o registro geométrico ganha destaque por oportunizar a compreensão de que, mesmo a forma fracionária tendo valores distintos, tais representações fazem referência ao mesmo objeto matemático.

No caso da representação geométrica de números irracionais, construções com régua e compasso ganharam destaque para sua mobilização nas Tarefas 5 e 7, abrindo margens para desenvolver a apreensão sequencial. Na atividade **5-c** ocorreu a localização dos números $\sqrt{2}$ e de $2\sqrt{2}$, a representação simbólica dessas unidades foi constituída em Libras com uma referência icônica ao símbolo de radiciação, que foi promovida pela primeira vez na Tarefa Exploratória. Como apenas um estudante reconheceu a representação, o processo demandou um viés no estabelecimento da atividade cognitiva de formação com a turma, relacionada à estrutura representativa e regras de conformidade da radiciação.

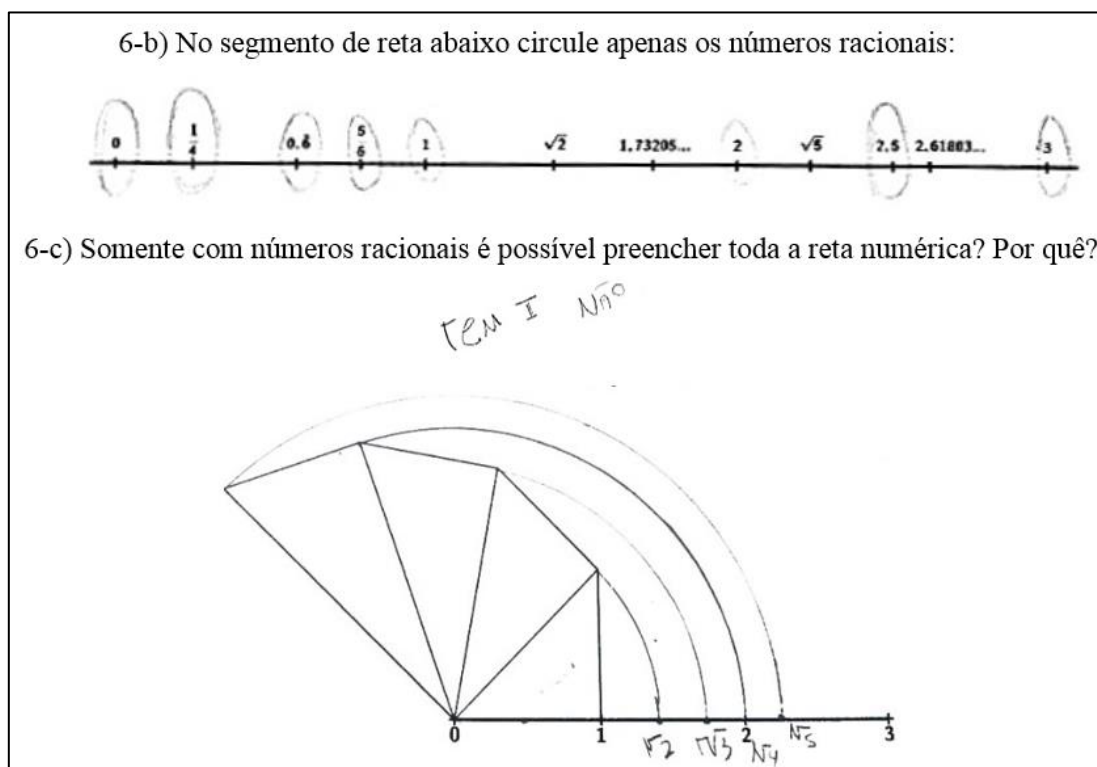
Diante da falta de precisão para representação numérica decimal dos números irracionais supracitados, o estudo da representação geométrica toma destaque, pois as construções com régua e compasso permitem produzir um segmento incomensurável. As estudantes presentes na dinamização da Tarefa 5, até mesmo analisaram a representação decimal $\sqrt{2}$ e $2\sqrt{2}$ fornecida pela calculadora para realizar a sua identificação como ponto no segmento, porém sem sucesso. Com isso, foram construídas figuras geométricas correspondentes à peça Tp do tangram, assim, o lado hipotenusa da figura concilia a mobilização do número irracional $\sqrt{2}$, que foi transferida com o compasso para um segmento de reta e duplicada para estabelecer a representação de $2\sqrt{2}$.

O desenvolvimento da Tarefa 7 propiciou a mobilização de representações geométricas de números reais na atividade **7-c**, nesse sentido, foram produzidas

representações das unidades irracionais $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$ e da unidade racional $\sqrt{4}$. Ao relacionar esse desenvolvimento com a Tarefa 6, percebemos que noções da relação de completude foram abordadas.

A representação geométrica na atividade **6-b** possibilitou a identificação números não racionais em um segmento de reta, sendo que o grupo de estudantes indicou que a reta numérica não possui apenas valores racionais, o que abre horizontes para a compreensão de que a relação de completude não é válida no conjunto racional. Para mais, as representações geométricas produzidas pela turma na Tarefa 7 consolidaram a mobilização, justamente, de representações pertencentes à reta real, cujos representantes numéricos evidenciam valores não racionais (Figura 106).

Figura 106 – Indícios de falhas na relação de completude para o conjunto racional



Fonte: protocolos de Stifinhy nas Tarefas 6 e 7.

Outro ponto que destacamos nessa mobilização é o tratamento figural que oportunizou identificar o resultado numérico de $\sqrt{4}$, já que este valor, representado no segmento de reta, coincidiu com o ponto determinado como 2. Frente as dificuldades com as operações evidenciadas pela turma, a representação geométrica favoreceu o acesso ao resultado da radiciação.

6.5 REPRESENTAÇÃO ICÔNICA DE NÚMEROS REAIS

O material manipulável tangram atua como ferramenta de produção de representações icônicas, as quais são efetuadas pela reprodução dos contornos de suas peças, por essa lógica, todas as tarefas que envolveram o recurso suscitam, necessariamente, a mobilização desse tipo de representação. Na Tarefa 7, que não envolveu o recurso, foram abordadas construções geométricas com régua e compasso, que também produziram representações icônicas, com o intuito de gerar a espiral pitagórica. A Tarefa 6 foi a única em que não exploramos, diretamente, esse tipo de registro.

Nas Tarefas 1 e 2 o registro figural das formas geométricas das peças do tangram enfatiza tratamentos figurais que oportunizaram estudar decomposições bidimensionais de formas geométricas, no intuito de analisar uma relação parte-todo para subsidiar a produção de representações fracionárias racionais. Destacamos que a apreensão perceptiva ganha evidência nessa exploração, ao passo que as formas das figuras devem ser percebidas e reproduzidas nos protocolos das tarefas, contemplando ainda indícios da apreensão sequencial.

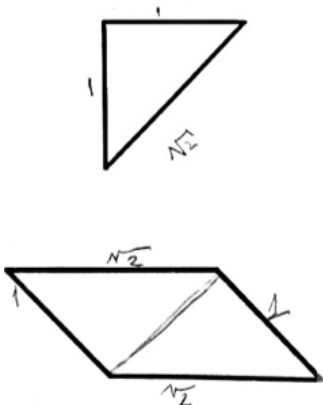
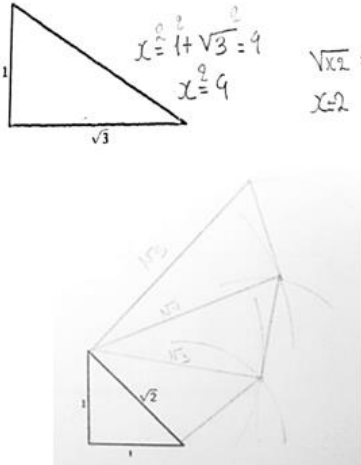
A associação de cada peça do tangram em correspondência com as formas geométricas de triângulos e quadriláteros são firmadas pela apreensão discursiva, principalmente na atividade **1-a**, já que o material tridimensional teve suas peças interpretadas como figuras planas. Percebemos que as peças do recurso foram utilizadas para reprodução de seus contornos, assim, no intuito de aprofundar a apreensão sequencial, abordamos na Sequência de Tarefas a construção geométrica com régua e compasso.

Na atividade **3-c** da Tarefa 3, as estudantes estabeleceram a composição de uma representação icônica a partir da organização das peças em um contorno fornecido, o que fundamentou, na atividade **3-e**, a produção de uma figura com área limitada ao intervalo $(0,25; 0,75)$. Na Tarefa 4, relações entre a representação numérica percentual, fracionária e decimal foram consignadas a partir de representações icônicas de quadrados.

A desconstrução dimensional teve protagonismo na Tarefa 5, pois as figuras foram analisadas em uma dimensão, o que evidenciou a necessidade de estabelecer a visualização sobre as formas planas que estavam sendo mobilizadas, na pretensão de obter valores correspondentes as medidas unidimensionais de seus lados. O processo envolveu ainda tratamentos figurais, que permitiram comparar segmentos pela manipulação do recurso tangram, destacando congruências para identificação de medidas de comprimento. Já a Tarefa

7, envolveu construções geométricas de triângulos retângulos, pela espiral pitagórica, que fundamentou a produção de representações numéricas de números reais (Figura 107).

Figura 107 – Produção de números reais a partir da representação icônica

Identificação de medidas reais por comparação de segmentos congruentes na atividade 5-a	Identificação de medidas reais por tratamentos numéricos e construções geométricas na Tarefa 7
	

Fonte: protocolos de Stifinhy e Gabi na Tarefa 5, ainda, de Camilly e Stifinhy na Tarefa 7.

Desta forma, a representação icônica foi fundamental no desenvolvimento da Sequência de Tarefas, sendo que sua exploração é indicada para estudantes surdxs, pela possibilidade de estudo subsidiada em atributos visuais, além da exploração heurística propiciada pelas figuras em geometria (SACKS, 1998; DUVAL, 2009; 2011). O registro figural em representação icônica foi disparador de mobilizações de números reais, envolvendo um processo investigativo de relações geométricas analisadas em distintas dimensões. Isso oportunizou a turma produzir unidades de medida de comprimento e de área, as quais foram relacionadas à teoria de conjuntos.

Uma vez detalhadas análises sobre processos cognitivos, mobilizações e produções de representações a partir do registro figural em representação icônica buscamos a seguir, no último capítulo desta dissertação, elaborar algumas considerações parciais sobre o desenvolvimento da pesquisa. Escrevemos ‘parciais’ porque, diante de uma pesquisa que envolve o ensino e aprendizagem, não há um fim certo ou pontual, sempre existem novas conjecturas e olhares a se estabelecer. Por isso, não consideramos pontos finais em nosso desfecho, mas sim reticências.

7 CONSIDERAÇÕES PARCIAIS (...)

A presente dissertação teve o objetivo investigar a mobilização de registros de representação semiótica relacionados ao conjunto dos números reais, a partir de tarefas realizadas por estudantes surdxs do 1º ano do Ensino Médio de uma escola de Educação Bilíngue, envolvendo o recurso manipulável tangram. A turma demonstrou conhecimentos superficiais quanto às representações numéricas reais, com o decorrer das atividades da pesquisa, foram convencionados sinais para as mesmas e, de forma conjunta, abordadas regras de conformidade de suas estruturas representativas. Esse direcionamento, possibilitou a mobilização de representações numéricas fracionária, decimal e percentual de números racionais, além de representações numéricas e decimais de números irracionais.

Nas tarefas, buscamos seguir os preceitos teóricos da diversidade representativa (DUVAL, 2003; 2009; 2011). Assim, foram mobilizadas representações icônicas, por meio do material manipulável tangram; geométricas, pela localização de pontos em segmentos de reta; em língua natural, pelos sinais em Libras de termos matemáticos e o português escrito; além da mobilização das representações numéricas supracitadas. Desta forma, o estudo relacionado ao objeto de conhecimento matemático números reais foi permeado pelo seu acesso com uma variedade de sistemas semióticos, cumprindo condições para a aprendizagem matemática.

Foi possível também enfatizar desconstruções dimensionais, posta a análises de medidas de comprimento de lados em figuras bidimensionais, que promoveu as primeiras mobilizações de números irracionais. O registro figural foi mobilizado também por meio de régua e compasso, no qual foram desenvolvidas construções geométricas evidenciando segmentos incomensuráveis, o que estabeleceu a interpretação de um número irracional como medida, dando ênfase ao desenvolvimento da apreensão sequencial.

A apreensão mereológica foi amplamente explorada nas tarefas, tendo protagonismo na produção de números racionais, pela divisão de representações icônicas em figuras de mesma dimensão. Quanto à apreensão ótica, sua abordagem foi relacionada principalmente à mobilização de representações percentuais, pela redução de quadrados. Índícios desta apreensão ainda podem ser evidenciados a partir da semelhança entre as peças triangulares do tangram, no estudo da equivalência de representações fracionárias racionais, abrem margens para compreender a peça T_p como uma redução de T_m , e esta como redução de T_g .

Ao longo do desenvolvimento das tarefas buscamos envolver conceitos relacionados à densidade e completude de conjuntos. Pela mobilização de representações fracionárias foi possível abordar a existência de infinitos números racionais em um intervalo real, o que

compreende a definição de densidade de conjuntos. Além disso, o grupo de estudantes envolvidos conseguiu estabelecer a impossibilidade de construir a reta real somente com números racionais, destacando a presença de números irracionais, desta forma possibilitando o entendimento de indícios da relação de completude em conjuntos numéricos.

O tangram como recurso didático manipulável, foi essencial para desenvolver a pesquisa, subsidiando tratamentos figurais pela sua manipulação. Possibilitou também explorar a apreensão perceptiva e discursiva pela identificação do contorno de suas formas como figuras geométricas, sendo útil até mesmo para fins de comunicação, pois suas peças foram utilizadas como referência ao objeto em muitos momentos da dinamização das tarefas. As representações icônicas do recurso possibilitaram a mobilização de outras representações, que também foram articuladas, destacando uma série de conversões durante o processo.

Cabe destacar que percebemos a necessidade de investigações que explorem as quatro operações numéricas básicas, além da potenciação e radiciação, dada as dificuldades da turma em realizar essas transformações evidenciadas na execução das tarefas. Para mais, produção de representações fracionárias enfatizou a mobilização no intervalo $(0, 1]$, pela limitação do material manipulável, já as representações icônicas, utilizadas para representar números irracionais, se detiveram a mobilização de raízes irracionais, sendo assim entendemos a necessidade de explorar a mobilização de representações fracionárias de números racionais maiores que o inteiro e de outros números irracionais além das raízes.

Diante do contexto de Educação Bilíngue, fomos por diversas vezes desestabilizadas, desenvolver uma pesquisa em um ambiente permeado por um idioma cujo meio comunicativo difere daquele de nossa língua nativa foi um grande passo fora da zona de conforto. A inserção em um ambiente natural de produção da língua de sinais nos deu a oportunidade de estabelecer um envolvimento direto com a comunidade surda, o que nos proporcionou um aprendizado ímpar e imensurável sobre a cultura surda e possíveis desdobramentos com questões relativas ao ensino e aprendizagem de matemática.

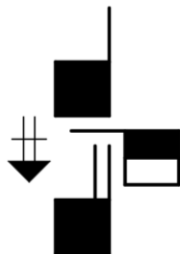
Nesse sentido, uma contribuição desta pesquisa, não prevista em primeira instância no objetivo, foi a elaboração de um sinalário com as designações produzidas durante a dinamização da Sequência de Tarefas (Apêndice K). Pela escassez de sinais matemáticos em Libras, acreditamos que essa produção em um ambiente legítimo da comunidade surda possa contribuir com pesquisas futuras.

Na escola, nos deparamos com o sistema de escrita em Libras, que não foi utilizado no desenvolvimento desta pesquisa, mas instigou nossa curiosidade. Ao estabelecer interseções

entre a Educação Bilíngue e os registros de representação semiótica, percebemos que o registro em língua natural estabelece critérios de análise mais complexos.

Frizzarini (2014) evidencia que a apreensão do discurso em língua de sinais se assemelha àquela de registros não discursivos, pois o meio visuoespacial promove uma organização que constitui uma apreensão bi e tridimensional da língua. Nesse sentido, evidenciamos uma possível classificação analítica ao considerar esse sistema de escrita em pesquisas relacionadas a educação de pessoas usuárias de língua de sinais (Quadro 19).

Quadro 19 – língua de sinais e oral diante dos registros de representação semiótica

Apreensão das unidades de significado	
Multidimensional	Baseada na linearidade
<p>Primeira Língua Natural</p> <p><i>-discurso sinalizado-</i></p> <p>Fundamentada na organização de queremas no meio visuoespacial</p>	<p>Segunda Língua Natural</p> <p><i>-discurso oralizado-</i></p> <p>Fundamentada na organização de fonemas pelo meio sonoro-auditivo</p>
<p>Primeiro Registro em Língua Natural</p> 	<p>Segundo Registro em Língua Natural</p> <p>Um meio</p>

Fonte: produção própria baseada em DUVAL (2003; 2009; 2011), FRIZZARINI (2014) e GESSER (2009).

Diante disso, consideramos aliar esse sistema de escrita no desenvolvimento de tarefas matemáticas em investigações futuras, no intuito de valorizar essa, relativamente, recente forma de produção escrita de uma língua não oral. Talvez esse direcionamento possa nortear a promoção de processos educativos com mais autonomia para leituras de enunciados, sem dependência estrita da interpretação para língua de sinais.



REFERÊNCIAS

ARROYO, Miguel Gonzalez. **Outros sujeitos, outras pedagogias**. Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

BRASIL. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2018a.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2017.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2016.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2015.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2014.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2013.

_____. **Censo da Educação Básica**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasília, 2012.

_____. Constituição da República Federativa do Brasil, promulgada em 05 de outubro de 1988. **Diário Oficial da União**. Brasília, 1988.

_____. Decreto n. 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Regulamenta a Lei n. 10.436 de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais, e o art. 18 da Lei n. 10.098. **Diário Oficial da União**. Brasília, 2005.

_____. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**. Brasília, 1996.

_____. Lei n. 10.436, de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. **Diário Oficial da União**. Brasília, 2002a.

_____. Lei n. 12.319, de 1 de setembro de 2010. Regulamenta a profissão de Tradutor e Intérprete da Língua Brasileira de Sinais. **Diário Oficial da União**. Brasília, 2010.

_____. Lei n. 13.146, de 06 de julho de 2015. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). **Diário Oficial da União**. Brasília, 2015.

_____. Ministério da Educação. **Declaração de Salamanca**: sobre princípios, políticas e práticas na área das necessidades educativas especiais. Brasília, 1994.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Saberes e práticas da inclusão**: desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos surdos. 2. ed. Brasília: MEC, 2006a.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (Anos Finais do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular** (Educação Infantil e Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 2018b.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006b.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002b.

BORGES, Fábio Alexandre; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Um panorama da inclusão de estudantes surdos nas aulas de matemática. In: NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Surdez, inclusão e matemática**. Curitiba: CRV, 2013.

CAPOVILLA, Fernando César; RAPHAEL, Walkiria Duarte. **Dicionário enciclopédico ilustrado trilingue da Língua de Sinais Brasileira**. 3. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008.

COUTINHO, Maria Dolores Martins da Cunha. **A constituição de saberes num contexto de educação bilíngue para surdos em aulas de matemática numa perspectiva de letramento**. 2015. 268 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

DADA, Zanúbia. **Professora surda de matemática em Libras CAS/SED/MS**. 2009. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg_4uA>. Acesso em: 16 out. 2019.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. et. al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, p.135-154, 1999.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática** – registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003.

_____. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy; Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

_____. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat: **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a.

_____. Registro de representações semióticas de funcionamento cognitivo do pensamento = Registres de representation sémiotique et fonctionnement cogitif de lapensée. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat: **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012b.

DUVAL, Raymond; GODIN, Marc. **Les changements de regard nécessaires sur les figures**. Institut de Recherche sur L'enseignement des Mathématiques (IREM) de Grenoble, v. 76, p. 7-27, 2005.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, n. 10, p. 59-76, 2007.

FERNANDES, Priscila Dantas. **A inclusão dos alunos surdos e/ou deficientes auditivos nas disciplinas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de Sergipe**. 2014. 234 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRIZZARINI, Silvia Terezinha. **Estudo dos registros de representação semiótica**: implicações no ensino a aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais. 2014. 288f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

GESSER, Audrei. **LIBRAS? Que língua é essa?**: crenças e preceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda. São Paulo: Parábola Editorial, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, Rita Sidmar Alencar. **Educação Matemática dos surdos**: um estudo das necessidades formativas dos professores que ensinam conceitos matemáticos no contexto de educação de deficientes auditivos em Belém/PA. 2007. 191 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

GOLDFELD, Marcia. **A criança surda**. São Paulo: Pexus, 1997.

GUIMARÃES, Tainara da Silva. **Uma análise das representações semióticas mobilizadas em atividades sobre as interpretações do número racional com Frac-Soma 235 no Ensino Médio**. 2017. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

_____. **Uma análise de tarefas que envolvem interpretações de números racionais em uma escola pública de educação bilíngue para surdxs em Santa Maria/RS**. 2019. 159 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

JESUS, Thamires Belo de. **(Des)construção do pensamento geométrico: uma experiência compartilhada entre professores e uma aluna surda**. 2014. 183f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

LACERDA, Cristina Broglia Feitosa de. Um pouco da história das diferentes abordagens na educação dos surdos. **Cadernos CEDES**, v.19, n.46, p.68-80, Campinas, 1998.

LIMA, Maria do Socorro Correia. **Surdez, bilinguismo e inclusão: entre o dito, o pretendido e o feito**. 2004. 271 f. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sergio. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LOPES, Luciane Bresciane. **Emergência dos estudos surdos em educação no Brasil**. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MATOS, Anthoniberg Carvalho de. **Atendimento de surdos em Aracaju-SE na perspectiva da Educação Matemática: uma reflexão acerca das praxeologias adotadas**. 2018. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2018.

MOURA, Amanda Queiroz. **Educação matemática e crianças surdas: explorando possibilidades em um cenário para investigação**. 2015. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015.

MORAN, Mariana. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da Educação Básica acerca de registros figurais**. 2015. 242p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

MOREIRA, Antonio Flávio; SILVA, Tomaz Tadeu da. Sociologia e teoria crítica do currículo: uma introdução. In: MOREIRA, Antonio Flávio; SILVA, Tomaz Tadeu da. (Orgs.). **Currículo, cultura e sociedade**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; ZANQUETTA, Maria Emília Tamanini. Surdez, bilíngüismo e o ensino tradicional da matemática. In: NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. (Org.). **Surdez, inclusão e matemática**. Curitiba: CRV, 2013.

NOVAES, José Antonio; JUNIOR, Celso Marques da Silva; NOVAES, André Monteiro. Tangram: por que não se pode construir um quadrado utilizando exatamente 6 de suas peças? **Boletim GEPEM**, n. 65, p. 17-27, jul./dez. 2014.

PENTEADO, Cristina Berndt. Densidade dos Números Reais: uma proposta para o Ensino Médio. In: Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004 **Anais...** São Paulo, 2004. Disponível em:

<http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPPEM/co.html>. Acesso em: 16 out. 2019.

POMMER, Wagner Marcelo. **A construção de significados dos números irracionais no ensino básico**: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos números reais. 2012. 235 f. Tese (Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

PERLIN, Gladis; MIRANDA, Wilson. Surdos: o Narrar e a Política. **Revista de Educação e Processos Inclusivos**, n. 5, UFSC/ NUP/CED: Florianópolis, 2003.

RIO DE JANEIRO. **A educação que nós surdos queremos**. Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos (FENEIS). Documento elaborado no pré-congresso ao V Congresso Latino Americano de Educação Bilíngue para Surdos. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1999.

_____. **Relatório anual de atividades 2002**. Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos (FENEIS). Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <https://issuu.com/feneisbr/docs/feneis_relato_rio_2002>. Acesso em: 16 out. 2019.

RIO GRANDE DO SUL. Lei nº 11.405, de 31 de dezembro de 1999. Dispõe sobre a oficialização da Libras – Língua Brasileira de Sinais e dá outras providências. **Diário Oficial da União**. Porto Alegre, 1999.

_____. **Projeto político pedagógico da Escola Estadual de Educação Especial Doutor Reinaldo Fernando Cóser**. Secretaria do Estado da Educação. 8ª Coordenadoria de Educação. Santa Maria, 2018.

ROCHA, Fernanda Bittencourt Menezes. **Ensinando geometria espacial para alunas surdas de uma escola pública de Belo Horizonte (MG)**: um estudo fundamentado na perspectiva histórico cultural. 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

SACKS, Oliver Wolf. **Vendo vozes**: uma viagem ao mundo dos surdos. Tradução de Laura Teixeira Mota. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

SALES, Elielson Ribeiro de. **A visualização no ensino de matemática**: uma experiência com alunos surdos. 2013. 237 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2013.

SANTOS, Carlos Henrique; IMENES, Luiz Márcio. Tangram: um antigo jogo chinês nas aulas de matemática. **Revista do Ensino de Ciências**, n.18, p. 42-49, ago. 1987.

SILVA, Ana Lúcia Vaz da. **Números reais no Ensino Médio**: identificando e possibilitando imagens conceituais. 2011. 330 f. Tese (Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação) – Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOU, Saddo Ag. Números racionais: concepções, representações e situações. In: OLIVEIRA, Gerson Pastre de. (Org.) **Educação Matemática epistemologia, didática e tecnologia**. São Paulo: Livraria da física, 2018.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática – Ensino Médio**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. 1 v.

SOARES, Maria Arlita da Silveira; FERNER, Dienifer Da Luz; MARIANI, Rita de Cássia Pistóia. Visualização em produções que exploram *software*: uma metanálise no campo da geometria. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHIO, Eliziane; CENCI, Danuza. **Tecnologias da informação e comunicação na educação matemática**: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: CRV, 2018.

SOUZA, Lucas José de. **Representações do conjunto dos números reais mobilizadas por alunos do CTISM/UFSM com o tangram**. 2016. 40 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

SOUZA, Lucas José de; MARIANI, Rita de Cássia Pistóia. Registros de representações semiótica de números reais: um estudo com o tangram em uma turma de Ensino Médio. In: VI Escola de Inverno de Educação Matemática, 4º Encontro Nacional PIBID-Matemática e XIII Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2018 **Anais...** Santa Maria, 2018.

STROBEL, Karin. **Surdos**: vestígios culturais não registrados na história. 2008. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

TEIXEIRA, Beneilde de Fátima Chagas. **Geometria perceptiva, arte e informática na educação de surdos nas séries iniciais**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.
























VASCONCELOS, Sílvia Cristina Ravasio. Educação Inclusiva no Brasil: mapeamento de teses e dissertações (1996-2011). In: MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. (Orgs.). **Desafios da educação matemática inclusiva**: formação e professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. 1 v.

YIN, Robert. **Estudo de caso**: planejamento e método. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZANQUETTA, Maria Emilia Melo Tamanini. **Uma investigação com alunos surdos do Ensino Fundamental**: o cálculo mental em questão. 2015. 260 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

ANEXOS

ANEXO A – FOLHA DE ROSTO DO PROJETO DE PESQUISA

DETALHAR PROJETO DE PESQUISA																																			
<p>— DADOS DA VERSÃO DO PROJETO DE PESQUISA</p> <p>Título da Pesquisa: UM ESTUDO SOBRE O CAMPO NUMÉRICO EM UMA ESCOLA DE EDUCAÇÃO BILÍNGUE: REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS COM APOIO DO TANGRAM Pesquisador Responsável: RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI Área Temática: Versão: 1 CAAE: 99248918.1.0000.5346 Submetido em: 18/09/2018 Instituição Proponente: Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa Situação da Versão do Projeto: Aprovado Localização atual da Versão do Projeto: Pesquisador Responsável Patrocinador Principal: Financiamento Próprio</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p style="text-align: right;">Comprovante de Recepção:  PB_COMPROVANTE_RECEPCAO_1210789</p>																																			
<p>— LISTA DE PESQUISADORES DO PROJETO</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>CPF/Documento ^</th> <th>Nome †</th> <th>Atribuição</th> <th>E-mail †</th> <th>Currículo</th> <th>Tipo de Análise †</th> <th>Ação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>897.640.990-68</td> <td>RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI</td> <td>Contato Científico, Pesquisador principal</td> <td>rcpmariani@yahoo.com.br</td> <td>Lattes CV</td> <td>PROPONENTE</td> <td></td> </tr> <tr> <td>016.261.950-21</td> <td>LUCAS JOSE DE SOUZA</td> <td>Assistente da Pesquisa</td> <td>lucas.js@hotmail.com</td> <td>Lattes CV</td> <td>PROPONENTE</td> <td></td> </tr> <tr> <td>034.210.560-48</td> <td>TAINARA DA SILVA GUIMARAES</td> <td>Assistente da Pesquisa</td> <td>tainaradasilvaguiamaraes1995@hotmail.com</td> <td>Lattes CV</td> <td>PROPONENTE</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>								CPF/Documento ^	Nome †	Atribuição	E-mail †	Currículo	Tipo de Análise †	Ação	897.640.990-68	RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI	Contato Científico, Pesquisador principal	rcpmariani@yahoo.com.br	Lattes CV	PROPONENTE		016.261.950-21	LUCAS JOSE DE SOUZA	Assistente da Pesquisa	lucas.js@hotmail.com	Lattes CV	PROPONENTE		034.210.560-48	TAINARA DA SILVA GUIMARAES	Assistente da Pesquisa	tainaradasilvaguiamaraes1995@hotmail.com	Lattes CV	PROPONENTE	
CPF/Documento ^	Nome †	Atribuição	E-mail †	Currículo	Tipo de Análise †	Ação																													
897.640.990-68	RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI	Contato Científico, Pesquisador principal	rcpmariani@yahoo.com.br	Lattes CV	PROPONENTE																														
016.261.950-21	LUCAS JOSE DE SOUZA	Assistente da Pesquisa	lucas.js@hotmail.com	Lattes CV	PROPONENTE																														
034.210.560-48	TAINARA DA SILVA GUIMARAES	Assistente da Pesquisa	tainaradasilvaguiamaraes1995@hotmail.com	Lattes CV	PROPONENTE																														
<p>— LISTA DE COMITÊS DE ÉTICA DO PROJETO</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Comitê de Ética ^</th> <th>Tipo de Vínculo †</th> <th>Ação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa</td> <td>COORDENADOR</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>								Comitê de Ética ^	Tipo de Vínculo †	Ação	5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	COORDENADOR																							
Comitê de Ética ^	Tipo de Vínculo †	Ação																																	
5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	COORDENADOR																																		
<p>— LISTA DE INSTITUIÇÕES DO PROJETO</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>CNPJ da Instituição †</th> <th>Razão Social ^</th> <th>Tipo de Instituição †</th> <th>Comitê de Ética †</th> <th>Ação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>11.283.026/0001-00</td> <td>CAIXA ESCOLAR DA ESCOLA ESTADUAL DE EDUCACAO ESPECIAL DR. REINALDO FERNANDO COSER</td> <td>COPARTICIPANTE</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>95.591.764/0001-05</td> <td>Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa</td> <td>PROPONENTE</td> <td>5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>								CNPJ da Instituição †	Razão Social ^	Tipo de Instituição †	Comitê de Ética †	Ação	11.283.026/0001-00	CAIXA ESCOLAR DA ESCOLA ESTADUAL DE EDUCACAO ESPECIAL DR. REINALDO FERNANDO COSER	COPARTICIPANTE			95.591.764/0001-05	Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	PROPONENTE	5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa														
CNPJ da Instituição †	Razão Social ^	Tipo de Instituição †	Comitê de Ética †	Ação																															
11.283.026/0001-00	CAIXA ESCOLAR DA ESCOLA ESTADUAL DE EDUCACAO ESPECIAL DR. REINALDO FERNANDO COSER	COPARTICIPANTE																																	
95.591.764/0001-05	Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	PROPONENTE	5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa																																
<p>— LISTA DE PROJETOS RELACIONADOS</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Tipo †</th> <th>CAAE †</th> <th>Versão †</th> <th>Pesquisador Responsável †</th> <th>Comitê de Ética †</th> <th>Instituição †</th> <th>Origem †</th> <th>Última Apreciação †</th> <th>Situação †</th> <th>Ação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>P</td> <td>99248918.1.0000.5346</td> <td>1</td> <td>RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI</td> <td>5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa</td> <td>Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa</td> <td>PO</td> <td>PO</td> <td>Aprovado</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>								Tipo †	CAAE †	Versão †	Pesquisador Responsável †	Comitê de Ética †	Instituição †	Origem †	Última Apreciação †	Situação †	Ação	P	99248918.1.0000.5346	1	RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI	5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	PO	PO	Aprovado									
Tipo †	CAAE †	Versão †	Pesquisador Responsável †	Comitê de Ética †	Instituição †	Origem †	Última Apreciação †	Situação †	Ação																										
P	99248918.1.0000.5346	1	RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI	5346 - Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	Universidade Federal de Santa Maria/ Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa	PO	PO	Aprovado																											

APÊNDICES

APÊNDICE A – PESQUISAS IDENTIFICADAS NO MAPEAMENTO

P	Ano	Instituição	Autoria/Orientação	Título
1	1993	UNESP	José Carlos Gomes de Oliveira	Uma proposta alternativa para a pré-alfabetização matemática de crianças portadoras de deficiência auditiva.
			Mário Tourasse Teixeira	
2	2005	CEFET-RJ	Janine Soares de Oliveira	A comunidade surda: perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino-aprendizagem em matemática.
			Antônio Maurício das Neves	
3	2006	UEM	Fábio Alexandre Borges	Institucionalização (sistemática) das representações sociais sobre a “deficiência” e a surdez relações com o ensino de ciências/matemática.
			Luciano Gonsalves Costa	
4	2007	UFPA	Rita Sidmar Alencar Gil	Educação Matemática dos surdos: um estudo das necessidades formativas dos professores que ensinam conceitos matemáticos no contexto de educação de deficientes auditivos em Belém/PA.
			João dos Santos Protázio	
5	2007	UFPE	Maisi Duarte Leite	<i>Design</i> da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos.
			Simão Pedro Pinto Marinho	
6	2008	UFPA	Beneilde de Fátima Chagas Teixeira	Geometria perceptiva arte e informática na educação de surdos nas séries iniciais.
			João dos Santos Protázio	
7	2008	UFPA	Ruth Daisy Capistrano de Souza	Relações ordinais sob controle contextual em crianças surdas.
			Grauben José Alves de Assis	
8	2008	UEM	Márcia Cristina Amaral da Silva	A escrita numérica por crianças surdas bilíngues.
			Clélia Maria Ignatius Nogueira	
9	2008	UFPA	Elielson Ribeiro de Sales	Refletir no silêncio: um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos surdos e pesquisadores ouvintes.
			Francisco Hermes Santos da Silva	
10	2009	UFPA	Kátia Tatiana Alves Carneiro	Cultura surda na aprendizagem matemática: o som do silêncio em uma sala de recursos multifuncional.
			Isabel Cristina Rodrigues de Lucena	
11	2009	CEFET-RJ	Paulo Roberto do Nascimento	Uma proposta de formação do professor de matemática para a educação de surdos.
			Tereza Maria Rolo Levy Cardoso	
12	2009	PUC-MG	Leda Marçal Sales	Tecnologias digitais na educação matemática de surdos em uma escola pública regular: possibilidades e limites.
			Simão Pedro Pinto Marinho	
13	2010	UNIAN	Franklin Rodrigues de Souza	Exploração de frações equivalentes por alunos surdos: uma investigação das contribuições da musicalcolorida.
			Lulu Healy	
14	2010	CUML	Oswaldo Elias Nassim Júnior	O ensino da Matemática e os alunos surdos: as possibilidades da Linguagem Logo.
			Tárcia Regina da Silveira Dias	

15	2010	UFPA	Natalina Socorro Souza Martins Paixão	Saberes de professores que ensinam matemática para alunos surdos incluídos numa escola de ouvintes.
			Tadeu Oliver Gonçalves	
16	2010	UNIVATES	Fabiana Diniz de Camargo Picoli	Alunos/as surdos/as e processos educativos no âmbito da educação matemática: problematizando relações de exclusão/inclusão.
			Ieda Maria Giongo	
17	2010	PUC-RS	Henrique Arnoldo Junior	Estudo do desenvolvimento do pensamento geométrico por alunos surdos por meio do multiplano no ensino fundamental.
			Maurivan Güntzel Ramos	
18	2011	UFPA	Maria Janete Bastos das Neves	A Comunicação em Matemática na sala de aula: obstáculos de natureza metodológica na educação de alunos surdos.
			Francisco Hermes Santos da Silva	
19	2012	UNIAN	Cristiano Bezerra	A interação entre aprendizes surdos utilizando o fórum de discussão: limites e potencialidades.
			Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	
20	2012	UNIAN	Heliel Ferreira dos Santos	Simetria e Reflexão investigação em uma escola inclusiva.
			Lulu Healy	
21	2012	UNIAN	Kauan Espósito da Conceição	A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo mathsticks.
			Lulu healy	
22	2012	UNIAN	Gerciane Gercina da Silva	O ensino de matrizes: um desafio mediado para aprendizes cegos e aprendizes surdos.
			Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	
23	2013	UEL	Márcia Cristina de Souza	Contextos educacionais inclusivos de alunos surdos: ações frente à realidade inclusiva de professores de matemática da educação básica.
			Rosana Figueiredo Salvi	
24	2013	UNIAN	Cláudio de Assis	Explorando a ideia do número racional na sua na sua representação fracionária em Libras.
			Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	
25	2013	UFJF	Aline Moreira de Paiva Corrêa	A divisão por alunos surdos: ideias, representações e ferramentas matemáticas.
			Regina Coeli Moraes Kopke	
26	2013	UEA	Mariê Augusta de Souza Pinto	Os processos cognitivos da aprendizagem matemática por meio de uma didática específica para estudantes surdos.
			Yuri Expósito Nicot	
27	2013	UEM	Fábio Alexandre Borges	A educação inclusiva para surdos: uma análise do saber matemático intermediado pelo Intérprete de Libras.
			Clélia Maria Ignatius Nogueira	
28	2013	UNESP	Elielson Ribeiro de Sales	A visualização no ensino de matemática: uma experiência com alunos surdos.
			Miriam Godoy Penteadó	
29	2013	PUC-SP	Adriana Santos Morgado	Ensino da Matemática: Práticas Pedagógicas para a Educação Inclusiva.
			Ana Lúcia Manrique	

30	2013	UNICSUL	Regina Célia Avilha Mendonça	A construção de saberes e valores em aulas inclusivas de matemática: estratégias e práticas educativas.
			Maria Delourdes Maciel	
31	2014	UNIAN	Elizabeth Leopoldina da Silva	Luz, câmera, ação: adaptando uma teleaula de frações para o público surdo.
			Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	
32	2014	UFMG	Ana Carolina Machado Ferrari	Atuação do tradutor intérprete de Libras na aprendizagem matemática de surdos no ensino fundamental.
			Cristina de Castro Frade	
33	2014	UEPB	Verônica Lima de Almeida Caldeira	Ensino de geometria para alunos surdos: um estudo com apoio digital ao analógico e o ciclo da experiência Kellyana.
			Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita	
34	2014	UFMS	Paulo Vítor Pereira	A surdez no ambiente escolar: um estudo das representações sociais de professores de matemática, intérprete e alunos.
			Antonio Carlos Tamarozzi	
35	2014	UFOP	Fernanda Bittencourt Menezes Rocha	Ensinando geometria espacial para alunas surdas de uma escola pública de Belo Horizonte (MG): um estudo fundamentado na perspectiva histórico cultural.
			Teresinha Fumi Kawasak	
36	2014	UEM	Silvia Teresinha Frizzarini	Estudo dos registros de representação semiótica: implicações no ensino a aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais.
			Clélia Maria Ignatius Nogueira	
37	2014	UNIAN	Fabiane Guimarães Vieira Marcondes	Os sentidos do zero: as metáforas nas expressões de Alunos surdos e professores de matemática.
			Lulu Healy	
38	2014	UNESP	Carla Regina Riani Hilsdorf	Educação Matemática em escolas inclusivas: a sala de recursos em destaque.
			Miriam Godoy Penteado	
39	2014	ULBRA-RS	Débora Carolina Molina Lemes	Ensino de Matemática no contexto da LIBRAS: prática e reflexões.
			Marlise Geller	
40	2014	IFES	Ludmyla Sathler Aguiar do Nascimento	Literatura infantil e alfabetização matemática: Construção de sentido na leitura de Enunciados matemáticos por crianças surdas dos anos iniciais do ensino fundamental.
			Edmar Reis Thiengo	
41	2014	UFS	Priscila Dantas Fernandes	A inclusão dos alunos surdos e/ou deficientes auditivos nas disciplinas do centro de ciências exatas e tecnologia da Universidade Federal de Sergipe.
			Verônica dos Reis Mariano Souza	
42	2014	IFES	Thamires Belo de Jesus	(Des)construção do pensamento geométrico: uma experiência Compartilhada entre professores e uma aluna surda.
			Edmar Reis Thiengo	
43	2014	UEM	Evaldina Rodrigues	Produção de sentidos e prova brasil: o desempenho de alunos surdos em matemática.
			Nerli Nonato Ribeiro Mori	

44	2015	UFPA	Edson Pinheiro Wanzeler	Surdez, Bilinguismo e Educação Matemática: um (novo?) objeto de pesquisa na educação de surdos.
			Elielson Ribeiro de Sales	
45	2015	UFS	Ilvanir da Hora Santos	O ensino das quatro operações matemáticas para alunos surdos no ensino fundamental: estudo de caso.
			Veronica dos Reis Mariano Souza	
46	2015	UFRGS	Bruna Fagundes Antunes Alberton	Discursos curriculares sobre educação matemática para surdos.
			Adriana da Silva Thoma	
47	2015	UFJF	Kátia Parreira Brettas	A inclusão matemática de um aluno surdo na rede municipal de Juiz de Fora mediada por um professor colaborativo surdo de Libras atuando em Bidocência.
			Marco Aurélio Kistemann Jr.	
48	2015	UFPR	Lizmari Crestiane Merlin Greca	Surdez e alfabetização matemática: o que os profissionais e as crianças surdas da escola têm para contar.
			Carlos Roberto Vianna	
49	2015	IFG - Campus Jataí	Magda Cabral Costa Santos	Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular.
			Adelino Cândido Pimenta	
50	2015	UFPA	Walber Christiano Lima da Costa	Tradução da linguagem matemática para a Libras: jogos de linguagem envolvendo o aluno surdo.
			Marisa Rosâni Abreu da Silveira	
51	2015	UFRN	Maria José Silva Lobato	Educação bilíngue no contexto escolar incluso: a construção de um glossário em libras e língua portuguesa na área de matemática.
			Claudianny Amorim Noronha	
52	2015	UNESP	Amanda Queiroz Moura	Educação matemática e crianças surdas: explorando possibilidades em um cenário para investigação.
			Miriam de Godoy Penteadó	
53	2015	UNIAN	Enio Gomes Araújo	Ensino de matemática em libras: reflexões sobre uma experiência numa escola especializada.
			Lulu Healy	
54	2015	UFMT - UFPA – UEA	Ivanete Maria Barroso Moreira	Os jogos de linguagem entre surdos e ouvintes na produção de significados de conceitos matemáticos.
			Marisa Rosâni Abreu da Silveira	
55	2015	UNICAMP	Maria Dolores da Cunha Coutinho	A constituição de saberes num contexto de educação bilíngue para surdos em aulas de matemática numa perspectiva de letramento.
			Dione Lucchesi de Carvalho	
56	2015	UEM	Maria Emília Tamanini Zanquetta	Uma investigação com alunos surdos do ensino fundamental: o cálculo mental em questão.
			Clélia Maria Ignatius Nogueira	
57	2015	UNISC	Daiane Kipper	Práticas matemáticas visuais produzidas por alunos surdos: entre números, letras e sinais
			Cláudio José de Oliveira	
58	2016	UNIAN	Rodrigo Geraldo Mendes	Surdos bem-sucedidos em matemática: Relações entre seus valores culturais e suas identidades matemáticas.
			Lulu Healy	

59	2016	UFPA	Karem Keyth de Oliveira Marinho	Educação matemática e educação especial: reflexões sobre os relatos de experiências docentes de professores de matemática.
			Elielson Ribeiro de Sales	
60	2016	UFS	Irami Bila da Silva	Libras como interface no ensino de funções matemáticas para surdos: uma abordagem a partir das narrativas.
			Carlos Alberto de Vasconcelos	
61	2016	IFSP	Eliane Ferreira Batista	Estratégias utilizadas por um grupo de estudantes surdos ao resolver atividades envolvendo noções de função.
			Armando Traldi Junior	
62	2016	UNIAN	Maria Cristina Polito de Castro	Um olhar para o discurso do aluno surdo interagindo em tarefas sobre medidas no sistema métrico decimal.
			Janete Bolite Frant	
63	2016	UNIAN	Cristiano Campos Donado	Vozes das mãos e sons dos olhos: discursos algébricos de surdos usuários da Língua Brasileira de Sinais – Libras.
			Lulu Healy	
64	2016	IFSP	Patrícia Santos da Silva	Aspectos do processo de ensino-aprendizagem de Matemática por um grupo de estudantes surdos do Ensino médio.
			Armando Traldi Junior	
65	2016	UFAC	Orleilson Rodrigues Batista	O uso dos recursos didáticos no ensino de matemática para Alunos surdos: Uma proposta de material voltado para o ensino de matrizes e das relações métricas no triângulo retângulo.
			Edcarlos Miranda de Souza	
66	2016	UFS	Ana Bárbara Assunção Vazquez Correa	Educação inclusiva no ensino superior: saberes e práticas dos Professores do programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática na Universidade Federal de Sergipe.
			Verônica dos Reis Mariano Souza	

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SEMIESTRUTURADO

UM POUCO SOBRE VOCÊ

Nome: _____ Nome fictício: _____

Idade: _____ Identidade de Gênero: () Feminina () Masculina () Outra: _____

Tem alguma atividade remunerada? () Não () Sim. Qual atividade e o vínculo: _____

UM POUCO DE SUA EXPERIÊNCIA COM A LIBRAS

Qual seu grau de perda auditiva? () Leve () Moderada () Severa () Profunda () Outra: _____

Qual a causa e de sua surdez? _____

Você usa algum tipo de prótese auditiva? () Não () Sim. Qual? _____

Como você se comunica? () Oralmente () Em Libras () Oralmente e em Libras

Se você utiliza a Libras, como e quando você aprendeu a língua? _____

No ambiente familiar você se comunica em Libras? () Não () Sim. Cite todas as pessoas que falam Libras em seu ambiente familiar: _____

Na sua família existem outras pessoas surdas? () Não () Sim. Qual(is) grau(s) de parentesco: _____

Como você considera sua compreensão do português escrito? () Boa () Razoável () Limitada

Você considera sua escrita em português: () Suficiente () Moderada () Insuficiente

UM POUCO DA SUA FORMAÇÃO ESCOLAR

Ensino Fundamental - Ano de início: _____ Ano de conclusão: _____

Realizado em escola: () Privada () Pública. Se 'pública' era: () Federal () Estadual () Municipal

Nome da escola do Ensino Fundamental: _____

Cidade: _____ Havia outras pessoas surdas nessa escola? () Não () Sim. Quantas? _____

Era uma escola de educação bilíngue? () Não () Sim

Você já estudou em alguma outra escola? () Não () Sim. Qual(is)? _____

Ensino Médio - Ano de início: _____

Você já estudou em alguma outra escola além da Reinaldo Fernando Cóser? () Não () Sim. Qual(is)? _____

Havia outras pessoas surdas nessa escola? () Não () Sim. Quantas? _____

Era uma escola de Educação Bilíngue? () Não () Sim

Ensino Fundamental e Médio: Você já reprovou? () Não () Sim. Se sim, complete a tabela:

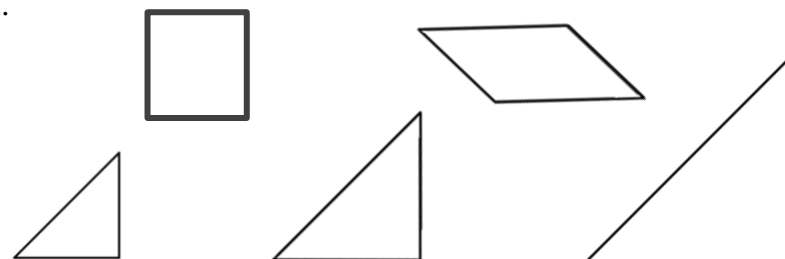
Ensino Fundamental		
Ano Escolar	Quantas vezes?	Disciplina(s)
1º ano		
2º ano		
3º ano		
4º ano		
5º ano		
6º ano		
7º ano		
8º ano		
9º ano		
Ensino Médio		
1º ano		

APÊNDICE C – TAREFA EXPLORATÓRIA.

Tarefa 0**Nome:**

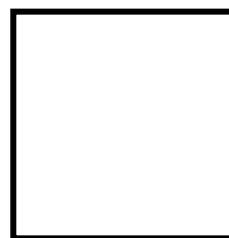
0-a) Construa e represente dois desenhos utilizando as peças do Tangram.

0-b) A partir do nome das figuras geométricas, escreva a sigla correspondente sobre cada peça do Tangram: Tg, Tm, Tp, P ou Q.



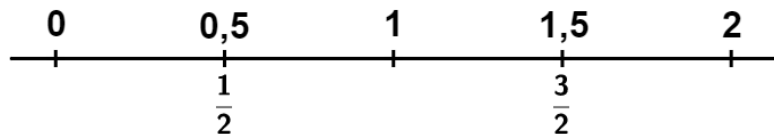
Considere que o Quadrado (Q) do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

0-c) A partir do valor da área da peça Quadrado (Q) calcule a medida de seu lado:



0-d) Compare as peças Triângulo Pequeno (Tp) e Quadrado (Q) e determine o valor numérico da área de Tp. Justifique sua resposta.

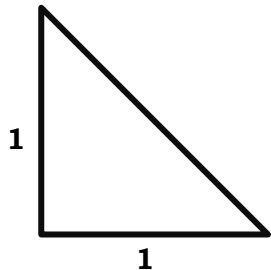
0-e) Circule, no segmento de reta, o valor correspondente a área da peça Triângulo Pequeno (Tp):



0-f) A que conjunto numérico pertence o valor da área do Triângulo Pequeno (Tp)? Por quê?

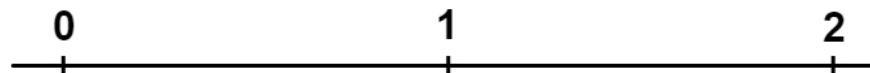
0-g) Compare as medidas dos lados do Triângulo Pequeno (Tp) com as do Quadrado (Q) e determine as que são congruentes. Esboce sua resposta com um desenho.

0-h) É possível obter a medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp)? Se **sim**, represente-o. Se **não**, explique o motivo.



0-i) A que conjunto numérico pertence o valor da medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp)? Por quê?

0-j) Represente a medida do maior lado do Triângulo Pequeno (Tp) no segmento de reta abaixo, você pode utilizar régua e compasso.



0-k) Você já estudou o Teorema de Pitágoras? Em caso afirmativo, em que ano escolar?

APÊNDICE D – TAREFA 1

Tarefa 1**Nomes:**

1-a) Monte e desenhe um quadrado com todas as peças do Tangram.

Escreva dentro das figuras sua respectiva sigla: Tg, Tm, Tp, P ou Q.

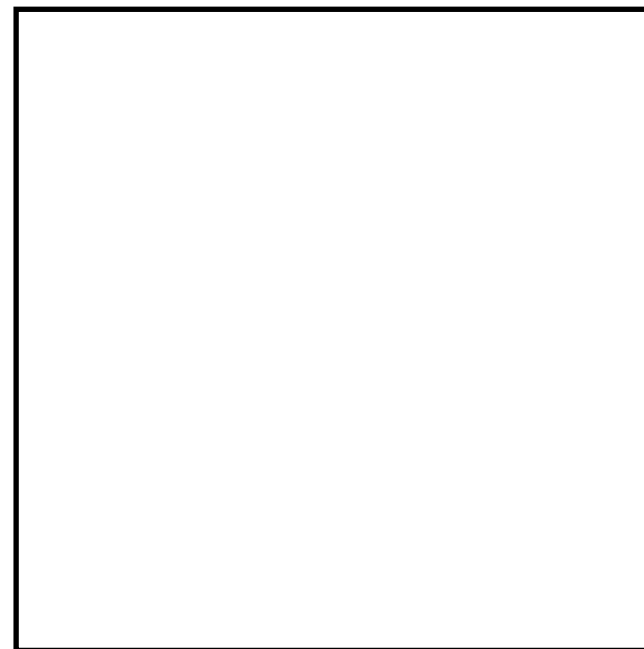
Considere que o quadrado formado pelas sete peças do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

O quadrado abaixo tem a mesma medida do formado pelas sete peças do Tangram.

1-b) Quantos Tg cabem neste quadrado?

1-c) Qual é a área de 1 Tg?

1-d) Desenhe e explique como você determinou essa quantidade.

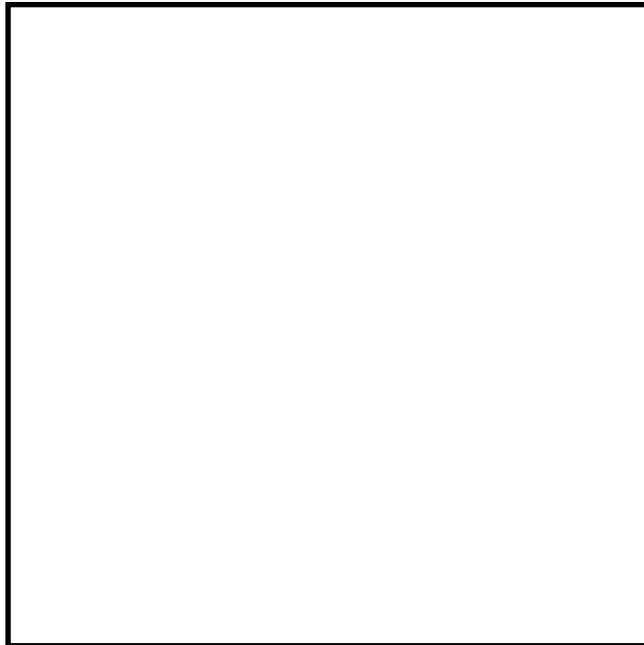


Considere que o quadrado formado pelas sete peças do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

1-e) Quantos T_m preenchem totalmente o quadrado abaixo sem sobreposição?

1-f) Qual é a área de 1 T_m ?

1-g) Desenhe e explique sua resposta:

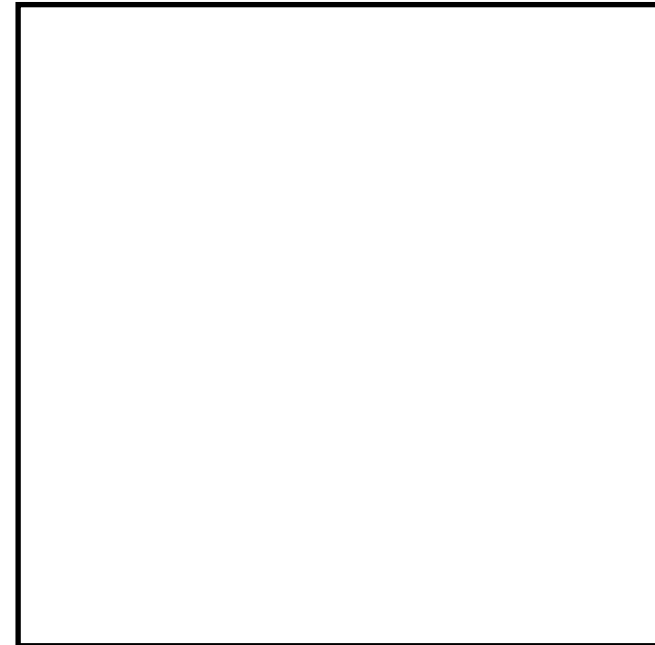


Considere que o quadrado formado pelas sete peças do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

1-h) Quantos T_p completam totalmente o quadrado de sete peças do Tangram?

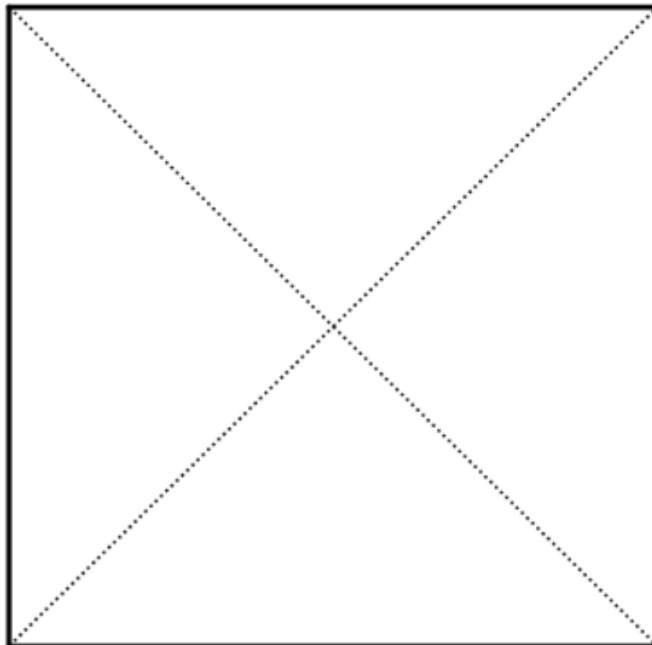
1-i) Qual é a área de 1 T_p ?

1-j) Como você chegou nessa conclusão?



Considere que o quadrado de sete peças do Tangram foi dividido em 4 Triângulos Grandes (Tg) com os contornos abaixo.

1-k) Quantos Tm cabem em 1 Tg?	1-l) Quantos Tp cabem em 1 Tg?
1-m) Qual é a área preenchida pelos Tm que você utilizou?	1-n) Qual é a área preenchida pelos Tp que você utilizou?
1-o) Qual(is) outro(s) valor(es) pode(m) representar esta(s) área(s)?	



APÊNDICE E – TAREFA 2

Tarefa 2

Nomes: _____

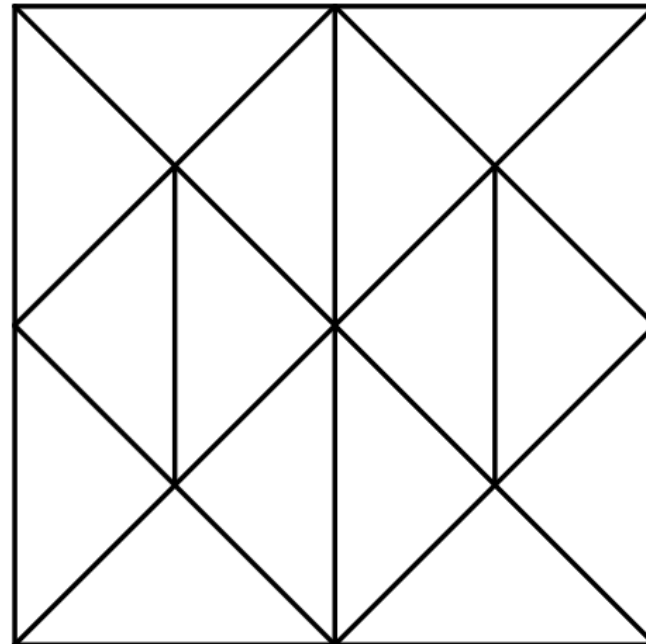
Considere 2 Triângulos Pequenos (Tp)!

2-a) Quais peças do Tangram podem ser formadas usando 2 Tp?
Desenhe as peças, escreva a sigla e indique os contornos de Tp.

Considere que a área de 1 Triângulo Pequeno (Tp) é $\frac{1}{16}$ u.a.

2-b) No quadrado abaixo pinte 1 Tm, 1 P e 1 Q.
Preencha a tabela determinando o valor de cada área.

Peça	Tm	P	Q
Área (u.a.)			



Vamos retomar algumas informações que já obtivemos...

2-c) Escreva o valor da área de cada peça do Tangram:

Peça	Tp	Tm	P	Q	Tg
Área (u.a.)					

2-d) Qual o nome do conjunto numérico que contém os valores das áreas de cada peça do Tangram? Por quê?

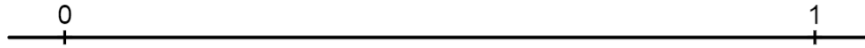
2-e) Escreva 3 outros números pertencente a esse conjunto numérico. Utilize pelo menos 2 representações distintas:

APÊNDICE F – TAREFA 3

Tarefa 3**Nomes:**

Para realizar esta tarefa lembre os valores das áreas de T_p , T_m , T_g , P e Q determinada na atividade 2-c.

3-a) Indique os valores das áreas de cada peça do Tangram no segmento de reta abaixo.

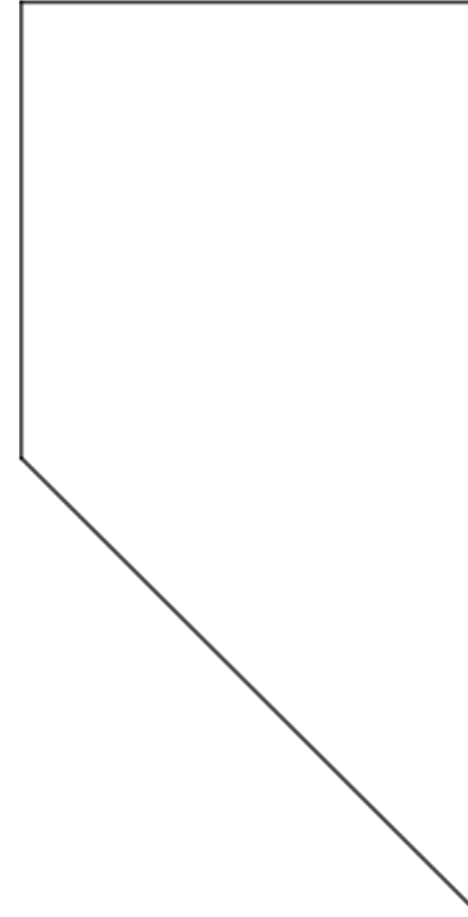


3-b) Existem outros valores racionais (\mathbb{Q}) que podem ser marcados neste segmento? Se **sim**, escreva 2 exemplos:

Agora vamos explorar outras áreas!

3-c) Preencha totalmente a Figura 1 com as peças do Tangram desenhando seus contornos.

Figura 1:



3-d) Qual é o valor da área da Figura 1?

DESAFIO

3-e) Desenhe uma figura com as peças do Tangram em que a área seja maior que 0,25 u.a. (área de Tg) e menor que 0,75 u.a (área da Figura 1).

3-f) No segmento de reta abaixo indique o valor da área da figura que você desenhou em 3-e.



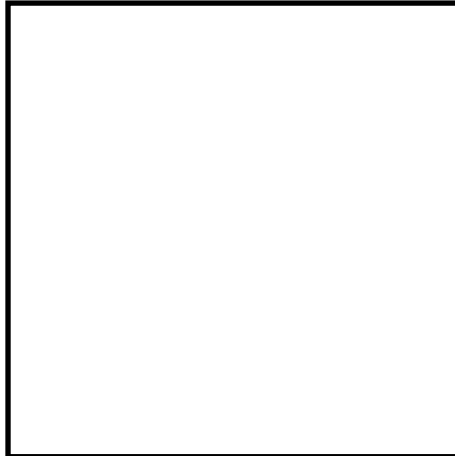
APÊNDICE G – TAREFA 4

Tarefa 4

Nomes:

Considere que o quadrado de sete peças do Tangram possui 1 unidade de área (u.a.)

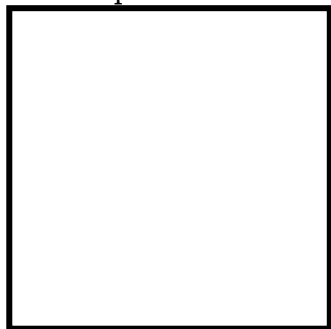
4-a) Forme um quadrado que tenha 50% da área do quadrado de sete peças. Desenhe abaixo o quadrado construído indicando os contornos das peças:



4-b) Marque o valor da área do quadrado representado acima:

Representação Fracionária	Representação Decimal
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/> 0,25
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> $0,33\bar{3}$
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 0,5
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{5}$	<input type="checkbox"/> 0,2
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{8}$	<input type="checkbox"/> 0,125

4-c) Usando o Tangram organize no contorno abaixo uma figura com 50% da área do quadrado de 4-a.



4-e) Com o Tangram desenhe um quadrado que tenha $\frac{1}{4}$ da área da figura de 4-a.

4-d) Qual é o valor da área do quadrado organizado em 4-c?

4-f) Escreva na representação decimal o valor da área do quadrado de 4-e:

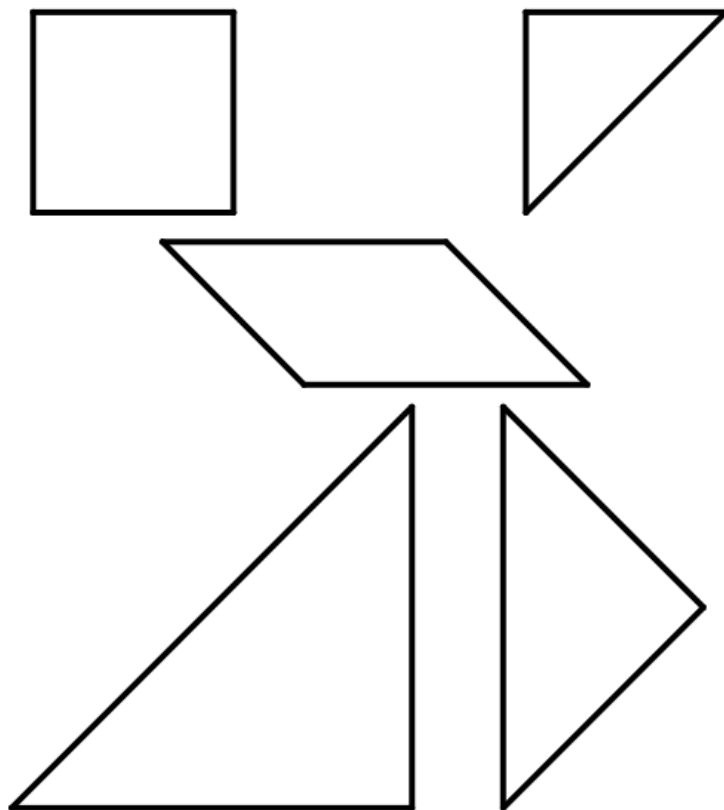
APÊNDICE H – TAREFA 5

Tarefa 5

Nomes: _____

Considere a peça Q do Tangram com 1 unidade de área (u.c.)

5-a) Escreva os valores de cada lado de todas as peças do Tangram.



Vamos trabalhar com as medidas dos lados que você calculou

5-b) Escreva a representação fracionária dos números abaixo.

Se não for possível explique o porquê.

$$1 =$$

$$2 =$$

$$\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{8} =$$

5-c) Marque todos os números de 5-b no segmento de reta abaixo.

Você pode utilizar régua e compasso:



Vamos determinar o conjunto numérico que contém $\sqrt{2}$

5-d) $\sqrt{2}$ pertence a que conjunto numérico?

Marque apenas uma possibilidade e explique sua resposta.

() Naturais (\mathbb{N}).

() Inteiros (\mathbb{Z}).

() Racionais (\mathbb{Q}).

() Irracionais (\mathbb{I}).

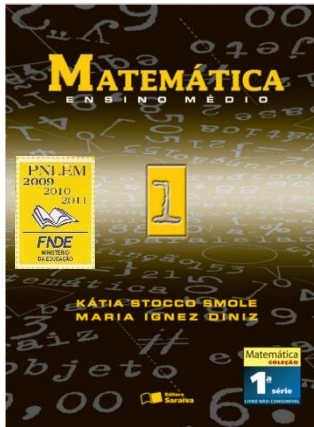
() Nenhuma das opções.

APÊNDICE I – TAREFA 6

Tarefa 6

Nomes: _____

Para realizar a Tarefa 6 vamos utilizar um livro didático!

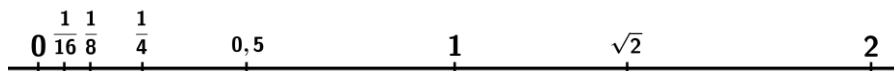


Analise o livro didático “Matemática – Ensino Médio” nas páginas:

- ◆ Números Racionais (\mathbb{Q}) – página 11
- ◆ Números Irracionais (\mathbb{I}) – página 14

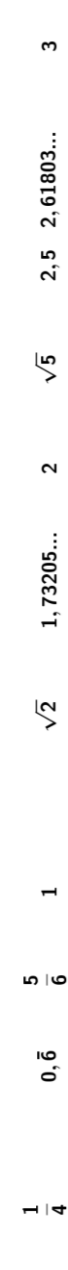
Conforme a seção “Flash Matemático” (página 13): **Entre dois racionais diferentes existe uma infinidade de racionais. “E você? Conhece outros números racionais entre 1 e 2?”**

6-a) Marque no segmento de reta três números racionais entre 1 e 2.



Vamos trabalhar com a reta numérica!

6-b) No segmento de reta abaixo circule apenas os números racionais:



6-c) Somente com números racionais é possível preencher toda reta numérica? Por quê?

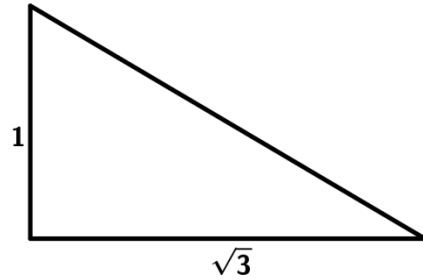
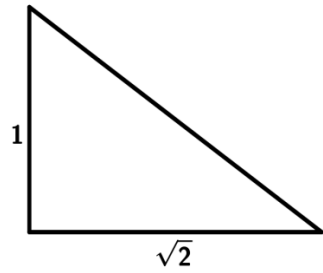
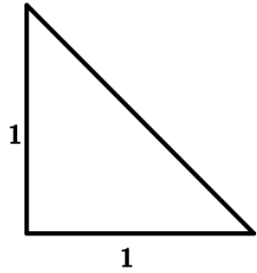
APÊNDICE J – TAREFA 7

Tarefa 7

Nomes:

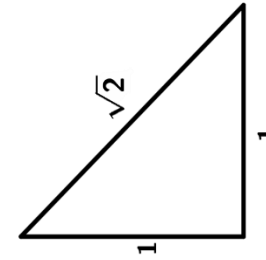
Vamos trabalhar com o Teorema de Pitágoras!

7-a) Calcule a medida da hipotenusa de cada triângulo retângulo abaixo.



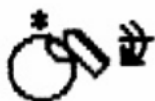
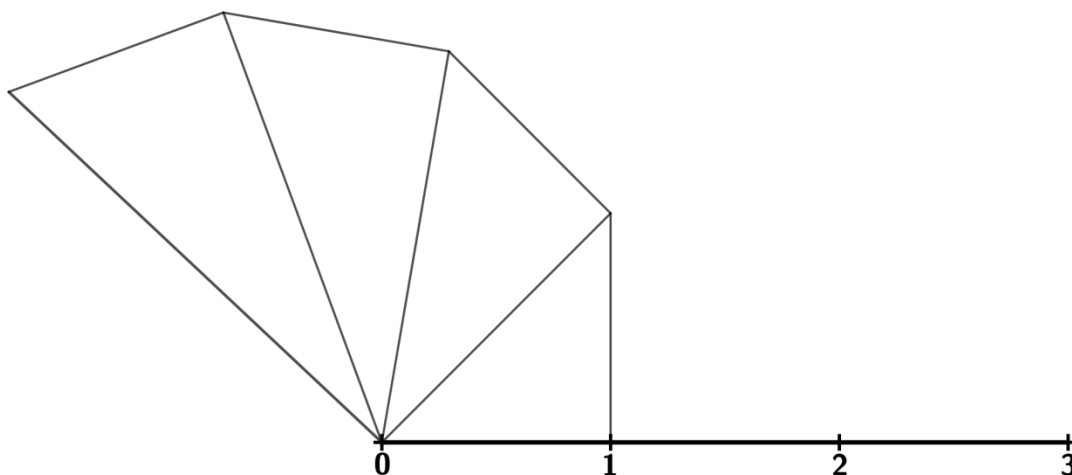
Vamos construir a Espiral Pitagórica!

7-b) Use a hipotenusa do triângulo retângulo abaixo para construir um novo triângulo que tenha uma de suas medidas igual a $\sqrt{3}$.
Pelo mesmo processo desenhe triângulos retângulos com hipotenusas medindo $\sqrt{4}$ e $\sqrt{5}$.




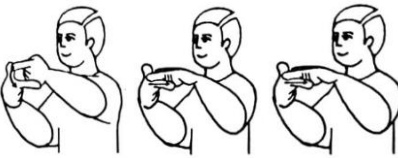
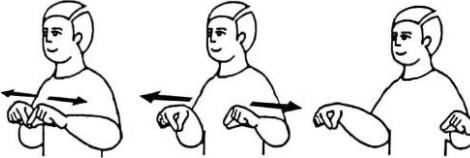
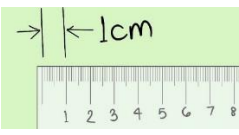

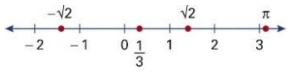
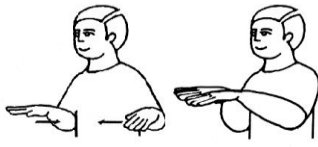
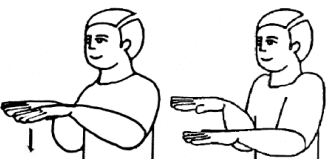
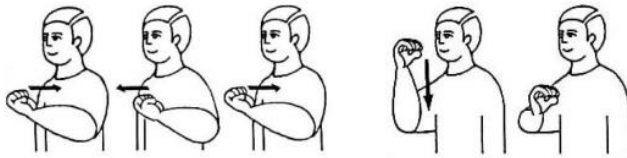
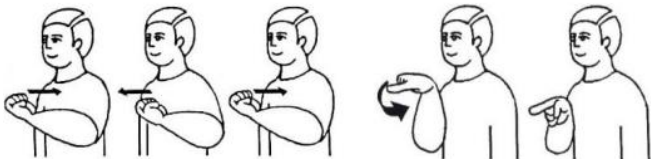

Vamos explorar números reais com o Tangram

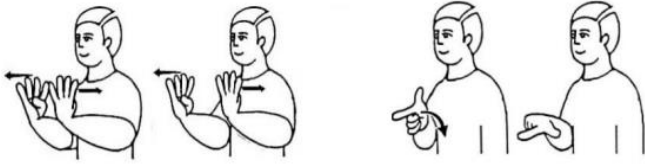
7-c) A partir da construção de 6-b localize e marque no segmento de reta abaixo os valores $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ e $\sqrt{5}$.



Agradecemos sua participação!

APÊNDICE K – ALGUNS SINAIS CONVENCIONADOS EM LIBRAS

Português	Sinal	Exemplo
Parte-todo		Uma parte de um todo dividido em quatro $\frac{1}{4}$
Dividir		$4 \div 2$
Medir		
Reta numérica		
Equivalência de representações fracionárias		$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
Representações fracionárias não equivalentes		$\frac{2}{3} \neq \frac{1}{4}$
Número percentual		50%
Número decimal		0,5
Dízimas finitas		1,87

Dízimas periódicas		1,666666666 ...
Dízimas não periódicas		3,141592654 ...
Conjunto numérico		Conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z})