

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Wagner Barreto da Silveira**

**CONTROLADOR ADAPTATIVO PREDITIVO ROBUSTO  
POR MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A  
CONVERSORES ESTÁTICOS CONECTADOS À REDE DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2021**



Wagner Barreto da Silveira

**CONTROLADOR ADAPTATIVO PREDITIVO ROBUSTO POR  
MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A CONVERSORES  
ESTÁTICOS CONECTADOS À REDE DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica**.

**Orientador: Prof. Hilton Abílio Gründling - Dr. Sc.**

Santa Maria, RS, Brasil

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Barreto da Silveira, Wagner

Controlador adaptativo preditivo robusto por modelo de referência aplicado a conversores estáticos conectados à rede de energia elétrica / Wagner Barreto da Silveira - 2021

136 p.; 30 cm

Orientador: Hilton Abílio Gründling - Dr. Sc.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2021

1. Controle Adaptativo 2. Controle Robusto 3. Controle Preditivo Baseado no Modelo da Planta 4. Controle uma amostra a frente I. Gründling, Hilton Abílio. II. Título.

---

© 2021

Todos os direitos autorais reservados a Wagner Barreto da Silveira. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Rua Visconde de Pelotas, Nº 374, Ap:211, Bairro Nossa Senhora do Rosário, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97010-440;

Endereço Eletrônico: wasilveira91@hotmail.com

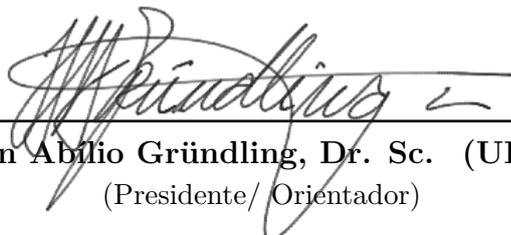
---

Wagner Barreto da Silveira

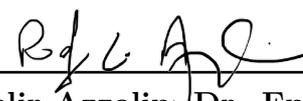
**CONTROLADOR ADAPTATIVO PREDITIVO ROBUSTO POR  
MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A CONVERSORES  
ESTÁTICOS CONECTADOS A REDE DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica**.

**Aprovado em 23 de Setembro de 2021:**

  
\_\_\_\_\_  
Hilton Abílio Gründling, Dr. Sc. (UFSM)  
(Presidente/ Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Rodrigo Varella Tambara, Dr. Eng. (UFSM)

  
\_\_\_\_\_  
Rodrigo Zelir Azzolin, Dr. Eng. (FURG)

Santa Maria, RS, Brasil  
2021



## DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Claudio e Nidia, à minha esposa Lisiane, e aos meus filhos, Miguel e Rafaela



## AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente ao Prof. Dr. Hilton Abílio Gründling, pela dedicada orientação e participação neste trabalho, sempre me incentivando a desenvolver meu espírito pesquisador, a buscar o conhecimento de forma autônoma, de construir os pilares necessários para o cumprimento dos meus objetivos.

Aos colegas e amigos do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC, Maicon de Miranda, Gabriel Saccol, Kaio Vilerá, Carlos Antônio de Souza, Thiago Lazari, Lucas Rossato Rocha, pelo convívio e troca de conhecimento. Em especial, a Guilherme Vieira Hollweg pelas incontáveis trocas de ideias, discussões e reflexões a respeito do funcionamento dos controladores adaptativos, além da parceria do dia a dia no laboratório. Ao Paulo Evald, por sua dedicação em ajudar, mesmo estando a distância, na obtenção de resultados de simulação e experimentais.

Aos meus pais Claudio Alexandre Almeida da Silveira e Nidia Escouto Barreto da Silveira, pelos ensinamentos básicos, pelo apoio incondicional, pela educação e força para vencer os objetivos da minha vida. A minha irmã Vanessa Barreto da Silveira, por sempre me incentivar a buscar meus objetivos mesmo estando distante.

Agradeço a minha esposa, Lisiane Flamino, pelo afeto, carinho, amor incondicional, por estar ao meu lado, me apoiar, dar conselhos, pela resiliência nos momentos mais difíceis, pela solidariedade e por me dar os dois maiores presentes que já recebi na minha vida: meu filho Miguel Flamino da Silveira, cujo nascimento deu-me um novo propósito, me motivando ainda mais a alcançar meus objetivos pessoais, e minha filha Rafaela Flamino da Silveira, que nasceu em meio à pandemia de Covid-19 a caminho do hospital, resignificando o sentido da vida e nos trazendo uma alegria ainda maior.

A Deus, por me conceder o privilégio da vida.

Este estudo foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de financiamento 001.



“Ao fixar a imagem do seu objetivo na tela de sua mente, no presente do indicativo, você vibra em harmonia (na ressonância) com cada partícula de energia necessária para a manifestação da sua imagem no plano físico. Mantendo essa imagem, essas partículas de energia estão se movendo em direção até você (atração) e você está se movendo em direção a elas - porque essa é a lei.

**Bob Proctor”**



## RESUMO

# CONTROLADOR ADAPTATIVO PREDITIVO ROBUSTO POR MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A CONVERSORES ESTÁTICOS CONECTADOS À REDE DE ENERGIA ELÉTRICA

AUTOR: WAGNER BARRETO DA SILVEIRA  
ORIENTADOR: HILTON ABÍLIO GRÜNDLING - DR. SC.

Neste trabalho é apresentado um controlador adaptativo preditivo robusto por modelo de referência em tempo discreto, a partir da estrutura de controladores adaptativos robustos por modelo de referência (do inglês, *Robust Model Reference Adaptive Control* - RMRAC), para ajuste de ganhos em tempo real, com uma lei de controle uma amostra a frente (do inglês, *One Sample Ahead Preview* - OSAP), um caso particular do controlador preditivo por modelo da planta (do inglês, *Model Predictive Control* - MPC). O controlador proposto é aplicado em um conversor estático de tensão conectado à rede elétrica com filtro LCL para controle das correntes de saída. A proposta tem como principais objetivos: Compensar intrinsecamente o atraso de transporte presente nos conversores CC/CA através da estrutura preditiva; Reduzir o esforço computacional necessário para calcular  $n$  predições futuras da planta e ação de controle típica de controladores MPC; Reduzir o esforço computacional necessário para calcular  $n$  ganhos dos controladores RMRAC, considerando a parte modelada da planta e do modelo de referência de ordem reduzida. Por fim, realizar um amortecimento ativo da ressonância do filtro LCL, evitando problemas de instabilidade e/ou baixo desempenho. Resultados de simulação e experimentais são apresentados para validar o desempenho do controlador.

**Palavras-chave:** Controle adaptativo por modelo de referência, OSAP, Método do tipo Gradiente, Filtro LCL



## ABSTRACT

# ROBUST PREDICTIVE MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROLLER APPLIED TO GRID TIED STATIC CONVERTER

AUTHOR: WAGNER BARRETO DA SILVEIRA

ADVISOR: HILTON ABÍLIO GRÜNDLING - DR. SC.

In this work, a discrete-time Robust Adaptive Predictive Model Reference Controller is presented. The topology is based on the combination of the adaptive structure of Robust Model Reference Adaptive Controller (RMRAC), for real time gain adjustment, with the One-Sample Ahead Preview controller (OSAP), which is a particular case of Model Predictive Control (MPC). The proposed controller is applied for the grid-side current control of a grid-tied voltage-source inverter (VSI). The proposal has as main objectives: To intrinsically compensate the transport delay present in DC/AC converters through the predictive structure; Reduce the computational burden needed to calculate  $n$  future plant predictions and control action typical of MPC controller; Reduce the computational effort needed to calculate  $n$  gains from RMRAC controller considering a modeled part of the plant and the reduced order reference model. Finally, perform an active damping of the LCL filter resonance, avoiding instability problems and/or poor performance. Simulation and experimental results are presented to validate the controller performance.

**Keywords:** Model reference adaptative control, OSAP, Gradient Method, LCL Filter



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	– Capacidade instalada de geração de energia solar fotovoltaica mundial, de 2010 a 2020. ....	21
Figura 1.2	– Capacidade instalada de geração de energia solar fotovoltaica no Brasil, de 2012 a 2020. ....	21
Figura 1.3	– Volume acumulado por estado (em MW).....	22
Figura 1.4	– Controle Adaptativo. ....	25
Figura 1.5	– Controle Adaptativo Indireto. ....	25
Figura 1.6	– Controle Adaptativo Direto. ....	26
Figura 1.7	– Controle Adaptativo Direto por Modelo de Referência. ....	27
Figura 1.8	– Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência. ....	28
Figura 1.9	– Estratégia de controle MPC.....	35
Figura 1.10	– Tabela das Estruturas de Controle. ....	38
Figura 2.1	– Modelo elétrico equivalente de um conversor trifásico conectado à rede de energia elétrica através de filtro LCL.....	41
Figura 2.2	– Circuito Equivalente, desacoplado, do conversor trifásico conectado a rede através de filtro LCL. (a) Eixo $\alpha$ , (b) Eixo $\beta$ . ....	42
Figura 2.3	– Modelo do circuito. ....	42
Figura 2.4	– Diagrama de Bode do filtro LCL considerando o modelo completo $G_p(s)$ e os modelos reduzidos de primeira e segunda ordem, $G_{01}(s)$ e $G_{02}(s)$ , respectivamente. ....	47
Figura 2.5	– Diagrama de Bode da Planta $G_p(s)$ sob diferentes valores de resistência parasita $r_g$ . ....	48
Figura 2.6	– Diagrama de Bode da Planta $G_p(s)$ sob diferentes valores de indutância $L_g$ . ....	49
Figura 2.7	– Diagrama de Bode da Planta $G_p(s)$ sob diferentes valores de capacitância $C$ . ....	50
Figura 3.1	– Diagrama de blocos do controlador RMRAC de ordem reduzida. ...	65
Figura 3.2	– Digrama de Bode da planta $G_p(z)$ , parte modelada da planta $G_0(z)$ e modelo de referência $W_m(z)$ . ....	67
Figura 3.3	– Diagrama de Bode da planta $G_p(z)$ com variação paramétrica. ....	68
Figura 3.4	– Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\alpha$ frente a variações paramétricas e variação de amplitude. ....	70
Figura 3.5	– Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\beta$ frente a variações paramétricas e variação de amplitude. ....	71
Figura 3.6	– Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo $\alpha$ . ....	72
Figura 3.7	– Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo $\beta$ . ....	72
Figura 3.8	– Resultados de Simulação. Resposta transitória da planta frente a variações paramétricas e variações de amplitude de sinal em coordenadas $abc$ . ....	73
Figura 4.1	– Diagrama de blocos da estrutura básica do MPC. ....	75
Figura 4.2	– Diagrama de blocos do controlador OSAP Adaptativo. ....	81
Figura 4.3	– Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\alpha$ frente a variações paramétricas e variação de amplitude. ....	84
Figura 4.4	– Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\beta$ frente a variações paramétricas e variação de amplitude. ....	85
Figura 4.5	– Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo $\alpha$ e $\beta$ . ....	86
Figura 4.6	– Resultados de Simulação. Resposta transitória da planta frente a variações paramétricas e variações de amplitude de sinal em coordenadas $ABC$ . ....	87

Figura 5.1	–	Configuração da Bancada Experimental com variação da impedância.	89
Figura 5.2	–	Bancada Experimental: 1 - Conversor Trifásico (5,4 kW), 2 - Fonte de alimentação, 3 - Transformador, 4 - Contatora com indutores em série com a rede (para teste de variação paramétrica), 5 - Computador utilizado para desenvolver e transferir o código em C para o DSP. . .	90
Figura 5.3	–	Bancada Experimental: 1- Filtro LCL, 2 - Conversor trifásico e sensores de tensão. . . . .	91
Figura 5.4	–	Bancada Experimental: 1 - Osciloscópio. . . . .	91
Figura 5.5	–	Bancada Experimental: 1 - DSP, 2 - Sensores de Corrente do lado da rede. . . . .	92
Figura 5.6	–	Resultados Experimentais: Correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	93
Figura 5.7	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador no transitório inicial, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	94
Figura 5.8	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação de amplitude, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	95
Figura 5.9	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação paramétrica, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	96
Figura 5.10	–	Resultados Experimentais: Ação de controle $u_\alpha$ e $u_\beta$ e tensão do barramento $V_{CC}$ . . . . .	96
Figura 5.11	–	Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas $\alpha$ . . . . .	97
Figura 5.12	–	Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas $\beta$ . . . . .	97
Figura 5.13	–	Resultados Experimentais: Erro aumentado $\epsilon_\alpha$ e $\epsilon_\beta$ . . . . .	98
Figura 5.14	–	Resultados Experimentais: Correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	99
Figura 5.15	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador no transitório inicial, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	99
Figura 5.16	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação de amplitude, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	100
Figura 5.17	–	Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação paramétrica, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$ e $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$ e $y_\beta$ ) nos eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	101
Figura 5.18	–	Resultados Experimentais: Ação de controle $u_\alpha$ e $u_\beta$ e tensão do barramento $V_{CC}$ . . . . .	101
Figura 5.19	–	Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas $\alpha$ . . . . .	102
Figura 5.20	–	Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas $\beta$ . . . . .	102
Figura 5.21	–	Resultados Experimentais: Erro aumentado $\epsilon_\alpha$ e $\epsilon_\beta$ . . . . .	103
Figura 5.22	–	Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Ensaio completo, a) MRAC b) OSAP Adaptativo. . . . .	104
Figura 5.23	–	Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Transitório inicial e Variação de Amplitude, a) MRAC b) OSAP Adaptativo. . . . .	105
Figura 5.24	–	Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Transitório inicial, a) MRAC b) OSAP Adaptativo. . . . .	105
Figura 5.25	–	Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Variação de amplitude, a) MRAC b) OSAP Adaptativo. . .	106

Figura 5.26 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - <i>Zoom</i> variação de amplitude, a) MRAC b)OSAP Adaptativo. ....	106
Figura 5.27 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Variação paramétrica, a) MRAC b) OSAP Adaptativo. ...	107
Figura 5.28 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - Regime permanente pós variação paramétrica, a) MRAC b)OSAP Adaptativo. ....	107
Figura 5.29 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas $abc$ - <i>Zoom</i> regime permanente pós variação paramétrica, a) MRAC b) Osap Adaptativo. ....	108
Figura 5.30 – Distorção harmônica da forma de onda das correntes injetadas na rede para a estrutura: a) RMRAC b) OSAP Adaptativo. ....	108
Figura A.1 – Diagrama de Blocos do Controle MRC .....	122
Figura A.2 – Diagrama de blocos de um observador de estados de ordem plena...	127
Figura A.3 – Diagrama de blocos do controle MRC por variáveis de estado .....	130



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros do Sistema. ....	46
Tabela 3.1 – Parâmetros de projeto do controlador. ....	69
Tabela 4.1 – Parâmetros de projeto do controlador. ....	83



## LISTA DE SÍMBOLOS

$t$	Índice das variáveis no domínio do tempo contínuo
$k$	Índice das variáveis no domínio do tempo discreto
$s$	Índice das variáveis no domínio da frequência contínua
$z$	Índice das variáveis no domínio da frequência discreta
*	Sobre-índice significa valor verdadeiro de uma determinada grandeza
$\hat{\phantom{x}}$	Sobre-índice significa valor estimado de uma determinada grandeza
$\dot{\phantom{x}}$	Sobre-índice significa operador de derivada de uma determinada grandeza
$\frac{d(\cdot)}{dt}$	Operador diferencial
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial
$T_s$	Período de amostragem
$T_{\alpha\beta 0}$	Matriz de transformação
$u_\alpha, u_\beta$	Tensões sintetizadas pelo conversor em coordenadas $\alpha\beta$
$v_c$	Tensões dos capacitores do filtro LCL em coordenadas <b>abc</b> ( $v_{ca}, v_{cb}$ e $v_{cc}$ )
$v_{c\alpha}, v_{c\beta}$	Tensões dos capacitores do filtro LCL em coordenadas $\alpha\beta$
$V_{cc}$	Tensão da fonte de alimentação
$V_d$	Tensão da rede em coordenadas <b>abc</b>
$\Delta_a$	Dinâmicas aditivas
$\Delta_m$	Dinâmicas multiplicativas
$\mu$	Dinâmicas multiplicativas
$\eta$	Distúrbio provocado pela dinâmica não modelada
<b>I</b>	Matriz identidade
$r$	Sinal de referência
$y$	Sinal de saída da planta
$y_m$	Sinal de saída do modelo de referência
$u$	Ação de controle que atua sobre a planta
$V_c$	Componentes em quadratura dos distúrbios exógenos
$V_s$	Componentes em fase dos distúrbios exógenos
$G_p$	Função de transferência da planta
$G_0$	Função de transferência da parte modelada da planta
$k_p$	Ganho em alta frequência da planta
$Z_p$	Polinômio mônico do numerador da função de transferência da planta
$R_p$	Polinômio mônico do denominador da função de transferência da planta
$n$	Limite superior para o grau do polinômio característico de $R_p$
$n^*$	Grau relativo de $G_p$
$m_p$	Grau de $Z_p$
$n_p$	Grau de $R_p$
$b, b_0, b_1,$ $b_2, b_3$	Coefficientes do numerador da função de transferência da planta
$a, a_0, a_1,$ $a_2, a_3$	Coefficientes do denominador da função de transferência da planta

LISTA DE SÍMBOLOS

---

$W_m$	Função de transferência do modelo de referência
$k_m$	Ganho em alta frequência do modelo de referência
$Z_m$	Polinômio mônico do numerador da função de transferência do modelo de referência
$R_m$	Polinômio mônico do denominador da função de transferência do modelo de referência
$\delta_0, \delta_1$	Parâmetro de projeto do sinal $m$
$q_m$	Grau de $Z_m$
$p_m$	Grau de $R_m$
$b_m, b_{m0},$ $b_{m1}, b_{m2},$ $b_{m3}$	Coefficientes do numerador da função de transferência do modelo de referência
$a_m, a_{m0},$ $a_{m1}, a_{m2},$ $a_{m3}$	Coefficientes do denominador da função de transferência do modelo de referência
$\alpha$	Polinômio mônico
$\Lambda$	Polinômio Hurvitz de grau $n - 1$
$\Lambda_0$	Polinômio Hurvitz de grau $n - 1 - q_m$
$\mathbf{X}$	Vetor de estados
$x_1, x_2$ e $x_3$	Estados do vetor $\mathbf{X}$
$\hat{\mathbf{X}}$	Estimativa do vetor $\mathbf{X}$
$\hat{x}_1, \hat{x}_2$ e $\hat{x}_3$	Estados do vetor $\hat{\mathbf{X}}$
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \bar{\mathbf{B}},$ $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$	Parâmetros que representam a dinâmica da planta em espaço de estados
$\mathbf{F}, \bar{\mathbf{F}}, \mathbf{G},$ $\bar{\mathbf{G}}, \mathbf{g}$	Parâmetros do observador em espaço de estados no domínio do tempo contínuo
$\mathbf{F}_d, \mathbf{g}_d$	Parâmetros do observador em espaço de estados no domínio do tempo discreto
$f_{11}, f_{12},$ $f_{13}, f_{21},$ $f_{22}, f_{23},$ $f_{31}, f_{32}$ e $f_{33}$	Coefficientes da variável do observador $\mathbf{F}$
$\boldsymbol{\theta}^T, \boldsymbol{\theta}_1^T$ e $\boldsymbol{\theta}_2^T$	Vetor dos ganhos do controlador
$\boldsymbol{\theta}^{*T}, \boldsymbol{\theta}_1^{*T}$ e $\boldsymbol{\theta}_2^{*T}$	Vetor dos ganhos verdadeiros do controlador
$\theta, \theta_c, \theta_1,$ $\theta_{11}, \theta_{12},$ $\theta_2, \theta_{21},$ $\theta_{22}, \theta_3, \theta_u,$ $\theta_y$ e $C_0$	Ganhos do controlador

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$\theta^*, \theta_c^*, \theta_1^*,$ $\theta_{11}^*, \theta_{12}^*,$ $\theta_2^*, \theta_{21}^*,$ $\theta_{22}^*, \theta_3^*,$ $\theta_u^*, \theta_y^*$ e $C_0^*$	Ganhos verdadeiros do controlador
$\tilde{\theta}$	Vetor diferença entre $\theta$ e $\theta^*$
$\theta_0$	Valor dos ganhos iniciais do controlador
$\omega^T$	Vetor que contém o valor dos sinais da entrada $u$ e saída $y$ de todos os estados da planta
$\omega_1$ e $\omega_2$	Vetor dos filtros auxiliares que reconstituem os estados internos da planta
$\omega_1, \omega_{11},$ $\omega_{12}, \omega_2,$ $\omega_{21}$ e $\omega_{22}$	Filtros auxiliares que reconstituem os estados internos da planta
$\nabla$	Gradiente de uma determinada função
$\gamma$	Ganho de adaptação
$\Gamma$	Matriz definida positiva e simétrica
$\kappa$	Parâmetro ponderador do erro
$sgn$	Função sinal
$\rho^*$	Valor de $k_p/k_m$
$\sigma$	Função de modificação
$\sigma_0$	Valor limite da função de modificação
$M_0$	Limitante superior da norma do vetor de parâmetros de controle
$\zeta$	Vetor regressor do controle adaptativo por modelo de referência direto
$J$	Função custo
$e_1$	Erro de rastreamento
$\varepsilon$	Erro aumentado
$\beta_1, \beta_2$ e $\beta_n$	Coefficientes de uma função qualquer
$\phi^T$	Vetor regressor do controle adaptativo por modelo de referência indireto
$m^2$	Função majorante
$\mathbf{P}$	Matriz de covariância do identificador RLS
$p_0$	Ganho inicial da matriz de covariância $\mathbf{P}$



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
DMC	<i>Dinamic Matrix Control</i>
EPSAC	<i>Extended Prediction Self Adaptive Control</i>
EHAC	<i>Extended Horizon Adaptive Control</i>
FAP	Filtro Ativo de Potência
FCS- MPC	<i>Finite Control Set Model Predictive Control</i>
GD	Geração Distribuída
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
IRENA	<i>International Renewable Energy Agency</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
LTI	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
MAC	<i>Model Algorithm Control</i>
MIT	<i>Massachussets Institute of Tecnology</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MRAC	<i>Model Referente Adaptive Control</i>
MRAS	<i>Model Referente Adaptive System</i>
MRC	<i>Model Referente Control</i>
NPSF	<i>Normalized Positive Synchronous Frame</i>
OSAP	<i>One Sample Ahead Preview</i>
PCC	<i>Point of Common Coupling</i>
PE	Persistentemente excitante
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i>
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PI- RMRAC	Controlador PI baseado no RMRAC
PR	Proporcional-ressonante
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RLS	<i>Recursive Least Square</i>
RMRAC	<i>Robust Model Reference Adaptive Control</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SRF-PLL	<i>Synchronous Reference Frame - Phase-Locked Loop</i>
SVM	<i>Space Vector Modulation</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UPC	<i>Unified Predictive Control</i>
UPS	<i>Uninterrupted Power Source</i>

VSI      *Voltage Source Inverter*  
VS -      *Variable Structure - Robust Model Reference Adaptive Control*  
RMRAC  
ZOH      *Zero Order Holder*

# SUMÁRIO

<b>1 Introdução</b> .....	20
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	23
1.1.1 Controladores adaptativos .....	24
1.1.2 Controladores adaptativos aplicados a sistemas .....	29
1.1.3 Controladores adaptativos aplicados a conversores conectados à rede .....	31
1.1.4 Geração de Referência e Sincronismo .....	33
1.1.5 Controlador Preditivo Baseado no Modelo da Planta .....	34
1.1.6 Controladores preditivos aplicados a conversores conectados à rede .....	36
1.2 PROPOSTA .....	37
1.2.1 Organização do Trabalho .....	38
<b>2 DESCRIÇÃO, MODELAGEM E ANÁLISE DA PLANTA</b> .....	40
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	40
2.2 DESCRIÇÃO DA PLANTA E TRANSFORMADA DE CLARKE .....	40
2.3 MODELAGEM DA PLANTA POR VARIÁVEIS DE ESTADO .....	42
2.4 MODELAGEM DO FILTRO LCL POR FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA .....	44
2.5 ANÁLISE DA PLANTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	46
2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	50
<b>3 Projeto e Simulação do Controlador RMRAC</b> .....	51
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	51
3.2 ESTRUTURA DE UM CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO REFERÊNCIA .....	51
3.2.1 Algoritmo de Adaptação de Parâmetros .....	52
3.2.1.1 Método do tipo Gradiente .....	52
3.2.1.2 Método do tipo RLS: Caso Discreto .....	55
3.2.2 Controlador RMRAC em Tempo Discreto .....	56
3.2.3 Lei de Controle RMRAC .....	58
3.2.4 Normalizadores .....	61
3.2.5 Robustez de Identificadores: Função $\sigma$ -modification .....	62
3.3 CONTROLADOR RMRAC DE PRIMEIRA ORDEM .....	63
3.3.1 Estrutura do Controlador e Lei de Adaptação .....	63
3.3.2 Projeto do Controlador .....	65
3.3.3 Resultados de Simulação .....	69
3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	73
<b>4 Projeto e Simulação do Controlador OSAP Adaptativo</b> ....	74
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	74

4.2 ESTRUTURA DO CONTROLADOR PREDITIVO BASEADO NO MODELO DA PLANTA ( <i>Model Predictive Control - MPC</i> ) .....	74
<b>4.2.1 Modelo da Planta e Perturbações</b> .....	74
4.2.1.1 <i>Modelo da Planta</i> .....	75
4.2.1.2 <i>Modelo das Perturbações</i> .....	76
4.2.1.3 <i>Resposta Livre e Forçada</i> .....	77
4.2.1.4 <i>Função Objetivo</i> .....	77
4.2.1.5 <i>Obtenção da Lei de Controle</i> .....	78
4.3 CONTROLADOR OSAP ADAPTATIVO .....	78
<b>4.3.1 Estrutura do Controlador e Lei de Adaptação</b> .....	78
<b>4.3.2 Projeto do Controlador</b> .....	82
<b>4.3.3 Resultados de Simulação</b> .....	83
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	87
<b>5 Resultados Experimentais</b> .....	89
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	89
5.2 BANCADA EXPERIMENTAL .....	89
5.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	93
<b>5.3.1 Ensaio conectado à rede - RMRAC</b> .....	93
<b>5.3.2 Ensaio conectado à rede - OSAP Adaptativo</b> .....	98
<b>5.3.3 Ensaio conectado à rede - Comparativo RMRAC e OSAP Adaptativo</b> .....	104
5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	109
<b>6 Conclusões</b> .....	110
6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO TRABALHO .....	110
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	112
<b>APÊNDICES</b> .....	121
<b>A.0.1 Controle por Modelo de Referência</b> .....	122
A.0.1.1 <i>Controle MRC para uma planta de ordem superior</i> .....	124
<b>A.0.2 Observador de Luenberger em malha fechada</b> .....	125
A.0.2.1 <i>Controle MRC para uma planta de segunda ordem</i> .....	127
A.0.2.2 <i>Controle MRC para uma planta de terceira ordem</i> .....	129
<b>A.0.3 Controle MRC para uma planta de ordem <math>n</math></b> .....	130
<b>A Identificação dos coeficientes de uma planta <math>G_p(z)</math></b> .....	132
<b>A.0.1 Método dos Mínimos Quadrados Recursivo - RLS</b> .....	134

# 1 Introdução

Atualmente, existe uma preocupação global com a política de produção de energia e seu consumo crescente, principalmente no que diz respeito à queima de combustíveis fósseis convencionais, que abastece cerca de 85% da demanda de energia primária (SEN; GANGULY, 2017), causando demasiados impactos negativos no meio ambiente (MARTIN et al., 2019). Como alternativa, fontes de energias renováveis vem ganhando cada vez mais espaço dentro da matriz energética mundial.

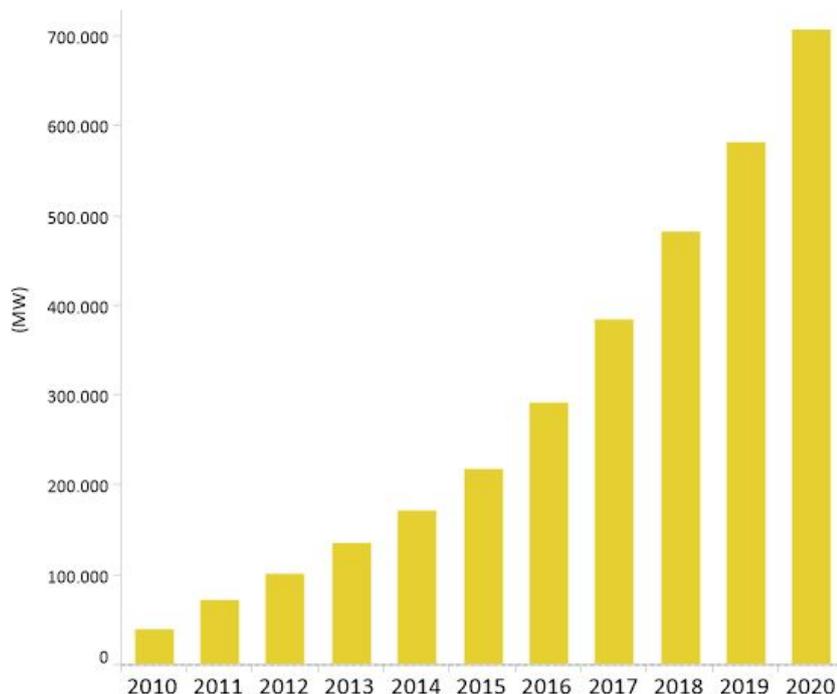
A energia renovável passou a ser atrativa durante a crise energética em meados dos anos 70, quando compreendeu-se que havia um risco eminente de se esgotar as fontes convencionais de combustíveis em detrimento de demandas de consumo cada vez maiores, o que levou ao desenvolvimento de tecnologias de energias renováveis e conservação de recursos naturais. Na década de 80, a poluição, o aquecimento global e o esgotamento de recursos naturais levantou questões relacionadas a necessidade de se evitar ou consertar os danos ao meio ambiente (SERBAN A; MILTIADIS D, 2020).

Mais recentemente, discussões acerca do consumo de energia mundial, vem tratando como prioridade questões correlatas à proteção contínua do meio ambiente e saúde humana ao longo prazo, direcionando novamente sua atenção para as fontes de energias renováveis (SERBAN A; MILTIADIS D, 2020), tais como solar (WALDAU A et al., 2018), eólica (LACAL-ARÁNTGUI, 2019), ondas marítimas (AHAMED; MCKEE; HOWARD, 2020), entre outras, capazes de contribuir diretamente na redução da emissão de gases poluentes e no combate ao efeito estufa.

Em se tratando de energia solar fotovoltaica, um estudo de caso mostrou que, de 2006 até 2016, a capacidade de geração de energia solar fotovoltaica obteve um crescimento de 43,14 vezes, evoluindo de 7GW para 302GW (DU et al., 2018). Atualmente, segundo a *International Renewable Energy Agency* - IRENA, estes números estão cada vez mais expressivos, alcançando, no final de 2020, uma capacidade de geração de energia de mais de 700GW (IRENA, 2021). A Figura 1.1 ilustra o crescimento mundial de energia solar fotovoltaica.

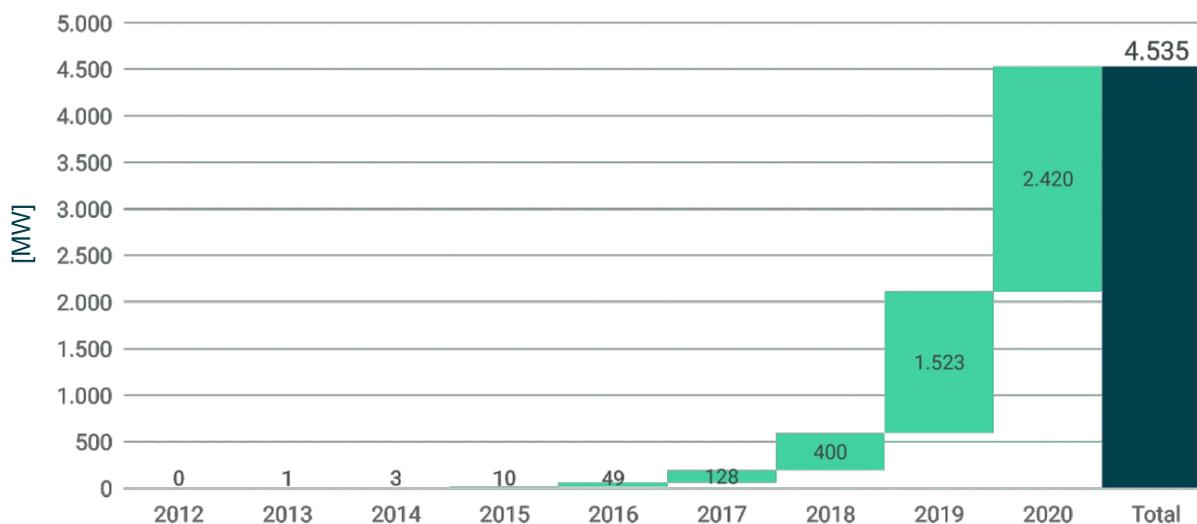
No Brasil, a energia solar fotovoltaica vem ganhando força nos últimos anos. Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, a capacidade adicionada em 2020 foi 60% superior ao de 2019. Apesar disso, conforme Figura 1.2, foi o ano com menor taxa de crescimento desde a aprovação da resolução RN482, que permitiu aos consumidores realizar a troca da energia gerada com a da rede elétrica, criando as regras e o sistema que compensa o consumidor pela energia elétrica injetada na rede, fator este, podendo estar relacionado com o recesso econômico causado pela pandemia de COVID-19.

Figura 1.1 – Capacidade instalada de geração de energia solar fotovoltaica mundial, de 2010 a 2020.



Fonte: (IRENA, 2021)

Figura 1.2 – Capacidade instalada de geração de energia solar fotovoltaica no Brasil, de 2012 a 2020.



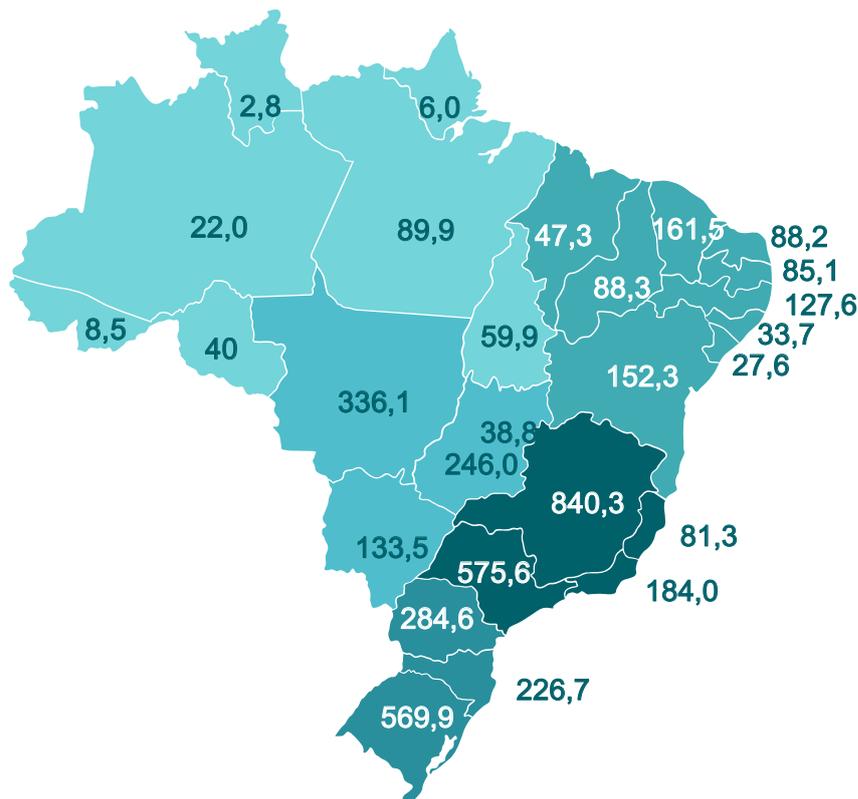
Fonte: (Greener, 2021) - Dados até 31/12/2020

Apesar de existir um crescimento quase exponencial no volume acumulado de novos sistemas fotovoltaicos, o número de consumidores integrados à geração distribuída (GD), corresponde a cerca de 0,53% do número total de consumidores de energia elétrica no

Brasil (ANEEL, 2021), destacando um cenário de consumo energético extremamente novo, desafiador, e com grande potencial de expansão.

A Figura 1.3 retrata o cenário de expansão energética solar fotovoltaica no Brasil por estado. Como dito anteriormente, apesar do crescimento expressivo, ainda é considerado um mercado emergente.

Figura 1.3 – Volume acumulado por estado (em MW).



Fonte: (Greener, 2021) - Dados até 31/12/2020

A geração compartilhada é a forma mais democrática do acesso pelo consumidor à geração da própria energia, pois não envolve investimento inicial ou obras locais, seja pelo modelo de locação ou pela propriedade do ativo por concessionária. Porém, o uso de fontes de energia renovável como fonte de geração própria, como a energia solar, pode ser uma solução para a crescente demanda de energia elétrica no Brasil.

Atualmente, quase todos os países do mundo buscam formas de variar sua matriz energética. A energia solar é apenas um recurso em abundância dentre vários outros disponíveis no Brasil. Quando o assunto é a utilização de fontes renováveis, o Brasil está acima da média mundial, pois conta com uma grande extensão territorial e com uma diversidade de biomas e climas, que se converte em variados recursos naturais que podem ser transformados em energia elétrica (EPE, 2021).

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A integração da grande maioria dos sistemas de energia renovável, em particular, energia solar fotovoltaica com a rede de energia elétrica, requer a utilização de conversores estáticos CC/CA e filtro para atenuação das distorções harmônicas. Os conversores são responsáveis por injetar a energia armazenada em um barramento CC, proveniente das fontes geradoras renováveis, em redes monofásicas ou trifásicas (TWINING; HOLMES, 2003).

Os conversores conectados à rede são elementos chaves em sistemas de geração distribuída. Estes conversores devem garantir que as correntes injetadas na rede estejam em concordância com os padrões estabelecidos, como os descritos na norma IEEE 1547, que especifica limites aceitáveis para as respostas do sistema em termos de distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion* - THD), resposta em condições de redes anormais e estratégias de anti-ilhamento (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003), (BLAABJERG et al., 2006), (IEEE, 2011), (ANEEL, 2006).

Os filtros de saída fazem a intermediação entre o inversor e a rede, e são responsáveis por atenuar as distorções harmônicas causadas pela modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse-Width Modulated* - PWM), de modo que as correntes da rede estejam dentro de limites previstos em normas pertinentes (IEEE, 2011). Dentre as várias estruturas de filtragem, como os filtros L, LCL, LLCL, LCL-LC, LCL-LLCL (SANATKAR-CHAYJANI; MONFARED, 2016), (JIANG et al., 2019) e (MIAO; YAO; LU, 2019), o filtro L e o LCL são alternativas comumente utilizadas.

O filtro L (adição de um indutor na saída do conversor), é capaz de atenuar  $-20dB$  por década e possui a vantagem de ser simples e eficiente, sendo modelado somando-se a indutância e resistência equivalente da rede de energia elétrica no ponto de acoplamento comum (PCC- *Point of Common Coupling*), entretanto, necessita de alta frequência de comutação para assegurar pequena circulação de potência reativa e baixa THD.

Em aplicações que envolvem conversores de alta potência e baixa frequência de chaveamento, o filtro L pode não ser a melhor escolha devido ao seu tamanho quando comparado ao filtro LCL. Nestes casos, o filtro LCL é mais comumente empregado (LISERRE M.; TEODORESCU, 2006), apresentando atenuação das distorções harmônicas de  $-60db$  por década, a partir da frequência de ressonância, sem aumentar o consumo de potência reativa. Além disso, as dimensões, peso e frequência, se comparados ao filtro L, são significativamente menores (DANNEHL; FUCHS; HANSEN, 2007) (TEODORESCU; LISERE; RODRÍGUEZ, 2011).

Assim como no filtro L, a indutância e a resistência equivalente da rede no PCC do conversor podem ser considerados como parte do filtro LCL. As incertezas considerando seus valores verdadeiros resultam na mudança da frequência de ressonância do filtro LCL. Isso deve ser considerado no projeto do controlador de corrente para garantir estabilidade

e o desempenho do conversor conectado à rede, (LISERRE M.; TEODORESCU, 2006). Quanto ao amortecimento da ressonância, as duas principais alternativas apresentadas na literatura para conversores conectados à rede com filtro LCL são:

- (i) Uso de amortecimento passivo para atenuar o pico de ressonância, o que é indesejável em altas potências devido ao custo da energia e devido ao fato de que existem métodos dependentes das características da rede no ponto de conexão;
- (ii) Uso de amortecimento ativo, que pode ser alcançado através de diferentes estratégias de controle, tais como estruturas de controle específicas apresentada em (WU; LEHN, 2006), retroação de estados, (GABE et al., 2007), estimação da impedância da rede, (CIOBOTARU et al., 2007), estratégias de controle utilizando múltiplos laços de realimentação, (LOH; HOLMES, 2005).

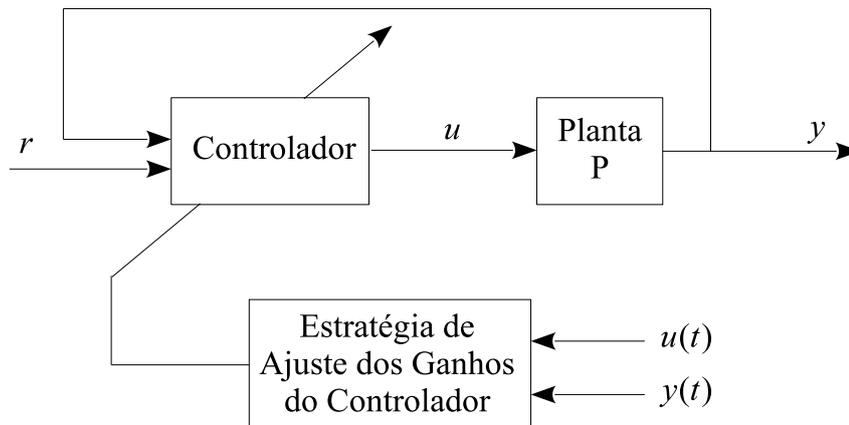
Independentemente da abordagem utilizada ou da técnica de controle, é desejável que o algoritmo de controle tenha a capacidade de manter a estabilidade do sistema e bom desempenho, mesmo na presença de incertezas estruturadas e não-estruturadas, bem como distúrbios, pois o desempenho e a estabilidade do sistema em malha fechada é substancialmente dependente dos parâmetros da rede e das dinâmicas do filtro de saída do conversor.

### 1.1.1 Controladores adaptativos

Um grande número de trabalhos contribuíram para o desenvolvimento da teoria de controle adaptativo. A grande maioria destes são aplicados a processos do tipo entrada-saída (SISO - *Single Input Single Output*), admitindo modelos com estrutura conhecida (dinâmica estruturada) e com parâmetros desconhecidos (incerteza paramétrica). Uma abordagem geral sobre estes assuntos pode ser encontrada em (LANDAU, 1979), (GOODWIN; SIN, 1984), (ASTRÖM; WITTENMARK, 1989) e (NARENDRA; ANNASWAMY, 1989).

Controladores adaptativos robustos são recomendados para o controle de sistemas que apresentam incertezas estruturadas e/ou incertezas não estruturadas (MILLER, 2003). Incerteza estruturada é definida como o não conhecimento exato da localização dos polos e zeros da planta. Incerteza não-estruturada é definida como o não conhecimento do comportamento da fase e do ganho da planta em frequências de determinadas faixa de operação, que por sua vez, é causada por polos e zeros não modelados. A Figura 1.4 apresenta o digrama de blocos simplificado de um sistema de controle adaptativo.

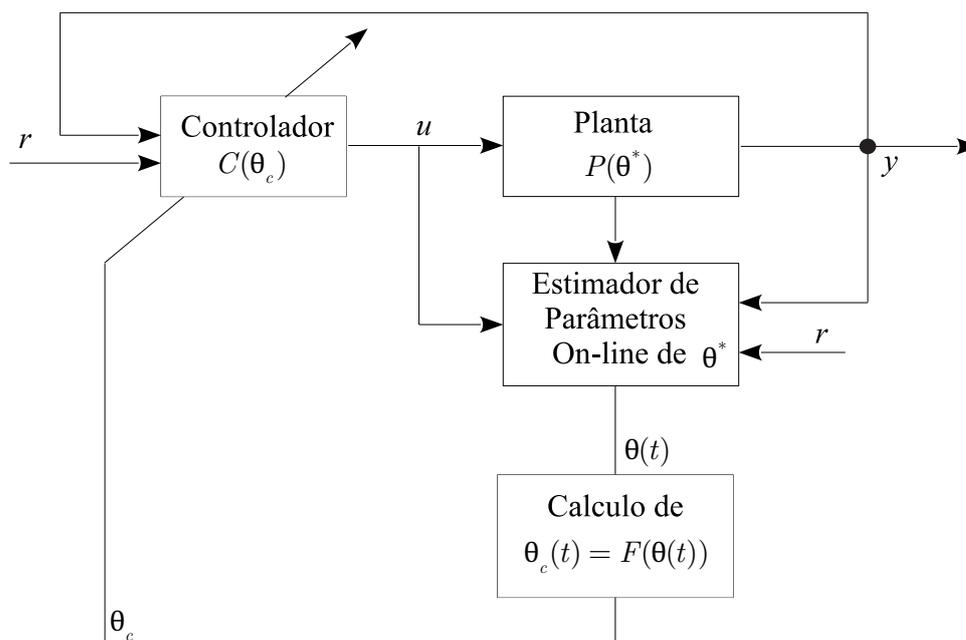
Figura 1.4 – Controle Adaptativo.



Fonte: Autor

Os controladores adaptativos ainda podem ser divididos em dois tipos gerais: os diretos (IOANNOU; TSAKALIS, 1986a),(IOANNOU; SUN, 1996) e indiretos (GIRI et al., 1989) e (IOANNOU; SUN, 1996). No método indireto, o modelo da planta  $P(\theta^*)$  é parametrizado com um vetor de parâmetros desconhecidos  $\theta^*$ . Por exemplo, para um modelo de planta linear invariante no tempo (LTI - *Linear Time Invariant*), SISO,  $\theta^*$  pode representar os coeficientes desconhecidos do numerador e denominador da função de transferência do modelo da planta. A Figura 1.5 apresenta o diagrama de blocos de um controlador adaptativo indireto.

Figura 1.5 – Controle Adaptativo Indireto.

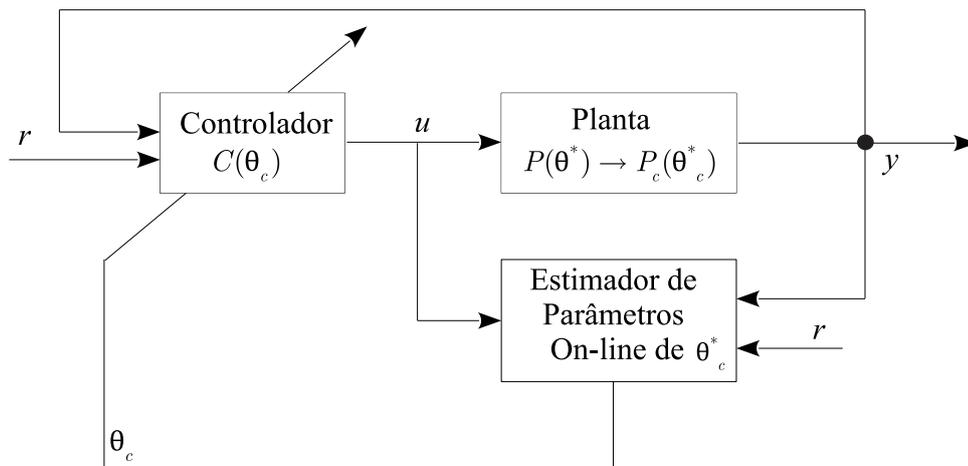


Fonte: (IOANNOU; SUN, 1996)

Um estimador de parâmetros em tempo real gera uma estimativa  $\theta(t)$  de  $\theta^*$  no instante  $t$  através do processamento da entrada  $u$  e saída  $y$  da planta. O parâmetro estimado  $\theta(t)$  especifica uma estimativa do modelo da planta caracterizado por  $P(\theta(t))$  que é utilizado para calcular os parâmetros do controlador  $\theta_c(t)$  pela solução da equação  $\theta_c(t) = F(\theta(t))$  no instante  $t$ . Alguns métodos indiretos podem ser encontrados em (QINGZHENG; FEI; CHANGMAO, 2011).

Nos métodos diretos, os parâmetros do controlador são estimados diretamente a partir de um modelo de referência pré-estabelecido (IOANNOU; TSAKALIS, 1986a), (LOZANO-LEAL; COLLADO; MONDIÉ, 1990), ou seja, não há a necessidade da identificação dos parâmetros do modelo da planta. Para isso, o estimador de parâmetros em tempo real é projetado baseado em  $P_c(\theta_c^*)$  para fornecer estimativas diretas  $\theta_c(t)$  de  $\theta_c^*$  em cada instante de tempo  $t$ . A estimativa  $\theta_c(t)$  é usada para atualizar o vetor de parâmetros do controlador  $\theta_c$  sem cálculos intermediários. Ainda na literatura, podem ser encontrados trabalhos que utilizam o método de controle direto e indireto concomitantemente (DUARTE; NARENDRA, 1989).

Figura 1.6 – Controle Adaptativo Direto.



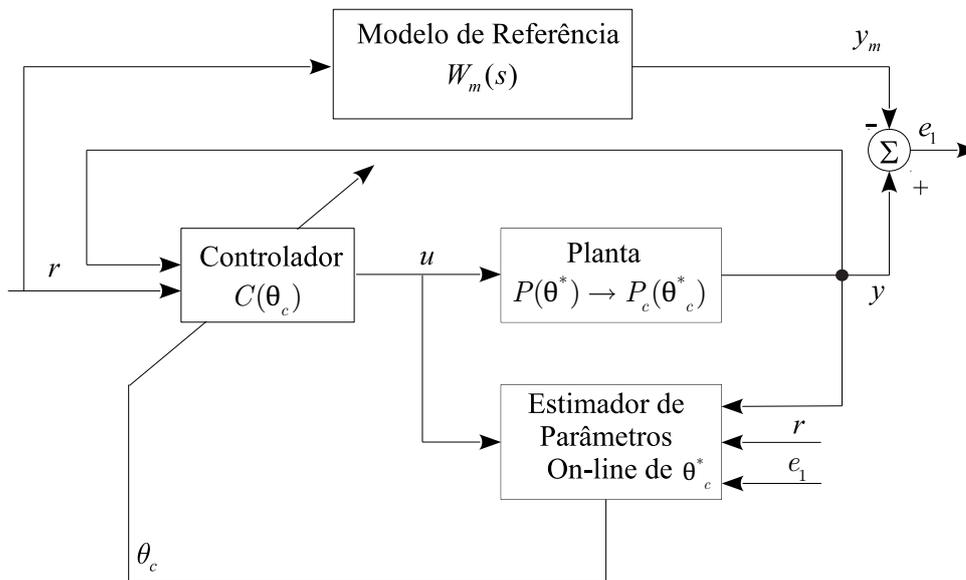
Fonte: (IOANNOU; SUN, 1996)

O Controlador Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC - *Model Reference Adaptive Controller*) foi sugerido em (WHITAKER H.P; KEZER, 1958) e (OSBOURN P. V.; KEZER, 1961) para solucionar o problema de controle no piloto automático de aeronaves. Posteriormente, Controladores MRAC baseados na teoria de estabilidade de Lyapunov, foram projetados e analisados em (EGARDT, 1979), (MORSE, 1980) e (NARENDRA; LIN; VALAVANI, 1980). Nos trabalhos (EGARDT, 1979) e (ROHRS et al., 1982) demonstrou-se que os controladores MRAC poderiam ser instáveis na presença de pequenos distúrbios, fato esse somente corrigido com a proposta dos controladores adaptativos robustos (EGARDT, 1979), (IOANNOU; TSAKALIS, 1986a).

O controlador MRAC convencional usa leis integrais de adaptação e faz com que

a saída da planta siga a saída do modelo de referência especificado ((IOANNOU; TSAKALIS, 1986a),(ASTRÖM; WITTENMARK, 1989), e (NARENDRA; ANNASWAMY, 1989)). Em condições não ideais, devido à ação integral existente nesses algoritmos, os esquemas propostos apresentam problemas de estabilidade (robustez) bastante conhecidos. Como exemplo, em (IOANNOU; KOKOTOVIC, 1984) é mostrado que dinâmica não modelada e até mesmo pequenos distúrbios externos podem tornar muitos algoritmos de controle adaptativo instáveis. Um problema bastante tratado na literatura é quando a entrada de referência não é persistentemente excitante (PE), é o chamado surto intempestivo (*bursting phenomena*) (HSU; COSTA, 1985) que pode provocar um comportamento transitório inaceitável. Em geral o MRAC possui um transitório lento e oscilatório. Várias modificações têm sido propostas em algoritmos adaptativos para melhorar algumas características importantes, tais como robustez e desempenho (em transitórios e regime permanente) do sistema de controle. Estas modificações são baseadas, por exemplo, na inclusão de funções do tipo  $\sigma$ -*modification* (IOANNOU; TSAKALIS, 1986a), zona-morta (dead zone) (GOODWIN; HILL; PALANISWAMI, 1984),(EGARDT, 1979).

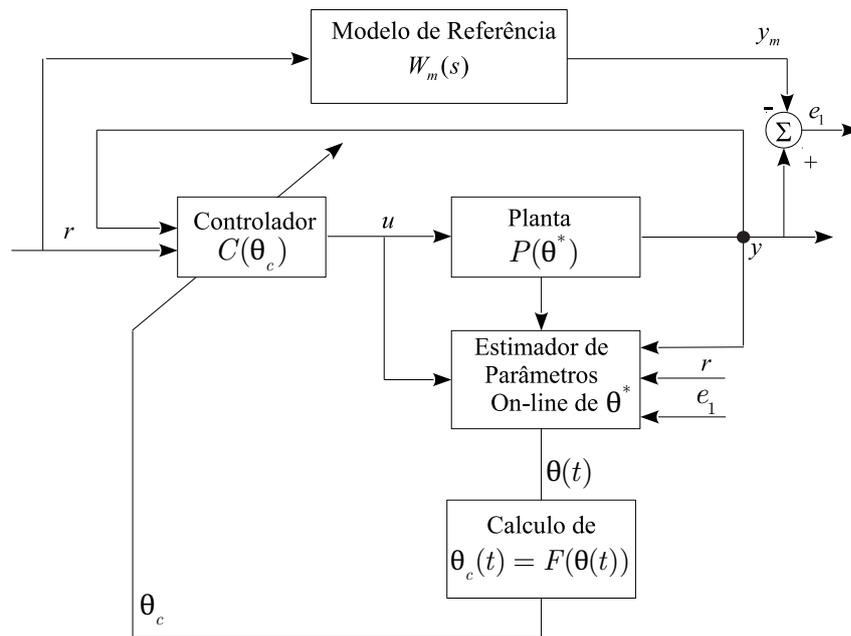
Figura 1.7 – Controle Adaptativo Direto por Modelo de Referência.



Fonte: Adaptado de (IOANNOU; SUN, 1996)

Existe uma relação próxima entre a teoria de estimação de parâmetros e controle adaptativo (JUNG, 1987). Isso fica mais explícito quando se analisa os dois principais métodos de controle adaptativo: método direto e indireto. As Figuras 1.7 e 1.8 ilustram a estrutura do controlador adaptativo utilizando modelo de referência no alcance de desempenho e estabilidade desejado para ambos os métodos.

Figura 1.8 – Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência.



Fonte: Adaptado de (IOANNOU; SUN, 1996)

Dentre os algoritmos de adaptação, existem diversas alternativas. Os dois principais algoritmos são o Gradiente e o RLS ou mínimos quadrados recursivo. O enfoque nestas duas técnicas, em geral, se dá pela necessidade de identificação dos parâmetros de um sistema dinâmico, que, na prática, são não-lineares e de dimensão infinita. Os parâmetros podem variar com o tempo e as medidas das variáveis do sistema são, invariavelmente, contaminadas por ruído. O modelo do processo usado para análise é quase sempre aproximado, pois o modelo exato de sistemas físicos pode ser difícil e até impossível de se obter (GRÜNDLING, 1995). O desenvolvimento destas técnicas neste trabalho será abordado em tempo discreto pois permite implementação direta em microcontroladores ou DSPs (*Digital Signal Processor*), visto que os mesmos realizam as operações matemáticas necessárias de maneira periódica ou discreta, com velocidade variando de acordo com sua frequência (*clock*) de processamento.

O algoritmo Gradiente utiliza uma matriz de ganhos com valores constantes e fixos. Assim o tempo computacional é reduzido, porém a convergência paramétrica do algoritmo, na ausência de um sinal de excitação PE, não é garantida, como no caso do algoritmo RLS (MIDDLETON; GOODWIN, 1990). O algoritmo RLS pode garantir convergência paramétrica, porém o esforço computacional é maior. Ainda, no RLS, modificações devem ser incluídas no algoritmo para evitar que a matriz de covariância convirja para zero.

### 1.1.2 Controladores adaptativos aplicados a sistemas

Pelas características de robustez do RMRAC, um grande número de trabalhos vem fazendo uso dessa técnica aplicado a diversos segmentos da engenharia. Dentre estas aplicações, pode-se citar o uso para solucionar problemas de qualidade de energia, um tema de grande relevância relacionado a dispositivos geradores ou consumidores de energia elétrica.

Idealmente a tensão disponível no sistema elétrico é senoidal, balanceada com amplitude e frequência fixa, as correntes de linha são senoidais e o fator de potência é unitário, porém não se pode garantir completamente esses padrões. Assim como os conversores CC/CA geram distorções harmônicas no processo de transferência de energia para a rede, equipamentos industriais, comerciais e residências também afetam a qualidade da energia. Isto porque nestes equipamentos existe, invariavelmente, um estágio de entrada, muitas vezes sem correção de fator de potência, que drena correntes distorcidas da rede elétrica (MANSOOR et al., 1995). De modo geral, pode-se dizer, que os problemas de qualidade de energia elétrica se originam da característica da tensão disponível na rede elétrica, da característica das cargas, ou de ambas.

Associado aos problemas de qualidade de energia citados acima, existem várias consequências indesejáveis, sendo que as principais são: aquecimento dos transformadores e dos condutores; mal-funcionamento de cargas sensíveis conectadas ao sistema de distribuição, principalmente em baixa-tensão e interferência entre as cargas devido às correntes drenadas individualmente (MILLER, 1982).

Para compensar os problemas de qualidade de energia, podem-se utilizar filtros de potência. Estes, quando implementados com elementos passivos resultam nos filtros passivos (PENG; SU; FARQUHARSON, 1999), (RAJESHWARI; BAGWARI, 2017), enquanto que, os implementados com dispositivos ativos resultam nos filtros ativos de potência - FAPs (STEFANELLO, 2010). Do ponto de vista estrutural, um FAP é implementado por um conversor VSI (*Voltage Source Inverter*) ou fonte de corrente, sendo mais comum a utilização do VSI.

No trabalho de (STEFANELLO, 2010) é desenvolvido um controlador adaptativo robusto de estrutura variável VS-RMRAC (*Variable Structure - Robust Model Reference Adaptive Control*) para controle da corrente sintetizada por um filtro ativo de potência paralelo. A união destes dois tipos de controladores resulta em uma estrutura adaptativa capaz de proporcionar boa resposta transitória e de regime permanente. Uma boa resposta transitória é alcançada devido à parcela da estrutura variável que atua apenas nos transitórios.

O controle adaptativo aplicado a conversores VSI tem sido amplamente utilizado para sintetizar tensões senoidais. Assim, como em FAPs, é possível solucionar problemas relacionados a fontes ininterruptas de energia UPS (*Uninterrupted Power Supply*) por

estarem relacionadas diretamente ao funcionamento de cargas críticas em situações de falhas de fornecimento de energia elétrica. Essas cargas podem sofrer sérios danos se o fornecimento de energia elétrica for interrompido ou as mesmas forem alimentadas com energia de baixa qualidade (alta distorção harmônica). Considerando estes fatores que impactam diretamente na taxa de distorção harmônica das redes (THDs), (GRÜNDLING; CARATI; PINHEIRO, 1997) apresentaram uma lei de controle por modelo de referência adaptativa e robusta (RMRAC- *Robust Model Reference Adaptative Controller*) aplicada a inversores PWM. A proposta deste trabalho é utilizar a lei adaptativa para compensar os efeitos das variações paramétricas e de dinâmicas não-modeladas da planta, aliada a um modelo de referência para ditar as características de desempenho desejadas.

Dentro do escopo dos controladores adaptativos aplicados a motores de indução monofásicos o controle de velocidade *sensorless* (sem o uso de sensor mecânico), de modo análogo aos sistemas de acionamento para motores de indução trifásicos é atrativo em função do baixo custo, aliado ao bom desempenho. O estimador de velocidade com princípio MRAS (*Model Reference Adaptative System*) é baseado num sistema adaptativo onde a saída de um modelo de referência é comparada com a saída de um observador, e pela ação de um mecanismo de adaptação que ajusta o observador para que a sua saída tenha erro tendendo a zero em relação à saída do modelo de referência.

Para realizar este controle sem sensor mecânico, define-se dois tipos de observadores: Observador de corrente/e ou fluxo; Observador de força contra-eletromotriz ou potência reativa. Em (CÂMARA, 2007), (MARTINS, 2006) e (VIEIRA, 2008) há presença de dois modelos: um dependente da velocidade rotórica (observador ajustável), e outro modelo independente, chamado de modelo de referência, quando a saída  $y$  do observador é igual à saída  $y_m$  do modelo de referência, é realizada a estimativa de velocidade a partir da comparação da potência reativa na saída do modelo de referência e do observador multiplicado pelo ganho adaptado pelo controlador responsável por garantir que  $y = y_m$ . A velocidade estimada considerando o controlador PI proposto é expressa como:

$$\hat{\omega}_r = \left( K_p + \frac{K_i}{s} \right) (q_M - \hat{q}_M) \quad (1.1)$$

onde  $K_p$  e  $K_i$  são os ganhos adaptados do controlador PI e  $q_M$  e  $\hat{q}_M$  são as potências reativas do observador e do modelo de referência respectivamente.

Técnicas que utilizam controle adaptativo por modelo de referência são utilizadas para identificar parâmetros dos motores de indução trifásicos tais como variações paramétricas decorrentes de temperatura, frequência e saturação do campo magnético. As resistências dos enrolamentos do estator e rotor variam significativamente com a variação da temperatura enquanto a saturação do campo magnético tem maior influência sobre as indutâncias quando a máquina sofre variação do nível de fluxo. Além disto, os parâmetros da máquina sofrem com a degradação e envelhecimento dos materiais que a constituem. Em (AZZOLIN, 2008) é proposto um sistema de identificação de parâmetros de motores

de indução trifásicos utilizando controlador RMRAC. Neste controlador adaptativo direto, é calculado os ganhos que resultam na variante onde a saída da planta  $y$  é igual à saída do modelo de referência  $y_m$  ( $y = y_m$ ), com a obtenção destes parâmetros e a função de transferência do modelo de referência, a partir da equação de casamento do MRC, é possível reconstituir os parâmetros do modelo da planta e assim, obter os parâmetros do motor.

### 1.1.3 Controladores adaptativos aplicados a conversores conectados à rede

Conforme abordado no início desta revisão bibliográfica, a utilização de filtros LCL na saída de conversores estáticos, conectados à rede elétrica, é motivada por apresentar melhor atenuação da distorção harmônica em relação a filtro L, principalmente em conversores de alta potência e em baixa frequência de comutação.

A partir dos problemas citados anteriormente na literatura, algumas técnicas de controladores de ganhos fixos são aplicadas para resolver o problema de amortecimento ativo de filtros LCL conectados à rede. Dentre estes trabalhos, podemos citar: controle ótimo (MARIETHOZ; BECCUTI; MORARI, 2008), controle PI (LINDGREN; SVENSSON, 1998) e (PONNALURI; SERPA, 2008), controladores PI com controle ressonante (LISERRE M.; TEODORESCU, 2006), controle robusto (GABE; MONTAGNER; PINHEIRO, 2009), (MACCARI L.A. ; MASSING, 2014) e (KOCH, 2019).

As técnicas de controle com ganhos fixos, amplamente utilizadas, como PI, PID e LQR podem não garantir bom desempenho e estabilidade em certas aplicações que apresentam variação paramétrica, dinâmicas não modeladas e/ou distúrbios. Assim, a utilização de uma técnica de controle adaptativa robusta é uma escolha interessante para estas aplicações.

Os trabalhos de (TAMBARA et al., 2011), (MASSING, 2013), (TAMBARA et al., 2013) e (TAMBARA, 2014) apresentam estratégias clássicas de controle adaptativo RMRAC aplicados a conversores  $3\phi$  conectados à rede de energia elétrica.

Em (MASSING, 2013), é proposto um controlador MRAC para o conversor conectado à rede elétrica através de filtro LCL via retroação total dos estados. Neste trabalho, ele desenvolve o projeto do controlador totalmente em tempo discreto, considerando o modelo completo da planta por variáveis de estado. Além disso, é aplicado um algoritmo de adaptação de parâmetros do tipo RLS que, apesar de possuir boa velocidade de adaptação, acarreta um fator limitante quanto à capacidade computacional do microprocessador utilizado.

No trabalho de (TAMBARA, 2014) é proposto um algoritmo de controle RMRAC direto em tempo discreto via realimentação de estados e pela abordagem entrada-saída, considerando um modelo da planta de terceira ordem, baseado em um algoritmo de adap-

tação do tipo RLS modificado. Este algoritmo RLS inclui a função  $\sigma$ -*modification* que é responsável por remover a ação integral e por criar uma região de atração que acelera a convergência dos ganhos do controlador. A partir das especificações de desempenho do modelo de referência do sistema de controle RMRAC, é realizado o amortecimento do pico ressonante do filtro LCL fazendo com que a saída da planta  $y$  siga a saída do modelo de referência  $y_m$  de forma que, em regime permanente  $y = y_m$ .

Em (HONG; TAO, 2018), propõe-se um controlador MRAC robusto direto multi-variável por realimentação de estados aplicado a um conversor estático conectado à rede por filtro LCL. A estrutura do controlador é apresentada em tempo discreto e o adaptador de parâmetros é um algoritmo de tipo Gradiente. Resultados de simulação foram apresentados onde se observa uma boa convergência dos parâmetros do controlador. Análises de estabilidade do controlador proposto são brevemente discutidas.

Em (HOLLWEG, 2019) é desenvolvido um controlador MRAC juntamente com uma estrutura *Sliding Mode* aplicado a um conversor CC-CA *quasi-Z-Source* fotovoltaico, monofásico conectado à rede elétrica através de filtro LCL. A estrutura de controle é desenvolvida com base em um modelo de referência simplificado de primeira ordem, negligenciando dinâmicas não dominantes nas plantas do sistema. No trabalho são apresentados resultados experimentais com variações de referências e de parâmetros do sistema. É possível verificar que a estrutura consegue estabilizar a planta e garantir bom desempenho em regime permanente frente às considerações de redução de ordem da planta e do modelo de referência estabelecidas.

Semelhante ao trabalho de (HOLLWEG, 2019), (EVALD, 2020) propõe um controlador adaptativo RMRAC para uma planta de primeira ordem em tempo discreto para controlar as correntes de um conversor trifásico conectado à rede através de filtro LCL. A estrutura adaptativa é desenvolvida a partir de uma redução de ordem do modelo da planta, reduzindo também, o número de ganhos a serem adaptados. Para garantir robustez e estabilidade frente às dinâmicas não modeladas, um adaptador de parâmetros do tipo Gradiente modificado é empregado.

Partindo de controladores de ganhos fixos como LQR - *Linear Quadratic Regulator* e PI- Proporcional Integral, (KANIESKI, 2014) e (EVALD, 2021) apresentam técnicas de controle aliadas a uma estrutura adaptativa por modelo de referência para controlar conversores estáticos e condicionadores de energia.

A estrutura desenvolvida em (KANIESKI, 2014) consiste de um LQR modificado e um controlador RMRAC para adaptação dos parâmetros do LQR para controle de um conversor VSI conectado a rede através de um filtro L modelado pela abordagem entrada-saída. O projeto de cada controlador utilizado é realizado de forma independente e a lei de controle híbrida é resultado da soma das duas leis de controle. O principal objetivo é obter um controlador robusto de alto desempenho aplicado em plantas com incertezas e/ou variação paramétrica e distúrbios que possam ser representados pela soma de componentes

harmônicas.

Em (EVALD, 2021), a estrutura híbrida apresenta um controlador proporcional integral robusto adaptativo baseado em modelo de referência PI-RMRAC em tempo discreto, pela abordagem entrada-saída aplicado ao controle das correntes injetadas na rede através de um conversor estático trifásico conectado à rede elétrica por filtro LCL. Neste trabalho, é reformulado o vetor de parâmetros (ganhos do controlador PI), que são calculados em tempo real a partir de uma lei de adaptação do Tipo Gradiente modificado. Além disso, é aplicada uma redução de ordem no modelo do filtro LCL com o objetivo de simplificar o projeto do controlador proposto.

#### 1.1.4 Geração de Referência e Sincronismo

Os conversores conectados à rede tem seu desempenho fortemente atrelado ao controle e a correta obtenção das referências de correntes ou tensões que estes dispositivos devem sintetizar. É desejável que a técnica de geração de referências seja capaz de extrair adequadamente as componentes harmônicas da rede sem introduzir erros de fase ou magnitude, mesmo sob condições adversas tais como ruídos de medida ou sob tensões distorcidas ou desequilibradas. Também é desejável que as referências sejam obtidas rapidamente, sem sobressinal e, se possível, de forma preditiva, para que se reduzam atrasos adicionais incluídos pelo controlador (CARDOSO et al., 2008).

As técnicas de geração de referência consistem basicamente em procedimentos de filtragem, onde o tipo de filtro utilizado para este fim influenciará no comportamento transitório e em regime permanente dos sinais de referência. Devido à grande variabilidade de métodos de geração de referência, alguns questionamentos surgem sobre as características de cada método, tais como precisão na detecção dos sinais, velocidade de resposta, estabilidade, facilidade de implementação, entre outros.

Um método bastante conhecido, quando refere-se a sincronismo com a rede elétrica é o *Phase-Locked Loop* - PLL. Sua função é rastrear, continuamente, a fase de um sinal de entrada. Ou seja, o sinal de saída do PLL é mantido sincronizado com o sinal de entrada, tanto em fase quanto em frequência. Este método foi inicialmente descrito pelos trabalhos de (APPLETON, 1922-1923) e (BELLESCIZE, 1932) enquanto que o primeiro PLL digital (DPLL) cabe a (DROGIN, 1967). O PLL também constitui parte importante em aplicações de controle de motores de indução e em diversos equipamentos que devem ser adequadamente sincronizados com a rede elétrica, tais como filtros ativos e compensadores similares.

A aplicação de PLL envolvendo sincronismo com a rede elétrica abrange técnicas em malha fechada e malha aberta. Basicamente, as abordagens em malha fechada permitem uma baixa sensibilidade a variações de frequência, enquanto que os métodos em

malha aberta caracterizam-se por sua simplicidade estrutural.

As técnicas em malha-fechada assemelham-se ao PLL clássico e a abordagem mais tradicional para o sincronismo trifásico é o PLL baseado no referencial síncrono ou SRF-PLL (*Synchronous Reference Frame - PLL*), entretanto seu desempenho se deteriora frente à existência de harmônicas e desequilíbrio, como descrito em (CHUNG, 2000).

Uma outra alternativa em malha-fechada baseia-se no EPLL (Enhanced Phase Locked Loop) proposto em (KARIMI-GHARTEMANI; IRAVANI, 2004), um sistema dinâmico não-linear, capaz de identificar a amplitude, a fase e a frequência da tensão da rede. Já em malha aberta, a abordagem de (CAMARGO; PINHEIRO, 2006) denominada *Normalized Positive Synchronous Frame - NPSF* é baseada em um filtro passa-baixas e considera a possibilidade de haver desequilíbrio de tensões e variações de frequência.

Existem diversos outros métodos de sincronismo na literatura que se utilizam de diferentes estratégias para solucionar problemas de sincronismo e geração de referência relacionados a ruídos de medida, transitórios de tensão, harmônicas, variação da frequência e desequilíbrio presentes nas redes elétricas. No trabalho de (CARDOSO et al., 2008), é desenvolvido um método de sincronismo a partir do filtro de Kalman, onde os algoritmos propostos são capazes de fornecer sinais de sincronismo para sistemas monofásicos e trifásicos. Tais algoritmos também são capazes de fornecer sinais de sincronismo e fases instantâneas para quaisquer componentes harmônicas, assim como para quaisquer componentes simétricas de interesse. Além disso, através de pequenas modificações nos métodos de sincronismo, a estrutura é capaz de fornecer referências para filtros ativos de potência ou equipamentos similares. Tal método apresenta-se como uma alternativa viável a maioria dos problemas de sincronismo e geração de referência.

### 1.1.5 Controlador Preditivo Baseado no Modelo da Planta

Os controladores preditivos baseado em modelo - *Model Predictive Control* (MPC), representam um amplo grupo de métodos de controle que empregam explicitamente um modelo do processo a ser controlado para estimar o seu comportamento futuro e, com isso, obter a ação de controle através da minimização de uma função custo (CAMACHO; BORDONS, 1999). Esse método vem sendo empregado em uma grande variedade de processos, desde aqueles com dinâmicas simples até os mais complexos, incluindo sistemas com grande atraso de tempo, realizando a compensação do tempo morto, ou atraso, de modo intrínseco, sistemas de fase não-mínima e sistemas instáveis. Além disso, sua estratégia de controle é particularmente interessante para projetistas com conhecimento limitado sobre teoria de controle, uma vez que seus conceitos são muito intuitivos e, ao mesmo tempo, a sintonia é relativamente simples.

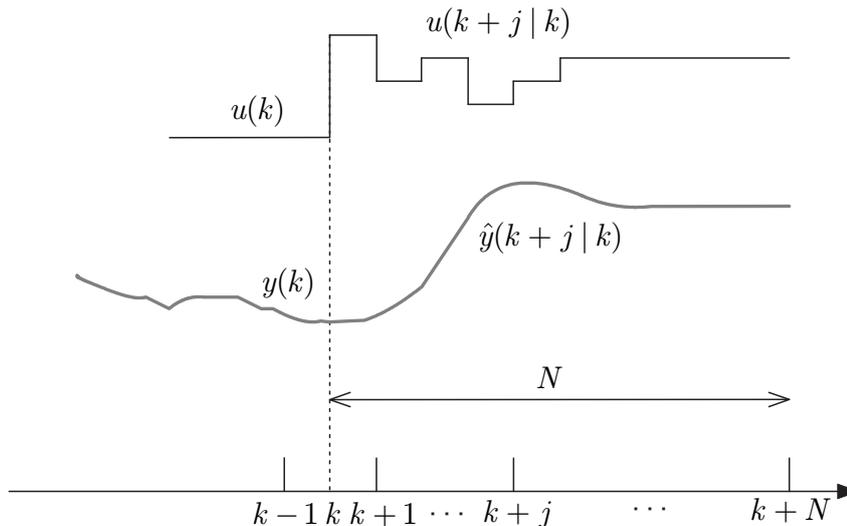
Os primeiros trabalhos sobre controle preditivo surgiram no final dos anos 70 com

o surgimento de vários artigos demonstrando interesse industrial no MPC, com destaque para (RICHALET et al., 1976), apresentando o Controle Algoritmo Baseado em Modelo (*Model Algorithm Control* - MAC) e para (CUTLER; RAMAKER, 1976), apresentando o Controle de Matriz Dinâmica (*Dinamic Matrix Control* - DMC). Ambos os algoritmos eram caracterizados pelo uso explícito de um modelo para prever o efeito de ações futuras de controle nas saídas do processo. Enquanto o MAC utilizava como modelo a resposta ao degrau do sistema, o DMC utiliza a resposta ao impulso.

Controladores do tipo MPC obtiveram uma aceitação rápida pelos projetistas, devido à simplicidade do algoritmo e o uso de resposta ao impulso ou resposta ao degrau como modelo do sistema em vez de formulações matemáticas mais complexas como, por exemplo, modelagem por variáveis de estado. A resposta de sistemas frente a excitações do tipo impulso ou degrau é facilmente obtida em sistemas SISO e MIMO nas plantas industriais e dispensa conhecimento aprofundado de modelagem de sistemas (GOMES, 2006).

A Figura 1.9 caracteriza a estratégia dos controladores MPC.

Figura 1.9 – Estratégia de controle MPC.



Fonte: Adaptado de (NETO, 2010)

As saídas futuras para um horizonte definido  $N$ , chamado de horizonte de predição, são previstas em cada instante  $k$  usando o modelo da planta. Estas saídas previstas  $\hat{y}(k+j|k)$  para  $j = 1, \dots, N$ , dependem dos valores conhecidos até o período de amostragem  $k$  (entradas e saídas passadas) e dos sinais de controle futuros  $u(k+j|k)$ , para  $k = 0, \dots, N-1$ , que devem ser calculados. Logo, em cada período de amostragem, o controlador deverá calcular todas as previsões de  $y(k+j)$  para todo  $j = 1, \dots, N$ .

O conjunto de sinais da ação de controle futura é calculada a partir de critérios de otimização, de modo a manter a saída do processo próxima da trajetória de referência

$w(k+j)$  (que pode ser o *set-point* ou uma aproximação dele). Esse critério geralmente toma a forma de uma função quadrática de erros entre o sinal da saída predita e a trajetória de referência, sendo esta, uma escolha razoável, visto que funções quadráticas não possuem mínimos locais, sendo o ponto ótimo, um ponto mínimo global. Na maioria dos casos, o esforço do controle também é considerado na função objetivo. Uma solução explícita pode ser obtida se o critério é quadrático, o modelo é linear e não existem restrições, caso contrário, um método iterativo de otimização tem que ser utilizado (NETO, 2010).

O sinal de controle ( $u(k|k)$ ) é aplicado à planta, enquanto o restante da sequência de controle calculada é desprezada, pois no próximo instante de amostragem  $y(k+1)$  já será conhecido e usado para o cálculo de  $u(k+1|k+1)$  (que em princípio será diferente de  $u(k+1|k)$  devido a nova informação disponível) (CAMACHO; BORDONS, 2004), (NORMEY-RICO; CAMACHO; BORDONS, 2007).

Todos os algoritmos propostos com a técnica de controle preditivo baseado em modelo, diferem-se em relação à estratégia de obtenção do modelo da planta, perturbações consideradas, e os termos a serem minimizados na função custo. Nesta linha de trabalhos estão incluídos o controle preditivo generalizado (*Generalized Predictive Controller* - GPC) (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), o Controle Adaptativo de Predição Estendida (*Extended Prediction Self Adaptive Control* - EPSAC) (KEYSER; CUAWENBERGHE, 1985), o Controle Adaptativo de Horizonte Estendido (*Extended Horizon Adaptive Control* - EHAC) (YDSTIE, 1984) e Controle Preditivo Unificado (*Unified Predictive Control* - UPC) (SOETERBOEK, 1992).

### 1.1.6 Controladores preditivos aplicados a conversores conectados à rede

Dentre as diversas estratégias de controle aplicado a conversores VSI, o controle preditivo apresenta um conceito bem intuitivo, além de apresentar vantagens que o torna atrativo para estas aplicações como: i) aplicação em uma grande variedade de sistemas; ii) restrição e não linearidades podem ser facilmente incluídas na estratégia de controle; iii) casos multivariáveis podem ser facilmente considerados; iv) o controlador resultante é de fácil implementação.

Das topologias encontradas na literatura, destaca-se o controle preditivo dead-beat (NISHIDA; AHMED; NAKAOKA, 2014), controle preditivo baseado em histerese (ZHANG et al., 2016), controle preditivo baseado no modelo com conjunto de controle finito (do inglês. *Finite Control Set Model Predictive Control* - FCS-MPC) (LIM et al., 2020), (LIM; GOH; LEE, 2021) e (PANTEN; HOFFMANN; FUCHS, 2016), GPC (JUDEWICZ et al., 2018). Outras técnicas híbridas são apresentadas em (AHMED et al., 2011), (QIN; CHEN; ZHANG, 2020), (SCOLTOCK; GEYER; MADAWALA, 2013) e (GIL-GONZÁLEZ; ESCOBAR-MEJÍA; MONTOYA-GIRALDO, 2020).

No trabalho de (ATIA; SALEM, 2013) é proposto um controlador do tipo FCS-MPC para um inversor monofásico em ponte H e com filtro L com frequência de chaveamento fixa onde resultados interessantes de simulação validam a proposta. Já em (LIU et al., 2017), é aplicado o controle preditivo do tipo FCS-MPC a um inversor monofásico com filtro LC na saída conectado à rede elétrica utilizando um transformador para acoplamento. Quanto à elaboração do modelo matemático, foi utilizada uma topologia de filtro LC com a aplicação de apenas um indutor e um capacitor considerando sua respectiva resistência interna.

Em (NISHIDA; AHMED; NAKAOKA, 2014) desenvolve-se uma expressão analítica apropriada para um controlador *deadbeat* para ser implementado no controle de um conversor CC/CA trifásico com filtro LCL. Ao contrário de uma análise convencional em se tratando de controladores MPC, neste trabalho é desenvolvido o algoritmo de controle com um modelo em tempo discreto. Resultados experimentais são apresentados para validar a proposta do controlador.

Em termos gerais, controle preditivo pode ser considerado como qualquer algoritmo que usa um modelo do sistema para prever seu comportamento futuro e seleciona a ação de controle mais apropriada com base em um critério de otimização (KOURO et al., 2009).

## 1.2 PROPOSTA

Neste trabalho, propõe-se o uso de uma lei de controle preditiva um passo à frente (*One Sample Ahead Preview - OSAP*), um caso particular do MPC, aliada à estrutura adaptativa dos controladores RMRAC.

Os principais objetivos do controlador proposto aplicado à planta do conversor CC/CA são

- 1) Compensar intrinsecamente o atraso de transporte presente nos conversores CC/CA através da estrutura preditiva dos controladores MPC;
- 2) Reduzir o esforço computacional presente nos controladores MPC necessário para calcular todas as previsões futuras da planta e ação de controle minimizadas por uma função custo altamente dependente do modelo do processo empregando a estratégia de minimização do erro e adaptação de parâmetros típica dos controladores RMRAC;
- 3) Reduzir o esforço computacional necessário para calcular os ganhos dos controladores RMRAC considerando um modelo de referência e da planta simplificado;
- 4) Realizar amortecimento ativo da ressonância do filtro LCL, evitando problemas de

instabilidade e/ou baixo desempenho quando na presença de variações paramétricas do filtro LCL e inclusão da malha de rejeição de distúrbios de tensão.

A Tabela 1.10 apresenta, de maneira simplificada, um comparativo entre as estratégias de controle abordadas e o controlador proposto.

Figura 1.10 – Tabela das Estruturas de Controle.

Estratégia de Controle	Modelo da Planta	Modelo de Referência	Horizonte de Predição	Função Custo (Minimização)
RMRAC (1° Ordem)	Simplificado (1° Ordem)	Simplificado (1° Ordem)	$N = 0$	$J = \sum_{k=1}^m [y(k) - y_m(k)]^2$
MPC - GPC	Completo	Não Utiliza	$N = N_1 \rightarrow N_n$	$J = \sum_{j=1}^N [\hat{y}(k+j k) - w(k+j)]^2$
OSAP Adaptativo	Simplificado (1° Ordem)	Simplificado (1° Ordem)	$N = 1$	$J = \sum_{k=1}^m [y(k) - y_m(k)]^2$

Fonte: Autor

Note que o controlador proposto, deverá calcular, de maneira recursiva, o argumento de  $J$  que minimiza o erro de rastreamento  $y - y_m$ , para garantir que o controlador seja capaz de controlar a planta sujeita a variações paramétricas e dinâmicas não modeladas. A predição da lei de controle calculada um passo à frente ( $N = 1$ ), é uma aproximação razoável, uma vez que o modelo da planta é simplificado, devendo ser compensada pelos ganhos calculados pela algoritmo adaptativo.

### 1.2.1 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado como segue:

O Capítulo 1 apresenta as motivações da utilização de conversores estáticos conectados a rede através de filtro LCL, levantando diversas técnicas de controle de ganhos fixos utilizadas para solucionar os problemas inerentes do sistema. Somando-se a isso, é realizada uma revisão bibliográfica de controladores adaptativos e preditivos aplicados a sistemas eletrônicos, motores e conversores estáticos conectados à rede. Ao fim, é apresentada a proposta do trabalho.

O Capítulo 2 apresenta o problema a ser solucionado, através da modelagem da planta e análise das características específicas do modelo frente a variações dos parâmetros do sistema a partir de diagramas de Bode.

O Capítulo 3 apresenta as deduções da lei de controle MRAC e o projeto do controlador adaptativo, considerando um modelo simplificado da planta. Ao fim do Capítulo, é validado o controlador a partir de resultados de simulação.

---

No Capítulo 4, o controlador adaptativo preditivo é desenvolvido. O Capítulo inicia elencando as principais características dos controladores preditivos e em seguida, detalha a estrutura do controlador proposto, que mescla a lei de controle preditiva com o algoritmo de adaptação de parâmetros do RMRAC. Resultados de simulação são apresentados para validação da nova topologia.

O Capítulo 5 apresenta os resultados experimentais em bancada dos dois controladores adaptativos descritos neste trabalho de dissertação. Ao final, é realizado um comparativo do desempenho de ambos controladores.

## 2 DESCRIÇÃO, MODELAGEM E ANÁLISE DA PLANTA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este Capítulo aborda a modelagem do filtro LCL conectado na saída de um conversor trifásico CC-CA. O sistema é constituído de uma fonte primária de energia, banco de capacitores e um conversor CC-CA. A fonte primária de energia pode ser constituída de painéis fotovoltaicos, turbinas eólicas, células a combustíveis, dentre outras formas de geração de energia. Neste trabalho, a fonte primária de energia utilizada, é uma fonte de tensão contínua. O banco de capacitores é utilizado para que se possa armazenar energia em forma de tensão contínua, e o conversor trifásico CC-CA é responsável por converter a corrente contínua proveniente da fonte primária, armazenada no banco de capacitores, em corrente alternada a ser injetada na rede de energia elétrica através do filtro LCL.

### 2.2 DESCRIÇÃO DA PLANTA E TRANSFORMADA DE CLARKE

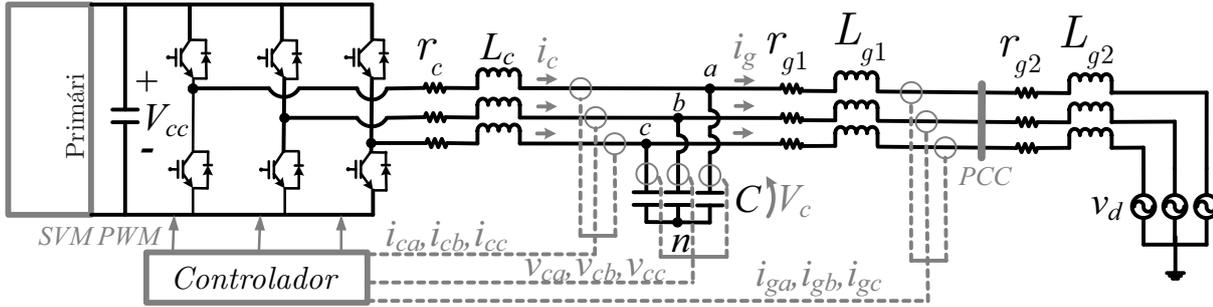
Considerando o sistema dinâmico a ser modelado, ver Figura 2.1, composto de dispositivos eletrônicos geradores e armazenadores de tensão e corrente, para a correta modelagem e reprodução das análises posteriores, pressupõem-se que:

- P1) O filtro LCL é constituído de resistências parasitas  $r_c$  e  $r_{g1}$ , indutores  $L_c$  e  $L_{g1}$  e um capacitor  $C$ ;
- P2) A rede elétrica é assumida predominantemente indutiva, modelada por uma fonte senoidal  $V_d$ , em cada fase, em série com uma indutância  $L_{g2}$  e uma resistência parasita  $r_{g2}$ ;
- P3) O barramento de entrada é assumido estabilizado e representado por uma fonte CC  $V_{cc}$ ;
- P4) A tensão de saída do filtro e a tensão no PCC tem sincronismo garantido;
- P5) As chaves do conversor são consideradas ideais;

A Figura 2.1 apresenta o modelo elétrico trifásico equivalente de um conversor trifásico conectado à rede de energia elétrica através de filtro LCL. Neste caso, a rede é representada pelo equivalente Thevenin em relação ao ponto de conexão comum (PCC). Além disso, é apresentado o DSP (*Digital Signal Processor*), responsável por controlar as chaves do conversor, a partir da técnica SVM (*Space Vector Modulation*). O DSP também

armazena as medidas das tensões e correntes do conversor, PCC, tensões de linha e todas as variáveis internas do controlador, tal como ação de controle, ganhos, erro aumentando e erro de rastreamento, normalizadores e demais sinais internos pertinentes ao controle do conversor.

Figura 2.1 – Modelo elétrico equivalente de um conversor trifásico conectado à rede de energia elétrica através de filtro LCL.



Fonte: (EVALD, 2020)

O conversor trifásico conectado à rede através de filtro LCL é acoplado, se considerar uma modelagem em coordenadas  $abc$ . Realizar o projeto de um controlador em um sistema acoplado, não é uma tarefa trivial, ainda, se a planta não for completamente conhecida e estiver sujeita a variações paramétricas, o projeto torna-se ainda mais complexo. A partir da transformada de Clarke (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951), que é dada por

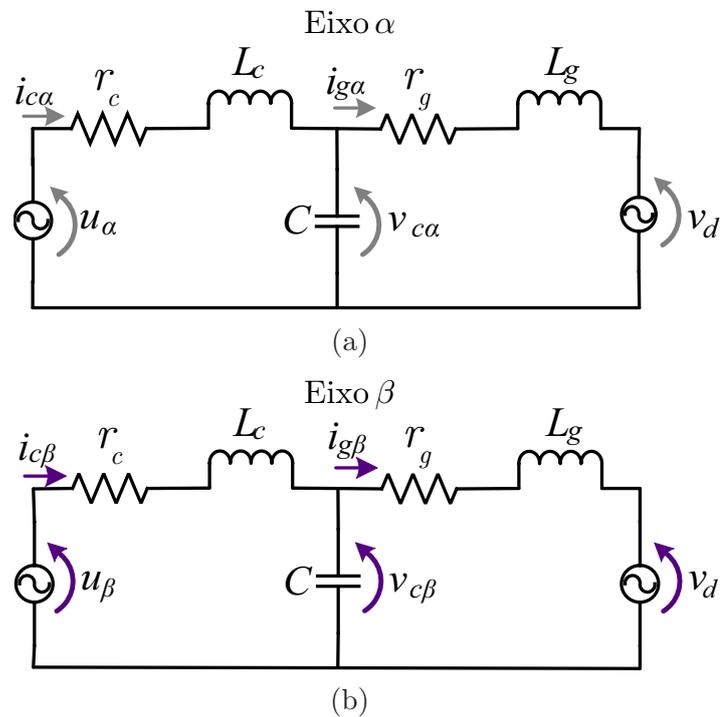
$$\mathbf{T}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

pode-se obter dois modelos idênticos monofásicos em coordenadas  $\alpha\beta\mathbf{0}$  conforme mostrado na Figura 2.2.

Considerando que as fases estão equilibradas, não há caminho para a condução de corrente no eixo  $\mathbf{0}$ , portando, o mesmo pode ser desconsiderado (JUNIOR, 2014). Ainda, o termo  $2/3$  que multiplica a matriz de transformação em (2.1), quando aplicada no modelo trifásico, resulta em tensões e correntes invariantes, pois as amplitudes das grandezas em coordenadas  $\alpha\beta\mathbf{0}$  são iguais às amplitudes das grandezas em coordenadas  $abc$  (MASSING, 2013).

A partir do circuito equivalente, pode-se encontrar um modelo matemático substituindo o conversor por uma tensão de entrada,  $u_\alpha$  e  $u_\beta$ , aplicadas a cada eixo do filtro LCL. Considera-se  $r_g = r_{g1} + r_{g2}$  e  $L_g = L_{g1} + L_{g2}$ , conforme mostra a Figura 2.2.

Figura 2.2 – Circuito Equivalente, desacoplado, do conversor trifásico conectado a rede através de filtro LCL. (a) Eixo  $\alpha$ , (b) Eixo  $\beta$ .

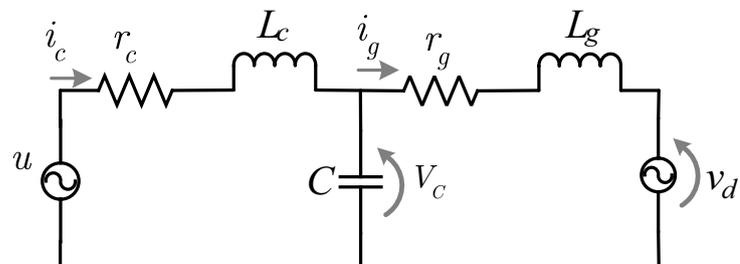


Fonte: Adaptado de (EVALD, 2020)

### 2.3 MODELAGEM DA PLANTA POR VARIÁVEIS DE ESTADO

Como os modelos em coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$  apresentados na Figura 2.2 são idênticos e independentes, pode-se encontrar um modelo matemático que seja válido tanto para o eixo  $\alpha$  quanto para o eixo  $\beta$ . Para tal, considera-se um circuito genérico conforme mostra a Figura 2.3.

Figura 2.3 – Modelo do circuito.



Fonte: Adaptado de (EVALD, 2020)

A tensão no indutor do lado do conversor  $V_{L_c}$  pode ser expressa como

$$V_{L_c} = \frac{L_c di_c(t)}{dt} = u(t) - r_c i_c(t) - V_C(t) \quad (2.2)$$

Isolando a derivada em (2.2), tem-se

$$\frac{di_c(t)}{dt} = \frac{u(t) - r_c i_c(t) - V_C(t)}{L_c} \quad (2.3)$$

A corrente no capacitor pode ser encontrada a partir das relações

$$i_C(t) = \frac{C dV_C(t)}{dt} = i_c(t) - i_g(t) \quad (2.4)$$

Isolando a derivada pode-se rescrever (2.4) como

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{i_c(t) - i_g(t)}{C} \quad (2.5)$$

As relações para se encontrar a tensão no indutor do lado da rede pode ser obtida de

$$V_{L_g} = \frac{L_g di_g(t)}{dt} = V_C(t) - r_g i_g(t) - V_d(t) \quad (2.6)$$

Realizando o mesmo procedimento aplicado em (2.3) e (2.5)

$$\frac{di_g(t)}{dt} = \frac{V_C(t) - r_g i_g(t) - V_d(t)}{L_g} \quad (2.7)$$

A partir das equações (2.3), (2.5) e (2.7), defini-se as variáveis de estado sendo

$$x_1(t) = i_c(t) \quad (2.8)$$

Logo, pode-se definir  $\dot{x}_1(t)$  como

$$\dot{x}_1(t) = \frac{u(t) - r_c(t)i_c(t) - V_C(t)}{L_c} = \frac{1}{L_c}u(t) - \frac{r_c(t)}{L_c}i_c(t) - \frac{1}{L_c}V_C(t) \quad (2.9)$$

Da mesma forma,

$$x_2(t) = V_C(t) \quad (2.10)$$

Assim

$$\dot{x}_2(t) = \frac{i_c(t) - i_g(t)}{C} = \frac{i_c(t)}{C} - \frac{i_g(t)}{C} \quad (2.11)$$

e

$$x_3(t) = i_g(t) \quad (2.12)$$

Então

$$\dot{x}_3(t) = \frac{V_C(t) - r_g i_g(t) - V_d(t)}{L_g} = \frac{V_C(t)}{L_g} - \frac{r_g i_g(t)}{L_g} - \frac{V_d(t)}{L_g} \quad (2.13)$$

Pode-se representar as equações (2.9), (2.11) e (2.13) em uma equação diferencial matricial do tipo

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}u(t) + \bar{\mathbf{B}}V_d(t) \quad (2.14)$$

e

$$y = \mathbf{C}^T \mathbf{X}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (2.15)$$

Como  $x_1(t) = i_c(t)$ ,  $x_2(t) = V_C(t)$  e  $x_3(t) = i_g(t)$  o modelo do sistema dinâmico, considerando os eixos  $\alpha\beta$ , pode ser escrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{c(\alpha\beta)}(t) \\ \dot{V}_{C(\alpha\beta)}(t) \\ \dot{i}_{g(\alpha\beta)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_g}{L_g} & -\frac{1}{L_c} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_g} & -\frac{r_g}{L_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{c(\alpha\beta)}(t) \\ V_{C(\alpha\beta)}(t) \\ i_{g(\alpha\beta)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{(\alpha\beta)}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_g} \end{bmatrix} V_{d(\alpha\beta)}(t) \quad (2.16)$$

$$y_{(\alpha\beta)}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{c(\alpha\beta)}(t) \\ V_{C(\alpha\beta)}(t) \\ i_{g(\alpha\beta)}(t) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.4 MODELAGEM DO FILTRO LCL POR FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Pode-se encontrar um modelo matemático por função de transferência a partir das Equações (2.14) e (2.15). Aplicando-se a transformada de Laplace às equações (2.14) e (2.15), resulta

$$\mathcal{L}\{\dot{\mathbf{X}}(t)\} = \mathcal{L}\{\mathbf{A}\mathbf{X}(t)\} + \mathcal{L}\{\mathbf{B}u(t)\} \quad (2.18)$$

e

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \mathcal{L}\{\mathbf{C}^T \mathbf{X}(t)\} - \mathcal{L}\{\mathbf{D}u(t)\} \quad (2.19)$$

De (2.18) e (2.19) obtêm-se

$$s\mathbf{X}(s) - x(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}u(s) \quad (2.20)$$

e

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}^T \mathbf{X}(s) + \mathbf{D}u(s) \quad (2.21)$$

O objetivo de se aplicar a Transformada de Laplace é encontrar uma  $G(s)$ , que relaciona a saída  $\mathbf{Y}(s)$  e a entrada  $u(s)$ .  $G(s)$  é uma função de transferência no domínio de Laplace. Quando as condições iniciais são iguais a zero, tem-se:

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}u(s) \quad (2.22)$$

e para a saída

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}^T \mathbf{X}(s) + \mathbf{D}u(s) \quad (2.23)$$

Isolando os estados  $X(s)$  em (2.22)

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}u(s) \quad (2.24)$$

Substituindo (2.24) em (2.23), tem-se

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}u(s) + \mathbf{D}u(s) \quad (2.25)$$

Como  $\mathbf{D} = 0$

$$\frac{\mathbf{Y}(s)}{u(s)} = \mathbf{C}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (2.26)$$

A partir da equação (2.26), pode-se encontrar uma função de transferência que relacionada a entrada  $u(s)$  com a saída escolhida, que pode ser a corrente no indutor do lado do conversor,  $i_c$ , a tensão  $V_C$  no capacitor ou a corrente no indutor do lado da rede,  $i_g$ .

Escolhendo

$$\mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$y = x_3(t) = i_g(t)$ , portando, encontrando a matriz inversa de  $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$  e realizando as devidas multiplicações matriciais, a função  $G(s)$  será tal como

$$G_p(s) = \frac{i_g(s)}{u(s)} = \frac{1}{s^3 + \frac{(r_g L_c + r_c L_g)}{L_g L_c} s^2 + \frac{(L_c + L_g + r_g r_c C)}{L_g L_c C} s + \frac{r_g + r_c}{L_g L_c C}} \quad (2.27)$$

A equação (2.27) é o modelo completo por função de transferência do filtro LCL considerando que  $V_d(t) = 0$ .

## 2.5 ANÁLISE DA PLANTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Conhecendo-se os valores de resistência, indutância, capacitância e demais dispositivos eletrônicos que caracterizam e compõem a bancada experimental, (vide Capítulo 5), realizou-se uma análise no domínio da frequência contínua avaliando a dinâmica do sistema e o comportamento frente a variações paramétricas do modelo.

Os valores, parâmetros e definições da bancada experimental, encontram-se na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Parâmetros do Sistema.

	<b>Simbolo</b>	<b>Parâmetros</b>	<b>Valor</b>
Definições Sistema	$V_{cc}$	Barramento CC	400V
	$v_d$	Tensão da Rede	110V
	$f_s$	Frequência de Amostragem	5kHz
Filtro LCL	$L_c$	Indutância do lado do conversor	1mH
	$r_c$	Resistência do lado do conversor	50mΩ
	$C$	Capacitância do Filtro LCL	62μF
	$L_g$	Indutância do Lado da rede	0.3mH
	$r_g$	Resistência do Lado da Rede	50mΩ

Note que a tensão de linha da rede é definida em 110V conforme descrito na Tabela 2.1. Este valor foi escolhido pelas limitações impostas pela bancada experimental (vide Capítulo 5).

Substituindo os valores apresentados na Tabela 2.1, em (2.27), obtém-se

$$G_p(s) = \frac{i_g(s)}{u(s)} = \frac{5,376 \times 10^{10}}{s^3 + 216,7s^2 + 6,99 \times 10^7s + 5,376 \times 10^9} \quad (2.28)$$

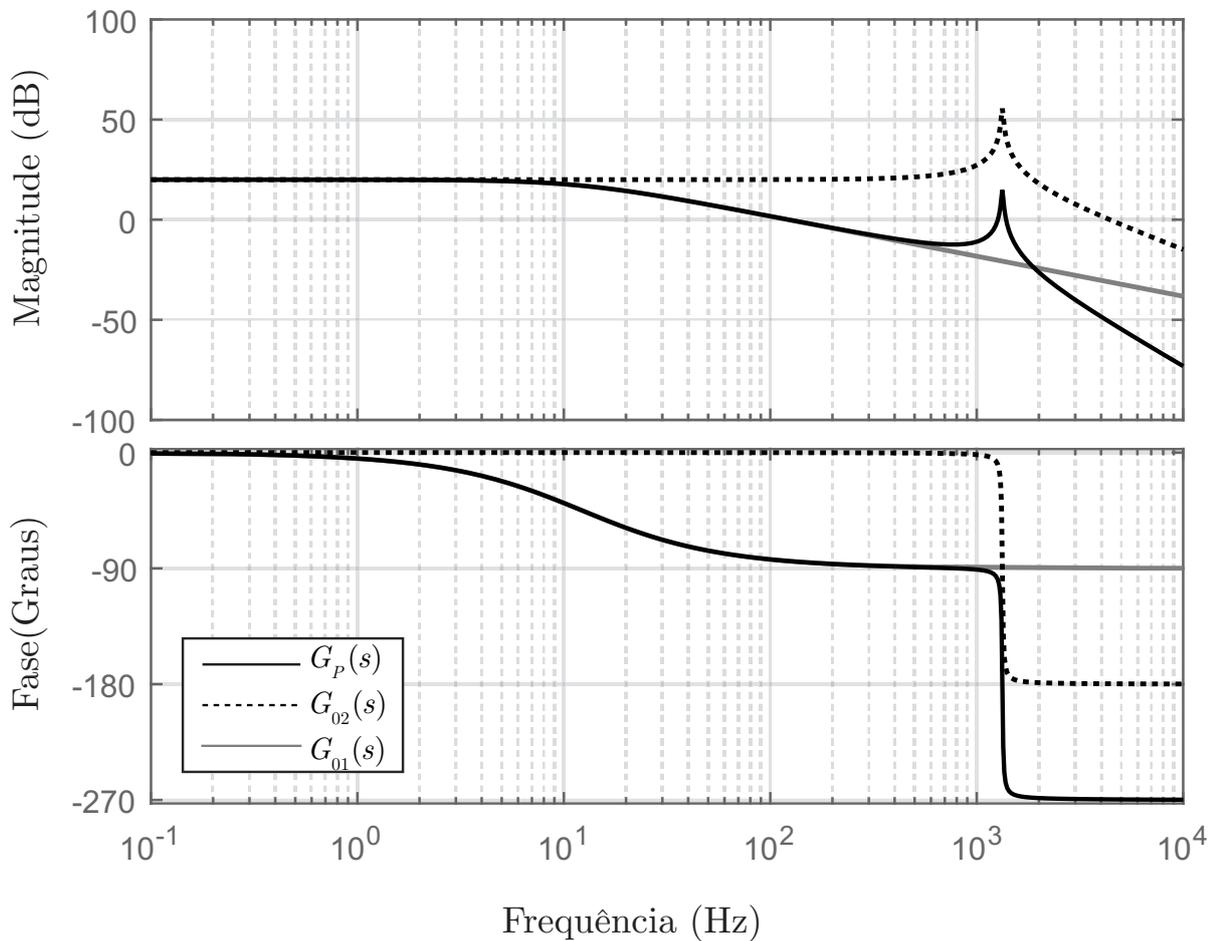
que resulta em uma função de transferência de terceira ordem com um polo real e um par de polos complexo conjugados em  $s_1 = -76,9257rad/s$ ,  $s_2 = -69,9 + j8359,7rad/s$  e  $s_3 = -69,9 - j8359,7rad/s$  respectivamente. A partir de (2.28), pode-se analisar modelos de ordem reduzida tais como os apresentados a seguir

$$G_{01}(s) = \frac{7,69257 \times 10^2}{s + 76,9257} \quad (2.29)$$

$$G_{02}(s) = \frac{6,989 \times 10^8}{s^2 + 139,7s + 6,989 \times 10^7} \quad (2.30)$$

A Figura 2.4 apresenta o digrama de Bode da planta de (2.28), e (2.30) considerando, assim como os demais digramas de Bode deste trabalho, a frequência de análise em Hertz.

Figura 2.4 – Diagrama de Bode do filtro LCL considerando o modelo completo  $G_p(s)$  e os modelos reduzidos de primeira e segunda ordem,  $G_{01}(s)$  e  $G_{02}(s)$ , respectivamente.

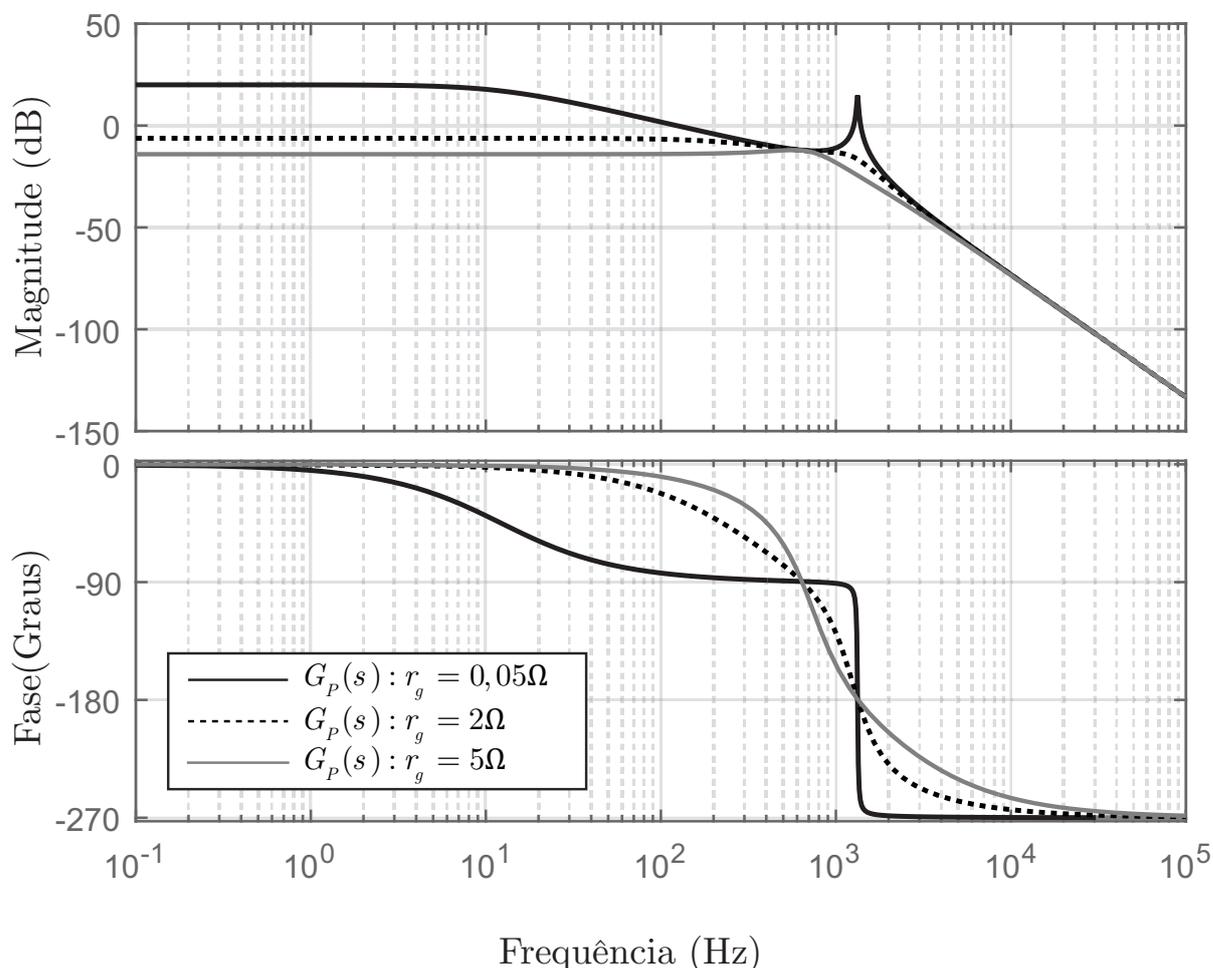


Fonte: Autor

Nota-se que  $G_p(s)$  possui um pico de ressonância em aproximadamente  $1330\text{Hz}$ , o mesmo pode ser averiguado na resposta em frequência da função de transferência de segunda ordem  $G_{02}(s)$ , pois esta característica, é causada pelo par de polos complexos conjugados, que não estão presentes no modelo reduzido de primeira ordem  $G_{01}(s)$ . O projeto do controlador adaptativo proposto, deve apresentar robustez frente às características e às variações paramétricas da planta. Estas incertezas podem modificar a frequência do pico de ressonância, causando instabilidade e/ou baixo desempenho do controlador.

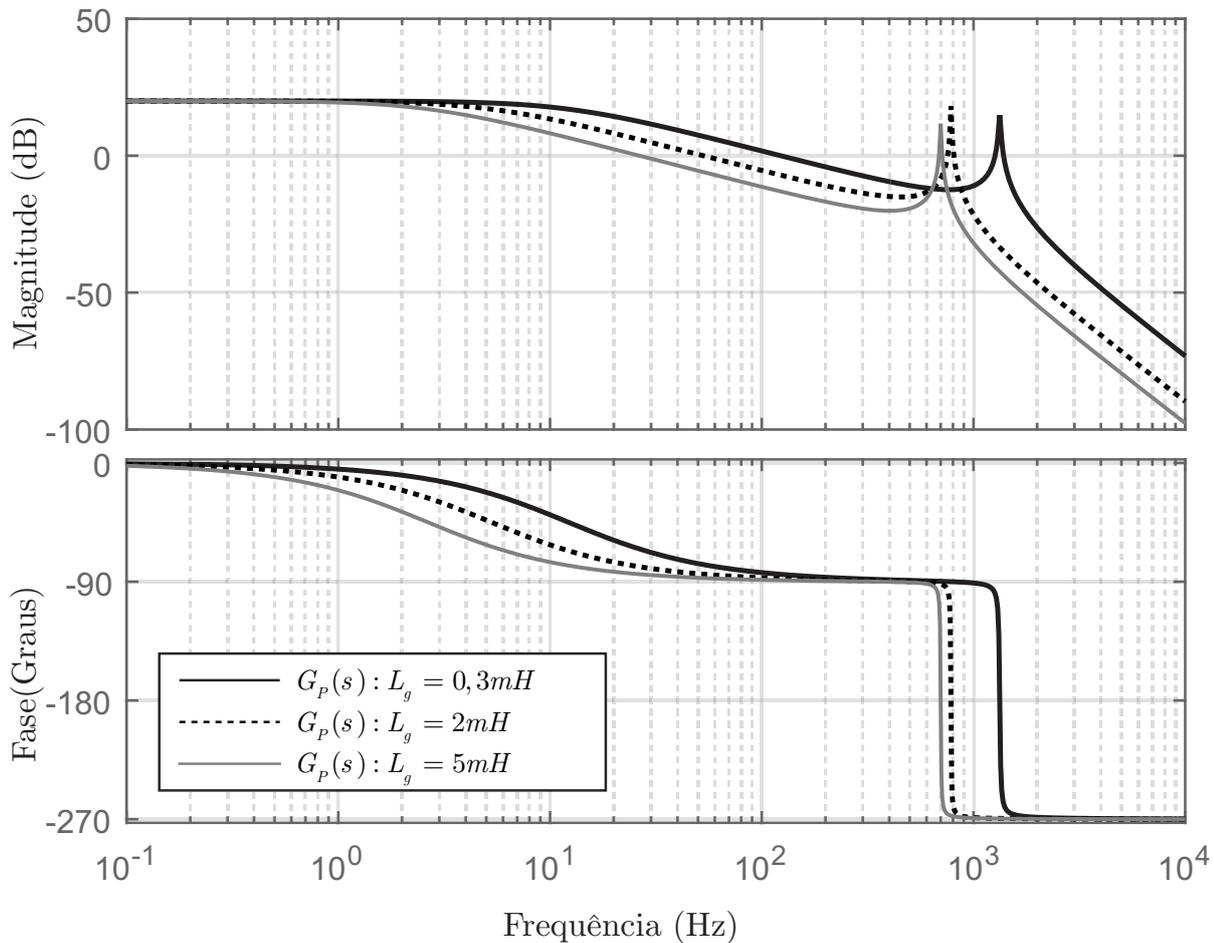
A seguir será analisado como as variações nos componentes do sistema podem afetar a resposta em frequência e conseqüentemente, o controle da planta.

Figura 2.5 – Diagrama de Bode da Planta  $G_p(s)$  sob diferentes valores de resistência parasita  $r_g$ .



Fonte: Autor

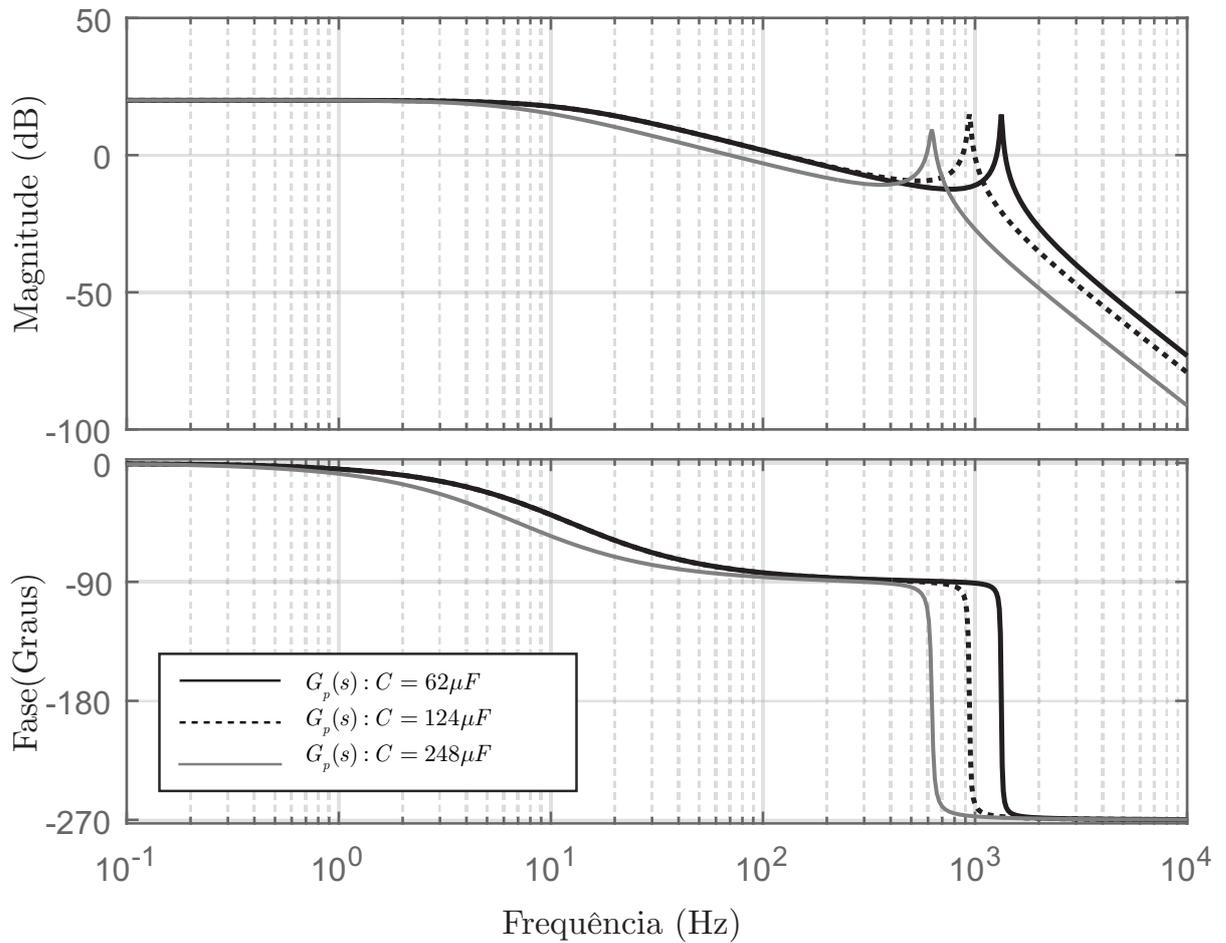
A Figura 2.5 apresenta o diagrama de Bode de  $G_p(s)$ , quando varia-se a resistência parasita do lado da rede  $r_g$ . Nota-se que com o aumento desta resistência, o amortecimento do pico ressonante torna-se cada vez mais evidente, caracterizando-se como um amortecimento passivo, que não é desejado nesta e outras aplicações que utilizam conversores estáticos de alta potência por apresentar perdas excessivas por dissipação de calor nos resistores de amortecimento. Uma forma de variar a posição do pico ressonante, porém sem amortecê-lo, é apresentado na Figura 2.6. Aumentando a indutância do lado da rede  $L_g$  o pico ressonante desloca-se para frequências mais baixas, mas sem reduzir sua magnitude.

Figura 2.6 – Diagrama de Bode da Planta  $G_p(s)$  sob diferentes valores de indutância  $L_g$ .

Fonte: Autor

Alterando os valores do Capacitor  $C$  do filtro LCL, também pode-se variar a posição do pico de ressonância, conforme Figura 2.7, onde variou-se o valor do capacitor de  $C = 62\mu F$  até  $C = 248\mu F$ . A posição do pico de ressonância tem profunda influência no controle do sistema, principalmente se o controlador não possuir algoritmo de adaptação de parâmetros.

Quanto maior for o capacitor, menor a frequência de ressonância e mais influente será esta dinâmica na resposta da planta. Logo, para que o capacitor possa ser desprezado na modelagem, com objetivo de projetar um controle considerando o filtro LCL como um modelo de primeira ordem, o capacitor deve ser projetado com valor pequeno de capacitância, com potência reativa limitada em 5%, para evitar sua alta absorção pelo capacitor (LI; GEVERS, 1993).

Figura 2.7 – Diagrama de Bode da Planta  $G_p(s)$  sob diferentes valores de capacitância  $C$ .

Fonte: Autor

## 2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Filtro LCL utilizado neste trabalho tem função de atenuar as altas distorções harmônicas causadas pelo conversor CC/CA, entretanto, para reduzir o esforço computacional da lei de controle, é modelado junto ao sistema considerando um modelo reduzido, como apresentado em (2.29).

Para atender a esta consideração, o controlador proposto deve ser capaz de garantir robustez frente a dinâmicas não modeladas e a incertezas paramétricas, maiores detalhes do projeto do controlador serão abordados nos Capítulos seguintes.



## 3 Projeto e Simulação do Controlador RMRAC

### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste Capítulo é descrito e simulado um controlador adaptativo robusto por modelo de referência (RMRAC). O objetivo é projetar um controlador adaptativo clássico e aplicá-lo na planta descrita e modelada no Capítulo anterior. A regulação do conversor CC/CA e desempenho frente a variações paramétricas, dinâmicas não modeladas e variações de carga é analisada e comparada com a estrutura do controlador OSAP Adaptivo do Capítulo 4,

### 3.2 ESTRUTURA DE UM CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO REFERÊNCIA

Neste tipo de controle o comportamento desejado da planta, é definido através de um modelo de referência, que descreve as propriedades de entrada e saída desejadas para o sistema em malha fechada. A ação de controle deve ser capaz de calcular ganhos em tempo real que aplicados à planta, fazem com que a saída da mesma siga a saída do modelo de referência.

De modo geral, conforme (ASTRÖM; WITTENMARK, 1989) e (SASTRY; BODSON, ), os controladores RMRAC devem possuir uma estrutura básica e atender certas hipóteses a respeito das características da planta e do modelo de referência.

Tais características são:

- 1) A planta e o modelo de referência devem obedecer a certos critérios e hipóteses para garantir estabilidade do sistema;
- 2) Um modelo de referência é escolhido e projetado sujeito às mesmas variações e distúrbios da planta;
- 3) Um adaptador de parâmetros que apresenta um erro de rastreamento  $e_1 = y - y_m$  ou o erro aumentado  $\epsilon_1 = e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega})$ , um vetor regressor que possui valores dos elementos da referência  $r$ , entrada  $u$  e saída  $y$  filtrados, tais como:  $\boldsymbol{\zeta}_r$ ,  $\boldsymbol{\zeta}_y$  e uma matriz de ganhos fixos  $\boldsymbol{\Gamma}$  que é uma constante de ponderação que dita a velocidade de convergência do identificador;
- 4) Um majorante e/ou um normalizador para garantir robustez;

- 5) Na equação do identificador, se for de interesse, incluir uma parcela equivalente a homogênea associada existente nas equações diferenciais lineares.

Na busca de uma melhor compreensão da dinâmica e funcionamento dos controladores adaptativos RMRAC aplicados neste trabalho, é realizado um detalhamento na próximas seções sobre sua estrutura básica.

### 3.2.1 Algoritmo de Adaptação de Parâmetros

O *Método do tipo Gradiente* é um dos métodos mais utilizados na obtenção de parâmetros de funções e ou polinomiais dentre a família dos *Métodos de Otimização por Gradiente* (IOANNOU; SUN, 1996) e será utilizado nos controladores adaptativos apresentados neste trabalho. É um algoritmo de otimização de primeira ordem, onde a escolha da direção do mínimo de uma função  $f(x(k))$  é na direção oposta ao gradiente, em outras palavras, o ponto ótimo que se deseja chegar no que diz respeito a identificação de parâmetros, está na direção do gradiente negativo de  $f(x(k))$ , ou seja,  $-\nabla f(x(k))$ . O processo de busca começa em um ponto arbitrário  $x(0)$  e desloca-se sobre a linha determinada pelo gradiente até chegar próximo suficientemente da solução.

#### 3.2.1.1 Método do tipo Gradiente

Este método é regido pelo algoritmo conhecido como regra MIT, que é assim chamada por ter sido desenvolvida no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). O método é baseado no pressuposto de que os parâmetros variam mais vagarosamente que as outras variáveis do sistema. Isto admite um tratamento quase estacionário dos parâmetros, o que é essencial para o cálculo das derivadas parciais, as quais são necessárias para o mecanismo de adaptação.

Considerando um erro  $e_1$  entre a resposta da planta  $y$  e a resposta do modelo de referência  $y_m$  para adaptação direta de parâmetros, tem-se

$$e_1 = y - y_m \quad (3.1)$$

De acordo com a regra MIT, uma função custo  $J(\theta)$  deve ser minimizada (vide também (ASTRÖM; WITTENMARK, 1989)) em função dos parâmetros  $\theta$  do controlador. A escolha da função custo é arbitrária, por exemplo:

$$J(\theta) = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (3.2)$$

sendo esta uma escolha razoável, visto que funções quadráticas não possuem mínimos

locais, sendo o ponto ótimo um ponto mínimo global. Fisicamente, a função escolhida está relacionada com a energia do sistema a ser minimizada e portanto, os parâmetros adaptados, quando verdadeiros, encontram o ponto de operação onde a energia dos estados do sistema é mínima.

Para minimizar a função  $J(\theta)$ , varia-se os parâmetros  $\theta$  na direção do gradiente negativo de  $J$ , ou seja:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta} \quad (3.3)$$

A Equação (3.3) representa o mecanismo de ajuste a qual é a regra MIT propriamente dita. Assumindo que os parâmetros variam mais lentamente que as outras variáveis do sistema, é possível afirmar que  $\frac{\partial e_1}{\partial \theta}$  pode ser calculado assumindo  $\theta$  como uma constante. A regra MIT desempenhará sua função se a taxa de adaptação  $\gamma$  for pequena em comparação com a magnitude do sinal de referência e do ganho da planta, porém não é possível fixar um limite para que a estabilidade seja garantida.

As características de adaptação dos parâmetros  $\theta$  variam de acordo com o valor de  $\gamma$  escolhido.

Considere a saída de uma planta descrita pela equação

$$y(t) = \theta^* u(t) \quad (3.4)$$

onde  $\theta^*$  é um escalar desconhecido. Assumindo que  $u(t)$  e  $y(t)$  são mensuráveis, deseja-se obter uma estimativa de  $\theta^*$  para cada instante de tempo  $t$ , ou em outras palavras, um método recursivo (*on-line*) para gerar  $\theta(t)$ . A escolha de uma equação diferencial, que depende do sinal que está sendo medido, cuja solução é  $\theta(t)$  e seu estado de equilíbrio é  $\theta_e = \theta^*$  é uma escolha razoável para solucionar este problema. Usando  $\theta(t)$  como estimativa de  $\theta^*$  para cada instante  $t$ , gera-se uma estimativa ou predição do valor  $\hat{y}(t)$  da saída  $y$  como:

$$\hat{y}(t) = \theta(t)u(t) \quad (3.5)$$

A predição ou estimativa do erro pode ser escrita como:

$$e_1 = y - \hat{y} = y - \theta u \quad (3.6)$$

Substituindo (3.2) em (3.6), obtêm-se

$$J(\theta) = \frac{(y - \theta u)^2}{2} \quad (3.7)$$

que deve ser minimizada tornando  $\theta(t) = \theta^*$ . Substituindo (3.3) em (3.7) tem-se

$$\dot{\theta} = -\gamma \nabla J(\theta) = \gamma(y - \theta u)u = \gamma e_1 u, \quad \theta(t_0) = \theta(0) \quad (3.8)$$

Como visto na Seção A.0.1, para uma planta de primeira ordem, é necessário calcular dois ganhos do controlador MRC:  $C_0^*$  e  $\theta_3^*$ ; que são definidos aqui, como  $\theta_1$  e  $\theta_2$  respectivamente. Ao aplicar a regra MIT conforme (3.3), calcula-se

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_1} \quad (3.9)$$

e

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_2} \quad (3.10)$$

De (A.19), considera-se que a variável  $s$  equivale a um operador diferencial no domínio do tempo que pode ser escrito como  $s = \frac{d(\cdot)}{dt}$ . Assim, para que seja possível realizar a derivada parcial no domínio do tempo de  $\frac{\partial y}{\partial \theta_1}$ , reescreve-se (A.19) como

$$y(t) = \frac{b\theta_1}{\frac{d(\cdot)}{dt} + a + b\theta_2} r(t) \quad (3.11)$$

Realizando a derivada parcial de  $y(t)$  em relação a  $\theta_1$ , tem-se

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{b}{\frac{d(\cdot)}{dt} + a + b\theta_2} r(t) \quad (3.12)$$

De forma análoga, procede-se para  $\frac{\partial y}{\partial \theta_2}$  fazendo

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{-b\theta_1}{\left(\frac{d(\cdot)}{dt} + a + b\theta_2\right)^2} r(t) \quad (3.13)$$

Isolando  $r(t)$  em (3.11) e substituindo em (3.13), tem-se

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{-b\theta_1}{\frac{d(\cdot)}{dt} + a + b\theta_2} y(t) \quad (3.14)$$

De (3.12) e (3.14) obtêm-se as derivadas parciais necessárias para o cálculo de (3.9) e (3.10). No entanto,  $a$  e  $b$  são desconhecidos o que impossibilita, a princípio, calcular os parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$ . Porém, considerando-se que os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  estão próximos dos verdadeiros, conforme a equação de casamento do MRC em (A.20), pode-se definir que

$$a + b\theta_2 \approx a_m \quad (3.15)$$

A partir de (3.15), substituindo em (3.12) e (3.14), pode-se reescrever (3.9) e (3.10)

como

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -\gamma \frac{a_m r(t)}{\left(\frac{d(\cdot)}{dt} + a_m\right)} e_1 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = \gamma \frac{a_m y(t)}{\left(\frac{d(\cdot)}{dt} + a_m\right)} e_1 \quad (3.17)$$

onde  $\gamma = \frac{\gamma' b}{a_m}$ , e  $\gamma'$  é uma constante positiva. Não é necessário se saber exatamente o valor de  $b$ , apenas o seu sinal, pois  $\gamma$  é um valor escolhido pelo projetista com o objetivo de se ajustar a velocidade de adaptação dos parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

Para uma implementação digital de (3.16) e (3.17), pode ser utilizado o método de discretização de Euler (HEMERLY, 1996), ou ainda

$$\theta_1(k+1) = \theta_1(k) - T_s \gamma \zeta_r(k) e_1(k) \quad (3.18)$$

e

$$\theta_2(k+1) = \theta_2(k) + T_s \gamma \zeta_y(k) e_1(k) \quad (3.19)$$

onde,  $\zeta_r(k)$  e  $\zeta_y(k)$  contém o filtro  $F(t) = \left(\frac{d(\cdot)}{dt} + a_m\right)$  que no do domínio da frequência é expresso por

$$F(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad (3.20)$$

De (3.20), filtrando a entrada e a saída da planta, pode-se escrever na forma discreta

$$\zeta_r = F(z)r \quad (3.21)$$

e

$$\zeta_y = F(z)y \quad (3.22)$$

Reescrevendo, (3.18) e (3.19) tem-se numa forma compacta

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - T_s \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) e_1(k) \quad (3.23)$$

onde  $\boldsymbol{\Gamma}$  é uma matriz quadrada simétrica definida positiva compatível e  $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_r \quad \zeta_y]$ .

### 3.2.1.2 Método do tipo RLS: Caso Discreto

O método de adaptação de parâmetros do tipo Gradiente (3.23), desenvolvido a partir da regra MIT, é um algoritmo simples e de fácil implementação. Todavia, em apli-

cações à plantas com incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas, ou até mesmo sistemas com amplitude de referência elevada, este pode não apresentar desempenho satisfatório.

Um adaptador de parâmetros (HEMERLY, 1996), desenvolvido a partir do Método dos Mínimos Quadrados - *Recursive Least Square* - RLS, é escrito como (vide Anexo A)

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k)}(y(k+1) - \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\theta}(k)) \quad (3.24)$$

onde  $\mathbf{P}$ , é uma matriz quadrada, definida positiva e de dimensões compatíveis, dada por

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k-1) - \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k)\boldsymbol{\phi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k)} \quad (3.25)$$

A matriz  $\mathbf{P}$  é definida na literatura como sendo a matriz de covariância e  $\boldsymbol{\phi}$  é definido como sendo o vetor regressor dado por

$$\boldsymbol{\phi}^T(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n)]^T \quad (3.26)$$

Assumindo que a matriz de covariância  $\mathbf{P}$  fixa, (não possui dinâmica), obtêm-se o *Método do tipo Gradiente Normalizado*,

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \frac{\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}(k)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}(k)}(y(k+1) - \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\theta}(k)) \quad (3.27)$$

A matriz  $\mathbf{P}$ , pode ser relacionada com a constante de ponderação  $\boldsymbol{\Gamma}$  conforme Eq. (3.23). Porém, no RLS, a matriz  $\mathbf{P}$  varia conforme os ganhos  $\boldsymbol{\theta}(k+1)$  se aproximam dos ganhos verdadeiros do controlador. No entanto, devido ao cálculo da equação (3.25), o custo computacional do RLS é significativamente maior que o do algoritmo Gradiente.

### 3.2.2 Controlador RMRAC em Tempo Discreto

Inicialmente, para desenvolver a estrutura de qualquer controlador adaptativo por modelo de referência é necessário se fazer algumas considerações sobre a planta e o modelo de referência (IOANNOU; SUN, 2012).

Seja uma planta no domínio da frequência  $z$  dada por

$$y = G(z)u = [G_0(z)(1 + \mu\Delta_m(z)) + \mu\Delta_a(z)]u \quad (3.28)$$

ou também

$$y = G_0(z)u + \mu\eta \quad (3.29)$$

onde

$$G_0(z) = k_p \frac{Z_0(z)}{R_0(z)} \quad (3.30)$$

e

$$\eta = \Delta G(z)u \quad (3.31)$$

e

$$\Delta G(z) = [G_0(z) (\Delta_m(z)) + \Delta_a(z)] \quad (3.32)$$

sendo  $\mu \in [0, \bar{\mu})$ ,  $\mu$  limitado superiormente,  $\mu \Delta G(z)$  é uma incerteza aditiva da planta relacionada pelo escalar  $\mu > 0$  e dando origem ao termo de perturbação  $\mu \eta(k)$  em (3.29).

$G(z)$  em (3.28) é a função de transferência do sistema,  $G_0(z)$  é a parte modelada da planta,  $\mu \Delta_m(z)$  e  $\mu \Delta_a(z)$  são as dinâmicas não modeladas do tipo aditivas e multiplicativas respectivamente.  $Z_0(z)$  e  $R_0(z)$  são polinômios mônicos de graus  $m$  e  $n$ , respectivamente e o sinal de  $k_p$  deve ser conhecido. Além disso, a parte modelada da planta deve atender as seguintes hipóteses:

**H1**  $Z_0(z)$  é um polinômio mônico, Schur, de grau  $m$  conhecido;

**H2**  $R_0(z)$  é um polinômio mônico, de grau  $n$  conhecido e  $n^* = n - m \geq 1$  é o grau relativo da planta  $G_p(z)$ ;

**H3** O sinal de  $k_p$  e os valores de  $m$  e  $n$  são conhecidos. Sem perda de generalidade, considera-se  $k_p > 0$ ;

**H4**  $\mu \Delta_m(z)$  É uma função de transferência Schur;

**H5**  $\mu \Delta_a(z)$  É uma função de transferência Schur estritamente própria;

**H6** O limite inferior da margem de estabilidade de  $\Delta_m(z)$  e  $\Delta_a(z)$  é conhecido,

e um modelo de referência  $W_m(z)$

$$W_m(z) = \frac{y_m(z)}{r(z)} = k_m \frac{1}{R_m(z)}, \quad k_m > 0 \quad (3.33)$$

sendo  $R_m(z)$  de grau  $n^* = n - m \geq 1$  e  $r$  um sinal externo uniformemente limitado. Ainda, para o modelo de referência  $W_m(z)$ , deve-se obedecer a restrição

**M1**  $R_m(z)$  é um polinômio mônico, Schur, de grau  $n^*$ ;

O projeto do controlador deve resultar em uma ação de controle  $u(z)$ , tal que, para algum  $\mu > 0$  e qualquer  $\mu \in [0, \mu)$ , o sistema em malha fechada deve ser capaz de manter a estabilidade fazendo com que a saída da planta siga a saída modelo de referência, tão próximo quanto possível, apesar da presença de dinâmicas não modeladas  $\Delta_m(z)$  e  $\Delta_a(z)$ .

### 3.2.3 Lei de Controle RMRAC

Seja uma lei de controle dada por

$$\boldsymbol{\theta}(k)^T \boldsymbol{\omega}(k) + r(k) = 0 \quad (3.34)$$

onde

$$\boldsymbol{\theta}^T(k) = [\boldsymbol{\theta}_1^T(k), \boldsymbol{\theta}_2(k)^T, \theta_y(k), \theta_u(k)] \quad (3.35)$$

$$\boldsymbol{\omega}^T(k) = [\boldsymbol{\omega}_1^T(k), \boldsymbol{\omega}_2^T(k), y(k), u(k)]^T \quad (3.36)$$

e  $r(k)$  é um sinal de referência, uniformemente limitado. A partir do sinal de entrada  $u(k)$  e da saída  $y(k)$  da planta, pode-se gerar os sinais auxiliares (vide Apêndice A),  $\boldsymbol{\omega}_1^T$  e  $\boldsymbol{\omega}_2^T$ , vetores de ordem  $(n-1)$ , definidos como

$$\boldsymbol{\omega}_1(k+1) = \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}_1(k) + \mathbf{g}u(k) \quad (3.37)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2(k+1) = \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}_2(k) + \mathbf{g}y(k) \quad (3.38)$$

onde os autovalores de  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}_{(n-1) \times (n-1)}$  estão estritamente dentro do círculo unitário sendo  $(\mathbf{F}, \mathbf{g})$  um par controlável.

Pode-se escrever (3.34) como

$$\boldsymbol{\theta}_1^T \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\theta}_2^T \boldsymbol{\omega}_2 + \theta_y y(k) + \theta_u u(k) + r(k) = 0 \quad (3.39)$$

Assim, a lei de controle  $u(k)$  de (3.39) pode ser escrita como

$$u(k) = \frac{-\boldsymbol{\theta}_1^T \boldsymbol{\omega}_1(k) - \boldsymbol{\theta}_2^T \boldsymbol{\omega}_2(k) - \theta_y y(k) - r(k)}{\theta_u} \quad (3.40)$$

Subtraindo-se  $\boldsymbol{\theta}(k)^{*T} \boldsymbol{\omega}(k)$  em ambos os lados de (3.34) obtendo-se:

$$\boldsymbol{\theta}(k)^T \boldsymbol{\omega}(k) - \boldsymbol{\theta}(k)^{*T} \boldsymbol{\omega}(k) + r(k) = -\boldsymbol{\theta}(k)^{*T} \boldsymbol{\omega}(k) \quad (3.41)$$

Com o objetivo de simplificar a notação deste capítulo, as notações para o tempo discreto, representadas pelo subscrito  $k$ , serão eliminadas. Assim, (3.41) pode ser escrita como

$$\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\omega} + r = -\boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} \quad (3.42)$$

onde  $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*$  e  $\boldsymbol{\theta}^{*T} = [\boldsymbol{\theta}_1^{*T}, \boldsymbol{\theta}_2^{*T}, \theta_y^*, \theta_u^*]$  é o vetor de parâmetros desejado.

De (3.42) pode-se escrever também

$$\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\omega} + r = -[\boldsymbol{\theta}_1^{*T} \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\theta}_2^{*T} \boldsymbol{\omega}_2 + \theta_y^* y + \theta_u^* u] \quad (3.43)$$

Substituindo (3.37) e (3.38) em (3.43) obtém-se

$$\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\omega} + r = -[\boldsymbol{\theta}_1^{*T} (z\mathbf{I} - \mathbf{F}_d)^{-1} \mathbf{g}_d + \boldsymbol{\theta}_2^{*T} (z\mathbf{I} - \mathbf{F}_d)^{-1} \mathbf{g}_d G(z) + \theta_y^* G(z) + \theta_u^*] u \quad (3.44)$$

ou ainda

$$\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\omega} + r = -[\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + (\boldsymbol{\theta}_2^{*T} f_1(z) + \theta_y^*) G(z) + \theta_u^*] u \quad (3.45)$$

com

$$f_1(z) = \boldsymbol{\theta}_1^{*T} (z\mathbf{I} - \mathbf{F}_d)^{-1} \mathbf{g}_d \quad (3.46)$$

Devido a controlabilidade da parte modelada da planta, então pode-se afirmar que existe um  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*$  tal que  $\boldsymbol{\phi} = [0]$ . Nessas condições tem-se também que

$$y = y_m = W_m(z)r = G_0(z)u \Rightarrow r = W_m(z)^{-1}G_0(z)u \quad (3.47)$$

Substituindo (3.47) em (3.45) advém

$$W_m(z)^{-1}G_0(z)u = -[\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + (\boldsymbol{\theta}_2^{*T} f_1(z) + \theta_y^*)G_0(z) + \theta_u^*] u \quad (3.48)$$

ou ainda

$$G_0(z)u = -W_m(z) [\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^*] u \quad (3.49)$$

com

$$f_2(z) = \boldsymbol{\theta}_2^{*T} f_1(z) + \theta_y^* \quad (3.50)$$

Seja a planta descrita por (3.28) à (3.32), então substituindo (3.49) em (3.28) tem-se

$$y = [-W_m(z) [\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^*] (1 + \mu\Delta_m(z)) + \mu\Delta_a(z)] u \quad (3.51)$$

Ao somar e subtrair  $W_m(z)f_2(z)G(z)u$  em (3.51) obtém-se

$$\begin{aligned} y = & -W_m(z) [\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^*] u \\ & -W_m(z) [\boldsymbol{\theta}_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^*] \mu\Delta_m(z)u \\ & +W_m(z)f_2(z)G(z)u - W_m(z)f_2(z)G(z)u + \mu\Delta_a(z)u \end{aligned} \quad (3.52)$$

Readequado os termos de (3.52) tem-se

$$\begin{aligned} y &= -W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G(z) + \theta_u^* \right] u \\ &\quad - W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^* \right] \mu \Delta_m(z) u \\ &\quad + W_m(z) f_2(z)G(z)u - W_m(z) f_2(z)G_0(z)u + \mu \Delta_a(z)u \end{aligned} \quad (3.53)$$

Substituindo (3.45) em (3.53) advém

$$\begin{aligned} y &= W_m(z) \left[ \phi^T \omega + r \right] - W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + f_2(z)G_0(z) + \theta_u^* \right] \mu \Delta_m(z) u \\ &\quad + W_m(z) f_2(z)G(z)u - W_m(z) f_2(z)G_0(z)u + \mu \Delta_a(z)u \end{aligned} \quad (3.54)$$

Substituindo (3.32) em (3.54) obtém-se

$$\begin{aligned} y &= W_m(z) \left[ \phi^T \omega + r \right] - \mu W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + \theta_u^* \right] \Delta_m(z) u \\ &\quad - \mu W_m(z) \left[ f_2(z)G_0(z) \right] \Delta_m(z) u \\ &\quad + W_m(z) f_2(z) \left[ G_0(z) (1 + \mu \Delta_m(z)) + \mu \Delta_a(z) \right] u \\ &\quad - W_m(z) f_2(z)G_0(z)u + \mu \Delta_a(z)u \end{aligned} \quad (3.55)$$

Organizando os termos e fazendo os devidos cancelamentos em (3.55) tem-se

$$\begin{aligned} y &= W_m(z) \left[ \phi^T \omega + r \right] - \mu W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + \theta_u^* \right] \Delta_m(z) u \\ &\quad + \mu W_m(z) f_2(z) \Delta_a(z) u + \mu \Delta_a(z) u \end{aligned} \quad (3.56)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} y &= W_m(z) \phi^T \omega + W_m(z) r - \mu W_m(z) \left[ \theta_1^{*T} f_1(z) + \theta_u^* \right] \Delta_m(z) u \\ &\quad + \mu W_m(z) f_2(z) \Delta_a(z) u + \mu \Delta_a(z) u \end{aligned} \quad (3.57)$$

Substituindo (3.47) em (3.57) obtém-se

$$y - y_m = W_m(z) \phi^T \omega + \mu \Delta(z) u \quad (3.58)$$

onde

$$\Delta(z) = W_m(z) \left[ f_2(z) \Delta_a(z) - (f_1(z) + \theta_u^*) \Delta_m(z) \right] + \Delta_a(z) \quad (3.59)$$

Sendo assim, de (3.58) advém que o erro de rastreamento é dado por

$$y - y_m = e_1 = W_m(z) \phi^T \omega + \mu \eta \quad (3.60)$$

com

$$\eta = \Delta G(z) u \quad (3.61)$$

De (3.60) e usando a assertiva

$$\boldsymbol{\theta}^T W_m(z)\boldsymbol{\omega} - W_m(z)\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\phi}^T W_m(z)\boldsymbol{\omega} - W_m(z)\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.62)$$

obtém-se a expressão

$$e_1 + \boldsymbol{\theta}^T W_m(z)\boldsymbol{\omega} - W_m(z)\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\phi}^T W_m(z)\boldsymbol{\omega} + \mu\eta \quad (3.63)$$

Usando (3.34) em (3.63) tem-se ainda

$$e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} + W_m(z)r = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\zeta} + \mu\eta \quad (3.64)$$

com

$$\boldsymbol{\zeta} = W_m(z)\boldsymbol{\omega} \quad (3.65)$$

Pode-se reescrever (3.64) como

$$\epsilon = e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} + y_m = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\zeta} + \mu\eta \quad (3.66)$$

Assim, tem-se que o erro aumentado é dado por

$$\epsilon(k) = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\zeta} + \mu\eta \quad (3.67)$$

### 3.2.4 Normalizadores

O uso de majorantes e/ou normalizadores limita a velocidade de adaptação dos ganhos, dando robustez para o identificador quando submetido a sinais de referência de amplitude muito elevada (ASTRÖM; WITTENMARK, 1989). Porém, quando a velocidade de convergência é um quesito importante no projeto, investigações a respeito de qual normalizador usar no algoritmo devem ser consideradas para garantir um bom desempenho em regime transitório.

Alguns sinais de normalização aplicáveis nas leis adaptativas propostas são:

$$m^2 = 1 + \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} \quad (3.68)$$

$$m^2 = 1 + \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (3.69)$$

onde  $\boldsymbol{\omega}$  foi definido em A.5

A normalização presente nestes identificadores é descrita como:

$$m^2(k) = 1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n) \quad (3.70)$$

### 3.2.5 Robustez de Identificadores: Função $\sigma$ -modification

A função  $\sigma$ -modification tem o objetivo de aumentar a robustez da lei de adaptação paramétrica. Esta função pode ser expressa por

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(t)\| < M_0 \\ \sigma_0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(t)\| \geq M_0 \end{cases} \quad (3.71)$$

onde  $\sigma_0$  é o valor máximo de  $\sigma(t)$ ,  $M_0$  é um limitante superior de  $\|\boldsymbol{\theta}^*\|$  e  $M_0 > 2\|\boldsymbol{\theta}^*\|$ .

Nota-se que a função  $\sigma$ -modification em (3.71) apresenta uma descontinuidade do tipo degrau quando  $\|\boldsymbol{\theta}(t)\| = M_0$ . Esta descontinuidade, pode, eventualmente, tornar a adaptação oscilatória.

Para suavizar o degrau da função  $\sigma$ , pode-se expressar a função da seguinte forma

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(t)\| < M_0 \\ \sigma_0 \left( \frac{\|\boldsymbol{\theta}(t)\|}{M_0} - 1 \right) & \text{se } M_0 \leq \|\boldsymbol{\theta}(t)\| \leq 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(t)\| > 2M_0 \end{cases} \quad (3.72)$$

e, nesse caso,  $M_0 > \|\boldsymbol{\theta}^*\|$ .

Como normalmente, não se conhece o valor da  $\|\boldsymbol{\theta}^*\|$ ,  $M_0$  deve ser grande o suficiente para atender (3.72).

Assim, a lei de adaptação paramétrica pode ser expressa por

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -\sigma \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\theta}(t) - \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(t) \epsilon_1 \text{sgn}(\rho^*)}{1 + m^2(t)} \quad (3.73)$$

que para implementação digital, utilizando-se discretização via Euler, tem-se

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = (\mathbf{I} - \sigma \boldsymbol{\Gamma} T_s) \boldsymbol{\theta}(k) - T_s \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) \epsilon_1 \text{sgn}(\rho^*)}{m^2(k)} \quad (3.74)$$

Este é um adaptador de parâmetros robusto clássico, que foi apresentado inicialmente em (IOANNOU; TSAKALIS, 1986b), sendo o sinal majorante  $m(k)$  calculado como sendo

$$m(k+1) = (1 - T_s \delta_0) m(k) + T_s \delta_1 (|u(k)| + |y(k)|) \quad (3.75)$$

onde  $m(0) \geq \delta_1 / (1 - \delta_0)$ .

### 3.3 CONTROLADOR RMRAC DE PRIMEIRA ORDEM

#### 3.3.1 Estrutura do Controlador e Lei de Adaptação

A partir de (2.28), seja uma planta SISO, linear e invariante no tempo, descrita no domínio da frequência discreta, dada por

$$G_p(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3} \quad (3.76)$$

De (3.76), define-se a parte modelada da planta como  $G_0(z)$  como sendo,

$$G_0(z) = \frac{b}{z - a} \quad (3.77)$$

cujas dinâmicas de ordem superior de  $G_p(z)$  são negligenciadas.

Define-se também, um modelo de referência na forma

$$W_m(z) = \frac{b_m}{z + a_m} = \frac{y_m(z)}{r(z)} \quad (3.78)$$

Reescrevendo (3.77) como sendo

$$zy(z) - ay(z) = bu(z) \quad (3.79)$$

onde sua forma implementável resulta em

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k) \quad (3.80)$$

Neste ponto, deseja-se obter uma relação cuja ação de controle seja capaz de fazer com que a saída da planta siga a saída do modelo de referência. Aplicando a lei de controle definida em (A.3) para o tempo discreto

$$\boldsymbol{\theta}^T(k)\boldsymbol{\omega}(k) + r(k) = 0, \quad (3.81)$$

A lei de controle, para uma planta de primeira ordem, torna-se

$$u(k) = -\frac{\theta_y(k)}{\theta_u(k)}y(k) - \frac{1}{\theta_u(k)}r(k) \quad (3.82)$$

Para a rejeição dos distúrbios senoidais exógenos, é necessário incluir na lei de controle um sinal de tensão em fase  $V_s(k)$  e de quadratura  $V_c(k)$ . Estas componentes podem ser descritas como

$$V_s(k) = A_s \sin(\omega_{ds} k T_s + \phi_s) \quad (3.83)$$

e

$$V_c(k) = A_c \cos(\omega_{dc} k T_s + \phi_c) \quad (3.84)$$

onde  $A$ ,  $\omega_d$  e  $\phi$  são amplitude, frequência e fase das componentes  $V_s(k)$  e  $V_c(k)$  respectivamente.

Incluindo (3.83) e (3.84) em (3.82) tem-se

$$u(k) = -\frac{\theta_y(k)}{\theta_u(k)} y(k) - \frac{1}{\theta_u(k)} r(k) - \frac{\theta_s(k)}{\theta_u(k)} V_s(k) - \frac{\theta_c(k)}{\theta_u(k)} V_c(k) \quad (3.85)$$

ou ainda

$$u(k) = \frac{-1}{\theta_u(k)} (\theta_y(k) y(k) + r(k) + \theta_s(k) V_s(k) + \theta_c(k) V_c(k)) \quad (3.86)$$

Então o vetor de parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  é dado por

$$\boldsymbol{\theta}^T = \left[ \theta_u(k) \quad \theta_y(k) \quad \theta_c(k) \quad \theta_s(k) \right]$$

e o vetor regressor  $\boldsymbol{\omega}$  é tal como

$$\boldsymbol{\omega}^T = \left[ u(k) \quad y(k) \quad V_s(k) \quad V_c(k) \right]$$

A lei de adaptação paramétrica usado para encontrar os ganhos do controlador é do Tipo Gradiente similar a (IOANNOU; TSAKALIS, 1986b) com algumas modificações conforme apresentado em (EVALD, 2020), sendo

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = (\mathbf{I} - \sigma(k) \boldsymbol{\Gamma} T_s) \boldsymbol{\theta}(k) - T_s \kappa \frac{\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) \epsilon_1(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (3.87)$$

onde,  $\boldsymbol{\Gamma}$  é uma matriz de ganhos simétrica definida positiva dada por  $\gamma \mathbf{I}$ ,  $\kappa$  é um ganho escalar positivo, o erro de rastreamento  $e_1 = y - y_m$ , o erro aumentado  $\epsilon_1 = e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega})$  e  $\boldsymbol{\zeta} = W_m(z) \boldsymbol{\omega}$  é o vetor regressor.

Seja  $\bar{m}^2$  um sinal majorante definido como

$$\bar{m}^2(k) = m^2(k) + \boldsymbol{\zeta}^T(k) \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta}(k) \quad (3.88)$$

onde  $m(k)$  é calculado como

$$m(k+1) = (1 - T_s \delta_0) m(k) + T_s \delta_1 (|u(k)| + |y(k)|) \quad (3.89)$$

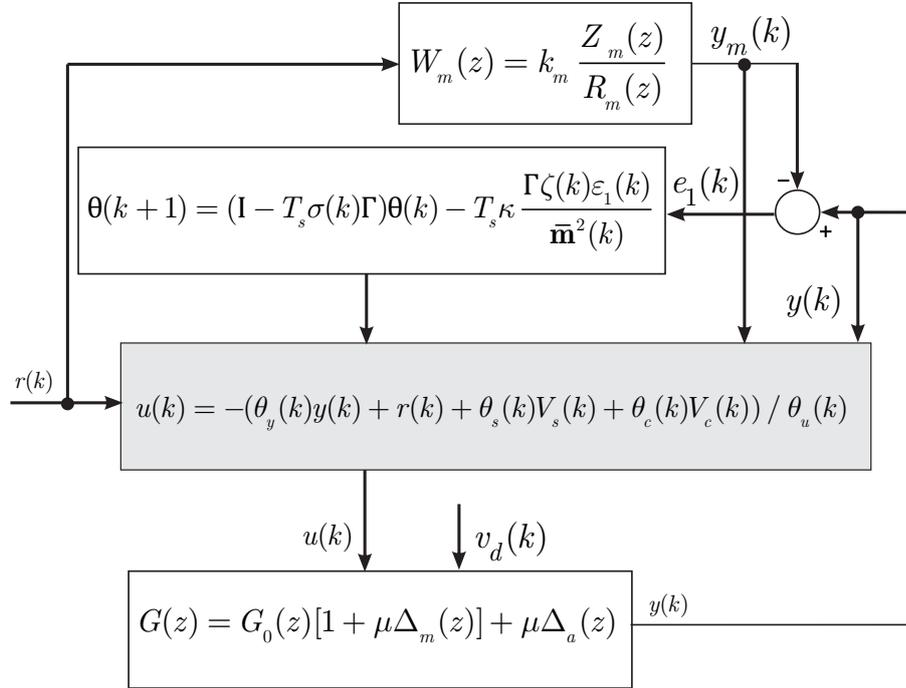
A função  $\sigma(k)$  usada em (3.87) é a que foi definida em (3.72) dada por

$$\sigma(k) = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| < M_0 \\ \sigma_0 \left( \frac{\|\boldsymbol{\theta}(k)\|}{M_0} - 1 \right) & \text{if } M_0 \leq \|\boldsymbol{\theta}(k)\| \leq 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{if } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| > 2M_0 \end{cases} \quad (3.90)$$

O Diagrama de blocos da estrutura adaptativa do controlador RMRAC de primeira

ordem é mostrado na Figura 3.1

Figura 3.1 – Diagrama de blocos do controlador RMRAC de ordem reduzida.



Fonte: Autor

### 3.3.2 Projeto do Controlador

Nesta Seção, é realizado o projeto do controlador RMRAC para uma planta cuja parte modelada é de primeira ordem para um conversor CC/CA de 5,4kW conectado à rede de energia elétrica através de filtro LCL, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 2.1. O projeto considera, como mostrado na seção de desenvolvimento da lei de controle anterior, um modelo reduzido da planta, que fará com que a estabilidade e a convergência dos ganhos do controlador, seja um desafio para a lei de controle.

Para implementar o algoritmo adaptativo em um controlador digital, os 9 passos seguintes são executados em um período de amostragem  $T_s = \frac{1}{f_s}$ :

- 1) Amostragem das tensões  $v_{ab}$  e  $v_{bc}$  vide Figura (2.1), correntes AC do lado do conversor de duas linhas ( $i_{ca}$  e  $i_{cb}$ ), tensões AC de duas linhas do capacitor  $C$  ( $V_{an}$  e  $V_{bn}$ ), correntes AC do lado da rede de duas linhas ( $i_{ga}$  e  $i_{gb}$ ) e a tensão do barramento ( $V_{CC}$ );

Então em coordenadas  $\alpha\beta$ :

- 2) Atualização do sinal de referência  $r(k)$ ;
- 3) Atualização da saída do modelo de referência:  $y_m(k)$ ;

- 4) Atualização do vetor regressor  $\zeta(k)$ ;
- 5) Atualização da função  $\sigma(k)$  - *modification*;
- 6) Atualização do erro aumentado  $\epsilon(k)$ ;
- 7) Atualização do sinal  $\bar{m}^2(k)$ ;
- 8) Atualização da ação de controle  $u(k)$ ;
- 9) Atualização dos ganhos do controlador:  $\theta(k+1)$ .

O modelo nominal da planta, descrita em (2.28), quando discretizada com um tempo de amostragem  $T_s$ , torna-se

$$G_p(z) = \frac{0,01552z^2 + 0,05818z + 0,01533}{z^3 - 1,944z^2 + 1,933z - 0,9749} \quad (3.91)$$

Considerando a parte modelada da planta descrita em (2.29), obtêm-se no domínio da frequência discreta (Zadé)

$$G_0(z) = \frac{0,1527}{z - 0,9847} \quad (3.92)$$

O modelo de referência deve possuir ganho unitário e sem atenuação do sinal de referência na frequência de interesse ( $f = 60Hz$ ). Para a escolha do modelo de referência, primeiramente foi definido um modelo dado por

$$W_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m} = \frac{6015}{s + 6015} \quad (3.93)$$

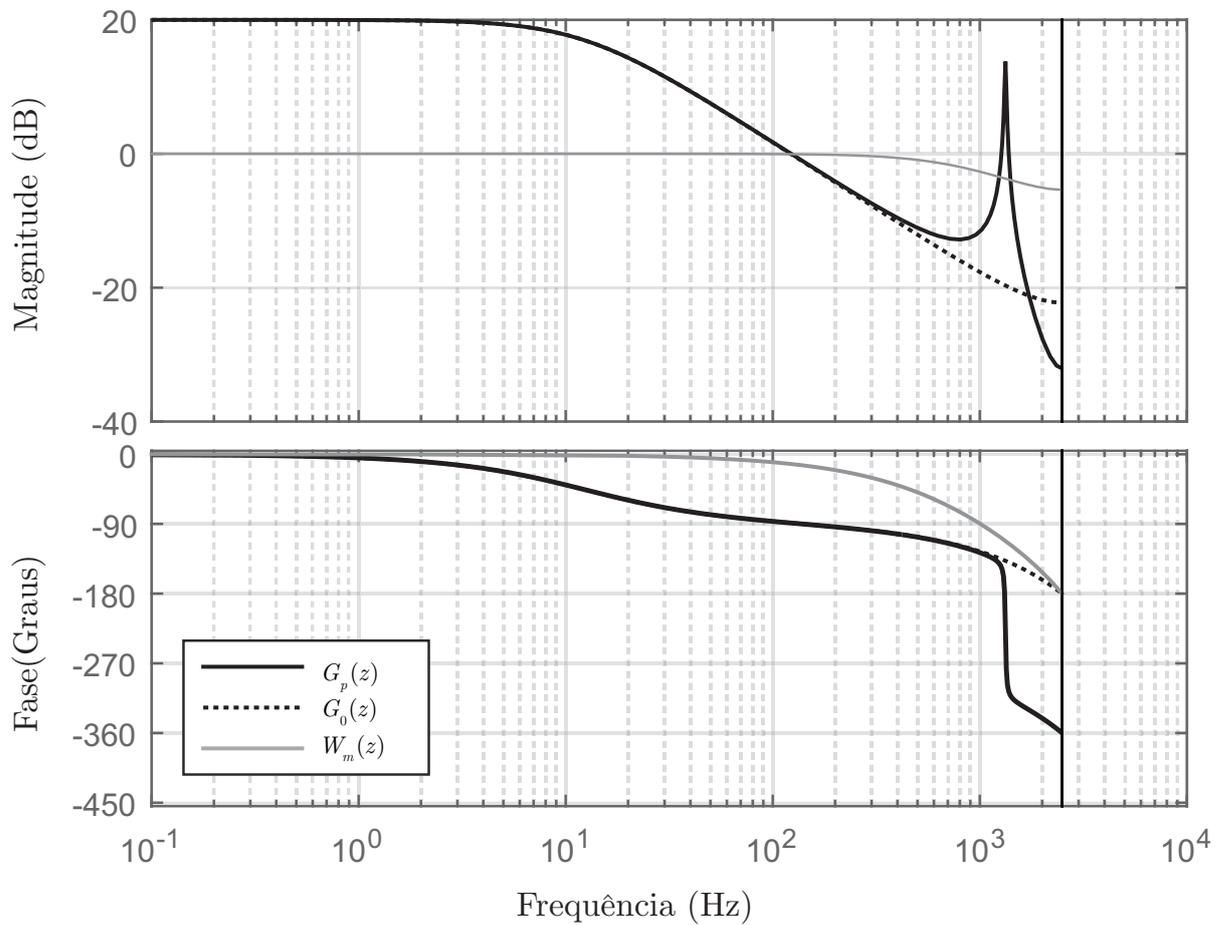
onde  $a_m$  foi escolhido com frequência aproximadamente dez vezes a frequência de  $G_0(s)$  e ganho de bode unitário. Discretizando (3.93) com um tempo de amostragem  $T_s$  definido na Tabela (2.1) obtêm-se um modelo discretizado

$$W_m(z) = \frac{0,7}{z - 0,3} \quad (3.94)$$

Todos os modelos acima foram discretizados utilizando a função `c2dm` do *Matlab* incluindo um segurador de ordem zero (*ZOH*) com o mesmo tempo de amostragem  $T_s$  apresentado na Tabela 2.1. A referência  $r(k)$  de injeção de corrente, é um sinal senoidal com amplitude de  $15A$ , frequência de  $60Hz$  e fase  $0^\circ$ .

O diagrama de Bode da Figura 3.2, mostra a resposta em frequência discreta, das planta descritas em (3.91) e (3.92) e do modelo de referência (3.94). É importante salientar que a parte modelada da planta  $G_0(z)$ , de ordem reduzida, não apresenta o pico de ressonância tal como em  $G_p(z)$ , pois esta característica foi negligenciada e considerada como dinâmica não modelada.

Figura 3.2 – Digrama de Bode da planta  $G_p(z)$ , parte modelada da planta  $G_0(z)$  e modelo de referência  $W_m(z)$ .



Fonte: Autor

Ainda, para validar o desempenho do controlador, uma indutância de  $1mH$  com uma resistência parasita de  $50m\Omega$ , é adicionada em série com a rede após um dado período de simulação. O diagrama de Bode, Figura 3.3 mostra a resposta da planta em malha aberta considerando as variações na indutância do lado da rede  $L_{g2}$ , de  $0,3mA$  para  $1,3mH$ , e  $r_{g2}$ , de  $50m\Omega$  para  $100m\Omega$ . Note que a posição do pico de ressonância muda proporcionalmente à variação dos componentes do sistema, pois os polos e zeros do modelo da planta, dependem do valor da resistência e da impedância da rede. Entretanto, os polos em malha fechada são alocados, pelo sistema de controle, no mesmo ponto, para garantir que a saída da planta siga a saída do modelo de referência, mesmo com incerteza ou variação paramétrica e dinâmicas não modeladas. Logo, a lei de controle deverá ser suficientemente robusta a tais fenômenos, adaptando os ganhos do controlador em tempo real garantindo estabilidade e bom desempenho.

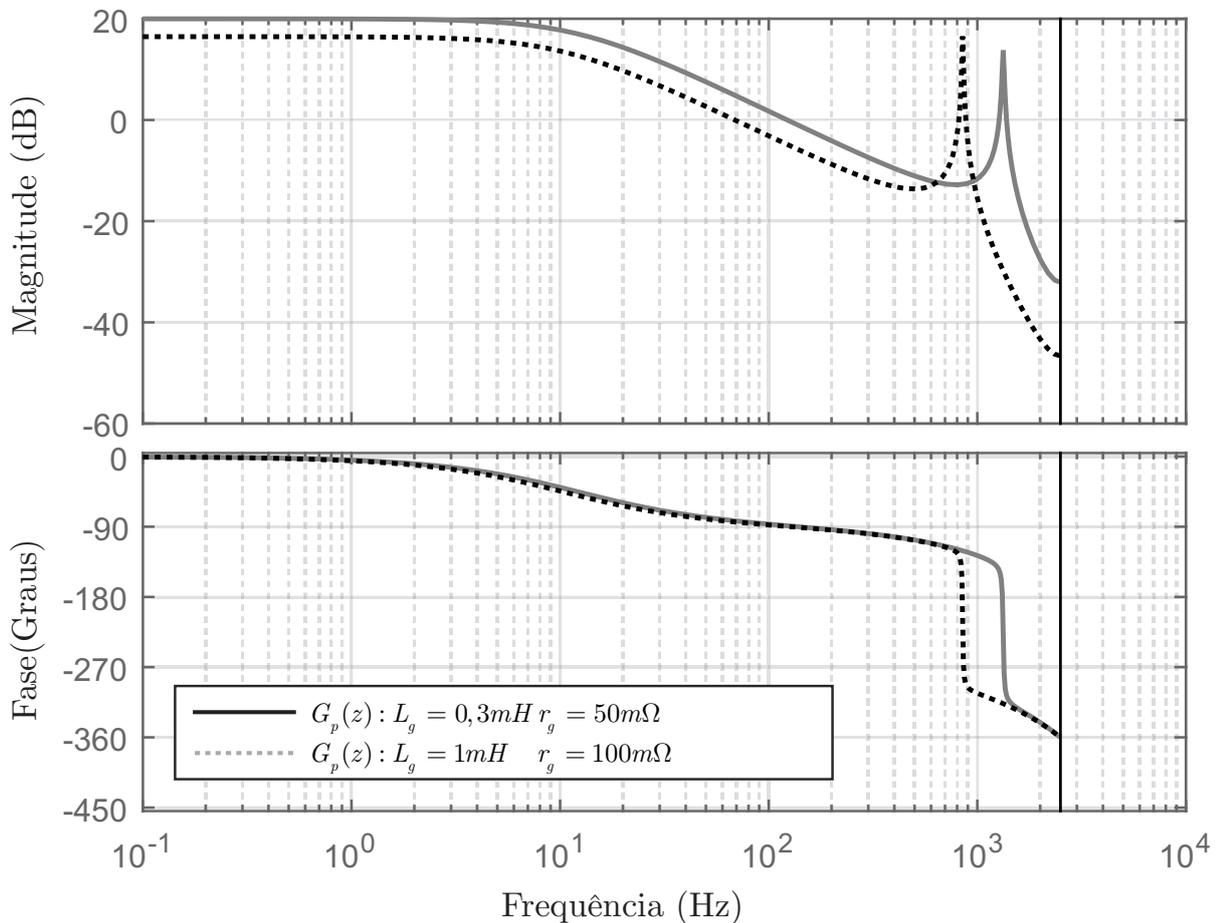
Antes de iniciar a operação em malha fechada, alguns parâmetros devem ser definidos. Como é possível ter uma certa ideia dos valores da impedância no PCC, os valores iniciais  $\theta(0)$  podem ser encontrados da condição de casamento, (LOH; HOLMES, 2005).

Assumindo o parâmetro  $L_g$  com valor nominal conforme Tabela 2.1, os ganhos iniciais  $\theta(0)$ , em  $\alpha\beta$  são definidos como

$$\theta\alpha(0) = \begin{bmatrix} -1,1132272 \\ -1,5838883 \\ 0,17147696 \\ 1,2114146 \end{bmatrix}, \quad \theta\beta(0) = \begin{bmatrix} -1,1196474 \\ -1,7000784 \\ 0,086289108 \\ 0,97911245 \end{bmatrix}$$

Para definir o vetor  $\theta(0)$ , em  $\alpha\beta$  foram realizadas algumas simulações partindo aleatoriamente de qualquer condição inicial. Após um transitório, quando o sistema entrou em regime permanente, foi interrompido a simulação e reinicializado o sistema com os valores  $\theta\alpha(0)$  e  $\theta\beta(0)$ .

Figura 3.3 – Diagrama de Bode da planta  $G_p(z)$  com variação paramétrica.



Fonte:

O valor do parâmetro ponderador do erro:  $\kappa$ , está intimamente relacionado com o tempo de amostragem. Para este projeto, como  $T_s = 2e^{-4}s$ , o valor de  $\kappa$  foi definido em 200. Este valor garante boa velocidade de convergência dos ganhos e estabilidade do sistema controlador. Os demais parâmetros de projeto foram escolhidos considerando

as hipóteses de estabilidade e robustez descritas nas Seções 3.2.2, 3.2.4 e 3.2.5. Maiores detalhes podem ser encontrados em (IOANNOU; TSAKALIS, 1986a) e (IOANNOU; TSAKALIS, 1986b). A Tabela 3.1 apresenta as definições iniciais e parâmetros de projeto do controlador.

Tabela 3.1 – Parâmetros de projeto do controlador.

Symbol	Value
$\gamma$	10
$\kappa$	200
$\sigma_0$	0.1
$M_0$	15
$\bar{m}^2$	4
$\delta_0$	0.7
$\delta_1$	1
$\zeta(0)$	[0 0 0 0 0 0]

### 3.3.3 Resultados de Simulação

Nesta Seção, alguns resultados de simulação são apresentados para avaliar o desempenho do controlador RMRAC aplicado a uma planta nominal de terceira ordem mas projetado para uma planta cuja parte modelada é de primeira ordem, que foi implementado no software PSIM para controle do conversor CC/CA conectado a rede através do filtro LCL, como mostrado na Figura 2.1

As definições do sistema e parâmetros do controlador são apresentadas nas Tabelas 2.1 e 3.1 respectivamente, assim como os ganhos iniciais  $\theta(0)$  em eixos  $\alpha\beta$ . Salienta-se que o ganho  $\theta_u$ , na simulação prévia, deve ser inicializado com o sinal correto para evitar divisão por zero.

As Figuras 3.4 e 3.5 apresentam, em eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , a saída da planta e a saída do modelo de referência  $y$  e  $y_m$ , a ação de controle  $u$ , o erro aumentado e o erro de rastreamento  $e_1$  e  $e_2$ .

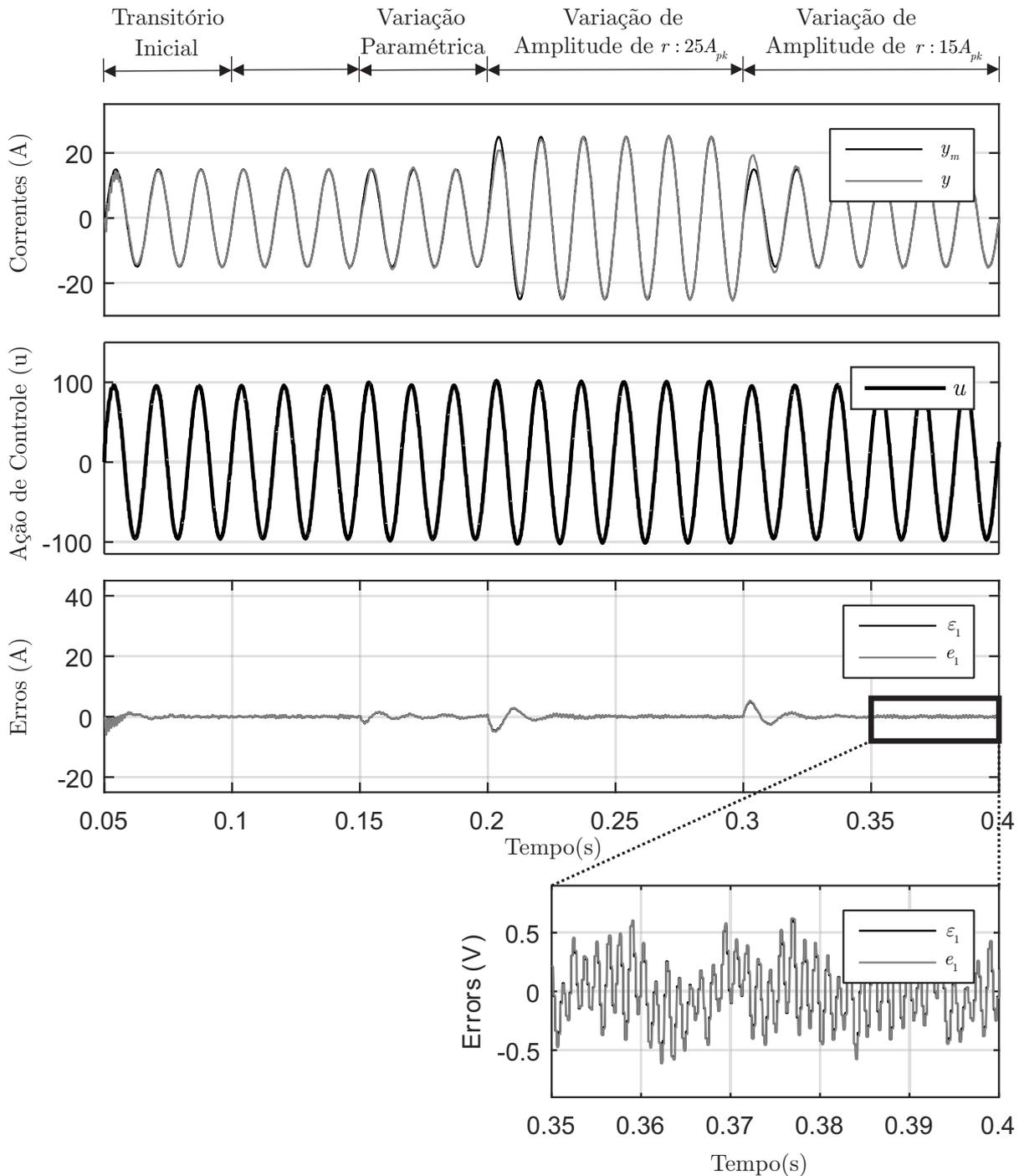
Em  $t = 0$  segundos, o sincronismo do conversor com a rede é iniciado. Em  $t = 0,05$  segundos, o conversor começa a operar com fator de potência unitário (potência ativa de corrente).

Em  $t = 0,015$  segundos, uma resposta transitória acontece em virtude da mudança dos parâmetros da indutância do lado da rede  $L_{g2}$ , de  $0,3mH$  para  $1mH$ . Verifica-se que o controlador consegue adaptar os ganhos e encontrar um novo ponto de operação.

Em  $t = 0,2$  segundos, uma resposta transitória acontece devido a um degrau de potência ativa de corrente, que passa de uma amplitude de  $15A_{pk}$  para  $25A_{pk}$ . Pode-se verificar que o erro de rastreamento e o erro aumentado apresentam um transitório acei-

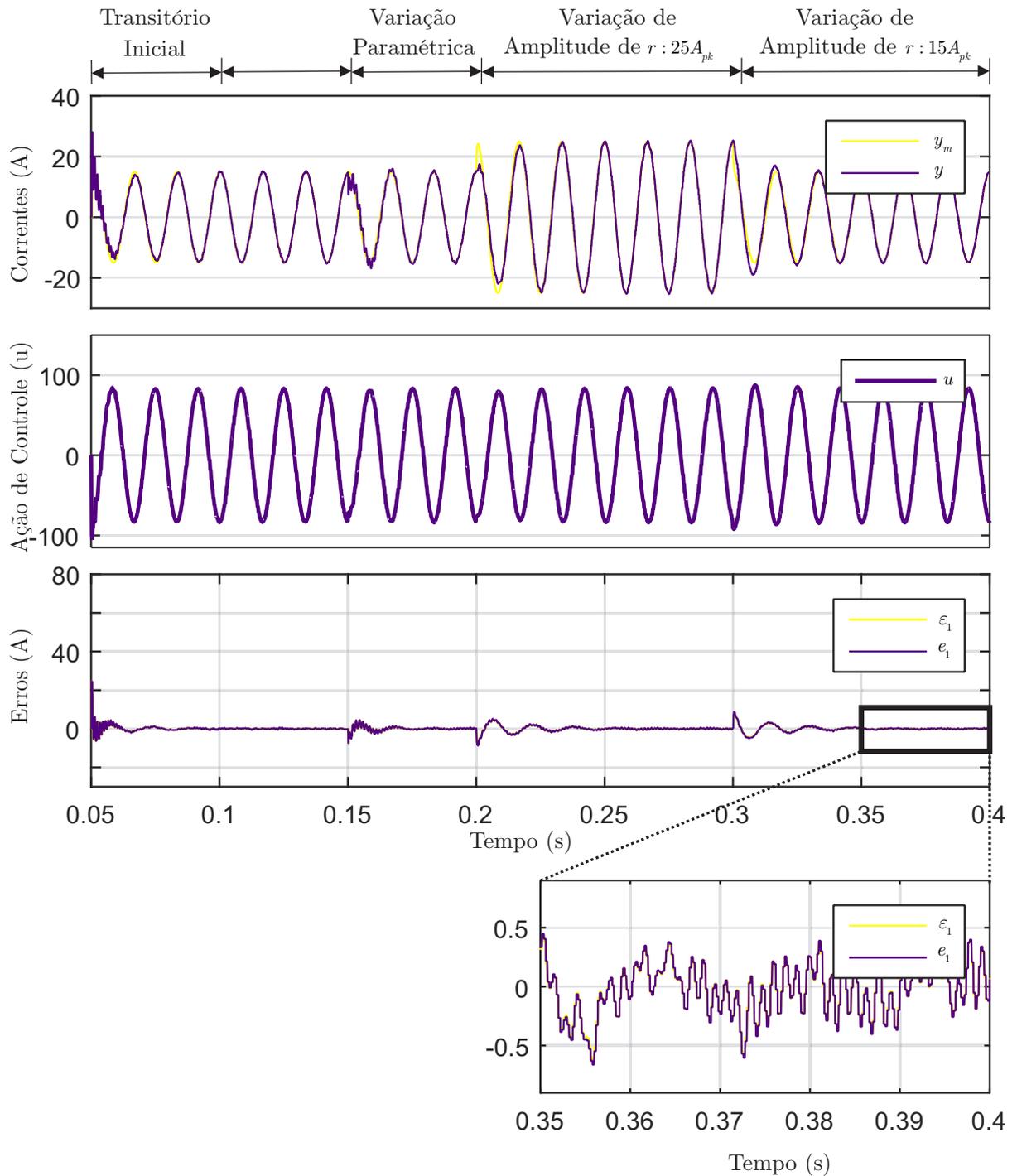
tável. Observa-se também que o controlador é capaz de lidar com as variações impostas ao sistema, resintonizando e fazendo com que a saída da planta siga a saída do modelo de referência, levando o erro próximo de zero em regime permanente. Após  $t = 0,3$  segundos, a referência de corrente é definida novamente com uma amplitude de  $15A_{pk}$ .

Figura 3.4 – Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\alpha$  frente a variações paramétricas e variação de amplitude.

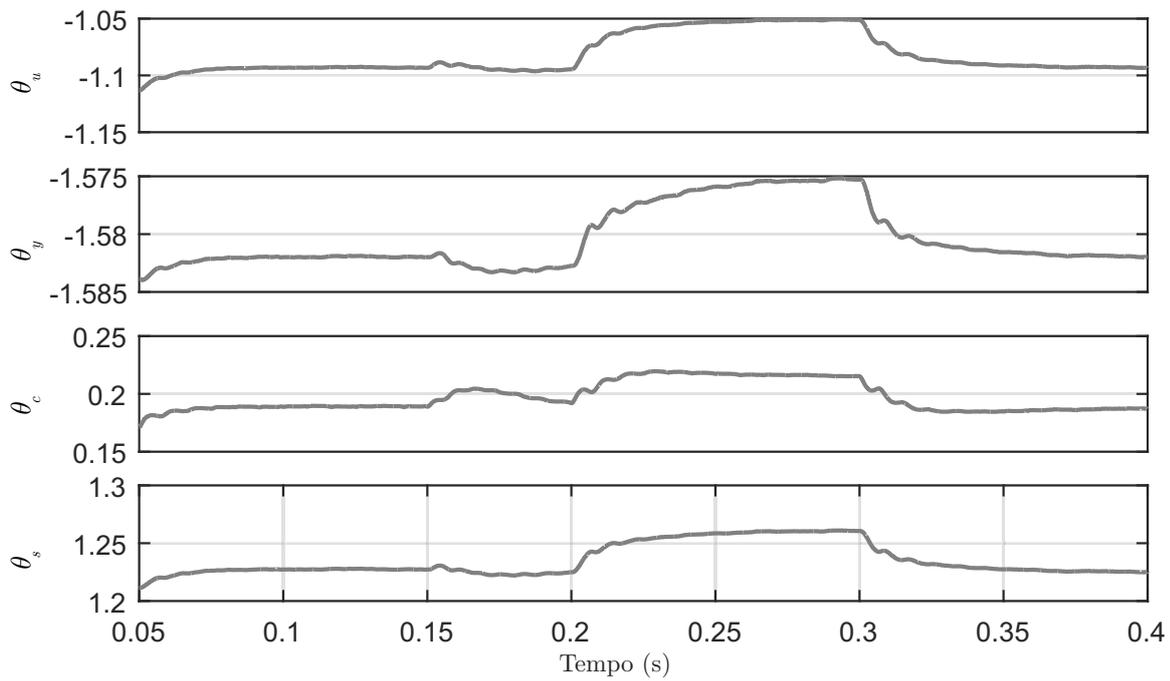


O desempenho do controlador pode ser analisado a partir do transitório inicial, variação paramétrica e variação de amplitude.

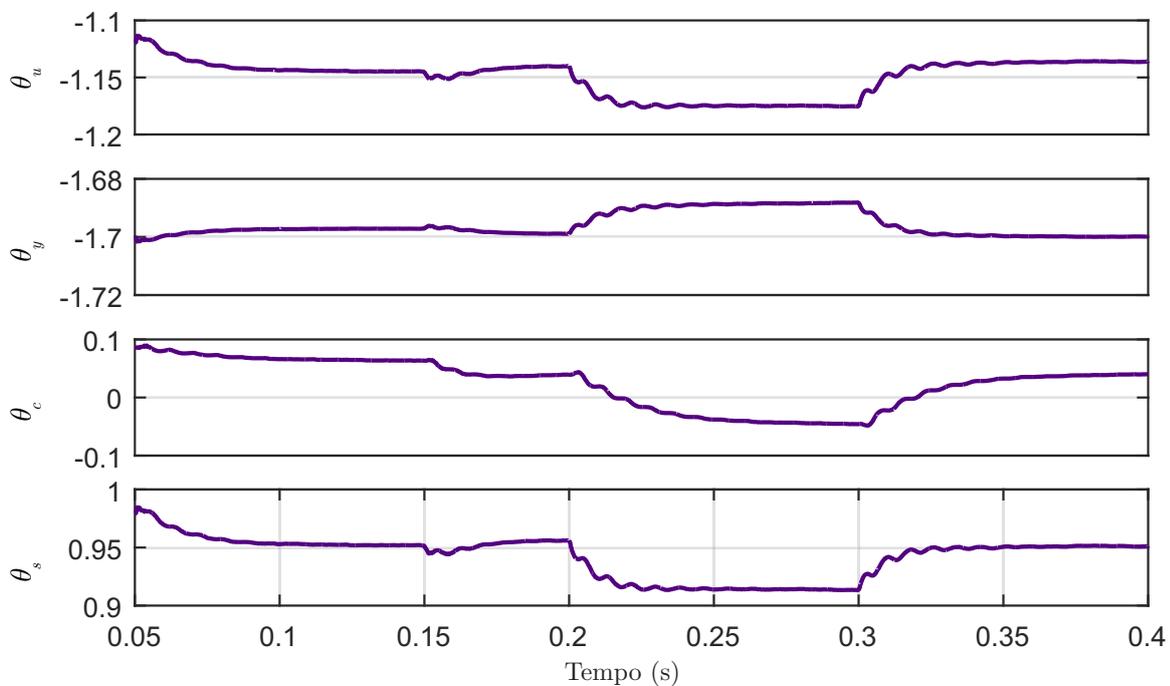
Figura 3.5 – Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\beta$  frente a variações paramétricas e variação de amplitude.



Fonte: Autor

Figura 3.6 – Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo  $\alpha$ .

Fonte: Autor

Figura 3.7 – Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo  $\beta$ .

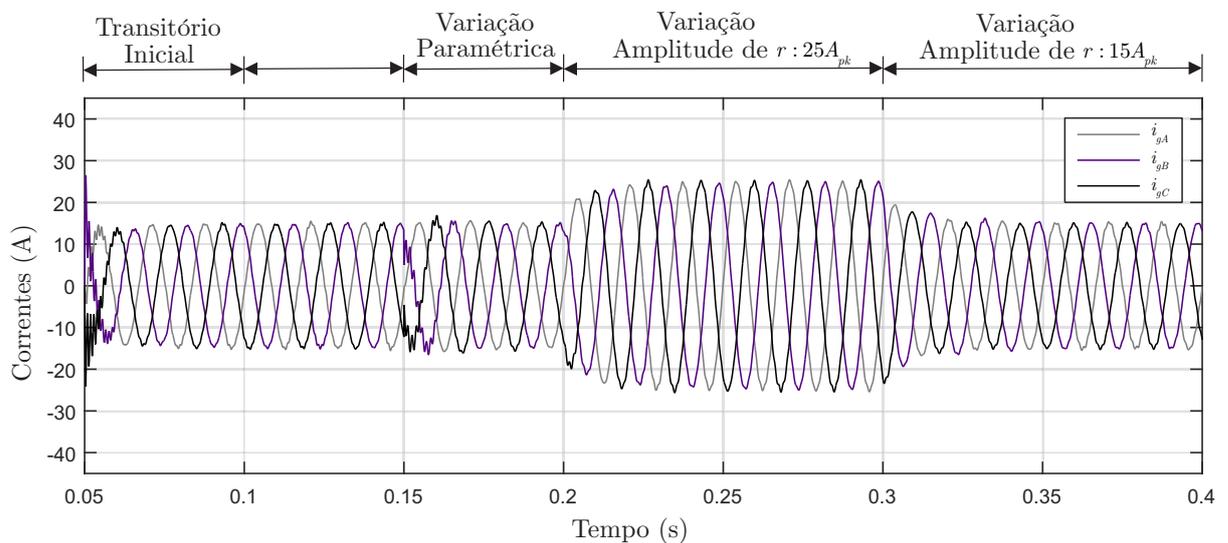
Fonte: Autor

As Figuras 3.6 e 3.7 apresentam a adaptação dos ganhos do controlador durante a simulação. O sistema não apresenta uma grande variação durante o transitório inicial,

devido ao controlador ter sido iniciado com os ganhos pré adaptados. Ainda, é possível observar uma certa similaridade dos ganhos dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . Devido às características intrínsecas da estrutura do controlador, há um esforço considerável de adaptação de ganhos quando o sistema é submetido a variações paramétricas e de amplitude do sinal.

A Figura 3.8 apresenta as correntes injetadas na rede em coordenadas  $abc$  do exemplo simulado. Pode-se observar que o controlador de corrente garante uma rápida resposta transitória e bom desempenho em regime permanente, mesmo sem o conhecimento prévio do valor da impedância da rede no PCC. O controlador foi projetado para uma planta cuja parte modelada é de primeira ordem e apresenta um esforço considerável para manter o erro de rastreamento pequeno na média (vide 3.4 e 3.5, ação de controle).

Figura 3.8 – Resultados de Simulação. Resposta transitória da planta frente a variações paramétricas e variações de amplitude de sinal em coordenadas  $abc$ .



Fonte: Autor

### 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste Capítulo foi apresentado e simulado um controlador adaptativo em tempo discreto que mostrou-se ser um bom candidato ao controle de conversores CC/CA conectados a rede através de filtro LCL. O objetivo foi o de reproduzir um controlador adaptativo RMRAC clássico para controlar uma planta nominal de terceira ordem o qual foi modelada como sendo de primeira ordem, conforme apresentado na literatura em (EVALD, 2020). Foi analisado o desempenho frente as mais diversas variações e distúrbios descritos no exemplo apresentado. Estes resultados serão usados para comparação com os resultados do controlador adaptativo preditivo robusto que é apresentado no próximo Capítulo.



## 4 Projeto e Simulação do Controlador OSAP Adaptativo

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste Capítulo, apresenta-se o controlador preditivo adaptativo robusto por modelo de referência. A lei de controle preditiva aliada ao adaptador de parâmetros e a um modelo de referência garantem que a saída da planta siga a saída do modelo de referência mesmo frente a variações paramétricas, distúrbios exógenos e dinâmicas não modeladas.

### 4.2 ESTRUTURA DO CONTROLADOR PREDITIVO BASEADO NO MODELO DA PLANTA (*MODEL PREDICTIVE CONTROL* - MPC)

Embora existam muitas estratégias de controle preditivo, todas apresentam uma mesma estrutura básica (CAMACHO; BORDONS, 1999), ou seja:

- 1) Uso explícito do modelo da planta para realizar a predição do processo em um intervalo de tempo futuro;
- 2) Cálculo da sequência da ação de controle futura de modo a minimizar uma função objetivo;
- 3) Estratégia de horizonte deslizante, na qual, a cada período de amostragem, o horizonte de predição é deslocado em direção ao futuro. Com isso, para cada sequência das ações de controle futuras calculadas em cada período de amostragem, apenas o primeiro sinal é aplicado ao sistema (NETO, 2010).

#### 4.2.1 Modelo da Planta e Perturbações

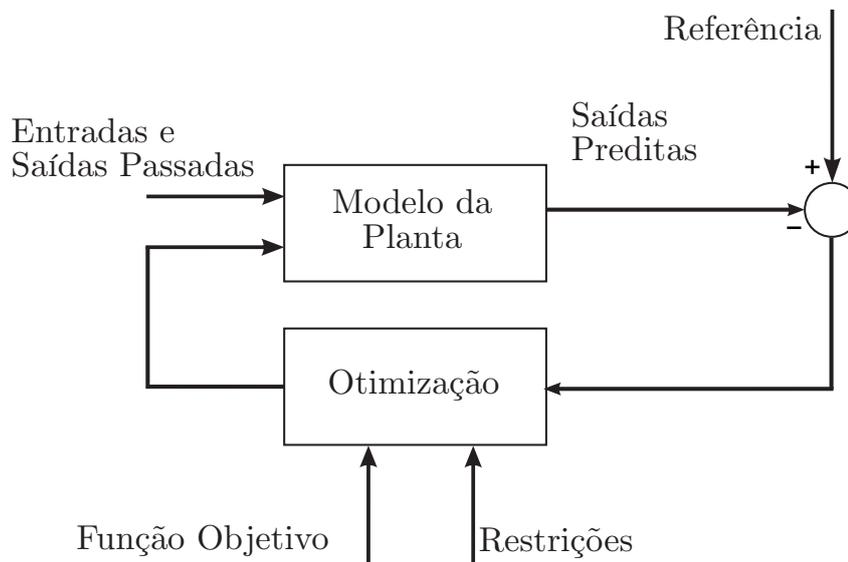
O modelo de predição consiste no elemento mais importante dos controladores preditivos, pois toda a proposta se baseia na predição, o mais fiel possível, da resposta do sistema a todo um conjunto de ações de controle, minimizadas por uma função custo, impostas dentro de uma janela de horizonte de predições. Qualquer divergência entre o modelo real e o predito da planta, irá deteriorar o desempenho deste controlador, mesmo que, de fato, apenas a primeira predição da ação de controle seja aplicada ao sistema.

Em geral, o modelo de predição é separado em duas partes. A primeira consiste no modelo da planta, que representa a relação entre as saídas e as entradas mensuráveis, que podem ser variáveis e/ou perturbações mensuráveis e/ou calculáveis. A segunda parte

consiste no modelo das perturbações não mensuráveis que descrevem o comportamento do sistema devido a imprecisões de modelagem, ruídos e dinâmicas não modeladas.

A Figura 4.1 apresenta a estrutura básica do MPC, a partir do modelo da planta conhecida.

Figura 4.1 – Diagrama de blocos da estrutura básica do MPC.



Fonte: Adaptado de (NETO, 2010)

#### 4.2.1.1 Modelo da Planta

Nos diversos controladores MPC, são encontradas praticamente todas as formas de se modelar uma planta ou um processo. Dentre as formas de modelagem, as mais utilizadas são:

- 1 Resposta Impulsiva: É utilizada no Algoritmo de Controle Baseado no Modelo da Planta (*Model Algorithm Control*, MAC) (RICHALET et al., 1976).
- 2 Resposta ao Degrau: Comumente usado pelo Controle Dinâmico Matricial (*Dinamic Matrix Control*, DMC), (CUTLER; RAMAKER, 1976), e suas variantes. É similar ao anterior, mas usa um degrau unitário como sinal de entrada.
- 3 Função de Transferência: Este modelo é usado em diversas topologias, das quais, destacam-se: GPC (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), UPC (SOETERBOEK, 1992), EPSAC (KEYSER; CUAWENBERGHE, 1985), EHAC (YDSTIE, 1984), entre outros. Uma das vantagens desta representação, é que pode ser usada para plantas instáveis e necessita, em geral, de poucos parâmetros para descrever o com-

portamento do sistema (o atraso de transporte, por exemplo, pode ser descrito como um parâmetro), porém é necessário se conhecer os mesmos.

- 4 Espaço de Estados: É usado no controle preditivo funcional (*Functional Predictive Control*, PFC). Sua principal vantagem é de que pode ser usado diretamente para plantas e processos multivariáveis.

O detalhamento das técnicas de obtenção do modelo da planta, de maneira geral, é apresentado em (CAMACHO; BORDONS, 1999) e (CAMACHO; BORDONS, 2004). Vale ressaltar que, o grande desafio de um controlado MPC, é justamente, obter o modelo da planta com maior exatidão possível e aplicar a ação de controle preditiva otimizada. As mais variadas técnicas apresentadas acima, buscam reduzir as imprecisões intrínsecas dos modelos lineares ou linearizados, ou ainda, garantir robustez do controlador frente a perturbações e ruídos. Porém, modelos não lineares também podem ser usados para descrever a dinâmica do processo quando os modelos lineares não geram bons resultados.

Considerando a modelagem da planta por função de transferência, o qual será o modelo utilizado para desenvolver o controlador proposto neste trabalho, obtém-se

$$\hat{y}(k+j|k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k+j-1|k), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (4.1)$$

onde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$$

e

$$B(z^{-1}) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nz^{-n}$$

Esta consideração é razoável na prática porque, em geral, existe um atraso de tempo de uma amostra entre a aplicação da ação de controle e a medição de seu efeito na saída da planta.

A solução do problema de modelos não lineares apresenta alguns inconvenientes adicionais como: (a) a obtenção do modelo da planta e/ou do processo e (b) a complexidade dos algoritmos de controle resultantes.

#### 4.2.1.2 Modelo das Perturbações

Tão importante quanto o modelo da planta, é o modelo das perturbações. O modelo mais utilizado para a descrição de perturbações determinísticas e estocásticas é o conhecido como Controle Auto-Regressivo Integrado de Média Móvel (*Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average*, CARIMA) (CAMACHO; BORDONS, 1999).

O modelo das perturbações não mensuráveis permite representar mudanças aleatórias, *off-sets* e outros fenômenos normalmente encontrados nos meios industriais, sendo usado diretamente no GPC, EPSAC, EHAC e UPC.

#### 4.2.1.3 Resposta Livre e Forçada

Uma característica da maioria dos MPC's lineares é o uso do conceito de resposta livre e resposta forçada (CAMACHO; BORDONS, 2004). A ideia é expressar a sequência de controle com adição dos dois sinais a seguir

$$u(k) = u_f(k) + u_c(k) \quad (4.2)$$

O sinal  $u_f(k)$  corresponde as entradas passadas e é mantido constante e igual ao último valor da variável calculada nos instantes de tempo futuro. O sinal  $u_c(k)$  é feito igual a zero no passado e igual aos incrementos de controle futuro.

A predição da sequência de saída é dividida em duas partes: uma delas  $y_f(k)$ , a resposta livre, corresponde à predição da saída quando as variáveis calculadas da planta são iguais a  $u_f(k)$  e a outra, a resposta forçada  $y_c(k)$ , corresponde à predição da saída da planta quando a sequência de controle é igual a  $u_c(k)$ . A resposta livre corresponde à evolução do processo devido aos controles passados, enquanto a resposta forçada é devido ao controle futuro.

#### 4.2.1.4 Função Objetivo

Os vários algoritmos MPC propõem diferentes funções de otimização para a lei de controle (CAMACHO; BORDONS, 2004). O principal objetivo é que a saída futura  $y(k)$  no horizonte considerado deve seguir um determinado sinal de referência  $r(k)$  e, ao mesmo tempo, ponderar o esforço da ação de controle  $\Delta u$  necessário para fazer com que esta variação da saída seja atingida. A expressão geral para tal função pode ser dada como

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (4.3)$$

Em alguns métodos o segundo termo, o qual considera o esforço de controle, não é levada em conta, enquanto que em outros, os valores do sinal de controle e não dos incrementos é usado. Os Parâmetros  $N_1$  e  $N_2$  são os horizontes de predição mínimo e máximo respectivamente e  $N_u$  é o horizonte de controle. Para plantas simples um

valor de  $N_u$  igual a 1 fornece geralmente controle aceitável. Os coeficientes  $\delta(j)$  e  $\lambda(j)$  são sequências que ponderam o comportamento futuro da saída da planta e da ação de controle, usualmente valores constantes ou sequências exponenciais são consideradas, (NORMEY-RICO; CAMACHO; BORDONS, 2007).

#### 4.2.1.5 Obtenção da Lei de Controle

De modo a obter valores  $u(k+j|k)$  é necessário minimizar a função custo em (??). Para fazer isto, o valor das saídas preditas  $\hat{y}(k+j|k)$  são calculadas como uma função dos valores de entradas e saídas e o sinal de controle futuro, fazendo uso do modelo escolhido e substituído na função custo, obtendo uma expressão cujo valor avança para os valores procurados. Se o sistema é linear e não contém restrições uma solução analítica pode ser usada, caso contrário é necessário um método de otimização. No caso linear com restrições, um método recursivo quadrático necessita ser implementado. Qualquer que seja o método, a resolução não é fácil, pois existe um elevado número de variáveis independentes.

Como descrito inicialmente, o maior desafio das mais diversas estratégias de controle MPC, é obter um modelo perfeitamente conhecido do processo e das perturbações, para assim, aplicar a estratégia de controle preditiva, otimizando o erro entre a trajetória de referência e a saída predita do modelo do processo. Logo, qualquer mudança na planta/ou processo, gera uma perda considerável de desempenho/estabilidade. Em muitos casos, faz-se uso de técnicas mais complexas para modelagem das perturbações e/ou restrições da lei de controle. Ainda, o MPC exige um esforço computacional maior do que o tempo de amostragem necessário, pois a otimização se dá a partir do cálculo de todas as previsões futuras da ação de controle aplicada à planta.

### 4.3 CONTROLADOR OSAP ADAPTATIVO

Nesta seção é apresentada a estrutura do controlador adaptativo preditivo robusto por modelo de referência. É também simulado e apresentado resultados de simulação.

#### 4.3.1 Estrutura do Controlador e Lei de Adaptação

Seja uma planta SISO, linear e invariante no tempo, descrita no domínio da frequência discreta como,

$$y = G(z)u = (G_0(z) [1 + \mu\Delta_m(z)] + \mu\Delta_a(z))u \quad (4.4)$$

onde  $G_0(z)$  é

$$G_0(z) = k_p \frac{Z_0(z)}{R_0(z)} \quad (4.5)$$

Seja ainda a parte modelada da planta dada por

$$G_0(z) = \frac{b}{z - a} \quad (4.6)$$

Seja um modelo de referência na forma

$$\frac{y_m(z)}{r(z)} = W_m(z) = \frac{b_m}{s + a_m} \quad (4.7)$$

Reescrevendo (4.6) como

$$zy(z) - ay(z) = bu(z) \quad (4.8)$$

que em tempo discreto é dada por

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k) \quad (4.9)$$

ou

$$y(k) = ay(k-1) + bu(k-1) \quad (4.10)$$

De (4.9), é desejado se obter uma relação cuja lei de controle seja capaz de fazer com que a saída da planta siga a saída do modelo de referência,

$$u(k) = \frac{y(k+1) - ay(k)}{b} \quad (4.11)$$

Substituindo (4.10) em (4.11) e fazendo  $y(k+1) = y_m(k+1)$ , tem-se

$$u(k) = \frac{y_m(k+1) - a(ay(k-1) + bu(k-1))}{b} \quad (4.12)$$

Ao definir  $y(k+1) = y_m(k+1)$ , a ação de controle deve fazer com que a saída da planta siga a saída do modelo de referência. Esta condição é atingida quando o adaptador de parâmetro encontra um conjunto de ganhos do vetor  $\theta$  capazes de minimizar a função objetivo escolhida.

Como mostrado em (4.8), reescrevendo (4.7) tem-se

$$y_m(k+1) = a_my_m(k) + b_mr(k) \quad (4.13)$$

Substituindo (4.13) em (4.11) e organizando-se os termos obtêm-se,

$$\frac{b}{b_m}u(k) - \frac{ab}{b_m}u(k-1) - \frac{a^2}{b_m}y(k-1) + \frac{a_m}{b_m}y_m(k) + r(k) = 0 \quad (4.14)$$

ou ainda

$$\theta_1 u(k) + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 y(k-1) + \theta_4 y_m(k) + r(k) = 0 \quad (4.15)$$

Então, (4.15) pode ser escrita numa forma compacta como

$$\boldsymbol{\theta}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) + r(k) = 0 \quad (4.16)$$

onde

$$\boldsymbol{\theta}^T(k) = [\theta_1(k) \ \theta_2(k) \ \theta_3(k) \ \theta_4(k)] \quad (4.17)$$

e

$$\boldsymbol{\omega}^T(k) = [u(k) \ u(k-1) \ y(k-1) \ y_m(k) \ r(k)] \quad (4.18)$$

Para a rejeição de distúrbios exógenos, é necessário incluir na lei de controle um sinal em fase  $V_s(k)$  e em quadratura  $V_c(k)$ . Tais componentes são descritas como

$$V_s(k) = A_s \sin(\omega_{ds} k T_s + \phi_s) \quad (4.19)$$

e

$$V_c(k) = A_c \cos(\omega_{dc} k T_s + \phi_c) \quad (4.20)$$

Onde  $A$ ,  $\omega_d$  e  $\phi$  são a amplitude, frequência e fase das componentes  $V_s(k)$  e  $V_c(k)$ , respectivamente.

Portando, a equação (4.15), torna-se

$$\begin{aligned} & \theta_1 u(k) + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 y(k-1) \dots \\ & \dots + \theta_4 y_m(k) + \theta_s V_s(k) + \theta_c V_c(k) + r(k) = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

com

$$\boldsymbol{\theta}^T(k) = \left[ \theta_1(k) \ \theta_2(k) \ \theta_3(k) \ \theta_4(k) \ \theta_s(k) \ \theta_c(k) \right]$$

e

$$\boldsymbol{\omega}^T(k) = \left[ u(k) \ u(k-1) \ y(k-1) \ y_m(k) \ V_s(k) \ V_c(k) \right]$$

A lei de adaptação paramétrica usada para sintonizar os ganhos do controlador é do tipo Gradiente, similar a usada em (IOANNOU; TSAKALIS, 1986b)

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = (\mathbf{I} - \sigma(k) \boldsymbol{\Gamma} T_s) \boldsymbol{\theta}(k) - T_s \kappa \frac{\boldsymbol{\Gamma} \zeta(k) \epsilon_1(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (4.22)$$

onde,  $\Gamma$  é uma matriz de ganhos simétrica definida positiva dada por  $\gamma \mathbf{I}$ ,  $\kappa$  é um ganho escalar positivo, o erro de rastreamento  $e_1 = y - y_m$ , o erro aumentado  $\epsilon_1 = e_1 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\zeta} - W_m(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\omega})$  e  $\boldsymbol{\zeta} = W_m(z)\boldsymbol{\omega}$  é o vetor regressor.

Seja  $\bar{m}^2$  um sinal majorante definido como

$$\bar{m}^2(k) = m^2(k) + \boldsymbol{\zeta}^T(k)\Gamma\boldsymbol{\zeta}(k) \quad (4.23)$$

onde  $m(k)$  é calculado como

$$m(k+1) = (1 - T_s\delta_0)m(k) + T_s\delta_1(|u(k)| + |y(k)|) \quad (4.24)$$

e  $m(0) \geq \delta_1/(1 - \delta_0)$ .

A função  $\sigma(k)$  é dada por

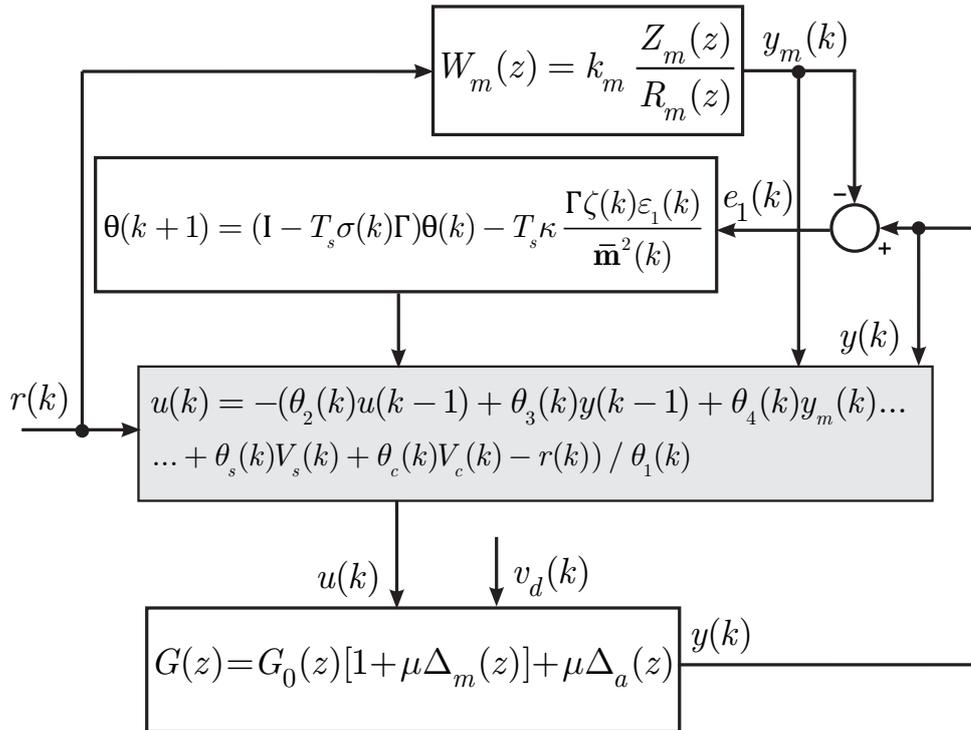
$$\sigma(k) = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| < M_0 \\ \sigma_0 \left( \frac{\|\boldsymbol{\theta}(k)\|}{M_0} - 1 \right) & \text{se } M_0 \leq \|\boldsymbol{\theta}(k)\| \leq 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}(k)\| > 2M_0 \end{cases} \quad (4.25)$$

onde  $\sigma_0$  é o valor máximo de  $\sigma(k)$ ,  $M_0$  é um valor superior a  $\|\boldsymbol{\theta}^*\|$  e  $M_0 > 2\|\boldsymbol{\theta}^*\|$ .

Mais informações sobre a função  $\sigma$ -modification podem ser encontradas em (IO-ANNOU; TSAKALIS, 1986a).

A Figura 4.2 apresenta o diagrama de blocos da estrutura adaptativa

Figura 4.2 – Diagrama de blocos do controlador OSAP Adaptativo.



### 4.3.2 Projeto do Controlador

Nesta Seção, é realizado o projeto do controlador OSAP Adaptativo para uma planta cuja parte modelada é de primeira ordem para um conversor CC/CA de 5,4kW conectado à rede de energia elétrica através de filtro LCL, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 2.1. O projeto considera, como mostrado na seção de desenvolvimento da lei de controle anterior, um modelo reduzido da planta.

Para implementar o algoritmo adaptativo em um controlador digital, os 9 passos seguintes são executados em um período de amostragem  $T_s$ :

- 1) Amostragem das tensões  $v_{ab}$  e  $v_{bc}$ , correntes AC do lado do conversor de duas linhas ( $i_{ca}e_{i_{cb}}$ ), tensões AC de duas linhas do capacitor  $C$  ( $V_{an}$  e  $V_{bn}$ ), correntes AC do lado da rede de duas linhas ( $i_{ga}e_{i_{gb}}$ ) e a tensão do barramento ( $V_{CC}$ )

Então em coordenadas  $\alpha\beta$ :

- 2) Atualização do sinal de referência  $r(k)$ ;
- 3) Atualização da saída do modelo de referência:  $y_m(k)$ ;
- 4) Atualização do vetor regressor  $\zeta(k)$ ;
- 5) Atualização da função  $\sigma(k)$  - *modification*;
- 6) Atualização do erro aumentado  $\epsilon(k)$ ;
- 7) Atualização do sinal  $\bar{m}^2(k)$ ;
- 8) Atualização da ação de controle  $u(k)$ ;
- 9) Atualização dos ganhos do controlador:  $\theta(k+1)$ ;

O modelo da planta e modelo de referência considerados são dados em (3.92) e (3.94) respectivamente, conforme apresentado no Capítulo anterior.

Para validar o desempenho do controlador, uma indutância de  $1mH$  com uma resistência parasita de  $50m\Omega$ , é adicionada em série com a rede após um dado período de simulação, mudando o valor da indutância do lado da rede  $L_{g2}$ , de  $0,3mA$  para  $1,3mH$ , e  $r_{g2}$ , de  $50m\Omega$  para  $100m\Omega$ .

Antes de iniciar a operação em malha fechada, alguns parâmetros devem ser definidos. Como é possível ter uma certa ideia dos valores da impedância no PCC, os valores iniciais  $\theta(0)$  podem ser encontrados da condição de casamento, (LOH; HOLMES, 2005). Assumindo o parâmetro  $L_g$  com valor nominal conforme Tabela 2.1, os ganhos iniciais  $\theta(0)$ , em  $\alpha\beta$  são definidos como

$$\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\alpha}(0) = \begin{bmatrix} -0.73565596 \\ 0.25063896 \\ -0.38088176 \\ 0.042796385 \\ 0.086722091 \\ 0.42407233 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\beta}(0) = \begin{bmatrix} -0.74094743 \\ 0.23399849 \\ -0.52122390 \\ -0.51915631 \\ 0.063335113 \\ 0.52586472 \end{bmatrix}$$

A Tabela 3.1 apresenta os valores iniciais e as definições do projeto do controlador.

Tabela 4.1 – Parâmetros de projeto do controlador.

Simbolo	Valor
$\gamma$	10
$\kappa$	200
$\sigma_0$	0.1
$M_0$	15
$\bar{m}^2$	4
$\delta_0$	0.7
$\delta_1$	1
$\boldsymbol{\zeta}(0)$	[0 0 0 0 0 0]

### 4.3.3 Resultados de Simulação

Nesta Seção, alguns resultados de simulação são apresentados para avaliar o desempenho do controlador OSAP aplicado a uma planta nominal de terceira ordem mas projetado para uma planta cuja parte modelada é de primeira ordem, que foi implementado no software PSIM para controle do conversor CC/CA conectado a rede através do filtro LCL, como mostrado na Figura 2.1

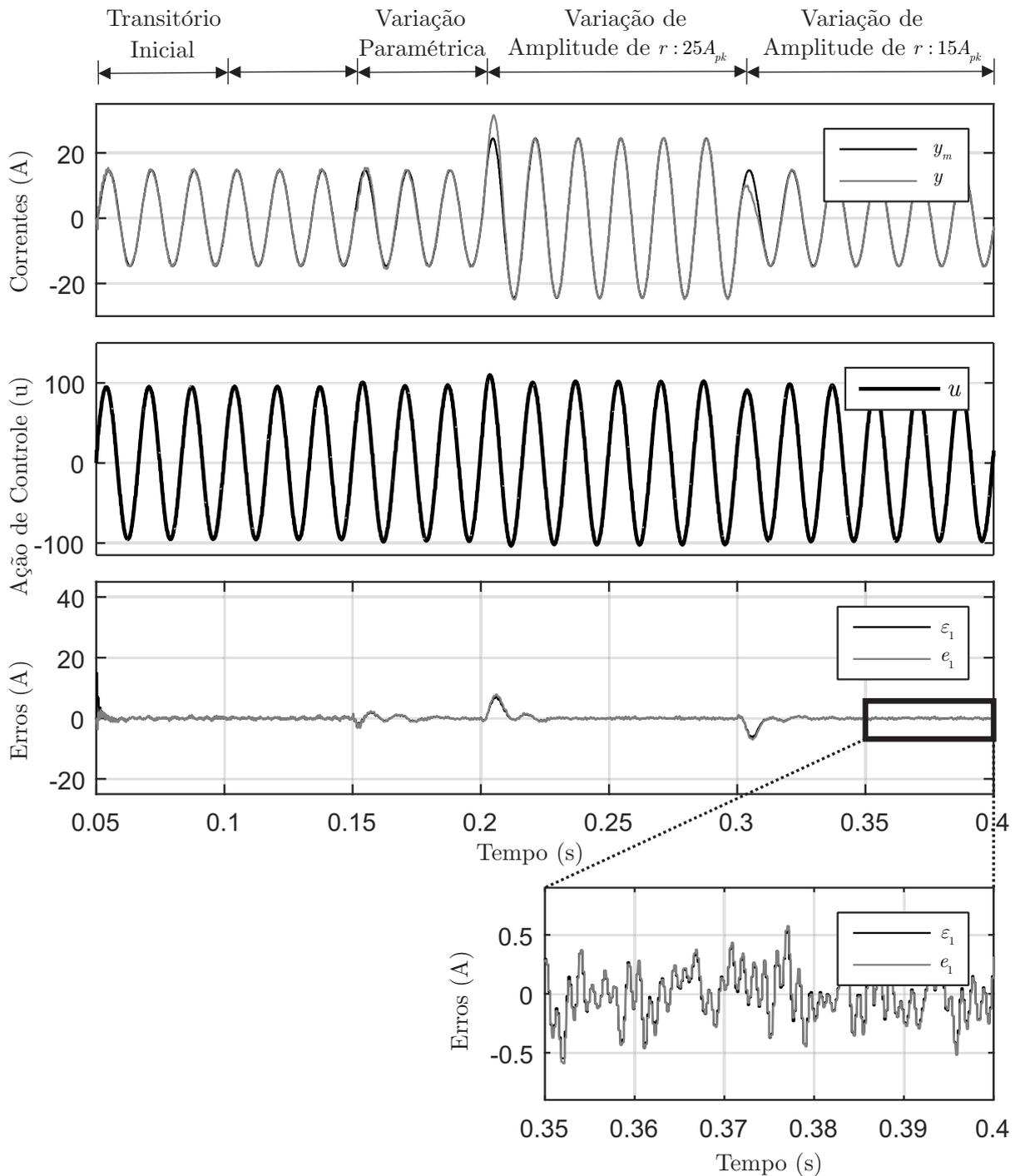
As definições do sistema e parâmetros do controlador são apresentadas nas Tabelas 2.1 e 4.1 respectivamente, assim como os ganhos iniciais  $\boldsymbol{\theta}(0)$  em eixos  $\alpha\beta$ . Salienta-se que o ganho  $\theta_u$ , na simulação prévia, deve ser inicializado com o sinal correto para evitar divisão por zero.

As Figuras 4.3 e 4.4 apresentam, em eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , a saída da planta e a saída do modelo de referência ( $y$  e  $y_m$ ), a ação de controle ( $u$ ), o erro aumentado e erro de rastreamento ( $\epsilon_1$  e  $e_1$ ).

Em  $t = 0$  segundos, o sincronismo do conversor com a rede é iniciado. Em  $t = 0,05$  segundos, o conversor começa a operar com referência de potência ativa de corrente.

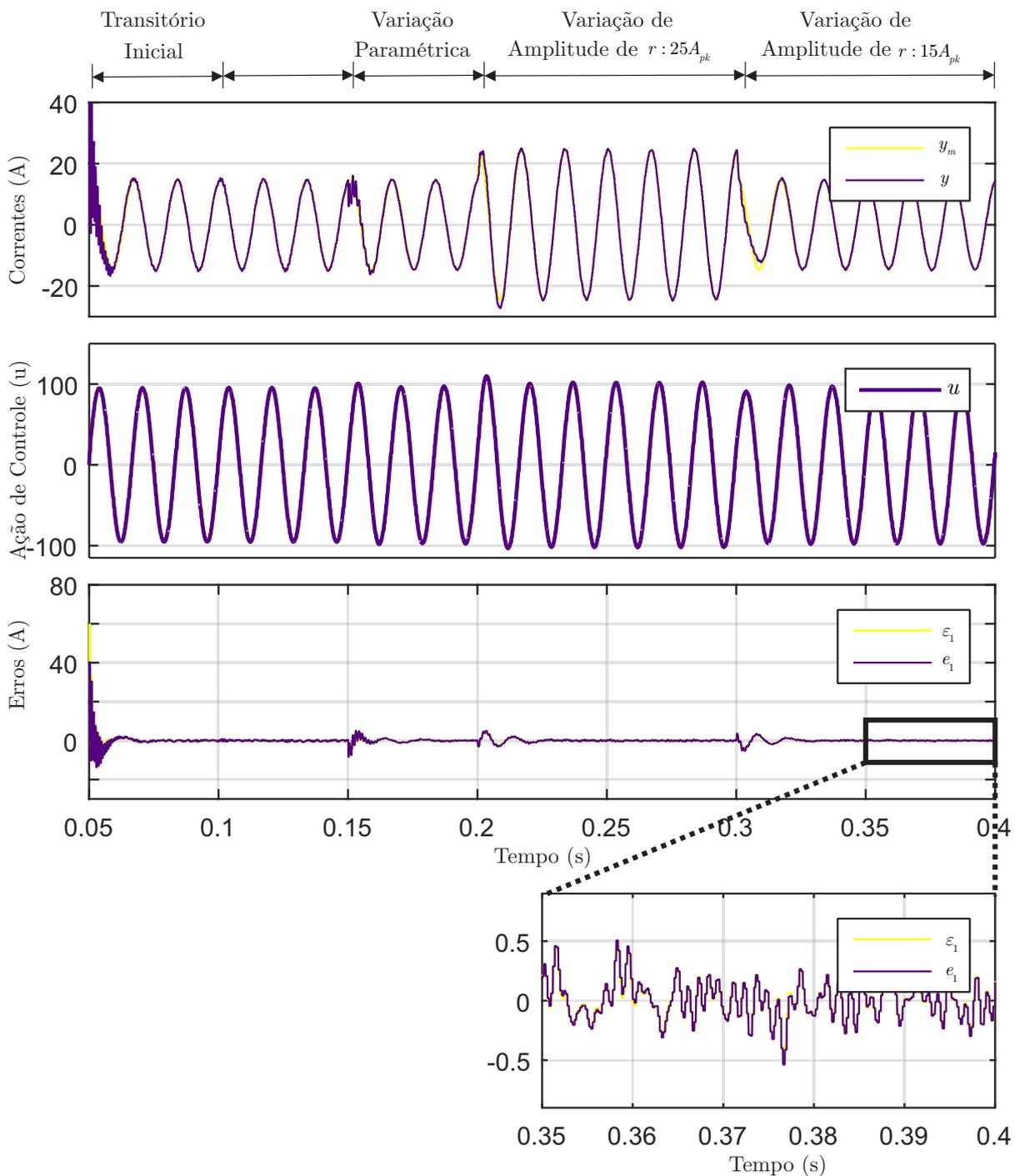
Em  $t = 0,015$  segundos, uma resposta transitória acontece em virtude da mudança dos parâmetros da indutância do lado da rede  $L_{g2}$ , de  $0,3mH$  para  $1mH$ . Verifica-se que o controlador conseguiu adaptar os ganhos e encontrar um novo ponto de operação.

Figura 4.3 – Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\alpha$  frente a variações paramétricas e variação de amplitude.



Fonte: Autor

Figura 4.4 – Resultado de Simulação. Resposta transitória do eixo- $\beta$  frente a variações paramétricas e variação de amplitude.

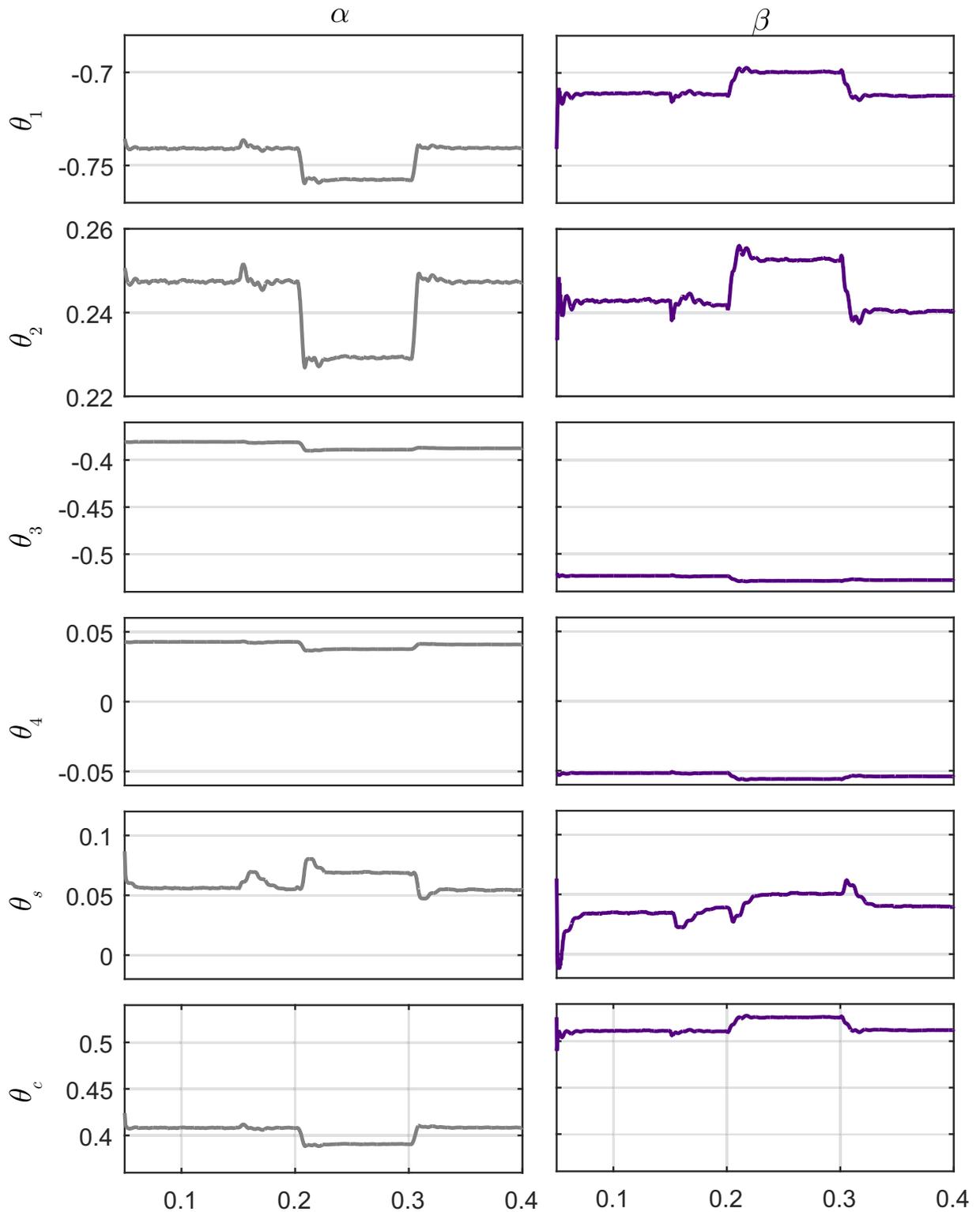


Fonte: Autor

Em  $t = 0,2$  segundos, uma resposta transitória acontece devido a um degrau de potência ativa de corrente  $r$ , que passa de  $15A_{pk}$  para  $25A_{pk}$ . Pode-se verificar que o erro de rastreamento e aumentado apresentam um transitório razoável, embora o controlador seja capaz de lidar com isso e sintonizar os ganhos fazendo com que a saída da planta siga

a saída do modelo de referência, levando o erro próximo de zero em regime permanente. Após  $t = 0,3$  segundos, a referência de corrente é definida em  $15A_{pk}$  novamente.

Figura 4.5 – Resultados de simulação. Adaptação dos ganhos, eixo  $\alpha$  e  $\beta$ .

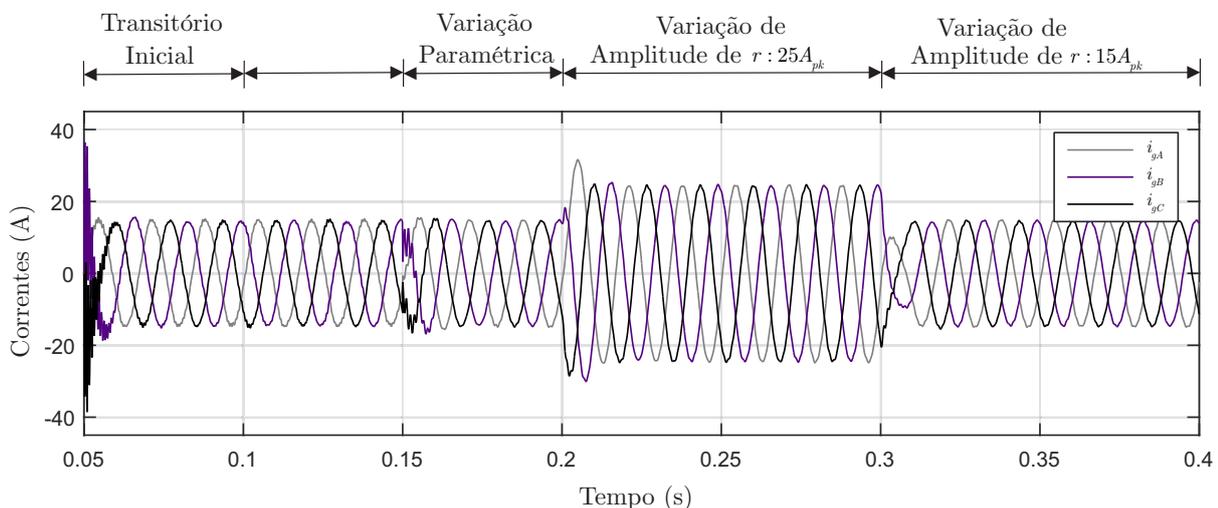


Fonte: Autor

A Figura 4.5 apresenta a adaptação dos ganhos do controlador durante a simula-

ção. O sistema não apresenta uma grande variação durante o transitório inicial, devido o controlador ter iniciado com os ganhos já adaptados. Ainda é possível noticiar uma similaridade dos ganhos dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . Devido as características intrínsecas da estrutura do controlador, há um esforço considerável de adaptação de ganhos, quando o sistema é submetido a variações de amplitude do sinal, uma vez que o modelo do processo apresenta imprecisões de modelagem, fator decisivo para garantir desempenho e estabilidade em controladores preditivos, porém o algoritmo de minimização do erro é capaz de lidar com tais variações e simplificações da planta garantindo convergência dos ganhos e estabilidade do sistema controlado. A Figura 4.6 apresenta as correntes injetadas na rede em coordenadas  $abc$  do controlador proposto, pode-se analisar que o controlador de corrente garanti uma rápida resposta transitória e bom desempenho em regime permanente, mesmo sem o conhecimento prévio do valor da impedância da rede no PCC. Visto que o controlador projetado, opera com um modelo reduzido da planta, este realiza um esforço considerado para manter o erro de rastreamento pequeno na média, mesmo quando submetido aos distúrbios impostos na simulação, mas dada simplificações da planta e redução dos cálculos necessários para sintetização da lei de adaptação e controle, seu desempenho nesta aplicação, é satisfatório.

Figura 4.6 – Resultados de Simulação. Resposta transitória da planta frente a variações paramétricas e variações de amplitude de sinal em coordenadas  $ABC$ .



Fonte: Autor

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este controlador adaptativo em tempo discreto mostrou ser um bom candidato ao controle de conversores CC/CA conectados a rede através de filtro LCL. A lei de controle preditiva apresentada com estrutura de adaptação e rastreamento da referência dos

controladores RMRAC, mostrou-se capaz de garantir desempenho frente a um modelo de ordem reduzida da planta, a variações paramétricas, a dinâmicas não modeladas, distúrbios exógenos e variações da referência do sistema. Considerações podem ser feitas sobre os transitórios de variação de amplitude, o qual evidencia-se um *overshoot*, se comparado ao controlador RMRAC simulado no Capítulo Anterior, como:

- 1) A lei de controle preditiva é desenvolvida a partir de um modelo simplificado, e busca de maneira intrínseca, zerar o erro no próximo período de amostragem, o que gera uma resposta mais "agressiva" da ação de controle;
- 2) A ação de controle calculada um passo a frente  $u(k+j|k)$  é aplicada na planta  $y(k|k)$ , o que justifica o comportamento descrito no item anterior, e a predição da ação de controle não considera perturbações futuras do sistema, como a variação da referência  $r(k)$ ;

Maiores detalhes e discussões são abordados no Capítulo seguinte, de análise e comparações com resultados experimentais obtidos em bancada.



## 5 Resultados Experimentais

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

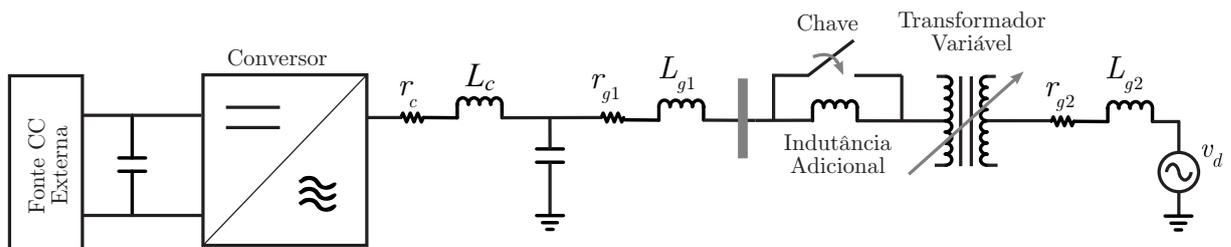
Neste Capítulo, apresenta-se os resultados obtidos em bancada experimental usando o controlador OSAP adaptativo desenvolvido, projetado e simulado no Capítulo anterior. Além disso, é realizado um comparativo com o controlador RMRAC apresentado no Capítulo 3.

### 5.2 BANCADA EXPERIMENTAL

A bancada experimental utilizada na obtenção de resultados experimentais é constituída de um conversor trifásico (a três fios) com filtro LCL conectado à rede de energia elétrica.

O conversor é conectado à rede de energia elétrica através de um transformador trifásico, ver Figura 5.1. Salienta-se que não há nenhum controle da tensão do barramento CC, conforme mostrado na Figura 2.1, entretanto, não houve comprometimento dos resultados experimentais obtidos.

Figura 5.1 – Configuração da Bancada Experimental com variação da impedância.



Fonte: Autor

Os controladores abordados neste trabalho, são testados experimentalmente no protótipo acima descrito. O controle é implementado em um DSP de ponto flutuante de 32 bits, modelo TMS320F28335 da empresa *Texas Instruments*. O protótipo implementado possui as mesmas características apresentadas na Tabela 2.1. Por se tratar de uma aplicação real, os valores das resistências  $r_c$ ,  $r_{g1}$  e  $r_{g2}$  e da indutância  $L_{g2}$  são considerados desconhecidos. Como os controladores a serem experimentados foram projetados levando em conta apenas as características do filtro LCL, indutâncias de  $1mH$  foram adicionadas em série aos terminais do transformador variável para emular uma rede com impedância desconhecida.

Quanto ao protótipo implementado, o projeto dos filtros com o objetivo de se obter uma otimização na atenuação das harmônicas, não é único, e envolve uma série de fatores, que não são o objetivo deste trabalho e portanto não foram levados em consideração. Uma metodologia bem aceita na literatura foi a proposta em (LISERRE M.; HANSEN S, 2005) e utilizada na construção do protótipo. Tal trabalho apresenta um método passo a passo do projeto do filtro LCL e discute as restrições deste projeto para manter a atenuação das harmônicas de alta ordem do lado da rede reduzidas.

Dentre os desafios para realizar o controle do conversor trifásico, é o sincronismo do controlador com as tensões trifásica da rede. Para isto, inicialmente são realizadas as medidas das tensões trifásica de linha no PCC e então estas tensões são convertidas para tensões de fase e, após isto, é realizada a transformação de tensões de fase para coordenadas  $\alpha\beta$ . Estas variáveis (tensões do PCC) em  $\alpha\beta$  são utilizadas para a obtenção dos sinais em fase e quadratura (seno e cosseno) da componente fundamental para posterior geração das referências de corrente. A obtenção dos respectivos sinais em fase e quadratura (da fundamental) é realizada através de um filtro de Kalman (CARDOSO et al., 2008).

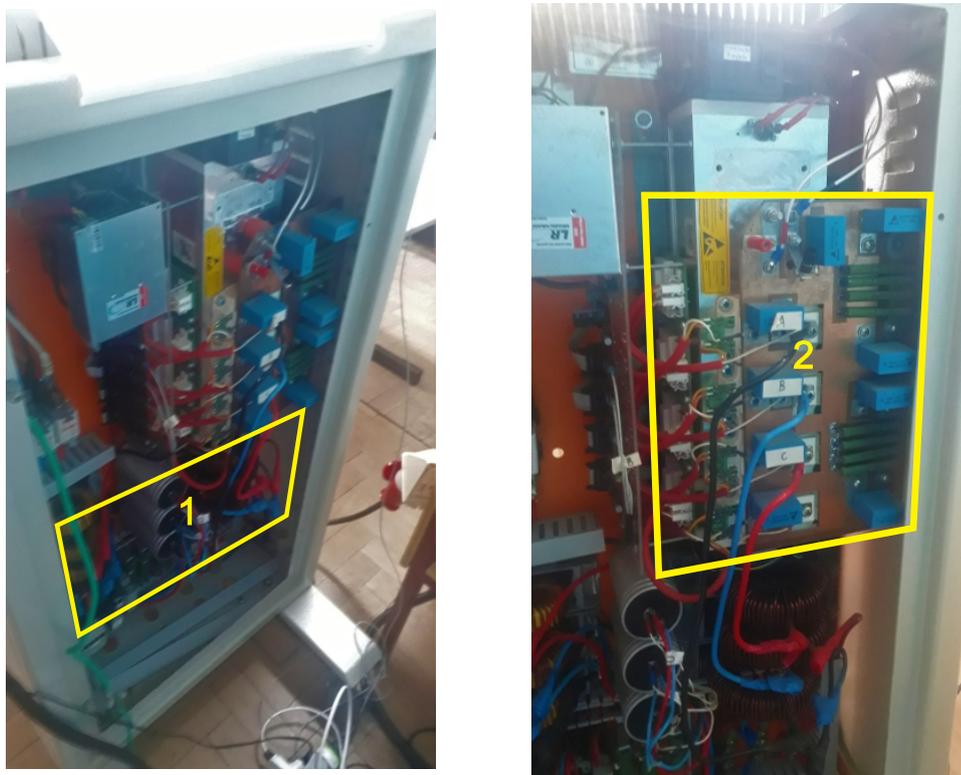
Para controlar o conversor trifásico a três fios, a lei de controle foi sintetizada a partir de uma modulação *Space Vector* (PINHEIRO et al., 2005). A bancada experimental utilizada é mostrada nas Figuras 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5.

Figura 5.2 – Bancada Experimental: 1 - Conversor Trifásico (5,4 kW), 2 - Fonte de alimentação, 3 - Transformador, 4 - Contatora com indutores em série com a rede (para teste de variação paramétrica), 5 - Computador utilizado para desenvolver e transferir o código em C para o DSP.



Fonte: Autor

Figura 5.3 – Bancada Experimental: 1- Filtro LCL, 2 - Conversor trifásico e sensores de tensão.



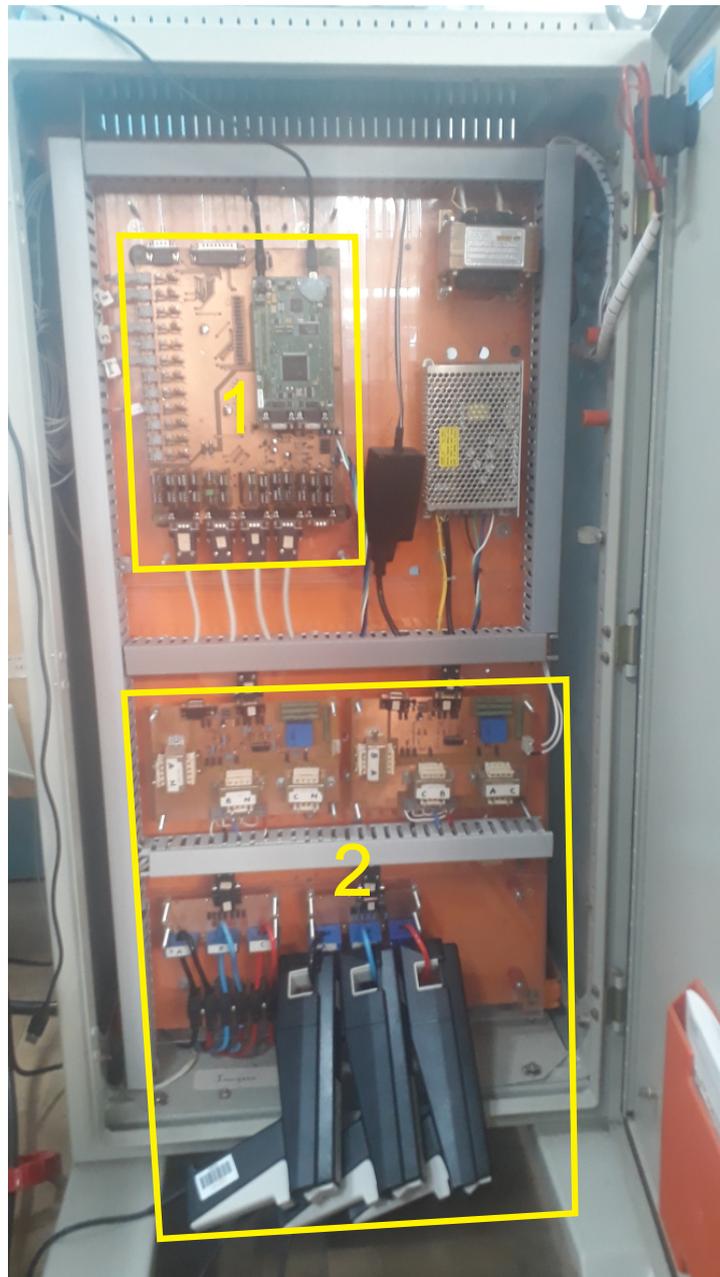
Fonte: Autor

Figura 5.4 – Bancada Experimental: 1 - Osciloscópio.



Fonte: Autor

Figura 5.5 – Bancada Experimental: 1 - DSP, 2 - Sensores de Corrente do lado da rede.



Ainda, a amplitude da tensão de linha da saída do conversor foi definida em 127V trifásico, sendo o transformador, responsável por converter esta tensão para valores da rede de energia elétrica, 220V entre fase e neutro. A tensão do barramento CC foi ajustada em 400V.

O tempo do experimento foi definido a partir das características do sistema: frequência de chaveamento e amostragem de 5040 Hz. Com isto, considerou-se uma frequência de captura de dados igual a 1260 Hz para o armazenamento dos mesmos na memória do microcontrolador (equivalente a uma amostra a cada quatro interrupções do microcontrolador). Como a memória interna do DSP (*buffer*) permite armazenar até 2000 amostras, o tempo total do experimento foi de 1,5873s ou aproximadamente 1,6s.

### 5.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

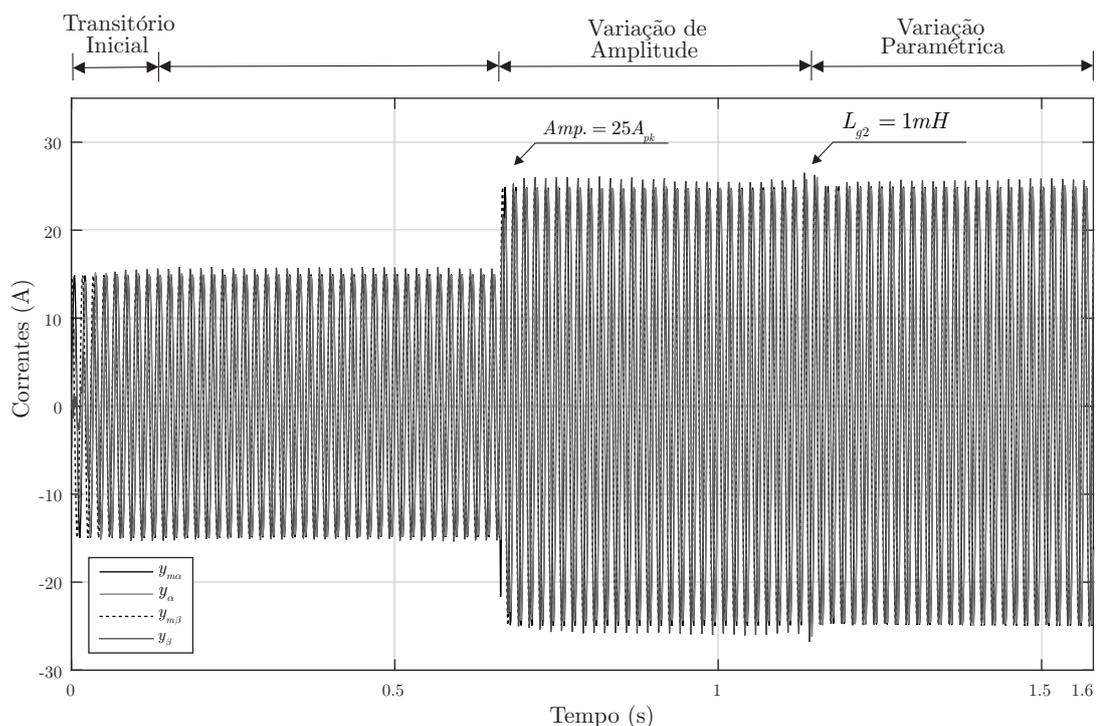
Os resultados experimentais estão relacionados com o controlador apresentado no Capítulo 3 e com o controlador apresentado no Capítulo 4. A sequência de abordagem dos resultados, segue abaixo:

- 1) Resultados experimentais do controlador RMRAC com análise e discussões a partir dos dados armazenados no *buffer* do DSP;
- 2) Resultados experimentais do controlador OSAP adaptativo com análise e discussões a partir dos dados armazenados no *buffer* do DSP;
- 3) Comparativo dos resultados experimentais das correntes de saída injetadas na rede, entre o controlador RMRAC e OSAP Adaptativo com análise espectral e discussões a partir dos dados obtidos do osciloscópio;

#### 5.3.1 Ensaio conectado à rede - RMRAC

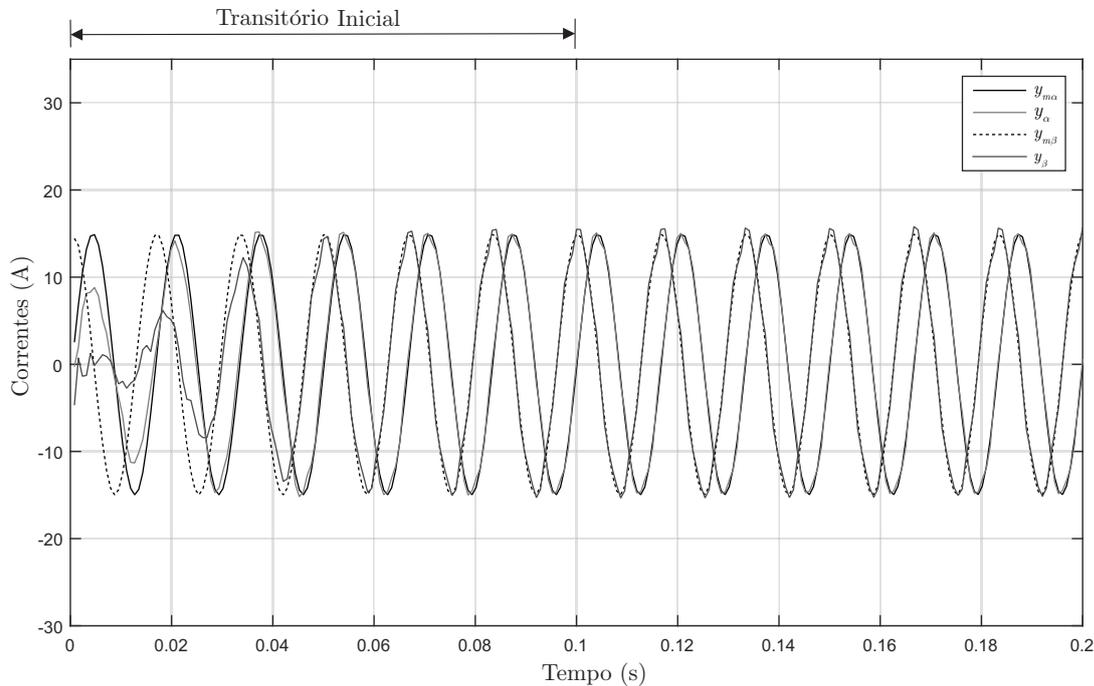
As Figuras 5.6 a 5.12 apresentam os resultados do conversor conectado à rede.

Figura 5.6 – Resultados Experimentais: Correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



Fonte: Autor

Figura 5.7 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador no transitório inicial, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



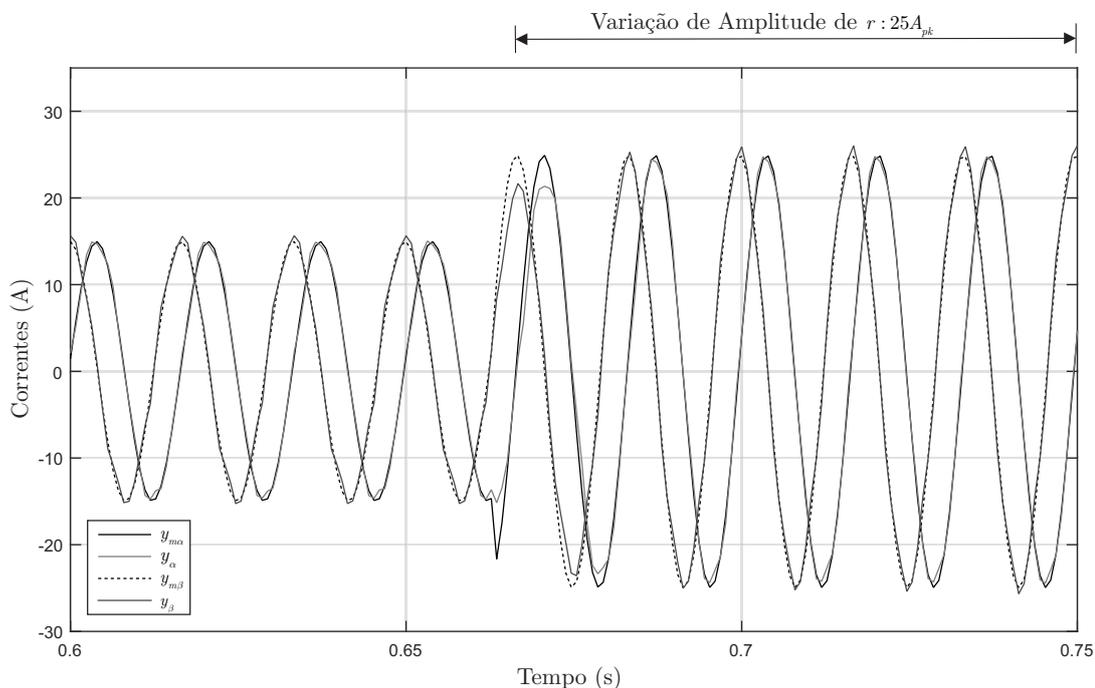
Fonte: Autor

Analisando a Figura 5.6, pode-se verificar que o controlador RMRAC apresenta um desempenho satisfatório no controle das correntes em coordenadas  $\alpha\beta$ , fazendo com que a saída da planta, ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ), siga a saída do modelo de referência, ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ). O controlador, mesmo partindo com os ganhos próximos dos verdadeiros, conforme Figura 5.7, apresenta um transitório inicial, este comportamento se deve ao fato de que algumas dinâmicas da bancada experimental não são completamente conhecidas e modeladas no controle, além de que as indutâncias  $L_{g1}$  e  $L_{g2}$ , na prática, não possuem um valor exato conforme consta na Tabela 2.1.

A Figura 5.8, apresenta o transitório frente a variação de amplitude do sinal  $r$  de  $15A_{pk}$  para  $25A_{pk}$ , pode-se verificar que o controlador consegue convergir rapidamente sem grandes dificuldades uma vez que este controlador é robusto a variações de amplitude, visto que possui um sinal de normalização.

Em um dado estante da simulação, é inserido uma indutância em série com a indutância do lado da rede, causando um mudança nos parâmetros do modelo da planta, mas conforme mostra a Figura 5.9, o controlador é capaz de encontrar um novo conjunto de ganhos  $\theta$  capaz levar o erro próximo de zero novamente.

Figura 5.8 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação de amplitude, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



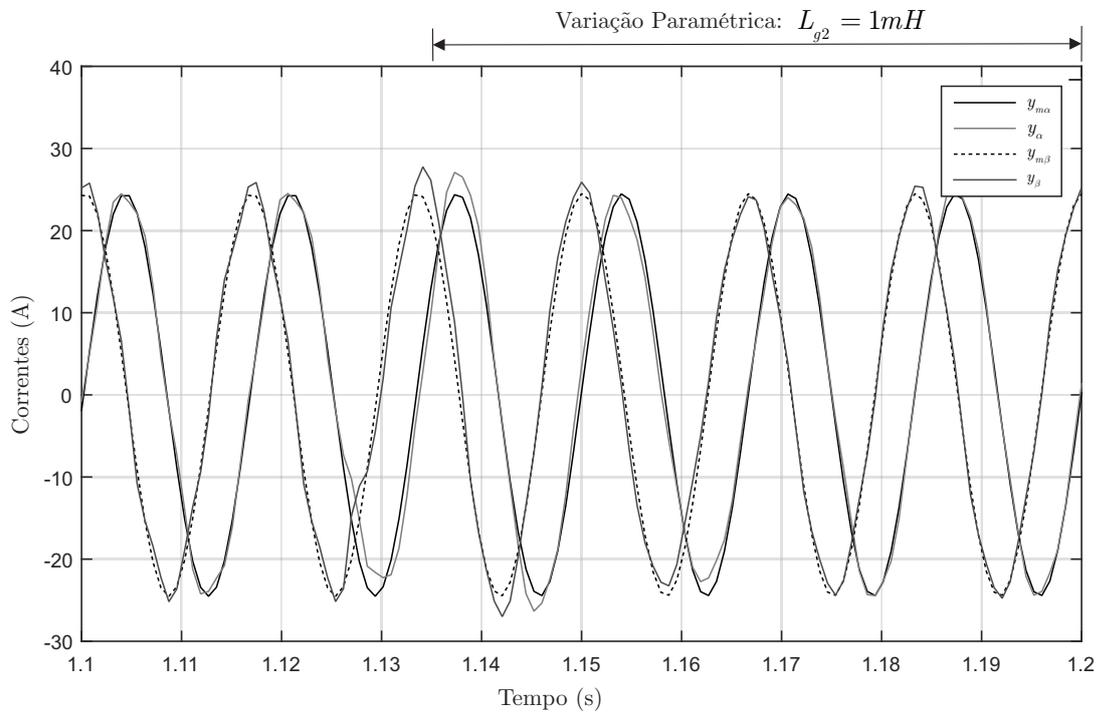
Fonte: Autor

A Figura 5.10 apresenta a ação de controle, ( $u_\alpha$  e  $u_\beta$ ), e a tensão do barramento ( $V_{CC}$ ). Observa-se que a ação de controle não satura em nenhum instante do experimento, mostrando que o controlador apresenta uma resposta suave às variações do sistema e distúrbios impostos à rede. A maior parte da parcela da ação de controle  $u$  provem da rejeição do distúrbio imposto pela conexão na rede de energia elétrica.

Os ganhos do controlador podem ser verificados nas Figuras 5.11 e 5.12. Pode-se verificar que os mesmos convergem para novas soluções sempre que o controlador é submetido a uma variação do sistema. Alguns fatores podem influenciar na velocidade de adaptação dos ganhos, e conseqüentemente no desempenho e estabilidade da ação de controle. Um destes fatores é a constante de compensação  $\kappa$  na equação de adaptação dos parâmetros. Para este experimento, definiu-se valores de projeto que pudessem ser igualmente reproduzidos no controlador RMRAC e no OSAP Adaptativo, para fins de posterior comparação de desempenho dos controladores.

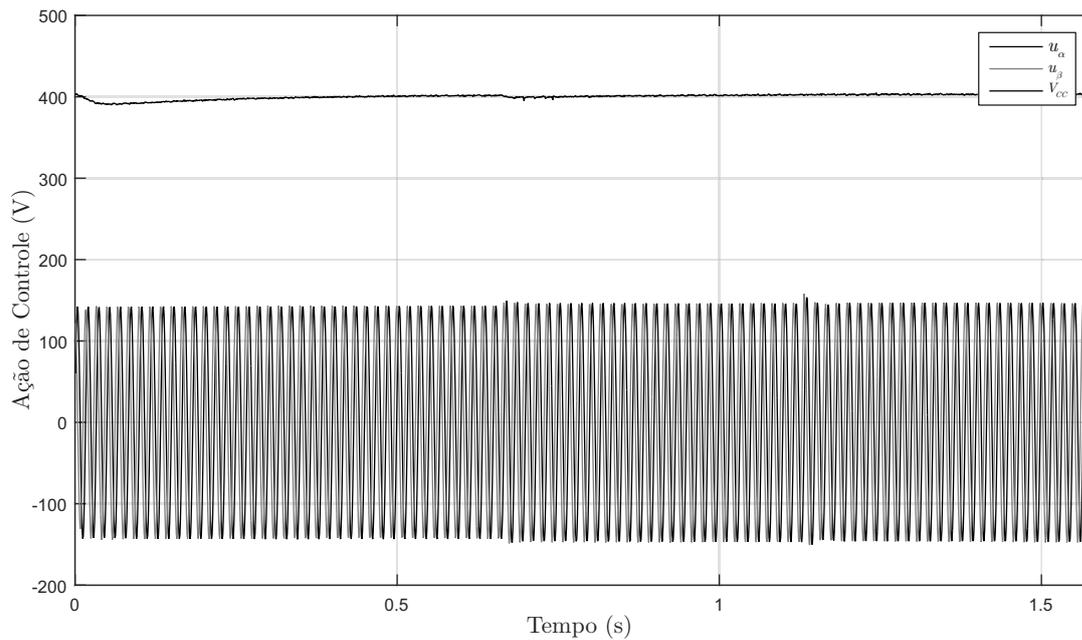
Os erros aumentados  $\epsilon_\alpha$  e  $\epsilon_\beta$  podem ser verificados na Figura 5.13. Note que o erro aumentado apresenta picos referentes aos instantes em que existe uma adaptação dos ganhos, seja no transitório inicial, variação de amplitude ou variação paramétrica. Observa-se também que regime permanente o erro aumentado tendem a zero.

Figura 5.9 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação paramétrica, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .

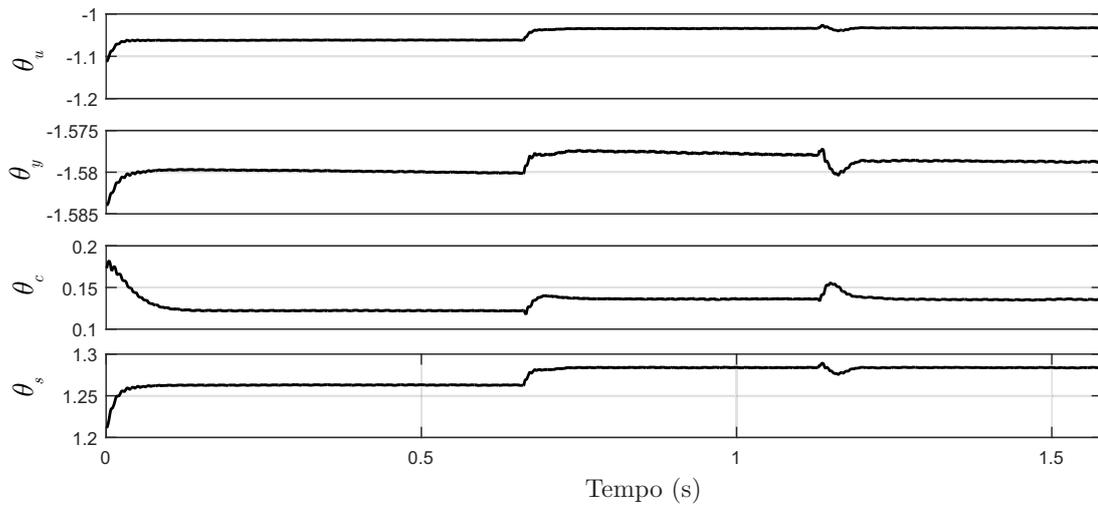


Fonte: Autor

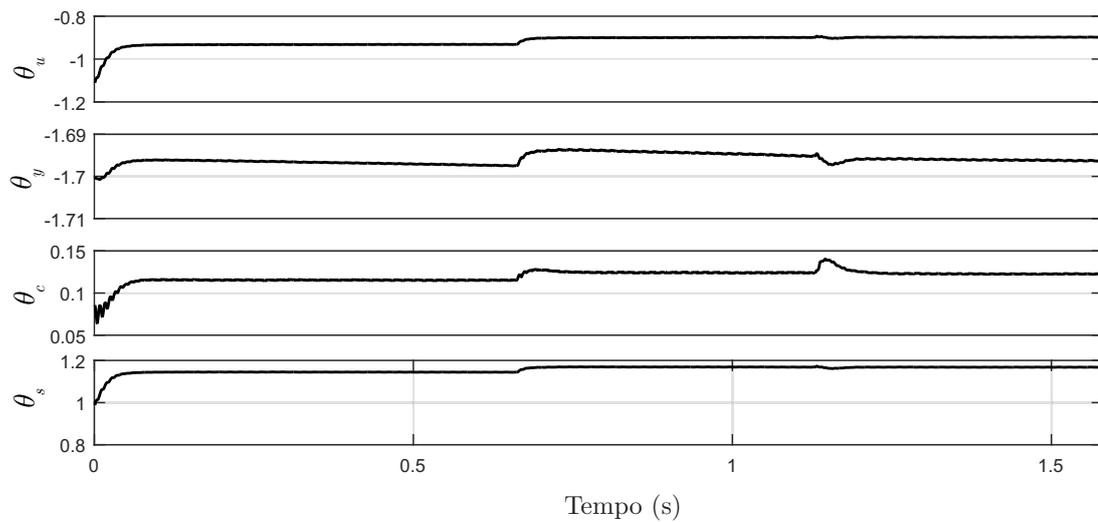
Figura 5.10 – Resultados Experimentais: Ação de controle  $u_\alpha$  e  $u_\beta$  e tensão do barramento  $V_{CC}$ .



Fonte: Autor

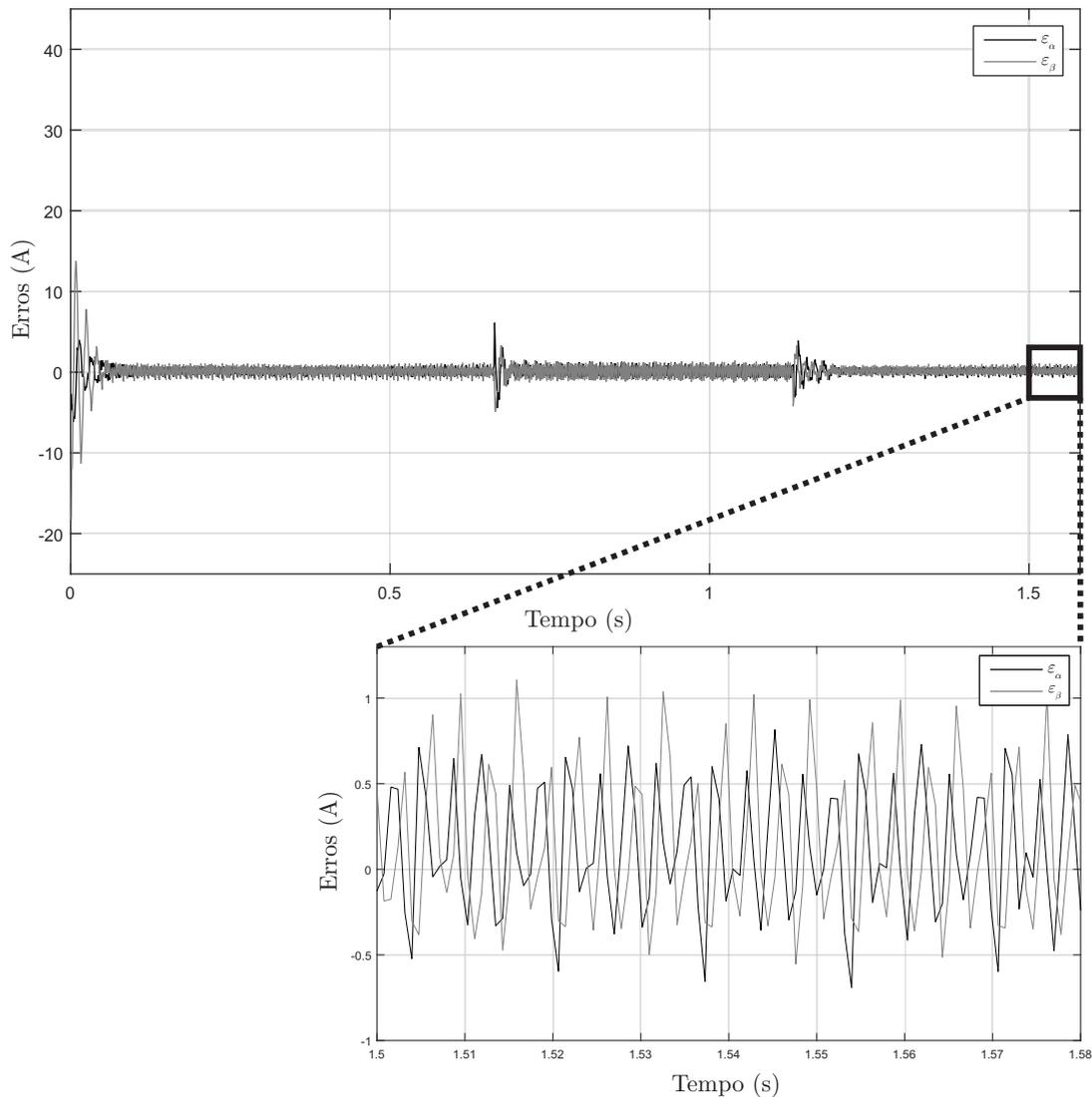
Figura 5.11 – Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas  $\alpha$ .

Fonte: Autor

Figura 5.12 – Resultados Experimentais: Ganhos em coordenadas  $\beta$ .

Fonte: Autor

De maneira geral, o controlador RMRAC é capaz de controlar o conversor trifásico conectado à rede com transitórios de curta duração e pequena amplitude. Na Seção 5.3.3, será realizado um comparativo com o controlador OSAP Adaptativo, analisando as correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  medidas pelo osciloscópio.

Figura 5.13 – Resultados Experimentais: Erro aumentado  $\epsilon_\alpha$  e  $\epsilon_\beta$ .

Fonte: Autor

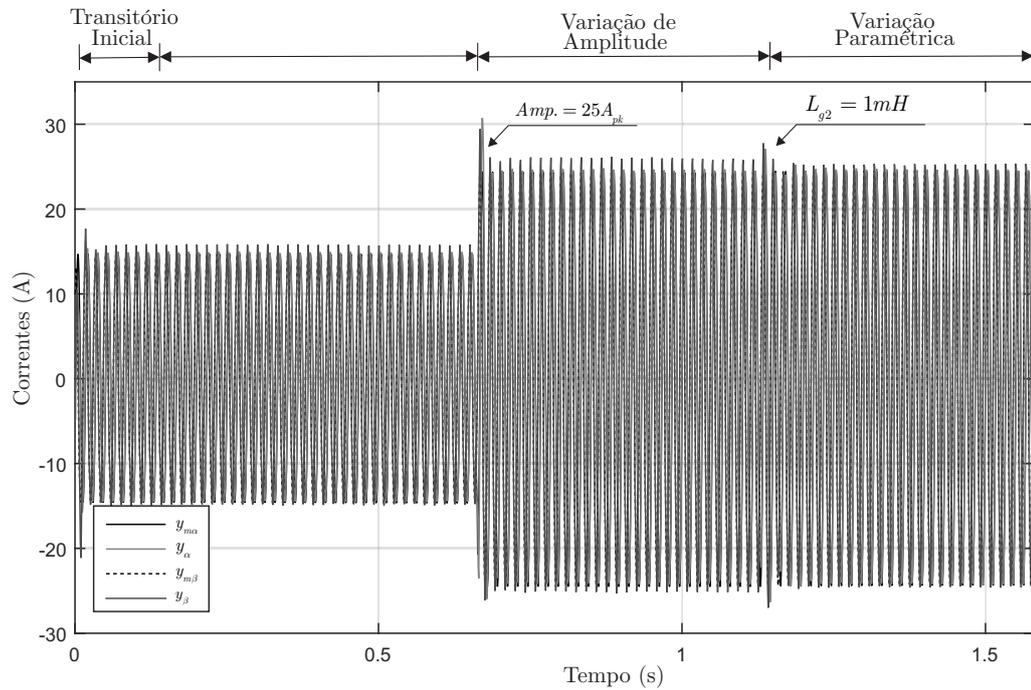
### 5.3.2 Ensaio conectado à rede - OSAP Adaptativo

As Figuras 5.14 a 5.20 apresentam os resultados do conversor conectado à rede.

Analisando a Figura 5.14 verifica-se que o controlador OSAP Adaptativo apresenta, de modo geral, um desempenho satisfatório no controle das correntes em coordenadas  $\alpha\beta$ , mantendo estabilidade e erro próximo de zero. A resposta do controlador frente as variações de amplitude e paramétrica evidenciam seu desempenho preditivo, (resposta rápida), muito similar as resultados obtidos em simulação.

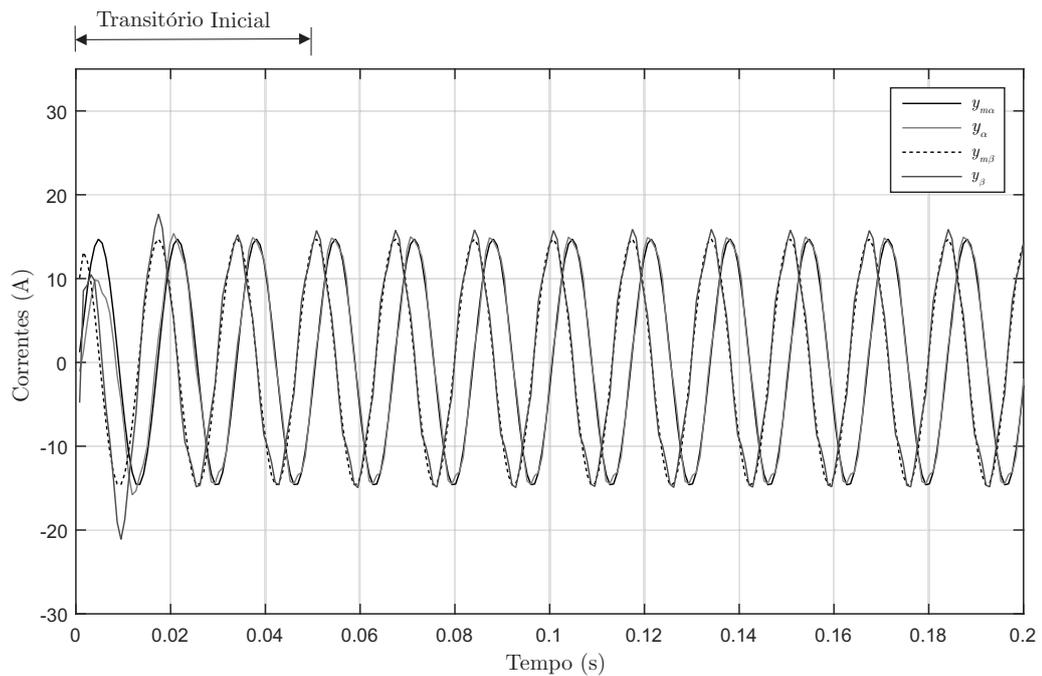
A Figura 5.15 mostra o desempenho do controlador no transitório de partida, o qual evidencia-se uma resposta rápida até a convergência das correntes  $y_\alpha$  e  $y_\beta$  em relação as correntes de referência  $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ .

Figura 5.14 – Resultados Experimentais: Correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



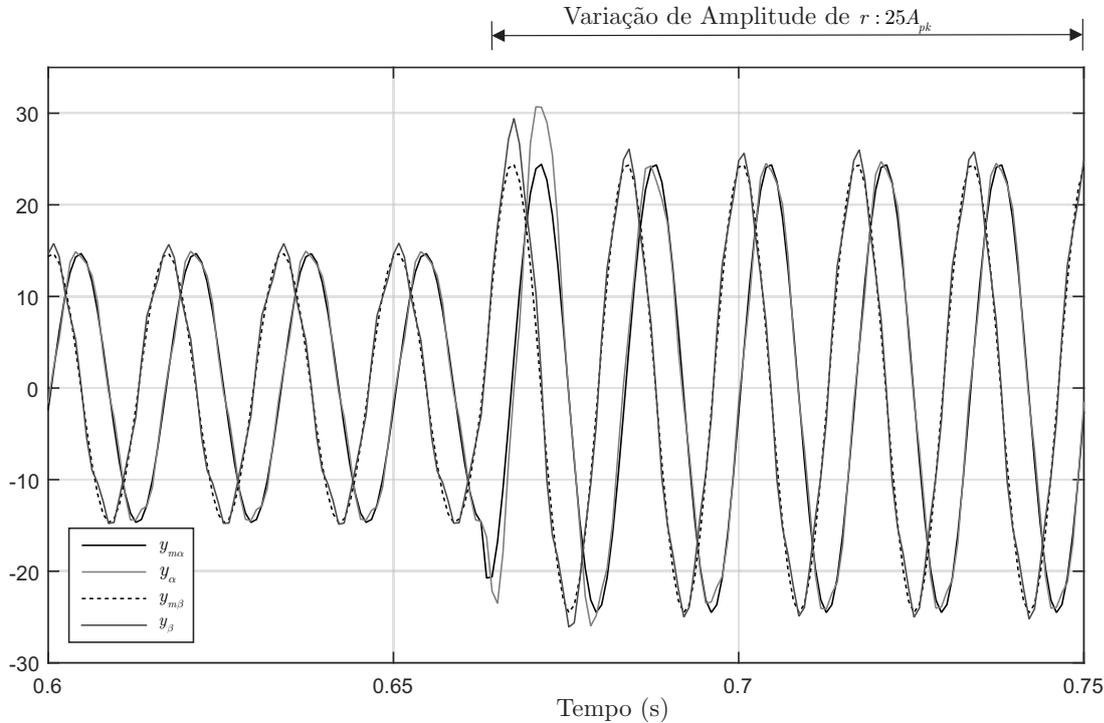
Fonte: Autor

Figura 5.15 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador no transitório inicial, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



Fonte: Autor

Figura 5.16 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação de amplitude, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



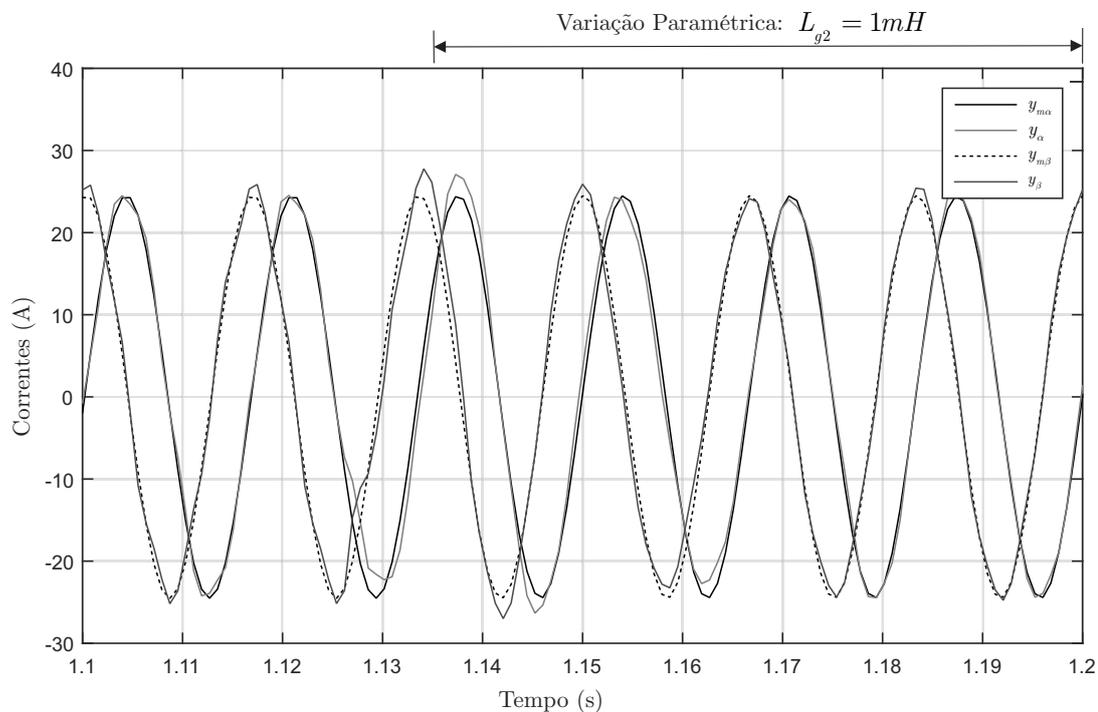
Fonte: Autor

A Figura 5.16 apresenta o transitório do controlador frente a variação de amplitude. Nota-se um *overshot* no momento da mudança da referência e isso se deve ao fato de que a ação preditiva tende a antecipar a ação de controle de forma a levar o erro para zero o mais rapidamente possível, porém, conforme pode-se ver, a convergência já se estabelece no próximo ciclo das correntes  $y_\alpha$  e  $y_\beta$ .

A Figura 5.17 apresenta o transitório do controlador quando este está sujeito a uma variação paramétrica, de  $L_{g2} = 0,3mH$  para  $L_{g2} = 1mH$ . Conforme mostra a figura, a convergência é garantida em aproximadamente um ciclo.

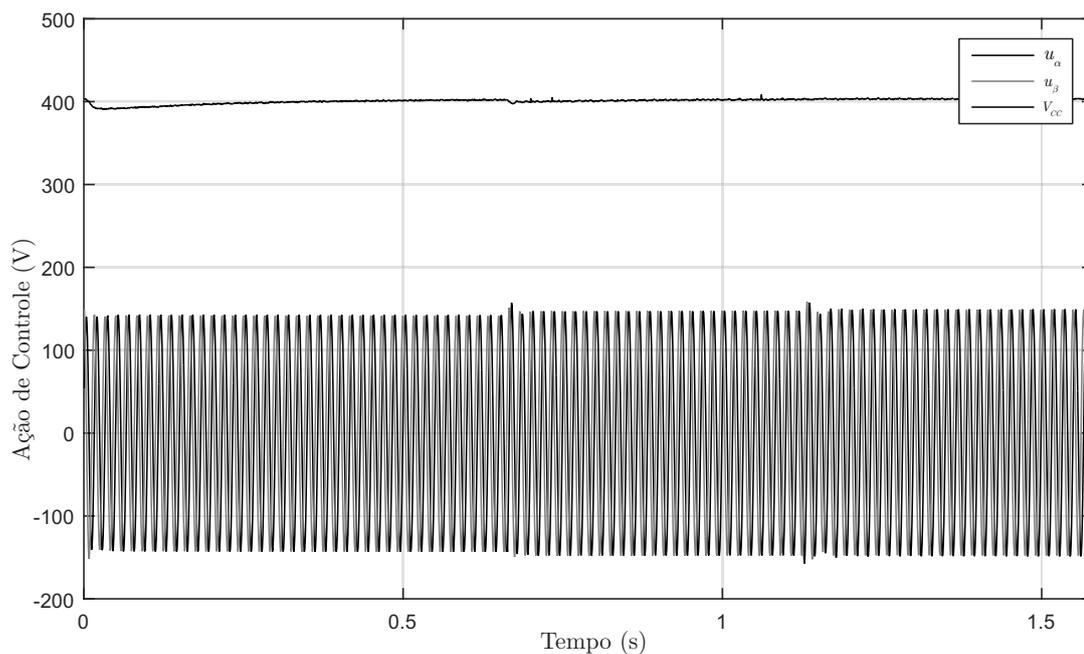
A Figura 5.18 apresenta a ação de controle, ( $u_\alpha$  e  $u_\beta$ ), e a tensão do barramento ( $V_{CC}$ ). Pode-se ver que a ação de controle não satura em nenhum instante do experimento, mostrando que o controlador apresenta uma resposta suave às variações do sistema e a distúrbios impostos à rede. A maior parte da parcela da ação de controle  $u$  provem da rejeição do distúrbio imposto pela conexão na rede de energia elétrica.

Figura 5.17 – Resultados Experimentais: Desempenho do controlador sob variação paramétrica, correntes de referência ( $y_{m\alpha}$  e  $y_{m\beta}$ ) e correntes da saída da planta ( $y_\alpha$  e  $y_\beta$ ) nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .

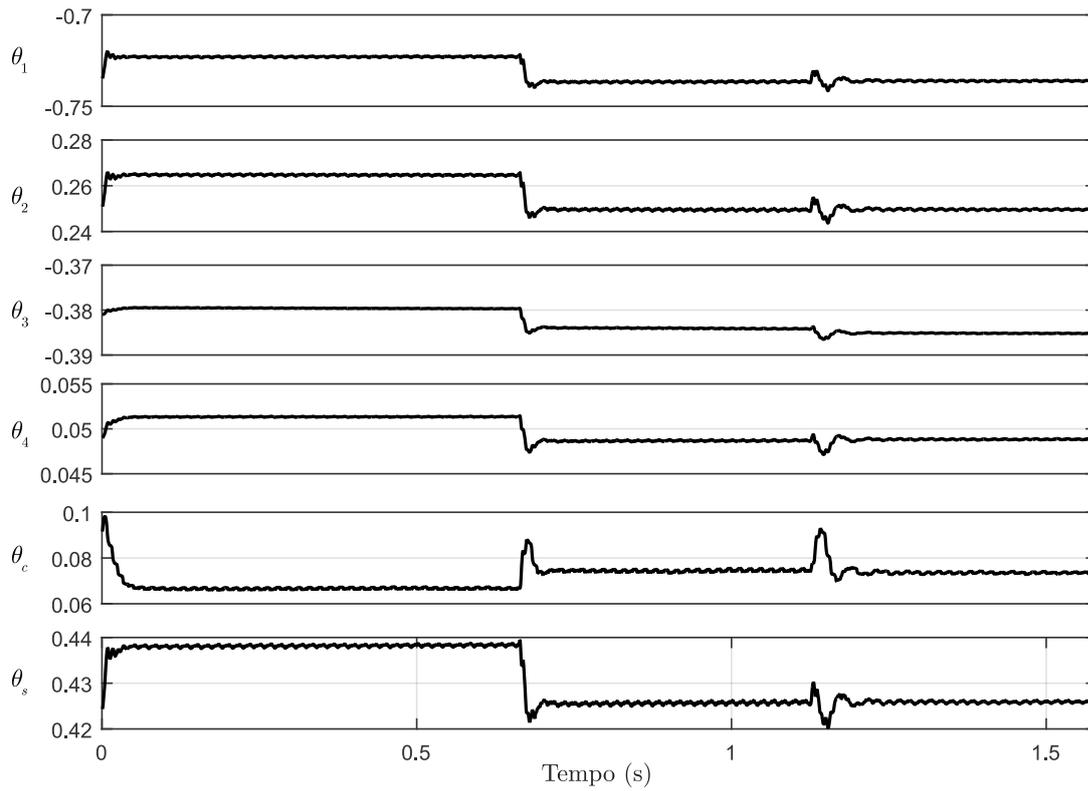
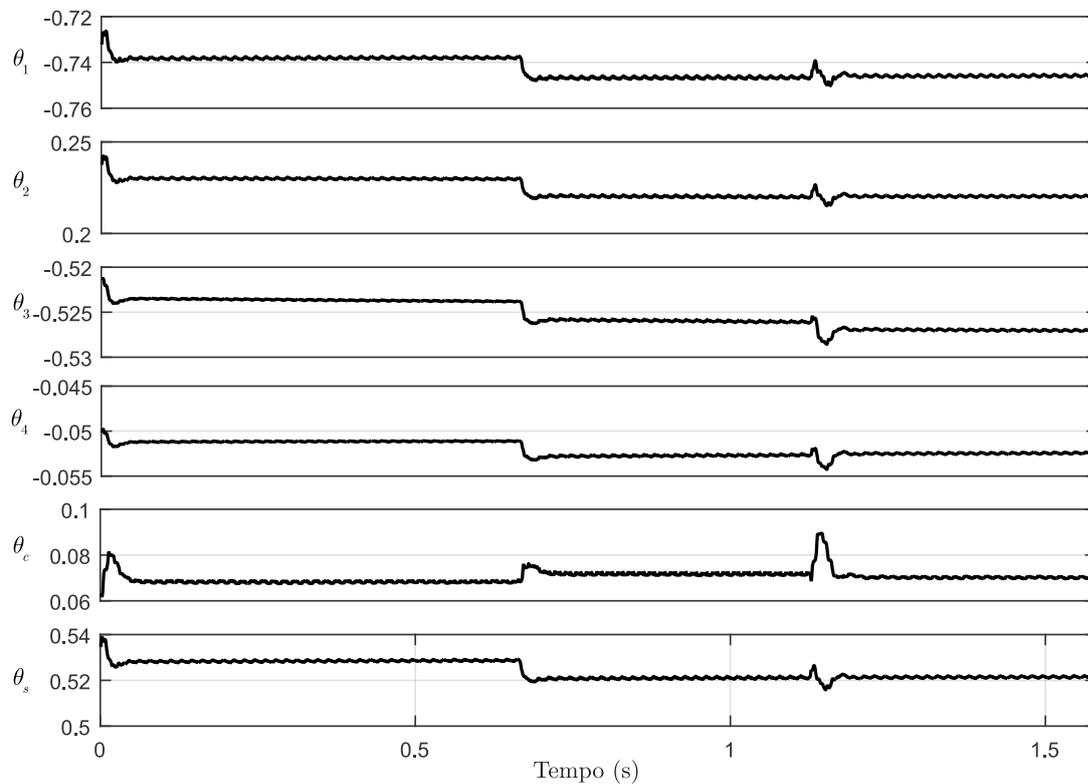


Fonte: Autor

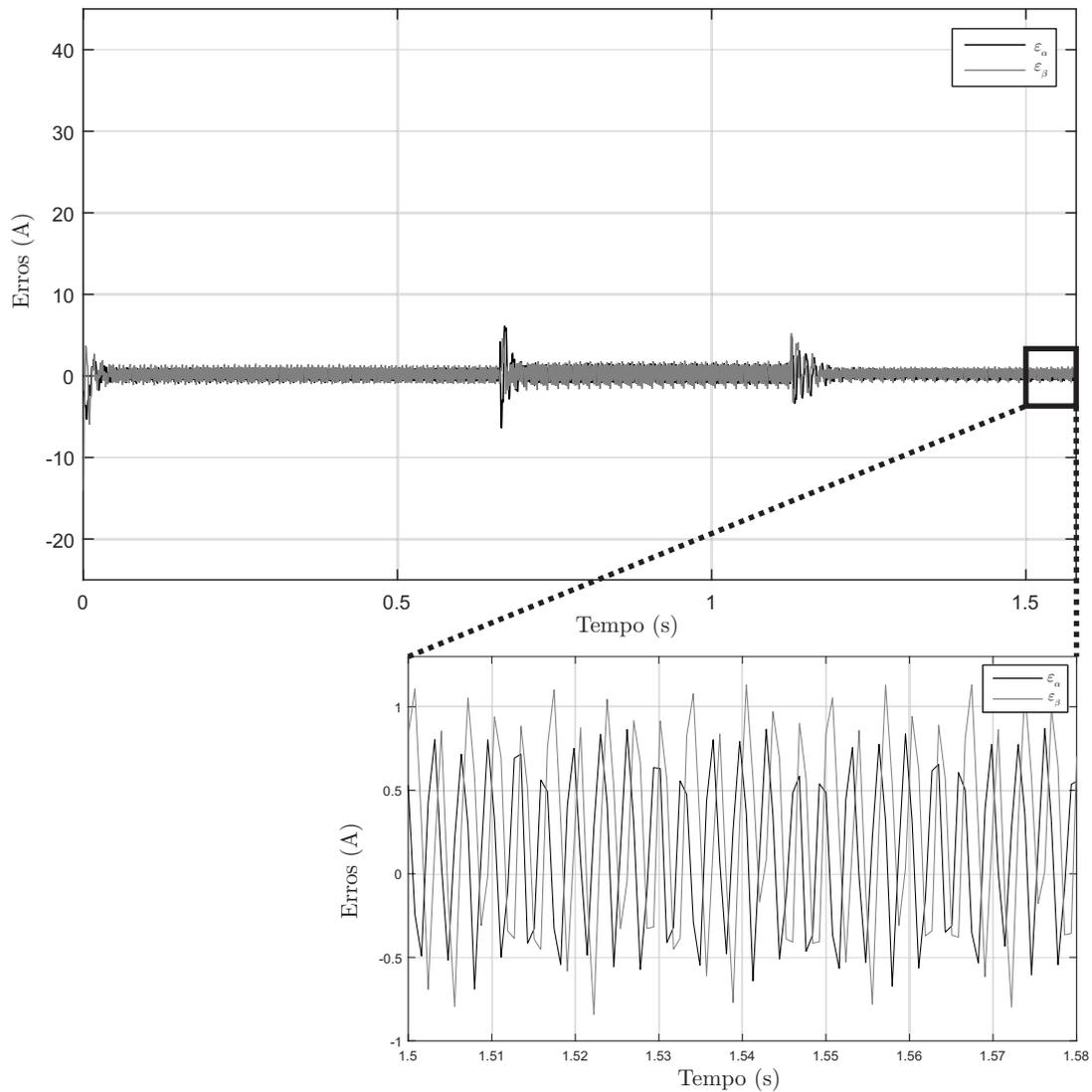
Figura 5.18 – Resultados Experimentais: Ação de controle  $u_\alpha$  e  $u_\beta$  e tensão do barramento  $V_{CC}$ .



Fonte: Autor

Figura 5.19 – Resultados Experimentais:Ganhos em coordenadas  $\alpha$ .Figura 5.20 – Resultados Experimentais:Ganhos em coordenadas  $\beta$ .

Fonte: Autor

Figura 5.21 – Resultados Experimentais: Erro aumentado  $\epsilon_\alpha$  e  $\epsilon_\beta$ .

Fonte: Autor

As Figuras 5.19 e 5.20 apresentam os ganhos do controlador. Pode-se verificar que os ganhos convergem para novas soluções sempre que é imposto um distúrbio ao sistema, mostrando que o controlador é robusto e garante estabilidade em regime permanente.

A Figura 5.21 apresenta o erro aumentado em coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$ . Nota-se que o controlador busca zerar o erro em regime permanente.

Os resultados obtidos em bancada experimental do controlador OSAP Adaptativo mostram-se válidos e corroboram com os resultados obtidos em simulação, além de apresentar sistematicamente picos de corrente (*overshoots*) em coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$  tão salientes quanto em simulação. Sobre tais características cabe salientar alguns pontos:

- 1) Os *overshoots* presentes no ambiente de simulação e, posteriormente, na bancada experimental, foram, ao longo de inúmeras medidas de projeto, suavizados tanto quanto possível, através de soluções advindas da robustez da estrutura adaptativa imple-

mentada aliada ao conjunto de parâmetros de projeto, uma vez que a característica deste controlador gera, invariavelmente, uma ação de controle "agressiva", o que torna o projeto deste controlador uma tarefa não trivial;

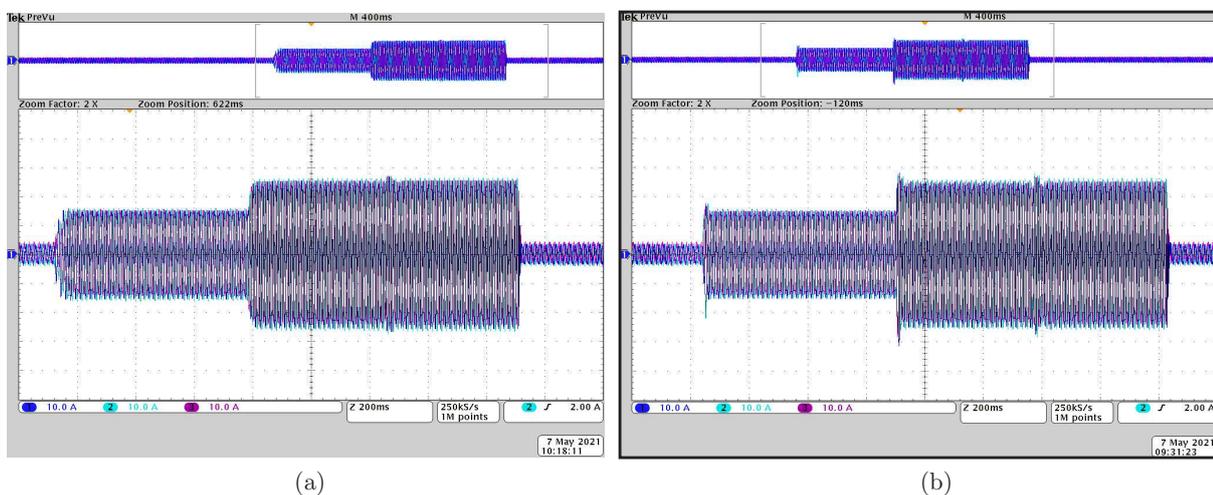
Na próxima Seção será realizado um comparativo dos dois controladores abordados até aqui.

### 5.3.3 Ensaio conectado à rede - Comparativo RMRAC e OSAP Adaptativo

Nesta Seção, é apresentado um comparativo entre as correntes injetadas na rede de energia elétrica em coordenadas  $abc$  do controlador RMRAC apresentado neste trabalho, e o controlador OSAP Adaptativo desenvolvido, considerando os resultados experimentais obtidos através do osciloscópio.

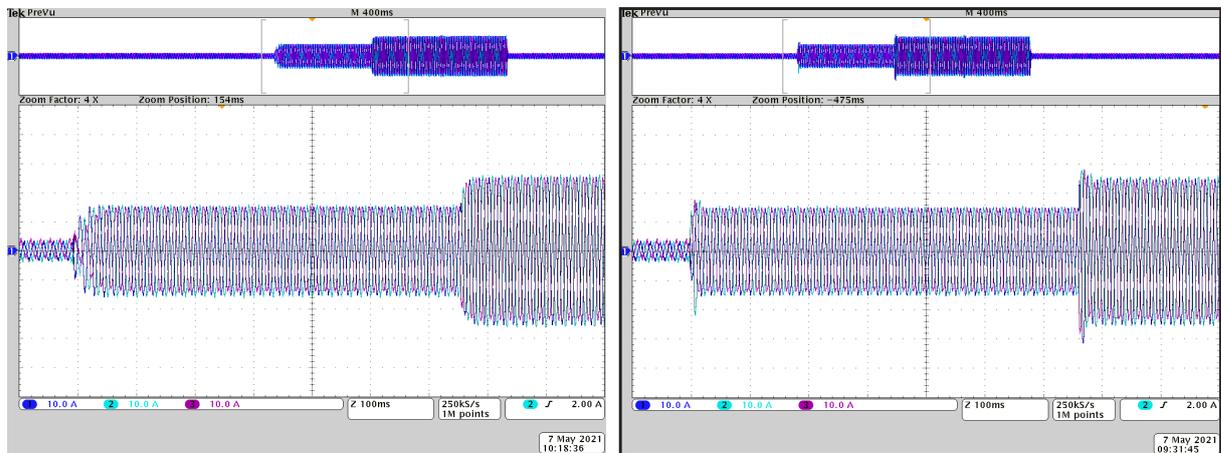
A Figura 5.22 apresenta os ensaios completos, tanto do desempenho do RMRAC, quanto o OSAP Adaptativo. Verifica-se que o controlador OSAP Adaptativo, apresenta *Overshoots*, se comparado ao desempenho do RMRAC, porém possui uma convergência levemente mais rápida.

Figura 5.22 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Ensaio completo, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.



Fonte: Autor

Figura 5.23 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Transitório inicial e Variação de Amplitude, a) MRAC b)OSAP Adaptativo.

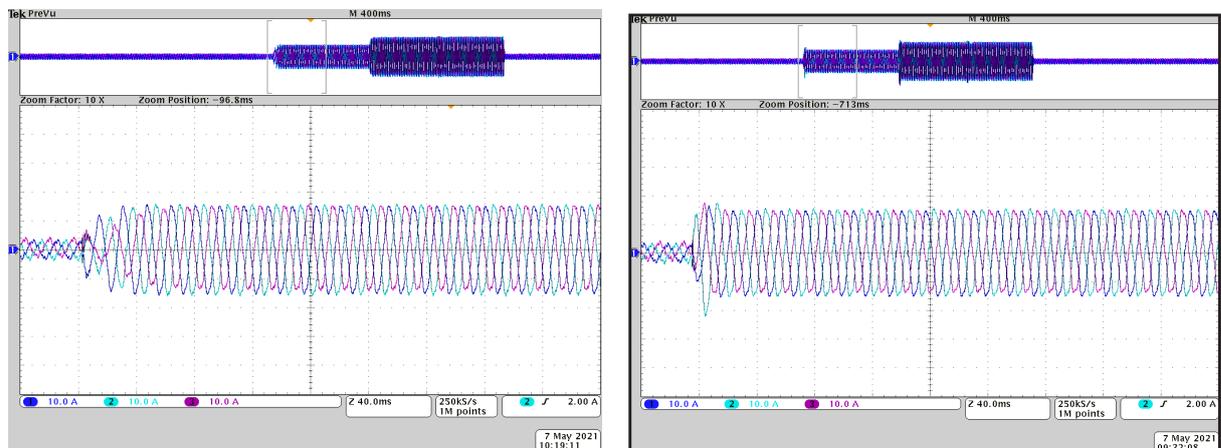


(a)

(b)

Fonte: Autor

Figura 5.24 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Transitório inicial, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.



(a)

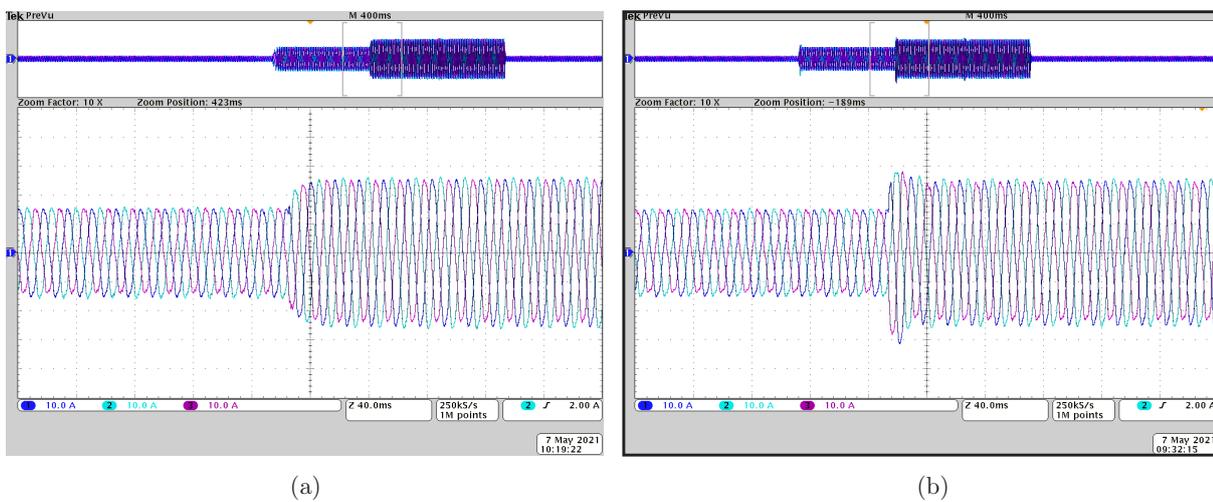
(b)

Fonte: Autor

A Figura 5.23 apresenta os resultados de ambos controladores, evidenciado a estabilidade da correntes  $abc$  em  $r = 15A_{pk}$  e sob variação de amplitude  $r = 25A_{pk}$ . Já a Figura 5.24, mostra um comparativo dos primeiros ciclos do ensaio (transitório inicial), e posterior acomodação.

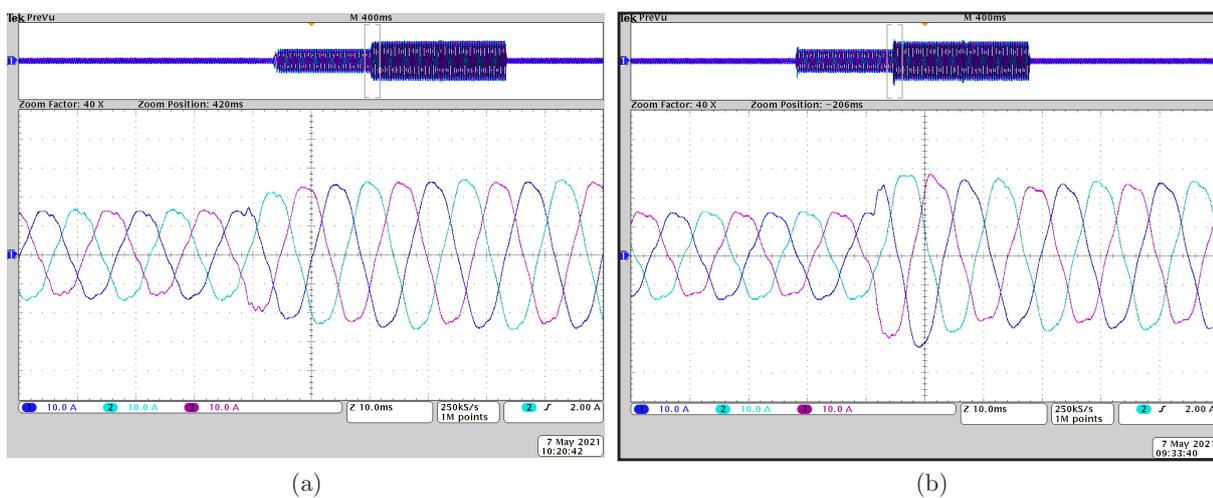
Nota-se que a resposta "agressiva" do controlador OSAP Adaptativo, se reproduz novamente, conforme visto em simulação e resultados experimentais em coordenadas  $\alpha\beta$ , porém agora, em coordenadas  $abc$ , da mesma maneira, o controlador RMRAC de 1º Ordem, carrega uma semelhança com os resultados obtidos nas simulações e ensaios anteriores.

Figura 5.25 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Variação de amplitude, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.



Fonte: Autor

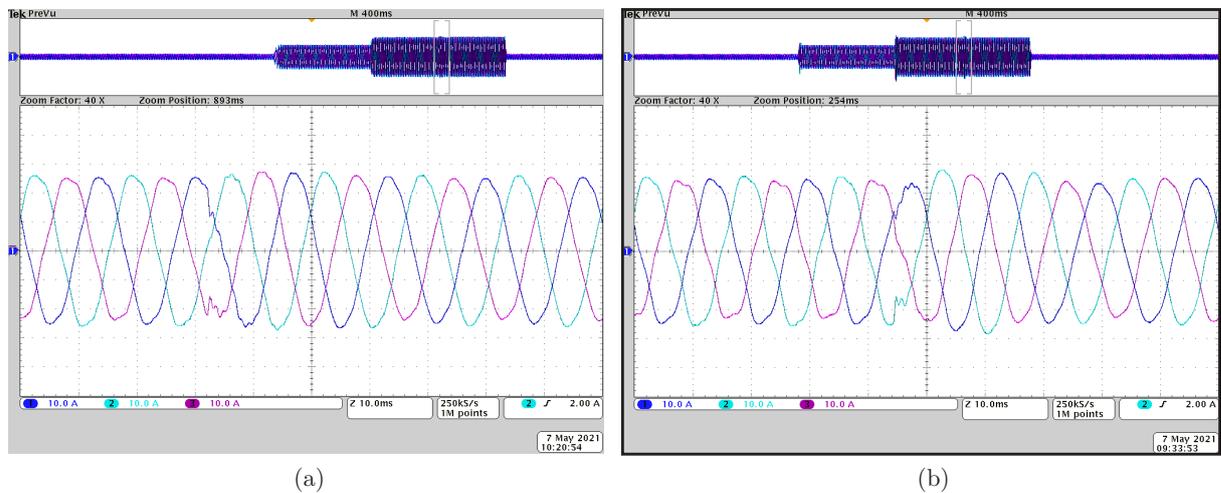
Figura 5.26 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Zoom variação de amplitude, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.



Fonte: Autor

As Figuras 5.25 e 5.26 evidenciam o comparativo no período de mudança no valor da referência,  $r = 25A_{pk}$ , salientando as distinções no desempenho de cada controlador, porém, ambos alcançam novas soluções para os ganhos, fazendo com que o erro tende a zero em regime permanente.

Figura 5.27 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Variação paramétrica, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.

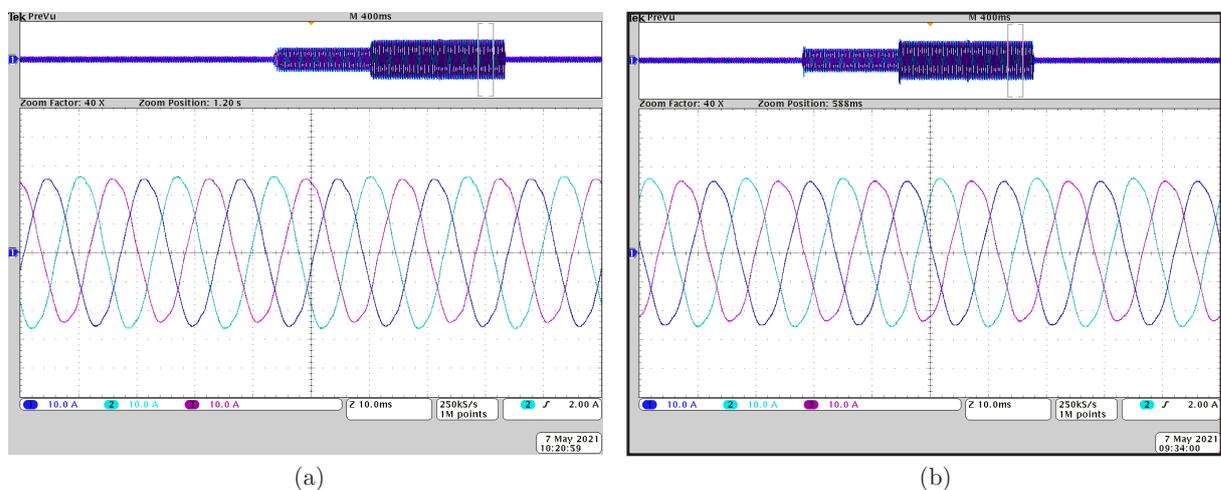


Fonte: Autor

Na Figura 5.28, é mostrado como que os controladores atuam frente a uma variação de indutância da rede  $L_{g2} = 1mH$ , ambos possuem uma rápida adaptação, mantendo novamente as correntes estáveis.

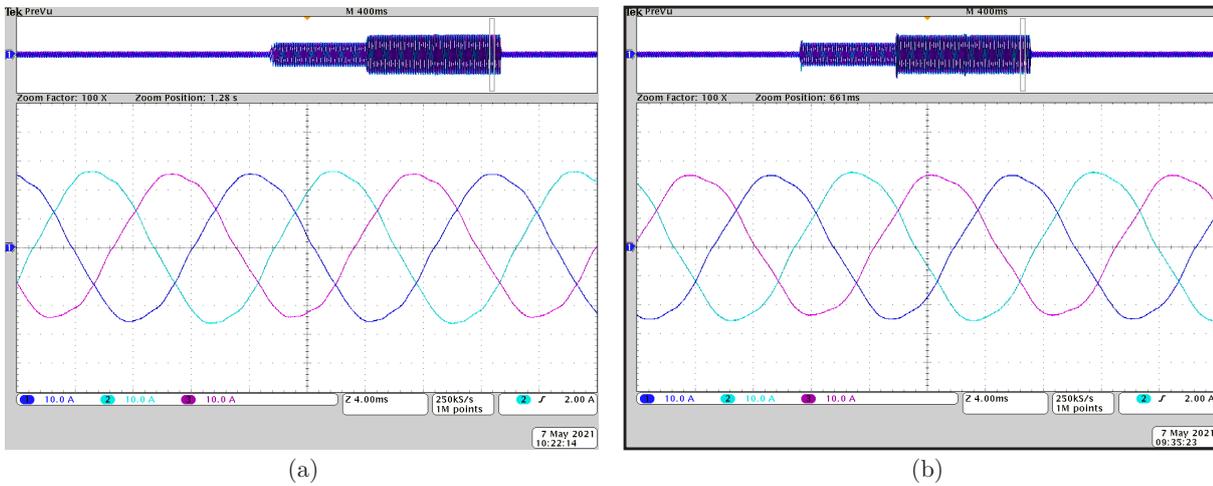
Ainda, pode-se verificar que há uma melhora considerável no desempenho dos controladores, isso se deve ao fato de que quando a indutância aumenta, conforme abordado no Capítulo 2, Seção 2.5, há uma mudança no pico ressonante do modelo, aproximando as dinâmicas não modeladas do modelo simplificado, reduzindo o erro em regime permanente.

Figura 5.28 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - Regime permanente pós variação paramétrica, a) MRAC b) OSAP Adaptativo.



Fonte: Autor

Figura 5.29 – Resultados Experimentais: Correntes do lado da rede em coordenadas  $abc$  - *Zoom* regime permanente pós variação paramétrica, a) MRAC b) Osap Adaptativo.

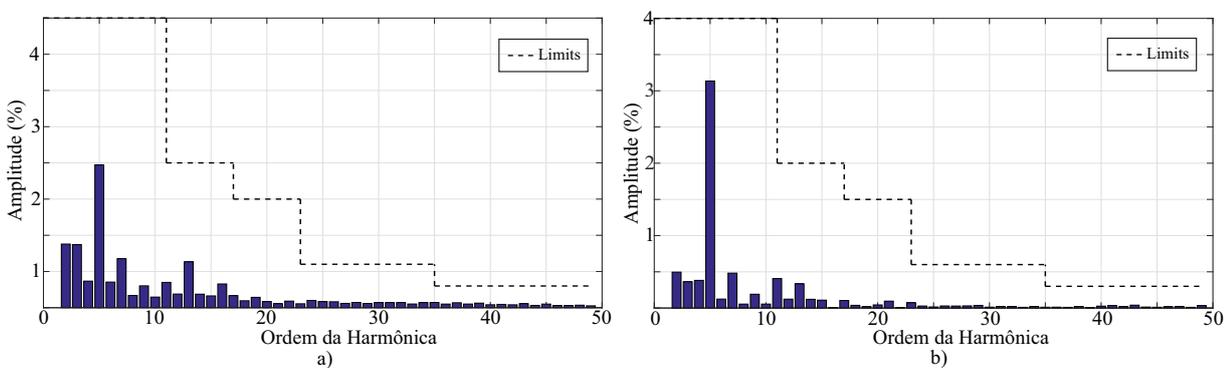


Fonte: Autor

As Figuras 5.28 e 5.29 apresentam as correntes de saída após a variação paramétrica. Ambos controladores apresentam um desempenho muito semelhante em regime permanente, tendo suas características colocadas em evidência nos transitórios impostas às estruturas de controle.

Da análise espectral das correntes trifásicas injetadas na rede, em regime permanente, conforme ABNT NBR 16149, que estabelece os limites de distorção harmônica total (THD) em 5%, a Figura 5.30 apresenta os valores de THD da estrutura RMRAC e Osap Adaptativo. Na Figura, as linhas tracejadas representam o limite superior das componentes harmônicas estabelecido pela norma, pode-se verificar que ambas estruturas atendem a norma.

Figura 5.30 – Distorção harmônica da forma de onda das correntes injetadas na rede para a estrutura: a) RMRAC b) OSAP Adaptativo.



Fonte: Autor

#### 5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou a implementação em bancada experimental do controlador OSAP Adaptativo comparando seus resultados com um controlador RMRAC clássico. O comparativo entre estes dois controladores, não tem viés qualitativo, ou ainda, eleger qual controlador é melhor, uma vez que a estrutura e projeto destes controladores são únicos. Para fins de validação do controlador OSAP Adaptativo é realizado o projeto de ambos controladores, utilizando os mesmos parâmetros de controle, como  $\kappa$ ,  $\Gamma$ ,  $M_0$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$ , etc, conforme apresentado nas Tabelas de parâmetros de projeto 3.1 e 4.1.

Através dos resultados experimentais, pode-se verificar que o controlador OSAP Adaptativo apresenta um desempenho muito semelhante ao controlador RMRAC. Embora o OSAP Adaptativo apresente uma dinâmica mais rápida às variações oriundas do sistema, o mesmo apresenta *overshoots* mais salientes durante os transitórios de variação de amplitude. Apesar disso, o controlador apresenta bom desempenho e estabilidade em regime permanente mesmo com a parte modelada da planta sendo de ordem reduzida.

É importante salientar que o projeto de controladores adaptativos com modelo de ordem reduzido não são triviais, uma vez que existe um alto grau de incerteza não estruturada. Quando se trata de um controlador preditivo, esta dificuldade é aumentada, pois conhecer perfeitamente as dinâmicas da planta é um quesito fundamental para garantir estabilidade e bom desempenho.

A aplicabilidade deste controlador pode ser validada através dos ensaios realizados neste capítulo. Investigações acerca dos transitórios surgem como desafios futuros deste trabalho e novas topologias podem ser sugeridas para contribuir no desempenho deste controlador.



## 6 Conclusões

### 6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO TRABALHO

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre controladores adaptativos por modelo de referência (RMRAC) e controladores preditivos baseados no modelo da planta (MPC). Estes estudos foram necessários para desenvolver um controlador adaptativo preditivo robusto por modelo de referência aplicado a conversores estáticos conectados a rede de energia elétrica, sendo o objetivo principal deste trabalho.

O controlador apresentado possui uma estrutura híbrida alcançada a partir de uma lei preditiva um passo a frente (OSAP), um caso particular do controlador MPC, aliado às características adaptativas e uso de um modelo de referência do RMRAC para ditar o desempenho desejado do sistema controlador. A nova topologia, teve como principais desafios:

- 1) Compensar intrinsecamente o atraso de transporte presente nos conversores CC/CA através da estrutura preditiva dos controladores MPC;
- 2) Reduzir o esforço computacional presente nos controladores MPC necessário para calcular todas as previsões futuras da planta e ação de controle minimizadas por uma função custo altamente dependente do modelo do processo empregando a estratégia de minimização do erro e adaptação de parâmetros típica dos controladores RMRAC;
- 3) Reduzir o esforço computacional necessário para calcular os ganhos dos controladores RMRAC considerando um modelo de referência e uma planta simplificada;
- 4) Realizar amortecimento ativo da ressonância do filtro LCL, evitando problemas de instabilidade e/ou baixo desempenho quando na presença de variações paramétricas do filtro LCL. Ainda, inclusão de uma malha de rejeição de distúrbios de tensão;

De modo geral, o controlador foi capaz de atender aos quesitos estabelecidos, sendo uma alternativa viável para controle de conversores estáticos conectados a rede de energia elétrica. Porém, maiores investigações a cerca de possíveis soluções para suavizar a resposta transitória surgem como desafios futuros deste trabalho.

As principais contribuições do trabalho no âmbito científico e tecnológico são:

- a) Desenvolvimento de uma nova topologia de controlador adaptativo aplicado à conversores estáticos conectados a rede de energia elétrica;

- b) Lei de adaptação preditiva. A partir desta topologia, é possível desenvolver novos controladores com leis de controle  $n$  passos a frente;
- c) Projeto e análise de desempenho de controladores adaptativos;
- d) Controle adaptativo por modelo de referência considerando um modelo simplificado da planta;

Por fim, podem-se citar sugestões para trabalhos futuros:

- 1) Desenvolvimento do controlador preditivo considerando o modelo completo da planta para avaliar desempenho transitório e variação paramétrica;
- 2) Utilizar o adaptador de parâmetros do tipo RLS para melhorar a convergência dos ganhos do controlador;
- 3) Transformar o próprio controlador RMRAC em um controlador preditivo.

## REFERÊNCIAS

- AHAMED, R.; MCKEE, K.; HOWARD, I. Advancements of wave energy converters based on power take off (pto) systems: A review. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 204, p. 107248, 2020.
- AHMED, K. H. et al. A modified stationary reference frame-based predictive current control with zero steady-state error for lcl coupled inverter-based distributed generation systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, n. 4, p. 1359–1370, 2011.
- ANEEL. Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico de potência nacional - prodist. n. 7, 2006.
- ANEEL. **Agência Nacional de Energia Elétrica**. 2021. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/dados/geracao>>. Acessado em: 05 de Maio de 2021.
- APPLETON, E. V. Automatic synchronization of triode oscillators. **Proc. Cambridge Phil. Soc.**, v. 21, p. 231, 1922–1923.
- ASTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive Control**. [S.l.]: Addison and Wesley, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- ATIA, Y.; SALEM, M. Microcontroller-based improved predictive current controlled vsf for single-phase grid-connected systems. **Journal of Power Electronics**, p. 1016–1023, 2013.
- AZZOLIN, R. Z. **Identificação Automática dos parâmetros elétricos de motores de indução trifásicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM., 2008.
- BELLESCIZE, H. La reception synchrone. **Onde Electr.**, v. 11, p. 230–240, 1932.
- BLAABJERG, F. et al. Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 5, p. 1398–1409, 2006.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. 2. ed. [S.l.: s.n.], 2004.
- CAMACHO, F. E.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. 1. ed. Universidade de Sevilla: [s.n.], 1999.
- CÂMARA, H. T. **Uma contribuição ao controle de motores de indução trifásicos sem o uso de sensores mecânicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, UFSM, 2007.

- CAMARGO, R. F. D.; PINHEIRO, H. Synchronisation method for three-phase pwm converters under unbalanced and distorted grid. **IEEE Proceedings-Electric Power Application**, v. 153, n. 5, p. 763–772, 2006.
- CARDOSO, R. et al. Kalman filter based synchronisation methods. **IET Generation, Transmission and Distribution**, v. 2, n. 4, p. 542–555, July 2008.
- CHUNG, S.-K. A phase tracking system for three phase utility interface inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 15, n. 3, p. 431–438, 2000.
- CIOBOTARU, M. et al. Online grid impedance estimation for single-phase grid-connected systems using pq variations. In: **2007 IEEE Power Electronics Specialists Conference**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 2306–2312.
- CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. Generalized predictive control - parte 1. the basic algorithm. **Automatica**, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.
- CUTLER, C.; RAMAKER, B. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. **AIChE 86th National Meeting**, 1976.
- DANNEHL, J.; FUCHS, F. W.; HANSEN, S. Pwm rectifier with lcl-filter using different current control structures. **European Conference on Power Electronics and Applications**, p. 1 – 10, 2007.
- DROGIN, E. M. Steering on course to safer air travel. **Electron**, v. 27, p. 95–102, 1967.
- DU, E. et al. The role of concentrating solar power toward high renewable energy penetrated power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 33, n. 6, p. 6630–6641, 2018.
- DUARTE, M. A.; NARENDRA, K. S. A new approach to model reference adaptive control. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, v. 3, p. 53–73, 1989.
- DUESTERHOEFT, W. C.; SCHULZ, M. W.; CLARKE, E. Determination of instantaneous currents and voltages by means of alpha, beta, and zero components. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, IEEE, v. 70, n. 2, p. 1248–1255, 1951.
- EGARDT, B. Unification of some continuous-time adaptive control schemes. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 24, n. 4, p. 588–592, 1979.
- EPE. **Empresa de Pesquisa Energética**. 2021. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt>>. Acessado em: 07 de Junho de 2021.
- EVALD, O. D. J. P. A direct discrete-time reduced order robust model referente adaptive control for grid-tied power converters with lcl filter. **Revista Brasileira de Eletrônica de Potência (SOBRAEP)**, v. 25, n. 3, p. 2423 – 2428, 2020.

- EVALD, P. J. D. O. **Controladores Robustos Adaptativos para um Conversor Trifásico a Três Fios Conectado à Rede com Filtro LCL**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, 2021.
- GABE, I. J. et al. Stability analysis of grid-connected voltage source inverters with lcl-filters using partial state feedback. In: **2007 European Conference on Power Electronics and Applications**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–10.
- GABE, I. J.; MONTAGNER, V. F.; PINHEIRO, H. Design and implementation of a robust current controller for vsi connected to the grid through an lcl filter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 24, n. 6, p. 1444 – 1452, 2009.
- GIL-GONZÁLEZ, W.; ESCOBAR-MEJÍA, A.; MONTOYA-GIRALDO, O. Model predictive direct power control applied to grid-connected voltage source inverters. In: **2020 IEEE 11th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)**. [S.l.: s.n.], 2020. p. 610–614.
- GIRI, F. et al. A globally convergent pole placement indirect. **IEEE Transaction on Automatic Control**, v. 34, n. 3, 1989.
- GOMES, G. K. **Controle Preditivo em tempo-real para seguimento de trajetória de veículos autônomos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC., 2006.
- GOODWIN, G. C.; HILL, D. J.; PALANISWAMI, M. A. A perspective on convergence of adaptive control algorithms. **Automatica**, v. 20, n. 5, p. 519 – 531, 1984.
- GOODWIN, G. C.; SIN, K. S. **Adaptive Filtering Prediction and Control**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1984.
- Greener. **Greener**. 2021. Disponível em: <<https://www.greener.com.br/>>. Acessado em: 20 de Julho de 2021.
- GRÜNDLING, H. A. **Controle Adaptativo Robusto por Modelo de Referência**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronautica, ITA, 1995.
- GRÜNDLING, H. A.; CARATI, E. G.; PINHEIRO, J. R. A robust model reference adaptive controller for ups applications. **Proceedings on IEEE International Conference Industrial Electronics, Control Instrumentation**, New Orleans, LA, p. 901 – 905, 1997.
- HEMERLY, E. M. **Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos**. [S.l.]: Edgard Blücher LTDA, 1996.
- HOLLWEG, G. V. **Controlador MRAC-SM aplicado a um conversor Quasi-Z-Source Fotovoltaico conectado à Rede Monofásica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM., 2019.

HONG, W.; TAO, G. An adaptive control scheme for three-phase grid-connected inverters in photovoltaic power generation systems. In: **2018 Annual American Control Conference (ACC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 899–904.

HSU, L.; COSTA, R. R. Bursting phenomena in continuous-time adaptive systems with a  $\sigma$ -modification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 32, p. 84 – 86, 1985.

IEEE. **IEEE:1547 standard for interconnecting distributed resources with electric power systems**. 2011.

IOANNOU, P. A.; KOKOTOVIC, P. V. Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, p. 583 – 594, 1984.

IOANNOU, P. A.; SUN, J. **Robust Adaptive Control**. [S.l.: s.n.], 1996.

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. [S.l.: s.n.], 2012.

IOANNOU, P. A.; TSAKALIS, K. S. A robust direct adaptive controller. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 31, n. 11, p. 1033 – 1043, 1986.

\_\_\_\_\_. A robust discrete-time adaptive controller. **25th IEEE Conference on Decision and Control**, p. 838 – 843, 1986.

IRENA. **International Renewable Energy Agency**. 2021. Disponível em: <<https://www.irena.org/solar>>. Acessado em: 16 de Julho de 2021.

JIANG, S. et al. Active emi filter design with a modified lcl-lc filter for single-phase grid-connected inverter in vehicle-to-grid application. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, v. 68, n. 11, p. 10639–10650, 2019.

JUDEWICZ, M. G. et al. Inverter-side current control of grid-connected voltage source inverters with lcl filter based on generalized predictive control. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, v. 6, n. 4, p. 1732–1743, 2018.

JUNG, L. **System Identification: Theory for the User**. Universidade de Michigan: [s.n.], 1987. ISBN 0-138-81640-9.

JUNIOR, L. A. M. e. a. Controle robusto de corrente para inversor trifásico com filtro lcl sujeito a incerteza paramétrica. **XX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)**, p. 3534 – 3541, 2014.

KANIESKI, J. M. **Controle Híbrido RMRAC-LQR Aplicado a condicionadores de potência conectados à rede**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, 2014.

KARIMI-GHARTEMANI, M.; IRAVANI, M. A method for synchronization of power electronic converters in polluted and variable-frequency environments. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 3, p. 1263–1270, 2004.

- KEYSER, R. D.; CUAWENBERGHE, A. Extended prediction self adaptive control. **IFAC Symp. on Ident. and Syst. Parameter Estimation**, p. 1317–1322, 1985.
- KOCH, G. G. **Controle Robusto  $H_\infty$  por meio de LMIS aplicado a conversores conectados á rede**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2019.
- KOURO, S. et al. Model predictive control? a simple and powerful method to control power converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 6, p. 1826–1838, 2009.
- LACAL-ARÁNTEGUI, R. Globalization in the wind energy industry: contribution and economic impact of european companies. **Renewable Energy**, Elsevier, v. 134, p. 612–628, 2019.
- LANDAU, Y. D. **Adaptive Control - The Model Reference Approach**. [S.l.]: Marcel Dekker, NY: Prentice-Hall, 1979.
- LI, G.; GEVERS, M. Comparative study of finite wordlength effects in shift and delta operator parameterizations. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 38, n. 5, p. 803 – 807, 1993.
- LIM, C. S.; GOH, H. H.; LEE, S. S. Long-prediction-horizon near-optimal model predictive grid current control for pwm-driven vsis with lcl filters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 36, n. 2, p. 2246–2257, 2021.
- LIM, C. S. et al. Near-optimal mpc algorithm for actively damped grid-connected pwm-vscs with *lcl* filters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 67, n. 6, p. 4578–4589, 2020.
- LINDGREN, M.; SVENSSON, J. Control of a voltage-source converter connected to the grid through an lcl-filter-application to active filtering. **Proceedings of PESC'98**, p. 229 – 235, 1998.
- LISERRE M., B. F.; HANSEN S, R. Design and control of an lcl-filter based three-phase active rectifier. **IEEE Transactions on Industry Applications, IEE**, v. 41, n. 5, p. 1281 – 1291, 2005.
- LISERRE M., B. F.; TEODORESCU, R. Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 1, p. 263 – 272, 2006.
- LIU, C. et al. Model predictive control of single phase grid-connected inverter with lc filter. **32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)**, p. 115–119, 2017.
- LOH, P. C.; HOLMES, D. Analysis of multiloop control strategies for lc/cl/lcl-filtered voltage-source and current-source inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 41, n. 2, p. 644–654, 2005.

- LOZANO-LEAL, R.; COLLADO, J.; MONDIÉ, S. Model reference adaptive control without a priori knowledge of the high frequency gain. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 35, n. 1, p. 71 – 78, 1990.
- MACCARI L.A. ; MASSING, J. . S. L. . R. C. . P. H. . O. R. . F. M. V. Lmi-based control for grid-connected converters with lcl filters under uncertain parameters. **Power Electronics, IEEE Transactions on**, v. 29, p. 3776–3785, 2014.
- MANSOOR, A. et al. Predicting the net harmonic currents produced by large numbers of distributed single-phase computer loads. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 10, n. 4, p. 2001–2006, 1995.
- MARIETHOZ, S.; BECCUTI, A. G.; MORARI, M. Analysis and optimal current control of a voltage source inverter connected to the grid through an lcl filter. **Records of IEEE Power Electronics Specialists**, p. 2132 – 2138, 2008.
- MARTIN, F. et al. Analysis of fossil fuel energy consumption and environmental impacts in european contries. **Energies**, v. 12, n. 6, p. 964, 2019.
- MARTINS, O. S. **Comparação de técnicas de controle de velocidade Sensorless aplicadas a motores de indução em plataforma DSP**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, UFSM, 2006.
- MASSING, J. **Aplicação de Controle Adaptativo a Conversores Estáticos Conectados á Rede**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2013.
- MIAO, Z.; YAO, W.; LU, Z. Single-cycle-lag compensator-based active damping for digitally controlled lcl/lcl-type grid-connected inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 67, n. 3, p. 1980–1990, 2019.
- MIDDLETON, R. H.; GOODWIN, G. C. **Digital Estimation and Control: A Unified Approach**. [S.l.]: Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- MILLER, D. E. A new approach to adaptive control: no nonlinearities. **Systems and Control Letters**, v. 49, p. 67–79, 2003.
- MILLER, T. J. E. **Reactive Power Control in Electric Systems**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1982.
- MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. **Power Electronics: Converters, Applications and Design**. [S.l.]: NJ, John Wiley and Sons, 2003.
- MORSE, A. S. Global stability of parameter adaptive control systems. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, p. 433 – 439, 1980.
- NARENDRA, K.; LIN, Y.-H.; VALAVANI, L. Stable adaptive controller design, part ii: Proof of stability. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 25 , Issue: 3, p. 440 – 448, 1980.

- NARENDRA, K. S.; ANNASWAMY, A. M. **Stable Adaptive Systems**. [S.l.]: Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- NETO, A. R. **Controle Preditivo aplicado à regulação de tensão de usinas hidrelétricas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC., 2010.
- NISHIDA, K.; AHMED, T.; NAKAOKA, M. Cost-effective deadbeat current control for wind-energy inverter application with  $lcl$  filter. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 50, n. 2, p. 1185–1197, 2014.
- NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Control of Dead-time Processes**. Limited. [S.l.: s.n.], 2007.
- OGATA, K. **Discrete-time Control Systems**. 2. ed. Universidade de Michigan: [s.n.], 1995. ISBN 0130342815, 9780130342812.
- OSBOURN P. V., W. H.; KEZER, A. New developments in the design of model reference adaptive controller systems. **Institute of the Aerospace Sciences**, p. 39 – 61, 1961.
- PANTEN, N.; HOFFMANN, N.; FUCHS, F. W. Finite control set model predictive current control for grid-connected voltage-source converters with *lcl* filters: A study based on different state feedbacks. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 31, n. 7, p. 5189–5200, 2016.
- PENG, F.; SU, G.-J.; FARQUHARSON, G. A series lc filter for harmonic compensation of ac drives. In: **30th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Record. (Cat. No.99CH36321)**. [S.l.: s.n.], 1999. v. 1, p. 213–218 vol.1.
- PINHEIRO, H. et al. Modulação space vector para inversores alimentados em tensão: Uma abordagem unificada. **SBA: Controle e Automação**, v. 16, n. 1, p. 13–24, Janeiro 2005.
- PONNALURI, S.; SERPA, L. Dc/ac converter with dampened lcl filter distortions. **United States Patent**, n. US7450405B2, 2008.
- QIN, G.; CHEN, Q.; ZHANG, L. Finite control set model predictive control based on three-phase four-leg grid-connected inverters. In: **2020 35th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)**. [S.l.: s.n.], 2020. p. 680–684.
- QINGZHENG, G.; FEI, G.; CHANGMAO, Z. Indirect robust model reference adaptive control for discrete-time system with output uncertainty. **Proceedings of the 30th Chinese Control Conference**, p. 2216 – 2221, 2011.
- RAJESHWARI; BAGWARI, A. Voltage harmonic reduction using passive filter shunt passive-active filters for non-linear load. In: **2017 7th International Conference on Communication Systems and Network Technologies (CSNT)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 131–136.

RICHALET, J. et al. Algorithm control for industrial processes. **4th IFAC Symp on Identification and System Parameter Estimation**, 1976.

ROHRS, C. E. et al. Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics. **Decision and Control, 1982 21st IEEE Conference on**, v. 21, p. 3–11, 1982.

SANATKAR-CHAYJANI, M.; MONFARED, M. Design of lcl and llcl filters for single-phase grid connected converters. **IET Power Electronics**, IET, v. 9, n. 9, p. 1971–1978, 2016.

SASTRY, S.; BODSON, M. **Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness**. [S.l.]: Prentice Hal.

SCOLTOCK, J.; GEYER, T.; MADAWALA, U. Model predictive direct power control for a grid-connected converter with an lcl-filter. In: **IEEE. International Conference on Industrial Technology (ICIT)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 588–593.

SEN, S.; GANGULY, S. Opportunities, barriers and issues with renewable energy development - a discussion. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 69, p. 1170–1181, 2017.

SERBAN A, C.; MILTIADIS D, L. Artificial intelligence for smart renewable energy sector in europe-smart energy infrastructures for next generation smart cities. **IEEE Access**, v. 8, p. 77364–77377, 2020.

SOETERBOEK, R. Predictive control: A unified approach. **Prentice Hall**, 1992.

STEFANELLO, M. **Controle Adaptativo Robusto de Estrutura Variável por Modelo de Referência Aplicado a Filtros Ativos de Potência**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, 2010.

TAMBARA, R. V. **Um controlador adaptativo robusto aplicado a conversores estáticos conectados à rede elétrica através de filtro LCL**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, UFSM., 2014.

TAMBARA, R. V. et al. Analysis of performance of an rrmrac controller in discrete-time via z transform and delta transform. **37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**, p. 492 – 497, 2011.

\_\_\_\_\_. A digital rrmrac controller based on a modified rls algorithm applied to the control of the output currents of an lcl-filter connected to the grid. **European Power Electronics conference (EPE)**, Lille, France, 2013.

TEODORESCU, R.; LISERE, M.; RODRÍGUEZ, P. Grid converters for photovoltaic and wind power systems. **John Wiley and Sons, Wiley - IEEE**, 2011.

- TWINING, E.; HOLMES, D. G. Grid current regulation of a three-phase voltage source inverter with an lcl input filter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 18, n. 3, p. 888–895, 2003.
- VIEIRA, R. P. **Servocontrole de velocidade aplicado a motores de indução monofásicos sem sensores mecânicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, UFSM, 2008.
- WALDAU A, J. et al. Photovoltaics in europe after the paris agreement. **European Commission**, p. 3835–3837, 2018.
- WHITAKER H.P, Y. J.; KEZER, A. **Design of Model Reference Adaptive Controller Systems for Aircraft**. Universidade of Cambridge: [s.n.], 1958.
- WU, E.; LEHN, P. Digital current control of a voltage source converter with active damping of lcl resonance. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 5, p. 1364–1373, 2006.
- YDSTIE, B. Extended prediction self adaptive control. **9th IFAC World Congress**, 1984.
- ZHANG, X. et al. Hysteresis model predictive control for high-power grid-connected inverters with output lcl filter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 1, p. 246–256, 2016.



## APÊNDICES

---



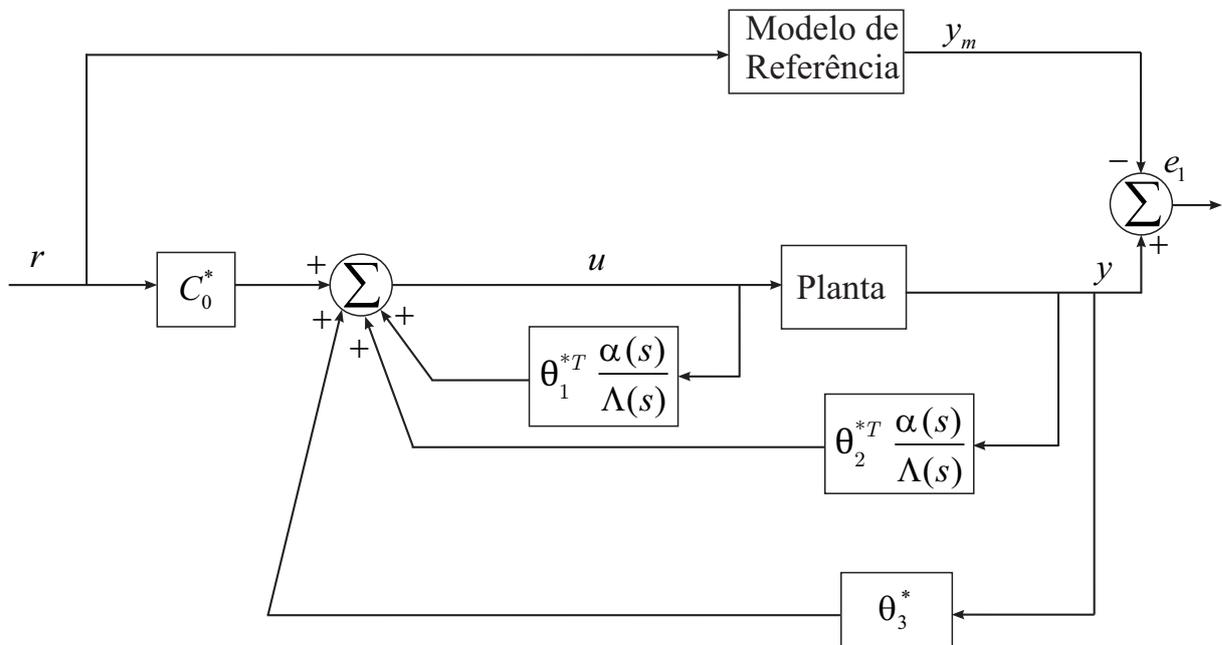
## Apêndice A – Controle MRC para uma planta de ordem superior

### A.0.1 Controle por Modelo de Referência

Neste tipo de controle o comportamento desejado da planta, é definido através de um modelo de referência, que descreve as propriedades de entrada e saída desejadas para o sistema em malha fechada, conforme (IOANNOU; SUN, 1996). O objetivo do MRC é encontrar uma lei de controle tal que as propriedades de entrada e saída do sistema realimentado sejam iguais às propriedades do modelo de referência. Esta lei de controle é a estrutura base dos controladores adaptativos por modelo de referência (MRAC).

A Figura A.1 ilustra o funcionamento do controlador MRC.

Figura A.1 – Diagrama de Blocos do Controle MRC



Fonte: Adaptado de (IOANNOU; SUN, 1996)

Seja uma planta SISO, com uma entrada  $u$  e uma saída  $y$ , linear e invariante no tempo de primeira ordem modelada no domínio da frequência por função de transferência

$$G_p(s) = \frac{b}{s + a} \quad (\text{A.1})$$

e um modelo de referência

$$W_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m} \quad (\text{A.2})$$

Pode-se calcular os ganhos do MRC considerando a lei de controle

$$\boldsymbol{\theta}^{*T} \boldsymbol{\omega} + r(s) = 0, \quad (\text{A.3})$$

onde

$$\boldsymbol{\theta}^{*T} = \begin{bmatrix} \theta_u^* & \theta_y^* \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

$$\boldsymbol{\omega}^T = \begin{bmatrix} u(s) & y(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

são vetores que contém, respectivamente, os ganhos da planta e os valores da entrada  $u(s)$  e da saída  $y(s)$ . Para uma planta de primeira ordem com grau relativo 1, calcula-se os ganhos do vetor  $\boldsymbol{\theta}^{*T}$ .

Da equação (A.3) pode-se escrever também

$$r(s) = \begin{bmatrix} -\theta_u^* & -\theta_y^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

ou ainda

$$r(s) = -\theta_u^* u(s) - \theta_y^* y(s) \quad (\text{A.7})$$

De (A.7) pode-se calcular a lei de controle

$$u(s) = -\frac{1}{\theta_u^*} r(s) - \frac{\theta_y^*}{\theta_u^*} y(s) \quad (\text{A.8})$$

De (A.8) pode-se definir

$$C_0^* = -\frac{1}{\theta_u^*} \quad (\text{A.9})$$

e

$$\theta_3^* = -\frac{\theta_y^*}{\theta_u^*} \quad (\text{A.10})$$

Dessa forma, a lei de controle que atua sobre a planta  $G_p(s)$  é dada por

$$u(s) = C_0^* r(s) + \theta_3^* y(s) \quad (\text{A.11})$$

Para que seja possível se conhecer os ganhos, é necessário encontrar uma equação que relacione a planta com o modelo de referência. Desta forma,

$$y(s) = G_p(s) u(s) \quad (\text{A.12})$$

e

$$y_m(s) = W_m(s)r(s) \quad (\text{A.13})$$

Assumindo que  $y = y_m$ , tem-se

$$G_p(s)u(s) = W_m(s)r(s) \quad (\text{A.14})$$

Substituindo (A.11) em (A.12), advém

$$y(s) = (C_0^*r(s) + \theta_3^*y(s))\frac{b}{s+a}, \quad (\text{A.15})$$

ou ainda,

$$y(s) = \frac{C_0^*r(s)}{s+a}b + \frac{\theta_3^*y(s)}{s+a}b \quad (\text{A.16})$$

De(A.16) tem-se também

$$y(s)\left(1 - \frac{\theta_3^*}{s+a}b\right) = \frac{C_0^*r(s)}{s+a}b \quad (\text{A.17})$$

ou

$$y(s)(s+a - \theta_3^*b) = C_0^*r(s)b \quad (\text{A.18})$$

e finalmente

$$y(s) = \frac{C_0^*b}{s+a - \theta_3^*b}r(s) \quad (\text{A.19})$$

Usando (A.14) e (A.19) obtêm-se

$$\frac{C_0^*b}{s+a - \theta_3^*b}r(s) = \frac{b_m}{s+a_m}r(s) \quad (\text{A.20})$$

De (A.20) conclui-se que

$$C_0^* = \frac{b_m}{b} \quad (\text{A.21})$$

e

$$\theta_3^* = \frac{a_m - a}{-b} \quad (\text{A.22})$$

A equação (A.20) é chamada de equação de casamento do MRC, que neste caso, foi desenvolvida para uma planta de primeira ordem.

#### A.0.1.1 Controle MRC para uma planta de ordem superior

Para aplicar o controle MRC em uma planta de ordem superior (grau maior que um), deve-se primeiramente ter acesso a todos os estados da planta. Na técnica de retroação de estados, admite-se que todas as variáveis de estado estão disponíveis para retroação. Na prática, contudo, nem todas estão. Assim, é necessário estimar as variáveis

de estado que não são disponíveis (OGATA, 1995).

Em uma planta de grau  $n > 1$  é necessário realizar, primeiramente, a reconstituição dos estados  $x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)$ . Normalmente, considera-se que o estado  $x_1(t)$  é a própria saída da planta  $y(t)$  a qual é mensurável diretamente.

Os termos  $\theta_1^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}$  e  $\theta_2^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}$ , conforme mostrado na Figura A.1 estão associados a reconstituição do estados de ordem superior da planta.

A utilização do observador de Luenberger, na obtenção dos estados de um sistema dinâmico que por conseguinte possibilita emprego da técnica de controle MRC, não requer, neste contexto, identificação precisa dos estados desejados, visto que o objetivo do MRC é fazer com que a saída da planta siga a saída do modelo de referência, logo, os ganhos do controlador devem compensar as diferenças entre os estados reais e preditos do observador.

### A.0.2 Observador de Luenberger em malha fechada

A estimação de variáveis de estado não-mensuráveis é comumente chamada de *observação*. Um dispositivo (ou programa de computador), que estima ou observa as variáveis de estado é designado um observador de estado. Se o observador de estado observa todas as variáveis de estado de um sistema, ele é chamado de *observador de estado de ordem plena*, no entanto, um observador que estima um número de variáveis de estado inferior a  $n$ , onde  $n$  é a dimensão do vetor de estado, é chamado de *observador de estado de ordem reduzida* (OGATA, 1995), no qual será o enfoque deste trabalho.

Para uma planta de grau  $n > 1$ , é necessário realizar, primeiramente, a reconstituição dos estados  $x_2(t), x_3(t), x_n(t)$ , cuja saída  $y(t)$  fornece apenas o valor do estado  $x_1(t)$ .

Considera-se um sistema SISO, linear e invariante no tempo no qual pode ser modelado no domínio do tempo contínuo através de um sistema de equações de primeira ordem da seguinte maneira:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (\text{A.23})$$

E uma equação de saída do modelo

$$y(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{X}(t) + Du(t) \quad (\text{A.24})$$

Assim, projeta-se um observador que possui os coeficientes iguais aos coeficientes da planta:  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}$ ,  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}$ ,  $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}$ ,  $\hat{D} = D$ .

O objetivo do observador de estados em malha fechada é desenvolver um sistema

dinâmico cujo vetor de estados  $\hat{\mathbf{X}}(t)$ , é conhecido e igual a  $\mathbf{X}(t)$ :

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (\text{A.25})$$

e

$$\hat{y}(t) = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{X}}(t) + Du(t) \quad (\text{A.26})$$

onde  $\mathbf{G}$  é a matriz de ganhos do observador e  $[y(t) - \hat{y}(t)]$  é o erro de predição entre os estados reais e observados.

Substituindo (A.26) em (A.25), considerando  $D = 0$ :

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}y(t) - \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{X}}(t) \quad (\text{A.27})$$

Reagrupando os termos:

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}y(t) \quad (\text{A.28})$$

onde  $(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})$  é uma matriz cujo autovalores estão associados à dinâmica do erro de predição.

Pode-se definir que:

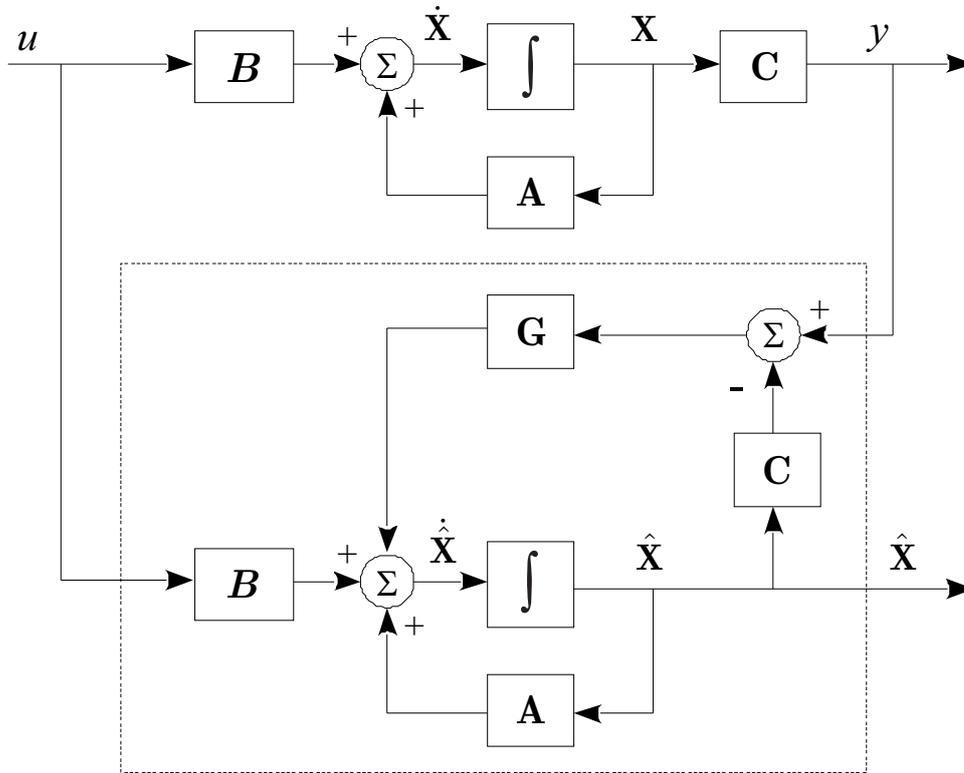
$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C} \quad (\text{A.29})$$

Substituindo (A.29) em (A.28):

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}y(t) \quad (\text{A.30})$$

A Figura A.2 apresenta o diagrama de blocos de uma planta modelada por variáveis de estado com um observador de estados de ordem plena.

Figura A.2 – Diagrama de blocos de um observador de estados de ordem plena



Fonte: Adaptado de (IOANNOU; SUN, 1996)

Para não sobrecarregar a notação dos estados do vetor  $\mathbf{X}(t)$ :  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ , e  $\hat{\mathbf{X}}(t)$ :  $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_n(t)$ , o índice  $(t)$  será omitido das próximas deduções.

### A.0.2.1 Controle MRC para uma planta de segunda ordem

Dado um sistema dinâmico de segunda ordem SISO, linear e invariante no tempo representado por variáveis de estado (A.23), conforme (A.30), tem-se o observador:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} y(t) \quad (\text{A.31})$$

Como a entrada  $u(t)$  e a saída  $y(t)$  podem ser medidas:

$$x_1 = \hat{x}_1 = y(t) \quad (\text{A.32})$$

É necessário apenas descobrir o estado  $x_2$  da planta:

$$\dot{\hat{x}}_2 = f_{21}\hat{x}_1 + f_{22}\hat{x}_2 + b_2u(t) + g_2y(t) \quad (\text{A.33})$$

Substituindo (A.32) em (A.33)

$$\dot{\hat{x}}_2 = f_{21}y(t) + f_{22}\hat{x}_2 + b_2u(t) + g_2y(t) \quad (\text{A.34})$$

Definindo  $f_{21} + g_2 = \bar{b}_2$ :

$$\dot{\hat{x}}_2 = \bar{b}_2y(t) + f_{22}\hat{x}_2 + b_2u(t) \quad (\text{A.35})$$

Definindo:

$$\hat{x}_2 = \omega_1(t) + \omega_2(t) \quad (\text{A.36})$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \dot{\omega}_1(t) + \dot{\omega}_2(t) \quad (\text{A.37})$$

pode-se substituir em (A.35)

$$\dot{\omega}_1(t) + \dot{\omega}_2(t) = \bar{b}_2y(t) + f_{22}(\omega_1(t) + \omega_2(t) + b_2u(t)) \quad (\text{A.38})$$

Aplicando a transformada de Laplace em (A.38), obtêm-se as equações dos filtros que reconstituem o estado  $x_2$ :

$$\omega_1(s) = \frac{b_2}{s - f_{22}}u(s) \quad (\text{A.39})$$

$$\omega_2(s) = \frac{\bar{b}_2}{s - f_{22}}y(s) \quad (\text{A.40})$$

Definindo  $f_{22} = F$  e  $b_2 = \bar{b}_2 = g$ , as equações dos filtros que reconstituem o estado  $x_2$  são:

$$\omega_1(s) = \frac{g}{s - F}u(s) \quad (\text{A.41})$$

$$\omega_2(s) = \frac{g}{s - F}y(s) \quad (\text{A.42})$$

Logo, (A.41) e (A.42) são filtros de primeira ordem que tem como função reconstituir o estado  $x_2$ , porém os mesmos não reconstituem-o com precisão pelo fato de  $\bar{b}_2$  ser diferente de  $b_2$ . Para uma planta de segunda ordem, caberá aos ganhos  $\theta_1^*$  e  $\theta_2^*$  compensar a diferença entre o valor real ( $x_2$ ) e predito ( $\hat{x}_2$ ) conforme tratado no início da Seção A.0.2.

Para uma planta de segunda ordem, a lei de controle é:

$$u(s) = \theta_1^* \frac{g}{s - F}u(s) + \theta_2^* \frac{g}{s - F}y(s) + \theta_3^*y(s) + C_0^*r(s) \quad (\text{A.43})$$

que resulta no calculo de quatro ganhos do MRC:  $\theta^{*T} = [\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*, C_0^*]$ .

A.0.2.2 Controle MRC para uma planta de terceira ordem

Dado um sistema dinâmico de terceira ordem SISO, linear e invariante no tempo representado por variáveis de estado (A.23), conforme (A.30), tem-se o observador:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} y(t) \quad (\text{A.44})$$

Conforme (A.32), é necessário observar os estados  $\hat{\mathbf{X}}_{2,3}$ . Assim:

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_{2,3} = \bar{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{X}}_{2,3} + \bar{\mathbf{B}}u(t) + \bar{\mathbf{G}}y(t) \quad (\text{A.45})$$

onde:

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} f_{22} & f_{23} \\ f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} (f_{21} + g_2) \\ (f_{31} + g_3) \end{bmatrix}.$$

Definindo o vetor  $\hat{\mathbf{X}}_{2,3}$ , como sendo:

$$\hat{\mathbf{X}}_{2,3} = \boldsymbol{\omega}_1(t) + \boldsymbol{\omega}_2(t) \quad (\text{A.46})$$

onde:

$$\boldsymbol{\omega}_1(t) = \begin{bmatrix} \omega_{11}(t) & \omega_{12}(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_2(t) = \begin{bmatrix} \omega_{21}(t) & \omega_{22}(t) \end{bmatrix}$$

De (A.46):

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_{2,3} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_1(t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2(t) \quad (\text{A.47})$$

Substituindo (A.46), (A.47) em(A.45):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_1(t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2(t) = \bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\omega}_1(t) + \boldsymbol{\omega}_2(t)) + \bar{\mathbf{B}}u(t) + \bar{\mathbf{G}}y(t) \quad (\text{A.48})$$

Aplicando a transformada de Laplace e agrupando  $\boldsymbol{\omega}_1(t)$  e  $\boldsymbol{\omega}_2(t)$ :

$$(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})\boldsymbol{\omega}_1(s) = \bar{\mathbf{B}}u(s) \quad (\text{A.49})$$

$$(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})\boldsymbol{\omega}_2(s) = \bar{\mathbf{G}}y(s) \quad (\text{A.50})$$

Definindo  $\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{G}} = \mathbf{g}$  as equações dos filtros que reconstituem os estados  $\mathbf{X}_{2,3}$  são:

$$\boldsymbol{\omega}_1(s) = (s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{g}u(s) \quad (\text{A.51})$$

e

$$\boldsymbol{\omega}_2(s) = (s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{g}y(s) \quad (\text{A.52})$$

Logo as equações (A.51) e (A.52) são filtros de segunda ordem que tem como função reconstituir os estados  $\mathbf{X}_{2,3}$ , porém os mesmos não reconstituem-os com precisão pelo fato de  $\bar{\mathbf{B}}$  ser diferente de  $\bar{\mathbf{G}}$ . Para uma planta de terceira ordem, caberá aos ganhos  $\theta_{11}^*$ ,  $\theta_{12}^*$ ,  $\theta_{21}^*$  e  $\theta_{22}^*$  compensar a diferença entre os valores reais ( $\mathbf{X}_{2,3}$ ) e preditos ( $\hat{\mathbf{X}}_{2,3}$ ).

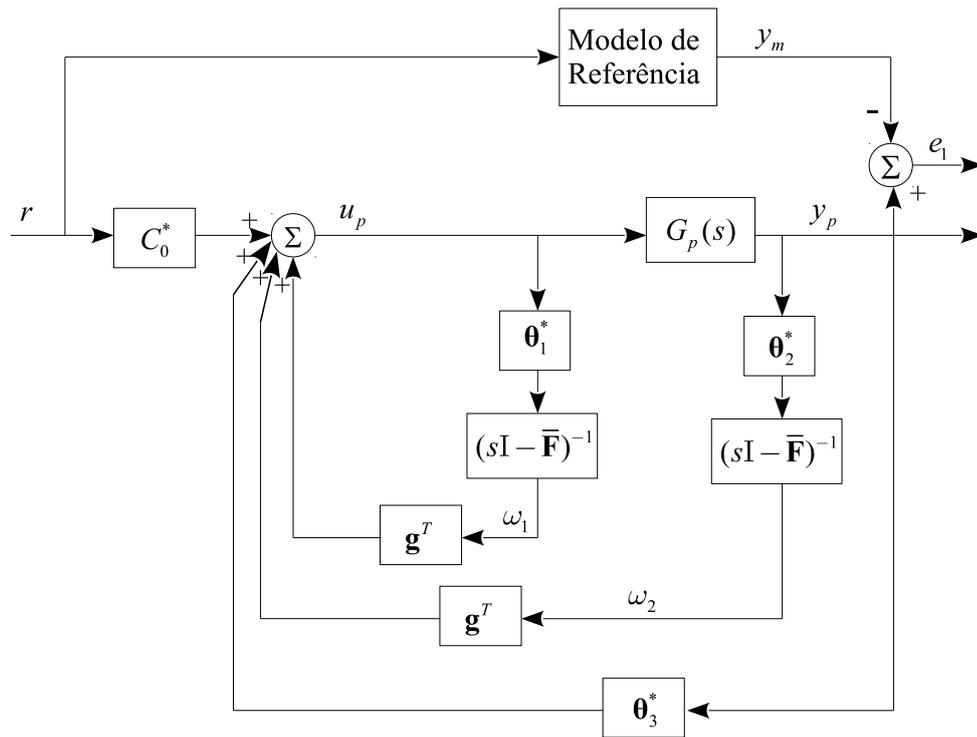
Para uma planta de terceira ordem, a lei de controle MRC é dada por:

$$u(s) = \theta_1^{*T}(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{g}u(s) + \theta_2^{*T}y(s)(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{g}y(s) + \theta_3^*y(s) + C_0^*r(s) \quad (\text{A.53})$$

que resulta no calculo de seis ganhos do MRC:  $\theta^{*T} = [\theta_{11}^*, \theta_{12}^*, \theta_{21}^*, \theta_{22}^*, \theta_3^*, C_0^*]$ .

### A.0.3 Controle MRC para uma planta de ordem $n$

Figura A.3 – Diagrama de blocos do controle MRC por variáveis de estado



Fonte: Adaptado de (IOANNOU; SUN, 1996)

De (A.53) concluímos que, o número de ganhos que uma planta de grau  $n$  necessitará para que  $y = y_m$ , está diretamente associado à saída  $y$ , a entrada  $u$ , e ao número de filtros de reconstituição de estados que a planta possui. Desta forma:

$$\theta^{*T} = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_3^*, C_0^*] \quad (\text{A.54})$$

onde:

$$\theta_1^{*T} = [\theta_{11}^*, \theta_{12}^*, \dots, \theta_{1n}^*], \quad \theta_2^{*T} = [\theta_{21}^*, \theta_{22}^*, \dots, \theta_{2n}^*]$$

Do diagrama de blocos do controle MRC por função de transferência mostrado na Figura (A.1) e por variáveis de estado na Figura (A.3), pode-se encontrar uma relação da seguinte maneira:

$$(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}})^{-1}\mathbf{g} = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} \quad (\text{A.55})$$

e

$$\alpha(s) = \alpha_{n-2}(s) = [s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, s, 1], \quad n \geq 2$$

$$\alpha(s) = 0, \quad n \leq 1$$

Para uma planta  $G_p(s)$  e um modelo de referência  $W_m(s)$  genérico:

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \quad (\text{A.56})$$

$$W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (\text{A.57})$$

a equação de  $\Lambda$  torna-se:

$$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)Z_m(s) \quad (\text{A.58})$$

possuindo grau  $n - 1$ , onde  $\Lambda_0(s)$  é um polinômio de grau  $n - 1 - q_m$ , sendo  $q_m$  o grau de  $Z_m(s)$ .

assim, a lei de controle em (A.53) pode ser reescrita como

$$u(s) = \boldsymbol{\theta}_1^T \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u(s) + \boldsymbol{\theta}_2^T \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y(s) + \theta_3^* y(s) + C_0^* r(s) \quad (\text{A.59})$$

partindo de (A.20), uma equação de casamento geral do MRC pode ser expressa como:

$$R_p(s)\boldsymbol{\theta}_1^T \alpha(s) + k_p Z_p(s)\boldsymbol{\theta}_2^T \alpha(s) + \Lambda(s)k_p Z_p(s)\theta_3^* = \Lambda R_p(s) - Z_p(s)\Lambda_0 R_m(s) \quad (\text{A.60})$$

A lei de controle MRC é ideal quando se deseja definir desempenho a partir de um modelo dinâmico pré estabelecido. Esta lei de controle de ganhos fixos é capaz de entregar uma resposta muito satisfatória do sistema/processo controlado em regime permanente quando não ha variação paramétrica da planta e dinâmicas não modeladas. Entretanto, existe algumas restrições/ hipóteses de projeto que a planta e o modelo de referência devem satisfazer para garantir convergência, desempenho e estabilidade do sistema, vide (ASTRÖM; WITTENMARK, 1989), (AZZOLIN, 2008).

## A Identificação dos coeficientes de uma planta $G_p(z)$

Nesta seção, será abordado o desenvolvimento de um identificador de coeficientes ou parâmetros de uma planta  $G_p(z)$  a partir do princípio do método dos mínimos quadrados LS (*Least Square*) e sua forma recursiva, RLS (*Recursive Least Square*), cujo valores dos coeficientes são calculados para cada nova iteração do método.

Seja uma planta  $G_p(z)$  considerando a relação entrada-saída em tempo discreto

$$y(k) = G_p(z)u(k) \quad (\text{A.1})$$

onde  $y(k)$  é a denominação do sinal de saída da planta com função de transferência  $G(z)$  e entrada  $u(k)$ ,  $z$  uma variável complexa que representa a frequência-discreta e a variável  $k$  representa o índice das funções em tempo-discreto. Partindo do desvio

$$e_1(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1) \quad (\text{A.2})$$

onde  $\hat{y}(k+1)$  é o erro de predição da saída e é expresso como:

$$\hat{y}(k+1) = \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\theta}(k) \quad (\text{A.3})$$

cujo  $\boldsymbol{\phi}^T$  e  $\boldsymbol{\theta}$  são expressos respectivamente como:

$$\boldsymbol{\phi}^T(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n)]^T \quad (\text{A.4})$$

e

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n]^T \quad (\text{A.5})$$

Se a soma dos quadrados dos desvios  $e_1(k+1)$  é mínima, e introduzindo o critério da função custo  $J(\boldsymbol{\theta})$ , tem-se

$$\underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} J(\boldsymbol{\theta}) = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2} e_1^2(k+1) = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} [y(k+1) - \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\theta}(k)]^2 \quad (\text{A.6})$$

sendo que cada desvio  $e_1(k+1) : y(k+1) - \hat{y}(k+1)$  será pequeno. Assim os coeficientes  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$  devem ser tais que minimizam a função:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n) = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} [y(k+1) - \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\theta}(k)]^2 \quad (\text{A.7})$$

Pode-se reescrever o lado esquerdo de (A.6) como

$$\underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2} e_1^2(k+1) = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} \mathbf{W}^T(n)\mathbf{W}(n) \quad (\text{A.8})$$

Definindo

$$\mathbf{Y}(n) \triangleq \mathbf{X}(n)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{W}(n) \quad (\text{A.9})$$

onde  $\mathbf{Y}(n)$ ,  $\mathbf{W}(n)$  e  $\mathbf{X}(n)$  são respectivamente:

$$\mathbf{Y}(n) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{W}(n) = \begin{bmatrix} W(1) \\ W(2) \\ \vdots \\ W(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{X}(n) = \begin{bmatrix} \phi^T(0) \\ \phi^T(1) \\ \vdots \\ \phi^T(n-1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Substituindo (A.9) em (A.8) e inserindo em (A.7)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n) = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \Re}{\text{Arg Min}} (\mathbf{Y}(n) - \mathbf{X}(n)\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{Y}(n) - \mathbf{X}(n)\boldsymbol{\theta}) \quad (\text{A.13})$$

Para minimizar (A.13) conforme demonstrado em (??)

$$\left. \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(n)}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} \right|_{(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.14})$$

Obsevações:

$$\boldsymbol{\theta}^T(n) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{Y}(n) = \mathbf{Y}^T(n) \mathbf{X}(n) \boldsymbol{\theta} \quad (\text{A.15})$$

Para qualquer vetor  $\mathbf{v}$  e matriz simétrica  $\mathbf{M}$ , sendo  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$ , temos  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} (\mathbf{v}^T \mathbf{M} \mathbf{v}) = 2\mathbf{M}\mathbf{v}$

Multiplicando os termos do lado direito de (A.13) e aplicando teorema (A.15)

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} (\mathbf{Y}^T(n) \mathbf{Y}(n) - \mathbf{Y}^T(n) \mathbf{X}(n) \boldsymbol{\theta} - \mathbf{Y}^T(n) \mathbf{X}(n) \boldsymbol{\theta} + \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{A.16})$$

Derivando e igualando a zero

$$-\mathbf{Y}^T(n) \mathbf{X}(n) - \mathbf{Y}^T(n) \mathbf{X}(n) + 2\mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \mathbf{M} \boldsymbol{\theta} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Somando os termos

$$2\mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \boldsymbol{\theta} = 2\mathbf{X}^T(n) \mathbf{Y}(n) \quad (\text{A.18})$$

Logo:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n) = (\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n))^{-1}\mathbf{X}^T(n)\mathbf{Y}(n) \quad (\text{A.19})$$

Substituindo  $\mathbf{Y}(n)$  e  $\mathbf{X}(n)$  definidos em (A.10) e (A.12):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n) = \left(\sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k)\right)^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1) \quad (\text{A.20})$$

O leitor notará que o vetor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , diferentemente de (A.7) foi apresentado em função do índice  $n$  em (A.13), esta variação não deve confundir à interpretação de que, na abordagem até aqui, este método necessita a priori, todos os valores tabelados de  $y(k+1)$  e  $\boldsymbol{\phi}^T(k)$  para que seja possível encontrar os coeficientes que minimizam o desvio em (A.2), porém esta abordagem facilitará o desenvolvimento e novas considerações necessárias para se obter uma forma recursiva deste método.

A forma em (A.20) é denominada *off-line*, pois todos os dados tem de estar disponíveis antes de se iniciar a identificação.

### A.0.1 Método dos Mínimos Quadrados Recursivo - RLS

A partir (A.20) para se obter a forma *on-line* ou recursiva, correspondendo ao método dos mínimos quadrados recursivo (*Recursive Least Square*) ou RLS, procede-se da seguinte maneira.

Definindo  $\mathbf{P}(n)$  um passo à frente de

$$\left(\sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k)\right)^{-1}$$

obtem-se

$$\mathbf{P}(n) = \left(\sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k)\right)^{-1} \quad (\text{A.21})$$

Resultando de imediato em

$$\mathbf{P}^{-1}(n) = \sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k) \quad (\text{A.22})$$

Retirando o último termo de (A.22) e regredindo um passo a traz

$$\mathbf{P}^{-1}(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k) + \boldsymbol{\phi}^T(n)\boldsymbol{\phi}(n) \quad (\text{A.23})$$

logo

$$\mathbf{P}^{-1}(n) = \mathbf{P}^{-1}(n-1) + \boldsymbol{\phi}^T(n)\boldsymbol{\phi}(n) \quad (\text{A.24})$$

Assim

$$\mathbf{P}(n) = \left(\mathbf{P}^{-1}(n-1) + \boldsymbol{\phi}^T(n)\boldsymbol{\phi}(n)\right)^{-1} \quad (\text{A.25})$$

Do teorema de Lemma(MIL): Sejam  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  matrizes com dimensões compatíveis. Então:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{DA}^{-1} + \mathbf{C}^{-1})\mathbf{DA}^{-1}$$

Aplicando MIL à equação (A.24) sendo:  $\mathbf{A} \triangleq \mathbf{P}^{-1}(n-1)$ ,  $\mathbf{B} \triangleq \boldsymbol{\phi}(n)$ ,  $\mathbf{C} \triangleq \mathbf{I}$ , e  $\mathbf{D} \triangleq \boldsymbol{\phi}^T(n)$

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}(n-1) - \mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)(\boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n) + 1)^{-1}\boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1) \quad (\text{A.26})$$

Redistribuindo os termos em (A.26)

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}(n-1) - \frac{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)\boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)} \quad (\text{A.27})$$

Definindo  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1)$  um passo a frente de  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n)$  tem-se

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1) = \left(\sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k)\right)^{-1} \sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1) \quad (\text{A.28})$$

Substituindo

$$\left(\sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k)\right)^{-1}$$

por  $P(n)$  e regredindo um passo a traz de

$$\sum_{k=0}^n \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1)$$

em (A.28), tem-se

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1) = P(n) \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1) + \boldsymbol{\phi}(n)y(n+1) \quad (\text{A.29})$$

Substituindo (A.27) em (A.29) e multiplicando os termos

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1) &= P(n-1) \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1) + \mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)y(n+1) \dots \\ &\dots - \frac{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)\boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)} \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1) \dots \\ &\dots - \frac{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)\boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)} \boldsymbol{\phi}(n)y(n+1) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Substituindo os termos que possuem

$$P(n-1) \sum_{k=0}^{n-1} \boldsymbol{\phi}(k)y(k+1)$$

por  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n)$  em (A.30), isolando e reagrupando os termos semelhantes, chega-se em

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(n) + \frac{\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n)}(y(n+1) - \boldsymbol{\phi}^T(n)\hat{\boldsymbol{\theta}}(n)) \quad (\text{A.31})$$

A forma em (A.31) é a forma *On-Line* ou recursiva de (A.20), mantendo a matriz de covariância  $\mathbf{P}$  fixa, obtêm-se o *Método do tipo Gradiente Normalizado*:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(n) + \frac{\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}(n)}{1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}(n)}(y(n+1) - \boldsymbol{\phi}^T(n)\hat{\boldsymbol{\theta}}(n)) \quad (\text{A.32})$$

A normalização presente nestes identificadores é descrita como:

$$m^2(k) = 1 + \boldsymbol{\phi}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\boldsymbol{\phi}(n) \quad (\text{A.33})$$

A matriz  $\mathbf{P}$ , pode ser relacionada com a constante de ponderação  $\gamma$  abordada no Capítulo anterior. Porém, no RLS, esta constante varia conforme os ganhos  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n+1)$  se aproximam dos ganhos verdadeiros do controlador. Tal constante diminuí ao passo da convergência dos ganhos em cada iteração. O "esquecer do passado"auxilia a melhorar à velocidade de convergência. No entanto, o custo computacional do RLS é maior que o do algoritmo Gradiente.

Ainda, as equações (A.31) e (A.32), referem-se a identificadores empregados para controle indireto, pois partem do desvio ou erro de predição  $e_1 = y - \hat{y}$ , e não do erro de rastreamento  $e_1 = y - y_m$ .