UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

Tauana Dambrós

ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR VERSUS DA ESCOLA BÁSICA: UMA VISÃO DOS ACADÊMICOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Santa Maria, RS
2022

Tauana Dambrós

ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR VERSUS DA ESCOLA BÁSICA: UMA VISÃO DOS ACADÊMICOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática.**

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fajardo

Santa Maria, RS
2022

This study was financied in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Finance Code 001

Dambrós, Tauana
ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR VERSUS DA ESCOLA BÁSICA: UMA VISÃO DOS ACADÊMICOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA / Tauana Dambrós.- 2022.
94 p.; 30 cm

Orientador: Ricardo Fajardo
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2022

1. Educação Algébrica 2. Formação de Professor 3. Álgebra Abstrata I. Fajardo, Ricardo II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, TAUANA DAMBRóS, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

Tauana Dambrós

ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR VERSUS DA ESCOLA BÁSICA: UMA VISÃO DOS ACADÊMICOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática.**

Aprovado em 31 de Janeiro de 2022

Fajardo

Ricardo Fajardo, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Luciane Gobbi Tonet

Luciane Gobbi Tonet, Dra. (UFSM)

Rodolfo Chaves, Dr. (Ifes)

Santa Maria, RS
2022

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a minha família, ao meu companheiro de vida Maycon e aos meus pais Artur e Denise. Dedico também a minha vó Maria de Lourdes que não pode presenciar esse momento, mas junto aos meus pais me ensinou desde pequena a valorizar os professores e estudar.
Amo muito vocês.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me permitido concluir esse trabalho, principalmente durante esses anos de pandemia do Covid-19 que trouxeram muitas dificuldades para a conclusão com êxito dessa pesquisa.

Agradeço também a várias pessoas que contribuíram de uma forma ou de outra para a realização desse sonho, principalmente pelos auxílios e compreensões. E de forma especial quero agradecer:

- ao meu orientador Ricardo Fajardo pela oportunidade concedida, e pela confiança depositada em mim, sou grata pelo tempo disponibilizado para me ajudar, pelo seu incentivo e principalmente sua orientação;

- ao meu companheiro de vida Maycon Robert Prestes Ferreira por toda paciência, amor, carinho e compreensão, e sem esquecer dos puxões de orelha para me concentrar e acabar logo, sem você tenho certeza que essa trajetória teria sido bem mais difícil, foi você quem acreditou em mim e não me deixou desistir nos dias mais difíceis;

- aos meus pais Artur Dambrós e Denise Mazzurana Dambrós por sempre acreditarem em mim e me incentivarem e apoiarem de toda forma possível em minha caminhada até aqui, quase tudo que conquistei em minha vida foi graças ao apoio de vocês;

- aquela que chamo de vó, ou as vezes de sogra, mas é tudo confuso porque considero como uma segunda mãe, Ivete Regina Marchesan, pela compreensão quando não podia ajudar ou atrasava o almoço quando estava em casa na reta final, sempre me pedindo se havia conseguindo acaba e me incentivando;

- aos meus avôs, tios, primos, cunhados e afilhados por todo apoio e compreensão quando não podia me fazer presente ou dar toda a atenção merecida,

- à professora Luciane Gobbi Tonet e ao professor Rodolfo Chaves, por aceitarem avaliar meu trabalho e por todas as considerações extremamente relevantes, vocês foram muito importantes em toda minha caminhada no ensino superior, juntamente com todos os professores que fizeram parte da minha trajetória;

- aos meus colegas e amigos, por todo apoio, incentivo e compreensão em especial a colega e hoje mestre Maisa que esteve sempre presente desde a graduação, com a qual pude compartilhar vários aprendizados durante o mestrado, além da ajuda mutua em alguns momentos de elaboração da dissertação;

-à Universidade Federal de Santa Maria, a coordenação do curso de Matemática da UFSM e a coordenação do PPGEMEF da UFSM e demais envolvidos por toda a ajuda e disponibilidade de espaço para realizar essa pesquisa;

- agradeço também pelo apoio e financiamento, sem o qual teria sido difícil me manter durante o mestrado, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e a secretaria regional da OBMEP de Santa Maria em especial na pessoa da Professora Sandra Eliza Vielmo pela confiança;

Enfim, a todos que fazem parte da minha vida e colaboraram na realização dessa pesquisa, para que cada dia eu possa ser uma professora melhor e um ser mais humano.

Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo.

(Paulo Freire)

RESUMO

ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR VERSUS DA ESCOLA BÁSICA: UMA VISÃO DOS ACADÊMICOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AUTOR: Tauana Dambrós
ORIENTADOR: Ricardo Fajardo

O presente trabalho é um estudo de caso, qualitativo, que tem como objetivo pesquisar a respeito da relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam anéis e grupos no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso. A justificativa para tal pesquisa deve-se à elevada taxa de reprovação nessas disciplinas, mesmo tendo sido feitas modificações ao longo dos anos. Para cumprir o objetivo efetuou-se um levantamento de pesquisas no Catálogo de Teses e Dissertações e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Também foram analisadas as ementas das disciplinas que abordam anéis e grupos do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria, disponíveis no portal do ementário da instituição. A partir do levantamento e da análise elaborou-se um questionário para ser aplicado aos acadêmicos e egressos do curso de Matemática Licenciatura dessa universidade. Os dados foram analisados por meio da Análise de Conteúdo de Bardin. Assim, foi possível observar que a maioria dos sujeitos considera a Álgebra Abstrata importante para a formação do Licenciando em Matemática e consegue ver relações com conteúdo da Educação Básica. Porém, questionam a forma que a disciplina aborda o conteúdo, pois quando matriculados na disciplina poucos tiveram contato com esta relação.

Palavras-chave: Educação Algébrica. Formação de Professor. Álgebra Abstrata.

ABSTRACT

COLLEGE VERSUS SCHOOL ALGEBRA: A VIEW OF UNDERGRADUATE STUDENTS IN MATHEMATICS

AUTHOR: Tauana Dambrós
ADVISOR: Ricardo Fajardo

This work is a qualitative case study which aims to research the relevance of the contents of the disciplines that address rings and groups in the pre-service teacher course in Mathematics of the Federal University of Santa Maria. It aims to view the opinions of the undergraduate students. The reason for such research is due to the high rate of failure in these disciplines, even though changes have been made over the years. To attain the objective, a survey of researches was conducted in the Catalog of Theses and Dissertations and in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations, and analyzed the menus of these disciplines, available on the institution's menu portal. From the survey and analysis, a questionnaire was elaborated, to be applied to students, and analyzed through the Content Analysis Theory. Thus, it was possible to observe that most of the subjects consider abstract algebra important for the achievement of their degree, and can see relations with the content of Basic Educatio. However, they question the way the discipline approaches the content, because when enrolled in the discipline few had contact with this relationship.

Keywords: Algebraic Education. Teacher Education. Abstract Algebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
Ebrapem	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPC	Projeto Pedagógico de Curso
PPGEMEF	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
MIT	Instituto de Tecnologia de Massachusetts

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Durante a Educação Básica, toda em escola pública, tive[1] ótimas professoras de Matemática. Devido aos excelentes exemplos e amor pela disciplina tomei a decisão de ser professora. Comecei a graduação em 2015. Que surpresa! Era totalmente diferente do que esperava; tantas demonstrações e teorias. Em contrapartida, pouco sobre os conteúdos que iria ensinar nos Ensinos Fundamental e Médio.

Até que chegou a hora daquela disciplina que todos os veteranos diziam ser difícil, que muitos reprovavam, a tão temida Álgebra Abstrata. Apesar de ter gostado muito, uma pergunta continuava a me inquietar: qual a relação com o que iria ensinar na Educação Básica? Com isso, no meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) sobre a orientação da professora Drª Luciane Gobbi Tonet, analisei quais conteúdos da Álgebra do Ensino Superior estavam relacionados aos da Educação Básica. Apresentando sugestões de como esses poderiam ser estudados no curso de Matemática Licenciatura, explicando de onde surgem alguns “macetes”. Dessa forma minha pergunta inicial foi respondida.

No entanto, novas dúvidas surgiram; será que os demais licenciandos percebem essas relações? Qual a relevância para eles de estudar anéis e grupos? Com relação a isso, era muito comum ao conversar com colegas da graduação, de Licenciatura em Matemática, haver um questionamento sobre as ementas das disciplinas de Álgebra Abstrata, sendo que, em sua maioria eles comentavam não perceber sua importância como futuros professores. Segundo Mondini e Bicudo (2010):

> Os alunos da Licenciatura, ao frequentarem essa disciplina, colocam em dúvida sua relevância e utilidade para seu trabalho como futuros professores de Matemática. Segundo Souza (2008), quando essa resposta não é esclarecida ou os objetivos não são expostos com clareza para os alunos e professores, a disciplina de Álgebra permanece descontextualizada do currículo da Licenciatura (MONDINI; BICUDO, 2010, p. 49).

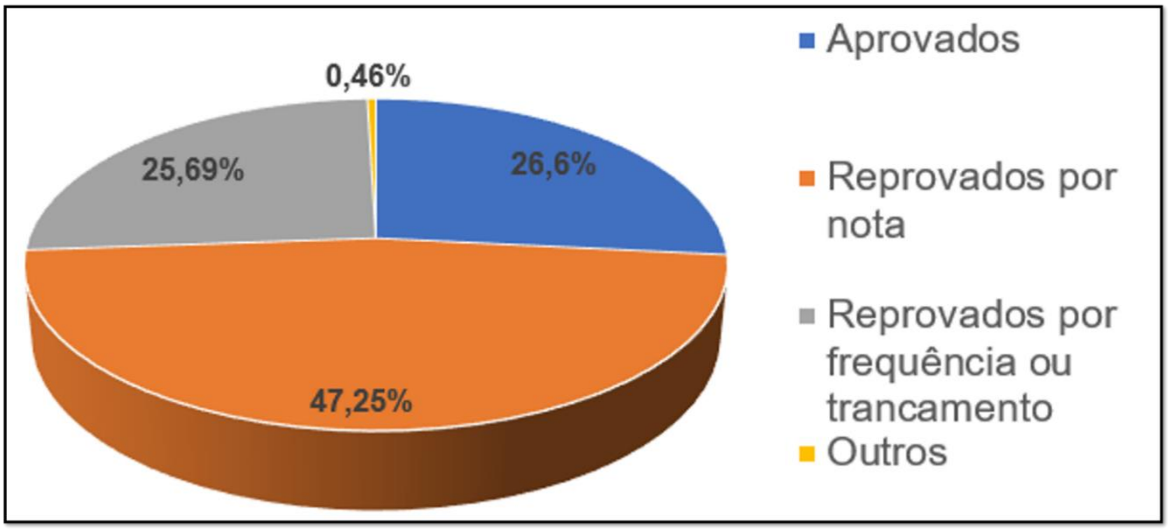
Na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) o cenário não é muito diferente. Ao conversarmos nos corredores, alunos do curso de Licenciatura em Matemática declaravam estar insatisfeitos quanto ao enfoque, geralmente dado aos conteúdos que compunham o programa da disciplina de Anéis e Grupos. Ela é ministrada para os cursos de bacharelado e licenciatura concomitantemente, com certa tendência para o lado da pesquisa em Matemática no seu sentido mais puro.

---

[1] A parte inicial que trata da trajetória da mestranda será escrita na primeira pessoa do singular, após seguiremos com a primeira pessoa do plural.

Percebendo essa insatisfação de alguns acadêmicos, (DAMBRÓS, 2019), analisei os índices de reprovação na disciplina Álgebra I[2], no período compreendido entre o segundo semestre de 2014 e o primeiro semestre de 2018, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1- Estatísticas da disciplina Álgebra I, de 2014/2 a 2018/1.



Fonte: Dambrós (2019, p. 10)

Nesse período tivemos um total de 218 (duzentos e dezoito) alunos matriculados (DAMBRÓS, 2019) dos quais, como observamos na Figura 1, somente 26,6% foram aprovados. Por outro lado, 47,25% foram reprovados por nota e 25,69% por frequência ou realizaram trancamento parcial. Com relação ao item "outros" temos 0,46% dos alunos dispensados da disciplina.

No mesmo período, Oliveira (2019), em seu TCC, realizou um questionário junto aos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM. Nele questionou-se em qual disciplinas os sujeitos haviam reprovado durante o curso e, também, apresentou dados significativos a respeito da respectiva disciplina, a qual teve o maior número de reprovações em comparação com outras do mesmo curso:

> O que mais chama a atenção é a quantidades de vezes que os discentes reprovaram em Álgebra, pois a maioria reprovou pelo menos duas vezes na mesma. Somando o total de reprovações chegamos em 36 reprovações para 14 alunos, ou seja, um número alarmante. Esses dados indicam que álgebra é o componente curricular que representa a maior dificuldade por parte dos alunos, onde chegaram a reprovar de 2 a 6 vezes. (OLIVEIRA, 2019, p. 40).

Esses dados que tratam da disciplina Álgebra I são expressivos, devido ao alto índice de reprovação. Por isso, esse projeto de pesquisa qualitativa tem como alvo de investigação os

---
[2] Programa disponível no Anexo D.

professores de Matemática Licenciatura formados pela UFSM, bem como os discentes dos últimos semestres do curso de Licenciatura em Matemática, que já cursaram a disciplina que aborda os conteúdos de anéis e grupos. Além disso, apresenta como questão investigativa: "Qual a relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam anéis e grupos no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso? "

Existem muitos trabalhos na área destacando que a Álgebra estudada nas escolas em muito se distingue a da universidade como, por exemplo, Pires (2012), Ribeiro (2015) e Bussmann (2008); enquanto, Denbow (1959) e Melo (2003) discutem o formalismo excessivo nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática. Além desses, Darley (2009) disserta sobre a importância das conexões a serem feitas entre o conhecimento novo e o anterior. Nesse contexto, não é exagero questionar se o processo de formação do professor da Escola Básica se baseia na divergência, e não em uma identidade, entre Educação Matemática Escolar e Ensino de Matemática Acadêmica.

Sendo assim, na sequência apresentamos o objetivo geral e específicos da pesquisa, os quais nos ajudarão responder as questões norteadoras desta dissertação.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo geral:

Pesquisar a respeito da relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam anéis e grupos no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso.

1.1.2. Objetivos Específicos

Esta pesquisa tem como objetivos específicos:

- Efetuar um mapeamento no Catálogo de Teses e Dissertações e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) de trabalhos sobre a Álgebra Abstrata em cursos de Licenciatura em Matemática;
- Analisar as ementas das disciplinas que abordam os conteúdos de anéis e grupos desde a criação do curso de Licenciatura em Matemática na UFSM;

- Aplicar um questionário, via um formulário *Google*, com perguntas abertas e fechadas aos egressos e discentes que cursaram alguma das disciplinas de Álgebra do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM;
- Analisar o questionário.

Começamos nossa investigação com o capítulo 2, abordando o que outros autores falam sobre o tema. Posteriormente, no capítulo 3, abordamos a metodologia utilizada no desenvolvimento desta pesquisa. No capítulo 4 listamos pesquisas que abordam o tema da Álgebra Abstrata na formação de professores de Matemática e, no capitulo 5, seguimos abordando um pouco da história da Álgebra, como ela surgiu e foi se desenvolvendo, mostrando o quanto a Álgebra Abstrata que conhecemos hoje é recente.

Já no capítulo 6 apresentamos mais sobre o curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, bem como as ementas das disciplinas que abordaram os conteúdos de anéis e grupos ao longo dos anos. No capítulo 7 investigamos as disciplinas que abordam os conteúdos de anéis e grupos na UFSM, para em seguida analisarmos as respostas do questionário aplicado aos sujeitos da pesquisa.

Para finalizar, nas Considerações Finais justiçamos o cumprimento do objetivo geral, bem como apresentamos alguns comentários pertinentes.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Antes de investigarmos as disciplinas de Álgebra no Curso de Matemática Licenciatura da UFSM especificamente, entendemos ser fundamental conhecermos um pouco do que alguns autores escreveram sobre o assunto, como, por exemplo, o texto Lins e Giménez (1997) no qual se afirma que "Tradicionalmente, a álgebra escolar é vista como uma generalização da aritmética. Mais ainda, esta é vista como concreta (e, *portanto*, mais fácil), e aquela como abstrata (e, *portanto*¸ mais difícil) " (LINS; GIMÉNEZ, 1997, posfácio, destaques dos autores).

No texto, Lins e Giménez (1997), buscam mostrar a quão inadequada, em alguns aspectos e errada em outros, é a visão supracitada. Para os autores do referido texto, Álgebra e Aritmética são as duas faces da mesma moeda que é lidar com relações quantitativas. Nessa obra os autores estabelecem inter-relações entre as aprendizagens de Álgebra e Aritmética explicando o porquê das mesmas e então sugerindo mudanças, do ponto de vista da Educação Matemática escolar.

No que se refere à Matemática Escolar, o texto em questão propõe, por exemplo, que ao invés de nos preocuparmos com a aprendizagem da Álgebra, nos preocupemos com a produção de significados para a Álgebra. Os autores sugerem que o enfoque deve ser dado no desenvolvimento de um senso numérico ao invés de nos restringirmos apenas a aprendizagem da Aritmética. Por esse ínterim então, os autores rompem com as leituras tradicionais de que a Álgebra é uma Aritmética generalizada ou ainda de que a Álgebra é a estrutura da Aritmética.

Lins e Giménez (1997), e os PCN (BRASIL, 2002; 1997) sugerem que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra em todos os anos da Educação Básica, assim como – em ambos os textos – recomenda-se que desde os primeiros anos de escolarização, ocorra a observância e a investigação de padrões aritmético-geométricos.

> Nossa leitura da produção de significados para a álgebra e para a aritmética sugere exatamente o contrário: *é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que está e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra.* (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 10, destaques dos autores).

Tal citação é posta em contraposição ao que nos aponta Davis e Hersh (1989) ao tratar da questão da abstração em Matemática, afirmando que se acredita:

> [...] geralmente que a matemática teve início quando a percepção de três maçãs libertou-se das maçãs e tornou-se o inteiro três. Isso é um exemplo do processo de abstração, mas como esta palavra é usada de várias maneiras distintas, mas relacionadas, é importante explica-las (DAVIS; HERSH, 1989, p. 157).

Essa desvinculação do "concreto" Chaves (2004) aponta como uma concepção positivista na qual

> A matemática, segundo o positivismo, 'por ser a mais simples e abstrata, configura-se como a gênese da taxonomia hierárquico-evolutiva das ciências', que em sua macro-estrutura de construção teórica, sustenta-se em uma tríade reducionista que imobiliza as idéias em quadros e classificações que levam à idéia do saber acabado (CHAVES, 2004, p. 104, *ipsis litteris*, destaques do autor).

Por sua vez, para Lins e Giménez (1997) tal desvinculação ocorre porque:

> Tudo indica que na escola interessa mesmo é que apliquemos "o" algoritmo, e de forma precisa. Por fim, na escola, números não são números de nada, a não ser em "problemas com história", e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e "pensem na matemática" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 15-16, destaques do autor).

Isso nos leva a pensarmos se a Matemática escolar não procura aproximar-se da Matemática Acadêmica e a afastar-se do que Lins (1999) categoriza como Matemática da rua, elevando o conhecimento matemático acadêmico como hegemônico. Diametralmente oposto a essa hegemonia, observamos que

> Ao colocar o conhecimento matemático acadêmico somente como uma das formas possíveis de saber, a Etnomatemática põe em questão a universalidade da Matemática produzida pela academia, salientando que esta não é universal, na medida em que não é independente da cultura. A pretensa universalidade da Matemática Acadêmica é que lhe daria sua "força" e, por conseguinte, o papel central que desempenhou no projeto da modernidade (KNIJNIK et al., 2012, p. 24, destaques do autor).

Então, por que falarmos de Álgebra no contexto da Educação Básica? Porque a Álgebra tratada nos cursos de Licenciatura é tratada dicotomicamente à Álgebra Escolar, mesmo que esta busque o caráter hegemônico da Álgebra Acadêmica.

Em Lins (1999) vimos que outra dicotomia é apresentada: *a rua e a escola*; isto é, a Matemática da rua é negligenciada em detrimento à Matemática Escolar, tal como a Álgebra Escolar é negligenciada em detrimento à Álgebra nos cursos de Matemática, como se fossem práticas sociais díspares e que, tal como água e óleo, não se misturam. Neste texto, o autor ao falar a respeito da Educação Matemática que pratica, propõe que na estrutura dessa Educação

Matemática se explicite “[...] na escola, os modos de produção de significados da rua. ” (p. 92). E mais, que se produza “[...] legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua (ato político, ato pedagógico) ” (Ibid, p. 92) e que se proponha “[...] novos modos de produção de significados, que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los.” (Ibid, p. 92).

Então, surgem novas indagações: (i) Será que não é fundamental que se explicite nos cursos de Álgebra, das licenciaturas em Matemática, os modos de produção de significados da Álgebra Escolar? (ii) Será que não precisamos produzir legitimidade, nas disciplinas de Álgebra das licenciaturas em Matemática, para os modos de produção de significado da Álgebra Escolar (ato político, ato pedagógico)? (iii) Será que não é preciso propor nas disciplinas de Álgebra das licenciaturas em Matemática, novos modos de produção de significados, que se juntam aos da Álgebra Escolar, ao invés de substituí-los?

Além das indagações antecedentes, outras surgem, como, por exemplo: por que pesquisar o que já foi escrito sobre o assunto, quando o nosso objetivo principal é investigar acadêmicos do curso de Matemática Licenciatura da UFSM? Na direção da resposta a essa pergunta, Fiorentini menciona que:

> Apenas uma pequena parcela (de educadores matemáticos e pesquisadores) tem procurado verificar o que os colegas já investigaram a respeito de seu tema ou problema de pesquisa. Alguns justificam sua prática dizendo que os outros trabalhos não possuem o mesmo referencial teórico ou que não se inserem na mesma linha de pesquisa. Ora, não consultamos e citamos outros trabalhos apenas para lhes dar continuidade ou para buscar apoio às nossas idéias. Fazemos isso também para questionar ou até refutar seus pressupostos ou suas conclusões e encaminhamentos (FIORENTINI, 1993, p. 56, *ipsis litteris*).

Com isso, vimos a importância de se ter um amplo referencial teórico, lendo as pesquisas anteriores, para embasar o trabalho, conhecer as opiniões de outros especialistas e os significados produzidos a partir de determinadas expressões. Durante esta dissertação usamos as expressões Matemática Científica, Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, para as quais compartilhamos da diferenciação proposta em Lins e Giménez (1997), bem como em Moreira e David (2010) indicando que:

> Usaremos as expressões Matemática Científica e Matemática Acadêmica como sinônimos que se referem à Matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais. E Matemática Escolar referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao processo de educação escolar básica em Matemática (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 20).

Assim, a primeira se refere ao corpo científico do conhecimento, enquanto a outra está relacionada ao conjunto dos saberes necessários ao processo da educação escolar. Diante dessa diferenciação, seguimos a mesma linha quando abordamos a Álgebra vista no Ensino Superior e na Educação Básica, sendo consideradas como uma parte especifica do conteúdo da Matemática Acadêmica e da Matemática Escolar, respectivamente.

Com relação a isso, segundo Moreira e David (2018), uma das principais distinções entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar está em como são apresentadas as definições e as demonstrações. Na Matemática Acadêmica as provas se desenvolvem baseadas nas definições e teoremas estabelecidos anteriormente enquanto que na Matemática Escolar a "validade" está garantida pela própria Matemática Acadêmica. No entanto,

> O problema que se coloca no ensino escolar não é o de demonstrar um fato [...] rigorosamente, a partir de definições precisas e de resultados estabelecidos, como no processo axiomático científico. A questão fundamental para a Matemática Escolar - esse é o segundo elemento, sempre presente no cenário educativo - refere-se a aprendizagem, portanto ao desenvolvimento de uma prática pedagógica visando a compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extraescolar (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 23-24).

Dessa forma, percebemos que um professor de Matemática, para atuar profissionalmente, precisa conhecer os saberes associados especificamente ao processo de Educação Escolar Básica em Matemática. Porém, a fim de considerar a atuação profissional, precisamos entender os cursos de formação de professores de Matemática. Para tanto, observar as disciplinas de Álgebra intuito desta pesquisa, requer uma análise sobre o que as Diretrizes Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, explicitam como objetivo desses cursos. Segundo o parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE) /CP 1.302/2001 (BRASIL, 2001).

> Os cursos de Bacharelado em Matemática existem para preparar profissionais para a carreira de ensino superior e pesquisa, enquanto os cursos de Licenciatura em Matemática têm como objetivo principal a formação de professores para a educação básica (BRASIL, 2001, p. 1).

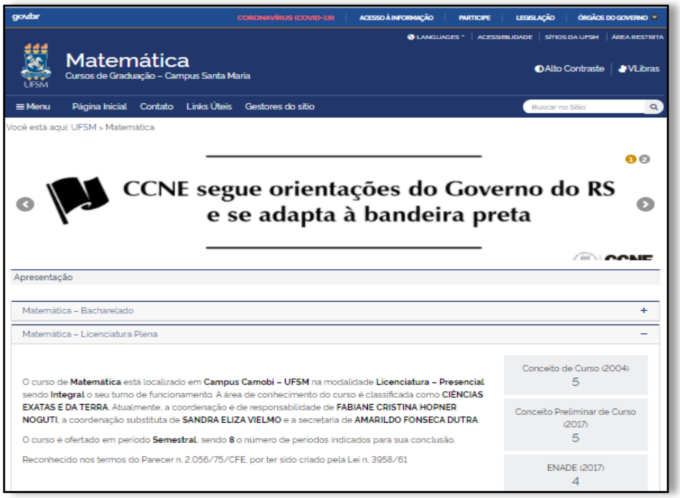
Além do objetivo dos cursos, o documento define o perfil dos formandos, apresenta as competências e habilidades, tendo entre elas "[...] elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica" (BRASIL, 2001, p. 4) o que pode ser incentivado em várias disciplinas, pois a maioria delas tem algum conteúdo relacionado, mesmo que nem sempre seja destacado na ementa. A estrutura do curso, que deve considerar as vivências e o conjunto de representações construídas no processo escolar em geral ao longo da sua formação como professor, construindo "[...] uma visão global dos conteúdos de maneira teoricamente significativa para o aluno" (BRASIL, 2001, p. 4).

Também, destaca os conteúdos curriculares que devem ser comuns a todos os cursos de Licenciatura em Matemática, tendo entre eles Fundamentos de Álgebra e acrescentando que esta parte comum deve incluir "[...] conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra" (BRASIL, 2001, p. 6). Por último, apresenta estágio e atividades complementares que são essenciais nos cursos de formação de professores.

Ao observarmos o Projeto Pedagógico[3] do Curso (PPC) de Matemática Licenciatura (Diurno) da UFSM, que entrou em vigor no ano de 2019, após as modificações para atender a resolução nº 02/2015, de 1º de julho de 2015, do CNE, percebemos que está de acordo com o parecer CNE/CP 1.302/2001 (BRASIL, 2001). O objetivo geral do curso de Matemática Licenciatura (Diurno) é "Formar profissionais críticos, criativos, éticos, participativos, com postura investigativa e competência para o exercício da docência em Matemática na Educação Básica e para o desenvolvimento de pesquisas na área da Educação Matemática. " (UFSM, 2019, s. p.).

O Curso de Matemática Licenciatura Diurno da UFSM é apresentado para a sociedade através do *site* institucional, no qual é possível conhecermos a história do curso, o currículo e o PPC entre outras informações como está ilustrado na Figura 2:

Figura 2 - *Layout* de apresentação do curso de Matemática no site da UFSM



Fonte: Site do Curso de Matemática UFSM[4].

---

[3] Disponível em: https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/santa-maria/matematica/projeto-pedagogico.
[4] Disponível em: https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/santa-maria/matematica/ Acesso em: 20 fev. 2021.

Ao observarmos a ementa da disciplina MTM1120 Anéis e Grupos, no portal do ementário[5] da UFSM, vimos que seu objetivo é “Reconhecer as estruturas algébricas, identificar suas propriedades e relacionar suas diferenças” assim como das disciplinas MTM1054 Álgebra I e MTM180 Álgebra II-A. Estas disciplinas, segundo Dambrós e Fajardo (2020), trabalham com os conteúdos de Álgebra, mais especificamente com os conteúdos Anéis e Grupos, ao longo dos anos no curso de Matemática Licenciatura da instituição.

Além das disciplinas supracitadas, temos a MTM153 Teoria de Grupos e Anéis que tem como objetivo “Conhecer as estruturas algébricas de Grupos e Anéis, bem como, suas propriedades e iniciar um estudo sobre anéis de polinômios. ”, e MTM220 Álgebra II que não possui objetivo descrito no portal do ementário da UFSM.

Mas, por que parece tão difícil aprender Álgebra e termos altos índices de reprovações nesse conteúdo? Stacey e MacGregor (1997), nos ajudam a encontrar as possíveis causas. Segundo eles, a Álgebra abre espaço ao pensamento abstrato organizado e fornece ferramentas para o raciocínio lógico, conseguindo generalizar uma coleção de particularidades, reunindo dados em sua pesquisa sobre:

> [...] os tipos e as causas de dificuldades específicas encontradas por estudantes que estão iniciando o estudo de álgebra. Muitas de suas dificuldades podem ser atribuídas a um entendimento limitado dos números e das operações. Outros erros são causados por não saber escrever o que eles entendem. Nosso trabalho mostra que a melhor preparação para aprender álgebra é um bom entendimento dos números (STACEY; MACGREGOR, 1997, p. 253, tradução nossa).

Deste modo, os autores destacam duas possíveis causas para os altos índices de reprovação: o entendimento limitado de números e operações e a dificuldade de escrever o que entendem. No entanto, o artigo apresenta exemplos para trabalhar, especificamente, com cinco aspectos que os alunos precisam entender para aprender álgebra, são eles: “Ver a operação, não apenas a resposta; compreender o sinal de igual; compreender as propriedades dos números; ser capaz de usar todos os números, não apenas números naturais (incluindo o zero); trabalhar sem um contexto prático” (STACEY; MACGREGOR, 1997, p. 253, tradução nossa).

Isso nos leva a questionar, será que no curso de Matemática Licenciatura da UFSM essas duas possíveis causas de reprovações também aparecem? Para respondermos essa

[5] Pode ser acessado em: https://www.ufsm.br/ementario/disciplinas, e as ementas das disciplinas citadas encontram-se nos anexos de A a E.

pergunta, vejamos, primeiro, a seguir, qual a metodologia desta pesquisa, a fim de entendermos como se dará a coleta de dados.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa teve seu projeto registrado no sistema institucional do Gabinete de Projetos, sob nº 054809; aprovado pelo comitê de ética e pela Plataforma Brasil pelo parecer nº 4.334.955, sendo desenvolvida no âmbito do curso de Matemática Licenciatura da UFSM.

Desenvolvemos a pesquisa nas seguintes etapas: mapeamento dos materiais que abordam o tema da pesquisa; análise das ementas que englobam os conteúdos de anéis e grupos, disponíveis no portal do ementário da UFSM, desde o início do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM em 1961. A partir dos resultados dessas etapas, foram elaboradas perguntas abertas e fechadas para um questionário, o qual foi aplicado por meio de um formulário do *Google* e teve suas respostas analisadas por meio da Análise de Conteúdo.

O mapeamento, para levantamento bibliográfico e conhecimento de pesquisas já realizadas na área, foi efetuado no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e na BDTD. Além desse mapeamento, também pesquisamos por artigos, sobre o tema da dissertação, no *Google* acadêmico[6] e no portal de periódicos da Capes[7]. Em seguida, utilizamos esses trabalhos e alguns livros, para embasar a análise das ementas e toda a pesquisa que desenvolvemos.

Para o desenvolvimento das etapas, nos baseamos na abordagem qualitativa. Essa abordagem, seguindo as reflexões de Lüdke e André (1986), apoiados em Bogdan e Biklen (1982), apresenta cinco características básicas que configuram esse tipo de estudo. Observemos essas características no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Características básicas da abordagem qualitativa

(continua)

CARACTERÍSTICAS	DESCRIÇÃO
1. Tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.	A pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e situação que está sendo investigada. No caso de nossa pesquisa, participamos ativamente do ambiente do curso de Matemática Licenciatura, desde a época da graduação, uma vez que a mestranda já cursou a disciplina em estudo e convive com colegas de graduação que a frequentam.

[6] Disponível em: https://scholar.google.com.br/?hl=pt

[7] Disponível em: https://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br/

Quadro 1 – Características básicas da abordagem qualitativa

(conclusão)

CARACTERÍSTICAS	DESCRIÇÃO
2. Os dados coletados são predominantemente descritivos.	O material obtido na pesquisa é rico em descrições de situações, acontecimentos; inclui transcrições de depoimentos, entrevistas; extratos de diversos tipos de documentos; apresenta citações para subsidiar uma afirmação ou esclarecer ponto de vista. Em nossa pesquisa teremos os dados dos questionários, os documentos do curso e citações dos trabalhos mapeados.
3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto.	O interesse do pesquisador ao estudar determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas. Por exemplo, na nossa pesquisa, queremos entender se os graduandos percebem as semelhanças do que é estudado com o que vão ensinar, e suas dificuldades para possivelmente justificar o elevado índice de reprovações.
4. O "significado" que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.	Há sempre uma tentativa de capturar a "perspectiva dos participantes". Faremos isso por meio do questionário, no qual os participantes poderão expressar sua perspectiva.
5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.	Não há uma preocupação em buscar evidências que comprovem as hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações surgem dos resultados, após a análise dos dados.

Fonte: Sistematização dos autores baseado em Lüdke e André (1986, p. 11-13).

Com isso, podemos perceber que nosso estudo apresenta as características de uma pesquisa qualitativa, e o desenvolvimento da investigação "[...] se aproxima de um funil: no início há questões ou focos de interesse muito amplos, que no final se tornam mais diretos e específicos. O pesquisador vai precisando melhorar esses focos à medida que o estudo se desenvolve" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 13).

Além disso, podemos destacar que esta investigação qualitativa é do tipo estudo de caso, pois, nessa categoria,

> O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. [...]. O interesse, portanto, incide naquilo que tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações. Quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17).

Ou seja, mesmo que existem outras pesquisas sobre o tema, essas se referem ao caso específico de outras instituições, embora possam surgir algumas semelhanças ao longo do estudo. Por essa razão, optamos por aplicar um questionário[8], que é uma das ferramentas do estudo de caso, o qual é constituído de perguntas, abertas e fechadas, baseadas nos resultados da análise das ementas e do mapeamento.

Segundo Chizzotti (2005), o questionário constitui-se de um conjunto de questões pré-elaboradas, dispostas em itens de forma sequencial e sistemática, com o objetivo de obter dos sujeitos respostas por escrito ou verbalmente, sobre um assunto que estes saibam opinar ou informar. Gil (2008) define o questionário como sendo:

> [...] a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc. [...]. Construir um questionário consiste basicamente em traduzir objetivos da pesquisa em questões específicas. As respostas a essas questões é que irão proporcionar os dados requeridos para descrever as características da população pesquisada ou testar as hipóteses que foram construídas durante o planejamento da pesquisa (GIL, 2008, p. 121).

Logo, investigamos as opiniões e sensações dos sujeitos. Essas, foram estudadas por meio de uma análise de conteúdo das respostas do questionário on-line aplicado aos seguintes grupos de sujeitos:

a) acadêmicos(as) do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM que já cursaram a disciplina que aborda os conteúdos de anéis e grupos;
b) egressos(as) do curso de Matemática Licenciatura da UFSM.

Este foi realizado inicialmente por meio de um formulário do *Google*, porém, devido a pandemia e o difícil contato com os alunos que resultou em poucas respostas para a análise, o questionário também foi enviado via CPD/UFSM, nos quais disponibilizamos o termo de consentimento livre e esclarecido[9] (TCLE). O sujeito de pesquisa teve que concordar e aceitar o termo para começar a responder. Para responder as perguntas foi solicitado o e-mail do sujeito para que este receba uma cópia de suas respostas, permitindo requerer ao pesquisador, caso se sinta desconfortável com as perguntas ou mesmo com a pesquisa, para que suas respostas não sejam utilizadas na análise; ou entrar em contato para sanar alguma dúvida.

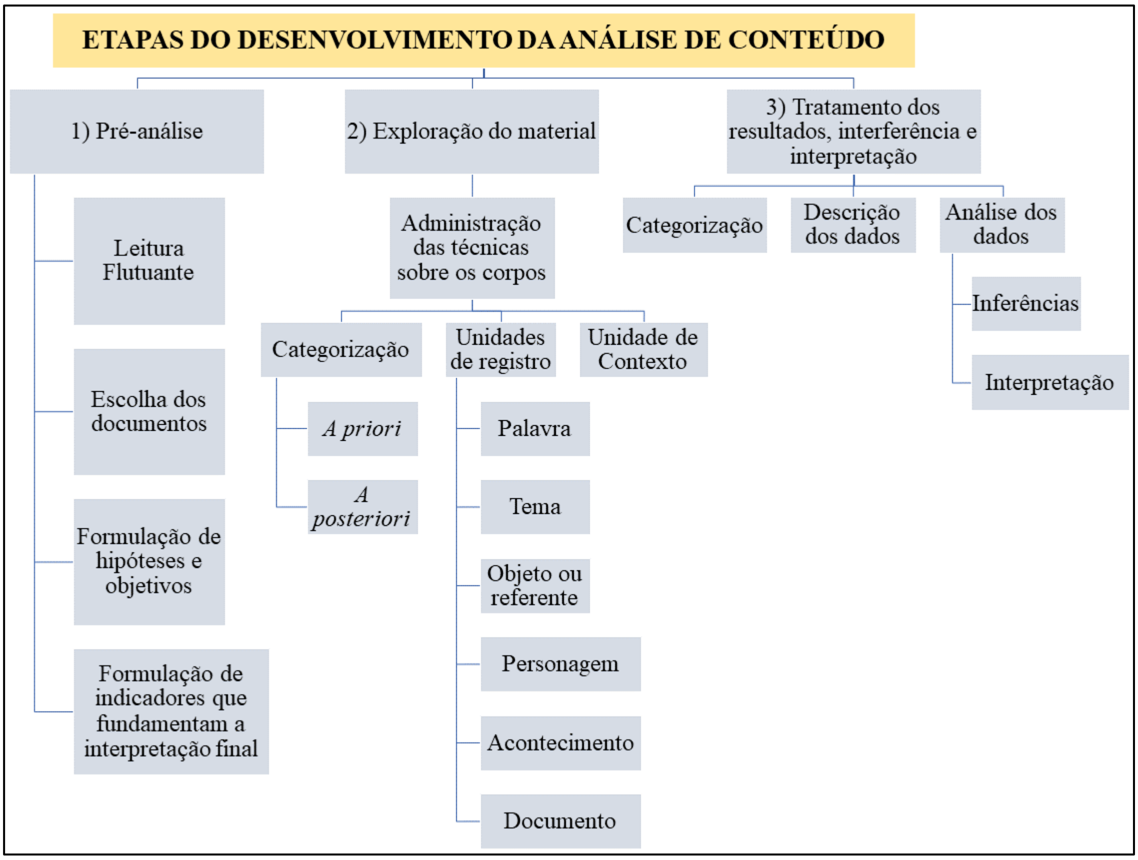
Para analisarmos as respostas utilizamos a análise de conteúdo de Bardin (2002) sobre a qual versa a próxima seção.

[8] Questionário disponível no Apêndice 2
[9] Disponível no Apêndice 1

3.1. SOBRE A ANÁLISE DE CONTEÚDO

Nesta seção, apresentamos uma breve abordagem sobre a Análise de Conteúdo que utilizamos como ferramenta para analisar as respostas do formulário. Nesse tipo de análise, segundo Bardin (2002), seguimos três etapas de desenvolvimento de pesquisa, a saber: a pré-análise; a exploração do material e o tratamento dos resultados, a interferência e a interpretação. Cada uma dessas etapas tem algumas subetapas. A figura 3 apresenta a ilustração das etapas.

Figura 3 - Etapas do desenvolvimento da Análise de Conteúdo



Fonte: Sistematizado pelos autores, baseado em Bardin (2002).

A *pré-análise*, segundo Bardin (2002), possui quatro etapas, as quais realizamos no início da pesquisa. Ou seja, efetuamos uma *leitura flutuante* em diversos materiais disponíveis on-line na biblioteca da UFSM e em nossos acervos pessoais. Deste modo, fizemos *a escolha dos documentos*, no nosso caso os currículos e ementas das disciplinas e os TCC de Dambrós (2019) e Oliveira (2019). Depois, fizemos *a formulação das hipóteses e objetivos* que são apresentados no decorrer do texto e, por último, apresentamos *a formulação de indicadores que fundamentam a interpretação final*.

Finalizada a primeira etapa, iniciamos a *exploração do material*, realizando análises e leituras, mais aprofundadas, dos documentos e pesquisas. Essa exploração foi primordial para a elaboração das perguntas do questionário, que foi a nossa principal fonte de análise. Para esse fim, também realizamos uma categorização, a qual conforme Bardin é:

> [...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o género (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias, são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registo, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos (BARDIN, 2002, p.117).

Ou seja, a operação de classificação dos elementos que constituem um conjunto, é feita por diferenciação seguida do reagrupamento baseado em semelhanças, a partir de critérios definidos. Por sua vez, esta categorização pode ser determinada de dois modos: categorias criadas *a priori* ou categorias não definidas *a priori*, também conhecidas como categorias criadas *a posteriori.*

Optamos por realizar a categorização *a priori*. Neste caso, as categorias são criadas em função da busca por uma resposta específica. Ou seja, elaboradas centradas nos objetivos deste trabalho, para analisar as respostas do questionário aplicado. A seguir listamos as categorias criadas:

- Perceber os sentimentos dos acadêmicos e egressos quanto às disciplinas de Álgebra;
- Verificar a percepção sobre semelhanças e divergências entre a Álgebra do ensino superior e da Escola Básica;
- Identificar e analisar possíveis causas de reprovações;
- Observar se algum professor aborda relações entre a Álgebra do ensino superior e da escola básica;
- Fornecer informações quanto ao empenho extra[10] de professores e alunos.

[10] Ou seja, identificar se os professores e alunos buscaram por conta própria, mesmo sem exigência de fazê-lo nos programas das disciplinas, relacionar a Álgebra com conteúdo da Educação Básica.

Durante a categorização efetuamos a descrição e a separação dos dados dentro de cada categoria, podendo ou não surgir novas categorias. Junto a criação dessas categorias e do questionário são definidas as unidades de análise que se dividem em *unidades de registro* e *de contexto* as quais, segundo Franco (2005) são definidas como:

> A Unidade de Registro é a menor parte do conteúdo, cuja ocorrência é registrada de acordo com as categorias levantadas. [...] A Unidades de Contexto podem ser consideradas como o "pano de fundo" que imprime significado as Unidades de Análise. Podem ser obtidas mediante o recurso a dados que explicitem a caracterização dos informantes (FRANCO, 2005, p. 37).

As unidades de registro se dividem em seis tipos, as quais destacamos no esquema da figura 4.

Figura 4 - Unidades de Registro

Palavra

- Todas as palavras podem ser levadas em consideração, ou apenas palavras-chaves, ou analise de uma categoria de palavras: substantivos, adjetivos...

Tema

- Uma afirmação a cerca do assunto. O texto pode ser recortado em ideias constituintes, em enunciados e em proposições portadoras de significações isoláveis.

Objeto ou referente

- Temas eixos, em redor dos quais o discurso se organiza.

Personagem

- Participantes são escolhidos em função das suas características.

Acontecimento

- Em caso de relatos ou narrações pode ser escolhido um acontecimento especifico.

Documento

- Um documento ou uma unidade de gênero (filme, artigo, livro, relato) ou uma resposta ou uma entrevista, com a condição que a ideia dominante seja suficiente para o objetivo procurado.

Fonte: Sistematizado pelos autores, baseado em Bardin (2002, p. 105 a 107)

Visto que nossos participantes foram predeterminados, utilizamos como unidade de registro, à exploração dos materiais (livros, documentos, trabalhos, respostas do questionário etc.), a *Palavra* e o *Tema*. Nossas palavras-chaves são Álgebra e formação de professores; e nosso tema a Álgebra do ensino superior e da Educação Básica. Quanto as *Unidades de Contexto*, consideraremos a frase para a palavra e o parágrafo para o tema.

Definidas as categorias e as unidades de análise, iniciamos o *tratamento dos dados* no Capítulo 7. Separamos as informações, dos materiais escolhidos, nas categorias pré-definidas, utilizando-se das unidades de análise, fazendo inferências e realizando as interpretações, para obter respostas a pergunta de pesquisa.

4. ANÁLISE DO INVENTÁRIO BIBLIOGRÁFICO NA BDTD E NO CATÁLOGO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES

Neste capítulo, apresentamos os resultados de um levantamento bibliográfico[11] de dissertações e teses, com foco nas disciplinas de Álgebra Abstrata na formação de professores de matemática, tema desta dissertação, que pesquisa sobre a relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam Anéis e Grupos, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso. Mas, por que olhar para o que já foi escrito em dissertações e teses, sobre o assunto, quando o objetivo principal é investigar acadêmicos do curso de um lugar em específico? Na direção da resposta a essa pergunta, Fiorentini menciona que:

> Apenas uma pequena parcela (de educadores matemáticos e pesquisadores) tem procurado verificar o que os colegas já investigaram a respeito de seu tema ou problema de pesquisa. Alguns justificam sua prática dizendo que os outros trabalhos não possuem o mesmo referencial teórico ou que não se inserem na mesma linha de pesquisa. Ora, não consultamos e citamos outros trabalhos apenas para lhes dar continuidade ou para buscar apoio às nossas idéias. Fazemos isso também para questionar ou até refutar seus pressupostos ou suas conclusões e encaminhamentos (FIORENTINI, 1993, p. 56).

Isso corrobora com a importância de realizar um levantamento de pesquisas anteriores, que seguem o mesmo tema. Logo, este capítulo tem o objetivo de realizar um inventario bibliográfico no Catálogo de Dissertações e Teses e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) de trabalhos relacionados a álgebra abstrata na formação de professores de Matemática. Destacamos, como uma das justificativas desta abordagem, a álgebra ser uma das unidades temáticas presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual, segundo a mesma:

> [...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias

[11] Algumas partes deste capítulo foram publicados por Dambrós (2020) no "XXIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM)" no GD nº 7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática, com algumas pequenas modificações. A publicação foi intitulada "Álgebra abstrata na formação de professores de matemática: um levantamento bibliográfico de dissertações e teses".

> matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2017, p. 270).

Dessa forma, o documento considera imprescindível algumas dimensões da álgebra estarem presentes nos processos de ensino e aprendizagem, desde o Ensino Fundamental. Isso reitera a importância de fazerem parte da formação do professor de Matemática, tendo em vista que esses ensinarão álgebra na Educação Básica. Por isso, nossa pesquisa é relevante para a Educação Matemática. Veremos, a seguir, nossos procedimentos para a escolha das dissertações e teses.

4.1. PROCEDIMENTOS PARA A ESCOLHA DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Para esse levantamento bibliográfico utilizamos da natureza metodológica qualitativa. Nesse contexto, Lüdke e André explicam que a tarefa de análise:

> [...] implica, num primeiro momento, organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 45).

Dessa forma, primeiro escolhemos os trabalhos, em seguida fizemos uma leitura flutuante dividindo-os em categorias e, após, em um nível mais refinado, realizamos uma análise. Escolhemos como palavra-chave "álgebra abstrata", mas por ser uma área muito ampla, tivemos 43 resultados na BDTD[12] e 30 resultados no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes[13]. Porém, ao efetuarmos um rastreamento prévio, percebemos ter muitos trabalhos da Área da Matemática Pura. Dessa forma, na BDTD acrescentamos palavras-chaves, sem refinar os campos e o período de tempo específico, como observamos na Tabela 1.

Tabela 1 – Palavras chaves e resultados do mapeamento na BDTD

Palavras chaves	**Resultados**
"Álgebra Abstrata" and "Educação Básica"	3
"Álgebra Abstrata" and "Formação de Professores"	2
"Álgebra Abstrata" and "Licenciatura"	6
Total	7

Fonte: sistematizado pelos autores.

---

[12] Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 6 jul. 2020.
[13] Disponível em: https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/. Acesso em: 6 jul. 2020.

Dessa forma, tivemos sete trabalhos para serem analisados, visto que alguns trabalhos apareceram como resultado em mais de uma pesquisa. Destes, dois de mestrado profissional, quatro de mestrado acadêmico e um de doutorado. Por sua vez, no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes, utilizamos as mesmas palavras chaves e restringimos a área de avaliação em *ensino*, *educação* e *interdisciplinar* resultando em 10 (dez) trabalhos, dentre os quais, apenas 5 (cinco), eram distintos dos previamente pesquisados na BDTD: um de mestrado profissional, dois de mestrado acadêmico e 3 (três) de doutorado; assim, perfazendo um total de 12 (doze) trabalhos, datados de 2005 a 2017, o que nos mostra que a temática de pesquisa é recente e pouco estudada até o momento.

Num primeiro momento, pesquisamos e fizemos download de todas as dissertações e teses que foram os resultados da pesquisa. Em seguida, realizamos uma leitura dos títulos e resumos, e a partir da mesma descartamos mais quatro pesquisas, que não estavam relacionadas a formação em Álgebra Abstrata de professores de Matemática. O Quadro 2 apresenta os títulos das dissertações e teses desconsideradas, bem como uma explanação breve sobre o assunto abordado em cada uma delas.

Quadro 2 - Trabalhos descartados da análise

Título	Tipo	Assunto
1) Polígonos construtíveis por régua e compasso: Uma apresentação para professores da Educação Básica (LIMA, 2015)	Dissertação	Construções geométricas no plano euclidiano utilizando-se de parte algébrica para justificá-las para apresentar a professores que já estão atuando na Educação Básica.
2) Álgebra e o Cubo de Rubik (GUIMARÃES, 2016)	Dissertação	Apoia-se na teoria de grupos para fazer uma discussão da quantidade de configurações possíveis que um cubo de Rubik pode assumir.
3) Uma nova metodologia para a extensão de domínio de operações matemáticas sucessivas, com aplicações na análise combinatória. (BARROSO, 2017)	Dissertação	Uma dissertação no contexto da matemática discreta e da álgebra abstrata, com vistas a aplicação em modelagem computacional.
4) A concepção da verdade por satisfação (MENDES, 2017)	Dissertação	Trata da concepção da verdade por satisfação um sistema lógico construído utilizando uma álgebra abstrata que incorpora ideias lógicas de Lotfi Zadeh e da lógica relativa de Nuel Belnap.

Fonte: sistematizado pelos autores.

Retirando esses quatro trabalhos, ficamos com oito para serem analisados, os quais, estão listados junto a alguns de seus dados no quadro 3. Identificaremos teses pela letra “T” e dissertações pela letra “D” para facilitar a organização do mesmo:

Quadro 3 – Dissertações e Teses selecionadas para o mapeamento

	Autor	Orientador	Tipo	Título	Ano	IES	Área
P_1	Nilton Cezar Ferreira	Lourdes de la Rosa Onuchic	T	Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática	2017	Unesp	Educação Matemática
P_2	Paloma Miranda Gonçalves	Haydéa Maria Marino de Sant'Anna Reis	D	A práxis pedagógica de um professor com deficiência visual: O ensino de Álgebra em um Curso de Licenciatura em Matemática	2013	Unigranrio	Ensino das Ciências na Educação
P_3	Fabiane Mondini	Maria Aparecida Viggiani Bicudo	D	Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de matemática	2009	Unesp	Educação Matemática
P_4	Hernando José Rocha Franco	Carlos Alberto Santana Soares	D	Os diversos conflitos observados em alunos de licenciatura em um curso de álgebra: identificação e análise	2015	UFJF	Educação Matemática (profissional)
P_5	Henrique Rizek Elias	Angela Marta Pereira das Dores Savioli	D	Dificuldades de estudantes de licenciatura em Matemática na compressão de conceitos de grupos e/ou isomorfismo de grupos	2012	Uel	Ensino de Ciências e Educação Matemática
P_6	Elisangela De Campos	Maria Tereza Carneiro Soares	T	A noção de congruência algébrica no Curso de Matemática: uma análise das respostas dos estudantes	2009	UFPR	Educação
P_7	Mirian Angeli	Maria Auxiliadora Vilela Paiva Vitória	D	Atribuição de Significados ao Conceito de Variável: um Estudo de Caso Numa Licenciatura em Matemática	2014	Ifes	Educação em Ciências e Matemática
P_8	Izabel Maria Barbosa de Albuquerque	Hermínio Borges Neto	T	O conceito de grupo: sua formação por alunos de Matemática	2005	UFC	Educação Brasileira

Fonte: sistematizado pelos autores.

Podemos observar cinco dissertações e três teses todas de instituições diferentes, exceto pela tese e dissertação da Unesp. Também chamamos a atenção para o fato que todas as pesquisas são das áreas de educação ou ensino sendo um único trabalho é de mestrado profissional.

Como já foi observado anteriormente, apesar de poucos resultados, são todas pesquisas recentes, o que nos mostra que o trabalho é relevante e o tema pouco explorado. Vamos analisar melhor o que aborda cada uma destas pesquisas dividindo-as em focos temáticos, utilizando P_n para se referir a cada uma delas, conforme listamos no Quadro 3

4.2. FOCOS TEMÁTICOS DAS DISSERTAÇÕES E TESES E SUAS ANÁLISES

Para analisarmos de maneira mais aprofundada do que trata cada uma das pesquisas, faremos uma categorização na qual dividiremos as dissertações e teses em três focos temáticos, pela análise de seus resumos, conforme é apresentado no Quadro 4.

Quadro 4 – Focos temáticos e respectivas pesquisas

	Focos	**Pesquisas**
F_1	**Foco 1:** Propostas de ensino para formação inicial de professores de Matemática	P_1
F_2	**Foco 2:** Análises de como a álgebra é ensinada em cursos de Licenciatura em Matemática e concepções sobre a forma de ensinar	P_2 e P_3
F_3	**Foco 3:** Dificuldades de aprendizagem e estudo de formação dos conceitos pelos graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática	P_4, P_5, P_6, P_7 e P_8

Fonte: sistematizado pelos autores

Observamos que a maioria dos trabalhos se encaixaram no foco 3, o que nos leva a acreditar que existem dificuldades para aprender a Álgebra Abstrata, bem como preocupações com o aprendizado dos alunos. Em seguida faremos três subseções nas quais explanaremos de forma mais aprofundada sobre cada um dos trabalhos, dentro dos respectivos focos temáticos.

4.2.1. Trabalhos que apresentam propostas de ensino para formação do professor de matemática – Foco 1

Neste foco, classificamos apenas P_1, o qual teve como objetivo principal “Investigar as contribuições que a Álgebra Abstrata Moderna (onde se trabalham as teorias de Grupos, Anéis e Corpos, dentre outras), ministrada como uma disciplina em cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, poderia dar à Formação Inicial de Professores de Matemática” (FERREIRA, 2017, p. 8). Foi utilizado o Modelo Metodológico de *Romberg-Onuchic* (ROMBERG, 2007) como metodologia científica para guiar os passos durante toda a pesquisa. Para cumprir tal objetivo, o pesquisador Nilton Cezar Ferreira propôs aos participantes da disciplina atividades extraclasse, correlacionando os conteúdos de Álgebra Abstrata Moderna e os da Educação Básica, as quais eram discutidas posteriormente em sala de aula, pelo pesquisador, alunos e o professor da turma.

Além disso, foram promovidos dois encontros exclusivos para a discussão da associação entre Álgebra Abstrata Moderna e Educação Básica, nos quais o pesquisador produziu dados à sua pesquisa. Para formular o material, que está todo disponibilizado podendo colaborar para pesquisas futuras, foi feito um breve histórico da formação de professores de Matemática no Brasil, seguido de análise das normativas oficiais da formação de professores e a Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no país, o que lhe proporcionou um panorama geral da área de pesquisa em que estava inserido.

Os resultados da pesquisa são muito interessantes, destacando a preocupação dos alunos com metodologias diferenciadas de ensino, as quais eles querem aprender para ensinar Matemática de maneiras mais eficientes. Apontou também que os conteúdos da Álgebra Abstrata moderna apresentam de forma bastante significativa conteúdos da Educação Básica e pode levar os alunos a serem mais criteriosos em relação às hipóteses de propriedades matemáticas e a se preocuparem com a composição da estrutura e dos elementos com que eles estiverem trabalhando.

4.2.2. Análises de como a álgebra é ensinada em cursos de Licenciatura em Matemática e concepções sobre a forma de ensinar – Foco 2

No foco 2 classificamos dois trabalhos. O P_2 é um trabalho que teve como objetivo "[...] investigar a práxis pedagógica e a trajetória acadêmica de um professor com deficiência visual que ensina Álgebra em um curso de Licenciatura em Matemática". Por outro lado, o P_3 teve como intuito "estudar as concepções que professores de Álgebra dos cursos de Licenciatura em Matemática apresentam sobre o ensino e a aprendizagem dessa disciplina em tais cursos" (MONDINI, 2009, p. 8). Apesar de terem objetivos distintos, os dois trabalhos tiveram professores de Álgebra como sujeitos de pesquisa.

O trabalho P_2 foi dividido em dois eixos. O primeiro fazendo um estudo sobre os conceitos de Educação Inclusiva, Deficiência visual e Cegueira e as Legislações voltadas para a Educação Especial no Brasil; depois tratando da Álgebra, seus pré-requisitos e características da Álgebra escolar. Para a pesquisa, as aulas do professor foram assistidas e feitas entrevistas sobre sua trajetória com o objetivo de responder "[...] como uma pessoa com deficiência visual, mediante os sistemas sensoriais de que dispõe, construiu o conceito de Álgebra a ponto de ensiná-los em um curso de Licenciatura em Matemática" (GONÇALVES, 2013, p. 109). Todo o trabalho nos apresenta muitas reflexões sobre a educação inclusiva, sobre o ensino de Álgebra, tal como o comportamento do professor em sala de aula.

Ainda, na P_2, o pesquisador tem como um dos resultados a importância da postura do professor na vida de seus alunos pela afirmação de que a função do docente vai além de transmitir conteúdos, pois o educador pode ser referencial na vida de alguém mesmo sem ter consciência disso. Além disso, tem como resultado do trabalho a elaboração, juntamente com o sujeito (professor com deficiência visual), de um *audiobook*, contendo um roteiro de aula com conteúdo de Álgebra que facilite a aprendizagem.

Por sua vez, a P_3 apresenta o resultado de entrevistas realizadas com professores que lecionam a disciplina de Álgebra nos cursos de licenciatura em Matemática, almejando responder à pergunta "Como os professores de Álgebra, dos cursos de Licenciatura em Matemática, compreendem e trabalham a Álgebra, em termos de conteúdo e prática pedagógica?" (MONDINI, 2009, p. 8). A pesquisa também apresenta como resultado a opinião de diferentes professores e autores como Kluth (2005), Boyer (1996) e Fiorentini (1998; 2004) para refletirmos sobre o assunto.

Os estudos presentes nesse foco nos trazem reflexões sobre as concepções da álgebra e sobre como a forma do professor ensinar e se portar em sala de aula podem influenciar o ensino e a aprendizagem. A seguir, no foco 3, veremos mais sobre as opiniões e dificuldades dos alunos.

4.2.3. Dificuldades de aprendizagem e estudo de formação dos conceitos pelos graduandos do curso de Licenciatura em Matemática – Foco 3

No foco 3 temos cinco trabalhos, uma quantidade maior em comparação com os anteriores, sendo que todos estudam as dificuldades de aprendizagem dos alunos e a formação de conceitos. Dentre esses trabalhos, as ferramentas para a coleta de dados foram, no geral, entrevistas e questionários, acrescidas na P_4 de um acompanhamento de aulas, e na P_7 de um teste diagnóstico.

A P_4 acompanha aulas para analisar os conflitos de aprendizagem dos alunos. As P_5 e P_6 analisam dificuldades dos alunos, sendo que a P_5 trata sobre Grupos e Isomorfismo de Grupos. Já a P_6 aborda sobre congruências algébricas, enquanto que a P_7 analisa o significado do conceito de variável, e a P_8 debate sobre o conceito formador de grupo.

Como resultados dessas pesquisas temos que a notação simbólica da álgebra, ao mesmo tempo que possibilita se comunicar de modo rápido, requer do aprendiz um grau de abstração mais elevado, que grande parte das dificuldades estão relacionadas a conceitos anteriores, muitas vezes da própria disciplina mesmo, causando defasagem no aprendizado de novos conceitos.

A P_7 apontou que a variável possui mais de um significado de acordo com sua função dentro de uma situação-problema, mas a maioria dos investigados mostrou que enxergava a variável apenas como incógnita. Na P_8, o pesquisador dividiu as respostas em três níveis e apenas o nível 3 conseguiu responder de maneira próxima do esperado. Nesse caso, 72% dos estudantes não realizaram as operações que deveriam, nem tiveram consciência da solução do problema, no teste diagnóstico.

4.3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Os resultados desse mapeamento nos levam a refletir sobre as causas de tão poucos trabalhos na área. Por meio das leituras das dissertações e teses, percebemos que inúmeras vezes é mencionada a elevada abstração das disciplinas de álgebra, de modo que pode se ter essa como uma das causas de tão poucos estudos sobre a mesma, visto que o educador matemático trabalha mais visando uma transformação na educação e ensino de Matemática.

Como uma possibilidade de transformação, por exemplo, podemos pensar em abandonar o caráter positivista dado à Matemática, na qual vigora alguns mitos que dificultam a quebra do entendimento universalista da Matemática (CHAVES; CEZAR; TEIXEIRA, 2021): (i) mito da cientificidade que considera que “O conhecimento científico é perfeito, portanto, os saberes construídos a partir dele são irrefutáveis. ” (CHAVES, 2004, p. 104) e, dessa forma, devido à sua competência, o discurso científico “[...] pode ser respaldado institucionalmente, portanto, autorizado e cabendo à teoria o papel de ser hierarquicamente superior à prática, por advir do campo das ideias. ” (CHAVES, 2004, p. 104); (ii) mito da tecnocracia, na qual

> a fusão entre teoria e técnica, alimenta a idéia que a ciência pode e deve conhecer tudo; que de fato conhece tudo e é a explicação causal das leis da realidade tal como está em si mesma e, portanto, essa fusão possibilita a evolução de conhecimentos que não assumem outro compromisso senão com a verdade e com a solução correta dos problemas (CHAVES, 2004, p. 104).

Para Chaves, Cezar e Teixeira (2021), o caráter universalista imputado à Matemática é responsável pelos elevados índices de exclusão e retenção.

> [...] na dinâmica de práticas de manutenção de discursos que fomentam a exclusão e a rejeição social, a partir de uma Matemática pretensamente universalista, positivista, oca, bancária – na perspectiva freireana (FREIRE, 1987) – que funciona como dispositivo de segregação, desvinculado da realidade, que leva os que a utilizam a ignorar as consequências de seus atos (CHAVES; CEZAR; TEIXEIRA, 2021, p. 79).

Com isso, entendemos que é a manutenção da concepção positivista da Matemática – como posto em Chaves (2004) –, com seu caráter universalista – e em Chaves, Cezar e Teixeira (2021) –, pode vir a ser um dos problemas que contribui com os elevados índices de reprovação e de abandono da disciplina de álgebra nos cursos de Matemática da UFSM.

Vimos presentes nessas pesquisas a importância de metodologias diferenciadas, com as quais os futuros professores têm se preocupado. Além disso, destaca-se as relações dos conteúdos da Álgebra Abstrata com os da Educação Básica, uma vez que pertence a formação de professores e que a BNCC traz a álgebra como uma das unidades temáticas. Também são apresentadas algumas dificuldades dos discentes das disciplinas de Álgebra Abstrata e dos significados produzidos a respeito dos conceitos de grupo e variável.

Esperamos que haja mais pesquisas na área, visto que todas as encontradas são recentes. Além disso, tivemos como resultado apenas oito trabalhos, o que é pouco se pensarmos na quantidade de educadores matemáticos que se especializam nos programas de pós-graduação a cada ano.

5. SOBRE A HISTÓRIA DA ÁLGEBRA ABSTRATA

A Álgebra divide-se entre Álgebra Clássica e Álgebra Moderna ou Abstrata. A Clássica tem seus primeiros registros nas civilizações antigas, a Babilônia, a Egípcia, a Chinesa e a Hindu, que estudavam soluções de equações, enquanto a Abstrata evoluiu no começo do século XX com os estudos axiomáticos das teorias de grupos e anéis.

Mas de onde surgiu a palavra "Álgebra"? Diferente de outros termos da matemática, segundo Baumgart (1992) e Silva (2016), ela não está sujeita a uma etimologia nítida,

> *Algebra* é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr* (as vezes transliterada *al-jebr*), usada no título de um livro, *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khowarizm). Este tratado de álgebra é com freqüência citado, abreviadamente, como *Al-jabr*. Uma tradução literal do título completo do livro é "ciência da restauração (ou reunião) e redução", mas matematicamente seria melhor "ciência da transposição e cancelamento" [...] Talvez a melhor tradução fosse simplesmente "a ciência das equações" (BAUMGART, 1992, p. 1, destaques do autor).

Começou a ser usada na Europa, segundo Silva (2016), para designar sistemas de equações com uma ou mais incógnitas a partir do século XI, quando o trabalho de Al-Khowarizmi, considerado livro fundador da Álgebra, foi traduzido para o Latim. Como a Álgebra designava a parte da Matemática que estuda as operações entre números e resolução de equações essa área é considerada tão antiga quanto a própria história da humanidade, se levamos em consideração que esta começou a partir da descoberta da escrita.

A Álgebra Clássica, também segundo Silva (2016), evoluiu suas notações segundo três estágios, "o **retórico**, o **sincopado** (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o **simbólico**. No último estágio, a notação passou por várias modificações e mudanças, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton" (SILVA, 2016, p. 95). Veremos a seguir, brevemente, sobre os estágios e os trabalhos mais conhecidos de cada um deles.

5.1. ESTÁGIO RETÓRICO

O estágio retórico começou desde os babilônios, por volta de 1700 a.C., e se prolongou, até por meados do século III d.C., com Diofanto de Alexandria na Grécia. Neste período, todos os modos de operações com os números e equações eram descritos por meio de palavras sem o uso de símbolos ou abreviações.

Segundo Kleiner (2007), a maioria das civilizações antigas tratava de soluções de equações polinomiais, principalmente lineares e quadráticas.

> Os babilônios (c. 1700 a. C.) eram "algebristas" particularmente proficientes. Eles foram capazes de resolver equações quadráticas, bem como equações que levam a equações quadráticas, por exemplo $x + y = a$ e $x^2 + y^2 = b$, por métodos semelhantes aos nossos. As equações eram dadas na forma de "problemas de palavras". [...]. Os chineses (c. 200 a. C) e os indianos (c. 600 a. C.) avançaram além da Babilônia (as datas para a China e a Índia são muito aproximadas). Por exemplo, eles permitiram coeficientes negativos em suas equações (embora não raízes negativas), e admitiram duas raízes para uma equação quadrática. Eles também descreveram procedimentos para manipular equações, mas não tinha notação nem justificativa, para suas soluções. Os chineses tinham métodos para aproximar raízes de equações polinomiais de qualquer grau, e resolver sistemas de equações lineares usando "matrizes" (matrizes retangulares de números) também antes que tais técnicas fossem conhecidas na Europa Ocidental (KLEINER, 2007, p. 1-2, tradução nossa).

Entretanto, os gregos tinham um conhecimento avançado e sofisticado na teoria dos números e na geometria formuladas pelos pitagóricos e por Euclides. No entanto, sua “Álgebra” era fraca, com notáveis exceções na obra dos Elementos de Euclides (300 a.C.) que possui trabalhos geométricos com resultados algébricos. Mesmo assim, com o passar dos anos e os intercâmbios de conhecimentos, em 250 d.C., temos a *Aritmética* de Diofanto, um trabalho algébrico grego bem significativo, se pensarmos nos resultados que eles possuíam na época. Esse livro marca a transição do estágio retórico para o sincopado, sobre o qual veremos na sequência.

5.2. ESTÁGIO SINCOPADO

Este estágio, segundo registros históricos conhecidos, começou com Diofanto e se desenrola por vários séculos até François Viète. Diofanto escreveu *Aritmética*, um livro sobre a teoria dos números que contém soluções de equações com números inteiros ou racionais positivos, usando letras para denotar o desconhecido introduzindo uma notação algébrica parcial, além de outros avanços citados por Kleiner (2007).

> (a) Ele deu duas regras básicas para trabalhar com expressões algébricas: a transferência de um termo de um lado para o outro de uma equação, e a eliminação de termos semelhantes dos dois lados de uma equação.
> *(b)* Ele definiu expoentes negativos de uma incógnita e enunciou a lei dos expoentes, $x^m x^n = x^{m+n}$, *para* $-6 \leq m, n, m + n \leq 6$.
> (c) Ele declarou várias regras para operar com coeficientes negativos, por exemplo: “Deficiência multiplicada pela deficiência produz disponibilidade” *((-a) (-b) = ab).*
> (d) Ele acabou com os princípios básicos da tradição grega clássica como (i) dando uma interpretação geométrica as expressões algébricas, (ii) restringindo o produto de termos para grau no máximo três, e (iii) exigindo homogeneidade nos termos de uma expressão algébrica (KLEINER, 2007, p. 3, tradução nossa).

Dessa forma, Diofanto foi um pioneiro na resolução de equações, dando início a utilização de símbolos. É considerado por muitos como o pai da Álgebra (SILVA, 2016). Segundo Silva (2016), no século XII, Brahmagupta também desenvolveu uma forma semelhante a que deu início ao estilo sincopado de resolver equações e afirma que esse estilo também foi utilizado pelos algebristas italianos no século XVI.

Porém, os matemáticos islâmicos também alcançaram importantes realizações algébricas, entre os séculos IX e XV, com

> Muhammad ibn-Musa al-Khwarizmi (c. 780-850), apelidado por alguns de "o Euclides da álgebra" porque ele sistematizou o assunto (como então existia) e o transformou em um campo independente de estudo. Ele fez isso em seu livro al-jabr al-muqabalah. "Al-jabr" (do qual deriva a palavra "álgebra") denota o movimento de um termo negativo de uma equação para o outro lado, de modo a torná-lo positivo, e "al-muqabalah" refere-se ao cancelamento de termos iguais (positivos) em ambos os lados de uma equação. Esses são, obviamente, procedimentos básicos para resolução de equações polinomiais. Al-Khwarizmi (de cujo nome o termo "algorito" é derivado) aplicou-os à solução de equações quadráticas (KLEINER, 2007, p. 3, tradução nossa).

Al-Khwarizmi não admitia coeficientes negativos e o zero, ele não tinha notação alguma e sua escrita era retórica. Por exemplo, "O que deve ser o quadrado, que quando aumentado em dez de suas raízes chega a trinta nove? "; o que de forma simbólica é escrito como "resolva $x^2 + 10\,x = 39$", uma vez que chamava as incógnitas de raiz. Podemos observar que apesar de ainda primitiva, se pensarmos na álgebra que conhecemos hoje, muitos resultados mencionados no livro de al-Khwarizmi são utilizados atualmente na resolução de equações. Na época, esse conhecimento era considerado de ponta; mas, agora ele é parte do conteúdo da matemática básica.

5.3. ESTÁGIO SIMBÓLICO

Nesse estilo, os matemáticos passaram a expressar as ideias da Álgebra através de símbolos, do modo que conhecemos atualmente, sem recorrer tanto ao uso das palavras. Segundo Silva (2016) e Kleiner (2007), François Viète foi o principal responsável pela introdução de símbolos na Álgebra, sobretudo com seu livro *Introdução à Arte Analítica* de 1591.

No livro "A ideia básica de Viète era introduzir parâmetros arbitrários em uma equação e distingui-los das variáveis da equação. Ele usou consoantes (B, C, D, ...) para representar quantidades conhecidas e vogais (A, E, I, O, U) para denotar as variáveis"

(KLEINER, 2007, p. 8, tradução nossa). Essa ideia parece simples para nós, mas na época foi um grande avanço.

Além de Viète, René Descartes, matemático e filosofo francês do século XVII, também introduziu algumas inovações com a publicação, em 1637, de *La Géométrie*. Segundo Silva (2016), nessa obra, Descartes introduz a notação que utilizamos nas equações algébricas usando a, b e c para os números conhecidos e x, y e z para as incógnitas.

As obras de Viète e Descartes, no final do século XVI e início do século XVII, respectivamente, segundo Kleiner (2007), mudaram o foco dos estudos da capacidade de resolução de equações numéricas a estudos teóricos de equações com coeficientes literais. Assim, uma de suas principais preocupações era determinar a existência, a natureza e o número de raízes das equações.

Dessa forma, o objetivo era determinar se toda equação polinomial tem uma raiz e sua natureza. Dúvida respondida com o Teorema Fundamental da Álgebra (FTA), a saber, qualquer polinômio p(x) com coeficientes reais ou complexos de uma variável e de grau ≥ 1 tem ao menos uma raiz complexa. Entretanto, faltava responder quantas raízes uma equação polinomial tem, o que Descartes respondeu provando o Teorema do Fator. Segundo Kleiner (2007),

> Descartes provou o Teorema do Fator, ou seja, se α é uma raiz do polinômio $p(x)$, então $x - \alpha$ é um fator, ou seja, $p(x) = (x - \alpha)\, q(x)$, onde $q(x)$ é um polinômio de grau um menor que o de $p(x)$. Repetindo o processo (formalmente, usando indução), segue que um polinômio de grau n tem exatamente n raízes, dado que tem uma raiz, que é garantida pelo FTA[14]. As n raízes não precisam ser distintas. Este resultado significa, então, que se $p(x)$ tem grau n, existem n números $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ tal que $p(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \ldots (x - \alpha_n)$. O FTA garante que os α_i são números complexos. (Observe que falamos indistintamente da raiz α de um polinômio $p(x)$ e a raiz α de uma equação polinomial $p(x) = 0$; ambos significam $p(\alpha) = 0$) (KLEINER, 2007, p. 10-11, tradução nossa).

Kleiner também menciona que Descartes usava o FTA, mas não o provou. A primeira prova foi apresentada por d'Alembert em 1746, seguida por uma prova de Euler, mas ambas estavam incompletas e careciam de rigor. Depois destes, Gauss apresentou uma prova do FTA em sua tese de Doutorado, concluída em 1797 e publicada em 1799, utilizando-se de ideias da Geometria e da Análise, rigorosa para os padrões da época, porém, de uma perspectiva moderna, também apresentava lacunas. Depois dessa, Gauss apresentou mais três provas algébricas, a última em 1849 e desde então diversas provas foram fornecidas, muitas delas mais recentes, na década de 2000.

[14] FTA se refere ao Teorema Fundamental da Álgebra

Com o início dos estudos das soluções de equações polinomiais também se inicia o estudo da natureza e das propriedades de vários sistemas numéricos, visto que as soluções são os próprios números. O FTA tornava inevitável estudar os números negativos e complexos, os quais, embora usados com frequência no século XVIII, eram muitas vezes vistos com receio e foram pouco compreendidos (KLEINER, 2007). O autor continua mencionando um exemplo.

> Por exemplo, Newton descreveu números negativos como quantidades “Menos do que nada”, e Leibniz disse que um número complexo é “um anfíbio entre ser e não ser.” Aqui está Euler sobre o assunto: “Chamamos essas quantidades positivas, antes do qual o sinal + é encontrado; e essas são chamadas de quantidades negativas, que são precedidas pelo sinal -” (KLEINER, 2007, p.13, tradução nossa).

Além disso, para Kleiner (2007) e Kline (1990), as regras para números negativos eram conhecidas desde a antiguidade, mas nenhuma justificativa havia sido dada no passado. Os matemáticos estavam usando livremente os vários tipos de números reais e até mesmo números complexos, mas as definições desses vários tipos de números não estavam disponíveis, nem havia qualquer justificativa lógica das operações com eles.

Durante o final do século XVIII e início do século XIX, matemáticos começaram a se perguntar por que tais regras deveriam ser válidas principalmente na utilização de letras, pois estas eram manipuladas como se tivessem as propriedades dos inteiros e os resultados dessas operações eram validados quando quaisquer números fossem substituídos pelas letras. Também se perguntavam, segundo Kline (1990), se os vários tipos de números possuíam as mesmas propriedades formais dos inteiros positivos, e se qualquer classe de real ou números complexos deveriam possuir as mesmas propriedades. A universidade de Cambridge fez avanços nessa questão.

> Este problema foi considerado pela primeira vez por George Peacock (1791-1858), professor de matemática na Universidade de Cambridge. Para justificar as operações com expressões literais que podem significar números negativo, irracional e complexo ele fez a distinção entre álgebra aritmética e álgebra simbólica. A primeira lidou com símbolos que representam os inteiros positivos e assim estava em terreno sólido. Aqui, apenas as operações que levam a resultados inteiros positivos eram permitidas. A álgebra simbólica adota as regras da álgebra aritmética, mas remove as restrições para inteiros positivos. Todos os resultados deduzidos na álgebra aritmética, cujas expressões são gerais na forma, mas particular em valor, são resultados da mesma forma em álgebra simbólica, onde elas são gerais em valor, bem como em forma. Assim, $a^m a^n = a^{m+n}$ vale na álgebra aritmética quando m e n são inteiros positivos e, portanto, vale na álgebra simbólica para todo m e n. Da mesma forma, a série para $(a + b)^n$ quando n é um número inteiro positivo, se for exibido de forma geral, sem referência a um termo final, válido para todos os n. O argumento de Peacock é conhecido como o princípio da permanência de forma (KLINE, 1990, p.773, tradução nossa).

Essa abordagem influenciou para um pensamento mais abstrato em Álgebra, de acordo com Kline (1990), e a mesma foi aceita durante a maior parte do século XIX, apoiado por Ducan F. Gregory (1813-1844) em seu artigo sobre a natureza real da Álgebra simbólica enfatizando as leis comutativas e distributivas, as quais foram introduzidas por François-Joseph Servois (1767-1847). A teoria da álgebra como ciência dos símbolos e as leis de suas combinações foram levadas adiante por Augustus De Morgan, que escreveu vários artigos sobre a estrutura da álgebra.

Com o avanço da Álgebra simbólica, o estudo das equações polinomiais também avançou, tornando-se o centro dos estudos de Álgebra do início do século XIX. Nesse período, conforme mencionado por Kline (1990), Galois respondeu de forma abrangente e definitiva a questão de quais equações podem ser resolvidas por operações algébricas com radicais; ou seja, ter uma fórmula fechada para as suas raízes. Além disso, ele criou o primeiro corpo coerente da teoria algébrica introduzindo novas noções, amplamente aplicáveis, que deveriam ser desenvolvidas em outras teorias da Álgebra. Dessa forma, segundo Van Der Waerden (1985), Evariste Galois deu início a Álgebra Moderna, sobre a qual veremos a seguir.

5.4. ÁLGEBRA MODERNA

A Álgebra Moderna começou com a teoria de Galois no início do século XIX, como já vimos, e se estende até os dias atuais. Seus estudos dão continuidade aos estudos anteriores, de Euler, Vandermonde, Lagrange, Ruffini e Abel. Segundo Kline (1990), após os trabalhos de Abel, a situação era de que, embora a equação geral de grau superior a quatro não fosse resolvida por radicais, havia muitas equações especiais, como as equações binomiais $x^p = a$, com p primo e equações Abelianas[15] que eram resolvidas por radicais[16].

A tarefa de Evariste Galois (1811-32) então passou a ser determinar quais equações podem ser resolvidas por radicais, com o objetivo de resolver equações de grau maior que 4 e a equação binomial $x^n - 1 = 0$, as quais seus antecessores tentaram resolver sem sucesso. Dessa forma, segundo Van Der Waerden (1985), com Galois o caráter dos estudos da álgebra mudou radicalmente.

---

[15] Equação cujo polinômio característico é um grupo de Galois comutativo.

[16] Lembrando que radicais estão relacionados a raízes, portanto resolver uma equação por radicais significa utilizar as operações inversas da potenciação e dessa forma acabar envolvendo raízes na resolução de equações de grau maior que um.

> Antes de Galois, os esforços dos algebristas eram direcionados principalmente para a solução de equações algébricas. Scipione del Ferro, Tartaglia e Cardano mostraram como resolver equações cúbicas, e Ferrari conseguiu resolver equações de grau 4. Gauss provou que a equação ciclotômbica x^n-*l* = *0* pode ser completamente resolvida por radicais, e que toda equação algébrica pode ser resolvida por números complexos *a* + *bi*. Galois, por outro lado, foi o primeiro a investigar a estrutura dos corpos e grupos e mostrou que essas duas estruturas estão intimamente ligadas. Se alguém quiser saber se uma equação pode ser resolvida por radicais, deve-se analisar a estrutura de seu grupo de Galois. Depois de Galois, os esforços dos principais algebristas foram direcionados principalmente para a investigação da estrutura de anéis, corpos, álgebras e semelhantes (VAN DER WAERDEN, 1985, p.76, tradução nossa).

Kline (1990) menciona que os pais de Galois eram bem-sucedidos e educados, por isso ele frequentou um dos célebres liceus de Paris e começou a estudar matemática aos quinze anos de idade. Este assunto tornou-se sua paixão e ele estudou cuidadosamente as obras de Lagrange, Gauss, Cauchy e Abel.

Galois foi rejeitado duas vezes no vestibular da *École Polytechnique*, (KLINE, 1990). Portanto, entrou na *École Preparatoi*re que mudou o nome então para a *École Normale*, uma escola muito inferior na época. Durante a Revolução Francesa de 1830, Galois criticou publicamente o diretor de sua escola por não a apoiar, o que resultou em sua expulsão. Sendo preso duas vezes, por crimes políticos, passou a maior parte do último ano e meio de sua vida na prisão, e foi morto em um duelo em 31 de maio de 1832.

> Durante seu primeiro ano na École Galois publicou quatro artigos. Em 1829 submeteu dois papéis na solução das equações à academia das ciências. Estes foram confiados a Cauchy, que os perdeu. Em janeiro de 1830, ele apresentou à Academia de Ciências outro artigo cuidadosamente escrito sobre sua pesquisa. Isto foi enviado a Fourier, que morreu pouco depois, e este jornal também se perdeu. Por sugestão de Poisson Galois escreveu (1831) um novo artigo sobre sua pesquisa. Este artigo, "Sur les conditions de resolubilite' des Equations par radicaux," o único artigo acabado sobre sua teoria da solução de equações, foi devolvido por Poisson como ininteligível, com a recomendação de que uma exposição mais completa fosse escrita. A noite antes de sua morte Galois elaborou um relato apressadamente escrito de suas pesquisas (KLINE, 1990, p. 756, tradução nossa).

Então, segundo Kline (1990), em 1846 Liouville editou e publicou no *Journal de Mathématiques* parte dos artigos de Galois, entre eles uma revisão do artigo de 1831. Então, o *Cours d'algèbre Supérieure* de Serret (3ª edição) de 1866, apresentou uma exposição das ideias de Galois. A primeira apresentação completa e clara da teoria de Galois foi dada em 1870 por Camille Jordan em seu livro *Traite des substitutions el des equations algebriques*. Galois abordou o problema de caracterizar equações solúveis por radicais, melhorando as ideias de Lagrange, embora ele também tenha derivado algumas sugestões do trabalho de Legendre, Gauss e Abel.

Os resultados algébricos de Galois permitiram, também, diversos avanços na área da geometria, resolvendo algebricamente problemas geométricos, tais como os três problemas clássicos da Grécia antiga. Dessa forma, diversos problemas de construções em aberto foram resolvidos, estabelecendo uma equação algébrica para o que se desejava solucionar. Assim, o trabalho de Galois não só respondeu completamente à questão de quais equações são solúveis por operações algébricas, como também forneceu um critério geral para determinar a construtibilidade com régua e compasso de figuras geométricas.

Lagrange, por outro lado, conforme Kline (1990), comprometeu-se a estudar funções com o propósito de determinar os diferentes valores que elas podem assumir.

> O trabalho subsequente de Ruffini, Abel e Galois deu maior importância a este tópico. O fato de uma função racional de n letras assumir o mesmo valor sob alguma coleção de permutações ou substituições das raízes significa [...] que essa coleção é um subgrupo de todo grupo simétrico. Isso foi observado explicitamente por Ruffini em seu Teorema “generate delle equazioni” (1799). Portanto, o que Lagrange iniciou foi uma maneira de estudar subgrupos de um grupo de substituições. [...] A teoria dos grupos de substituição ou permutação foi a primeira grande investigação que finalmente, deu origem à teoria abstrata dos grupos. [...] O próprio Lagrange afirmou um resultado importante que na linguagem moderna afirma que a ordem de um subgrupo divide a ordem do grupo. A prova desse teorema foi comunicada por Pietro Abbati (1768-1842) a Ruffini em uma carta de 30 de setembro de 1802, que foi publicada (KLINE, 1990, p. 765, tradução nossa).

Apesar disso, Galois fez a maior parte na introdução de conceitos e teoremas sobre grupos de substituição. Seu conceito mais importante foi a noção de um subgrupo normal. Entretanto, o trabalho de Galois não se tornou conhecido até que Liouville publicou partes dele em 1846, um material de difícil compreensão. Por outro lado, o trabalho de Lagrange e Ruffini em grupos de substituição, expressos na linguagem dos valores que uma função de n letras pode assumir, tornou-se bem conhecido. Assim, o tema da solução de equações recuou para segundo plano, e quando Cauchy retornou à teoria das equações, concentrou-se em grupos de substituição (KLINE, 1990).

O trabalho de Galois em equações solucionáveis por processos algébricos encerrou um capítulo da álgebra e, embora ele tenha introduzido ideias como grupo e domínio da racionalidade (campo) que dariam frutos, a exploração mais completa desses resultados teve que esperar outros desenvolvimentos. A próxima grande criação algébrica, iniciada por William R. Hamilton, os quatérnios, resultado da busca por um sistema de numeração tridimensional, abriu domínios totalmente novos, ao mesmo tempo que abalou as antigas convicções sobre como os "números" deveriam se comportar.

> Todos os números conhecidos pelos matemáticos nesta época possuíam a propriedade comutativa da multiplicação e era natural para Hamilton acreditar que os números tridimensionais ou de três componentes que ele buscava deveriam possuir essa mesma propriedade, bem como as outras propriedades que reais e números complexos possuem. Depois de alguns anos de esforço, Hamilton viu-se obrigado a fazer dois ajustes. O primeiro era que seus novos números continham quatro componentes e o segundo, que ele tinha que sacrificar a lei comutativa da multiplicação. Ambos os recursos foram revolucionários para a álgebra. Ele chamou os novos números de quatérnios (KLINE, 1990, p.778-779, tradução nossa).

Os quatérnios de Hamilton são entes matemáticos da forma $a + bi + cj + dk$ (a, b, c, d números reais), que são adicionados componente a componente e que a multiplicação está sujeita às relações $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Estes números provaram ser de uma importância incomensurável para a álgebra. Com ele os matemáticos perceberam que um sistema numérico poderia ser construído, e não possuir a propriedade comutativa de números reais e complexos. A partir disso, começaram a considerar criações que se afastassem ainda mais das propriedades usuais de números reais e complexos, o que estimulou trabalhos sobre álgebras lineares e, segundo Kleiner (2007), originou a teoria dos anéis não comutativos.

Após os quatérnios, por um período de 30 anos (1840 -1870), vários exemplos de sistemas numéricos e métodos não comutativos foram estabelecidos, podemos citar, entre eles, matrizes e biquaternios[17]. Levando em conta esses exemplos, começou-se a construir uma teoria,

> O conceito geral de um sistema numérico hipercomplexo (na terminologia atual, uma álgebra de dimensão finita) surgiu, e o trabalho começou na classificação de certos tipos dessas estruturas. Nós nos concentramos em três desses desenvolvimentos, lidando com álgebras associativas. Observe que tais álgebras são, é claro, anéis (KLEINER, 2007, p. 44, tradução nossa).

Os três desenvolvimentos, ou três tipos de anéis, aos quais Kleiner se refere, são as álgebras de baixa dimensão, as álgebras de divisão (composta pelos números reais, os números complexos e os quatérnios) e as álgebras comutativas. Porém, a tarefa de criar uma teoria geral da dimensão finita, álgebras associativas não comutativas só foi cumprida na última década do século XIX e na primeira década do século XX.

A primeira definição abstrata de um anel foi dada por Fraenkel em um artigo de 1914 intitulado *On zero divisors and the decomposition of rings* (Sobre divisores de zero e a decomposição dos anéis). Essa, abrangia tanto anéis comutativos como anéis não

[17] O biquatérnio é um número hipercomplexo, com uma dimensão 8. A principal diferença é que o quatérnio descreve a orientação do objeto no espaço, e o biquatérnio também descreve a posição do objeto no espaço.

comutativos, mas seu trabalho não estava fundamentado nas teorias estabelecidas anteriormente.

A partir dos anéis foram sendo criadas várias linhas de estudo, como, por exemplo, anéis de polinômios, anéis de algébricos inteiros e anéis de números hipercomplexos. Porém, a teoria de anéis ainda é recente e está sujeita a novas descobertas.

Agora que conhecemos um pouco da história da álgebra, no próximo capítulo, apresentamos a análise dos questionários respondidos pelos sujeitos de nossa pesquisa. A partir dessa análise, procuramos responder nossas perguntas de pesquisa ocasionando respostas ao nosso problema.

6. ANÁLISE DOCUMENTAL DAS DISCIPLINAS QUE APRESENTAM OS CONTEÚDOS DE ANÉIS E GRUPOS NA UFSM

Antes de começarmos a análise, informamos que este capítulo foi publicado na "VIII Jornada Nacional de Educação Matemática", organizada pela Universidade de Passo Fundo. O trabalho é de nossa autoria – Dambrós e Fajardo (2020) – e está disponível on-line nos anais do evento com acesso livre e intitulado "Uma Análise das Ementas das Disciplinas que Envolvem o Conteúdo de Anéis e Grupos no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria". Observamos que há pequenas diferenças na escrita, principalmente nos subtítulos.

O curso de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) teve início em 1961, mesmo ano de fundação da UFSM. Desde então, vem se aprimorando, fazendo modificações para se adequar às novas resoluções do CNE (BRASIL, 2001) e perspectivas acadêmicas e tecnológicas, visando formar profissionais qualificados. Nesta parte da pesquisa, nos atemos a investigar as modificações nas disciplinas que trabalharam Álgebra, mais especificamente com os conteúdos de anéis e grupos, ao longo desses anos.

As discussões em torno do campo da Álgebra vêm se tornando mais amplas na área de Educação Matemática, focando principalmente no distanciamento dicotômico entre a Álgebra vista no Ensino Superior e a estudada na Educação Básica. O texto Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) afirma que a maioria dos professores trabalha a Álgebra de forma mecânica, automatizada e dissociada de qualquer sistematização social e lógica, dando ênfase à memorização e manipulação de regras, "macetes", símbolos e expressões, tal como ocorria há várias décadas.

A respeito das formas como a Álgebra é trabalhada, a obra de Lins e Giménez (1997) destaca que há distintos tipos de caracterização da atividade algébrica:

> [...] encontramos desde a rigidez das caracterizações 'puras' por conteúdos até uma certa despreocupação em identificar, do ponto de vista do conteúdo, que tipo de atividade matemática particular está acontecendo: basta que seja atividade matemática, rica e flexível (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 112).

Em uma leitura à proposta de atividade algébrica preconizada pelo educador soviético Vasily Vasilovich Davydov (1930-1998), Lins e Giménez (1997) nos lembram que para esse educador a atividade algébrica tem seu ponto de partida na atividade de lidar com relações quantitativas e, para "[...] resolver o mais simples dos problemas 'aritméticos', a criança precisa também lidar – de forma tematizada ou não – com as relações quantitativas envolvidas" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 113-114, destaques dos autores).

Em se tratando de educação algébrica escolar, ou de fazer ou usar Álgebra, não nos esqueçamos que lidar com as tais relações quantitativas – como postas por Davydov (1962) – envolvem a possibilidade de haver ou não intrínsecas relações entre o "concreto" e o "formal" que no contexto escolar passam necessariamente por trazer à tona modos de operar que possam se constituir como abordagens ditas "facilitadoras", assim como no clássico exemplo de associar a resolução de uma equação à balança de dois pratos (LINS, 1999; LINS; GIMÉNEZ, 1997), estabelecendo uma relação entre igualdade e equilíbrio na qual ambos os lados da igualdade referem-se aos pratos (direito e esquerdo) da balança. Tal abordagem "facilitadora" é comumente vista nos livros didáticos que circulam nas escolas brasileiras.

> As abordagens "facilitadoras" baseiam-se, então, na idéia de que uma certa estrutura que é posta em jogo na manipulação de "concretos" é, depois, por um processo de abstração, transformada em "formal". Não vamos nos deter na análise das diversas formas de ver os aspectos cognitivos dessa "passagem"; vamos apenas insistir em que o que essas abordagens têm em comum é o fato de acreditarem que o que se dá no "concreto" é alguma forma implícita do que se dá no "formal". Como conseqüência, o trabalho no "concreto" deve preceder *necessariamente* o trabalho no "formal". O trabalho de Z. P. Dienes é um representante sofisticado dessa linha (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 108, destaques dos autores).

O texto em questão também destaca que nas mais distintas formas de apelo ao "concreto", ou ainda, partir do "concreto" para depois "abstrair" – aritmetizar para depois algebrizar, como muitos pensam – não podemos deixar de referenciar outras abordagens que comumente são negligenciadas tanto por aqueles que lidam com a Álgebra na formação acadêmica quanto os que lidam com a Álgebra escolar.

> Há um grupo de educadores matemáticos que também tomam como ponto de partida o "concreto", mas em um sentido diferente. Para eles o "concreto" é visto como o real, e as atividades propostas são de investigação de situações reais ou "realistas".[18] Aqui situam-se as propostas baseadas em modelagem matemática (por exemplo, no Brasil, o trabalho de Rodney Bassanezi) e as propostas baseadas em investigações (Paolo Boero na Itália, Alan Bell na Inglaterra, e Jan de Lange na Holanda). De acordo com essas perspectivas, a educação algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário do estudo. Num país como o Brasil, no qual a visão dominante é a "letrista", essas abordagens sofrem séria resistência: o "resultado" do processo de ensino-aprendizagem não é imediatamente visível nem diretamente dirigido às técnicas algébricas mais sofisticadas. (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 108-109, destaques dos autores).

---

[18] A diferença é que uma situação realista é criada com finalidade didática, embora buscando o máximo de semelhança com o que poderia ser uma situação real. No outro caso, a situação é tomada do próprio cotidiano dos alunos (situações vividas, jornais, revistas ou TV, por exemplo) (nota dos autores).

Diante do exposto, surge-nos mais questionamentos: será que os elevados índices de retenção e abandono nas disciplinas de Álgebra, nos cursos de Licenciatura e Matemática não se devem também por uma visão "letrista" dominante, como destaca Lins e Giménez (1997)? Será que não precisamos pensar uma disciplina de Álgebra, na formação de professores, que não se limite a tratar de objetos como anéis e grupos, mas que aborda a relevância (ou não) de tais objetos no desenvolvimento do pensamento algébrico e das atividades e educação algébricas? Será que possibilitar os futuros professores a produzirem significados, portanto conhecimento (LINS, 1999; LINS; GIMÉNEZ, 1997), ao desenvolvimento histórico da Álgebra não interfeririam no atual quadro de retenção e abandono?

Os aspectos que trouxemos a partir de Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), e também de Lins e Giménez (1997) continuam acontecendo, como é possível observar a partir de pesquisas tal como Melo (2003), na qual se afirma:

> Em síntese, a formação algébrica que vivenciamos ainda mantinha as marcas do formalismo lógico, o que ainda se verifica na Formação Inicial dos licenciandos de matemática nas nossas Universidades e em sua Prática Pedagógica. Em outras palavras, um formalismo que sobressaía (e ainda sobressai) pelo uso exclusivo da linguagem formal algébrica; pelos cálculos algébricos e pela resolução de problemas, em detrimento da compreensão por intermédio da construção dos conceitos em álgebra pelos alunos (MELO, 2003, p. 9).

Entendemos que essa mecanização – tal como apresentado em Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) –, ou essa cultura "letrista" – exposta em Lins e Giménez (1997) –, na hora de ensinar Álgebra é resultante da forma que esta é ensinada nos cursos de formação inicial de professores, visto que as disciplinas de Álgebra são lecionadas concomitantemente aos cursos de Bacharelado e Licenciatura na maioria das instituições que oferecem os dois cursos, como é o caso da UFSM que analisamos nesta dissertação. Essa junção de cursos para lecionar a disciplina, na grande maioria das vezes, torna-a totalmente abstrata, colocando em dúvida sua relevância ao currículo dos futuros professores da Escola Básica.

Dessa forma, a escolha pelos conteúdos de anéis e grupos ocorreu devido ao interesse da mestranda e pelo alto índice de reprovação da disciplina de Álgebra I (MTM 1054), dados que foram obtidos em um trabalho de conclusão de curso, intitulado "Álgebra: algumas relações entre o ensino superior e a Educação Básica":

> [...] do período compreendido entre o segundo semestre de 2014 e o primeiro semestre de 2018, [...]. De um total de 218 alunos matriculados, somente 26,6% foram aprovados, enquanto que 47,25% foram reprovados por nota e 25,69%

> reprovaram por frequência ou realizaram trancamento parcial. Os casos omissos nessa estatística se referem a alunos dispensados da disciplina. Como podemos verificar, o índice de reprovação neste período foi extremamente alto (DAMBRÓS, 2019, p. 10).

Desde o primeiro registro de disciplinas de Álgebra encontrado no portal do ementário da UFSM, datado de 1979, percebemos que as disciplinas que abordam os conteúdos de anéis e grupos vêm se modificando. Principalmente no que se refere ao conteúdo, carga horária e bibliografia. Porém, apesar de todas as alterações realizadas, os altos índices de reprovação e abandono permaneceram. Sendo assim, optamos por fazer uma análise documental das ementas das disciplinas, observando as modificações que ocorreram no período em questão.

6.1. ANÁLISE DOS CURRÍCULOS DE ÁLGEBRA

Baseada nas informações obtidas no portal do ementário da UFSM, começamos analisando as cinco modificações realizadas nas ementas[19] das disciplinas de Álgebra. Inicialmente, observamos que o primeiro registro encontrado de disciplina do curso de Matemática da UFSM, que aborda os conteúdos de anéis e grupos, é de 18 (dezoito) anos após o início do curso no ano de1961.

No quadro 5, a seguir, apresentamos os dados das disciplinas de Álgebra II (MTM220) e Teoria de Anéis e Grupos (MTM153), nas quais é possível observar as primeiras modificações realizadas quanto ao conteúdo e carga horária. É importante salientar que tais disciplinas não apresentam o programa autenticado nem sua bibliografia disponível para consulta no referido portal.

Quadro 5 - Primeiras disciplinas de Álgebra do Curso de Matemática, UFSM

(continua)

Disciplinas	Álgebra II	Teoria de grupos e anéis
Código	MTM 220	MTM 153
Ano	1979	1995
Carga Horária	90 horas	60 horas
Conteúdos	-Grupos e Subgrupos -Operações binárias e tábua de uma operação binária - Fechamento de uma operação - Semigrupo e monoide -Elemento inverso - Grupos	- Teoria básica de grupos − Grupos e subgrupos − Exemplos especiais Z_m (grupos de simetrias do triângulo) e S3 (grupos de permutações) − Classes laterais e teorema de Lagrange

[19] Disponíveis nos Anexos A a E.

Quadro 5 – Primeiras disciplinas de Álgebra do Curso de Matemática, UFSM

(conclusão)

Disciplinas	Álgebra II	Teoria de grupos e anéis
Conteúdos	- Subgrupos - Homomorfismo de grupos - Grupos isomorfos - Grupos de permutações - Grupo Z_m - Grupos cíclicos - Teorema de Lagrange e suas consequências - Subgrupos normais - Grupos quocientes - Alguns resultados de homomorfismos - Anéis e Corpos – Definição de Anel – Propriedades básicas de um anel – Divisores de zero – elementos regulares – Corpos – Subanéis e subcorpos – Ideais e anéis quocientes – Homomorfismo de anéis e de corpos	– Subgrupos normais e grupos quocientes – Grupos cíclicos – Homomorfismo o isomorfismo – Teoria do homomorfismo – Grupos de automorfismo - Anéis e ideais – Anéis – Anéis de integridade – Isomorfismo e homomorfismo – Ideais: ideais principais e anéis quocientes - Anéis de polinômios – Polinômios sobre um corpo – Algoritmos da divisão em A(x) – Raízes de polinômios – Anel principal K(x)

Fonte: Adaptado pelos pesquisadores do portal do ementário UFSM.

A primeira modificação observada é de 16 (dezesseis) anos após a implementação da disciplina de Álgebra II (MTM 220). A nova disciplina criada recebe o nome de Teoria de Grupos e Anéis (MTM 153) e, além da alteração dos conteúdos a serem abordados, sofreu uma redução de 30 horas/aula na carga horária.

Na ementa da disciplina de MTM 220 observamos que antes de iniciar o conteúdo de grupos são trabalhadas algumas operações, bem como a introdução das definições de semigrupo e monoide, que não são abordadas na disciplina de MTM 153. Por outro lado, esta aborda mais profundamente a teoria de homomorfismos de grupos, bem como grupos de automorfismos. Por sua vez, em geral, a disciplina MTM 220 apresenta um foco maior para anéis e corpos, enquanto que a disciplina MTM 153 foca mais especificamente no conteúdo de anéis de polinômios, abordando o algoritmo da divisão e suas raízes.

A modificação de inserir o estudo de polinômios, segundo nosso entendimento, é providencial à formação de licenciandos em Matemática, uma vez que este é um conteúdo trabalhado na Educação Básica. Observa-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio, na parte que trata das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, que “[...] aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente” (BRASIL, 2002, p. 43).

No quadro 6 apresentamos a ementa da disciplina de Álgebra II-A (MTM 180) que, em 2001, substituiu a disciplina de Teoria de Grupos e Anéis (MTM 153). Por sua vez, a nova disciplina manteve o conteúdo de anéis de polinômios e apresentou uma bibliografia no portal de ementário da UFSM.

Quadro 6 – Ementa da disciplina Álgebra II-A (MTM 180)

Ano	2001
Carga Horária	60 horas
Conteúdos	- Anéis − Definição e exemplos. Subanéis − Homomorfismos. − Ideais. Classes laterais. − Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo. − Anéis de integridade. Corpo de frações de um anel de integridade. - Anéis de polinômios − Definição e exemplos. − Divisibilidade em A[x]. − Raízes de polinômios. − Função polinomial. − Polinômio sobre um corpo. - Domínios − Domínios de integridade. − Elementos primos e irredutíveis. − Domínio de fatoração única. − Domínios principais. − Domínios euclidianos. − Inteiros gaussianos. - Grupos − Definição e exemplos. Subgrupos. − Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente. − Homomorfismos e isomorfismos. − Teorema do homomorfismo. − Teorema de Lagrange. − Grupos cíclicos - subgrupos cíclicos.
Bibliografia Básica	DOMINGUES, H. H. & IEZZI, G. Álgebra moderna. São Paulo: Atual, 1982. GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1999. HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1993, v.1.
Bibliografia Complementar	FRALEIGH, J. A first course in abstract algebra. New York: Addison - Wesley Publishing Company, 1989. LEQUAIN, Y. & GARCIA, A. Álgebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: SBM, 1988.

Fonte: Adaptado do portal do ementário UFSM.

A disciplina MTM 180 faz parte dos currículos de Matemática Licenciatura, assim como do curso de Matemática Bacharelado. Este foi criado no ano de 2001, e, até o presente momento, tem muitas disciplinas em comum com o curso de Licenciatura em Matemática, sendo ofertadas concomitantemente aos dois cursos em uma única turma.

Observamos que não ocorreram grandes mudanças na transição da disciplina MTM 153 para a MTM 180. Houve modificação na ordem em que os conteúdos são trabalhados, começando por anéis e finalizando com grupos. Essa mudança nos leva a refletir a respeito da complexidade da estrutura dos anéis e dos grupos, visto que anéis têm algumas propriedades a mais a serem estudadas. A noção de grupo envolve somente uma operação, enquanto que a noção de anel envolve duas operações binárias. Dessa forma, nos questionamos se não seria melhor para os acadêmicos estudarem inicialmente sobre o conteúdo de grupos?

Além disso, é possível perceber que foram acrescentados os tópicos sobre o corpo de frações dos anéis de integridade e de domínios que não estavam presentes, abrindo precedentes para que o professor possa fazer uma breve revisão do estudo de frações. Porém, mesmo com o aumento significativo de conteúdo, a carga horária permaneceu 60 (sessenta) horas/aula.

As bibliografias integrando a ementa são demasiadamente técnicas e voltadas mais para o público do Bacharelado em Matemática, o que nos leva a refletir sobre as diferenças no campo de atuação de cada profissional. O texto de Fiorentini e Lorenzato (2009) afirma que o professor de Matemática não é um matemático e que as práticas de cada um são diferentes, mesmo ambos pensando a respeito de Matemáticas, os seus olhares são diferentes. Além disso, Denbow em seu artigo intitulado *To teach Modern Algebra* (Para ensinar Álgebra Moderna), já em 1959, afirmava que:

> A primeira disciplina de nível superior que o futuro professor cursa é crucial. Eu acredito que ela deveria ensinar tópicos modernos, mas de uma maneira pragmática. Nela deveria ser evitado, por um lado, o perigo de uma exposição com demasiada manipulação mecânica e, por outro lado, o perigo de uma abstração excessiva. Isso não significa que eu tenha medo do estudante não poder compreender tal abstração – o perigo é que ele ensinará da mesma maneira pela qual ele foi ensinado (DENBOW, 1959, p. 170, tradução nossa).

Assim, podemos perceber o quanto uma abordagem diferenciada, de forma não mecanizada e não excessivamente abstrata, é importante para o licenciando em Matemática. Principalmente, pela questão de vir a ensinar da mesma forma como foi ensinado, tema que tem sido recorrente nas discussões no campo da Educação Matemática.

Em 2013, novas mudanças foram feitas na disciplina que trata de anéis e grupos, porém sem alterações substanciais na bibliografia, a não ser pela retirada do livro de Fraleigh como podemos observar no Quadro 7.

Quadro 7 - Ementa da disciplina Álgebra I (MTM 1054)

Ano	2013
Carga Horária	60 horas
Conteúdos	- Anéis – Definição e exemplos. Subanéis. – Homomorfismos. – Ideais. Classes laterais. – Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo. – Domínios e Corpos. Corpo de frações de um domínio. - Anéis de Polinômios – Definição e exemplos. – Divisibilidade em A [x]. – Raízes de polinômios. – Critérios de irredutibilidade sobre os racionais. - Grupos – Definição e exemplos. Subgrupos. – Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente. – Homomorfismos e isomorfismos – Teorema do homomorfismo. – Teorema de Lagrange.
Bibliografia Básica	DOMINGUES, Hygino; IEZZI, G. Álgebra moderna. 4. ed. reformulada, São Paulo: Atual, 2003. GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1999. HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1993, v.1.
Bibliografia Complementar	LEQUAIN, Y. & GARCIA, A. Álgebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: SBM, 1988.

Fonte: Adaptado pelos pesquisadores do portal do ementário UFSM.

Ao comparar as duas últimas ementas, observamos que houve uma redução no conteúdo, possivelmente por serem muitos tópicos para uma disciplina de 60 (sessenta) horas. A grande diferença está em reduzir o enfoque no tópico de domínios e abordá-los superficialmente. No entanto, na disciplina criada em 2019 (Quadro 8), percebemos que todos os conteúdos se mantêm exatamente os mesmos.

Quadro 8 - Ementa da disciplina Anéis e Grupos (MTM 1120)

(continua)

Ano	2019
Carga Horária	90 horas
Conteúdos	- Anéis – Definição e exemplos. – Subanéis. – Homomorfismos. – Ideais. Classes laterais. – Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo. – Domínios e Corpos. Corpo de frações de um domínio.

Quadro 8 – Ementa da disciplina Anéis e Grupos (MTM 1120)

(conclusão)

Conteúdos	- Anéis de Polinômios – Definição e exemplos. – Divisibilidade em A [x]. – Raízes de polinômios. – Critérios de irredutibilidade sobre os racionais. - Grupos – Definição e exemplos. Subgrupos. – Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente. – Homomorfismos e isomorfismos – Teorema do homomorfismo. – Teorema de Lagrange.
Bibliografia Básica	GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. (Projeto Euclides). HEFEZ, A. Curso de álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA/CNPq, 2014. 1 v. (Coleção matemática universitária).
Bibliografia Complementar	DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003. DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2003. FRALEIGH, J. B.; KATZ, V. A first course in abstract algebra. 7. ed. Boston: Addison Wesley, 2003. HERSTEIN, I. N. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 1999. HUNGERFORD, T. W. Algebra. New York: Springer, 2003. 73 v. (Graduate texts in mathematics). LANG, S. Algebra. 3. ed. New York: Springer-Verlag, 2002.

Fonte: Adaptado do portal do ementário UFSM.

Ao compararmos com a ementa anterior percebemos que há um aumento de 30 horas na carga horária da disciplina, além de modificações da bibliografia. O livro de Domingues e Iezzi passa a compor a bibliografia complementar, enquanto que o livro de Lequain e Garcia é removido, sendo acrescidas cinco bibliografias em língua estrangeira. Estas são demasiadamente teóricas, com já mencionado anteriormente.

Dessa forma, por meio desta análise percebemos que o foco está estritamente sobre os conteúdos específicos da “matemática superior”, deixando a cargo do professor a responsabilidade de apresentar, ou não, alguma relação com os conteúdos da Educação Básica. Porém, nenhuma das bibliografias indicadas enfatiza tal correspondência.

6.2. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE DOS CURRÍCULOS

De maneira geral, observamos que nenhuma das cinco disciplinas faz menção direta no seu objetivo e nem em seu conteúdo programático a incluir ou relacionar conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, sendo deixado a cargo do professor fazer tal relação ou não. Em Elias, Savioli e Ribeiro (2017) investigaram as ementas de disciplinas obrigatórias de 14 cursos de diferentes regiões do Brasil, observando a presença dos números racionais e da estrutura algébrica corpo dentre os conteúdos contemplados em seus cursos, e afirmam que 13 (treze), dentre os 14 (quatorze) observados, abordam estruturas algébricas em suas disciplinas, porém destacam que:

> O que temos visto frequentemente, e isso ficou evidente nas discussões sobre os PPC dos cursos investigados, é que o movimento pensado para a formação matemática tem sido: primeiramente é abordada a Matemática Acadêmica nos cursos de formação inicial de professores, para depois se buscar articulações com a Matemática Escolar. Entretanto, sabe-se que esse exercício (de buscar articulações) é, quase sempre, deixado a cargo dos licenciandos para quando ingressarem na profissão (ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017, p. 198).

Da mesma forma, apesar do curso de Matemática Licenciatura da UFSM não estar entre os 14 (quatorze) pesquisados pelos autores, percebemos que não há grandes mudanças de conteúdo ao longo dos anos do curso, bem como apresenta poucos conteúdos que tem relação com a Educação Básica. Comentário que também está de acordo com Usinski:

> O estudo da álgebra nos cursos superiores envolve estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. Isso parece ter pouca semelhança com a álgebra do segundo grau, embora os corpos dos números reais e dos números complexos e os vários anéis de polinômios fundamentam a teoria da álgebra e as propriedades dos domínios de integridade e dos grupos. Contudo, reconhecemos a álgebra como o estudo das estruturas pelas propriedades que atribuímos às operações com números reais e polinômios (USINSKI, 1994, p. 17-18).

Observamos que as teorias que justificam as propriedades dos conjuntos numéricos estudados no Ensino Fundamental e Médio estão presentes nas disciplinas que abordam Anéis e Grupos, porém, no geral, esta abordagem não está diretamente associada a nenhum conteúdo que o futuro professor de Matemática ensinará na Escola Básica. Além disso, a Álgebra vista durante a graduação não apresenta nenhuma prática ou justificativa de alguma propriedade que possa ser apresentada na prática escolar. Sendo assim, estamos em sintonia com a obra Moreira e David que menciona que:

> A questão fundamental para a Matemática Escolar – este é o segundo elemento, sempre presente no cenário educativo - refere-se à aprendizagem, portanto ao desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extra-escolar (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 23-24).

Nesta citação, percebemos que Moreira e David (2018) consideram fundamental para a aprendizagem matemática escolar a compreensão e justificativa de alguns fatos. Dessa forma, sentimos falta de bibliografias que façam uma abordagem voltada à Educação Básica com alguns exemplos de como justificar as propriedades dos conjuntos numéricos.

Em nossa análise percebemos poucas diferenças entre as ementas, que tiveram mudanças na carga horária, subtração de alguns conteúdos e acréscimo de outros, principalmente nas primeiras. Quanto à bibliografia observamos que desde que começou a ser incluída, em 2001, não houve muita modificação na básica. No entanto, na bibliografia complementar houve maiores modificações apenas na última ementa, com acréscimo de várias referências de livros internacionais.

Na lista de assuntos a serem estudados notamos também que poucos deles têm alguma ligação com o que é abordado na Educação Básica, mas depende muito da abordagem do professor. O único conteúdo listado diretamente relacionado é o anel dos polinômios, pois enquanto o estudamos podemos trabalhar com as operações entre polinômios, além de algumas propriedades que podem ser abordadas, como o grau dos polinômios, as formas de fatoração e de divisão.

Dessa forma, podemos concluir que para o futuro professor de Matemática da Escola Básica, as disciplinas (que abordam anéis e grupos da forma que são desenvolvidas no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM) têm pouco a acrescentar na sua formação inicial profissional.

7. ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Neste capítulo analisamos as respostas dos questionários encaminhados por e-mail, via formulário[20] do *Google*, para os graduandos e egressos dos cursos de Matemática Licenciatura da UFSM, no qual obtivemos 61 (sessenta e uma) respostas. Essa análise feita pautou-se nos princípios da análise de conteúdo e desenvolvida seguindo as etapas de Bardin (2002). Mantendo o devido sigilo do nome dos sujeitos, estes foram chamados de S_n, com *n* variando de 1 à 61, conforme a ordem que os sujeitos responderam ao formulário.

Inicialmente, categorizamos as respostas segundo as categorias definidas *a priori*. No quadro 9 mostramos como foi feita essa separação, observando que as perguntas 2 e 3 não se encaixam em nenhuma categoria, pois tínhamos o intuito de analisá-las anteriormente, para colaborar na análise das categorias.

Quadro 9 - Separação das perguntas do questionário por categorias de análise

Categoria a *priori*	**Perguntas do questionário relacionadas**
Perceber os sentimentos dos acadêmicos e dos egressos em relação às disciplinas de Álgebra;	1
Verificar a percepção sobre semelhanças e divergências entre a Álgebra do Ensino Superior e da Escola Básica;	7, 8, 9 e 10
Identificar e analisar possíveis causas de reprovações;	4
Observar se algum professor aborda relações entre a Álgebra do Ensino Superior e da Escola Básica;	5, 6, 13 e 14
Fornecer informações quanto ao empenho extra[21] de professores e alunos.	15 e 16

Fonte: Sistematizado pela pesquisadora.

Essas categorias serão o pano de fundo à análise dos dados. Mas, antes de começar a analisá-los vamos descrever alguns dados sobre os sujeitos e suas respostas. Entre os sujeitos da pesquisa, nove estavam matriculados como aluno regular na hora de responder o questionário. Um não concordou com o termo de compromisso e, dessa forma, não respondeu a pesquisa e não será considerado. Os outros cinquenta e um sujeitos respondentes são egressos dos cursos de Licenciatura em Matemática da UFSM. Assim, temos sessenta sujeitos de pesquisa.

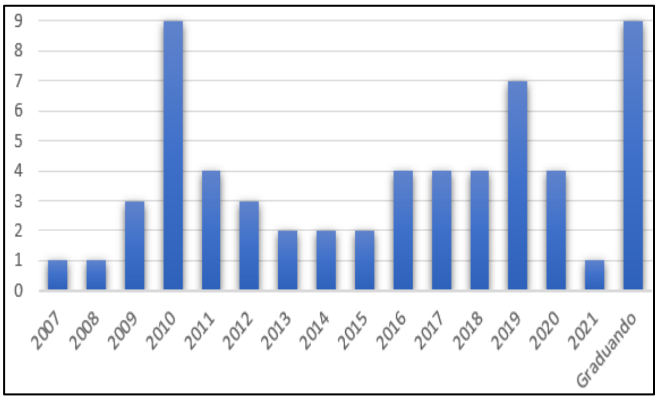
---

[20] Disponível no Apêndice B.

[21] Ou seja, identificar se os professores e alunos buscaram por conta própria, mesmo sem exigência de fazê-lo nos programas das disciplinas, relacionar a Álgebra com conteúdo da Educação Básica.

Os egressos que responderam à pesquisa concluíram o curso entre o primeiro semestre de 2007 e o primeiro semestre de 2021. Podemos observar, a seguir, no gráfico da figura 5 a quantidade de egressos de cada ano que responderam à pesquisa e a quantidade de sujeitos que ainda não concluíram a graduação.

Figura 5 – Quantidade de sujeitos responderam à pesquisa por ano de egresso.



Fonte: Sistematizado pela pesquisadora baseado nos sujeitos de pesquisa.

Assim, podemos observar que os sujeitos de pesquisa participaram de algumas turmas diferentes das disciplinas investigadas, sendo possível identificar se os professores abordaram a relação dos conteúdos destas com os da Educação Básica e se os graduandos perceberam alguma relação. Essa mescla de turmas, diferentes, nos ajudará a responder nossa pergunta de pesquisa sobre qual a relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam anéis e grupos, no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso?

Além disso, temos entre os sujeitos, trinta e dois alunos que não reprovaram na disciplina e 28 (vinte e oito) que reprovaram pelo menos uma vez. Isso nos levaria, de certo modo, a questionar o gráfico apresentado na figura 1. Entretanto, naquele, o índice de reprovação é calculado pelo total de reprovações em cada vez que é ofertada a disciplina de um total de matriculados. Ou seja, se o graduando cursou três vezes a disciplina até conseguir atingir a média, são contadas as duas reprovações.

Pensando nisso, questionamos a quantidade de vezes que cada sujeito reprovou, e preenchemos o quadro 10 com essas informações, no qual indicamos a quantidade de sujeitos e o número de vezes que estes reprovaram na disciplina. Observando, dessa forma, que seguindo a tendência é raro um sujeito reprovar mais de sete vezes.

Quadro 10 – Número de reprovações em relação a quantidade de sujeitos

Quantidade de Sujeitos	Número de reprovações
32	0
13	1
5	2
5	3
1	4
2	5
1	6
1	9

Fonte: Sistematização dos dados do formulário pelos autores.

Analisando o quadro 10, percebemos que 13 (treze sujeitos) dos sujeitos de pesquisa, dentre os 28 (vinte e oito) que reprovaram, tiveram uma única reprovação. Entretanto, tivemos cinco sujeitos que tiveram quatro ou mais reprovações, entre eles, um com nove reprovações, o que nos leva a questionar quais os motivos que levaram a isso. Ainda, observamos que poucos matriculados reprovaram mais de cinco vezes e que raras exceções tiveram mais de sete reprovações.

Agora que descrevemos os sujeitos, analisaremos as demais respostas do formulário separando-as nas categorias pré-definidas para fazermos a interpretação e inferências nos demais dados obtidos, conforme as etapas da pesquisa de análise de conteúdo segundo Bardin (2002). Iniciaremos, no subcapítulo a seguir, percebendo os sentimentos dos acadêmicos e egressos quanto às disciplinas de Álgebra.

7.1. SENTIMENTOS DOS ACADÊMICOS E EGRESSOS QUANTO ÀS DISCIPLINAS DE ÁLGEBRA

Ao elaborarmos o questionário refletimos sobre qual a primeira palavra que vem à mente do aluno ao pensar nas disciplinas de álgebra e sobre a importância dos sentimentos do sujeito em relação à disciplina. Pensando nisso, nossa primeira pergunta do questionário, após solicitar alguns dados para conhecer melhor os sujeitos, foi “Qual a primeira palavra que vem a sua mente ao pensar nas disciplinas do curso de Matemática Licenciatura da UFSM que tem anéis e grupos em seus conteúdos? ” Relacionamos esta pergunta inicial à categoria definida *a priori* (quadro 9) de perceber os sentimentos dos acadêmicos e egressos quanto às disciplinas de Álgebra.

As respostas a essa pergunta nos surpreenderam com palavras que retratam sentimentos negativos a respeito da disciplina. Na figura 6 ilustramos uma sistematização em nuvem de palavras com as respostas dos sujeitos à pergunta mencionada, dando maior destaque as que se repetiram mais de uma vez.

Figura 6 – Primeira palavra que vem à mente ao pensar em Álgebra (Nuvem de palavras)

Fonte: Sistematizado pelos pesquisadores, baseada nas respostas dos sujeitos, criada no *Word Art*[22].

As palavras que surgiram e os sentimentos negativos entre elas nos fazem refletir se esses se devem as reprovações, as dificuldades apresentadas ou ainda alguma situação em particular. Sobre esses sentimentos, Bianchini e Vasconcelos (2014) afirmam que:

> [...] o problema que se constitui são as significações que os sentimentos negativos desencadeiam diante das situações de fracasso na matemática, visto que, muitas vezes, tais significações podem chegar a obstaculizar as ações do aluno devido ao olhar de incapacidade e desânimo com que passa a significá-las (BIANCHINI; VASCONSCELOS, 2014, p. 64).

Dessa forma, entendemos que devido a isso e após alguns fracassos como, por exemplo, uma nota baixa ou mesmo uma reprovação, o graduando começa a ter um olhar diferente para a disciplina, remetendo a algo negativo e desenvolvendo os sentimentos de incapacidade e desânimo que acabam por afetar seu desempenho.

Além das palavras de sentimentos, percebemos também várias palavras relacionadas aos conteúdos da disciplina, como, por exemplo, números, funções e homomorfismo entre outras, o que já era esperado, bem como, alguns sujeitos não conseguiram expressar-se em uma única palavra. Porém, nos surpreendeu nessa pergunta a resposta “desnecessária”, bem como as afirmações de não aplicável na Educação Básica. Esperávamos algum comentário nesse sentido em outras respostas, mas não nessas que perguntava palavras que lembram a disciplina. Esse assunto será abordado no subcapítulo a seguir.

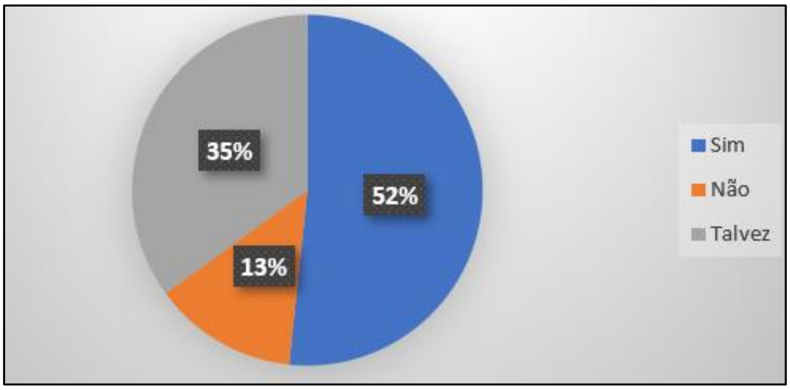
[22] De uso gratuito disponível em: https://wordart.com/nwl5dq0aletg/nuvem-de-palavras.

7.2. PERCEPÇÃO SOBRE SEMELHANÇAS E DIVERGÊNCIAS ENTRE A ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR E DA ESCOLA BÁSICA

Na segunda categoria, que aborda sobre as percepções de semelhanças e divergências entre a álgebra do Ensino Superior e da Escola Básica, selecionamos duas perguntas que trazem a opinião dos sujeitos nesse sentido. São elas: "Você acredita que esta disciplina é relevante para a formação do professor de Licenciatura em Matemática? Justifique. " (Pergunta número 7 e 8); "Você percebe alguma conexão dos conteúdos da disciplina com o que é trabalhado na Educação Básica? Quais? (Perguntas 9 e 10 do questionário) ". Elas estão dispostas nas questões sete a dez do questionário (Apêndice B), pois abrimos como duas questões em cada.

Na primeira pergunta os sujeitos tinham três opções de resposta, a saber: sim, não ou talvez. A partir da escolha da resposta, pedíamos que fizessem sua justificativa. O gráfico da figura 7 ilustra a estatística de respostas para a questão.

Figura 7 – A disciplina de Álgebra é relevante para a formação do professor de Matemática



Fonte: Sistematizado pela pesquisadora usando o aplicativo Excel

Podemos perceber que a maior parte dos respondentes (52%) acredita que seja relevante para a formação do licenciado em Matemática. Em contrapartida, treze por cento (13%) desses dizem não ter importância alguma e trinta e cinco por cento (35%) responderam "talvez". Agora analisamos os padrões de respostas dentre cada uma das alternativas escolhidas.

Começaremos analisando os que responderam "não". Dentre as justificativas destacam-se três padrões distintos. Seis sujeitos alegaram, com suas palavras, que o modo como a disciplina foi abordada não lhes mostrou relevância nem contribuição para a formação de professores, pois os conteúdos não têm aplicação direta nos Ensinos Fundamental e Médio.

Enquanto S_{14} respondeu que “A abordagem e complexidade da disciplina vão contra o objetivo do professor que é facilitar o entendimento da matemática. ” Por sua vez, S_{55} afirmou que “No atual contexto do ensino, já há tantas coisas mais importantes a ser estudadas e que tem maiores aplicações gerais, acredito que anéis e grupos não seja um fator decisivo. Por exemplo, acredito que a álgebra em si, com suas operações usuais seja muito relevante. ”

Seguindo na mesma direção dos que responderam “não”, houve muitas respostas distintas para os que escolheram “sim”. Alguns disseram ser importante para aqueles que querem cursar um mestrado nas áreas de Matemática Pura e/ou Aplicada. Outros, como já esperado, citaram ser importante por abordar conteúdos como conjuntos, operações com conjuntos e polinômios que estão relacionados a conteúdos da Educação Básica, salientando que na disciplina são abordados de maneira mais avançada.

A grande maioria reconheceu que a disciplina é relevante para a formação do professor, mas questionou a forma como ela é ofertada afirmando sentirem falta de ter um direcionamento desta para aplicações em sala de aula nos anos fundamentais e médio. Além do mais, o sujeito S_{44} acrescentou que esta falta poderia levar a frustração como podemos ver em sua resposta descrita a seguir:

> Ela é importante visto que a álgebra e suas estruturas são fundamentais na matemática. Porém, acredito que para a licenciatura ela não precisa abordar todos os conceitos que são estudados atualmente, e que relacioná-la à EB[23] pode aprimorar a formação de futuros docentes. Além disso, penso que muitos (as) alunos(as) seriam poupados de frustração e/ou desmotivação (Resposta do sujeito S_{44}).

Essas respostas vão ao encontro dos que justificaram ter respondido “talvez”. Dentre os sujeitos que responderam talvez, os que já estão formados, escreveram que a realidade escolar é totalmente diferente da disciplina, apesar desta apresentar um entendimento maior sobre as propriedades usadas. Outros, responderam que a disciplina é necessária para aqueles que querem seguir na área da Matemática pura depois, mas que para a licenciatura deveria ter uma abordagem que proporcionasse relacionar a disciplina com conteúdo da Educação Básica. Outrossim, afirmaram depender muito do professor que leciona a disciplina. Com relação a abordagem realizada,

> O fato de abordar o conteúdo de álgebra de forma muito abstrata torna o de difícil entendimento para ser trabalhado na Educação Básica, acredito que poderiam ser trabalhados técnicas/formas de tornar a álgebra mais atrativa, buscando mais aplicabilidade da teoria. Trabalha-se muito a teoria que no final não se sabe mais onde ela é aplicada (Resposta do sujeito S_{45}).

[23] Educação Básica.

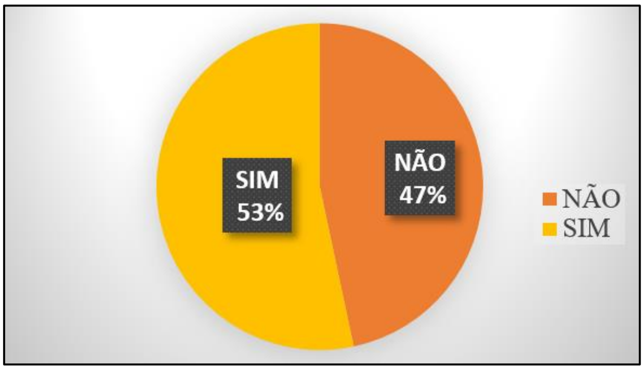
Pela primeira pergunta podemos perceber que, de um modo geral, existem vários motivos que tornam a disciplina importante. Porém, os sujeitos sentem falta da relação com a Educação Básica a qual, segundo eles, ficou pouco evidente no decorrer das vezes em que eles cursaram a disciplina. A citação de Tardif, Lessard e Lahaya (1991) justifica um pouco do por que alguns não consideram a disciplina relevante para a formação do professor e por que a maioria expressou sentir falta da relação dos conteúdos com os da Educação Básica.

> O(a)s professores(as) não rejeitam em sua totalidade os outros saberes; pelo contrário, eles(a)s os incorporam a sua prática, porém retraduzindo-os em categorias de seu próprio discurso. Nesse sentido, a prática aparece como um processo de aprendizagem através do qual o(a)s professore(a)s retraduzem sua formação e a adaptam a profissão, eliminando o que lhes parece inutilmente abstrato ou sem relação com a realidade vivida, e conservando o que pode lhes servir de uma maneira ou de outra. A experiencia provoca assim um efeito de retorno critico (feed-back) aos saberes adquiridos antes ou fora da prática profissional. Ele filtra e seleciona os outros saberes (TARDIF; LESSARD; LAHAYA, 1991, p. 131).

Com as respostas dos sujeitos podemos observar que, mesmo para aqueles que julgaram a disciplina relevante, existiu o sentimento da falta de conexão com a prática profissional. O que, segundo os autores destacados na citação anterior, torna a disciplina algo descartável. Ou seja, se o aluno vê conexão, apenas identifica, ele pode dar um jeito de estudar e aplicar na educação básica. Mas deve ao menos perceber tal conexão. Se não percebe conexão alguma, apenas descarta tal "aprendizado".

Pensando nisso, vamos analisar as respostas da segunda pergunta no intuito de saber se os sujeitos perceberam alguma conexão dos conteúdos da disciplina com o que é trabalhado na Educação Básica. Para essa pergunta os sujeitos podiam selecionar as opções “sim” ou “não”. No gráfico ilustrado na figura 8, a seguir, observamos a porcentagem das respostas.

Figura 8 – Percepção da conectividade da Álgebra do Ensino Superior e da Educação Básica



Fonte: Sistematizado pela pesquisadora usando o aplicativo Excel

Com isso, percebemos que a maior parte dos sujeitos (53%) notaram alguma conexão. Em contrapartida, quase metade dos entrevistados não observaram nenhuma. Pedimos aos que perceberam, quais eram elas. Apesar de diversas respostas, o que observamos é que todas elas se referem a funções, polinômios, conjuntos e suas propriedades e operações, como divisão de polinômios, e dar "Respostas para questões de alunos, como: Por que subtração e divisão não são comutativas? O que significa 0 elevado a 0?" (Sujeito S_{15}). Assim como "[...] um subsídio para que quando um aluno da Educação Básica questione sobre como surgiu tal coisa ou o porquê dela, eu ter uma base para responder. " (Sujeito S_7).

Contudo, apesar de haver conexão, são poucos os conteúdos diretamente relacionados com os da Educação Básica. Por isso, concordamos com Ribeiro e Cury (2018) ao afirmar que:

> Entendemos que é possível, e mesmo desejável, promover mudanças nos cursos de formação inicial ou continuada de professores em relação ao ensino de Álgebra, para que essa formação esteja mais ancorada nas práticas de sala de aula do que na apresentação formal de conteúdos matemáticos (RIBEIRO; CURY, 2018, p.101).

Entendemos que a Álgebra mais formal seja importante para aquele aluno que quer seguir no caminho da Matemática Pura. Porém, nesse caso, o aluno poderia fazer uma disciplina de álgebra voltada para o bacharelado, pois como já vimos o objetivo principal do curso de Matemática Licenciatura é a formação de professores para a Educação Básica. Assim, para atuar nos Ensinos Fundamental e Médio, poderia ser trabalhada uma formação mais direcionada para isso, abordando com maior atenção as propriedades e conteúdos relacionados a essa.

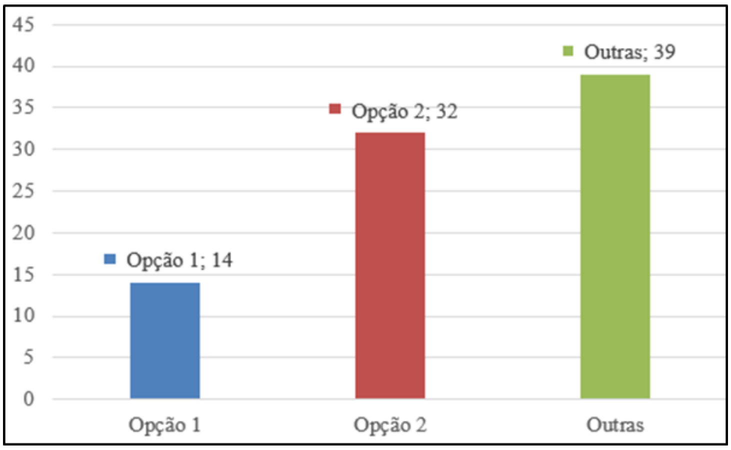
Defendemos, também, que essa falta de relação acaba causando um maior desinteresse pela disciplina, podendo ser uma das causas de reprovações. No entanto, para consolidar essa nossa hipótese, acrescentamos uma pergunta ao questionário sobre as possíveis causas de reprovações, o que analisamos em nossa próxima categoria definida *a priori*.

7.3. IDENTIFICAR E ANALISAR POSSÍVEIS CAUSAS DE REPROVAÇÕES

Já observamos, anteriormente, o índice de reprovação, bem como a quantidade de sujeitos que responderam ao questionário que reprovaram. Agora, analisaremos a pergunta: "Na sua opinião, qual(is) seria(m) a(s) causa(s) da(s) reprovação(ões)? (Escreva todas as opções que você considera, não apenas as possíveis descritas.) ".

Entre as causas para serem selecionadas, colocamos as duas descritas por Stacey; Macgregor (1997) Opção 1: “O entendimento limitado de números e operações” e Opção 2: “A dificuldade de escrever o que entendem”. Além dessas acrescentamos a Opção 3: outras causas. Do total de sujeitos que responderam à pesquisa, apresentamos na figura 9 o número de sujeitos que escolheram cada uma das opções.

Figura 9 - Possíveis causas de reprovação na disciplina de Álgebra



Fonte: Sistematizado pela pesquisadora usando o aplicativo Excel.

Com isso, observamos que as duas dificuldades em Álgebra apontadas por Stacey; Macgregor (1997) se apresentam também como possíveis causas de reprovações. Quatorze sujeitos consideraram que o entendimento limitado de números e operações foi uma das causas, enquanto que trinta e dois consideraram que a dificuldade de escreverem o que entendem foi uma das causas.

Quantos as “outras causas” listadas pelos sujeitos, elas são bem variadas; porém, as que mais apareceram são: “Falta de dedicação e estudo necessário dos estudantes do Curso; falta de relação entre os conteúdos da disciplina com a Educação Básica; abstração da disciplina” (sujeito S_7); somados a “A necessidade de maturidade em relação ao conteúdo que normalmente não possuímos do início a metade do curso” (sujeito S_{12}); “[...] a falta de interesse em conhecer tal conteúdo, bem como a dificuldade de enxergar uma aplicação prática de tais conhecimentos em sala de aula” (sujeito S_{25}); “[...] formação básica com lacunas, dificuldades com demonstrações e abstrações” (sujeito S_{50}).

Apesar de escolhermos colocar como citação evidenciando-as pelas palavras dos sujeitos, as demais respostas seguem o mesmo padrão de motivos. Além desses, surgiu, também, o pouco tempo da disciplina que não permite efetuar mais exercícios e exemplos de aplicações em sala de aula; bem como alguns citaram a metodologia utilizada. Distintas dessas, aparece ainda a resposta:

> [...] às dificuldades advindas de disciplinas anteriores como Lógica Matemática, Aritmética e Álgebra Linear. O teor majoritariamente abstrato de Anéis e Grupos exige domínio conceitual e maturidade para manipulação algébrica, habilidades que são desenvolvidas, entre outras, nas três disciplinas citadas (sujeito S_{61}).

Podemos observar, segundo a visão dos sujeitos, que existe um caminho cumulativo de conhecimentos anteriores que ajudam na melhor compreensão da disciplina e proporcionam aos estudantes maturidade para realizar as demonstrações. Pois, como vimos anteriormente, na menção de Moreira e David (2018), no ensino escolar não demonstramos rigorosamente os resultados, mas estes são compreendidos por meio de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente. Já, no ensino acadêmico, esses resultados precisam ser demonstrados. Porém, para saber demonstrar resultados mais abstratos presentes na disciplina de Álgebra, antes aprendemos provar teoremas nas disciplinas de Lógica e Aritmética.

Quanto a outra causa de reprovação que apareceu, a falta de relação dos conteúdos com os da Educação Básica, já vimos que existem várias relações, como o estudo de polinômios, números e suas operações, bem como algumas propriedades destes como, por exemplo, a comutatividade, a existência de elemento neutro das operações entre outras. Porém, dependendo da metodologia de cada professor, essas relações podem ficar mais ou menos evidentes. Isso nos leva a questionar se uma solução seria de alguma forma tentar abordar algo relacionado a Educação Básica quando essas forem estudadas na disciplina? Já pensando na resposta dessa pergunta, na próxima categoria, trazida no subcapitulo a seguir, vamos observar se algum professor abordou tal relação, na visão dos acadêmicos, trazendo assim, com suas respostas, algumas sugestões de abordagem.

7.4. OBSERVAR SE ALGUM PROFESSOR ABORDA RELAÇÕES ENTRE A ÁLGEBRA DO ENSINO SUPERIOR E DA ESCOLA BÁSICA;

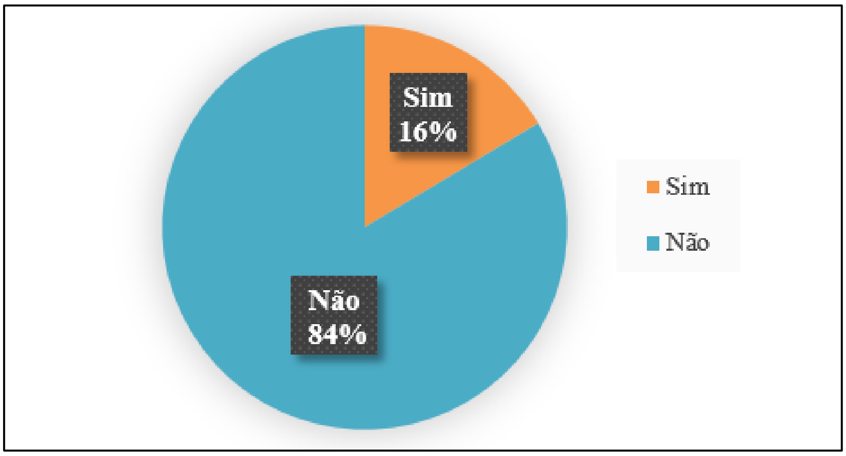
Relacionado a essa categoria temos as respostas das perguntas: “Durante o curso, algum professor da disciplina de Álgebra abordou a relação desta com algum conteúdo a ser trabalhado na Educação Básica? ” (pergunta número 5), a qual poderiam marcar “sim” ou “não”, e pedimos aos que responderam afirmativamente que especificasse como foi essa abordagem (pergunta número 6) e quais os conteúdos relacionados. Além disso, perguntamos:

“Você tem alguma sugestão/outra sugestão de como abordar essa relação? ” na qual os sujeitos tinham duas opções “sim” ou “não”. Se respondiam “sim”, então eram direcionados para “qual(is)? ”. (Perguntas número 13 e 14),

Nosso objetivo com essas questões foi trazer aos professores, que talvez não abordam ou tem dificuldade em abordar diretamente essa relação, algumas sugestões de como essas relações poderiam ser feitas. Bem como, quais relações alguns professores já trazem para a aula, de modo a facilitar o aprendizado, possivelmente diminuindo as reprovações visto que essa foi uma das causas.

Inicialmente, vamos verificar as respostas para a primeira pergunta, em relação ao professor ter abordado ou não a conexão entre os conteúdos da disciplina de Álgebra e os da Educação Básica. No gráfico ilustrado na figura 10, podemos observar a porcentagem de sujeitos que afirmaram que a conexão foi abordada ao cursarem a disciplina.

Figura 10 – Abordou a conexão entre a Álgebra do Ensino Superior e a Educação Básica



Fonte: Sistematizado pela pesquisadora usando o aplicativo Excel.

Como podemos observar apenas 16% dos acadêmicos e egressos, que cursaram pelo menos uma vez a disciplina de Álgebra, afirmaram que os professores abordaram a conexão desta com conteúdos trabalhados nos Ensinos Fundamental e Médio, enquanto 84% responderam que “não”. Pensando que o curso é de Matemática Licenciatura e o objetivo dele é formar profissionais para atuar na Educação Básica, questionamos se essa abordagem não deveria aparecer com maior frequência.

Porém, nosso objetivo nessa pergunta era ajudar os professores com algumas sugestões. Por isso, perguntamos como foi a abordagem para os sujeitos que responderam afirmativamente à pergunta anterior. A maior parte das respostas foi no sentido de “[...] comentários do quão importante ela é para que tenhamos confiança ao dar aula. Mas não foi abordada de maneira que visualizássemos sua aplicação na educação básica” (Sujeito S_{44}) e dois sujeitos disseram ter visto, mas não lembrar.

Os demais que responderam sim citaram alguma situação. Por exemplo, alguns sujeitos falaram do conteúdo de polinômios, entre eles o sujeito S_2, o qual afirmou que “Dentro de polinômios lembro que foi feita uma abordagem sobre as operações mostrando quando as propriedades eram mantidas”. O sujeito S_{37} afirmou que “Uma das avaliações da disciplina foi um plano de aula sobre o conteúdo de determinante. ” Essa é uma ideia bem interessante, pois estudamos um pouco o conjunto das matrizes na disciplina, visto que este é um exemplo de anel.

O sujeito S_{47} também citou que foi feito um plano de aula como uma das avaliações, porém não disse sobre qual conteúdo. Acrescentou a esse a “[...] regra de sinais, área de triângulos e as operações em Anéis e Grupos [...]” que, segundo o mesmo, tem relação com a Educação Básica e foram abordados. Diferentes dessas respostas teve, ainda, o sujeito S_{60} que afirmou ter sido abordada a

> Demonstração da fórmula de Báskara (única atividade da disciplina que sei que posso e gostaria de utilizar em sala de aula; e foi só uma professora que mostrou); O argumento do homomorfismo de anéis para operações de adição e multiplicação (na hora parecia muito legal, mas hoje não sei mais buscar aqueles argumentos e não sei, também, se os alunos do ensino regular entenderiam pois já foi difícil para os da graduação, que são "treinados", imagina para eles!) (Sujeito S_{60}).

Com essa fala do sujeito, ao afirmar que não sabe mais buscar aqueles argumentos, podemos observar mais uma vez o que foi dito por Tardif, Lessard e Lahaya (1991) que os professores eliminam aquilo que lhes parece inutilmente abstrato. Mais uma vez, ressaltamos a importância de trazer para a sala de aula essas conexões com os conteúdos dos níveis Fundamental e Médio, que é o principal campo de trabalho dos graduandos que cursam a disciplina.

Após essa pergunta, foi questionado se os sujeitos teriam alguma sugestão de abordagem diferenciada para relacionar com os conteúdos da Educação Básica. Quarenta sujeitos responderam que “não”, enquanto vinte e um afirmaram que “sim”. Dentre os que responderam “sim” surgiram variadas sugestões, ao serem questionados sobre quais, as listaremos a seguir.

Quatro sujeitos afirmaram que a disciplina precisa ter mais conexão com o Ensino Básico, verificando quais tópicos tem maior proximidade: “relacionando com essas perguntas geralmente feitas por alunos do ensino básico” (Sujeito S_{15}) Porém, não mencionou a quais perguntas referia-se. Outros dois sujeitos defenderam a abordagem de mais atividades e exemplos, porém nos questionamos se seriam mais exercícios aprofundados ou relacionados a conteúdos da Educação Básica. Em outra perspectiva, sujeitos também sugeriram explorar situações cotidianas, modelando-as matematicamente e utilizando conteúdos da Álgebra ou ainda relacionar com conteúdo de provas como, por exemplo, ENEM[24] ou OBMEP[25]. Para preencher essa lacuna S_7 afirmou que:

> Talvez, um dos métodos de avaliação da disciplina poderia ser um trabalho desenvolvido por cada aluno, ou em grupos, fazendo essa relação (Álgebra do Ensino Superior e Educação Básica) e posteriormente apresentação. Isso mostraria a interpretação de cada aluno, suas compreensões, entendimentos, perspectivas. Destaco que, independentemente do estudante ser do bacharelado ou da licenciatura, todos precisam se preocupar com os processos de ensino e aprendizagem e com a Educação Básica, pois grande parte dos bacharéis vão ser professores formadores de professores posteriormente (Sujeito S_7).

Sabemos que a disciplina de Álgebra na UFSM é ofertada concomitantemente aos cursos de Matemática Licenciatura e Bacharelado diurno, e no noturno apenas ao curso de Licenciatura em Matemática. No entanto, segundo dados da Coordenação do Curso, alguns discentes do Curso de Bacharelado acabam cursando essa disciplina no turno noturno, uma vez que a grade curricular é a mesma. Dessa forma, essa reflexão de que muitos bacharéis em Matemática acabam tornando-se professor apresenta vários questionamentos tais como: será que essa ideia apresentada por S_7 não poderia colaborar para que justificasse conhecer essa relação da Álgebra do Ensino Superior com a da Educação Básica? Como muitos bacharéis tornar-se-ão professores de futuros graduandos de cursos de Licenciatura em Matemática, não seria importante fornecer a eles uma formação pedagógica adequada?

Meneghetti e Trevisani (2013) ao investigar alunos do último ano de um curso de Bacharelado em Matemática, por meio de entrevistas semiestruturadas e análise documental, afirmam nesse sentido

> [...] que o bacharelado agregado à licenciatura (ou parte dela) poderia favorecer uma adequada formação pedagógica ao futuro matemático, que posteriormente atuará no ensino universitário. Levando isso em consideração, sugere-se então que os cursos de bacharelado em matemática repensem a formação dada a seus alunos (futuros matemáticos e professores universitários) (MENEGHETTI; TREVISANI, 2013, p. 172).

Com isso, defendemos ser importante, mesmo que a disciplina de Álgebra seja ministrada concomitantemente aos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, que

[24] Exame Nacional do Ensino Médio
[25] Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas

exista alguma abordagem relacionada à Educação Básica. Assim, poderíamos considerar algumas das situações anteriormente observadas ou, ainda, como sugeriu o sujeito S_{18}:

> [...] algo voltado mais ao estudo de equações e polinômios, o que embora seja algo antigo em termos de pensamento matemático, é algo bastante presente no currículo do Ensino Básico. Outra abordagem interessante seria algo mais voltado a resolução de problemas nessa área, o que poderia contribuir mais diretamente com o futuro trabalho que o aluno irá exercer na escola (Sujeito S_{18}).

Neste tema, ainda temos a manifestação do sujeito S_{61}:

> Abordar as propriedades de grupos nas resoluções de equações é o trabalho realizado na tese de doutorado de Nilton Cezar Ferreira, intitulada "Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, e suas contribuições para a formação inicial de professores de matemática" (Sujeito S_{61}).

Além destas ainda apareceram duas sugestões de abordar grupos pelas rotações do cubo de Rubik popularmente conhecido como "cubo mágico", como ocorre no livro do Nathan Carter intitulado *Visual Group Theory*. Segundo o sujeito, fazer trabalhos em grupo buscando apresentar posteriormente a turma as relações dos conteúdos da disciplina de Álgebra com os da Educação Básica, analisar livros didáticos para observar se apresentam, de alguma forma, essa relação; ou ainda:

> O professor poderia, por exemplo, após estudar a estrutura produzida pela soma e pelo produto em Z, definir uma nova operação e discutir com os alunos se as propriedades [que] seguem válidas. Questionar a respeito do modo como as coisas são construídas em matemática, sua utilidade, sua praticidade (de uma operação em relação a outra, por exemplo), assim por diante (Sujeito S_{13}).

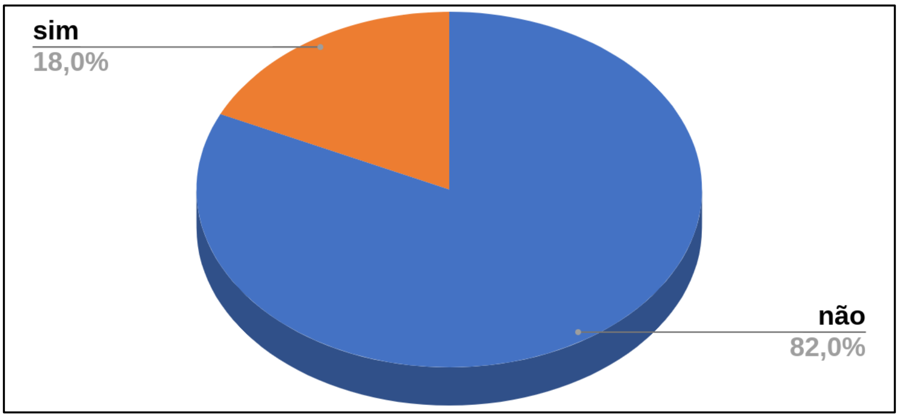
Como podemos ver, surgiram várias ideias de como abordar a relação dos conteúdos da disciplina com conteúdo dos Ensinos Médio e Fundamental, além de outras sugestões que abordam algo prático e diferenciado como o cubo de Rubik e as rotações realizadas para resolvê-lo. Com essas sugestões, apresentadas pelos sujeitos, percebemos que há variadas formas de voltar a disciplina para o objetivo do curso de licenciatura, de formar professores para atuar na Educação Básica. Além do mais, ajudaria os bacharéis em Matemática a conhecerem uma abordagem diferenciada, caso venham a trabalhar como professores do Ensino Superior.

7.5. FORNECER INFORMAÇÕES QUANTO AO EMPENHO EXTRA DE PROFESSORES E ALUNOS

No subcapítulo anterior identificamos – questionando os sujeitos – se os professores buscaram por conta própria, mesmo sem exigência de fazê-lo nos programas das disciplinas, relacionar os conteúdos presentes nas ementas das disciplinas de Álgebra com o conteúdo da Educação Básica. Nesse subcapítulo, seguimos com o mesmo intuito; porém, faremos um levantamento se os sujeitos, de forma independente, buscaram pesquisar sobre esta relação.

Ao se depararem com a pergunta "Você procurou em algum material extra essa relação? Ou em alguma das bibliografias da disciplina? ", referindo-se à relação entre os conteúdos presentes nas ementas das disciplinas de Álgebra com conteúdo da Educação Básica. A maioria dos sujeitos respondeu "não", como ilustra a figura 11.

Figura 11 - Você procurou relações da Álgebra do Ensino Superior com a Educação Básica



Fonte: Preparado pela pesquisadora usando o aplicativo Excel.

Por meio do gráfico ilustrado na figura 12, podemos observar que poucos graduandos e egressos do curso de Licenciatura em Matemática, sujeitos dessa pesquisa, pesquisaram a relação daquilo que aprenderam na disciplina com o que ensinariam na Educação Básica. Dos sujeitos que aceitaram participar da pesquisa apenas dezoito por cento (18%) responderam "sim". Por conseguinte, perguntamos aos que responderam afirmativamente se encontrou e qual\quais; e muitos destes apresentaram respostas evasivas ou não deixaram claro em quais materiais.

De todos os sujeitos que responderam "sim" apenas dois trabalhos foram citados, *The Mathematics of the Rubik's Cube* (2009) do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT) e a tese "Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, e suas contribuições para a formação inicial de professores de matemática" de Ferreira (2017). O sujeito S_{49} disse que "o material extra que eu tinha acesso foi o que eu usava para dar aulas como livros didáticos do 6º e 7º ano do ensino fundamental" e outro ter encontrado de análise matemática, mas não de álgebra. Os demais sujeitos citaram ter pesquisado na internet, no *YouTube* e em outros lugares, mas não citaram nenhum material.

Com isso, podemos observar que existem poucos materiais disponíveis que abordam qualquer tipo de relação diferenciada dos conteúdos de anéis e grupos com conteúdos da Educação Básica ou alguma relação com atividades do dia a dia para ser trabalhada. Dessa forma, percebemos a relevância de pesquisar sobre o tema e pensarmos em formas de apresentar às aulas de Álgebra relações com a Educação Básica.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa investigação teve como pergunta de pesquisa “Qual a relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam anéis e grupos no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso?” Além do mais, tínhamos outras duas perguntas: “será que os demais licenciandos percebem as relações da Álgebra do Ensino Superior com os conteúdos da Educação Básica? Qual a relevância para eles de estudar anéis e grupos? ”.

Todas essas perguntas foram respondidas ao longo da pesquisa, principalmente com a análise das respostas dos sujeitos, por meio das quais podemos perceber que os conteúdos de anéis e grupos são relevantes para a formação do professor de Matemática. Porém, eles questionaram a forma com que são ensinados nas disciplinas, não favorecendo uma conexão direta com os conteúdos da Educação Básica.

Questionamo-nos se essa falta de relação decorre da escassez de material abordando-a, pois observamos, com as respostas, que poucos sujeitos encontraram materiais que mostrasse tal conexão, bem como poucos afirmaram tê-la vista no decorrer da disciplina durante a graduação. A não ser por algumas menções e trabalhos para encontrar essa relação, o que surgiu também como sugestão de um dos sujeitos, pois como a maioria dos bacharéis também acaba tornando-se professor em universidades, conhecer a relação com a Educação Básica é importante; na medida que formarão futuros professores.

Esse trabalho foi muito importante para conhecermos mais sobre a Álgebra e sua história, que pode ser usada também como uma didática diferenciada para abordar algum conteúdo. Além disso, para refletir sobre a forma que os conteúdos de anéis e grupos vêm sendo ensinados no curso de Matemática Licenciatura da UFSM. Com isso, esperamos que esses resultados possam colaborar para aprimorar o curso e as disciplinas, por meio das sugestões de discentes e egressos com os dados apresentados.

Observamos, também, pela pesquisa de dissertações, teses, artigos e livros relacionados ao assunto para usar como referencial, que existem poucas pesquisas na área, o que nos leva a crer ainda mais na importância do tema escolhido. Pois, por ser um trabalho de Educação Matemática na subárea de formação de professores, o modo como são trabalhadas as disciplinas nos cursos de Matemática Licenciatura acaba influenciando na forma de trabalho do docente posteriormente. Isso ocorre, visto que, num primeiro momento, o egresso tende a espelhar os exemplos presenciados pelos docentes durante o curso. No decorrer de sua profissão, muitos egressos começam a se questionar sobre esses exemplos que seguem e iniciam uma trajetória de reflexão, introspecção e pesquisa. Assim, muitos deles mudam a sua metodologia, observando e escutando os seus alunos.

Queríamos, com essa pesquisa, também ter entrevistado os professores da disciplina de Álgebra. Entretanto, devido a pandemia da Covid-19 que resultou no trabalho por *Home Office*, tivemos dificuldade em conseguir os nomes dos professores dos anos anteriores que trabalharam com as primeiras ementas que abordavam anéis e grupos, bem como os seus contatos. Essa abordagem poderia ser uma sugestão para uma futura pesquisa focada nos professores que ensinam anéis e grupos na UFSM, dessa forma dando continuidade e aprofundando o trabalho que já realizamos.

Esse trabalho de pesquisa foi de grande valia para a formação da pesquisadora, não apenas para ter o título de mestre, mas para muito mais, uma vez que respondeu as indagações sobre a relevância das disciplinas de Álgebra no curso de Licenciatura em Matemática. De um modo geral, não apenas esse trabalho, mas todo o curso de mestrado – que está finalizando – colaborou para a formação como pesquisadora e educadora matemática. Como Licenciada em Matemática, desde o começo do mestrado, foi percebida a importância de ter um olhar diferenciado perante cada um dos alunos em sala de aula.

Por meio das respostas dos sujeitos dessa pesquisa, observamos que é necessário trazer para a sala de aula aplicabilidades práticas dos conteúdos que serão ensinados. No caso da disciplina de Álgebra, a prática mencionada seria a relação com os conteúdos da Educação Básica que os sujeitos desta pesquisa mencionaram. Porém, na Educação Básica, seria além de aplicações na vida cotidiana dos alunos, metodologias diferenciadas que buscam atender seus gostos e necessidades, como, por exemplo, algum jogo ou dinâmica diferenciada.

Por último, mas não menos importante, este trabalho colaborou com uma melhora na maneira de escrever da pesquisadora, bem como na forma de pensar e, principalmente, de pesquisar. Foi observada a importância de levar em conta a opinião dos alunos para uma melhor dinâmica em sala de aula, sendo que esses têm muito a acrescentar para que sejamos melhores profissionais.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, I. M. B. de **O conceito de Grupo:** sua formação por alunos de Matemática**.** 2005. 343 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de educação da Universidade federal do Ceará, Fortaleza, 2005. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3111. Acesso em: 06 jul. 2020

ANGELI, M. M. **Atribuição de significados ao conceito de variável:** um estudo de caso numa licenciatura em matemática**.** 2014. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014. Disponível em:https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1373756. Acesso em: 06 jul. 2020

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução RETO, L.A.; PINHEIRO, A. São Paulo: Edições 70, 2002.

BARROSO, M. M. **Uma nova metodologia para a extensão de domínio de operações matemáticas sucessivas, com aplicações na análise combinatória.** 2017. 340 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Laboratório Nacional de Computação Cientifica, Petrópolis 2017. Disponível em: https://tede.lncc.br/handle/tede/256. Acesso em: 06 jul. 2020.

BIANCHINI, L. G. B.; VASCONCELOS, M. S. Significação e sentimentos dos alunos quando erram na matemática. **Psicologia da Educação. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Psicologia da Educação. ISSN 2175-3520**, Ed. 38, p. 63-71. 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 10 out. 2020.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf. Acesso em:10 jan. 2021.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 23 maio 2020.

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais.** Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1ª a 4ª série): matemática/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education**. Boston, Allyn and Bacon, Inc. 1982.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgar Bhicher, 1996.

BUSSMANN, C. J. de C.; SAVIOLI, Â. M. P. das D. A Álgebra no Ensino Superior e no Ensino Fundamental e Médio: existe Conexão? In: **XII Ebrapem** – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008, Rio Claro. Anais. Rio Claro: SBEM, 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/79-1-A-gt1_bussmann_ta.pdf. Acesso em: 30 set. 2018.

CAMPOS, E. de. **A noção de congruência algébrica no Curso de Matemática**: uma análise das respostas dos estudantes. 2009. 208 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.

CHAVES, R.; CEZAR, M. dos S.: TEIXEIRA, B. K. F. M. **Regimes de verdade e discursos na manutenção de uma Matemática como instrumento de exclusão**. Revista Abakós. v. 9. mar./2021, p. 69-93.

CHAVES, R. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro**, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais.** 7. ed. São Paulo: Cortez, v.16, 2005.

DAMBRÓS, T. Álgebra: algumas relações entre o ensino superior e a Educação Básica. 2019, 65f. TCC (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Curso de Matemática Licenciatura. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

DAMBRÓS, T; FAJARDO, R. Uma análise das ementas que envolvem os conteúdos de anéis e grupos no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria. *In:* Jornada Nacional de Educação Matemática, VIII, 2020, Passo Fundo. **Anais.** ISSN:2316-3429. Disponível em: https://www.upf.br/jem/edicao-atual/edicao-2020/anais/eixo-2-formacao-e-desenvolvimento-profissional-de-professores-de-matematica. Acesso em: 16 Dez. 2020.

DAMBRÓS, T. Álgebra abstrata na formação de professores de matemática: um levantamento bibliográfico de dissertações e teses. *In:* ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XXIV.: 2020: Cascavel, PR. **Anais** [recurso eletrônico] XXIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação: "Epistemologia da Pesquisa em Educação Matemática: Metodologias e Tecnologias/ Tiago Emanuel Klüber...[et al.] coordenadores. Cascavel (PR):UNIOESTE, 2020, p. inicial-final. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/pages/view/anais2020. Acesso em: 6 jan. 2021.

DARLEY, J. W. Traveling from Arithmetic to Algebra. **Mathematics Teaching in the Middle School.** v. 14, n. 8. p. 458-464, 2009. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/41182728. Acesso em: 21 set. 2020.

DAVYDOV, V.V. Experiência de introdução do ensino de álgebra na escola inicial [Opyt vvedeniya elementov algebry v natchalcnoy chkole]. **Sovetskaya Pedagogika**. Moscou. n. 8, 1962.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Tradução de PITOMBEIRAS, J. B. 4. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DENBOW, C. H. To teach modern algebra. **The Mathematics Teacher**, v. 52, n. 3, p. 162-170, 1959. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/27955868. Acesso em: 16 jun. 2020.

ELIAS, H. R.; SAVIOLI, A. M. P. das D.; RIBEIRO, A. J. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de matemática. Rational numbers and algebraic structure of field: problematizing the curriculum of mathematics teacher education. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33081 . Acesso em: 15 jun. 2020.

ELIAS, H. R. **Dificuldades de estudantes de licenciatura em Matemática na compressão de conceitos de grupos e/ou isomorfismo de grupos**. 2012. 154f. Dissertação (Mestrado Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

FERREIRA, N.C. **Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, e suas contribuições para a formação inicial de professores de matemática**. 2017. 281f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5001521. Acesso em: 6 jul. 2020

FIORENTINI, D. **A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática**. SBEM, São Paulo. Jul. 2004.

FIORENTINI, D. Memória e análise da pesquisa acadêmica em Educação Matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-Unicamp. **Zetetiké**, v 1, n.1, p.55-76, Campinas/SP mar. 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646827 . Acesso em: 1 out. 2020.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009 (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, D.; MIORIM, A. M.; MIGUEL, A. **Contribuições para um repensar a educação algébrica elementar**. São Paulo. Mar. 1998.

FRANCO, H. J. R. **Os diversos conflitos observados em alunos de licenciatura em um curso de álgebra:** identificação e análise. 2011. 101f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2011.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo.** 2. ed., Brasília, Liber Livro, 2005.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed., São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, P.M. **A práxis pedagógica de um professor com deficiência visual**: o ensino de álgebra em um curso de licenciatura em matemática. 2013. 138f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio. Duque de Caxias, 2013. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UGRI_e7a32fdcd8499d2f12a906f38317becb. Acesso em: 06 jul. 2020

GUIMARÃES, R. **Álgebra e o Cubo de Rubik**. 2016. 66 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do triângulo Mineiro. Uberaba, 2016. Disponível em: http://bdtd.uftm.edu.br/handle/tede/889. Acesso em: 06 jul. 2020.

KLEINER, I. **A History of Abstract Algebra**. Boston: Birkhaüser, 2007.

KLINE, M. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.** New York: Oxford University Press. V. 2, 1990.

KLUTH, V. S. **Estruturas da Álgebra** – Investigação fenomenológica sobre a construção do seu conhecimento.204. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005.

KNIJNIK, G. et al. **Etnomatemática em movimento**. 17. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

LIMA, K. F. de. **Polígonos construtíveis por régua e compasso:** Uma apresentação para professores da Educação Básica. 2015. 54f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3635657. Acesso em: 06 jul. 2020

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J.. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D.A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1986.

MELO, G. F. A. da. **Formação inicial e a iniciação científica**: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar. 2003. 253. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/252879. Acesso em: 30 jun. 2020.

MENDES, J. R. B. **A concepção da verdade por satisfação.** 2017. 437 f. Dissertação (Mestrado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5256238. Acesso em: 6 jul. 2020.

MENEGHETTI, R. C. G. TREVISANI, F. DE MELLO. Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem Future mathematicians and their conceptions of the mathematical knowledge and its teaching and learning. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, 2013.

MIGUEL, A; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições,** 1992, vol .3 nº 1 p 39-54.

MONDINI, F. **Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de matemática**. 2009. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2009. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91077. Acesso em: 06 jul. 2020.

MONDINI, F.; BICUDO, M. A. V. A presença da Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Rio Grande do Sul. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática – ULBRA**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, 2010. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/34. Acesso em: 17 ago. 2019.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A Formação Matemática do Professor:** Licenciatura e Prática Docente Escolar. 2 ed. 3° reimp, Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

OLIVEIRA, R. R. de. **Desistir de desistir**: os fatores que influenciam na permanência dos alunos do curso de licenciatura em matemática na UFSM. 2019, 84f. TCC (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Curso de Matemática Licenciatura. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

PIRES, F. de S. **Álgebra e Formação Docente:** O que dizem os futuros professores de matemática. 138 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de São Carlos, 2012.

RIBEIRO, A. J. A Álgebra que se aprende e a Álgebra que se ensina: Encontros e desencontros na visão dos professores. **XIV CIAEM**, Chiapas, México, 2015.

RIBEIRO, A. J. CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Autêntica Editora, 2018.

UFSM. **Projeto Pedagógico de Curso:** Curso de Matemática – Licenciatura (Diurno). Santa Maria, 2019. Disponível em: https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/santa-maria/matematica/projeto-pedagogico. Acesso em: 17 jan. 2021.

ROMBERG, T. A. Perspectivas sobre o Conhecimento e o Método de Pesquisa. Tradução: Onuchic, L. R.; Boero, M. L. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro: UNESP, n. 27, p. 93–139, 2007.

SILVA, V. E. V. da. **História da Matemática.** Rio de Janeiro: Estácio. 1. ed. 2016.

SOUZA, S. **O Ensino de Álgebra no Curso de Licenciatura em Matemática.** Disponível em: http://www.hottopos.com/vdletras7/suzana.htm. Acesso em: 02 de maio de 2008.

STACEY, K; MACGREGOR, M. Building Foundations for Algebra. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 2, n. 4 p. 252-260, 1997. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/41180331. Acesso em: 16 jun. 2020.

TARDIF, M; LESSARD, C.; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: um esboço de uma problemática do saber docente. Teoria e Educação: Porto Alegre. n.4, 1991.

USINSKI, Z. Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F; SHULTE, Albert P**. As ideias da Álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p.9-22. ISBN 85-7056-595-X.

VAN DER WARDEN. B. L. **A History Of Algebra.** Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1985.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do estudo: Álgebra do ensino superior versus da escola básica: uma visão dos acadêmicos da licenciatura em matemática
Pesquisador responsável:
Profº Drº Ricardo Fajardo – Contato: (55) 999618983 / e-mail: rfaj@ufsm.br
Profª Tauana Dambrós (Pós-graduanda) - Contato: (55) 991358037 / e-mail tauanadambros@gmail.com
Instituição/Departamento: UFSM/Departamento de Matemática
Telefone e endereço postal completo: Avenida Roraima, nº 1000, prédio 13, sala 1230, 97105-900, Camobi, Santa Maria - RS.
Local da coleta de dados: E-mail/Formulário Google.

Nós Tauana Dambrós e Ricardo Fajardo, responsáveis pela pesquisa álgebra do ensino superior versus da escola básica: uma visão dos acadêmicos da licenciatura em matemática, o convidamos a participar como voluntário deste nosso estudo.

Nesta pesquisa pretendemos pesquisar sobre a relevância dos conteúdos das disciplinas que abordam Anéis e Grupos no curso de Licenciatura em Matemática da UFSM para a formação do professor na visão dos acadêmicos e egressos do curso. Acreditamos que ela seja importante devido ao alto índice de reprovação e desistência na disciplina que envolve os conteúdos de anéis e grupos, Álgebra I, podendo vir a ajudar os futuros professores das disciplinas que abordam os conteúdos de anéis e grupos. Para sua realização será feita a aplicação deste formulário e posterior análise das respostas. Sua participação constará em responder um formulário do Google com questões sobre suas opiniões quanto a(s) disciplina(s) que abordaram os conteúdos de anéis e grupos a qual cursou.

Salientamos que sua participação é totalmente voluntária e os dados finais serão divulgados de forma anônima. É possível que aconteçam os seguintes desconfortos ou riscos, não querer mais que suas respostas sejam analisadas por se sentir prejudicado de alguma forma, podendo dessa forma solicitar a qualquer momento para os pesquisadores que suas respostas não sejam analisadas e estás serão retiradas da pesquisa. Esperamos com isso poder contribuir para diminuir os altos índices de reprovação das disciplinas que abordam Anéis e Grupos, bem como colaborar com os professores que lecionam a mesma.

Durante todo o período da pesquisa você terá a possibilidade de tirar qualquer dúvida ou pedir qualquer outro esclarecimento. Para isso, entre em contato com algum dos pesquisadores ou com o Comitê de Ética em Pesquisa, que é responsável em garantir que seus direitos como participante de

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato: Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM: Av. Roraima, 1000 - 97105-900 - Santa Maria - RS - 2º andar do prédio da Reitoria. Telefone: (55) 3220-9362 - E-mail: cep.ufsm@gmail.com.

pesquisa sejam respeitados e tem a obrigação de avaliar se a pesquisa foi planejada e se está sendo executada de forma ética.

Você tem garantida a possibilidade de não aceitar participar ou de retirar sua permissão a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo pela sua decisão.

As informações desta pesquisa serão divulgadas na dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, em revistas especializadas, congressos e simpósios, sem a identificação dos (as) voluntários (as), a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação, ficando garantido o direito do participante de requerer indenização em caso de danos comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa..

Os dados coletados serão mantidos no computador do responsável Ricardo Fajardo no seguinte local: UFSM Avenida Roraima, nº 1000, prédio 13, departamento de Matemática sala 1230, 97105-900, Camobi, Santa Maria - RS, por um período de cinco anos, sob a responsabilidade dos pesquisadores. Após este período os dados serão destruídos.

Dessa forma, para viabilizar a realização desse trabalho de campo solicitamos o seu consentimento na participação na referida pesquisa:

Autorização

Eu, ____ após a leitura ou a escuta da leitura deste documento e ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, estou suficientemente informado, ficando claro para que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo e assino este termo em duas vias, uma das quais foi-me entregue.

Santa Maria ____, de ____________ de 2021.

____
Assinatura do voluntário

Assinatura do orientador da pesquisa	Assinatura do orientando da pesquisa
Prof. Drº. Ricardo Fajardo	Tauana Dambrós
e-mail: rfaj@ufsm.br	e-mail: tauanadambros@gmail.com.br

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato: Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM: Av. Roraima, 1000 - 97105-900 - Santa Maria - RS - 2º andar do prédio da Reitoria. Telefone: (55) 3220-9362 - E-mail: cep.ufsm@gmail.com.

APÊNDICE B – PERGUNTAS PARA O QUESTIONÁRIO

Perguntas para o questionário

1- Qual a primeira palavra que vem a sua mente ao pensar nas disciplinas do curso de Matemática Licenciatura da UFSM que tem anéis e grupos em seus conteúdos?
2- Você reprovou na disciplina que aborda os conteúdos de anéis e grupos em sua ementa?
   a) Sim
   b) Não
3- Se você respondeu afirmativamente no item (2), quantas vezes?
4- Na sua opinião, qual(is) seria(m) a(s) causa(s) da(s) reprovação(ões)?
   ( ) o entendimento limitado de números e operações
   ( ) a dificuldade de escrever o que entendem
   ( ) Outras. Quais?
5- Durante o curso algum professor da disciplina abordou a relação desta com algum conteúdo a ser trabalhado na Educação Básica?
   a) Sim
   b) Não
6- Se respondeu sim para a pergunta anterior, especifique como foi essa abordagem e quais os conteúdos relacionados?
7- Você acredita que esta disciplina é relevante para a formação do professor de Licenciatura em Matemática?
   a) Sim
   b) Não
   c) Talvez
8- Justifique a sua resposta apresentada no item (7).
9- Você percebe alguma conexão dos conteúdos da disciplina com o que é trabalhado na Educação Básica?
   a) Sim
   b) Não
10- Se você respondeu afirmativamente no item (9), quais?
11- Você percebeu alguma conexão entre o conteúdo desta disciplina com o da Educação Básica?
   a) Sim
   b) Não
12- Se você respondeu afirmativamente no item (11), favor especificar.
13- Você tem alguma sugestão/outra sugestão de como abordar essa relação?
   a) Sim
   b) Não
14- Se você respondeu afirmativamente no item (13), qual/quais?
15- Você procurou em algum material extra essa relação? Ou em alguma das bibliografias?
   a) Sim
   b) Não
16- Se você respondeu afirmativamente no item (15). Encontrou? Quais?

ANEXO A – EMENTA DA DISCIPLINA ÁLGEBRA II (MTM220)

MTM220

Informações Gerais

Nome:
Algebra II

Código:
MTM220

Departamento:
Departamento de Matemática (02.34.00.00.0.0)

Situação:
Inativa (I)

Tipo:
Disciplina

Créditos:
6

Encargos Didáticos:
90

Oferta presencial:
Ver turmas em oferta

Objetivos

Conteúdo não informado no SIE.

Carga Horária – Total: 90h

Tipo da Aula	Carga Horária
Teórica	90h

Curriculos

Esta disciplina não está vinculada ao currículo de nenhum curso.

Programa

- **Conteúdo programático**
  UNIDADE 1 - GRUPOS E SUBGRUPOS 1.1 - Operações binárias e tabua de uma operação binária. 1.2 - Fechamento de uma operação. 1.3 - Semigrupo e monóide. 1.4 - Elemento inverso. 1.5 - Grupos. 1.6 - Subgrupos. 1.7 - Homomorfismos de grupos - grupos isomorfos. 1.8 - Grupos de permutações. 1.9 - Grupo Zm 1.10- Grupos ciclicos. 1.11- Teorema de Lagrange e suas conseqüências. 1.12- Subgrupos normais. 1.13- Grupos quocientes. 1.14- Alguns resultados de homomorfismos. UNIDADE 2 - ANÉIS E CORPOS 2.1 - Definição de anel. 2.2 - Propriedades básicas de um anel. 2.3 - Divisores de zero - elementos regulares. 2.4 - Corpos. 2.5 - Subanéis e subcorpos. 2.6 - Ideais e anéis quocientes. 2.7 - Homomorfismos de anéis e de corpos.

ANEXO B – EMENTA DA DISCIPLINA TEORIA DE GRUPOS E ANÉIS (MTM153)

MTM153

Informações Gerais

Nome:
Teoria de Grupos e Aneis

Código:
MTM153

Departamento:
Departamento de Matemática (02.34.00.00.0.0)

Situação:
Ativa (A)

Tipo:	**Créditos:**	**Encargos Didáticos:**	**Oferta presencial:**
Disciplina	4	60	Ver turmas em oferta

Objetivos

Conhecer as estruturas algébricas de grupos e anéis, bem como, suas propriedades e iniciar um estudo sobre anéis de polinômios.

Carga Horária – Total: 60h

Tipo da Aula	Carga Horária
Teórica	60h

Curriculos

Esta disciplina não está vinculada ao curriculo de nenhum curso.

Programa

- **Conteúdo programático**
  UNIDADE 1 - TEORIA BÁSICA DE GRUPOS 1.1 - Grupos e subgrupos. 1.2 - Exemplos especiais: Zm (grupo das simetrias do triângulo) e S3 (grupos de permutações). 1.3 - Classes laterais e teorema de Lagrange. 1.4 - Subgrupos normais e grupos quocientes. 1.5 - Grupos cíclicos. 1.6 - Homomorfismo o isomorfismo. 1.7 - Teoria do homomorfismo. 1.8 - Grupos de automorfismos. UNIDADE 2 - ANÉIS E IDEAIS 2.1 - Anéis. 2.2 - Anéis de integridade. 2.3 - Isomorfismo e homomorfismo. 2.4 - Ideais: ideais principais e anéis quociente. UNIDADE 3 - ANÉIS DE POLINÔMIOS 3.1 - Polinômios sobre um corpo. 3.2 - Algorítmos da divisão em A(x). 3.3 - Raizes de polinômios. 3.4 - Anel principal K(X).

ANEXO C – EMENTA DA DISCIPLINA ÁLGEBRA II A (MTM180)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - UFSM

Data: 03/01/2018
Hora: 14:46
IP: 192.168.42.16

Programa de Disciplina de Graduação

Dados da Disciplina

Departament DEPTO. DE MATEMÁTICA - MTM

Código: MTM180 **Carga Horária** 60 **Créditos** 4

Nome: ALGEBRA II - A

Objetivos

Reconhecer as estruturas algébricas, identificar suas propriedades e relacionar suas diferenças.

Conteúdo Programático

UNIDADE 1 - ANÉIS

1.1 - Definição e exemplos. Subanéis.
1.2 - Homomorfismos.
1.3 - Ideais. Classes laterais.
1.4 - Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo.
1.5 - Anéis de integridade. Corpo de frações de um anel de integridade.

UNIDADE 2 - ANÉIS DE POLINÔMIOS

2.1 - Definição e exemplos.
2.2 - Divisibilidade em A[x].
2.3 - Raízes de polinômios.
2.4 - Função polinomial.
2.5 - Polinômio sobre um corpo.

UNIDADE 3 - DOMÍNIOS

3.1 - Domínios de integridade.
3.2 - Elementos primos e irredutíveis.
3.3 - Domínio de fatoração única.
3.4 - Domínios principais.
3.5 - Domínios euclidianos.
3.6 - Inteiros gaussianos.

UNIDADE 4 - GRUPOS

4.1 - Definição e exemplos. Subgrupos.
4.2 - Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente.
4.3 - Homomorfismos e isomofismos.
4.4 - Teorema do homomorfismo.
4.5 - Teorema de Lagrange.
4.6 - Grupos cíclicos - subgrupos cíclicos.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

DOMINGUES, H. H. & IEZZI, G. Álgebra moderna. São Paulo: Atual, 1982.
GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1999.
HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1993, v.1.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

FRALEIGH, J. A first course in abstract algebra. New York: Addison - Wesley Publishing Company, 1989.
LEQUAIN, Y. & GARCIA, A. Álgebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: SBM, 1988.

ANEXO D – EMENTA DA DISCIPLINA ÁLGEBRA I (MTM1054)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - UFSM

Data: 22/02/2018
Hora: 00:08
IP: 192.168.42.16

Programa de Disciplina de Graduação

Dados da Disciplina

Departament DEPTO. DE MATEMÁTICA - MTM

Código: MTM1054 **Carga Horária** 60 **Créditos** 4

Nome: ÁLGEBRA I

Objetivos

Reconhecer as estruturas algébricas, identificar suas propriedades e relacionar suas diferenças.

Conteúdo Programático

UNIDADE 1 - ANÉIS

1.1 - Definição e exemplos. Subanéis.
1.2 - Homomorfismos.
1.3 - Ideais. Classes laterais.
1.4 - Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo.
1.5 - Domínios e Corpos. Corpo de frações de um domínio.

UNIDADE 2 - ANÉIS DE POLINÔMIOS

2.1 - Definição e exemplos.
2.2 - Divisibilidade em A [x].
2.3 - Raízes de polinômios.
2.4 - Critérios de irredutibilidade sobre os racionais.

UNIDADE 3 - GRUPOS

4.1 - Definição e exemplos. Subgrupos.
4.2 - Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente.
4.3 - Homomorfismos e isomorfismos.
4.4 - Teorema do homomorfismo.
4.5 - Teorema de Lagrange.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

DOMINGUES, Hygino ; IEZZI, G. Álgebra moderna. 4. ed. reformulada, São Paulo: Atual, 2003.

GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1999.

HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 1993. v.1.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

LEQUAIN, Y. ; GARCIA, A. Álgebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: SBM, 1988.

ANEXO E – EMENTA DA DISCIPLINA ANÉIS E GRUPOS (MTM1120)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - UFSM

Programa de disciplina de graduação

Data: 01/08/2019
Hora: 09:07
IP: 192.168.42.32

Dados da Disciplina

Departamento:	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA				
Código:	MTM1120	**Carga Horária**	90	**Créditos:**	6
Nome:	ANÉIS E GRUPOS				

Objetivos

Reconhecer as estruturas algébricas, identificar suas propriedades e relacionar suas diferenças.

Conteúdo Programático

PROGRAMA

UNIDADE 1 - ANÉIS

1.1 - Definição e exemplos. Subanéis.
1.2 - Homomorfismos.
1.3 - Ideais. Classes laterais.
1.4 - Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo.
1.5 - Domínios e corpos. Corpo de frações de um domínio.

UNIDADE 2 - ANÉIS DE POLINÔMIOS

2.1 - Definição e exemplos.
2.2 - Divisibilidade em A[x].
2.3 - Raízes de polinômios.
2.4 - Critérios de irredutibilidade sobre os racionais.

UNIDADE 3 - GRUPOS

3.1 - Definição e exemplos. Subgrupos.
3.2 - Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente.
3.3 - Homomorfismos e isomorfismos.
3.4 - Teorema do homomorfismo.
3.5 - Teorema de Lagrange.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. Elementos de álgebra. 6. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013. (Projeto Euclides).

GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. (Projeto Euclides).

HEFEZ, A. Curso de álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA/CNPq, 2014. 1 v. (Coleção matemática universitária).

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2003.

FRALEIGH, J. B.; KATZ, V. A first course in abstract algebra. 7. ed. Boston: Addison Wesley, 2003.

HERSTEIN, I. N. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 1999.

HUNGERFORD, T. W. Algebra. New York: Springer, 2003. 73 v. (Graduate texts in mathematics).

LANG, S. Algebra. 3. ed. New York: Springer-Verlag, 2002.