

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
ENSINO DE FÍSICA

RAIANA LAZZARETTI

**UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO EM
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Santa Maria, RS, Brasil.
2022

Raiana Lazzaretti

**UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO EM
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática**.

Orientadora: Profa. Dra. Carmen Vieira Mathias

Santa Maria, RS, Brasil.
2022

Lazzaretti, Raiana

UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL / Raiana Lazzaretti.- 2022.

163 p.; 30 cm

Orientadora: Carmen Mathias

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2022

1. Base Nacional Comum Curricular 2. Razão e Proporção
3. Livro Didático I. Mathias, Carmen II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

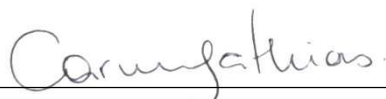
Declaro, RAIANA LAZZARETTI, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

Raiana Lazzaretti

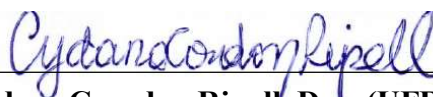
**UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO EM
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática**.

Aprovada em 17 de março de 2022:



Carmen Vieira Mathias, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)



Cydara Cavedon Ripoll, Dra. (UFRGS)



Luciana Bagolin Zambon, Dra. (UFSM)

Santa Maria, RS

2022

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, por ter permitido que eu tivesse saúde e determinação para realizar esse trabalho;

À minha família, especialmente aos meus pais Adelfo Lazzaretti e Loiva Baesso Lazzaretti, por todo suporte e ajuda, compreendendo a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização desse trabalho;

Aos meus amigos, e em especial meu amigo e namorado Ricardo Ivan Philippsen, por toda ajuda e paciência durante esse período;

À professora Carmen Vieira Mathias por ter sido minha orientadora e ter desempenhado tal função com dedicação e amizade;

A todos meus professores, e em especial aos que compuseram a banca, Cydara Cavedon Ripoll, Luciana Bagolin Zambon e Ricardo Fajardo por todas as sugestões, correções e ensinamentos que me permitiram um melhor desempenho nesse trabalho;

A todos que participaram, direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado.

Muito obrigada!

RESUMO

UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

AUTOR: Raiana Lazzaretti

ORIENTADORA: Carmen Vieira Mathias

O conteúdo de razão e proporção que é ensinado ainda no Ensino Fundamental representa um dos tópicos com maior aplicação prática no cotidiano dos alunos, independentemente de sua profissão ou nível social. Nesse contexto, é evidente a importância do processo de ensinar e aprender tais conteúdos. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar como se desenvolve o conteúdo de razão e proporção nos livros didáticos do Ensino Fundamental, comparando as edições anterior e posterior à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As duas coleções analisadas foram escolhidas por possuírem o maior número de exemplares comprados em todo o Brasil, segundo dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Para realizar a referida análise, de caráter qualitativo, foram elaborados sete critérios que visam o estudo geral do conteúdo e das atividades propostas. Também foram pontuadas as principais mudanças entre as coleções e a concordância da última edição com relação às habilidades listadas na BNCC. Concluiu-se que em uma das coleções, a edição anterior a BNCC está compatível com o esperado conforme os critérios estabelecidos. De forma geral, os livros anteriores a BNCC demonstraram maior preocupação na abordagem do conteúdo de razões e proporções no sétimo ano. Os livros atuais contêm o que se considera o mínimo, para estarem de acordo com a habilidade destacada na BNCC para o conteúdo. Assim, espera-se uma evolução do que constará nas próximas edições, visto o maior tempo para a adequação dos livros, perante o novo documento.

Palavras-chave: Base Nacional Comum Curricular; Razão e Proporção; Livro Didático.

ABSTRACT

AN ANALYSIS OF RATIO AND PROPORTION IN ELEMENTARY SCHOOL MATHEMATICS BOOKS

AUTHOR: Raiana Lazzaretti
ADVISOR: Carmen Vieira Mathias

The content of ratio and proportion that is still taught in elementary school represents one of the contents with the greatest practical application in the daily lives of students, regardless of their profession or social level. In this context, the importance of the process of teaching and learning such contents is evident. Thus, the objective of this work is to analyze how the content of reason and proportion is developed in elementary school textbooks, comparing the editions before and after the Common National Curriculum Base (BNCC). The two collections analyzed were chosen because they have the largest number of copies purchased throughout Brazil, according to data from the National Education Development Fund. To carry out this qualitative analysis, seven criteria were developed that aim at the general study of the content and proposed activities. The main changes between the collections and the agreement of the last edition regarding the skills listed in the BNCC were also scored. It was concluded that in one of the collections, the edition previous to BNCC is compatible with what was expected according to the established criteria. In general, books prior to BNCC showed greater concern in addressing the content of ratios and proportions in the seventh year. The current books contained what we consider to be the minimum, to be in keeping with the BNCC's highlighted skill for content. Thus, an evolution of what will appear in the next editions is expected, given the longer time for the adequacy of the books, given the new document.

Keywords: Common National Curriculum Base; Ratio and Proportion; Textbook.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Mapa das pesquisas.....	17
Figura 02: Representação pictórica da expressão.....	20
Figura 03: Segunda representação pictórica da expressão.....	20
Figura 04: Resolução.....	21
Figura 05: A- Livro antigo A conq. (2009); B- Livro atual A conq. (2018)	61
Figura 06 A- Livro antigo Teláris (2015); B – Livro atual Teláris (2018)	61
Figura 07 – Definição de razão entre duas grandezas livro A.....	64
Figura 08 – Definição de proporção livro A.....	65
Figura 09 – Introdução de grandezas proporcionais.....	66
Figura 10 – Situação contextualizada em um frigorífico.....	67
Figura 11 – Situação contextualizada em uma distribuição de livros.....	67
Figura 12 – Exemplo de grandezas inversamente proporcionais.....	69
Figura 13 – Continuação do exemplo de grandezas inversamente proporcionais.....	69
Figura 14 – Comparação entre os livros A e B.....	71
Figura 15 – Exemplo envolvendo um tanque de água.....	72
Figura 16 – Exemplo envolvendo um treino de automobilismo.....	72
Figura 17 – Curiosidade.....	73
Figura 18 - Exemplo concurso.....	74
Figura 19 – Primeira definição de razão apresentada no livro A.....	75
Figura 20 –. Como uma razão pode ser lida.....	76
Figura 21 – Primeira definição de razão apresentada no livro A.....	76
Figura 22 - Exemplo envolvendo proporções.....	77
Figura 23 – Primeira definição de proporção apresentada no livro A.....	77
Figura 24 – Caracterização de proporção apresentada no livro A.....	77
Figura 25 - Exemplo de proporção envolvendo a quantidade de médicos.....	79
Figura 26 - Exemplo de razões.....	80
Figura 27 - Exemplo 2 de razão apresentada no livro A.....	81
Figura 28 - Atividade envolvendo razão e geometria.....	82
Figura 29 - Problema multiplicativo.....	83

Figura 30 - Exemplo de grandezas diretamente proporcionais.....	83
Figura 31 - Exemplo sobre regra de três.....	84
Figura 32 - Exemplo envolvendo velocidade média.....	86
Figura 33 - Desafio.....	87
Figura 34 - Exemplo de integração de conceitos.....	88
Figura 35 - Atividade de construção de gráficos.....	89
Figura 36 - Exemplo de uma razão fracionária convertida para a forma percentual.....	91
Figura 37 - Razão na forma fracionária convertida para a forma percentual.....	92
Figura 38 - Exemplo de números diretamente proporcionais.....	93
Figura 39 - Razões na forma decimal.....	95
Figura 40 - Propriedade fundamental das proporções.....	96
Figura 41 - Exemplo utilizando uma propriedade de proporções.....	96
Figura 42 - Exemplo envolvendo números diretamente proporcionais.....	97
Figura 43 - Atividade envolvendo razões	101
Figura 44 - Atividade do Enem.....	101
Figura 45 - Atividade envolvendo elaboração de um problema.....	102
Figura 46 - Atividades Brasil Real.....	105
Figura 47 - Atividade Brasil Real – Árvores nativas	107
Figura 48 - Regra de três na antiguidade.....	108
Figura 49 - Atividade Brasil Real – uso de celulares.....	109
Figura 50 - Atividade medição do tempo.....	111
Figura 51 - Situações que envolvem proporcionalidade.....	114
Figura 52 - Significado de grandezas.....	114
Figura 53 - Exemplo costureira.....	115
Figura 54 - Exemplo envolvendo velocidade e tempo.....	116
Figura 55 - Introdução ao conceito de proporcionalidade.....	118
Figura 56 - Introdução ao conceito de proporcionalidade: questionamentos.....	119
Figura 57 - Situação que antecede o conceito.....	120
Figura 58 - Razão entre medidas de grandeza.....	121
Figura 59 - Porcentagem como razão.....	121
Figura 60 - Proporção no livro D.....	122
Figura 61 - Situações de não proporcionalidade no livro D.....	123

Figura 62 – Sobre proporção e arte no livro D.....	124
Figura 63 – Regra de três simples.....	124
Figura 64 - Definição de razão apresentada no livro C.....	126
Figura 65 - Significado de razão livro D.....	127
Figura 66 - Quadro sobre razão.....	128
Figura 67 - Proporcionalidade direta e gráfico.....	130
Figura 68 - Atividade sobre Tales de Mileto.....	131
Figura 69 - Indicação de razão.....	134
Figura 70 - Atividade com diferentes representações.....	134
Figura 71 – Como se lê uma proporção.....	135
Figura 72 - Atividade de completar.....	139
Figura 73 - Questão da OBMEP.....	140
Figura 74 - Atividade inicial da unidade de proporcionalidade.....	141
Figura 75 – Atividades contextualizadas.....	144

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Critérios de avaliação para o Quarto Ciclo segundo os PCN.....	32
Quadro 2 – Competências Gerais da Educação Básica segundo a BNCC.....	37
Quadro 3 - Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental.....	41
Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidades conforme BNCC – 5º ano.....	44
Quadro 5 – Objeto de conhecimento grandezas e habilidades conforme BNCC – 7º, 8º e 9º ano.....	46
Quadro 6 – Critérios elaborados por Carnine.....	51
Quadro 7 – Quantitativo de livros adquiridos em 2020	60
Quadro 8 - Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro A	63
Quadro 09 - Denominação da unidade e capítulos sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro B.....	70
Quadro 10: Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro C	112
Quadro 11: Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro D	118
Quadro 12: Critério 1 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	147
Quadro 13: Critério 2 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	148
Quadro 14: Critério 3 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	148
Quadro 15: Critério 4 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	149
Quadro 16: Critério 5 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	149
Quadro 17: Critério 6 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	149
Quadro 18: Critério 7 – Sintetização dos quatro livros didáticos.....	150

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	20
2 SOBRE RAZÃO E PROPORÇÃO.....	23
2.1 MAPEAMENTO DE PESQUISAS RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO.....	23
2.2 CONCEITOS DE RAZÃO E PENSAMENTO PROPORCIONAL.....	26
3 O CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS.....	31
3.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN)	31
3.1.1 Sobre o quarto ciclo dos PCN	35
3.2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	43
3.2.1. BNCC: Área de Matemática	48
3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PCN E A BNCC.....	54
4 SOBRE OS LIVROS DIDÁTICOS	56
4.1 ANÁLISES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA	58
5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	63
5.1 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	64
5.2 ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	66
6. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS	70
6.1 COLEÇÃO: A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	70
6.1.1. Primeiro critério: como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo nos livros A e B.	71
6.1.2 Segundo critério: qual o significado dado ao termo razão e proporção nos livros A e B	80
6.1.3. Terceiro critério: como o livro didático integra os novos conceitos nos livros A e B	87
6.1.4 – Quarto critério: como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação nos livros A e B	97
6.1.5 – Quinto critério: quais estratégias de resolução são apresentadas nos livros A e B	102
6.1.6 – Sexto critério: como é o incentivo para a elaboração de problemas nos livros A e B.....	107
6.1.7 Sétimo critério: como os conteúdos são contextualizados nos livros A e B.....	110
6.2 COLEÇÃO: TELÁRIS	119
6.2.1 – Primeiro critério: como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo nos livros C e D	120
6.2.2 – Segundo critério: qual o significado dado ao termo razão e proporção nos livros C e D.....	132

6.2.3 – Terceiro critério: como o livro didático integra os novos conceitos nos livros C e D.....	136
6.2.4 Quarto critério: como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação nos livros C e D	140
6.2.5 – Quinto critério: quais estratégias de resolução são apresentadas nos livros C e D.....	143
6.2.6 Sexto critério: como é o incentivo para a elaboração de problemas nos livros C e D.....	144
6.2.7 Sétimo critério: como é contextualizado esse conteúdo nos livros C e D.....	148
6.3 DISCUSSÃO DAS ANÁLISES.....	151
CONCLUSÃO	158
REFERÊNCIAS	161

1. INTRODUÇÃO

A motivação para esta pesquisa surgiu de minhas¹ reflexões sobre a prática de estágio que fiz no final da graduação, em uma turma de 7.º ano de uma escola pública de Santa Maria. Um dos conteúdos que ensinei durante o período de estágio foi razão e proporção.

Quando percebi que esse era o conteúdo que iria ministrar fiquei muito feliz, pois além de gostar desse tópico específico eu via muita utilidade para a vida dos meus alunos; já que a famosa pergunta “para que vou usar isso em minha vida?”, dos alunos quando não gostam dos conteúdos matemáticos, seria respondida facilmente.

Conforme Barreto (2001):

As relações proporcionais se constituem em um dos conceitos matemáticos mais presentes no cotidiano, pois constantemente nos deparamos com situações para as quais é necessária a mobilização de certos processos cognitivos que colocam em prática as noções relacionadas a esse conceito. De modo que certos problemas do mundo real são facilmente interpretados quando da viabilidade de se raciocinar por meio de proporções. (p.11)

Além disso, Imenes e Lellis (2005) apresentam alguns conteúdos e ideias matemáticas que estão relacionados com a proporcionalidade com o intuito de evidenciar a sua importância, como: ampliação e redução de figuras, porcentagem, conceitos de estatística como amostra, semelhança de figuras geométricas, relações trigonométricas, teorema de Tales, funções, entre outros.

Desse modo, o conteúdo de razão e proporção que é relativamente simples em matemática, além de fazer parte da compreensão de outros conteúdos matemáticos, ainda está intimamente ligado ao nosso cotidiano, quando por exemplo, usando o conhecimento matemático, descobrimos qual produto no mercado é mais “em conta”, considerando apenas o preço e a quantidade. Porém, a matemática vista em sala de aula parece, por vezes, perder o encanto, quando tudo se torna apenas mais um tópico a ser trabalhado, à medida que os alunos já estão cansados de tentar entender determinados conteúdos matemáticos e optam apenas por decorar fórmulas e técnicas sem pensar no que estão fazendo.

Por mais empolgante que possa ser ministrar uma aula sobre algo que você gosta muito e faz todo sentido para você, se você não estiver muito preparado para isso, a empolgação pode não chegar até os alunos. A realidade é que muitos estudantes chegam despreparados para o nível que estão, enquanto você quer ensinar as relações entre razão e

¹ Por se tratar de uma motivação pessoal, ao longo desta justificativa será usada a primeira pessoa do singular.

proporção, bem como a gama de problemas que podem ser resolvidos através do pensamento proporcional², os alunos encontram muitas dificuldades na resolução de equações e regras simples que contribuem para o aprendizado deste conteúdo.

Acredito que o conteúdo de razão e proporção fica mais fácil de ser assimilado quando é visto, por exemplo, em diferentes representações, associado com outros conteúdos já aprendidos pelo estudante e evidenciando a ideia fundamental contida nesses problemas. Nesse sentido é interessante observar como o livro didático aborda tal conteúdo. Como cita Valente (2004) em uma análise de livros didáticos que fez: “A partir de uma análise dessas obras para o ensino, é possível compreender como nasceu, transformou-se e ficou estabilizada a Matemática do Ginásio” (p. 1), e também Alves (2018): “[...] confirmando a importância dos livros didáticos como fonte para a História da Educação Matemática”, os livros didáticos também contam como foi desenvolvido o ensino no Brasil, suas transformações e tendências, assim esses livros didáticos permitem que analisemos a transformação que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trouxe para o ensino em nosso país.

O livro didático adotado na escola onde fiz estágio me auxiliou na forma como desenvolvi o conteúdo em sala de aula, principalmente nas atividades sugeridas, que eram bem diversificadas. Porém, atualmente os livros didáticos devem atender as habilidades da BNCC. Nesse sentido, surge o interesse em analisar como esse documento impactou o conteúdo de razão e proporção nos livros didáticos, refletindo a preocupação e a importância da qualidade dos materiais de apoio de matemática que chegam até as escolas.

Neste contexto, o problema de pesquisa a ser respondido no trabalho é: Como os livros didáticos desenvolvem o conteúdo de razão e proporção nos livros de sétimo ano do Ensino Fundamental?

Para responder a esse problema, tem-se como objetivo geral analisar como se desenvolve o conteúdo de razão e proporção nos livros didáticos do Ensino Fundamental de duas coleções, comparando as edições anterior e posterior à BNCC.

E, no propósito de cumprir o objetivo geral, listam-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver critérios pertinentes para analisar os livros didáticos;
- Fazer a análise com relação ao conteúdo e as atividades propostas nos livros didáticos;

² Pensamento proporcional será definido no capítulo 2.

- Comparar as edições anterior e posterior a BNCC, a fim de verificar quais mudanças ocorreram em decorrência do documento.

Essa dissertação está estruturada em 7 capítulos. O primeiro capítulo é o presente, que contempla o problema de pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a justificativa e a relevância do tema escolhido.

O segundo capítulo contém a pesquisa do conhecimento, feita com o intuito de encontrar pesquisas que fossem ao encontro do presente trabalho e uma seção tratando do conceito de razão, que muitas vezes não é levado em consideração pelos educadores, ao trabalhar com o tema em sala de aula, e acaba gerando confusão entre os alunos. O terceiro capítulo contém uma descrição dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da BNCC. O quarto capítulo apresenta aspectos relacionados aos livros didáticos, principalmente com relação ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) como base para saber quais livros foram aprovados pelo programa e como acontece a avaliação nesse contexto e alguns referenciais que apresentam análises de livros didáticos.

O quinto capítulo versa sobre os procedimentos metodológicos, que contém as seções sobre os critérios de avaliação desenvolvidos para serem utilizados nesta análise e os livros didáticos que serão utilizados, justificando como se deu a escolha dos mesmos.

As análises realizadas nos quatro livros didáticos são apresentadas no sexto capítulo, onde cada seção apresenta a análise de um critério para determinado livro analisado, finalizando com uma seção de discussão das análises. Por fim, o sétimo capítulo elenca as conclusões.

2 SOBRE RAZÃO E PROPORÇÃO

No presente capítulo são apresentados dados de uma pesquisa que visa o levantamento de trabalhos envolvendo o conteúdo de razão e proporção e o estudo do livro didático de matemática. O foco foi dado especialmente ao nível fundamental, onde esse conteúdo é visto pela primeira vez formalmente. Na sequência são apresentadas definições e maneiras de ensinar o conteúdo de razão e proporção, sobretudo o método pictórico e suas diferentes formas de utilização, juntamente com o estudo do pensamento proporcional e a importância de diferentes modos de representação no estudo da matemática.

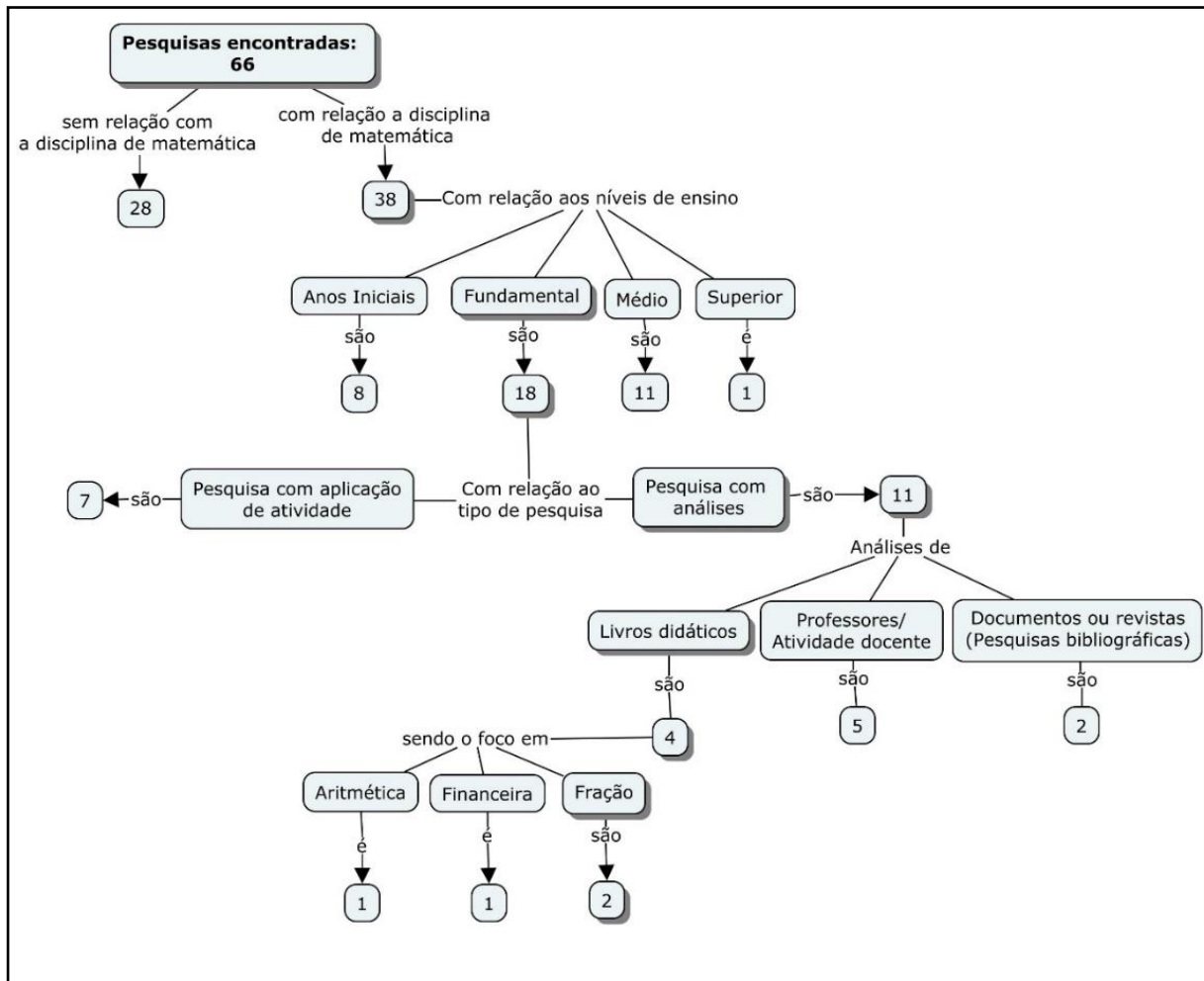
2.1 MAPEAMENTO DE PESQUISAS RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO

A presente seção versa sobre um mapeamento de dissertações relacionadas ao conteúdo de razão e proporção, onde serão destacadas as pesquisas que possuem similaridades com o trabalho em questão, ou seja, que envolvem o conteúdo de razão e proporção e análise de livros didáticos. O objetivo do mapeamento foi mensurar o acervo de trabalhos com essa finalidade, bem como compreender como essas análises foram desenvolvidas.

Com o intuito de conhecer os trabalhos que estão relacionados com o tema de pesquisa aqui proposto, foi realizada uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com o termo ‘razão proporção’ em meados de setembro de 2020, onde foram encontrados 59.705 resultados. Destes, foram selecionadas apenas as dissertações (Mestrado Acadêmico) apresentadas a partir de 2010, que se encontravam na Grande Área Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra e Multidisciplinar. Ainda, na Área Conhecimento foram selecionadas: Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Matemática, Matemática Aplicada. Por fim, selecionando alguns campos na Área de Concentração, restaram 66 pesquisas.

A Figura 1 ilustra um mapa de pesquisas encontradas.

Figura 1: Mapa das pesquisas



Fonte: Elaborada pela pesquisadora.

As pesquisas relacionadas com a palavra-chave “razão proporção” no sentido de conteúdo matemático, pertencentes à disciplina de matemática totalizaram 38 trabalhos. Os outros 28 tratavam de outras disciplinas ou mesmo de trabalhos com enfoques diferentes de Educação Matemática. A separação por níveis de ensino foi feita para uma maior aproximação com a pesquisa proposta neste trabalho, que inclui análise de livros didáticos do Ensino Fundamental.

Buscava-se pesquisas que envolvessem o estudo do livro didático de matemática. Sendo assim, restaram quatro pesquisas a serem analisadas, porém nenhuma dessas tinha como foco o conteúdo de razão e proporção, apenas citavam esses assuntos para complementar o tema principal, que eram: aritmética, financeira e fração.

A pesquisa encontrada com foco em aritmética trata de uma análise de um livro didático de aritmética, portanto foi considerada distante da proposta desta dissertação. Da

mesma forma, a que tem como foco o conteúdo de matemática financeira, visto que esta aborda muito brevemente o conteúdo de razão e proporção.

Assim, restaram duas pesquisas que, apesar de tratarem sobre todo o conteúdo de frações, abordam as diferentes formas de ler uma fração e seus diferentes significados, como parte-todo, quociente, número, razão, entre outros; sendo assim, foram consideradas de extrema importância para esta pesquisa que tem como um dos objetivos avaliar a presença desses significados no conteúdo de razão e proporção nos livros didáticos.

A primeira pesquisa destacada é Freire (2015), em que a autora analisou duas coleções de livros didáticos aprovados pelo PNLD em 2014. O objetivo foi investigar como o conteúdo de frações era abordado nos livros de 6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental. Neste trabalho, a autora ressalta que os livros analisados apresentam propostas diferentes para o estudo das frações. A análise é qualitativa e versa sobre: ocorrência dos diversos significado de frações, suas representações, os invariantes, como ordenação, equivalência, entre outros, e às grandezas contínuas ou discretas. Por exemplo, em uma coleção o capítulo de frações aparece depois do capítulo que trata sobre os números decimais. Na outra coleção, o estudo de frações apareceu depois do capítulo sobre números naturais. A autora percebeu, ao analisar mais de 300 questões, que a maioria envolve o significado de parte-todo, apesar de os outros significados também serem contemplados. Ressalta-se que a representação em língua natural teve a menor incidência.

O outro trabalho selecionado foi Santos (2016), cujo objetivo do estudo era analisar a abordagem apresentada na introdução do conceito de equivalência entre frações. O autor analisou quatro livros didáticos do 6º ano e o referencial teórico utilizado foram os Três Mundos da Matemática que dizem respeito ao Mundo Conceitual Corporificado, explorando figuras geométricas ou objetos para representar as frações, o Mundo Operacional Simbólico, que diz respeito a notação e linguagem matemática e procedimentos para determinar frações equivalentes, e o Mundo Axiomático, que diz respeito as definições.

A conclusão de Santos (2016) é de que os livros abordam os diversos significados e representações de equivalência de frações, proporcionando aos alunos a possibilidade de iniciar nos Três Mundos da Matemática, apesar de não haver interseções entre as ideias.

Com base nas pesquisas encontradas percebe-se que poucas dissertações tratam sobre o conteúdo de Razão e Proporção, apesar da sua relevância tanto no meio matemático, servindo como requisitos para outros conteúdos, como na sua utilização no cotidiano. Contudo existe um número significativo de pesquisas que fazem análises de livros didáticos, mas não sobre esse conteúdo.

Assim a pesquisa realizada se diferencia por tratar de um conteúdo pouco investigado, mas de extrema importância para o desenvolvimento dos estudantes. Além disso, as análises partem de critérios desenvolvidos pelo autor com base nos documentos legais, o que a torna singular.

2.2 CONCEITOS DE RAZÃO E PENSAMENTO PROPORCIONAL

É comum que os alunos criem uma certa confusão quando se trata do conceito de razão. Muito disso refere-se ao fato de que a razão e a fração são representadas da mesma forma. Para evitar esse desentendimento é importante que o professor explique a diferença entre cada uma delas e suas formas de uso.

Ripoll et al (2014) tem como intuito propiciar uma reflexão em torno do conceito de razão, sua relação com frações e números racionais e seu ensino como um todo. São apresentadas inicialmente as diferentes formas de comparação e a importância de saber usá-las conforme a necessidade. Dois exemplos são dados, primeiramente usando a idade entre duas pessoas, neste caso a melhor maneira de comparação é utilizar-se da diferença entre as idades. O segundo exemplo refere-se a uma receita, em que a melhor forma de comparar a quantidade de ingredientes é utilizando-se o conceito de razão.

Comparar objetos por meio de razão nem sempre traz a informação da quantidade total de objetos, no exemplo da receita a razão será a mesma se a receita for dobrada. A razão utilizada para comparação não envolve operações como subtração ou divisão.

No decorrer do texto os autores ressaltaram que, diferentemente da matemática contemporânea, onde “medir é associar uma grandeza a um número”, antigamente na geometria grega, “as grandezas não eram tratadas por meio de sua associação a números”. Desta forma, para encontrar a área de uma figura qualquer, por exemplo, era necessário encontrar uma figura simples de mesma área, assim surgem os problemas de quadratura de uma figura. Nesse contexto, com relação à origem dos números racionais, surge o conceito de razão: “Uma razão é um tipo de comparação entre grandezas”. (RIPOLL et al., 2014, p. 13). Esta é a ideia que espera-se encontrar nos livros didáticos analisados.

Outras definições sobre o conceito de razão surgiram ao longo dos anos. No Livro V dos Elementos de Euclides: “Uma razão é um tipo de relação referente ao tamanho entre duas grandezas de mesmo tipo.” Sendo assim, a comparação entre áreas, por exemplo, configura o mesmo tipo de grandeza, diferentemente da comparação entre um comprimento e uma área. (RIPOLL et al., 2014, p. 14).

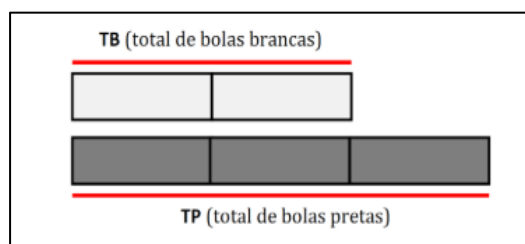
Antes de Euclides a teoria que estudava razões era baseada na antifairese:

A etimologia desta palavra já indica o procedimento das “subtrações mútuas”, ou “subtrações recíprocas”: dados dois números (ou duas grandezas), em cada passo subtrai-se, do maior, um múltiplo do menor, de modo que o resto seja menor do que o menor dos dois números dados. Assim, o método da antifairese corresponde a uma série de comparações sucessivas. (RIPOLL et al., 2014, p. 15).

Para melhor entender o significado de razão e proporção os autores citam os modelos pictóricos descritos no texto “que podem contribuir significativamente na compreensão da comparação.” (RIPOLL et al., 2014, p. 6).

Na expressão “2 partes brancas para 3 partes pretas”, por exemplo, a representação pictórica é ilustrada na Figura 02.

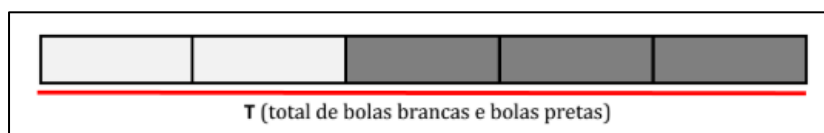
Figura 2: Representação pictórica da expressão.



Fonte: (RIPOLL et al., 2014, p. 6)

Conforme os autores, “Em tal representação, todas as células são de mesmo tamanho e cada célula não está representando o 1, mas sim a ‘parte’ na expressão ‘2 partes de branca para 3 partes de preta’.” (Ibid, p. 6). Na figura 3 temos uma representação alternativa para o total de bolas brancas e pretas mantendo-se a mesma razão ilustrada na Figura 2.

Figura 3: Segunda representação pictórica da expressão.



Fonte: (RIPOLL et al., 2014, p. 6)

Para Ripoll et al (2014) a representação de uma razão entre grandezas de mesma espécie por meio de modelos pictóricos de barras que “propõe a representação com

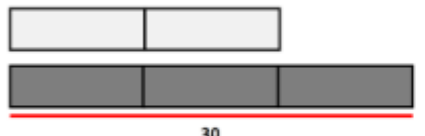


‘barrinhas’ é potencialmente mais significativo uma vez que é adequado também à comparação de grandezas discretas.” (p. 6)

Outra relação existente é entre a razão e a medida, quando se conhece a razão que compara duas grandezas e tem-se a medida de uma delas, é possível determinar a outra medida. Nesse caso é que “se revela pertinente associar razão a uma fração, a um número real ou a um operador. No entanto, cabe ressaltar: razão não é sinônimo de fração, razão não é igual a uma fração.” (RIPOLL et al., 2014, p. 6).

Considerando o problema que relaciona grandezas de mesma espécie: “Se existem 30 bolas pretas em uma caixa e para cada três bolas pretas duas são brancas, então quantas bolas brancas há na caixa?”. A forma de resolução usando o método pictórico oportuniza também outras formas de representação concomitantes, tais como, a explicação em palavras e a linguagem simbólica, isso favorece a compreensão do aluno sobre o conteúdo do problema, apoiada em três registros diferentes, e na qual cada uma das partes da barra não necessariamente indica uma bola.

A Figura 4 ilustra a resolução.

Figura 4: Resolução

Resolução pelo método pictórico	Explicação “em palavras”	Linguagem simbólica
<p>Passo 1</p>  <p>30</p>	<p><i>“Na urna existem 30 bolas pretas, e elas correspondem a 3 partes”</i></p>	<p>$3 \cdot \text{barra} = 30$ ou $3 \cdot x = 30$</p>
<p>Passo 2</p>  <p>10</p>	<p><i>“Se 3 partes totalizam 30 bolas, então cada parte é formada por 10 bolas pretas”</i></p>	<p>$\text{barra} = 30 : 3 \rightarrow$ $\text{barra} = 10$ ou $x = 30 : 3 \rightarrow x = 10$</p>
<p>Passo 3</p>  <p>20</p>	<p><i>“Como a quantidade de bolas em cada parte (branca ou preta) é igual e como as bolas brancas correspondem a duas partes, o total de bolas brancas é 20”</i></p>	<p>Então, como $\text{barra} = 10$ e o total de bolas brancas é igual a $2 \cdot x$, tem-se que esse total é igual 20. ou Como $x = 10$ e $TB = 2 \cdot x$, $TB = 20$.</p>

Em situações como essa, onde se conhece uma das medidas torna-se apropriado associar um número a uma razão. Por exemplo, na situação ilustrada na Figura 4, pode-se dizer que para cada três bolas pretas duas são brancas, ou pode-se dizer que $\frac{3}{5}$ das bolas são pretas e $\frac{2}{5}$ das bolas são brancas.

A primeira forma refere-se a utilizar uma razão para descrever parte do enunciado do problema. A razão entre as partes configura uma comparação entre o número de bolas pretas e bolas brancas expressa por 3 para 2. Já no segundo caso, a escrita é na forma de fração, que expressa a mesma ideia, porém usa as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$, porque representa a razão da parte com o todo.

Além disso, para compreender o conteúdo de razão e proporção é importante entender o que é o pensamento proporcional, que se deve desenvolver ao longo da Educação Básica, e que é o centro dos estudos desse conteúdo. Para Lins (1997, p. 52), o pensamento proporcional corresponde a uma “estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva.”

O autor ainda comenta sobre as técnicas fundamentais para resolver situações de proporcionalidade, tais como:

redução à unidade, modelagem proporcional, modelagem fracionária e modelagem algébrica. Podemos ver os três primeiros no seguinte problema: "Se 6 balas custam 15 moedas, quanto custam 10 balas?" A redução à unidade justifica que uma bala custa 2,5 moedas, e 10 custam 25. Num raciocínio proporcional, usa-se a teoria de proporções para identificar que 6 está para 10 assim como 15 está para o desconhecido. Assim, sabe-se que isso é equivalente a 3 está para 5 como 15 está para o desconhecido, e 1 está para 5, assim como 5 está para o desconhecido. A partir disso, vê-se que o desconhecido é 25. Mediante frações reduz-se o problema anterior a uma equivalência na qual há um "termo desconhecido", que deve ser 25. (LINS, 1997, p.52)

Ou seja, existem diversas formas e estratégias de se pensar a partir de um problema que envolve razão e proporção. Investir em uma forma de ensinar que contemple diversos meios de resolução auxilia o aluno a compreender a essência do problema, visto que ele poderá escolher o que melhor se adapta ao seu perfil de raciocínio.

Ainda que haja distinção entre objeto e representação, e é preciso compreender isso principalmente na matemática, as “diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias”. (DUVAL, 2012, p. 3). Afinal os objetos matemáticos não são acessíveis à percepção, logo é preciso representá-los. Ainda, segundo Duval (2012):

A possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado. Basta considerar o caso do cálculo numérico para se convencer disso: os procedimentos, o seu custo, dependem do sistema de escrita escolhido. As representações semióticas desempenham um papel fundamental na atividade matemática. (p. 1)

As representações semióticas são “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento.” (DUVAL, 2012, p. 2). São exemplos de representações semióticas as figuras geométricas, as fórmulas algébricas, o enunciado em língua natural, os gráficos, sendo que cada um deles exibe um sistema semiótico diferente.

Para Duval (2012, p. 3), “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações.”

Porém, para que um sistema semiótico seja um registro de representação, esse deve permitir: a formação de uma representação identificável, o tratamento dessa representação, que é a transformação no mesmo registro, e a conversão, que é a transformação em outro registro. (DUVAL, 2012).

Tratando-se das condições de aprendizagem, Duval (2012) menciona que:

Se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão. A coordenação de registros aparece como condição fundamental para todas as aprendizagens de base, ao menos nos domínios em que os únicos dados que são utilizados são as representações semióticas, como em matemática e em francês. (DUVAL, 2012, p. 17)

Nesse sentido é fundamental que os livros didáticos apresentem diversas representações no que tange o conteúdo de razão e proporção, na explicação do conteúdo e também nas atividades propostas, onde pode haver um incentivo para mudanças de representação.

3 O CONTEÚDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

O presente capítulo aborda pontos relevantes dos PCN e da BNCC que contribuirão para o desenvolvimento deste trabalho. Destacam-se aspectos relacionados ao ensino de razão e proporção e ao ensino da matemática em geral, que pode ser atribuído aos conteúdos que foram analisados nesse trabalho. Os documentos apresentam especificidades sobre esse conteúdo, tanto no que tange aos conceitos que devem ser aprendidos, quanto na abordagem que pode ser feita para o ensino e aprendizagem desse conteúdo. Além disso, os documentos analisados abordam questões de desenvolvimento pessoal, os PCN abordam o desenvolvimento das atitudes que devem fazer parte dos currículos, bem como a BNCC apresenta competências gerais para educação básica.

3.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN)

No período de 1995 inicia-se o processo de elaboração dos PCN, com a colaboração de vários profissionais da educação. O documento apresentado é embasado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e na Constituição de 1988, onde consta que é dever do Estado a fixação de conteúdos mínimos para o ensino fundamental, assegurando uma formação básica comum, mas também tem como intuito descentralizar as ações educacionais, a fim de se ter uma gestão mais democrática (OLIVEIRA, 2010, p. 26).

Outro aspecto fundamental para a criação dos PCN diz respeito à situação internacional, potências que visavam o crescimento econômico surgiram assim com “novas exigências com relação à educação brasileira. [...] que passam a delinear o sistema educacional brasileiro com outras características, priorizando a transmissão de comportamentos e atitudes em detrimento da transmissão do conhecimento científico” (OLIVEIRA, 2010, p. 23).

Os PCN possuem o objetivo de orientar os educadores das diversas disciplinas oferecidas no Ensino Básico. Na Matemática, o documento apresenta ideias fundamentais, objetivos, critérios de avaliação e vários outros fatores que contribuem para o planejamento das aulas. Dessa forma, é importante verificar a abrangência do conteúdo de razão e proporção, bem como as sugestões de ensino e de avaliação que constam neste documento vigente.

Segundo o artigo 22 da LDB (1996) a Educação Básica tem por finalidade: “desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação indispensável para o exercício da

cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”. Logo, a escola não deve ser apenas um lugar onde se repassa conteúdos específicos, mas sim um local que fornece subsídios para os alunos desenvolverem, através desses conteúdos, capacidades de assimilação, discernimento e decisão, que são fundamentais para o futuro de cada cidadão.

Porém, para haver tal ensino é necessário que haja “interação contínua entre os conhecimentos constituídos no ambiente escolar e a bagagem que o aluno traz à escola, aqueles constituídos através da inserção na sociedade” (BRASIL, 1998a, p. 43).

Especificamente na Matemática é preciso que os conteúdos aprendidos na escola façam sentido para resolverem problemas reais da vida dos educandos. Diferente disso, torna-se irrisório o trabalho para aprender alguns métodos ou decorar conceitos. É preciso iniciativa tanto dos professores para ensinar a relação de conceitos de diferentes áreas, quanto dos alunos em aprender a aprender, vendo problemas similares e descobrindo a singularidade de cada um. Visto que um dos objetivos do Ensino Fundamental, que consta nos PCN, é que os alunos consigam “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1998a, p. 56).

Os objetivos apresentados nos PCN são baseados nas capacidades que devem ser desenvolvidas em cada ciclo juntamente com os conteúdos para desenvolvê-las. Além disso, o documento tece conexões entre os blocos de conteúdos, as áreas de conhecimento, a vida cotidiana e os temas transversais (BRASIL, 1998a).

Ainda, “os parâmetros destacam que a Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões” (BRASIL, 1998a, p. 59). Para isso, os PCN indicam a resolução de problemas como “ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula” (BRASIL, 1998a, p. 59).

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (SCHOENFELD, A. H., 1985 apud BRASIL, 1998a, p. 40).

Segundo Brasil(1998a) lidar com resolução de problemas permite que os alunos trabalhem a partir de uma situação-problema e não de uma definição, possibilitando aos alunos o desenvolvimento da criatividade para desenvolverem estratégias de resolução do

problema, e no decorrer da atividade aprenderem novos conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Para isso é importante saber a distinção entre exercícios e problemas matemáticos. De acordo com os PCN:

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. [...]

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos. (BRASIL, 1998a, p. 41)

Além da metodologia de resolução de problemas, os PCN sugerem outras possibilidades de se trabalhar matemática na sala de aula, destacando a utilização da História da Matemática, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e os jogos.

No que diz respeito à História da Matemática, os PCN defendem que a conexão entre os conceitos matemáticos com sua história “constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural” (BRASIL, 1998a, p. 42).

Da mesma forma que é importante estudar a história da nossa cultura, que remete a tempos passados, também é importante estarmos familiarizados com as TIC que vem revolucionando a sociedade. Uma das contribuições de utilizar esse recurso, conforme os PCN é que, “evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas” e, ainda, “desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções” (BRASIL, 1998a, p. 44).

Tratando-se de jogos na sala de aula, esse documento salienta que eles contribuem para “enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório.” (BRASIL, 1998a, p.47). Nessa perspectiva:

os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática constituem um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático que possibilite de fato a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (BRASIL, 1998a, p. 59)

Além disso, o documento mostra três fundamentos no ensino da Matemática, são eles: conceitos, procedimentos e atitudes. Esses devem ter a mesma relevância e serem abordados em consonância para garantir um bom ensino-aprendizagem em Matemática.

Os conceitos são os conteúdos propriamente ditos, no caso saber o que é razão e proporção, por exemplo. Já os procedimentos são métodos que utilizamos para resolver certos problemas, a regra de três pode ser encarada como um.

Também, é preciso sempre investir em atitudes, pois é no campo afetivo que se desenvolve o interesse e a motivação para aprender. Um exemplo disso é a “perseverança na busca de soluções e valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações- problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação” (Ibid, p. 50).

Tanto os conceitos, como os procedimentos e as atitudes devem ser ensinados e utilizados no decorrer das aulas, mas é importante que não haja confusão sobre cada um deles. Segundo os PCN, às vezes:

Ensina-se procedimentos acreditando estar ensinando conceitos. A realização de um procedimento adequado passa, então, a ser interpretada como o aprendizado do conceito. Um exemplo dessa abordagem pode ser dado em relação ao ensino das operações: o fato de uma criança saber resolver contas de adição não corresponde necessariamente à compreensão do conceito de adição. (BRASIL, 1998a, p. 76)

Ou seja, se o aluno não tem a compreensão do conceito de adição, talvez não saiba como utilizá-lo em outras situações que demandam a mesma solução, porém trazem enunciados diferentes. A mesma ideia aplica-se no conceito de razão, quando há dúvidas sobre o que é uma razão, ou qual a diferença entre razão e fração, por exemplo. Além do mais, de acordo com os PCN:

Ao ensinar procedimentos também se ensina um certo modo de agir, de pensar e produzir conhecimento. Em Matemática, uma das questões centrais do trabalho, refere-se ao procedimento de validação. Trata-se de o aluno saber por seus próprios meios se o resultado que obteve é razoável ou absurdo, se o que utilizou é correto ou não, se o argumento de seu colega é consistente ou contraditório. Ao longo da escolaridade os alunos podem aprender a praticar ações cada vez mais complexas, com maior autonomia e maior grau de sociabilidade. (BRASIL, 1998a, p. 77)

Esse modo de pensar e agir condiz com o trabalho de um matemático, mas seguir linhas de raciocínio e verificar caminhos para obter soluções, questionando-se sempre, é importante não só para fazer-se matemática, mas para resolver problemas reais do cotidiano.

É preciso mostrar essas formas de pensar para que os alunos percebam a importância do raciocínio lógico na resolução de problemas recorrentes do cotidiano.

Além desses aspectos, os PCN apresentam objetivos gerais para o Ensino Fundamental. No ensino de matemática, são eles:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1998a, p. 47).

É fundamental ter clareza sobre esses objetivos que os PCN trazem para compor um plano de aula sobre um determinado conteúdo de matemática, bem como para avaliar e saber utilizar livros didáticos e outros textos que são usados para auxiliar na produção das aulas.

3.1.1 Sobre o quarto ciclo dos PCN

Os PCN são um documento organizado por disciplinas e ciclos. Nele, o ensino fundamental é dividido em quatro ciclos, cada um constituído por dois anos letivos. O quarto ciclo dos PCN corresponde aos anos em que é visto o conteúdo de razão e proporção. Assim, seguem algumas considerações para ensinar Matemática nessa fase, quando os jovens já começam a pensar sobre o seu futuro, seja na continuação dos estudos ou no mercado de trabalho, ou ainda, em ambos.

A relação entre o conhecimento e o trabalho e a importância de sempre mostrar a relação entre os dois é bem clara nos PCN. Tanto a contribuição da matemática para diversas áreas de conhecimento e profissões, quanto o trabalho matemático, como é construída a matemática de que conhecemos hoje.

De tal modo, o “caráter especulativo da Matemática para além de seu aspecto técnico, e que também reside no âmbito dos limites das indagações do intelecto humano, pode despertar interesse nos alunos” (BRASIL, 1998b, p. 80). Assim, desde os ciclos anteriores é buscado que os alunos construam argumentos plausíveis, já que “a prática da argumentação é fundamental para a compreensão das demonstrações” (BRASIL, 1998b, p. 86). Além disso, é preciso:

mostrar aos alunos que a Matemática é parte do saber científico e que tem um papel central na cultura moderna, assim como também para mostrar que algum conhecimento básico da natureza dessa área e uma certa familiaridade com suas idéias-chave são requisitos para ter acesso a outros conhecimentos, em especial à literatura científica e tecnológica. (BRASIL, 1998b, p. 80)

Ou seja, é preciso mostrar a importância da Matemática em seus diferentes níveis, bem como a sua abrangência em diversas áreas de estudo, e na ciência como um todo.

Com o intuito de formar o aluno integralmente, tem-se as atitudes que devem ser desenvolvidas em cada ciclo. Para o quarto ciclo, especificamente na disciplina de Matemática, temos:

- Predisposição para usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos.
- Desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados.
- Predisposição para encontrar exemplos e contra-exemplos, formular hipóteses e comprová-la.
- Interesse em comparar diferentes métodos e processos na resolução de um problema, analisando semelhanças e diferenças entre eles e justificando-os.
- Interesse por utilizar as diferentes representações matemáticas que se adaptam com mais precisão e funcionalidade a cada situação-problema de maneira que facilite sua compreensão e análise.
- Compreensão da importância da estatística na atividade humana e de que ela pode induzir a erros de julgamento, pela manipulação de dados e pela apresentação incorreta das informações (ausência da frequência relativa, gráficos com escalas inadequadas).
- Valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
- Predisposição para analisar criticamente informações e opiniões veiculados pela mídia, suscetíveis de ser analisadas à luz dos conhecimentos matemáticos.

- Valorização do uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva.
- Interesse em dispor de critérios e registros pessoais para emitir um juízo de valor sobre o próprio desempenho, comparando-o com o dos professores, de modo que se aprimore. (BRASIL, 1998b, p. 91)

Uma das atitudes citadas acima é o interesse em utilizar diferentes representações para situações matemáticas semelhantes, de modo a facilitar a compreensão naquele contexto. Para tanto, faz-se necessário que o professor leve para a sala de aula essas situações e apresente aos alunos a vantagem de dominar várias ferramentas matemáticas para resolver determinados problemas.

Para o conteúdo de razão e proporção, por exemplo, relacionar a interpretação de um problema que envolve proporcionalidade, com a representação no plano cartesiano, o entendimento da regra de três em si e outras formas de resolução como o cálculo mental é uma ótima maneira de facilitar a compreensão do conteúdo e o seu uso no dia a dia.

A fim de abarcar essas capacidades e atitudes, os PCN discutem os “Objetivos de Matemática para o quarto ciclo”. O documento é organizado a partir dos objetivos para cada tipo de pensamento. Para o estudo de razão e proporção é importante avaliar os objetivos do pensamento numérico e do pensamento proporcional. São eles:

Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos e reconhecer que existem números que não são racionais;
- resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

[...]

Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não- proporcional;
- resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três. (BRASIL, 1998b, p. 81)

Outrossim, o documento expressa que o professor deve propor atividades de “análise, interpretação, formulação e resolução de novas situações-problema, envolvendo números

naturais, inteiros e racionais e os diferentes significados das operações, e que valorize as resoluções “aritméticas” tanto quanto as “algébricas” (BRASIL, 1998b, p. 83).

Sabendo da importância desse conteúdo no cotidiano dos alunos, é fundamental que se dedique tempo suficiente para que os alunos saibam na teoria e na prática a resolver problemas que envolvam razão e proporção, antes de chegarem no Ensino Médio.

Mesmo no 4º ciclo alguns alunos ainda possuem dúvidas ao interpretar números: “é comum apresentarem dificuldade para ler, escrever e comparar números com vários dígitos.” (BRASIL, 1998b, p. 95). Assim, é natural que o professor atribua maior ênfase para esses conteúdos, que representam a base da matemática escolar.

Um aspecto interessante sobre o conteúdo de razão e proporção são as conexões que se estabelecem com outros conteúdos de matemática. Segundo os PCN (BRASIL, 1998b, p. 84):

É importante que os alunos percebam essas conexões. A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Para a compreensão da proporcionalidade é preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais - os contra-exemplos. O aluno poderá desenvolver essa noção ao analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (função afim ou quadrática). Essas situações são oportunas para que se expresse a variação por meio de uma sentença algébrica, representando-a no plano cartesiano.

Cabe salientar que no terceiro ciclo dos PCN, na parte de Números e Operações em conceitos e procedimentos, encontra-se um início para o estudo dos números racionais em todas as suas formas, como se vê:

- Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos - cotidianos e históricos - e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador.
- Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações. (BRASIL, 1998b, p. 71)

Apesar disso, é apenas no quarto ciclo que se encontra o conteúdo de Razão e Proporção propriamente dito. Assim, na parte de conceitos e procedimentos do quarto ciclo, em Números e Operações, tem-se:

- Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano.

- Resolução de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regra de três. (BRASIL, 1998b, p. 87)

Ainda, na parte de Grandezas e Medidas tem-se “Resolução de situações-problema envolvendo grandezas determinadas pela razão de duas outras (densidade e velocidade) ou pelo produto (energia elétrica: kWh)” (BRASIL, 1998b, p. 90).

Com base nos objetivos de matemática e nos conteúdos para esse ciclo, os PCN discutem critérios de avaliação para auxiliar o professor a refletir se o aluno desenvolveu as capacidades esperadas, podendo assim iniciar o próximo ciclo. O Quadro 01 apresenta esses critérios com sua devida explicação dada nos PCN.

Quadro 1 – Critérios de avaliação para o Quarto Ciclo segundo os PCN.

(continua)

Critério de Avaliação	Explicação
Decidir sobre os procedimentos matemáticos adequados para construir soluções num contexto de resolução de problemas numéricos, geométricos ou métricos.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de interpretar uma situação-problema, distinguir as informações necessárias das supérfluas, planejar a resolução, identificar informações que necessitam ser levantadas, estimar (ou prever) soluções possíveis, decidir sobre procedimentos de resolução a serem utilizados, investigar, justificar, argumentar e comprovar a validade de resultados e apresentá-los de forma organizada e clara.
Usar os diferentes significados dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e das operações para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações-problema com números naturais, racionais, inteiros e irracionais aproximados por racionais, em diversos contextos, selecionando e utilizando procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, escrito ou mental), em função da situação-problema proposta.
Resolver situações-problema por meio de equações e sistemas de equações do	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações-problema por

primeiro grau com duas incógnitas.	meio de equações (incluindo sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas) aplicando as propriedades da igualdade para determinar suas soluções e analisá-las no contexto da situação-problema enfocada.
Resolver situações-problema que envolvem a variação de duas grandezas direta ou inversamente proporcionais e representar em um sistema de coordenadas cartesianas essa variação.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações-problema (escalas, porcentagem e juros simples) que envolvem a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias como as regras de três; de representar, em um sistema de coordenadas cartesianas, a variação de grandezas envolvidas em um fenômeno, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional.
Estabelecer relações de congruência e de semelhança entre figuras planas e identificar propriedades dessas relações.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de perceber que, por meio de diferentes transformações de uma figura no plano (translações, reflexões em retas, rotações), obtêm-se figuras congruentes e, por meio de ampliações e reduções, obtêm-se figuras semelhantes e de aplicar as propriedades da congruência e as da semelhança em situações-problema.
Obter e expressar resultados de medidas de comprimento, massa, tempo, capacidade, superfície, volume, densidade e velocidade e resolver situações-problema envolvendo essas medidas.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de obter medidas de grandezas, utilizando unidades e instrumentos convenientes (de acordo com a precisão desejável), representar essas medidas, fazer cálculos com elas e arredondar resultados; bem como resolver situações que envolvem grandezas determinadas pela razão de duas outras (como densidade demográfica e velocidade).

Ler e interpretar tabelas e gráficos, coletar informações e representá-las em gráficos, fazendo algumas previsões a partir do cálculo das medidas de tendência central da pesquisa.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de ler e interpretar dados estatísticos registrados em tabelas e gráficos, como também elaborar instrumentos de pesquisa e organizar os dados em diferentes tipos de gráficos, determinando algumas medidas de tendência central da pesquisa, indicando qual delas é a mais adequada para fazer inferências.
Resolver problemas de contagem e indicar as possibilidades de sucesso de um evento por meio de uma razão.	Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver problemas de contagem utilizando procedimentos diversos, inclusive o princípio multiplicativo e de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, indicando a probabilidade de um evento por meio de uma razão.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com dados obtidos em (BRASIL, 1998b, p.92)

Os critérios de avaliação podem ser utilizados para além da avaliação, no planejamento de aulas e no ensino sobre determinados conteúdos, tendo em vista qual é a principal ideia que deve permanecer de cada conteúdo, o que é mais importante e que será avaliado futuramente.

Os PCN especificam, ainda, Orientações Didáticas para terceiro e quarto ciclos. Para cada bloco de conteúdos são apresentadas algumas reflexões sobre como podem ser ensinados.

No bloco de números racionais tem-se que os alunos muitas vezes chegam ao terceiro ciclo sem compreender de fato os diferentes significados de um número racional e os procedimentos para calculá-los, apesar de serem conteúdos vistos nos ciclos iniciais. (BRASIL, 1998b, p. 100-101). Vários são os obstáculos que os alunos enfrentam quando aprendem sobre o novo conjunto de números, isso porque:

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $1/3 = 2/6$. [...]
- a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;

- se o “tamanho” da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a seqüência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1998b, p. 101).

O objetivo do terceiro e quarto ciclo é fazer os alunos perceberem que “os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão” (BRASIL, 1998b, p. 101).

Ainda, sob o conteúdo de razão, os PCN apresentam que:

Os racionais assumem diferentes significados nos diversos contextos: relação parte/todo, divisão e razão.

A relação parte/todo se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais.

A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas.

Uma outra interpretação do número racional como quociente de um inteiro por outro ($a : b = a/b$; $b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir

uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número: $2/3$.

Uma interpretação diferente das anteriores é aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que $2/3$ da população da cidade é de imigrantes. Outras situações são as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de $2/10$.

Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1cm para 100m : representada por 1:10.000 ou $1/10.000$). Também, a exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol; $70/100$, 0,70 ou 70% ou ainda $7/10$ e 0,7).

Existe ainda uma quarta interpretação que atribui ao número racional o significado de um operador, ou seja, quando ele desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa idéia está presente, por exemplo, em problemas do tipo “que número devo multiplicar por 5 para obter 2” (BRASIL, 1998b, p. 103).

Os PCN abordam o tema deixando claro que essas situações não devem ser tratadas isoladamente, ou seja, é interessante que durante todo o terceiro e quarto ciclo os alunos tenham contato com esses diferentes significados do número racional, resolvendo problemas

sistematicamente. Por mais que os números racionais na forma decimal apareçam muito mais em problemas do dia a dia, é importante que se dê a devida atenção para as operações com frações, visto que outros conteúdos vão requerer essa aprendizagem, em particular o conteúdo de razão e proporção.

O conteúdo de proporcionalidade não está bem definido nas orientações didáticas dos PCN, apenas aparece quando é tratado de algum assunto próximo. Por exemplo, na parte de multiplicação:

Ao trabalhar com situações que envolvem o conceito de proporcionalidade direta, em que o quociente entre as quantidades que se correspondem é constante, como uma relação entre número de pacotes e seus pesos (ver tabela a seguir) o aluno terá oportunidade de identificar a manutenção da razão peso/nº de pacotes quando se multiplicam as quantidades por um mesmo número. (BRASIL, 1998b, p. 110)

Além desse primeiro contato com o tema de proporcionalidade no trabalho com multiplicação, ainda essa familiaridade pode levar o aluno a descobrir outros métodos para resolver questões desse tipo antes mesmo de aprender a regra de três.

3.2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

A BNCC, atualmente, “se apresenta como uma garantia dos Direitos de Aprendizagem das Crianças, estabelecendo objetivos de aprendizagem dentro de um Currículo Mínimo Brasileiro, com disciplinas mínimas do currículo perpassadas por alguns temas transversais” (SILVA; SELBACH, 2019, p. 7). Porém, esse documento sofreu diversas alterações até sua aprovação, segundo Silva e Selbach:

o que hoje chega às escolas com obrigatoriedade de implementação até 2020, é uma terceira versão da BNCC: com a mudança de Governo e consequente saída dos especialistas que até então trabalhavam já na segunda versão da Base, assumiu uma nova equipe de um Instituto Privado de São Paulo, a qual deu outros rumos ao projeto que veio a se constituir nessa terceira e última versão que trouxe essa perspectiva de Competências e Habilidades num outro prisma que não o que até então vinha se projetando, mas passa a ser o elemento orientador que organiza todo o documento. (SILVA; SELBACH, 2019, p. 7)

Desse modo, o documento separa para cada ano letivo os conteúdos mínimos que devem ser estudados e as competências básicas que devem ser construídas em cada componente curricular.

Assim, o principal documento que discute diretrizes para a Educação Básica é a BNCC que “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e

progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica”. (BRASIL, 2018a, p. 7). Ou seja, enquanto os PCN são apenas orientações, a BNCC se caracteriza como prescritiva e obrigatória, expondo os conteúdos que devem ser ensinados em cada ano escolar.

O documento apresenta os objetos de conhecimento sugeridos para cada ano de alfabetização, juntamente com as habilidades relacionadas a eles. Ainda, são apresentadas dez competências gerais da Educação Básica que devem ser desenvolvidas concomitantemente com os conteúdos programados ao longo das três etapas de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), tendo em vista que na BNCC:

[...] competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018a, p. 8).

Ou seja, mais do que memorizar fórmulas e aplicá-las em exercícios repetitivos, a intenção da educação no Brasil é formar pessoas que utilizem dessa aprendizagem, de toda vivência escolar, para resolver problemas reais, tendo em vista que esses estudantes tem uma participação ativa na sociedade.

Assim, segue no Quadro 2 as Competências Gerais da Educação Básica contidas na BNCC, que visam a formação integral do aluno, contribuindo para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BRASIL, 2018a, p. 25).

Quadro 2 – Competências Gerais da Educação Básica segundo a BNCC

(continua)

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA
Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita),

corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: (BRASIL, 2018a, p.9-10)

As Competências Gerais permeiam toda Educação Básica e são essenciais para a formação integral dos alunos, assim elas devem estar contidas em todas as áreas de ensino. Para tanto, essas competências foram traduzidas nos diversos componentes curriculares.

A BNCC deixa claro que “as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências.” (BRASIL, 2018a, p. 13). Mostrando que existem duas preocupações quanto ao desenvolvimento dos alunos, uma diz respeito ao saber

“considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores”, enquanto a outra diz respeito ao saber fazer “considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018a, p. 13).

Assim o saber teórico e o saber fazer na prática devem estar presentes concomitantemente nas aulas do ensino básico, especialmente nas aulas de matemática. Sabendo da grande aplicabilidade do conteúdo de razão e proporção com suas fórmulas de resolução, em particular a regra de três, é essencial que além dos alunos saberem na teoria o significado das manipulações matemáticas, saibam também como aplicá-los no dia a dia, ou seja, usar efetivamente o que aprenderam, sabendo soluções mais fáceis e rápidas que facilitem suas ações no cotidiano.

Um exemplo disso são as operações básicas de adicionar e subtrair, por exemplo. Aprender a técnica de somar por meio do valor posicional dos algarismos de cada número, começando a soma pelas unidades e seguindo para as dezenas e centenas, até finalizar a adição é muito importante, mas deve-se dar a devida importância também para o cálculo mental, afinal esse será, provavelmente, o mais utilizado no dia a dia.

Assim, problemas que envolvem o conteúdo de razão e proporção devem ser explorados com o intuito de promover a aprendizagem dos conceitos envolvidos e também de técnicas de resolução que possam ser usadas no dia a dia.

Outro aspecto que o documento faz referência diz respeito à educação integral do aluno, ou seja, nem uma educação voltada apenas para o intelectual, nem apenas para o afetivo, mas uma educação que compreenda esses dois aspectos já que:

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. (BRASIL, 2018a, p. 14).

Considerar a integração dos conhecimentos de diversas disciplinas, juntamente com o contexto que dá sentido para a aprendizagem e estimular a aplicabilidade desses conhecimentos na vida real, e o protagonismo do aluno tanto na aprendizagem dos conteúdos quanto na construção de seu projeto de vida contribuem para uma educação integral (BRASIL, 2018a, p. 15).

Vale destacar que a BNCC elenca alguns conteúdos entre os objetos de conhecimento nos componentes curriculares, mas cabe aos sistemas e redes de ensino, como também as escolas, elaborar e incorporar ao seu currículo temas contextualizados que afetam a vida dos estudantes. Tem-se como exemplo: os direitos das crianças e dos adolescentes, educação para o trânsito, educação ambiental, educação alimentar e nutricional, respeito e valorização dos idosos, direitos humanos, educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena, saúde familiar, assim como saúde, vida familiar e social, educação financeira e diversidade cultural (BRASIL, 2018a, p. 19-20).

Por fim, para entender os propósitos da BNCC é importante saber como essa está estruturada. O documento divide o Ensino Fundamental em áreas do conhecimento, que no caso da Matemática é chamada de “Área de Matemática”. Para cada área existem competências específicas da área, que devem ser desenvolvidas ao longo dos nove anos. “Essas competências explicitam como as dez competências gerais se expressam nessas áreas” (BRASIL, 2018a, p. 28).

Além disso, cada área do conhecimento subdivide-se em “Componentes Curriculares” que são as conhecidas disciplinas. Como a Matemática já era uma disciplina, essa não possui outros componentes curriculares a não ser a própria matemática, sendo as “competências específicas do componente” as mesmas competências específicas da área, que:

possibilitam a articulação horizontal entre as áreas, perpassando todos os componentes curriculares, e também a articulação vertical, ou seja, a progressão entre o Ensino Fundamental – Anos Iniciais e o Ensino Fundamental – Anos Finais e a continuidade das experiências dos alunos, considerando suas especificidades. (BRASIL, 2018a, p. 28).

O componente curricular, por sua vez, divide-se em “Unidades Temáticas” que em matemática são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Para cada Unidade têm-se diversos “Objetos de Conhecimento, que são entendidos como conteúdos, conceitos e processos e, relacionado a esses objetos de conhecimento tem-se as habilidades, que garantem o desenvolvimento das competências específicas” (BRASIL, 2018a, p. 28).

As habilidades “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (BRASIL, 2018a, p. 29). Elas são escritas de modo que fica claro os processos cognitivos envolvidos na habilidade, o objeto de conhecimento a que se refere e o contexto ou especificação da aprendizagem esperada.

3.2.1. BNCC: Área de Matemática

Nesta sessão serão apresentadas as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, que refletem como as Competências Gerais podem ser desenvolvidas nas aulas de Matemática.

A BNCC apresenta uma visão ampla da matemática, “considerando que além da quantificação de fenômenos e técnicas de cálculo, a matemática estuda também fenômenos aleatórios, criando sistemas abstratos” (BRASIL, 2018a, p. 265).

Mas, apesar de ser uma ciência hipotético-dedutiva é fundamental fazer experimentações durante a aprendizagem da mesma. Assim é preciso:

garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018a, p. 265).

Isso mostra a importância do letramento matemático que diz respeito ao entendimento da matemática pelo aluno de forma a ser utilizada em diversos momentos. Utilizar diferentes ferramentas, conceitos e procedimentos a fim de formular conjecturas e resolver problemas, sabendo assim “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, compreendendo a importância da matemática para entender os fenômenos no mundo e para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico dos cidadãos” (BRASIL, 2018a, p. 266).

Para abarcar todas as necessidades de aprendizagem básica do componente curricular de Matemática, a BNCC apresenta as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, conforme o Quadro 03.

Quadro 3 - Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

(continua)

Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental
Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

<p>Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.</p>
<p>Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.</p>
<p>Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.</p>
<p>Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.</p>
<p>Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).</p>
<p>Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.</p>
<p>Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.</p>

Fonte: (BRASIL, 2018a, p. 267).

Essas competências devem ser lembradas durante o planejamento e organização das atividades desenvolvidas em sala de aula. Como um meio de apoio, seria de grande valia que

os livros didáticos trouxessem exemplos de atividades que abarcassem as diferentes competências elencadas, além do conteúdo programado.

Voltando a discutir sobre a estrutura da BNCC, vale destacar que, apesar de essa trazer um modelo bem definido relacionando as habilidades com os objetos matemáticos, sendo esses agrupados em unidades temáticas, o documento deixa claro que este é “apenas um arranjo possível, dentre outros; ou seja, não é obrigatório seguir esse modelo na elaboração dos currículos de cada escola” (BRASIL, 2018a, p. 275).

Para conectar as Unidades Temáticas dentro da área de Matemática, a BNCC elenca um conjunto de ideias fundamentais, de forma a ressaltar sua importância nesse campo. São citadas algumas como: “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018a, p. 268), sendo que na escola elas devem ser convertidas em objetos matemáticos.

Como exemplo das ideias fundamentais, o documento cita a proporcionalidade que deve ser vista ao longo de vários anos do Ensino Fundamental, visto a sua empregabilidade na construção do pensamento matemático e o entendimento de diversos conceitos, bem como pela sua utilidade em diversos contextos do dia a dia.

Assim:

A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc (BRASIL, 2018a, p. 268).

As Unidades Temáticas da Matemática orientam as habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos durante todo o Ensino Fundamental. O conteúdo de razão e proporção pertence a Unidade Temática Álgebra, que tem como ideias fundamentais a compreensão de “equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade”, enfatizando o desenvolvimento de, entre outras coisas, a “interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.” (BRASIL, 2018a, p. 270)

O documento apresenta um exemplo de como pode ser abordado o conteúdo de razão e proporção juntamente com a ideia de função, ainda no Ensino Fundamental – Anos Iniciais:

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2018a, p. 270)

Esse exemplo aparece no quadro dos objetos de conhecimento da BNCC no 5º ano, sendo a primeira menção ao conteúdo de razão e proporção. O Quadro 4 apresenta as habilidades correspondentes.

Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidades conforme BNCC – 5º ano

Matemática				
COMPONENTE	ANO/ FAIXA	UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Matemática	5.º	Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
Matemática	5.º	Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: (BRASIL, 2018).

Portanto, para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é programado ao professor, segundo a BNCC, no 5º ano o conteúdo de razão e proporção, sendo trabalhado apenas as grandezas diretamente proporcionais e atentando-se mais à forma intuitiva de resolução.

Por sua vez no Ensino Fundamental – Anos Finais, a BNCC discursa como ideias fundamentais na área de matemática os conceitos de equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência. Os alunos devem aprender os significados dos objetos matemáticos. Para isso é “importante que seja estabelecida uma relação entre os objetos

matemáticos e o cotidiano dos alunos, outros temas matemáticos, e também outros componentes curriculares”. (BRASIL, 2018a, p. 298).

Em contrapartida é preciso aprender a abstrair o contexto, reconhecendo as relações e significados para aplicá-los em outras situações. Em função disso, a BNCC apresenta em diversas habilidades a elaboração de problemas como meio para incentivar a reflexão e o questionamento sobre pequenas modificações em determinados problemas e suas consequências a partir disso (BRASIL, 2018a, p. 298).

Isso se aplica no conteúdo de razão e proporção quando o professor, ao resolver um problema, questiona o que aconteceria se variasse uma grandeza, mudasse determinado número, ou determinada razão, se e como o resultado seria afetado, entre outros questionamentos válidos para entender a dimensão do que está sendo estudado.

O documento ressalta a importância da História da Matemática como um recurso para despertar o interesse dos alunos e contextualizar a aprendizagem, além de citar outros recursos como ábacos, jogos, malhas quadriculadas, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018a, p. 298).

Ainda, é salientada a importância de começar gradativamente na “compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada” (BRASIL, 2018a, p. 299). Isso é fundamental para entender a origem da matemática e compreender como ocorre seu desenvolvimento ao longo dos anos, a utilização da lógica e os argumentos matemáticos que provam as teorias.

Além disso, no Ensino Fundamental Anos Finais os alunos precisam “estabelecer a variação entre duas grandezas” (BRASIL, 2018a, p. 271), inclusive é esperado que os estudantes tenham domínio sobre as relações entre variável e função, e entre incógnita e equação.

É no sétimo ano que inicia o conteúdo de razão e proporção tendo como objeto de conhecimento as grandezas diretamente e inversamente proporcionais. É nesse ano que também se começa a encontrar as habilidades com relação à elaboração de problemas e à utilização de expressões algébricas para expressar a relação entre as grandezas.

Apenas no oitavo ano aparece como objeto de conhecimento a variação de grandezas diretamente, inversamente proporcionais e até mesmo não proporcionais e nas habilidades encontra-se ainda a representação no plano cartesiano. No nono ano a diferença está na quantidade de grandezas (duas ou mais) como apresenta o Quadro 5.

Quadro 5 - Objeto de conhecimento grandezas e habilidades conforme BNCC – 7.º, 8.º e 9.º ano

Matemática				
COMPONENTE	ANO/ FAIXA	UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Matemática	7.º	Álgebra	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Matemática	8.º	Álgebra	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
Matemática	8.º	Álgebra	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
Matemática	9.º	Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Fonte: Sistematizada pela pesquisadora com base em Brasil 2018a).

Nota-se pelo modo como a BNCC é constituída, com os objetos de conhecimentos e habilidades, divididas em vários anos, que uma característica importante desse documento é demonstrar a importância de retomar e aprofundar conhecimentos ao longo dos anos. O Quadro 5 reflete esse pensamento com o conteúdo de razão e proporção que está organizado de forma a ser estudado durante três anos dos anos finais do Ensino Fundamental.

3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PCN E A BNCC

Comparando os PCN e a BNCC vê-se que ambos os documentos apresentam uma preocupação em desenvolver habilidades e capacidades que serão úteis para a vida dos alunos fora da escola, inclusive. Nos PCN têm-se a preocupação em aprender a aprender, questionar a realidade, formulando e resolvendo problemas, mostrando a relação da matemática não só com o trabalho do matemático, mas com o de outras profissões, e que a matemática é um requisito para adquirir outros conhecimentos científicos e tecnológicos. Por outro lado, a BNCC apresenta a preocupação em formar os alunos para resolver demandas da vida, na condição de cidadão e no mundo do trabalho, para mostrar, como explicita na primeira competência, que a Matemática é uma ciência viva, humana, que contribui para solucionar problemas reais. Diante desses aspectos, observa-se que existe uma grande preocupação em ensinar uma Matemática associada ao cotidiano do aluno, e de maneira que o estudante consiga desenvolver o raciocínio lógico, contribuindo para outros trabalhos em sua trajetória.

O incentivo pelo uso da resolução de problemas como metodologia de ensino em sala de aula aparece em ambos os documentos. Na BNCC encontra-se, ainda, a ideia de elaboração de problemas, abstrair o contexto para reconhecer as relações e criar novos problemas. Isso aparece em diversos momentos, inclusive nas habilidades relacionadas ao conteúdo de razão e proporção. Além disso, ambos os documentos citam a importância da utilização da História da Matemática, dos jogos, e do uso de tecnologias da informação e comunicação para as aulas de Matemática.

Os PCN mostram uma preocupação em diferenciar conceitos e procedimentos, enfatizando a diferença de cada um e mencionando que deveriam ser ensinados de maneiras distintas. A BNCC concorda com isso quando separa o objeto de conhecimento das habilidades. Por exemplo, a variação de grandezas é um objeto de conhecimento, enquanto as

estratégias variadas de resolução, compõem parte das habilidades desse objeto de conhecimento.

Ainda, na BNCC encontram-se incentivos em fazer leituras de textos matemáticos em sala de aula, a fim de compreender as formas de argumentação dos mesmos e desenvolver o senso crítico, o que contribui para a sexta competência, que diz respeito a utilizar diferentes registros e linguagens matemáticas. Esse aspecto também é elencado nos PCN que apresenta comunicar-se matematicamente como um dos objetivos gerais da matemática.

Ao mesmo tempo que relacionar temas de diferentes campos da Matemática entre si e com outras áreas é um objetivo geral dos PCN, relacionar conceitos de diferentes áreas também é uma competência da BNCC. Nos PCN está bem clara a preocupação em fazer com que os alunos percebam as conexões entre o conteúdo de razão e proporção com a resolução de problemas multiplicativos, a porcentagem, a semelhança de figuras, a matemática financeira, assim também com a análise de tabelas, gráficos e funções. Além disso, mostrar os contraexemplos, ou seja, as grandezas não proporcionais, como a função afim e a quadrática, representando tudo em sentença algébrica e no plano cartesiano.

Na BNCC isso foi colocado de maneira mais geral, mas não menos importante. O documento apresenta ideias fundamentais, que estão relacionadas com vários temas da Matemática e também de outras áreas, que devem ser desenvolvidas ao longo dos diversos anos do Ensino Fundamental e devem ser encaradas como objetos matemáticos, sendo que algumas delas são proporcionalidade e interdependência.

Vale destacar que o conteúdo de razão e proporção aparece nos PCN, mas não nas orientações didáticas, ao contrário da BNCC que apresenta com clareza o estudo de razão e proporção desde o quinto ano, de forma inicial, e posteriormente nos demais anos, inclusive com as habilidades correspondentes.

Além do mais, os objetivos para a matemática relativos ao pensamento proporcional que é visto nos PCN condizem com os objetos de conhecimento e as habilidades do oitavo ano na BNCC. A novidade no novo documento é a elaboração de problemas, a abertura para o estudo da relação entre duas ou mais grandezas no nono ano, e a reorganização dos conteúdos, separando o conteúdo de razão e proporção de forma a ser visto durante vários anos, de forma progressiva.

Por fim, os PCN destacam que se deve dar mais atenção aos conteúdos que representam a base da Matemática escolar e incentiva o uso da calculadora na escola. Por sua vez, A BNCC evidencia a importância do entendimento por parte dos alunos das relações entre variável e função, bem como incógnita e equação.

4 SOBRE OS LIVROS DIDÁTICOS

O Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD), assim chamado desde o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, que unificou os programas: Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE), tem por objetivo avaliar, comprar e distribuir obras didáticas, pedagógicas e literárias entre outros materiais, de forma gratuita às escolas públicas de educação básica (BRASIL, 2018).

O programa é reconhecido internacionalmente como um exemplo a ser seguido (SCHUBRING; FAN, 2018), pois o governo federal avalia qualitativamente os livros didáticos e faz a distribuição gratuita para os alunos da rede pública de ensino. As escolas públicas têm autonomia para escolher seus livros didáticos, desde que esses estejam inscritos e aprovados no PNLD. Os livros do PNLD fazem parte do Guia Digital do PNLD, que orienta os professores e a direção das escolas na escolha das coleções. O programa é responsável pela avaliação pedagógica coordenada pelo Ministério da Educação, contando com a participação de Comissões Técnicas Específicas (BRASIL, 2018b).

Os livros inscritos no PNLD passam por uma triagem, primeiramente pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT) para verificar se as obras cumprem as exigências técnicas e físicas do edital. Após, os livros selecionados são encaminhados para a Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), para uma avaliação pedagógica (BRASIL, 2017b).

A distribuição de livros didáticos é feita de forma alternada. Por exemplo, no ano de 2021 será feita a escolha dos livros didáticos do Ensino Médio nas escolas para serem utilizados em 2022 e no ano de 2020 foram escolhidos os livros didáticos do Ensino Fundamental – Anos Finais que estão sendo utilizados no ano corrente.

No Guia Digital PNLD 2020 encontra-se uma resenha sobre a estrutura dos livros que formam cada coleção, seus conteúdos e princípios, além de propostas de atividades e avaliações.

Para proceder a avaliação que culmina na resenha, o PNLD elenca uma série de critérios que buscam garantir a qualidade do material, incluindo o desenvolvimento das competências e habilidades definidas na BNCC. Os critérios dividem-se em eliminatórios comuns e eliminatórios específicos (BRASIL, 2020).

Os critérios eliminatórios comuns, de acordo com o Guia Digital (BRASIL, 2020), se referem a legislação e as normas oficiais relativas à educação³, e aos princípios éticos para construção da cidadania⁴.

Com relação ao ensino e aprendizagem, há critérios eliminatórios que correspondem a coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica. O livro didático precisa ter uma organização que permita a progressão das aprendizagens. Além da correção a atualização de conceitos, informações e procedimentos, inserindo leituras complementares atualizadas, apresentando o conteúdo e as atividades sem contradições, ideias equivocadas ou que induzam ao erro.

Tratando-se da adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico, os critérios eliminatórios avaliam a legibilidade, organização de títulos e subtítulos claramente hierarquizados, entre outros. Qualidade do texto e a adequação temática, propondo atividades que estimulem a reflexão, o uso de tecnologias da informação e comunicação e atividades de campo, por exemplo, e avaliando as regras ortográficas da língua na qual a obra tenha sido escrita.

Além desses, tem-se ainda os critérios eliminatórios específicos das obras disciplinares, como por exemplo, contemplar todos os objetos de conhecimento e habilidades contidas na BNCC e os critérios eliminatórios específicos das obras interdisciplinares, como apresentar relações entre os componentes curriculares. Por fim, tem-se os critérios relativos ao Manual do Professor, analisando se este propicia reflexões sobre a prática docente, oferece suporte para exercícios entre outros. Além disso, há os critérios de Projetos Integradores, que têm por objetivo relacionar os diferentes componentes curriculares.

Por fim, o Guia Digital apresenta um resumo das coleções aprovadas, relatando algumas características gerais das mesmas em termos de estrutura e conteúdo, ainda contém detalhes sobre cada uma das Unidades Temáticas. Destaca pontos fortes e certas fragilidades encontradas em cada tópico, descrevendo a visão geral, a descrição do livro: das seções que o compõe e do Manual do Professor, a análise sobre a linguagem do texto e suas características que abarcam os critérios vistos anteriormente, e a visão sobre como o professor deve utilizá-lo em sala de aula.

³ Como a Constituição Federal de 1988, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei 9.394/1996), Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA (Lei 8.069/1990), entre outros.

⁴ Como representar a diversidade cultural, não haver qualquer tipo de preconceito, promover condutas voltadas para a sustentabilidade do planeta, para a cidadania e o respeito às diferenças.

4.1 ANÁLISES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Para elaborar os critérios de avaliação necessários para realizar as análises de livros didáticos é importante ter clareza sobre as principais características dos livros que serão levadas em consideração. Ainda, é válido ter referências que explorem o campo de análises de livros didáticos, ainda desconhecido. Assim, ao iniciar a pesquisa, em meados de 2020, após a leitura de alguns textos, como por exemplo, Fan, Zhu e Miao (2013) e Schubing e Fan (2018) que realizam uma espécie de “estado da arte” sobre análise de livros didáticos, chegou-se ao trabalho de Carnine, Jitendra e Silbert (1997) que apresenta seis critérios pedagógicos utilizados para analisar seis livros de 5.º grau usados nos Estados Unidos. No trabalho, os autores objetivam analisar como a Matemática é apresentada nesses livros, especificamente no conteúdo de adição e subtração de frações.

Segundo Carnine, Jitendra e Silbert (1997) sabendo que os livros didáticos constituem basicamente um “currículo nacional”, já que são uma das principais referências usadas para ensinar em sala de aula, é preciso reformular os currículos com base nos documentos oficiais e conseqüentemente os livros didáticos de matemática (CARNINE, et al., 1997).

Os autores sugerem que o currículo deve ser orientado por princípios fundamentais, grandes ideias ou ideias fundamentais, que organizam e conduzem o aprendizado dos demais conteúdos. Assim, os alunos podem conectar ideias dentro da área de Matemática e também entre as áreas, conseguindo reconhecer ideias gerais relevantes para várias áreas, não lembrando apenas de conceitos isolados (CARNINE et al., 1997).

Os critérios elaborados por Carnine, Jitendra e Silbert (1997) foram dispostos em forma de perguntas, com a específica explicação de sua pertinência. O quadro 6 ilustra uma síntese dos critérios:

Quadro 6: Critérios elaborados por Carnine, Jitendra e Silbert (1997)

(continua)

	Critério	Explicação
1	A instrução identifica e integra os conceitos e princípios fundamentais?	Sabe-se que quanto mais o conhecimento está vinculado a outros, mais fácil será de acessá-lo posteriormente. Assim, esse critério serve para analisar se está claro quais são os princípios fundamentais de determinado conteúdo e também se esses estão associados a outros princípios e conceitos da Matemática ou de outras áreas.

2	Uma grande ideia é introduzida (ensinada) antes de ser integrada com outro conceito ou princípio?	No ensino de frações, é esperado que o aluno aprenda antes como reescrever uma fração como uma fração com determinado denominador, para só então aprender a adicionar e subtrair frações. É fundamental ensinar conceitos e habilidades necessárias para a generalização.
3	Os novos conceitos e princípios são introduzidos a uma quantidade razoável?	Nesse critério a ideia é verificar se muitos conteúdos novos são apresentados de uma só vez, ou se em todas as aulas tem materiais novos e difíceis, pois, dessa forma, a chance de o aluno não conseguir entender é maior.
4	As demonstrações sugeridas ao professor são claras e inequívocas?	Esse critério foi analisado conforme o que estava escrito nos textos e que eram diretamente para o professor. Ideias de como iniciar um conteúdo novo em sala de aula, por exemplo. Segundo Carnine, Jitendra e Silbert (1997) é preciso que os novos conceitos sejam transmitidos de forma clara e concisa para facilitar a compreensão do aluno, assim como as estratégias para a aplicação desses conceitos. Apesar da clareza não garantir a qualidade, é um fator importante para alcançá-la.
5	As atividades manipulativas são eficientes?	As atividades utilizando materiais manipulativos podem fornecer uma melhor compreensão. Porém, elas devem ser otimizadas para não consumir tempo demais, restringindo o tempo de outros conteúdos. Assim, a eficiência foi avaliada observando o tempo gasto para completar as atividades na aula.
6	São fornecidas práticas e revisões adequadas?	Esse critério é pertinente porque a prática permite que o aluno se torne fluente na aplicação de determinado conhecimento. Depois que o aluno já está resolvendo um tipo de problema com facilidade é importante proporcionar novos problemas que interagem com problemas antigos, relacionado à aprendizagem das aulas. Além disso, a revisão deve ser suficiente, distribuída, cumulativa e variada, sendo assim um meio para os alunos reterem o que aprenderam. Ainda, a revisão

		apropriada pode afetar a qualidade do que foi aprendido, aprimorando a capacidade de resolver problemas integrativos e mais complexos.
--	--	--

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com dados obtidos em (CARNINE et al., 1997).

Os autores mostraram que os critérios acima podem ser usados pelos professores para compor uma prática inclusiva de qualidade. De toda forma, eles podem ser usados para planejar, e avaliar programas básicos em termos de o quê, quando e como ensinar. (CARNINE et al., 1997). Percebe-se que a análise feita pelos autores foi extremamente relevante, já que analisou o conjunto da obra, ou seja, o conteúdo e também os exercícios. Os critérios mencionados pelos autores, assim como o modo como foi feita a análise dos textos, serviram para orientar e compor os critérios que serão utilizados na análise descrita nesta dissertação.

Por ocasião da defesa do projeto de dissertação, foi solicitado que a busca por trabalhos que versam sobre análise de livros didáticos fosse ampliada. Nesse sentido, foi realizada uma pesquisa em repositórios digitais de artigos científicos, a saber, Google Acadêmico e Scielo, a expectativa de encontrar matérias que pudessem subsidiar a análise realizada nesse trabalho. Tal pesquisa foi realizada em meados de julho de 2021 e teve como palavras chave “análise de livros didáticos” e matemática, limitada aos últimos 20 anos.

Nessa investigação, observou-se que existe uma grande quantidade de material produzido sobre o tema, com referenciais teóricos e metodológicos diversos. Por exemplo, Bittar (2017) utiliza a Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para orientar a análise de livros didáticos, ou seja, utiliza-se do estudo das transformações que um saber passa para ser ensinado a alguém. Acredita-se que os desenhos metodológicos apresentados por Bittar (2017) não contemplavam todos os aspectos que procurávamos elencar em nossa pesquisa.

Outro exemplo de pesquisa que realiza a análise de livros didáticos é Evangelista e Guimarães (2013), onde foram analisadas as atividades sobre o conceito de escalar, classificando-as de acordo com alguns critérios. Nesse sentido, essa pesquisa não contemplou as expectativas desta dissertação, pois os critérios elencados pelos autores eram restritos apenas as atividades. Observou-se que a maioria das pesquisas relatadas nos artigos encontrados abordam o enfoque de algum conteúdo matemático em algum momento histórico, como é o caso de Alves (2018) ou devido a alguma reforma curricular (VALENTE, 2018).

Como a busca por artigos em língua portuguesa foi um pouco restrita, ampliou-se a investigação, porém focou-se em uma busca nos anais da Conferência Internacional sobre Pesquisa e Desenvolvimento de Livros Didáticos de Matemática (International Conference on Mathematics Textbook Research and Development). Nesse contexto, destaca-se Memis e Yanik (2019) que realizou um estudo para analisar como os livros didáticos de matemática da Turquia, Cingapura e do Canadá incentivam o uso do raciocínio proporcional. Essa análise foi feita para o nível de Ensino Médio, pois a proporcionalidade envolve muitos tópicos estudados nessa fase de ensino, como trigonometria, semelhanças, velocidade entre outros. Os autores afirmam que a pesquisa em livros didáticos é importante pois esse material pode ser considerado um mediador entre o currículo oficial que deve ser seguido no país e o que de fato é aplicado nas escolas. Para avaliar os livros didáticos os autores apresentaram algumas mudanças de raciocínio proporcional como, por exemplo, a percepção por parte do aluno de duas variáveis. Outras mudanças de raciocínio destacadas são perceber a diferença entre relações multiplicativas e aditivas e criar proporções equivalentes pela relação multiplicativa (MEMIS, YANIK, 2019).

Os livros foram divididos em narrativa, tarefas, exemplos e representações, assim cada parte foi analisada para identificar quantas mudanças de raciocínio eram apresentadas. Os resultados mostram que os livros de Cingapura apresentaram mais fortemente essas transições em relação aos livros de canadenses e turcos. (MEMIS, YANIK, 2019).

Os critérios utilizados para essa análise são mais específicos em relação aos apresentados por Carnine, Jitendra e Silbert (1997), porém são muito interessantes pois analisam as mudanças de pensamento que os alunos precisam ter e como o livro faz essa intermediação.

A análise feita no presente trabalho tem como intuito avaliar como os livros didáticos contribuíram na implementação da BNCC. Nesse sentido, a pesquisa de O’Keeffe (2014) também apresenta um esboço de uma revisão de livros didáticos para entender como esses apoiam a implementação de um novo currículo de matemática na Irlanda, visto que, se o livro não estiver de acordo com os propósitos do novo currículo, há uma grande chance desse currículo não chegar efetivamente à sala de aula. A avaliação feita para analisar os livros didáticos em O’Keeffe (2014) é separada em: estrutura, conteúdo e expectativa, baseada no modelo TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*). A análise sugere que nenhum dos dez livros didáticos analisados atendeu às necessidades do novo currículo, havendo diferenças na estrutura, e incompatibilidades no conteúdo e nas expectativas, havendo ainda omissão de vários conteúdos, assim a pesquisa abordou tais negligências a fim

de que os livros fossem aprimorados. A pesquisa ainda procurou conscientizar os professores sobre as diferenças entre os livros didáticos disponíveis, apresentando a importância da análise de livros didáticos, realizada para garantir uma coerência entre o currículo e o livro didático (O'KEEFFE, 2014).

A partir disso, vê-se a importância de analisar e reformular livros didáticos conforme a necessidade, seja para estarem de acordo com novas leis ou currículos, seja para melhorar a aprendizagem dos alunos, visto que o livro didático relaciona as intenções oficiais com as atividades realmente realizadas em sala de aula (FAN et al., 2013). Desse modo, se o livro for bem adaptado as novas exigências, esse se torna de grande apoio aos professores, caso contrário, o livro pode desencadear uma desmotivação para tal adaptação que recairia apenas sobre os professores.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente capítulo apresenta os percursos utilizados na pesquisa. Inicialmente são explicitadas as classificações da pesquisa em termos metodológicos e em seguida as seções que contém os critérios de avaliação desenvolvidos para serem utilizados na análise e os livros didáticos que serão analisados, justificando a escolha.

Assim, a presente pesquisa classifica-se, quanto ao ponto de vista da sua natureza, como uma pesquisa aplicada, que segundo Gerhardt (2009, p. 17): “Objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdade e interesses locais.”

Quanto à abordagem do problema, classifica-se a pesquisa como qualitativa, pois de acordo com o mesmo autor (Ibid, p. 34), esse método envolve a busca na explicação do “porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (susitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens”.

O intuito da pesquisa é exatamente esse, analisar e fazer comparações qualitativamente, considerando o desenvolvimento do conteúdo, a estrutura, organização, destaques, as sugestões para os professores, as leituras adicionais, os exercícios, enfim, tudo que compõe o capítulo de razão e proporção nos livros a serem analisados, prevalecendo a qualidade dessas informações e não a quantidade.

Considerando os objetivos, a pesquisa é exploratória, já que, segundo Gil (2002, p. 41): “Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torna-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições.”

Isso porque a pesquisa versa a análise de livros didáticos, sendo esse um material de grande apoio para os professores utilizarem em seus planejamentos e em suas aulas. Apesar da grande variedade de referências disponíveis hoje em dia, o livro didático continua ganhando destaque por sua viabilidade e sua qualidade. Qualidade essa que é verificada e garantida pelos órgãos governamentais, porém dentre os livros aprovados nesse sistema, ainda pode-se fazer uma análise com base na formação que o professor de matemática acredita. Desse modo será possível, também, fazer um comparativo entre os livros didáticos anteriores e posteriores a BNCC, porém tendo como foco de análise apenas o conteúdo de razão e proporção.

Ainda, essa pesquisa segue os padrões de uma pesquisa bibliográfica que segundo Gil (2002, p. 44): “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

Como instrumento para a realização da análise dos livros didáticos será utilizado uma lista de critérios elaborados pela própria pesquisadora, com embasamento nos fundamentos teóricos. Os critérios encontram-se na próxima seção.

5.1 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Para analisar os livros didáticos foi preciso elaborar critérios que representassem pontos importantes que devem estar presentes no desenvolvimento do conteúdo. Todos os capítulos anteriores contribuíram para a elaboração dos critérios, em especial os capítulos que se referem aos PCN e à BNCC.

Abaixo são apresentados os critérios que foram elaborados juntamente com sua justificativa e que serão utilizados para a análise.

1 – Como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo?

No conteúdo de razão e proporção duas ideias são fundamentais: proporcionalidade e interdependência. Ter clareza sobre a dimensão dessas ideias que não contemplam apenas o conteúdo de razão e proporção é um meio de facilitar a aprendizagem. A BNCC destaca a importância disso e ainda mostra que essas ideias fundamentais devem ser encaradas como um objeto de conhecimento. Também é importante que a razão seja vista como algo intimamente ligado a comparação, já que razão é uma forma de expressar uma comparação. Esse critério foi inspirado especialmente no primeiro critério de Carnine et al (1997).

2 – Qual o significado dado aos termos “razão” e “proporção”?

É importante que o aluno tenha clareza sobre os conceitos utilizados dentro da matemática. Os PCN já apontavam para a diferença entre razão e fração, por exemplo, assim como a BNCC destaca a importância do esclarecimento das relações entre variável e função e incógnita e equação. Espera-se assim encontrar nos livros didáticos o mesmo significado citado por Ripoll et al (2014).

3 – Como o livro didático integra novos conceitos?

A proporcionalidade está em muitos conteúdos matemáticos como na resolução de problemas multiplicativos, porcentagem, semelhança de figuras, matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Assim, as relações entre os conteúdos matemáticos devem ser evidenciadas, também contraexemplos de grandezas proporcionais como a função quadrática devem ser explorados. Além disso, contextualizar os problemas em outras áreas, é importante para mostrar que a matemática não é uma ciência separada das demais. Ao contrário disso, ela contribui para o desenvolvimento de outras áreas. Esse critério foi inspirado especialmente no segundo critério de Carnine et al (1997).

4 – Como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação?

Tanto no conteúdo como nas atividades propostas, é interessante que apareçam os diferentes tipos de representações matemáticas, pois como Duval (2012, p. 12) menciona: “a existência de muitos registros permite a mudança de um deles e a mudança de registro tem por objetivo permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais potencializada.” No caso de razão e proporção, são esperados: O problema escrito em língua portuguesa, a interpretação escrita matematicamente e a representação no plano cartesiano.

5 – Quais estratégias de resolução são apresentadas?

Utilizar diferentes métodos para resolver um mesmo problema, mostrando quais são as vantagens em usar determinado tipo de resolução ajuda o aluno perceber a matemática com um conjunto, e não apenas fórmulas e conceitos desintegrados. Além disso, é importante diferenciar o conceito do procedimento, a regra de três, por exemplo, não deve ser vista como um objeto de conhecimento e sim como uma técnica de resolução. Também, é interessante investigar como são justificadas as regras utilizadas (se não demonstradas, para o aluno ter uma melhor compreensão, ou se são colocadas apenas como “receitas” a serem seguidas).

6 – Como é o incentivo para a elaboração de problemas?

Os PCN evidenciam o uso da resolução de problemas como metodologia nas aulas de Matemática. Sendo assim, é interessante que os livros didáticos tragam exemplos e incentivem da mesma forma atividades desse tipo, além disso, a BNCC enfatiza a elaboração de problemas em diversas habilidades, como uma forma de aprendizagem.

7 – Como o conteúdo é contextualizado?

Com o intuito de mostrar que a matemática contribui para solucionar problemas reais e também utilizando o tempo em que se ensina um conteúdo matemático para ler e aprender sobre outras áreas, conhecimentos gerais, curiosidades, entre outros, é interessante que o conteúdo e os exercícios propostos sejam contextualizados, simulando situações reais, ou mesmo tratando de informações verídicas.

Os critérios elaborados contemplam pontos específicos presentes nos documentos oficiais. Vale destacar que será levado em consideração o ano de publicação dos livros, para avaliar se contemplam as especificidades de cada documento.

5.2 ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS

A escolha dos livros didáticos a serem analisados nesta pesquisa surgiu a partir da seguinte questão: Qual o livro didático que atinge o maior público de alunos? Pensando nisso, foi realizada uma pesquisa no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação do Ministério da educação (BRASIL, 2017b).

Nele encontra-se uma tabela com o número de escolas e alunos beneficiados com os livros didáticos no ano de 2020 em cada etapa escolar, como também o total de exemplares e o valor de aquisição dos mesmos. Nos anos finais do Ensino Fundamental foram distribuídos um total de 172.571.931 exemplares para 123.342 escolas (BRASIL, 2017b).

No mesmo site encontra-se um *link*⁵ “Valores de aquisição anos finais do Ensino Fundamental”, onde é apresentada uma tabela com o código dos livros, títulos, editora, série a que é destinado, se é livro do aluno ou manual do professor, a quantidade de exemplares, o valor unitário e o valor total gasto com cada título. Por meio dessa tabela, foi selecionado todos os livros de matemática, do 6.º ao 9.º ano em 2020 para encontrar qual coleção foi a mais solicitada.

O Quadro 6 exhibe o resultado da seleção, na qual constam o nome da coleção, a quantidade de livros do aluno adquiridos, a quantidade de livros do professor, juntamente com o valor total gasto nos livros do aluno e com os livros do professor para cada coleção.

⁵ <https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/124-livro-didatico?download=13720:pnlD-2020-anos-finais>

Quadro 7 – Quantitativo de livros adquiridos em 2020

COLEÇÃO	LIVRO DO ALUNO			LIVRO DO PROFESSOR		
	QUANT.	MÉDIA POR LIVRO (R\$)	VALOR TOTAL (R\$)	QUANT.	MÉDIA POR LIVRO (R\$)	VALOR TOTAL (R\$)
A conquista da matemática - Ed. FTD	5.033.531	8,96	45.093.942,42	102.208	18,22	1.862.282,62
Teláris Matemática - Ed. Ática AS	1.025.496	11,82	12.123.199,72	20.181	21,19	427.688,83
Matemática - Bianchini - Ed. Moderna	899.923	10,29	9.260.776,99	19.939	23,45	467.606,09
Araribá Mais - Matemática - Ed. Moderna	620.824	10,35	6.424.552,03	15.371	25,06	385.127,43
Matemática Realidade e Tecnologia - Ed. FTD	520.972	10,78	5.615.080,64	10.398	28,65	297.876,98
Matemática Compreensão e prática - Ed. Moderna	514.953	10,36	5.333.658,16	11.880	25,40	301.784,45
Matemática Essencial - Ed. Scipione AS	507.969	12,21	6.203.939,84	11.480	25,53	293.041,16
Apoema - Matemática - Editora do Brasil AS	345.904	11,11	3.842.747,02	6.855	32,29	221.342,08
Geração Alpha Matemática - Edições SM LTDA	223.150	12,80	2.855.392,31	5.387	33,53	180.625,07
Trilhas da Matemática - Ed. Saraiva	218.718	13,25	2.898.602,12	5.568	35,37	196.920,76
Convergências Matemáticas - Edições SM LTDA	192.738	13,09	2.522.112,41	3.879	42,30	164.095,26
TOTAL	10.104.178		102.174.004	213.146		4.798.390,73

Fonte: FNDE - Sistematizado pela pesquisadora

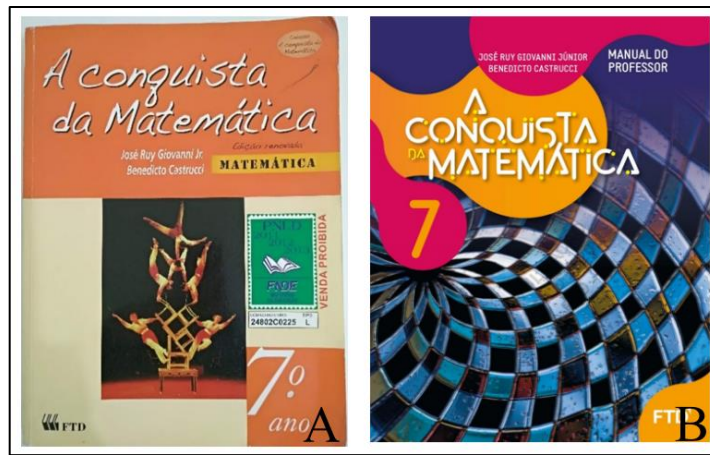
Conforme o Quadro 6, das 11 coleções aprovadas no PNLD a coleção que teve maior aquisição foi a “A conquista da Matemática” da Editora FTD, com 5.033.531 exemplares de livros do aluno distribuídos. A segunda coleção com maior número de compra de exemplares foi a “Teláris Matemática” da editora Ática com 1.025.496 exemplares comprados. Sendo assim, essas são as coleções que são analisadas nesta pesquisa.

Os livros analisados são de sétimo ano, visto que é o ano em que a BNCC indica que se deve iniciar o conteúdo de razão e proporção, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre as grandezas. Para cada coleção analisa-se o livro na última edição, denominado de livro atual e uma edição anterior a BNCC, que denominamos livro antigo. Ou

seja, foram analisados um total de quatro livros de sétimo ano de duas coleções distintas, ambas aprovadas pelo PNLD e com maior número de solicitações pelas escolas.

Quanto ao material didático denominado “A conquista da Matemática” da Editora FTD, o livro antigo (figura 5- A) foi lançado em 2009 e foi aprovado no PNLD de 2011. Observamos que não encontramos informações sobre a aprovação pelo PNLD, dessa coleção, até o ano de 2020, em que o livro atual que foi editado em 2018 (figura 5 – B), foi aprovado.

Figura 5: A- Livro antigo A. (2009); B- Livro atual A (2018)



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009 e JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018)

Quanto à coleção Teláris Matemática o livro antigo (Figura 6 – C) foi aprovado no PNLD de 2017, o livro novo (Figura 06- D) no PNLD de 2020. Assim, foram escolhidos os livros editados em 2015 e 2018.

Figura 6: C- Livro antigo Teláris (2015); D – Livro atual Teláris (2018)



Fonte: (DANTE, 2015 e DANTE, 2018)

O próximo capítulo apresenta a análise dos quatro livros didáticos escolhidos, primeiramente expondo como está a organização dos capítulos analisados, seguindo com a análise de cada critério. A fim de proporcionar uma melhor compreensão do conteúdo analisado foram colocadas diversas imagens dos livros, como também explicitados alguns detalhes de organização das explicações contidas nos materiais analisados.

6. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Para facilitar a organização do capítulo e realizar a comparação entre as coleções anteriores e posteriores à BNCC, as seções seguem organizadas da seguinte forma: primeiramente a coleção A Conquista da Matemática (livro antigo, livro atual), em seguida a coleção Teláris (livro antigo, livro atual).

A análise será baseada nos critérios de avaliação elencados no capítulo 5.1. Nesse sentido, subdividimos as seções em sete partes (critérios) para facilitar a compreensão do que está sendo analisado.

6.1 COLEÇÃO: A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Os livros utilizados nesta seção são da coleção A Conquista da Matemática, de 7.º ano, escrito por José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. Conforme indicado na seção anterior, analisamos o livro antigo (JÚNIOR e CASTRUCCI, 2009) que denominamos livro A e o livro atual (JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018) que denominamos livro B.

O livro A dispõe de dois capítulos para o conteúdo de razão e proporção, conforme ilustra o Quadro 8:

Quadro 8: Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro A

(continua)		
Capítulo	Seções	Quantidade de páginas
Razões e Proporções	Introdução	2
	Razão	6
	Algumas razões especiais	12
	Proporção	2
	Propriedade fundamental das proporções	5
	Outras propriedades das proporções	6
	“Tratando a informação” e “Retomando o que aprendeu” (seção de atividades)	4
Grandezas Proporcionais	Introdução	2
	Números direta e inversamente proporcionais	12

	Regra de três simples	5
	Regra de três composta	3
	“Tratando a informação” e “Retomando o que aprendeu” (seção de atividades)	3

Fonte: Sistematizado pela pesquisadora.

Observamos que os dois capítulos que dizem respeito ao conteúdo a ser analisado, totalizam 62 páginas que corresponde a pouco mais de 21% do livro. Na sequência, cada subseção apresenta a análise feita a partir de cada critério.

6.1.1. Primeiro critério: como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo nos livros A e B.

Análise do primeiro critério - Livro A

Apesar de o nome do capítulo ser “Razões e proporções”, o livro divide-se em uma primeira parte onde versa apenas sobre razões, e uma segunda parte em que aborda apenas proporções. Ou seja, a proporcionalidade não é apresentada como uma ideia fundamental para este e outros conteúdos.

A palavra grandeza aparece na primeira seção que versa sobre razões, mais precisamente em uma definição de razão entre duas grandezas, como ilustra a figura 7. Porém, o livro não menciona nesta seção o que significa grandezas, nem explora a relação de dependência entre grandezas.

Figura 7 – Definição de razão entre duas grandezas livro A

A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas, sempre tomadas na mesma unidade.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 235)

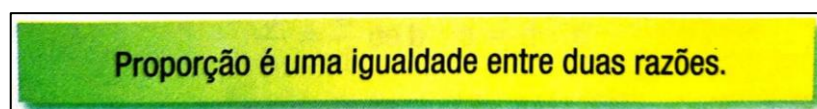
A seção que versa sobre razões apresenta exemplos de razões, tais como: velocidade média, escala, densidade de um corpo e densidade demográfica. Porém, não menciona que são exemplos de dependência de grandezas e de grandezas proporcionais. Somente é citado

(exceto no exemplo que aborda velocidade média) que o que está sendo exemplificado é uma razão entre duas grandezas, sem mencionar quais são as grandezas envolvidas e qual a relação entre elas. É provável que não haja menção sobre a proporcionalidade envolvida nos exemplos porque a seção que versa sobre proporções é a seguinte, e isso não contribui para que o aluno tenha uma noção clara que proporcionalidade e interdependências são ideias fundamentais. Ainda, o autor apresenta a definição de razão expondo apenas a razão entre duas grandezas de mesma espécie, porém o exemplo que se segue é de velocidade média, onde há uma razão de grandezas de espécies distintas, sendo assim o autor está sendo incoerente. A definição de razão deve ir além, pois abrange grandezas de espécies diferentes, como a própria velocidade média, assim, pode-se dizer que essa definição de razão está inconsistente.

Observa-se que os autores optaram por não abordar o tema de proporcionalidade desde o início do capítulo, pois dessa maneira, o conteúdo de razão ficaria mais completo. Por exemplo, nas situações envolvendo velocidade média em que foram mencionadas apenas as razões envolvidas, os autores poderiam ter abordado de maneira mais clara quais as grandezas envolvidas (distância e tempo), mencionando também que as grandezas, nesse caso, são inversamente proporcionais, pois para uma mesma distância, se a velocidade é maior, o tempo é menor, da mesma forma, quanto menor a velocidade mais tempo levará para percorrer determinada distância. Deve-se enfatizar que a proporcionalidade envolvida é fundamental para o entendimento da situação, pois o livro apenas apresenta que velocidade média é “a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto para percorrê-la” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 239) e apresenta um exemplo, não mencionando grandezas e nem proporcionalidade.

A próxima seção, denominada Proporções, não menciona grandezas. Essa parte do livro se restringe à definição de proporção (figura 8) e apresenta as propriedades relativas a esse conceito.

Figura 8: Definição de proporção livro A



Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p.251)

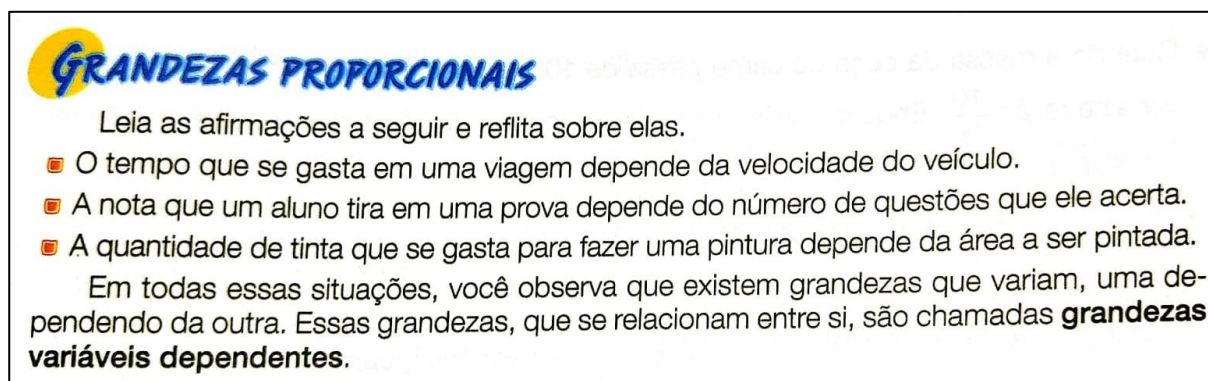
A primeira parte do capítulo Grandezas Proporcionais apresenta os conceitos de números direta e inversamente proporcionais, não mencionando a dependência de grandezas, apenas abordando a ideia de proporcionalidade. Vale destacar que números direta e inversamente proporcionais não são mencionados nos PCN.

A segunda parte do capítulo apresenta as definições de grandezas direta e inversamente proporcionais sem muita ênfase, o assunto é tratado da mesma maneira que o conteúdo de números proporcionais. Considerando que o assunto em questão é apresentado na antepenúltima seção, anterior apenas à seção de regra de três simples e composta, cabe destacar que o livro não apresenta proporcionalidade e principalmente a dependência de grandezas como ideias fundamentais dos capítulos.

Salientamos que o conteúdo de grandezas proporcionais aparece como um tópico dentro da seção “Números direta e inversamente proporcionais”, não sendo considerado como algo fundamental.

O conteúdo de grandezas proporcionais inicia com algumas frases como ilustra a figura 9, exemplificando grandezas que variam e dependem uma da outra.

Figura 9: Introdução de grandezas proporcionais



GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Leia as afirmações a seguir e reflita sobre elas.

- ▣ O tempo que se gasta em uma viagem depende da velocidade do veículo.
- ▣ A nota que um aluno tira em uma prova depende do número de questões que ele acerta.
- ▣ A quantidade de tinta que se gasta para fazer uma pintura depende da área a ser pintada.

Em todas essas situações, você observa que existem grandezas que variam, uma dependendo da outra. Essas grandezas, que se relacionam entre si, são chamadas **grandezas variáveis dependentes**.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 277)

Porém, essa ênfase é dada de forma rápida, sem nenhum comentário ou exploração para cada frase e sem questionamentos para que o aluno possa refletir sobre cada caso. Por exemplo, para a primeira afirmação que envolve tempo de viagem e velocidade do veículo, é possível fazer questionamentos para os alunos sobre viagens que eles fizeram e até mesmo fazer uma pesquisa sobre o tempo de viagem para ir em determinados lugares ou cidades, para que os alunos pudessem verificar que essa variação de grandezas realmente acontece.

O significado de grandezas diretamente proporcionais é enunciado a partir de uma situação contextualizada em um frigorífico (figura 10).

Figura 10: Situação contextualizada em um frigorífico

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos a seguinte situação:
Em um frigorífico, as peças de carne são penduradas a uma mola, que é presa ao teto por uma das extremidades. Dependendo da massa de carne pendurada, o comprimento da mola se modifica. Acompanhe na tabela a seguir.

COMPRIMENTOS DA MOLA

Massa da peça de carne (em kg)	Comprimento da mola (em cm)
10	50
20	100
30	150

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se a massa da peça duplica, o comprimento da mola também duplica;
- se a massa da peça triplica, o comprimento da mola também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (a massa da peça de carne e o comprimento da mola) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 277)

Percebe-se que a introdução ao conceito ocorre sem questionamentos, apenas com afirmações sobre uma tabela que foi dada, no qual é mencionado que as grandezas ali envolvidas são chamadas de grandezas diretamente proporcionais, e logo segue a definição: “Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica e assim por diante” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 277).

Na sequência, são apresentados dois exemplos ilustrando que a razão que determina a variação de uma mesma grandeza é igual a razão que determina a variação correspondente da outra grandeza. Após os exemplos, é colocada outra definição: “Quando duas grandezas variam sempre na mesma razão, dizemos que essas grandezas são **diretamente proporcionais**” (Ibid, p. 278).

O tópico sobre grandezas inversamente proporcionais inicia com uma situação em que uma escola deve distribuir livros para os ganhadores de uma gincana (figura 11).

Figura 11: Situação contextualizada em uma distribuição de livros

Vamos colocar esses dados na tabela seguinte:

DISTRIBUIÇÃO DOS LIVROS	
Número de alunos vencedores	Número de livros distribuídos a cada aluno
2	24
4	12
6	8

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o número de alunos vencedores duplica, o número de livros distribuídos cai para a metade;
- se o número de vencedores triplica, o número de livros distribuídos cai para a terça parte.

As duas grandezas aqui envolvidas (a quantidade de vencedores e a quantidade de livros que serão distribuídos a cada aluno) são chamadas **grandezas inversamente proporcionais**.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 279)

Observa-se que a introdução a esse tópico é feita da mesma forma que foi apresentada as grandezas diretamente proporcionais. Após a ilustração da situação, foi colocada a definição: “Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra se reduz pela metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte e assim por diante” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 279).

Em seguida são apresentados dois exemplos da mesma situação que as razões determinadas pela mesma grandeza são inversas às razões determinadas pela outra grandeza. E, segue outra definição: “Quando duas grandezas variam uma na razão inversa da outra, dizemos que essas grandezas são inversamente proporcionais” (Ibid, p. 279).

A explicação termina com um exemplo que mostra que o tempo de viagem é inversamente proporcional à velocidade do veículo, de forma simples e sem questionamentos.

Nesse sentido, observa-se que os autores definem os conceitos a partir de exemplos, e essa prática metodológica, que é comum, concebe o aluno como ser passivo, que deve armazenar informações. Seria interessante que os alunos, por exemplo, formassem dois grupos e escrevessem a sua própria definição de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, havendo uma discussão posteriormente sobre o melhor jeito de se definir tal conceito.

O capítulo segue com as seções denominadas regra de três simples e regra de três composta. Apenas nessas seções que contêm quatro exemplos, é apresentado quais grandezas estão relacionadas, deixando explícito quais números representam quais grandezas e explicando com mais detalhes como chegar à conclusão de que as grandezas envolvidas são direta ou inversamente proporcionais. A figura 12 ilustra um dos exemplos apresentados.

Figura 12: Exemplo de grandezas inversamente proporcionais

2 Em um treino de Fórmula 1, um piloto fez o percurso em 18 segundos, com uma velocidade média de 200 km/h. Se a velocidade média fosse de 240 km/h, qual seria o tempo gasto no percurso?


Vamos representar por x o tempo procurado.
 Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (200 km/h e 240 km/h) com dois valores da grandeza tempo (18s e x s).
 Queremos determinar um desses valores, sendo que já conhecemos os outros três.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 283)

Depois, os autores apresentam uma tabela com esses mesmos valores (velocidade e tempo), o que poderá auxiliar na compreensão, pois os autores proporcionam outro tipo de representação semiótica, que como cita Duval (2012), deve ajudar no desenvolvimento de outras representações mentais, facilitando a aprendizagem. Na sequência, os autores explicam a resolução dada no exemplo, como ilustra a figura 13.

Figura 13: Continuação do exemplo de grandezas inversamente proporcionais

TEMPO GASTO PARA FAZER O PERCURSO	
Velocidade	Tempo
200 km/h	18s
240 km/h	x



O cronômetro é um instrumento de precisão que pode medir intervalos de tempo de décimo de segundos ou menos.

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade, e assim por diante. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e x .

Daí, temos:

$$\frac{200}{240} = \frac{x}{18}$$

razão inversa

$$200 \cdot 18 = 240 \cdot x$$

$$3600 = 240x$$

$$240x = 3600$$

$$x = \frac{3600}{240}$$

$$x = 15$$

O tempo gasto no percurso seria 15 segundos.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 283)

Em seguida, são realizados os cálculos (procedimentos algébricos), para determinar o valor de x . Ou seja, apenas nas duas últimas seções a explicação sobre a relação de grandezas e a proporcionalidade envolvida, se torna mais clara. Observa-se que ao elaborar esse critério, levou-se em consideração que no conteúdo de razão e proporção duas ideias são fundamentais: proporcionalidade e interdependência. Nos capítulos analisados no livro A, em

nenhum momento fica claro que essas ideias não contemplam apenas o conteúdo explorado. Sendo assim, conclui-se que não são destacadas, no livro A, as ideias fundamentais do conteúdo de razão e proporção. Para que certa ideia ganhe destaque é preciso que ela esteja o mais presente possível nos exemplos e sendo mencionada nos comentários sempre que houver oportunidade.

Análise do primeiro critério - Livro B

O livro B dispõe de uma unidade para o conteúdo de razão e proporção que se subdivide em capítulos como apresenta o quadro 9:

Quadro 9 - Denominação da unidade e capítulos sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro B

Unidade	Capítulos	Quantidade de páginas
Grandezas proporcionais	Razão (razões escritas na forma decimal e razões escritas na forma percentual)	10
	Proporção (propriedade fundamental, números diretamente proporcionais, números inversamente proporcionais, grandezas diretamente proporcionais, grandezas inversamente proporcionais)	14
	Regra de três (regra de três simples, regra de três composta)	10

Fonte: Sistematizado pela pesquisadora.

Essa unidade totaliza 36 páginas, que corresponde a pouco mais de 13% do livro.

Inicialmente, analisando a organização da unidade, vale ressaltar que o livro A denominava o capítulo sobre o assunto analisado como “Razões e proporções”, diferentemente do livro B, que organizou uma unidade intitulada “Grandezas proporcionais”. Essa nova denominação parece reforçar a ideia fundamental, que os conteúdos envolvem interdependência de grandezas e proporcionalidade.

O primeiro capítulo da unidade de Grandezas Proporcionais versa apenas sobre o tema razões. Nele, são usados os mesmos exemplos do livro A para explicar o significado de razão e são mantidas as mesmas definições de razão. Comparando com o apresentado no livro A, observamos que a seção denominada “Algumas razões especiais” foi retirada. No livro B são apresentadas apenas: razões escritas na forma decimal e na forma percentual. Porém, o que é

exposto nessas seções não faz referência a dependência de grandezas nem a proporcionalidade.

O segundo capítulo denominado proporção apresenta um número menor de exemplos se comparado ao Livro A, e os apresentados são os mesmos do livro antigo. Observa-se que como ocorre no livro A, não fazem menção à dependência de grandezas, nem mesmo destacam ideia de proporcionalidade.

Ainda no capítulo de proporção, os autores fazem uma introdução aos tópicos: números diretamente proporcionais e números inversamente proporcionais. Assim como no capítulo anterior, houve uma redução no número de exemplos sobre esse conteúdo, quando comparados ao livro A. Porém, percebe-se que todos os exemplos utilizados são iguais aos apresentados no livro A. Observa-se que o conteúdo de “Números direta e inversamente proporcionais” não consta como um objeto de conhecimento na BNCC, portanto o autor não adequou-se à BNCC.

O tópico grandezas diretamente proporcionais aparece novamente inserido no capítulo de proporção. O conteúdo inicia com um exemplo (diferente do livro A), como ilustra a figura 14. Porém, observou-se a mesma estrutura, ou seja, após o exemplo são apresentadas as duas definições, e é citado outro exemplo (o mesmo do livro A) relativo a grandezas diretamente proporcionais.

Figura 14: Comparação entre os livros A e B

Grandezas diretamente proporcionais

Considere a seguinte situação:
Jaime trabalha organizando churrascos e a quantidade de carne, em quilogramas, que ele compra varia de acordo com a quantidade de convidados. Acompanhe na tabela a seguir.

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o número de convidados duplica, a quantidade de carne também duplica;
- se o número de convidados triplica, a quantidade de carne também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (o número de convidados e a quantidade de carne) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Quantidade de carne	
Número de convidados	Carne comprada (em kg)
50	10
100	20
150	30

Fonte: Dados fictícios.

Dois grandezas são **diretamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, e assim por diante.

Vejamos o que ocorre com os números da situação anterior, que expressam **duas grandezas diretamente proporcionais**:

• Quando o número de convidados passa de 50 para 100, dizemos que varia na razão $\frac{50}{100}$.

Enquanto isso, a quantidade de carne comprada passa de 10 kg para 20 kg e varia na razão $\frac{10}{20}$.

Você vai notar que as duas razões são iguais:

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2} \quad \left| \quad \frac{50}{100} = \frac{10}{20} \right.$$

• Quando o número de convidados passa de 50 para 150, dizemos que varia na razão $\frac{50}{150}$.

Enquanto isso, a quantidade de carne comprada passa de 10 kg para 30 kg e varia na razão $\frac{10}{30}$.

Você vai notar que essas duas razões também são iguais:

$$\frac{50}{150} = \frac{1}{3} \quad \left| \quad \frac{50}{150} = \frac{10}{30} \right.$$

Quando duas grandezas variam sempre na mesma razão, dizemos que essas grandezas são **diretamente proporcionais**.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos a seguinte situação:
Em um frigorífico, as peças de carne são penduradas a uma mola, que é presa ao teto por uma das extremidades. Dependendo da massa de carne pendurada, o comprimento da mola se modifica. Acompanhe na tabela a seguir.

COMPRIMENTOS DA MOLA	
Massa da peça de carne (em kg)	Comprimento da mola (em cm)
10	50
20	100
30	150

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se a massa da peça duplica, o comprimento da mola também duplica;
- se a massa da peça triplica, o comprimento da mola também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (a massa da peça de carne e o comprimento da mola) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Dois grandezas são **diretamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica e assim por diante.

Vejamos o que ocorre com os números da situação anterior que expressam **duas grandezas diretamente proporcionais**:

- Quando a massa da peça de carne passa de 10 kg para 20 kg, dizemos que a massa varia na razão $\frac{10}{20}$. Enquanto isso, o comprimento da mola passa de 50 cm para 100 cm, ou seja, o comprimento varia na razão $\frac{50}{100}$.

Você vai notar que as duas razões são iguais, ou seja:

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \left| \quad \frac{10}{20} = \frac{50}{100} \right. \text{ e } \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Os conceitos relativos a grandezas inversamente proporcionais são apresentados na mesma estrutura do livro A. Ou seja, os autores apresentam um exemplo sobre o conteúdo (o mesmo de distribuição de livros – figura 11). Nesse caso, apresentam mais um exemplo, que se refere ao tempo gasto para encher um tanque de água (figura 15).

Figura 15: Exemplo envolvendo um tanque de água

Outra situação que envolve grandezas inversamente proporcionais é, por exemplo, o tempo que se leva para encher um tanque, que é inversamente proporcional à vazão da água na torneira: dobrando-se a vazão da água, o tempo gasto para encher o tanque diminui pela metade.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 222)

O capítulo sobre regra de três não explica essa técnica com tantos detalhes como o livro A o fez ao explicar quais grandezas estão envolvidas, como se relacionam e quais números representam essas grandezas. A figura 16 ilustra o mesmo exemplo que consta no livro A (figura 12).

Figura 16: Exemplo envolvendo um treino de automobilismo.

2 Em um treino de automobilismo, um piloto fez parte do percurso em 18 segundos, registrados pelo cronômetro, com uma velocidade média de 200 km/h. Se a velocidade média fosse de 240 km/h, qual seria o tempo gasto nessa parte do percurso? Vamos representar por x o tempo procurado. Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto no percurso cairá pela metade, e assim por diante. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e x .

Fonte: Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 225)

Em seguida é apresentada uma tabela com as informações do problema e os cálculos para determinar o valor de x . A resolução do exemplo é muito semelhante à resolução realizada no livro A. Observa-se, porém, que o livro antigo traz uma explicação mais detalhada, o que facilita a compreensão sobre as grandezas envolvidas.

Sendo assim, apenas no tópico sobre regra de três composta o livro B apresenta uma explicação mais clara sobre as grandezas, quando fixa uma grandeza e relaciona as outras duas. Porém, isso apenas é feito para explicar o passo a passo da técnica e não com o intuito de elucidar essas relações para o aluno, pois se a preocupação fosse o entendimento das grandezas, essas explicações deveriam estar no decorrer de todo o capítulo e não somente na última seção.

Também, observa-se uma quantidade expressivamente menor de atividades no capítulo de regra de três simples (de 21 para 5), todas iguais ao livro A, porém a maior parte alterando os valores.

Concluí-se que, da mesma forma que o livro A, o livro B não deixa claro quais são as ideias fundamentais do conteúdo de razão e proporção, também não as apresenta como objetos de conhecimento, em contrapartida com o que a BNCC solicita.

6.1.2 Segundo critério: qual o significado dado ao termo razão e proporção nos livros A e B

Análise do segundo critério - Livro A

É relevante mencionar que ao iniciar o capítulo de razões e proporções são apresentadas algumas curiosidades: primeiramente é feito um questionamento sobre qual a melhor maneira de comparar dois números. Essa pergunta é imediatamente respondida como sendo a divisão de um pelo outro. Sem muitas explicações, mas razoável no sentido de introduzir a ideia de razão e sua relação com comparação. Porém nem sempre a razão é a melhor maneira, dependendo da situação outras formas de comparação são usadas para se ter uma melhor compreensão, por exemplo, se comparamos a idade de duas pessoas não faremos isso utilizando a razão entre as idades.

Na sequência, os autores fazem uma próxima pergunta sobre o significado de razão, também respondida com da seguinte maneira:

A palavra razão vem do latim *ratione* e é a faculdade que o ser humano tem de avaliar, julgar, ponderar ideias, estabelecer relações lógicas, conhecer, compreender, raciocinar. Essas habilidades têm tudo a ver com a matemática, não é mesmo? Aproveite e procure no dicionário o que quer dizer: Razoável, arrazoar, raciocinar.” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 231, grifo dos autores).

A frase termina e logo inicia uma curiosidade (figura 17).

Figura 17: Curiosidade

Um belo índice de aproveitamento!

O alemão Michael Schumacher é o piloto com maior número de pódios. Entre 1991 e 2006 foram 154 subidas ao pódio, em um total de 249 Grandes Prêmios. Nesse período, seu índice de aproveitamento foi 64,6%.

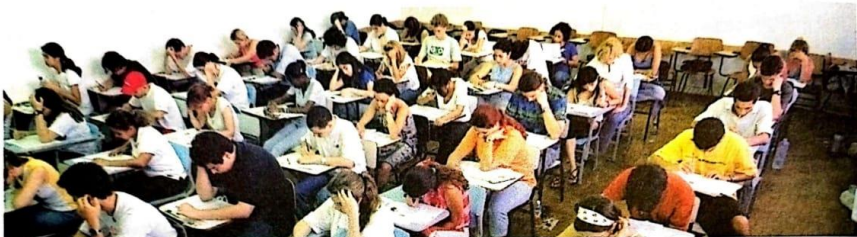
Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 231)

Observa-se que não é feita menção ao significado matemático de razão, nem à relação entre razão e índice de aproveitamento. Afinal, existe um significado para razão em matemática diferente dos demais citados, conforme Ripoll et al (2014) como exposto na seção 2.2 desse trabalho. Seria razoável, ao menos, instigar a curiosidade dos alunos ao dizer que no capítulo do livro será abordado mais um significado para essa palavra, ou algo nesse sentido.

A seção denominada razão inicia-se com dois exemplos contextualizados⁶, um deles está ilustrado na figura 18:

Figura 18: Exemplo concurso

2 Em um concurso, 240 candidatos disputam 80 vagas.



Vamos comparar esses dois números.

- ▣ Dividindo o número de candidatos pelo número de vagas:

$$240 : 80 = \frac{240}{80} = \frac{3}{1} \rightarrow$$
 Dizemos que há 3 candidatos para cada vaga ou que a razão entre o número de candidatos e o número de vagas é de 3 para 1.
- ou
- ▣ Dividindo o número de vagas pelo número de candidatos:

$$80 : 240 = \frac{80}{240} = \frac{1}{3} \rightarrow$$
 Dizemos que para cada vaga há 3 candidatos ou que a razão entre o número de vagas e o número de candidatos é de 1 para 3.

Quando comparamos dois números, usando uma divisão, como na situação acima, o resultado obtido chama-se **razão** entre esses dois números.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 234)

⁶ Consideramos aqui o contexto da semirrealidade, conforme define Skovsmose (2000, p. 7) “não se trata de uma realidade ‘de fato’ observada, mas de uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática”.

Observa-se que o livro A, desde o início do capítulo, mostra a relação existente entre a razão e a comparação, mesmo que de forma rápida. Percebe-se que os autores perdem a oportunidade de explicitar que tipos de razões são possíveis de usar em determinados momentos e o porquê das diferenças. Além disso, os autores remetem razão a fração na maioria dos casos, apesar de não ser apropriado o uso demasiado da fração para representar uma razão, dado que de acordo com Ripoll et al (2014, p. 8) “razão não é sinônimo de fração”. No caso do exemplo anterior, compara-se o total de candidatos com o total de vagas em um concurso. Nesse caso, não era necessário associar essa razão a uma fração, já que não está envolvendo nenhum tipo de medida.

Também, não é mencionado que a razão nem sempre traz a informação da quantidade total em uma situação, nesse sentido não foram explorados exemplos distintos que revelassem a diferença das comparações entre as partes e comparações entre as partes e o todo. Por exemplo, em uma receita de bolo, a razão entre os ingredientes será a mesma independentemente da quantidade de bolos que se queira fazer, as razões não trazem a informação da quantidade total, são razões entre as partes.

A última frase da figura anterior, que a razão é a comparação entre dois números, representa, em parte, o que se esperava. O que se pretendia encontrar era a razão sendo uma comparação entre grandezas, porém nessa primeira parte da seção os autores não abordam o termo ‘grandezas’.

Na sequência é apresentada a primeira definição, como ilustra a figura 19.

Figura 19: Primeira definição de razão apresentada no livro A

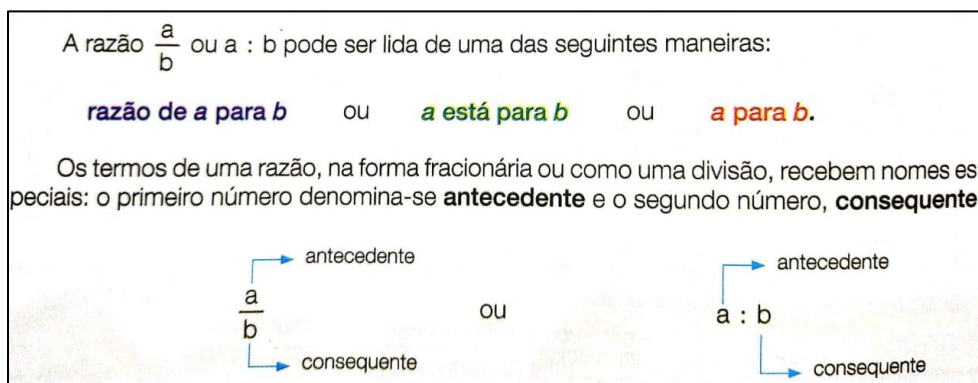
Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se **razão entre a e b** ou **razão de a para b** o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 234)

Da definição deduz-se que razão é um número (resultado de uma divisão), porém razão tem um significado além de um quociente, essa definição está inconsistente. Logo após são apresentadas maneiras distintas de ler uma razão (figura 20). Observa-se que os autores prendem-se a detalhes como a apresentação da nomenclatura que os números envolvidos nas

razões recebem. Porém, isso não contribui para o entendimento geral de razão, ainda acaba dificultando a dissociação entre razão e fração que deveria ser almejada, pois o aluno deve entender que ler uma fração ($\frac{2}{3}$ por exemplo) não é o mesmo que ler “dois para três”, situações diferentes necessitam de interpretações diferentes para a mesma representação, mas isso deve ser bem explicado.

Figura 20: Como uma razão pode ser lida



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 234)

Em seguida são apresentados outros dois exemplos, seguidos da seguinte definição ilustrada na figura 21.

Figura 21: Segunda definição de razão apresentada no livro A

A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas, sempre tomadas na mesma unidade.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 235)

A seção “Representando uma razão na forma percentual” antecede o subcapítulo de proporções. Nessa seção é apresentado como determinar o valor percentual que uma razão representa, igualando a razão a uma outra razão equivalente, mas com o consequente igual a 100. Porém, não é mencionado que essa igualdade de razões forma justamente uma proporção.

A seção que trata de proporções inicia-se com uma atividade onde um posto de gasolina oferece desconto de R\$ 1,00 para cada 10 litros de gasolina (figura 22).

Figura 22: Exemplo envolvendo proporções

Explorando

Um posto de combustível oferece um desconto de R\$ 1,00 para cada 10 litros completos de gasolina.

a) Faça, no caderno, uma tabela relacionando o desconto para cada 10 litros até alcançar 100 litros.

Litros	Desconto (em R\$)
10	1
20	2
30	3
...	...

b) De quanto será o desconto para:

- 40 litros?
- 60 litros?
- 90 litros?

c) Um desconto de R\$ 10,00 corresponde a quantos litros de gasolina?

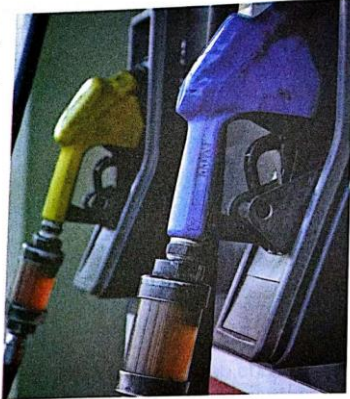
d) Para 420 litros de gasolina, de quanto será o desconto?

e) Escreva todas as razões que podem ser estabelecidas a partir da tabela, ou seja:

- desconto de 1 real para 10 litros $\rightarrow \frac{1}{10}$
- desconto de 2 reais para 20 litros $\rightarrow \frac{2}{20}$
- desconto de 3 reais para 30 litros $\rightarrow \frac{3}{30}$

E assim por diante.

f) Comparando as 10 razões obtidas, a que conclusão você pode chegar?



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 251)

Em seguida é apresentada a definição de proporção, como ilustra a figura 23

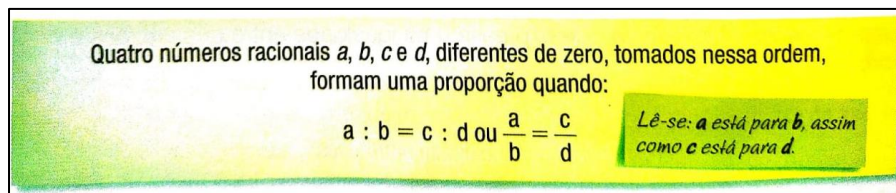
Figura 23: Primeira definição de proporção apresentada no livro A

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 251)

São colocadas duas situações para ilustrar a proporção envolvida. Porém, o conceito de proporção ou proporcionalidade vai além da comparação entre duas razões. Basta que se tenha uma razão num problema envolvendo proporcionalidade para que se apresente uma proporção entre grandezas. Isso não foi desenvolvido durante as explicações sobre o conceito de proporção no livro em questão.

Figura 24: Caracterização de proporção apresentada no livro A



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 252)

O livro segue apresentando algumas propriedades sobre proporções como “o produto dos extremos é igual ao produto dos meios”, mas nenhuma é demonstrada.

Desse modo, verifica-se que não é apresentada uma relação entre proporção e comparação nas definições dadas, sendo essas apenas relacionadas com as razões envolvidas. Porém, ao se estudar proporcionalidade, tem-se inevitavelmente uma comparação entre informações.

Análise do segundo critério - Livro B

A seção denominada razão inicia com os mesmos exemplos apresentados no livro A e segue com a frase: “Nas duas situações apresentadas, comparamos dois números usando uma divisão. O quociente obtido é a razão entre esses dois números, tomados na ordem considerada.” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.203). Seguindo com a definição do livro antigo (figura 19), “Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ ” e o modo como podem ser lidas (figura 20), “razão de a para b ou a está para b ou a para b ”.

Na sequência são apresentadas nomenclaturas (assim como no livro A) e após alguns exemplos, é exibida a segunda definição (idêntica a ilustrada na figura 21) “A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas, sempre tomadas na mesma unidade”.

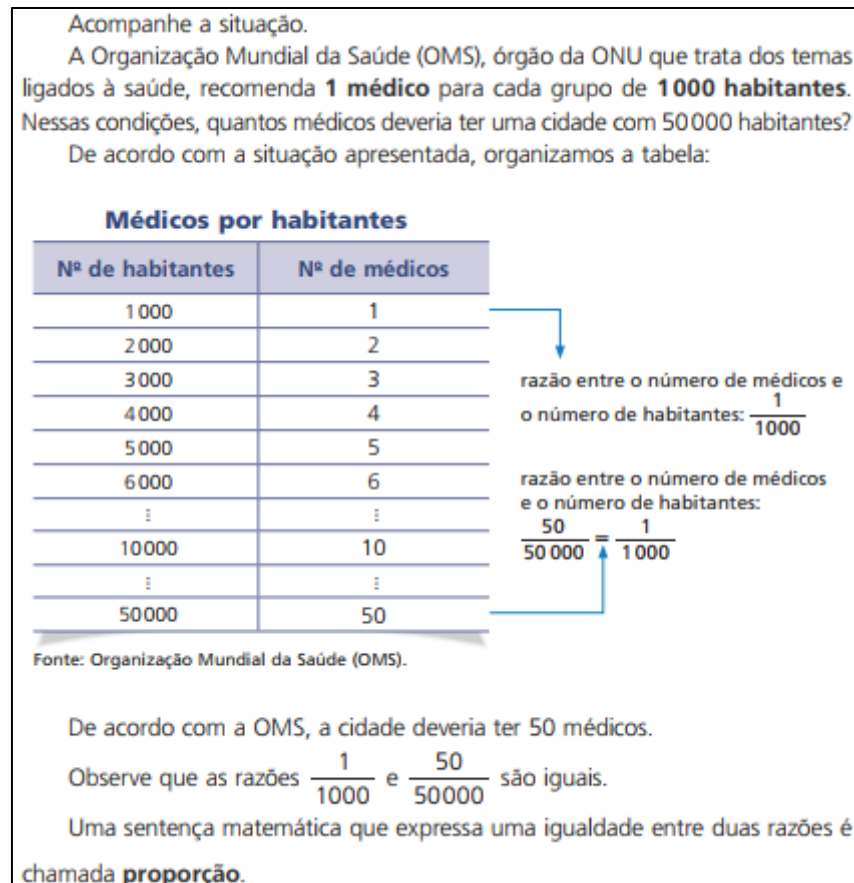
Da mesma forma que no livro A, o livro B apresenta a relação de razão com comparação de forma vaga, apenas mencionando que foram feitas comparações para se chegar a um quociente, sem explicações claras do porquê.

Os exemplos, em essência, são os mesmos que constam no livro A, assim as razões entre as partes, e a implicações de utilizar tais razões, como nem sempre saber a quantidade total em uma determinada situação não foram apresentadas. Assim como as definições permanecem as mesmas e não correspondem com o que era esperado.

O tópico sobre razões escritas na forma percentual continua antecedendo a seção que trata de proporções. A seção de proporções inicia com uma situação (segundo exemplo do

livro A), tratando sobre a quantidade de médicos por número de habitantes que a Organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda (Figura 25).

Figura 25: Exemplo de proporção envolvendo a quantidade de médicos



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 210)

Observa-se que não são realizados questionamentos, apenas é apresentada uma explicação do significado de proporção seguido pela mesma definição dada no livro A: “Proporção é uma igualdade entre duas razões” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.). Na sequência é apresentado que “essas razões são dadas por frações equivalentes”, mostrando que $\frac{50}{50.000} = \frac{1}{1.000}$ é uma proporção. Na sequência é proposta uma atividade e é apresentada a próxima definição (idêntica à ilustrada na figura 24).

O livro segue com a propriedade fundamental das proporções e atividades. A relação entre proporção e comparação não foi evidenciada, assim como no livro A. Ou seja, não houve diferenças significativas quanto às definições apresentadas nos livros dessa coleção.

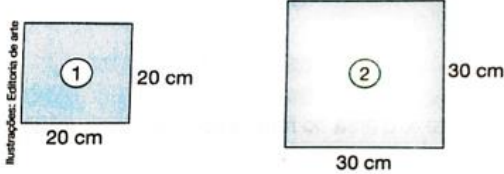
6.1.3. Terceiro critério: como o livro didático integra os novos conceitos nos livros A e B

Análise do terceiro critério - Livro A

Para verificar como o livro integra os novos conceitos, observou-se que nos exercícios da seção denominada razões, existe uma atividade que envolve dois quadrados, cada um com uma medida de lado (figura 26). Nessa atividade é questionado qual é a razão entre os perímetros, as áreas e as medidas dos lados. Observa-se que seria importante que os autores mencionassem que as figuras são semelhantes.

Figura 26: Exemplo de razões

4. Luciana recortou dois pedaços de cartolina, de forma quadrada, nas seguintes medidas:



De acordo com as figuras, determine qual a razão entre:

- a medida do lado do quadrado ① e a medida do lado do quadrado ②.
- o perímetro do quadrado ① e o perímetro do quadrado ②.
- a área do quadrado ① e a área do quadrado ②.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 236)

Observa-se que esta poderia ser uma situação para integrar diferentes conceitos da matemática, colocando ao invés de cartolinas quadrada, cartolinas retangulares e atentando ao fato de serem semelhantes, mas o livro não faz a abordagem nesse sentido.

Nesta mesma seção há quatro atividades envolvendo tabelas. Porém, as tabelas são apresentadas apenas como um modo de organizar os dados que os estudantes devem avaliar para determinar as razões solicitadas. Os autores não explicam como é possível organizar uma tabela com dados proporcionais, de forma a facilitar a sua análise, por exemplo.

Uma das atividades que envolve tabelas mostra que o índice de produtividade de uma empresa é calculado por meio da razão entre o lucro e o número de funcionários (figura 27).

Figura 27: Exemplo 2 de razão apresentado no livro A

7. Chama-se **índice de produtividade** de uma empresa a razão entre o lucro (L) e o número de funcionários (n) da empresa. A tabela seguinte mostra o lucro e o número de funcionários de uma empresa nos anos 2008, 2009 e 2010.

ÍNDICE DE PRODUTIVIDADE DE UMA EMPRESA

Ano	Lucro	Número de funcionários
2008	68 000	16
2009	54 000	12
2010	86 400	20

Analisando a tabela, identifique em qual dos três anos o índice de produtividade foi maior.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 236)

Ao analisar o quadro o aluno deve determinar as razões e perceber que o ano em que o índice de produtividade foi maior não era o esperado, pois teve um lucro nitidamente menor que os outros anos. Essa atividade poderia ter uma continuação no intuito de mostrar ao aluno que as informações contidas na tabela teriam maior destaque se fossem organizadas em um determinado tipo de gráfico, ilustrando a diferença que uma organização dos dados traz para quem os visualiza.

Novamente os diferentes tipos de representação semiótica seriam capazes de desenvolver representações mentais e produzir conhecimento sobre proporcionalidade e o tratamento de informação adequados para a compreensão dos dados de maneira coerente. Para isso é necessária uma visão ampla sobre as diferentes representações envolvidas, como cita Duval (2012, p. 5): “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações”, ou seja, para que o estudante consiga além de aprender o conteúdo programado, saber ainda as diferenças entre objetos matemáticos e suas representações.

Observa-se que os autores apresentam, nesta seção, apenas uma atividade abordando gráficos. Nessa, é solicitado que o aluno faça um gráfico de dupla coluna para representar os dados de uma tabela.

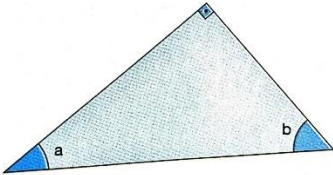
O próximo tópico apresentado no livro A versa sobre algumas razões especiais, em que são apresentados os conceitos de velocidade média, escala, densidade de um corpo e densidade demográfica, seguidos de vários exercícios. Entre essas atividades, muitas apresentam unidades diferentes, como velocidade em quilômetros e o tempo em minutos,

assim já é proporcionada uma revisão sobre as transformações de unidades. Essa integração de conceitos que envolve matemática, física e geografia, é muito interessante para contribuir na aprendizagem dos alunos e faz parte do que recomenda os PCN: “O tratamento dos conteúdos deve integrar conhecimentos de diferentes disciplinas, que contribuem para a construção de instrumentos de compreensão e intervenção na realidade em que vivem os alunos.” (BRASIL,1998a, p. 58). Ou seja, além de facilitar a aprendizagem, faz com que as atividades se assemelhem aos problemas do dia a dia.

Nas atividades que finalizam o capítulo de razões e proporções, duas atividades se destacam por incluir outros conteúdos matemáticos, mesmo que de forma simples. Uma delas diz respeito a um triângulo retângulo como ilustra a figura 28. Nessa atividade é colocado como um lembrete que a soma dos ângulos internos de um triângulo resulta em 180° , o que poderá facilitar a resolução.

Figura 28: Atividade envolvendo razão e geometria

14. Na figura, a e b representam as medidas dos ângulos agudos do triângulo retângulo. Se a está para b , assim como 2 está para 3, calcule essas medidas.



Lembre-se: a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 267)

Em outra atividade é apresentado que o declive de uma ladeira é expresso pela razão entre a sua altura e o seu afastamento. A atividade continua com um questionamento sobre qual é a altura de uma ladeira que tem 10% de declive com um afastamento de 50 metros.


Observa-se que atividades que fazem revisões sobre conteúdos já estudados em matemática ou outras disciplinas, ou que apresentam conceitos e aprendizagens distintas, mas que envolvem o conteúdo principal a ser estudado são extremamente relevantes. Acredita-se que essas atividades podem atrair a atenção dos alunos e ampliar seus conhecimentos. A

atividade ilustrada na Figura 28, por exemplo, poderia explorar declividades aceitas para cadeirantes, integrando a atividade de matemática com a inclusão.

O próximo capítulo do livro *A* aborda grandezas proporcionais. Inicia com a seção sobre números direta e inversamente proporcionais. Nessa primeira parte são explorados problemas multiplicativos como ilustra a figura 29:

Figura 29: Problema multiplicativo

1. Em cada uma das cenas aparecem pessoas chegando a uma festa. Cada convidado deveria levar duas garrafas de suco. Observe:



a) É correto afirmar que, quanto maior for o número de pessoas na festa, maior será o número de garrafas de suco?

b) Chegaram 6 convidados. Quantas garrafas de suco eles levaram?

c) Se tivesse chegado o dobro de convidados, quantas seriam as garrafas de suco? Comparando com a quantidade do item anterior, o que aconteceu?

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 267)

O intuito dessa atividade é fazer o aluno perceber que quanto mais pessoas, maior será o número de garrafas de suco, inclusive esse foi um questionamento da atividade.

Apesar da seção iniciar com problemas multiplicativos, não são explicitados outros exemplos ou atividades que mencionassem e integrassem novos conceitos. Apenas é apresentado um exemplo de números inversamente proporcionais que considera o deslocamento de uma esfera no qual é apresentada uma tabela com velocidade e tempo, mas que não remete a nenhuma definição de outro conteúdo, nesse caso, conteúdo geralmente explorado na disciplina de Física, ou é dada uma explicação mais avançada sobre o assunto.

O mesmo acontece com o primeiro exemplo que aborda o conceito de grandezas diretamente proporcionais, como ilustra a figura 30.

Figura 30: Exemplo de grandezas diretamente proporcionais

Consideremos a seguinte situação:
Em um frigorífico, as peças de carne são penduradas a uma mola, que é presa ao teto por uma das extremidades. Dependendo da massa de carne pendurada, o comprimento da mola se modifica. Acompanhe na tabela a seguir.

COMPRIMENTOS DA MOLA

Massa da peça de carne (em kg)	Comprimento da mola (em cm)
10	50
20	100
30	150

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se a massa da peça duplica, o comprimento da mola também duplica;
- se a massa da peça triplica, o comprimento da mola também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (a massa da peça de carne e o comprimento da mola) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 277)

A situação é contextualizada, como definido por Skovsmose (2000) porém não integra novos conceitos. Pelo que foi apresentado, conclui-se que a seção de grandezas direta e inversamente proporcionais não integra novos conceitos.

Na seção que trata de regra de três simples é apresentada uma atividade que envolve uma mola, em que é colocado um peso na extremidade para se avaliar o aumento do comprimento da mola (figura 31).

Figura 31: Exemplo sobre regra de três.

Consideremos as seguintes situações:

1 Na extremidade de uma mola, é colocada uma peça de 10 kg, verificando-se, então, que o comprimento da mola é de 42 cm. Se colocarmos uma peça de 15 kg na extremidade dessa mola, qual passará a ser o comprimento dela?

Vamos representar por x o comprimento pedido.

Estamos relacionando dois valores da grandeza massa (10 kg e 15 kg) com dois valores da grandeza comprimento (42 cm e x cm). Queremos determinar um desses quatro valores, sendo os outros três conhecidos.

Para isso, organizamos os dados na forma de tabela.

COMPRIMENTOS DA MOLA	
Massa	Comprimento
10 kg	42 cm
15 kg	x

Se duplicarmos a massa inicial do corpo, o comprimento da mola também duplicará, e assim por diante. Logo, as grandezas são diretamente proporcionais. Assim, os números 10 e 15 são diretamente proporcionais aos números 42 e x .

Daí, temos:

$$\frac{10}{42} = \frac{15}{x} \Rightarrow 10x = 42 \cdot 15 \Rightarrow 10x = 630 \Rightarrow x = \frac{630}{10}$$

$$x = 63$$

O comprimento da mola passará a ser 63 cm.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 282 - 283)

Porém, observa-se que não é integrado um novo conceito, o foco da atividade são os valores que serão utilizados na regra de três, não a situação massa mola.

Assim, a seção que trata das técnicas de regra de três e de regra de três composta, não foram encontrados novos conceitos integrados ao conteúdo em questão, apenas atividades utilizando por exemplo, velocidade média (que já foi colocada como um novo conceito em outra seção) utilizado apenas como contexto.

Concluindo, o livro A apresenta poucos conceitos de outras áreas, ou de outros conteúdos matemáticos. O único tópico que integra conceitos de outras áreas durante a explicação é o tópico de razões especiais, e o que integra conceitos da área de matemática é o tópico de porcentagem. Quanto às atividades apenas uma chama atenção por apresentar um novo conceito de outra área, sendo essa a atividade que aborda o cálculo do declive de uma ladeira. Observa-se que existe um número pequeno de novos conceitos integrados ao conteúdo, considerando que foi analisado mais de 20% do livro. Além disso, não são apresentados contraexemplos de grandezas proporcionais, que ilustrem que existem grandes proporcionais e grandezas não proporcionais.

Análise do terceiro critério – Livro B

No livro B, durante as explicações apresentadas na seção denominada razão, não são apresentados exemplos integrando conceitos. Esse livro apresenta o mesmo exercício sobre razão entre as áreas, perímetros e medida dos lados de dois quadrados com medidas de lado diferentes apresentado no livro A (figura 26). Observa-se que os questionamentos são os mesmos, não relacionando o conceito de figuras semelhantes ao conteúdo de razão. Neste caso, analisou-se o livro do professor, e há uma orientação no fim da página, sugerindo ao professor que:

Na atividade 5, explora-se um importante resultado entre razões de grandezas relativas a dois quadrados (isso se estende a qualquer par de polígonos semelhantes): as razões entre as medidas lineares correspondentes (entre as medidas de lados correspondentes, entre perímetros etc.) são iguais, e a razão entre as áreas desses polígonos é o quadrado da razão entre as medidas lineares (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 205).

Percebe-se ser muito importante esse tipo de relação. Porém, a atividade em si poderia desenvolver mais esse assunto, não deixando a cargo do professor elaborar questionamentos e mais atividades para os alunos compreenderem essa relação. Pondera-se que o livro serve também para auxiliar o professor, não só apresentando ideias, mas sim atividades já pensadas e esquematizadas para uma boa proposta de ensino.

As atividades que envolvem tabelas são semelhantes às encontradas no livro A, não apresentando novos conceitos sobre o estudo de tabelas e gráficos, e como ocorria no material anteriormente analisado, as tabelas apenas são expostas para organizar dados.

O livro B não apresenta um tópico sobre razões especiais (como ocorria no livro A), os conceitos de escala, densidade de um corpo e densidade demográfica, por exemplo. Tais conceitos são citados em outros capítulos ou de forma breve no capítulo de razões e proporções, sem a mesma ênfase do livro antigo, que priorizava mostrar que esses eram exemplos de razões.

O próximo tópico apresentado no livro B é de razões escritas na forma decimal e razões escritas na forma percentual. Observa-se que porcentagem também é um conceito apresentado na próxima unidade do livro B, junto com probabilidade e estatística. Mas, é destinado um tópico dentro do conteúdo de razão integrando esses conceitos. Nesse tópico é apresentado, no desenvolvimento de um exemplo, o conceito de velocidade média (figura 32).

Figura 32 – Exemplo envolvendo velocidade média

2 Considerando que um ciclista leva 2 horas para percorrer 43 km, qual foi sua velocidade média nesse percurso?

A velocidade média de um elemento móvel também é dada por uma razão entre duas grandezas de espécies diferentes, a distância percorrida e o tempo gasto.

Vamos obter a velocidade média, em km/h:

- velocidade média = $\frac{\text{distância}}{\text{tempo}} =$

$$= \frac{43 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 21,5 \text{ km/h} \quad \longrightarrow \quad \text{a cada hora o ciclista percorre 21,5 km}$$

A velocidade média do ciclista foi de 21,5 km/h.

Dependendo da situação, é mais conveniente expressar uma razão na forma decimal, como é o caso da velocidade média do ciclista.



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 207)

Observa-se que diferente do que ocorre no livro A, no livro B, a velocidade média é o único conceito novo que aparece nas explicações da unidade sobre o conteúdo de razões e proporções. Isso não condiz com as recomendações da BNCC, que cita:

Ao longo do Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes. Nesse sentido, também é importante

fortalecer a autonomia desses adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. (BRASIL, 2018, p. 60)

Ou seja, além de relembrar conhecimentos antigos, é necessário que haja integração entre os novos conceitos aprendidos em matemática e aqueles aprendidos em outras disciplinas, para que haja um entendimento mais completo sobre os assuntos estudados.

No próximo capítulo do livro B, que aborda proporção, não foram encontrados exemplos e ou atividades que integram conceitos. Observa-se que nesse livro há uma orientação didática que apresenta essa ideia ao professor, logo após apresentar a propriedade fundamental das proporções. “Ressaltar para os alunos que, ao aplicar a propriedade fundamental das proporções, eles obtêm equações polinomiais do 1.º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, e que, para resolvê-las, utilizarão as propriedades da igualdade que já estudaram” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 213).

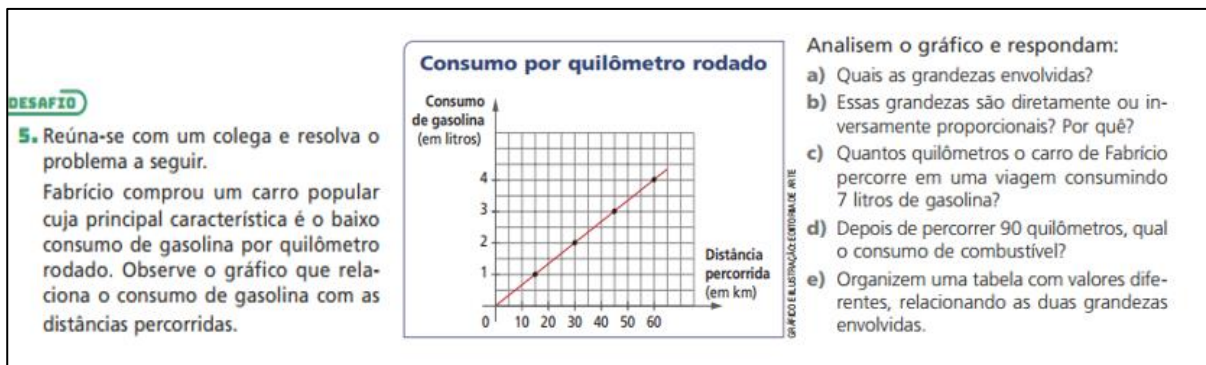
Mais uma vez, a orientação didática apresenta uma ideia importante de integração de conceitos, porém o livro não expõe nenhuma atividade ou exemplo em que pratica tal orientação. Essa seria uma boa oportunidade de desenvolver atividades relacionadas aos gráficos das funções lineares e sua relação com o conteúdo de proporções, por exemplo.

No tópico que aborda números diretamente proporcionais, os autores apresentam um exemplo análogo ao que aparece no livro A (referente a quantidade de garrafas de suco levadas a uma festa, ilustrado na figura 29). Porém, neste exemplo cada convidado leva dois pacotes de fraldas para um chá de fraldas e os questionamentos são os mesmos.

No tópico de números inversamente proporcionais é apresentado o mesmo exemplo do livro A que versa sobre o deslocamento de uma esfera. Nesse caso, observa-se que a explicação que foi fornecida foi aprimorada, com a inclusão da frase: “Pela tabela, vemos, por exemplo, que, dobrando a velocidade, o tempo se reduz à metade” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 218). Porém, não é explorado e relacionado nenhum conceito novo ao assunto estudado.

O capítulo termina com o mesmo desafio apresentado no livro A que mostra um gráfico do consumo de combustível por quilômetro rodado (figura 33).

Figura 33: Desafio



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 223)

Percebe-se que essa atividade é interessante, de acordo com a BNCC ainda no 5.º ano encontram-se habilidades relacionadas a análise de gráficos, como é o caso da habilidade (EF05MA24) que apresenta: “Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.” (BRASIL, 2018, p. 296).

Porém, de acordo com o critério de avaliação não há conceitos relacionados, nesse sentido, esperava-se que o livro B explorasse atividades que relacionassem os conceitos de função linear com proporcionalidade. Mesmo que função não seja um conteúdo de 7.º ano, a ideia de dependência entre grandezas poderia ser explicitada, trabalhando com escalas, por exemplo e relacionando os dados do gráfico com o conteúdo de proporcionalidade.

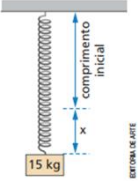
No livro B, o primeiro exemplo exposto no tópico de regra de três é o mesmo exemplo que consta no livro A. Porém, pode-se perceber a diferença em que o um livro B apresenta a integração de conceitos. A diferença nos exemplos é, principalmente, a inclusão da frase em que os autores explicam o que é a Lei de Hooke, e qual a relação dessa lei com o exemplo apresentado. Essa explicação não estava presente no livro A, logo não tinha a inclusão de outro conceito, como nesse caso, conforme ilustra a figura 34.

Figura 34: Exemplo de integração de conceitos

Regra de três simples

Agora, acompanhe as situações a seguir.

1 Na extremidade de uma mola, presa a um suporte, é colocada uma peça com massa de 10 kg, verificando-se, então, que seu comprimento inicial aumenta em 42 cm. Se colocarmos uma peça com massa de 15 kg na extremidade dessa mola, qual será o aumento do comprimento de sua deformação? Vamos representar por x o aumento do comprimento da deformação da mola.



Para isso, organizamos o quadro a seguir.

Massa	Aumento do comprimento
10 kg	42 cm
15 kg	x

A lei de Hooke é uma lei da Física a qual garante que, se duplicarmos a massa de um corpo suspenso em uma extremidade da mola, o aumento na deformação da mola também duplicará. Logo, essas grandezas (massa da peça e deformação da mola) são diretamente proporcionais. Assim, os números 10 e 15 são diretamente proporcionais aos números 42 e x .

Dai, temos:

$$\frac{10}{15} = \frac{42}{x} \Rightarrow 10x = 15 \cdot 42 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 42}{10} \Rightarrow x = 3 \cdot 21 \Rightarrow x = 63$$

O aumento do comprimento da mola passará a ser de 63 cm.

Fonte: Adaptado de Júnior e Castrucci (2018, p. 224 - 225)

Nesse exemplo vê-se a integração dos conceitos de razão e proporção vinculados à matemática com um conceito da disciplina de Física (Lei de Hooke). Percebe-se que mesmo que de forma breve, a atividade proporcionou uma integração não só de conceitos, mas uma integração de áreas de estudos vistas separadamente dentro da escola.

No final da unidade é apresentado um tópico “Tratamento da informação”. Nesse tópico é apresentada uma atividade que relaciona a construção de gráficos com o conteúdo de razão e proporção (Figura 35).

Figura 35: Atividade de construção de gráficos

Construindo de um gráfico de setores

Para construir um gráfico de setores, vamos considerar a tabela que expressa, em porcentagem, a população aproximada de cada região brasileira em relação à população total do Brasil, segundo o Censo 2010 do IBGE.

População de cada região brasileira (Censo 2010)

Região	Porcentagem (%)
Norte	8,3
Nordeste	27,8
Centro-Oeste	7,4
Sudeste	42,1
Sul	14,4
Total	100

SAIBA QUE
Em um gráfico de setores, as freqüências de cada categoria estatística representada são proporcionais às respectivas medidas dos ângulos centrais que determinam cada setor.

2º passo: Construímos uma circunferência e, usando o transferidor, representamos os setores circulares de acordo com as medidas dos ângulos centrais calculadas no 1º passo. Depois, colorimos cada setor, indicando essa informação em uma legenda; por fim, indicamos o título e a fonte do gráfico construído.

Informações obtidas em: IBGE. Síntese de Censo Demográfico 2010. Disponível em: <http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=5&uf=00>. Acesso em: 10 out. 2018.

A população de cada região será representada por um setor cuja medida do ângulo central é obtida por meio de uma regra de três simples.

1º passo: Determinamos a medida do ângulo central do setor correspondente a cada região.

Medida (em graus)	População (em %)
360°	100% (população total do Brasil)
medida do ângulo central	% da população de cada região

Ou seja, medida do ângulo central = $\frac{\% \text{ da população da região} \times 360^\circ}{100}$

Por exemplo, para o setor que representa a população da região Norte, temos:

$$x = \frac{8,3 \cdot 360^\circ}{100} \Rightarrow x = 30^\circ$$

Usando esse mesmo raciocínio, calcula-se a medida do ângulo central dos demais setores. Região Sul: 52°; região Nordeste: 100°; região Centro-Oeste: 27°; região Sudeste: 151°. Observe que, assim como a soma das porcentagens correspondente às regiões é 100% (8,3% + 27,8% + 7,4% + 42,1% + 14,4%), a soma das medidas dos ângulos centrais deve ser 360°.

Responda às questões no caderno.

1. Na tabela é apresentado o resultado de uma pesquisa sobre a preferência esportiva dos alunos de uma escola. Construa um gráfico de setores para representar o resultado dessa pesquisa.
Resposta no final do livro.

Esporte	Percentual
Basquete	20%
Futebol	35%
Vôlei	45%
Total	100%

Fonte: Alunos da escola X.

2. O gráfico de setores a seguir representa a distribuição dos eleitores de uma cidade quanto às idades.

- O setor x representa todos os eleitores com menos de 20 anos: 8 600 eleitores.
- O setor y representa todos os eleitores com idade entre 20 e 30 anos: 16 800 eleitores.
- O setor z representa todos os eleitores com mais de 30 anos.

Com base nas informações apresentadas e sabendo que o segmento PM na figura é um diâmetro, quantos eleitores o setor z representa? Quantos eleitores há nessa cidade? **25 400 eleitores (50%); 50 800 eleitores.**

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 232 - 233)

Nesse caso, o conteúdo de razão e proporção foi usado para auxiliar na construção de um gráfico. O exemplo mostra um protocolo para construir um gráfico de setores. Além disso, nas atividades que seguem os autores propõem uma construção de gráfico e uma análise de um gráfico, onde é utilizado, ainda que de forma breve, o conceito de diâmetro para resolver a questão.

O fato do livro B ter excluído o tópico de razões especiais, em que no livro A eram apresentados os conceitos de escala, densidade de um corpo e densidade demográfica, fez com que o livro B não apresentasse tantas atividades com conceitos integrados. Porém, vale ressaltar que a atividade ilustrada na figura 35 é uma atividade que se alinha ao esperado.

Conclui-se que, apesar do livro B apresentar algumas atividades que integram conceitos, comparando-o com o livro A, foram excluídas outras atividades igualmente importantes.

6.1.4 – Quarto critério: como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação nos livros A e B

Análise do quarto critério - Livro A

O livro A inicia o capítulo de razões mostrando suas várias representações de forma gradual. O primeiro exemplo no capítulo de razões apresenta a razão apenas na forma fracionária. O segundo exemplo apresenta as formas fracionária e a forma escrita em língua nativa. O terceiro exemplo apresenta a razão nas formas fracionária, no idioma materno e na forma percentual. As atividades, na sequência, não fazem referência a quais formas de representação devem ser usadas, deixando a critério do aluno. Isto está de acordo com o que preconiza os PCN: “comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas” (BRASIL, 1998b, p. 37). Assim, o aluno aprende as diferentes representações ao mesmo tempo em que fica livre para escolher qual representação melhor se adapta ao que deseja expressar.

No capítulo de razões especiais são apresentadas razões como a velocidade média, a densidade de um corpo e a densidade demográfica com razões na forma primeiramente fracionária e como resultado final na forma decimal.

O exemplo no início do livro que apresenta a forma de percentual é exibido de forma breve sem muitas explicações, mas no capítulo seguinte é desenvolvido um tópico sobre razões na forma percentual, onde é explicado com mais detalhes que a razão pode ser escrita da forma fracionária, decimal e percentual.

Primeiramente é apresentado que: “Toda razão $\frac{a}{b}$, na qual $b = 100$, pode ser escrita na forma de porcentagem” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 247). Nesse caso, os autores apresentam um exemplo de um tipo de conversão de representações (figura 36).

Figura 36: Exemplo de uma razão fracionária convertida para a forma percentual

$$\frac{23}{25} = 0,92 = \frac{92}{100} = 92\%$$

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 247)

Observa-se que os autores não tem a preocupação em apresentar uma explicação para os cálculos, mas após o exemplo são apresentadas maneiras de representar uma razão na forma $\frac{a}{b}$ na forma percentual em dois casos distintos (figura 37).

Figura 37: Razão na forma fracionária convertida para a forma percentual

Para representar uma razão $\frac{a}{b}$ na forma percentual, temos dois casos a considerar.

1º caso: O conseqüente b é um fator natural de 100.

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ razão equivalente de conseqüente igual a 100
 $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$ razão equivalente de conseqüente igual a 100

2º caso: O conseqüente b não é um fator natural de 100.

$\frac{3}{8} = 0,375 = \frac{0,375 \cdot 100}{100} = \frac{37,5}{100} = 37,5\%$
 forma decimal de $\frac{3}{8}$

$\frac{7}{12} = 0,583 = \frac{0,583 \cdot 100}{100} = \frac{58,3}{100} = 58,3\%$
 forma decimal aproximada de $\frac{7}{12}$

Uma razão escrita na forma percentual pode ser representada também na forma fracionária e na forma decimal. Veja:

$35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ → forma fracionária $160\% = \frac{160}{100} = \frac{8}{5}$ → forma fracionária
 $35\% = \frac{35}{100} = 0,35$ → forma decimal $160\% = \frac{160}{100} = 1,60$ → forma decimal

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 247 - 248)

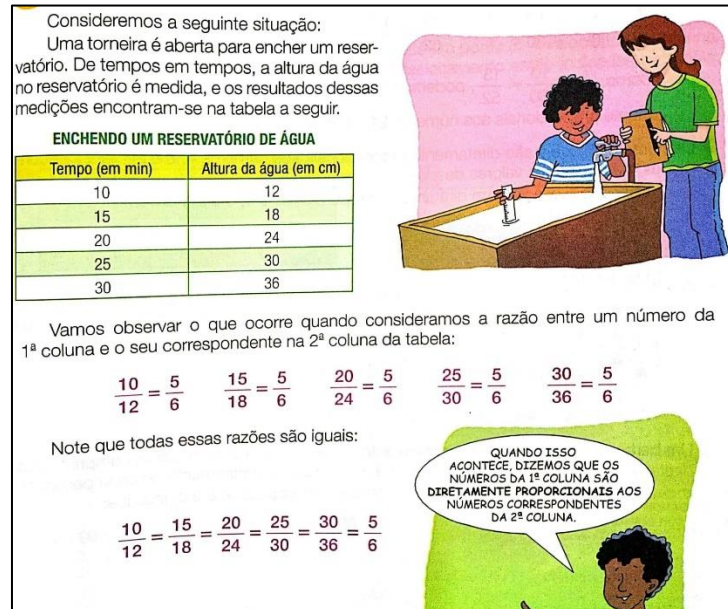
Conforme Duval (2012, p. 272) “a conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial”. Nesse sentido, é muito importante que o material didático apresente exemplos de conversões, pois “a conversão das representações semióticas é a primeira fonte de dificuldade à compreensão em matemática” (DUVAL, 2012, p. 276).

No livro A, também são apresentados alguns exemplos e atividades que solicitam que o aluno escreva uma razão da forma fracionária em forma percentual, outros da forma decimal para a forma percentual, e outros ainda sem especificações, somente solicitando que se encontre a porcentagem desejada.

Ao final do primeiro exemplo de proporção é colocado, como um lembrete, a maneira que o aluno deve ler uma proporção: “Lê-se: a está para b, assim como c está para d.” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 252). Esse lembrete na verdade é o que Duval (2012) define como descrição: a conversão de uma representação não verbal em uma função linguística.

Para explicar o conteúdo de grandezas direta e inversamente proporcionais o livro A inicia com um problema, como ilustra a figura 38:

Figura 38: Exemplo de números diretamente proporcionais



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 271)

O problema é contextualizado e envolve uma tabela para organização dos dados; assim é explicada a variação das grandezas que determina as razões, e por fim, visto que essas razões são iguais. As tabelas foram muito utilizadas com esse intuito ao longo do capítulo, o que poderá facilitar assim a apreensão dos conceitos, pois demonstra a preocupação em colocar mais de uma representação.

Porém, apenas no capítulo sobre regra de três é que se trabalha com um problema escrito na língua portuguesa e que em seguida realiza a conversão para a escrita matemática de forma mais detalhada, o que poderá fazer o aluno compreender como fazer essa conversão.

Ainda, a última atividade do capítulo de números direta e inversamente proporcionais apresenta um desafio onde é colocado um gráfico que representa duas grandezas diretamente proporcionais, contudo os questionamentos não exploram o fato da relação entre quaisquer grandezas diretamente proporcionais com esse determinado tipo de gráfico. Um dos itens dessa atividade solicita que o aluno converta os dados do gráfico para uma tabela, parte interessante da atividade pois relaciona dois tipos de representação, porém não há outros questionamentos após essa construção e nem uma explicação de como fazer a construção de tal tabela.

Concluindo, o livro apresenta três tipos de representações para a razão: a forma escrita na língua materna, a forma escrita na linguagem matemática: fracionária, percentual e decimal, e a representação no plano cartesiano. Essas representações foram apresentadas ao longo das explicações, porém o livro não trouxe de forma tão explícita como converter uma representação em outra, principalmente no que diz respeito à conversão da língua materna para a escrita matemática, o que pode vir a ser uma dificuldade principalmente nas primeiras atividades. Ainda, o único desafio que envolveu o plano cartesiano não serviu para dar suporte para o entendimento generalizado dessa representação. Assim, o livro não explorou a representação gráfica de grandezas direta e inversamente proporcionais como o esperado. Apesar de ser uma habilidade para o 8º ano, segundo a BNCC, seria interessante que fosse mostrado através de um exemplo como um problema proporcional pode ser representado no plano cartesiano (que sempre será uma reta), explorando brevemente outros conceitos e conteúdos que serão apresentados posteriormente, como o plano cartesiano (seu formato, modo de desenhar e achar pontos ou retas e seu significado, entre outros), como uma iniciação da habilidade que será desenvolvida mais intensamente no próximo ano.

Análise do quarto critério – Livro B

O livro B inicia com os mesmos exemplos apresentados no livro A alterando, algumas vezes, os valores utilizados. Assim, o primeiro exemplo mostra a razão na forma fracionária, o segundo na forma fracionária e na forma escrita em língua natural. Porém, o terceiro não apresenta a razão na forma percentual como no livro A, apenas na forma fracionária e na língua materna. As atividades continuam sem mencionar qual representação de razão deverá ser utilizada. Segundo a BNCC:

[...] no Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. (BRASIL, 2018a, p. 265)

Observa-se que nos problemas que envolvem grandezas proporcionais, existe uma ótima oportunidade de abordar atividades que relacionem diferentes representações como tabelas, gráficos e a mudança de representações entre a língua materna e a matemática.

Porém, percebem-se poucas atividades solicitando ao aluno a construção de diferentes representações e a interpretação desses dados.

Na sequência apresentada no livro B, um tópico é destinado a explorar razões escritas na forma decimal e percentual. A figura 39 ilustra a explicação dada pelos autores sobre as razões em forma decimal.

Figura 39: Razões na forma decimal

A razão entre dois números ou entre duas grandezas (mesmo de espécies diferentes) também pode ser expressa na **forma decimal**.

Considere as situações a seguir.

1 Clarice acertou 45 questões de um exame composto de 90 questões.

- O desempenho de Clarice é medido pela razão entre o número de acertos e o total de questões:

$$\frac{45}{90} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5 \longrightarrow \text{a cada duas questões do exame, Clarice acertou uma}$$

O fato de a razão entre o número de acertos e o total de questões ser 0,5 (meio) indica que Clarice acertou metade da prova (45 é metade de 90).

Observe que a razão entre o número de erros e o total de questões também é 0,5, já que o número de erros corresponde também a 45 questões das 90 da prova.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 207)

Observa-se que no livro B o processo de descrição, como definido por Duval (2012) foi antecipado e usado em outras situações. Na sequência, o livro apresenta um exemplo que versa sobre velocidade média, e em seguida é exposta a mesma explicação que o livro A apresenta sobre razões escritas na forma percentual.

O capítulo de proporção exhibe junto com a definição de proporção a forma como se lê uma proporção, da mesma forma que o livro A o faz. Percebe-se que, como ocorreu no livro A, essa escrita não perpassa os próximos capítulos. Os tópicos sobre grandezas direta e inversamente proporcionais são apresentados de forma análoga ao livro anteriormente analisado.

Dessa forma, constata-se que o livro B não avançou em termos de utilizar e relacionar diferentes formas de representação. Observaram-se as mesmas representações contidas no livro A, sem nenhuma explicação ou atividade que se sobressaísse nesse aspecto.

6.1.5 – Quinto critério: quais estratégias de resolução são apresentadas nos livros A e B

Análise do quinto critério - Livro A

No capítulo sobre proporção, há diversas propriedades sobre esse tópico que são apresentadas como ferramentas para resolver problemas que envolvem esse conceito, nenhuma delas é demonstrada no livro. A primeira a ser apresentada é a propriedade fundamental das proporções, como ilustra a figura 40.

Figura 40: Propriedade fundamental das proporções

De modo geral, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios e vice-versa.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

↳ produto dos meios
 ↳ produto dos extremos

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 253)

Ainda é exposta uma explicação, junto de uma aplicação, mostrando que o resultado do produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Outros exemplos são apresentados, com uma explicação detalhada sobre como aplicar a propriedade fundamental das proporções. Os autores apresentam essa propriedade como a primeira estratégia de resolução para as questões envolvendo proporção.

O próximo capítulo apresenta duas propriedades: “Em toda proporção, a soma ou a diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo), assim como a soma ou a diferença dos dois últimos termos está para o terceiro (ou para o quarto)” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009p. 258) e “Em toda proporção, a soma (ou a diferença) dos antecedentes está para a soma (ou a diferença) dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente” (Ibid, p. 259). A figura 41 ilustra um exemplo da utilização de propriedades como estratégia de resolução.

Figura 41 – Exemplo utilizando uma propriedade de proporções

3 Em um grupo, a diferença entre o número de meninas e de meninos é 20. Sabendo que a razão entre o número de meninas e o número de meninos é de 7 para 5, quantas meninas e quantos meninos fazem parte do grupo?

Indicando por x o número de meninas e por y o número de meninos, temos:

■ Diferença entre o número de meninas e o de meninos $\rightarrow x - y = 20$

■ Razão $\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{5}$

Aplicando as propriedades das proporções:

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{x - y}{x} = \frac{7 - 5}{7} \Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{2}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x = 20 \cdot 7 \Rightarrow 2x = 140 \Rightarrow x = \frac{140}{2} \Rightarrow x = 70$$

Como $x - y = 20$, temos:

$$70 - y = 20 \Rightarrow y = 70 - 20 \Rightarrow y = 50$$

Então, fazem parte do grupo 70 meninas e 50 meninos.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 260)

Observa-se que as questões apresentadas no livro A poderiam ser resolvidas por meio de resolução de sistemas. Assim, os autores poderiam expor além das propriedades, outras formas de resolver esses problemas, não se concentrando apenas nas propriedades das proporções. Dessa forma, teriam a oportunidade de avaliar qual seria o método mais rápido ou que envolve menos trabalho de cálculo.

A próxima unidade versa sobre grandezas proporcionais, o primeiro conteúdo exposto é o de números direta e inversamente proporcionais. Nessa seção os autores apresentam a definição de números direta e inversamente proporcionais e alguns exemplos que fazem uso das propriedades de proporções para resolvê-los. Nesse caso, observa-se a presença das mesmas estratégias de resolução usadas anteriormente, principalmente da propriedade fundamental das proporções. A figura 42 ilustra um exemplo de atividade que utiliza a estratégia mencionada.

Figura 42 – Exemplo envolvendo números diretamente proporcionais

4 Um barbante com 200 cm de comprimento é dividido em três partes com comprimentos diretamente proporcionais aos números 3, 5 e 2. Qual o comprimento de cada pedaço? Vamos representar os comprimentos dos pedaços por a , b e c , tais que:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2} = x$$

Daí, concluímos que:

$$\frac{a}{3} = x \Rightarrow a = 3x \quad \frac{b}{5} = x \Rightarrow b = 5x \quad \frac{c}{2} = x \Rightarrow c = 2x$$

Como a soma das três partes deve dar 200, temos:

$$a + b + c = 200$$

$$3x + 5x + 2x = 200$$

$$10x = 200 \Rightarrow x = \frac{200}{10} \Rightarrow x = 20$$

As partes procuradas são:

$$\begin{cases} a = 3x = 3 \cdot (20) = 60 \\ b = 5x = 5 \cdot (20) = 100 \\ c = 2x = 2 \cdot (20) = 40 \\ 60 + 100 + 40 = 200 \end{cases}$$

Os comprimentos dos pedaços são 60 cm, 100 cm e 40 cm.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 272)

Nesse caso, os autores não oferecem outras formas de resolução, como o uso de equações ou da representação pictórica, apenas é explicado que conforme a definição se os números são diretamente proporcionais as razões entre os números são iguais. Assim, nos exercícios basta formarmos as razões e verificar se a igualdade procede. A atividade da Figura 42 poderia mencionar a grandeza de comprimento envolvida, mas não o faz.

Quando é apresentado o tópico de grandezas direta e inversamente proporcionais, apenas é mencionado que se as razões envolvidas na proporção são iguais então as grandezas são diretamente proporcionais ou se as razões são inversas as grandezas são inversamente proporcionais, não havendo nenhuma outra explicação de como resolver problemas que envolvam essas proporções. Os capítulos seguintes versam sobre regra de três e regra de três composta, respectivamente.

Observa-se que apenas nos capítulos sobre regra de três e de propriedades de proporções é que são apresentadas atividades que envolveram grandezas proporcionais, em que o aluno deve encontrar apenas um valor desconhecido.

Sendo assim, pode-se concluir que o livro enfatiza a regra de três como sendo a única forma de resolução, pois a propriedade fundamental da proporção versa sobre a mesma maneira de resolução. Portanto, no livro A não são apresentadas estratégias de resolução variadas, que incluam cálculo mental, a utilização de modelos pictóricos ou modelagem proporcional, por exemplo.

Os PCN indicam que:

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades (BRASIL, 1998b, p. 34)

Porém, para que haja esse desenvolvimento é preciso que o livro traga uma gama de possibilidades de problemas e de estratégias de resolução, para que o aluno não fique preso a resolver um único tipo de problema e de apenas uma determinada maneira.

Além disso, os autores apresentam a regra de três como um capítulo, que possui mais destaque que o conteúdo de grandezas direta e inversamente proporcionais, que são apresentados como tópicos. Sendo assim, a regra de três é entendida como um conceito e não simplesmente um procedimento, do qual verdadeiramente é. Apesar do destaque, a regra em questão não é demonstrada, e nem um outro procedimento ou regra apresentada no livro trouxe uma justificativa matemática para validação, isso poderia auxiliar o aluno a compreender a estrutura da matemática e a aplicação dos conceitos, porém apenas são apresentados exemplos de como utilizar determinada regra.

Análise do quinto critério - Livro B

O livro B inicia o conteúdo de proporção da mesma maneira que o livro A, apresentando a definição com exemplos e expondo a propriedade fundamental das proporções, seguida por exemplos e atividades. Observa-se que o livro B restringe-se apenas a essa propriedade, ao contrário do livro A que apresenta outras.

Na sequência são apresentadas as seções que tratam de números direta e inversamente proporcionais, sem apresentar novas estratégias de resolução. Observa-se que os exemplos são os mesmos e as atividades são semelhantes às existentes no livro A, seguindo a mesma estrutura.

A seção que trata de grandezas direta e inversamente proporcionais também é apresentada da mesma maneira que o livro A (assim como as atividades), sem novas estratégias de resolução, apenas definindo o que vem a ser grandezas direta e inversamente proporcionais.

Vale destacar que a BNCC enfatiza nos objetos de conhecimento, além do estudo de variação de grandezas direta e inversamente proporcionais, o estudo sobre grandezas não

proporcionais, para fins de comparação, o que também não foi encontrado no livro B. Ainda, como habilidade desse objeto de conhecimento tem-se: “Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas” (BRASIL, 2018a, p. 313). Fica claro que a BNCC preconiza o uso de estratégias variadas diferentemente do que é visto no livro B.

A regra de três continua sendo apresentada como um novo capítulo (que inclui a regra de três composta), mas com um número consideravelmente menor de atividades que contém o livro A (o livro A apresenta mais de 20 atividades só para o uso de regra de três simples, enquanto o livro B possui cinco atividades para esse fim).

Desse modo, conclui-se que esse livro, assim como o livro A, traz como única estratégia de resolução a regra de três para resolver problemas que envolvem grandezas proporcionais e ainda, destaca a regra de três em um capítulo exclusivo como se essa fosse um conteúdo e não apenas uma técnica de resolução. O livro também não justifica ou demonstra nenhuma regra apresentada, apenas utiliza exemplos para mostrar o passo a passo.

6.1.6 – Sexto critério: como é o incentivo para a elaboração de problemas nos livros A e B

Análise do sexto critério - Livro A

Sabe-se que o cotidiano exige das pessoas a solução de problemas dos mais diversos tipos, a prática da resolução de problemas como estratégia de ensino é adequada para desenvolver nos alunos habilidades em usar conhecimentos adquiridos juntamente com a criatividade para resolver problemas.

Nesse sentido, a metodologia de resolução de problemas nas aulas de matemática tem como intuito apresentar problemas a serem resolvidos sem uma fórmula específica para resolução ou uma estratégia já conhecida pelos estudantes. Os problemas devem fazer o aluno pensar em estratégias de resolução com o conhecimento que já têm ou ir em busca de algum conhecimento novo que ajude ou facilite a descoberta de uma solução.

A resolução de problemas é muito evidenciada nos PCN, dessa forma a análise que segue é feita sob a ótica dos problemas encontrados no livro didático, diferenciando-os de exercício⁷. A seguir serão expostos os problemas encontrados no livro A sobre o conteúdo de

⁷ Para Silveira (2001) o exercício é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade /conhecimento matemático já conhecido pelo resolvidor, como a aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida, etc. O exercício envolve mera aplicação e o problema necessariamente envolve invenção ou/e criação significativa.

razão e proporção que necessitam de conhecimentos anteriores ou que não sejam de simples resolução com aplicação de uma determinada fórmula, ou seja, que desafiem o aluno.

A maioria das atividades são contextualizados (contexto da semirrealidade, conforme Skovsmose (2000, p. 7)) e seguem a mesma estrutura, ou seja, muda-se o contexto e os valores numéricos envolvidos, mas os questionamentos são os mesmos, assim como a resolução esperada. Algumas atividades apresentam elementos distintos que a tornam mais próxima do conceito de problema, em que não é possível chegar à solução utilizando-se exatamente os mesmos passos das demais.

Destaca-se a atividade ilustrada na figura 43, pois a maioria das atividades apresentadas no Livro A relacionadas a razão e que utilizam do conceito de velocidade média são mais explícitas, apresentando duas informações, por exemplo, velocidade média e distância, solicitando que se encontre o tempo.

Figura 43: Atividade envolvendo razões

2. Leia as informações e, depois, responda às perguntas.

A distância entre a Terra e o Sol é de, aproximadamente, 150 000 000 km.	A luz do Sol, para atingir a Terra, leva em torno de 500 segundos.
---	---

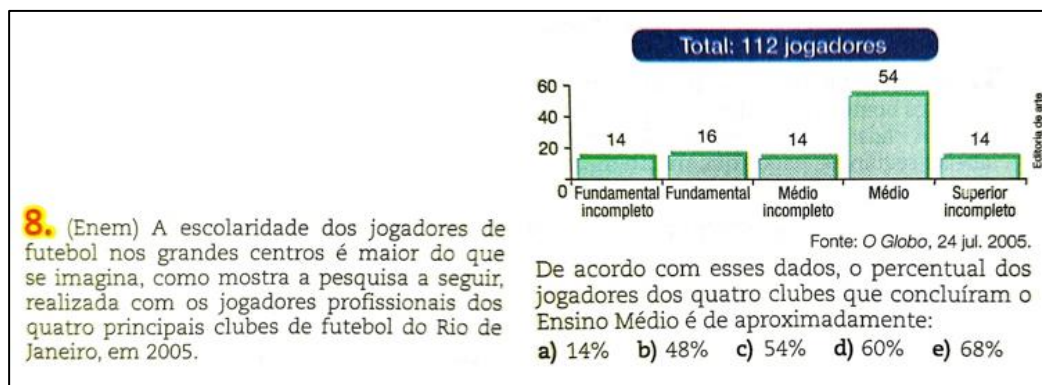
a) Qual é a velocidade da luz no vácuo?
b) Quantos minutos a luz do Sol leva para chegar à Terra?

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 242)

A atividade ilustrada na figura 43, além de envolver um contexto mais complexo, envolve grandezas com unidades distintas que devem ser trabalhadas/transformadas pelo aluno, antes que ele efetue os cálculos.

Das atividades que versam sobre razão e porcentagem, destaca-se uma que possui como fonte o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), ilustrada na figura 44.

Figura 44: Atividade do Enem



Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 249)

Neste caso, o aluno deve verificar não apenas a barra que identifica os jogadores que completaram o Ensino Médio, mas também a barra que indica o Ensino Superior incompleto. Além disso, o aluno deverá somar os valores, compará-los com a quantidade total e transformar esse número em uma porcentagem. Apesar do questionamento simples, a atividade exige um raciocínio maior se comparado às outras atividades apresentadas.

Outras atividades destacam-se antes do conteúdo de grandezas proporcionais, como a atividade que envolve o triângulo retângulo (figura 28) descrita na subseção 6.1.3 dessa dissertação. Apesar disso, depois do conteúdo de grandezas proporcionais as atividades passam a ter uma estrutura ainda mais definida, o que impede que sejam classificadas como problemas.

Análise do sexto critério - Livro B

Nesse livro, apesar de muitas atividades serem iguais às apresentadas no livro A, a primeira atividade (figura 43) com relação à velocidade da luz no vácuo, foi retirada. Enquanto a atividade do ENEM (figura 44) foi adaptada em relação ao contexto, mas continua com os mesmos valores e questionamentos apresentados no livro A.

No capítulo que aborda o conceito de proporção é apresentada uma primeira atividade do que versa sobre elaboração de problemas (figura 45).

Figura 45: Atividade envolvendo elaboração de um problema

2. Os números x ; 10,5; 24 e 15 formam, nessa ordem, uma proporção.
- a) Qual é o valor do número x ?
- b) Elabore um problema cuja resolução envolva essa proporção.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 214)

Observa-se que os autores simplesmente solicitam ao aluno elaborar um problema com tais números, sem atividades anteriores que o auxiliem a perceber como proceder. Observa-se que na BNCC no objeto de conhecimento: “Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais”, consta como habilidade: “Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.” (BRASIL, 2018a, p. 307).

Não se percebeu outras atividades, diferentes do livro A e que exijam um maior raciocínio para a resolução. Apenas nas atividades sobre regra de três composta, tem-se mais uma questão que propõe a elaboração de um problema. A atividade solicita que o aluno “Elabore uma situação envolvendo três grandezas, que possa ser resolvida com regra de três composta. Em seguida, troque com um colega e resolva o problema elaborado por ele.” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 230)

Assim, conclui-se que apesar do grande incentivo visto na BNCC sobre a elaboração de problemas, o livro B não condiz com o esperado. Constataram-se apenas duas atividades que propõem a elaboração de problemas, sendo que nenhuma delas é planejada para que o aluno compreenda como elaborar um problema, quais as dificuldades e o que deve observar e refletir.

6.1.7 Sétimo critério: como os conteúdos são contextualizados nos livros A e B

Análise do sétimo critério - Livro A

O conteúdo de razão e proporção é relativamente fácil de ser contextualizado (contexto de semirrealidade) e certamente muitas atividades dos livros didáticos analisados envolvem situações que simulam a realidade. Porém, o intuito para esse critério é analisar o que é apresentado no decorrer do capítulo de razão e proporção e verificar se contextualizam esse conteúdo. Ou seja, serão analisados textos sobre a matemática ou sobre outras áreas de conhecimento, que envolvem o conteúdo de estudo unindo-o aos conhecimentos de outros campos.

O livro A, por exemplo, apresenta na introdução da unidade de razões e proporções um texto sobre o bronze e suas esculturas, que ilustra como o bronze é usado desde tempos remotos, seu uso na fabricação de moedas e esculturas. É um texto muito interessante que une

a história a um material muito utilizado até os dias de hoje. Porém, não existe relação entre o texto que inicia o capítulo com o que será estudado, o que torna sua presença nessa conjuntura um tanto quanto incoerente e sem propósito, parecendo ter o objetivo de desviar a atenção do estudante.

Ao final dos capítulos analisados é apresentado um quadro nomeado “Brasil Real”, onde são apresentadas algumas atividades no contexto da realidade⁸. O primeiro quadro desse tipo aborda os cálculos da ONU para a população mundial em 2050. Nesse quadro são apresentados um texto e uma tabela com a população atual de alguns países e a estimativa do número de habitantes para 2050 desses mesmos países. É uma atividade interessante que une as disciplinas de Geografia e Ciências e que envolve questões matemáticas. As primeiras duas perguntas se relacionam com o conteúdo estudado, a primeira, por exemplo, solicita que o aluno calcule as razões entre a população estimada de 2050 e 2007 dos Estados Unidos da América e do Brasil a fim de verificar qual razão é maior. As outras questões não se referem ao conteúdo estudado no capítulo, mas versam sobre construção e interpretação de gráficos.

A segunda atividade desse quadro versa sobre a hidrelétrica de Três Gargantas, onde é apresentado um pouco sobre a construção da hidrelétrica e onde é feita uma comparação com a Hidrelétrica de Itaipu, seguido de uma tabela comparativa com os valores de área inundada, produção efetiva de energia elétrica e potência instalada. As perguntas versam sobre a razão que pode ser determinada a partir de alguns dados. No texto é explicado que esses dados são alguns dos critérios que avaliam a eficiência dessas usinas quanto à produção e impactos ambientais. Ambas são atividades bem planejadas que contextualizam (no sentido de realidade) o tema estudado.

Para iniciar o capítulo sobre razões especiais, o livro apresenta um texto sobre Felipe Massa, o vencedor do Grande Prêmio Brasil de Fórmula 1 dos anos de 2006 e 2008. O texto apenas apresenta alguns dados, mencionando a velocidade média com a qual o piloto se classificou em vários campeonatos, introduzindo assim a conteúdo de velocidade média. Um texto breve, que não apresenta questionamentos, sendo apenas um tipo de curiosidade. Mas, o próximo quadro “Brasil Real” apresenta atividades sobre velocidade média e escala. Nesse quadro é apresentada uma tabela com as distâncias entre várias cidades brasileiras e após são apresentados alguns questionamentos, com atividades envolvendo a representação de escalas e o cálculo de velocidade média principalmente. Além disso, em alguns momentos o aluno precisa converter minutos em horas durante a resolução para chegar na resposta. Dessa forma

⁸ No contexto da realidade, os “alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situação da vida real” (SKOVSMOSE, 2000, p.10).


a atividade envolve além do contexto real (distância entre as cidades), outros conceitos e conversões importantes.

Ainda no capítulo que aborda as razões especiais, após a explicação sobre o cálculo da densidade de um corpo, o livro apresenta um texto informativo sobre Arquimedes. Nesse texto é apresentada uma questão solucionada pelo cientista, sobre a coroa de um rei e a maneira de descobrir se era totalmente de ouro ou se havia prata em meio ao ouro. A história conta que Arquimedes usou a densidade do ouro, da prata e da coroa e em um simples experimento concluiu que a coroa não era totalmente de ouro. O texto é seguido de uma questão que solicita que o aluno encontre os valores que correspondem à densidade do ouro e da prata, que não foram apresentados no texto. É uma curiosidade interessante, apesar de não haver muitos questionamentos, mas é significativa para ilustrar aos alunos como podemos comparar a densidade de objetos distintos e a importância de fazê-lo.

O quadro “Brasil Real”, na sequência, envolve o conceito de densidade demográfica. Nesse quadro são apresentadas duas tabelas com estados e regiões do país, suas áreas e população. As perguntas variam entre calcular a densidade demográfica com os dados da tabela e análise de um mapa. A última pergunta solicita que o aluno pesquise a população estimada para a sua região segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), comparando os dados. É uma atividade interessante, que contextualiza (no sentido de realidade) o tema estudado com dados reais do Brasil.

O próximo quadro “Brasil Real” apresenta duas atividades conforme ilustra a figura 46:

Figura 46: Atividades Brasil Real



BRASIL REAL

1. Mesmo com participação ainda menor que a dos homens, as mulheres pesquisadoras ganham cada vez mais espaço. Confira, nas tabelas seguintes, dados que mostram o aumento da participação feminina nessa área.

DISTRIBUIÇÃO DE PESQUISADORES, POR SEXO, NO BRASIL

	Homens	Mulheres
2000	56%	44%
2002	54%	46%
2004	53%	47%

Fonte: <http://ftp.mct.gov.br>. Acesso em: 16 out. 2008.

DISTRIBUIÇÃO DE PESQUISADORES POR SEXO, SEGUNDO ÁREA DO CONHECIMENTO

	MASCULINO	FEMININO
Ciências Agrárias	65,3%	34,4%
Ciências Biológicas	47,1%	52,5%
Ciências Exatas e da Terra	68,0%	31,6%
Ciências Humanas	39,5%	59,8%
Ciências Sociais Aplicadas	53,3%	45,8%
Ciências da Saúde	40,9%	58,3%
Engenharia e Computação	74,3%	25,4%
Linguística, Letras e Artes	33,0%	66,2%

Fonte: <www.scielo.br>. Acesso em: 16 out. 2008.

De acordo com as tabelas, responda:

a) De quantos por cento foi o aumento da participação feminina entre os pesquisadores brasileiros, no período de 2000 a 2004?

b) Em quais áreas do conhecimento a participação feminina é maior que a masculina?

2. O Brasil tem três grandes campeões na Fórmula 1:




Foto: Agência Fôça Imagem

Emerson Fittipaldi, campeão em 1972 e 1974.




Foto: Agência Fôça Imagem

Nelson Piquet, campeão em 1981, 1983 e 1987.




Foto: Agência Fôça Imagem

Ayrton Senna, campeão em 1988, 1990 e 1991.

RESUMO DA ATUAÇÃO DOS CAMPEÕES BRASILEIROS DE FÓRMULA 1

Piloto	Emerson Fittipaldi	Nelson Piquet	Ayrton Senna
Grandes Prêmios (GP) disputados	149	207	162
Vitórias	14	23	41
Títulos	2	3	3

Fonte: <www.formula1.com>. Acesso em: 1 dez. 2008.

De acordo com a tabela, responda:

a) De quantos por cento foi a taxa de vitórias de cada um em relação ao número de GPs disputados?

b) Qual deles teve melhor índice de aproveitamento?

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 250)

Apesar de haver poucos questionamentos, as informações contidas nas atividades são interessantes e podem promover mais debates sobre esses temas.

O capítulo que aborda o conceito de proporção tem como tema do quadro “Brasil Real”, uma questão sobre a proporção de médicos por número de habitantes, comentando brevemente sobre os padrões internacionais de 1 médico para cada 1.000 habitantes. A outra questão versa sobre escala. São feitos poucos questionamentos e expostas poucas informações sobre a realidade.

O próximo quadro “Brasil Real” informa sobre a participação das mulheres como candidatas e aptas para votar nas eleições de 2006. Não há textos informativos, apenas algumas questões que apresentam os números reais dessa eleição e questionamentos sobre algumas razões envolvidas e porcentagens.

Ao término da unidade encontra-se um espaço denominado “Tratando a informação”, em que são apresentadas duas atividades. A primeira delas tem como tema principal um retrato das mulheres, onde são apresentados vários gráficos com dados do IBGE e que ilustram o estado civil, interesses, expectativa de vida e participação política da mulher no Brasil. Apesar de trazer informações reais e que podem contribuir para vários debates em sala de aula, as questões propostas são de análise de gráficos, não tendo relação com o conteúdo apresentado no decorrer do capítulo.

A segunda atividade aborda o tema densidade demográfica. A atividade apresenta uma tabela, que contém informações do IBGE sobre a população e área (km²) de todos os estados brasileiros. Após, são colocados vários questionamentos para que o aluno determine a densidade demográfica de algumas regiões, incentivando a construção de tabelas e gráficos. Essa atividade é de fato contextualizada, pois envolve os dados reais do Brasil e o conteúdo estudado.


Em seguida é apresentado o capítulo que trata do conceito de grandezas proporcionais, com várias curiosidades. Algumas frases como “a quantidade de água que você gasta em um banho é proporcional ao tempo que você leva para tomar banho” (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 268) e “a televisão precisou de 13 anos e o rádio de 38 anos para atingir quase a mesma quantidade de público que o celular conquistou em apenas 5 anos: cerca de 50 milhões de usuários” (Ibid, p. 269) apresentam exemplos da realidade do aluno. Apesar de não haver nenhum questionamento, são exemplos que o professor pode usar para iniciar uma discussão na turma sobre grandezas proporcionais e não proporcionais.

Ao final do capítulo de números direta e inversamente proporcionais há um quadro “Brasil Real” cujo tema são as árvores nativas do Brasil (figura 47).

Figura 47: Atividade Brasil Real – Árvores nativas


BIOLOGIA E HISTÓRIA **BRASIL REAL**

O Brasil possui uma imensa variedade de árvores nativas, as quais sempre estiveram ligadas ao desenvolvimento econômico, histórico e social de nosso país. O próprio nome "Brasil" foi dado devido à importância de uma de nossas árvores nativas: o pau-brasil.



Giovanni Battista Ramusio. Em Atlas delle Navigazioni e Viaggi. Venezia, Italia, 1557.

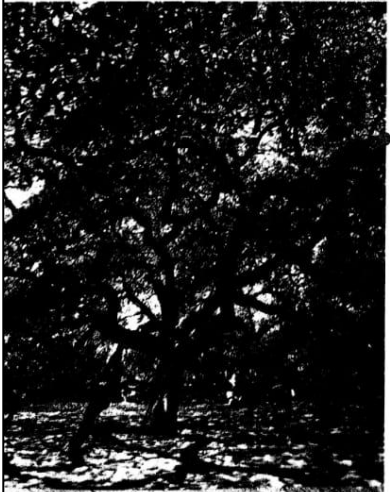
Mapa representando o Brasil, de Giovanni Battista Ramusio, 1557. Mostra os indígenas trabalhando no corte e transporte de madeira.



Manoel Novais

Foto da árvore pau-brasil.

O reconhecimento dessa importância se dá de diversas formas; muitas cidades, ruas, praças e bairros do nosso país, por exemplo, foram batizados com nomes de árvores nativas das regiões geográficas onde se localizam.



Delim Martins/Pulzar

Em Pirangi do Norte (RN) uma árvore se tornou atração turística!

Foto do maior cajueiro do mundo. Esse cajueiro foi plantado em 1888 pelo pescador Luiz Inácio de Oliveira, que, aos 93 anos, faleceu sob as sombras dessa árvore. Hoje, o cajueiro ocupa aproximadamente 8400 metros quadrados, cobrindo por volta de 95% da área do parque, local onde se encontra com outro cajueiro de tamanho menor. Durante o período da safra, os dois cajueiros produzem, juntos, cerca de oitenta mil frutos, que são colhidos pelos visitantes.

Com base nessas informações, responda:

- Qual é a área aproximada do parque, em Pirangi do Norte (RN)?
- Se as produções anuais de caju do cajueiro menor e do cajueiro maior fossem diretamente proporcionais a 3 e 497, respectivamente, quantos cajus cada árvore produziria por ano, aproximadamente?
- Procure na sua cidade ruas, praças e bairros que possuam nome de árvores. Pesquise imagens para identificar cada uma das árvores.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 276)

O texto é breve, primeiramente citando o pau-brasil e após apresentando um cajueiro em Pirangi do Norte (RN), dito o maior cajueiro do mundo. São feitos poucos questionamentos e apenas um deles envolve grandezas diretamente proporcionais para determinar a produção de cajus.

No fim do capítulo sobre regra de três há uma curiosidade, que ilustra como a regra de três era usada em tempos remotos (Figura 48)

Figura 48: Regra de três na antiguidade.

REGRA DE TRÊS À MODA ANTIGA

Chineses, árabes e hindus na regra de três

Muitos dos problemas no papiro de Rhind mostram o conhecimento de manipulações aritméticas equivalentes à conhecida "regra de três". Porém, o primeiro uso sistemático da regra de três ocorreu, provavelmente, na China antiga. Daí, alcançou a Arábia através da Índia, onde os matemáticos a tratavam pela mesma designação.

Alguns problemas bem antigos.

- • Veja como dois grandes matemáticos hindus abordavam a regra de três:
 - Aryabhata (476-550), no seu pequeno livro intitulado *Aryabhatiya*, escreve a respeito de como encontrar o quarto termo de uma proporção simples.

"Na regra de três, multiplique-se o fruto pelo desejo e divida-se pela medida. O resultado será o fruto do desejo."

Isso, é claro, é a regra familiar que diz que, se $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, então $x = \frac{bc}{a}$, em que a é a "medida", b é o "fruto", c é o "desejo", e x é o "fruto do desejo".

• Brahmagupta (c. 598-670) dizia que:

"Na regra de três, os nomes dos termos são Argumento, Fruto e Requisito. O primeiro e último termos devem ser semelhantes. Requisito multiplicado por Fruto e dividido por Argumento é o Produto."

Durante séculos, a regra de três mereceu grande consideração por parte dos mercadores. Seus vínculos com as proporções só foram reconhecidos no fim do século XIV.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 285)

O texto conecta a história com a matemática e mostra que a regra ensinada nos dias de hoje já era utilizada há muitos séculos. Essa curiosidade não é considerada uma atividade contextualizada, visto que não há questionamentos. Porém, é um assunto interessante de ser abordado nesse capítulo.

O próximo quadro "Brasil Real" versa sobre saúde, apresentando uma tabela com informações nutricionais de alguns alimentos, as atividades tratam da análise da tabela e envolvem o conteúdo de proporcionalidade.

O último quadro "Brasil Real" do capítulo apresenta duas atividades que envolvem grandezas proporcionais e o uso de celulares (figura 49).

Figura 49: Atividade Brasil Real – uso de celulares

ATUALIDADES E MEIO AMBIENTE **BRASIL REAL**

1. A energia utilizada para carregar simultaneamente 100 milhões de celulares é suficiente para abastecer, por 28 dias, 1260 residências. Quantos celulares, sendo carregados simultaneamente, utilizam a energia que poderia abastecer, durante uma semana, 630 residências?

2. Um brasileiro fala ao celular aproximadamente 80 minutos por mês. Se livros fossem impressos com as transcrições de todas as conversas ao celular dos 100 milhões de usuários do sistema em um mês, seriam produzidos 4900000 livros, com 475 páginas cada um. Usando os mesmos caracteres, quantos livros de 95 páginas seriam necessários para transcrever a conversa de 2000000 de usuários que falassem 16 minutos por mês ao telefone celular?

Em 2006, o Brasil atingiu a marca de 100 milhões de celulares em uso.

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 290)

Observa-se que nesse caso, não há textos com maiores informações, a não ser os dados apresentados nas questões.

Finalizando a unidade, é colocado outro espaço “Tratando a informação” que traz várias atividades contextualizadas sobre razão e proporção. Os temas referem-se a amizade no trabalho, a relação entre mortalidade infantil e renda *per capita*, e o uso de celulares. Não há muitos textos informativos, o foco são as atividades que carregam algumas informações reais sobre o Brasil.

Conclui-se a partir dos textos analisados, que o livro A apresenta uma variedade de assuntos e consegue conectá-los ao conteúdo abordado. Os temas perpassam assuntos relacionados às disciplinas de Geografia, Ciências, História e Biologia e tratam de temas da atualidade além de outros temas como, saúde, esportes, meio ambiente, política e cidadania.

Análise do sétimo critério - Livro B

A unidade de grandezas proporcionais inicia com um texto sobre a produção artesanal de vasos de barro, explicando os passos para tal fabricação. São apresentados alguns questionamentos que incentivam o pensamento proporcional, por exemplo, perguntas sobre quais fatores poderiam influenciar na quantidade de vasos produzidos por dia, ou o que aconteceria se aumentasse a quantidade de pessoas na produção. Essa abordagem é muito interessante para iniciar o conteúdo de razão e proporção, diferentemente do livro A que inicia o capítulo com um texto que não possui relação com o conteúdo a ser apresentado.

Em meio ao capítulo de razão há um tópico nomeado “pense e responda” no qual é apresentado uma receita de pudim de tapioca com algumas questões relacionadas ao aumento de porções ou ingredientes. A atividade é interessante, visto que receitas culinárias são exemplos tradicionais para introduzir razões. Porém, da maneira como foi abordado o assunto, acredita-se que pouco poderá contribuir para o processo de ensinar e aprender o conceito de razões, visto que na quantidade de ingredientes da receita são dispostos apenas números inteiros e os questionamentos podem ser resolvidos apenas utilizando-se cálculos simples de multiplicação e divisão de números inteiros.

Observamos que o quadro “Brasil Real” que consta no livro A, foi retirado nessa edição. Assim, todas as atividades contextualizadas com dados reais não estão disponíveis nesse livro. Além disso, o livro B não apresenta nenhum quadro semelhante substituindo-o.

O próximo tópico “Pense e responda” diz respeito a uma atividade envolvendo o preço do combustível em um posto de gasolina que oferece desconto. Essa atividade aparecia no livro A introduzindo o conteúdo de proporção. A atividade possui um contexto de semirrealidade, pois simula uma situação e envolve o conteúdo estudado.

Ao final da seção sobre a regra de três simples, há um tópico nomeado “nós”, onde é apresentado um texto sobre medida de tempo (figura 50).

Figura 50: Atividade medição do tempo

NÓS

Medição do tempo

Atividades humanas como agricultura e navegação, que permitiram o surgimento, o desenvolvimento e a expansão das civilizações, foram motivadoras para a criação de métodos e instrumentos de contagem de tempo, por exemplo, os relógios.

Desde o relógio de sol, o mais antigo de que se tem conhecimento, até os relógios atômicos, muitas contribuições foram necessárias para evoluir de um relógio capaz de medir somente as horas, sem muita precisão, para um relógio com precisão de 0,000000001 segundo.

- Discuta com seus colegas qual a importância de se fazerem medições precisas de tempo.
- Em quais situações você precisa medir o tempo?

Fonte: (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 225)

O texto é breve, e ilustra como a civilização foi motivada para criar métodos de contagem de tempo. Porém, os dois únicos questionamentos, assim como o texto, não envolvem o conteúdo de razão e proporção.

Outro tópico que conta nesse capítulo é denominado “Fórum” e apresenta um texto sobre congestionamento. É um texto interessante com informações verídicas sobre os problemas de tráfego no Brasil. Porém, as perguntas que são realizadas no decorrer não envolvem o conteúdo estudado até então. Um dos questionamentos apenas incentiva que os alunos recomendem possíveis soluções para esse problema. Observa-se que a atividade, exposta dessa maneira, apesar de apresentar uma contextualização real, fica fora do contexto.

A atividade sobre o valor nutricional de alguns alimentos apresentada no livro A faz parte do livro B. Porém, ela aparece em um novo tópico chamado “Por toda parte”. Essa é uma atividade relevante, pois muitos questionamentos realizados envolvem o conteúdo estudado nessa unidade.

No final da unidade, os autores apresentam um tópico denominado “Educação Financeira” que discorre sobre o tema mesada. Primeiramente é exposto um texto sobre o assunto, em seguida é colocada uma tabela com gastos e um exemplo que expõe a mesada de um menino. Os questionamentos realizados são relacionados de como gastar esse dinheiro de formas diferentes. A atividade é interessante, pois trata de um assunto que pode engajar os alunos. Porém, os questionamentos feitos pouco envolvem o conteúdo de razão e proporção.

A partir do exposto, conclui-se que houve uma redução de atividades contextualizadas em comparação com o livro A. Observa-se que os autores optaram por retirar muitas

atividades contextualizadas que constavam no livro A, e colocaram poucas novas atividades, sendo que muitas dessas apenas simulam a realidade e expõem dados fictícios (contexto de semirrealidade) o que não contribui para uma aprendizagem interdisciplinar, pois as atividades poderiam estabelecer relações com outras disciplinas ou outras áreas de conhecimento utilizando curiosidades e dados da realidade.

Nesse sentido, a BNCC propõe a “superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida” (BRASIL, 2018a, p. 15). Ou seja, esse documento ressalta a importância de se ter um ensino cada vez mais integrado e voltado para a realidade do estudante.

6.2 COLEÇÃO: TELÁRIS

Os livros analisados nessa seção são da coleção Teláris, de 7.º ano, escritos por Luiz Roberto Dante. Conforme indicado anteriormente, analisar-se-á o livro antigo (DANTE, 2015) denominado de livro C e o livro atual (DANTE, 2018) chamado de livro D.

O livro C dispõe de uma unidade para proporcionalidade e estatística, dividido em três capítulos. O Quadro 10 apresenta as seções dos capítulos que contém o conteúdo de proporcionalidade, porém neste trabalho será analisado apenas o capítulo denominado Proporcionalidade.

Quadro 10: Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro C

			(continua)
Unidade	Capítulo	Seções	Quantidade de páginas
Proporcionalidade E estatística	Proporcionalidade	Introdução	1
		Razões	4
		Proporções	9
		Razões especiais	4
		Regra de três simples	6
		Outras aplicações de proporcionalidade	3

		Regra de três composta	4
		Outros exercícios e problemas que envolvem proporcionalidade	6
	Matemática financeira: regra da sociedade, juros simples e juros compostos	Introdução	1
		Números proporcionais	5
		Regra da sociedade	2
		Porcentagem	6
		Juros	6
	Noções de estatística e probabilidade	-----	-----

Fonte: Sistematizado pela pesquisadora a partir de Dante (2015).

O capítulo de proporcionalidade totaliza 38 páginas, que corresponde a quase 13% do livro. No que segue apresenta-se a análise realizada, a partir de cada critério, para cada um dos livros.

6.2.1 – Primeiro critério: como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo nos livros C e D

Análise do primeiro critério - Livro C

O livro C inicialmente expõe uma ideia de proporcionalidade, considerando que os capítulos foram organizados em unidades, e que proporcionalidade e estatística é uma unidade que abrange três capítulos, demonstrando que a noção de proporcionalidade estará presente em outros conteúdos presentes no livro.

Na primeira página da unidade de proporcionalidade são apresentadas informações sobre filmes que possuem maior bilheteria no Brasil em 2013 seguido de alguns questionamentos. Uma das perguntas, em especial, chama a atenção por introduzir indiretamente a ideia de proporcionalidade: “O filme de maior público foi o 1.º colocado em arrecadação. Você consegue identificar alguma relação entre essas duas variáveis? (DANTE, 2015, p. 217)”. Observa-se que são questionamentos simples, mas que podem contribuir significativamente para a compreensão do conteúdo que se inicia.

O capítulo sobre proporcionalidade inicia com uma introdução onde são apresentadas duas situações que envolvem esse conceito.

Figura 51: Situações que envolvem proporcionalidade

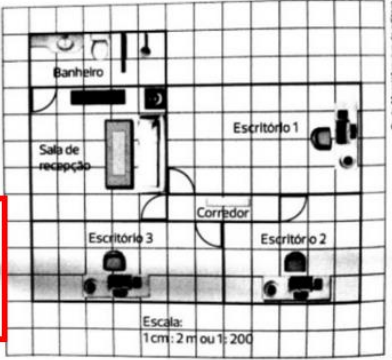
1 Introdução

Acompanhe as duas situações a seguir.

1ª) Em uma padaria, para fazer 1200 pães franceses, são gastos 30 kg de farinha de trigo. Quantos pães franceses podem ser feitos com 15 kg de farinha de trigo?

2ª) O desenho de uma planta baixa é a representação de uma construção (casa, apartamento ou salas de escritório) vista de cima, em tamanho reduzido. A planta ao lado representa um conjunto de escritórios e está na escala 1: 200. Qual é a largura real do escritório 1 em metros? Qual é a área do escritório 1 em metros quadrados?

As situações acima estão relacionadas a uma importante ideia chamada **proporcionalidade**. Neste capítulo vamos estudar vários assuntos ligados a essa ideia, como velocidade, escala, porcentagem, entre outros.

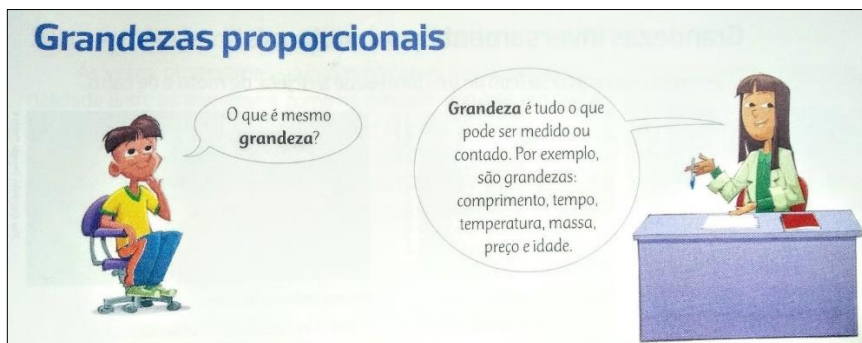


Planta baixa de uma construção.

Fonte: Adaptado de (DANTE, 2015, p. 218)

Optou-se por destacar a frase acima, pois se observa que o autor tem a preocupação de ilustrar a importância dessa ideia fundamental. No livro C, ainda são destinadas uma seção para razão, e outra para proporção, em que são apresentadas as definições e propriedades, e também o conteúdo de grandezas direta e inversamente proporcionais. No início do tópico de grandezas proporcionais, há uma revisão sobre o que são grandezas, conforme ilustra a figura 52.

Figura 52: Significado de grandezas.



Fonte: (DANTE, 2015, p. 227)

O tópico de grandezas diretamente proporcionais inicia com um exemplo resolvido sobre os metros de tecido para se produzir bermudas. Vale destacar que a ideia central desse exemplo foi mostrar como é possível resolver um problema envolvendo proporcionalidade de um modo simples. Na resolução foi usada apenas a multiplicação, como ilustra a figura 53:

Figura 53: Exemplo da costureira

Raimunda é costureira. Ela está fazendo bermudas encomendadas por uma instituição. Com 1,40 m de tecido, ela fez duas bermudas. Agora ela quer saber de quantos metros precisa para fazer seis bermudas.

Veja o raciocínio de Rodrigo:

Eu pensei assim: se para fazer duas bermudas ela gasta 1,40 m, como 6 é o triplo de 2, ela gastará o triplo de 1,40 m.

1,40 m
× 3
4,20 m

Fonte: (DANTE, 2015, p. 227)

Observa-se que esses são exemplos que se considera adequados para mostrar aos alunos que o conteúdo está intimamente ligado ao cotidiano e que, por vezes, eles já utilizaram dessa ideia para resolver seus problemas sem perceber sua relação com um conteúdo matemático.

Em seguida é apresentada uma ideia de grandezas diretamente proporcionais:

Em casos como esse, dizemos que as grandezas correspondentes a número de bermudas e metros de tecido são diretamente proporcionais ou apenas que são proporcionais.

Quando o valor de uma grandeza dobra, triplica ou é reduzido à metade, o valor da outra grandeza também dobra, triplica ou é reduzido à metade, e assim por diante. (DANTE, 2015, p. 227)

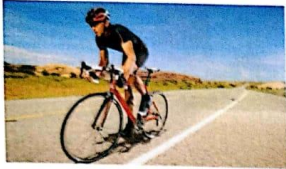
Observa-se que a definição parte de um caso particular (bermudas e metros de tecidos), o que não é o ideal. Acredita-se que nesse aspecto, o autor perdeu a oportunidade de generalizar as ideias.

O livro C apresenta poucas atividades antes de seguir para o tópico grandezas inversamente proporcionais, que são apresentadas a partir de um único exemplo envolvendo velocidade e tempo, onde é colocada a definição destacada, como ilustra a figura 54.


Figura 54: Exemplo envolvendo velocidade e tempo

Grandezas inversamente proporcionais


Imagine um percurso feito de três formas: de bicicleta, de moto e de carro.



Pessoa andando de bicicleta.
Com a velocidade média de 15 km/h, João gastou 120 minutos.



Pessoa andando de moto.
Com a velocidade média de 30 km/h, Maurício gastou 60 minutos.



Pessoa andando de carro.
Com a velocidade média de 90 km/h, Luciana gastou 20 minutos.

Observe que o veículo de **velocidade menor** gastou **tempo maior**. A velocidade e o tempo **não** são grandezas diretamente proporcionais, pois, quando a velocidade dobrou de 15 km/h para 30 km/h, o tempo não dobrou: foi reduzido à metade, pois passou de 120 minutos para 60 minutos.

Observe os valores dessa situação que envolve duas grandezas: velocidade (em km/h) e tempo (em min).

	Velocidade (km/h)	Tempo (min)
$\times 2$	15	120
$\times 3$	30	60
	90	20

$\times 6$: 2 : 3 : 6

Em um caso como esse, dizemos que as duas grandezas são **inversamente proporcionais**.
Quando o valor de uma é multiplicado por um número, o valor correspondente da outra é dividido pelo mesmo número.

Ao duplicar a velocidade (de 15 km/h para 30 km/h), o tempo caiu pela metade (de 120 minutos para 60 minutos). Ao multiplicar por 6 a velocidade (de 15 km/h para 90 km/h), o tempo ficou dividido por 6 (de 120 minutos para 20 minutos).

Fonte: (DANTE, 2015, p. 228)

A próxima atividade versa sobre situações de não proporcionalidade, mostrando como exemplo, uma mãe que registra a altura da filha aos 5, 10 e 15 anos. Segue, no livro, uma

atividade de cálculo mental que envolve também a verificação de grandezas proporcionais ou não.

Percebe-se que é interessante que se dedique tempo para tratar do assunto de não proporcionalidade, para que os alunos consigam compreender a diferença entre situações que envolvem proporcionalidade e as que não envolvem esse conceito.

O próximo tópico trata de forma rápida sobre o coeficiente de proporcionalidade com um exemplo e algumas atividades. Em seguida é exposto um texto sobre a proporção na arte, colaborando com a compreensão de que a proporcionalidade não está restrita à matemática.

O livro C segue com a seção de razões especiais que apresenta escala, velocidade média e densidade demográfica; todas são apresentadas com um exemplo curto sem questionamentos e com alguns problemas na sequência. Apenas a explicação da escala tem explícita a relação entre as razões mencionadas com grandezas proporcionais quando apresenta: “As distâncias nos mapas são diretamente proporcionais às distâncias correspondentes na realidade” (DANTE, 2015, p. 232). Porém, o autor não apresenta muitas explicações de como chegou-se a essa conclusão.

Em seguida é apresentada a seção de regra de três simples com alguns exemplos e problemas, que não mostram detalhes sobre as grandezas envolvidas ou a proporcionalidade presente nas atividades, nem são feitas demonstrações da regra. Um tópico dessa seção refere-se a encontrar porcentagens usando a regra de três. A próxima seção é sobre “Outras aplicações de proporcionalidade”, em que são apresentados tópicos sobre: movimento uniforme – velocidade constante, ampliação e redução de figuras, e proporcionalidade direta e gráfico. Porém, as ideias fundamentais de proporcionalidade e interdependência não são evidenciadas.

A última seção de conteúdos versa sobre regra de três composta, onde não há muitos detalhes sobre quais são as grandezas envolvidas nem mesmo por que são direta ou inversamente proporcionais.

Conclui-se, a partir do exposto, que a ideia de proporcionalidade está mais claramente exposta em comparação com a ideia de dependência de grandezas, que também constitui uma ideia fundamental nesses conteúdos, e que não foi muito desenvolvida. Conforme o tema vai sendo explorado as concepções de ideia fundamental vão se perdendo, e as explicações vão ficando mais superficiais.

O livro D dispõe igualmente de uma unidade para o tema razão e proporção, denominado: Proporcionalidade, dividindo-se em quatro capítulos como mostra o quadro 11, totalizando 22 páginas, que corresponde a pouco mais de 7% do livro.

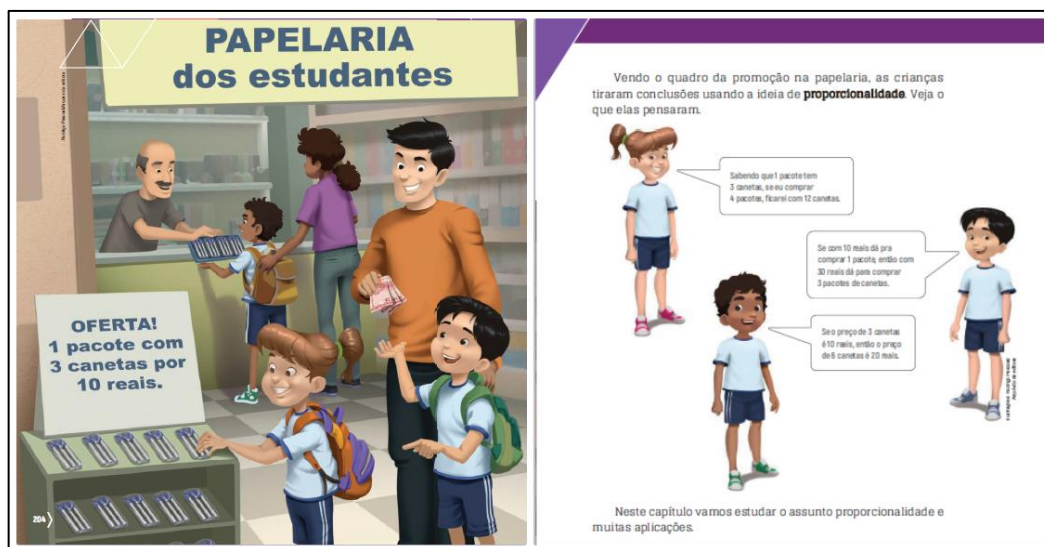
Quadro 11: Denominação dos capítulos e seções sobre o conteúdo Razões e Proporções no livro D

Unidade	Capítulo	Seções	Quantidade de páginas
Proporcionalidade	As ideias de proporcionalidade e de razão	Porcentagem como razão	6
	Proporções	A ideia de proporção	1
		Propriedade fundamental das proporções	2
		Proporcionalidade entre grandezas	3
		Coefficiente de proporcionalidade	2
	Regra de 3 simples	-	3
Outras atividades e problemas que envolvem proporcionalidade	-	5	

Fonte: Sistematizado pela autora

A unidade de proporcionalidade inicia com uma imagem mostrando uma oferta em uma papelaria (figura 55)


Figura 55: Introdução ao conceito de proporcionalidade



Fonte: Adaptado de (DANTE, 2018, p.204-205)

Logo em seguida são realizados os questionamentos ilustrados na figura 56.

Figura 56: Introdução ao conceito de proporcionalidade: questionamentos

 **Converse com os colegas sobre estas questões e registre as respostas no caderno.**

- 1▶ Quantas canetas dá pra comprar com 50 reais?
- 2▶ Qual é o preço de 4 pacotes de canetas?
- 3▶ Quantos pacotes são necessários para comprar 18 canetas?
- 4▶ Ao comprar 8 pacotes de canetas, uma pessoa vai comprar quantas canetas ao todo? E quantos reais vai gastar? :

Fonte: (DANTE, 2018, p.205)


Percebe-se que a situação apresentada é interessante de ser explorada em sala de aula, visto que o pensamento aplicado nessa situação específica é muito comum e pode ser que os alunos se identifiquem com a situação. Acredita-se que os questionamentos poderão contribuir para promover a reflexão sobre o assunto estudado.

A BNCC menciona que se deve “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas” (BRASIL, 2018a, p. 16). Assim, é possível que o processo de ensinar e aprender se torne mais simples, ao passo que o conteúdo matemático se aproxima da realidade vivida pelos estudantes.

O primeiro subcapítulo denomina-se: “As ideias de proporcionalidade e razão”, simbolizando a união do conteúdo de razão à ideia fundamental de proporcionalidade. É apresentada, inicialmente, uma situação envolvendo a mistura de leite em pó com água, sem questionamentos, apenas a explicação sobre o significado de razão e em seguida a forma como se representa uma razão (figura 57).

Figura 57: Situação que antecede o conceito

Joana foi preparar leite usando leite em pó instantâneo. Veja o rótulo da embalagem.



Lata de leite em pó.

Modo de preparo
Para cada copo de água (180 mL), coloque 2 colheres de sopa de leite em pó instantâneo e misture bem.

Para organizar melhor os dados, Joana montou uma tabela indicando a quantidade de colheres de sopa de leite em pó instantâneo necessária para cada quantidade de copos de água.

Neste caso, estamos relacionando a quantidade de copos de água com a quantidade de colheres de sopa de leite em pó. Dizemos que “de 1 para 2” ou “1 em 2” é a **razão** entre a quantidade de copos de água e a quantidade de colheres de sopa de leite em pó.

Preparo do leite

Quantidade de copos de água	Quantidade de colheres de sopa de leite em pó
1	2
2	4
3	6
4	8

Tabela elaborada para fins didáticos.

Indicamos essa razão assim: 1 em 2 ou $1 : 2$ ou $\frac{1}{2}$

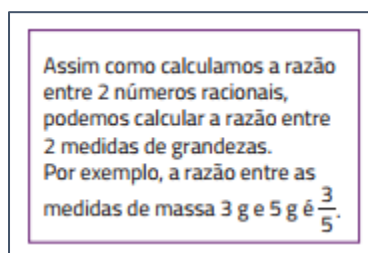
Fonte: (DANTE, 2018, p.206)

Após, é explicado que se a quantidade de água for dobrada, a quantidade de leite também deverá ser colocada em dobro, e assim é apresentado o conceito de grandezas proporcionais: “Neste caso, dizemos que as grandezas quantidade de copos de água e quantidade de colheres de sopa de leite em pó são **grandezas proporcionais**” (DANTE, 2018, p. 206). Dentre os livros analisados esse é o único que apresenta a definição de razão e proporcionalidade juntas, indo de acordo com a proposta da BNCC de mostrar e relacionar a ideia fundamental dos conteúdos com o ensino desses.

Em seguida é apresentado que: “Neste capítulo vamos estudar vários assuntos relacionados às ideias de proporção e de razão.” (Ibid, p. 206). Nesse sentido, o livro C destacava que a ideia central era proporcionalidade, o que condiz com a proposta da BNCC, diferentemente do livro D, pois razão e proporção não são consideradas ideias fundamentais, esperava-se encontrar proporcionalidade, interdependência e/ou comparação entre as ideias fundamentais.

O segundo exemplo apresentado cuja finalidade é explicar razão, versa sobre o número de meninos e meninas em uma turma. Do lado da definição de razão é colocado um quadro com a explicação ilustrada na figura 58.

Figura 58: Razão entre medidas de grandeza.



Fonte: (DANTE, 2018, p. 207)


É interessante mostrar que a razão não envolve só números e considerar que existem razões entre grandezas. Porém, da forma como foi exposto, entende-se que isso é apenas uma curiosidade e não algo que vai ser estudado posteriormente e que envolve as ideias fundamentais desse conteúdo.

Na sequência iniciam as atividades. Nesse caso, o conceito de escala que era um tópico sobre razões especiais no livro C, no livro D aparece em meio as atividades, com uma explicação rápida sobre o significado de escala e sem o destaque dado anteriormente, em que afirmava que as distâncias envolvidas eram diretamente proporcionais, ou seja, sem fazer menção à relação entre escala e grandezas proporcionais.

Curiosamente, em alguns aspectos pontuais o livro C está mais adequado à BNCC se comparado ao livro D. Certas frases que iriam de acordo com a proposta da BNCC foram retiradas ou modificadas, perdendo o sentido inicial. Vale destacar que algumas poucas frases colocadas em meio ao texto não fazem com que o livro D esteja atendendo às habilidades da BNCC, mas como a estrutura no geral, e a explicação dos conteúdos com suas atividades continuam muito parecidas, se não as mesmas, é relevante a análise de pontos específicos.

O último tópico do capítulo versa sobre porcentagem como razão, e apresenta uma explicação rápida (figura 59) e alguns exercícios, assim como no livro C, sem mencionar sobre as ideias fundamentais.

Figura 59: Porcentagem como razão



Você já trabalhou com a porcentagem antes. Agora vamos usá-la com o conceito de razão.

Por exemplo, calcular 40% de uma quantidade é o mesmo que calcular $\frac{2}{5}$ dessa mesma quantidade.

40% é a razão entre 40 e 100, ou seja: $\frac{400}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Porcentagem é a razão que tem o 2º termo igual a 100.

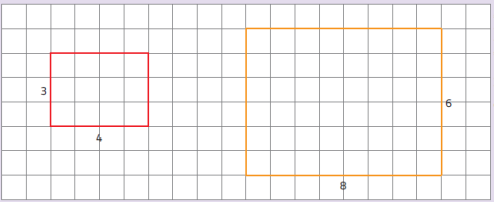
Fonte: (DANTE, 2018, p. 209)

A próxima seção versa sobre proporções, em que inicialmente é colocada uma situação com alguns questionamentos sobre as razões envolvidas, seguindo com a definição, suas propriedades (figura 60) e atividades, sem menção às ideias fundamentais envolvidas. Observa-se que as atividades e situações apresentadas são semelhantes às utilizadas no livro C.

Figura 60: Proporções no livro D

Explorar e descobrir não escreva no livro!

Observe os retângulos representados na malha quadriculada:



Retângulo A Retângulo B

a) Qual é a razão entre as medidas de comprimento da altura do retângulo A e da altura do retângulo B?
b) Qual é a razão entre as medidas de comprimento da largura do retângulo A e da largura do retângulo B?
c) Observe os resultados obtidos nos itens anteriores. O que você pode afirmar?

Definimos **proporção** como a igualdade de 2 razões.

Assim, no *Explorar e descobrir* acima temos a seguinte proporção:

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

(Lemos: 3 está para 6, assim como 4 está para 8.)

Os números 3, 6, 4 e 8 são chamados de **termos** da proporção. O primeiro e o último termos (3 e 8, neste caso) são os **extremos** da proporção, e os outros 2 termos (6 e 4, neste caso) são os **meios** da proporção.

Propriedade fundamental das proporções

Observe o que ocorre com estas proporções.

$$\frac{3}{6} \times \frac{4}{8} \rightarrow \frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 8} = \frac{6 \cdot 4}{24}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{6}{14} \rightarrow \frac{3 \cdot 6}{7 \cdot 14} = \frac{7 \cdot 6}{42}$$

O que ocorreu com essas proporções ocorre com todas as proporções.

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
Assim, se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção, então $a \cdot d = b \cdot c$.

Fonte: (DANTE, 2018, p. 209)

No tópico sobre proporcionalidade entre grandezas é colocada, inicialmente, a mesma frase que foi destacada no livro C, ilustrada na figura 52, que relembra o significado de grandezas. Logo se inicia o conteúdo de grandezas diretamente proporcionais, com o mesmo exemplo e com a definição dada de forma muito semelhante ao que foi feito no livro C.

Em casos como esse, dizemos que as grandezas são diretamente proporcionais, ou apenas que são proporcionais. Quando o valor de uma grandeza dobra, triplica ou é reduzido à metade, o valor da outra grandeza, que é diretamente proporcional a ela, também dobra, triplica ou é reduzido à metade.” (DANTE, 2018, p. 212)

Observa-se que diferentemente do que ocorre no livro C, no livro D o autor completa com a explicação: “Então, as grandezas número de bermudas e comprimento do tecido dessa situação são diretamente proporcionais.” (Ibid, p. 212). O tópico termina com algumas atividades iguais às do livro C.

O próximo tópico sobre grandezas inversamente proporcionais inicia com o mesmo exemplo e uma definição muito semelhante a dada no livro anterior e acaba a seção com a explicação: “Em casos como esse, dizemos que as grandezas são **inversamente proporcionais**. Quando o valor de uma grandeza é multiplicado por um número, o valor da outra grandeza, que é inversamente proporcional a ela, é dividido pelo mesmo número.” (DANTE, 2018, p. 213). Terminando com as mesmas duas atividades.

Em seguida é apresentado o tópico sobre situações de não proporcionalidade, onde é exposto o mesmo exemplo do livro C e as mesmas atividades (figura 61).

Figura 61: Situações de não proporcionalidade no Livro D

Situações de não proporcionalidade


Às vezes, observamos situações nas quais não há proporcionalidade entre as grandezas, como neste exemplo: Os pais de Aline registraram a medida de altura da filha aos 5, aos 10 e aos 15 anos. Observe.

Idade (em anos)	5	10	15
Medida de altura (em metros)	1,06	1,59	1,63

Tabela elaborada para fins didáticos.

Quando a idade **dobra** de 5 para 10 anos, a **medida de altura não dobra** (de 1,06 m para 2,12 m), **nem reduz à metade** (de 1,06 m para 0,53 m).

Em casos como esses, dizemos que as grandezas **não são proporcionais**.



Ped. Theresia/Unho Images/Brand/Getty Images

Mãe medindo a altura da filha.

Fonte: (DANTE, 2018, p. 214)

O mesmo acontece com o tópico sobre coeficiente de proporcionalidade, a explicação desse conteúdo foi acrescida de alguns elementos, que não interferiram em expor ou não as ideias fundamentais, uma das mudanças foi em acrescentar a palavra “grandezas” na definição de

coeficiente de proporcionalidade na frase: “ $1/3$ é a razão de proporcionalidade ou o coeficiente de proporcionalidade das grandezas número de bolos e número de ovos.” (DANTE, 2018, p. 215), enquanto no livro C esta: “ $1/3$ é a razão de proporcionalidade ou o coeficiente de proporcionalidade entre número de bolos e número de ovos”. (DANTE, 2015, p. 230).

Observa-se que o livro D teve a preocupação em mencionar que o coeficiente em questão é em relação às grandezas, que o número de bolos e o número de ovos são grandezas.

O livro D segue com as mesmas atividades e o mesmo texto sobre a proporção e a arte (figura 62)

Figura 62: Sobre proporção e arte no livro D

A proporção na Arte – Antiguidade e Renascimento

Na Grécia antiga, o período que vai do século V a.C. ao século IV a.C. é conhecido como Período Clássico. Nesse momento histórico, a arte grega se caracterizou principalmente pela busca de equilíbrio, harmonia e beleza. Na escultura clássica, artistas como Fídias (c. 490 a.C.-432 a.C.) e Policleto (480 a.C.-420 a.C.) buscavam as proporções ideais do corpo humano.

Em meados do século V a.C., Policleto escreveu um tratado, o *Cânone* (regra), no qual descreve a própria concepção a respeito das proporções matemáticas ideais do corpo humano. A escultura *Doríforo* (do grego *Doryphoros*, que significa 'portador de lança') ilustra essas teorias. Para Policleto, um dos princípios da proporção ideal era que a medida de altura do corpo humano deveria corresponder a 7 vezes a medida de altura da cabeça.

A preocupação em representar as proporções ideais do corpo humano aparece também no Renascimento (aproximadamente entre fins do século XIII e meados do século XVII), período da história da Europa marcado por transformações que mostram o fim da Idade Média e o início da Idade Moderna e caracterizado por grandes mudanças na Arte, na Filosofia e nas ciências.



O Renascimento se destacou por uma retomada do pensamento e da Arte da Antiguidade clássica e pela valorização do ser humano como centro do Universo. Artistas como Leonardo da Vinci (1452-1519), Michelangelo Buonarroti (1475-1564) e Rafael Sanzio (1483-1520) criaram obras de grande rigor na proporção das formas, buscando transmitir beleza e harmonia.

O *Homem vitruviano* é um desenho de Leonardo da Vinci, feito por volta de 1490. A obra representa uma figura masculina, em 2 posições sobrepostas de braços e pernas estendidos, desenhada dentro de uma circunferência e de um quadrado. Trata-se de um estudo das proporções do corpo humano, com base no tratado *De architectura*, do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio (90 a.C.-20 a.C.), segundo o qual os edifícios deveriam se basear na simetria e na proporção da figura humana. De acordo com Vitruvius, o corpo humano, com braços e pernas estendidos, deveria se ajustar perfeitamente à circunferência e ao quadrado.

Fontes de consulta: UOL. Disciplinas. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/disciplinas/arte/arte-na-grecia-antiga-3-periodo-classico-490-80-ac-a-330-20-ac.htm>>; KOTHE, Flávio R. Vitruvius Revisto. Disponível em: <<http://periodicos.unb.br/index.php/esteticasemotica/article/viewFile/19609/13856>>. Acesso em: 15 out. 2018.



Doriforo. 440 a.C. Polykleitos. Escultura de mármore, 2,12 m de altura. Museu Arqueológico Nacional, Nápoles, Itália.

Human Proportions. 1942. Leonardo da Vinci. Desenho com lápis e tinta no papel branco, 34,4 cm x 24,5 cm.


Fonte: (DANTE, 2018, p. 216)

A seção sobre regra de três simples é menor em comparação com o livro C. No livro D é apresentado apenas um exemplo para grandezas diretamente proporcionais e um exemplo para grandezas inversamente proporcionais. Os exemplos usados são os mesmos do livro C (figura 63) e as atividades seguem as mesmas, algumas com valores diferentes, mas em sua maioria aparecem até mesmo na mesma ordem, não havendo, assim, diferença na apresentação e integração das ideias fundamentais.

Figura 63: Regra de três simples

Acompanhe as situações.

- Uma barra de cano com medida de comprimento de 6 m tem medida de massa de 10 kg. Qual é a medida de massa de uma barra de medida de comprimento de 9 m desse mesmo tipo de cano?



Essa é uma situação de **proporcionalidade direta**, pois, dobrando a medida de comprimento da barra, a medida de massa dobra; triplicando a medida de comprimento, a medida de massa triplica; e assim por diante.

Observe como organizamos as informações e estabelecemos uma proporção que permite o cálculo da medida procurada.

Medidas do cano

Medida de comprimento (em m)	Medida da massa (em kg)
6	10
9	x

Tabela elaborada para fins didáticos.

Como as grandezas são diretamente proporcionais, podemos escrever:

$$\frac{6}{10} = \frac{9}{x} \text{ ou } \frac{6}{9} = \frac{10}{x}$$

Assim:

$$6 \cdot x = 9 \cdot 10 \Rightarrow 6x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{6} = 15$$

Logo, uma barra de medida de comprimento de 9 m tem medida de massa de 15 kg.

Esse número que precisamos descobrir é chamado de **quarta proporcional**. Ele recebe esse nome pois já temos 3 números e precisamos descobrir o quarto. O procedimento usado na resolução dessa situação é conhecido por regra de 3 simples, pois se deseja determinar um número conhecendo-se 3 outros.

Com 4 pedreiros trabalhando, a reforma de uma casa é realizada em 15 dias. Em quantos dias 6 pedreiros realizariam a mesma reforma trabalhando no mesmo ritmo?

Essa é uma situação de **proporcionalidade inversa**, pois, dobrando o número de pedreiros, o intervalo de tempo cai pela metade; triplicando o número de pedreiros, o intervalo de tempo é reduzido à terça parte; e assim por diante.

Reforma da casa

Número de pedreiros	Intervalo de tempo (em dias)
4	15
6	x

Tabela elaborada para fins didáticos.

Como as grandezas são inversamente proporcionais, podemos escrever:

$$\frac{6}{4} = \frac{15}{x}$$

Assim:

$$6 \cdot x = 4 \cdot 15 \Rightarrow 6x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{6} = 10$$

Logo, 6 pedreiros realizariam a reforma em 10 dias.

Fonte: (DANTE, 2018, p. 217)

Conclui-se que não houveram mudanças significativas com relação à apresentação das ideias fundamentais durante os capítulos analisados. É fato que as ideias fundamentais já eram destaque nos PCN, assim considerando que o livro C já apresentava várias colocações que contribuíam para o entendimento das ideias de proporcionalidade principalmente, e de interdependência de grandezas, estando mais próximo do que preconizam os PCN, não haver muitas mudanças não significa, de todo modo, que o livro não esteja apresentando as ideias fundamentais.

6.2.2 – Segundo critério: qual o significado dado ao termo razão e proporção nos livros C e D

Análise do segundo critério - Livro C

O subcapítulo de razão inicia com uma situação em que são comparados o número de meninos e o número de meninas em uma turma, logo é apresentado que:

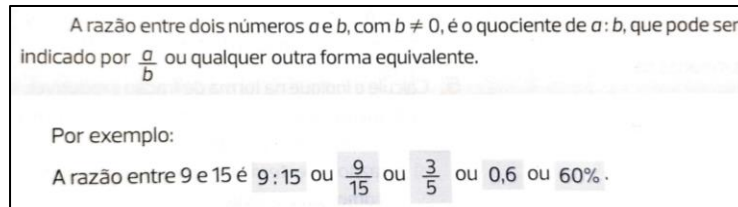
Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a **razão** entre eles, estando atento à **ordem considerada**. [...]

A razão entre o número de meninos e o número de meninas, nessa ordem, é de 15 : 20 = $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Veja o significado da razão entre 15 e 20 (que é $\frac{3}{4}$), expresso de várias formas:

- A razão entre o número de meninos e o número de meninas no 7º A é $\frac{3}{4}$.
 - No 7º A, para cada 3 meninos, há 4 meninas;
 - No 7º A, o número de meninos corresponde a $\frac{3}{4}$ do número de meninas;
 - A razão entre o número de meninos e o número de meninas no 7º A é de 3 para 4.
- (DANTE, 2018, p. 219)

Em seguida é apresentada a definição ilustrada na figura 64.

Figura 64: Definição de razão apresentada no livro C



Fonte: (DANTE, 2015, p.220)

Na sequência é exposto que a ordem dos números no cálculo de uma razão é importante, assim é colocada a próxima definição: “Na razão entre a e b ($\frac{a}{b}$), o a é chamado de antecedente e o b é chamado de conseqüente.” (DANTE, 2015, p. 220), seguindo com atividades.

Da mesma forma que a coleção anterior, apesar de ser apresentada uma situação que envolve uma comparação e resulta em uma razão, não é explorada de forma mais detalhada essa relação. A primeira situação, por exemplo, envolve o número de meninos e meninas em uma turma, não foi mencionado que aquela razão não informava a quantidade total de alunos na turma, sendo essa uma característica importante das razões entre as partes. Esse foi o único exemplo contextualizado para explicar a ideia de razão, ou seja, não foi apresentado um exemplo de razão entre parte e todo. Ainda, a definição de razão não é relacionada à comparação de grandezas. No livro C o tópico que envolve porcentagem e razão também é anterior a seção de proporção, ou seja, os conceitos de razão não são integrados ao conceito de proporção.

A seção de proporção inicia com o mesmo exemplo apresentado anteriormente na definição de razão, nessa parte é comparado o número de alunos com outras turmas, mostrando que há duas turmas com a mesma proporção de alunos, assim é apresentado: “Em casos como esse, as duas razões formam uma proporção. Indicamos essa proporção assim: $\frac{15}{20} = \frac{12}{16}$ e lemos ‘15 está para 20 assim como 12 está para 16’” (DANTE, 2015, p. 223). Seguindo com a definição: “Se duas razões são iguais, elas formam uma proporção. Assim, se a razão

entre os números a e b é igual à razão entre os números c e d , dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção” (Ibid, p. 223).

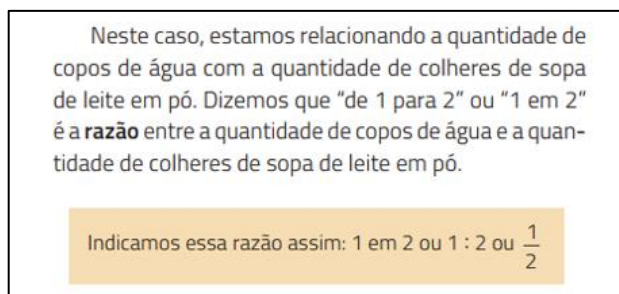
Ainda, ao lado da definição, de forma destacada (dentro de um quadrado) consta a seguinte observação: “Duas razões são iguais quando os quocientes que elas indicam são iguais” (DANTE, 2015, p. 223). Em seguida são apresentados alguns exercícios e logo mais algumas propriedades das proporções.

Sendo assim, o livro C não relaciona a ideia de proporção à comparação, se restringindo a definir proporção apenas a partir das razões, sem mostrar clareza sobre o seu significado.

Análise do segundo critério - Livro D

O subcapítulo de razão inicia com uma situação envolvendo a mistura de leite em pó com água. Após uma breve introdução sobre a situação, é apresentado, ao lado da tabela com as informações sobre o preparo do leite, o significado de razão na frase ilustrada na figura 65.

Figura 65: Significado de razão livro D



Fonte: (DANTE, 2018, p. 206)

Após mencionar que dobrando a quantidade de água, a quantidade de colheres de sopa de leite também deverá ser dobrada, e assim por diante, é destacada a frase em que é mencionado que desse modo as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais, como destacado na análise do critério anterior.

Em seguida são expostas algumas atividades e na sequência é colocado o mesmo exemplo do número de meninas e meninos em uma turma que consta no livro C, apenas diferindo a definição, sendo: “A razão entre 2 números racionais a e b , com $b \neq 0$, é o quociente de a por b expresso por $a : b$ ou $\frac{a}{b}$ (lemos: a está para b), ou qualquer outra maneira

equivalente.” (DANTE, 2018, p. 207). Além disso, ao lado desse exemplo é destacado em um quadro a frase que se encontra na figura 66.

Figura 66: Quadro sobre razão

Assim como calculamos a razão entre 2 números racionais, podemos calcular a razão entre 2 medidas de grandezas. Por exemplo, a razão entre as medidas de massa 3 g e 5 g é $\frac{3}{5}$.

Fonte: (DANTE, 2018, p. 207)

Porém, essa frase é exibida como uma curiosidade e não algo que faz parte da definição de razão, comparar grandezas através de razões. O exemplo do preparo do leite também não destaca a relação de comparação e razão. Além disso, não são mencionados os vários tipos de razão entre as partes ou entre as partes e o todo, e suas diferenças. A definição de razão não está clara, em todo caso, não é mencionada que é uma comparação entre grandezas.

Assim como ocorre no livro C, no livro D o tópico de porcentagem como razão continua antecedendo o subcapítulo de proporção, ou seja, não havendo conexão entre os conceitos de razão e porcentagem com proporção.

O subcapítulo de proporção inicia com uma situação em que se solicita que o aluno determine a razão entre as medidas de comprimento e altura de dois retângulos com medidas diferentes, mas que terão razões iguais, logo em seguida é apresentada a primeira definição: “Definimos **proporção** como a igualdade de 2 razões.” (DANTE, 2018, p. 210). Seguido de um exemplo que apresenta como se pode ler uma proporção: $\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ (Lemos: 3 está para 6, assim como 4 está para 8). Após é apresentada a propriedade fundamental das proporções (sem demonstração), seguido de atividades. Assim, não foi apresentada a ideia de proporção como uma comparação, apenas mantendo a relação de proporção e razão como no livro C.

Conclui-se a partir das análises das duas coleções, que não há uma ideia ampla sobre os significados de ‘razão’ e ‘proporção’. Os livros atentam-se aos aspectos pontuais, deixando de lado as relações envolvidas entre as definições e as diferentes terminologias.

6.2.3 – Terceiro critério: como o livro didático integra os novos conceitos nos livros C e D

Análise do terceiro critério – Livro C

A primeira seção do capítulo de proporcionalidade é razões, que não apresenta nenhum conceito integrado ao assunto. O próximo tópico é de porcentagem, onde é apresentada brevemente a relação entre porcentagem e razão na seguinte frase: “Porcentagem é a razão que tem o conseqüente (2º termo) igual a 100. (DANTE, 2015, p. 222).

A próxima seção é destinada a proporção e suas propriedades, em que é apresentada uma atividade que engloba o conceito de perímetro. A atividade expõe dois retângulos A e B. O retângulo A possui dimensões de 6m por 4m. Sabendo-se que a razão entre os comprimentos dos retângulos A e B é igual à razão entre as larguras, solicita-se para determinar o comprimento e a largura do retângulo B, sendo que seu perímetro é de 30m. Apesar de o conceito de perímetro ser bem comum em atividades de matemática, essa atividade integra os dois conceitos de razão e perímetro, sendo uma atividade interessante, pois pode ser propícia para o aluno entender o significado de razão.

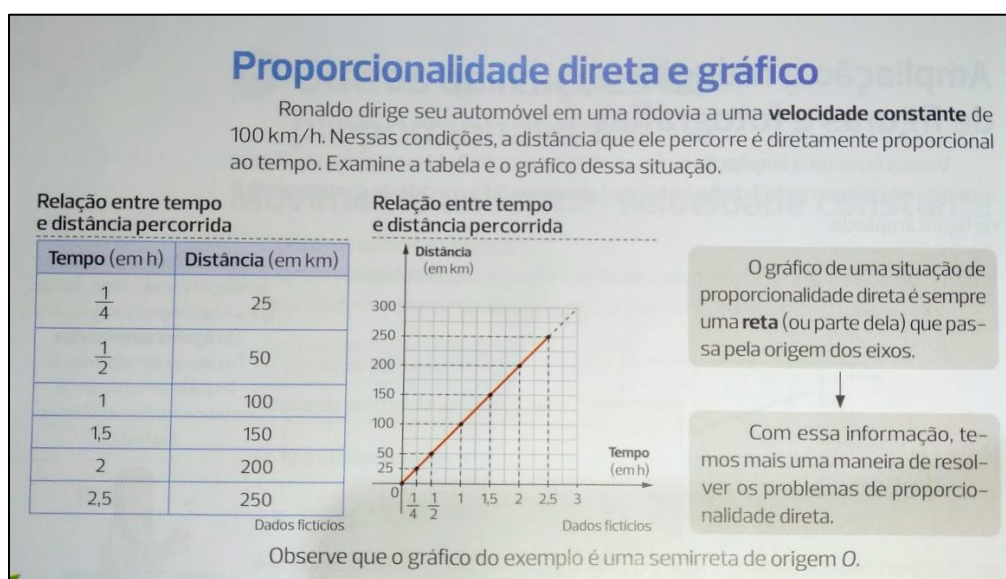
Na mesma seção, após a explicação sobre grandezas direta e inversamente proporcionais, há um tópico para situações de não proporcionalidade, em que conforme comentado na análise do primeiro critério é apresentado um exemplo de uma mãe medindo a altura da filha e explicado porque as grandezas envolvidas não são proporcionais. Em seguida há uma atividade onde os alunos devem calcular mentalmente e escrever como são as grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Observa-se a importância desse tópico, para que os alunos tenham uma melhor compreensão do que são grandezas proporcionais e as que não são, sendo uma característica observada apenas nessa coleção.

O livro C também apresenta uma seção sobre razões especiais, onde são explicados os significados de escala, velocidade média e densidade demográfica, com vários exercícios em seguida. Após a seção de regra de três, há outro tópico sobre porcentagem, onde é apresentada uma explicação de como encontrar a porcentagem de um número, seguido de algumas atividades. A próxima seção é sobre outras aplicações de proporcionalidade e nesta parte são apresentadas explicações sobre o movimento uniforme: velocidade constante, onde é esclarecido que as grandezas tempo e distância são grandezas diretamente proporcionais, e onde aparece um novo conceito na frase: “Um movimento chama-se uniforme quando a velocidade é constante” (DANTE, 2015, p. 242), seguido de algumas atividades.

Outro tópico apresentado refere-se à ampliação e redução de figuras e fotografias. Nesse sentido é apresentada uma explicação de como se faz a ampliação de uma figura e também é apresentado o conceito de figuras semelhantes. “Quando fazemos redução ou ampliação usando escala, dizemos que a figura original e a figura obtida são **figuras semelhantes**. Em figuras semelhantes, os ângulos correspondentes permanecem com as mesmas medidas.” (Ibid, p. 243). Essa integração de conceitos de razão, escala e figuras semelhantes é o esperado em todos os conteúdos para compreender a extensão e a ligação entre os conhecimentos matemáticos.

O último tópico dessa seção versa sobre proporcionalidade direta e gráfico no plano cartesiano, conforme ilustra a figura 67.

Figura 67: Proporcionalidade direta e gráfico.



Fonte: (DANTE, 2015, p. 244)

O texto segue com algumas atividades que envolvem gráficos e tabelas. Apesar de ser algo muito importante a ser ensinado, a relação entre proporcionalidade direta e o gráfico de uma reta aparece pela primeira vez dentre os livros analisados.

O capítulo termina com um tópico sobre tratamento de informação, onde são apresentadas duas atividades que envolvem gráficos. Uma delas é sobre a população de 4 a 24 anos de idade que frequenta estabelecimento de ensino no Brasil e a outra atividade é sobre a produção agrícola de banana, café, maçã e uva. São atividades interessantes para a interpretação de gráficos, porém o único questionamento referente ao assunto estudado

durante o capítulo é se as grandezas que estão expostas são diretamente proporcionais. Contudo, ambas as atividades mencionavam grandezas que sequer eram proporcionais. Observa-se que essa seria uma oportunidade de unir a interpretação de gráficos com o assunto estudado, todavia as informações contidas nos gráficos e as questões formuladas não vinculavam os conceitos.

Assim, conclui-se que o livro C apresenta exemplos e atividades que integram conceitos. Também menciona grandezas não proporcionais, que poderá auxiliar na assimilação do significado de proporcionalidade.

Análise do terceiro critério - Livro D

O livro D não apresenta o tópico de razões especiais. Ao invés disso ele aborda esses assuntos durante as atividades. O conceito e algumas atividades de escala aparecem entre as atividades sobre razões. A explicação é mais resumida não mencionando, por exemplo, que as distâncias nos mapas são diretamente proporcionais às distâncias correspondentes na realidade. Ou seja, o conteúdo ainda é apresentado, o conceito de escala ainda é integrado ao conceito de razão, porém no livro C existe uma integração de conceitos que foi retirada nessa edição (entre escala e grandezas diretamente proporcionais).

No livro D também há um tópico sobre porcentagem, apresentando que a porcentagem já foi trabalhada em outros momentos e que agora a porcentagem será usada com o conceito de razão. Assim, há uma breve explicação de que “Porcentagem é a razão que tem o 2º termo igual a 100” (DANTE, 2018, p. 209), seguido de algumas atividades sobre isso.

O livro D continua apresentando um tópico sobre grandezas não proporcionais, com o mesmo exemplo do livro C. Nas atividades sobre regra de três, há uma delas contextualizada apresentando as descobertas de Tales de Mileto sobre a proporcionalidade. A figura 68 ilustra a atividade.

Figura 68: Atividade sobre Tales de Mileto.

53 ▶ Tales de Mileto foi um importante filósofo, astrônomo e matemático grego. Ele usou os conhecimentos de Geometria e de proporcionalidade para determinar a medida de altura de uma pirâmide. Nos estudos, Tales observou que os raios solares que chegavam à Terra estavam na posição inclinada e eram paralelos; dessa maneira, ele concluiu que havia uma proporcionalidade entre as medidas de comprimento da sombra e da altura dos objetos, conforme esta imagem.

Usando esse esquema, Tales conseguiu medir a altura de uma pirâmide observando a medida de comprimento da sombra dela. Para tal situação ele procedeu da seguinte maneira: fincou uma estaca na areia, mediu o comprimento das sombras respectivas da pirâmide e da estaca em determinada hora do dia e estabeleceu a proporção.

A pirâmide de Queóps tem medida de altura de, aproximadamente, 146 m. Suponha que em determinada hora do dia ela projetasse uma sombra com medida de comprimento de 10 m e, para medi-la, Tales fincasse no solo uma estaca que projetasse uma sombra com medida de comprimento de 20 cm. Qual seria a medida de altura da parte visível da estaca?

Fonte: (DANTE, 2018, p. 219)

Apesar de a atividade ser bem contextualizada não há integração de conceitos, visto que não aparece nenhuma definição, ou conceito novo. A atividade poderia ter apresentado o Teorema de Tales, mesmo que de forma breve, apenas para que os alunos entendessem a importância dessa descoberta, que culminou em um teorema matemático. A BNCC menciona que:

[...] para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos (BRASIL, 2018 a, p. 299).

Assim, mostra-se a importância de haver relações entre os conceitos matemáticos, no caso poderia ser exposta a relação entre o Teorema de Tales e a proporcionalidade estudada nesse capítulo do livro, buscando a compreensão do aluno nos significados e aplicações desses conceitos em diferentes situações.

No término do capítulo há várias páginas com atividades. Uma dessas páginas apresenta entre as atividades o conceito de velocidade média, densidade demográfica, movimento uniforme: velocidade constante e ampliação e redução de figuras. Com explicações reduzidas e com menos atividades do que o livro C. Também são colocadas algumas atividades que envolvem tabelas, mas apenas para organizar os dados, sem haver novos conceitos envolvidos e integrados ao conteúdo de razão e proporção.

Conclui-se que o livro D apresenta menos conceitos integrados quando comparado com o livro C. O tópico sobre proporcionalidade direta e gráfico, por exemplo, foi retirado

desse livro, sendo esse um tópico extremamente relevante em que se relacionava o conteúdo de grandezas diretamente proporcionais com o gráfico de uma reta.

6.2.4 Quarto critério: como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação nos livros C e D

Análise do quarto critério – Livro C

No livro C, a seção de razões inicia com um exemplo em que é apresentada a razão na forma fracionária e também na forma escrita em língua portuguesa. É evidente que esse livro destaca a representação na língua portuguesa, pois menciona várias maneiras de escrever (ou falar) que representam a razão envolvida na situação.

Ainda na mesma página do primeiro exemplo, o livro apresenta as formas equivalente de se indicar uma razão: “9 : 15 ou $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$ ou 0,6 ou 60%” (DANTE, 2015, p. 219). Na sequência são apresentados os exercícios, e alguns solicitam que o aluno escreva a razão na forma de fração irredutível, outros em decimal, outros em porcentagem, mas a maioria não faz referência a qual forma deve ser usada.

O próximo tópico abordado no livro C refere-se a porcentagem. Nele é apresentado brevemente que: “Porcentagem é a razão que tem o conseqüente (2º termo) igual a 100” (DANTE, 2015, p. 222). Além disso, são apresentados apenas dois exemplos: o cálculo da passagem entre uma porcentagem e uma razão em forma de fração, e vice-versa. Na sequência são colocadas atividades, várias dessas versando sobre a mudança de uma representação para outra.

Na seção de proporções, após a definição é apresentado como se lê uma proporção, porém poucas atividades contemplam esse tipo de representação em língua materna, destaca-se um desafio que é exposto da seguinte forma: “*A soma de dois números naturais é 51. Sabe-se ainda que o ímpar está para 14 assim como o par está para 20. Descubra esses dois números.*” (DANTE, 2015, p.226)

No fim da unidade é apresentado um tópico que apresenta proporcionalidade direta e sua relação com gráfico. A figura 67 (apresentada anteriormente) mostra como essa relação foi brevemente exposta, sem questionamentos. As poucas atividades que seguem a explicação apresentam, em sua maioria o gráfico pronto, e apenas uma das atividades solicita a construção de um gráfico. Outras atividades envolvem a relação entre tabela e gráfico e as

questões versam principalmente sobre a análise de gráficos, sem questionamentos sobre a relação do conteúdo de grandezas diretamente proporcionais e o gráfico de uma reta.

Enfim, como esse é um tópico que está no final da unidade, o que segue é o capítulo de regra de três composta, com atividades para a utilização da regra. Dessa forma, não há mais atividades que envolvam a representação no plano cartesiano. Assim, o livro apresenta diferentes tipos de representação como na língua materna, matematicamente e relacionando com o plano cartesiano. Apesar disso, vê-se poucas atividades relacionando as diferentes formas de representação.

Análise do quarto critério - Livro D

No início do capítulo que versa sobre razões, é apresentado como se indica uma razão em palavras e também na forma fracionária, como ilustra a figura 69.

Figura 69: Indicação de razão.

Indicamos essa razão assim: 1 em 2 ou 1 : 2 ou $\frac{1}{2}$

Fonte: (DANTE, 2018, p. 206)

A explicação é breve e não contempla outras representações. No entanto, em uma das atividades que segue a explicação é solicitado que o aluno responda qual é a razão na forma de fração irredutível, na forma de porcentagem e na forma decimal (figura 70).

Figura 70: Atividade com diferentes representações.

- 2 ▶** Em uma partida de basquete, a equipe de Paulo e de Vítor marcou 80 pontos, dos quais Paulo marcou 16 pontos e Vítor marcou 20 pontos.
- Qual é a razão (na forma de fração irredutível) entre o número de pontos marcados por Paulo e o número de pontos marcados por Vítor?
 - Qual é a razão (na forma de porcentagem) entre o número de pontos marcados por Vítor e o número de pontos marcados pela equipe?
 - Qual é a razão (na forma decimal) entre o número de pontos marcados por Vítor e o número de pontos marcados por Paulo?

Fonte: (DANTE, 2018, p. 206)

Nas explicações que são apresentadas após essas atividades, é colocado o mesmo exemplo que o livro anterior e indicado da mesma forma várias maneiras de escrever (e falar) as razões indicadas, por exemplo: “No 7º A, para cada 3 meninos, há 4 meninas” (DANTE, 2018, p. 207). As atividades seguintes deixam explícito em qual representação a razão deve ser indicada, a forma decimal e percentual aparece poucas vezes, a maior parte das questões solicita a resposta da razão na forma de fração irredutível.

O próximo tópico versa sobre a porcentagem como razão, a explicação é muito parecida com a apresentada no livro C. Entretanto, não é mais colocado dois exemplos, um da conversão de porcentagem para fração irredutível e outro de fração irredutível para porcentagem. No livro D é apresentado apenas o exemplo da conversão de porcentagem para a razão na forma de fração irredutível. As atividades desse tópico seguem as mesmas apresentadas no livro C.

A seção de proporção apresenta abaixo da definição como se lê uma proporção, já aplicado em um exemplo, ou seja, sem as denominações a, b, c e d (figura 71).

Figura 71: Como se lê uma proporção

Assim, no *Explorar e descobrir* acima temos a seguinte proporção:

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

(Lemos: 3 está para 6, assim como 4 está para 8.)

Fonte: (DANTE, 2018, p. 206)

As atividades que seguem não contemplam essa representação de proporção escrita em palavras, nem no enunciado, nem solicitando que o aluno responda nessa representação. Assim como no livro C, os outros conteúdos de grandezas proporcionais e regra de três também não contemplam essa representação. O tópico que versava sobre grandezas diretamente proporcionais e gráfico foi retirado, aparecendo apenas no livro do 8.º ano da mesma coleção. Assim, percebe-se que o livro D não apresenta todos os tipos de representação esperados e não contempla uma de forma esperada, a relação entre as representações.

6.2.5 – Quinto critério: quais estratégias de resolução são apresentadas nos livros C e D

Análise do quinto critério - Livro C

No livro C, a seção sobre proporção é dividida em definição, propriedade fundamental das proporções e outras propriedades das proporções. Existem poucos exemplos e algumas atividades. Em seguida é apresentado o tópico sobre grandezas proporcionais apenas com a definição e um exemplo que retrata outra forma de solucionar problemas desse tipo. A questão retrata a situação de uma costureira que faz bermudas, conforme a figura 53, apresentada anteriormente.

O livro C apresenta outra alternativa de resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais, pois utiliza somente a multiplicação para resolver a questão. Em seguida são elencadas atividades, mas que eram esperadas (pois envolvem resolução de problemas com grandezas proporcionais usando estratégias simples, um exemplo é: “Maria está vendendo na feira saquinhos com 3 maçãs ao preço de R\$ 5,00. Antônio é dono de uma confeitaria e vai precisar de 30 maçãs para fazer algumas tortas. Quanto Antônio vai gastar comprando de Maria as maçãs de que necessita?” (DANTE, 2015, p. 227).

O próximo tópico versa sobre grandezas inversamente proporcionais. O exemplo que é usado para explicar o conteúdo envolve tempo e velocidade e é apresentado na figura 54, discutida anteriormente nesta dissertação. Assim, é apresentada uma explicação rápida e simples de como duas grandezas inversamente proporcionais se comportam e o tópico segue com duas atividades, seguindo a mesma ideia das questões envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

O livro C também apresenta um capítulo sobre regra de três, o qual inicia solicitando ao aluno que retorne às páginas referentes as grandezas direta e inversamente proporcionais. No livro C, é explicado que nas atividades sobre essas grandezas são conhecidos três números e foi obtido um quarto, assim é exposto que: “Esse quarto número é chamado de quarta proporcional. O procedimento usado na resolução desses problemas é conhecido por regra de três simples, pois se deseja encontrar um valor conhecendo-se três outros.” (DANTE, 2015, p. 236). Assim é apresentada com alguns exemplos como usar a regra de três, e são colocadas várias atividades sobre esse tema. O livro não apresenta demonstração sobre essa regra ou outro procedimento explicado nesse capítulo.

Conclui-se que o livro C apresenta a regra de três como a ferramenta utilizada para resolver problemas de grandezas proporcionais e não uma das ferramentas, apesar de colocar um exemplo usando a multiplicação para a resolução. Além do mais, como é destinado um

capítulo para a regra de três entende-se que essa foi considerada como um objeto de conhecimento e não apenas uma técnica de resolução. Os PCN já especificavam desde os anos iniciais do ensino fundamental que:

o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1998a, p. 26)

Por isso é importante que o livro apresente diferentes estratégias de resolução para as atividades propostas com o intuito de melhorar o raciocínio e fazer com que o aluno aprenda a resolver os problemas com as melhores estratégias, ou seja, aprenda a simplificar os problemas para resolvê-los, bem como a argumentar sobre seu raciocínio e a ferramenta utilizada.

Análise do quinto critério - Livro D

No livro D a seção sobre proporções apresenta apenas a definição e a propriedade fundamental das proporções, sem mencionar as outras propriedades encontradas no livro C. O tópico de grandezas direta e inversamente proporcionais é apresentado da mesma forma que o livro C, com o mesmo exemplo da costureira com a resolução da questão utilizando a multiplicação e com as mesmas atividades.

A seção de regra de três também é muito semelhante ao livro C, mencionando também que o procedimento usado para a resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais é a regra de três. Porém, o livro D não apresenta a regra de três composta, que constava no livro C.

Sendo assim, não há grandes mudanças nesse critério quanto ao livro C e o livro D. Conclui-se que o livro D apresenta a regra de três como a única estratégia de resolução e que considera a regra de três como um objeto de conhecimento, assim como no livro C, visto que não houve mudanças na maneira como foi exposta. Também não houve nenhuma demonstração matemática nas páginas analisadas.

6.2.6 Sexto critério: como é o incentivo para a elaboração de problemas nos livros C e D

Análise do sexto critério - Livro C

As atividades do livro C não seguem um padrão como ocorreu no livro A (da outra coleção analisada). Porém, observa-se nessa comparação que o livro C possui menos atividades, e conseqüentemente há um número menor de atividades contextualizadas. Os problemas que exigem maior raciocínio são apresentados geralmente como desafios.

Por exemplo, no subcapítulo dedicado a proporção, um dos desafios é: “Em uma empresa, a razão do número de mulheres para o número de homens é de 1 para 3. Se forem contratadas mais duas mulheres, a razão passará a ser de 1 para 2. Quantas mulheres e quantos homens há nessa empresa?” (DANTE, 2015, p. 226). Essa atividade pode ser considerada desafiadora, pois para que o aluno a solucione não é possível apenas aplicar uma fórmula, ou nesse caso uma propriedade de proporção; é uma questão que envolve o raciocínio lógico.

Outro desafio proposto no subcapítulo de regra de três é:

Duas torneiras enchem individualmente um tanque, respectivamente em 3 horas e 6 horas. O tanque possui, na parte inferior, um ralo que o esvazia em 4 horas. Supondo o tanque inicialmente vazio e abrindo-se simultaneamente as duas torneiras e o ralo, em quanto tempo este tanque ficará cheio? (DANTE, 2015, p. 240).

Este é um problema contextualizado que envolve uma situação que poderia ser real e estimula o raciocínio já que não pode ser resolvido apenas com uma fórmula pronta.

Ao final da unidade há um “praticando um pouco mais”, com mais algumas questões que se comparam aos desafios. Uma delas, por exemplo, expõe:

[...] Em uma escola, a razão entre o número de alunos e o de professores é de 50 para 1. Se houvesse mais 400 alunos e mais 16 professores, a razão entre o número de alunos e de professores seria de 40 para 1. Podemos concluir que o número de alunos da escola é: (**seguem as alternativas**)” (DANTE, 2015, p. 254, grifo nosso).

Como esperado, lamentavelmente não há nenhuma atividade que propõe a elaboração de problemas, já que se trata do livro anterior a BNCC. Quanto aos problemas apresentados, há alguns desafios e outras atividades muito interessantes, mesmo que em número pequeno se comparado com o número total de atividades apresentadas para esse conteúdo.

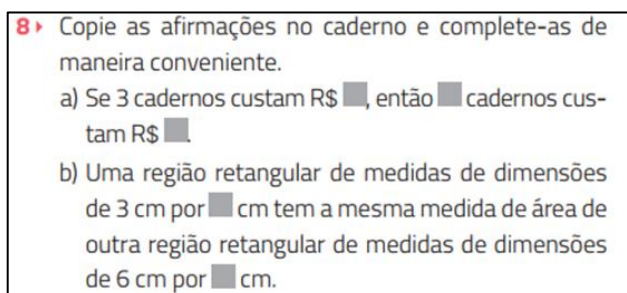
Análise do sexto critério - Livro D

No livro D, observa-se que a primeira questão encontrada referente à elaboração de problemas por parte do aluno, encontra-se nas últimas páginas da unidade analisada no item denominado “Revisando seus conhecimentos”. Nesse item onde há uma atividade que expõe: “Invente um problema usando as medidas de massa 15,2 g e 15,2 kg.” (DANTE, 2018, p.

223). Além da referida atividade, encontrou-se outra apresentada no item “Verifique o que estudou”, que expõe: “Indique no caderno uma situação que envolva grandezas diretamente proporcionais e outra que envolva grandezas inversamente proporcionais. Explique a relação entre as grandezas em cada situação e resolva-as.” (Ibid,p. 225). Apesar de serem atividades que exploram a elaboração de problemas, os autores não abordaram como isso poderia ser feito ou colocaram outras questões com um aumento progressivo de dificuldade, apenas colocaram questões que solicitam a elaboração de uma atividade por parte do aluno.

Porém, foi apresentada uma terceira atividade nesse sentido, que se considerou adequada, conforme ilustra a figura 72.

Figura 72: Atividade de completar.



Fonte: (DANTE, 2018, p. 225)

A questão ilustrada na figura 72 é um exemplo de possibilidade para iniciar atividades que abordam elaboração de problemas. Nesse caso, observa-se que é permitido ao aluno reconhecer, aos poucos, o que é mais importante nessas questões. No entanto, no livro D, essa atividade aparece como uma das últimas da unidade, não fornecendo assim uma continuidade de questões que tenham esse objetivo.

Quanto aos problemas apresentados, alguns dos que foram expostos no livro C foram alterados, ou retirados. Um exemplo é a questão referente ao tanque mencionada anteriormente no livro C. A questão foi modificada no livro D, de modo a facilitar a resolução, sendo apresentada de seguinte forma: “Uma torneira enche um tanque em 4 horas e um ralo o esvazia em 6 horas. Estando o tanque completamente vazio e abrindo simultaneamente a torneira e o ralo, em quanto tempo esse tanque ficará cheio?” (DANTE, 2018, p. 218). Se um problema é considerado difícil, o ideal seria propor etapas de resolução e ajudar o estudante a chegar no resultado esperado, não simplesmente facilitar a pergunta, dessa maneira não se permite que o estudante atinja seu potencial.

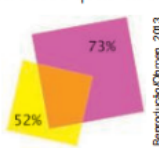
A resolução de problemas é de tal importância que a BNCC a destaca não apenas como uma estratégia de ensino, mas como um objetivo que deve ser incentivado, para que o aluno desenvolva tais habilidades:

Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018a, p. 266, grifo nosso)

Para tanto é imprescindível que haja uma gama de problemas disponíveis nos livros didáticos, como suporte para alunos e professores alcançarem tais capacidades. Um problema que se destaca, nesse sentido, é uma atividade da OBMEP⁹ que se encontra no fim da unidade, conforme ilustra a figura 73.

Figura 73: Questão da OBMEP

7 ▶ (Obmep) Dois quadrados de papel se sobrepõem como na figura. A área não sobreposta do quadrado menor corresponde a 52% da área desse quadrado e a área não sobreposta do quadrado maior corresponde a 73% da área desse quadrado.



Qual é a razão entre os lados do quadrado menor e do quadrado maior?

a) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{4}{5}$
 b) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{4}{7}$

Fonte: (DANTE, 2018, p. 224)

Para além do que a atividade deseja, no manual do professor, os autores propuseram aos docentes que estimulem os alunos a determinar as porcentagens das medidas de área de cada região quadrada e que calculem a razão entre essas medidas. Questões como essa são muito adequadas, pois desse modo, é possível trabalhar com diferentes conceitos de matemática e estimular a ampliação e aprimoramento dos problemas.

⁹ Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>

Apesar de o livro D apresentar algumas questões que incentivam a elaboração de problemas, como os destacados acima, esperava-se encontrar nessa edição atual principalmente questões que envolvessem a elaboração de problemas por parte do aluno, o que pouco foi visto na unidade analisada. Ao todo, três questões estão mais próximas do que se esperava, porém duas dessas, apenas solicitam que o aluno invente um problema com alguns números, não tendo explicações ou suporte algum para tanto. Vale destacar que a BNCC menciona que a abstração de conceitos é facilitada quando elaboramos problemas e:

Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto (BRASIL, 2018a, p. 299).

Ou seja, é necessário um trabalho, um suporte mediando o aluno nessa etapa de elaboração de problemas também, não simplesmente solicitando que o aluno o faça sem questionamentos e reflexões sobre como é esse processo.

6.2.7 Sétimo critério: como é contextualizado esse conteúdo nos livros C e D

Análise do sétimo critério - Livro C

A unidade de proporcionalidade no livro C inicia com um texto sobre o desempenho de filmes brasileiros (figura 74).

Figura 74: Atividade inicial da unidade de proporcionalidade

"O ano de 2013 foi marcado pelo forte desempenho dos filmes brasileiros nas salas de exibição. Destacam-se duas marcas históricas: o maior público desde a Retomada* (27,8 milhões de espectadores) e o maior número de lançamentos da história do cinema brasileiro (127 estreias nacionais)."

Os 4 filmes com maior bilheteria no Brasil (2013)

Título no Brasil	Data de Lançamento	Renda (em R\$)	Público
Homem de ferro 3	26 abr. 2013	96 488 326,00	7 633 472
Meu malvado favorito 2	5 jul. 2013	80 603 472,00	6 989 217
Thor 2 – O mundo sombrio	1º nov. 2013	61 569 435,00	4 823 275
Minha mãe é uma peça	21 jun. 2013	49 533 218,31	4 600 145

Agência Nacional do Cinema. Disponível em: <oca.ancine.gov.br/media/SAM/Informes/2013/informe_anual_preliminar_2013-Publicado_em_15-01-14-SAM.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2015.

* Cinema da Retomada é como ficaram conhecidas as produções de cinema realizadas a partir de 1995, com a chamada Lei do Audiovisual que promoveu a "retomada" dos investimentos no cinema brasileiro.

Ponto de partida

Sob a orientação do professor, converse com seus colegas e responda:

1. Qual foi o filme de maior rendimento no Brasil em 2013? De quanto foi esse rendimento?
2. Qual foi o segundo filme mais visto no Brasil em 2013? Quantas pessoas o assistiram?
3. Qual foi, aproximadamente, em reais, o preço médio do ingresso de cinema pago pelo público de Thor 2? (Desconsidere a existência da meia-entrada.)
4. O filme de maior público foi o 1º colocado em arrecadação. Você consegue identificar alguma relação entre essas duas variáveis?
5. Se o filme *Minha mãe é uma peça* arrecadou 49 533 218,31 reais e o valor gasto com produção e publicidade foi cerca de 5 milhões de reais, quanto o filme arrecadou para cada real gasto?

Fonte: (DANTE, 2015, p. 217)

Observa-se que essa é uma atividade interessante, pois os dados utilizados são verídicos e os questionamentos introduzem a ideia de razão e proporção.

Após algumas seções, o livro C apresenta um primeiro texto em um item denominado "Leitura" que versa sobre a proporção na arte. O texto retrata a busca pela proporção ideal do corpo humano, mostrando que para Policleto, por exemplo, "um dos princípios da proporção ideal era que a altura do corpo humano deveria corresponder a sete vezes a altura da cabeça" (DANTE, 2015, p. 231). É um texto muito adequado que interliga a história, a arte e a matemática, apesar de não haver questionamentos, sendo apenas um tópico de leitura.

Uma atividade que não está destacada em nenhum tópico, apenas faz parte do quadro de atividades, expõe uma tabela com os dados de população, área e densidade demográfica de alguns estados brasileiros. A atividade requer que o aluno complete a tabela e responda a alguns questionamentos no final. As informações são verídicas, apesar de não haver muitos textos explicativos. A atividade estimula o aluno a pensar sobre a importância do estudo de densidade demográfica.

Outro item "Leitura" é apresentado ao final da unidade. O texto versa sobre economia de energia, apresentando uma tabela com alguns objetos e o consumo desses em um determinado tempo, também é apresentado um gráfico do consumo de energia de um forno de micro-ondas. As questões apresentadas são referentes ao consumo de energia desses objetos

em tempos variados. É uma atividade interessante, com dados reais, e questões que relacionam o conteúdo estudado em uma situação cotidiana.

As atividades contidas no item “Tratamento da informação” já foram citadas no terceiro critério, elas envolvem análise de gráficos, mas pouco se relacionam com o conteúdo estudado, apesar de apresentarem dados reais, não envolvem grandezas proporcionais.

Outro item da unidade denominado “Outros contextos”, são apresentadas três atividades contextualizadas. A primeira refere-se à prestação de serviços de uma empresa, a segunda aos pontos de táxi em uma cidade e seus lucros, e a terceira é sobre a velocidade média de um metrô de Brasília. As atividades são adequadas, em sua maioria os questionamentos envolvem o conteúdo estudado, porém as informações são fictícias. Essas atividades se tornariam mais eficientes e interessantes se fossem utilizados dados reais e apresentassem mais informações.

Conclui-se, dessa forma, que no livro C não existem textos e atividades que relacionam diferentes conhecimentos com o tema estudado na unidade analisada. Porém, alguns desses textos e atividades não possuem questionamentos, são elaboradas a partir de dados fictícios ou têm pouca relação com o conteúdo de razão e proporção.

Análise do sétimo critério - Livro D

No livro D, a unidade inicia com um texto que apresenta a oferta em uma papelaria (figura 55), uma situação que simula a realidade, apesar de não usar dados verídicos e não trazer outras informações que ajudariam no desenvolvimento de outras áreas. A atividade apresenta questionamentos que incentivam o início do pensamento proporcional.

Assim como ocorre no livro C, o item “Leitura” permanece. Nesse sentido, o primeiro texto apresentado no livro D é igual ao livro C sobre a proporção na arte e continua sem questionamentos, apenas para leitura. Como livro D é Manual do Professor, há uma sugestão ao lado do texto para que o docente separe a sala em grupos para que cada grupo pesquise mais sobre alguns temas envolvidos no texto como: período clássico da Grécia antiga, Fídias, Policleto e o Cônio, Proporções ideias do corpo humano no Renascimento, Leonardo da Vinci, entre outros. Porém, a maior parte dos assuntos a serem pesquisados não tem relação com o conteúdo de razão e proporção.

A atividade sobre densidade demográfica que foi mencionada anteriormente, que está presente no livro C, foi retirada nesse livro. A leitura sobre economia de energia também foi retirada.

No livro C eram apresentadas atividades sobre o Metrô de Brasília, o ponto de táxi e seus lucros no item “Outros contextos”. No livro D essas atividades aparecem junto com outras atividades como ilustra a figura 75.

Figura 75: Atividades contextualizadas

65 ▶ Metrô de Brasília. A figura abaixo representa uma das linhas da rede metroviária de Brasília. Considere 2 composições de metrô saindo ao mesmo tempo das estações **A** e **B** e chegando juntas à estação **P** 7 minutos e meio após partirem.

Se a composição que parte de **A** desenvolve medida de velocidade média de 40 km/h e a que parte de **B** desenvolve medida de velocidade média de 48 km/h, então qual é a medida de distância entre as estações **A** e **B**?

66 ▶ Pontos de táxi. Em algumas cidades, há pontos de táxi muito disputados por terem bastante movimento. Veja alguns desses principais pontos em determinada cidade e alguns números que eles apresentam.

Informações sobre os pontos de táxi da cidade

Local	Aeroporto	Rodoviária	Shopping
Circulação de pessoas por dia	58 000	90 000	48 000
Táxis no ponto	336	327	106
Lucro do taxista por dia (em reais)	350	100	200

Tabela elaborada para fins didáticos.

Com um colega, considerem os dados da tabela acima e verifiquem quais das afirmações a seguir são verdadeiras. Expliquem suas escolhas.

- O local com maior circulação de pessoas é o que dá maior lucro ao taxista.
- O local em que há mais táxis é aquele em que o taxista lucra mais.
- O local em que a razão entre o número de pessoas circulantes por dia e o número de táxis no ponto é maior é aquele que corresponde ao menor lucro do taxista.

67 ▶ Analise a tabela a seguir.

Informações sobre os pontos de táxi da cidade

Locais	Aeroporto	Rodoviária	Shopping
Táxis no ponto	336	327	106
Lucro do taxista por dia (em reais)	350	100	200
Lucro total do ponto (em reais)			

Tabela elaborada para fins didáticos.

- Copie a tabela no caderno e complete os espaços que estão faltando.
- Se o número de táxis no *shopping* passar para 212, então qual será o lucro do taxista por dia?
- Se o lucro do taxista por dia na rodoviária passar para 300 reais, então qual será o lucro total do ponto?

Fonte: Adaptado de (DANTE, 2015, p. 221)

Observa-se que a atividade sobre prestação de serviços que no livro C estava junto com as demais citadas foi retirada. O mesmo ocorreu com o item “Tratamento da informação” com suas respectivas atividades e no livro D não foram adicionados outros textos e atividades contextualizadas ou interdisciplinares.

Conclui-se, dessa forma, que o livro D contém poucas atividades contextualizadas que relacionam diferentes conhecimentos. O livro C já possuía poucas atividades desse tipo e essa nova edição retirou várias atividades sem reposição.

6.3 DISCUSSÃO DAS ANÁLISES

As duas coleções analisadas se distinguem em vários aspectos e se parecem em tantos outros. É difícil identificar qual coleção está mais adequada a BNCC com tão poucas mudanças detectadas em ambas coleções.

O primeiro critério destaca-se por ser o mais evidente nas mudanças de cada livro. A ideia central era analisar se os livros apresentavam as ideias fundamentais do conteúdo como proporcionalidade e interdependência de grandezas. Ficou claro que a coleção Teláris expressa de uma melhor forma essas ideias. Os dois livros (C e D) expressam o nome dado para a unidade envolvendo proporcionalidade, o significado de grandezas que é apresentado durante o capítulo e a apresentação de grandezas não proporcionais que facilita a compreensão sobre grandezas proporcionais.

Comparando os livros C e D (da coleção Teláris), vê-se que nem todos os aspectos foram aprimorados. O livro C, por exemplo, apresenta a ideia fundamental como sendo proporcionalidade, diferentemente do livro D que menciona razão e proporção como ideias fundamentais. Apesar disso, o livro D apresenta mudanças significativas como a apresentação de razão e grandezas proporcionais concomitantemente, o que poderá proporcionar aos alunos uma melhor compreensão das suas relações.

Por outro lado, no primeiro critério na coleção “A Conquista da Matemática” (livros A e B), destaca-se apenas a mudança do nome da unidade. No livro A denomina Razões e Proporções e no livro B denomina Grandezas Proporcionais. Observa-se que são apresentados alguns exemplos que identificam com mais clareza quais são as grandezas envolvidas e como estão relacionadas, mas nesse caso, o livro A expressa com mais detalhes essas relações em comparação com o livro B. Vale ressaltar que os dois livros dessa coleção deixam mais explícito quais são as ideias fundamentais em comparação com a outra coleção analisada. Porém, sendo a BNCC um documento recente e que reforça as colocações dos PCN sobre a importância de se estudar as ideias fundamentais, sabendo ainda da importância de ter compreensão sobre quais são as ideias fundamentais e como elas se relacionam com os conteúdos estudados, era esperado que as coleções atuais trouxessem mais fortemente esses conceitos e essa integração, o que não foi visto nesses livros.

O segundo critério avalia qual o significado dado aos termos de razão e proporção. As definições encontradas nos livros analisados foram semelhantes, mas se pode destacar alguns detalhes significativos como a relação entre razão com comparação e grandezas na apresentação do conteúdo e na definição que aparecem nos dois livros da coleção “A conquista da Matemática” (livros A e B).

Porém, ambas as coleções não apresentam diferentes tipos de razão (entre as partes e entre as partes e o todo), e não mencionam que nem toda razão apresenta a informação da quantidade total envolvida.

O terceiro critério remete à integração de conceitos, antigos e novos com relação à matemática ou mesmo à outras áreas. O conteúdo apresentando razões especiais destaca-se nos livros antigos das duas coleções pela integração de novos conceitos, porém os livros atuais trataram essa parte de forma mais resumida. O livro B (coleção A Conquista da Matemática) apresenta apenas velocidade média na unidade analisada, já o livro D (da coleção Teláris) apresenta outras razões especiais, porém de forma resumida em meio às atividades. Além disso, destacaram-se mais atividades que integraram conceitos nos livros da coleção Teláris, principalmente no livro C.

O quarto critério visa avaliar os diferentes tipos de representação na unidade analisada. Nesse quesito, destacam-se os livros A e B, da coleção A Conquista da Matemática, por apresentarem as diferentes formas de representar uma razão (fração, decimal, percentual, na língua materna, entre outros) com uma explicação mais clara, comparando-os com os livros C e D, da coleção Teláris que expõe de forma sucinta ou entre as atividades.

Apesar disso, o livro C (da coleção Teláris) é o único a apresentar a representação no plano cartesiano, mesmo que no fim da unidade e com poucas atividades. Sendo assim, o livro C é o único, dos analisados, que apresenta o conteúdo nos três diferentes tipos de representação: na forma escrita em língua materna, na interpretação matemática e no plano cartesiano. Entretanto, vale ressaltar que a representação no plano cartesiano faz parte da habilidade do 8.º ano conforme a BNCC, assim pode-se justificar o fato de não aparecer nos livros atuais de 7.º ano. Percebe-se que os livros atuais de 8.º ano de ambas coleções apresentam a representação no plano cartesiano.

O quinto critério versa sobre estratégias de resolução. Todos os livros analisados apresentam a regra de três em um capítulo exclusivo, ampliando sua importância, com o intuito de parecer um conteúdo e não simplesmente uma técnica de resolução. Observa-se que não são apresentadas outras estratégias de resolução e que nenhuma técnica foi demonstrada matematicamente nos livros analisados, ou seja, as regras são apresentadas como “receitas” a serem seguidas e não compreendidas pelos alunos.

Os livros A e C apresentavam várias propriedades de proporções que auxiliavam na resolução de problemas. Porém, os livros B e D apresentam apenas a propriedade fundamental das proporções. Outro aspecto que merece destaque é um exemplo apresentado nos livros C e D onde é apresentada a resolução de um problema com a utilização do raciocínio lógico.

O sexto critério avalia o incentivo para a elaboração de problemas. Porém, os livros A e C não apresentam nenhuma questão relacionada a elaboração de problemas. Observa-se que esse aspecto não era uma demanda dos PCN. Assim, foi analisado como os problemas eram

apresentados nesses livros. Os livros A e C apresentaram mais problemas do que atividades em relação aos livros atuais (B e D), e a coleção Teláris superou a coleção A Conquista da Matemática nesse quesito.

Quanto à elaboração de problemas o livro D apresentou três questões que se encaixam nesse quesito, sendo uma delas mais elaborada para tal situação. Enquanto que o livro B (da coleção A Conquista da Matemática) apresentou duas questões que simplesmente sugeriram que o aluno elaborasse um problema. Assim, percebe-se que os livros C e D destacam-se nesse critério, apesar de apresentar um menor número de problemas, os que estavam expostos não seguiam um padrão de resolução, como ocorre nos livros da coleção A Conquista da Matemática (livros A e B).

O sétimo e último critério avaliava os textos e curiosidades inseridas na unidade analisada, que envolvem assuntos de outras disciplinas. Observou-se que alguns textos da coleção “A Conquista da Matemática – livros A e B, não tinham relação alguma com o conteúdo da unidade, porém a coleção apresentou um número maior de textos pertinentes, principalmente o livro A. Os livros C e D, da coleção Teláris apresentam alguns textos sem questionamentos e muitas atividades interessantes, mas com dados fictícios, que poderiam utilizar dados reais.

Segue sete quadros (um para cada critério) que auxiliaram na comparação dos livros durante as análises e que sintetizam os resultados expostos acima.

Quadro 12: Critério 1 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 1 - Como são apresentadas as ideias fundamentais do conteúdo?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
O nome da unidade transmite uma ideia fundamental?	X (Razões e proporções)	✓ (Grandezas proporcionais)	✓ (Proporcionalidade)	✓ (Proporcionalidade)
Apresenta razão e proporção concomitantemente?	X	X	X	✓ (razão e grandezas p. juntas)
Apresenta qual é a ideia fundamental?	X	X	✓ (Proporcionalidade)	X (razão e proporção)
Apresenta o significado de grandezas?	X	X	✓	✓
Apresenta exemplos de grandezas não proporcionais?	X	X	✓	✓
As razões especiais estão relacionadas com grandezas proporcionais?	X (vem antes de proporção)	X (não tem razões especiais)	✓ (só escala)	X
Os exemplos explicitam quais grandezas estão envolvidas e como se relacionam?	✓ (só na regra de três)	✓ (menos que no A)	X	X
O capítulo de proporção menciona grandezas?	X	X	X	X
O capítulo de razão menciona grandezas?	X	X	X	✓ (curiosidade)

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 13: Critério 2 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 2 - Qual o significado dado ao termo razão e proporção?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
Mostra a relação de razão e comparação?	✓ (de forma rápida)	✓	✓ (sem detalhes)	✗
Menciona que a razão nem sempre traz a informação da quantidade total?	✗	✗	✗	✗
Apresenta razões entre partes e entre partes e o todo?	✗	✗	✗	✗
A definição de razão envolve comparação?	✓	✓	✗	✗
Apresenta várias formas de ler uma razão?	✓	✓	✓	✓
A definição de razão envolve grandeza?	✓	✓	✗	✗
A razão na forma percentual aparece depois de proporção?	✗	✗	✗	✗
Como é definido proporção?	(é a igualdade entre duas razões)	(Continua)	(Se duas razões são iguais elas formam uma proporção)	(é a igualdade de duas razões)
Apresenta relação entre proporção e comparação?	✗	✗	✗	✗

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 14: Critério 3 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 3 - Como o livro didático integra os novos conceitos?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
Menciona exemplos de razões especiais? (escala, densidades...)	✓	✓ (só velocidade)	✓	✗ (resumido nas atividades)
Apresenta razões na forma percentual?	✓	✓	✓	✓
Atividades que chamam atenção pela integração de conceitos	2 simples	3 (2 elaboradas e 1 simples)	4 (1 simples e 3 elaboradas)	2 elaboradas
Faz relação com problemas multiplicativos?	✓	✓	✓	✓
Apresenta exemplos de não proporcionalidade?	✗	✗	✓	✓

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 15: Critério 4 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 4 - Como o livro didático relaciona os diferentes tipos de representação?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
É explicado todas as formas de representar uma razão? (fração, percentual, língua materna...)	✓	✓	✓ (de forma sucinta)	✓ (só fracionária e português, o resto em atividades)
As atividades fazem referência a qual usar?	X	X	✓ (Alguns sim)	✓ (Alguns sim)
Tópico de forma percentual?	✓	✓	✓	✓ (reduzido)
Menciona a forma escrita de proporção? (a está para b...)	✓	✓	✓	✓ (aplicado já, sem a e b...)
Tem representação no plano cartesiano?	X	X	✓	X
Destaque da proporção na língua portuguesa?	X	X	✓	✓

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 16: Critério 5 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 5 - Quais estratégias de resolução são apresentadas?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
Apresenta propriedades de proporção?	✓	✓ (só a fundamental)	✓	✓ (só a fundamental)
Outros tipos de resolução?	✓ (resolução de equações)	X	✓ (raciocínio lógico)	✓
Regra de três é visto como técnica?	X	X	X	X
Tem estratégias de resolução variadas?	X	X	X	X

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 17: Critério 6 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 6 - Como é o incentivo para a elaboração de problemas?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
As atividades contextualizadas são autênticas ou seguem um padrão?	X	X	✓	✓
Quantos problemas se destacam?	✓ (2)	✓ (1 facilitado)	✓ (3)	✓ (2 facilitados)
Quantas atividades para elaborar problemas?	0	X (2)	0	✓ (3)

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 18: Critério 7 – Sintetização dos quatro livros didáticos

Critério 7 - Como o conteúdo é contextualizado?	Livro A 	Livro B 	Livro C 	Livro D 
Os textos sempre tem relação com o conteúdo?	X	X	✓	✓
Os textos sempre aparecem com questionamentos?	X	✓	X	X
Quantos textos bons?	6	2	5	1
Aparecem atividades com dados fictícios?	✓	✓	✓	✓

Fonte: Elaborado pela autora.

Conclui-se assim que a coleção Teláris apresentou mais aspectos positivos nos critérios avaliados em comparação com a coleção “A Conquista da Matemática”. Além disso, ressalta-se que o livro C prevaleceu o livro D nessa avaliação. Da mesma forma, o livro A prevaleceu o livro B, pois na maioria dos casos retiraram-se aspectos considerados importantes conforme os critérios elaborados e esses não foram substituídos por outros.

A superação (em termos dos critérios) dos livros antigos em relação aos livros atuais é no mínimo curiosa, visto que os critérios foram elaborados a partir de uma leitura cuidadosa da BNCC, e dos PCN. Apesar de a BNCC ressaltar alguns aspectos que já estavam presentes nos PCN, a quantidade de páginas dos livros atuais (B e D) foram reduzidas, quando comparados aos livros antigos (A e C). Nesse sentido, reduziram os conteúdos e as atividades, retirando aspectos importantes baseado nesses dois documentos (PCN e BNCC).

Espera-se que os próximos livros dessas coleções sejam mais próximos ao que preconiza a BNCC, considerando que haverá mais tempo para os autores se adequarem ao novo documento. Quanto às habilidades, a BNCC apresenta apenas uma para esse conteúdo no sétimo ano. Pode-se afirmar que os livros B e D contemplam os conteúdos para desenvolver tal habilidade. Porém, se tratando da elaboração de problemas que está contida nessa e em várias outras habilidades, espera-se que esse aspecto seja aprimorado, contendo algum tipo de indicação de como elaborar problemas e de atividades que se referem a isso.

CONCLUSÃO

O objetivo do presente estudo foi analisar como o conteúdo de razão e proporção é abordado nos livros didáticos de duas coleções distintas, anterior e posterior a BNCC e refletir sobre as mudanças que esse documento inferiu nos livros didáticos. Para alcançar esses objetivos foram elaborados critérios de avaliação baseados em todos os textos que compuseram a fundamentação teórica. Os documentos oficiais referentes a educação brasileira que foram consultados (PCN e BNCC) contribuíram para pontuar aspectos importantes que deveriam estar presentes nos livros didáticos para auxiliar os professores na abordagem do conteúdo. Além disso, outros autores citados anteriormente contribuíram para a formulação dos critérios. Autores referentes a Educação Matemática, como Ripoll (2021), Lins (2001), Duval (2012), entre outros, propiciaram destacar aspectos importantes do conteúdo que deveriam estar nos livros, enquanto autores que já fizeram análises de livros didáticos, como Alves (2018), Bittar (2017), Carnine (1997), entre outros, tinham diferentes critérios de avaliação, permitindo uma reflexão sobre o que seria mais relevante para realizar a presente análise. Por fim, o PLND foi importante para que não fossem repetidos critérios já avaliados e também para entender a forma de análise com as quais os livros foram aprovados.

A partir de todas as leituras e reflexões foram formulados sete critérios para analisar os quatro livros didáticos escolhidos, ambos do sétimo ano. Os critérios foram elaborados de tal modo a analisar diferentes aspectos do conteúdo de razão e proporção, para avaliá-lo como um todo. Assim, foram analisados desde tópicos pontuais como as definições e estratégias de resolução utilizadas até uma perspectiva mais geral, direcionando um olhar para verificar como são apresentadas as ideias fundamentais e como é contextualizado o conteúdo. Esses critérios colaboraram para que o livro fosse avaliado em diferentes configurações.

Um desfecho significativo foi a percepção de que os livros antigos (A e C), segundo os critérios avaliados, estavam mais próximos de atender as habilidades da BNCC do que as edições atuais (B e D). A perspectiva era de que existiriam muitas mudanças nos livros B e D, por conta da BNCC. Porém, notou-se que foram retiradas várias atividades, explicações e por vezes, conteúdos de extrema importância para o entendimento de proporcionalidade.

O livro que possuiu destaque na maioria dos critérios elencados foi o livro C. Esse livro foi o que apresentou as ideias fundamentais, mesmo que de forma breve, integrou conceitos matemáticos e de outras áreas, durante as explicações e nas atividades. Relacionou os três tipos de representações, sendo o único a apresentar um tópico relacionando o conteúdo

de proporcionalidade com gráficos. Apresentou mais estratégias de resolução, e possui um número significativo de questões relacionadas à resolução de problemas.

O livro A se destacou apenas no último critério, por ser o livro que apresentou textos e atividades que continham um contexto histórico ou atual, promovendo aprendizagem além do conteúdo em questão. Enquanto o livro B (atual da mesma coleção) se destacou apenas no segundo critério, por apresentar a relação entre razão e comparação e razão e grandezas.

Um dos objetivos específicos foi verificar quais mudanças ocorreram nos livros didáticos atuais em decorrência da BNCC, tendo como intuito destacar os pontos que fariam o livro estar de acordo com o documento. Entretanto, ao longo das análises pode-se verificar que poucas mudanças ocorreram nesse sentido. A principal mudança destacada é que os livros atuais contêm duas ou três atividades durante a unidade de proporcionalidade que envolve a elaboração de problemas. As outras mudanças apresentadas não condizem com o que a BNCC solicita, apenas afirmam que as edições antigas detinham maior preocupação na abordagem de tal conteúdo.

O problema de pesquisa desse trabalho versa em saber como os livros didáticos desenvolvem o conteúdo de razão e proporção nos livros de sétimo ano do Ensino Fundamental e acredita-se que essa questão já foi respondida ao longo das análises. Pode-se destacar ainda, que os livros da coleção Teláris são mais sucintos, mas não perdem a qualidade por isso. Diferentemente disso, os livros A e B são visualmente mais leves, possuem mais figuras o que podem torná-los mais atrativos. Além disso, os livros A e B contêm uma quantidade bastante superior de atividades se comparado com os livros C e D. Porém, destaca-se que um número excessivo de atividades não necessariamente representa algo positivo, visto que muitas atividades seguem o mesmo roteiro. Encaminhamentos mal feitos encontrados nos livros antigos continuam aparecendo, mesmo com a BNCC no que diz respeito ao conteúdo de razão e proporção, ressalta-se a falta de explicações sobre as conversões entre as representações utilizadas para razão.

Observa-se que a escolha por um livro didático não é simples, cada autor foca em aspectos diferentes, aprimorando alguns pontos. O que se almeja com esse trabalho, além de enunciar critérios de avaliação que podem ser utilizados para analisar outros livros didáticos, é alertar para as dificuldades de se ater a um único livro didático. Diferentes livros apresentam diferentes propostas de ensino, e o professor deve estar preparado para realizar uma escolha que satisfaça os seus interesses. Caso isso não ocorra, consiga perceber onde encontrar materiais que sejam adequados as suas necessidades. O próprio conhecimento matemático do professor pode ajudar muito em suas decisões e novas propostas de ensino.

É especialmente importante que se dedique tempo aos novos planejamentos e as novas escolhas de livro didático diante do novo documento que é a BNCC, cujo objetivo é regulamentar quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras públicas e particulares de Educação Básica. Dessa forma, espera-se principalmente dos novos livros didáticos uma abordagem mais completa das habilidades de acordo com a BNCC, visto que os livros B e D são a primeira edição depois da aprovação desse documento.

Como possibilidade de continuação desse trabalho, sugere-se analisar outras unidades desses livros com a utilização dos mesmos critérios, para esclarecer se as outras unidades, assim como a relativa a razões e proporções, estão em concordância com a BNCC, ou se a unidade analisada nesse trabalho foi especialmente tratada com menos apreço em relação às sugestões desse documento. Também, propõem-se a elaboração de uma proposta alternativa de abordagem para esse conteúdo, acompanhada de uma implementação e análise da experiência realizada.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. M. M; Livros Didáticos Integrados para o Ensino Primário Gaúcho: uma Análise da Abordagem das Operações Aritméticas da Soma e Subtração (1960-1978). In: **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)** v.11, n.1, p. 55-63, 2018. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/327873618>>. Acesso em: 31 jan. 2022.
- BARRETO, I. M. A. **Problemas Verbais Multiplicativos de Quarta-Proporcional: A Diversidade de Procedimentos de Resolução**. São Paulo: PUC. 2001. 123p. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**. v. 25, n. 3, p. 364 – 387, 2017.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Introdução**. Brasília: MEC/SEF, 1998a.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998b.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB**. 9394/1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, 2017a. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>>. Acesso em: 3 mar. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, 2017b. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/funcionamento>>. Acesso em: 3 mar. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018a. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base> >. Acesso em: 3 mar. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Brasília, 2018b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>>. Acesso em 3 mar. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD 2020: Matemática / Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica.>. Acesso em: 3 mar. 2021.
- CARNINE, D., ASHA, J. K., SILBERT, J. **Remedial and special education: A descriptive analysis of mathematics curricular materials from a pedagogical perspective - a case study of fractions**. v. 18, n. 2. 1997.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revista Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.** Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.

EVANGELISTA, B; GUIMARÃES, G. Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do ensino fundamental. **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.** 2019.

FAN, L; ZHU, Y; MIAO, Z. Pesquisa de livros didáticos em educação matemática: status de desenvolvimento e direções. **ZDM Mathematics Education.** 2013.

FREIRE, J. C. O. **Os significados das frações presentes em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera. São Paulo. 2015.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (org). **Métodos de pesquisa.** Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>> Acesso em: 8 mar. 2021.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. Livro Didático, Porcentagem, Proporcionalidade: uma Crítica da Crítica. **Bolema.** v. 18, n. 24, p. 1-30, 2005.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI: Pensamento proporcional.** 4. ed. São Paulo: Papirus, 2001.

MEMIS, Y; YANIK, H. B. Examining Proportional Reasoning In Middle School Mathematics Textbooks. REZAT, S., FAN, L., HATTERMANN, M., SCHUMACHER, J., & WUSCHKE, H. (Eds.). (2019). Proceedings of the Third **International Conference on Mathematics Textbook Research and Development.** 16–19 September 2019, Paderborn, Germany. Paderborn: Universitätsbibliothek Paderborn. p. 245 – 250.

O'KEEFFE, L. Mathematics Textbook Analysis; Supporting The Implementation of a New Mathematics Curriculum. In: JONES, K., BOKHOVE, C., HOWSON, G., & FAN, L. (Eds) (2014), Proceedings of the **International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014).** Southampton: University of Southampton. p. 365 – 370.

OLIVEIRA, A.F.I. **Estado, Sociedade e Políticas Públicas de Educação: O PCN de História para o Ensino Fundamental I no contexto das políticas neoliberais dos anos de 1990.** São Paulo: Unesp. 2012. Dissertação. (Mestrado em sociologia). Universidade Estadual Paulista.

RIPOLL, C; RANGEL, L; GIRALDO, V; ROQUE, T. Comparando grandezas. Anais do 2º **Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática.** Brasília/DF: Colégio Militar de Brasília, 2014. Disponível em: <https://anpmat.org.br/simposio-nacional-2/wp-content/uploads/sites/3/2016/01/ripoll_rangel_comp_grandezas.pdf>. Acesso em: 3 mai. 2021.

SANTOS, S. S. **Equivalência de números racionais na representação fracionária: um olhar para livros didáticos à luz dos três mundos da matemática.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera. São Paulo. 2016.

SCHUBRING, G; FAN, L. Recentes avanços na pesquisa e desenvolvimento de livros didáticos de matemática: uma visão geral. **Educação Matemática ZDM** 50, 765-771, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0979-4>. Acesso em: 31 jan. 2022.

SILVA, N. S. P; SELBACH, P. T. S. Política pública em educação: trilhando os caminhos da contemporaneidade até a implantação da Base Nacional Comum Curricular. **Relacult.** V. 04, nº 03, art. 1184, 2018.

SILVEIRA, J.F.P da, O que é um problema Matemática. 2001. Disponível em: <http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu.html>. Acesso em: 22 jul. 2021.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, nº 14, p. 66-91, 2000.

VALENTE, W.R; Livros Didáticos de Matemática e as Reformas Campos e Capanema. **VIII Encontro Nacional De Educação Matemática.** 2004. Recife/ PE. Anais. Recife/ PE. Universidade Federal de Pernambuco, 2004.