

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E ENSINO DE FÍSICA**

Jocilene Castro Soares

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS COM FOCO NA GEOMETRIA
ANALÍTICA: UM ESTUDO DA PRODUÇÃO ACADÊMICA NO
PERÍODO 2015 – 2022**

Santa Maria, RS
2022

Jocilene Castro Soares

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS COM FOCO NA GEOMETRIA ANALÍTICA:
UM ESTUDO DA PRODUÇÃO ACADÊMICA NO PERÍODO 2015 – 2022**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática**.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Janice Rachelli

Santa Maria, RS
2022

Soares, Jocilene Castro
Mapeamento de pesquisas com foco na Geometria
Analítica: um estudo da produção acadêmica no período 2015
2022 / Jocilene Castro Soares.- 2022.
90 p.; 30 cm

Orientadora: Janice Rachelli
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS,
2022

1. Educação Matemática 2. Ensino e Aprendizagem 3.
Teses e Dissertações 4. Análise de Conteúdo I. Rachelli,
Janice II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, JOCILENE CASTRO SOARES, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

Jocilene Castro Soares

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS COM FOCO NA GEOMETRIA ANALÍTICA:
UM ESTUDO DA PRODUÇÃO ACADÊMICA NO PERÍODO 2015 – 2022**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática**.

Aprovada em 22 de setembro de 2022:

Janice Rachelli, Dr.^a (UFSM)
(Presidente/ Orientadora)

Karla Jaqueline Souza Tatsch, Dr.^a (UFN)

Vaneza De Carli Tibulo, Dr.^a (UFSM)

Vânia Bolzan Denardi, Dr.^a (UFSM)

Santa Maria, RS
2022

RESUMO

MAPEAMENTO DE PESQUISAS COM FOCO NA GEOMETRIA ANALÍTICA: UM ESTUDO DA PRODUÇÃO ACADÊMICA NO PERÍODO 2015 – 2022

AUTORA: Jocilene Castro Soares
ORIENTADORA: Janice Rachelli

O presente estudo tem como tema a produção acadêmica brasileira, na área de Ensino Matemática, sobre Geometria Analítica. Originou-se das seguintes questões de pesquisa: Quais são os principais aspectos teóricos e metodológicos que foram utilizados para investigar o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica de 2015 a 2022, no Brasil? Em quais contextos educativos as pesquisas têm sido desenvolvidas? Quais são os resultados consensuais observados nas pesquisas analisadas? Tem como objetivo principal analisar as perspectivas acerca do processo de ensino e de aprendizagem da Geometria Analítica, presentes em pesquisas da área da Educação Matemática, o qual está embasado no mapeamento de pesquisas publicadas junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) com recorte temporal entre 2015 e 2022. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, de cunho qualitativo, onde os dados foram obtidos e tratados em uma perspectiva qualitativa, com apoio da Análise de Conteúdo. Neste contexto, foi realizado um mapeamento usando o descritor de buscas “geometria analítica” e a área de concentração: Ensino de Matemática. Foram identificadas 26 pesquisas, sendo realizado um fichamento com os principais dados destes trabalhos e após análise foram determinados três de categorias – Aluno, Professor e Material – que foram necessários para a sintetização dos resultados. Observou-se que, nas pesquisas, a Categoria Aluno teve maior número de trabalhos e, foram citadas as dificuldades dos alunos quanto se trata da Geometria Analítica. Na Categoria Professor foi percebido a dificuldade dos licenciandos nos conceitos básicos de Geometria Analítica, originado pelo deficiente Ensino Médio. Na Categoria Material foram analisados vários tipos de textos, como livros didáticos de Ensino Superior, artigos relacionados à Geometria Analítica, documentos oficiais da Educação Básica, teses e dissertações, sites de programas de pós-graduação em Ensino de Matemática e livros didáticos. A análise destes textos permitiu que se perceba a preocupação por parte das instituições de ensino, no correto entendimento da Geometria Analítica, visto que esta matéria é fundamental para os cálculos necessários nas atividades das diferentes escolas de engenharias e outras faculdades, que tem o cálculo diferencial e integral como base da sua ciência. A utilização de metodologias e teorias reforça a possibilidade de melhoria do ensino e aprendizagem de conceitos da Geometria Analítica tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Ensino e aprendizagem. Teses e Dissertações. Análise de Conteúdo.

ABSTRACT

RESEARCH MAPPING WITH FOCUS ON ANALYTICAL GEOMETRY: A STUDY OF THE ACADEMIC PRODUCE IN THE 2015 – 2022 PERIOD

AUTHOR: Jocilene Castro Soares
ADVISOR: Janice Rachelli

The presented study has its theme the Brazilian Academic Production, in Mathematics Teaching area, about Analytical Geometry. It has been originated from the following research questions: What were the main Theoretical and Methodological aspects used to investigate the teaching and learning process of the Analytical Geometry in Brazil from 2015 to 2022? In which educational context the researches have been developed? What are the consensual results observed in the analyzed studies? The main purpose of this study is to analyze the perspectives about the Analytical Geometry, teaching and learning process, which are part of the researches in the Mathematics Education area, which is based on mapping of published researches in the Thesis Catalog and Dissertations of the Improvement Coordination of Graduated Students (CAPES), with a framed time between 2015 and 2022. This is a qualitative bibliographic research, where the data were obtained and treated in a qualitative perspective, supported by Content Analysis. In this case a developed mapping using the search descriptor “Analytical Geometry” and the focused area: Mathematics teaching. Twenty-six researches were identified, and then a file was created containing the main data of these works, and by the end of the analysis. Three categories were determined for the analysis: The student, the teacher and the material, which were necessary for the synthesis of the results. In the research, it was observed that the student category had a higher number of projects and the students' difficulties were mentioned when it comes to analytical Geometry. In teacher category, it was noticed that the licensed teachers difficulties are in basic concepts of Analytical Geometry, originated by High School deficit. In material category, many kinds of texts were analyzed, such as higher education textbooks, articles related to Analytical Geometry, official documents of basic education, thesis and dissertations, websites of Postgraduated programs in Mathematics teaching area. The analysis of these texts allowed us to perceive the concern by Educational Institutions, in the correct understanding of Analytical Geometry. Since this subject is necessary for the calculations used in exercises of different engineering schools and other types of schools where the differential and integral calculus are used as the basic of its science. The use of the methodologies and theories reinforces the possibility of teaching and learning improvement in Analytical Geometry concepts in both, Basic and Superior Education.

Keywords: Mathematics Education. Teaching and Learning. Theses and Dissertations. Content Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Coordenadas retangulares de um ponto e os quatro quadrantes	16
Figura 2 – A distância entre dois pontos	16
Figura 3 – A Circunferência	17
Figura 4 – A elipse	18
Figura 5 – A hipérbole	19
Figura 6 – A hipérbole equilátera $xy = 1$	19
Figura 7 – Os dois casos de estudo da parábola	20
Figura 8 – Geometria Analítica na Coleção 1 – Volume 6	27
Figura 9 – Geometria Analítica na Coleção 2 – Volumes 4 e 6	27

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Modelo de Formulário para fichamento	31
Quadro 2 – Identificação dos trabalhos	33
Quadro 3 – Categoria Aluno: Sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos	66
Quadro 4 – Categoria Professor: Sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos	72
Quadro 5 – Categoria Material: Material e/ou documentos	76

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	ALGUNS ELEMENTOS SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA	13
2.1	SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA	13
2.2	A GEOMETRIA ANALÍTICA EM DOCUMENTOS OFICIAIS	21
2.2.1	PCN+ (BRASIL, 2002)	21
2.2.2	OCNEM (BRASIL, 2006)	23
2.2.3	BNCC (BRASIL, 2018)	23
2.2.4	Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática	25
2.3	GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE ENSINO MÉDIO DA EDUCAÇÃO BÁSICA	26
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	30
3.1	TIPO DE PESQUISA E PROCEDIMENTOS	30
4	COLETA, SELEÇÃO E EXPLORAÇÃO DOS DADOS	33
4.1	PRÉ-ANÁLISE	33
4.2	EXPLORAÇÃO DO MATERIAL	36
5	ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	66
5.1	ANÁLISE DA CATEGORIA ALUNO	66
5.1.1	Quanto aos sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos	66
5.1.2	Quanto aos aspectos metodológicos	67
5.1.3	Quanto aos aspectos teóricos	68
5.1.4	Quanto aos resultados	69
5.2	ANÁLISE DA CATEGORIA PROFESSOR	72
5.2.1	Quanto aos sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos	72
5.2.2	Quanto aos aspectos teóricos	73
5.2.3	Quanto aos aspectos metodológicos	74
5.2.4	Quanto aos resultados	74
5.3	ANÁLISE CATEGORIA MATERIAL	76
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
	REFERÊNCIAS	85

1 INTRODUÇÃO

A Geometria Analítica tem origem em uma ideia, considerada pelos matemáticos, como muito simples, que foi introduzida por René Descartes (1596-1650), no século XVII. É uma ideia extremamente original, pois expõe a criação de um sistema de coordenadas que identifica um ponto P do plano com um par de números reais (x, y) . A partir disso, podemos caracterizá-la como o estudo das propriedades geométricas de uma figura com base em uma equação; o estudo dos pares ordenados de números (x, y) que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma figura geométrica (BRASIL, 2006).

A Geometria Analítica destaca-se por suas contribuições na ampliação dos significados de noções dos campos da álgebra, geometria e funções, permitindo, por exemplo, a aplicação de propriedades geométricas das curvas cônicas tanto na “[...] modelagem de fenômenos na ciência (como órbitas de corpos celestes, trajetórias de projéteis) [quanto] na confecção de artefatos tecnológicos (como antenas parabólicas, lâmpadas de dentistas e telescópios)” (BRASIL, 2018, p. 166).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, é importante, aproximar a “Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da Geometria Analítica” (BRASIL, 2018, p. 272). Os conceitos relacionados à mesma permitem a articulação entre Geometria e Álgebra, visto que esta articulação se torne significativa para o estudante. Neste contexto, entende-se que o professor precisa trabalhar duas vias: o entendimento de figuras geométricas via equações e o entendimento de equações via figuras geométricas. Por exemplo, fazendo o aluno perceber que a equação $x = 3$, corresponde a uma reta paralela ao eixo y ; e que qualquer ponto que tenha segunda coordenada negativa não pode estar na curva $y = x^2$ (BRASIL, 2006).

A apropriação de conceitos e propriedades da Geometria Analítica, pelos estudantes “[...] é favorecida muito mais por um trabalho investigativo, envolvendo [...] articulações [dos campos da Álgebra, Geometria e Funções], do que pelo fornecimento de um rol completo de tipos de equações ou de nomenclaturas, como é feito usualmente no Ensino Médio” (BRASIL, 2018, p. 166). Nesta perspectiva, compreende-se, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002) e nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – OCNEM (BRASIL, 2006), que a simples apresentação de equações, sem explicações fundadas em raciocínios lógicos, deve ser evitada pelo professor.

Com a Geometria Analítica, é possível “resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e

relações entre elementos de figuras planas e espaciais, investigar propriedades e produzir argumentos geométricos convincentes” (BRASIL, 2018, p. 81). O documento preliminar da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2016) destaca a capacidade de visualização e a relação com outras áreas da Matemática:

A Geometria Analítica deve ser trabalhada de modo articulado com a Álgebra, ampliando a capacidade de visualização. É importante valorizar não apenas a manipulação algébrica, mas enfatizar o significado geométrico dos coeficientes de equações (da reta e da circunferência), de retas paralelas e perpendiculares, entre outras. As articulações entre a Geometria Analítica e outras áreas da Matemática escolar também podem ser enfatizadas, quando do estudo de ideias envolvendo crescimento e decrescimento, taxas de variação de uma função, entre outros temas (BRASIL, 2016, p. 563).

Ademais, a Geometria Analítica é parte integrante dos componentes curriculares dos cursos das áreas exatas e tecnológicas, tais como, Matemática, Física e Engenharias. Seu estudo é relevante, pois os tópicos tratados na Geometria Analítica são fundamentais para o entendimento de conceitos tratados no Cálculo Diferencial e Integral e também na Álgebra Linear.

Apesar de sua importância, o estudo da Geometria Analítica é considerado um tanto complexo pelos estudantes, inclusive pelos graduandos em Matemática, o que acaba dificultando a sistematização do pensamento em relação a esta área do conhecimento matemático.

Com todos os avanços tecnológicos, muitos recursos e estratégias estão disponíveis para auxiliar o professor em sua prática pedagógica, objetivando facilitar o entendimento do estudante quanto aos conteúdos/conceitos, o que pode tornar a aprendizagem significativa e desafiadora por expor uma variedade de representações, simultaneamente. Além de recursos tecnológicos, pesquisadores da área de Educação Matemática também vêm utilizando teorias e metodologias diferenciadas como forma de propiciar aos estudantes o entendimento dos conteúdos tratados na Geometria Analítica. Sendo assim, é importante conhecermos como esses estudos foram realizados e quais resultados foram obtidos nas pesquisas.

Diante desse contexto, define-se como questões de pesquisa: Quais são os principais aspectos teóricos e metodológicos que foram utilizados para investigar o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica de 2015 a 2022, no Brasil? Em quais contextos educativos as pesquisas têm sido desenvolvidas? Quais os resultados consensuais são observados nas pesquisas analisadas? Tem como objetivo principal analisar as perspectivas acerca do processo de ensino e de aprendizagem da Geometria Analítica, presentes em pesquisas da área da Educação Matemática, por meio de um mapeamento em pesquisas

publicadas junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no período 2015-2022.

Para alcançar o objetivo proposto e responder às questões de pesquisa, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Mapear as pesquisas publicadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES da área da Educação Matemática que tratam de Geometria Analítica no período 2015-2022;
- Analisar quais são os principais aspectos teóricos e metodológicos que os pesquisadores utilizam para investigar o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica;
- Analisar em que contexto educativo as pesquisas têm sido desenvolvidas;
- Estabelecer resultados consensuais observados nas pesquisas analisadas;
- Estabelecer eixos de categorias que sirvam para sintetizar os resultados obtidos por meio do mapeamento.

Para tanto, inicialmente, foi realizada uma busca junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Os dados obtidos foram tratados em uma perspectiva qualitativa (TOZONI-REIS, 2009) com apoio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2004). Realizou-se um fichamento com vistas a destacar os objetivos propostos, o contexto educativo, o conteúdo matemático de Geometria Analítica abordado, as metodologias empregadas e os resultados obtidos nas pesquisas analisadas. Esse tipo de análise permite investigar diferenças e semelhanças entre estudos, bem como identificar resultados consensuais obtidos nas diferentes pesquisas, tendo como foco o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica.

Esta pesquisa dá continuidade a um estudo desenvolvido pela autora, junto ao Curso de Matemática da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), o qual resultou, em um Trabalho de Conclusão de Curso (SOARES, 2017). Neste estudo foi feita a análise de como os conceitos de Geometria Analítica aparecem nas coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2014), a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, a dissertação de mestrado está organizada em seis capítulos. Neste capítulo, Introdução, é apresentado o tema, a justificativa, as questões, os objetivos da pesquisa e a estrutura do trabalho. O capítulo 2 – Alguns elementos sobre a Geometria Analítica, constitui-se em escritos sobre aspectos históricos, conteúdos abordados,

documentos oficiais e livros didáticos da Geometria Analítica. Os procedimentos metodológicos que serão utilizados no desenvolvimento desta pesquisa e o tipo de pesquisa são descritos no capítulo 3 - Aspectos metodológicos. Apresentamos o capítulo 4 – Coleta e seleção de dados, em que são elencadas, por meio de um fichamento, as pesquisas que foram selecionadas para análise. No capítulo 5 – Análise dos dados e resultados, apresentamos a análise dos dados por categoria e os resultados e, por fim no capítulo 6, tecemos as considerações finais com uma síntese dos resultados encontrados. Além disso, fazem parte deste trabalho, as Referências constituídas por documentos oficiais, artigos científicos, livros, teses e dissertações utilizados para fundamentar esta pesquisa e que orientaram o trabalho desenvolvido.

2 ALGUNS ELEMENTOS SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA

Neste capítulo, estão alguns elementos sobre os aspectos históricos e conteúdos tratados no estudo da Geometria Analítica, bem como as orientações sobre o ensino deste conteúdo em documentos oficiais e sua apresentação em livros didáticos.

2.1 SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria Analítica é a área da Matemática que estuda as figuras da Geometria, usando expressões algébricas, podendo também ser chamada de Geometria de Coordenadas ou Geometria Cartesiana. Seu estudo envolve relações entre ponto, reta e circunferência representadas por fórmulas e pares de coordenadas no plano cartesiano, a partir da distância entre dois pontos, equações reduzidas da circunferência e da reta, cônicas, quádricas, entre outros. Os responsáveis pelo início do avanço científico sobre os conceitos tratados na Geometria Analítica foram os franceses René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665). Embora contemporâneos, trabalharam separadamente nos estudos.

A obra de Descartes é descrita com frequência como sendo a aplicação da Álgebra à Geometria, mas, há pouco, em seu trabalho que se assemelha ao que hoje se considera como Geometria Analítica. Segundo Boyer (1996), não está claro se Descartes, em seu trabalho de 1628, “estava ou não em completa posse de sua Geometria Analítica” (p. 231), pois em seus escritos, “o objetivo é geralmente uma construção geométrica, e não necessariamente a redução da geometria à álgebra” (p. 232). Sua obra pode ser muito bem caracterizada como sendo a tradução de operações algébricas em linguagem geométrica. Seus pensamentos estavam longe de considerações práticas hoje frequentemente associadas ao uso de coordenadas. O princípio fundamental da Geometria Analítica – a descoberta de que equações indeterminadas em duas incógnitas correspondem a lugares, aparece nos escritos de Descartes, porém ele

[...] não estabelecia um sistema de coordenadas a fim de localizar pontos com um medidor de terras ou um geógrafo poderiam fazer, nem pensava em suas coordenadas como pares de números. Quanto a isso, a frase “produto cartesiano”, tão frequentemente usada hoje, é um anacronismo (BOYER, 1996, p. 237).

Com respeito a Fermat, sua exposição era muito mais sistemática e didática que a de Descartes; sua Geometria Analítica era um tanto mais próxima da nossa, no fato de serem as ordenadas usualmente tomadas perpendicularmente ao eixo das abscissas. Fermat tratava da

equação e, após, escolhia um sistema de coordenadas arbitrário para esboçá-las. Assim como Descartes, Fermat tratou, por exemplo, de retas, de circunferências e das cônicas (hipérbole, elipse e parábola).

Na matemática clássica, a Geometria Analítica é o estudo da geometria por meio de um sistema de coordenadas e dos princípios da Álgebra e da Análise. É um campo matemático no qual são utilizados métodos e símbolos algébricos para representar e resolver problemas geométricos.

Em 1665, John Wallis (1616-1703) tratou as cônicas como curvas de secções de um cone, mas deduziu todas as propriedades familiares com método de coordenadas no plano, por meio de equações padrões. Mais tarde, tomou essas equações como definições das secções cônicas, porém sem fazer referência ao cone. Desta forma, chegou mais perto ainda, que Fermat da definição moderna de cônica como lugar de pontos num plano, munido de sistema de coordenadas, as quais satisfazem a uma equação do segundo grau em duas variáveis, fato que Descartes percebia, mas ao qual não deu ênfase. O tratado de Wallis pode ser descrito como a completação da aritmetização das secções cônicas que tinha sido iniciada por Descartes.

Monge (1746-1818), ao trabalhar como professora na École Polytechnique, percebeu a necessidade de escrever um texto para o uso dos estudantes. Foi esse curso que formou o protótipo dos programas de Geometria Analítica no espaço. Os alunos de Monge, a partir de 1798, produziram uma quantidade de textos elementares sobre Geometria Analítica, o que fez com que esta área tivesse lugar no ensino de Matemática que, por um século ou mais, fora posta na sombra do Cálculo. A maior parte dos resultados de Monge sobre Geometria Analítica da reta e do plano aparece em artigos datados de 1771 em diante. Nesses artigos, encontram-se a maior parte da Geometria Analítica no espaço e da Geometria Diferencial elementar que é incluída em textos de cursos universitários (BOYER, 1996).

Para Boyer (1996), talvez os professores de hoje possam tirar satisfação do fato de que a Geometria Analítica, tal como foi apresentada “por Fermat e Descartes, um advogado e um filósofo, não teve eficácia e só quando genuínos pedagogos - Monge e seus discípulos que, por sua vez, se tornaram professores da École Polytechnique – lhe deram uma nova forma é que ela mostrou vitalidade” (p.330). Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) também se concentraram nos estudos da Geometria Analítica, estudos esses que contribuíram para o surgimento de outro campo de estudo da Matemática, o Cálculo Diferencial e Integral, que é ensinado no ensino superior. Sua importância está presente no fato de que estabelece uma correspondência entre equações e curvas geométricas.

Camargo e Boulos (2005) definem a Geometria Analítica como:

[...] o estudo da Geometria pelo método cartesiano (René Descartes, 1596-1650), que em última análise consiste em associar equações aos entes geométricos, e através do estudo dessas equações (com o auxílio da Álgebra, portanto) tirar conclusões a respeito daqueles entes geométricos (p. 10).

A Geometria Analítica é muito utilizada na Física e na Engenharia, e é o fundamento das áreas mais modernas da Geometria, como a Geometria Algébrica, Diferencial, Discreta e Computacional. Em geral, o sistema de coordenadas cartesianas é usado para manipular equações de retas, planos, círculos, cônicas, curvas, geralmente tratadas em duas dimensões, mas também em três dimensões. Nos livros didáticos, pode ser explicada de forma mais simples: diz respeito à definição e representação de formas geométricas de modo algébrico e à extração da informação algébrica dessa representação. Além da Álgebra, a Geometria Analítica também pode ser tratada por meio de vetores envolvendo a Álgebra Vetorial.

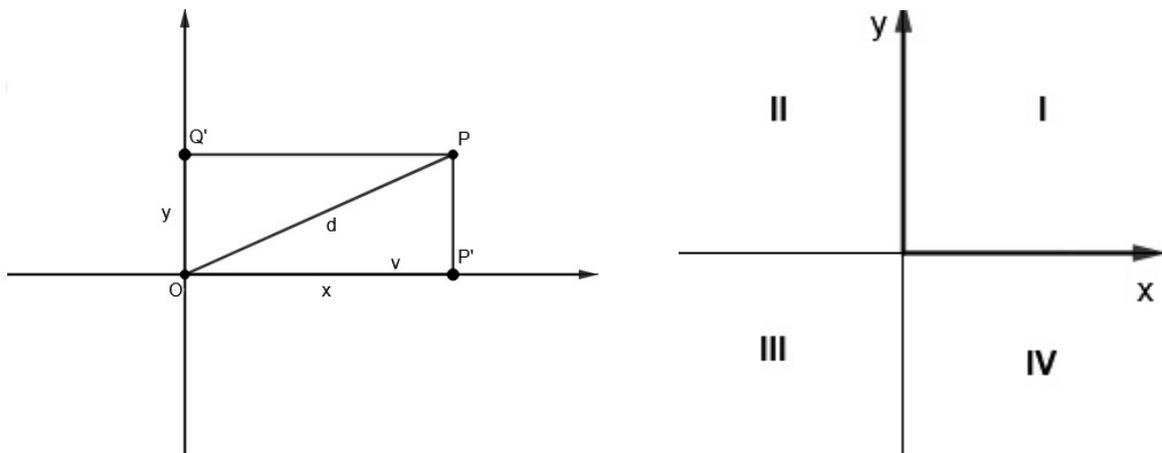
Segundo Valente (2002), o ensino de Geometria Analítica, no Brasil, teve início com a chegada da família real portuguesa, em 1808, tendo como objetivo capacitar e acelerar o desenvolvimento militar, com sua obrigatoriedade àquele militar que aspirasse à patente de oficial. A sua base representativa está em representar os pontos de uma reta, através de números reais. Cada ponto equivale a um número, o qual é obtido pela distância entre o ponto real e sua distância em relação à origem da reta, o número zero. Nesse sentido, se destaca a sua importância do conceito de distância na sua abordagem, sendo que este define outros conceitos como círculo, circunferência e definições algébricas de figuras geométricas.

O princípio básico da Matemática – e em particular da Geometria Analítica e do Cálculo – desde o século XVII, tem sido o contínuo numérico, em que é possível associar a cada segmento de reta um número real definido como seu comprimento, mas podemos ir mais longe, visto que todos os objetos geométricos e todas as operações geométricas podem ser incluídas no âmbito dos números (COURANT; ROBBINS, 2000). Os passos decisivos nesta aritmetização da Geometria foram dados já em 1629 por Fermat e em 1667 por Descartes. A ideia fundamental da Geometria Analítica é a introdução de coordenadas, isto é, de números vinculados ou coordenados com um objeto geométrico e caracterizando completamente este objeto. Conhecidas pela maioria dos leitores são as chamadas coordenadas retangulares ou cartesianas que servem para caracterizar a posição de um ponto arbitrário P em um plano.

Começamos com duas retas perpendiculares fixas no plano, o eixo dos x e o eixo do y , aos quais referimos todos os pontos. Estas retas são consideradas como eixos numéricos orientados e medidos com a mesma unidade. A cada ponto P , como na Figura 1, duas

coordenadas, x e y , são atribuídas. Estas são obtidas da seguinte forma: consideramos o segmento orientado a partir da origem O ao ponto P , e projetamos este segmento orientado, algumas vezes chamado de vetor posição do ponto P , perpendicularmente sobre os dois eixos, obtendo o segmento orientado OP' sobre o eixo dos x , com o número x medindo seu comprimento orientado a partir de O , e da mesma forma o segmento orientado OQ' sobre o eixo dos y , com o número y medindo seu comprimento orientado a partir de O .

Figura 1 – Coordenadas retangulares de um ponto e os quatro quadrantes.

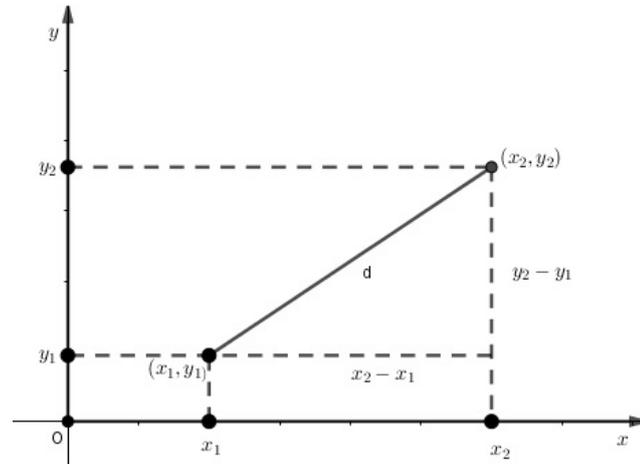


Fonte: A autora.

Os dois números x e y são chamados de coordenadas de P . Inversamente, se x e y forem dois números determinados arbitrariamente, então o ponto correspondente P será determinado unicamente. Se x e y forem ambos positivos, P estará no primeiro quadrante do sistema de coordenadas; se ambos forem negativos, P estará no terceiro quadrante; se x for positivo e y negativo, P estará no quarto quadrante, e se x for negativo e y positivo, no segundo. As coordenadas x e y de um ponto são representadas por (x, y) .

A distância entre o ponto P_1 com coordenadas (x_1, y_1) e o ponto P_2 com coordenadas (x_2, y_2) é dada pela fórmula $d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$. Isto decorre imediatamente do teorema de Pitágoras, como pode ser percebido na Figura 2.

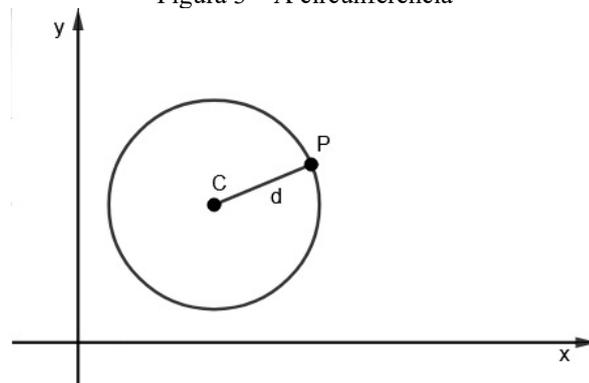
Figura 2 – A distância entre dois pontos



Fonte: A autora.

Se C é um ponto fixo com coordenadas $x = a$, $y = b$, então o lugar de todos os pontos P tendo uma distância de r a partir de C é uma circunferência, com C como centro e raio r (Figura 3).

Figura 3 – A circunferência



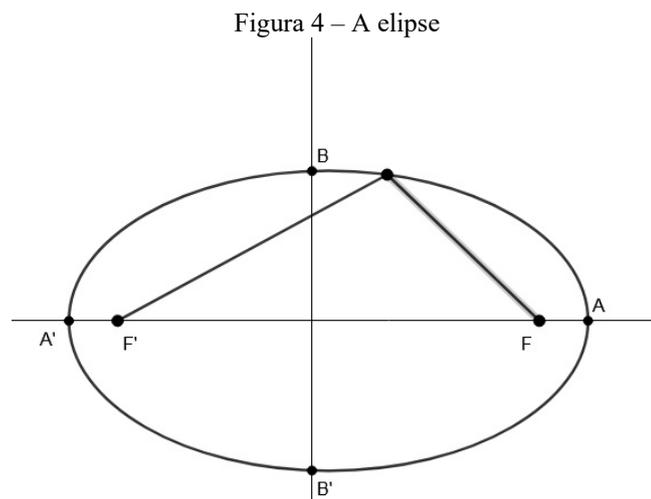
Fonte: A autora.

Segue-se da fórmula de distância que os pontos desta circunferência têm coordenadas (x, y) que satisfazem a equação $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, a qual é chamada de equação da circunferência, porque expressa a condição completa (necessária e suficiente) sobre as coordenadas (x, y) de um ponto P que se situa sobre a circunferência em torno de C com raio r . Efetuando-se as operações indicadas, a equação da circunferência toma forma $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = k$, onde $k = r^2 - a^2 - b^2$. Inversamente, se uma equação da forma $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = k$ é dada, onde a , b e k são constantes arbitrárias tais que $k + a^2 + b^2$ seja positivo, então, pelo processo algébrico de completar o quadrado podemos escrever a equação na forma $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ onde $r^2 = k + a^2 + b^2$. Segue-se que a equação $x^2 +$

$y^2 - 2ax - 2by = k$ define uma circunferência de raio r em torno do ponto C com coordenadas (a, b) .

As equações das retas são muito mais simples. Por exemplo: o eixo dos x tem a equação $y = 0$, uma vez que $y = 0$ para todos os pontos sobre o eixo dos x e para nenhum outro ponto. O eixo dos y tem a equação $x = 0$. As retas que passam pela origem e que dividem ao meio os ângulos entre os eixos têm as equações $x = y$ e $x = -y$. É fácil mostrar que qualquer reta tem uma equação da forma $ax + by = c$, onde a, b, c são constantes fixas caracterizando a reta. O significado desta equação é novamente que todos os pares de números reais x, y que satisfazem esta equação são as coordenadas de um ponto da reta, e inversamente.

A equação $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$, representa uma elipse (Figura 4).

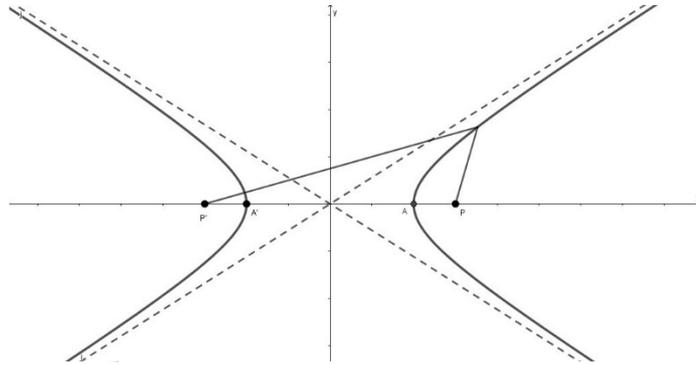


Fonte: A autora.

A curva dada por $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$, corta o eixo dos x nos pontos $A(p, 0)$ e $A'(-p, 0)$, e o eixo dos y em $B(0, q)$ e $B'(0, -q)$. Se $p > q$, o seguimento AA' , de comprimento $2p$, é chamado de eixo maior da elipse, enquanto o seguimento BB' , de comprimento $2q$, é chamado de eixo menor. Esta elipse é o local de todos os pontos P cuja soma das distâncias a partir dos pontos $F(\sqrt{p^2 - q^2}, 0)$ e $F'(-\sqrt{p^2 - q^2}, 0)$ é $2p$. Os pontos F e F' são chamados de focos da elipse, e a razão $e = \frac{\sqrt{p^2 - q^2}}{p}$ é chamada de excentricidade da elipse.

Uma equação da forma $\frac{x^2}{p^2} - \frac{y^2}{q^2} = 1$ representa uma hipérbole. Esta curva tem dois ramos que cortam o eixo dos x em $A(p, 0)$ e $A'(-p, 0)$ respectivamente (Figura 5).

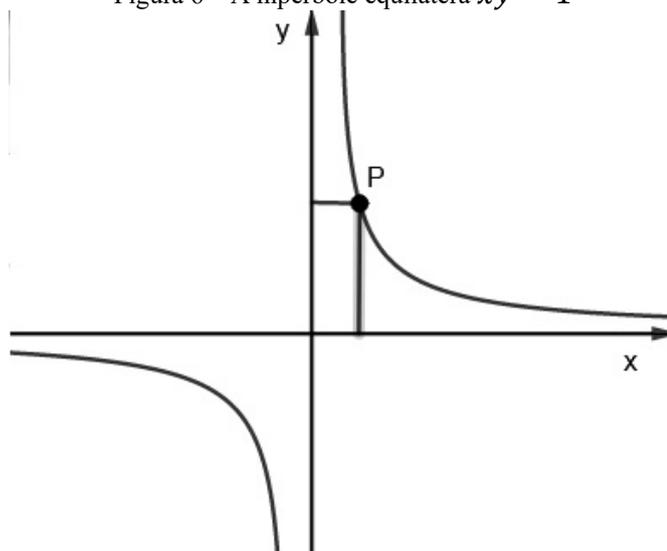
Figura 5 – A hipérbole



Fonte: A autora.

O segmento AA' , de comprimento $2p$, é chamado de eixo transversal da hipérbole. A hipérbole aproxima-se cada vez mais das duas retas $qx \pm py = 0$ à medida que nos afastamos cada vez mais da origem, mas ela nunca corta efetivamente estas retas. São chamadas de assíntotas da hipérbole. A hipérbole é o local de todos os pontos P tais que a diferença de suas distâncias aos dois pontos $F(\sqrt{p^2 + q^2}, 0)$ e $F'(-\sqrt{p^2 + q^2}, 0)$ é $2p$. Estes pontos são chamados de focos da hipérbole; a razão $e = \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{p}$ é chamada de excentricidade da hipérbole.

A equação $xy = 1$ também define uma hipérbole, cujas assíntotas são agora os dois eixos cartesianos (Figura 6).

Figura 6 – A hipérbole equilátera $xy = 1$ 

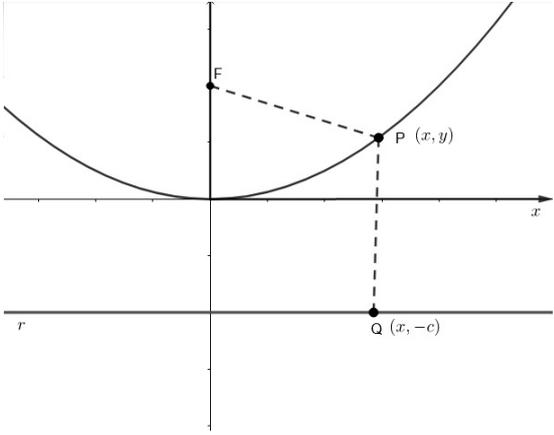
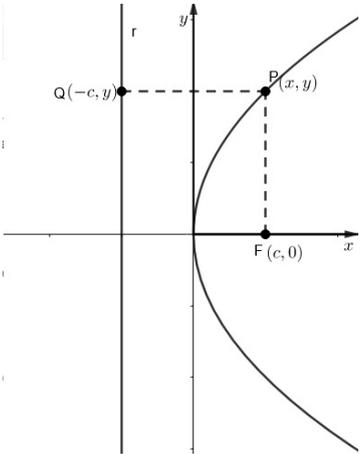
Fonte: A autora.

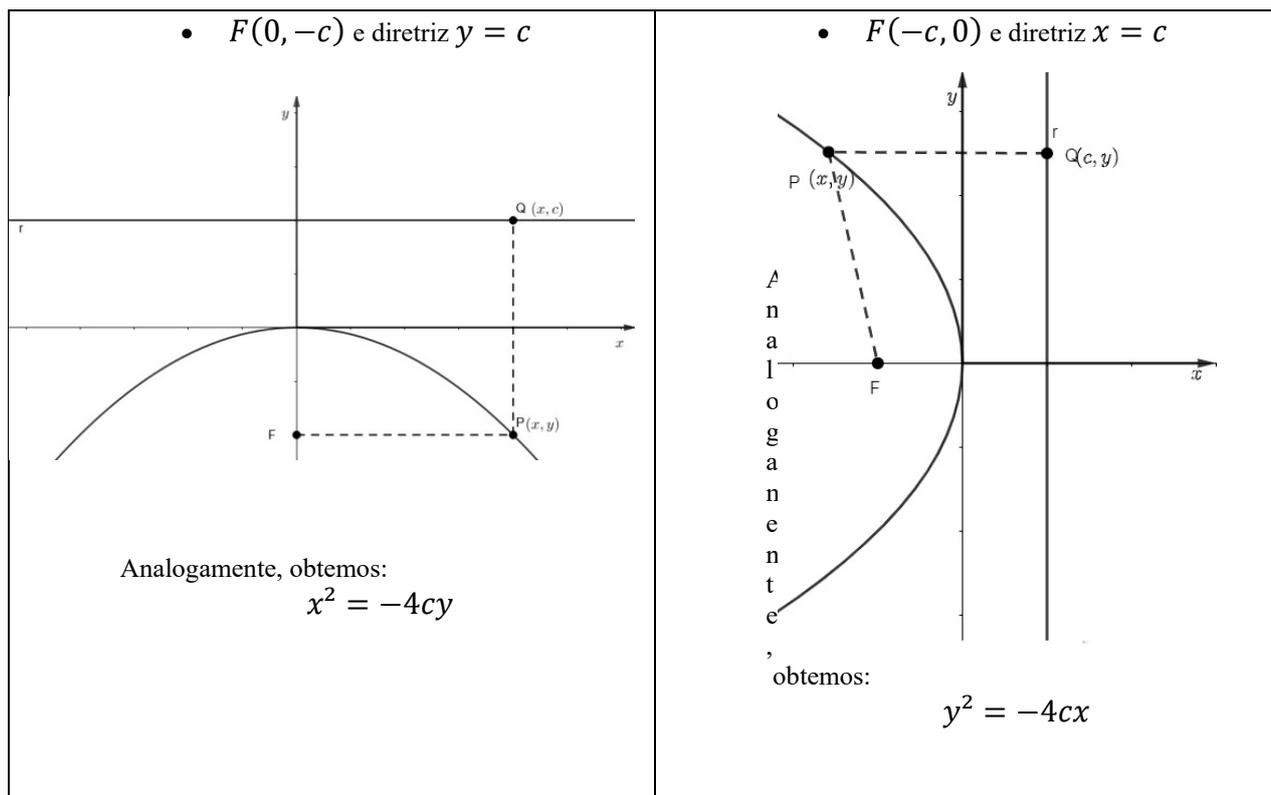
A equação dessa hipérbole, chamada hipérbole equilátera indica que a área do retângulo determinada por P é igual a 1 para cada ponto P sobre a curva. Uma hipérbole equilátera cuja equação é $xy = c$, c sendo constante, é apenas um caso especial da hipérbole geral, da mesma forma que o círculo é um caso especial da elipse. O caráter especial da hipérbole equilátera reside no fato de que suas duas assíntotas (neste caso os dois eixos das coordenadas) são perpendiculares uma à outra.

A parábola é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja distância a uma reta r dada é igual à distância a um ponto F que não pertence à reta r .

Considerando uma parábola com vértice V na origem do sistema cartesiano e foco F . Escolhemos um ponto $P(x, y)$ qualquer sobre essa parábola. Sabemos que a distância entre F e P deve ser igual à distância entre P e r , ou seja, $d_{PF} = d_{Pr}$. Existem dois casos para estudar a equação da parábola com vértice na origem (Figura 7).

Figura 7 – Os dois casos de estudo da parábola

1. Parábola com eixo de simetria sobre o eixo y e vértice na origem	2. Parábola com eixo de simetria sobre o eixo x e vértice na origem
<ul style="list-style-type: none"> $F(0, c)$ e diretriz $y = -c$ $d_{PF} = d_{Pr} \rightarrow d_{PF} = d_{PQ}$	<ul style="list-style-type: none"> $F(c, 0)$ e diretriz $x = -c$ $d_{PF} = d_{Pr} \rightarrow d_{PF} = d_{PQ}$
 $\begin{aligned} \left(\sqrt{x^2 + (y - c)^2}\right)^2 &= \left(\sqrt{(y + c)^2}\right)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 + (y - c)^2 = (y + c)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 + y^2 - 2cy + c^2 = y^2 + 2xy + c^2 \\ &\rightarrow \\ &x^2 = 4cy \end{aligned}$	 $\begin{aligned} \left(\sqrt{(x - c)^2 + y^2}\right)^2 &= \left(\sqrt{(x + c)^2}\right)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow (x - c)^2 + y^2 = (x + c)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 2cx + c^2 + y^2 \\ &= x^2 + 2cx + c^2 \rightarrow \\ &y^2 = 4cx \end{aligned}$



Fonte: A autora.

Na Geometria Analítica, o ponto principal consiste na ideia fundamental de que objetos geométricos podem ser completamente representados em termos numéricos e algébricos, e que o mesmo é verdadeiro para operações geométricas. Por exemplo: se buscamos encontrar o ponto de interseção de duas retas, consideramos suas equações $ax + by = c$ e $a'x + b'y = c'$. O ponto comum às duas retas é, então, encontrado simplesmente determinando suas coordenadas como a solução (x, y) das duas equações simultâneas. De forma semelhante, os pontos de interseção de quaisquer duas curvas, tais como o círculo $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = k$, e a reta $ax + by = c$, são encontrados resolvendo as duas equações correspondentes simultaneamente.

2.2 A GEOMETRIA ANALÍTICA EM DOCUMENTOS OFICIAIS

Nesta seção vamos abordar como a Geometria Analítica é apresentada em documentos oficiais.

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCN+ (BRASIL, 2002a)

Para a área de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2002a) estabelecem, três eixos ou temas estruturadores: Álgebra: números e funções; Geometria e medidas; Análise de dados. Esses três temas devem ser desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio. O documento trata das formas planas e tridimensionais e as suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Para o desenvolvimento do tema, Geometria e medidas são propostas quatro unidades temáticas: Geometria Plana, Geometria Espacial, Métrica e Geometria Analítica.

Segundo o PCN+, a unidade Geometria Analítica tem como função “tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos” (BRASIL, 2002a, p. 124), oportunizando que o aluno do ensino médio conheça formas de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações. O objetivo principal é levar o aluno a perceber que um mesmo problema pode ser abordado, com diferentes instrumentos matemáticos, de acordo com suas características. Conforme proposta dos PCN+,

[...] a construção de uma reta que passe por um ponto dado e seja paralela a uma reta dada pode ser obtida de diferentes maneiras. Se o ponto e a reta estão desenhados em papel, a solução pode ser feita por meio de uma construção geométrica, usando-se instrumentos. No entanto, se o ponto e a reta são dados por suas coordenadas e equações, o mesmo problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente (BRASIL, 2002a, p. 124).

O ensino de Geometria deve se dar a partir da exploração de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos, pois, assim, permitirá aos alunos estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Com relação à Geometria Analítica, nos PCN+, são propostos os seguintes conteúdos e habilidades:

Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras; interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos; reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características; associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa; e construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles (BRASIL, 2002a, p. 125).

O trabalho com a Geometria Analítica pode ser centrado em estabelecer correspondências entre as funções de 1º e 2º grau e os seus gráficos e também na resolução de problemas que necessitam os conhecimentos sobre posição relativa de pontos, retas, circunferências e parábolas.

2.2.2 Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCNEM (BRASIL, 2006)

Em 2006, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) foram constituídas a partir da necessidade de efetivar a reforma do Ensino Médio, que não obteve êxito com instrumentos normativos anteriores. As OCNEM (BRASIL, 2006) estabelecem que toda a situação de ensino e aprendizagem deve trazer o desenvolvimento de habilidades, com prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos trabalhados e tem como objetivo contribuir para o diálogo entre o professor e a escola sobre a prática docente. As OCNEM destacam que, a Geometria Analítica permite a articulação entre Geometria e Álgebra e que para haver significado para o aluno, é desejável que o professor trabalhe o entendimento de figuras geométricas via equações e o entendimento de equações via figuras geométricas.

No capítulo 3, Conhecimentos de Matemática, é destacado que este documento trata de três aspectos: a escolha dos conteúdos; a forma de trabalhar estes conteúdos e o projeto pedagógico e organização curricular. Os conteúdos estão organizados em quatro blocos: Números e Operações; Funções; Geometria; Análise de Dados e Probabilidade, o que não dispensa a articulação entre eles. Cada tema é um campo de interesse com organização própria em termos de linguagens, conceitos, procedimentos e, especialmente, objetos de estudo.

No que tange às questões de metodologia, o documento destaca duas concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática: a primeira e mais presente nas salas de aula é o ensino com transmissão de conhecimento, e a aprendizagem via recepção de conteúdo. A segunda concepção ainda é pouco explorada, na qual a responsabilidade pela aprendizagem é do próprio aluno, que é colocado como ator principal do processo. A aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno quando colocado em uma situação de resolução de problemas.

2.2.3 Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais; que assegura o direito de aprendizagem e desenvolvimento aos alunos, em conformidade com o Plano Nacional de Educação (PNE). A BNCC garante o desenvolvimento das competências,

definidas como mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores básicos ao exercício da cidadania. Na área da Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Conforme objetivos de aprendizagem da disciplina, apresentados pela BNCC, a aprendizagem se dá em etapas e possibilidades articuladas a outras áreas de conhecimento. Em relação ao pensamento geométrico, é importante que os estudantes, “desenvolvam habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figura” (BRASIL, 2018, p. 527). Além disso, é importante a formulação e a resolução de problemas geométricos em contextos diversos.

No Ensino Médio, a organização curricular está estruturada a partir de competências e habilidades que se referem às áreas de conhecimento e não especificamente a componentes curriculares, como no Ensino Fundamental. Na BNCC (2018), a competência que engloba os conteúdos da Geometria Analítica é a Competência Específica 3:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, 2018, p. 527).

Com relação ao estudo da Geometria no Ensino Médio, este deve estar focado na retomada e ampliação de conhecimentos adquiridos em anos anteriores, a fim de possibilitar a compreensão de sua estrutura lógica. Nessa perspectiva, a Geometria Analítica deve estar articulada à Álgebra, a fim de ampliar a capacidade de visualização, com ênfase ao significado geométrico dos coeficientes de equações, de retas paralelas e perpendiculares, entre outras.

Na BNCC, a principal habilidade em que a Geometria Analítica está inserida é: “EM13MAT301 - Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 528).

Segundo a BNCC, o letramento matemático está embasado nas competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma

variedade de contextos, utilizando conceitos. No caso da Geometria, essa envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários à resolução de problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Por essa razão, a progressão dos conhecimentos se dá pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p. 108).

A BNCC usa como referência de letramento matemático a Matriz do Pisa 2012, que o define como sendo “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos”. A proposta da BNCC busca conciliar o conteúdo matemático ao desenvolvimento de habilidades e competências do estudante. No caso do ensino da Geometria, deve proporcionar a habilidade de “resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes” (BRASIL, 2018, p. 319).

2.2.4 Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática

A primeira diretriz curricular para as licenciaturas em Matemática, pós LDB 9.394/96, foi promulgada por meio da Resolução CNE/CES 2/2003, que se ampara no Parecer CNE/CES 1.302/2001. Segundo a Resolução, “para a licenciatura serão incluídos, [...], as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores em nível superior” (BRASIL, 2002b, p.6). Dessa forma, os cursos de licenciatura em Matemática devem se fundamentar nestas Diretrizes Curriculares, bem como trazer os conteúdos específicos para tal formação:

- Cálculo Diferencial e Integral;
- Álgebra Linear;
- Fundamentos de Análise;
- Fundamentos de Álgebra;
- Fundamentos de Geometria;
- Geometria Analítica.

A parte comum deve ainda incluir: a) conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de

suas teorias; c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática (BRASIL, 2002b, p. 6).

Como se pode observar, a Geometria Analítica aparece na constituição dos conteúdos específicos para a formação do licenciado em Matemática. A Resolução CNE 1/2002, que se ampara no Parecer CNE/CP 009/2001, traz em sua proposta a tentativa de conciliação entre a teoria e a prática, a fim de desenvolver a competência de seus profissionais, levando a refletir acerca de sua própria ação (BRASIL, 2002b, p. 7).

Cabe destacar que o conteúdo específico de Geometria Analítica também faz parte dos conteúdos programáticos dos cursos de Bacharelado em Matemática, Física e Engenharias.

2.3 GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE ENSINO MÉDIO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

O uso do livro didático ainda representa uma ferramenta fundamental no ambiente educacional, especialmente, nas escolas públicas, sendo, para alguns, o único material pedagógico para leitura e atividades. “O livro didático pode contribuir para o processo de aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno e possibilita interações de vários tipos” (MANDARINO, 2010, p. 5). Gérard e Roegiers (*apud* MANDARINO, 2010) destacam algumas razões indispensáveis para o seu uso:

Favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes; propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos; auxiliar na autoavaliação da aprendizagem; contribuir para a formação social e cultural, além de desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania (p. 5).

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) objetiva, principalmente, adquirir e distribuir livros didáticos gratuita e universalmente para todos os alunos das escolas públicas brasileiras de Ensino Fundamental e, mais recentemente, de Ensino Médio. Todas as obras passam por uma análise desenvolvida pela Secretaria de Educação Básica (SEB) e pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), com parceria de instituições de ensino superior.

No PNLD (BRASIL, 2021) constam dez coleções de livros didáticos de Matemática aprovadas. No geral, na distribuição de conteúdo, a Geometria Analítica concentra-se principalmente no livro destinado ao 3º ano do Ensino Médio, apenas alguns tópicos relativos à distância entre pontos, equação da reta, da parábola e da circunferência são abordados no livro do 1º e 2º ano.

A seguir, podemos observar a distribuição dos conteúdos de duas coleções aprovadas do PNLD (BRASIL, 2021):

Coleção 1 – Conexões – Matemática e suas tecnologias (LEONARDO, 2020)

Esta obra é composta pelo Livro do Estudante e Manual do Professor, cada um contendo seis volumes e o Material Digital do Professor que contém seis videotutoriais. Os conceitos de Geometria Analítica são apresentados no volume 6 juntamente com os conceitos de Matrizes, Determinantes, Sistemas Lineares e Transformações Geométricas. Os conteúdos de Geometria Analítica abordados nesta coleção estão apresentados na Figura 8.

Figura 8 – Geometria Analítica na Coleção 1 – Volume 6

CAPÍTULO 3	Geometria analítica	60
1. Ponto		60
1.1. Distância entre dois pontos		64
1.2. Coordenadas do ponto médio de um segmento de reta		66
1.3. Condição de alinhamento de três pontos		68
2. Reta		70
2.1. Equação geral da reta		70
2.2. Inclinação e coeficiente angular de uma reta		72
2.3. Posição relativa entre duas retas no plano		78
2.4. Vetores		82
3. Distância entre ponto e reta		86
4. Inequações do 1º grau com duas incógnitas		88
5. Área de uma superfície triangular: uma aplicação na Geometria analítica		90
5.1. Fórmula da área do triângulo		90
6. Circunferência		92
6.1. Equações da circunferência		92
6.2. Posições relativas		97
Exercícios complementares		104
Autoavaliação		107
Compreensão de texto		108

Fonte: (LEONARDO, 2020, p. 134).

Coleção 2 – Diálogo – Matemática e suas tecnologias (TEIXEIRA, 2020)

Esta obra é composta pelo Livro do Estudante e Manual do Professor, cada um contendo seis volumes e o Material Digital do Professor com seis videotutoriais. O livro do Estudante é organizado em capítulos chamados de temas, que são divididos em seções conforme os objetos de conhecimento a serem estudados. Nesta coleção, A Geometria Analítica está presente no Volume 4 e no Volume 6, como mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Geometria Analítica na Coleção 2 – Volumes 4 e 6

Volume 4	
<p>1 Coordenadas e distâncias 10</p> <p>Estudando Geometria analítica.....12</p> <p>Coordenadas na reta.....12</p> <p>Coordenadas no plano.....13</p> <p>Distância entre dois pontos.....14</p> <p>■ Exercícios e problemas.....18</p> <p>■ Acessando tecnologias</p> <p>Programas em VisualG.....20</p> <p>Coordenadas do ponto médio de um segmento.....22</p> <p>Baricentro de um triângulo.....23</p> <p>■ Exercícios e problemas.....27</p> <p>6 O ponto e a reta 62</p> <p>Condição de alinhamento de três pontos 64</p> <p>Área da região determinada por um triângulo 65</p> <p>■ Acessando tecnologias</p> <p>Condições no VisualG 66</p> <p>■ Exercícios e problemas.....68</p> <p>Equação da reta.....70</p> <p>Equação geral da reta.....70</p> <p>■ Exercícios e problemas.....72</p>	<p>9 Circunferência 102</p> <p>A circunferência.....104</p> <p>■ Exercícios e problemas.....107</p> <p>10 Circunferência e Arte 108</p> <p>11 Cônicas 110</p> <p>Estudando as cônicas.....112</p> <p>Elipse.....112</p> <p>■ Exercícios e problemas.....116</p> <p>Hipérbole.....118</p> <p>■ Exercícios e problemas.....122</p> <p>Parábola.....124</p> <p>■ Exercícios e problemas.....128</p>
Volume 6	
	<p>11 Vértice de uma parábola 80</p> <p>O vértice de uma parábola.....82</p> <p>■ Exercícios e problemas.....84</p> <p>Valor máximo ou valor mínimo de uma função quadrática.....85</p> <p>■ Resolvendo por etapas.....86</p> <p>■ Acessando tecnologias</p> <p>Valor máximo ou valor mínimo de uma função quadrática.....88</p> <p>■ Exercícios e problemas.....89</p> <p>Estudo do sinal de uma função quadrática.....91</p> <p>■ Exercícios e problemas.....93</p>

Fonte: (TEIXEIRA, 2020, p. 122-123, 137-138).

Destacamos que, em geral, a maioria dos livros didáticos indicados pelo PNLD para o ensino médio traz uma abordagem dos conteúdos de Geometria Analítica, o que não aparece muito claramente nas habilidades previstas para o Ensino Médio na BNCC (BRASIL, 2018).

No Ensino Superior, um dos livros que mais é citado como referência básica para o desenvolvimento das disciplinas que envolvem a Geometria Analítica é de Camargo e Boulos (2005). De acordo com os autores, com a intenção de valorizar as ideias geométricas e evidenciar o método analítico, os conceitos, tratados no livro, são apresentados sob o ponto de vista da Geometria e somente após isto é feita a sua tradução para a linguagem da Álgebra, tendo apoio no tripé: conceituação geométrica/formulação algébrica/aplicações. O livro,

composto por 26 capítulos, traz uma abordagem vetorial para os conceitos abordados. Nele são tratados os conteúdos de: Vetores; Retas e Planos; Elipse, Hipérbole e Parábola; Superfície Esférica e Quádricas.

Nessa obra, aparecem uma grande quantidade de exercícios resolvidos, observações e comentários, com o objetivo de esclarecer a teoria, exemplificá-la, complementá-la ou mostrar alguma técnica especial (CAMARGO; BOULOS, 2005).

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, descrevemos os aspectos metodológicos empregados na pesquisa. Inicialmente, caracterizamos este trabalho como uma pesquisa bibliográfica realizada por meio de um mapeamento. Após, apresentamos como os dados foram coletados e analisados.

3.1 TIPO DE PESQUISA E PROCEDIMENTOS

Para analisar as perspectivas do processo de ensino e aprendizagem, no que tange aos conceitos de Geometria Analítica, foi realizada uma pesquisa bibliográfica de cunho teórico, por meio de um mapeamento de pesquisas publicadas junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Os dados obtidos foram tratados em uma perspectiva qualitativa (TOZONI-REIS, 2009) com apoio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2004). A pesquisa qualitativa, segundo Tozoni-Reis (2009), defende a ideia de que importa muito mais a compreensão e interpretação dos conteúdos do que descrevê-los, quando se trata de uma produção de conhecimentos sobre os fenômenos humanos e sociais. A Análise de Conteúdo constitui-se um conjunto de técnicas usadas para descrever e interpretar o conteúdo de documentos e textos e caracteriza-se como:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção [...] destas mensagens (BARDIN, 2004, p. 31).

A análise de conteúdo constitui-se de três grandes fases: pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados e interpretação. A primeira fase é definida por Bardin (2004) como a fase de organização que pode utilizar vários procedimentos, tais como: leitura flutuante, hipóteses, objetivos e elaboração de indicadores para fundamentar a interpretação. Nesta fase, sistematizamos as ideias iniciais, ou seja, constitui-se o *corpus* documental da pesquisa. Para tal, as pesquisas que farão parte do *corpus* documental deste trabalho serão selecionadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, com um recorte temporal no período de 2015 a 2022.

Este recorte temporal foi dado a partir da Tese de Doutorado intitulada “O estado da arte das pesquisas brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 a 2014” de Santos (2016), que tem uma proposta semelhante à deste trabalho. Santos (2016) concluiu em

seu trabalho que a abordagem dos temas da Geometria Analítica não mudou no período de 1991 a 2014, mas que houve mudanças nas estratégias de ensino e aprendizagem, focando e possibilitando que os estudantes criassem postura mais ativa no processo de aprendizagem sem depender exclusivamente do professor.

Na segunda fase, exploração do material, a análise das teses e dissertações foi feita por meio de um fichamento onde constam as características principais das obras selecionadas. Para isso, foi utilizado um fichamento, conforme modelo apresentado no Quadro 1.

Quadro 1– Modelo de formulário para fichamento

Título:	
Autor:	
Ano da publicação:	
Instituição:	
Modalidade:	
Palavras-chave:	
Objetivo do estudo:	
Conteúdos matemáticos abordados:	
Fundamentação teórica:	
Metodologia:	
Sujeitos da pesquisa:	
Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos:	

Fonte: A autora.

Este modelo é uma adaptação do modelo utilizado por Fiorentini e Lorenzato (2012) em que os autores destacam que estas anotações ajudam na organização dos registros de uma maneira sistemática. A elaboração deste fichamento dependeu das questões investigadas, definidas previamente pelo pesquisador e reformulada após as primeiras leituras aos documentos (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Neste estudo, ao constituir um formulário modelo para o fichamento, foi possível organizar e enxergar os dados que foram utilizados para a elaboração de categorias.

Na última fase, tratamento dos dados e interpretação, foi realizada a categorização, que consistiu na classificação dos elementos segundo suas semelhanças e por diferenciação, com posterior reagrupamento, em função de características comuns e o mapeamento, que consistiu em auxiliar na identificação das produções que foram analisadas, bem como a categorização e organização de acordo com o tema que aborda esta pesquisa. Logo, foram elencados critérios para realizar a análise das teses e dissertações, como: ano de publicação,

palavras-chave, instituição de ensino, conteúdos abordados, *softwares* utilizados, metodologias de ensino adotadas quando as pesquisas desenvolveram atividades com estudantes e/ou professores, entre outros, bem como, resultados obtidos. A partir do mapeamento das pesquisas foram criadas categorias para organização destas, a fim de colaborar na elaboração da produção de dados.

4 COLETA, SELEÇÃO E EXPLORAÇÃO DOS DADOS

Neste capítulo, apresentamos a forma como os dados foram coletados e organizados. Após, é feito o fichamento deles. Estas ações correspondem às fases de Pré-análise e Exploração do material, segundo Bardin (2004).

4.1 PRÉ-ANÁLISE

A busca e levantamento dos dados foram realizados junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES utilizando como ferramenta o termo “Geometria Analítica”, onde encontramos 403 pesquisas. Depois, refinamos a investigação para o intervalo de tempo da pesquisa 2015-2022, que resultou em 232 trabalhos. Este período foi estabelecido, visto que, nesta busca, observamos a publicação da tese de doutorado de Santos (2016), em que a autora analisou pesquisas publicadas no período 1991-2014. A partir deste ponto, utilizamos o refinamento de resultados:

- Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática (46 pesquisas).

Ao realizar a fase da Pré-análise, verificamos que 20 trabalhos não trataram especificamente de Geometria Analítica ou não estavam dentro do período de publicação analisado. Sendo assim, selecionamos, para o *corpus* desta pesquisa, 26 trabalhos, os quais estão identificados no Quadro 2, em ordem crescente ao ano de publicação, conforme o tipo de trabalho, instituição, título, autor e ano.

Quadro 2 - Identificação dos trabalhos

	Tipo Instituição	Título	Autor	Ano
1	Tese Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Geometria Analítica no espaço: Análise das organizações matemática e didática em materiais didáticos	COSTA, Acylena Coelho.	2015
2	Dissertação Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo	A utilização de saberes culturais como contribuição para o ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica em uma turma de EJA	LOURES, Marcela Andrade Martins.	2015
3	Tese Pontifícia Universidade Católica de	Parametrização e movimentação de curvas e superfícies para uso em	PARANHOS, Marcos de Miranda	2015

	São Paulo	modelação matemática		
4	Tese Universidade Luterana do Brasil	A Teoria dos Registros de Representação Semiótica em um ambiente virtual de aprendizagem: uma proposta metodológica explorando os conceitos de ponto, reta e circunferência no Ensino Médio	DALLEMOLE, Joseide Justin	2015
5	Dissertação Universidade Federal de Santa Maria	A aprendizagem da Geometria Analítica do Ensino Médio e suas representações semióticas no GRAFEQ	HALBERSTADT, Fabricio Fernando	2015
6	Tese Universidade Anhanguera de São Paulo	Articulação das representações cartesianas, paramétrica e polar de retas e circunferências, na transição do ensino médio, e do ensino superior	SILVA, Carlos Roberto da.	2015
7	Dissertação Universidade de Vassouras	Proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para subsidiar o estudo de Geometria Analítica auxiliada pelo software GeoGebra	MENDES, Gilnei	2015
8	Tese Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	O Estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 a 2014	SANTOS, Adriana Tiago Castro dos.	2016
9	Dissertação Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista	SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de.	2016
10	Dissertação Universidade Anhanguera de São Paulo	Vetores e suas representações nos livros didáticos de Engenharia	ANDREOTTI, Celso Luiz	2017
11	Dissertação Universidade Federal do Pará	O material manipulável no ensino e aprendizagem das noções básicas de Geometria Analítica a um aluno com cegueira	CARDOSO, Lucelia Valda de Matos	2017
12	Dissertação Universidade Federal de Santa Maria	Explorando recursos do Geogebra no estudo de quádras a partir de diferentes representações	LONDERO, Nandyne	2017
13	Dissertação Universidade Federal do Amazonas	Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com Exploração dos Temas: ponto, reta e circunferência com o uso	AZEVEDO, Alysson Roberto Garcia	2018

		do GeoGebra no Ensino Médio		
14	Dissertação Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo	Contribuições das representações semióticas para a aprendizagem da Geometria Analítica	OLIVEIRA, Jader de	2018
15	Tese Universidade Estadual de Maringá	Investigação acerca do ensino de Geometria Analítica numa abordagem baseada em vídeos	MILANI, Maísa Lucia Cacita	2018
16	Dissertação Universidade Cruzeiro do Sul	Uma proposta de Sequência Didática para o ensino de Geometria Analítica no ensino superior com o uso do GeoGebra	PRATES, José Fernando Santiago	2018
17	Tese Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: encontros com alunos do Ensino Médio	OLIVEIRA, Adamo Duarte de.	2019
18	Dissertação Universidade Federal de Juiz de Fora	Formação e reelaboração de imagens e definições de conceito relacionadas ao ensino de vetores em Geometria Analítica	LOPES, Leide Maria Leão	2019
19	Tese Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP- FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de Geometria Analítica Plana do ponto e da reta	FREITAS, Rita Lobo	2019
20	Dissertação Universidade Anhanguera de São Paulo	A metodologia da sala de aula invertida para ensino de Geometria Analítica em um curso de engenharia	GONÇALVES, Sandra Carvalho	2019
21	Tese Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas	BENITO, Ricardo Nicasso.	2019
22	Dissertação Universidade Federal do Acre	(Res)significações de saberes por licenciandos que vivenciam estudo de aula sobre distância entre dois pontos	OLIVEIRA, Michael Araujo de	2020
23	Dissertação Universidade Estadual de Maringá	A trajetória escolar da Geometria Analítica no Ensino Secundário Brasileiro: Constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942	ORUÊ, Gabriela Regina Vasques	2020
24	Tese	Transformações adaptativas em conteúdos de Geometria	AFONSO, Reginaldo Fabiano da Silva	2021

	Universidade Franciscana	Análítica: um estudo de caso envolvendo Transposição Didática		
25	Tese Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Um modelo didático de referência baseado em atividades de estudo e investigação para o ensino de cônicas na escola básica	SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de	2021
26	Dissertação Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	O ensino híbrido – Blendedlearning – uma proposta para o estudo de cônicas em cursos superiores	SOUZA, Marcelo Mesquita de	2021

Fonte: A autora.

Como se pode observar no Quadro 2, do total de trabalhos, foram identificados 11 teses de doutorado e 15 dissertações de mestrado como objetivo de estudo para a pesquisa proposta. Identificamos a existência de maior número de publicações nos anos de 2015 (sete trabalhos) e 2019 (cinco trabalhos). Além disso, percebe-se que nove estudos foram realizados em instituições federais de ensino, dois em universidades estaduais e 15 em instituições privadas.

4.2 EXPLORAÇÃO DO MATERIAL

A seguir, apresentamos o fichamento, conforme modelo apresentado no Quadro 1, dos trabalhos que foram selecionados para análise.

Trabalho 1:

Título: Geometria Analítica no Espaço: análise das organizações matemática e didática em materiais didáticos

Autor: Acylena Coelho Costa

Ano de publicação: 2015

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Geometria Analítica no Espaço; Teoria Antropológica do Didático; Variáveis didáticas

Objetivo do estudo: Analisar como os autores de livros didáticos organizaram as atividades propostas em relação ao estudo da Reta e do Plano a partir das variáveis didáticas desenvolvidas por Catherine Lebeau para o ensino da Geometria Analítica no Espaço.

Conteúdos matemáticos abordados: Estudo da reta e do Plano

Fundamentação Teórica: Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard e os estudos acerca das variáveis didáticas envolvidas no ensino da Geometria Analítica no Espaço desenvolvido por Catherine Lebeau.

Metodologia: A metodologia adotada para analisar os livros apoiou-se no trabalho de Chaachoua que aponta determinadas características para a realização das análises com base na TAD.

Sujeitos da pesquisa: -

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A pesquisa foi dedicada à análise de como os autores de livros didáticos para o ensino superior organizaram as atividades propostas em relação ao estudo da Reta e do Plano. Esta teve como questão de pesquisa é: Quais organizações matemática e didática estão presentes em livros didáticos para o ensino superior no que se refere ao estudo da Reta e do Plano no Espaço? Os resultados apresentam que poucos manuais têm as sugestões de abordagem para a Reta e para o Plano no Espaço indicadas por Lebeau.

Trabalho 2:

Título: A utilização de saberes culturais como contribuição para o ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica em uma turma de EJA

Autor: Marcela Andrade Martins Loures

Ano de publicação: 2015

Instituição: Instituto Federal do Espírito Santo

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Educação Matemática; Histórico-cultural; Educação de jovens e adultos; Geometria Analítica.

Objetivo do estudo: Investigar uma prática pedagógica que contemplasse e respeitasse os aspectos culturais dos educandos e contribuísse para a aprendizagem deles, desenvolver atividades e produzir um guia didático de Matemática que atenda ao conteúdo Geometria Analítica para professores que atuem na modalidade EJA.

Conteúdos matemáticos abordados: Distância entre dois pontos

Fundamentação Teórica: Dialoga-se com os teóricos Vygotsky e Leontiev, no sentido de amparar na teoria histórico-cultural.

Metodologia: Os procedimentos metodológicos envolveram a coleta de dados por meio de anotações no diário de campo, observação em sala de aula e aplicação de questionários aos sujeitos pesquisados.

Sujeitos da pesquisa: Uma turma de alunos da terceira etapa do ensino médio na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Primeiramente foi realizada a observação das aulas de Matemática para melhor conhecimento da turma e aplicação de um questionário sociocultural com a finalidade de conhecer um pouco mais sobre os sujeitos pesquisados. Durante a observação constatou-se que um dos problemas enfrentados era em relação à frequência dos alunos e outro problema foi a dificuldade em interpretar os enunciados das questões apresentadas. Após a etapa de observação foi criada e aplicada a atividade e a partir da aplicação e da análise, é possível ressaltar que o ensino e a aprendizagem da Matemática são favorecidos por atividades que valorizem o contexto histórico-cultural dos alunos e que o uso de instrumentos que contemplaram ambientes que fazem parte de suas vivências mobilizou os alunos a participarem das atividades.

Trabalho 3:

Título: Parametrização e movimentação de curvas e superfícies para uso em modelação matemática

Autor: Marcos de Miranda Paranhos

Ano de Publicação: 2015

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Modelação Matemática; Engenharia Didática; Geometria Analítica; Cálculo Diferencial e Integral e Álgebra Linear.

Objetivo do estudo: Desenvolver atividades de Modelação Matemática para alunos do Ensino Superior da área de Ciências Exatas, realizando a sistematização, a articulação e a aplicação de objetos matemáticos estudados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Álgebra Linear, promovendo o aprofundamento e o significado do estudo dessas disciplinas.

Conteúdos matemáticos abordados: Parametrização de curvas e superfícies

Fundamentação teórica: Modelação Matemática de Rodney Bassanezi e Maria Salete Biembengut.

Metodologia: As atividades de Modelação Matemática em ambiente computacional foram desenvolvidas com o uso da metodologia da Engenharia Didática.

Sujeitos da pesquisa: Alunos do Ensino Superior da área de Ciências Exatas, especialmente de cursos de Engenharia e Ciências da Computação e que já cursaram ou estão cursando as disciplinas envolvidas.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Na primeira etapa são propostas quatro atividades para familiarizar o aluno com a parametrização de curvas e superfícies do Cálculo Diferencial e Integral e da Geometria Analítica com as transformações da Álgebra Linear e com o uso do software Winplot, visando habilitar os alunos a descrever e movimentar os objetos da realidade em ambiente computacional, usando expressões e objetos da Matemática. Na segunda etapa, são propostas mais quatro atividades de reprodução de situações da realidade, que podem ser expressas e modificadas por meio dos objetos matemáticos estudados e modelados na primeira etapa. O autor cita que um dos grandes desafios dos professores é encontrar formas para facilitar o aprendizado e torná-lo estimulante para os alunos e que as formas de trabalho apresentadas na pesquisa não dispensam o que é feito no contexto convencional, mas que apresentam resultados favoráveis quando se trata da profundidade que se pode dar aos objetos estudados e trazendo questões difíceis para uma forma mais agradável e estimulante de se trabalhar.

Trabalho 4:

Título: A Teoria dos Registros de Representação Semiótica em um ambiente virtual de aprendizagem: uma proposta metodológica explorando os conceitos de ponto, reta e circunferência no Ensino Médio

Autor: Joseide Justin Dallemole

Ano de Publicação: 2015

Instituição: Universidade Luterana do Brasil

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Geometria Analítica. Ensino e Aprendizagem. Tendências Metodológicas para o Ensino da Matemática.

Objetivo do estudo: Investigar o tema Geometria Analítica no currículo de Ensino Médio e as possibilidades didático-pedagógicas de uma proposta metodológica articulada com a teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem deste tema, no currículo de Matemática do Ensino Médio utilizando Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Conteúdos matemáticos abordados: Ponto, reta e circunferência

Fundamentação teórica: Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval; A Geometria Analítica no Currículo do Ensino Médio segundo as políticas públicas e as tendências metodológicas para o ensino da matemática.

Metodologia: Articulação entre a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e nas tendências metodológicas para a área da Educação Matemática, adequadas para Geometria Analítica.

Sujeitos da pesquisa: 64 alunos de duas turmas de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Canoas/ RS.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A pesquisa foi realizada com alunos da graduação em matemática com intuito de identificar as dificuldades apresentadas em atividades de transformações de registros semióticos, para isso, foi utilizado o sistema SIENA por meio de testes adaptativos e atividades informatizadas visando a recuperação do conteúdo de Geometria Analítica. Esta pesquisa foi desenvolvida segundo as seguintes etapas: a) levantamento bibliográfico sobre os Registros de Representação Semiótica, as tendências metodológicas para o ensino de Matemática e o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica; b) seleção das escolas públicas a serem investigadas as propostas curriculares para o Ensino Médio no que diz respeito ao conteúdo de Geometria Analítica com resultados iguais ou maiores que 555 no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano de 2010; c) Aplicação de questionário com professores de matemática das escolas selecionadas; d) análise documental das propostas curriculares das escolas que foram pesquisadas identificando os conteúdos de Geometria Analítica que são ensinados, quais os objetivos a serem alcançados, quando são ensinados e como são avaliados estes conteúdos; e) investigação nos livros didáticos para identificar os conteúdos de Geometria Analítica que são propostos e em que momento do Ensino médio são trabalhados e as metodologias propostas e quais registros de representação semiótica são utilizados e como são explorados; g) Implementação do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA); h) desenvolvimento de experimento com duas turmas do Ensino Médio; i) análise dos dados coletados durante aplicação do experimento.

Observou durante a análise dos dados coletados, que a medida que os alunos que obtiveram desempenho menor que o satisfatório (0,6) foram retomando os recursos didáticos na sequência didática AVA, as dificuldades foram sendo menos apresentadas e as habilidades foram adquiridas ou demonstradas. Mas nem todos os alunos conseguiram atingir o desempenho satisfatório em todas as 21 habilidades matemática o que requer que a sequência

didática seja ampliada de modo que a proposta pedagógica contribua para as habilidades menos demonstradas e as dificuldades existentes sejam sanadas.

Concluiu que esta proposta metodológica que foi implementada contribuiu no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica dos alunos investigados e mostrou o quanto é importante insistir na utilização deste tipo de metodologia que propõe o usos de tecnologias mesmo quando houver resistência por parte dos alunos.

Trabalho 5:

Título: A aprendizagem da Geometria Analítica do Ensino Médio e suas representações semióticas no GrafEq

Autor: Fabricio Fernando Halberstadt

Ano de Publicação: 2015

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Geometria Analítica. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Engenharia Didática. GrafEq.

Objetivo do estudo: Estudar a compreensão de conceitos na aprendizagem da Geometria Analítica do Ensino Médio a partir de uma sequência didática planejada com o auxílio do *software* GrafEq.

Conteúdos matemáticos abordados: Reta, circunferência e parábola

Fundamentação teórica: Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, Tecnologias da Informação e Comunicação e Educação Matemática.

Metodologia: Engenharia Didática

Sujeitos da pesquisa: 18 alunos de uma turma de terceiro ano do Ensino Médio Regular do Colégio Estadual Manoel Ribas de Santa Maria/RS

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A partir de uma pesquisa qualitativa e utilizando a Engenharia Didática, foram aplicadas atividades a uma turma de alunos entre 17 e 19 anos do terceiro ano do Ensino Médio. Foram trabalhados os conceitos de Geometria Analítica durante 25 horas-aula de quarenta e cinco minutos cada e foram realizadas 13 atividades ao longo dos encontros. Durante o primeiro contato com os alunos foi apresentado os objetivos da pesquisa e a metodologia que seria utilizada, e depois buscou-se saber o que cada aluno sabia sobre alguns objetos da Geometria Analítica usando um questionário visando analisar as concepções prévias. Depois do segundo encontro os alunos trabalharam os conceitos utilizando o GrafEq e GeoGebra. Durante as atividades notou-se grande dificuldade

dos alunos em diferenciar as conversões entre os registros gráfico e algébrico, e o processo de aprendizagem como o uso dos *softwares* contribuiu para que os alunos pudessem realizar estas conversões explorando as variações de uma representação. Verificou-se o desenvolvimento dos alunos ao longo da dinamização da sequência didática, onde houve uma melhora na compreensão dos objetos matemáticos abordados e engajamento por parte dos alunos na resolução das atividades propostas.

Trabalho 6:

Título: Articulação das representações cartesiana, paramétrica e polar de retas e circunferências, na transição do Ensino médio e do Ensino Superior.

Autor: Carlos Roberto da Silva

Ano de Publicação: 2015

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Reta. Circunferência. Curvas Planas. Pontos de Vista. Cartesiano. Paramétrico. Polar. Geometria Analítica.

Objetivo do estudo: Investigação do modo pelo qual os estudantes, por mediação e interação de dois ambientes, um papel e lápis e o outro informático, compreendem noções de reta e circunferência, no plano, e a formalização de suas equações, nas representações cartesiana, paramétrica e polar.

Conteúdos matemáticos abordados: Representação cartesiana e polar das curvas, parametrização de reta e circunferência.

Fundamentação teórica: A fundamentação teórica está centrada nos trabalhos de Pierre Van Hiele, Efraim Fischbein e Raymond Duval sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud sobre a formação de conceitos.

Metodologia: Utilizou-se a engenharia didática, fato que permitiu construir uma sequência de ensino composta por quatro atividades cujo foco principal é o estudo da reta, suas diferentes formas de representação e a coordenação entre os registros algébrico, gráfico e da língua natural.

Sujeitos da pesquisa: Grupo de 16 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa analisou as relações institucionais esperadas e existentes para o estudo de curvas planas em Geometria Analítica, nos Ensino Médio e Superior, buscando identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Para

o desenvolvimento da pesquisa, foram feitos estudos preliminares relativos ao tema abordado o que levou em direção aos tópicos relacionados à representação cartesiana, paramétrica e polar de curvas planas presentes em artigos, dissertações e teses nacionais e internacionais dos últimos 10 anos, de revistas e instituições, com acesso via *Internet* e bibliotecas. Na sequência de ensino proposta foram aplicadas sessões didáticas com intuito de levar o estudante a realizar uma articulação entre os pontos de vista cartesiano, paramétrico e polar e a formalização das equações de retas e circunferências planas que favoreçam o entendimento desses objetos matemáticos.

Em um primeiro momento foram escolhidos os livros de Ensino Médio e Superior para serem analisados, onde foram selecionadas 3 obras do Ensino Médio, as que continham maior porcentagem para o estudo da Geometria Analítica, segundo o PNLD de 2012 e 3 livros do Ensino Superior que tratasse sobre Geometria Analítica. A pesquisa também trata da construção de uma sequência de ensino que possibilite investigar como os estudantes compreendem as noções de reta e circunferência e a formalização de suas equações, na forma cartesiana, paramétrica e polar. Esta sequência de ensino foi aplicada com estudantes de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola particular.

Concluiu que algumas situações favorecem o entendimento de noções de reta e circunferência, no plano, como: articulação entre pontos de vista cartesiano, paramétrico e polar e os ostensivos e não ostensivos que lhe são associados; tarefas propostas no ambiente do papel e lápis e o uso de softwares gratuitos, como o Winplot e o GeoGebra. No geral, os estudantes conseguiram articular os três pontos de vista das representações da reta e da circunferência com os ostensivos gráficos, o que destaca uma proposta diferenciada, inovadora de tratar essas curvas planas, pois, essa articulação não aparece nos livros didáticos dos Ensino Médio e Superior do domínio da Geometria Analítica, tais articulações estas que são indicadas nos PCNEM, PCN+ e as OCEM, sobre uso de softwares como o GeoGebra e o Winplot.

Trabalho 7:

Título: Proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para subsidiar o estudo de Geometria Analítica auxiliada pelo *software* GeoGebra

Autor: Gilnei Mendes

Ano de Publicação: 2015

Instituição: Universidade de Vassouras

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: UEPS. Aprendizagem Significativa. Geometria Analítica. GeoGebra. Flubaroo

Objetivo do estudo: Oferecer um produto metodológico que será auxiliado por uma TIC, para elevar a aprendizagem de circunferência, de cônicas e, de forma específica, dinamizar e mensurar o processo de ensino e aprendizagem nos conteúdos de Geometria Analítica com implementações tecnológicas.

Conteúdos matemáticos abordados: Circunferência, elipse, hipérbole e parábola

Fundamentação teórica: Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel e a materialização por meio de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) baseada no pesquisador Marco Antônio Moreira.

Metodologia: Aprendizagem Significativa, tecnologias de Informação e Comunicação

Sujeitos da pesquisa: -

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Neste trabalho optou-se pelo uso do GeoGebra. O trabalho proposto para ser utilizado com alunos do Ensino Médio e de períodos iniciais dos cursos de Engenharia e outros cursos que tenham a Geometria Analítica no currículo. Primeiramente, esta Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) será iniciada a partir da aplicação de um pré-teste (composto por cinco questões) que apontará a existência de conhecimentos prévios e em seguida serão apresentados a situação-problema, o processo de ensino, a diferenciação progressiva de tarefas e outra situação-problema com um nível de complexidade maior comparada com a primeira. Depois das etapas metodológicas será aplicado um pós-teste para verificar os possíveis impactos na aprendizagem dos conceitos propostos.

Trabalho 8:

Título: O estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre geometria analítica no período de 1991 a 2014

Autor: Adriana Tiago Castro dos Santos

Ano de Publicação: 2016

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – (PUC-SP)

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Estado da Arte, Geometria analítica, Ensino médio, Ensino Superior.

Objetivo do estudo: Investigar o Estado da arte das pesquisas brasileiras no período de 1991 a 2014 sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica.

Conteúdos matemáticos abordados: Geometria Analítica no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Fundamentação teórica: Pensamento Matemático Avançado (PMA) segundo Dreyfus e uso das tecnologias da informação e comunicação (TICs) no ensino da Matemática.

Metodologia: Pesquisa bibliográfica do tipo de estudo de Estado da arte

Sujeitos da pesquisa:

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Nesta pesquisa utilizou-se os pressupostos da Análise de Conteúdo para realizar os procedimentos metodológicos e para a análise de dados foram usadas as ideias teóricas de Dreyfus sobre os processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA). A coleta de dados foi feita por meio do levantamento bibliográfico das teses e dissertações no banco de teses da CAPES e sites de programas de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. A partir desta busca, foram identificadas quarenta e uma produções acadêmicas sobre o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica. Foram analisados dois eixos: as produções que utilizavam TICs e as que não utilizavam as TICs. Nas pesquisas que as utilizavam, os autores utilizaram softwares de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas e a plataforma Moodle como ferramenta para o ensino da Geometria Analítica. Nas produções que não as utilizaram, foram empregados instrumentos como o compasso e régua para possibilitar a construção dos entes geométricos, materiais manipulativos e técnicas de perspectiva isométrica, construção das figuras geométricas em 3D e a diversificação entre os registros de representação semiótica. Os principais resultados desta pesquisa foram a abstração dos conceitos de estudo do ponto e da reta, circunferência, elipse e dos vetores. Estes conceitos foram abordados nas situações-problema propostas pelos autores, estas atividades dependiam do envolvimento dos estudantes e propiciou o trabalho em equipe e motivação dos envolvidos. Os temas da Geometria Analítica que foram abordados nas pesquisas não mudaram ao longo do período estudado. O que mudou foram as estratégias de ensino e aprendizagem, mais centradas no estudante, possibilitando que o mesmo tivesse uma postura mais ativa no processo de ensino e aprendizagem sem depender somente do professor.

Trabalho 9:

Título: Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e ponto de vista

Autor: Carlos Alberto Fernandes de Siqueira

Ano de Publicação: 2016

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Cônicas, Quadros, pontos de vista, registros de Representação Semiótica.

Objetivo do estudo: Construir um estudo didático de cônicas, voltado para o ensino básico articulando as teorias levando em conta a metodologia escolhida.

Conteúdos matemáticos abordados: Cônicas

Fundamentação teórica: Teoria de Règine Douady, com a noção de Quadros e Jogo de Quadros, Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e pelas noções de Pontos de Vista de Marc Rogalski.

Metodologia: Pesquisa Bibliográfica

Sujeitos da pesquisa:

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Nesta pesquisa foram analisados documentos oficiais da Educação Básica, livros, dissertações, teses e artigos relacionados ao tema da investigação. A partir desta análise foi desenvolvida a problemática da pesquisa e da questão norteadora: Como os Quadros, os Pontos de Vista e os Registros de Representação Semiótica podem ser articulados para o ensino de cônicas no ciclo básico? Verificou-se que a articulação buscada na questão de pesquisa deve considerar os Quadros da Geometria e da Geometria Analítica, o Ponto de Vista da interseção entre cone e plano circular reto, o Ponto de Vista Analítico e os Registros de Representação Semiótica material, figural, dinâmico figural, gráfico e algébrico e buscar tratamentos e conversões associados a estes pontos de vista. Esta dissertação representou um estudo teórico acerca das cônicas direciona para o ensino básico, mas ao longo da construção do trabalho surgiram apontamentos para possíveis investigações futuras, como a possibilidade de propor um estudo com foco no Ensino Superior utilizando as noções de envolvente, por meio da análise e do cálculo diferencial, pela Geometria Descritiva, por meio de projeções no plano e pela linguagem da álgebra linear como o formalismo de matrizes e as noções de autovalores, auto vetores e diagonalização e estudos que desenvolvam uma engenharia didática com alunos da terceira série do Ensino Médio e a organização de uma formação de professor utilizando com base este estudo de modo a explorar outros aspectos que possam complementar esta pesquisa.

Trabalho 10:

Título: Vetores e suas representações em livros didáticos de engenharia.

Autor: Celso Luiz Andreotti

Ano de Publicação: 2017

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Vetores, Conceito de Vetor, Trigonometria, Representações Semióticas, Conversão, livros didáticos de Engenharia.

Objetivo do estudo: Investigar, em livros didáticos das disciplinas dos cursos de engenharia nas modalidades Mecânica e Produção, quais são as abordagens conceituais e as representações semióticas utilizadas para o objeto matemático vetor.

Conteúdos matemáticos abordados: Vetores

Fundamentação teórica: Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Metodologia: Pesquisa de caráter documental segundo Antônio Carlos Gil, por se tratar de fontes primárias, já que estes livros não receberam nenhum tratamento analítico com esse propósito antes. A coleta de dados e análise foram adaptadas a partir da análise de conteúdo proposta por Bardin.

Sujeitos da pesquisa:

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa nasceu do interesse de trabalhar com o conceito de vetor, já que este está presente em diversas disciplinas do curso de Engenharia e diversos outros cursos. Além da investigação de quais são as abordagens conceituais e as representações semióticas utilizadas para este objeto matemático, também foi analisado como são realizadas as articulações entre os diversos registros predominantemente utilizados nas áreas de Matemática e Tecnologia. Foram escolhidas três instituições de ensino e onze livros de disciplinas diferentes para a coleta e análise de dados. A análise destes livros foi estruturada em duas partes: a primeira, análise da teoria e dos exercícios resolvidos e a segunda, a análise dos exercícios propostos. Foi verificado que algumas representações vetoriais que são privilegiadas em livros de Álgebra Linear e Geometria Analítica, não são as mais usadas nos livros técnico-científicos e o contrário acontece com a representação algébrica trigonométrica, amplamente utilizada nas engenharias. Nos livros de disciplinas da área da Matemática, observou-se que não é dada ênfase para as transformações de conversão entre as diversas representações semióticas para os vetores, condição oposta ao que foi visto nos livros técnico-científicos. Concluiu-se com este trabalho, que as possibilidades de representações semióticas e as variadas notações e simbologias não são completamente convergentes quando se trata da abordagem de vetores. Principalmente nos textos da área de Matemática, verificou-se que é dado maior destaque às representações algébricas. Por outro lado, nos textos das áreas técnicas, predomina as representações geométrica e trigonométrica, o que pode gerar dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem deste objeto. Ester

trabalho sugere reforçar efetivamente a exploração dos conceitos de Trigonometria, em disciplinas da Engenharia, como Cálculo e Geometria Analítica, visando a convergência dos objetos estabelecidos nos livros didáticos da Matemática e nos livros das áreas técnicas, chegando numa uniformização das representações vetoriais.

Trabalho 11:

Título: O material manipulável no ensino e aprendizagem das noções básicas de geometria analítica a um aluno com cegueira.

Autor: Lucélia Valda de Matos Cardoso

Ano de Publicação: 2017

Instituição: Universidade Federal do Pará

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Geometria Analítica, Materiais Manipulativos, Educação Matemática e Educação de Cego, Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Objetivo do estudo: Desenvolver um material manipulativo como recurso para o processo de ensino e aprendizagem das Noções básicas de Geometria Analítica a um aluno com cegueira, para que o aluno pudesse compreender os conceitos da disciplina.

Conteúdos matemáticos abordados: Coordenadas cartesianas; distância entre dois pontos; ponto médio de um segmento

Fundamentação teórica: Teoria da Objetificação.

Metodologia: Estudo de caso

Sujeitos da pesquisa: 1 aluno cego do terceiro ano do Ensino Médio

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A aplicação das atividades se efetivou em 4 meses e constou de um período de observação, aplicação de entrevistas e verificação do conteúdo trabalhado. Os dados foram produzidos durante o desenvolvimento das atividades e os registros foram obtidos a partir de entrevistas, observações, gravações, registros fotográficos e verificação de documentos, o que permitiu o desenvolvimento de um material manipulativo adaptado como recurso para o processo de ensino-aprendizagem em Geometria Analítica a este aluno, para que ele pudesse compreender os conceitos básicos da disciplina. Os resultados desta pesquisa demonstraram que o uso do material manipulável contribuiu para o aprendizado e compreensão dos conceitos matemáticos das Noções básicas de Geometria Analítica após a familiarização com o material.

Trabalho 12:

Título: Explorando recursos do Geogebra no estudo de quádricas a partir de diferentes representações

Autor: Nandyne Londero

Ano de Publicação: 2017

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Superfícies Quádricas. Geogebra. Registros de Representação Semiótica.

Objetivo do estudo: Identificar e analisar brevemente trabalhos de pesquisa à nível de mestrado e doutorado em diversos programas de pós-graduação do país que abordem o tema escolhido; compreender as potencialidades da plataforma para compor um Geogebra em termos de seus recursos disponíveis a fim de elaborar um recurso didático relacionado ao estudo de superfícies quádricas.

Conteúdos matemáticos abordados: Superfícies quádricas

Fundamentação teórica: Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, Ambientes Informatizados e a Produção de Representações

Metodologia: Pesquisa qualitativa com o uso de algumas obras de Geometria Analítica

Sujeitos da pesquisa:

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Este trabalho tem como questão de pesquisa: Como as potencialidades do Geogebra no estudo de superfícies quádricas podem ser exploradas a fim de gerar um material didático em que diferentes representações estejam presentes e possam ser relacionadas entre si? Para buscar responder esta questão, foi elaborado um material didático virtual para compor atividades exploratórias que mobilizem diferentes registros de representação no estudo destas superfícies.

Primeiramente, foi feito um levantamento bibliográfico de pesquisas desenvolvidas tendo como palavra-chave: quádricas. Este levantamento foi realizado em repositórios virtuais de programas de pós-graduação de universidades brasileiras, na área de ensino de Matemática, a partir da plataforma Sucupira e do banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Nesta investigação foram encontradas 24 pesquisas em diferentes áreas, selecionando as pesquisas da área de concentração de ensino e educação, restaram apenas seis trabalhos, todos em nível de mestrado. A partir disso, adotou-se como instrumento de coleta de dados a análise de alguns livros de Geometria Analítica direcionados para o Ensino Superior publicados desde a década de 40 no Brasil. Nesta perspectiva e pautando-se na análise destes livros, onde observou-se

atividades que permaneciam no âmbito das representações algébricas, elaborou-se três livros virtuais. O primeiro livro envolve uma descrição de cônicas, a fim de serem relembradas suas representações algébricas e gráficas, seus elementos e suas características. O segundo livro apresenta uma descrição de superfícies quádricas, buscando interligar a representação algébrica com a gráfica por meio de *applets* que permitem a manipulação e exploração no âmbito dessas representações e o terceiro livro, onde foram construídas doze atividades interativas que exploram os diferentes registros de partida e de chegada no contexto de diferentes quádricas.

Trabalho 13:

Título: Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com Exploração dos Temas: pontos, reta e circunferência com o uso do GeoGebra no Ensino Médio

Autor: Alysson Roberto Garcia Azevedo

Ano de Publicação: 2018

Instituição: Universidade Federal do Amazonas

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Geometria Analítica. Registro de Representação Semiótica. GeoGebra.

Objetivo do estudo: Analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica são utilizados pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática com o uso do GeoGebra.

Conteúdos matemáticos abordados: Ponto, reta, plano, circunferência e cônicas

Fundamentação teórica: Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval

Metodologia: Engenharia Didática idealizada por Michèle Artigue

Sujeitos da pesquisa: 18 alunos do terceiro ano do Ensino médio de uma escola estadual de Manaus.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: O autor desenvolveu uma sequência didática de atividades com tópicos da Geometria Analítica, principalmente Ponto, Reta e Circunferência no Ensino Médio para serem trabalhadas com o uso do software GeoGebra. Também foi visada a análise de como a coordenação de diferentes registros de representação semióticas são utilizadas pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem destes

conceitos. Esta pesquisa surgiu da motivação em melhorar a qualidade do ensino-aprendizagem, levando em conta os baixos rendimentos dos alunos nas avaliações escolares.

As atividades da sequência didática foram executadas no laboratório de informática da escola, como o laboratório só possuía cinco computadores em pleno desenvolvimento e um notebook, os alunos foram divididos em grupos. As atividades foram impressas em papel e entregues aos alunos para que cada grupo pudesse fazer os registros de resolução. Este material era recolhido pelo professor-pesquisador ao final de cada encontro. Os instrumentos metodológicos utilizados para a coleta de dados durante a pesquisa foram: questionários semiestruturados para os alunos e professores, observações diretas, fotografias, registro diário de campo do pesquisador, gravações de áudio e vídeo das aulas e atividades desenvolvidas pelos alunos.

A partir da análise dos resultados que foram obtidos depois da aplicação da sequência das atividades, constatou-se que ao utilizar o software GeoGebra, notou-se uma melhor compreensão e interpretação dos conceitos de Geometria Analítica a partir dos registros de representação semiótica envolvidos, demonstrando-se ser uma proposta eficiente para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Trabalho 14:

Título: Contribuições das representações semióticas para a aprendizagem da Geometria Analítica

Autor: Jader de Oliveira

Ano de Publicação: 2018

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Modelos de Programação Linear. Registros de Representação Semiótica. Geometria Analítica.

Objetivo do estudo: Investigar se a resolução de problemas de Modelos de Programação Linear contribui para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica em uma turma de Ensino Médio

Conteúdos matemáticos abordados: Sistemas de equações lineares; plano cartesiano; inequações

Fundamentação teórica: Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Metodologia: Modelagem Matemática

Sujeitos da pesquisa: 22 alunos de uma turma de Ensino Médio de uma escola pública em Vitória.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Para desenvolver esta pesquisa sobre o ensino de Geometria Analítica, foi conduzido um estudo empírico com a participação de 22 alunos do Ensino Médio. Foram cinco atividades desenvolvidas abordando a resolução de sistemas lineares com soluções discretas e contínuas, até a resolução de um problema que envolvia o uso da Programação Linear. No primeiro momento, as questões foram resolvidas de “modo livre” por cada aluno, sem a intervenção do professor. Logo, houve a discussão coletiva sobre os métodos que foram utilizados valorizando cada uma das diferentes soluções que foram apresentadas e as devidas correções.

A análise dos resultados da pesquisa mostra que os modelos de Programação Linear podem auxiliar no processo de ensino da Geometria Analítica, trazendo a motivação e a contextualização ao ser usado exemplos do cotidiano no ambiente escolar. Como produto, desenvolveu-se um Guia Didático onde as atividades aplicadas são apresentadas em conjunto com orientações para os que desejarem desenvolver um trabalho envolvendo os conceitos de Geometria Analítica e o Modelo de programação Linear.

Trabalho 15:

Título: Investigação acerca do ensino de Geometria Analítica numa abordagem baseada em vídeos

Autor: Maisa Lucia Cacita Milani

Ano de publicação: 2018

Instituição: Universidade Estadual de Maringá

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Aprendizagem Multimídia. Geometria Analítica. Vídeos digitais.

Objetivo de Estudo: Investigar possíveis evidências de aprendizagem sobre o conteúdo de Geometria Analítica por parte dos alunos do ensino Médio em ambientes de ensino nos quais foram utilizados vídeos digitais.

Conteúdos matemáticos abordados: Plano cartesiano; distância entre dois pontos; equação da reta; equação da circunferência

Fundamentação teórica: Teoria da aprendizagem Significativa (TAS) segundo Ausubel; Teoria Cognitiva da Aprendizagem Multimídia (TCAM) proposta por Richard E. Mayer.

Metodologia: Pesquisa qualitativa e uso de vídeos digitais

Sujeitos da pesquisa: 24 alunos com idades entre 15 e 17 anos cursando o 2º e o 3º anos do Ensino Médio de uma escola particular do Paraná.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa é de cunho qualitativo, pautada na análise de conteúdo, a coleta de dados ocorreu durante um curso de quarenta horas no qual foram apresentadas sequências de aulas usando vídeos com base na Teoria Cognitiva da Aprendizagem Multimídia. Os vídeos digitais foram utilizados em três contextos: 1 – apresentação do conteúdo de Geometria Analítica; 2 – delimitação da questão-problema; 3 – exposição da resolução dos alunos na sequência de aulas de Geometria Analítica. Foram utilizados como instrumento de coleta de dados: questionários, pesquisa documental, gravação de áudio, vídeo, mapas conceituais e entrevistas.

As sequências de aulas foram divididas em 10 encontros de 4 horas/aula e cada encontro tinha um objetivo a ser desenvolvido. A análise da aprendizagem que os vídeos exercem influencia positivamente na aprendizagem da Geometria Analítica, evocando conhecimentos prévios, possuem grande potencial para gerar ambientes convidativos e instigadores.

Trabalho 16:

Título: Uma proposta de Sequência Didática para o ensino de Geometria Analítica no Ensino Superior com o uso do GeoGebra.

Autor: José Fernando Santiago Prates

Ano de publicação: 2018

Instituição: Universidade Cruzeiro do Sul

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Dificuldades no Ensino Superior. Metodologia, Análise de erros. Tecnologia da Informação e Comunicação. Sequência Didática. *Software* GeoGebra. Geometria Analítica.

Objetivo de Estudo: Propor uma sequência didática, com auxílio do *software* GeoGebra na qual os alunos possam praticar a teoria, ministrada em sala de aula, com o uso de resolução de exercícios e interagir com o *software*.

Conteúdos matemáticos abordados: Vetores

Fundamentação teórica: Aprendizagem e o Desenvolvimento Segundo o enfoque Histórico-Cultural; Ensino e Tecnologias da Informação

Metodologia: Sequência Didática; Uso de Tecnologias

Sujeitos da pesquisa: 44 alunos da disciplina de Geometria Analítica de uma universidade de São Paulo.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Para a realização deste trabalho foi realizado um levantamento estatístico sobre erros específicos nos cálculos matemáticos após oito semanas de aulas ministradas e uma prova realizada na nona semana. Na décima semana foi apresentada uma sequência didática como os tópicos já ministrados em sala de aula e sobre a utilização de tecnologias pelos alunos como forma de auxiliar seus estudos. Nesta sequência didática os alunos usaram o software GeoGebra visando reforçar os conceitos de módulo de um vetor, produto escalar, produto vetorial e produto misto. Na décima sexta semana foi aplicado um segundo questionário visando fazer um levantamento estatístico sobre a possibilidade do uso de TIC's no processo de ensino e aprendizagem. Para a pesquisa, além dos dados estatísticos obtidos, foi possível observar que o conceito de “hábito de estudo” e “uso de tecnologia aplicado aos estudos” definido e praticado pelos alunos é falho. Um outro aspecto é de os alunos estarem abertos às novas tecnologias, porém, fazem pouco uso, seja por falta de tempo ou até mesmo falta de compromisso. Uma possibilidade de ajuda aos alunos seria a introdução de sequências didáticas como forma de estimular um roteiro de resolução, destacando os principais conceitos da disciplina.

Trabalho 17:

Título: Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: encontros com alunos do Ensino Médio

Autor: Ádamo Duarte de Oliveira

Ano de Publicação: 2019

Instituição: Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Estruturação de Conhecimentos; Mobile Learning; GeoGebra; Matemática.

Objetivo do estudo: Analisar processos de estruturação de conhecimentos de Geometria Analítica, por alunos do Ensino Médio, ao resolverem tarefas de Matemática com linguagem Digital, em *smartphones*.

Conteúdos matemáticos abordados: Ponto; reta; distância entre dois pontos

Fundamentação teórica: Os processos mentais superiores mediados e organizados por signos de Lev Vygotsky; processos independentes de Internalização e Externalização de Valsiner e Ciclo de Ações de José Armando Valente.

Metodologia: Uso de Tecnologias Digitais

Sujeitos da pesquisa: 6 alunos do Ensino Médio de uma escola de Mato Grosso do Sul

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A fundamentação teórica da pesquisa auxílio nas análises dos processos de estruturação dos conhecimentos vivenciados pelos alunos. Para atingir o objetivo da pesquisa foram realizados encontros com 6 alunos em uma escola do Mato Grosso do Sul, abordando conteúdos de Geometria Analítica, mais especificamente Ponto, Reta e Circunferência. Ao longo dos encontros, os conteúdos foram trabalhados respeitando o tempo próprio de cada aluno. Os dados produzidos foram constituídos de diálogos gravados, por vídeos de gravação de tela dos celulares dos alunos enquanto resolviam as atividades no aplicativo GeoGebra e por diálogos através do aplicativo WhatsApp, entre professor e alunos. Durante a análise dos dados evidenciou que no processo de estruturação de conhecimentos da Geometria Analítica surgiram estratégias usadas pelos alunos para a resolução das atividades, e os conhecimentos mobilizados passam a ser catalisadores cultivados pelos alunos no processo de estruturação vivenciado por eles.

Durante o processo de estruturação de conhecimentos, surgiram estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução das tarefas, e os conhecimentos mobilizados nestas estratégias passam a se constituir como catalisadores cultivados ativamente pelos alunos no processo de estruturação vivenciado por eles. A análise evidenciou ainda, em alguns momentos, o papel organizador e estruturante dos símbolos, presentes na Linguagem Digital, frente aos processos mentais superiores empregados pelos alunos na resolução das tarefas. Reflexões acerca do uso do de celular em educação devem ser realizadas, a fim de que estes possam ser pertinentes tanto para os professores quanto para os alunos. Uma dificuldade encontrada durante o uso do celular foi a falta de uma conectividade *Wi-fi* na escola, dificultando a exploração de todas suas potencialidades.

Trabalho 18:

Título: Formação e reelaboração de imagens e definições de conceito relacionadas ao ensino de vetores em Geometria Analítica

Autor: Leide Maria Leão Lopes

Ano de publicação: 2019

Instituição: Universidade Federal de Juiz de Fora

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Educação Matemática. Pensamento Matemático avançado. Ensino Superior.

Objetivo de Estudo: Investigar a formação de imagens de conceito e reelaboração da definição de conceitos relacionadas a vetores a partir de atividades de Geometria Analítica.

Conteúdos matemáticos abordados: Vetores

Fundamentação teórica: Pensamento Matemático Avançado

Metodologia: Experimento de Ensino de cunho qualitativo

Sujeitos da pesquisa: 7 alunos do curso de Licenciatura em Matemática

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa propõe apresentar as contribuições de atividades da Geometria Analítica na formação de imagens de conceito e elaboração da definição dos conceitos relacionados a vetores por alunos da Licenciatura em Matemática. Para a coleta de dados foi utilizado: grupos de atividades, observação e questionário. Para a escolha dos participantes foram estabelecidos alguns critérios, como: ter cursado a disciplina de Álgebra Linear ou Geometria Analítica no primeiro ano do curso. Outro critério definido era que os participantes apresentassem dificuldades em operações básicas com vetores, como soma, diferença, produto, etc. A seleção foi feita em uma turma de 12 alunos e foi obtida uma amostra de dez participantes, mas três desistiram por impossibilidade de tempo. Os resultados da pesquisa apontam que as atividades de Geometria Analítica contribuíram para a formação de imagens de conceito e na elaboração de definição de conceito dos alunos através de registros escritos e falas dos mesmos. A maneira como o conteúdo é explanado pode representar um potencial de investigação elevado para a formação de imagens e definições de conceito por parte dos estudantes de Licenciatura em Matemática, assim, as atividades elaboradas no decorrer deste trabalho podem ser parte de um conjunto de sugestões para apoiar a aprendizagem sobre as operações com vetores no Ensino Superior.

Trabalho 19:

Título: Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de Geometria Analítica Plana do ponto e da reta

Autor: Rita Lobo Freitas

Ano de Publicação: 2019

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Geometria Analítica Plana. Licenciatura em Matemática. Estágio Supervisionado

Objetivo do estudo: Analisar os conhecimentos docentes, evidenciados a partir de um conjunto de praxeologias de Geometria Analítica Plana (GAP) do ponto e da reta com os sujeitos e (re)construídas por eles, a partir de um Percorso de Estudo e Pesquisa para Formação de Professores por meio da Teoria Antropológica do Didático (PEP-FP/TAD)

desenvolvido com estudantes envolvidos no estágio curricular supervisionado de Licenciatura em Matemática.

Conteúdos matemáticos abordados: Ponto e reta

Fundamentação Teórica: Teoria Antropológica do Didático

Metodologia: Engenharia Didática de PEP

Sujeitos da pesquisa: Uma turma de estudantes da Licenciatura

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Este trabalho se insere no campo da formação inicial dos professores de Matemática, especificamente na Licenciatura em Matemática. Para esta pesquisa foi desenvolvido um dispositivo-metodológico-teórico PEP-FP/TAD, e por meio deste desenvolveu-se treze sessões de estudo e pesquisa com professores-estagiários do curso de Licenciatura em Matemática. As etapas da pesquisa se constituíram na estruturação e na análise de modelos epistemológicos a respeito de Geometria Analítica Plana e depois, o desenvolvimento de um Percorso de Estudo e Pesquisa (PEP) de formação profissional.

Os resultados apontam que os estudantes submetidos ao processo de formação profissional, com aporte do dispositivo PEP-FP/TAD, mobilizaram e reconstruíram certos saberes docentes didáticos, pedagógicos e tecnológicos de Geometria Analítica Plana, principalmente sobre Ponto e Reta. Os resultados da investigação trazem muitas perspectivas para pesquisas futuras como forma de continuar os estudos da formação inicial do professor de Matemática.

Trabalho 20:

Título: A metodologia da sala de aula invertida para ensino de Geometria Analítica em um curso de engenharia

Autor: Sandra Carvalho Gonçalves

Ano de Publicação: 2019

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Ensino Superior. Tecnologia Educacional. Ensino de Engenharia. Sala de Aula invertida. Ambiente Virtual de Aprendizagem

Objetivo do estudo: Investigar como os professores planejam e utilizam atividades com a metodologia de ensino da Sala de Aula Invertida, em disciplinas que envolvem conteúdos matemática, no caso Geometria Analítica e Álgebra Vetorial.

Conteúdos matemáticos abordados: Matrizes e Sistemas; Vetores; produto escalar e vetorial; equações de retas e planos.

Fundamentação Teórica: Prática Educativa baseada nos estudos de Antoni Zabala; Sala de Aula Invertida de Jonathan Bergmann e Aaron Sams; Metodologias Ativas para uma educação inovadora de Lilian Bacich e José Moran.

Metodologia: Pesquisa bibliográfica, análise documental e pesquisa em campo

Sujeitos da pesquisa: Dois professores de Geometria Analítica e Álgebra Vetorial

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A pesquisa foi feita com a participação de dois professores do curso de Engenharia e como critério de escolha foi de que eles tivessem lecionando as disciplinas de Geometria Analítica e Álgebra Vetorial com o auxílio da plataforma (Ambiente Virtual de Aprendizagem). A pesquisa foi dividida em duas fases, a primeira, sendo uma pesquisa bibliográfica de estudos correlatos e uma análise documental dos materiais didáticos postados no Ambiente Virtual de Aprendizagem da disciplina de Geometria analítica e Álgebra Vetorial e do Plano de Ensino da disciplina. A segunda fase foi pesquisa em campo com análise das entrevistas com os professores da disciplina. A coleta de dados foi feita a partir de anotações no diário de bordo da pesquisadora e gravações de áudio das entrevistas com os dois professores. Estas entrevistas e o material didático do curso foram analisados e identificaram-se pontos a serem considerados para a atuação do professor no planejamento de aula presencial. Notou-se que os professores tinham dificuldade em administrar o tempo em sala de aula e em desenvolver a metodologia de ensino de Sala de Aula Invertida. Concluiu-se que os professores adéquam o tempo em classe para realizar a aula ainda de forma convencional, utilizando material que a instituição disponibiliza para implementar o método de Sala de Aula invertida no formato de três momentos: pré aula, aula e pós aula. Este estudo mostrou a necessidade de se repensar o tempo a ser dispensado pelo aluno para estudos extra sala de aula e identificar seu perfil acadêmico, levando em consideração as dificuldades nas disciplinas da área de Matemática, como é o caso da Geometria Analítica.

Trabalho 21:

Título: Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas

Autor: Ricardo Nicasso Benito

Ano de Publicação: 2019

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP

Modalidade: Doutorado

Palavras chaves: Formação inicial de professores, Teoria Antropológica do Didático, Modelo Epistemológico de Referência, Cônicas, Paradigma de Questionamento do Mundo, Percurso de Estudo e Pesquisa.

Objetivo do estudo: Investigar de que maneira o dispositivo dos Percursos de Estudo e Pesquisa para Formação de professores, podem ajudar esse grupo de futuros professores a questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino a respeito de cônicas.

Conteúdos matemáticos abordados: Cônicas

Fundamentação teórica: noções da Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard.

Metodologia: Pesquisa qualitativa usada pela Teoria Antropológica do Didático - TAD, baseada em princípios da Engenharia Didática.

Sujeitos da pesquisa: 16 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e bolsistas do programa de Residência Pedagógica

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa teve como foco a formação inicial de professores de Matemática para o ensino das cônicas a partir da Teoria Antropológica do Didático. Esta metodologia adotada foi dividida em quatro fases. Na primeira fase ocorrem as análises praxeológicas ou análises preliminares, onde foi desenvolvido um questionamento epistemológico do objeto matemático e da necessidade de introduzi-lo na escola. Na segunda fase foi feita a análise a priori e o planejamento matemático e didático da proposta de intervenção. Na terceira fase entrou a experimentação e a análise “in vivo” onde foi aplicado o Percurso de Estudo e Pesquisa para Formação de Professores (PEP-FP) com os estudantes de Licenciatura em Matemática divididos em grupos de 4, com previsão de 14 encontros. A coleta de dados ocorreu por meio de atividades escritas, gravações em vídeo, gravações em áudio e informes feitos pelos grupos ao final de cada seção. Na quarta e última fase ocorreu a análise a *posteriori*, onde houve a comparação dos dados recolhidos durante a experimentação do PEP-FP, a validação das hipóteses de pesquisa levantadas e propostas planejadas nas fases anteriores. Neste trabalho foram desenvolvidos um Modelo Epistemológico de Referência – MER a respeito das geometrias das cônicas e um Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP que foi aplicado em turmas do Ensino Médio e Superior fornecendo elementos para o desenho da formação inicial. Como resultado temos que o PEP-FP contribuiu para a formação deste grupo de futuros professores e que a metodologia de pesquisa usada neste trabalho forneceu condições para uma dialética entre o MER e o PEP-P, auxiliando no planejamento das atividades da formação inicial e trazendo contribuições para uma reformulação do Modelo Epistemológico de Referência e a junção

destes elementos proporcionou uma praxeologia para o ensino de cônicas na formação inicial de professores.

Trabalho 22:

Título: (Res)significações de saberes por licenciandos que vivenciam estudo de aula sobre distância entre dois pontos

Autor: Michael Araújo de Oliveira

Ano de Publicação: 2020

Instituição: Universidade Federal do Acre

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: Grupo de Estudo; Formação Inicial; Ensino de Geometria Analítica: distância entre dois pontos; Saberes docentes; Estudo de aula.

Objetivo do estudo: Compreender o Estudo de Aula como possibilidade formativa de futuros(as) professores(as) ao aprender e ensinar distância entre dois pontos.

Conteúdos matemáticos abordados: Distância entre dois pontos

Fundamentação Teórica: Estudo de Aula e Saberes Docentes.

Metodologia: Estudo de Aula

Sujeitos da pesquisa: Grupo 6 licenciandos do curso de Matemática do Instituto Federal do Acre – Campus Cruzeiro do Sul que trabalhou com uma turma de Ensino Médio na disciplina de Geometria Analítica.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Para a realização desta pesquisa os integrantes do grupo se reuniram para explorar, investigar, refletir e discutir métodos que tornasse eficaz e concreta a aprendizagem dos alunos, além de analisarem e se prepararem para possíveis dúvidas que poderiam surgir durante o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica de uma escola de Ensino Médio. O trabalho de campo foi dividido em etapas. Na etapa 1, o pesquisador e o grupo de licenciando se reuniram para o planejamento de uma aula para ser ministrada numa escola de Ensino Médio, utilizando relatórios e obras que fala sobre Estudo de aula e métodos aplicados ao ensino da Geometria Analítica. Na etapa 2, foi planejada e executada uma sequência didática buscando o aprendizado dos alunos dando foco para a aplicabilidade da aula junto aos questionamentos previstos no planejamento. Na etapa 3 houve a reflexão sobre as aulas ministradas, seus pontos positivos e negativos, visando averiguar possíveis (res)significações dos sujeitos envolvidos e, utilizando de depoimentos relatados tanto pelos aplicadores quanto dos observadores. Os resultados obtidos mostram a potencialidade do grupo de estudo de aula, constituído com espaço de investigação, reflexão,

discussão, produção e (res)significação de saberes e práticas para o ensino da Geometria Analítica e desenvolvimento profissional dos licenciandos em Matemática. Esta pesquisa teve como Produto Educacional um referencial teórico didático de matemática contendo relatos de experiências e aulas de Geometria Analítica produzidas de forma colaborativa mediante Estudo de Aula e que explicitam os aprendizados dos licenciandos.

Trabalho 23:

Título: A trajetória escolar da Geometria Analítica no Ensino Secundário Brasileiro: Constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942

Autor: Gabriela Regina Vasques Oruê

Ano de Publicação: 2020

Instituição: Universidade Estadual de Maringá

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: História da Educação Matemática; História da Educação; História Cultural; História das disciplinas escolares; Historiografia

Objetivo do estudo: Analisar a trajetória escolar da Geometria Analítica no currículo de Matemática do Ensino Secundário brasileiro em tempos da Reforma Francisco Campos, no período de 1931 a 1942, visando a compreender sua constituição e seu funcionamento.

Conteúdos matemáticos abordados:

Fundamentação Teórica: História das Disciplinas Escolares (HDE) difundida por André Chervel

Metodologia: Pesquisa bibliográfica

Sujeitos da pesquisa: -

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: A pesquisa é justificada pela lacuna na história da trajetória da Geometria Analítica no período histórico. Para tanto, elaborou-se um inventário dos documentos oficiais promulgados pelo governo no período de 1931 a 1942 e a seleção dos manuais editados entre 1936 e 1942 que abrangem a Geometria Analítica; investigação dos pilares da História das Disciplinas Escolares (HDE); investigação da presença de elementos que constituem uma disciplina escolar e verificação da ocorrência do fenômeno de vulgata dos materiais. Observou-se durante a pesquisa, que o ensino da Geometria Analítica foi imposto como um curso preparatório no currículo de Matemática para o ensino secundário brasileiro e com finalidade de preparar os alunos para o exame das faculdades de Medicina, Farmácia, Odontologia, Engenharia e Arquitetura. A investigação da prática docente apresentou um rol de conteúdo para o ensino de Geometria Analítica e

constatou-se que o ensino desta contém todos os constituintes de uma disciplina escolar. A verificação do fenômeno de vulgata (acontece quando o ensino apresentado pelos manuais é idêntico para uma mesma disciplina e para o mesmo nível de ensino em cada época) comprovou que o conjunto de manuais de ensino selecionados em tempos da Reforma Francisco Campos caracteriza-se como uma vulgata escolar. A investigação da aculturação escolar dos alunos possibilitou estudar a natureza dos conhecimentos a serem adquiridos e reiterou que a cultura escolar ofertada aos alunos estava ancorada nas finalidades do ensino escolar. Diante dos acontecimentos, a autora constatou que a constituição da Geometria Analítica aconteceu pela combinação de todos os elementos que constituem uma disciplina escolar e que seu modo de funcionamento sucedeu uma pequena colaboração com os constituintes e relacionados diretamente com as finalidades. Assim, a Geometria Analítica passou a figurar no currículo de Matemática do ensino secundário como uma disciplina escolar na Reforma Francisco Campos, de 1931 a 1942.

Trabalho 24:

Título: Transformações adaptativas em conteúdos de Geometria Analítica: um estudo de caso envolvendo Transposição Didática

Autor: Reginaldo Fabiano da Silva Afonso

Ano de Publicação: 2021

Instituição: Universidade Franciscana

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Transposição Didática; Situações Didáticas; Geometria Analítica

Objetivo do estudo: Investigar o processo de Transposição Didática (TD) realizado sobre o saber matemático cônicas, abordado na disciplina de Geometria Analítica, levando em consideração desde os livros didáticos utilizados como referência básica até o ensino desse tópico, por meio de uma abordagem interdisciplinar e da implementação das fases da Teoria das Situações Didáticas (TSD), em um projeto de pesquisa atrelado a um curso de graduação que utiliza a Matemática como elemento estruturante do conhecimento científico.

Conteúdos matemáticos abordados: Cônicas

Fundamentação Teórica: Transposição Didática de Yves Chevallard e Teoria das Situações Didáticas

Metodologia: Análise documental e Estudo de caso

Sujeitos da pesquisa: Alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal do Pampa

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Esta pesquisa trata das adequações que um docente faz em conteúdos programáticos específicos, os quais foram previstos para serem desenvolvidos nos componentes curriculares de uma instituição educacional de nível superior. Foram propostas duas atividades alinhadas com o perfil dos egressos do Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, com a realidade regional e com os conceitos matemáticos de cônicas, que foram desenvolvidas em 12 encontros virtuais. A coleta de dados deu-se por filmagem, gravação de áudio e registros escritos produzidos durante as atividades. As filmagens buscaram captar os gestos e os níveis de envolvimento dos alunos nas atividades propostas, as gravações de áudio buscaram descrever as expressões verbais dos participantes, e os registros escritos permitiram analisar as organizações matemáticas e didáticas do grupo. As atividades que foram desenvolvidas durante este estudo de caso exploraram uma metodologia que privilegiou a participação ativa. Os resultados servem como incentivo para a pesquisa, no sentido de inovar a prática docente. A aliança entre a estrutura das situações didáticas e as transformações adaptativas do saber permitiu o desenvolvimento de uma proposta pedagógica que cria condições de aprendizagem, permitindo a inserção dos conceitos em situações nas quais os alunos tenham condições melhores de compreenderem os saberes envolvidos no desenvolvimento de seus estudos.

Trabalho 25:

Título: Um modelo didático de referência baseado em atividades de estudo e investigação para o ensino de cônicas na escola básica

Autor: Carlos Alberto Fernandes de Siqueira

Ano de Publicação: 2021

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Palavras-chave: Cônicas; Geometrias; Currículos; Teoria Antropológica do Didático.

Objetivo do estudo: Identificar quais contribuições podem emergir do estudo das três dimensões do problema didático e contribuir para a construção de um Modelo Didático de Referência associado ao desenvolvimento de Atividades de Estudo e Investigação voltadas ao ensino e à aprendizagem das cônicas na escola básica.

Conteúdos matemáticos abordados: Cônicas

Fundamentação Teórica: Teoria Antropológica do Didático

Metodologia: Pesquisa Documental

Sujeitos da pesquisa: -

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: De acordo com a Teoria Antropológica do Didático, foi feito um estudo das três dimensões. Na dimensão epistemológica foram identificados os saberes e as razões de ser das cônicas, ao longo da história, inseridas na geometria sintética, Analítica, Linear, Projetiva e do táxi e foi construído um Modelo Epistemológico de Referência envolvendo cada uma dessas geometrias em que foi explicitado as praxeologias envolvidas. Na dimensão ecológica foi construído uma cadeia alimentar, no sentido da TAD, explicitando os conteúdos matemáticos que permitem alimentar o ensino das cônicas na escola básica e quais os objetos podem ser alimentados por elas resgatando conteúdos que foram esquecidos ao longo do tempo e que permitem uma série de articulações importantes para compreensão destes objetos. Para este trabalho foi construído um Modelo Didático de Referência em que foram desenvolvidas Atividades de Estudo e Investigação para o nono ano do Ensino Fundamental, apresentando diversas maneiras de construir uma representação de cônicas onde o aluno pode ser instigado a investigar e refletir enquanto utiliza diversas propriedades matemáticas. Para o primeiro ano do Ensino Médio foi elaborado uma atividade envolvendo parábola usando o transporte de alguns elementos da Geometria Sintética para um referencial cartesiano, relacionando Geometria Analítica com a Geometria do Táxi, mostrando a diferença entre as suas métricas e foi elaborada também uma atividade sobre hipérbole para entender a localização de um navio por meio de ondas eletromagnéticas no sistema LORAN-C, relacionando a Geometria Sintética com a Geometria. Foi desenvolvida para o segundo ano do Ensino Médio uma atividade que relaciona as Geometrias Sintética e Analítica no estudo de parábolas e de hipérbolas na construção de um telescópio refletor e outra para tratar de elipse, relacionando à órbita celeste do planeta Terra considerando as posições do afélio e do periélio. Para o terceiro ano do Ensino Médio a atividade criada foi para estudar a elipse por meio das coordenadas de cinco pontos de uma órbita celeste relacionando as Geometrias Linear e Analítica e uma atividade envolvendo as Geometrias Sintética, Analítica e Projetiva para determinar qual a cônica representa a sombra projetada de um abajur em uma parede. Com base na pesquisa realizada, ficou evidenciado que o Modelo Epistemológico de Referência ainda pode ser ampliado por investigações futuras, com foco no Ensino Superior, considerando as contribuições da Geometria Projetiva e dos diversos teoremas que delas surgem para tratar as cônicas. Outras Atividades de Estudo e Investigação também podem ser propostas visando a exploração de outros aspectos do Modelo Epistemológico de Referência que não foram tratados neste Modelo Didático de Referência, podendo ampliá-lo.

Trabalho 26:

Título: O ensino Híbrido – *Blended Learning* – uma proposta para o estudo de cônicas em cursos superiores

Autor: Marcelo Mesquita de Souza

Ano de Publicação: 2021

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Modalidade: Mestrado

Palavras-chave: *Blended Learning*; *Software GeoGebra*; Cônicas

Objetivo do estudo: Propor atividades para compreensão de conceitos de cônicas, utilizando a metodologia *Blended Learning* ou Ensino Híbrido para licenciados em Matemática.

Conteúdos matemáticos abordados: Cônicas

Fundamentação Teórica: Ensino Híbrido

Metodologia: *Blended Learning*

Sujeitos da pesquisa: 6 alunos de nível superior do curso de Matemática de uma faculdade pública de Montes Claros – MG.

Breve descrição da pesquisa e dos resultados obtidos: Para o desenvolvimento desta pesquisa foram elaboradas sete atividades, divididas em três estações. Devido ao distanciamento social decorrente da pandemia de Coronavírus, toda a atividade foi feita *on-line*, necessitando explicação e detalhamento de todos os passos para melhor interpretação dos alunos. Foi fornecido aos sujeitos de pesquisa um caderno de atividades dividido em três partes. A primeira parte com o conteúdo de “cônicas” A segunda parte contempla Análises de figuras cônicas em imagens cotidianas e na natureza, tendo como apoio o *software* de matemática dinâmica GeoGebra e *sites* de buscas. Na terceira parte é contemplado o conteúdo de “cônicas” onde foi apresentada uma sequência de atividades que aborda as construções, manipulações de parâmetros conhecendo as equações, com o apoio do *software* GeoGebra. As atividades propostas ainda exploram diversas habilidades, como leitura, visualização e interpretação. A análise dos resultados evidenciou a forma como os estudantes realizaram as atividades, facilitando a aprendizagem e tornando-a mais eficaz, sem muita manipulação algébrica e dificuldade de construção de gráficos, devido ao uso da tecnologia. O produto desta pesquisa foi a formatação de um Caderno de Atividades, para estudantes, professores e outros interessados no assunto.

Estas são as pesquisas que selecionamos para a análise. O fichamento realizado permite identificar as características nelas presentes, as quais serão apresentadas no próximo capítulo.

5 ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados obtidos com o fichamento, em que elencamos três categorias de análise: Categoria Aluno; Categoria Professor e Categoria Materiais, em que serão destacados o contexto educativo, o conteúdo matemático de Geometria Analítica abordado e os aspectos teóricos e metodológicos, bem como os resultados obtidos nas pesquisas analisadas. Cabe destacar que estas categorias de análise emergiram do trabalho, após termos feito o fichamento. Por fim, apresentamos os resultados consensuais observados nas pesquisas analisadas.

Depois de organizados os fichamentos das pesquisas, iniciamos uma análise do conteúdo das mesmas onde observamos que algumas delas tinham alunos como sujeitos de pesquisa, outras apresentam os professores como sujeitos da pesquisa e algumas delas eram focadas nos processos de ensino e aprendizagem, como a análise de livros didáticos e documentos oficiais. Classificando as 26 pesquisas por categorias constatamos que a maior parte delas escolheu o aluno como principal sujeito (12 pesquisas), seis são as pesquisas que compõe a categoria Professor e oito são da Categoria Material.

5.1 ANÁLISE DA CATEGORIA ALUNO

5.1.1 Quanto aos sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos

No Quadro 3, são apresentadas as 12 pesquisas que foram classificadas como Categoria Aluno, em que são identificados os trabalhos (T) conforme o fichamento, o autor (ano), os sujeitos da pesquisa e os conteúdos matemáticos de Geometria Analítica abordados.

Quadro 3 – Categoria Aluno: Sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos

T	Autor (ano)	Sujeitos da pesquisa	Conteúdos matemáticos
2	Loures (2015)	Uma turma de alunos da terceira etapa do ensino médio na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA)	Distância entre dois pontos
3	Paranhos (2015)	Alunos do Ensino Superior da área de Ciências Exatas, especialmente de cursos de Engenharia e Ciências da Computação e que já cursaram ou estão cursando as disciplinas envolvidas	Parametrização de curvas e superfícies
4	Dallemole (2015)	64 alunos de duas turmas de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de	Ponto, reta e circunferência

		Canoas/ RS	
5	Halberstadt (2015)	18 alunos de uma turma de terceiro ano do Ensino Médio Regular do Colégio Estadual Manoel Ribas de Santa Maria/RS	Reta, circunferência e parábola
6	Silva (2015)	Grupo de 16 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio	Representação cartesiana e polar de curvas; parametrização de reta e circunferência
11	Cardoso (2017)	1 aluno cego do terceiro ano do Ensino Médio	Coordenadas cartesianas; distância entre dois pontos; ponto médio de um segmento
13	Azevedo (2018)	18 alunos do terceiro ano do Ensino médio de uma escola estadual de Manaus	Ponto, reta, plano, circunferência e cônicas
14	Oliveira (2018)	22 alunos de uma turma de Ensino Médio de uma escola pública em Vitória	Sistemas de equações lineares; plano cartesiano; inequações
15	Milani (2018)	24 alunos com idades entre 15 e 17 anos cursando o 2º e o 3º anos do Ensino Médio de uma escola particular do Paraná	Plano cartesiano; distância entre dois pontos; equação da reta; equação da circunferência
16	Prates (2018)	44 alunos da disciplina de Geometria Analítica de uma universidade de São Paulo	Vetores
17	Oliveira (2019)	6 alunos do Ensino Médio de uma escola de Mato Grosso do Sul	Ponto; reta; distância entre dois pontos
25	Afonso (2021)	Alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal do Pampa	Cônicas

Fonte: A autora.

Os dados apresentados no Quadro 3, permitem observar que dos 12 trabalhos dessa categoria, oito tiveram como sujeitos de pesquisa alunos do Ensino Médio, sendo uma delas com aluno com necessidades especial, uma pesquisa foi desenvolvida com alunos do EJA e três pesquisas apresentam como sujeitos os alunos de Ensino Superior.

Essas pesquisas procuram suprir a necessidade de mudanças para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica, diante das inúmeras dificuldades buscando alternativas a partir do uso de métodos diferenciados visando facilitar o ensino e a aprendizagem dos alunos.

5.1.2 Quanto aos aspectos teóricos

No que tange os aspectos teóricos, os autores Dallemole (2015), Halberstadt (2015), Azevedo (2018), Oliveira (2018) têm como fundamentação a Teoria dos Registros de

Representação Semiótica de Raymond Duval, teoria muito utilizada em pesquisas que envolvem compreensão e a apreensão do conhecimento matemático.

Paranhos (2015) optou pela Modelagem Matemática verificando a forma como os conteúdos de Geometria Analítica são ensinados para poder apresentar propostas de aprofundamento, articulação e aplicação neles, com intuito de aprimorar os resultados obtidos no seu aprendizado e utilização.

Os estudos de Loures (2015) e Prates (2018) se basearam na teoria Histórico-Cultural, Loures (2015) a partir dos teóricos Lev Vygotsky e Alexei Leontiev e Prates (2018) uniu a Aprendizagem e o Desenvolvimento segundo enfoque Histórico-Cultural como o ensino e uso das Tecnologias de Informação.

Oliveira (2019) também se baseou nos estudos de Lev Vygotsky sobre os processos mentais superiores juntamente com os processos de Internalização e Externalização de Jean Valsiner e Ciclo de Ações de José Armando Valente.

Na pesquisa de Silva (2015), a fundamentação teórica foi centrada nos trabalhos de Pierre Van Hiele, Efrain Fischbein e Raymond Duval, sobre o pensamento geométrico e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, sobre a formação de conceitos.

Cardoso (2017) centralizou os aspectos teóricos nas perspectivas da legislação da Educação Especial, da Educação Matemática e Inclusão e na importância dos materiais didáticos para o ensino da Matemática.

Milani (2018) fundamentou sua pesquisa na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e Teoria Cognitiva da Aprendizagem Multimídia proposta por Richard E. Mayer.

Já a pesquisa de Afonso (2021) baseou-se nos conceitos de Transposição Didática e de Situações Didáticas discutindo como esses dois fatores influenciam as relações didáticas do sistema didático a partir de uma análise documental e investigação experimental.

Como podemos observar são variados os aspectos metodológicos para fundamentar as pesquisas, sendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica a mais utilizada.

5.1.3 Quanto aos aspectos metodológicos

No que se refere à metodologia, três pesquisas dessa categoria utilizaram a Engenharia Didática: Halberstadt (2015), Silva (2015) e Azevedo (2018), que, segundo Michèle Artigue é caracterizada por um esquema baseado em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, durante a concepção, realização e análise das sequências de ensino.

Paranhos (2015) também usou a Engenharia Didática para desenvolver atividades de Modelagem Matemática em ambiente computacional e Oliveira (2018) fez uso da Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática, segundo D'Ambrósio parte do que já é conhecido pelo aluno para poder chegar a um saber mais elaborado.

Os estudos de Milani (2018), Prates (2018) e Oliveira (2019) deram enfoque para o uso de *softwares* como metodologia de pesquisa. A grande facilidade que os alunos têm hoje em dia em utilizar as tecnologias possibilita o uso também como recurso de estudo.

Dallemole (2015) usou na sua pesquisa a articulação entre a teoria dos Registros de Representação Semiótica e as tendências metodológicas adequadas para a Geometria Analítica para a implementação de um experimento com foco no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo no Ensino Médio, ou seja, o que é estudado, como e quando é estudado.

Loures (2015) utilizou procedimentos metodológicos que se aproximam da metodologia de Pesquisa Participante envolvendo a coleta de dados por meio de anotações no diário de campo, observação em sala de aula e aplicação de questionários aos sujeitos da pesquisa.

Os pesquisadores Cardoso (2017) e Afonso (2021) optaram pelo Estudo de Caso como metodologia de pesquisa. Este estudo, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), busca retratar a realidade de forma mais profunda e completa, priorizando a interpretação e a análise do objeto no contexto que se encontra sem permitir a manipulação das variáveis e a generalização. Afonso (2021) também usou em sua pesquisa a Análise Documental, que, segundo Antônio Carlos Gil permite interpretar as informações de acordo com os objetivos da pesquisa.

5.1.4 Quanto aos resultados

Finalizada as análises em relação ao contexto educativo, aspectos teóricos e aspectos metodológicos, passamos para a análise dos resultados das pesquisas da Categoria Aluno.

As análises das atividades da pesquisa de Loures (2015) mostraram a possibilidade de utilizar a perspectiva histórico-cultural de forma a favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino de Jovens e Adultos. Essa pesquisa teve como produto final um Guia Didático com conceitos de Geometria Analítica para o ensino destes alunos.

Paranhos (2015) dividiu a aplicação da sua pesquisa em duas etapas. Na primeira etapa foi proposta atividades de parametrização de curvas e superfícies com o uso dos softwares e percebeu-se a possibilidade de sistematizar, articular e dar aplicabilidade aos

objetos estudados nas diferentes disciplinas de Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e integral e Geometria Analítica. Na segunda etapa da pesquisa foram propostas atividades de reprodução de situações da realidade em ambiente computacional e constatou-se que os objetos matemáticos podiam ser aplicados de maneira bastante satisfatória nos modelos propostos e o grau de aprofundamento dos conteúdos foram aumentados com relação ao que se costumava fazer. Paranhos (2015) destaca ainda que estas formas de trabalho apresentadas na pesquisa não descartam aquilo que já é feito no contexto convencional, mas que os resultados são favoráveis na profundidade que se pode dar aos objetos estudados e na forma de trabalho que pode se tornar mais agradável e estimulante aos alunos.

A pesquisa de Dallemole (2015), citou que os alunos, inicialmente, apresentaram resistência em se adaptar a metodologia que foi proposta e dificuldades com os conteúdos de Ponto, Reta e Circunferência, sugerindo a ampliação das atividades desenvolvidas, mas apresentaram melhoras significativas conforme iam retornando aos estudos com os recursos didáticos da sequência didática e realizavam novos testes adaptativos. Foi constatado que para a implementação de uma sequência didática de Geometria Analítica articulada aos Registros de Representação Semiótica é primordial utilizar abordagens didático-pedagógicas mobilizando e articulando os diferentes registros semióticos e diferentes tendências metodológicas para o ensino da Matemática.

Halberstadt (2015), que também utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, apontou o reconhecimento dos objetos matemáticos abordados nos seus diferentes registros de representação semiótica como condição prioritária para sua compreensão e, que de modo geral, os alunos apresentaram um desenvolvimento satisfatório ao longo da sequência didática, com melhora na compreensão dos objetos matemáticos e deu destaque ao engajamento por parte dos alunos na resolução das atividades.

Em sua pesquisa, Silva (2015) comprovou que a articulação entre as representações cartesianas, paramétrica e polar de curvas planas, com uso de dois ambientes, um papel e lápis e outro informático, favoreceram aos alunos para o entendimento das noções de reta e circunferência. Os resultados corroboraram com a proposta da pesquisa permitindo trabalhar o fazer matemática e o saber pensar matemático.

Cardoso (2017) mostrou que o uso do material manipulável favoreceu o aprendizado e a compreensão dos conceitos matemáticos de Geometria Analítica. Analisando os dados, percebeu-se a contribuição significativa na compreensão dos conceitos proporcionando o fortalecimento da interação na construção do material manipulável.

Após a aplicação das atividades em sua pesquisa, Azevedo (2018) constatou que a utilização do *software* GeoGebra possibilitou a melhor compreensão e a interpretação dos conceitos de Geometria Analítica do Ensino Médio a partir dos Registros de Representação Semiótica, mostrando ser uma proposta eficiente no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Ao utilizar os Modelos de programação linear, Oliveira (2018) mostrou em seus resultados que a utilização desta metodologia pode auxiliar no processo de ensino da Geometria Analítica, sendo um elemento de motivação e contextualização trazendo exemplos do cotidiano para o ambiente escolar. A pesquisa teve como produto um Guia Didático com atividades apresentadas em conjunto com as orientações para os que desejam desenvolver um trabalho envolvendo a Geometria Analítica e o Modelo de Programação Linear.

Milani (2018) apontou em seus resultados que a sequência de vídeos que utilizou com os alunos do Ensino Médio com base na Teoria Cognitiva da Aprendizagem Multimídia, exerceu influências positivas na aprendizagem da Geometria Analítica, trazendo conhecimentos prévios e com grande potencial para gerar ambientes convidativos e instigantes para os alunos.

Em seus resultados, Prates (2018) concluiu que os alunos que ingressam no Ensino Superior, em sua maioria, apresentam certo grau de dificuldade nos conteúdos básicos e dificuldades de interpretação dos enunciados. Ele traz como alternativa para ajudar o aluno na abstração à utilização de metodologias de estudo que estimulam o raciocínio lógico para obterem melhores resultados. Prates (2018) também citou que os alunos estão abertos ao uso de novas tecnologias no auxílio da aprendizagem.

A análise de dados da pesquisa de Oliveira (2019) evidenciou que o processo de estruturação dos conhecimentos de Geometria Analítica, vivenciados pelos alunos perpassaram as três camadas do sistema de Internalização e Externalização. Durante o processo de estruturação observou o surgimento de estratégias que os alunos utilizaram para a resolução das tarefas e que os conhecimentos mobilizados passaram a se constituir como catalisadores cultivados pelos alunos. Destacou que o celular por ser uma tecnologia móvel, possibilitou a articulação do processo de estruturação dos conhecimentos iniciado na escola e continuado em casa a partir do compartilhamento de áudios, pelo uso do aplicativo *WhatsApp* que permitiu a discussão sobre os conhecimentos da Geometria Analítica e pelo uso de *Printscreen* pelos sujeitos da pesquisa. Ainda salientou que a utilização das novas tecnologias no espaço escolar pode ser pertinente para os professores e para os alunos.

Afonso (2021) apresentou em seus resultados que a experiência desenvolvida nos 12 encontros virtuais foi satisfatória tendo em vista o envolvimento dos alunos, a estimulação do desenvolvimento da autonomia intelectual e a convivência no trabalho em grupo. A dinâmica permitiu que os alunos se apoderassem de novos conceitos sobre hipérbole e elipse.

Ao analisar os resultados das pesquisas podemos observar que com as metodologias utilizadas foram obtidas melhoras significativas na motivação e no desempenho dos alunos quanto aos conceitos de Geometria Analítica tratados.

5.2 ANÁLISE DA CATEGORIA PROFESSOR

5.2.1 Quanto aos sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos

No Quadro 4 são apresentadas as pesquisas que foram classificadas como Categoria Professor, em que são identificados os trabalhos (T) conforme o fichamento, o autor (ano), os sujeitos e os conteúdos matemáticos abordados. Cabe destacar que nesta categoria foram consideradas as pesquisas que envolvem a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Quadro 4 – Categoria Professor: Sujeitos da pesquisa e conteúdos matemáticos

T	Autor (ano)	Sujeitos da pesquisa	Conteúdos matemáticos
18	Lopes (2019)	Sete alunos do curso de Licenciatura em Matemática	Vetores
19	Freitas (2019)	Uma turma de estudantes da licenciatura	Ponto e reta
20	Gonçalves (2019)	Dois professores Geometria Analítica e Álgebra Vetorial	Matrizes e Sistemas; Vetores; produto escalar e vetorial; equações de retas e planos
21	Benito (2019)	16 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e bolsistas do programa de Residência Pedagógica	Cônicas
22	Oliveira (2020)	Grupo de seis licenciandos do curso de Matemática do Instituto Federal do Acre	Distância entre dois pontos
26	Souza (2021)	6 alunos do nível superior do curso de Matemática de uma faculdade de Montes Claros – MG	Cônicas

Fonte: A autora.

Como podemos observar no Quadro 4, das seis pesquisas listadas, a maioria, cinco delas foram desenvolvidas com professores em formação inicial e, apenas uma, com professores que atuam como docentes.

5.2.2 Quanto aos aspectos teóricos

Em se tratando dos aspectos teóricos, observamos que duas pesquisas usaram como fundamentação os estudos sobre a Teoria Antropológica do Didático, são elas: Freitas (2019) e Benito (2019). Esta teoria foi desenvolvida por Yves Chevallard nos anos 1990, e tem como objeto de estudo o processo de ensino e aprendizagem. Segundo Chevallard, as atividades matemáticas podem ser realizadas por meio de uma organização matemática que possui formas de ensinar correspondentes em cada organização didática.

Na pesquisa de Lopes (2019) foi utilizada a teoria do Pensamento Matemático Avançado como fundamentação teórica baseando-se nos estudos de David Tall e Shlomo Vinner. De acordo com estes estudiosos, ocorre a associação simbólica ao conceito na formação do pensamento, sendo uma maneira de compreender e comunicar o que se aprendeu e quando isso acontece, ocorre a manipulação mental do aprendiz.

Gonçalves (2019) trouxe como fundamentação teórica a Prática Educativa que está relacionada à formação do professor, a Sala de Aula Invertida e as Metodologias Ativas que têm a preocupação em atingir de forma eficaz o aluno, dando-lhe responsabilidade e autonomia.

Em sua pesquisa, Oliveira (2020) utilizou as teorias Estudo de Aula e Saberes Docentes. A teoria sobre o Estudo de Aula incide em reflexões e análises de um curso que tem início com o diagnóstico dos saberes docentes os quais fazem parte da prática pedagógica de cada um, de quais metodologias utilizarem em cada conteúdo e da elaboração e aplicação de aulas observando o grupo e por fim, a análise desta aula ministrada.

Souza (2021) traz a teoria do Ensino Híbrido para sua pesquisa. Segundo ele, o Ensino Híbrido se baseia em desenvolver técnicas envolvendo o ensino *online* e o presencial focando na personalização do ensino, o que implica na mudança da percepção da realidade escolar dos alunos, que passam a acessar o conteúdo em qualquer momento e lugar deixando de depender exclusivamente de instruções dos professores.

Da mesma forma que observado na Categoria Aluno, aqui também foram utilizadas várias teorias havendo uma predominância na Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

5.2.3 Quanto aos aspectos metodológicos

Assim como nos aspectos teóricos, as metodologias das pesquisas de Freitas (2019) e Benito (2019) também se assemelham, pois, ambas utilizaram a Engenharia Didática que consiste na aplicação de uma sequência didática planejada em um grupo ou turma de alunos. Essa metodologia se divide em quatro fases, que são: análise preliminar, concepção e análise a priori das situações da Engenharia Didática; experimentação e análise a posteriori e validação dos resultados.

Lopes (2019) utilizou a metodologia Experimento de Ensino, a qual constitui-se de atividades que objetivam a construção de hipóteses elaboradas pelos participantes em seus registros e o pesquisador registra e anota todas as situações ao longo da aplicação, onde é possível o surgimento de questões não esperadas e que podem ser úteis no trabalho.

A pesquisa de Gonçalves (2019) foi dividida em duas fases. A primeira foi uma pesquisa bibliográfica dos estudos correlatos e análise documental dos materiais didáticos postados no Ambiente Virtual de Aprendizagem da disciplina; a segunda fase foi uma pesquisa em campo com análise das entrevistas semiestruturadas com os professores que lecionam a disciplina por meio da metodologia de Sala de Aula Invertida.

Oliveira (2020) utilizou em sua pesquisa a metodologia Estudo de Aula por ser a mais adequada à investigação. Essa metodologia é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em associação com uma ação ou resolução de um problema coletivo em que os participantes e os pesquisadores estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Por último temos a pesquisa de Souza (2021) que usou a metodologia Blended Learnig, uma metodologia inovadora para a sala de aula tradicional e melhoria no processo de ensino e aprendizagem. Nessa metodologia, os estudantes e os educadores podem ensinar e aprender em tempos e locais variados combinando experiências de aprendizagem flexíveis *online* ou presencial melhorando a interação social dos alunos.

Quanto aos aspectos metodológicos utilizados, vemos uma variedade de metodologias utilizadas, dos seis trabalhos desta categoria, apenas Freitas (2019) e Benito (2019) fizeram uso da mesma metodologia.

5.2.4 Quanto aos resultados

Para finalizar a análise da Categoria Professor, descrevemos agora, os resultados das seis pesquisas.

Lopes (2019) teve como objetivo investigar a formação de imagens e conceitos e reelaboração de definição de conceito relacionado ao ensino de vetores em Geometria Analítica e para isso, a pesquisa foi constituída por atividades divididas em grupos e um questionário. Quanto às operações geométricas de vetores os alunos demonstraram pensamento matemático compatível para a compreensão de operar geometricamente vetores quando a soma, a diferença e a multiplicação são abordadas separadas. Na apresentação de operações por meio de equações alguns alunos demonstraram dificuldades em compreender. Foi possível concluir que, a partir do questionário, as atividades de Geometria Analítica contribuíram para a formação de imagens e conceitos dos participantes e o desempenho deles na compreensão das atividades sobre vetores que traz a importância do que deve ser pensado sobre a aprendizagem, a nível da Matemática Avançada no Ensino Superior.

Em seus resultados, Freitas (2019) relatou que houve alterações significativas nos conhecimentos dos professores a partir das praxeologias oriundas dos trabalhos realizados do Curso de Estudo e Pesquisa de Formação de Professores (PEP-FP). Estes resultados da investigação trazem várias perspectivas para pesquisas futuras para dar continuidade dos estudos na formação inicial do professor de Matemática.

Gonçalves (2019) fez a análise das entrevistas e do material didático do curso onde foram identificados pontos a serem considerados para a atuação do professor em relação aos planejamentos de aulas presenciais. Também percebeu-se a dificuldade dos professores em administrar o tempo em sala de aula e em desenvolver a metodologia de Sala de Aula Invertida. Neste estudo, ficou evidenciada a necessidade de se repensar o tempo a ser dispensado pelo estudante para os estudos extra sala e identificar o seu perfil acadêmico, levando em consideração as dificuldades dos ingressantes nas disciplinas da área de Matemática.

Assim como na pesquisa de Freitas (2019), a pesquisa de Benito (2019) também trouxe resultados positivos quanto à utilização do Curso de Estudo e Pesquisa de Formação de professores para a formação de futuros professores (PEP-FP). A metodologia de pesquisa utilizada na sua pesquisa forneceu condições para uma dialética entre o Modelo Epistemológico de Referência (MER) e o PEP-FP, o que auxiliou no planejamento das atividades de formação inicial, trazendo contribuições para a reformulação do MER e a junção destes dois elementos proporcionou uma praxeologia para o ensino de cônicas na formação inicial de professores.

Oliveira (2020) concluiu, em sua pesquisa, a potencialidade do grupo de Estudo de Aula, formado como espaço de investigação, reflexão, discussão, produção e (res)significação dos saberes e práticas no ensino de Geometria Analítica. Esta pesquisa teve como produto um referencial didático de Matemática contendo relatos de experiências e de aulas de Geometria Analítica produzidas de forma colaborativa mediante estudo de aula e que mostram os aprendizados dos licenciandos.

Souza (2021) mostrou em seus resultados que é possível a aplicação do instrumento metodológico *Blended Learning* e o desenvolvimento de atividades da Geometria dinâmica em Geometria Analítica baseado em sua estrutura de tratamento gráfico e de equação. O uso do *software* GeoGebra facilitou a visualização gráfica e as respostas das questões formuladas, pois os estudantes conseguiram fornecer um conceito das cônicas nas primeiras atividades. A pesquisa teve como produto a formatação de um Caderno de Atividades para estudantes e professores.

Todos os autores da Categoria Professor tiveram resultados satisfatórios em suas pesquisas, com contribuições de muita importância para o ensino da Geometria analítica. Dois destes trabalhos obtiveram produtos, Oliveira (2020) desenvolveu um referencial didático de Matemática e Souza (2021) criou um Caderno de Atividades para estudantes e professores.

5.3 ANÁLISE DA CATEGORIA MATERIAL

No Quadro 5 são apresentadas as pesquisas que foram classificadas como Categoria Material, em que são identificados os trabalhos (T) conforme o fichamento, o autor (ano) e os materiais ou documentos utilizados nas pesquisas. Nesta categoria estão os trabalhos que têm como foco de estudo a análise de documentos oficiais e materiais didáticos acerca da Geometria Analítica.

Quadro 5 – Categoria Material: Material e/ou documentos

T	Autor (ano)	Materiais/Documentos
1	Costa (2015)	Livros Didáticos de Ensino Superior
7	Mendes (2015)	Artigos, Livros, Documentos Oficiais
8	Santos (2016)	Teses e dissertações no banco de dados da CAPES e sites de programas de pós-graduação em Ensino de Matemática
9	Siqueira (2016)	Documentos oficiais da Educação Básica, livros, dissertações, teses e artigos relacionados à Geometria Analítica
10	Andreotti (2017)	Livros Didáticos dos cursos de Engenharia da Produção e Mecânica
12	Londero (2017)	Trabalhos de pesquisa em nível de mestrado e doutorado em diversos programas de pós-graduação do país que abordem o tema escolhido.

23	Oruê (2020)	Documentos oficiais promulgados pelo governo no período de 1931 a 1942 e a seleção de manuais editados entre 1936 e 1942 que abrangem a Geometria Analítica.
25	Siqueira (2021)	Livros

Fonte: A autora.

Destacamos que, dos oito trabalhos desta categoria, seis são dissertações de mestrado com anos de publicação distribuídos por todo o período analisado neste trabalho.

A pesquisa de Costa (2015) analisou como os autores de livros didáticos organizaram as atividades propostas do estudo da Reta e do Plano para o ensino da Geometria Analítica no Espaço voltados para o Ensino Superior publicados no período da reforma da Matemática Moderna. A busca por estes livros didáticos foi feita em diversos sebos da cidade de São Paulo, que resultou em quatro livros a serem analisados. Os livros foram analisados a partir das seguintes características: momento da edição, representatividade, estrutura, análise ecológica e análise praxeológica tomando como referência a metodologia de Chaachoua pelo motivo do mesmo mostrar características para a análise em manuais didáticos tendo como base a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Em seus resultados, a autora apresentou que, apesar da diversidade de tarefas com base na TAD, poucos manuais contemplam as sugestões de abordagem para a Reta e o Plano no espaço que são indicadas por Lebeau.

A partir da análise de seus referenciais, Mendes (2015) adotou o *software* GeoGebra, pra fornecer recursos diferenciados permitindo a rápida interação e possibilitando avanços no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos. As metodologias escolhidas foram a Aprendizagem Significativa e Tecnologias da Informação e Comunicação. O autor desenvolveu uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) fundamentada na Aprendizagem Significativa possibilitando novas formas de ensino otimizando a aprendizagem mais efetiva e substituindo a aprendizagem mecânica.

Santos (2016) trouxe como objetivo apresentar o Estado da Arte das pesquisas brasileiras no período de 1991 a 2014 sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica no Brasil. A coleta de dados foi feita por meio do levantamento bibliográfico das teses e dissertações no banco de teses da CAPES e dos sites de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Foram identificadas 41 produções acadêmicas sobre o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica e divididas em 2 eixos de análise: as produções que utilizavam as TICs como objeto de pesquisa e as produções que não utilizaram as TICs como foco principal. Após a análise destas produções foi concluído que os temas de Geometria Analítica abordados não mudaram ao longo do período estudado, o que mudou foram as estratégias de ensino e aprendizagem, que estão mais centradas no aluno, possibilitando a criação de uma postura

mais ativa no processo de aprendizagem sem a dependência estrita do professor. Também foram detectados que os processos do Pensamento Matemático Avançado estavam implícitos nas atividades que eram propostas pelas produções acadêmicas.

O estudo de Siqueira (2016) baseou-se nas noções de Quadros e Jogo de Quadros, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e nas noções de Ponto de Vista buscando saber se essas teorias poderiam ser articuladas para o ensino de cônicas no ciclo básico de ensino. O trabalho foi desenvolvido com base na metodologia de uma pesquisa bibliográfica em que foram analisados diversos documentos como os PCNEM, PCN+, OCEM, o currículo do Estado de São Paulo, livros, dissertações, teses e artigos. A partir da análise destes documentos, foi ressaltado que as cônicas não têm um tratamento adequado no ensino básico no quadro da Geometria Analítica, onde elas não são estudadas em toda a extensão do conteúdo, já que não são tratadas as transformações geométricas no plano e nem é feita a análise de soluções da equação de segundo grau em duas variáveis. Como uma maneira de contornar esta deficiência, Siqueira (2016) construiu como produto um estudo didático das cônicas utilizando a ludicidade, a tecnologia e o formalismo matemático ressaltando os pontos de vista e os Registros de Representação Semiótica.

Andreotti (2017) verificou em sua pesquisa a produção e as transformações de tratamento e conversão entre as representações para os vetores nos livros didáticos dos cursos de Engenharia Mecânica e Engenharia da Produção e também como são tratados os conhecimentos trigonométricos nas representações vetoriais utilizadas nas áreas técnicas. A pesquisa foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semióticas de Duval e a metodologia de pesquisa foi baseada na Análise de Conteúdo de Bardin. Dos 11 livros selecionados e analisados, somente um traz algumas referências históricas importantes para enriquecer os processos de ensino e aprendizagem. A conclusão desta pesquisa mostrou que os livros didáticos de Matemática não atendem completamente as necessidades dos cursos de Engenharia quando se trata do objeto matemático vetor. Destacou-se a pouca exploração das representações geométricas e gráficas e a ausência da Trigonometria nas representações de vetores e que são elementos essenciais nas engenharias. Como sugestão para futuras pesquisas, Andreotti (2017) salienta a necessidade de reforçar a exploração dos conceitos de Trigonometria nas disciplinas de Cálculo e Geometria Analítica, visando a convergência dos objetivos dos livros didáticos de Matemática e de áreas técnicas, para chegar numa uniformização das representações de vetores, incluindo símbolos e noções utilizadas para dar maior proximidade entre as disciplinas de Matemática, Física e disciplinas técnicas.

Londero (2017) desenvolveu um material didático virtual utilizando ferramentas do *GeoGebraBook* para compor atividades exploratórias que possibilitassem a mobilização de diferentes registros de representação no estudo de superfícies quádricas. Primeiramente, a autora fez um levantamento bibliográfico de pesquisas desenvolvidas com o intuito de definir o conteúdo de Geometria Analítica que seria abordado. Adotou-se a análise de alguns livros didáticos de Geometria Analítica do Ensino Superior publicados desde os anos 40 no Brasil para a coleta de dados. A fundamentação teórica deste trabalho foi a teoria dos Registros de Representação Semiótica. Após a análise dos livros selecionados foi feita a identificação dos registros e, constatou-se que das 513 atividades categorizadas, 282 mobilizavam apenas o tratamento no registro algébrico. A conversão esteve presente no restante das atividades e explorou uma diversidade maior de registros se comparada com a transformação de tratamento. Foi possível perceber que quando se aliou o uso do GeoGebra aos livros digitais elaborados houve uma maior mobilização de alguns registros pois foi possível explorar os aspectos visuais. Também se constatou uma quantidade maior de informações obtidas através da visualização possibilitando identificar características e propriedades dos traços e das quádricas envolvidas. Após analisar as 12 atividades do *GeoGebraBook* a autora percebeu que elas privilegiaram o Registro Gráfico na transformação de conversão, pois o registro está em 23 partes do todo. No que se refere ao tratamento, foram contabilizadas apenas três partes das 31 e dessa forma espera-se que quando forem realizadas as atividades, ocorra maior compreensão das superfícies quádricas devido ao fato da presença de várias conversões.

A pesquisa de Oruê (2020) trouxe como objetivo analisar a trajetória escolar da Geometria Analítica no currículo de Matemática do ensino secundário brasileiro em tempos da Reforma Francisco Campos, no período de 1931 a 1942. A fundamentação teórica foi a História das Disciplinas Escolares de André Charvel e para isso, foi elaborado um inventário dos documentos oficiais promulgados pelo governo neste período e a seleção dos manuais editados entre 1936 e 1942 que abrangem a Geometria Analítica. Foram investigados tanto os pilares da história das Disciplinas Escolares, o ensino de exposição, exercícios, práticas de incitação e de motivação e aparelho docimológico. Também foi verificada a ocorrência do fenômeno de vulgata nos manuais de Geometria Analítica. Diante da análise de todos os resultados, a autora compreendeu que a constituição da Geometria Analítica comporta a prática docente e as finalidades do ensino escolar que presidiram tais práticas. A Geometria Analítica ensinada na escola servia para preparar os alunos para os exames do Ensino Superior e assim, funcionava como um curso preparatório no qual as aulas compreendiam os conteúdos de Geometria Analítica de modo exclusivo. Eram ensinados os estudos da

Geometria Analítica de duas dimensões e o estudo da Geometria Analítica de três dimensões. A Geometria Analítica passou a ser apresentado no currículo de Matemática do ensino secundário brasileiro como uma disciplina escolar em tempos da Reforma Francisco Campos.

Siqueira (2021) utilizou em sua pesquisa como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático e a metodologia de pesquisa documental. A partir da teoria escolhida, foi feito um estudo das três dimensões, onde, na dimensão epistemológica foram identificados os saberes e as razões de ser das cônicas inseridas na Geometria Sintética, Analítica, Linear, Projetiva e do Taxi e logo, foi construído um Modelo Epistemológico de Referência envolvendo cada uma dessas geometrias explicitando as praxeologias envolvidas. Na dimensão econômico-institucional foi identificado o modelo dominante para o ensino das cônicas na escola básica a partir de um estudo histórico por meio de currículos e livros didáticos utilizados em diferentes períodos. Na dimensão ecológica foram explicitados quais conteúdos matemáticos permitem alimentar o ensino das cônicas na escola básica e quais os objetos que podem ser alimentados por elas resgatando até conteúdos esquecidos ao passar do tempo. Durante a pesquisa a autora desenvolveu um Modelo didático de Referência com Atividades de Estudo e investigação para o 9º ano do Ensino Fundamental, apresentando diferentes maneiras de se construir uma representação de cônicas em que o aluno poderá investigar e refletir ao mesmo tempo em que utiliza diversas propriedades matemáticas. Para o 1º ano do Ensino Médio desenvolveu-se atividades envolvendo parábolas e o transporte de alguns elementos de Geometria Sintética para um referencial cartesiano, relacionando a Geometria Analítica com a Geometria do Taxi e a Geometria Sintética com a Geometria Analítica. No 2º ano as atividades desenvolvidas relacionam a Geometria Sintética e a Analítica no estudo de parábolas e de hipérbolas. No 3º ano as atividades construídas estudavam a elipse, onde foi possível relacionar a Geometria Linear e a Geometria Analítica e outras atividades que relacionaram a Geometria Sintética, Analítica e projetiva. Como consequência deste estudo, o autor sugeriu alterações no currículo escolar para que o ensino de cônicas seja distribuído ao longo da Educação Básica e não seja concentrado apenas no terceiro ano do Ensino Médio.

Das oito pesquisas analisadas nesta categoria, observamos que a análise de documentos foi feita em vários períodos, como por exemplo, documentos de 1931 a 1942, de 1991 a 2014 e documentos atuais.

Assim, após análise dos 26 trabalhos acadêmicos aqui descritos, observa-se que a grande preocupação por parte dos mestrados e doutorandos está ligado a questão dos métodos de aprendizagem da Geometria. As pesquisas, num todo, foram desenvolvidas em

ambientes formais de ensino – escolas e universidades - sejam na análise de trabalhos que priorizam os sujeitos ou professores. Já teses e dissertações, que tem o material didático como assunto, transitam transversalmente, entre a academia, os colégios e os códigos normativos do aprendizado da Geometria Analítica, mas mesmo assim, revelam preocupações por parte dos pesquisadores com o ensino desta matéria.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar as perspectivas acerca do processo de ensino e de aprendizagem da Geometria Analítica, presentes em pesquisas da área da Educação Matemática, por meio de um mapeamento em pesquisas publicadas junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no período 2015-2022. Além disso, definimos objetivos específicos visando o apontamento de caminhos que nos levassem a respostas das questões de pesquisa: Quais são os principais aspectos teóricos e metodológicos que foram utilizados para investigar o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica de 2015 a 2022, no Brasil? Em quais contextos educativos as pesquisas têm sido desenvolvidas? Quais são os resultados consensuais observados nas pesquisas analisadas?

É de consenso nas teses e dissertações, que os sujeitos das pesquisas – tanto de nível médio como superior - possuem grandes deficiências educacionais e de raciocínio lógico trazidas do Ensino Básico. Observamos, também, que estas dificuldades são reconhecidas pelos discentes, que buscaram na utilização das tecnologias uma opção para tentar amenizar o grau de dificuldade. Na maioria dos casos, estes alunos apresentam facilidade em lidar com aparelhos eletrônicos – como os *smartphones* e computadores - mas possuem dificuldades quando se trata de conteúdos básicos e da interpretação dos enunciados.

O primeiro objetivo específico foi mapear as pesquisas da área da Educação Matemática e que tratavam da Geometria Analítica publicadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, onde obtivemos 26 teses e dissertações que compuseram nosso *corpus* documental.

A partir do fichamento e da exploração dos dados, elencamos três categorias de análise: Categoria Aluno; Categoria Professor e Categoria Materiais.

Identificamos, por meio dos resultados apresentados, que o conhecimento acerca da Geometria Analítica vem sendo construído pelos alunos e que as diversas metodologias de pesquisas empregadas no processo de ensino e aprendizagem estão colaborando para essa evolução. Também destacamos a importância da formação acadêmica dos professores.

Após classificação por categorias foi constatamos que a maior parte das 26 pesquisas escolheu o aluno como principal sujeito (12 pesquisas), seis são as pesquisas que compõe a categoria Professor e oito são da Categoria Material, o que demonstra que as principais preocupações, por parte dos mestrandos e doutorandos, são as formas que a Geometria

Análítica tem sido - e pode ser - ensinada ao aluno e, num segundo plano, a análise de materiais.

Na Categoria Aluno, onde houve maior número de trabalhos, percebemos que na maioria delas são citadas as dificuldades preliminares dos alunos quando se trata de atividades sobre a Geometria Analítica. Mas que a partir da utilização das diferentes metodologias de ensino empregadas houve uma melhora significativa no entendimento deles. Dentre as metodologias e teorias, foram utilizadas a coleta de dados por meio de anotações no diário de campo, observação em sala de aula e aplicação de questionários aos sujeitos pesquisados; Modelagem Matemática; Engenharia Didática; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Estudo de caso; Pesquisa qualitativa e uso de vídeos digitais; Sequências didáticas; uso de tecnologias e Análise documental.

Já na Categoria Professor também é percebido a dificuldade dos licenciandos quando se trata dos conceitos básicos de Geometria Analítica, talvez originado por defasagem no ensino durante o Ensino Médio. A utilização de diversas metodologias de ensino e materiais de apoio também trazem muitas melhorias para os futuros professores. Dentre as metodologias, foram utilizadas a Engenharia Didática; experimento de ensino de cunho qualitativo; pesquisa bibliográfica, análise documental e pesquisa em campo; Teoria Antropológica do Didático; Estudo de Aula e Blended Learning.

A Categoria Material trouxe contribuições valiosas para o estudo sobre a Geometria Analítica. Foram analisados vários tipos de textos, como Livros didáticos de Ensino Superior, artigos relacionados à Geometria Analítica, documentos oficiais da Educação Básica, teses e dissertações no banco de dados da CAPES, sites de programas de pós-graduação em Ensino de Matemática, livros didáticos dos cursos de Engenharia da Produção e Mecânica, trabalhos de pesquisa em nível de mestrado e doutorado em diversos programas de pós-graduação do país, documentos oficiais promulgados pelo governo no período de 1931 a 1942 e a seleção de manuais editados entre 1936 e 1942 que abrangem a Geometria Analítica. A análise destes textos permite que se perceba a preocupação por parte das instituições de ensino, no correto entendimento da Geometria Analítica, visto que este conhecimento é fundamental para os cálculos necessários nas atividades das diferentes escolas de engenharias e outras faculdades, que tem o cálculo diferencial e integral como base da sua ciência. Nota-se que estas metodologias de ensino ainda são base para o desenvolvimento de novas formas de ensinar.

Diferentemente da análise realizada por Santos (2016) em que averiguou somente pesquisas com uso de tecnologias, em nosso estudo tratamos de pesquisas que trazem diversas metodologias de ensino sobre a Geometria Analítica. No entanto, observa-se que as

tecnologias foram utilizadas em pelo menos 10 dos 26 trabalhos analisados em nosso estudo, sendo com a utilização de softwares ou aulas online.

Outro ponto de destaque foi a em relação aos tópicos de Geometria Analítica, nas pesquisas que se referem ao Ensino Médio os conteúdos de ponto, reta, circunferência e distância entre dois pontos foram os mais citados enquanto no Ensino Superior foi mais destacado o estudo sobre vetores e cônicas. Essa constatação se manteve durante nossa análise das pesquisas de 2015 a 2022. O que mudou foram as metodologias e estratégias de ensino para esses conteúdos.

O que observamos em nossa análise, nas categorias Aluno e Professor, é que os estudos realizados utilizaram diferentes metodologias e teorias, tendo a predominância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Dos resultados gerais obtidos, observamos que os pesquisadores registraram em seus estudos, uma melhora na aprendizagem dos alunos quando do uso dessas teorias e metodologias.

Deixamos como sugestão para futuras investigações, pesquisas acerca da formação continuada de professores no ensino da Geometria Analítica. Também consideramos importante novas pesquisas relacionadas às metodologias de ensino deste conteúdo, bem como a criação de materiais didáticos que auxiliem no ensino e aprendizagem dos estudantes.

Esperamos que as contribuições indicadas nesta pesquisa sejam utilizadas como reflexões para o início de novas pesquisas relacionadas ao conteúdo de Geometria Analítica.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, Reginaldo Fabiano da Silva. **Transformações adaptativas em conteúdos de Geometria Analítica: um estudo de caso envolvendo Transposição Didática**. 2021. 299 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2021.
- ANDREOTTI, C. L. **Vetores e suas representações em livros didáticos de Engenharia**. 2017. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2017.
- AZEVEDO, Alysson Roberto Garcia. **Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com Exploração dos Temas: Ponto, Reta e Circunferência com o uso do GeoGebra no Ensino Médio**. 2018. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2018.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro Lisboa: Edições 70, 2004.
- BENITO, Ricardo Nicasso. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas**. 2019. 220 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.
- BOYER, Carl Benjamim. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Ed. Edgard, 1996.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3. versão homologada em 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 16 out. 2021.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. 2a. versão, abril de 2016. Disponível em: < <http://historiadabncc.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em 10 de outubro de 2021.
- _____. Ministério da Educação e Cultura. **PCN+- Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEMTEC, 2002a.
- _____. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Parecer CNE/CES 1.302/2001**. Diário Oficial da União, Seção 1, p. 15 de 5 de março de 2002b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 05 de junho de 2022.
- _____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2015: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.**
- _____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2021: Matemática – Brasília Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2021**

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.

CAMARGO, I; BOULOS, P. **Geometria Analítica: um tratamento vetorial**. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

CARDOSO, Lucélia Valda de Matos. **O material manipulável no ensino e aprendizagem das noções básicas de geometria analítica a um aluno com cegueira**. 2017. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2017.

COSTA, Acylena Coelho. **Geometria Analítica no Espaço: análise das organizações matemática e didática em materiais didáticos**. 2015. 113 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2000.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **A Teoria dos Registros de Representação Semiótica em um Ambiente Virtual de Aprendizagem: uma proposta metodológica explorando os conceitos de ponto, reta e circunferência no Ensino Médio**. 2015. 264f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos** – Campinas: Autores Associados, 2012.

FREITAS, Rita Lobo. **Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta**. 2019. 408 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

GONÇALVES, Sandra Carvalho. **A metodologia da sala de aula invertida para ensino de Geometria Analítica em um curso de engenharia**. 2019. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2019.

HALBERSTADT, Fabrício Fernando. **A Aprendizagem da Geometria Analítica do Ensino Médio e suas Representações Semióticas no GrafEq**. 2015. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

LEONARDO, Fabio Martins de. (org). **Conexões: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

LONDERO, Nadyne. **Explorando recursos do Geogebra no estudo de quádricas a partir de diferentes representações**. 2017. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

LOPES, Leide Maria Leão. **Formação e reelaboração de imagens e definições de conceito relacionadas ao ensino de vetores em Geometria Analítica**. 2019. 100 f. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

LOURES, Marcela Andrade Martins. **A utilização de saberes culturais como contribuição para o ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica em uma turma de EJA.** 2015. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

MANDARINO, M. C. F. O livro didático de matemática: da avaliação ao uso em sala de aula. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática** Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de julho de 2010.

MENDES, Gilnei. **Proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para subsidiar o estudo de Geometria Analítica auxiliada pelo software Geogebra.** 2015. 217 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2015.

MILANI, Maisa Lúcia Cacita. **Investigação acerca do ensino de Geometria Analítica numa abordagem baseada em vídeos.** 2018. 128 f. Tese (Doutorado em Educação para a ciência e a Matemática) Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

OLIVEIRA, Ádamo Duarte de. **Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: encontros com alunos do Ensino Médio.** 2019. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2019.

OLIVEIRA, Jader de. **Contribuições das representações semióticas para a aprendizagem da Geometria Analítica.** 2018. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Vitória, Vitória, 2018.

OLIVEIRA, Michael Araújo de. **(Res)significações de saberes por licenciandos que vivenciam estudo de aula sobre distância entre dois pontos.** 2020. 137 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2020.

ORUÊ, Gabriela Regina Vasques. **A trajetória escolar da Geometria Analítica no ensino secundário brasileiro: constituição e funcionamento em tempos da Reforma Francisco Campos, 1931-1942.** 2020. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2020.

PARANHOS, Marcos de Miranda. **Parametrização e Movimentação de Curvas e Superfícies para uso em Modelação Matemática.** 2015. 154 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PRATES, José Fernando Santiago. **Uma proposta de Sequência Didática para o ensino de Geometria Analítica no ensino superior com o uso do GeoGebra.** 2018. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2018.

SANTOS, Adriana Tiago Castro dos. **O estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre geometria analítica no período de 1991 a 2014.** 2016. 277 f. Tese (Doutorado em Educação

Matemática em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, Carlos Roberto da. **Articulação das representações cartesianas, paramétrica e polar de retas e circunferências na transição do Ensino médio e do Ensino Superior.** 2015. 331 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de. **Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista.** 2016. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de. **Um modelo didático de referência baseado em atividades de estudo e investigação para o ensino de cônicas na escola básica.** 2021. 355 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

SOARES, Jocilene Castro. **Geometria analítica: análise de coleções de livros didáticos do ensino médio sob a ótica dos registros de representação semiótica.** 2017. 30 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciências Exatas) - Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2017.

SOUZA, Marcelo Mesquita de. **O ensino híbrido – Blendedlearning – uma proposta para o estudo de cônicas em cursos superiores.** 2021. 163 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida (org). **Diálogo, Matemática e suas Tecnologias.** São Paulo: Editora Moderna, 2020.

TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da Pesquisa.** 2. ed.. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática escolar no Brasil: (1730 – 1930).** 2. ed. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2002.