

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Luana Ilha Rodrigues

**PLANILHA COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS
EM ESTACAS INCLINADAS DE PONTES PELO MÉTODO DE
NÖKKENTVED**

Santa Maria, RS
2023

Luana Ilha Rodrigues

**PLANILHA COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS EM
ESTACAS INCLINADAS DE PONTES PELO MÉTODO DE NÖKKENTVED**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal
de Santa Maria (UFSM, RS), comorequisito parcial
para obtenção do título de **Engenheiro Civil**.

Orientador: Prof. Dr. Almir Barros da S. Santos Neto

Santa Maria, RS
2023

Luana Ilha Rodrigues

**PLANILHA COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS EM
ESTACAS INCLINADAS DE PONTES PELO MÉTODO DE NÖKKENTVED**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal
de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial
para obtenção do título de **Engenheiro Civil**.

Aprovado em 22 de fevereiro de 2023:

Almir Barros da S. Santos Neto, Dr. (UFSM)

André Lübeck, Dr. (UFSM)

Gihad Mohamad, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS
2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente aos meus pais Mara e Adão por me darem suporte para chegar até aqui. Sem a educação, o amor e o apoio que recebi de vocês nada eu seria. À minha irmã, Lidiane, por me apresentar a Engenharia, dividir dúvidas, conhecimentos e inspiração comigo. Um agradecimento especial ao Leandro, meu companheiro, por ser apoio, carinho e torcida, sempre junto fazendo com que o caminho fosse mais leve. A amiga que a faculdade me apresentou, Bibi, obrigada por ser mais do que colega, ser companheira de todas as horas, estar junto contigo nesses mais de cinco anos foi essencial para a jornada.

Ao grupo de faculdade que participei, Escritório Modelo de Engenharia, agradeço pelos aprendizados, oportunidades e pela amizade criada. Sempre lembrarei com muito carinho das conversas, risadas, e experiências trocadas no escritório.

Agradeço as empresas que me deram oportunidade de aprender através do trabalho e somaram imensamente na minha formação ajudando a me tornar Engenheira Civil: Sustembio Serviços de Engenharia e Meio Ambiente, Seven Engenharia & Construções Eireli, Incorporadora GR e De Marco Incorporações Imobiliárias.

Muito obrigada a todos amigos, colegas e profissionais pelas trocas de conhecimento e suporte durante este ciclo da faculdade.

RESUMO

PLANILHA COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS EM ESTACAS INCLINADAS DE PONTES PELO MÉTODO DE NÖKKENTVED

AUTOR: Luana Ilha Rodrigues

ORIENTADOR: Prof. Dr. Almir Barros da S. Santos Neto

Dentre os diversos métodos para o cálculo de estruturas de concreto armado, para dimensionar estacas inclinadas um dos mais utilizado é o Método de Nökkentved. Nessa perspectiva, com intuito de facilitar o cálculo do esforço que atua sobre cada uma das estacas inclinadas sob um bloco de coroamento, este trabalho elaborou uma planilha computacional – escrita no software Microsoft Office Excel – que esclarece as etapas de cálculo utilizadas no Método de Nökkentved e automatiza o cálculo do resultado final dos esforços. Foram introduzidas, inicialmente, noções sobre estruturas de concreto armado, blocos de coroamento e estacas inclinadas. Posteriormente foi explicado sobre o método de cálculo de Nökkentved através de suas equações e análises de carregamentos. Após o referencial teórico são apresentadas as informações iniciais da planilha computacional. É esclarecido ao usuário os dados que precisam ser fornecidos ao programa para a automatização do cálculo do esforço. Na sequência é mostrado cada etapa de cálculo realizada pela planilha e observado pontos de análise e referenciais que devem ser adotados para o correto funcionamento do programa. Para melhor entendimento de algumas etapas são utilizadas figuras com exemplos aplicados diretamente na planilha computacional. Desta forma, o trabalho propõe facilitar o dia a dia de engenheiros calculistas que usam o Método de Nökkentved como meio de chegar ao dimensionamento das estruturas. Por fim, a planilha foi validada por comparação com exemplos manuais.

Palavras Chave: Método de Nökkentved; estacas inclinadas; automatização; planilha computacional; Microsoft Office Excel.

ABSTRACT

COMPUTATIONAL SPREADSHEET FOR THE CALCULATION OF EFFORTS IN INCLINED BRIDGE PILES BY THE NÖKKENTVED METHOD

AUTOR: Luana Ilha Rodrigues

ORIENTADOR: Prof. Dr. Almir Barros da S. Santos Neto

Among the several methods for the calculation of reinforced concrete structures, one of the most used is the Nökkentved Method to design inclined piles. In this perspective, in order to facilitate the calculation of the forces acting on each of the inclined piles under a pile cap, this work developed a spreadsheet - written in Microsoft Office Excel software - that clarifies the calculation steps used in the Nökkentved Method and automates the calculation of the final result of the forces. Initially, notions about reinforced concrete structures, pile caps, and inclined piles were introduced. Afterwards, the Nökkentved calculation method was explained through its equations and load analysis. After the theoretical framework, the initial information of the computer spreadsheet is presented. The user is informed about the data that must be supplied to the program in order to automate the calculation of stresses. Next, each calculation step performed by the spreadsheet is shown and points of analysis and references that must be adopted for the correct operation of the program are observed. To better understand some steps, figures with examples applied directly to the spreadsheet are used. In this way, the work proposes to facilitate the day to day of engineers who use the Nökkentved Method as a means of arriving at the design of structures. Finally, the spreadsheet was validated by comparison with manual examples.

Keywords: Nökkentved Method; inclined piles; automation; computational spreadsheet; Microsoft Office Excel.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tipos de fundações profundas.....	12
Figura 2 - Representação coordenadas centro elástico.	18
Figura 3 - Rotação em torno do centro elástico.	19
Figura 4 - Ponto de aplicação dos carregamentos.....	22
Figura 5 - Organograma da planilha eletrônica.....	24
Figura 6 - Tipologia das estacas aceitas na planilha.	25
Figura 7 – Informações iniciais da planilha.	26
Figura 8 - Nomeação dos eixos em relação ao bloco de coroamento.	27
Figura 9 - Número de estacas calculadas pela planilha.....	28
Figura 10 - Representação gráfica do conjunto.....	29
Figura 11 - Distância entre estacas.....	29
Figura 12 - Cálculo altura do centro elástico e peso-próprio do bloco.	30
Figura 13 - Posicionamento das estacas em relação aos eixos.....	31
Figura 14 - Exemplificação de estaqueamento na vista superior.	32
Figura 15 - Contribuição dos esforços nas estacas.....	33
Figura 16 - Parcelas de esforço devido aos carregamentos.....	33
Figura 17 - Cálculo do braço de alavanca.	34
Figura 18 - Parcela do esforço devido aos momentos.....	34
Figura 19 - Resultado superposição dos esforços.	35
Figura 20 - Exemplo numérico.	36
Figura 21 – Inserindo dados na planilha.	37
Figura 22 - Ângulo de rotação das estacas do exemplo.	38
Figura 23 - Resultado obtido através da planilha.	38
Figura 24 - Exemplo numérico 2	40
Figura 25 - Inserção de dados do exemplo 2 na planilha.	41
Figura 26 - Ângulo de posicionamento das estacas do exemplo 2.	42
Figura 27 - Ângulos do exemplo 2 inseridos no programa.	42
Figura 28 - Resultado manual do exemplo 2.	42
Figura 29 - Resultado eletrônico do exemplo 2.	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultado dos esforços por Spernau (sem data)	36
Tabela 2 - Comparativo resultados exemplo Spernau (sem data).....	38
Tabela 3 – Comparativo de resultados do exemplo 2	43

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
UFMS	Universidade Federal de Santa Maria

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras gregas

δ	recalque elástico
α	ângulo de inclinação das estacas formado com a vertical
α'	ângulo formado por R' com a vertical
α''	ângulo formado por R'' com a vertical
α_i	ângulo de inclinação da estaca
η	distância horizontal do eixo de uma estaca ao centro elástico
φ	rotação do bloco de coroamento
θ	ângulo de inclinação formado com a vertical
γ_{conc}	peso próprio do concreto

Letras minúsculas

d_e	diâmetro das estacas
e'''	encurtamento da estaca
f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão (MPa)
h	componente horizontal do esforço R'
h'	componente horizontal do esforço R''
n	número total de estacas
n_e	número de estacas
p	braço de alavanca da estaca em relação ao centro elástico
r	distância do segmento OC
r_i	braço de alavanca em relação aos eixos longitudinal e transversal
s_i	rigidez relativa
v	componente vertical do esforço R'

v'	componente vertical do esforço R''
x	eixo horizontal
x_0	coordenada horizontal do centro elástico
x'_0	abscissa de origem do esforço R'
x''_0	abscissa de origem do esforço R''
x_i^2	soma dos quadrados das distâncias de cada estaca ao eixo dos y
y_i^2	soma dos quadrados das distâncias de cada estaca ao eixo dos x
z	eixo vertical
z_0	coordenada vertical do centro elástico

Letras maiúsculas

A	carga axial
C_b	comprimento do bloco
CC'	deslocamento da cabeça da estaca
CE	centro elástico
E	módulo de elasticidade do material da estaca
F	carga vertical resultante
F'	esforço vertical resultante do deslocamento unitário, componente de F
F''	esforço horizontal resultante do deslocamento unitário, componente de F
F_i	parcela de esforço
H	resultante das forças horizontais
H_{DL}	altura do centro elástico na direção longitudinal
H_{DT}	altura do centro elástico na direção transversal
HL_k	carga horizontal longitudinal
HT_k	carga horizontal transversal
H_p	altura do pórtico
H_Y	força horizontal transversal
H_Z	força horizontal longitudinal
H_b	altura do bloco
I	momento de inércia
J_H	parcela equivalente da carga horizontal por estaca
J_{HL}	parcela equivalente da carga horizontal na direção longitudinal

J_{HT}	parcela equivalente da carga horizontal na direção transversal
J_M	parcela equivalente do momento por estaca
J_{ML}	parcela equivalente do momento na direção longitudinal
J_{MT}	parcela equivalente do momento na direção transversal
J_V	parcela equivalente da carga vertical por estaca
L	comprimento da estaca
L_b	largura do bloco
M	momento resultante
M_L	momento horizontal longitudinal
M_T	momento horizontal transversal
M_x	momento em relação ao eixo x ($M_y = R * y_c$)
M_y	momento em relação ao eixo y ($M_x = R * x_c$)
N_I	força normal
O	centro elástico
P	carga total sobre uma estaca
PP	peso próprio do bloco
P'''	esforço produzido pela rotação em torno do bloco
P_i	carga sobre as estacas
R	resistência de uma estaca
R'	esforço vertical resultante do deslocamento unitário, componente de R
R''	esforço horizontal resultante do deslocamento unitário, componente de R
R_a	existência de atrito lateral de uma estaca
R_p	resistência de ponta de uma estaca
S	área da seção transversal da estaca
V	carga vertical + peso próprio do bloco
V_k	carga vertical máxima
X_{Long}	distância longitudinal entre o eixo das estacas
X_{Transv}	distância transversal entre o eixo das estacas

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	12
1.1.	JUSTIFICATIVA	13
1.2.	OBJETIVOS	14
1.1.1.	Objetivo Geral.....	14
1.1.2.	Objetivos Específicos	14
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1.	ELEMENTOS DA FUNDAÇÃO	15
2.2.	EQUACIONAMENTO DO MÉTODO	16
2.3.	ANÁLISE POR SPERNAU.....	21
3.	METODOLOGIA.....	24
3.1.	PLANILHA DE CÁLCULO	26
3.1.1.	Informações iniciais	26
3.1.2.	Carregamentos	27
3.1.3.	Altura do pórtico.....	28
3.1.4.	Número de estacas	28
3.1.5.	Diâmetro das estacas	29
3.1.6.	Distância entre estacas	29
3.1.7.	Resistência do concreto	29
3.1.8.	Dimensões do bloco.....	30
3.1.9.	Inclinação das estacas.....	30
3.1.10.	Altura do centro elástico e peso próprio do bloco de coroamento	30
3.1.11.	Posicionamento das estacas.....	31
3.1.12.	Contribuição de esforços nas estacas	32
3.1.13.	Cálculos automatizados.....	33
3.1.14.	Superposição dos efeitos nas estacas	34
4.	VALIDAÇÃO DA PLANILHA ELETRÔNICA.....	35
5.	CONCLUSÃO.....	45
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46

1. INTRODUÇÃO

Para a escolha do tipo de fundação adotada em uma estrutura são feitos estudos sobre topografia do local, capacidade de carga do solo, cenário econômico, dentre outras condições técnicas. Nos casos em que as camadas superficiais do solo não são capazes de suportar os esforços, é necessário buscar camadas mais profundas que forneçam essa resistência. Para isso, são utilizadas as fundações profundas.

Segundo a ABNT NBR 6122:2022, estacas profundas são elementos de fundação que transmitem a carga ao terreno pela sua base, também conhecido como resistência de ponta, ou pela sua superfície lateral, resistência de fuste. Ainda pode ocorrer uma combinação dessas duas resistências. Segundo a NBR citada, para ser fundação profunda a estaca deve ter profundidade superior a 3 metros.

Velloso e Lopes (2010) classificam as fundações profundas em três tipos: estacas, tubulões e caixões. As estacas são peças alongadas com forma cilíndrica ou prismática executadas através de escavação do solo ou cravação. Os tubulões também apresentam forma cilíndrica, porém podem ter sua base alargada e necessitam a descida de um operário para realizar este alargamento da base assim como realizar a limpeza do fundo. O último tipo, chamada de caixões, são estruturas com forma prismática e grandes dimensões. Os caixões são concretados na superfície e instalados através de escavações internas. A Figura 1 apresenta estes três tipos de fundações.

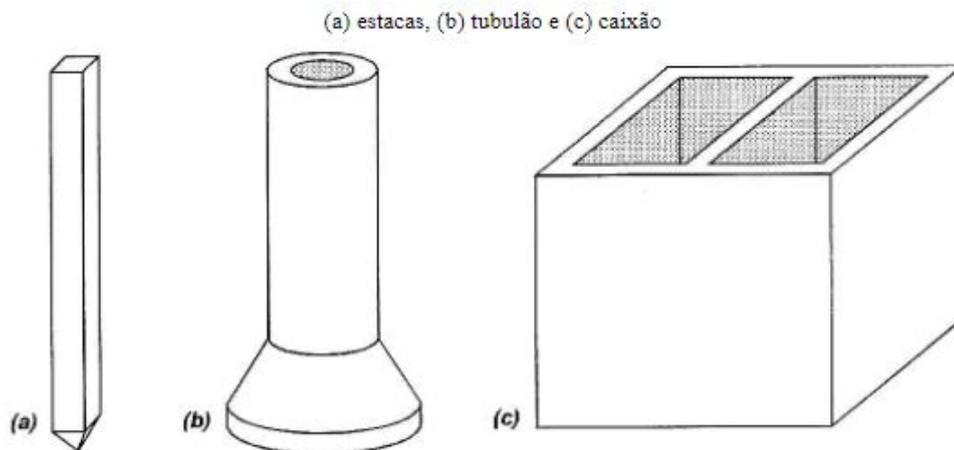


Figura 1 - Tipos de fundações profundas.

Fonte: Velloso e Lopes (2010)

Quando são escolhidas as fundações profundas, as estacas de um conjunto são as responsáveis por receber as ações da superestrutura e descarregar no solo. Em um conjunto de estacas quem recebe primeiramente toda esta carga é o bloco de coroamento que fica

sobre o conjunto. No caso de estruturas em concreto armado, os blocos de fundações precisam equilibrar esforços verticais, horizontais e momentos. Para que esse equilíbrio seja possível, na maior parte das vezes são utilizadas estacas inclinadas.

Para o dimensionamento de um bloco é utilizado, normalmente, a teoria tradicional de fundações através do método de bielas e tirantes. Para as estacas o dimensionamento é feito através de métodos semi-empíricos como Aoki-Velloso (1975), Decourt-Quaresma (1978), Alonso (1998).

Entretanto, o ponto mais complexo para estacas inclinadas é chegar no esforço sobre cada uma das estacas do conjunto, visto que para este cálculo existem dois métodos: Schiel e Nökkentved. O método de Schiel é prático, mas de solução matricial, voltado pra cálculo via computador. Já o método de Nökkentved é utilizado para o cálculo manual através de formulas tabeladas.

Dentre estes métodos, este trabalho dá ênfase ao método criado por Nökkentved. Por ser uma metodologia muito utilizada para cálculo manual é facilmente encontrada em cálculos para estaqueamento simétricos como analisado em bibliografias como Alonso (1983), Caputo et al (2015) e Stamato (sem data).

1.1. JUSTIFICATIVA

A motivação deste trabalho surgiu durante a realização do dimensionamento de um projeto estrutural de uma ponte, realizado pelo escritório Modelo de Engenharia da UFSM. Ao ter que determinar as cargas atuantes nas estacas de fundação da ponte encontrou-se dificuldades. Primeiramente para esclarecer as equações e etapas de cálculo que precisavam ser realizadas através do método de Nökkentved e depois, no momento de realizar estes cálculos de forma automatizada. Como afirma Stamato (sem data) este método tem grande extensão e complexidade numérica.

Então, surgiu a ideia de trabalhar em uma planilha computacional realizada como trabalho de conclusão de curso.

Numa rápida pesquisa notou-se escassez em trabalhos voltados para a automatização destes esforços. Entretanto confirmou-se que Nökkentved é atualmente o método mais utilizado no dimensionamento de fundações de pontes. Logo vislumbrou-se a possibilidade de criar uma solução para este contratempo.

1.2. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo Geral

Este trabalho possui como objetivo desenvolver uma ferramenta computacional, via planilha Excel, que automatize o cálculo dos esforços aplicados em estacas inclinadas, para estruturas de ponte, por meio da metodologia de cálculo de Nökkentved.

1.1.2. Objetivos Específicos

São objetivos específicos deste trabalho:

- Realizar uma planilha que facilite o entendimento do usuário de quais são as etapas para chegar ao esforço resultante;
- Comparar os resultados dos esforços obtidos na planilha computacional com os obtidos de forma manual na literatura.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como afirma Campos (2015), o primeiro processo ao se definir a utilização de estacas na fundação de uma estrutura, é distribuir este conjunto devidamente coroado por um bloco e determinar se são inclinadas ou somente verticais. Para a realização do processo de automatização do cálculo dos esforços suportados por uma estaca, faz-se necessário revisar noções sobre carregamentos da estrutura e como eles influenciam no conjunto formado pelo bloco de coroamento e as estacas inclinadas.

2.1.ELEMENTOS DA FUNDAÇÃO

Na análise de pontes de concreto armado os carregamentos são transmitidos através da estrutura na seguinte ordem: trem tipo – laje – longarinas – travessas – pilares – bloco de coroamento – estacas. Nossa análise neste trabalho é a respeito da infraestrutura, ou seja, blocos de coroamento e estacas. Ademais, para seguir o método de cálculo adotado é preciso algumas considerações a respeito do bloco de coroamento.

Blocos de coroamento, também chamados somente de blocos de concreto, são utilizados com o intuito de absorver excentricidades causadas acidentalmente na execução das estacas, centrando a carga recebida e permitindo dimensionar as estacas apenas para esforços axiais. Também tem como função absorver reações de apoio de valor elevado. Para dimensionar corretamente um bloco de coroamento, é preciso conhecimento prévio das reações nas estacas.

Nökkentved (1924) se baseou na hipótese do bloco rígido, desprezou a influência do solo e admitido o comportamento elástico das estacas, sendo elas bi-rotuladas no topo e na ponta.

Como afirma Schiel (1957), a rigidez de um elemento é a força necessária para gerar uma redução unitário no comprimento desse elemento. No cálculo do estaqueamento pelo método adotado além da consideração de que o bloco é rígido, considera-se que a carga resultante são as forças e momentos componentes na direção dos três eixos.

Schiel (1957) também afirma que uma estaca é dada pela geometria dos cossenos do seu eixo e pelas coordenadas do ponto onde é aplicada no bloco.

Para Caputo et al (2015) a resistência R de uma estaca é composta por duas partes: a resistência de ponta (R_p) e a resistência de atrito lateral (R_a).

Estudaremos a distribuição de cargas entre as estacas solidarizadas em um bloco de coroamento supostamente rígido através do método de Nökkentved.

2.2. EQUACIONAMENTO DO MÉTODO

Este item descreve o método segundo a bibliografia de Caputo et al (2015). Ele afirma que as estacas admitem deformação elástica. Isso leva a aceitar a lei de Hooke na deformação das estacas. Designando-se por A a carga axial que produz uma deformação unitária da estaca, teremos:

$$A = \frac{E \cdot S}{L} \quad (1)$$

Sendo:

E = módulo de elasticidade do material da estaca

S = área da seção transversal da estaca

L = comprimento da estaca

Como além da deformação da estaca, também deve-se levar em conta a deformação do solo temos que:

$$L = \frac{2}{3}l + \frac{E \cdot S \cdot \delta}{P} \quad (2)$$

Sendo:

δ = recalque elástico para a carga P medido por uma prova de carga.

Para Caputo et al (2015), o princípio deste método consiste em decompor o deslocamento do bloco causado pela ação de cargas exteriores, em uma translação vertical, uma translação horizontal e uma rotação.

Na translação vertical efetua-se um deslocamento unitário na vertical e obtém o encurtamento da estaca e o esforço necessário para produzir o mesmo. A resultante (R') desse esforço produzido é dada em componentes verticais e horizontais, que são:

$$v = A * \cos^2 \alpha \quad (3)$$

$$h = v * \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

Logo o valor da resultante é:

$$R' = \frac{\Sigma v}{\cos \alpha'} \quad (5)$$

Onde:

α' = ângulo formado por R' com a vertical

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\Sigma(v * \operatorname{tg} \alpha)}{\Sigma v} \quad (6)$$

Na translação horizontal é dado ao bloco uma translação horizontal unitária para também obter o encurtamento e a resultante (R'') do esforço horizontal. Nesse caso as componentes do esforço resultante são respectivamente:

$$v' = v * \operatorname{tg} \alpha \quad (7)$$

$$h' = v * \operatorname{tg}^2 \alpha \quad (8)$$

Sendo v a componente vertical da força axial na estaca.

Vale observar que a componente horizontal R' é igual a componente vertical R'' . A resultante R'' forma com relação à vertical um ângulo α'' que é dado por:

$$\operatorname{tg} \alpha'' = \frac{\Sigma(v * \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\Sigma(v * \operatorname{tg} \alpha)} \quad (9)$$

Logo o valor da resultante R'' será:

$$R'' = \frac{\Sigma(v * \operatorname{tg} \alpha)}{\cos \alpha''} \quad (10)$$

Caputo et al (2015), explica que o ponto de intersecção O das componentes resultantes R' e R'' é chamado de Vetter centro elástico do sistema de estacas.

Para determinar as coordenadas (x_0 , z_0) desse centro elástico, precisa-se primeiro definir a abscissa na origem (x'_0) de R' e R'' que são respectivamente:

$$x'_0 = \frac{\Sigma v x}{\Sigma v} \quad (11)$$

$$x''_0 = \frac{\Sigma(v * \operatorname{tg} \alpha * x)}{\Sigma(v * \operatorname{tg} \alpha)} \quad (12)$$

A Figura 2 mostra os pontos de intersecção e as coordenadas em relação ao eixo horizontal x e o eixo vertical z :

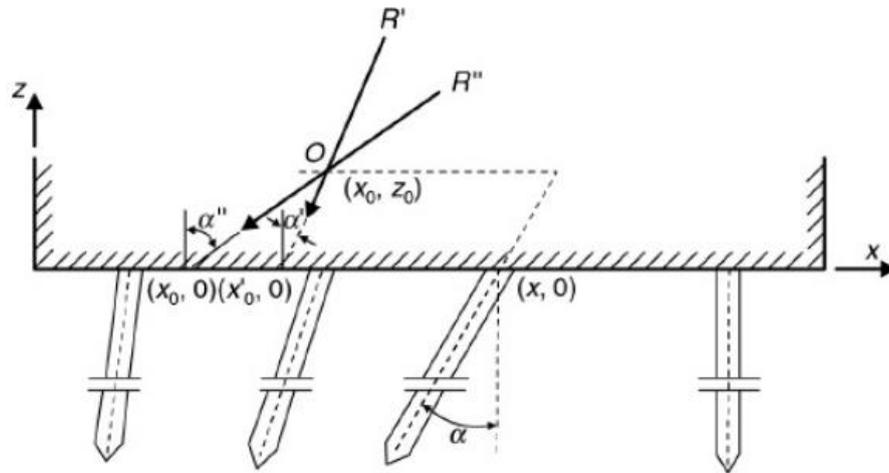


Figura 2 - Representação coordenadas centro elástico.

Fonte: Caputo et al (2015)

Da Figura 2 obtém-se que:

$$x_0 - x_0'' = z_0 * tg \alpha'' \quad (13)$$

Isolando x_0 e z_0 e substituindo os valores de x_0' e x_0'' citados anteriormente, obtém-se as coordenadas do centro elástico:

$$x_0 = \frac{\frac{\Sigma v * x}{\Sigma v} tg \alpha'' - \frac{\Sigma v * tg \alpha * x}{\Sigma v * tg \alpha} tg \alpha'}{tg \alpha'' - tg \alpha'} \quad (14)$$

$$z_0 = \frac{\frac{\Sigma v * x}{\Sigma v} - \frac{\Sigma v * tg \alpha * x}{\Sigma v * tg \alpha}}{tg \alpha'' - tg \alpha'} \quad (15)$$

Chama-se a distância horizontal do eixo de uma estaca ao centro elástico de η . Essa distância se analisada em função das coordenadas do centro elástico (x_0, z_0), da abscissa (x) da cabeça das estacas e da inclinação (α) das estacas, é dada por:

$$\eta = x - x_0 + z_0 * tg \alpha \quad (16)$$

Na análise do efeito causado pela rotação do bloco (φ) em torno do centro elástico (O) verificou-se o encurtamento da estaca em consequência do deslocamento CC' de sua cabeça. Esse encurtamento é:

$$e''' = CC' * \cos \theta \quad (17)$$

Essa análise está apresentada na Figura 3.

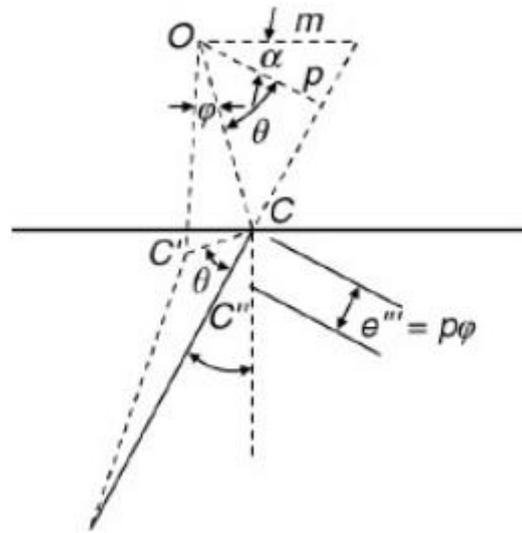


Figura 3 - Rotação em torno do centro elástico.

Fonte: Caputo et al (2015).

Pode-se chamar OC de r e reescrever a equação de encurtamento da seguinte maneira:

$$e''' = r * \varphi * \cos \theta = (r * \cos \theta) * \varphi = p * \varphi \quad (18)$$

Sendo p o braço de alavanca da estaca em relação ao centro elástico.

Logo o esforço, produzido por esta rotação, na estaca será:

$$P''' = \frac{E * S}{L} * p * \varphi = A * p * \varphi \quad (19)$$

Esse esforço pode ser decomposto nas duas componentes vertical e horizontal.

Se considerarmos a rotação φ constante, estas componentes escrevem-se:

$$\Sigma v'' = \varphi * \Sigma \eta \quad (20)$$

$$\Sigma h'' = \varphi * \Sigma (v * \operatorname{tg} \alpha * \eta) \quad (21)$$

Caputo et al (2015) afirmam que substituindo η e z_0 pelos seus valores e levando-se em conta os valores de x'_0 e x''_0 comprova-se que:

$$\Sigma v'' = 0 \quad \text{e} \quad \Sigma h'' = 0 \quad (22 \text{ e } 23)$$

Com isso os esforços resultantes da rotação φ dão lugar a um par cujo valor obtém-se analisando os momentos em relação ao ponto O:

$$M = \Sigma v * \Sigma(v * \eta^2 * \varphi) = \varphi * \Sigma(v * \eta^2) \quad (24)$$

Como $\Sigma(v * \eta^2)$ é o momento de inércia das estacas, podemos chamar de I . Este cálculo é feito da seguinte maneira:

$$I = \Sigma(v * \eta^2) = \Sigma\left(A * \cos^2 \alpha * \frac{p^2}{\cos^2 \alpha}\right) = \Sigma(A * p^2) = \Sigma\left(\frac{ES}{L} * p^2\right) \quad (25)$$

Sendo p a distância do ponto O ao eixo das estacas.

Logo:

$$M = \varphi * I \quad (26)$$

Este momento aplicado em uma estaca gera um esforço:

$$P = A * \frac{M}{I} * \eta * \cos \alpha \quad (27)$$

Conhecendo os esforços causados por cada uma das componentes, por superposição, conhecemos os esforços que atuam em cada estaca do bloco.

Similarmente ao cálculo do esforço pra força R , temos as componentes vertical e horizontal de F . São elas, respectivamente:

$$V = F' * \cos \alpha' + F'' * \cos \alpha'' \quad (28)$$

$$H = F' * \sen \alpha' + F'' * \sen \alpha'' \quad (29)$$

Decompõe-se esta força em F' e F'' , assim como feito para R' e R'' , e introduzir o momento (M) gerado por F em relação ao centro elástico (O).

Daí obtém-se:

$$F' = \frac{V * \tg \alpha'' - H}{\tg \alpha'' * \cos \alpha' - \sen \alpha'} \quad (30)$$

$$F'' = \frac{V * \tg \alpha' - H}{\tg \alpha' * \cos \alpha'' - \sen \alpha''} \quad (31)$$

Como feito para o cálculo de R , o esforço gerado por F' e F'' é;

$$P'_F = A * \frac{F'}{R'} * \cos \alpha \quad (32)$$

$$P_F'' = A * \frac{F''}{R''} * \text{sen } \alpha \quad (33)$$

Como concluiu Caputo et al (2015), a carga total sobre uma estaca vale:

$$P = A * \left(\frac{F'}{R'} * \cos \alpha + \frac{F''}{R''} * \text{sen } \alpha + \frac{M}{I} * \eta * \cos \alpha \right) \quad (34)$$

Substituindo os valores de F' , F'' , R' e R'' mostrados anteriormente e fazendo algumas transformações, chegamos à fórmula geral da carga P suportada por uma estaca segundo o método de Nökkentved:

$$P = A * \cos \alpha * \left(\frac{V}{\Sigma A \cos'' \alpha} * \frac{\text{tg } \alpha'' - \text{tg } \alpha}{\text{tg } \alpha'' - \text{tg } \alpha'} + \frac{H}{\Sigma A \cos'' \alpha * \text{tg } \alpha} * \frac{\text{tg } \alpha - \text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha'' - \text{tg } \alpha'} + \frac{M}{I} \eta \right) \quad (35)$$

2.3. ANÁLISE POR SPERNAU

Em sua análise do método de Nökkentved, Spernau (sem data) simplifica mais a explicação das equações utilizadas. Estas foram as equações que se utilizou na planilha computacional criada neste trabalho. Spernau (sem data) afirma que pelo fato das estacas serem quase sempre do mesmo tipo e com o mesmo comprimento, pode-se adotar a rigidez relativa $s_i=1$.

Para o cálculo do centro elástico, em casos que existam apenas duas linhas de estacas inclinadas, verifica-se que o centro elástico coincide com o cruzamento dos eixos das estacas inclinadas. Daí surge a equação da altura do centro elástico na direção longitudinal e na direção transversal do bloco. São elas, respectivamente:

$$H_{DL} = \frac{X_{Long}}{\tan \alpha} \quad (36)$$

$$H_{DT} = \frac{\frac{X_{Transv}}{2}}{\tan \alpha} \quad (37)$$

Onde:

X_{Long} = distância longitudinal entre o eixo das estacas

X_{Transv} = distância transversal entre o eixo das estacas

α = ângulo de inclinação das estacas

Com a definição do centro elástico, todos os carregamentos como: carga vertical, forças horizontais e momentos atuantes, são reduzidos a este ponto. A Figura 4 faz esta representação.

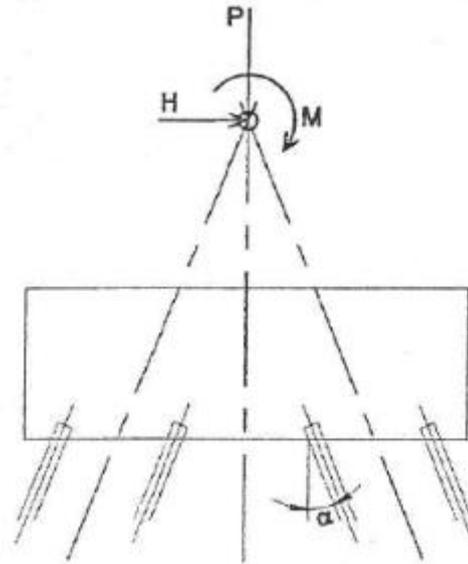


Figura 4 - Ponto de aplicação dos carregamentos.
Fonte: Spernau (sem data)

Admitindo conhecimento do ângulo de inclinação das estacas (α) em relação ao eixo vertical e do braço de alavanca em relação aos eixos longitudinal e transversal (r_i), temos que a força normal em cada estaca é:

$$N_i = \frac{V}{J_V} * \cos \alpha_i \pm \frac{H}{J_H} * \sen \alpha_i \pm \frac{M}{J_M} * r_i \quad (38)$$

Sendo:

V = carga vertical P + peso próprio do bloco

H = resultante das forças horizontais longitudinais (H_Z) e transversais (H_Y)

M = resultante dos momentos horizontais longitudinais (M_Z) e transversais (M_Y) atuantes em relação ao centro elástico.

$$J_V = \Sigma \cos^2 \alpha_i \quad (39)$$

$$J_H = \Sigma \sen^2 \alpha_i \quad (40)$$

$$J_M = \Sigma r_i^2 * \cos^2 \alpha_i \quad (41)$$

A constante J_H deve ser calculada nas duas direções: H_L e H_T . Assim como J_M que deve ser calculada para M_L e M_T .

As parcelas da Equação 38 são obtidas isoladamente no cálculo manual e a carga total sobre cada estaca é obtida pelo princípio de superposição dos efeitos.

3. METODOLOGIA

O presente trabalho utilizou o software de planilha eletrônica para desenvolver um programa capaz de auxiliar no cálculo do esforço atuante sobre estacas inclinadas. A planilha de cálculo foi desenvolvida através do método de Nökkentved e através de dados de entrada e definições de nomenclaturas, resulta no valor do esforço obtido em cada estaca e uma representação gráfica da geometria do conjunto de estacas.

Para uma fácil visão inicial de como funciona o programa, foi produzido um organograma representado na Figura 5.

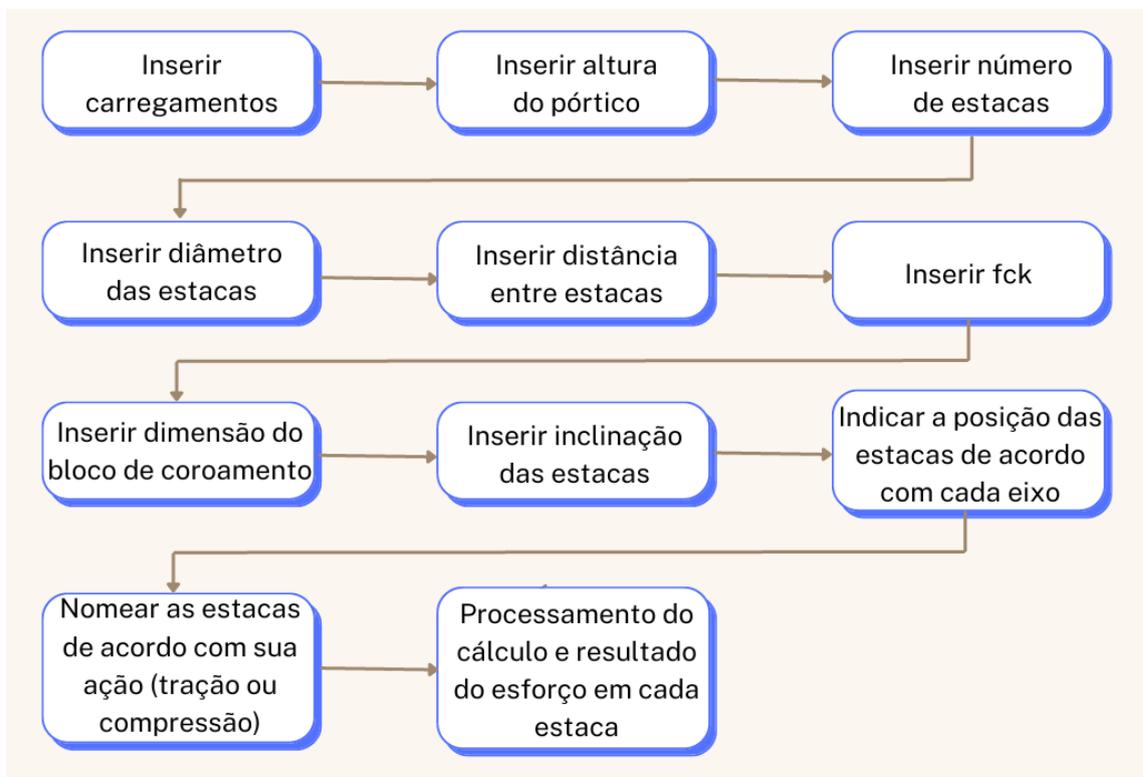


Figura 5 - Organograma da planilha eletrônica.

Fonte: Autor

Para limitar as equações usadas e chegar a uma planilha que fosse oportuna algumas considerações foram necessárias.

A planilha calcula esforços sobre conjuntos de duas à quatorze estacas.

O conjunto de estacas a ser calculado, quando observado pela vista superior, precisa estar disposto em duas “linhas” de estacas no sentido horizontal. Já para o sentido vertical, observando esta mesma vista, pode variar de um à sete eixos verticais de estacas. A Figura 6 mostra graficamente os conjuntos de estacas possíveis de se calcular através da planilha.

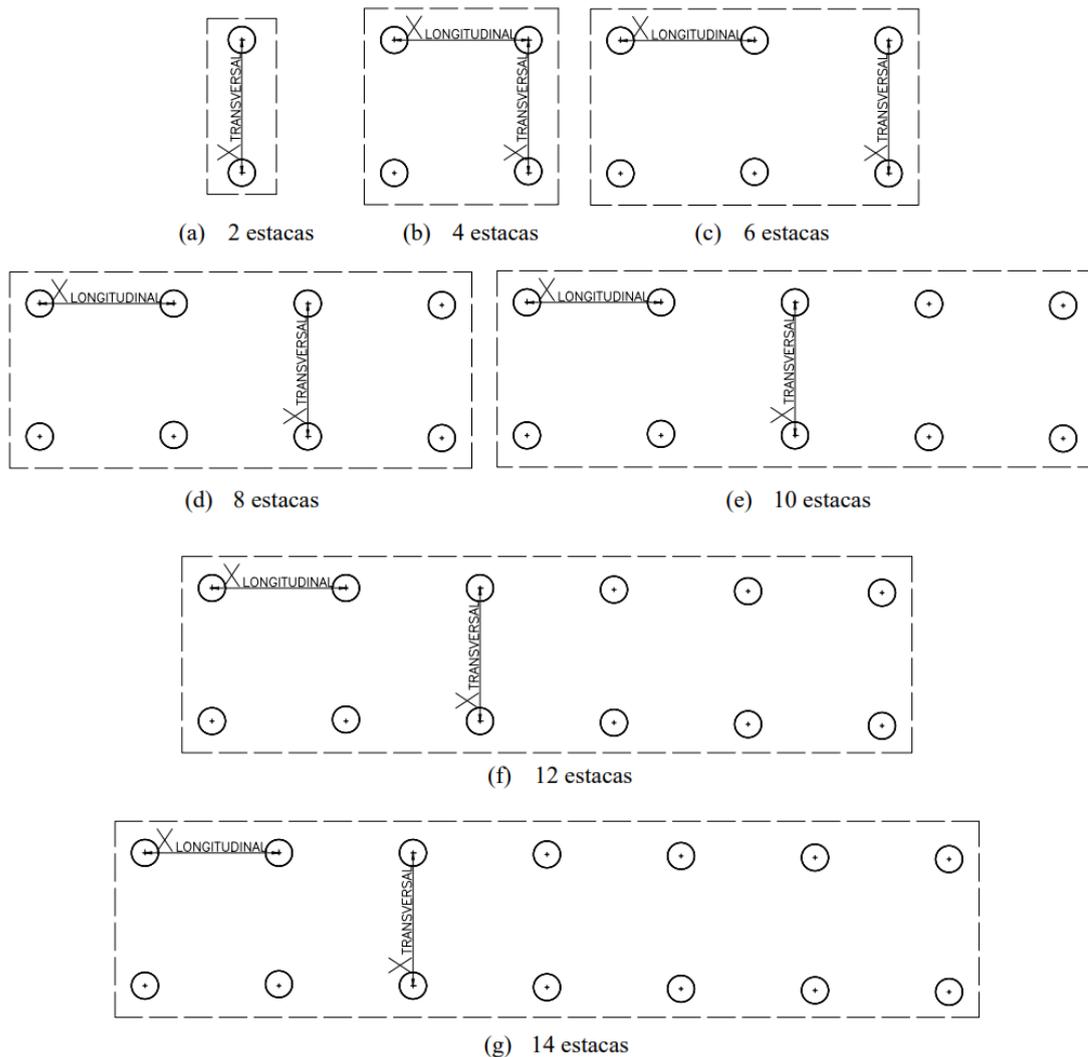


Figura 6 - Tipologia das estacas aceitas na planilha.

Fonte: Autor

Deve-se ressaltar que o programa tem algumas limitações devido a grande diversidade de geometrias e combinações estruturais. Para isso é de grande importância que o usuário tenha conhecimento acerca dos critérios considerados pelo programa, tais como:

- O programa só calcula automaticamente o peso próprio de blocos de coroamento de seção retangular;
- É considerado que as estacas são bi rotuladas;
- O conjunto de estacas pode variar de 2 à 14 estacas, não sendo possível calcular para conjunto de estacas de número ímpar.

3.1. PLANILHA DE CÁLCULO

Para Araujo (2014):

“Uma planilha eletrônica, ou folha de cálculo, é um tipo de programa de computador que utiliza tabelas para realização de cálculos ou apresentação de dados. Cada tabela é formada por uma grade, composta de linhas e colunas. O nome eletrônica se deve à sua implementação, por meio de programas de computador.”

Qualquer necessidade de resolver cálculos através de equações ou de gerar gráficos representativos pode ser feito através de uma planilha eletrônica. Nesse contexto, para automatizar as equações descritas no método de Nökkentved, foi elaborada uma planilha computacional de fácil entendimento para calculistas estruturais.

Nos tópicos a seguir é possível compreender o passo a passo adotado na planilha criada representado no organograma da Figura 6.

3.1.1. Informações iniciais

Ao abrir o programa o usuário é apresentado ao título da planilha e informações iniciais, como mostra na Figura 7.

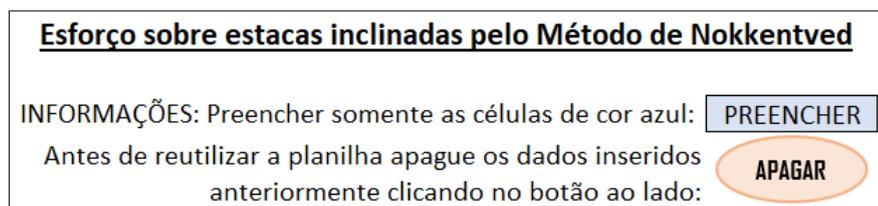


Figura 7 – Informações iniciais da planilha.

Fonte: Autor

Estas informações esclarecem ao usuário da planilha que os dados solicitados na planilha devem ser preenchidos nas células em cor azul.

Também relembra que após a conclusão do cálculo do esforço sobre um conjunto de estacas, deve-se apagar os dados inseridos nas células em azul para que não haja nenhum erro de informações na ferramenta. Para isso basta clicar sobre o botão de cor laranja com

a escrita “APAGAR” que automaticamente todos os dados inseridos anteriormente são deletados e a planilha pode ser reutilizada.

3.1.2. Carregamentos

Os primeiros carregamentos solicitados são o peso próprio do concreto (γ_{conc}), a carga vertical máxima (V_k), a carga horizontal longitudinal (HL_k) e a carga horizontal longitudinal (HT_k).

Para não ocorrer equívocos a planilha possui uma imagem com os sentidos dos eixos considerados no programa. Com exceção do conjunto com duas estacas, o eixo longitudinal (eixo X), onde é aplicada a respectiva carga horizontal longitudinal, é o eixo que percorre o comprimento do bloco de coroamento. Já o eixo transversal (eixo Y), onde é aplicada a carga horizontal transversal, é o eixo que atravessa o bloco de coroamento na sua menor direção, ver Figura 8.

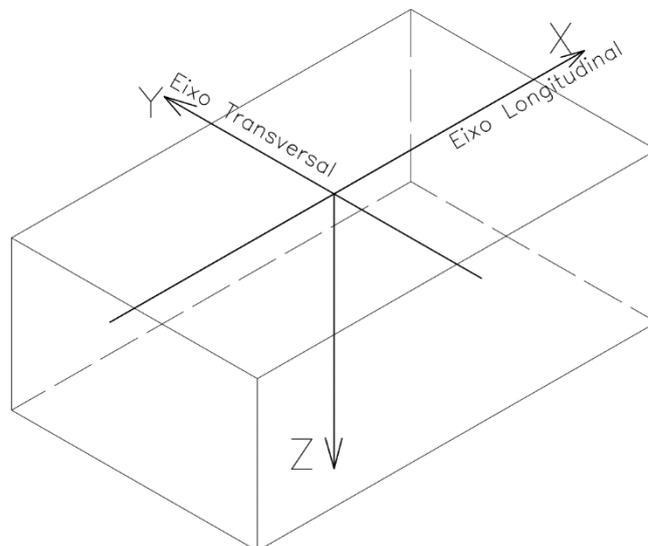


Figura 8 - Nomeação dos eixos em relação ao bloco de coroamento.
Fonte: Autor

Para um conjunto com duas estacas ser válido no programa, o eixo X, ou longitudinal, onde é aplicada a carga horizontal longitudinal, será o eixo que “corta” o bloco no seu menor sentido. Logo o eixo Y, da carga horizontal transversal, será o eixo que atravessa o bloco no maior comprimento. Para melhor entendimento, quando o usuário insere o

número de estacas, o programa faz uma representação gráfica do bloco, suas estacas e o sentido dos eixos à se considerar, conforme descrito no item 3.1.4 deste trabalho.

3.1.3. Altura do pórtico

A próxima informação solicitada pela planilha é a altura do pórtico (H_p). Esta altura é a distância do topo das estacas até o topo do pilar que se encontra sobre o bloco de coroamento. A unidade de medida que deve ser inserida é em metros.

3.1.4. Número de estacas

Esta planilha computacional foi programada para realizar o cálculo de conjuntos de estacas com duas, quatro, seis, oito, dez, doze ou quatorze estacas. Para isso a células azul para ser preenchida com o número de estacas (n_e) foi restringida com estas opções conforme mostra na Figura 9.

Número de estacas	$n_e =$	2
		2
		4
		6
		8
		10
		12
		14

Figura 9 - Número de estacas calculadas pela planilha.

Fonte: Autor

Após preencher esta célula é exibida uma representação gráfica das estacas. Esta representação mostra a nomenclatura que deve ser adotada para cada posição de estaca para que o programa funcione corretamente. Também mostra ao usuário o sentido dos eixos que ele deve considerar para a aplicação dos carregamentos. Na Figura 10 foi exemplificada como o programa representaria um conjunto de 8 estacas.

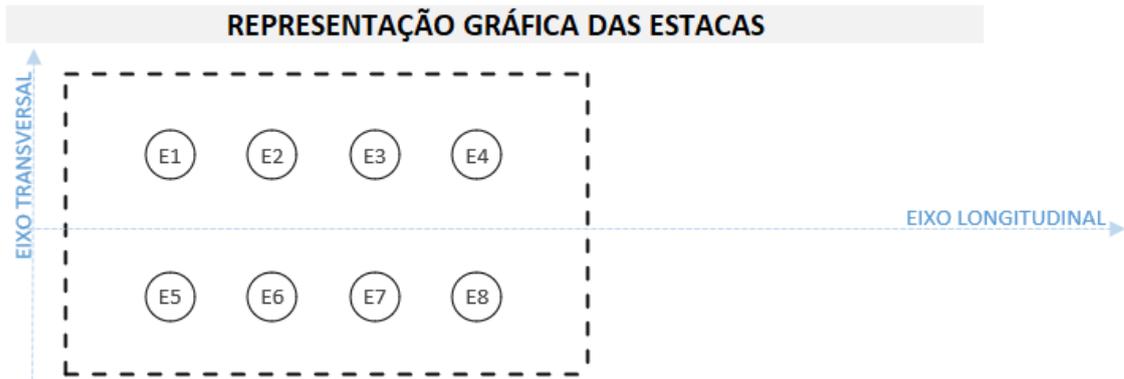


Figura 10 - Representação gráfica do conjunto.

Fonte: Autor

3.1.5. Diâmetro das estacas

Representado pela sigla d_e , o diâmetro das estacas deve ser informado em metros.

3.1.6. Distância entre estacas

A distância do centro de uma estaca até o centro de outra estaca deve ser constante ao longo de uma determinada direção, mas pode variar do sentido longitudinal para o sentido transversal. Deve ser informado na unidade de metros e seguir o sentido da nomenclatura indicado na Figura 11. Esta mesma figura também se encontra na planilha.

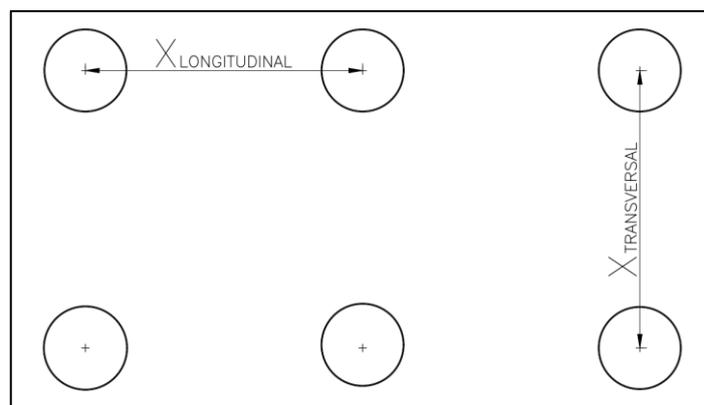


Figura 11 - Distância entre estacas.

Fonte: Autor

3.1.7. Resistência do concreto

A resistência característica do concreto à compressão, também chamada de f_{ck} , deve ser informada em Mpa.

3.1.8. Dimensões do bloco

As próximas informações solicitadas pelo programa são as dimensões do bloco de coroamento. A largura do bloco (L_b), é o tamanho em relação ao eixo transversal, o comprimento do bloco (C_b) é o tamanho em relação ao eixo longitudinal e a altura (H_b) é o tamanho em relação ao eixo Z representado no Figura 6. Todas estas medidas devem ser inseridas na planilha na unidade de metros.

3.1.9. Inclinação das estacas

O programa é válido para estacas com mesma inclinação, ou estacas mistas da seguinte forma: retas + inclinadas. Não é possível inserir duas inclinações distintas para um único conjunto de estacas no programa.

A inclinação deve ser inserida no formato “número / número”, por exemplo: 1/2, 1/4, 1/5, Ao lado deste valor aparece a inclinação em radianos e graus, que é calculada automaticamente pelo programa.

3.1.10. Altura do centro elástico e peso próprio do bloco de coroamento

Com os dados inseridos anteriormente o programa efetua o cálculo do centro elástico (CE) tanto na direção transversal quanto na direção longitudinal.

Também é calculado o peso-próprio do bloco de coroamento das estacas. Estas informações são apresentadas ao usuário conforme mostra na Figura 12.

Alturas do Centro Elástico (CE)	H Direção Transversal =	2,50 m
	H Direção Longitudinal =	5,00 m
Peso-próprio do bloco =	103,13 kN/m ²	

Figura 12 - Cálculo altura do centro elástico e peso-próprio do bloco.

Fonte: Autor

Para o cálculo das alturas do centro elástico foram utilizadas as equações 36 e 37 do item 2.3 deste trabalho. O peso próprio do bloco foi obtido com os dados informados através da Equação 42:

$$PP = \gamma_{conc} * L_b * C_b * H_b \quad (42)$$

3.1.11. Posicionamento das estacas

Para a automatização das equações que levam ao esforço sobre as estacas é preciso que o usuário informe o ângulo de inclinação da estaca quando observada pela vista superior e em relação ao eixo Z.

Posicionamento das estacas em relação aos planos de observação					
Estaca	E1	E2	E3	E4	E5
Ângulo					
Vista superior					
Eixo Z					

Figura 13 - Posicionamento das estacas em relação aos eixos.

Fonte: Autor

Como pode ser observado na exemplificação das Figuras 13, na primeira linha à ser preenchida, o usuário deve informar o ângulo de rotação da estaca quando observada pela vista superior. Essa rotação pode variar entre 0° e 359° e sempre deve ser obtida considerando o sentido positivo dos ângulos de uma circunferência. Na Figura 14 está um exemplo de bloco com estacas em diferentes posições. Para estacas retas, deve-se deixar a célula em branco, visto que a estaca reta não apresenta nenhuma angulação.

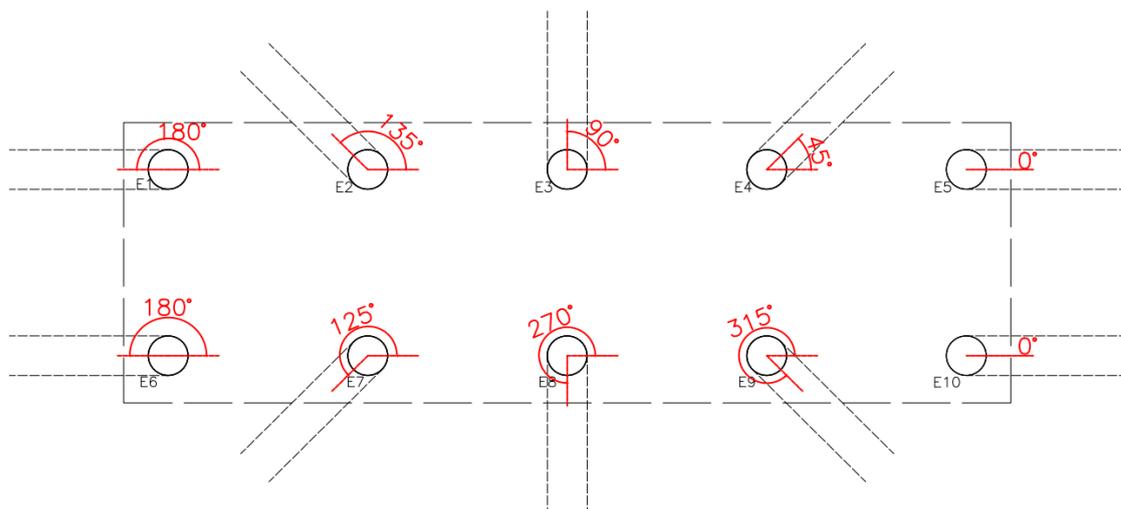


Figura 14 - Exemplificação de estaqueamento na vista superior.
Fonte: Autor.

Neste caso, o ângulo de cada estaca que deve ser inserido na planilha é o indicado em vermelho na Figura 14.

Para preencher a segunda linha das Figuras 13, é preciso informar o ângulo que cada estaca forma em relação ao eixo Z. Isto é a própria inclinação da estaca, em graus, no caso de ser estaca inclinada. Para estacas retas o valor a ser informado no programa deverá ser 0°.

Estes serão os últimos dados que o usuário deverá preencher para ter o resultado do esforço sobre cada estaca do conjunto.

3.1.12. Contribuição de esforços nas estacas

A planilha computacional identifica e informa a quantidade de estacas que recebem carga vertical, carga longitudinal e carga transversal. Logo após, o programa apresenta ao usuário o nome das estacas que recebem cada ação e informa a contribuição de cada uma. Para estacas comprimidas adota-se o sinal de menos (-) e para estacas tracionadas o sinal de mais (+).

Esse processo está demonstrado na Figura 15, no exemplo pode-se ver que o programa identificou 6 estacas recebendo a carga vertical e automaticamente aparece a nomenclatura dessas seis estacas com o seu respectivo sinal de contribuição (tração ou compressão) para cada uma das cargas.

Contribuição de esforços nas estacas (tração e compressão)	Carga vertical: 6 estacas	
	Carga longitudinal: 4 estacas	
	Carga transversal: 2 estacas	

Nomeação das estacas de acordo com a sua contribuição, compressão (sinal +) ou tração (sinal -)					
Carga vertical		Carga longitudinal		Carga transversal	
E1	+	E1	-		
E2	+			E2	+
E3	+	E3	+		
E4	+	E4	-		
E5	+			E5	-
E6	+	E6	+		

Figura 15 - Contribuição dos esforços nas estacas.

Fonte: Autor

3.1.13. Cálculos automatizados

Com todas as informações solicitadas já inseridas, o programa realiza o cálculo das parcelas de esforço referente a cada parcela dos carregamentos.

A primeira parcela é do esforço devido a carga vertical. O programa calcula a constante J_V e usa o resultado para calcular a parcela de esforço (F_i) vertical na unidade de kN. Para estes cálculos foi utilizada a Equação 39 e a primeira parcela da Equação 38, do item 2.3 deste trabalho.

Para as parcelas da carga horizontal longitudinal e transversal é usada a mesma sequência. Calcula-se J_{HL} e J_{HT} conforme a Equação 40, e obtém-se a contribuição de cada direção para a segunda parcela da Equação 38. Na Figura 16 tem-se um exemplo de cálculo retirado da planilha.

Parcela do esforço devido a carga vertical	
$J_V =$	5,7692
$F_i =$	280,45 kN

Parcela do esforço devido a carga horizontal longitudinal	
$J_{HL} =$	0,1538
$F_i = \pm$	76,49 kN

Parcela do esforço devido a carga horizontal transversal	
$J_{HT} =$	0,0769
$F_i = \pm$	50,99 kN

Figura 16 - Parcelas de esforço devido aos carregamentos.

Fonte: Autor

Para prosseguir com as fórmulas a planilha verifica o braço de alavanca formado entre o centro elástico e o ponto de aplicação do carregamento nas duas direções (X e Y).

Se houver braço de alavanca precisa ser calculado o esforço adicional causado pelo mesmo. Nesse caso o próprio programa calculará este esforço nas etapas seguintes. Caso o resultado dê zero, a planilha automaticamente informa o usuário com uma mensagem indicando que não há esforço adicional nas estacas daquela direção como exemplificado na Figura 17.

Verificação do braço de alavanca(BA) formado entre o centro elástico e o ponto de aplicação do carregamento:		
Direção Longitudinal:	BA _L =	0,00 m -> Logo não há esforços adicionais nas estacas nessa direção
Direção Transversal:	BA _T =	2,50 m

Figura 17 - Cálculo do braço de alavanca.

Fonte: Autor

As próximas parcelas calculadas automaticamente pelo programa são devido ao momento causado pelas forças longitudinal e transversal. Nessa etapa é exibido o momento longitudinal (M_L), o momento transversal (M_T), a distância das estacas ao centro do bloco perpendicular ao eixo (ri_1, ri_2, ri_3) quando houver, as constantes J_{ML} e J_{MT} e a parcela do esforço devido ao respectivo momento conforme ilustrado através de um exemplo na Figura 18.

As constantes J_{ML} e J_{MT} foram obtidas conforme a Equação 41, enquanto os momentos M_L e M_T surgiram da multiplicação da força horizontal, de cada direção, com o braço de alavanca mostrado na Figura 17.

Parcela devido ao momento causado pela força longitudinal	Parcela devido ao momento causado pela força transversal
$M_L = 0,00 \text{ kNm}$ $ri_1 = 1,00 \text{ m}$ $J_{ML} = 3,84615$ $F_L = \pm 0,00 \text{ kN}$	$M_T = 50,00 \text{ kNm}$ $ri_1 = 0,50 \text{ m}$ $J_{MT} = 0,96154$ $F_T = \pm 26,00 \text{ kN}$

Figura 18 - Parcela do esforço devido aos momentos.

Fonte: Autor

3.1.14. Superposição dos efeitos nas estacas

O método de Nökkentved obtém o esforço em cada estaca através do cálculo de parcelas de contribuição calculadas isoladas que quando somadas resultam no esforço final. A esta soma de esforços chamamos de superposição dos efeitos. Após todos os

“Projetar uma fundação em estacas para um pilar de ponte que recebe em seu topo uma carga vertical máxima (permanente + móvel) de 1500 kN e forças horizontais de 60kN e 20 kN respectivamente na direção longitudinal e transversal. Utilizar bloco retangular com 6 estacas e concreto $f_{ck} = 20$ MPa e aço CA-50. O espaçamento entre estacas será $e = 1,0$ m e inclinação 1:5 para todas.”

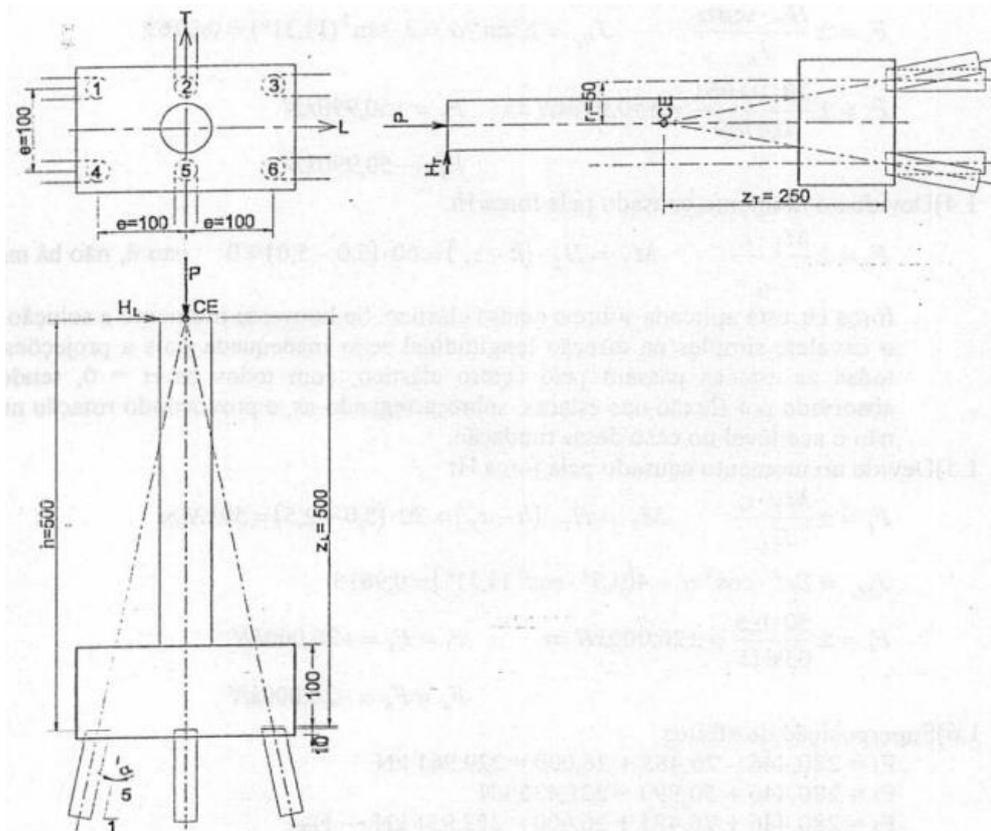


Figura 20 - Exemplo numérico.

Fonte: Spernau (sem data)

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos por Spernau (sem data):

Tabela 1 - Resultado dos esforços por Spernau (sem data)

$F1 = 280,445 - 76,485 + 26,000 = 229,961$ kN
$F2 = 280,446 + 50,990 = 331,436$ Kn
$F3 = 280,446 + 76,485 + 26,000 = 382,931$ kN
$F4 = 280,446 - 76,485 - 26,000 = 177,961$ kN
$F5 = 280,446 - 50,990 = 229,456$ kN
$F6 = 280,446 + 76,485 + 26,000 = 330,931$ kN

Fonte: Spernau (sem data).

Os dados fornecidos pelo enunciado foram inseridos na planilha computacional como representado no Figura 21.

Carregamentos:		
Peso-próprio do concreto	$\gamma_{\text{conc}} =$	25,00 kN/m ³
Carga vertical máxima	$V_k =$	1650,00 kN
Carga horizontal longitudinal	$HL_k =$	60,00 kN
Carga horizontal transversal	$HT_k =$	20,00 kN
Altura do pórtico		
	$H_p =$	5,00 m
Número de estacas		
	$n_e =$	6
REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS ESTACAS		
Diâmetro das estacas		
	$d_e =$	0,26 m
Distância entre estacas		
	$X_{\text{Transversal}} =$	1,00 m
	$X_{\text{Longitudinal}} =$	1,00 m
Resistência do concreto		
	$f_{ck} =$	25 MPa
Dimensões do bloco		
	$L_b =$	1,50 m
	$C_b =$	2,50 m
	$H_b =$	1,10 m
Inclinação das estacas		
	$1/5 = 0,1974 \text{ rad} = 11,31^\circ$	

Figura 21 – Inserindo dados na planilha.

Fonte: Autor.

Ainda, observou-se a figura do exemplo para inserir no programa o ângulo de cada estaca quando vista da parte superior. Estes ângulos estão representados na Figura 22.

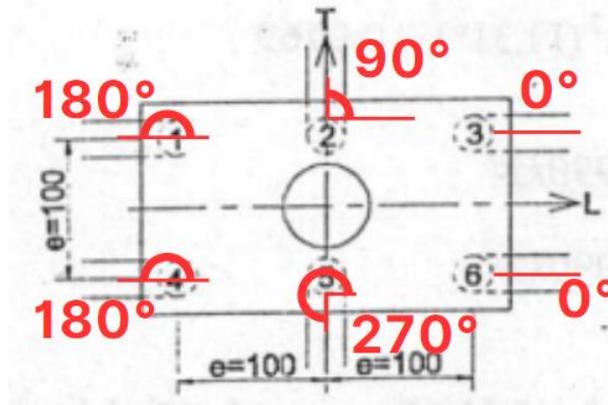


Figura 22 - Ângulo de rotação das estacas do exemplo.
Fonte: Autor.

Como todas as estacas do exemplo possuem inclinação 1/5, que corresponde ao ângulo de 11,31°, este será o valor inserido no local que o programa pede o ângulo formado com o eixo Z.

Com isso, chega-se ao resultado obtido pela planilha que está representado na Figura 23.

Resultado final	
E1 =	177,96 kN
E2 =	331,44 kN
E3 =	382,94 kN
E4 =	177,96 kN
E5 =	229,46 kN
E6 =	382,94 kN

Figura 23 - Resultado obtido através da planilha.
Fonte: Autor.

Tabela 2 - Comparativo resultados exemplo Sperna (sem data).

RESULTADO POR SPERNAU (2012)	RESULTADO DA PLANILHA ELETRÔNICA	DIFERENÇA DE RESULTADOS
E1 = 229,961 kN	E1 = 177,96 kN	0,23 %
E2 = 331,435 kN	E2 = 331,44 kN	0,00 %
E3 = 382,931 kN	E3 = 382,94 kN	0,00 %

E4 = 177,961 kN	E4 = 177,96 kN	0,00 %
E5 = 229,456 kN	E5 = 229,46 kN	0,00 %
E6 = 330,931 kN	E6 = 382,94 kN	0,14 %

Fonte: Autor

Pode-se observar, da Tabela 1, que a diferença dos resultados quando obtidos pelo método manual ou computadorizado foi relevante nas estacas E1 e E6. Após análise percebeu-se um erro de sinal na apostila de Spernau (sem data). O equívoco nos sinais levou a consideração oposta do efeito causado pelo momento devido a força horizontal transversal. Nas outras estacas a diferença deu-se apenas pelo arredondamento das últimas casas decimais.

Outro caso de exemplo numérico utilizado para validar a planilha, foi um exemplo criado pela autora. Foram feitos os cálculos que levam ao esforço sobre cada estaca de forma manual. Após, foram inseridos os dados necessários na planilha eletrônica e foi comparado os resultados obtidos em ambas as formas. Exemplo 2:

- Determinar a carga nas estacas sabendo que, com exceção das estacas centrais que não possuem inclinação, as outras possuem inclinação de 1:4. A carga vertical sobre o bloco é 2.400kN e as cargas horizontais são 67kN e 34kN nos respectivos sentidos longitudinal e transversal. O concreto utilizado nas estacas, que possuem diâmetro de 20cm, tem resistência característica à compressão de 25Mpa.

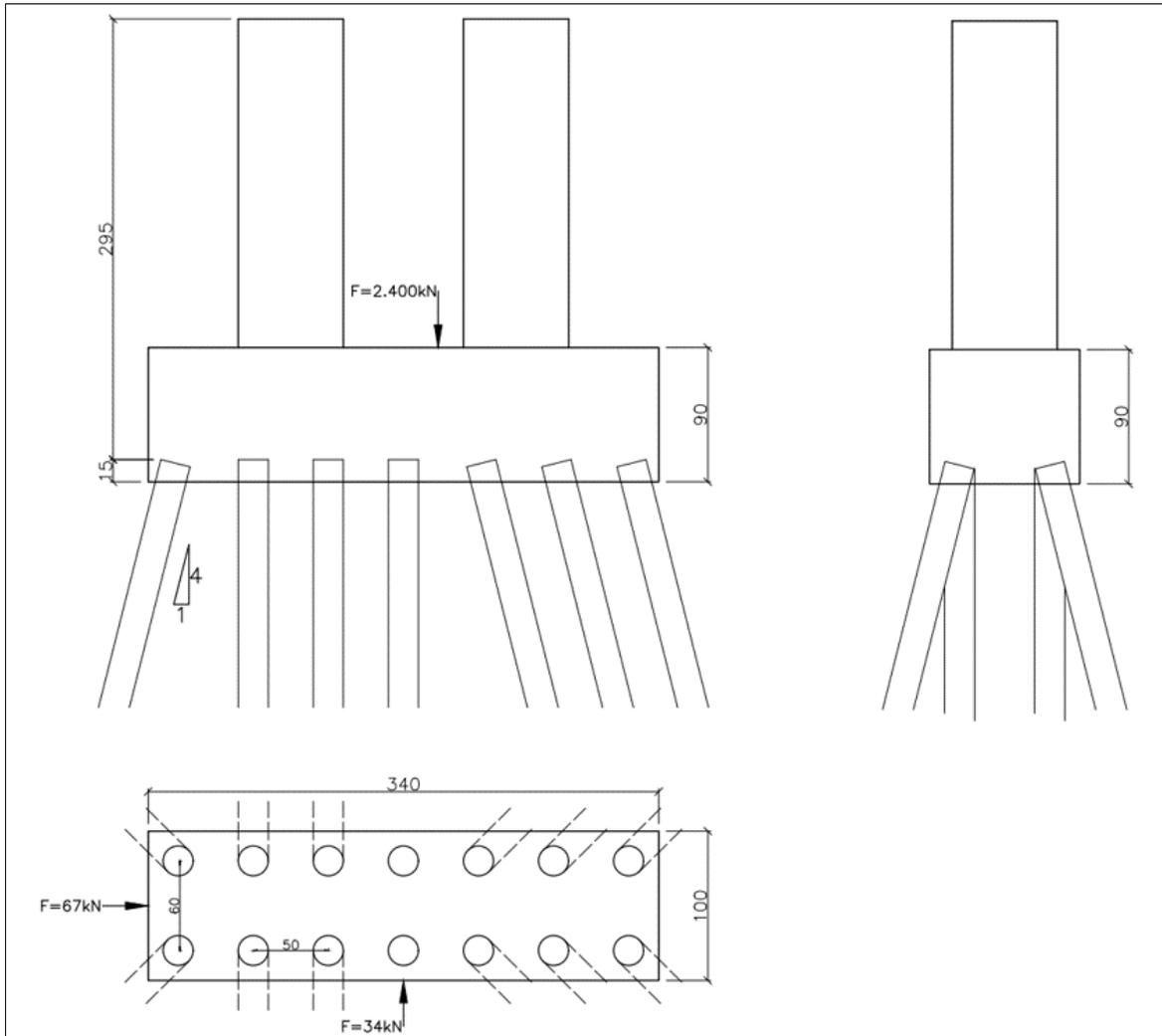


Figura 24 - Exemplo numérico 2

Fonte: Autor

Com base no exemplo, as informações inseridas na planilha estão representadas na figura 25.

Esforço sobre estacas inclinadas pelo Método de Nokkentved

INFORMAÇÕES: Preencher somente as células de cor azul:

PREENCHER

Antes de reutilizar a planilha apague os dados inseridos anteriormente clicando no botão ao lado:

APAGAR

Carregamentos:		
Peso-próprio do concreto	$\gamma_{\text{conc}} =$	25,00 kN/m ³
Carga vertical máxima	$V_k =$	2400,00 kN
Carga horizontal longitudinal	$HL_k =$	67,00 kN
Carga horizontal transversal	$HT_k =$	34,00 kN

Altura do pórtico	$H_p =$	2,95 m
-------------------	---------	--------

Número de estacas	$n_e =$	14
-------------------	---------	----

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS ESTACAS



Diâmetro das estacas	$d_e =$	0,20 m
----------------------	---------	--------

Distância entre estacas	$X_{\text{Transversal}} =$	0,60 m
	$X_{\text{Longitudinal}} =$	0,50 m

Resistência do concreto	$f_{ck} =$	25 MPa
-------------------------	------------	--------

Dimensões do bloco	$L_b =$	1,00 m
	$C_b =$	3,40 m
	$H_b =$	0,90 m

Inclinação das estacas	$1/4 = 0,2450 \text{ rad} = 14,04^\circ$
------------------------	--

Figura 25 - Inserção de dados do exemplo 2 na planilha.

Fonte: Autor

Para inserir no programa o posicionamento das estacas pela vista superior foram considerados os ângulos demonstrados na Figura 26. Para o ângulo formado com o eixo Z foi inserido o ângulo $14,04^\circ$ que é o correspondente a inclinação 1:4 das estacas. Estes valores inseridos na planilha estão demonstrados na Figura 27.

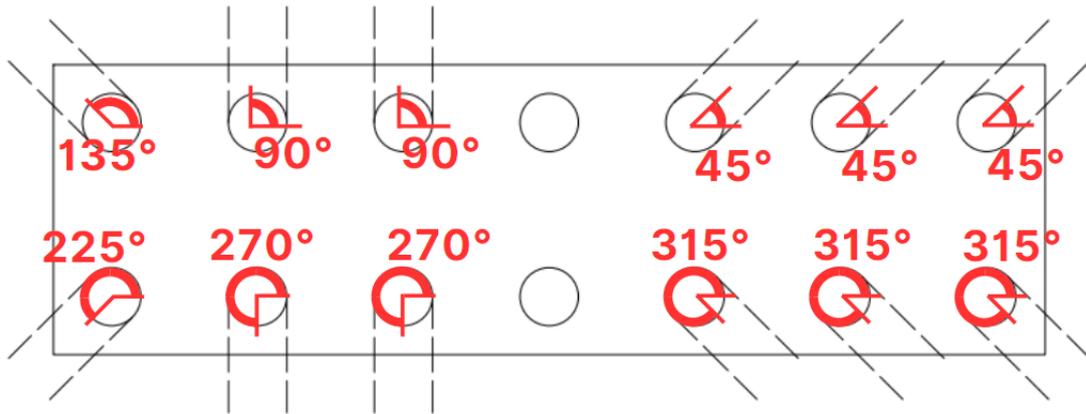


Figura 26 - Ângulo de posicionamento das estacas do exemplo 2.

Fonte: Autor

Posicionamento das estacas em relação aos planos de observação							
Estaca	E1	E2	E3	E4	E5	E6	
Vista superior	135°	90°	90°		45°	45°	
Eixo Z	14,04°	14,04°	14,04°	0,00°	14,04°	14,04°	
	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
	45°	225°	270°	270°		315°	315°
	14,04°	14,04°	14,04°	14,04°	0,00°	14,04°	14,04°

Figura 27 - Ângulos do exemplo 2 inseridos no programa.

Fonte: Autor

Os resultados obtidos através do cálculo manual podem ser conferidos na Figura 28.

Superposição dos efeitos:
$E1 = +182,344 - 34,500 + 11,680 - 7,246 - 17,569 = +134,709 \text{ kN}$
$E2 = +182,344 + 11,680 - 4,830 - 17,569 = +171,625 \text{ kN}$
$E3 = +182,344 + 11,680 - 2,415 - 17,569 = +174,04 \text{ kN}$
$E4 = +182,344 = +182,344 \text{ kN}$
$E5 = +182,344 + 34,500 + 11,680 - 2,415 + 17,569 = +243,678 \text{ kN}$
$E6 = +182,344 + 34,500 + 11,680 - 4,830 + 17,569 = +241,263 \text{ kN}$
$E7 = +182,344 + 34,500 + 11,680 - 7,246 + 17,569 = +238,847 \text{ kN}$
$E8 = +182,344 - 34,500 - 11,680 + 7,246 - 17,569 = +125,841 \text{ kN}$
$E9 = +182,344 - 11,680 + 4,830 - 17,569 = +157,925 \text{ kN}$
$E10 = +182,344 - 11,680 + 2,415 - 17,569 = +155,51 \text{ kN}$
$E11 = +182,344 = +182,344 \text{ kN}$
$E12 = +182,344 + 34,500 - 11,680 + 2,415 + 17,569 = +225,148 \text{ kN}$
$E13 = +182,344 + 34,500 - 11,680 + 4,830 + 17,569 = +227,563 \text{ kN}$
$E14 = +182,344 + 34,500 - 11,680 + 7,246 + 17,569 = +229,979 \text{ kN}$

Figura 28 - Resultado manual do exemplo 2.

Fonte: Autor

Quando calculados os esforços através da planilha computacional, chegou-se aos resultados mostrados na Figura 29.

Resultado final	
E1 =	134,68 kN
E2 =	171,63 kN
E3 =	174,04 kN
E4 =	182,34 kN
E5 =	243,69 kN
E6 =	241,28 kN
E7 =	238,86 kN
E8 =	125,82 kN
E9 =	157,93 kN
E10 =	155,52 kN
E11 =	182,34 kN
E12 =	225,17 kN
E13 =	227,58 kN
E14 =	230,00 kN

Figura 29 - Resultado eletrônico do exemplo 2.

Fonte: Autor

Tabela 3 – Comparativo de resultados do exemplo 2

RESULTADO MANUAL	RESULTADO DA PLANILHA ELETRÔNICA	DIFERENÇA DE RESULTADOS
E1 = 134,709 kN	E1 = 134,68 kN	0,00022 %
E2 = 171,625 kN	E2 = 171,63 kN	0,000029 %
E3 = 174,040 kN	E3 = 174,04 kN	0,0 %
E4 = 182,344 kN	E4 = 182,34 kN	0,000022 %
E5 = 243,678 kN	E5 = 243,69 kN	0,000049 %
E6 = 241,263 kN	E6 = 241,28 kN	0,000070 %
E7 = 238,847 kN	E7 = 238,86 kN	0,000054 %
E8 = 125,841 kN	E8 = 125,82 kN	0,00017 %
E9 = 157,925 kN	E9 = 157,93 kN	0,000032 %
E10 = 155,510 kN	E10 = 155,52 kN	0,000064 %
E11 = 182,344 kN	E11 = 182,34 kN	0,000022 %
E12 = 225,148 kN	E12 = 225,17 kN	0,000098 %
E13 = 227,563 kN	E13 = 227,58 kN	0,000075 %
E14 = 229,979 kN	E14 = 230,00 kN	0,000091 %

Fonte: Autor

Analisando os dados e comparando os resultados, ficou entendido que as pequenas variações de valor ocorreram devido ao arredondamento das casas decimais quando calculado de forma manual. A planilha eletrônica utiliza uma maior precisão nos valores

utilizados nas equações. Com isto, pode-se validar a planilha pois chegou aos resultados esperados.

5. CONCLUSÃO

Este Trabalho de Conclusão de curso teve como objetivo criar uma planilha automatizada que resultasse no esforço sobre cada uma das estacas de um conjunto de estacas inclinadas. As equações utilizadas seguiram o método de cálculo de Nökkentved, muito usado para o cálculo de estacas inclinadas de estruturas como pontes de concreto armado. O trabalho também objetivou esclarecer as etapas do cálculo que usualmente aparece em livros como grandes fórmulas, de forma não tão clara e objetiva.

Com este programa criado através do software da Microsoft será possível mais agilidade aos projetistas de estruturas de pontes. As equações aplicadas no programa puderam ser validadas através da comparação dos resultados de casos apresentados em livros didáticos. Como todo cálculo computacional, os resultados obtidos tem maior precisão numérica do que resultados obtidos manualmente.

O trabalho produziu os resultados esperados visto que permitiu a concepção de um programa sistemático e de fácil entendimento para chegar aos resultados de esforços em estacas inclinadas. Com a organização da planilha, o usuário tem acesso ao resultado de cada variável do passo-a-passo que leva ao resultado final.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se acrescentar na planilha eletrônica equações que automatizem o cálculo para outras combinações de blocos sobre estacas que não foram abordadas neste trabalho, bem como continuar a criação da planilha existente com o cálculo do dimensionamento do bloco de coroamento.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2022.

CAPUTO, H. P.; CAPUTO, A. N.; RODRIGUES, J. M. A., **Mecânica dos Solos e suas Aplicações**: mecânica das rochas, fundações e obras de terra. Volume 2, 7ª Edição, Rio de Janeiro: LTC, 2015.

NÖKKENTVED, C., **Cálculo de Estacarias**, Kopenhagen, 1924.

SCHIEL, F., **Estática de estaqueamentos**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos: publicação n° 10, 1957.

STAMATO, M. C., **Cálculo Elástico de estaqueamentos**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos: publicação n° 70, (sem data). Disponível em: <http://repositorio.eesc.usp.br/bitstream/handle/RIEESC/7676/C%C3%A1lculo%20el%C3%A1stico%20de%20estaqueamentos.pdf?sequence=1>

ALONSO, U. R., **Dimensionamento de Fundações Profundas**. São Paulo, Editora Edgar Blucher, 2ª reimpressão, 1998.

ALONSO, U. R., **Exercícios de fundações**. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda. Volume 1, 1983.

SPERNAU, W., **Apostila ECV-5260 Pontes**. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, (sem data).

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R., **Fundações**: Critérios de Projeto – investigações de Subsolo – Fundações Superficiais. Volume 1, São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

AOKI, N., VELLOSO, D.A., **Um método aproximado para estimativa da capacidade de carga de estacas**. Congresso Panamericano de Mecânica dos Solos e Fundações, Buenos Aires, 1975.

DÉCOURT, L., QUARESMA, A. R., **Capacidade de carga de estacas a partir de valores de SPT**. 6º Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Rio de Janeiro, 1978.

ARAUJO, I. S., **Planilhas Eletrônicas**. NT Editora, Brasília, 2014.

CAMPOS, J. C., **Elementos de Fundação em Concreto**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.