

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO DAS  
RELAÇÕES ENTRE A GEOMETRIA E AS  
GEOMETRIAS MOLECULARES**

**MONOGRAFIA**

**Wilian Schmidt**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2011**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO DAS  
RELAÇÕES ENTRE A GEOMETRIA E AS GEOMETRIAS  
MOLECULARES**

**por**

**Wilian Schmidt**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática,  
Área de Concentração em  
Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS),  
como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Especialista em Educação Matemática.**

**Orientador: Prof.<sup>a</sup> Dra. Karine Faverzani Magnago**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2011**

## ERRATA

Nos anexos de número 2 a 20, bem como em todas as figuras extraídas dos mesmos, ler **correspondente geométrico** ao invés de **correspondente geomtétrico**.

Na figura 2.3.4, localizada na página 15, ler **octaédrica** ao invés de **ocatédrica**.

**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Ciências Naturais e Exatas  
Curso de Especialização em Educação Matemática**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Monografia de Especialização

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE  
A GEOMETRIA E AS GEOMETRIAS MOLECULARES**

elaborada por  
**Wilian Schmidt**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Especialista em Educação Matemática**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**Karine Faverzani Magnago, Dra.**  
(Presidente/Orientadora)

**Primo Manoel Brambilla, Me. (UFSM)**

**Aline Marques da Silva, Ma. (UNIFRA)**

Santa Maria, 05 de agosto de 2011.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha vida e todo o aprendizado conquistado com este trabalho.

A minha família, por todo apoio e incentivo dedicados à minha formação.

Ao Rodrigo, pela amizade, paciência e incentivo nas horas difíceis.

Aos amigos, Alexandre, Robson e Germano pelo companheirismo dedicado durante todo esse tempo.

Às amigas, Flor, Rubia, Vania, Andréia, Lucielle, Lenice e Dinda (Vera), por sempre estarem presentes durante essa jornada.

Às colegas, Évelin, Thanise, Paula e Grazi, pelas conversas jogadas fora, risos e dramas antes, durante e depois das aulas.

A minha orientadora, Karine, e seu esposo, Márcio, que sem os quais esta pesquisa jamais teria acontecido.

Ao Colégio Politécnico da Universidade Federal de Santa Maria, por ter aberto as portas para que o projeto em sala de aula se realizasse.

Aos alunos, que se dispuseram a colaborar para a realização da pesquisa.

Aos professores, pelos debates e diálogos realizados em sala de aula.

À secretária do Curso, que não nos deixou esquecer dos prazos e responsabilidades.

Aos professores da banca, Primo, Aline e Atelmo, por terem dedicado parte do seu tempo para examinarem meu trabalho e trazerem sugestões para melhorá-lo.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, e não estão nominalmente citados.

**EPIGRAFE**

*... ensinar não é transferir conhecimento,  
mas criar as possibilidades para a sua  
produção ou a sua criação.*

Paulo Freire

## RESUMO

Monografia de Especialização  
Curso de Especialização em Educação Matemática  
Universidade Federal de Santa Maria

### **MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO DAS RELAÇÕES ENTRE A GEOMETRIA E AS GEOMETRIAS MOLECULARES**

**AUTOR: WILIAN SCHMIDT**

**ORIENTADORA: KARINE FAVERZANI MAGNAGO**

**Data e Local da Defesa: Santa Maria, 05 de agosto de 2011.**

O objetivo deste trabalho é propor uma reflexão didática sobre as relações entre a Geometria, estudada em Matemática, e as Geometrias Moleculares, estudadas em Química, através do ponto de vista dos registros de representação semiótica de Raymond Duval e da Modelagem Matemática. Para tanto, modelos moleculares foram construídos utilizando-se materiais como esferas de isopor, palitos e canudos plásticos para que a pesquisa pudesse ser aplicada em uma escola pública sem implicar em gastos elevados. Foi feita uma análise sobre os modelos construídos pelos alunos através da capacidade que os mesmos apresentaram de utilizar diferentes registros para representar os objetos de estudo. Assim, pode-se verificar a presença dos principais pressupostos estabelecidos por Duval durante a aplicação da pesquisa, bem como foi possível utilizar a Modelagem Matemática no âmbito educacional.

**Palavras-chave:** Geometria Molecular. Geometria. Modelagem Matemática. Registros de Representação Semiótica.

## ABSTRACT

Monograph Especialization  
Especialization Course in Mathematics Education  
Universidade Federal de Santa Maria

**MATHEMATICAL MODELING: A STUDY OF RELATIONS  
BETWEEN THE GEOMETRY AND MOLECULAR GEOMETRY**

AUTHOR: WILIAN SCHMIDT

ADVISER: KARINE FAVERZANI MAGNAGO

Defense Place and Date: Santa Maria, August 5<sup>th</sup>, 2011.

The objective of this work is to propose a theoretical reflection on the relationship between geometry, studied in mathematics, and molecular geometry, studied in chemistry through the standpoint of semiotic representation registers Raymond Duval and Mathematical Modeling. To this end, molecular models were constructed using materials such as styrofoam balls, toothpicks and plastic straws so that research could be applied in a public school without implying high costs. An analysis was made on the models constructed by students through the ability that they had to use different registers to represent the objects of study. Thus, one can verify the presence of the main assumptions by Duval for the application of research as well as was possible to use mathematical modeling in the educational field.

**Key words:** Molecular Geometry. Geometry. Mathematical Modeling. Semiotic Representation Registers.



## SUMÁRIO

1 Introdução .....	1
1.1 Objetivo Geral .....	2
1.2 Objetivos Específicos .....	3
1.3 Justificativa .....	3
2 Revisão Bibliográfica .....	6
2.1 Semiótica .....	6
2.2 Modelagem Matemática .....	8
2.2.1 Modelagem Matemática no Ensino.....	11
2.3 Química .....	12
3 Metodologia .....	17
3.1 Classificação .....	17
3.2 Materiais .....	17
3.3 Métodos .....	18
3.4 Desenvolvimento do Projeto .....	20
4 Resultados Prévios .....	27
5 Análise e Discussão dos Resultados .....	35
6 Considerações Finais .....	47
Bibliografia .....	48
Anexos .....	50;

## 1 INTRODUÇÃO

A ideia central deste trabalho surgiu a partir da orientação de um projeto de pesquisa interdisciplinar realizado por um grupo de estudantes do ensino médio de uma escola pública localizada no município de Santa Maria. Com o título “Cálculos Matemáticos Aplicados a Sólidos Cristalinos”, o trabalho tinha como objetivo principal o cálculo do raio atômico de elementos metálicos, sendo que os alunos buscavam mostrar ser possível alcançar este objetivo sem o uso de tecnologias avançadas como o uso de aparelhos de infravermelho e computadores de última geração.

Como ferramentas de trabalho para a construção de modelos físicos que auxiliassem o desenvolvimento dos cálculos algébricos necessários para determinar o raio atômico, os estudantes utilizaram materiais como esferas de isopor, palitos de madeira, barbantes, canudos plásticos, entre outros. Ideia esta que foi empregada de forma similar na atual pesquisa, visto que a mesma foi aplicada em uma escola pública e, portanto, necessitou-se a utilização de materiais de fácil manuseio, disponibilidade e baixo custo.

Com o intuito de estabelecer conexões entre determinados conhecimentos construídos nas disciplinas de Química e Matemática, que são, respectivamente, Geometria Molecular e Geometria Elementar, buscou-se na Modelagem Matemática e na Semiótica concepções que nortearam o desenvolvimento desta pesquisa, as quais serão abordadas no decorrer do presente trabalho.

O uso de regra de sinais é inerente ao ser humano, e a produção gerada por esse uso é o que Raymond Duval caracteriza como representação semiótica, portanto, a análise do conhecimento matemático se dá através da análise das representações de seus objetos. Assim, pode-se entender por representação semiótica todo esforço no intuito de se representar através de signos e/ou símbolos objetos que são essencialmente abstratos.

Assinalando a grande variedade das representações que são utilizadas em matemática, dentre as quais se podem citar: os diferentes sistemas de numeração, as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, Duval (2008, p. 19-23) aponta restrições de se utilizar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. Ainda segundo esse autor (Duval, 2008, p.22): “passar de um

registro de representação a outro, não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto”.

Essas transformações de registros são imprescindíveis para a compreensão dos objetos matemáticos, pois são elas que possibilitam a diferenciação entre o objeto e suas representações; em particular, nesse trabalho, elas serão acompanhadas do uso da Modelagem Matemática porque, segundo Bassanezi (2002, p.16): “a modelagem pressupõe multidisciplinaridade”, e é nesta última que são depositadas esperanças de que os estudantes possam conciliar e entrelaçar dois “mundos” de conhecimentos que estão aparentemente muito distantes um do outro, a Química e a Matemática.

Enquanto isso, as representações dos objetos presentes na geometria molecular suscitam o estudo de suas propriedades tanto no domínio do abstrato, onde as ideias não são diretamente inerentes ao mundo sensorial, quanto no domínio do concreto, que se trata de conhecimentos que se relacionam diretamente com os sentidos. Assim, se faz necessário a construção de modelos moleculares, para auxiliar na transição dos conhecimentos entre as representações “abstratas” e “concretas”. Enquanto isso é a Modelagem Matemática que permitirá associar o modelo molecular ao seu ente geométrico correspondente possibilitando assim o estudo de suas propriedades matemáticas.

Portanto, o estudo dos registros de representação, bem como suas transformações, aliado ao uso da Modelagem Matemática, será útil não apenas para compreendermos as dificuldades no processo de aprendizagem, referentes à geometria e geometria molecular, mas também para estabelecermos relações entre essas duas áreas distintas do conhecimento.

## **1.1 Objetivo geral**

O objetivo deste trabalho é propor uma reflexão didática sobre as relações entre a Geometria, estudada em Matemática, e as Geometrias Moleculares, estudadas em Química, através do ponto de vista dos registros de representação semiótica de Raymond Duval e da Modelagem Matemática.

## 1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho se classificam da seguinte maneira:

### 1. Quanto aos aplicadores e professores:

- Identificar o uso da Matemática enquanto ferramenta na aprendizagem de Química;
- Buscar o aperfeiçoamento teórico, dos professores envolvidos, no estudo das relações entre conteúdos de Matemática e de Química, no sentido do ensino integrado e contextualizado dessas disciplinas;
- Observar se ocorre a coordenação de registros de representações nas atividades realizadas pelos estudantes;
- Utilizar a Modelagem na Educação Matemática como ferramenta de ensino-aprendizagem.

### 2. Quanto aos alunos:

- Estudar as relações entre conceitos geométricos e geometrias moleculares por meio da construção de modelos e da correspondente representação gráfica;
- Realizar atividades lúdicas para a integração da aprendizagem da geometria e geometria molecular;
- Construir modelos que sirvam para o estudo e reconhecimento das diferentes formas presentes na geometria molecular;
- Identificar padrões na geometria molecular;
- Utilizar os modelos construídos para o (re)conhecimento de formas geométricas;
- Observar a presença de conceitos geométricos nos modelos construídos;
- Operar, coordenar e identificar os diferentes registros de representações.

## 1.3 Justificativa

De acordo com Marcelo Giordan (GIORDAN, 2007), poucos estudos históricos e epistemológicos sobre a representação estrutural na química têm sido feitos no Brasil e, mesmo no exterior, esse tipo de estudo não é muito comum. De acordo com ele, poucos estudos têm sido feitos no intuito de resolver os problemas de formação inicial e continuada de professores de química. Sendo assim, uma abordagem que integre os conhecimentos teóricos químicos acerca de geometria molecular com as teorias matemáticas é de grande

importância, em primeiro lugar pela inexistência ou quase ausência de trabalhos desse tipo, em segundo lugar porque pode auxiliar na promoção da integração entre essas duas áreas do conhecimento. Em última instância, o desenvolvimento de trabalhos que integram matemática e química, como o aqui proposto, pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de matemática, através da contextualização de um assunto considerado difícil (a geometria) e favorecer o contato do estudante com conteúdos avançados de química de um modo lúdico e que favoreça a aprendizagem da referida ciência. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (PCN+, 2002, p. 111).

A proposta metodológica desse projeto, no que tange o ensino-aprendizagem da Matemática, está baseada nas ideias dos seguintes pesquisadores. Segundo Duval:

(...) a compreensão da matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação diferentes. Essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado (DUVAL, 2008, p. 22).

Baseados nessa fala, propomos a construção de modelos de moléculas – e dos objetos matemáticos associados a elas – e sua representação gráfica. Esses modelos se enquadram no que Bassanezi (2002, p. 46) classifica como modelos estáticos; segundo ele, “As formulações estáticas utilizam geralmente, conceitos ligados à área de geometria onde a variável *tempo* não tem interesse”.

A seguir, no capítulo 2, é apresentado uma breve revisão bibliográfica sobre a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval. Também se faz necessário o desenvolvimento dos principais conceitos e objetivos da Modelagem Matemática que será aplicada no contexto da Educação Matemática. Por fim, é caracterizado, para um entendimento sucinto, do que se trata a Geometria Molecular abordada pela Química.

O capítulo 3 é constituído da metodologia de pesquisa, na qual é apresentada a classificação da pesquisa, os materiais utilizados e como o projeto foi desenvolvido junto a uma turma de alunos da segunda série do ensino médio de uma escola pública.

O capítulo 4 é dedicado à apresentação de resultados obtidos anteriormente através da construção dos principais modelos que foram abordados na aplicação em sala de aula. Esse capítulo é importante para se determinar os objetos matemáticos que poderiam ser estudados durante a aplicação do projeto.

O capítulo 5 é composto da análise e discussão dos resultados obtidos durante a aplicação do projeto, a qual será feita sobre a capacidade dos alunos de coordenarem e registrarem as diferentes representações de um mesmo objeto.

O trabalho é concluído no capítulo 6, o qual é constituído de considerações sobre o desenvolvimento da presente pesquisa e após, o referencial bibliográfico utilizado para a realização da mesma.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Semiótica

O processo de ensino-aprendizagem da matemática se dá, principalmente, através do estudo de seus objetos. Esses, não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. Por essa razão, as atividades sobre o objeto matemático ocorrem sempre pela sua representação semiótica, sendo essa representação, portanto, essencial à atividade cognitiva:

as representações semióticas, ou seja, as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica,...) parecem apenas ser o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais, ou seja, para as tornarem visíveis ou acessíveis a outro (DUVAL, 2009, p. 15).

Duval (2008, p.21) defende que “não se deve jamais confundir um objeto e sua representação”, uma vez que operando em mais de um sistema de representação, é implícito e primordial o entendimento de que nenhum dos registros de representação “é” o objeto matemático, mas que apenas o “representa”.

Muitas são as representações semióticas presentes na matemática, as quais serão tratadas por “registros” de representação, que nada mais são do que um conjunto de signos e símbolos que representam de alguma forma algum objeto. Segundo Duval (2008, p. 14), “a originalidade da matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” e completa: “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas”. Isso significa que a aprendizagem matemática pode estar vinculada a capacidade que um indivíduo tem de representar um mesmo objeto utilizando, no mínimo, dois conjuntos distintos de signos e símbolos dos quais se possam inferir propriedades e características inerentes a este objeto.

Essa coordenação ou mobilização dos registros nos remete as noções de *tratamento* e *de conversão*:

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e simetria. As conversões são

transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (DUVAL, 2008, p. 16).

Os tratamentos e conversões são operações cognitivas diretamente envolvidas no processo de apreensão do conhecimento matemático, onde, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Vale ressaltar, então, que para Duval (2008, p.22), é no trânsito entre esses diversos registros de representação que se encontra a chave para a aprendizagem em matemática.

Apesar disso, no ensino, apenas um sentido de conversão é privilegiado, pois muitos concluem, erroneamente, que o treinamento efetuado num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. Por isso, nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros de partida e de chegada. Baseando-se nisso Duval (2008, p.21) conclui que “os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida”. Por estarem presos a algum registro, é que não é dada a possibilidade aos alunos de reconhecerem o mesmo objeto matemático em duas de suas representações diferentes. Ele completa:

Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizarem os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem (DUVAL, 2008, p.21).

Assim, podemos concluir que os fenômenos cognitivos reveladores da atividade matemática concernem à mobilização de vários registros de representação semiótica e à conversão dessas representações e, que em toda análise de tarefa e em toda resolução de problemas, é importante diferenciar com cuidado os aspectos que sobressaem no tratamento de um registro bem como os que sobressaem em uma conversão, na qual esta pode ser uma simples mudança de registros ou uma mobilização de dois ou mais registros diferentes. Mas, essa distinção raramente é feita na análise das produções dos alunos, mesmo em problemas de geometria.

Concernente a Geometria, Almouloud defende, com base nas ideias de Duval, que esta envolve três formas de processo cognitivo que preenchem específicas funções epistemológicas:

- *visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa;
- *construção* de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- *raciocínio*, que é o processo que conduz para a prova e a explicação (ALMOULOU, 2008, p. 126).



Por outro lado, na dinâmica investigativa em problemas de geometria, distinguem-se quatro formas de apreensão que são:

1. *sequencial*: é solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com objetivo de reproduzir uma figura;
2. *perceptiva*: é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica;
3. *discursiva*: é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto;
4. *operatória*: está centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem (ALMOULOUD, 2008, p. 127).

Para realizar o estudo de conceitos, propriedades, estruturas e relações advindas dos objetos matemáticos, é preciso levar em consideração as diferentes formas de representações desses objetos, além disso, no desenvolvimento deste trabalho os objetos considerados são de cunho geométrico, portanto é de extrema importância a observação dos processos cognitivos – visualização, construção e raciocínio –, bem como das formas de apreensão – sequencial, perceptiva, discursiva e operatória –, visto que os mesmos se apresentam de forma sutil na coordenação dos registros, tanto nos tratamentos como conversões.

## 2.2 Modelagem Matemática

O uso de instrumentos matemáticos interrelacionados a outras áreas do conhecimento humano é necessário para o desenvolvimento de uma educação menos alienada e mais próxima da realidade dos indivíduos e sociedades. Esse conhecimento acumulado na forma de *ciência* depende de códigos e símbolos associados às representações orais e/ou visuais de comunicações, dando assim, origem à linguagem e representação gráfica. Visando uma absorção do pensamento com economia de linguagem, a matemática passa a ser “usada” para extrair a parte essencial de uma situação problema formalizando-a em um contexto abstrato. Dessa forma, segundo Bassanezi (2002, p.18), “a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância”.

O ser humano cria modelos para interpretar fenômenos naturais e sociais. Por se tratar de uma palavra de ambíguas definições e interpretações, este trabalho se aterá a dois modelos específicos: *modelo objeto*, que, Bassanezi (2002, p. 20) afirma ser “a representação de um

objeto ou fato concreto, onde suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis”; e o *modelo teórico*, que segundo o mesmo autor (Ibid., p. 20), “é aquele vinculado a uma teoria geral existente e construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação”.

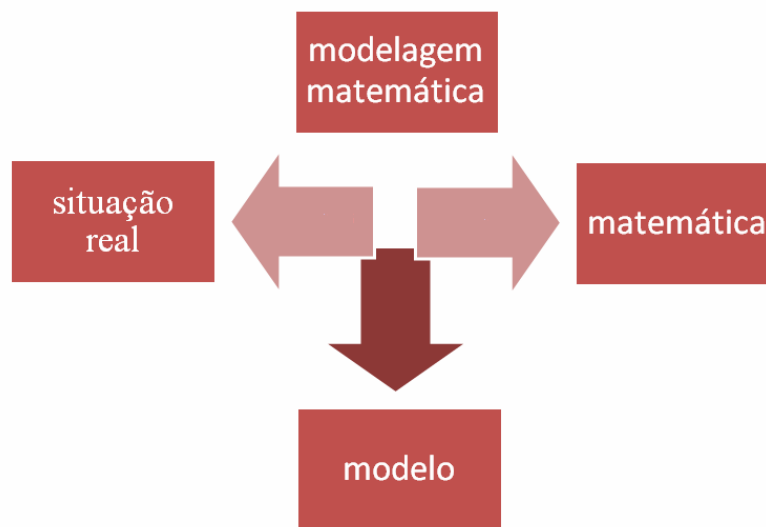
Um *Modelo Matemático* caracteriza-se como sendo um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto de estudo. Além disso, sua importância está relacionada à obtenção de uma linguagem concisa que expressa ideias de maneira clara e sem ambiguidades.

Bassanezi (2002, p.20), classifica os modelos matemáticos conforme o tipo de matemática utilizada: “linear ou não-linear, estático ou dinâmico, educacional ou aplicativo e estocástico ou determinístico”. Neste trabalho, faz-se uso da *formulação estática*, onde estas

[...] são formulações matemáticas envolvendo equações ou funções com uma ou mais variáveis onde os modelos matemáticos traduzem uma correspondência biunívoca entre as variáveis da formulação e as variáveis físicas do sistema caracterizado. As formulações estáticas utilizam, geralmente, conceitos ligados à área de geometria onde a variável tempo não tem interesse (BASSANEZI, 2002, p.46).

A obtenção e validação dos modelos matemáticos dão-se através da *Modelagem Matemática*, que Bassanezi (2002, p.24) define como “a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Biembengut e Hein (2007, p. 13) definem a matemática e realidade como conjuntos disjuntos onde a modelagem é um meio de interação entre ambos. Fato ilustrado na **figura 2.2.1**:



**Figura 2.2.1 – Esquema do processo de modelagem**

Figura adaptada de: BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas:

1. *Experimentação*: atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados, no qual os métodos experimentais geralmente são ditados pela natureza do experimento e objetivo da pesquisa.
2. *Abstração*: procedimento que leva à formulação dos modelos matemáticos.
3. *Resolução*: o modelo é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente.
4. *Validação*: é o processo de aceitação ou não do modelo proposto – nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – o grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação.
5. *Modificação*: o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, pois sempre pode ser melhorado (BASSANEZI, 2002, p. 26-32).

Assim, a modelagem matemática quando utilizada como instrumento de pesquisa pode, segundo Bassanezi (Ibid., p. 32), “estimular novas ideias e técnicas experimentais, além de servir como linguagem universal para a compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento”.

### 2.2.1 Modelagem Matemática no ensino

A aprendizagem realizada por meio da modelagem, além de facilitar a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações, torna-se consequência da interação do aluno com o seu ambiente natural e já não se dá unicamente no sentido do professor para aluno.

Bassanezi cita os principais argumentos apontados por Blum a favor da inclusão da Modelagem Matemática no ensino regular:

1. *Argumento formativo*: enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e a resolução de problemas como processo para desenvolver *capacidade* em geral e *atitudes* dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
2. *Argumento de competência crítica*: focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
3. *Argumento de utilidade*: enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4. *Argumento intrínseco*: considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas.
5. *Argumento de aprendizagem*: garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática (Bassanezi, 2002, p.36).

E, mesmo com estes argumentos positivos, Bassanezi deixa claro que há três tipos de dificuldades encontradas ao se aplicar a modelagem:

- a) *Obstáculos instrucionais*: Os cursos regulares possuem um *programa* que deve ser desenvolvido completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado não dando tempo para cumprir o programa todo.
- b) *Obstáculos para os estudantes*: O uso de modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. [...] A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática em estudo. Também o tema escolhido para modelagem pode não ser motivador para uma parte dos alunos provocando desinteresse.
- c) *Obstáculos para o professor*: Muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem (Bassanezi, 2002, p.37).

Essas dificuldades podem ser minimizadas ao se levar em consideração dois fatores importantes, onde o primeiro é apresentado por Barbosa (2001, p.2) e diz respeito ao fato da

Modelagem Matemática na Educação Matemática possuir propósitos, dinâmica de trabalho e natureza de discussões matemáticas diferentes daquelas presentes na modelagem profissional; a primeira preocupa-se com os aspectos cognitivos desenvolvidos durante o processo de modelagem, e não visa exclusivamente a obtenção de um modelo que se adapte as variações de um dado problema, já a segunda visa a resolução de um problema através da solução de equações ou sistemas de equações e a interpretação do mesmo se dá através do modelo proposto. O segundo fator, e igualmente importante, aparece na obra de Bassanezi (2002, p.38): “a modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”.

Além disso, segundo Barbosa (2001, p.4), as atividades de modelagem devem ser consideradas como “oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea”. Portanto, Matemática e Modelagem não se apresentam como *fins* e sim como *meios* para o questionamento da realidade e, desta forma, elas devem ser capazes de gerar nos alunos, bem como professores, algum nível de crítica (social, cultural, entre outras).

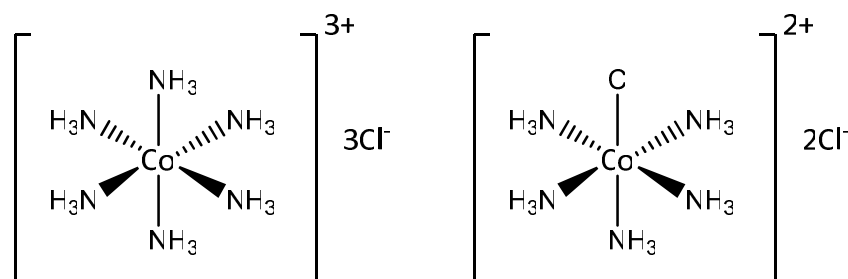
Assim, indo ao encontro das ideias de Barbosa (2001, p.5), a modelagem pode ser vista como “uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento”. Logo, os conceitos e ideias matemáticas que serão exploradas nas atividades de modelagem devem tomar uma direção a partir do momento que os alunos desenvolvem as tarefas.

### **2.3 Química**

O problema da representação na química não é novo, tampouco é de importância secundária, visto que a química é uma ciência com duplo caráter: é ao mesmo tempo experimental (ou empírica) e teórica. Enquanto ciência empírica, a química depende da perícia do experimentador e da sua habilidade em relatar os resultados dos experimentos de forma clara, concisa e prática, de tal forma que outro experimentador possa ler o relato da experiência e seja capaz de reproduzi-la sem maiores problemas. No entanto, dependendo do tipo de experimento ou dos resultados encontrados, a simples descrição da técnica empregada para a realização do mesmo não é suficiente para a perfeita compreensão. Nesse momento

torna-se necessário teorizar, tendo como base a observação e a correta descrição fenomenológica. Um exemplo clássico do que está sendo discutido é o caso da teoria dos complexos de coordenação, desenvolvida ao longo de duas décadas pelo químico alemão Alfred Werner, vencedor do prêmio Nobel de química do ano de 1917 (Benvenuti, 2006).

Trabalhando com sais de cobalto (Co), ele produziu uma série de compostos de fórmula geral  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]\text{Cl}_3$ ,  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{Cl}]\text{Cl}_2$ ,  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_4\text{Cl}_2]\text{Cl}$ , e  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_3\text{Cl}_3]$  nos quais o cobalto possui estado de oxidação +3 e está ligado de forma distinta às moléculas de amônia ( $\text{NH}_3$ ) e aos íons cloreto ( $\text{Cl}^-$ ). Combinando uma impecável lógica geométrica espacial e um apurado conhecimento de isomerismo óptico e geométrico orgânico com padrões de reações de titulação, além de contar com um aparelho para medir condutividade elétrica dos seus recém formados compostos, ele foi capaz de explicar as diferenças de cores observadas entre compostos cuja fórmula geral era idêntica e foi capaz de prever as geometrias espaciais dos ligantes em torno do átomo central. A título de ilustração, a **figura 2.3.1** mostra representações espaciais modernas correspondentes às fórmulas químicas descritas anteriormente.

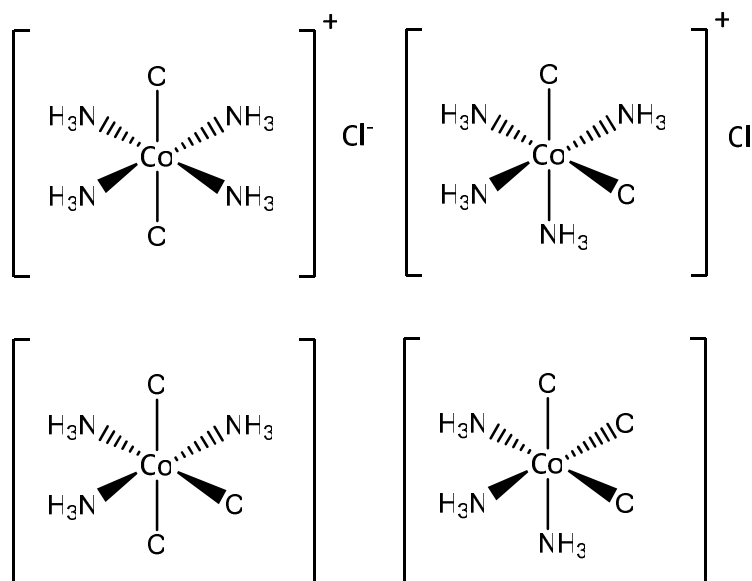


**Figura 2.3.1 – Representação química espacial dos complexos de coordenação  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]\text{Cl}_3$ , e  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{Cl}]\text{Cl}_2$ , respectivamente**

Observe que as duas moléculas acima representadas possuem a fórmulas químicas gerais diferentes e, também, estruturas espaciais diferentes. Ambas as estruturas são classificadas pelos químicos como octaédricas. Para se observar um octaedro nas estruturas acima, é necessário abstrair os grupamentos ligados ao cobalto e imaginar que por eles passam os vértices de um triângulo. Para a primeira molécula, cada três grupamentos  $\text{NH}_3$  constituem um triângulo equilátero, e o conjunto de seis grupamentos gera um total de oito faces triangulares, que formam um octaedro regular. O mesmo argumento pode ser feito para a segunda molécula da **figura 2.3.1**. Werner conseguiu, inclusive, distinguir entre ligantes de

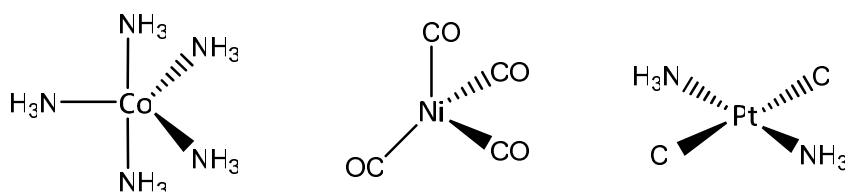
esfera interna (ligados diretamente ao átomo central) e os de esfera externa (interagindo com o metal a uma distância maior, por meio de forças iônicas).

Prosseguindo com seus experimentos, Werner conseguiu definir ainda outras estruturas geométricas espaciais, todas contendo seis grupamentos coordenados ao átomo de cobalto e correspondendo a substâncias com cores e demais características físico-químicas distintas entre si. Veja a **figura 2.3.2**.



**Figura 2.3.2** – Representação química espacial dos complexos de coordenação  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_4\text{Cl}_2]\text{Cl}$  (acima), e  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_3\text{Cl}_3]$  (abaixo)

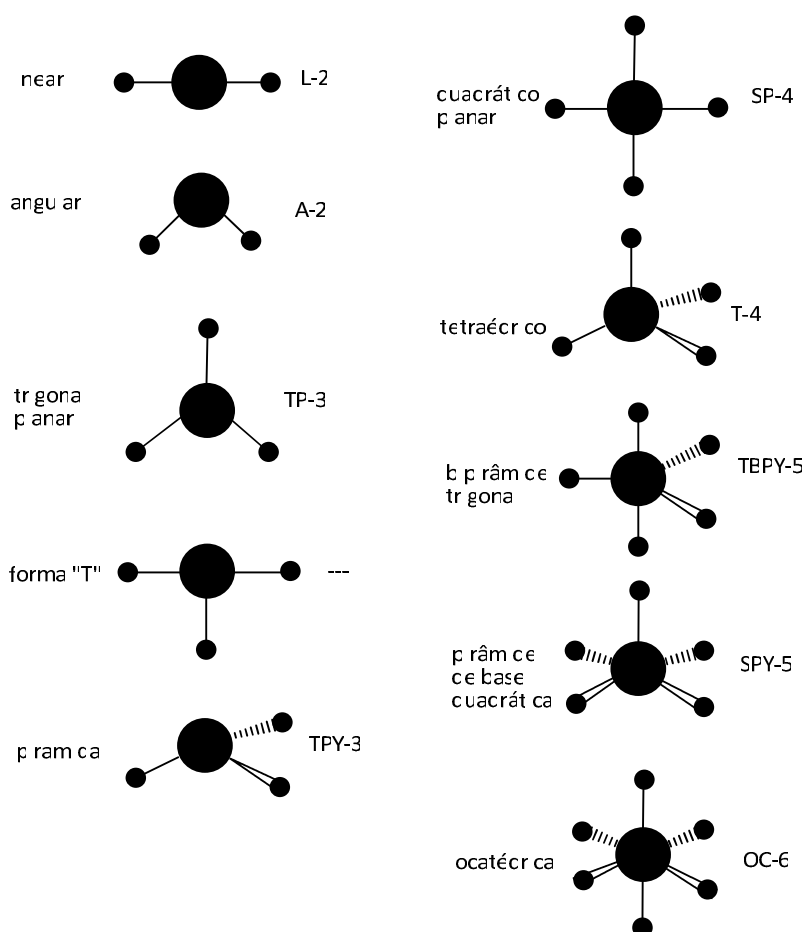
Ele ainda desenvolveu experimentos com complexos de cobalto com as mais diferentes combinações de amônia e cloro na composição, além de ter sintetizado compostos baseados em níquel. O mais importante dessa revisão química é que Werner conseguiu definir outras formas geométricas além da octaédrica. Veja na **figura 2.3.3** alguns exemplos de complexos de coordenação com geometrias moleculares variadas.



**Figura 2.3.3** – Representações químicas espaciais de complexos de coordenação com geometria bipirâmide trigonal (esquerda), tetraédrica (centro) e quadrática (direita)

Mais tarde, um conjunto de regras foi desenvolvido por Nyholm e Gillespie (McMaster Chemical Extracts, 1999) e o modelo da repulsão dos pares de elétrons da camada de valência (VSEPR - Valence Shell Electron Pair Repulsion) foi criado. Argumentos similares aos usados por Werner foram utilizados, além de uma sólida argumentação acerca das forças de repulsão entre pares de elétrons compartilhados e não-compartilhados bem como os ângulos preferenciais que os ligantes e os pares isolados costumavam assumir deram origem a uma série de representações geométricas espaciais bem como a uma nova terminologia química para essas representações.

Modernamente, a união internacional de química pura e aplicada (IUPAC - International Union of Pure and Applied Chemistry), classifica as geometrias moleculares segundo o número de ligantes em torno do átomo central e de acordo com os ângulos preferenciais que esses ligantes assumem quando ligados a um átomo central (Dupont, 2005). A **figura 2.3.4** exibe os nomes das figuras geométricas de referência, o símbolo segundo a IUPAC.



**Figura 2.3.4 – Representações esquemáticas das principais geometrias moleculares, nomes químicos usuais e classificação IUPAC**



Em todos os exemplos exibidos anteriormente, nota-se que o termo geometria e os nomes das disposições espaciais dos grupamentos ligados ao átomo central são ligeiramente diferentes aos que os matemáticos estão acostumados. Isso pode se dever ao fato de que os químicos têm pouca afinidade com esta última ciência e vão criando nomenclaturas próprias, de acordo com a necessidade de uso. O que é um tetraedro do ponto de vista da matemática não é necessariamente o que um químico chamaria de tetraedro.

## **3 METODOLOGIA**

Este capítulo apresenta, inicialmente, o tipo de pesquisa em que se enquadra o presente trabalho. Em seguida são apresentados os materiais que foram utilizados durante a execução do projeto. Por fim, são apresentadas a metodologia e o relato do desenvolvimento das atividades realizadas com um grupo de estudantes da segunda série do ensino médio de uma escola pública.

### **3.1 Classificação**

Essa pesquisa é de natureza aplicada, pois visa à união de conhecimentos de áreas distintas para o desenvolvimento de uma prática (projeto) em sala de aula. De abordagem qualitativa, busca descrever e interpretar a produção de significados dos participantes acerca das atividades. A respeito dos procedimentos técnicos a pesquisa se classifica como pesquisa-ação, pois:

a pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes (Fiorentini, 2009, p. 112).

Além disso, em geral, a pesquisa-ação tem se voltado para a resolução de problemas práticos e trata-se de um processo investigativo de intervenção em que se unem a prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa.

### **3.2 Materiais**

A aplicação do projeto prevê o uso de:

- Bolas de isopor;
- Palitos de madeira;

- Cola;
- Barbante;
- Régua;
- Transferidor;
- Canudos plásticos;
- Papel.

Além destes materiais poderão ser utilizados outros sugeridos pelos alunos durante a execução das atividades.

### 3.3 Métodos

Segundo Barbosa, a Modelagem Matemática pode ser classificada em três *casos*:

*Caso 1:* O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

*Caso 2:* O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

*Caso 3:* A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. (BARBOSA, 2001, p. 8).

Junto a um grupo de estudantes da segunda série do ensino médio de uma escola pública foram realizadas atividades que podem ser enquadradas no *caso 1* da classificação acima. Isso se deve ao fato de que os objetos a serem construídos já foram previamente definidos na **seção 2.3** deste texto. Além disso, as atividades não tiveram base nos conceitos da “Modelagem Matemática Profissional” e sim na “Modelagem na Educação Matemática” visto que a segunda prioriza o desenvolvimento das atividades de modelagem e não tem por finalidade a busca de um “modelo final”.

Assim, o que se esperava dos estudantes era a construção dos modelos que “representam” as geometrias moleculares no intuito de que os mesmos pudessem visualizar os objetos matemáticos associados a cada um dos objetos químicos que compõem a Geometria Molecular.

Para tanto, os alunos foram divididos em seis grupos de três ou quatro estudantes para que todos pudessem interagir durante a realização das atividades. Não se sabendo o “nível de

conhecimento” de cada aluno para que se pudesse buscar a homogeneidade dos grupos e, também, para evitar constrangimentos, essa divisão foi feita através de sorteios.

Treze moléculas foram selecionadas de forma aleatória para a construção dos modelos, dentre elas seis são representadas por formas geométricas planas e sete por formas geométricas espaciais. São elas:

- Molécula de Cloro ( $\text{Cl}_2$ );
- Dióxido de Carbono ( $\text{CO}_2$ );
- Fosfogênio ( $\text{COCl}_2$ );
- Dióxido de Enxofre ( $\text{SO}_2$ );
- Trifluoreto de Cloro ( $\text{ClF}_3$ );
- Tetrafluoreto de Xenônio ( $\text{XeF}_4$ );
- Pentacloreto de Fósforo ( $\text{PCl}_5$ );
- Pentacloreto de Antimônio ( $\text{SbCl}_5$ );
- Hexafluoreto de Enxofre ( $\text{SF}_6$ );
- Pentafluoreto de Iodo ( $\text{IF}_5$ );
- Pentafluoreto de Bromo ( $\text{BrF}_5$ );
- Amônia ( $\text{NH}_3$ );
- Metano ( $\text{CH}_4$ ).

As moléculas  $\text{SO}_2$ ,  $\text{ClF}_3$ ,  $\text{XeF}_4$ ,  $\text{PCl}_5$ ,  $\text{SbCl}_5$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{IOF}_5$ ,  $\text{IF}_5$  e  $\text{BrF}_5$  possuem átomo central relativamente grande, assim podem acomodar um maior número de elétrons em sua camada de valência, esse fenômeno é conhecido como **expansão da camada de valência**. Desta forma as ligações se comportam como ligações covalentes simples o que faz com que a previsão da geometria molecular de cada uma delas não seja tão complicada.

Primeiramente, cada um dos grupos sorteou uma molécula que apresenta geometria molecular “plana”. Após esse momento os grupos passaram a desenvolver estratégias para construir o modelo físico similar ao modelo teórico. Depois de construírem os modelos, foi solicitado a cada grupo que preenchessem um relatório (ver **anexo 2**). Na segunda etapa das atividades, cada grupo sorteou uma das seguintes geometrias: bipirâmide trigonal, pirâmide de base quadrática e octaédrica. Terminada a construção do modelo os alunos preencheram o relatório (ver **anexos 3 a 14**). Finalmente, os grupos sortearam estruturas que apresentavam geometria tetraédrica e piramidal. Essas últimas foram separadas das anteriores, pois a construção de seus modelos apresenta um grau de dificuldade maior em relação às demais.

Construídos os modelos, cada grupo preencheu o relatório referente às moléculas construídas (ver **anexos 15 a 20**).

As atividades foram avaliadas através do domínio dos alunos em manipular diferentes registros de representação dos objetos estudados por cada grupo. Essa avaliação foi feita com base nos relatórios, onde cada grupo buscou representar os modelos construídos através de sua geometria correspondente, modelo bola-palito e fórmula estrutural. Além disso, foi possível comparar os resultados obtidos através dessas construções com resultados obtidos anteriormente visto que antes dos alunos serem divididos em grupos foi solicitado aos mesmos que preenchessem um quadro que continha diferentes registros de representação de diferentes moléculas (ver **anexo 1**).

### **3.4 Desenvolvimento do projeto**

O projeto foi aplicado junto a um grupo de estudantes da segunda série do Ensino Médio de uma escola pública da rede federal. Três encontros foram necessários para o desenvolvimento das atividades, cada um com duração, em média, de duas horas. As reuniões foram marcadas de acordo com a disponibilidade de horários dos estudantes, fora do horário de aula, de maneira que os mesmos pudessem dar sequência às atividades.

Os alunos foram convidados, pelo seu professor de Química, a participar do projeto como voluntários. No primeiro encontro, dezessete alunos se fizeram presentes. Após uma breve apresentação do projeto (objetivos, materiais e métodos, bem como uma pequena explicação sobre a teoria na qual o projeto se baseia), foi proposta aos estudantes uma atividade na qual os mesmos deveriam preencher um quadro (ver **anexo 1**), que tem por objetivo avaliar seus conhecimentos acerca da Geometria, tanto no âmbito da Geometria Molecular, quanto da Geometria Plana e Espacial, através da coordenação de registros apresentada pelos alunos. Após a realização desta atividade, os estudantes foram distribuídos em seis grupos, de três ou quatro componentes, através de sorteios.

Dezenove alunos estavam presentes no segundo encontro e após se organizarem em seus respectivos grupos, foram sorteadas seis moléculas de “estrutura plana”, uma para cada grupo; além disso, os estudantes receberam o material necessário para a confecção de cada uma das moléculas. Nesta etapa, os alunos deveriam discutir, entre os componentes do seu grupo, qual a melhor estratégia a ser tomada para construir os modelos.

O grupo que sorteou a molécula de cloro ( $\text{Cl}_2$ ) não necessitou desenvolver estratégias para o cálculo de ângulos, uma vez que a mesma possui apenas dois átomos e ambos compartilham um elétron na camada de valência para se estabilizar. Dessa forma os alunos concluíram facilmente que a geometria da mesma é linear, como se pode ver no modelo construído pelo grupo ilustrado na **Figura 3.4.1**.



**Figura 3.4.1** – Modelo de representação da molécula de  $\text{Cl}_2$  construído pelos alunos

Enquanto isso, o grupo encarregado de construir a molécula de  $\text{CO}_2$ , após desenvolver a fórmula de Lewis e a fórmula estrutural da respectiva molécula, utilizou a estratégia descrita na **Figura 3.4.2** para construir o modelo.

*Calculamos o ângulo de  $180^\circ$  através de um transferidor, e usamos como referência marcas já feitas nas bolas de isopor. Estas marcas, perfurações foram feitas com a ajuda de um palito de madeira.*

**Figura 3.4.2** – Imagem extraída do anexo 4

Por meio dessa estratégia, os estudantes construíram o modelo apresentado na **Figura 3.4.3**.

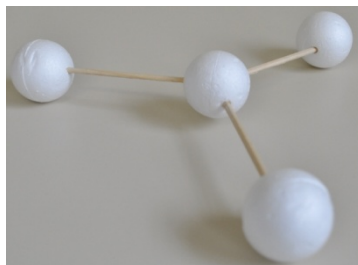


**Figura 3.4.3** – Modelo de representação da molécula de  $\text{CO}_2$  construído pelos alunos

Das moléculas de “geometria plana” os casos de estratégia diferenciadas para a confecção dos modelos foram essas, em que no caso da molécula de  $\text{Cl}_2$  (**Figura 3.4.2**) apenas foram colocadas duas esferas de isopor, uma em cada ponta do palito de madeira e, no caso da molécula de  $\text{CO}_2$  (**Figura 3.4.3**) que foi utilizado um transferidor para se medir o ângulo de  $180^\circ$  formado pelas esferas periféricas.

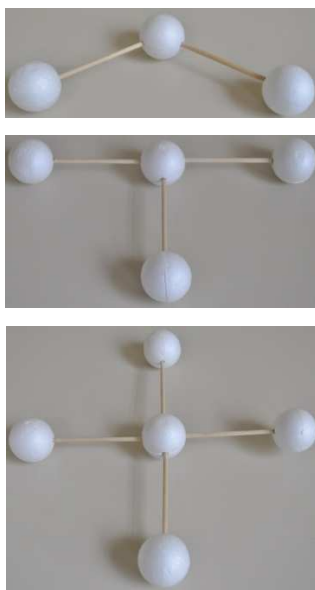
Os demais grupos utilizaram estratégias parecidas para construir os demais modelos de geometria molecular plana; alguns utilizaram barbantes para medir o comprimento de circunferência determinado pelo plano equatorial da esfera de isopor e após dividiram esse

comprimento pelo número de átomos a ser inseridos em torno da esfera central. Outros utilizaram a mesma estratégia, apenas ao invés de utilizar barbante usaram tiras de papel.



**Figura 3.4.4 – Modelo de representação da molécula de  $\text{COCl}_2$  construído pelos alunos**

Os grupos que sortearam as moléculas de  $\text{SO}_2$ ,  $\text{ClF}_3$  e  $\text{XeF}_4$  apresentaram dificuldades para desenvolver a fórmula de Lewis e estrutural, mas após explicações sucintas sobre os casos de “expansão da camada de valência” os mesmos desenvolveram normalmente as atividades e produziram os modelos apresentados na **Figura 3.4.5**.

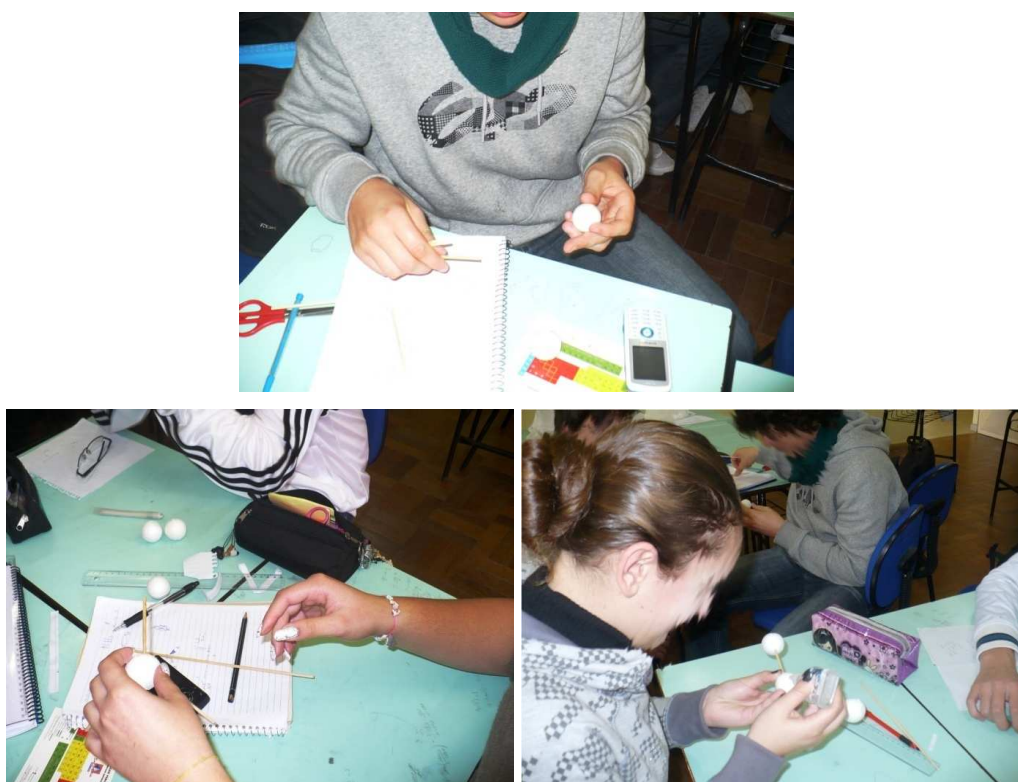


**Figura 3.4.5 – Modelos de representação das moléculas de  $\text{SO}_2$ ,  $\text{ClF}_3$  e  $\text{XeF}_4$  (nessa ordem de cima para baixo)**

Concluída a tarefa da construção dos modelos, os estudantes receberam uma folha intitulada “relatório” (ver **anexo 2**), onde os mesmos deveriam explicitar a fórmula molecular, a classificação na geometria molecular, a estratégia utilizada pelo grupo para construir o modelo e, registrar, de alguma forma, as respectivas fórmulas estruturais, o modelo bola-

palito e o correspondente geométrico associado ao modelo. Após a conclusão do relatório, foram sorteadas seis “estruturas espaciais”, uma para cada grupo.

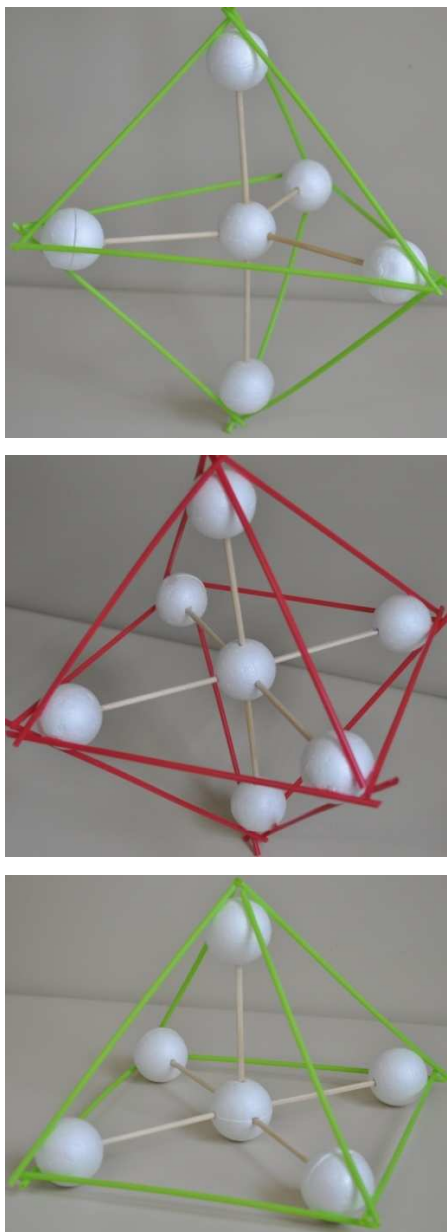
Para construir os modelos espaciais os grupos utilizaram estratégias parecidas, nas quais os estudantes marcaram os lugares dos átomos em torno do plano equatorial da esfera central utilizando estratégias parecidas com as dos átomos planos, e somente depois inseriram os átomos perpendiculares a esse plano. A **Figura 3.4.6** ilustra o trabalho de alguns estudantes. Os alunos foram liberados do encontro após terem confeccionado os modelos tridimensionais.



**Figura 3.4.6 – Alunos construindo modelos**

Dezessete estudantes compareceram ao terceiro encontro, ainda em seus respectivos grupos, eles receberam canudos plásticos para evidenciar a forma geométrica de cada modelo espacial construído no encontro anterior, conforme a **Figura 3.4.7**.



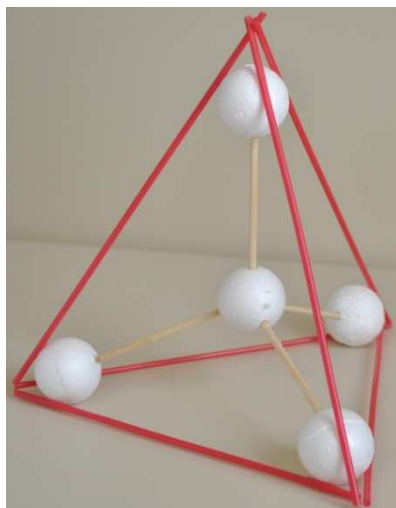


**Figura 3.4.7 – Modelos de representação das moléculas de  $\text{PCl}_5$ ,  $\text{SF}_6$  e  $\text{BrF}_5$  (nessa ordem de cima para baixo)**

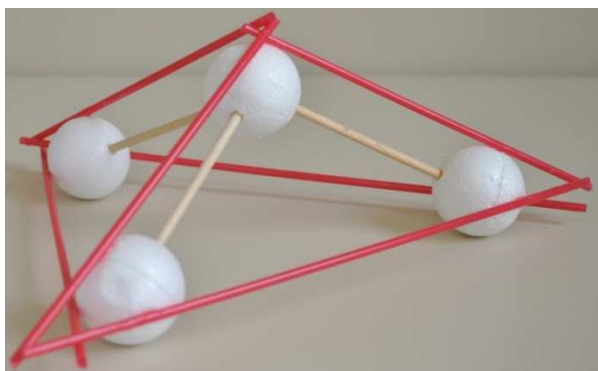
Após concluírem as atividades de colagem, da mesma forma como foi feito para os modelos planos, os alunos preencheram e entregaram os relatórios referentes aos modelos tridimensionais. Ainda, foi sorteado para cada grupo, mais uma estrutura espacial, a saber, tetraédrica e piramidal. Estas estruturas foram separadas das demais devido ao seu grau de dificuldade tanto para o cálculo dos ângulos, como para a própria confecção do modelo. Três grupos montaram a estrutura tetraédrica e os outros três a piramidal.

Como os alunos tiveram muitas dificuldades para construir os modelos tetraédrico e piramidal; foi sugerido a todos os grupos que pensassem sobre a seguinte estratégia: calcular

o comprimento (em centímetros) equivalente ao comprimento de arco de  $109^\circ$ , marcar sobre a esfera de isopor esse ângulo utilizando seu comprimento equivalente; através do plano perpendicular que passa pelo ponto médio desse ângulo marcar outro ângulo de  $109^\circ$  tal que o ponto médio deste último esteja diametralmente oposto ao ponto médio do primeiro. Assim, estaria construído o modelo que representa a geometria tetraédrica. Para a construção do modelo representacional da geometria piramidal, bastava utilizar a mesma estratégia e remover qualquer uma das esferas periféricas. Certamente o ângulo formado entre os pares de elétrons compartilhados não será de  $107^\circ$  como no modelo teórico, mas uma representação próxima de  $109^\circ$  (no caso da geometria tetraédrica) não é tão distante de  $107^\circ$  presente entre os átomos periféricos da molécula que tem geometria piramidal. Utilizando estas estratégias os alunos construíram os modelos apresentados na **Figura 3.4.8** e na **Figura 3.4.9**.



**Figura 3.4.8** – Modelo de representação da molécula de CH<sub>4</sub> construído pelos alunos



**Figura 3.4.9** – Modelo de representação da molécula de NH<sub>3</sub> construído pelos alunos

## 4 RESULTADOS PRÉVIOS

Os resultados apresentados nesse capítulo foram obtidos antes da aplicação (projeto) ser desenvolvido na escola. Eles serviram de guia para o planejamento das atividades.

O estudo do modelo VSEPR e de suas geometrias moleculares associadas exige o uso da imaginação ou construção mental de imagens para o estabelecimento das geometrias preferenciais. Justamente por isso ele é desafiador para um estudante de qualquer nível de ensino, visto que a representação bidimensional em quadro ou papel exige um nível de abstração mais elevado.

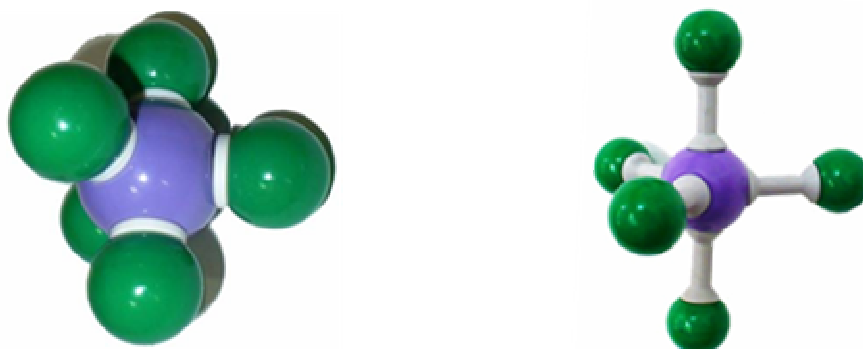
É possível facilitar o estudo das geometrias moleculares lançando mão de softwares ou de modelos moleculares físicos, normalmente construídos com materiais plásticos ou metálicos.

Se a opção for pelos modelos moleculares físicos, existem *kits* comerciais, como os da marca Molymod<sup>®</sup>, compostos por esferas plásticas conectadas entre si por tubos. Eles permitem reproduzir as mais diferentes estruturas moleculares, sendo um ótimo auxiliar na compreensão do modelo VSEPR.

Esse recurso didático implica em gastos financeiros, pois a maioria dos modelos vendidos no país chega aqui por importação e, portanto, a preços elevados. O uso de modelos moleculares plásticos é de validade limitada, pois eles por si só não explicitam o suficiente a relação entre a geometria molecular e o nome que ela recebe na literatura química.

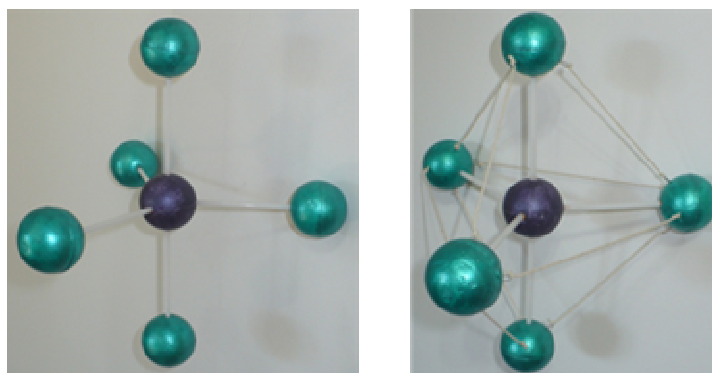
Por exemplo, a molécula de metano, de fórmula  $\text{CH}_4$ , é formada pela conexão de um átomo de carbono (C) a quatro átomos de hidrogênio (H). A montagem do modelo prevê uma geometria molecular tetraédrica. Porém, alunos não associam imediatamente a disposição espacial dos átomos nessa molécula com o poliedro chamado de tetraedro, que é abordado no estudo de geometria espacial. Há aí um descompasso entre os conteúdos de Química e Matemática.

Outro exemplo é a molécula de pentacloreto de fósforo, exibida na **figura 4.1**. Essa molécula apresenta a geometria molecular bipirâmide trigonal, a qual possui seis faces triangulares equiláteras.



**Figura 4.1** – Modelo da marca Molymod<sup>®</sup>, à esquerda “modelo de esferas” e à direita “modelo bola e palito”

É possível melhorar esse modelo molecular e facilitar a compreensão do conteúdo de geometria molecular, além de tornar essa alternativa mais acessível aos professores e estudantes. Utilizando esferas de isopor, palitos plásticos, tinta e cola, foi elaborado o modelo ilustrado na **figura 4.2**.



**Figura 4.2** – Modelo construído com esferas de isopor e palitos plásticos. À esquerda, apresenta-se a representação da geometria da molécula; à direita, além da geometria molecular, destaca-se o uso de barbante para representar as arestas do poliedro definido pelos átomos periféricos.

A construção criteriosa desse modelo exige o uso de ferramentas acessíveis a qualquer um (compasso, esquadro, transferidor, régua, tesoura, papel, bolas de isopor, barbante, tinta e cola) e pode ser feita em sala de aula como parte integrante de uma aula de Química e/ou Matemática.

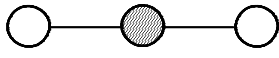


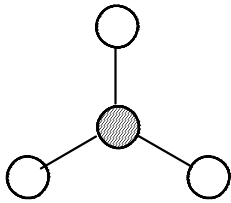
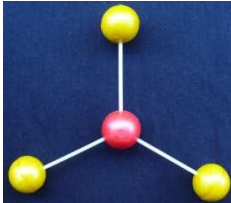

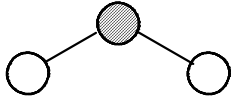
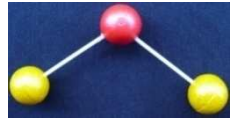

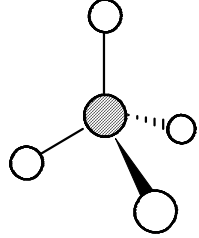
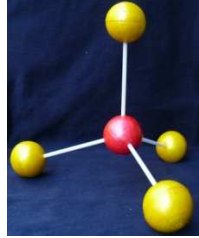

Admitindo-se que o estudante participe dessa construção, acredita-se que esse modelo artesanal possa ser mais “proveitoso” para o processo de aprendizagem, uma vez que a construção do modelo engloba as três formas de processo cognitivo – *visualização*, *construção* e *raciocínio* – bem como as quatro formas de apreensões – *sequencial*, *perceptiva*,

*discursiva e operatória*. Por exemplo, durante a construção do objeto de estudo, o aluno deverá encontrar um método para calcular o ângulo sobre a esfera central que melhor ajusta as demais esferas, segundo a geometria molecular.

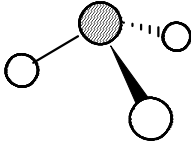
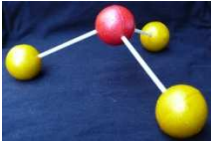

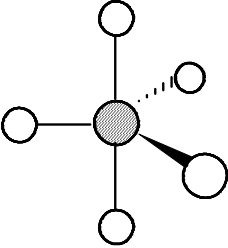
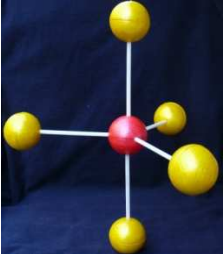

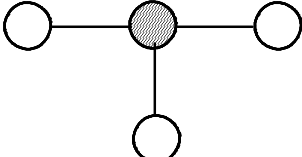
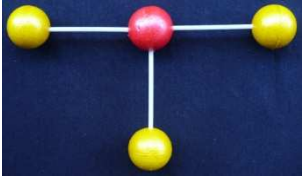
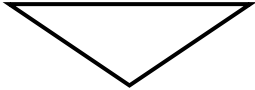
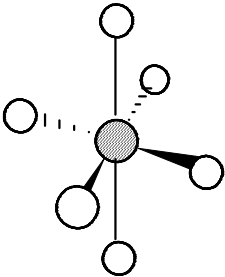
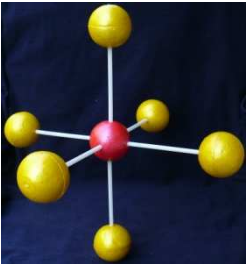

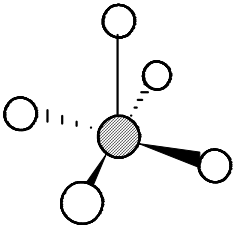
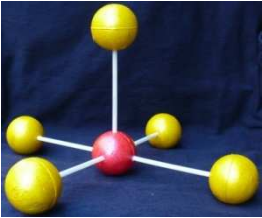

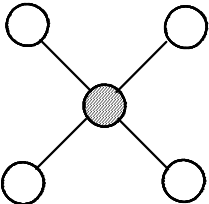
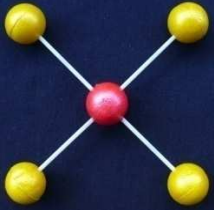

Além disso, o modelo construído com esferas de isopor permite inserir outros acessórios, como barbantes conectando as esferas para formar o sólido geométrico que dá origem ao nome da geometria molecular correspondente. Também, esta última construção, permite estabelecer relações entre a geometria da Matemática e a da Química.

Considerando as vantagens expostas do modelo artesanal e o alto custo dos modelos industrializados – que praticamente inviabilizam seu uso em sala de aula – optou-se pela construção de modelos moleculares com materiais alternativos, que podem ser facilmente adquiridos por escolas públicas e alunos sem custos elevados.

As geometrias moleculares abordadas neste trabalho, ver **quadro 1**, são aquelas mais comumente verificadas para compostos químicos, que são estudados tanto no Ensino Médio quanto nos diferentes níveis dos cursos superiores de Química.

<i>Geometria Molecular</i>	<i>Projeção da Geometria Molecular</i>	<i>Modelo construído com isopor e palitos</i>	<i>Correspondente Geométrico</i>
G1 Linear			
G2 Trigonal Planar			
G3 Angular			
G4 Tetraédrica			

**Quadro 1 – Principais geometrias moleculares e matemáticas, projeções gráficas e representações com bolas e palitos.**

<i>Geometria Molecular</i>	<i>Projeção da Geometria Molecular</i>	<i>Modelo construído com isopor e palitos</i>	<i>Correspondente Geométrico</i>
G5 Piramidal			
G6 Bipirâmide Trigonal			
G7 Forma "T"			
G8 Octaédrica			
G9 Pirâmide de Base Quadrática			
G10 Quadrática Planar			

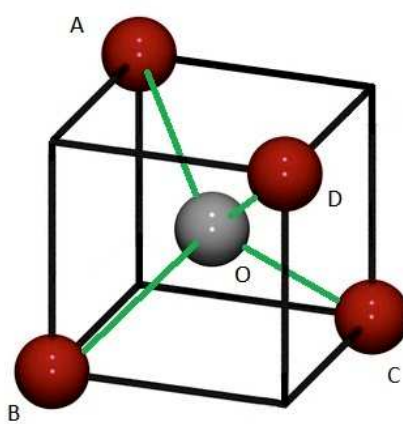
Quadro 2 – Continuação do Quadro 1

Devido à repulsão eletrônica, o modelo VSEPR (Valence Shell Electron Pair Repulsion), sugere que os pares de elétrons se organizam, em torno do átomo central, de forma a maximizar a distância entre si. Assim, analisando-se o **Quadro 1** e o **Quadro 2** pode-se perceber que em G1 os átomos adjacentes (representados pela cor amarela) estão organizados de modo a formar um ângulo de  $180^\circ$ , como a interação ocorre entre dois pares de elétrons e não há pares de elétrons isolados, esse é o maior ângulo de afastamento possível entre eles em torno do átomo central, isso porque estamos desprezando a variável tempo e admitindo que os átomos adjacentes tenham igual afastamento do átomo central, portanto, matematicamente, está justificado essa máxima distância por ela ser um diâmetro da circunferência que contém os átomos adjacentes. Além disso, por formar um ângulo raso que tem vértice no átomo central, esses elementos se comportam como pontos colineares e, acredita-se que por esse motivo tenha se dado a essa configuração espacial dos átomos o nome (ou classificação) de *geometria linear*.

Em G2, existem três átomos adjacentes ao átomo central e nenhum par de elétrons isolado, assim, a circunferência que contém os átomos externos deve ser dividida em três partes iguais, o que resulta em três ângulos congruentes (de mesma medida) de  $120^\circ$  e este é o maior ângulo de afastamento dos átomos adjacentes. Tomando-se esses átomos como pontos pertencentes a um plano, percebemos que por eles fica determinado um triângulo equilátero pois como o comprimento de arco determinado por esses três pontos, dois a dois, têm mesma medida, pode-se afirmar que as cordas determinadas por esses mesmos pontos, dois a dois, também terão a mesma medida. Além disso, o átomo central representa, na Geometria Plana, o encontro das bissetrizes (Incentro), das alturas (Ortocentro) e das medianas (Baricentro).

Apesar de G3 ser classificada como Trigonal Planar em sua *Geometria Total*, o mesmo não vale para sua classificação na Geometria Molecular, essa última desconsidera o par de elétrons isolado presente na molécula. Além disso, o modelo VSEPR sugere que os pares de elétrons isolados repelem os demais átomos com maior intensidade. Disso resulta que o ângulo de afastamento dos átomos adjacentes ao átomo central será ligeiramente menor do que  $120^\circ$ . Ao se fazer a análise geométrica (matemática) da estrutura, percebe-se que, considerando os átomos como pontos de um plano, eles não serão colineares, assim por eles fica determinado um triângulo, no qual um dos vértices seria o átomo central e, diferentemente de G2, esse seria um triângulo isósceles. Talvez, por já ter sido considerado um triângulo na classificação anterior (G2), tenha se preferido utilizar apenas as *ligações* para ser feita a classificação da molécula como angular em sua Geometria Molecular.

A molécula que apresenta quatro átomos adjacentes ao átomo central e nenhum par de elétrons isolados, assume o formato de um tetraedro. G4 não é, matematicamente, um tetraedro, mas seus átomos adjacentes assumem as posições dos vértices de um tetraedro. Assumindo que esse é um tetraedro regular, pode-se afirmar que o ponto de encontro das alturas se dá no ponto que representa o átomo central. Mesmo que não se possa afirmar que o tetraedro seja regular, se os átomos adjacentes se encaixam nos vértices de um cubo (figura abaixo), isso já é suficiente para se concluir que se trata de uma molécula com geometria tetraédrica ideal.



**Figura 4.3 – Representação da geometria tetraédrica através dos vértices de um cubo**

Figura adaptada de: <http://ficientdesign.com/category/failure-analysis/>

Disso, decorre que: “o plano que contém os átomos A, O e D e o plano que contém os átomos B, O e C são perpendiculares entre si”. Essa consequência é muito utilizada para o reconhecimento da geometria das moléculas que têm quatro átomos adjacentes, uma vez que, por exemplo, uma molécula em que os planos AOC e BOC são perpendiculares, essa característica já é suficiente para caracterizá-la como tetraédrica ideal, ou seja, que ela pode ser representada por um tetraedro regular.

G5 se diferencia de G4 por apresentar um par isolado de elétrons. Como já foi dito, a repulsão tem maior intensidade quando há presença de pares isolados, logo essa estrutura apresenta uma distorção na sua geometria. Pode-se perceber que o sólido geométrico que representa, matematicamente, essa estrutura é bem parecido com o que representa G4. A diferença se encontra no fato de que em G4 trata-se de um tetraedro regular e em G5 não. Assim, talvez, tenha se dado preferência ao caracterizar G5 como uma pirâmide de base triangular, o que caracterizaria o nome de sua geometria molecular como “piramidal trigonal”.

Quando uma molécula apresentar cinco átomos adjacentes, esses irão se organizar em torno dos planos meridionais ou equatoriais do átomo central. Três átomos se organizarão sob



um ângulo de  $120^\circ$ , por exemplo, no plano equatorial. Os outros dois átomos, em sentido oposto, serão perpendiculares ao plano equatorial. Assim, a geometria molecular de G6 é dita “bipirâmide trigonal” por ser representada matematicamente, por duas pirâmides de base triangular, onde essas bases são triângulos equiláteros. Além disso, essas pirâmides seriam unidas pela base formando o que seria um sólido geométrico de seis faces.

G7 seria uma “derivação” de G6, onde dois átomos, dos três que formam ângulo de  $120^\circ$ , seriam substituídos por dois pares de elétrons isolados. Nesse caso, os pares isolados se localizam na região equatorial por que, segundo o modelo VSEPR, quanto menor o número de ângulos de  $90^\circ$  formados entre os pares ligantes e os pares isolados, melhor será o “ajuste” dos átomos adjacentes em torno do átomo central. Assim, como na geometria molecular são considerados apenas os pares de elétrons compartilhados, os átomos adjacentes de G7 se orientam em torno do átomo central de modo a formar um “T”. Matematicamente, essa estrutura seria representada por um triângulo isósceles, onde o átomo central seria representado pelo ponto médio referente a base desse triângulo. Aqui estão, novamente, sendo consideradas apenas as “ligações” para determinar o nome da geometria molecular “T”.

Quando a molécula contiver seis átomos adjacentes e nenhum par isolado de elétrons, quatro átomos estarão contidos no plano equatorial e dois, em sentidos opostos, serão perpendiculares ao plano equatorial. Dessa forma, a geometria molecular G8 é dita “octaédrica” e pode-se observar as propriedades geométricas (matemáticas) do octaedro na molécula. Por se tratar de um tetraedro regular, as “ligações axiais” da molécula formam ângulos de  $90^\circ$  com as “ligações equatoriais”, onde o vértice desses ângulos é o mesmo, o átomo central. O átomo central representa o encontro das diagonais tanto dos quadrados formados pelos átomos contidos nos planos meridionais, quanto do quadrado formado pelos átomos contidos no plano equatorial. Além disso, pelo fato dos átomos se comportarem como pontos de um octaedro regular, os planos meridionais são perpendiculares entre si e, ambos perpendiculares ao plano equatorial.

Se, em G8, fosse considerado a presença de um par isolado de elétrons, esse poderia se encontrar na posição de qualquer átomo adjacente ao átomo central. Dessa forma seria obtida a molécula que tem geometria molecular, G9, designada por “pirâmide de base quadrática”. Essa pirâmide tem altura igual ao comprimento da ligação formado pelo átomo central e pelo átomo que se encontra no “topo” da pirâmide. Além disso, por ser uma pirâmide de base quadrada, o átomo central corresponde ao encontro das diagonais do quadrado.

Como G9 já apresenta um par isolado de elétrons, ao se inserir mais um par isolado nessa molécula, esse só poderia ocupar a posição do átomo em sentido contrário ao par já

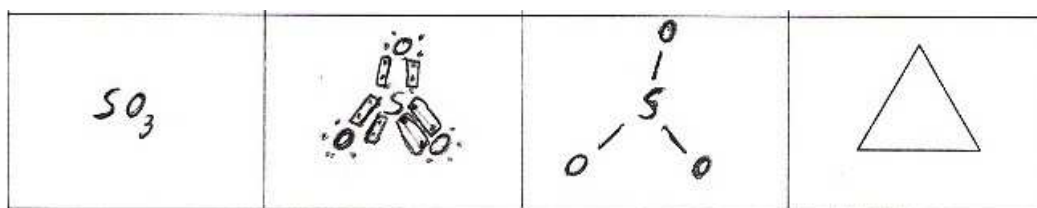
existente, isso porque a repulsão entre pares isolados é mais intensa do que a repulsão entre pares compartilhados e até mesmo pares compartilhados e isolados. Portanto, a molécula que resulta dessa modificação apresenta geometria molecular “quadrático planar”. Assim, em G10, os átomos ligantes se comportam como vértices de um quadrado e o átomo central é o encontro de suas diagonais.

## 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As atividades desenvolvidas na escola conjuntamente com os estudantes tinham por objetivo principal fornecer dados que pudessem ser utilizados em prol do alcance do objetivo principal deste trabalho, ou seja, que pudessem auxiliar na busca das relações existentes entre a Geometria estudada na disciplina de Química e a Geometria estudada em Matemática. Mas para isso, é necessário verificar se os alunos conseguem visualizar tais conexões utilizando diferentes representações dos objetos de estudo. Assim, além da atividade de construir os modelos que representam as geometrias moleculares, os estudantes foram submetidos a avaliações nas quais deveriam registrar graficamente tais objetos. Dessa forma, torna-se imprescindível analisar a capacidade apresentada pelos participantes de modificar os registros de representação de cada objeto, através de conversões diferenciadas daquelas que são comumente realizadas na sala de aula.

Tais conversões foram priorizadas na primeira atividade (ver **anexo 1**) realizada pelos estudantes durante o primeiro encontro. A primeira linha do quadro que os alunos deveriam completar era composta por um exemplo que continha registros diferenciados que representam o mesmo objeto. Tal exemplo visava ressaltar as peculiaridades das fórmulas molecular, de Lewis e Estrutural e, ainda, continha a representação gráfica do objeto matemático associado à geometria molecular do  $\text{NH}_3$ .

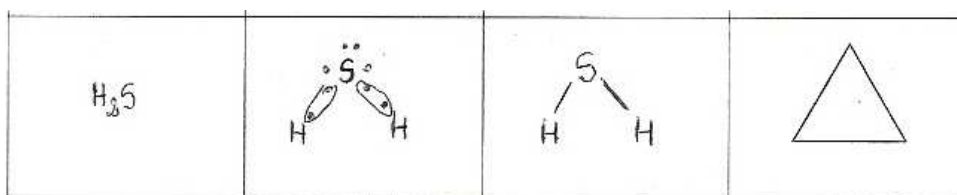
O primeiro desafio apresentado aos estudantes continha apenas o correspondente geométrico associado à molécula. Este foi verdadeiramente um desafio, pois os mesmos não estavam acostumados a esse tipo de atividade, no qual deveriam através do correspondente geométrico obter as fórmulas estrutural, de Lewis e Molecular. Apesar de existir vários casos de moléculas que apresentam geometria trigonal planar, dos dezessete alunos apenas um foi capaz de realizar as conversões necessárias para resolver o problema, conforme **Figura 5.1**.



**Figura 5.1** – Fórmula molecular, fórmula de Lewis e fórmula estrutural registradas por um estudante (anexo 21)

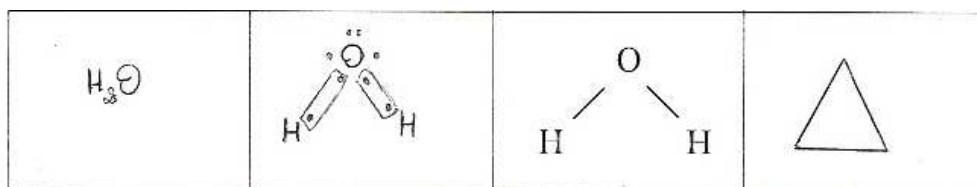
Esse resultado evidencia o fato de que os alunos sentem dificuldades ao realizar conversões fora dos padrões aos quais estão habituados, ou seja, a conversão em sentido oposto não é uma tarefa simples e fortalece a necessidade do desenvolvimento de conversões em outros sentidos, visando uma melhor coordenação dos registros para que se possa firmar a compreensão das propriedades do objeto apresentadas em cada uma de suas representações.

Além disso, em um primeiro momento pode-se concluir que os alunos sentem dificuldades em associar formas geométricas às Geometrias Moleculares, visto que nove alunos apresentaram na solução do problema moléculas que são classificadas como angulares em sua Geometria Molecular, como pode ser observado na **Figura 5.2** extraída do **anexo 22**.



**Figura 5.2** – Fórmula molecular, fórmula de Lewis e fórmula estrutural registradas por um estudante (anexo 22)

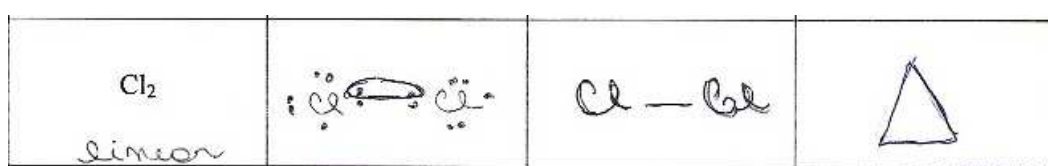
O terceiro problema continha a fórmula estrutural da água, quatro estudantes conseguiram realizar as conversões necessárias para resolver o problema. Todos os alunos foram capazes de desenvolver a fórmula de Lewis e a fórmula molecular da água, o que significa que os mesmos se sentem seguros ao realizar estas conversões. O problema ocorreu justamente quando se necessitava representar graficamente o ente geométrico associado a essa molécula. Dez estudantes representaram a mesma utilizando um triângulo, como pode ser observado na **Figura 5.3** extraída do **anexo 22**.



**Figura 5.3** – Fórmula molecular, fórmula estrutural e correspondente geométrico registrados por um estudante (anexo 22)

Esse resultado reforça o fato de que apesar de terem estudado Geometria Molecular em sala de aula, os alunos não associam de maneira apropriada o objeto matemático associado a cada geometria molecular.

No caso do  $\text{Cl}_2$  foi apresentado a sua fórmula molecular, e o sentido de conversão necessário aqui é o mesmo que normalmente é realizado nas atividades regulares de sala de aula: fórmula molecular  $\rightarrow$  fórmula de Lewis  $\rightarrow$  fórmula estrutural  $\rightarrow$  geometria molecular. Normalmente a atividade termina nessa etapa, o que significa que o objeto matemático associado a essa geometria na maioria das vezes não chega a ser representado pelos alunos. Mesmo assim, 14 alunos realizaram as conversões corretamente e solucionaram o problema. Aqui ainda deve ser destacado um caso que chama atenção, no qual um estudante representou a molécula de cloro através de um triângulo, como se vê na **Figura 5.4**.



**Figura 5.4** – Fórmula de Lewis, fórmula estrutural e correspondente geométrico registrados por um estudante (anexo 23)

Essa curiosa representação geométrica associada a geometria molecular linear nos leva a refletir, mesmo que por um instante, a respeito das crenças desse estudante de que o triângulo desenhado acima possa representar a geometria linear da molécula de cloro.

Quando apresentado a fórmula de Lewis da molécula do metano, todos os alunos realizaram as conversões necessárias para resolver o problema; além disso, os estudantes associaram corretamente o metano ao seu objeto geométrico equivalente, o tetraedro. Isso pode significar que os alunos dominam algumas propriedades desse objeto, visto que os mesmos transitam sem muitas dificuldades entre os diversos registros de representação do metano.

Relativos às fórmulas moleculares das moléculas  $\text{SF}_6$  e  $\text{IF}_5$  apresentadas nos dois últimos problemas contidos no quadro do **anexo 1**, alguns alunos se esforçaram para resolver o problema, como pode ser visto nas imagens abaixo removidas dos **anexos 21 e 22**, **Figura 5.5** e **Figura 5.6**, respectivamente.

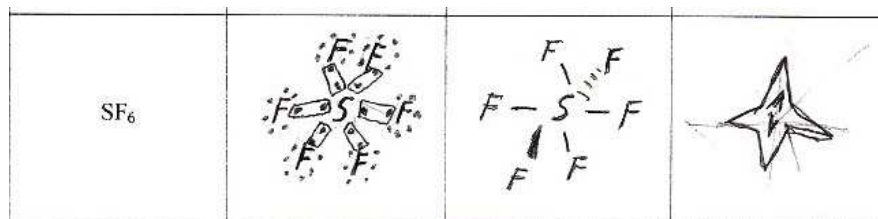


Figura 5.5 – Fórmula de Lewis, fórmula estrutural e correspondente geométrico registrados por um estudante (anexo 21)

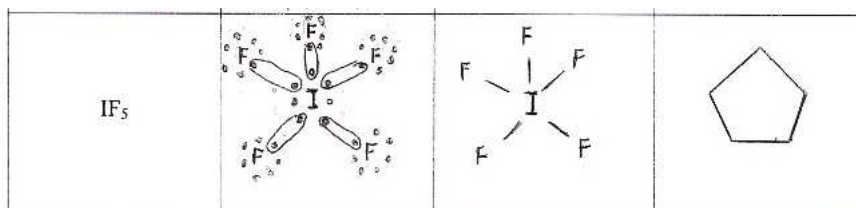


Figura 5.6 – Fórmula de Lewis, fórmula estrutural e correspondente geométrico registrados por um estudante (anexo 22)

No entanto, nenhum aluno conseguiu representar corretamente o objeto matemático associado a essas Geometrias Moleculares, visto que os mesmos estudaram apenas as Geometrias Moleculares básicas durante a primeira série do Ensino Médio das quais podem se destacar as seguintes geometrias: linear, angular, trigonal planar, tetraédrica e octaédrica.

Após a realização dessa atividade de completar o quadro (presente no **anexo 1**), os alunos foram divididos em grupos e passaram então a construir os “modelos físicos” correspondentes a cada Geometria Molecular.

Essa etapa do desenvolvimento das atividades junto aos alunos pode ser considerada a mais importante, pois é neste momento que os estudantes passam a utilizar alguns conceitos da Modelagem para construírem os modelos. Não somente os modelos que são utilizados para representar as Geometrias Moleculares, mas também as estratégias, que de certa forma também podem ser vistas como modelos, visto que os alunos não utilizaram as mesmas para construir apenas um modelo de Geometria Molecular, mas três ou quatro.

Basicamente, a mesma estratégia foi utilizada pela maior parte dos grupos: o comprimento de circunferência determinado pelo diâmetro da esfera foi medido utilizando-se um pedaço de barbante ou tira de papel e após, esse foi dividido segundo o número de esferas que seriam inseridas no plano determinado pelo diâmetro da esfera. Esse pode ser considerado um bom modelo de estratégia, visto que os resultados obtidos pelos estudantes estavam dentro do previsto pela pesquisa, além disso, a mesma estratégia foi utilizada durante a construção dos modelos encontrados no capítulo 4 desta pesquisa.

Para facilitar a análise dos resultados referentes a construção e registro gráfico dos modelos moleculares, os mesmos serão divididos pelos tipos de Geometria Molecular; primeiramente serão consideradas as moléculas que apresentam Geometria Molecular “Plana” e , após as moléculas que apresentam Geometria Molecular “Espacial”.

Duas moléculas que apresentam geometria linear foram sorteadas:  $\text{Cl}_2$  e  $\text{CO}_2$ . Mesmo para a confecção dos modelos moleculares os alunos necessitavam realizar conversões de registros para construir adequadamente cada modelo de forma que se aproximasse o máximo possível do modelo teórico. Para isso era necessário transitar entre os registros da forma usualmente feita nas atividades escolares: fórmula molecular  $\rightarrow$  fórmula de Lewis  $\rightarrow$  fórmula estrutural  $\rightarrow$  geometria molecular  $\rightarrow$  modelo molecular. Enquanto isso, para registrar graficamente os resultados bastava utilizar a conversão em sentido inverso: modelo molecular  $\rightarrow$  correspondente geométrico (representação gráfica)  $\rightarrow$  modelo bola-palito (representação gráfica)  $\rightarrow$  fórmula estrutural. E aqui se deve atentar ao fato de que os alunos deveriam representar graficamente o correspondente geométrico de acordo com o que visualizasse no modelo molecular.

Ambos os grupos que receberam a incumbência de construir os modelos moleculares das moléculas  $\text{Cl}_2$  e  $\text{CO}_2$  não apresentaram dificuldades para construir os modelos nem para representar os mesmos graficamente, como pode ser observado na **Figura 5.7** e na **Figura 5.8**.



Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$d-d$		

**Figura 5.7** – Modelo molecular do átomo de cloro (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)

Cabe ainda destacar que, após construir o modelo molecular os alunos o representaram graficamente de forma adequada, o que nem sempre ocorreu durante a realização da atividade presente no **anexo 1**. Além disso, era esperado que os alunos utilizassem o modelo como parâmetro para registrá-lo graficamente, uma vez que foi solicitado aos estudantes que fizessem essa conversão de registros. Ainda cabe observar que esse último fato ocorreu no desenvolvimento do registro gráfico realizado por todos os grupos.

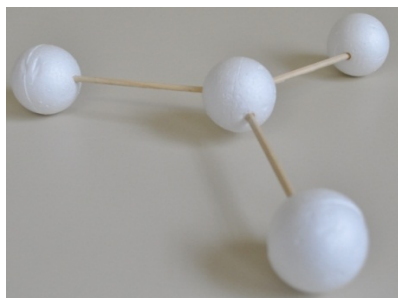


Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$O=C=O$	O—O—O	—

**Figura 5.8 – Modelo molecular do átomo de CO<sub>2</sub> (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)**

Conclusões análogas podem ser tiradas para o grupo que construiu o modelo molecular classificado como trigonal planar. Como pode ser visto na **Figura 5.9**, os alunos construíram o modelo e representaram graficamente o objeto sem muita dificuldade.



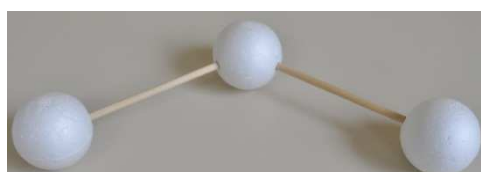


Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico

**Figura 5.9 – Modelo molecular do átomo de  $\text{COCl}_2$  (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)**

As moléculas  $\text{SO}_2$ ,  $\text{ClF}_3$  e  $\text{XeF}_4$  causaram estranheza aos alunos no momento em que os mesmos foram realizar a conversão da fórmula molecular para a fórmula de Lewis, mas após o seu professor de Química lembrar-lhes que são moléculas “especiais”, ou seja, que sofrem expansão da camada de valência, os mesmos conseguiram efetuar as demais conversões de registros sem grandes dificuldades.

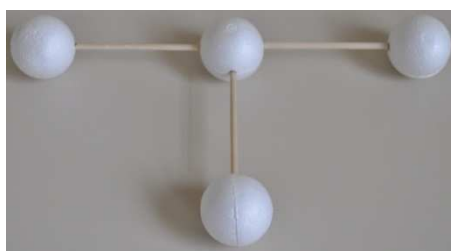
Assim, o grupo que ficou encarregado da molécula de  $\text{SO}_2$  a registrou conforme a **Figura 5.10**.



Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico

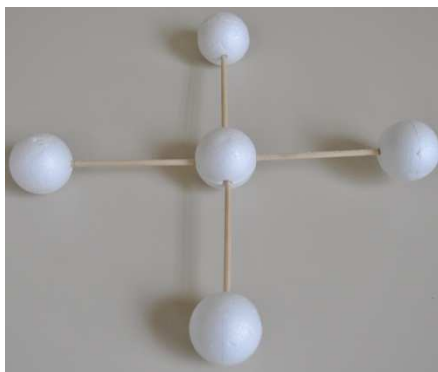
**Figura 5.10 – Modelo molecular do átomo de  $\text{SO}_2$  (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)**

Enquanto isso, os grupos que ficaram responsáveis pela construção das moléculas  $\text{ClF}_3$  e  $\text{XeF}_4$  por não estarem familiarizados com esse tipo de Geometria Molecular tiveram dificuldades ao realizar as conversões das fórmulas de Lewis para a formula estrutural e, conseqüentemente, para construir o modelo, mas após ter sido explicado que esses modelos são derivativos das geometrias bipiramidal e octaédrica, respectivamente, os grupos conseguiram realizar as conversões e construir os modelos moleculares. Mesmo assim como pode ser visto na **figura 5.11**, a dificuldade para representar graficamente a molécula da forma T se fez presente na atividade justamente porque os estudantes não estavam familiarizados com esse tipo de objeto, dessa forma o objeto foi representado através de um triângulo, o qual não é a forma usualmente utilizada pelos químicos para representar essa geometria molecular.



Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$  \begin{array}{c}  \text{F} \\    \\  \text{F} - \text{el} \\    \\  \text{F}  \end{array}  $		

**Figura 5.11** – Modelo molecular do átomo de  $\text{ClF}_3$  (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)



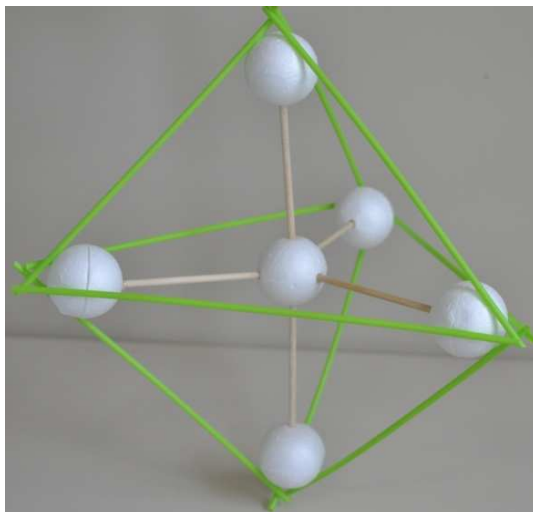
Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$  \begin{array}{c}  \text{F} \\    \\  \text{F} - \text{Xe} - \text{F} \\    \\  \text{F}  \end{array}  $		

**Figura 5.12 – Modelo molecular do átomo de  $\text{XeF}_4$  (acima), representação gráfica do modelo (abaixo)**

Ainda cabe destacar que todos os grupos fizeram a classificação das moléculas de forma correta, com algumas pequenas variações utilizadas nas nomenclaturas. Isso pode ser confirmado nos anexos que se encontram no final deste trabalho; além disso, não foi necessário o uso de “acessórios” para identificar a forma geométrica associada a cada modelo.

Para a construção dos modelos espaciais primeiramente foram sorteados as geometrias bipiramidal, octaédrica e pirâmide de base quadrática. Dois grupos construíram modelos moleculares de geometria bipiramidal ( $\text{PCl}_5$  e  $\text{SbCl}_5$ ), um grupo construiu modelo classificado como octaédrico ( $\text{SF}_6$ ) e três grupos ficaram responsáveis pela construção do modelo classificado como pirâmide de base quadrática ( $\text{IF}_5$  e  $\text{BrF}_5$ ). Novamente os estudantes foram lembrados a respeito da expansão da camada de valência dessas moléculas, e desta forma nenhum grupo teve grandes dificuldades de realizar as conversões necessárias para a construção do modelo molecular. Visto que o professor de Química havia alertado da dificuldade que alguns alunos teriam para visualizar o objeto matemático associado a cada modelo espacial, foi solicitado aos estudantes que conectassem os átomos adjacentes de cada molécula utilizando canudos plásticos como pode ser visto nos modelos que serão apresentados a seguir.

Os grupos encarregados de construir as estruturas bipiramidais apenas construíram modelos moleculares trigonais planares e após mediram ângulos de  $90^\circ$  acima e abaixo do plano determinado pelo triângulo da molécula trigonal. O que pode ser melhor observado na **Figura 5.13**.



**Figura 5.13** – Modelo molecular dos átomos de  $\text{PCl}_5$  e  $\text{SbCl}_5$

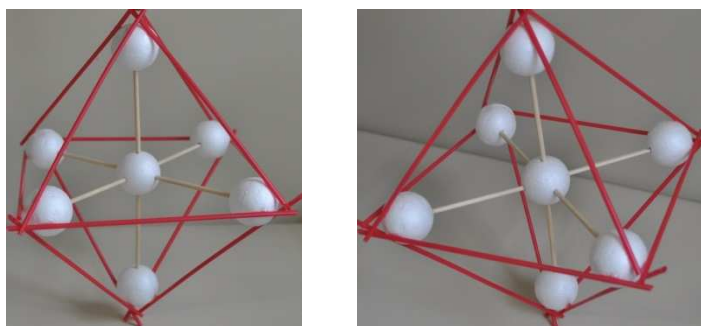
Na **Figura 5.14** pode-se ver os registros gráficos das moléculas construídas pelos grupos, nos quais podem ser observados traços simples, mas que representam de forma clara a geometria equivalente.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico

**Figura 5.14** – Representação gráfica da molécula de  $\text{PCl}_5$  (acima) e  $\text{SbCl}_5$  (abaixo)

Apesar dos modelos moleculares construídos pelos dois grupos serem idênticos, nota-se uma grande diferença no registro gráfico do modelo bola-palito de cada grupo, onde na imagem de baixo ( $\text{SbCl}_5$ ) o grupo representa com sinais o que seria interpretado como bola para frente (triângulo cheio) e bola para trás (triângulo pontilhado) em relação ao plano determinado pelas bolas e riscos contínuos.

Na **Figura 5.15** pode ser vista a geometria octaédrica da molécula  $\text{SF}_6$  e sua respectiva representação gráfica, que foi feita de acordo com o que foi visualizado através do modelo molecular. O grupo também não teve dificuldades para construir o modelo, visto que todos os ângulos entre átomo adjacente – átomo central – átomo adjacente eram de  $90^\circ$ . Também pode ser observada a representação simplificada do modelo bola-palito efetuada pelo grupo.

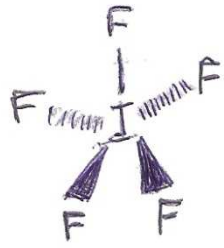
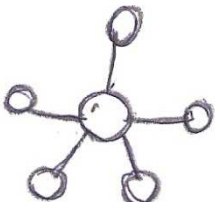
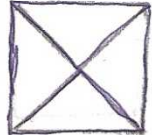


Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico

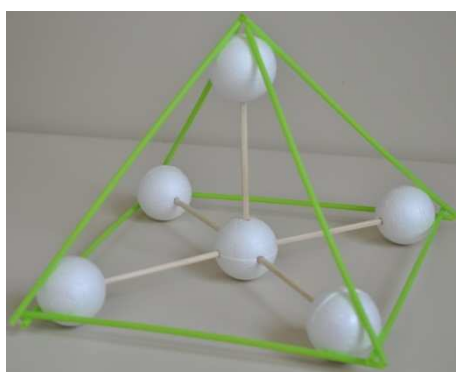
**Figura 5.15** – Modelo molecular do átomo  $\text{SF}_6$  (acima), representação gráfica da molécula (abaixo)

Em relação às moléculas  $\text{IF}_5$  todos os grupos construíram modelos moleculares semelhantes aos teóricos como pode ser observado abaixo. A representação gráfica dos mesmos podem ser visualizadas nos **anexos 12, 13 e 14**. Apenas será chamada atenção aqui para o caso da representação gráfica presente na **Figura 5.16**, na qual os alunos registram o modelo molecular como se o mesmo fosse observado pela parte de cima. Essa representação merece destaque, pois no âmbito de resolver um problema que pode ser considerado difícil, já

que os alunos ainda não estudaram geometria espacial, que é desenhar uma pirâmide de base quadrada em perspectiva, assim, os mesmos resolveram fazê-lo com um “olhar” um pouco diferente.

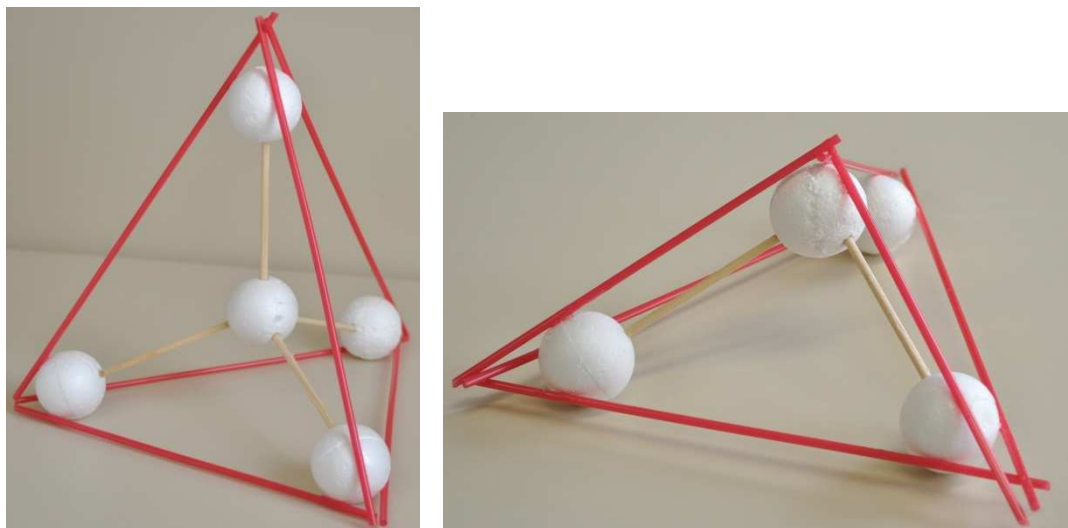
Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

**Figura 5.16 – Representação gráfica da molécula de IF<sub>5</sub>**



**Figura 5.17 – Modelo molecular do átomo de IF<sub>5</sub>**

Para finalizar, foi sorteado um modelo molecular tetraédrico para três grupos e um modelo piramidal para os demais. Os alunos já estavam familiarizados com as moléculas de CH<sub>4</sub> e NH<sub>3</sub>, o que facilitou as conversões de registros. Os obstáculos se apresentaram somente na construção dos modelos moleculares ilustrados na **Figura 5.18**, até mesmo a representação gráfica dos modelos não foi de grande dificuldade, as quais podem ser vistas nos **anexos 15 – 20**. A respeito da complexidade para construir os modelos, os alunos adotaram as estratégias descritas na **seção 3.4**.



**Figura 5.18 – Modelo molecular do átomo de  $\text{CH}_4$  (esquerda), e  $\text{NH}_3$  (direita)**

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da análise dos resultados pode-se observar que foram alcançados todos os objetivos específicos em relação aos alunos, visto que os mesmos construíram modelos moleculares os quais foram utilizados não somente para registrar graficamente os mesmos, mas para classificá-los dentro da Geometria Molecular e também para entender como se relacionam essas representações e seus modelos. Foi possível integrar a Química e a Matemática através da construção dos modelos onde os mesmos contribuíram para a observação e reconhecimento das diferentes formas presentes na Geometria Molecular. Os alunos observaram padrões existentes durante a construção dos modelos: a geometria associada ao modelo depende do número de pares de elétrons em torno do átomo central, ligantes e não ligantes. Os estudantes também utilizaram os modelos para reconhecer formas geométricas e conceitos da geometria presentes durante a construção dos mesmos, bem como coordenaram diferentes registros de representação.

Os objetivos propostos aos professores também foram alcançados, pois foi possível observar o uso da Matemática como ferramenta de aprendizagem de Química. Ficou clara a coordenação de registros de representação utilizados pelos alunos durante toda a aplicação do projeto. Bem como foi possível utilizar a Modelagem na Educação Matemática de duas formas durante a execução das atividades: as estratégias desenvolvidas pelos alunos para construir as estruturas planas também serviram para construir as espaciais e os modelos moleculares construídos serviram como orientação para registrar graficamente os mesmos e para prever a forma de outras moléculas, visto que foi possível concluir que a geometria molecular das mesmas depende do número de pares de elétrons ligantes e não ligantes na camada de valência.

Para além de tudo isso que foi dito o presente trabalho teve grande importância na aproximação de conhecimentos de áreas aparentemente tão distintas, como a Química e Matemática fazendo com que os participantes envolvidos na pesquisa pudessem descobrir uma nova forma de explorar conhecimentos que deveriam estar entrelaçados de forma cooperativa para o desenvolvimento de novos saberes não somente nas pesquisas mas principalmente nas escolas.



## BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, S. **Registros de Representações Semióticas e Compreensão de Conceitos Geométricos**. In: Aprendizagem em matemática: Registros de Representações Semióticas. Org. Silvia Dias Alcântara. Coleção Papirus Educação. 4.ed. Campinas: Papirus, 2008.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: Reunião Anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BENVENUTTI, E. V. **Química inorgânica: átomos, moléculas, líquidos e sólidos**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4.ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Linguagens, códigos e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

DUPONT, J. **Química organometálica**. Porto Alegre: Bookman, 2005.

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: Aprendizagem em matemática: Registros de Representações Semióticas. Org. Silvia Dias Alcântara. Coleção Papirus Educação. 4.ed. Campinas: Papirus, 2008.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (Fascículo I). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FICIENT DESIGN – Ficient Technologies, 2010. Disponível em <<http://ficientdesign.com/category/failure-analysis/>>. Acesso em: 25 de julho de 2011.

GIORDAN, M. **Introdução à representação estrutural em química**. Cadernos Temáticos de Química Nova na Escola, n. 7, p. 3 (2007).

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Coleção Formação de Professores. 3.ed.rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

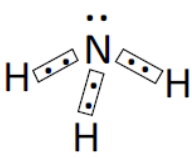
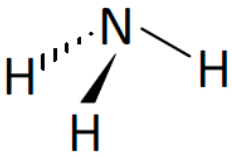

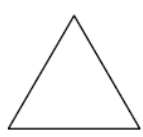
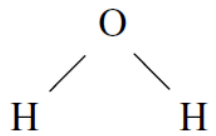
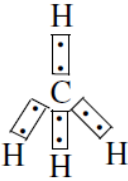
McMaster Chemical Extracts – Ronald Gillespie: A Lifetime in Chemistry. 1999, vol.2. Disponível em <[http://www.chemistry.mcmaster.ca/extracts/extracts99/ronald\\_gillespie/](http://www.chemistry.mcmaster.ca/extracts/extracts99/ronald_gillespie/)>. Acesso em: 04 de setembro de 2011.

## **ANEXOS**

---

## ANEXO 1

Complete o quadro abaixo:

Fórmula Molecular	Fórmula de Lewis	Fórmula Estrutural	Correspondente Geométrico
NH <sub>3</sub>			
			
			
Cl <sub>2</sub>			
			
SF <sub>6</sub>			
IF <sub>5</sub>			

## ANEXO 2

Relatório

Fórmula Molecular: \_\_\_\_\_ Geometria \_\_\_\_\_

Estratégia Utilizada:

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico

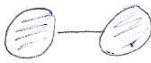

## ANEXO 3

Relatório

Fórmula Molecular: Cl<sub>2</sub> Geometria Linear

Estratégia Utilizada:

Para montar o mesmo modelo não foi necessário calcular ângulos, apenas fixar a bolinha de isopor o mais próximo do centro possível.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$d-d$		



## ANEXO 4

Relatório

Fórmula Molecular: CO<sub>2</sub> Geometria Linear

Estratégia Utilizada:

Calculamos o ângulo de 180° através de um transferidor, e usamos como referência marcas já feitas nas bolas de isopor. Estas marcas, perfurações foram feitas com a ajuda de um palito de madeira.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$O=C=O$		

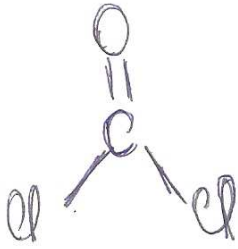


## ANEXO 5

Relatório

Fórmula Molecular: COCl<sub>2</sub> Geometria Trigonal plana

Estratégia Utilizada:

Medir o comprimento da circunferência  
 através de um arco de um círculo dividindo a medi-  
 da do segmento por três representando um  
 ângulo de 120°.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		






## ANEXO 6

Relatório

Fórmula Molecular: SO<sub>2</sub> Geometria angular

Estratégia Utilizada:

Utilizamos uma fita de papel para medir a circunferência da bola de isopor. Dividimos o valor da circunferência por três, para achar o correspondente a 120°.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola - Palito	Correspondente Geométrico
		

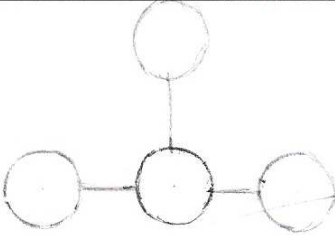
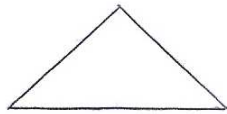
## ANEXO 7

## Relatório

Fórmula Molecular:  $\text{ClF}_3$  Geometria Forma T

## Estratégia Utilizada:

Primeiramente medimos a circunferência da bola de isopor utilizando uma tira de papel (11cm). Em seguida, dividimos a medida da circunferência por 4, encontrando 2,75 para cada ângulo de 90 graus. Essas medidas foram marcadas na bola de isopor que representa o átomo central (Cl). Por último, colocamos as palitas (cada um medindo 1cm em suas extremidades) em suas maxeas.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$  \begin{array}{c}  \text{F} \\    \\  \text{F} - \text{Cl} \\    \\  \text{F}  \end{array}  $		

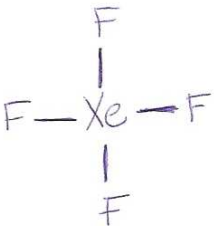
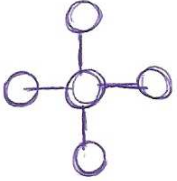
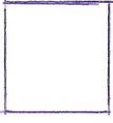
## ANEXO 8

Relatório

Fórmula Molecular: XeF<sub>4</sub> Geometria quadrangular plana

Estratégia Utilizada:

Medir a circunferência com o barbante e depois dividir em 4 ângulos de 90°

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

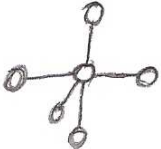

## ANEXO 9

Relatório

Fórmula Molecular: PCl<sub>5</sub> Geometria  bipirâmide trigonal 

Estratégia Utilizada:

Fizemos uma forma linear a partir dos modelos e após colocamos a linha central dividindo em 3 partes iguais 120° e finalizando.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
$  \begin{array}{c}  \text{Cl} \\    \\  \text{Cl} - \text{P} - \text{Cl} \\  \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \\  \text{Cl} \quad \text{Cl}  \end{array}  $		

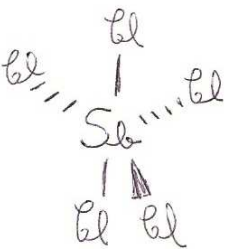
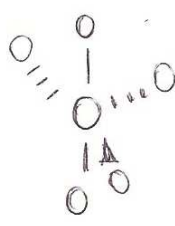
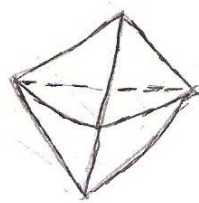
## ANEXO 10

Relatório

Fórmula Molecular: SbCl<sub>5</sub> Geometria pirâmide triangular

Estratégia Utilizada:

Marcamos 3 pontos com 120° de diferença cada,  
com um átomo na vertical.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

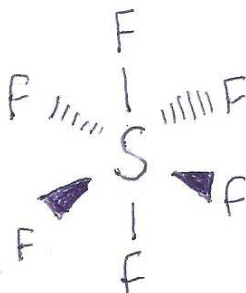
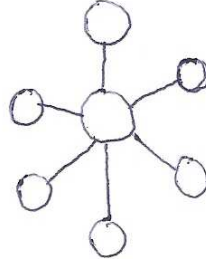
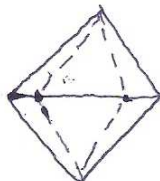
## ANEXO 11

Relatório

Fórmula Molecular: SF<sub>6</sub> Geometria Octaédrica

Estratégia Utilizada:

Marcamos um ponto a partir dele medimos ângulos de 90° que foram perfurados representando a molécula em questão.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		




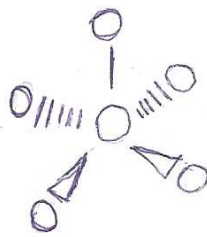

## ANEXO 13

Relatório

Fórmula Molecular: IF<sub>5</sub> Geometria piramidal de base quadrada

Estratégia Utilizada:

Foi centralizado um átomo ligado aos átomos central no centro da circunferência. Após foi medido a circunferência e após dividida em quatro, todos ângulos formados são de 90° entre os átomos ligados ao átomo central inclusive o par de elétrons restante

Fórmula Estrutural	Modelo Bola - Palito	Correspondente Geométrico
		



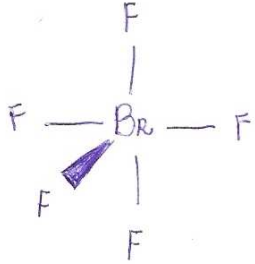
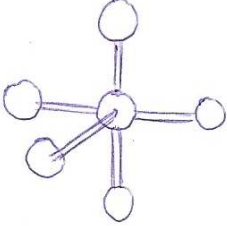
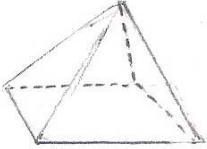
## ANEXO 14

## Relatório

Fórmula Molecular:  $\text{BrF}_5$  Geometria piramidal de base quadrada

## Estratégia Utilizada:

Medimos o comprimento da circunferência e assim dividimos o comprimento em quatro partes formando ângulos de noventa graus. Marcamos estas medidas na bola e colocamos os palitos, colocando também um quinto palito perpendicular a todos os demais. Identificamos os "átomos" artificiais colocando os mesmos, e assim formando uma pirâmide de base quadrada.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola - Palito	Correspondente Geométrico
		


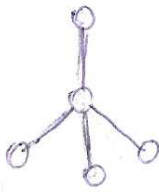

## ANEXO 15

Relatório

Fórmula Molecular: CH<sub>4</sub> Geometria tetraédrica

Estratégia Utilizada:

Primeiro medimos a circunferência com uma fita de papel, calculamos os ângulos através da fórmula:  $l = a \cdot r$

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

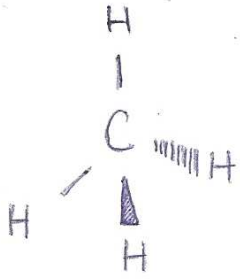
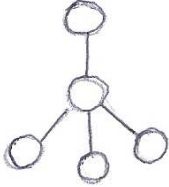
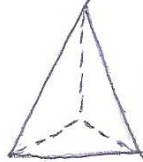
## ANEXO 16

Relatório

Fórmula Molecular: CH<sub>4</sub> Geometria Tetraédrica

Estratégia Utilizada:

Para fazer o modelo marcamos um ponto qualquer na esfera, logo após medimos um ângulo de 109° aproximadamente e o marcamos, então marcamos a metade da menor distância entre eles tomando-a como referencial para determinar a marcação de outros dois pontos, estes por sua vez, perpendiculares ao ângulo formado pela menor distância entre os pontos iniciais.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola - Palito	Correspondente Geométrico
		

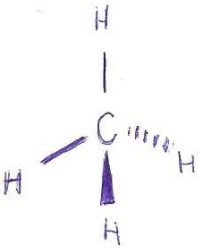
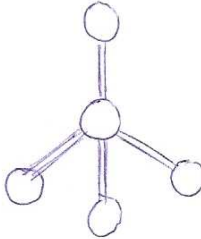
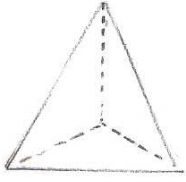
## ANEXO 17

## Relatório

Fórmula Molecular: CH<sub>4</sub> Geometria Tetraédrica

## Estratégia Utilizada:

Primeiramente, medimos o comprimento da circunferência. Com essa medida calculamos o raio da bola de isopor e em seguida o eixo entre os palitos. Utilizamos uma trena de papel fixamos os marcadores na bola de isopor que os palitos ficaram perpendiculares entre si. Por último colocamos os palitos ligados às bolas e os consideramos ligando os "átomos" periféricos, formando assim, uma forma geométrica espacial.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		


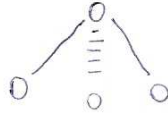

## ANEXO 18

## Relatório

Fórmula Molecular: NH<sub>3</sub> Geometria  Piramidal de base Triangular

## Estratégia Utilizada:

Primeiro achamos o ângulo de 109°, após isso marcamos os pontos, e então, fizemos o mesmo no local oposto. Colamos as bolinhas e os cones ao final de tudo.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

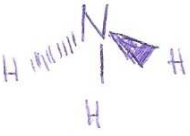
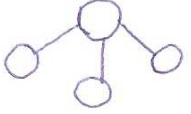
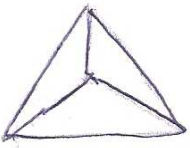
## ANEXO 19

Relatório

Fórmula Molecular: NH<sub>3</sub> Geometria piramidal

Estratégia Utilizada:

Encontrar o valor equivalente da distância entre dois átomos que apresentam um arco de  $120^\circ$  e assim encontrar o valor em cm para um arco de  $109^\circ$

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		


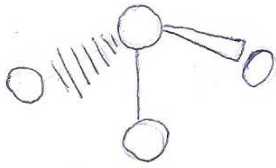
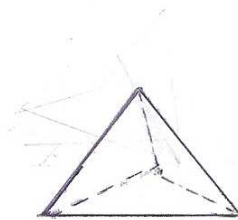
## ANEXO 20

## Relatório

Fórmula Molecular:  $\text{NH}_3$  Geometria  Piramidal Triangular

## Estratégia Utilizada:

Sabre-se que o ângulo formado entre os átomos ligados ao átomo central é de  $109^\circ$ . Sabendo a circunferência foi calculado o raio, e partir disso foi calculado quanto o ângulo de  $109^\circ$  representa na circunferência após isso traçamos dois pontos de  $109^\circ$  entre eles, após isso fizemos o mesmo com os outros átomos ligados ao átomo central.

Fórmula Estrutural	Modelo Bola – Palito	Correspondente Geométrico
		

## ANEXO 21

Complete o quadro abaixo:

Fórmula Molecular	Fórmula de Lewis	Fórmula Estrutural	Correspondente Geométrico
$\text{NH}_3$			
$\text{SO}_3$			
$\text{H}_2\text{O}$			
$\text{Cl}_2$			
$\text{CH}_4$			
$\text{SF}_6$			
$\text{IF}_5$			<p><i>Impossível fazer em uma bolha plana.</i></p>



## ANEXO 22

Complete o quadro abaixo:

Fórmula Molecular	Fórmula de Lewis	Fórmula Estrutural	Correspondente Geométrico
$\text{NH}_3$			
$\text{H}_2\text{S}$			
$\text{H}_2\text{O}$			
$\text{Cl}_2$			
$\text{CH}_4$			
$\text{SF}_6$			
$\text{IF}_5$			

## ANEXO 23

Complete o quadro abaixo:

Fórmula Molecular	Fórmula de Lewis	Fórmula Estrutural	Correspondente Geométrico
NH <sub>3</sub>			
O <sub>2</sub>			
H <sub>2</sub> O			
Cl <sub>2</sub> <i>linear</i>			
CH <sub>4</sub>			
SF <sub>6</sub>			
IF <sub>5</sub>			